

# **Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe**

Von

**Franz Seufert**

**Zweite Auflage**

# Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe

Eine Einführung für Ingenieure und Studierende

Von

**Franz Seufert**

Oberingenieur und Studienrat  
an der Staatl. höheren Maschinenbauschule in Stettin

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 26 Textabbildungen  
und 5 Zahlentafeln



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1921

ISBN 978-3-662-22998-9      ISBN 978-3-662-24958-1 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-24958-1

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

**Copyright 1921 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg**

**Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1921.**

## Vorwort zur ersten Auflage.

Das Buch soll die notwendigsten Grundbegriffe der technischen Wärmelehre der Gase und Dämpfe soweit erläutern, als es zum Verständnis der Wirkungsweise von Kompressoren, Verbrennungskraftmaschinen, Dampfturbinen und Kälte-Erzeugungsanlagen erforderlich ist. Erfahrungsgemäß bereitet dem Anfänger weniger die Entwicklung und das Verständnis der Formeln als vielmehr ihre zahlenmäßige Anwendung Schwierigkeiten. Deshalb habe ich großen Wert auf die Durchrechnung von Beispielen gelegt. Hier ließen sich Wiederholungen nicht immer vermeiden; sie tragen jedoch zum Verständnis der Beispiele wesentlich bei und ersparen das Nachschlagen. Um die Entwicklungen möglichst einfach zu gestalten, habe ich mir einige Vernachlässigungen gestattet, z. B. die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Gase nicht berücksichtigt, schädliche Räume außer Berechnung gelassen u. a. m. Für die Benutzung im Unterricht bietet das Werkchen den Vorteil, daß das zeitraubende Diktieren wegfällt und die ersparte Zeit zur Durcharbeitung eines größeren Stoffgebietes und zum Lösen von Aufgaben verwendet werden kann. Der Lernende wird, wie ich hoffe, nach dem Studium des Werkchens in der Lage sein, größere, im Quellenverzeichnis genannte Werke mit weniger Mühe zu verstehen.

---

## Vorwort zur zweiten Auflage.

Der Umfang des Stoffes ist derselbe wie bei der ersten Auflage geblieben. Von einem tieferen Eingehen auf den Einfluß der Veränderlichkeit der spezifischen Wärme, auf schädliche Räume, sowie auf die nähere Ausführung des Entropiebegriffes glaubte ich absehen zu dürfen, da ich mit dem Buch nur das Verständnis der Wirkungsweise von Kompressoren, Verbrennungskraftmaschinen, Dampfturbinen und Kältemaschinen erleichtern wollte. Vieles wurde unter dem Einfluß der Unterrichtserfahrung und den in den Besprechungen geäußerten Wünschen gemäß schärfer gefaßt; ferner habe ich, soweit es möglich war, überflüssige Fremdwörter verdeutscht. Für die Leser, die sich mit der Anwendung der Wärmelehre auf die Feuerungstechnik befassen wollen, gestatte ich mir den Hinweis auf mein eben unter der Presse befindliches Buch: *Verbrennungslehre und Feuerungstechnik*.

Für Mitteilung von Fehlern und Mängeln bin ich den Herren Fachgenossen immer dankbar.

Stettin, Januar 1921.

F. Seufert.

# Inhaltsverzeichnis.

## Erster Teil.

### Gase.

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| 1. Wärmemenge, spezifische Wärme und Wärmeäquivalent.          | 1  |
| Zahlentafel 1 für Gase . . . . .                               | 5  |
| 2. Gasgesetze . . . . .                                        | 6  |
| a) Das Gasgesetz von Gay-Lussac . . . . .                      | 6  |
| b) Das Gasgesetz von Boyle-Mariotte . . . . .                  | 8  |
| c) Das vereinigte Gay-Lussac-Mariottesche Gasgesetz . . . . .  | 9  |
| 3. Die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes . . . . . | 12 |
| 4. Die Gaskonstante von Gasmischungen . . . . .                | 13 |
| 5. Zustandsänderungen . . . . .                                | 15 |
| a) Allgemeine Zustandsänderung . . . . .                       | 16 |
| b) Zustandsänderung bei konstantem Volumen . . . . .           | 18 |
| c) Zustandsänderung bei konstantem Druck . . . . .             | 22 |
| d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur . . . . .        | 24 |
| c) Zustandsänderung ohne Zu- und Abführung von Wärme . . . . . | 27 |
| I. Poissonsche Gleichung . . . . .                             | 28 |
| II. Poissonsche Gleichung . . . . .                            | 30 |
| III. Poissonsche Gleichung . . . . .                           | 30 |
| f) Polytropische Zustandsänderung . . . . .                    | 33 |
| 6. Kreisprozesse . . . . .                                     | 37 |
| 7. Prozeß des Luftkompressors . . . . .                        | 40 |
| 8. Prozeß der Verpuffungsmaschine . . . . .                    | 44 |
| 9. Prozeß der Dieselschen Gleichdruckmaschine . . . . .        | 49 |
| 10. Begriff der Entropie . . . . .                             | 54 |
| 11. Adiabatische Ausströmung . . . . .                         | 56 |

## Zweiter Teil.

### Dämpfe.

#### A. Der Wasserdampf.

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Wärmehalt des Sattedampfes . . . . .                                  | 61 |
| Zahlentafel 2 für gesättigten Wasserdampf . . . . .                      | 62 |
| 2. Wärmehalt des feuchten oder nassen Dampfes . . . . .                  | 63 |
| 3. Wärmehalt des überhitzten Dampfes . . . . .                           | 64 |
| Zahlentafel 3: Mittlere spezifische Wärme für überhitzten Dampf. . . . . | 65 |
| 4. Zustandsgleichung des überhitzten Dampfes . . . . .                   | 66 |
| 5. Die Entropie des Wasserdampfes . . . . .                              | 67 |
| Zahlentafel 4 zur Entropieberechnung . . . . .                           | 70 |
| 6. Adiabatische Ausströmung von Wasserdampf . . . . .                    | 71 |
| 7. Das Molliersche J - S - Diagramm . . . . .                            | 72 |

#### B. Der Ammoniakdampf.

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| 1. Physikalische Eigenschaften . . . . .   | 74 |
| Zahlentafel 5 . . . . .                    | 75 |
| 2. Der Prozeß der Kälteerzeugung . . . . . | 75 |
| 3. Berechnung der Kälteleistung . . . . .  | 78 |

Allgemeine Bemerkung: Die Rechnungen mit natürlichen Logarithmen gestalten sich etwas bequemer durch Anwendung der bekannten Beziehung:  $\log \text{ nat } a = 2,303 \log a$ .

## Erster Teil.

### Gase.

#### 1. Wärmemenge, spezifische Wärme und Wärmeäquivalent.

Die frühere Annahme, daß Wärme ein äußerst feiner, unwägbarer Stoff sei, mußte seit der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalentes durch Robert Mayer fallen, weil man durch Aufwand von mechanischer Arbeit beliebige Wärmemengen erzeugen kann. Deshalb erklärt die neuere Physik die Wärme als eine Energieform, und zwar nimmt sie als Ursache der Wärmeerscheinungen die Bewegungsenergie der Moleküle an. Diese Hypothese ist jedoch zur Anwendung für praktische Rechnungen ungeeignet, und man kann, ohne mit der Erfahrung in Widerspruch zu geraten, so rechnen, als ob die Wärme ein Stoff wäre.

Um hiernach die in einem Körper enthaltene Wärmemenge zu berechnen, ist die Kenntnis folgender drei Größen notwendig:

1. Gewicht der Raumeinheit in kg oder spezifisches Gewicht.
2. Temperatur in ° C.
3. Spezifische Wärme.

Bei den Gasen und Dämpfen kommt noch hinzu:

4. Der auf die Flächeneinheit wirkende (spezifische) Druck.

1. Das **spezifische Gewicht** wird bei festen und flüssigen Körpern in kg/cdm ausgedrückt; für Gase und Dämpfe gibt man es in kg/cbm an, um praktisch bequemere Zahlen zu erhalten. Da jedoch das Volumen und damit das spezifische Gewicht der Gase, wie sich später zeigen wird, in hohem Maße von der Temperatur und vom Druck abhängt, sind letztere für die Zahlangaben festzulegen; man rechnet deshalb die spezifischen Gewichte meistens für 0° C und einen absoluten Druck von 760 mm Quecksilbersäule. Diese Zahlen sind in der Zahlentafel 1 enthalten<sup>1)</sup>.

2. Der Begriff der **Temperatur** ergab sich aus der physiologischen Wahrnehmung, daß wir wärmere und kältere Körper unterscheiden können. Durch Wärmezufuhr dehnen sich im allgemeinen die Körper aus<sup>2)</sup>; der Messung der Temperatur hat man die Aus-

<sup>1)</sup> Eine andere gebräuchliche Grundlage bilden 15° und 735 mm QS.

<sup>2)</sup> Ausnahmen: Wasser zwischen 0° und 4°, erstarrende Körper.

dehnung einer Quecksilbersäule zugrunde gelegt (Thermometer). Der Nullpunkt ist durch die Temperatur des schmelzenden Eises, der 100. Grad durch die Temperatur des bei einem Barometerstand von 760 mm siedenden Wassers willkürlich bestimmt (Celsius-Skala). Die Temperatur kennzeichnet, bildlich gesprochen, die Höhenlage der Wärme und kann mit der Spannung des elektrischen Stromes oder nach Zeuner mit der Höhenlage eines Gewichtes verglichen werden, das herabsinkend Arbeit verrichtet.

3. Die spezifische Wärme wird in Wärmeeinheiten (WE) oder Kalorien (Kal) gemessen. Eine WE oder Kal ist diejenige Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 kg oder 1 g flüssiges Wasser um 1° zu erwärmen<sup>1)</sup>; demnach unterscheidet man die große oder kg-Kal und die kleine oder g-Kal. Die erstere ist die gebräuchlichere.

**Beispiel:** Wie viele WE sind erforderlich, um 3,400 kg Wasser von 10° auf 50° zu erwärmen?

Es ist

$$G = 3,400 \text{ kg}$$

$$t_1 = 10^\circ$$

$$t_2 = 50^\circ$$

Wärmemenge

$$Q = G(t_2 - t_1) = 3,400 \cdot (50 - 10) = 136 \text{ WE.}$$

Bei anderen Stoffen ist zur Erwärmung um 1° eine andere Wärmemenge notwendig, und hieraus ergibt sich folgende Definition:

Spezifische Wärme ist diejenige Wärmemenge, die aufgewendet werden muß, um 1 kg eines Stoffes von 0° bis 1° zu erwärmen.

Die Temperaturlage 0° bis 1° ist deshalb festgelegt, weil bei vielen Stoffen die in höherer Temperaturlage zur Erwärmung um 1° erforderliche Wärmemenge von der bei 0° notwendigen verschieden ist; dies zeigt sich besonders bei dem später behandelten Wasserdampf.

Bezeichnet man die spezifische Wärme eines  $G$  kg wiegenden Stoffes mit  $c$ , dann ist zur Erwärmung von  $t_1^\circ$  auf  $t_2^\circ$  die Wärmemenge

$$Q = G \cdot c(t_2 - t_1)$$

zuzuführen, oder bei der Abkühlung von  $t_2^\circ$  auf  $t_1^\circ$  abzuführen.

Bei den Gasen und Dämpfen sind zwei verschiedene spezifische Wärmen zu unterscheiden. Dies wird durch Betrachtung folgender zwei Vorgänge klar:

<sup>1)</sup> Wegen der (für Wasser allerdings geringen) Veränderlichkeit der spezifischen Wärme mit der Temperatur hat man diese Temperaturerhöhung von 14,5 bis 15,5° festgelegt.

1. Erwärmt man 1 kg eines Gases in einem allseitig geschlossenen Gefäß (Abb. 1), so bleibt sein Volumen konstant, sein Druck steigt und zur Erwärmung um je 1° seien  $c_v$  WE erforderlich. Diese Wärmemenge wird spezifische Wärme bei konstantem Volumen genannt.

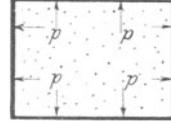


Abb. 1.

2. Besitzt dagegen bei demselben Versuch das Gefäß einen reibungsfrei beweglichen, gewichtslos gedachten Kolben (Abb. 2), so lastet am Anfang des Versuches auf beiden Kolbenseiten derselbe Druck  $p$ . Bei der Erwärmung dehnt sich das Gas aus und schiebt den Kolben unter Überwindung des äußeren Druckes  $p$  nach außen, während der Druck  $p$  im Innern gleich bleibt. Die in diesem Fall zur Erwärmung um je 1° erforderliche Wärmemenge  $c_p$  heißt spezifische Wärme bei konstantem Druck.

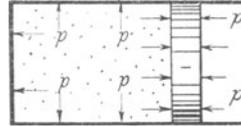


Abb. 2.

Die Zahlenwerte für  $c_p$  sind für eine Anzahl Gase zuerst von Regnault sehr genau ermittelt worden; ferner hat man nach verschiedenen Verfahren festgestellt, daß für viele Gase das Verhältnis

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

konstant ist und danach  $c_v$  berechnet. Es zeigte sich, daß für die früher sog. permanenten (zweiatomigen) Gase: Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff usw. und auch Luft stets annähernd

$$k = 1,41$$

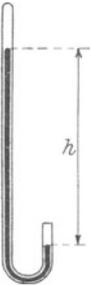
ist.

Mit Berücksichtigung des spezifischen Gewichtes bei 0° und 760 mm kann man aus den Werten  $c_p$  und  $c_v$  auch für die Volumeneinheit (cbm) entsprechende spezifische Wärmen  $c'_p$  und  $c'_v$  berechnen, die ebenfalls in der Zahlentafel 1 enthalten sind. Die Werte unter  $R$  bedeuten die Gaskonstante, die später erklärt werden wird.

Die spezifischen Wärmen  $c$  von Gasgemischen können, wenn  $G_1, G_2, \dots, G_n$  die Gewichtsanteile eines kg und  $c_1, c_2, \dots, c_n$  die spezifischen Wärmen für 1 kg der Einzelgase sind, berechnet werden nach dem Ansatz:

$$c \cdot 1 = c_1 G_1 + c_2 G_2 + \dots + c_n G_n$$

4. Die Messung des **Druckes** ergibt sich aus folgender Betrachtung: Füllt man nach Abb. 3 ein unten umgebogenes offenes, oben geschlossenes Glasrohr von 1 qcm Querschnitt und etwa 80 cm Länge in umgekehrter Lage mit Quecksilber und bringt es durch Umkehren in die gezeichnete Lage, dann sinkt der obere Quecksilberspiegel etwas und der Abstand der beiden Spiegel stellt sich auf eine Höhe  $h$  ein, die vom Luftdruck abhängig ist. In der Höhe des Meeresspiegels ist im Mittel  $h = 760$  mm. Die Luft hält dieser Quecksilbersäule das Gleichgewicht und drückt also auf qcm Fläche, wenn das spezifische Gewicht des Quecksilbers  $= 13,6$  ist, mit einer Kraft



$$P = 76,0 \cdot 1 \text{ qcm} \cdot 13,6 = 1033 \text{ g} = 1,033 \text{ kg}^1).$$

Abb. 3. Dieser Druck wurde früher 1 Atmosphäre genannt. Statt dieser Einheit ist jetzt die **métrische Atmosphäre** (at) als Druckeinheit allgemein gebräuchlich, mit welcher der **Druck von 1 kg/qcm** bezeichnet wird. Nach dem obigen Versuch entspricht

$$1 \text{ at} = \frac{1000}{13,6} = 73,5 \text{ cm QS.}$$

Man unterscheidet Druckmessung nach Atmosphären Überdruck und nach absoluten Atmosphären. Erstere Messung gibt den Luftdruck übersteigenden Druck an, letztere rechnet den Druck vom absoluten Vakuum an. Für jeden Druck ist also die Anzahl der absoluten Atmosphären um 1 größer als die Zahl der at Überdruck. In der Wärmetheorie wird mit wenigen Ausnahmen der Druck in kg/qm gemessen gedacht; es ist also

$$1 \text{ at} = 10\,000 \text{ kg/qm.}$$

Nach der Entdeckung von Robert Mayer sind **Wärme und Arbeit äquivalent**, d. h. bei der Umwandlung von Wärme in Arbeit und umgekehrt entspricht jeder Wärmeeinheit eine bestimmte Anzahl von mkg Arbeit oder jedem mkg ein bestimmter Bruchteil einer WE. Diese Umrechnungszahl wurde von Robert Mayer, Joule, Hirn und Rowland theoretisch und durch Versuche festgestellt. Es entspricht

<sup>1)</sup> Streng genommen müßte man hierzu den Druck des Quecksilberdampfes auf den oberen Quecksilberspiegel (in dem luftleeren Raum) addieren.

Zahlentafel 1 für Gase.

|                  | Chemisches Zeichen                 | Atomzahl im Molekül | Angenäh. Molekular-Gewicht | Gas-konstante R | Spez. Gewicht bei 0° u. 760 mm kg/cbm | Spezifische Wärme |       |                             |       | $k = \frac{c_p}{c_v}$ |
|------------------|------------------------------------|---------------------|----------------------------|-----------------|---------------------------------------|-------------------|-------|-----------------------------|-------|-----------------------|
|                  |                                    |                     |                            |                 |                                       | $c_p$             | $c_v$ | $c'_p$ $c'_v$               |       |                       |
|                  |                                    |                     |                            |                 |                                       |                   |       | für 1 cbm bei 0° und 760 mm |       |                       |
| Wasserstoff      | H <sub>2</sub>                     | 2                   | 2                          | 420,0           | 0,0899                                | 3,41              | 2,42  | 0,307                       | 0,218 | 1,41                  |
| Sauerstoff       | O <sub>2</sub>                     | 2                   | 32                         | 26,5            | 1,429                                 | 0,217             | 0,155 |                             |       |                       |
| Stickstoff       | N <sub>2</sub>                     | 2                   | 28                         | 30,2            | 1,251                                 | 0,247             | 0,176 |                             |       |                       |
| Kohlenoxyd       | CO                                 | 2                   | 28                         | 30,25           | 1,250                                 | 0,242             | 0,172 |                             |       |                       |
| Luft             | —                                  | —                   | —                          | 29,27           | 1,293                                 | 0,238             | 0,170 |                             |       |                       |
| Wasserdampf      | H <sub>2</sub> O                   | 3                   | 18                         | 47,1            | 0,804                                 | 0,48              | 0,37  | 0,386                       | 0,297 | 1,30                  |
| Kohlensäure      | CO <sub>2</sub>                    | 3                   | 44                         | 19,25           | 1,977                                 | 0,21              | 0,16  | 0,393                       | 0,304 | 1,293                 |
| Schweflige Säure | SO <sub>2</sub>                    | 3                   | 64                         | 13,2            | 2,861                                 | 0,15              | 0,12  | 0,429                       | 0,342 | 1,255                 |
| Ammoniak         | NH <sub>3</sub>                    | 4                   | 17                         | 49,6            | 0,761                                 | 0,53              | 0,41  | 0,396                       | 0,305 | 1,298                 |
| Methan           | CH <sub>4</sub>                    | 5                   | 16                         | 52,8            | 0,717                                 | 0,59              | 0,46  | 0,424                       | 0,334 | 1,270                 |
| Alkohol          | C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> (OH) | 9                   | 46                         | 18,42           | 0,205                                 | 0,453             | 0,400 | 0,930                       | 0,822 | 1,133                 |
| Benzol           | C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>      | 12                  | 78                         | 10,87           | 0,349                                 | 0,33              | 0,305 | 1,150                       | 1,063 | 1,082                 |

1 WE = 427 mkg (mechanisches Wärmeäquivalent), oder

$$1 \text{ mkg} = \frac{1}{427} = A \text{ WE (kalorisches Arbeitsäquivalent).}$$

Die Zahl  $A = \frac{1}{427}$  gibt also an, daß durch die Arbeit von 1 mkg

eine Wärmemenge von  $\frac{1}{427}$  WE erzeugt werden kann. Umgekehrt, beobachtet man, daß in einer Wärmekraftmaschine von der ursprünglich eingeleiteten Wärme ein Teil scheinbar verschwunden ist, der sich nicht mehr als Wärme nachweisen läßt, so ist für jede verschwundene WE eine Arbeit von 427 mkg geleistet worden. (1. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.)

Aus dieser Erkenntnis folgt eine wichtige Beziehung zwischen den beiden spezifischen Wärmen  $c_p$  und  $c_v$ . Erwärmt man nämlich bei den Versuchen S. 3 in beiden Fällen 1 kg Gas um 1°, so sind dazu die Wärmemengen  $c_v$  und  $c_p$  notwendig, und es ist im zweiten Fall offenbar mehr Wärme zuzuführen, als im ersten, weil im zweiten Fall ein Teil der zugeführten Wärme verbraucht wird, um den auf dem Kolben lastenden Druck  $p$  eine gewisse Strecke lang zu überwinden, also Arbeit zu leisten. Die im zweiten Fall zuzuführende Wärme  $c_p$  muß also um das Wärmeäquivalent  $A \cdot L$  der geleisteten Arbeit  $L$  größer sein als die im ersten Fall zuzuführende Wärme  $c_v$ ; also ist stets

$$\begin{aligned}
 & c_p > c_v \\
 \text{und} & c_p = c_v + AL \\
 \text{oder} & AL = c_p - c_v,
 \end{aligned}$$

d. h. für 1 kg Gas ist bei gleichbleibendem Druck und einer Wärmeänderung um  $1^\circ$  der Unterschied der beiden spezifischen Wärmen gleich der in WE ausgedrückten geleisteten Arbeit.

Wird dem Gas die Wärme zugeführt, so leistet es diese Arbeit, wird ihm dagegen die Wärme entzogen, so muß zur Erhaltung des Druckes diese Arbeit aufgewandt werden.

## 2. Gasgesetze.

### a) Das Gasgesetz von Gay-Lussac.

Wird ein Gas bei gleichbleibendem Druck erwärmt (z. B. in einem Zylinder mit reibungsfrei verschiebbarem Kolben), so dehnt es sich aus, vergrößert also sein Volumen, wie im allgemeinen jeder feste und flüssige Körper. Bei der Erwärmung um  $1^\circ$  dehnen sich alle (zweiatomigen) Gase um  $\alpha = \frac{1}{273}$  des Volumens aus, das sie bei  $0^\circ$  einnehmen, also dehnt sich ein Gas bei der Erwärmung um  $t_1^\circ$  um  $\alpha \cdot t_1 = \frac{t_1}{273}$  des  $0^\circ$ -Volumens aus. Bezeichnet man

das Volumen bei  $0^\circ$  mit  $v_0$   
 „ „ „  $t_1$  „  $v_1$

dann besteht die Beziehung

$$v_1 = v_0 + v_0 \cdot \frac{t_1}{273}$$

oder

$$v_1 = v_0 \left( 1 + \frac{t_1}{273} \right) \text{ (erste Form).}$$

Denkt man sich eine zweite Erwärmung auf  $t_2$ , so ist ähnlich

$$v_2 = v_0 \left( 1 + \frac{t_2}{273} \right)$$

Durch Division der beiden letzten Gleichungen erhält man

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \frac{t_1}{273}}{1 + \frac{t_2}{273}}$$

oder

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2} \quad (\text{zweite Form}).$$

Die zweite Form des Gesetzes nimmt eine besonders einfache Gestalt an durch Einführung der **absoluten Temperatur**. Denkt man sich das Gas auf  $-t_3^\circ$  unter  $0^\circ$  abgekühlt, dann wird nach der ersten Form

$$v_2 = v_0 \left( 1 - \frac{t_3}{273} \right)$$

oder

$$v_3 = \frac{v_0}{273} (273 - t_3).$$

Wird nun

$$-t_3 = -273^\circ,$$

dann wird

$$v_3 = 0;$$

d. h. bei einer Abkühlung auf  $-273^\circ$  schrumpft das Gasvolumen auf Null zusammen, vorausgesetzt, daß bei so tiefen Temperaturen das Gay-Lussacsche Gesetz noch gilt und das Gas nicht flüssig geworden ist. Die Bewegung der Moleküle hört auf, der Wärmeinhalt ist zu Null geworden. Deshalb bezeichnet man die Temperatur  $-273^\circ$  als absoluten Nullpunkt. Zählt man die Temperaturen von diesem Punkt aus und bezeichnet man sie mit  $T$ , dann ist für jede Temperatur der Wert  $T$  um  $273^\circ$  größer als der entsprechende Wert  $t$  der Celsiusskala, deren Nullpunkt dann mit  $+273$  zu bezeichnen ist, also

$$T = 273 + t.$$

Wird dieser Wert in die zweite Form des Gay-Lussacschen Gesetzes eingeführt, dann nimmt dieses folgende Gestalt an:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

d. h. bei gleichbleibendem Druck verhalten sich die Volumina gleicher Gewichtsmengen eines Gases wie die zugehörigen absoluten Temperaturen.

Die zu- oder abzuführenden Wärmemengen sowie die Arbeit werden später im Abschnitt Zustandsänderungen berechnet.

