

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

von

Dr. Adolf Thomälen

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

Von

Dr. Adolf Thomälen
Elektroingenieur

Sechste, verbesserte Auflage

Mit 427 in den Text gedruckten Figuren



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1914

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
ISBN 978-3-662-23406-8 ISBN 978-3-662-25458-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-25458-5

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den allgemein verständlichen Darstellungen und den Spezialwerken. Es will den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt machen, sondern ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen aneignen, mit deren Hilfe er sich die Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik erklären kann. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf rechnerischem und zeichnerischem Wege zu verfolgen. Dabei sind die Rechnungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben sowie das Eingehen auf Einzelheiten der Ausführung verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender und konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

Vorwort zur sechsten Auflage.

Die vorliegende sechste Auflage enthält neue Abschnitte über den Einschaltvorgang bei Transformatoren, die doppelt verkettete Streuung von Drehstrommotoren und über Phasenkompensierung und Stabilisierung des Drehstromreihenschlußmotors.

Bei den Gleichstrommaschinen wurde die Bedingung für vollkommene Kommutierung in einfacher Weise formuliert und das Einschalten größerer Motoren ohne Anlaßwiderstand behandelt. Die Abschnitte über Gleichstromwicklungen wurden gekürzt.

Die Darstellung der Krämerschen Maschine wurde neu aufgenommen und mit der Beschreibung der Rosenberg-Maschine zu einem besonderen Abschnitt über Maschinen für konstante Stromstärke zusammengesetzt.

Die Ausführungen über Induktionsregler in Abschnitt 83 wurden erweitert. In Abschnitt 88 über die Streuung von Transformatoren wurde der Anteil des Streuflusses am Gesamtkraftfluß bei den verschiedenen Betriebszuständen untersucht.

Abschnitt 101 über das Verhalten der Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung wurde umgearbeitet und gekürzt. In dem entsprechend bearbeiteten Abschnitt 108 über Synchronmotoren wurde eine zusammenfassende Darstellung der Wechselstrommaschine als Generator und Motor gegeben.

In Abschnitt 105 über das Pendeln von Wechselstrommaschinen wurden die Ableitungen über den Einfluß der Dämpfung etwas erweitert. In dem Bemühen, die Darstellung so kurz wie möglich zu fassen, scheinen hier die früheren Auflagen etwas zu weit gegangen zu sein.

Im Abschnitt über genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft von Drehstrommotoren wurden Text und Figur deutlicher gehalten.

Die einfache planimetrische Abteilung des genauen Heylandschen Kreises ist beibehalten, jedoch ist die Umkehrung des Drehsinnes der Vektoren, die mit Recht beanstandet werden kann, vermieden.

In den Abschnitten 126 und 127 wurden die Diagramme, die etwas unvorsichtig als „bequemste Form des Heylandschen Kreises“ bezeichnet waren, vereinfacht (vergl. ETZ 1912, S. 1194).

Beim Drehstrom-Reihenschlußmotor wurde das von Binder gegebene Diagramm berücksichtigt und die Gleichungen für das Drehmoment und die Leistung abgeleitet.

Eine wesentliche Neuerung ist die Änderung des Drehsinnes der Vektoren, entsprechend dem Beschluß der Internationalen elektrotechnischen Kommission. Diese nicht ganz schmerzlose Operation erschien deswegen erforderlich, weil die Drehung der Vektoren im Sinne des Uhrzeigers, die der in der Mathematik getroffenen Festsetzung widerspricht und auch zu Unzuträglichkeiten in den analytischen Ableitungen führt, niemals allgemein angenommen werden wird. Will man also Einheitlichkeit schaffen, so kann dies mit einiger Aussicht auf Erfolg nur dadurch geschehen, daß der Drehsinn der Vektoren entgegen dem Uhrzeiger festgesetzt wird. Die Erleichterung, die durch eine solche einheitliche Darstellung geschaffen wird, ist derartig groß, daß dagegen alle Sonderücksichten verschwinden müssen. Von der Einführung der Zeitlinie muß aber nunmehr abgesehen werden. Um nämlich dieselben Figuren zu erhalten wie bei drehenden Vektoren, müßte man die Zeitlinie im Sinne des Uhrzeigers rotieren lassen, wodurch sich aber Schwierigkeiten bei der Definition der Phase eines Vektors ergeben.

Schlachtensee, im März 1914.

Ad. Thomälen.