**Beispiel:** Eine Leuchtgasmaschine verbrauche stündlich 0,82 cbm/PS Gas von  $20^\circ$  bei einem Barometerstand von 745 mm; der Gasverbrauch ist bei demselben Barometerstand auf  $0^\circ$  umzurechnen:

a) Lösung nach der ersten Form:

Es ist

$$v_1 = 0,82 \text{ cbm}$$

$$t_1 = 20^\circ$$

$$\alpha = \frac{1}{273};$$

also ergibt sich aus

$$v_1 = v_0 \left( 1 + \frac{t_1}{273} \right)$$

$$v_0 = \frac{v_1}{1 + \frac{t_1}{273}} = \frac{273 \cdot 0,82}{273 + 20} = 0,764 \text{ cbm}$$

b) Lösung nach der zweiten Form:

Es ist

$$v_1 = 0,82 \text{ cbm}$$

$$T_1 = t_1 + 273 = 293$$

$$T_0 = 273;$$

also ergibt sich aus:

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{T_1}{T_0}$$

$$v_0 = v_1 \frac{T_0}{T_1} = 0,82 \cdot \frac{273}{293} = 0,764 \text{ cbm.}$$

b) Das Gasgesetz von Boyle-Mariotte.

Vergrößert oder verkleinert man bei gleichbleibender Temperatur das Volumen  $v_1$  eines Gases, das unter dem absoluten Druck  $p_1$  steht, auf das Volumen  $v_2$ , dann nimmt das Gas den absoluten Druck  $p_2$  an und es ist

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1};$$

d. h. bei gleichbleibender Temperatur verhalten sich die Volumina gleicher Gewichtsmengen eines Gases umgekehrt wie die zugehörigen absoluten Drücke.

Durch Umformung ergibt sich:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2;$$

da  $p_1$  und  $v_1$  dem Anfangszustand entsprechen, folgt hieraus, daß für jeden Zustand bei gleichbleibender Temperatur das Produkt  $p \cdot v$  denselben Wert hat, d. h.

$$p \cdot v = \text{const.}$$

**Beispiel:** Der Gasverbrauch für 1 PS-Std. im vorigen Beispiel bei  $20^\circ$  ist auf einen Barometerstand von 760 mm umzurechnen.

Es ist

$$v_1 = 0,82 \text{ cbm}$$

$$p_1 = \frac{745}{735} = 1,013 \text{ at abs.}$$

$$p_2 = \frac{760}{735} = 1,034 \text{ ,, ,,}$$

Also ergibt sich aus:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$v_2 = v_1 \frac{p_1}{p_2} = 0,82 \frac{1,013}{1,034} = 0,803 \text{ cbm.}$$

Statt die absoluten Drücke in at einzusetzen, hätte man sie hier auch unmittelbar in mm QS einsetzen können<sup>1)</sup>, also

$$v_2 = 0,82 \frac{745}{760} = 0,803 \text{ cbm.}$$

### c) Das vereinigte Gay-Lussac-Mariottesche Gasgesetz.

1 kg Gas stehe bei einem Volumen  $v_1$  unter einem absoluten Druck  $p_1$  und der Temperatur  $t_1$  und werde durch Änderung seines Wärmeinhalts und Arbeitsleistung auf das Volumen  $v_2$  und die Temperatur  $t_2$  gebracht. Wie groß wird der Druck  $p_2$ ? Der Vorgang wird in zwei aufeinanderfolgende Teile zerlegt. Zunächst wird das Gas bei gleichbleibendem Druck  $p_1$  von der Temperatur  $t_1$  auf die Temperatur  $t_2$  gebracht; nach der zweiten Form des Gay-Lussacschen Gesetzes wird sein Volumen

$$v'_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1} \left[ = v_1 \frac{273 + t_2}{273 + t_1} \right].$$

Hierauf wird das Volumen des Gases bei gleichbleibender Temperatur  $t_2$  von  $v'_2$  auf  $v_2$  verändert; dann ist nach dem Mariotteschen Gesetz

$$\frac{v'_2}{v_2} = \frac{p_2}{p_1};$$

hieraus

$$p_2 v_2 = v'_2 \cdot p_1 = v_1 \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1$$

<sup>1)</sup> Dies ist immer zulässig, wenn es sich um das Verhältnis zweier Drücke handelt.

oder

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

oder

$$\frac{p_2 v_2}{T_2} = \frac{p_1 v_1}{T_1},$$

hieraus kann der gesuchte Druck  $p_2$  berechnet werden.

Die Ausdrücke von der Form  $\frac{p \cdot v}{T}$  besitzen demnach für alle Zustände eines Gases denselben Wert, der mit  $R$  bezeichnet werden möge, für jedes Gas kennzeichnend ist und deshalb **Gaskonstante** genannt wird. Durch Einführung von  $R$  geht die letzte Gleichung über in

$$\frac{p_2 v_2}{T_2} = R$$

oder

$$p_2 v_2 = R \cdot T_2$$

oder allgemein

$$p \cdot v = R \cdot T.$$

Diese Gleichung heißt „Zustandsgleichung der Gase“. Es sei nochmals hervorgehoben, daß, wie aus der Ableitung hervorgeht,  $v$  hier das Volumen von 1 kg, also das spezifische Volumen bedeutet.

**Berechnung der Gaskonstanten  $R$ .** Der Ausdruck für  $R$  gilt für alle Gaszustände, also auch für  $t = 0^\circ$  oder  $T = 273$  und bei 760 mm Barometerstand, also für  $p = 1,033 \text{ kg/qcm} = 10\,330 \text{ kg/qm}$ ; hier sei

$$v = v_0$$

und

$$p = p_0$$

gesetzt; dann wird

$$R = \frac{v_0 p_0}{273}.$$

Aus dieser Ableitung geht hervor, daß man bei Verwendung der Zustandsgleichung in der Form  $p \cdot v = R \cdot T$  den Druck  $p$  stets in kg/qm und das Volumen  $v$  stets in cbm/kg einsetzen muß, während in den Formen, die die Verhältnisse  $\frac{p_1}{p_2}$  und  $\frac{v_1}{v_2}$  enthalten, Druck und Volumen auch in anderen Maßen eingesetzt werden können.

**Beispiel:** Die Gaskonstante für Luft ist zu berechnen. Bei  $0^\circ$  und 760 mm ist das spezifische Gewicht  $\gamma = 1,293$  kg/cbm, also das spezifische Volumen

$$v_0 = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{1,293} = 0,774 \text{ cbm/kg}$$

also

$$p_0 = 10\,330 \text{ kg/qm;}$$

$$R = \frac{0,774 \cdot 10\,330}{273} = 29,27.$$

In der Zahlentafel I S. 5 sind die Gaskonstanten für die technisch wichtigsten Gase zusammengestellt.

Aus der Zustandsgleichung läßt sich, wenn von den 3 Größen  $p$ ,  $v$  und  $T$  zwei gegeben sind, die dritte berechnen.

**Beispiele:** 1. Wie groß ist das spezifische Volumen und das spezifische Gewicht von trockener Luft bei  $0^\circ$  C und 1 at abs.?

In die Zustandsgleichung ist einzusetzen:

$$p = 10\,000 \text{ kg/qm}$$

$$R = 29,27$$

$$T = 273^\circ \text{ abs.}$$

Dann ist das spezifische Volumen:

$$v = \frac{R \cdot T}{p} = \frac{29,27 \cdot 273}{10\,000} = 0,799 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,799} = 1,25 \text{ kg/cbm.}$$

2. Welche Temperatur besitzt 1 kg Luft, wenn sie einen Raum von 0,1 cbm erfüllt und auf 35 at-abs. verdichtet ist?

$$\text{Es ist } p = 35 \cdot 10\,000 = 350\,000 \text{ kg/qm}$$

$$v = \frac{0,1}{1} = 0,1 \text{ cbm/kg;}$$

$$R = 29,27;$$

aus

$$p \cdot v = R \cdot T$$

folgt:

$$T = \frac{p \cdot v}{R} = \frac{350\,000 \cdot 0,1}{29,27} = 1195^\circ \text{ abs}$$

oder

$$t = T - 273 = 1195 - 273 = 922^\circ \text{ C.}$$

3. Wie groß wird der Druck, wenn bei demselben Volumen wie in Beispiel 2 durch Wärmeentziehung die Temperatur auf  $20^\circ$  C sinkt?

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung folgt mit

$$T = 20 + 273 = 293$$

$$p = \frac{R \cdot T}{v} = \frac{29,27 \cdot 293}{0,1} = 85\,800 \text{ kg/qm} = 8,58 \text{ at abs.}$$

4. Der stündliche Gasverbrauch für 1 PS im Beispiel S. 7 ist auf  $0^\circ$  und 760 mm umzurechnen. In die Form:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

der allgemeinen Zustandsgleichung ist einzusetzen:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{0,82}{760} \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{745}{760} \\ T_1 &= 20 + 273 = 273^\circ \text{ abs.} \\ T_2 &= 273^\circ \text{ abs.,} \end{aligned}$$

also

$$v_2 = v_1 \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,82 \frac{745}{760} \cdot \frac{273}{293} = 0,749 \text{ cbm.}$$

### 3. Die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes<sup>1)</sup>.

Dehnt sich 1 kg Gas bei gleichbleibendem Druck  $p_1$  durch Wärmezufuhr aus, so vergrößert sich sein Volumen und es leistet dabei eine Arbeit  $L$ , welche auf einen reibungsfrei beweglichen Kolben bezogen gleich ist dem Druck  $p$  auf 1 qm mal der gedrückten Fläche mal dem zurückgelegten Weg, also gleich dem Druck  $p$  mal der Volumzunahme. Letztere läßt sich durch eine etwas veränderte Schreibweise des Gay-Lussac-Mariotteschen Gesetzes leicht finden.

Bezeichnet man bei  $0^\circ$  das spez. Volumen mit  $v_0$  und den Druck mit  $p_0$ , dann beträgt bei gleichbleibender Temperatur und Drucksteigerung auf  $p_1$  das Volumen

$$v'_1 = v_0 \frac{p_0}{p_1}$$

und bei weiterhin gleichbleibendem Druck  $p_1$  und Temperatursteigerung auf  $1^\circ$  das Volumen

$$v_1 = v_0 \frac{p_0}{p_1} \left( 1 + \frac{1}{273} \right).$$

Das Volumen hat also bei gleichbleibendem Druck um

$$v_1 - v'_1 = v_0 \cdot \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{1}{273}$$

<sup>1)</sup> Die Berechnung wurde zuerst von Robert Mayer aufgestellt, der jedoch aus Mangel an genügend sicher bestimmten Erfahrungszahlen für  $A$  eine von dem heutigen Wert abweichende Zahl erhielt.

zugenommen und die gegen den äußeren Druck  $p_1$  durch Wärmezufuhr geleistete Arbeit ist

$$L = p_1 \cdot (v_1 - v'_1) = p_1 v_0 \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{1}{273} = \frac{v_0 p_0}{273}.$$

Dieser Ausdruck ist identisch mit dem S. 10 berechneten Wert für die Gaskonstante  $R$ , für die sich demnach auch folgende Definition ergibt:

Die Gaskonstante ist die von 1 kg eines Gases bei einer Temperatursteigerung um  $1^\circ$  bei gleichbleibendem Druck geleistete Arbeit in mkg.

Ferner ist nach S. 6  $AL = c_p - c_v$ .

Setzt man den oben berechneten Wert von  $L$  in diese Gleichung ein, dann kann man, wenn die übrigen Werte bekannt sind,  $A$  berechnen; also

$$A \cdot \frac{v_0 p_0}{273} = A \cdot R = c_p - c_v,$$

hieraus

$$A = \frac{c_p - c_v}{R}.$$

**Beispiel:** Für Luft ist

$$c_p = 0,238 \text{ WE/kg}$$

$$c_v = \frac{c_p}{k} = \frac{0,238}{1,41} = 0,169 \text{ WE/kg}$$

$$R = 29,27;$$

also

$$A = \frac{0,238 - 0,169}{29,27} = \frac{1}{425}.$$

Auf Grund der neuesten Versuche wird jetzt allgemein  $A = \frac{1}{427}$  angenommen.

#### 4. Die Gaskonstante von Gasmischungen.

Nach dem Gesetz von Dalton verhält sich in einer Gasmischung jedes Einzelgas so, als ob es für sich den ganzen Raum ausfüllen würde. Der Druck der Mischung ist gleich der Summe der Teildrücke der einzelnen Gase. Ein Gemisch von  $G$  kg erfülle den Raum  $V$  und bestehe aus  $G_1 + G_2 + \dots + G_n$  kg Einzelgasen, deren Teildrücke  $p_1, p_2 \dots p_n$  betragen mögen, dann ist für jedes Einzelgas



Schwere Kohlenwasserstoffe, Kohlensäure und Sauerstoff seien vernachlässigt. Wie groß ist die Gaskonstante  $R_m$ ?

In 1 cbm Gemisch sind  $\frac{8}{9}$  cbm Luft und  $\frac{1}{9}$  cbm Gas, also immer  $\frac{1}{9}$  der oben angegebenen Volumprozent enthalten. Zusammenstellung der Gewichte:

$$\begin{aligned} \text{Luft: } G_1 &= \frac{8}{9} \cdot 1,293 &= 1,1493 \text{ kg} \\ \text{CO: } G_2 &= \frac{1}{9} \cdot 0,07 \cdot 1,250 &= 0,0097 \text{ „} \\ \text{H: } G_3 &= \frac{1}{9} \cdot 0,48 \cdot 0,0899 &= 0,0048 \text{ „} \\ \text{CH}_4: G_4 &= \frac{1}{9} \cdot 0,40 \cdot 0,717 &= 0,0319 \text{ „} \\ \text{N: } G_5 &= \frac{1}{9} \cdot 0,05 \cdot 1,251 &= 0,0070 \text{ „} \end{aligned}$$

$$\text{Gemisch: } 1 \text{ cbm} = \gamma = 1,2027 \text{ kg/cbm}$$

$$R_m = \frac{1}{1,2027} (29,27 \cdot 1,1493 + 30,25 \cdot 0,0097 + 420 \cdot 0,0048 + 52,8 \cdot 0,0319 + 30,2 \cdot 0,0070) = 31,5.$$

### 5. Zustandsänderungen.

Aus den bisherigen Betrachtungen geht hervor, daß der Zustand eines Gases gekennzeichnet ist durch

1. den Druck  $p$  kg/qm,
2. das spezifische Volumen  $v$  cbm/kg,
3. die absolute Temperatur  $T = 273 + t^\circ$ .

Trägt man die Größe  $p$  als Ordinate und  $v$  als Abszisse für einen bestimmten Zustand in ein Koordinatensystem ein und denkt man sich  $T$  zu dem entstehenden Punkt geschrieben, so stellt sich eine Reihe von Zustandsänderungen als Funktion von  $p$  und  $v$  dar, wie die Kurve in Abb. 4 zeigt. Die Änderung von  $T$  hängt davon ab, in welcher Weise die Zustandsänderung vorgenommen wird. Man unterscheidet hauptsächlich folgende Zustandsänderungen:

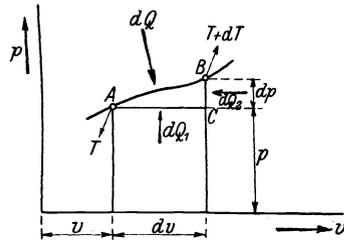


Abb. 4.

- a) Allgemeine Zustandsänderung;
- b) Zustandsänderung bei konstantem Volumen; die entstehende Kurve heißt Isochore;
- c) Zustandsänderung bei konstantem Druck; die entstehende Kurve heißt Isobare;
- d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur; die entstehende Kurve heißt Isotherme;
- e) Zustandsänderung ohne Zu- oder Abführung von Wärme; die entstehende Kurve heißt Adiabate;
- f) Zustandsänderung mit Zu- oder Abführung von Wärme bei sich ändernder Temperatur; die entstehende Kurve heißt Polytrope.

Für jede Zustandsänderung sei gegeben: Der Anfangszustand (durch  $p, v, T$ ); dann ist gesucht:

- a) der Verlauf der Kurve,
- b) die bis zur Erreichung eines bestimmten Endzustandes geleistete oder aufzuwendende Arbeit  $L$ ,
- c) die bis zu demselben Endzustand zu- oder abzuführende Wärmemenge  $Q$ .

a) Allgemeine Zustandsänderung.

Der Anfangszustand von 1 kg Gas sei nach Abb. 4 gekennzeichnet durch  $p, v$  und  $T$ . Durch Zuführung der unendlich kleinen Wärmemenge  $dQ$  gehe das Gas in den Zustand  $B$  über, d. h. sein Volumen nehme um das unendlich kleine Stück  $dv$ , sein Druck um den unendlich kleinen Betrag  $dp$  und seine Temperatur um  $dT$  zu. Der Endzustand ist also gekennzeichnet durch

$$\begin{array}{ll} \text{Volumen} & v + dv, \\ \text{Druck} & p + dp, \\ \text{Temperatur} & T + dT. \end{array}$$

Die Zustandsänderung von  $A$  nach  $B$  werde in zwei Änderungen zerlegt, nämlich

1. von  $A$  nach  $C$  bei konstantem Druck  $p$ ,
2. „  $C$  „  $B$  „ „ „ Volumen  $v + dv$ .

Zur ersten Änderung sei die Wärmemenge  $dQ_1$ , zur zweiten die Wärmemenge  $dQ_2$  erforderlich, also

$$dQ = dQ_1 + dQ_2,$$

die Wärmemenge  $dQ_1$  würde für sich allein das Gas bei gleichbleibendem Druck  $p$  um  $dT$  erwärmen und um  $dv$  ausdehnen, die Wärmemenge  $dQ_2$  würde für sich allein bei gleichbleibendem Volumen ( $v + dv$ ) den Druck um  $dp$  und die Temperatur um  $dT$  erhöhen.

1. Zustandsänderung  $AC$ : Die zugeführte Wärme ist gleich der spezifischen Wärme bei konstantem Druck mal der Temperatursteigerung, also

$$dQ_1 = c_p \cdot dT,$$

ferner ist nach der allgemeinen Zustandsgleichung:

$$p \cdot v = R \cdot T.$$

Hieraus kann  $dT$  durch Differenzieren berechnet und oben eingesetzt werden, wenn die Art der Funktion von  $p$  und  $v$  gegeben ist. Nach Abb. 4 ist  $p$  konstant, also  $v$  und  $T$  veränderlich, und die beiderseitige Differenzierung liefert:

$$p dv = R dT.$$

Hieraus

$$dT = \frac{pdv}{R},$$

wird oben eingesetzt:

$$dQ_1 = c_p \frac{pdv}{R}.$$

2. Zustandsänderung *CB*: Die zugeführte Wärme ist gleich der spezifischen Wärme bei gleichem Volumen mal der Temperatursteigerung, also

$$dQ_2 = c_v dT,$$

ferner ist nach der allgemeinen Zustandsgleichung

$$p(v + dv) = RT.$$

Hier ist  $(v + dv)$  konstant, die beiderseitige Differenzierung ergibt:

$$dp \cdot (v + dv) = R dT.$$

Hieraus

$$dT = \frac{(v + dv) dp}{R} = \frac{v dp + dv \cdot dp}{R}.$$

Das Glied  $dv \cdot dp$  kann nach den Regeln der Differentialrechnung als unendlich klein zweiter Ordnung vernachlässigt werden, also

$$dT = \frac{v \cdot dp}{R},$$

wird oben eingesetzt:

$$dQ_2 = c_v \frac{v \cdot dp}{R}.$$

Durch Addition beider Wärmemengen ergibt sich

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ = c_p \frac{pdv}{R} + c_v \frac{v dp}{R}$$

oder

$$dQ = \frac{1}{R}(c_p pdv + c_v \cdot v dp);$$

setzt man nach S. 3

$$c_p = k \cdot c_v,$$

dann wird

$$dQ = \frac{c_v}{R}(k pdv + v dp).$$

Für eine Zustandsänderung innerhalb endlicher Grenzen ist die zuzuführende Wärmemenge

$$Q = \int dQ.$$

Die Auswertung dieses Integrals ist nur dann möglich, wenn die Abhängigkeit von  $v$  und  $p$  gegeben ist, also die Funktion  $p = f(v)$  als Kurve vorliegt, also die eine Veränderliche  $v$  nebst  $dv$  durch  $p$  ausgedrückt werden kann; dann wird

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (kp dv + v dp).$$

Zu diesem Zweck muß jede Zustandsänderung eine der anfangs angegebenen Beschränkungen erfahren.

Die Arbeit läßt sich nach Abb. 5 wie folgt berechnen: Wird das unter dem Druck  $p$  stehende Volumen  $v$  um  $dv$  vergrößert, so beträgt das zugehörige Arbeitselement

$$dL = p \cdot dv$$

und wird im Diagramm als ein zwischen Anfangs- und Endordinate eingeschlossenes Rechteck von der Höhe  $p$  und der Breite  $dv$  dargestellt. Die Summierung dieser Rechtecke zwischen den endlichen Grenzen  $A$  und  $D$  ergibt

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

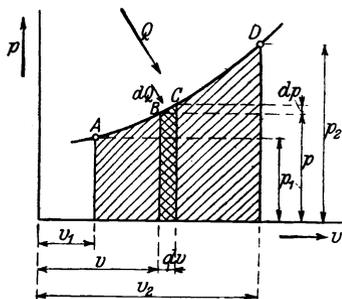


Abb. 5.

Dieses Integral kann ebenfalls erst nach Kenntnis der Funktion  $p = f(v)$  ausgewertet werden.

#### b) Zustandsänderung bei konstantem Volumen.

Der Anfangszustand  $A$  von 1 kg eines Gases sei nach Abb. 6 gekennzeichnet durch  $v$ ,  $p_1$  und  $T_1$ ; es soll bei demselben Volumen durch Zuführung der Wärmemenge  $Q$  auf den Druck  $p_2$  gebracht werden. Für den Anfangszustand ist nach der allgemeinen Zustandsgleichung

$$p_1 v = R \cdot T_1;$$

ebenso für den Endzustand  $B$

$$p_2 v = R \cdot T_2$$

Durch Division beider Gleichungen ergibt sich

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

d. h. bei gleichbleibendem Volumen verhalten sich die Drücke wie die zugehörigen absoluten Temperaturen.

Hieraus ergibt sich die

$$\text{Endtemperatur } T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1}.$$

Die zuzuführende Wärmemenge kann durch Auswertung des Integrals S. 18 berechnet werden. Dort war

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (k p dv + v \cdot dp).$$

Es ist einzusetzen

$$\begin{aligned} v &= \text{konst.} \\ dv &= 0 \end{aligned}$$

dann nach  $p$  zu integrieren zwischen den Grenzen  $p_1$  und  $p_2$ ; also

$$\begin{aligned} Q &= \int_{p_1}^{p_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p \cdot 0 + v dp) \\ &= \int_{p_1}^{p_2} \frac{c_v}{R} \cdot v dp = c_v \left( \frac{v p_2}{R} - \frac{v p_1}{R} \right). \end{aligned}$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist aber

$$\frac{v \cdot p_2}{R} = T_2$$

und

$$\frac{v \cdot p_1}{R} = T_1;$$

also

$$Q = c_v (T_2 - T_1).$$

Handelt es sich nicht um 1 kg, sondern um  $G$  kg Gas, dann beträgt die zuzuführende Wärmemenge

$$Q = G c_v (T_2 - T_1).$$

Die geleistete Arbeit ist gleich Null, weil das Gas sich nicht ausgedehnt hat.

Bei einer Wärmeentziehung ergibt sich  $Q$  negativ.

Die Gleichung

$$Q = c_v(T_2 - T_1)$$

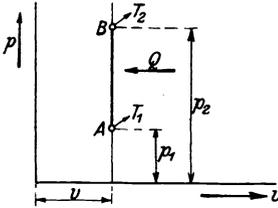


Abb. 6.

läßt sich auch unmittelbar aus Abb. 6 ableiten, wenn man bedenkt, daß bei konstantem Volumen einem kg Gas zur Temperatursteigerung um  $1^\circ$  eine Wärmemenge  $c_v$  zuzuführen ist, weil  $c_v$  die spezifische Wärme bei konstantem Volumen ist.

**Beispiele:** 1. In einem Zylinder von 20 l Inhalt soll Luft von  $15^\circ$  und 1 at abs. durch Erhitzen auf eine Spannung von 5 at abs. gebracht werden; wie hoch steigt die Temperatur und welche Wärmemenge ist dazu notwendig?

Da die berechneten Formeln sich immer auf 1 kg Gas beziehen, ist zunächst das Gasgewicht zu berechnen. Das spezifische Volumen bei  $p = 1$  at abs. und  $t = 15^\circ \text{C}$  oder  $T = 288$  ergibt sich aus

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$\text{zu } v = \frac{R \cdot T}{p} = \frac{29,27 \cdot 288}{10\,000} = 0,843 \text{ cbm/kg.}$$

Also das zugehörige spezifische Gewicht

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,843} = 1,186 \text{ kg/cbm.}$$

Folglich beträgt das Gasgewicht

$$G = 0,020 \cdot 1,186 = 0,0237 \text{ kg.}$$

**Endtemperatur**

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 288 \cdot \frac{5}{1} = 1440^\circ \text{ abs.}$$

oder

$$t_2 = 1440 - 273 = 1167^\circ \text{C.}$$

**Wärmemenge**

$$Q = G \cdot c_v (T_2 - T_1) \\ = 0,0237 \cdot 0,170 (1440 - 288) = 4,6 \text{ WE.}$$

2<sup>1)</sup>. In eine Leuchtgasmaschine von

- $D = 250$  mm Zylinderdurchmesser
- $s = 400$  mm Kolbenhub
- $n = 180$  minutlichen Umdrehungen
- $m = 29\%$  Verdichtungsraum
- $p_1 = 8$  at abs. Verdichtungsdruck
- $t_1 = 226^\circ \text{C}$  Verdichtungstemperatur

<sup>1)</sup> Die Aufgabe ist schon durch die Abmessungen  $D$ ,  $s$  und  $n$ , sowie Anfangsdruck und -temperatur und Enddruck der Ladung, die Gaszusammensetzung und den Heizwert bestimmt; die Berechnung von  $m$  und  $t_1$  erfolgt nach dem S. 48 durchgeführten Beispiel.

werde für jeden Arbeitshub eine Ladung von  $0^\circ\text{C}$  und 1 at abs. gebracht, die aus 1 Raumteil Leuchtgas mit der im Beispiel 2 S. 14 angegebenen Zusammensetzung und 7 Raumteilen Luft besteht, und in der Totlage entzündet. Wie groß ist die theoretische Endtemperatur der Verbrennung, der theoretische Höchstdruck und die bei der plötzlichen Verbrennung entwickelte Wärmemenge, wenn der Heizwert des Gases  $W = 5000 \text{ WE/cbm}$  beträgt?

Das Anfangsvolumen der Ladung beträgt mit Einschluß des Verdichtungsraumes

$$V_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s \left( 1 + \frac{m}{100} \right) = \frac{2,5^2 \pi}{4} \cdot 4,0 (1 + 0,29) = 25,3 \text{ cdm} = 0,0253 \text{ cbm.}$$

Von diesem Volumen ist  $\frac{1}{8}$ , also

$$\frac{0,0253}{8} = 0,00315 \text{ cbm}$$

Leuchtgas, wenn man den Gasrest des vorangegangenen Arbeitshubes vernachlässigt.

Das spezifische Gewicht der Ladung berechnet sich ähnlich wie S. 15 aus:

$$\begin{array}{l} \text{Luft: } G_1 = \frac{7}{8} \cdot 1,293 = 1,131 \text{ kg} \\ \text{CO: } G_2 = \frac{1}{8} \cdot 0,07 \cdot 1,250 = 0,011 \text{ ,,} \\ \text{H: } G_3 = \frac{1}{8} \cdot 0,48 \cdot 0,899 = 0,005 \text{ ,,} \\ \text{CH}_4: G_4 = \frac{1}{8} \cdot 0,40 \cdot 0,717 = 0,036 \text{ ,,} \\ \text{N: } G_5 = \frac{1}{8} \cdot 0,05 \cdot 1,251 = 0,008 \text{ ,,} \\ \hline \text{Gemisch: } 1 \text{ cbm} = \gamma = 1,191 \text{ kg/cbm zu} \\ \gamma = 1,191 \text{ kg/cbm.} \end{array}$$

Also Gasgewicht

$$G = V_1 \cdot \gamma = 0,0253 \cdot 1,191 = 0,0301 \text{ kg.}$$

Die durch Verbrennung von 0,00315 cbm Leuchtgas entwickelte Wärmemenge beträgt

$$\begin{aligned} Q &= 0,00315 \cdot W = 0,00315 \cdot 5000 \\ &= 15,7 \text{ WE.} \end{aligned}$$

Die spezifische Wärme  $c_v$  des Gemisches ist nach S. 3 nach dem Ansatz zu berechnen:

$$c_v = \frac{1}{G} (c_{v1} G_1 + c_{v2} G_2 + \dots)$$

Für  $c_{v1}, c_{v2}, \dots$  sind die S. 5 angegebenen Werte, für  $G_1, G_2, \dots$  die oben berechneten Zahlen nach Umrechnung auf das Gesamtvolumen  $v_1 = 0,0253 \text{ cbm}$  einzusetzen; also für

$$\begin{array}{l} \text{Luft: } c_{v1} = 0,170; \quad G_1 = 1,131 \cdot 0,0253 = 0,02861 \text{ kg} \\ \text{CO: } c_{v2} = 0,172; \quad G_2 = 0,011 \cdot 0,0253 = 0,00028 \text{ ,,} \\ \text{H: } c_{v3} = 2,42; \quad G_3 = 0,005 \cdot 0,0253 = 0,00013 \text{ ,,} \\ \text{CH}_4: c_{v4} = 0,46; \quad G_4 = 0,036 \cdot 0,0253 = 0,00091 \text{ ,,} \\ \text{N: } c_{v5} = 0,176; \quad G_5 = 0,008 \cdot 0,0253 = 0,00020 \text{ ,,} \\ \hline \end{array}$$

Probe: Gesamtgewicht  $G = 0,0301 \text{ kg}$   
(wie vorher)

$$\begin{aligned} c_v &= \frac{1}{0,0301} (0,170 \cdot 0,02861 + 0,172 \cdot 0,00028 + 2,42 \cdot 0,00013 + 0,46 \cdot 0,00091 \\ &\quad + 0,176 \cdot 0,00020) = 0,189 \text{ WE/kg.} \end{aligned}$$

Die theoretische **Endtemperatur**  $T_2$  ergibt sich aus der Gleichung

$$Q = G \cdot c_v (T_2 - T_1)$$

zu

$$T_2 = \frac{Q}{G \cdot c_v} + T_1 = \frac{15,7}{0,0301 \cdot 0,189} + (273 + 226) = 3276^\circ \text{ abs.}$$

oder

$$t_2 = 3276 - 273 = 3003^\circ \text{ C.}$$

Der theoretische **Höchstdruck**  $p_2$  ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

zu

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 8 \frac{3276}{499} = 52,5 \text{ at abs.}$$

Die berechneten Zahlen weichen wegen der Wirkung des Kühlwassers und sonstiger Verluste sowie wegen der mit der Temperatur veränderlichen spezifischen Wärme natürlich von der Wirklichkeit ab.

### c) Zustandsänderung bei konstantem Druck.

Denkt man sich nach Abb. 7 in einem Zylinder mit reibungsfrei beweglichem, gewichtslosem Kolben 1 kg Gas mit dem Volumen  $v_1$  unter dem Druck  $p$  eingeschlossen und erwärmt, dann dehnt es sich auf das Volumen  $v_2$  aus, wobei sich die Temperatur von  $T_1$  auf  $T_2$  erhöht, während der Druck  $p$  unverändert bleibt. Die Punkte  $A$  und  $B$  entsprechen dem Anfangs- und Endzustand. Die Zustandsänderung erfolgt nach dem Gay-Lussacschen Gesetz, also ist

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Die geleistete Arbeit folgt nach S. 18 aus der allgemeinen Gleichung:

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

$$p = \text{konst.}$$

$$L = p (v_2 - v_1).$$

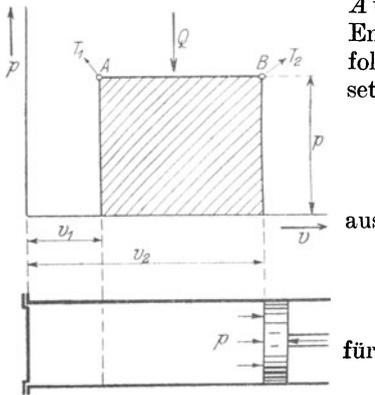


Abb. 7.

zu

Dieselbe Gleichung ergibt sich unmittelbar aus Abb. 7, in der  $L$  durch das schraffierte Rechteck dargestellt wird.

Die zugeführte Wärmemenge  $Q$  läßt sich durch Auswertung des allgemeinen Integrals S. 18 ermitteln, wenn man zwischen den Grenzen  $v_1$  und  $v_2$  integriert:

$$Q = \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p dv + v dp),$$

hier ist

$$p = \text{konst.}$$

$$dp = 0;$$

also

$$\begin{aligned} Q &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p dv + 0) = c_v k \int_{v_1}^{v_2} \frac{p dv}{R} \\ &= c_p \left( \frac{p v_2}{R} - \frac{p v_1}{R} \right), \end{aligned}$$

weil

$$c_v \cdot k = c_p.$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist aber

$$\frac{p v_1}{R} = T_1$$

und

$$\frac{p v_2}{R} = T_2$$

also

$$Q = c_p (T_2 - T_1).$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich auch unmittelbar aus Abb. 7 und der Definition der spezifischen Wärme  $c_p$ .

**Beispiel<sup>1)</sup>:** In eine Dieselmachine von

- $D = 250$  mm Zylinderdurchmesser
- $s = 400$  mm Kolbenhub
- $n = 180$  minutlichen Umdrehungen
- $m = 8,7\%$  Verdichtungsraum
- $p_1 = 35$  at abs. Verdichtungsdruck
- $t_1 = 545^\circ$  C Verdichtungstemperatur

wird für jeden Arbeitshub

- $B = 1,0$  g Teeröl eingespritzt, dessen Heizwert
- $W = 9000$  WE/kg beträgt.

<sup>1)</sup> Die Aufgabe ist ebenso wie die S. 20 überbestimmt. Die Größen  $m$  und  $t_1$  können nach S. 32 berechnet werden.

Wie groß ist die theoretische Endtemperatur der Verbrennung und während welches Bruchteiles des Kolbenhubes findet die Verbrennung statt? Die bei jedem Arbeitshub entwickelte Wärmemenge ist

$$Q = W \cdot B = 9000 \cdot 0,001 = 9,0 \text{ WE.}$$

Die theoretische Höchsttemperatur  $T_2$  wird nach der Gleichung

$$Q = G \cdot c_p (T_2 - T_1)$$

berechnet.

Das Luftgewicht  $G$  ist gleich der Summe Kolbenwegraum und Verdichtungsraum mal dem spezifischen Gewicht der Luft, das hier zu  $\gamma = 1,293 \text{ kg/cbm}$  angenommen werde.

Also

$$\text{Kolbenwegraum} = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s = \frac{2,5^2 \pi}{4} \cdot 4,0 = 19,6 \text{ cdm} = 0,0196 \text{ cbm};$$

$$\text{Verdichtungsraum } v_2 = \frac{m}{100} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s = 0,087 \cdot 0,0196 = 0,00171 \text{ cbm};$$

$$\text{Anfangsvolumen } v_1 = 0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm};$$

$$\text{Luftgewicht } G = v_1 \cdot \gamma = 0,0213 \cdot 1,293 = 0,0276 \text{ kg.}$$

Aus der obigen Gleichung für  $Q$  ergibt sich für das Luftgewicht  $G$

$$T_2 = \frac{Q}{G c_p} + T_1 = \frac{9,0}{0,0276 \cdot 0,238} + (273 + 545) = 2188^\circ \text{ abs.}$$

oder

$$t_2 = 1915^\circ \text{ C.}$$

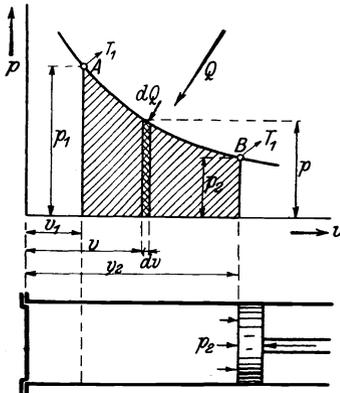


Abb. 8.

Der Zylinderinhalt am Ende der Verbrennung sei  $v_3$ , dann ist bei gleichbleibendem Druck

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{T_1}{T_2};$$

hieraus

$$v_3 = v_2 \frac{T_2}{T_1} = 0,00171 \cdot \frac{2188}{818} = 0,00457 \text{ cbm.}$$

Das während der Verbrennung vom Kolben beschriebene Volumen ist also

$$v_3 - v_2 = 0,00457 - 0,00171 = 0,00286 \text{ cbm}$$

oder in % des Kolbenwegraumes ausgedrückt:

$$\frac{v_3 - v_2}{v_1 - v_2} \cdot 100 = \frac{0,00286 \cdot 100}{0,0213 - 0,00171} = 14,6\%.$$

#### d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur.

Denkt man sich nach Abb. 8 wieder in einem Zylinder 1 kg Gas mit dem Volumen  $v_1$  und der Temperatur  $T_1 = T$  unter dem Druck  $p_1$  eingeschlossen und so erwärmt, daß bei der Ausdehnung auf das

Volumen  $v_2$  die Temperatur  $T_1 = T$  dieselbe bleibt, dann sinkt der Druck nach einer bestimmten Kurve auf  $p_2$ . Die Punkte  $A$  und  $B$  entsprechen wieder dem Anfangs- und Endzustand. Die Ausdehnung erfolgt nach dem Mariotteschen Gesetz, also nach der S. 8 entwickelten Gleichung

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

oder

$$p \cdot v = \text{konst.}$$

Diese Funktion stellt die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel dar, bezogen auf ihre Asymptoten, welche hier Isotherme genannt wird und nach Abb. 9 wie folgt zu konstruieren ist:

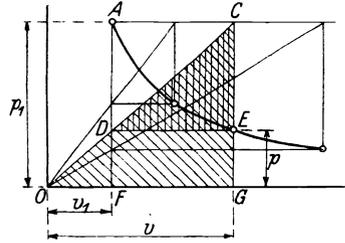


Abb. 9.

Man zieht durch den gegebenen Anfangspunkt  $A$  eine Senkrechte  $AF$  und eine Wagerechte  $AC$ , sowie durch den Koordinaten-Anfangspunkt  $O$  beliebige Strahlen, die die Senkrechte in den Punkten  $D$  und die Wagerechte in den Punkten  $C$  schneiden. Durch die Schnittpunkte  $C$  werden Senkrechte, durch die Schnittpunkte  $D$  Wagerechte gezogen. Die Schnittpunkte  $E$  je einer Senkrechten mit der zum gleichen Strahl gehörigen Wagerechten sind die Punkte der gesuchten Isotherme.

<sup>^</sup>Beweis (für einen allgemeinen Punkt  $E$ ): Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $OCG$  und  $ODF$  ergibt sich:

$$\frac{CG}{OG} = \frac{DF}{OF}$$

oder

$$\frac{p_1}{v} = \frac{p}{v_1}$$

oder

$$p \cdot v = p_1 \cdot v_1 = \text{konst.}$$

Die von  $A$  bis  $B$  geleistete **Arbeit** entspricht dem Inhalt der in Abb. 8 schraffierten Fläche, also

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv.$$

Die Abhängigkeit von  $p$  und  $v$  folgt aus

$$p_1 v_1 = p v;$$

hieraus

$$p = \frac{p_1 v_1}{v};$$

wird oben eingesetzt

$$\begin{aligned} L &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{p_1 v_1}{v} dv = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} \\ &= p_1 v_1 [\log \text{nat } v_2 - \log \text{nat } v_1] \\ &= p_1 v_1 \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1} \end{aligned}$$

mit

$$p_1 v_1 = RT$$

ergibt sich:  $L = R \cdot T \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1}$ .

Die zuzuführende **Wärmemenge** ist das Äquivalent der in mkg gemessenen Arbeit, also

$$Q = AL = ART \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1}.$$

Soll das Gas von *B* nach *A* isothermisch verdichtet werden, so ist die Arbeit *L* aufzuwenden und die Wärmemenge *Q* zu entziehen.

Denselben Ausdruck für *Q* erhält man aus der Gleichung für die allgemeine Zustandsänderung S. 18

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (k p dv + v dp)$$

durch Einführung der Funktion

$$pv = p_1 v_1;$$

es ist dann einzusetzen:

$$p = \frac{p_1 v_1}{v};$$

also

$$dp = -p_1 v_1 v^{-2} dv;$$

dann wird:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} \left( k \frac{p_1 v_1 dv}{v} - p_1 v_1 v^{-1} dv \right) \\ &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} \frac{p_1 v_1 dv}{v} (k - 1) \\ &= \frac{c_v}{R} (k - 1) p_1 v_1 \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1} \\ &= \frac{c_p - c_v}{R} \cdot p_1 v_1 \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1}. \end{aligned}$$

Nun ist nach S. 13

$$c_p - c_v = AR$$

und

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1;$$

also

$$Q = A R T \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1}.$$

**Beispiel:** In einem Kompressor sollen 40 l Luft von 15° C und atmosphärischer Spannung isothermisch auf 3 at abs. verdichtet werden. Wie groß ist

- das Endvolumen  $v_2$ ,
  - die Verdichtungsarbeit  $L$  in mkg,
  - die durch Kühlwasser und Ausstrahlung abzuführende Wärmemenge  $Q$ ?
- a) Aus  $p_1 v_1 = p_2 v_2$  folgt<sup>1)</sup>:

$$v_2 = \frac{p_1 v_1}{p_2} = \frac{10\,330 \cdot 0,04}{30\,000} = 0,0137 \text{ cbm.}$$

$$\text{b) } L = G R T \log \text{nat} \frac{v_1}{v_2} = (0,040 \cdot 1,225) \cdot 29,27 \cdot 288 \log \text{nat} \frac{0,04}{0,0137} \\ = 413 \cdot \log \text{nat} 0,342 = 413 \cdot (-1,073) = -443 \text{ mkg}$$

(negativ, weil Arbeit aufzuwenden).

Sollen in jeder Sekunde 40 l in der angegebenen Weise verdichtet werden, so ist dazu eine Leistung von

$$N = \frac{L}{75} = \frac{443}{75} = 5,9 \text{ PS}$$

erforderlich, da, wie später (Prozeß des Luftkompressors) bewiesen wird, bei isothermischer Verdichtung die Ansaugarbeit gleich der Ausschubarbeit ist, also die Arbeit bei einem Hin- und Hergang gleich der reinen Verdichtungsarbeit ist.

$$\text{c) } Q = A L = \frac{1}{427} \cdot 443 = 1,04 \text{ WE}$$

(durch Kühlwasser abzuführen).

- Zustandsänderung ohne Zu- und Abführung von Wärme.

Setzt man mit Bezug auf Abb. 10 in der allgemeinen Differentialgleichung:

$$dQ = \frac{c_v}{R} (k p dv + v dp)$$

$$dQ = 0,$$

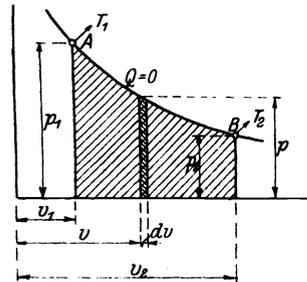


Abb. 10.

<sup>1)</sup> Weil in der obigen Gleichung für  $Q$  das Verhältnis  $\frac{v_2}{v_1}$  vorkommt, brauchen die Volumina nicht auf die spezifischen Volumina umgerechnet zu werden.



Man trägt nach Abb. 11 an die Abszissenachse den Winkel  $\alpha_1$  und an die Ordinatenachse den Winkel  $\alpha_2$  an, die der Gleichung genügen:

$$1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = (1 + \operatorname{tg} \alpha_1)^k ;$$

d. h.  $\alpha_1$  wird beliebig gewählt und  $\alpha_2$  aus dieser Gleichung berechnet. Zweckmäßig wählt man

$$\alpha_1 = 18^\circ 25' \quad \text{und} \quad \alpha_2 = 26^\circ 30',$$

dann wird

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1}{3} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1}{2}.$$

Man macht hiernach z. B.  $Oa = 90$  mm;  $ab = 30$  mm,  $Oc = 90$  mm;  $cd = 45$  mm; zieht durch den gegebenen Anfangspunkt  $A$  die Wage-rechte  $Ae$  und die Senkrechte  $Agh$ , ferner unter  $45^\circ$  die Geraden  $ef$  und  $hi$ , durch  $f$  eine Wagerechte und durch  $i$  eine Senkrechte; dann ist der Schnittpunkt  $B$  ein Punkt der gesuchten Adiabate, deren Konstruktion von  $B$  aus in derselben Weise fortgesetzt wird.

**Beweis:** Es ist

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{gh}{Og} = \frac{gi}{Og} = \frac{v - v_1}{v_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{kf}{Ok} = \frac{ke}{Ok} = \frac{p_1 - p}{p} ;$$

berechnet man hieraus die Werte für  $v_1$  und  $p_1$  und setzt man sie in die Adia-batengleichung

$$p v^k = p_1 v_1^k$$

ein, so muß sich eine identische Gleichung ergeben; es folgt aus der ersten Gleichung:

$$v_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = v - v_1;$$

hieraus

$$v_1 = \frac{v}{1 + \operatorname{tg} \alpha_1}$$

ferner aus der zweiten Gleichung:

$$p \operatorname{tg} \alpha_2 = p_1 - p;$$

hieraus

$$p_1 = p(1 + \operatorname{tg} \alpha_2).$$

Beide Werte in die Adiabatangleichung eingesetzt:

$$p v^k = p(1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{v^k}{(1 + \operatorname{tg} \alpha_1)^k}.$$

Diese Gleichung kann nur identisch sein, wenn die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  so gewählt werden, daß sie der Gleichung

$$1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = (1 + \operatorname{tg} \alpha_1)^k$$

genügen.

Die Kurve muß sehr genau gezeichnet werden, da sich jeder Zeichnungsfehler auf sämtliche folgenden Punkte überträgt. Dieser Nachteil wird vermieden, wenn man die Kurve nach der Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

punktweise aufträgt: Gegeben ist  $p_1$  und  $v_1$ , die verschiedenen Werte von  $v_2$  werden beliebig angenommen, die zugehörigen Werte von  $p_2$  werden berechnet nach

$$p_2 = \frac{p_1 v_1^k}{v_2^k};$$

Dabei können  $p_1$ ,  $v_1$  und  $v_2$  in mm eingesetzt werden.

Durch Umformung der I. Poissonschen Gleichung entstehen zwei weitere Gleichungen, von denen die eine die Beziehung zwischen Volumen und Temperatur, die zweite die Beziehung zwischen Druck und Temperatur darstellt.

**II. Poissonsche Gleichung:** Die erste Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

läßt sich auch schreiben:

$$p_1 v_1 v_1^{k-1} = p_2 v_2 \cdot v_2^{k-1};$$

setzt man die Werte

$$p_1 v_1 = R \cdot T_1$$

und

$$p_2 v_2 = R \cdot T_2$$

aus der allgemeinen Zustandsgleichung ein, so ergibt sich

$$R \cdot T_1 v_1^{k-1} = R \cdot T_2 v_2^{k-1}$$

oder

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

**III. Poissonsche Gleichung:** Die erste Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

wird auf beiden Seiten mit  $\frac{k-1}{k}$  potenziert:

$$p_1^{\frac{k-1}{k}} v_1^{k-1} = p_2^{\frac{k-1}{k}} v_2^{k-1}$$

oder

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1}$$

nach der II. Gleichung ist aber

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1};$$

also

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Die geleistete **Arbeit**  $L$  ist gleich dem Inhalt der zwischen  $v_1$  und  $v_2$  eingeschlossenen **Diagrammfläche** (Abb. 10) und muß, da von außen Wärme weder aufgenommen noch abgegeben wird, gleich dem Äquivalent der **Wärmemenge** sein, die der Temperaturänderung ( $T_1 - T_2$ ) entspricht.

Es ist

$$\begin{aligned} L &= \int_{v_1}^{v_2} p \, dv = \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^k v^{-k} \, dv \\ &= p_1 v_1^k \frac{1}{1-k} (v_2^{1-k} - v_1^{1-k}); \end{aligned}$$

hierin wird

$$\frac{1}{1-k} = \frac{c_v}{c_v - k c_p} = \frac{c_v}{c_p - c_v};$$

nach S. 13 ist aber

$$c_p - c_v = A R;$$

also

$$\frac{1}{1-k} = -\frac{c_v}{A R};$$

wird oben eingesetzt:

$$\begin{aligned} L &= p_1 v_1^k \frac{c_v}{A R} (v_1^{1-k} - v_2^{1-k}) \\ &= \frac{p_1 v_1}{R} \cdot \frac{v_1^{k-1} \cdot c_v}{A} \left( v_1^{1-k} - \frac{1}{v_2^{k-1}} \right) \\ &= T_1 \frac{c_v}{A} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \\ &= T_1 \frac{c_v}{A} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \end{aligned}$$

oder

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2).$$

**Beispiel:** In der Dieselmachine von den im Beispiel S. 23 angegebenen Abmessungen soll Luft von 1 at abs. und 15° C adiabatisch<sup>1)</sup> auf 35 at abs. verdichtet werden. Wie groß muß der Verdichtungsraum sein, wie hoch wird die Temperatur bei der Totlage des Kolbens und wie groß ist die Verdichtungsarbeit?

Der Kolbenwegraum ist

$$\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot s = \frac{2,5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4,0 = 19,6 \text{ cdm} = 0,0196 \text{ cbm.}$$

Demnach ist mit Berücksichtigung des Verdichtungsraumes  $v_2$  das Anfangsvolumen  $v_1 = 0,0196 + v_2$

und das

$$\text{Endvolumen} = v_2.$$

Nach der I. Poissonschen Gleichung<sup>2)</sup>

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

ist

$$1 \cdot (0,0196 + v_2)^{1,41} = 35 \cdot v_2^{1,41}$$

oder

$$0,0196 + v_2 = 35^{\frac{1}{1,41}} \cdot v_2;$$

hieraus

$$v_2 = \frac{0,0196}{35^{\frac{1}{1,41}} - 1} = 0,00171 \text{ cbm.}$$

Der Verdichtungsraum beträgt also

$$\frac{0,00171}{0,0196} \cdot 100 = 8,7\%$$

des Kolbenweges.

Das Anfangsvolumen wird also

$$v_1 = 0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm}$$

bei 15° C; demnach das Luftgewicht

$$G = 0,0213 \cdot 1,198 = 0,0256 \text{ kg.}$$

Nach der III. Poissonschen Gleichung ergibt sich die Temperatur  $T_2$  bei der Totlage des Kolbens aus:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2}$$

<sup>1)</sup> Die Verdichtung erfolgt in Wirklichkeit nicht streng adiabatisch wegen des Wärmeaustausches von Zylinderinhalt und Wandungen, die einerseits durch die vorangegangene Verbrennung erhitzt, andererseits durch den Wassermantel gekühlt werden.