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.		Seite
1. Der elektrische Strom		1
2. Die elektromotorische Kraft		3
3. Das Ohmsche Gesetz		5
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters		9
5. Die Kirchhoffschen Regeln		11
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife		14
7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen		17
8. Die Wheatstonesche Brücke		19
9. Spannungsmessung durch Kompensation		21
10. Elektrische Arbeit und elektrische Leistung		22
11. Die Potentialdifferenz		25
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme		27
Zweites Kapitel.		
13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse		30
14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse		33
15. Die Polarisation		36
16. Die Akkumulatoren		40
17. Die chemischen Vorgänge in Elementen		43
18. Die Voltmeter		46
Drittes Kapitel.		
19. Die magnetische Polstärke		48
20. Die magnetische Feldstärke		49
21. Die magnetischen Kraftlinien		51
22. Das magnetische Potential		53
23. Eisen im magnetischen Feld		56
24. Der Erdmagnetismus		58
Viertes Kapitel.		
25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes		59
26. Die elektromotorische Kraft der Induktion		63
27. Mechanische und elektrische Arbeit		67
28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife		70
29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft		72
30. Die Magnetisierungskurven		73
31. Der magnetische Widerstand		78
32. Die Selbstinduktion		84
33. Die gegenseitige Induktion		90
34. Die Hysterisis		93
35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten		96
36. Wirbelströme		99

	Seite
Fünftes Kapitel.	
37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem . . .	102
38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft	103
39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl	106
40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand	108
41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung	110
42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität	112
Sechstes Kapitel.	
43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator	114
44. Zweipolige Ringwicklung	116
45. Zweipolige Trommelwicklung	119
46. Ringanker mit Parallelwicklung	124
47. Trommel mit Parallelwicklung	127
48. Ring mit Reihenwicklung	132
49. Trommel mit Reihenwicklung	135
50. Reihen-Parallelwicklung	139
Siebentes Kapitel.	
51. Die Erregung der Dynamomaschinen	145
52. Die Feldmagnete	149
53. Die Bürstenstellung	152
54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung	154
55. Funkenfreie Kommutierung	158
56. Spannungsteilung	168
Achtes Kapitel.	
57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung	171
58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung	178
59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe	180
60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung	185
61. Maschinen für konstante Stromstärke	193
62. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen	196
Neuntes Kapitel.	
63. Drehrichtung der Motoren	202
64. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors	206
65. Der Nebenschlußmotor	210
66. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors	213
67. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren	224
68. Beispiel	228
69. Die Regelung von Hauptstrommotoren	231
Zehntes Kapitel.	
70. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft	236
71. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke	241
72. Die mittlere Leistung des Wechselstromes	242
73. Das Vektordiagramm	246
74. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion	253
75. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	257

	Seite
76. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung	263
77. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung	265
78. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung	266
79. Die Kapazitätsspannung	273
80. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung	275
81. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	277
82. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung	279
Elftes Kapitel.	
83. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator	281
84. Der Magnetisierungsstrom	284
85. Der Hysteresisstrom	286
86. Der Transformator bei induktionsloser Belastung	290
87. Der Transformator bei induktiver Belastung	297
88. Berücksichtigung der Streuung	300
89. Vorgang beim Einschalten von Transformatoren	306
Zwölftes Kapitel.	
90. Aufbau der Synchronmaschinen	310
91. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld	313
92. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung	315
93. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Ankerwicklung	318
Dreizehntes Kapitel.	
94. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine	322
95. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine	326
96. Das Diagramm der Amperewindungen	328
97. Berechnung der Statorrückwirkung	330
98. Ermittlung der Statorrückwirkung und Statorstreuung durch den Versuch	333
99. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalls	335
100. Berücksichtigung der primären Streuung	337
Vierzehntes Kapitel.	
101. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung u. Klemmenspannung	341
102. Die synchronisierende Kraft der Wechselstrommaschine	344
103. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen	348
104. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung	352
105. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen	358
106. Selbsttätige Spannungsregelung und Compoundierung	365
Fünfzehntes Kapitel.	
107. Synchronmotoren	370
108. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung .	372
109. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung	378
Sechzehntes Kapitel.	
110. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor	381
111. Die Dreieckschaltung	384
112. Die Sternschaltung	387
113. Die Leistung des Dreiphasenstromes	391
114. Wirkungsweise des Rotors	395