<sup>2)</sup>  $v_0$  und  $v_2$  können hier ebenfalls nur in cbm, und brauchen nicht in cbm/kg eingesetzt werden, weil in der Gleichung das Verhältnis  $\frac{v_1}{v_2}$  enthalten ist (s. S. 27).

zu

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = (273 + 15) \left(\frac{35}{1}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 818^\circ \text{ abs.}$$

oder

$$t_2 = 545^\circ \text{ C.}$$

Die Verdichtungsarbeit wird für  $G$  kg Luft

$$L = G \cdot \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = 0,0256 \cdot \frac{0,170}{1} (288 - 818) = -985 \text{ mkg}$$

für jeden Verdichtungshub, oder auf 1 Sekunde umgerechnet:

$$N_k = \frac{L \cdot n}{60 \cdot 75} = \frac{985 \cdot 90}{60 \cdot 75} = 19,7 \text{ PS.}$$

## f) Polytropische Zustandsänderung.

Setzt man in die Adiabatengleichung statt  $k = \frac{c_p}{c_v}$  einen allgemeinen Exponenten  $n$  ein, so erhält man die Gleichung der polytropischen Kurve

$$p \cdot v^n = \text{konst.}$$

Bei der polytropischen Zustandsänderung wird dem arbeitenden Gas Wärme zugeführt oder entzogen, wobei es nicht nur Arbeit leistet oder aufnimmt, sondern auch seine Temperatur ändert. Für die Beziehungen zwischen Druck, Volumen und Temperatur gelten ähnlich wie früher die Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \\ \text{II.} \quad & \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \frac{T_2}{T_1} \\ \text{III.} \quad & \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned}$$

Die Fläche der durch  $v_1$  und  $v_2$  begrenzten Kurve, also die von 1 kg Gas geleistete Arbeit  $L$  ist identisch mit der S. 42 berechneten Verdichtungsarbeit  $L_1$ , also

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Während bei der adiabatischen  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Expansion} \\ \text{Kompression} \end{array} \right\}$  der Wärmeinhalt um das Äquivalent der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleisteten} \\ \text{aufgewendeten} \end{array} \right\}$  Arbeit  $\left\{ \begin{array}{l} \text{abnimmt} \\ \text{zunimmt} \end{array} \right\}$ , ist hier Wärme  $\left\{ \begin{array}{l} \text{zuzuführen} \\ \text{abzuführen} \end{array} \right\}$ , wenn die  $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleistete} \\ \text{aufgewendete} \end{array} \right\}$  Arbeit größer ist als das Äquivalent der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abnahme} \\ \text{Zunahme} \end{array} \right\}$  des Wärmeinhaltes. Bei der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Expansion} \\ \text{Kompression} \end{array} \right\}$  ist das Äquivalent der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleisteten} \\ \text{aufgewendeten} \end{array} \right\}$  Arbeit gleich der  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abnahme} \\ \text{Zunahme} \end{array} \right\}$  des Wärmeinhaltes  $\left\{ \begin{array}{l} + \text{ der zugeführten} \\ - \text{ der abgeführten} \end{array} \right\}$  Wärme; also mit Beziehung auf S. 26

$$A \cdot L = c_v (T_1 - T_2) + Q;$$

hieraus

$$Q = AL - c_v (T_1 - T_2).$$

**Beispiel:** 1 kg Luft von 10 at abs. und 20° C expandiere auf 1 at abs. Wie groß wird die Endtemperatur, die geleistete Arbeit  $L$  und die zuzuführende Wärmemenge  $Q$  bei

- a) isothermischer,
- b) adiabatischer,
- c) polytropischer (z. B.  $n = 1,2$ )

**Expansion?**

- a) Isothermisch:  $p_1 = 10 \text{ at abs.} = 100\,000 \text{ kg/qm}$   
 $p_2 = 1 \text{ ,, ,,} = 10\,000 \text{ ,,}$   
 $T_1 = T_2 = T = 273 + 20 = 293^\circ \text{ abs.}$

$v_2 = \text{spez. Volumen bei 1 at abs. und } 20^\circ \text{ C folgt aus}$

$$p_2 v_2 = R \cdot T$$

zu

$$v_2 = \frac{R \cdot T}{p_2} = \frac{29,27 \cdot 293}{10\,000} = 0,875 \text{ cbm/kg}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T}{p_1} = \frac{29,27 \cdot 293}{100\,000} = 0,0857 \text{ cbm/kg.}$$

**Expansionsarbeit**

$$L = R \cdot T \cdot \log \text{ nat } \frac{v_2}{v_1} = 29,27 \cdot 293 \log \text{ nat } \frac{0,857}{0,0857} = 19\,900 \text{ mkg.}$$

**Zuzuführende Wärmemenge**

$$Q = AL = \frac{19\,900}{427} = 46,6 \text{ WE.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) Adiabatisch: } p_1 = 10 \text{ at abs.} = 100\,000 \text{ kg/qm} \\ p_2 = 1 \text{ ,, ,,} = 10\,000 \text{ ,,} \\ v_1 = 0,0857 \text{ cbm/kg} \\ T_1 = 293^\circ \text{ abs.} \end{array} \right\} \text{ wie oben.}$$

$v_2$  folgt aus

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

zu

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,0857 \left( \frac{10}{1} \right)^{\frac{1}{1,41}} = 0,440 \text{ cbm/kg.}$$

Endtemperatur  $T_2$  folgt aus

$$\left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2}$$

zu

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 293 \left( \frac{1}{10} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 150^\circ \text{ abs. oder } t_2 = -123^\circ \text{ C.}$$

Expansionsarbeit

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{0,170}{427} (293 - 150) = 10\,400 \text{ mkg.}$$

Zuzuführende Wärmemenge  $Q = 0$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) Polytropisch: } p_1 = 10 \text{ at abs.} = 100\,000 \text{ kg/qm} \\ p_2 = 1 \text{ ,, ,,} = 10\,000 \text{ ,,} \\ v_1 = 0,0857 \text{ cbm/kg} \\ T_1 = 293^\circ \text{ abs.} \end{array} \right\} \text{ wie oben.}$$

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,0857 \left( \frac{10}{1} \right)^{\frac{1}{1,2}} = 0,584 \text{ cbm/kg}$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \left( \frac{1}{10} \right)^{\frac{1,2-1}{1,2}} = 200^\circ \text{ abs. oder } t_2 = -73^\circ \text{ C}$$

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{1}{1,2-1} (100\,000 \cdot 0,0857 - 10\,000 \cdot 0,584) = 13\,650 \text{ mkg}$$

$$Q = A \cdot L - c_v (T_1 - T_2) = \frac{1}{427} \cdot 13\,650 - 0,170 (293 - 200) = 16,2 \text{ WE.}$$

Aus der Gleichung der Polytrope lassen sich durch Einsetzung verschiedener Werte des Exponenten  $n$  die Gleichungen für alle behandelten Zustandsänderungen ableiten.

$$\begin{array}{ll} \text{Für } n = \pm \infty & \text{wird } v = \text{konst.: Isochore,} \\ \text{,, } n = 0 & \text{,, } p = \text{konst.: Isobare,} \\ \text{,, } n = 1 & \text{,, } p v = \text{konst.: Isotherme,} \\ \text{,, } n = k & \text{,, } p v^k = \text{konst.: Adiabate.} \end{array}$$

Ferner kann man nach Abb. 12 aus der Gleichung der Polytrope für jede durch Indikatorgramm gegebene Expansions- oder Kompressionslinie den Exponenten  $n$  zwischen 2 Punkten  $A$  und  $B$  berechnen und durch Vergleich mit den angegebenen Werten den Charakter der Kurve feststellen. Es ist

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n;$$

oder 
$$\log p_1 + n \log v_1 = \log p_2 + n \log v_2;$$

hieraus

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1}.$$

Einen guten Überblick über alle möglichen Zustandsänderungen eines Gases, dessen Anfangszustand durch  $p_1, v_1$  und  $T_1$  gekennzeichnet ist, gibt Abb. 13: Der Anfangszustand entspricht dem Punkt  $O$ ;

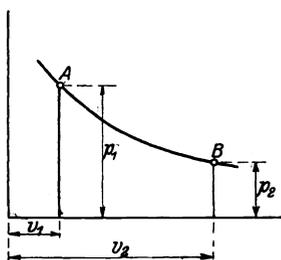


Abb. 12.

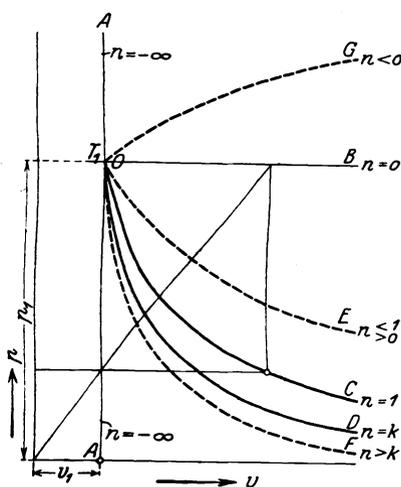


Abb. 13.

- |              |                        |                               |             |               |
|--------------|------------------------|-------------------------------|-------------|---------------|
| für $OA$ ist | $n = +\infty$ ,        | $v = \text{konst.}$ ,         | $T_2 < T_1$ | } Isochore;   |
| „ $OA'$ „    | $n = -\infty$ ,        | $v = \text{konst.}$ ,         | $T_2 > T_1$ |               |
| „ $OB$ „     | $n = 0$ ,              | $p = \text{konst.}$ ,         | $T_2 > T_1$ | } Isobare;    |
| „ $OC$ „     | $n = 1$ ,              | $p \cdot v = \text{konst.}$ , | $T_2 = T_1$ | } Isotherme;  |
| „ $OD$ „     | $n = k$ ,              | $p v^k = \text{konst.}$ ,     | $T_2 < T_1$ | } Adiabate;   |
| „ $OE$ „     | $n \leq \frac{1}{0}$ , | $p v^n = \text{konst.}$ ,     | $T_2 > T_1$ | } Polytropen. |
| „ $OF$ „     | $n > k$ ,              | $p v^n = \text{konst.}$ ,     | $T_2 < T_1$ |               |
| „ $OG$ „     | $n < \sigma$ ,         | $p v^n = \text{konst.}$ ,     | $T_2 > T_1$ |               |

Demnach können alle Kurven für Zustandsänderungen als Polytropen aufgefaßt werden, deren Exponenten  $n$  zwischen  $+\infty$  und  $-\infty$  liegen.

$OB$  ist die Grenzlinie zwischen  $n \geq 0$  und  $p_2 \geq p_1$ ,  
 $OC$  „ „ „ „  $n \geq 1$  „  $T_2 \geq T_1$ ,  
 $OD$  „ „ „ „  $n \geq k$  „  $Q \geq 0$ ;

d. h. bei allen oberhalb  $OC$  verlaufenden Zustandsänderungen ist die Expansions-Endtemperatur  $T_2 > T_1$ , unterhalb  $T_2 < T_1$ ; bei allen oberhalb  $OD$  verlaufenden Zustandsänderungen ist bei Expansion Wärme zuzuführen; unterhalb  $OD$  abzuführen.

### 6. Kreisprozesse.

Unter einem Kreisprozeß versteht man eine Reihe von Zustandsänderungen, die ein Gas durchläuft, um wieder in seinen Anfangszustand zurückzukehren. Das Gas habe in I (Abb. 14) den durch  $p_1 v_1 T_1$  bestimmten Zustand, gehe in Pfeilrichtung über  $x$  unter Wärmeaufnahme  $Q_1$  in den durch  $p_2 v_2 T_2$  bestimmten Zustand II über und kehre über  $y$  unter Wärmeabgabe  $Q_2$  in seinen Anfangszustand I zurück.

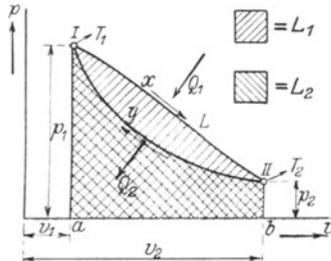


Abb. 14.

I bis II: Das Gas dehnt sich von  $v_1$  auf  $v_2$  aus, die Wärmemenge  $Q_1$  wird zugeführt, der Druck sinkt von  $p_1$  auf  $p_2$ , die Temperatur steigt von  $T_1$  auf  $T_2$ , die geleistete Arbeit  $L_1$  entspricht der schraffierten Fläche  $I x II b a$ .

Die zugeführte Wärmemenge  $Q_1$  wird verwendet, um

- a) die Temperatur des Gases von  $T_1$  auf  $T_2$  zu erhöhen, also der Teil  $c_v (T_2 - T_1)^1$ ;
- b) die Arbeit  $L_1$  zu leisten, also das Äquivalent  $AL_1$ .

Folglich ist  $Q_1 = c_v (T_2 - T_1) + AL_1$ .

II bis I: Das Gas wird verdichtet und kehrt in seinen Anfangszustand zurück, wobei die Arbeit  $L_2$  aufzuwenden und die Wärmemenge  $Q_2$  zu entziehen ist; es wird ähnlich wie bei der Expansion:

$$Q_2 = c_v (T_2 - T_1) + AL_2.$$

Aus beiden Gleichungen ergibt sich:

$$Q = Q_1 - Q_2 = A(L_1 - L_2) = AL$$

oder

$$L = \frac{Q}{A};$$

<sup>1)</sup>  $c_v$  deshalb, weil man sich zuerst die Temperaturerhöhung und dann die Ausdehnung vorgenommen denken kann; genauer Beweis S. 19.

d. h. die geleistete Arbeit ist das Äquivalent der Differenz der zu- und abgeführten Wärmemengen.

Es ist also nicht möglich, die ganze zugeführte Wärmemenge  $Q$  in Arbeit umzusetzen. Der Quotient

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{oder} \quad \eta_{th} = \frac{AL}{Q_1},$$

d. h. das Verhältnis der in Arbeit verwandelten Wärme zur aufgewandten Wärme, oder das Verhältnis des Wärmeäquivalentes der geleisteten Arbeit zur aufgewandten Wärme

heißt **thermischer Wirkungsgrad.**

**Beispiel:** Eine Leuchtgasmaschine verbrauche für 1 PS<sub>1</sub>-Std. 0,52 cbm Gas von 5000 WE/cbm Heizwert. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad? Zunächst ist das einer Stundenleistung von 1 PS<sub>1</sub> entsprechende Wärmeäquivalent zu berechnen.

$$1 \text{ mkg/sek} = \frac{1}{427} \text{ WE/sek.}$$

$$1 \text{ mkg/Std.} = \frac{3600}{427} \text{ WE/Std.}$$

$$1 \text{ PS-Std.} = \frac{75 \cdot 3600}{427} = 632 \text{ WE;}$$

also für 1 PS<sub>1</sub> nutzbar gemacht: 632 WE,  
für 1 PS<sub>1</sub> aufgewendet: 0,52 · 5000 WE,

folglich 
$$\eta_{th} = \frac{632}{0,52 \cdot 5000} = 0,243 = 24,3\%.$$

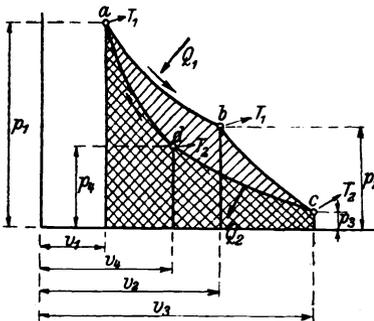


Abb. 15.

Die Begrenzungslinien des Diagrammes eines Kreisprozesses können aus den behandelten Zustandskurven beliebig gewählt werden. Von den dadurch entstehenden Kreisprozessen hat den größten thermischen Wirkungsgrad der

**Carnotsche Kreisprozeß,**

der zwischen zwei Isothermen und zwei Adiabaten verläuft. In Abb. 15 bedeutet

$a-b$ : Isothermische } Expansion  
 $b-c$ : Adiabatische }  
 $c-d$ : Isothermische } Kompression  
 $d-a$ : Adiabatische }

|                     |                      |               |
|---------------------|----------------------|---------------|
| Zustand in <i>a</i> | gekennzeichnet durch | $p_1 v_1 T_1$ |
| „ „ <i>b</i>        | „ „                  | $p_2 v_2 T_1$ |
| „ „ <i>c</i>        | „ „                  | $p_3 v_3 T_2$ |
| „ „ <i>d</i>        | „ „                  | $p_4 v_4 T_2$ |

Während der Änderung *a—b* wird die Wärme  $Q_1$  zugeführt, während der Änderung *c—d* wird die Wärme  $Q_2$  abgeführt. Für die einzelnen Zustandsänderungen gelten folgende Gleichungen:

1. Bei *a—b* wird nach S. 26 zugeführt die Wärmemenge

$$Q_1 = ART_1 \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1}.$$

2. Für *b—c* ist nach der II. Poissonschen Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^{k-1}.$$

3. Bei *c—d* wird abgeführt die Wärmemenge

$$Q_2 = ART_2 \log \text{nat} \frac{v_3}{v_4}.$$

4. Für *d—a* ist wie bei 2.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{v_4}{v_1} \right)^{k-1}.$$

Aus 2. und 4. geht hervor, daß

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{v_4}{v_1} \text{ ist.}$$

Durch Division der Gleichungen 1. und 3. ergibt sich dann

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Nun war der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Es wird

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

eingesetzt:

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

**Beispiel** für einen Carnotschen Kreisprozeß zwischen  $t_2 = 0^\circ$  und  $t_0 = 1000^\circ \text{C}$ ; es wird

$$\eta_{\text{th}} = \frac{1273 - 273}{1273} = 0,79.$$

Die Betrachtung der Kreisprozesse führt zu folgenden Schlüssen: Wenn der Prozeß so verläuft, wie in Abb. 15 gezeichnet, dann wird der Unterschied der Wärmemengen  $Q_1 - Q_2$  in mechanische Arbeit umgesetzt. Denkt man sich den Kreisprozeß in umgekehrter Richtung durchlaufen, dann wird dem Gas unter Arbeitsaufwand die der Arbeit äquivalente Wärmemenge  $Q_1 - Q_2$  mitgeteilt. Also gelten folgende Sätze:

1. Die Umwandlung einer Wärmemenge  $Q$  in die ihr äquivalente mechanische Arbeit ist nur dann möglich, wenn gleichzeitig ein zusätzlicher Wärmebetrag  $Q_1$  aufgewandt wird, der wieder als Wärme abgeführt wird.
2. Wärme kann nur mit Aufwand von mechanischer Arbeit von einem Körper mit tieferer Temperatur auf einen Körper mit höherer Temperatur übergehen.

Diese beiden Sätze geben den sog. **II. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie** wieder.

### 7. Der Prozeß des Luftkompressors.

Das Volumen  $v_0$  mit dem Druck  $p_0$  und der Temperatur  $T_1$  wird nach Abb. 16 auf das Volumen  $v$  und den Druck  $p$  verdichtet (Linie  $a-b$ ).

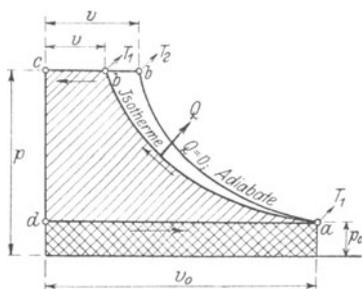


Abb. 16.

a) isothermisch bei gleichbleibender Temperatur  $T_1$  und Wärmeabfuhr  $Q$ , oder

b) adiabatisch, wobei die Temperatur auf  $T_2$  steigt und die Wärmeabfuhr  $= 0$  ist.

Hierauf öffnen sich die Druckventile und die Luft wird bei gleichbleibendem Druck  $p$  in den Windkessel gedrückt bis zur Totlage des Kolbens (Linie  $b-c$ ).

Denkt man sich den schädlichen Raum vernachlässigt, dann sinkt bei Beginn des Kolbenrückganges der Druck augenblicklich auf etwa atmosphärische Spannung  $p_0$  (Linie  $c-d$ ) und der Zylinder füllt sich mit Luft von gleichem Druck  $p_0$  (Linie  $d-a$ ).

Die Arbeitsfläche  $L$  setzt sich demnach zusammen aus der  
 Verdichtungsarbeit  $L_1$ ,  
 der Ausschubarbeit  $L_2$ ,  
 und der Ansaugarbeit  $L_3$ ;  
 also  $L = L_1 + L_2 - L_3$ .

a) Prozeß bei isothermischer Verdichtung.

$$L_1 = R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{v_0}{v} \quad (\text{S. 26}),$$

weil aber nach dem Gesetz der Isotherme

$$\frac{v_0}{v} = \frac{p}{p_0}$$

ist, so folgt

$$L_1 = R \cdot T \log \text{nat} \frac{p}{p_0}.$$

Ferner ist

$$L_2 = p v = p_0 v_0 \quad (\text{gleichbleibende Temperatur}),$$

$$L_3 = p_0 v_0;$$

also Ansaugarbeit gleich Ausschubarbeit. Da  $v_0$  das Volumen von 1 kg bedeutet, so wird die theoretische Arbeit für 1 kg Luft

$$\begin{aligned} L &= R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{p}{p_0} + p_0 v_0 - p_0 v_0, \\ &= R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{p}{p_0}; \end{aligned}$$

beim isothermischen Prozeß ist also die theoretische Arbeit für einen Hin- und Hergang gleich der theoretischen Verdichtungsarbeit.

Nach dem allgemeinen Gasgesetz ist aber

$$R \cdot T = p v;$$

also

$$L = p v \log \text{nat} \frac{p}{p_0}$$

für 1 kg.

Für  $v = 1$  cbm Luft vom Druck  $p$  berechnet sich daher die Arbeit zu

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0}.$$

Die für dieselbe Luftmenge abzuleitende Wärme  $Q$  ist das Äquivalent dieser Arbeit; also

$$Q = A p \log \text{nat} \frac{p}{p_0}.$$

b) Prozeß bei adiabatischer Verdichtung. Es ist entsprechend S. 31

$$L_1 = \frac{c_v}{A} (T_2 - T_1).$$

Nach dem allgemeinen Gasgesetz ist einzusetzen

$$T_2 = \frac{p v}{R} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{p_0 v_0}{R}.$$

Ferner ist nach S. 13

$$A \cdot R = c_p - c_v = c_v \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = c_v (k - 1).$$

Hieraus

$$c_v = \frac{A \cdot R}{k - 1}.$$

Die Werte für  $T_2$ ,  $T_1$  und  $c_v$  werden eingesetzt:

$$L_1 = \frac{R}{k - 1} \left( \frac{p v}{R} - \frac{p_0 v_0}{R} \right) = \frac{1}{k - 1} (p v - p_0 v_0).$$

Außerdem ist wie oben

$$L_2 = p v$$

$$L_3 = p_0 v_0;$$

also

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{k - 1} (p v - p_0 v_0) + p v - p_0 v_0 \\ &= \frac{1}{k - 1} \cdot (p v - p_0 v_0 + k p v - k p_0 v_0 - p v + p_0 v_0) \\ &= \frac{k}{k - 1} (p v - p_0 v_0) \end{aligned}$$

für 1 kg.

In Wirklichkeit liegt die Verdichtung zwischen der Isotherme und der Adiabate (Polytrope mit  $n = 1,2$  bis  $1,25$ ).

**Beispiel:** Wie groß sind

Anfangsvolumen  $v$ ,  
theoretische Arbeit  $L$  und  
Wärmeabfuhr  $Q$

für einen Kompressor, der stündlich 200 cbm Druckluft von 6 at abs. aus Luft von 1 at abs. und  $t_0 = 0^\circ \text{C}$  herstellen soll?

a) Bei isothermischer Verdichtung wird

$$p v = p_0 v_0;$$

also für  $v = 1$  cbm

$$v_0 = v \frac{p}{p_0} = 1 \cdot \frac{6}{1} = \mathbf{6,0 \text{ cbm.}}$$

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0} = 60\,000 \log \text{nat} \frac{6}{1} = 107\,500 \text{ mkg/cbm}$$

Druckluft; also für 200 cbm/Std. in PS

$$N = 200 \frac{107\,500}{3600 \cdot 75} = \mathbf{79,7 \text{ PS}}$$

$$Q = \frac{200 \cdot 107\,500}{427} = \mathbf{50\,400 \text{ WE/Std.}}$$

b) Bei adiabatischer Verdichtung wird für 1 kg

$$L = \frac{k}{k-1} (p v - p_0 v_0).$$

Aus dem I. Poissonschen Gesetz folgt:

$$\frac{v}{v_0} = \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{k}}$$

oder

$$v_0 = v \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}};$$

also für  $v = 1$  cbm Druckluft,

$$v_0 = 1 \cdot 6^{\frac{1}{1,41}} = \mathbf{3,57 \text{ cbm;}}$$

also für 1 cbm Druckluft

$$L = \frac{1,41}{1,41-1} (60\,000 \cdot 1 - 10\,000 \cdot 3,57) = 83\,600 \text{ mkg/cbm.}$$

Also für 200 cbm in PS

$$N = 200 \frac{83\,600}{3600 \cdot 75} = \mathbf{62,0 \text{ PS}}$$

$$Q = 0.$$

Die Luft hat jedoch höhere Temperatur angenommen: Nach dem III. Poissonschen Gesetz wird

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

hieraus für  $T_1 = 273^\circ$  abs. (entsprechend  $t_1 = 0^\circ$  C)

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 273 \cdot 6^{\frac{1,41-1}{1,4}} = 450^\circ \text{ abs.} = \mathbf{177^\circ \text{ C.}}$$

Kühlt sich diese Luft bei gleichbleibendem Volumen wieder auf  $0^\circ\text{C}$  ab, so stellt sich der Druck  $p'$  wie folgt ein:

Das Luftgewicht beträgt

$$G = v_0 \gamma = 3,57 \cdot 1,250 = 4,46 \text{ kg.}$$

Das spezifische Volumen der Druckluft wird dann

$$v' = \frac{1}{4,46} = 0,224 \text{ cbm/kg}$$

und aus der allgemeinen Zustandsgleichung

$$p' \cdot v' = R \cdot T_1$$

folgt

$$p' = \frac{R \cdot T_1}{v'} = \frac{29,27 \cdot 273}{0,224} = 36\,000 \text{ kg/qm} = 3,6 \text{ at abs.}$$

Denselben Wert hätte man nach S. 19 aus der Gleichung

$$\frac{p'}{p} = \frac{T_1}{T_2}$$

erhalten.

Zum Vergleich der Arbeitsleistungen werde jetzt dieselbe anfängliche Luftmenge ( $v_0 = 6,0 \text{ cbm}$ ,  $p_0 = 1 \text{ at abs.}$ ,  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ) isothermisch auf  $p = 3,6 \text{ at abs.}$  verdichtet; dann wird

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0} = 36\,000 \log \text{nat} \frac{3,6}{1} = 47\,000 \text{ mkg/cbm}$$

$$N = 200 \frac{47\,000}{3600 \cdot 75} = 34,9 \text{ PS}$$

$$Q = \frac{200 \cdot 47\,000}{427} = 22\,000 \text{ WE/Std.}$$

Zur Erreichung desselben Enddruckes für kaltes Gas ist also bei isothermischer Verdichtung eine kleinere Arbeitsleistung notwendig als bei adiabatischer. Dies läßt sich bei niederen Enddrücken

durch reichliche Kühlung, bei höheren Enddrücken durch zwei- oder dreistufige Verdichtung mit Zwischenkühlung erreichen. Die Luftpumpen der Dieselmotoren arbeiten nach dem letzteren Grundsatz.

## 8. Der Prozeß der Verpuffungsmaschine.

Es werde hier der Viertaktprozeß betrachtet, dessen theoretisches Diagramm in Abb. 17 wiedergegeben ist.

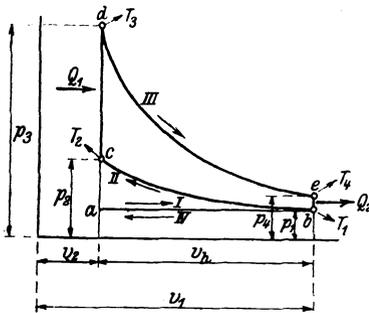


Abb. 17.

- I. Hub  $a-b$ : Ansaugen eines Gemisches von Gas und Luft.
- II. Hub  $b-c$ : Adiabatische Kompression vom Zustand  $p_1 v_1 T_1$  auf den Zustand  $p_2 v_2 T_2$ .
- III. Hub. 1.  $c-d$ : Zuführung der Wärmemenge  $Q_1$  bei konstantem Volumen durch innere Verbrennung; dadurch plötzliche Überführung in den Zustand  $p_3 v_2 T_3$ .  
 2.  $d-e$ : Adiabatische Expansion vom Zustand  $p_3 v_2 T_3$  auf den Zustand  $p_4 v_1 T_4$ .
- IV. Hub. 1.  $e-b$ : Durch Entspannung gibt das Gas die Wärmemenge  $Q_2$  ab.  
 2.  $b-a$ : Ausströmen.

Nach dem folgenden Ansaugen ist bei  $b$  wieder der Zustand  $p_1 v_1 T_1$  vorhanden.

Die Wärmeabgabe bei  $e-b$  kann theoretisch als Wärmeentziehung bei konstantem Volumen behandelt und der Prozeß mit Weglassung des Ansauge- und des Ausströmhubes als ein Kreisprozeß zwischen zwei Adiabaten und zwei Isochoren betrachtet werden.

Mit dieser Voraussetzung können nach den bisherigen Entwicklungen berechnet werden

- a) der theoretische thermische Wirkungsgrad,
- b) die Vorgänge beim Kompressionshub,
- c) „ „ „ Expansionshub.

a) Der theoretische thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Ist das Gewicht des arbeitenden Gemisches =  $G$ , dann ist

$$\begin{aligned} Q_1 &= G \cdot c_v (T_3 - T_2) \quad \text{und} \quad Q_2 = G c_v (T_4 - T_1); \\ \text{also} \quad Q_1 - Q_2 &= G c_v (T_3 - T_2 - T_4 + T_1) \\ &= G c_v \left[ T_3 \left( 1 - \frac{T_4}{T_3} \right) - T_2 \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Nach dem III. Poissonschen Gesetz ist aber

$$\begin{aligned} \frac{T_4}{T_3} &= \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \\ \text{und} \quad \frac{T_1}{T_2} &= \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \\ \text{also} \quad \frac{T_4}{T_3} &= \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned}$$

Folglich wird

$$Q_1 - Q_2 = G c_v (T_3 - T_2) \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right);$$

nach der ersten Gleichung ist aber

$$G c_v (T_3 - T_2) = Q_1;$$

also

$$Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

oder

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2};$$

ferner ist nach S. 38

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \eta_{\text{th}}$$

und nach dem III. Poissonschen Gesetz

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}};$$

also

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}};$$

d. h. der theoretische thermische Wirkungsgrad hängt nur vom Verdichtungsverhältnis  $p_1 : p_2$  ab und ist um so größer, je höher der Kompressionsenddruck ist. Letzterer hat seine Grenze durch die Möglichkeit einer Selbstentzündung durch die Kompressionswärme.

b) Der Verdichtungs- oder Kompressionshub. Nach der I. Poissonschen Gleichung ist

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \quad \text{oder} \quad v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}.$$

Setzt man das Kolbenwegvolumen =  $v_h$ , dann ist  $v_1 = v_2 + v_h$ , dann wird

$$v_2 = (v_2 + v_h) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}};$$

hieraus

$$v_2 = \frac{v_h \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}}{1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}} = \frac{v_h}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} - 1}.$$

Danach kann man für eine durch ihre Zylinder-Abmessungen gegebene Maschine für ein bestimmtes Kompressionsverhältnis  $\frac{p_2}{p_1}$  die theoretisch notwendige Größe des Verdichtungsraumes berechnen.

Ferner ist nach der III. Poissonschen Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Hieraus theoretische Endtemperatur

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

c) Die Zündung und der Arbeitshub. Ist  $M$  die in 1 kg des Gemisches enthaltene Gasmenge in cbm bei  $0^\circ$  und  $760^\circ$  mm und  $H$  der Heizwert des Gases in WE/cbm, dann ist die bei der Verbrennung entwickelte Wärme

$$Q_1 = M \cdot H$$

oder mit Bezug auf Abb. 17 (Wärmezufuhr bei konstantem Volumen)

$$Q_1 = G c_v (T_3 - T_2);$$

also auch

$$MH = G c_v (T_3 - T_2).$$

Hieraus theoretische Höchsttemperatur  $T_3 = T_2 + \frac{MH}{c_v G}$ .

Der Höchstdruck  $p_3$  wird nach S. 19 aus der Gleichung für die Zustandsänderung bei konstantem Volumen berechnet; also

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2}.$$

Expansions-Endtemperatur  $T_4$  und -Enddruck  $p_4$  werden für Punkt  $e$  aus den Adiabatangleichungen bestimmt; also

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1};$$

hieraus

$$T_4 = T_3 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1};$$

und aus

$$\frac{p_3}{p_4} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

folgt

$$p_4 = p_3 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k.$$

Die in den Auspuffgasen enthaltene Wärmemenge ist

$$Q_2 = G c_v (T_4 - T_1).$$

Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß die spezifische Wärme und der Wert  $k$  für Gase bei höheren Temperaturen von den für  $0^\circ$  gültigen Werten abweicht. In den Beispielen soll jedoch diese Abweichung unberücksichtigt bleiben.

**Beispiel:** Für das S. 20 behandelte Beispiel einer Leuchtgasmaschine von

$D = 250$  mm Zylinderdurchmesser

$s = 400$  mm Kolbenhub

$n = 180$  minutlichen Umdrehungen

ist zu berechnen:

1. das Anfangsvolumen  $v_1$  für  $p_1 = 1$  at abs. und  $t_1 = 0^\circ \text{C}$ ,
2. das Endvolumen  $v_2$  in cbm und % des Kolbenwegraumes für das Verdichtungsverhältnis  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{8}$ , d. h. der Verdichtungsraum,
3. der theoretische thermische Wirkungsgrad  $\eta_{\text{th}}$ ,
4. die Kompressions-Endtemperatur  $T_2$ ,
5. die bei jeder Verbrennung zugeführte Wärmemenge  $Q_1$  ohne Einschluß des Kompressionsraumes,
6. die Endtemperatur  $T_3$  der Verbrennung,
7. der Enddruck  $p_3$  der Verbrennung,
8. die Expansions-Endtemperatur  $T_4$ ,
9. der Expansions-Enddruck  $p_4$ ,
10. die in den Auspuffgasen bei jedem Arbeitsspiel abgeführte Wärmemenge  $Q_2$ .

$$1. \text{ und } 2.: v_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s + v_2 = v_h + v_2 = 0,0196 + v_2$$

$$v_2 = \frac{v_h}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} - 1} = \frac{0,0196}{8^{\frac{1}{1,41}} - 1} = 0,0058 \text{ cbm}$$

oder in % des Kolbenwegraumes

$$v_2 \% = \frac{0,0058}{0,0196} \cdot 100 = 29,6 \%$$

$$v_1 = 0,0196 + 0,0058 = 0,0254 \text{ cbm}.$$

$$3. \eta_{th} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 0,46.$$

$$4. T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 273 \cdot 8^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 510^\circ \text{ abs. oder } t_2 = 237^\circ \text{ C.}$$

$$5. Q_1 = M \cdot H = \frac{1}{8} v_k \cdot H = \frac{1}{8} \cdot 0,0196 \cdot 5000 = 12,25 \text{ WE.}$$

$$6. T_3 = T_2 + \frac{M \cdot H}{c_v \cdot G} = 510 + \frac{12,25}{0,186 \cdot 0,0301} = 2698^\circ \text{ abs.}$$

oder  $t_3 = 2425^\circ \text{ C.}$

$$7. p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 8 \frac{2698}{510} = 42,3 \text{ at abs.}$$

$$8. T_4 = T_3 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = 2698 \cdot \left(\frac{0,0058}{0,0254}\right)^{1,41-1} = 1486^\circ \text{ abs.}$$

oder  $t_4 = 1207^\circ \text{ C.}$

$$9. p_4 = p_3 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k = 42,3 \left(\frac{0,0058}{0,0254}\right)^{1,41} = 5,3 \text{ at abs.}$$

$$10. Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1) = 0,0301 \cdot 0,186 (1480 - 273) = 6,72 \text{ WE.}$$

Probe für den thermischen Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{12,25 - 6,72}{12,25} = 0,45.$$

Die in Wirklichkeit zu erzielenden Werte weichen von den berechneten natürlich ab, hauptsächlich wegen des Wärmeaustausches mit den Zylinderwandungen, des im Verdichtungsraum zurückbleibenden Gasrestes, unvollkommener Verbrennung usw.

### 9. Der Prozeß der Dieselschen Gleichdruckmaschine.

Das theoretische Diagramm der Viertaktmaschine zeigt Abb. 18.

I. Hub  $a-b$ : Ansaugen von Luft.

II. Hub  $b-c$ : Adiabatische Kompression vom Zustand  $p_1 v_1 T_1$  auf den Zustand  $p_2 v_2 T_2$ . Dadurch steigt  $T_2$

so hoch, daß der hierauf von der Totlage an fein zerstäubt eingespritzte flüssige Brennstoff sich von selbst entzündet.

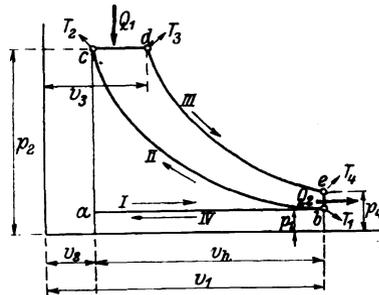


Abb. 18.

III. Hub. 1.  $c-d$ : Verbrennung, also Wärmezufuhr, bei gleichbleibendem Druck  $p_2$ , während Volumen und Temperatur auf  $v_3$  bzw.  $T_3$  zunehmen.

2.  $d-e$ : Adiabatische Expansion vom Zustand  $p_2 v_3 T_3$  auf den Zustand  $v_1 p_4 T_4$ .

IV. Hub. 1.  $e-b$ : Durch Entspannung gibt das Gas die Wärmemenge  $Q_2$  ab.

2.  $b-a$ : Ausströmen. Bei  $b$  ist wieder der Zustand  $p_1 v_1 T_1$  vorhanden. Der Prozeß kann ebenso wie der Prozeß der Verpuffungsmaschine als Kreisprozeß behandelt werden.

a) Der thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1};$$

ferner

$$Q_1 = G \cdot c_p (T_3 - T_2):$$

Zustandsänderung bei konstantem Druck (Linie  $cd$ );

$$Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1):$$

Zustandsänderung bei konstantem Volumen (Linie  $eb$ ).

Also

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{G c_v (T_4 - T_1)}{G c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}.$$

Ferner ist

1. für die Gleichdrucklinie  $cd$ :  $\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2},$

2. für die Kompressionsadiabate:  $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1},$

3. für die Expansionsadiabate:  $\left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1} = \frac{T_4}{T_3}.$

Durch Multiplikation dieser drei Gleichungen entsteht:

$$\frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_4}{T_3} = \frac{v_3}{v_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1}$$

oder

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{v_3^k \cdot v_1^{k-1}}{v_2^k \cdot v_1^{k-1}} = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k.$$

Nach der ersten Gleichung ist aber

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2};$$

also auch

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k.$$

Dieser Wert für  $\frac{T_4}{T_1}$  wird in die letzte Gleichung für  $\eta_{th}$  eingesetzt:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \frac{\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \frac{\left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1}.$$

Nach der III. Poissonschen Gleichung ist

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

wird eingesetzt:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{\left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1}.$$

Der Vergleich mit der entsprechenden Formel des Verpuffungsprozesses zeigt, daß beim Dieselprozeß  $\eta_{th}$  nicht nur vom Kompressionsverhältnis  $\frac{p_1}{p_2}$ , sondern auch vom Füllungsverhältnis  $\frac{v_3}{v_2}$  abhängt.

b) Die Berechnungen beim Verdichtungshub sind ebenso wie beim Verpuffungsprozeß.

c) Der Arbeitshub. Für die Gleichdrucklinie wird

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2}.$$

Hieraus bei gegebenem  $v_3$

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2}$$

$$Q_1 = G c_p (T_3 - T_2).$$

Ferner wie beim Verpuffungsprozeß

$$p_4 = p_2 \left( \frac{v_3}{v_1} \right)^k$$

und

$$T_4 = T_3 \left( \frac{v_3}{v_1} \right)^{k-1}$$

sowie

$$Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1^i) .$$

**Beispiel:** Für die Dieselmachine des Beispiels S. 23 mit

$D = 250$  mm Zylinderdurchmesser

$s = 400$  mm Kolbenhub;

$n = 180$  minutlichen Umdrehungen

und einem Füllungsweg von 10% des Kolbenhubes soll berechnet werden:

1. das Anfangsvolumen  $v_1$  für  $p_1 = 1$  at abs. und  $t_1 = 15^\circ \text{C}$ ;
2. das Endvolumen  $v_2$  in cbm und % des Kolbenwegraumes für das Verdichtungsverhältnis  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{35}$ ;
3. der theoretische thermische Wirkungsgrad  $\eta_{th}$ ,
4. die Kompressions-Endtemperatur  $T_2$ ,
5. die bei jeder Verbrennung zugeführte Wärmemenge  $Q_1$ ,
6. die Endtemperatur  $T_3$  der Verbrennung,
7. die Expansions-Endtemperatur  $T_4$ ,
8. der Expansions-Enddruck  $p_4$ ,
9. die in den Auspuffgasen bei jedem Arbeitsspiel abgeführte Wärmemenge  $Q_2$ .

$$1. \text{ und } 2.: v_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s + v_2 = v_h + v_2 = 0,0196 + v_2,$$

$$v_2 = \frac{v_h}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} - 1} = \frac{0,0196}{(35)^{\frac{1}{1,41}} - 1} = 0,00171 \text{ cbm}$$

oder

$$v_2 \% = \frac{0,00171}{0,0196} \cdot 100 = 8,7\%.$$

$$v_1 = 0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm,}$$

$$\begin{aligned} v_3 &= 0,1 \cdot v_h + v_2, \\ &= 0,1 \cdot 0,0196 + 0,00171, \\ &= 0,00367 \text{ cbm.} \end{aligned}$$

$$3. \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{\left( \frac{v_3}{v_2} \right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{1,41} \cdot \left( \frac{1}{35} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} \cdot \frac{(0,00367)^{1,41} - 1}{\frac{0,00367}{0,00171} - 1} = 0,575 .$$

Der Verpuffungsprozeß würde bei demselben Kompressions-Enddruck ergeben:

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \left(\frac{1}{35}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 0,645;$$

er ist deshalb theoretisch dem Gleichdruckprozeß überlegen, gestattet aber wegen der Gefahr der Selbst-Frühzündung nur verhältnismäßig niedrige Verdichtungsspannungen, weshalb  $\eta_{\text{th}}$  für den Verpuffungsprozeß kleiner sein muß als für den Gleichdruckprozeß.

$$4. T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \left(\frac{35}{1}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 812^\circ \text{ abs. oder } t_2 = 539^\circ \text{ C.}$$

5. und 6.: Das Luftgewicht des anfänglichen Volumens  $v_1$  ist bei  $15^\circ \text{ C}$  und 1 at abs. mit  $\gamma = 1,188 \text{ kg/cbm}$

$$G = v_1 \gamma = 0,0213 \cdot 1,188 = 0,0253 \text{ kg,}$$

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} = 812 \frac{0,00367}{0,00171} = 1740^\circ \text{ abs. oder } t_3 = 1467^\circ \text{ C,}$$

$$Q_1 = G c_p (T_3 - T_2) = 0,0253 \cdot 0,238 (1740 - 812) = 5,58 \text{ WE.}$$

Hieraus läßt sich auch die für jeden Arbeitshub einzuspritzende Ölmenge  $x$  berechnen. Beträgt der Heizwert des Öles 9000 WE/kg, dann ist

$$x = \frac{5,58}{9000} = 0,00062 \text{ kg} = 0,62 \text{ g.}$$

Wenn die Maschine  $N_i = 27 \text{ PS}$  leistet, dann ist der stündliche Ölverbrauch für 1 PS<sub>i</sub> theoretisch

$$\frac{x \cdot \frac{n}{2} \cdot 60}{N_i} = \frac{0,62 \cdot 90 \cdot 60}{27} = 124 \text{ g.}$$

$$7. T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1} = 1740 \left(\frac{0,00367}{0,0213}\right)^{1,41-1} = 846^\circ \text{ abs. oder } t_4 = 573^\circ \text{ C.}$$

$$8. p_4 = p_2 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k = 35 \left(\frac{0,00367}{0,0213}\right)^{1,41} = 2,94 \text{ at abs.}$$

$$9. Q_2 = G c_v (T_4 - T_1) = 0,0253 \cdot 0,170 (846 - 288) = 2,4 \text{ WE.}$$

Nachprüfung des thermischen Wirkungsgrades:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{5,58 - 2,4}{5,58} = 0,57 .$$

Wegen der Abweichungen von der Wirklichkeit gilt auch das S. 49 Gesagte.

### 10. Der Begriff der Entropie.

Die bisher behandelten Diagramme sind Druck-Volumendiagramme, d. h. nach Abb. 19 werden die Drücke als Ordinaten, die Volumina als Abszissen aufgetragen. Der Inhalt des doppelt schraffierten  $\infty$  kleinen Flächenstreifens bedeutet das Arbeitselement

$$dL = p dv ;$$

zur Leistung dieser Arbeit ist die Zuführung des nicht zeichnerisch

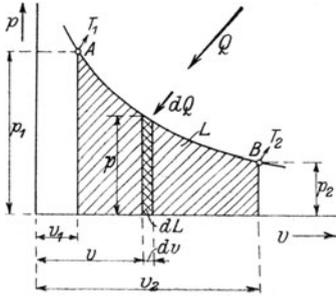


Abb. 19.

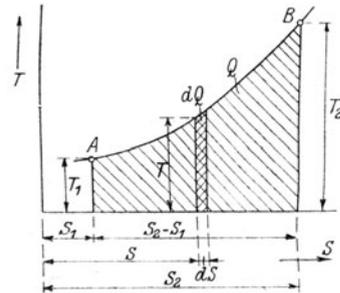


Abb. 20.

dargestellten Wärmeelementes  $dQ$  erforderlich; die einfach schraffierte Fläche ist die zwischen den Zuständen  $A$  und  $B$  geleistete Arbeit

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p dv .$$

Zum Anfangszustand gehört die Temperatur  $T_1$ , zum Endzustand  $T_2$ .

Die zu dieser Arbeit gehörige Wärmemenge ist ebenfalls in diesem Diagramm nicht dargestellt.

Zeichnet man nach Abb. 20 ein zweites Diagramm, dessen Ordinaten die Temperaturen  $T$  sind und in dem der Inhalt des doppelt schraffierten  $\infty$  kleinen Flächenstreifens die während der Arbeitsleistung  $dL$  dem Gas zugeführte Wärmemenge  $dQ$  bedeutet, dann ist die von den Ordinaten  $T_1$  und  $T_2$  eingeschlossene, einfach schraffierte Fläche diejenige Wärmemenge, die dem Gas während der Arbeitsleistung  $L$  zuzuführen ist. Dieses Diagramm wird zum Unterschied gegenüber dem Druck-Volumendiagramm, Abb. 19, Wärmendiagramm genannt. Seine Ordinate sei mit  $S$ , das zugehörige Differential mit  $dS$  bezeichnet, wobei die Begriffsbestimmung von  $S$  vorläufig noch unbekannt ist.

Die während der Arbeitsleistung  $dL$  zuzuführende Wärmemenge ist also

$$dQ = T dS$$

oder

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

$dS$  ist demnach zu definieren als Element einer Größe, das gleich ist der während der Zustandsänderung zugeführten Wärmemenge dividiert durch die zugehörige Temperatur; diese Größe  $S$  wurde von Clausius die Entropie<sup>1)</sup> genannt. Das Entropieelement ist demnach die Größe, mit der man bei einer  $\infty$  kleinen Zustandsänderung die Temperatur zu multiplizieren hat, um das Wärmeelement zu erhalten.

Durch Integration ergibt sich mit Beziehung auf Abb. 20

$$S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$$

als bestimmtes Integral zwischen den Grenzen  $T_1$  und  $T_2$ .

Die Gleichung

$$dQ = T \cdot dS$$

hat Ähnlichkeit mit der bekannten Gleichung aus der Mechanik:

$$L = H \cdot Q,$$

in der  $H$  eine Höhe,  $Q$  ein Gewicht und  $L$  die vom Gewicht  $Q$  beim Durchfallen der Höhe  $H$  geleistete Arbeit darstellt. Vergleicht man das Temperaturgefälle  $T$  mit der Höhe  $H$ , dann vertritt das Entropieelement  $dS$  das Gewicht und man kann die in Wärme ausgedrückte Arbeit  $dQ$  mit dem Herabsinken der Entropie auf einem Temperaturgefälle vergleichen. Deshalb hat Zeuner die Entropie auch als Wärmegewicht bezeichnet. Dieser Vergleich ist insofern nicht allgemein gültig, weil bei vielen Zustandsänderungen die Größe der Entropie sich ändert.

Bei isothermischer Expansion wird das Wärmediagramm ein Rechteck, weil  $T_2 = T_1$  ist; bei adiabatischer Expansion schrumpft das Wärmediagramm zu einer senkrechten Geraden zusammen, weil  $Q = 0$  ist; hier ist also die Entropie  $S$  konstant. Bei Zustandsänderungen, die oberhalb der isothermischen verlaufen, steigt wegen  $T_2 > T_1$  das Wärmediagramm wie in Abb. 20 an; bei Zustands-

<sup>1)</sup> Verwandlungsinhalt.

änderungen, die zwischen der Isotherme und der Adiabate verlaufen, liegt die obere Begrenzungskurve unterhalb der in Abb. 20 durch  $A$  gehenden Wagrechten.

Die Wärmemenge  $dQ$  wird dazu verwendet, um

1. die Arbeit  $dL$  zu leisten;
  2. die Temperatur von  $T$  auf  $T + dT$  zu steigern; diese Zustandsänderung ist als Änderung bei konstantem Volumen aufzufassen.
1. Das Äquivalent von  $dL$  ist  $AdL = cpdv$ .  
 2. die zur Temperatursteigerung notwendige Wärmemenge ist  $c_v \cdot dT$ , also

$$dQ = A p dv + c_v dT.$$

Dieser Wert wird in die Differentialgleichung für das Entropieelement eingesetzt:

$$dS = \frac{Ap}{T} dv + c_v \frac{dT}{T}.$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist

$$pv = RT;$$

also

$$T = \frac{pv}{R},$$

wird eingesetzt:

$$dS = \frac{A \cdot p \cdot R}{p \cdot v} dv + c_v \frac{dT}{T} = AR \frac{dv}{v} + c_v \frac{dT}{T}.$$

Zwischen den Grenzen  $A$  und  $B$  integriert:

$$S_2 - S_1 = AR \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} + c_v \log \text{nat} \frac{T_2}{T_1}.$$

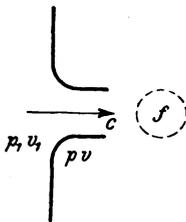


Abb. 21.

Hiernach kann für beliebige Anfangszustände  $A$  eine Kurvenschar punktweise gezeichnet werden, welche  $T$ - $S$ -Diagramm genannt wird.

Die Lehre von der Entropie wird bei der Behandlung der Dämpfe weiter ausgebaut werden.

## 11. Adiabatische Ausströmung.

Strömt Gas vom spezifischen Volumen  $v_1$  aus einem Raume, in dem der Druck  $p_1$  kg/qm herrscht (Abb. 21), durch eine Öffnung von  $f$  qm Querschnitt in einen Raum, in dem der Druck  $p$  herrscht, so nimmt das Gas das

spezifische Volumen  $v$  an und die Geschwindigkeit im Mündungsquerschnitt ist in m/sec

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}.$$

Ferner ist die sekundlich durch den Querschnitt  $f$  strömende Gasmenge in kg

$$G = f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}.$$

**Beweis:** Nach Abb. 22 ist die Expansionsarbeit von 1 kg Gas

$$L = \int_p^{p_1} v dp.$$

Nach der Adiabate ist

$$p v^k = p_1 v_1^k$$

oder

$$\frac{1}{p^{\frac{1}{k}}} \cdot v = \frac{1}{p_1^{\frac{1}{k}}} v_1;$$

hieraus

$$v = v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot p^{-\frac{1}{k}}$$

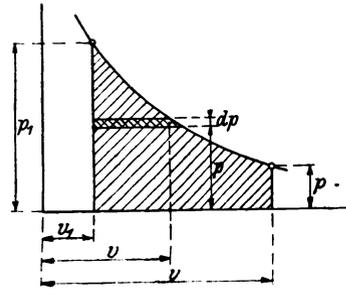


Abb. 22.

wird eingesetzt:

$$\begin{aligned} L &= \int_p^{p_1} v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot p^{-\frac{1}{k}} \cdot dp = v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \int_p^{p_1} p^{-\frac{1}{k}} \cdot dp \\ &= v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{k} + 1} \left[ p_1^{-\frac{1}{k} + 1} - p^{-\frac{1}{k} + 1} \right] \\ &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1^{\frac{1}{k}} \left( p_1^{\frac{k-1}{k}} - p^{\frac{k-1}{k}} \right) \\ &= \frac{k}{k-1} v_1 \left( p_1^{\frac{1+k-1}{k}} - p^{\frac{k-1}{k}} \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \right) \\ &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left( 1 - p^{\frac{k-1}{k}} \cdot p_1^{\frac{1}{k}-1} \right) \\ &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \end{aligned}$$

$L$  ist aber auch gleich der lebendigen Energie von 1 kg Gas mit der Geschwindigkeit  $c$ , also

$$L = \frac{c^2}{2g};$$

folglich auch

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right];$$

hieraus

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]};$$

ferner

$$G = \frac{f \cdot c}{v};$$

das spezifische Volumen  $v$  folgt aus

$$p^{\frac{1}{k}} \cdot v = p_1^{\frac{1}{k}} v_1$$

zu

$$v = v_1 \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}}.$$

Die berechneten Werte für  $c$  und  $v$  werden in den Ausdruck für  $G$  eingesetzt.

$$\begin{aligned} G &= \frac{f}{v_1 \left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}}} \sqrt{2g \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\ &= f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{v_1 p_1}{v_1^2} \left[ \frac{1}{\left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{2}{k}}} - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot \frac{1}{\left( \frac{p_1}{p} \right)^{\frac{2}{k}}} \right]} \\ G &= f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \end{aligned}$$

Für jeden Wert des Anfangsdruckes  $p_1$  gibt es einen bestimmten Wert  $p_0$  des Mündungsdruckes  $p$ , für welchen die Durchflußmenge  $G$  ein Maximum wird. Dieser Druck wird **kritischer Druck** genannt und hat die Größe

$$p_0 = p_1 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Die beim kritischen Druck herrschende kritische Geschwindigkeit ist

$$c_0 = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1}.$$

Diese Geschwindigkeit stimmt mit der Geschwindigkeit des Schalles in dem betreffenden Gas überein. Die größte Durchflußmenge wird

$$G_{\max} = f \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \left(\frac{\rho_0}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{k}} \frac{\rho_1}{v_1}}.$$

**Beweis der Formeln für  $\rho_0$ ,  $c_0$  und  $G_{\max}$ .**

a)  $G$  wird ein Maximum, wenn der unter der Wurzel stehende Ausdruck

$$F(p) = \left(\frac{p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{\rho_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}$$

ein Maximum wird; den zugehörigen Wert  $\rho_0$  der Veränderlichen  $p$  findet man durch Nullsetzen des Differentialquotienten der Funktion  $F(p)$ , es ist

$$\begin{aligned} \frac{dF(p)}{dp} &= \frac{2}{k} \cdot \frac{1}{\rho_1^{\frac{2}{k}}} \cdot p^{\frac{2}{k}-1} \frac{k+1}{k} \cdot \frac{1}{\rho_1^{\frac{k+1}{k}}} \cdot p^{\frac{k+1}{k}-1} \\ &= \frac{2}{k} \cdot \rho_1^{-\frac{2}{k}} \cdot p^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \cdot \rho_1^{-\frac{k+1}{k}} \cdot p^{\frac{1}{k}} \\ &= \frac{1}{k} p^{\frac{1}{k}} \left( 2 \rho_1^{-\frac{2}{k}} \cdot p^{\frac{1-k}{k}} - (k+1) \rho_1^{-\frac{k+1}{k}} \right) = 0. \end{aligned}$$

Hieraus

$$p^{\frac{1-k}{k}} = \frac{k+1}{2} \cdot \frac{\rho_1^{-\frac{k+1}{k}}}{\rho_1^{-\frac{2}{k}}} = \frac{k+1}{2} \rho_1^{-\frac{k-1}{k}};$$

also

$$p = \rho_0 = \left( \frac{k+1}{2} \rho_1^{-\frac{k-1}{k}} \right)^{\frac{k}{1-k}}$$

oder reziprok mit negativen Exponenten:

$$\rho_0 = \left( \frac{2}{k+1} \rho_1 + \frac{k-1}{k} \right)^{\frac{k}{k-1}};$$

also

$$\rho_0 = \rho_1 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

b) Dieser Wert von  $\rho_0$  wird an Stelle von  $p$  in die Gleichung für  $c$  eingesetzt:

$$\begin{aligned} c_0 &= \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \rho_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{\rho_1 \left( \frac{2}{k-1} \right)^{\frac{k}{k-1}}}{\rho_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\ &= \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \rho_1 v_1 \left[ 1 - \frac{2}{k+1} \right]} \\ &= \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \rho_1 v_1 \frac{k-1}{k+1}} \quad \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \rho_1 v_1}. \end{aligned}$$

$$c) \quad G_{\max} = \frac{f c_0}{v_0}; \quad v_0 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}}$$

eingesetzt:

$$G_{\max} = \frac{f c_0}{v_1 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}}};$$

der Wert  $c_0$  wird eingesetzt:

$$\begin{aligned} G_{\max} &= f \sqrt[2]{2 g \frac{k}{k+1} p_1 v_1 \frac{p_0^{\frac{2}{k}}}{v_1^2 p_1^{\frac{2}{k}}}} \\ &= f \sqrt[2]{2 g \frac{k}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}}}. \end{aligned}$$

Wenn der Mündungsdruck  $p$  unter den kritischen Druck  $p_0$  sinkt, so bleiben die Werte  $c_0$  und  $G_{\max}$  unverändert, d. h. die über  $c_0$  hinausgehenden, aus der Formel S. 57 sich ergebenden Werte können nicht erreicht werden. Diese Tatsache ist auch durch Versuche nachgewiesen und findet ihre Erklärung darin, daß dann die volle Expansion erst außerhalb des Mündungsquerschnittes erfolgt. Man kann nach dem Vorgang von Laval die volle Geschwindigkeit auch bei Drücken unterhalb des kritischen Druckes erreichen, wenn man die Mündung hinter dem gezeichneten Querschnitt düsenförmig erweitert, wie dies in der Lehre von den Dämpfen näher ausgeführt wird.

Ferner werden die erreichbaren Geschwindigkeiten durch Reibung wesentlich beeinflusst.

**Beispiel:** Wie groß ist das kritische Druckverhältnis  $\frac{p_0}{p_1}$  und die kritische Geschwindigkeit für Luft bei  $p_1 = 1$  at abs. und  $0^\circ \text{C}$ ?

$$\frac{p_0}{p_1} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left( \frac{2}{1,41+1} \right)^{\frac{1,41}{1,41-1}} = 0,527;$$

d. h. für einen Anfangsdruck von z. B.  $p_1 = 1$  at abs. ist der kritische Mündungsdruck  $p_0 = 0,527 \cdot 1 = 0,527$  at abs.

Nach S. 11 ist für  $p_1 = 1$  at abs. = 10 000 kg/qm und  $T_1 = 273^\circ \text{abs.}$

$$v_1 = \frac{1}{1,250} \text{ cbm/kg.}$$

$$\begin{aligned} c_0 &= \sqrt[2]{2 g \frac{k}{k+1} p_1 v_1} = \sqrt[2]{2 \cdot 9,81 \frac{1,41}{1,41+1} \cdot 10\,000 \cdot \frac{1}{1,250}} \\ &= \sqrt[2]{91\,830} \approx 303 \text{ m/sec.} \end{aligned}$$

Dieser Wert bezieht sich auf trockene Luft, während in atmosphärischer Luft von gewöhnlicher Feuchtigkeit die Schallgeschwindigkeit etwa 330 m/sec beträgt.

## Zweiter Teil.

## Dämpfe.

## A. Der Wasserdampf.

## 1. Wärmeinhalt des Sattdampfes.

Erwärmt man bei atmosphärischem Druck oder unter beliebigem Druck 1 kg Wasser von  $0^{\circ}\text{C}$ , so steigt seine Temperatur so lange, bis das Wasser anfängt zu sieden. Die bis hierher zugeführte Wärme wird lediglich zur Temperaturerhöhung verwendet und Flüssigkeitswärme genannt. Die erreichte Höchsttemperatur hängt von dem auf der Wasseroberfläche lastenden Druck ab und beträgt bei 760 mm Barometerstand oder  $p = 10\,330\text{ kg/qm}$   $100^{\circ}\text{C}$ , bei  $p = 1\text{ at abs.} = 10\,000\text{ kg/qm}$  jedoch  $99,1^{\circ}\text{C}$ . Bei weiterer Wärmezufuhr und gleichbleibendem Druck steigt zunächst die Temperatur nicht mehr, sondern die von jetzt ab zugeführte Wärme wird dazu verwendet, das Wasser aus dem flüssigen in den dampfförmigen Aggregatzustand überzuführen. Dabei sind zwei Arten von Arbeit zu leisten:

- a) Der Zusammenhang der Wassermoleküle ist aufzuheben: Innere Arbeit.
- b) Der sich ausdehnende Dampf hat den äußeren Druck zu überwinden: Äußere Arbeit.

Die für die erstere Arbeit erforderliche Wärmemenge ist die innere, die für die letztere Arbeit erforderliche Wärmemenge ist die äußere Verdampfungswärme.

Mit Berücksichtigung der Veränderung der spezifischen Wärme des Wassers zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}\text{C}$  ist für einen Druck

von 1 at abs. die Flüssigkeitswärme  $q = 99,6\text{ WE}$

die innere Verdampfungswärme  $q = 499,4\text{ ,,}$

und die äußere Verdampfungswärme  $= 40,3\text{ ,,}$

also der Wärmeinhalt  $\lambda = 99,6 + 499,4 + 40,3 = 639,3\text{ WE}$ .

Bei höheren Drücken steigt die Siedetemperatur, so daß zu jedem Druck eine ganz bestimmte Siedetemperatur gehört. Solange bei der Verdampfung der Dampf noch Wasser enthält, wird er feucht genannt; in dem Augenblick, in dem bei der Siedetemperatur das letzte Wassermolekül verdampft ist, ist der Dampf trocken gesättigt.

62 **Zahlentafel 2 für gesättigten Wasserdampf nach Mollier.**

| Absol. Druck<br>kg/qcm | Temperatur<br>° C | Flüssigkeitswärme für 1 kg<br><i>q</i> | Verdampfungswärme für 1 kg |                        | Gesamtwärme für 1 kg<br><i>λ</i> | Spez. Gewicht<br>kg/cbm | Spez. Volumen<br>cbm/kg |
|------------------------|-------------------|----------------------------------------|----------------------------|------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                        |                   |                                        | innere<br><i>q</i>         | äußere<br><i>A p u</i> |                                  |                         |                         |
| 0,02                   | 17,3              | 17,3                                   | 553,6                      | 31,91                  | 602,9                            | 0,01468                 | 68,126                  |
| 0,04                   | 28,8              | 28,8                                   | 546,3                      | 33,15                  | 608,3                            | 0,02826                 | 35,387                  |
| 0,06                   | 36,0              | 36,0                                   | 541,7                      | 33,92                  | 611,6                            | 0,04142                 | 24,140                  |
| 0,08                   | 41,3              | 41,4                                   | 538,2                      | 34,49                  | 614,1                            | 0,05432                 | 18,408                  |
| 0,10                   | 45,6              | 45,7                                   | 535,4                      | 34,94                  | 616,0                            | 0,06703                 | 14,920                  |
| 0,12                   | 49,2              | 49,3                                   | 533,1                      | 35,32                  | 617,7                            | 0,07956                 | 12,568                  |
| 0,15                   | 53,7              | 53,8                                   | 530,1                      | 35,79                  | 619,7                            | 0,09814                 | 10,160                  |
| 0,20                   | 59,8              | 59,9                                   | 526,1                      | 36,42                  | 622,4                            | 0,12858                 | 7,777                   |
| 0,25                   | 64,6              | 64,8                                   | 522,9                      | 36,92                  | 624,6                            | 0,1586                  | 6,307                   |
| 0,30                   | 68,7              | 68,9                                   | 520,2                      | 37,34                  | 626,4                            | 0,1881                  | 5,316                   |
| 0,35                   | 72,3              | 72,5                                   | 517,8                      | 37,70                  | 628,0                            | 0,2174                  | 4,600                   |
| 0,40                   | 75,5              | 75,7                                   | 515,6                      | 38,02                  | 629,4                            | 0,2463                  | 4,060                   |
| 0,50                   | 80,9              | 81,2                                   | 512,0                      | 38,56                  | 631,7                            | 0,3036                  | 3,2940                  |
| 0,60                   | 85,5              | 85,8                                   | 508,8                      | 39,01                  | 633,7                            | 0,3601                  | 2,7770                  |
| 0,70                   | 89,5              | 89,9                                   | 506,1                      | 39,39                  | 635,3                            | 0,4160                  | 2,4040                  |
| 0,80                   | 93,0              | 93,5                                   | 503,6                      | 39,73                  | 636,8                            | 0,4713                  | 2,1216                  |
| 0,90                   | 96,2              | 96,7                                   | 501,6                      | 40,03                  | 638,1                            | 0,5262                  | 1,9003                  |
| 1,0                    | 99,1              | 99,6                                   | 499,4                      | 40,30                  | 639,3                            | 0,5807                  | 1,7220                  |
| 1,1                    | 101,8             | 102,3                                  | 497,5                      | 40,55                  | 640,7                            | 0,6349                  | 1,5751                  |
| 1,2                    | 104,2             | 104,8                                  | 495,7                      | 40,78                  | 641,3                            | 0,6887                  | 1,4521                  |
| 1,4                    | 108,7             | 109,4                                  | 492,6                      | 41,18                  | 643,1                            | 0,7955                  | 1,2571                  |
| 1,6                    | 112,7             | 113,4                                  | 489,7                      | 41,54                  | 644,7                            | 0,9013                  | 1,1096                  |
| 1,8                    | 116,3             | 117,1                                  | 487,1                      | 41,85                  | 646,0                            | 1,0062                  | 0,9939                  |
| 2,0                    | 119,6             | 120,4                                  | 484,7                      | 42,14                  | 647,2                            | 1,1104                  | 0,9006                  |
| 2,5                    | 126,7             | 127,7                                  | 479,4                      | 42,74                  | 649,9                            | 1,3680                  | 0,7310                  |
| 3,0                    | 132,8             | 133,9                                  | 474,9                      | 43,23                  | 652,0                            | 1,6224                  | 0,6163                  |
| 3,5                    | 138,1             | 139,4                                  | 470,8                      | 43,65                  | 653,8                            | 1,8743                  | 0,5335                  |
| 4,0                    | 142,8             | 144,2                                  | 467,2                      | 44,01                  | 655,4                            | 2,1239                  | 0,4708                  |
| 4,5                    | 147,1             | 148,6                                  | 463,9                      | 44,33                  | 656,8                            | 2,3716                  | 0,4217                  |
| 5,0                    | 151,0             | 152,6                                  | 460,8                      | 44,61                  | 658,1                            | 2,6177                  | 0,3820                  |
| 5,5                    | 154,6             | 156,3                                  | 458,0                      | 44,87                  | 659,2                            | 2,8624                  | 0,3494                  |
| 6,0                    | 157,9             | 159,8                                  | 455,3                      | 45,10                  | 660,2                            | 3,1058                  | 0,3220                  |
| 6,5                    | 161,1             | 163,0                                  | 452,8                      | 45,32                  | 661,1                            | 3,3481                  | 0,2987                  |
| 7,0                    | 164,0             | 166,1                                  | 450,4                      | 45,51                  | 662,6                            | 3,5891                  | 0,2786                  |
| 7,5                    | 166,8             | 168,9                                  | 448,2                      | 45,67                  | 662,8                            | 3,8294                  | 0,2611                  |
| 8,0                    | 169,5             | 171,7                                  | 446,0                      | 46,86                  | 663,5                            | 4,0683                  | 0,2458                  |
| 8,5                    | 172,0             | 174,3                                  | 443,9                      | 46,02                  | 664,2                            | 4,3072                  | 0,2322                  |
| 9,0                    | 174,4             | 176,8                                  | 441,9                      | 46,17                  | 664,9                            | 4,5448                  | 0,2200                  |
| 9,5                    | 176,7             | 179,2                                  | 440,0                      | 46,30                  | 665,5                            | 4,7819                  | 0,2091                  |
| 10,0                   | 178,9             | 181,5                                  | 438,2                      | 46,43                  | 666,1                            | 5,018                   | 0,1993                  |
| 11,0                   | 183,1             | 185,8                                  | 434,6                      | 46,67                  | 667,1                            | 5,489                   | 0,1822                  |
| 12,0                   | 186,9             | 189,9                                  | 431,3                      | 46,88                  | 668,1                            | 5,960                   | 0,1678                  |
| 13,0                   | 190,6             | 193,7                                  | 428,2                      | 47,08                  | 668,9                            | 6,425                   | 0,15565                 |
| 14,0                   | 194,0             | 197,3                                  | 425,2                      | 47,26                  | 669,7                            | 6,889                   | 0,14515                 |
| 15,0                   | 197,2             | 200,7                                  | 422,4                      | 47,43                  | 670,5                            | 7,352                   | 0,13601                 |
| 16,0                   | 200,3             | 203,9                                  | 419,7                      | 47,58                  | 671,2                            | 7,814                   | 0,12797                 |
| 18,0                   | 206,1             | 210,0                                  | 414,6                      | 47,85                  | 672,4                            | 8,734                   | 0,11450                 |
| 20,0                   | 211,3             | 215,5                                  | 409,8                      | 48,08                  | 673,4                            | 9,648                   | 0,10365                 |

Bezeichnet man den Druck mit  $p$  (kg/qm) und die Volumzunahme, welche 1 kg Wasser bei der Verdampfung erfährt, mit  $u$ , dann ist die äußere Arbeit  $= p \cdot u$  und ihr Wärmeäquivalent  $= A \cdot p \cdot u$ . Der Gesamtwärmeinhalt (Erzeugungswärme) für 1 kg Dampf bis zur Sättigung ist also

$$\lambda = q + \rho + A \cdot p \cdot u.$$

Nach älteren Versuchen von Regnault beträgt für 1 kg Dampf bei der Temperatur  $t^{\circ} \text{C}$

- a) die Flüssigkeitswärme  $q = t$ ,
- b) die Verdampfungswärme  $\rho + A p u = r = 607 - 0,708 t$ ,
- c) die Gesamtwärme des trocken gesättigten Dampfes  
 $\lambda = 606,5 + 0,305 t$ .

Die entsprechenden Zahlenwerte sind nach den neuesten Versuchen in der vorstehenden Mollierschen Zahlentafel 2 wiedergegeben.

Wird trocken gesättigtem Dampf bei gleichbleibendem Druck Wärme entzogen, so beginnt er sich niederzuschlagen, wobei die Temperatur so lange dieselbe bleibt, bis das letzte Dampf molekül verflüssigt ist. Bis dahin ist ihm die Verdampfungswärme entzogen. Erst bei weiterer Wärmeabfuhr kühlt sich das Wasser ab.

## 2. Wärmeinhalt des feuchten oder nassen Dampfes.

Es möge 1 kg feuchten Dampfes  $x$  kg Dampf und  $(1 - x)$  kg Wasser enthalten;  $x$  in Bruchteilen von 1 kg (oder auch in %) ausgedrückt, bedeutet dann die sog. spezifische Dampfmenge; enthält z. B. das Gemisch 0,8 kg = 80% Dampf, dann ist der Feuchtigkeitsgehalt 0,20 = 20% und die spezifische Dampfmenge  $x = 0,80$ .

Das spezifische Volumen des trocken gesättigten Dampfes gleicher Spannung sei  $v_s$  cbm/kg, das des Wassers ist 0,001 cbm/kg, dann ist das Volumen von 1 kg feuchten Dampfes

$$v = x \cdot v_s + (1 - x) \cdot 0,001.$$

Das Wasservolumen kann in den meisten Fällen als unerheblich vernachlässigt werden. Damit wird das spezifische Volumen des feuchten Dampfes vom Dampfgehalt  $x$

$$v = x \cdot v_s$$

und das spezifische Gewicht desselben entsprechend

$$\gamma = \frac{\gamma_s}{x}.$$

Die Gesamtwärme  $\lambda$  für 1 kg besteht aus der Flüssigkeitswärme und der Verdampfungswärme für  $x$  kg Dampf und der Flüssigkeitswärme für  $(1 - x)$  kg Wasser; also

$$\lambda = (q + r)x + (1 - x) \cdot q$$

oder

$$\lambda = q + r \cdot x.$$

Zerlegt man die Verdampfungswärme  $r$  in die innere  $x \cdot \rho$  und die äußere, die der Arbeit zur Volumenvergrößerung von 0,001 auf  $v$  cbm entspricht, dann ist auch

$$\lambda = q + x\rho + Ap(v - 0,001).$$

Ohne Berücksichtigung des Wasservolumens wird

$$\lambda = q + x\rho + Apv \quad (p \text{ in kg/qm}).$$

**Beispiel:** Wie groß ist das spezifische Volumen  $v$  und der Gesamt-Wärmeinhalt  $\lambda$  von 1 kg feuchten Dampfes mit  $x = 0,80$  Dampfgehalt und 2 at abs.?

$$v = x \cdot v_s + (1 - x) \cdot 0,001 = 0,80 \cdot 0,9006 + 0,20 \cdot 0,001 \\ = \mathbf{0,7207 \text{ cbm/kg.}}$$

Bei Vernachlässigung des Wasservolumens wird

$$v = x \cdot v_s = 0,80 \cdot 0,9006 = \mathbf{0,7205 \text{ cbm/kg.}}$$

$$\lambda = q + x \cdot \rho + Ap(v - 0,001) \\ = 120,4 + 0,80 \cdot 484,7 + \frac{20\,000}{427} (0,7207 - 0,001) \\ = 120,4 + 387,8 + 33,7 = \mathbf{541,9 \text{ WE/kg.}}$$

Ohne Berücksichtigung des Wasservolumens ergibt sich

$$\lambda = 120,4 + 0,80 \cdot 487,7 + \frac{20\,000}{427} \cdot 0,7205 = \mathbf{542,0 \text{ WE/kg.}}$$

Wie die bei adiabatischer Expansion entstehende spezifische Dampfmenge zu berechnen ist, folgt im Abschnitt: Entropie des Wasserdampfes. Diese Berechnungsweise findet in der Berechnung von Dampfturbinen ausgedehnte Anwendung.

### 3. Wärmeinhalt des überhitzten Dampfes.

Führt man bei gleichbleibendem Druck dem gesättigten Dampf Wärme zu, so nehmen Temperatur und spezifisches Volumen zu. Bezeichnet man die Dampftemperatur mit  $t_2$  und die zu gleichem Druck gehörige Sättigungstemperatur mit  $t_1$ , dann ist die für 1 kg Dampf erforderliche Überhitzungswärme

$$\lambda_1 = c_p(t_2 - t_1).$$

Der Gesamt-Wärmeinhalt des Heißdampfes von  $0^\circ$  bis  $t_2^\circ$  beträgt also

$$\lambda = q + \rho + Apv + c_p(t_2 - t_1).$$

Die spezifische Wärme  $c_p$ , die früher von Regnault zu 0,48 ermittelt wurde, ist nach neueren Versuchen in hohem Maße von Druck und Temperatur abhängig und in der Zahlentafel 3 nach Knoblauch und Winkhaus<sup>1)</sup> zusammengestellt.

**Zahlentafel 3.**

Mittlere spezifische Wärme für Überhitzung von  $t_1^\circ$  auf  $t_2^\circ$  C.

| $p =$<br>at. abs. | 0,5   | 1     | 2     | 4     | 6     | 8     | 10    | 12    | 14    | 16    | 18    | 20    |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $t_1^\circ$ C     | 80,9  | 99,1  | 119,6 | 142,9 | 158,1 | 169,6 | 179,1 | 187,1 | 194,2 | 200,5 | 206,2 | 211,4 |
| $t_2$             | 0,478 | 0,487 | 0,501 | 0,528 | 0,555 | 0,584 | 0,613 | 0,642 | 0,671 | 0,699 | 0,729 | 0,760 |
| 120°              | 0,473 | 0,483 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 140               | 0,471 | 0,480 | 0,496 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 160               | 0,470 | 0,478 | 0,491 | 0,521 | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 180               | 0,470 | 0,476 | 0,488 | 0,515 | 0,544 | 0,576 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 200               | 0,469 | 0,475 | 0,486 | 0,509 | 0,534 | 0,561 | 0,590 | 0,623 | 0,660 | —     | —     | —     |
| 220               | 0,469 | 0,475 | 0,485 | 0,505 | 0,526 | 0,548 | 0,572 | 0,599 | 0,629 | 0,661 | 0,697 | 0,738 |
| 240               | 0,469 | 0,474 | 0,484 | 0,501 | 0,519 | 0,538 | 0,558 | 0,580 | 0,605 | 0,631 | 0,660 | 0,694 |
| 260               | 0,469 | 0,474 | 0,483 | 0,499 | 0,514 | 0,530 | 0,548 | 0,567 | 0,588 | 0,610 | 0,634 | 0,660 |
| 280               | 0,470 | 0,474 | 0,482 | 0,497 | 0,510 | 0,525 | 0,540 | 0,556 | 0,575 | 0,594 | 0,615 | 0,637 |
| 300               | 0,470 | 0,474 | 0,482 | 0,496 | 0,508 | 0,521 | 0,534 | 0,548 | 0,565 | 0,582 | 0,600 | 0,619 |
| 320               | 0,471 | 0,475 | 0,482 | 0,495 | 0,505 | 0,517 | 0,530 | 0,543 | 0,558 | 0,572 | 0,589 | 0,606 |
| 340               | 0,472 | 0,476 | 0,482 | 0,494 | 0,504 | 0,515 | 0,527 | 0,538 | 0,552 | 0,565 | 0,580 | 0,596 |
| 360               | 0,473 | 0,477 | 0,483 | 0,494 | 0,504 | 0,514 | 0,524 | 0,535 | 0,548 | 0,560 | 0,574 | 0,587 |
| 380               | 0,475 | 0,478 | 0,483 | 0,494 | 0,503 | 0,512 | 0,522 | 0,533 | 0,545 | 0,556 | 0,568 | 0,580 |
| 400               | —     | —     | 0,484 | 0,494 | 0,503 | 0,511 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 450               | —     | —     | 0,486 | 0,495 | 0,503 | 0,510 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 500               | —     | —     | 0,489 | 0,497 | 0,504 | 0,510 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |
| 550               | —     | —     | 0,492 | 0,499 | 0,505 | 0,511 | —     | —     | —     | —     | —     | —     |

**Beispiel:** Wie groß ist der Wärmeinhalt von 1 kg Heißdampf von 12 at abs. und 300° C? Nach Zahlentafel 3 ist  $t_1 = 187^\circ$  und  $c_p = 0,541$ , also

$$\begin{aligned} \lambda &= \underbrace{q + e + A \cdot p \cdot u}_{668,1} + c_p(t_2 - t_1), \\ &= 668,1 + 0,548(300 - 187), \\ &= 730,0 \text{ WE.} \end{aligned}$$

Die Eigenschaften des gesättigten und des überhitzten Dampfes lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

- 1 Bei gesättigtem Dampf entspricht jedem Druck eine ganz bestimmte Temperatur, die Sättigungstemperatur.
- 2 Der überhitzte Dampf besitzt eine höhere Temperatur und ein größeres spezifisches Volumen (d. h. kleineres spezifisches Gewicht) als gesättigter Dampf von gleichem Druck.

<sup>1)</sup> Z. d. V. d. I., 1915, S. 403.

3. Entzieht man bei gleichbleibendem Druck überhitztem Dampf Wärme, so tritt zunächst keine Kondensation ein, sondern die Temperatur sinkt bis zur Sättigungstemperatur; erst von da ab verflüssigt sich der Dampf bei weiterer Wärmeentziehung allmählich.
4. Entzieht man gesättigtem Dampf Wärme, so beginnt er sofort sich niederzuschlagen.

Auf diesen Eigenschaften des überhitzten Dampfes beruhen folgende mit der Einführung der Überhitzung in den Dampfmaschinenbetrieb verbundenen Wärmeersparnisse:

- a) Der Kondensationsverlust in der Dampfzuleitung fällt weg.
- b) Für die gleiche Füllung im Dampfzylinder ist wegen des größeren spezifischen Volumens ein geringeres Dampfgewicht erforderlich als bei Satttdampf.
- c) Der Verlust durch Eintrittskondensation fällt weg, sobald der Dampf noch überhitzt in den Zylinder gelangt.
- d) Die Kondensation während der Expansion beginnt bei Heißdampf erst später. Dies wird durch Betrachtung des Mollier'schen  $J$ - $S$ -Diagrammes klar (s. dieses).

#### 4. Zustandsgleichung des überhitzten Wasserdampfes.

Dämpfe sind Gase, die ihrem Sättigungspunkt näher liegen als die früher als „permanent“ bezeichneten Gase, wie Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff. Während für diese die einfache Zustandsgleichung

$$p \cdot v = R \cdot T$$

gilt, mußten für Dämpfe unter Zuhilfenahme von Versuchsergebnissen verwickeltere Gleichungen aufgestellt werden.

Für überhitzten Wasserdampf hat man folgende Zustandsgleichungen gefunden:

a) Zeuner:

$$p \cdot v = R \cdot T - C \cdot p^n;$$

hierin ist

$p$  der absolute Druck in  $\text{kg/qcm}$ .

$v$  das spezifische Volumen in  $\text{cbm/kg}$ .

$R$  die Konstante 0,00509.

$C = 0,193$ .

$n = 0,25$ .

$T$  die absolute Temperatur.

b) Tumlirz:

$$p(v + C) = R \cdot T;$$

hierin ist

$$R = 0,00471$$

$$C = 0,016.$$

c) Callendar:

$$p \left[ v + c \left( \frac{273}{T} \right)^n \right] = R \cdot T;$$

hierin ist

$$R = 0,0047$$

$$c = 0,075$$

$$n = \frac{10}{3},$$

während in b) und c) die Größen  $p$ ,  $v$  und  $T$  dieselbe Bedeutung wie in a) haben.

**Beispiel:** Wie groß ist das spezifische Volumen  $v$  und Gewicht  $\gamma$  für Heißdampf von 12 at abs. und 300° C?

a) Nach Zeuner ist

$$v = \frac{R \cdot T - C \cdot p^n}{p} = \frac{0,00509 \cdot 573 - 0,193 \cdot 12^{0,25}}{12} = 0,214 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,214} = 4,67 \text{ kg/cbm.}$$

Für Satttdampf von 12 at abs. ist  $\gamma = 5,96 \text{ kg/cbm.}$ 

b) Nach Tumlirz ist

$$v = \frac{R \cdot T}{p} - C = \frac{0,00471 \cdot 573}{12} - 0,016 = 0,209 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{0,209} = 4,78 \text{ kg/cbm.}$$

c) Nach Callendar ist

$$v = \frac{R \cdot T}{p} - C \left( \frac{273}{T} \right)^n = \frac{0,0047 \cdot 573}{12} - 0,075 \left( \frac{273}{573} \right)^{\frac{10}{3}} = 0,218 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{0,218} = 4,59 \text{ kg/cbm.}$$

## 5. Die Entropie des Wasserdampfes.

Nach der Begriffsbestimmung S. 55 ist die Entropie

$$S = \int \frac{dQ}{T}.$$

Für überhitzten Dampf besteht sie aus drei Teilen:

1. Entropie  $S_1$  des Wassers,
2. „  $S_2$  bei der Bildung des Satttdampfes,
3. „  $S_3$  „ „ Überhitzung.

Die Größen  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  werden wie folgt berechnet:

1. Setzt man  $dQ = c \cdot dT$ , wobei die spezifische Wärme des Wassers als konstant vorausgesetzt wird, dann ist

$$S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c dT}{T} = c [\log \text{nat } T_2 - \log \text{nat } T_1].$$

Hier ist  $T_1 = 0^\circ \text{C} = 273^\circ \text{abs.}$ ,

$T_2$  die absolute Sättigungstemperatur und  
 $c = 1$ .

Also ist

$$S_2 = 1 \cdot [\log \text{nat } T_2 - \log \text{nat } 273] \\ = \log \text{nat } T_2 - 5,609.$$

2. Während der Bildung des Satttdampfes ist  $T$  konstant, also

$$S_2 = \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{\text{Verdampfungswärme}}{\text{Sättigungstemperatur}} = \frac{Q + A \cdot p \cdot u}{T_2} = \frac{r}{T_2}.$$

3. Während der Überhitzung ist

$$S_3 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T}.$$

Wenn man die Entropie  $S_3$  punktweise berechnet, dann kann man innerhalb jedes einzelnen Temperatursprunges  $c_p$  als konstant annehmen, also

$$S_3 = c_p [\log \text{nat } T_3 - \log \text{nat } T_2] = c_p \log \text{nat } \frac{T_3}{T_2}.$$

Die Gesamt-Entropie ist also

$$S = (\log \text{nat } T_2 - 5,609) + \frac{r}{T_2} + c_p \log \text{nat } \frac{T_3}{T_2}.$$

Beispiel: Für  $p = 16 \text{ at abs.}$  wird

$$T_2 = 200,3^\circ \text{C} = 473,3^\circ \text{abs.};$$

$$r = 419,7 + 47,6 = 467,3 \text{ WE};$$

$$S_1 = \log \text{nat } 473,3 - 5,609 = 0,550;$$

$$S_2 = \frac{r}{T_2} = \frac{467,3}{473,3} = 0,987.$$

$S_3$  folgt aus der punktweisen Übertragung ins Wärmediagramm.

1. Trägt man nach Abb. 23 die zum Druck  $p = 16 \text{ at abs.}$  gehörige Temperatur  $200^\circ \text{C}$  als Ordinate (z. B.  $1^\circ \text{C} = 1 \text{ mm}$ ) und die berechnete Entropie  $S_1$  des Wassers als Abszisse ein (z. B. die Entropieeinheit =  $100 \text{ mm}$ ), dann erhält man den Punkt  $\alpha$ ; wiederholt man dieses Verfahren für eine Anzahl von

unter 16 at liegenden Drucken, dann ergibt sich die Kurve  $Oa$ , welche die Grenzkurve zwischen Wasser und Dampf darstellt. Die Fläche  $OacO_1$  entspricht der bis zur Erhitzung von  $0^\circ$  bis  $200^\circ$  bei einem Druck von 16 at abs. zuzuführenden Wärmemenge.

2. Während der Verdampfung bleibt  $T_2$  konstant, das Wärmediagramm ist also oben durch eine Wagerechte zu begrenzen. Die Entropie bis zur vollständigen Verdampfung ist durch die Strecke  $ab$  dargestellt und die Verdampfungswärme für 16 at abs. entspricht der Fläche  $abcd$ .

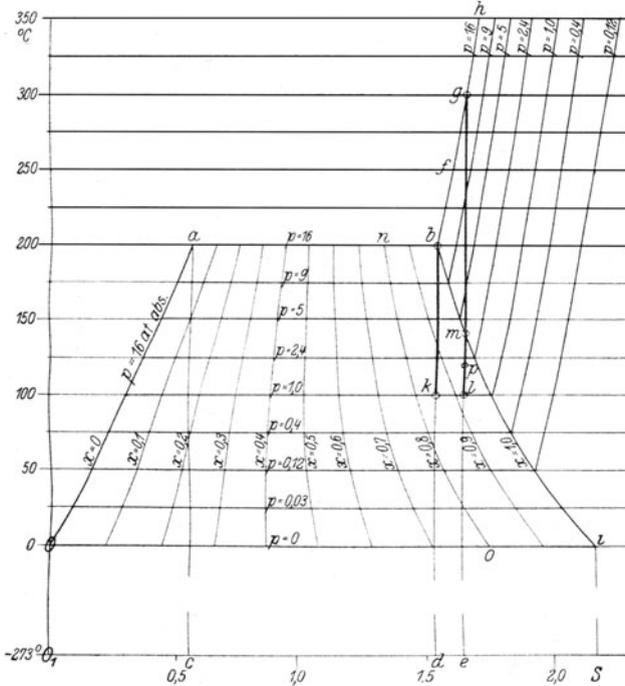


Abb. 23.

3. Die Entropie während der Überhitzung werde in Temperatursprüngen von je  $50^\circ$  berechnet; sie wird z. B. für  $T_3 = 300^\circ \text{ C} = 573^\circ \text{ abs.}$

$$S_3 = c_p \log \text{nat} \frac{T_3}{T_2} = 0,582 \log \text{nat} \frac{573}{473} = 0,112.$$

Macht man die Strecke  $de = S_3$ , dann ergibt sich für die Ordinate  $T_3 = 300^\circ$  der Punkt  $g$ . Diese Konstruktion wird für die höheren und tieferen Temperaturen mit Berücksichtigung der Werte  $c_p$  aus Zahlentafel 3 fortgesetzt und liefert die Kurve  $bh$ . Die Fläche  $bge$  entspricht der zur Überhitzung auf  $300^\circ$  bei 16 at abs. erforderlichen Wärmemenge.

Setzt man die Berechnung und Übertragung unter 2. für die Drücke unterhalb 16 at abs. fort, dann erhält man die Kurve  $b i$ , welche Grenzkurve zwischen Satttdampf und Heißdampf genannt wird. An der Grenzkurve setzen die Linien für Heißdampf an. Teilt man die Entropien  $S_2$  in eine gleiche Anzahl gleicher Teile und verbindet man die Teilpunkte, dann entstehen die Linien gleicher Dampfeuchtigkeit.

Zum Entwurf des Entropiediagrammes Abb. 23 nach den Angaben des vorstehenden Beispiels berechnet man zweckmäßig folgende

Zahlentafel 4.

| $t_1$ | $T_1$ | $p$    | Verdampfungswärme<br>$r$ | log nat<br>$T_1$ | $S_1$ | $S_2$ | Für 16 at abs |       |                  |       |
|-------|-------|--------|--------------------------|------------------|-------|-------|---------------|-------|------------------|-------|
|       |       |        |                          |                  |       |       | $t_2$         | $T_2$ | log nat<br>$T_2$ | $S_2$ |
| ° C   | ° abs | at abs |                          |                  |       |       | ° C           | ° abs |                  |       |
| 0     | 273   | 0      | 595                      | 5,609            | 0     | 2,18  | 200           | 473   | 6,159            | 0     |
| 25    | 298   | 0,03   | 582                      | 5,697            | 0,088 | 1,95  | 225           | 498   | 6,211            | 0,029 |
| 50    | 323   | 0,12   | 568                      | 5,778            | 0,169 | 1,76  | 250           | 523   | 6,260            | 0,063 |
| 75    | 348   | 0,4    | 554                      | 5,852            | 0,243 | 1,59  | 275           | 548   | 6,306            | 0,088 |
| 100   | 373   | 1,0    | 540                      | 5,922            | 0,313 | 1,45  | 300           | 573   | 6,351            | 0,112 |
| 125   | 398   | 2,4    | 523                      | 5,986            | 0,377 | 1,31  | 325           | 598   | 6,394            | 0,134 |
| 150   | 423   | 5,0    | 505                      | 6,047            | 0,438 | 1,19  | 350           | 623   | 6,435            | 0,155 |
| 175   | 448   | 9,0    | 488                      | 6,105            | 0,496 | 1,09  |               |       |                  |       |
| 200   | 473   | 16,0   | 467                      | 6,159            | 0,550 | 0,99  |               |       |                  |       |

Die letzten 4 Spalten müssen für jeden Druck besonders berechnet werden.

Das Entropiediagramm enthält demnach folgende Kurven:

1. Linien gleicher Temperatur (Wagerechte).
2. „ gleichen Druckes, z. B.  $a b h$ .
3. „ gleicher spezifischer Dampfmenge, z. B.  $n o$ .
4. Grenzkurve  $O a$  zwischen Wasser und Dampf.
5. Grenzkurve  $b i$  zwischen Satt- und Heißdampf.

Eine adiabatische Zustandsänderung im Entropiediagramm wird durch eine senkrechte Gerade dargestellt, weil die hierzu gehörige Wärmemenge oder Fläche gleich Null wird. Das Entropiediagramm läßt sehr klar erkennen, bei welchem Druck während der Expansion die Kondensation des Dampfes beginnt und wie groß am Ende der Expansion die spezifische Dampfmenge und damit die Dampfeuchtigkeit wird.

**Beispiel:** Expandiert Satttdampf von 16 at abs. adiabatisch auf 1 at abs. nach der Linie  $b k$ , dann beginnt der Dampf sofort sich niederzuschlagen und erreicht bei 1 at abs. die spezifische Dampfmenge 0,85, d. h. er enthält 15% Wasser.

Expandiert dagegen Heißdampf von 16 at abs. und 300° C auf 1 at abs. nach der Linie  $gl$ , dann beginnt die Kondensation erst beim Überschreiten der Grenzkurve (Punkt  $m$ ) und am Schluß der Expansion beträgt die spezifische Dampfmenge 0,92, d. h. der Dampf enthält 8% Wasser.

### 6. Adiabatische Ausströmung von Wasserdampf.

Die für Gase entwickelte Formel

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

gilt auch für Dämpfe.

Für  $k$  ist zu setzen:

- a) bei Naßdampf:  $k = 1,035 + 0,1x$ , wobei  $x$  die spezifische Dampfmenge bedeutet. Für trocken gesättigten Dampf wird  $x = 1$ , also

$$k = 1,135;$$

- b) bei Heißdampf:  $k = 1,3$ .

Das kritische Druckverhältnis wird dann

$$\frac{p_0}{p_1} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

für

- a) trocken gesättigten Dampf mit  $k = 1,135$ :

$$\frac{p_0}{p_1} = \left( \frac{2}{1,135+1} \right)^{\frac{1,135}{1,135-1}} = 0,577$$

und

$$c_0 = \sqrt{2g \frac{1,135}{1,135+1} \cdot p_1 v_1} = 3,23 \sqrt{p_1 v_1}$$

wobei  $v_1$  aus der Zahlentafel für gesättigten Wasserdampf zu entnehmen ist.

$$G = f \sqrt{2g \frac{1,135}{1,135+1} + 0,577^{\frac{2}{1,135}} \cdot \frac{v_1}{p_1}} = 1,99 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

- b) Heißdampf mit  $k = 1,3$ :

$$\frac{p_0}{p_1} = 0,545$$

$$c_0 = 3,33 \sqrt{p_1 v_1}$$

$$G = 2,09 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

hier ist  $v_1$  aus einer der S. 66 angegebenen Zustandsgleichungen zu berechnen.

**Beispiel:** In der nach Laval erweiterten Hochdruckdüse einer Dampfturbine (s. S. 60) expandiert Dampf von 12 at abs. und  $300^\circ\text{C}$  auf 2 at abs. Wie groß ist

1. Der kritische Druck  $p_0$ .
2. Die kritische Geschwindigkeit  $c_0$ .
3. Die durch  $f = 1$  qcm sekundlich strömende Dampfmenge.
4. Die größte erreichbare theoretische Geschwindigkeit.
5. Die spezifische Dampfmenge beim Austritt?

1.  $p_0 = 0,545 p_1 = 0,545 \cdot 12 = \mathbf{6,54}$  at abs.

2.  $c_0 = 3,33 \sqrt{p_1 v_1}$ .

Nach der Zustandsgleichung von Callendar ist

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} - C \left( \frac{273}{T} \right)^n = \frac{0,0047 \cdot 573}{12} - 0,075 \left( \frac{273}{573} \right)^{10}$$

$$= 0,218 \text{ cbm/kg};$$

$$c_0 = 3,33 \sqrt{120\,000 \cdot 0,218} = \mathbf{537} \text{ m/sec.}$$

3.  $G = 2,09 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} = 2,09 \cdot 0,0001 \sqrt{\frac{120\,000}{0,218}} = \mathbf{0,155} \text{ kg.}$

4.  $c^{\max} = \sqrt{2 g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \frac{p}{p_1} \right]^{\frac{k-1}{k}}}$

$$= \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{1,3}{1,3-1} 120\,000 \cdot 0,218 \left[ 1 - \left( \frac{2}{12} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} \right]}$$

$$\simeq \mathbf{880} \text{ m/sec.}$$

5. Nach der Adiabate  $g l$  ist bei 2 at abs. (Punkt  $p$ ) die spezifische Dampfmenge

$$x = \mathbf{0,98};$$

oder die Dampfeuchtigkeit = 2%.

## 7. Das Molliersche $J$ - $S$ -Diagramm.

Die lebendige Energie von 1 kg Dampf, der mit der Geschwindigkeit  $c$  ausströmt, ist

$$L = \frac{c^2}{2g}.$$

Wenn die Ausströmung rein adiabatisch erfolgt, muß  $L$  gleich dem Arbeitsäquivalent der bei der adiabatischen Expansion scheinbar verschwundenen Wärmemenge sein. Bezeichnet man den Wärmeinhalt<sup>1)</sup> des Dampfes vor der Expansion mit  $i_1$ , nach der Expansion

<sup>1)</sup> Für die Punkte oberhalb der Grenzkurve ist  $i$  identisch mit dem früheren  $\lambda$ , für die Punkte unterhalb der Grenzkurve dagegen kleiner.

mit  $i_2$ , dann ist das adiabatische Wärmegefäll  $i_1 - i_2$ , die entsprechende mechanische Arbeit

$$L = \frac{1}{A} (i_1 - i_2);$$

also

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{A} (i_1 - i_2).$$

hieraus

$$c = \sqrt{\frac{2g}{A} (i_1 - i_2)}$$

oder

$$c = 91,5 \sqrt{i_1 - i_2}.$$

Die Wärmeinhalte sind im Wärmediagramm als Flächeninhalte eingezeichnet. Wenn man jedoch nach dem Vorgang von Mollier

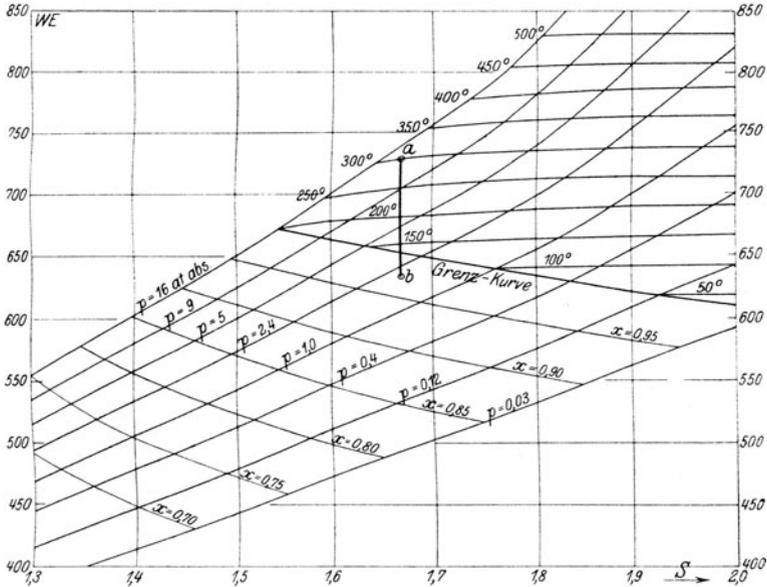


Abb. 24.

das Wärmediagramm so umzeichnet, daß man, mit Beibehaltung der Abszissen, den zu jedem Punkt gehörigen Wärmeinhalt  $i$  als Ordinate einträgt, z. B. 1 WE = 1 mm, dann entsteht das  $J$ - $S$ -Diagramm (Abb. 24 gibt die für den praktischen Gebrauch wichtigere

rechte Hälfte wieder, die die Grenzkurve zwischen Naß- und Heißdampf umgibt), das zwar geometrisch keinen Sinn mehr hat, das aber die Wärmehalte ohne weiteres als Ordinaten abzugreifen gestattet, und damit auch die Differenzen  $i_1 - i_2$ . Dadurch ist die Berechnung der spezifischen Dampfmenge auf dieselbe Weise möglich wie früher<sup>1)</sup>. Das vollständige  $J$ - $S$ -Diagramm enthält wie das frühere  $T$ - $S$ -Diagramm folgende Kurven:

1. Linien gleicher Temperatur.
2. „ gleichen Druckes.
3. „ gleicher spezifischer Dampfmenge.
4. Grenzkurve zwischen Wasser und Dampf.
5. „ „ Satt- und Heißdampf.

**Beispiel:** Die größte Dampfgeschwindigkeit des Beispiels S. 72 ist nach dem Molliardiagramm zu berechnen.

Es ist  $i_1 - i_2 =$  Strecke  $ab$  (in Abb. 24) = 93 WE; also

$$c = 91,5 \sqrt{i_1 - i_2} = 91,5 \sqrt{93} = 884 \text{ m/sec.}$$

Diese Berechnungsweise wird bei den Dampfturbinen angewandt. Um die die kritische Geschwindigkeit übersteigende volle Dampfgeschwindigkeit zu erreichen, müssen bei Druckgefällen außerhalb des kritischen die Düsen nach bestimmten Gesetzen erweitert werden.

## B. Der Ammoniakdampf.

### 1. Physikalische Eigenschaften des Ammoniak-Dampfes.

Grundsätzlich gelten für diesen dieselben Gesetze wie für den Wasserdampf, nur liegen bei gleichen Drücken die Temperaturen viel tiefer als beim Wasserdampf. So ist z. B. die Sättigungstemperatur bei 2,9 at abs. für Ammoniak  $-10^\circ$ , weshalb man Ammoniak von diesem Druck zur Erzeugung von künstlicher Kälte benutzen kann, wie im 2. Abschnitt gezeigt werden wird. Hier wird dem Ammoniak unter Aufwand mechanischer Arbeit Wärme mitgeteilt und durch Wasserkühlung ein größerer Wärmebetrag als das Wärmeäquivalent dieser Arbeit entzogen, so daß es bei Temperaturen unter  $0^\circ \text{C}$  einem Kälteträger, z. B. einer Salzlösung wieder Wärme entziehen, diesen also unter  $0^\circ$  abkühlen kann. Der Prozeß verläuft umgekehrt wie der Prozeß einer Dampfmaschine.

Hier wird dem Wasser durch Erhitzen eine bestimmte Wärmemenge zugeführt, von der ein Teil in der Maschine in mechanische

<sup>1)</sup> Die Verlagsbuchhandlung J. Springer hat auf meine Anregung eine für den praktischen Gebrauch recht handliche Molliersche  $J$ - $S$ -Tafel in Sonderdruck herausgegeben.

Arbeit umgesetzt wird, während der Rest mit dem Abdampf entweicht. Bei der Erzeugung künstlicher Kälte wird dem Ammoniak eine bestimmte Wärmemenge entzogen, von der es bei Temperaturen unter  $0^\circ$  vom Kältefräger einen Teil wieder aufnimmt, während ihm der Rest als Äquivalent mechanischer Arbeit in einem Kompressor zuzuführen ist.

Statt des Ammoniaks ( $\text{NH}_3$ ) kann man auch Kohlensäure ( $\text{CO}_2$ ) oder schweflige Säure ( $\text{SO}_2$ ) benutzen. Kohlensäure erfordert die höchsten Drücke und kleinsten Kompressorabmessungen, schweflige Säure die niedrigsten Drücke und größten Kompressorabmessungen.

Die wichtigsten Zahlenwerte für gesättigten Ammoniakdampf enthält folgende

Zahlentafel 5.

| Temperatur<br>$t$ | Druck<br>$p$ | Flüssigkeitswärme<br>$q$ | Innere Verdampfungswärme<br>$e$ | Äußere Verdampfungswärme<br>$A p u$ | Verdampfungswärme<br>$r$ | Spez. Volumen<br>$v$ | Spez. Gewicht<br>$\gamma$ |
|-------------------|--------------|--------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|----------------------|---------------------------|
| $^\circ\text{C}$  | at abs.      | WE/kg                    | WE/kg                           | WE/kg                               | WE/kg                    | cbm/kg               | kg/cbm                    |
| -30               | 1,1890       | -25,51                   | 302,6                           | 28,0                                | 330,6                    | 0,998                | 1,002                     |
| -25               | 1,5085       | -21,47                   | 300,6                           | 28,5                                | 329,1                    | 0,800                | 1,250                     |
| -20               | 1,9004       | -17,34                   | 298,3                           | 28,9                                | 327,2                    | 0,646                | 1,548                     |
| -15               | 2,3670       | -13,13                   | 295,6                           | 29,3                                | 324,9                    | 0,525                | 1,905                     |
| -10               | 2,923        | - 8,83                   | 292,6                           | 29,7                                | 322,3                    | 0,432                | 2,315                     |
| - 5               | 3,579        | - 4,47                   | 289,4                           | 30,0                                | 319,4                    | 0,358                | 2,793                     |
| 0                 | 4,348        | 0                        | 285,7                           | 30,4                                | 316,1                    | 0,298                | 3,356                     |
| + 5               | 5,241        | + 4,54                   | 281,8                           | 30,7                                | 312,5                    | 0,250                | 4,000                     |
| +10               | 6,271        | + 9,17                   | 277,6                           | 31,0                                | 308,6                    | 0,211                | 4,739                     |
| +15               | 7,451        | +13,87                   | 273,1                           | 31,3                                | 304,4                    | 0,180                | 5,555                     |
| +20               | 8,792        | +18,66                   | 268,4                           | 31,5                                | 299,9                    | 0,154                | 6,493                     |
| +25               | 10,308       | +23,53                   | 263,3                           | 31,7                                | 295,0                    | 0,132                | 7,576                     |
| +30               | 12,009       | +28,49                   | 257,8                           | 31,9                                | 289,7                    | 0,114                | 8,772                     |
| +35               | 13,906       | +33,52                   | 251,9                           | 32,1                                | 284,0                    | 0,099                | 10,10                     |
| +40               | 16,011       | +38,64                   | 245,8                           | 32,2                                | 278,0                    | 0,087                | 11,49                     |

## 2. Der Prozeß der Kälteerzeugung.

Die zugehörige Anlage ist in Abb. 25 schematisch dargestellt. Sie besteht aus folgenden Teilen:

- A* Kompressor.
- CC* Saugventile.
- DD* Druckventile.
- E* Druckleitung.

*F* Kondensator mit Kühlschlange, Wasserzulauf bei *G*,  
Wasserablauf bei *H*.

*J* Manometer der Druckleitung.

*K* Reduzierventil.

*L* Manometer der Saugleitung.

*M* Verdampfer oder Refrigerator mit Verdampferschlange.

An der Verdampferschlange wird ein ständig umlaufender  
Strom von etwa 20proz. Kochsalzlösung vorbeigeführt.

*Q* Saugleitung zu Kompressor.

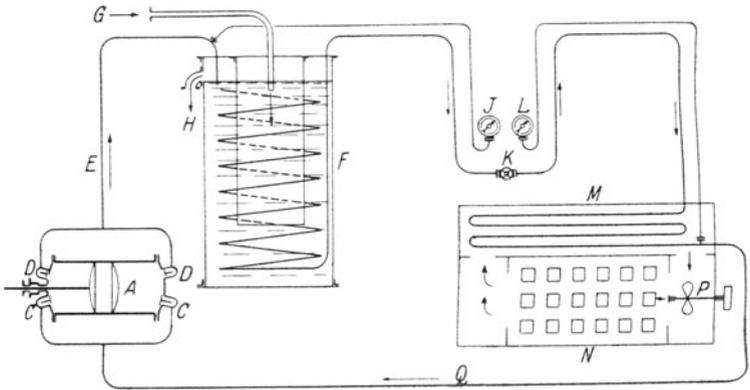


Abb. 25.

Das unter  $0^{\circ}\text{C}$  abgekühlte Salzwasser kann verwendet werden  
a) zur Abkühlung von Süßwasser unter  $0^{\circ}$ , also zur Erzeugung  
künstlichen Eises;

b) zur Luftkühlung, indem es mittels einer Pumpe durch Rohr-  
schlangen getrieben wird, die an der Decke des abzukühlenden  
Raumes befestigt sind.

Im Fall a) wird neben dem Verdampfer ein Kasten  $N^1)$  ange-  
ordnet, in den die mit Süßwasser gefüllten Gefrierzellen eingehängt  
werden. Das Salzwasser wird durch ein Rührwerk  $P$  in Pfeilrichtung  
umgetrieben.

Wirkungsweise: In der Saugleitung  $Q$  befindet sich annähernd  
trocken gesättigter Ammoniakdampf von etwa 3 at abs., der durch  
den Kompressor auf etwa 12 at abs. verdichtet und meistens gleich-  
zeitig überhitzt wird. In der Kühlschlange des Kondensators wird  
das Ammoniak bei gleichbleibendem Druck zunächst auf Sättigungs-

<sup>1)</sup> In Abb. 25 im Grundriß gezeichnet.

temperatur abgekühlt, verflüssigt und meistens etwas unterkühlt. Durch das Reduzierventil gelangt es in die unter etwa 3 at abs. stehende Saugleitung, wobei ein Teil des flüssigen Ammoniaks verdampft und das Ammoniak die Sättigungstemperatur  $-10^{\circ}$  für 3 at abs. annimmt. Hier vollzieht sich also der Temperatursprung durch  $0^{\circ}$ . Im Verdampfer nimmt das flüssige Ammoniak aus der Salzlösung Wärme auf, wobei es verdampft und die Salzlösung im Beharrungszustand dauernd unter  $0^{\circ}$  gehalten wird. Das nun dampfförmig gewordene Ammoniak gelangt mit etwa 3 at abs. und

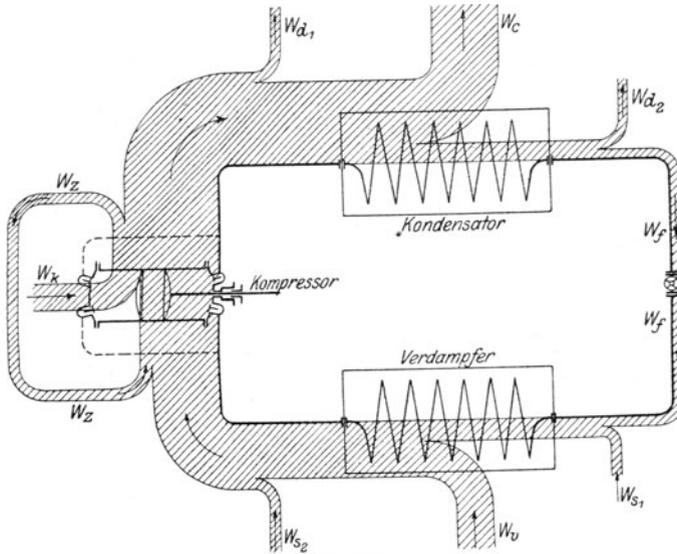


Abb. 26.

der zugehörigen Sättigungstemperatur nach dem Kompressor zurück, worauf der Kreislauf von neuem beginnt.

Der Druck in der Saugleitung wird mittels des Reduzierventiles so eingestellt, daß die Temperatur des Ammoniaks, die neben dem Druck am Manometer  $L$  abzulesen ist, etwas tiefer ist als die der Salzlösung.

Die Veränderung des Wärmeinhaltes ergibt sich aus Abb. 26, in der die Wärme als ein Strom dargestellt ist, dessen Breite gleich dem jeweiligen Wärmeinhalt von 1 kg Ammoniak ist. Beim Durchgang durch das Reduzierventil bleibt der Wärmeinhalt  $W_f$  ungeändert. Auf dem Wege nach dem Kompressor wird aus

der die Rohrleitung umgebenden Luft und aus dem Verdampfer Wärme aufgenommen. Die Wärmeaufnahme aus der Luft beeinträchtigt die „Kälteleistung“ und wird durch entsprechende Isolierung der Rohre vermindert. Im Kompressor nimmt das Ammoniak die der indizierten Kompressorleistung entsprechende Wärmemenge auf, wobei allerdings ein Teil durch Leitung der Wandungen und des Kolbens und durch Undichtheiten wieder zurückfließt. Auf dem Weg vom Kompressor nach dem Reduzierventil gibt das Ammoniak aus der Rohrleitung an die Luft und im Kondensator Wärme ab. Die Wärmeabgabe aus der Leitung unterstützt die Wirkung des Kondensators; die Leitung bleibt deshalb blank.

Im Beharrungszustand muß die Summe der vom Ammoniak aufgenommenen Wärmemengen gleich der abgegebenen Wärme sein. Ist

$W_f$  = Wärmehalt beim Durchgang durch das Reduzierventil,  
 $W_{s1} + W_{s2}$  = Wärmeaufnahme der Saugleitung,  
 $W_v$  = Wärmeaufnahme im Verdampfer = Kälteleistung  
 $W_k$  = Wärmeäquivalent der indizierten Kompressorleistung,  
 $W_z$  = Wärmeverlust durch Zurückströmen im Kompressor,  
 $W_{d1} + W_{d2}$  = Wärmeabgabe der Druckleitung,  
 $W_c$  = Wärmeabgabe an das Kühlwasser des Kondensators, dann ist  
 $W_f + W_{s1} + W_{s2} + W_v + W_k + W_z = W_f + W_{d1} + W_{d2} + W_c + W_z$   
 oder

$$W_{s2} + W_{s2} + W_v + W_k = W_{d1} + W_{d2} + W_c.$$

Ohne Berücksichtigung der Verluste wird:

$$W_v + W_k = W_c;$$

d. h. Verdampferleistung + Kompressorleistung = Kondensatorleistung.

### 3. Berechnung der Kälteleistung.

In 1 kg feuchten Dampfes sind  $x$  kg Dampf und  $(1 - x)$  kg Flüssigkeit enthalten; die Flüssigkeitswärme ist  $(1 - x)q$ , die Dampfwärme ist  $x(q + r)$ , also die Gesamtwärme

$$\lambda = (1 - x)q + x(q + r) = q + xr.$$

Wird im Reduzierventil der Ammoniakdampf von der Spannung  $p_1$  auf die Spannung  $p_2$  abgedrosselt, so verdampft ein Teil des flüssigen Ammoniaks, so daß die spezifische Dampfmenge  $x$  zunimmt, während der Wärmehalt  $\lambda$  unverändert bleibt. Bezeichnet man mit

$x_1$  die spezifische Dampfmenge vor der Drosselung  
 $x_2$  „ „ „ nach „ „  
 $q_1$  „ Flüssigkeitswärme vor „ „  
 $q_2$  „ „ nach „ „  
 $r_1$  „ Verdampfungswärme vor „ „  
 $r_2$  „ „ nach „ „  
 dann ist

$$\lambda = q_1 + x_1 r_1 = q_2 + x_2 r_2,$$

hieraus

$$x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} + x_1 \frac{r_1}{r_2}.$$

Die Werte für  $q$  und  $r$  sind der Zahlentafel 5 S. 75 zu entnehmen. Beim Eintritt in den Verdampfer enthält das Ammoniak  $(1 - x_2)$  kg Flüssigkeit, deren Verdampfungswärme  $= Q$  sei. Gibt die Salzlösung  $Q$  WE an das Ammoniak ab, dann ist das ganze Ammoniak dampfförmig geworden. Die stündliche Wärmeabgabe im Verdampfer ist die Kälteleistung. Wird also stündlich 1 kg Ammoniak in Umlauf gehalten, dann ist die theoretische Kälteleistung

$$Q = (1 - x_2) r_2.$$

Der obige Wert für  $x_2$  wird eingesetzt; dann ist mit  $x_1 = 0$  (reine Flüssigkeit)

$$Q = \left(1 - \frac{q_1 - q_2}{r_2}\right) r_2 = r_2 - q_1 + q_2.$$

Ist die Kälteleistung  $W_v$  gegeben, dann wird das stündlich umzuführende theoretische Ammoniakgewicht

$$G = \frac{W_v}{Q}.$$

Will man in der Saugleitung noch eine geringe Flüssigkeitsmenge zulassen, dann wird die Kälteleistung entsprechend vermindert.

Aus der anzuzugenden Ammoniakmenge  $G$  und dem spezifischen Volumen  $v_2$  des Ammoniakdampfes bei der Ansaugspannung ergibt sich der theoretische sekundliche Kolbenwegraum  $V$  des Kompressors zu

$$V = \frac{G \cdot v_2}{3600} = \frac{W_v \cdot v_2}{3600 \cdot Q}.$$

**Beispiel:** Eine Ammoniak-Kälteerzeugungsanlage arbeite mit

$$p_1 = 12 \text{ at abs.}$$

$$p_2 = 2,9 \text{ „ „}$$

und soll der Salzlösung stündlich  $W_v = 50\,000$  WE entziehen. Im Kondensator soll das Ammoniak bei Sättigungstemperatur gerade vollständig verflüssigt, in der Saugleitung vollständig verdampft sein. Wie groß ist theoretisch

- der Flüssigkeitsgehalt  $1 - x_2$  vor dem Verdampfer,
- das stündlich umzutreibende Ammoniakgewicht  $G$ ,
- der sekundliche Kolbenwegraum  $V$  und die Abmessungen des Kompressorzylinders bei  $n = 100$ ,
- die indizierte Kompressorarbeit  $L$  und ihr Wärmeäquivalent  $W_k$ ,
- die im Kondensator stündlich zu entziehende Wärmemenge  $W_c$ .

$$a) \quad x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} + x_1 \frac{r_1}{r_2};$$

hier ist  $x_1 = 0$ , weil vor dem Reduzierventil nur flüssiges Ammoniak vorhanden sein soll, also

$$x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} = \frac{28,49 + 8,83}{322,3} = \mathbf{0,116}.$$

$$1 - x_2 = \mathbf{0,884}.$$

Das Ammoniak enthält also hinter dem Reduzierventil 11,6% Dampf und 88,4% Flüssigkeit.

- b) Die Kälteleistung für 1 kg Ammoniak ist

$$Q = r_2 - q_1 + q_2 = 322,3 - 28,49 - 8,83 = 285,0 \text{ WE.}$$

Das stündlich umzutreibende Ammoniakgewicht ist also

$$G = \frac{W_v}{Q} = \frac{50\,000}{285} = 175 \text{ kg.}$$

- c) Sekundlicher Kolbenwegraum

$$V = \frac{G \cdot v_2}{3600} = \frac{175 \cdot 0,432}{3600} = \mathbf{0,0210 \text{ cbm}}$$

$$= \mathbf{21,0 \text{ cdm.}}$$

Aus  $V = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{s \cdot n}{30}$  folgt mit  $s = 1,5 D$  (angenommenes Hubverhältnis)

$$V = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{1,5 D \cdot n}{30};$$

also

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 30 \cdot V}{\pi \cdot 1,5 \cdot n}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 30 \cdot 21,0}{\pi \cdot 1,5 \cdot 100}} = 1,75 \text{ dm} \sim \mathbf{175 \text{ mm}}$$

$$s = 1,5 D = 1,5 \cdot 175 = \sim \mathbf{270 \text{ mm.}}$$

d) Die Kompressorarbeit für 1 kg Ammoniak ist bei adiabatischer Verdichtung ohne Berücksichtigung des schädlichen Raumes nach S. 42

$$L = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2);$$

$k$  ist für Ammoniak =  $\mathbf{1,298}$ ,

$v_2$  ist das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes bei der Ansaugspannung  $p_2 = 2,9$  at abs., also  $v_2 = 0,432$  cbm/kg (wie unter c),

$v_1$  ist das spezifische Volumen des durch die Kompression überhitzten Dampfes beim Druck  $p_1$  angenähert nach der Gleichung der Adiabate

$$v_1 = v_2 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,432 \left( \frac{2,9}{12} \right)^{\frac{1}{1,298}} = 0,144 \text{ cbm/kg.}$$

Die Werte werden in die Gleichung für  $L$  eingesetzt:

$$L = \frac{1,298}{1,298 - 1} (120\,000 \cdot 0,144 - 29\,000 \cdot 0,432) = 20\,900 \text{ mkg.}$$

Also sekundliche Leistung für das stündliche Ammoniakgewicht 175 kg;

$$N = \frac{175 \cdot 20\,900}{75 \cdot 3600} = \mathbf{13,5 \text{ PS}}$$

$$W_k = 632 \cdot N = 632 \cdot 13,5 = \mathbf{8500 \text{ WE.}}$$

e) Im Kondensator wird der überhitzte Ammoniakdampf von der Temperatur  $T_1$  zunächst auf die dem Druck  $p_1 = 12$  at abs. entsprechende Sättigungstemperatur  $T_3 = 273 + 30 = 303^\circ$  abs. abgekühlt. Die abzuführende Wärmemenge ist

$$W'_{c1} = c_p (T_1 - T_3) \text{ für 1 kg.}$$

Bezeichnet man die dem Ansaugedruck  $p_2 = 2,9$  at abs. entsprechende Sättigungstemperatur mit  $T_2 = 273 - 10 = 263^\circ$  abs., dann ist nach der III. Poissonschen Gleichung angenähert

$$T_1 = T_2 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 263 \left( \frac{12}{2,9} \right)^{\frac{1,298-1}{1,298}} = 373^\circ \text{ abs. oder } t_1 = 100^\circ \text{ C.}$$

Die spezifische Wärme für Ammoniakdampf von  $100^\circ$  C ist  $c_p = 0,53$  WE/kg; also

$$W'_{c1} = 0,53 (373 - 303) = 37,1 \text{ WE/kg.}$$

Nach erreichter Sättigung ist bis zur völligen Verflüssigung des Ammoniaks die Verdampfungswärme

$$W'_{c2} = r = 289,7 \text{ WE/kg}$$

abzuführen.

Von 1 kg Ammoniak werden also im Kondensator abgegeben

$$W'_c = W'_{c1} + W'_{c2} = 37,1 + 289,7 = 326,8 \text{ WE;}$$

also stündlich

$$W_c = G \cdot W'_c = 175 \cdot 326,8 = \mathbf{57\,200 \text{ WE.}}$$

Die wirklichen Werte weichen von den hier berechneten Zahlen natürlich ab, weil

1. die Poissonschen Gleichungen für Ammoniakdämpfe nicht streng gelten,
2. das Ammoniak im Verdampfer nicht vollständig verdampft,
3. die umgebende Luft Wärme aus der Druckleitung aufnimmt und an die Saugleitung abgibt.

Der Betrieb soll so geleitet werden, daß die am Manometer der Saugleitung abzulesende Temperatur etwas tiefer als die der Salzlösung ist und das Druckrohr nicht zu heiß (handwarm) wird.

## **Quellenverzeichnis.**

- Birven: Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie.  
Güldner: Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungsmotoren.  
Ingenieur Taschenbuch der „Hütte“.  
Mollier: Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf.  
Ostertag: Die Entropietafel für Luft.  
Pohlhausen: Die Dampfmaschinen.  
Schüle: Technische Thermodynamik.  
Stodola: Die Dampfturbinen.  
Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.  
Zeuner: Thermodynamik.
-

---

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

## **Anleitung zur Durchführung von Versuchen an Dampfmaschinen, Dampfkesseln, Dampfturbinen und Verbrennungskraftmaschinen**

Zugleich Hilfsbuch für den Unterricht  
in Maschinen-Laboratorien technischer Lehranstalten

Von Studienrat, Oberingenieur Fr. Seufert  
Stettin

Sechste, erweiterte Auflage

Mit 52 Abbildungen — Preis M. 14.—

---

## **Bau und Berechnung der Verbrennungskraftmaschinen**

Eine Einführung

Von Studienrat, Oberingenieur Fr. Seufert

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 94 Abbildungen und 2 Tafeln — Preis M. 11.—

---

## **Bau und Berechnung der Dampfturbinen**

Eine kurze Einführung

Von Franz Seufert

Studienrat, Oberingenieur an der staatl. höheren Maschinenbauschule in Stettin

Mit 54 Textabbildungen — Preis M. 5.—

---

## **Verbrennungslehre und Feuerungstechnik**

Von Studienrat, Oberingenieur Fr. Seufert, Stettin

Mit 19 Abbildungen, 13 Zahlentafeln und vielen Berechnungsbeispielen

Preis etwa M. 16.—

---

Hierzu Teuerungszuschläge

**Handbuch der Feuerungstechnik und des Dampfkesselbetriebes**

mit einem Anhang über allgemeine Wärmetechnik. Von Dr.-Ing. **Georg Herberg**, beratender Ingenieur in Stuttgart. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 59 Abbildungen und Schaulinien, 90 Zahlentafeln sowie 47 Rechnungsbeispielen. Gebunden Preis M. 18.—

---

**Die Abwärmeverwertung im Kraftmaschinenbetrieb**

mit besonderer Berücksichtigung der Zwischen- und Abdampfverwertung zu Heizzwecken. Eine kraft- und wärmewirtschaftliche Studie. Von Dr.-Ing. **Ludwig Schneider**. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 159 Textfiguren. Preis M. 16.—; gebunden M. 20.—

---

**Die Grundgesetze der Wärmeleitung und des Wärmeüberganges.**

Ein Lehrbuch für Praxis und technische Forschung. Von Dr.-Ing. **Heinrich Gröber**. Mit 78 Textabbildungen. Preis M. 46.—; gebunden M. 53.—

---

**Kohlenstaubfeuerungen für ortsfeste Dampfkessel.**

Eine kritische Untersuchung über Bau, Betrieb und Eignung. Von Dr.-Ing. **Friedrich Münzinger**. Mit 61 Textfiguren. Preis M. 24.—

---

**Die Dampfkessel.**

Lehr- und Handbuch für Studierende Technischer Hochschulen, Schüler Höherer Maschinenbauschulen und Techniker sowie für Ingenieure und Techniker. Von Professor **F. Tetzner**. Sechste, umgearbeitete Auflage von Oberlehrer **O. Heinrich**. Mit 451 Textabbildungen und 20 Tafeln. Gebunden Preis M. 62.—

---

**Die Maschinistenschule.**

Vorträge über die Bedienung von Dampfmaschinen und Dampfturbinen zur Ablegung der Maschinistenprüfung. Von Gewerberat **F. O. Morgner**, Leiter der Heizer- und Maschinistenkurse in Chemnitz. Mit 119 Textabbildungen. Preis M. 8.—

---

**Die Heizerschule.**

Vorträge über die Bedienung und die Einrichtung von Dampfkesselanlagen mit einem Anhang über Niederdruckkessel für Heizungsanlagen. Von Gewerberat **F. O. Morgner** in Chemnitz. Dritte, umgearbeitete Auflage. Mit etwa 158 Textabbildungen.

In Vorbereitung

---

**Die Ölfuerungstechnik.**

Von Dr.-Ing. **O. A. Essich**. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 209 Textabbildungen. Preis M. 20.—

---

**Die flüssigen Brennstoffe, ihre Gewinnung, Eigenschaften und Unter-**

suchung. Von Dr. **L. Schmitz**. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 56 Textabbildungen. Gebunden Preis M. 10.—

---