	Seite
Siebzehntes Kapitel.	
115. Die verteilten Wicklungen	399
116. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen	403
117. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes	409
118. Das Drehmoment des Drehstrommotors	413
119. Berechnung der Schlüpfung	416
120. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft	420
Achtzehntes Kapitel.	
121. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung	425
122. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors	429
123. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm	435
124. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment	438
125. Das genaue Heylandsche Diagramm	440
126. Bequemste Form des Kreisdiagramms	444
127. Praktisches Beispiel	447
128. Der Streunungsfaktor	450
129. Die doppelt verkettete Streuung	458
Neunzehntes Kapitel.	
130. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen	462
131. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors	465
132. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses	468
Zwanzigstes Kapitel.	
133. Einphasige Kommutatoren	472
134. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom	476
135. Der Repulsionsmotor	480
136. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor	486
137. Doppelschlußmotoren	494
Einundzwanzigstes Kapitel.	
138. Der Drehstrom-Kollektormotor	500
139. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors	503
140. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors	509
141. Kompensierung und Stabilisierung des Drehstrom-Reihenschlußmotors	510
142. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor	513
143. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler	516
Zweiundzwanzigstes Kapitel.	
144. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers	519
145. Spannungsregelung beim Einankerumformer	522
146. Der Effektverlust im Einankerumformer	525
147. Der Kaskadenumformer	529
Anhang. Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen	531
Bezeichnungen	541
Sachregister	543

Erstes Kapitel.

1. Der elektrische Strom. — 2. Die elektromotorische Kraft. — 3. Das Ohmsche Gesetz. — 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. — 5. Die Kirchhoffschen Regeln. — 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. — 7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen. — 8. Die Wheatstonesche Brücke. — 9. Spannungsmessung durch Kompensation. — 10. Elektrische Arbeit und elektrische Leitung. — 11. Die Potentialdifferenz. — 12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Leuchtfäden der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens im Elektromagneten, die Zersetzung von Flüssigkeiten usw. der Wirkung des elektrischen Stromes zu.

Die Elektrizität, mit der man es hier zu tun hat, ist ihrem Wesen nach dieselbe wie die statische oder Reibungselektrizität. Es empfiehlt sich daher, von der statischen Elektrizität auszugehen. Eine mit Seide geriebene Glasstange zeigt sich elektrisch, d. h. sie zieht kleine, leichte Körper an. Ebenso wird eine mit Wolle geriebene Harzstange elektrisch, aber entgegengesetzt wie die Glasstange. Dieser Gegensatz besteht vor allem darin, daß Glas- und Harzelektrizität sich gegenseitig neutralisieren, d. h. daß zwei Körper, die mit Glas- und Harzelektrizität in gleicher Menge geladen sind, bei gegenseitiger Berührung unelektrisch werden. Infolgedessen hat man die Glaselektrizität positiv, die Harzelektrizität negativ genannt. Der Ausgleich zwischen beiden erfolgt in derselben Weise, wie der Ausgleich zwischen Wärme und Kälte oder zwischen Überdruck und Unterdruck. Ähnlich wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt, oder wie nach unserer Vorstellung die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, fließt auch die Elektrizität vom höheren, positiven Niveau zum niederen, negativen Niveau. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es gleichgültig, ob sich der Ausgleich zwischen zwei Metallkugeln vollzieht, die mit ungleichnamiger Elektrizität statisch geladen sind oder zwischen den Klemmen eines Elementes bzw. einer Dynamomaschine.

Indessen muß der Unterschied zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Dynamomaschinen erzeugten strömenden Elektrizität ins Auge gefaßt werden. Auf der einen Seite ist die Elektrizitätsmenge, die beispielsweise auf einer Leydener Flasche gesammelt und durch den Funken zur Entladung gebracht wird, verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Auf der andern Seite ist die Spannung,

die wir hier zunächst nur als Ausgleichsbestreben auffassen wollen, bei der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Dynamomaschinen. Man erkennt dies daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem handelt es sich bei der Reibungselektrizität in der Regel um einen plötzlichen, dagegen bei der strömenden Elektrizität um einen gleichmäßig dauernden Ausgleich der ungleichnamigen Elektrizitätsmengen.

Um für diesen Ausgleich eine einfache Gesetzmäßigkeit ableiten zu können, nimmt man an, daß beim elektrischen Strome nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann bestimmt als die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Die Stromstärke auf der Einheit der Fläche nennt man die Stromdichte.

Als Grundlage für die Messung der Stromstärke dient die elektrolytische Wirkung des Stromes. Man nennt also z. B. einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet.

Nach der Festsetzung des deutschen Reichsgesetzes hat ein Strom die Einheit der Stärke, wenn er in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Diese Stromstärke wird mit „ein Ampere“ bezeichnet. Die Stromdichte wird dann in Ampere pro Quadratmillimeter gemessen.

Die Erfahrung ergibt, daß die magnetischen Wirkungen zweier Ströme in demselben Verhältnisse zueinander stehen wie die elektrolytischen Wirkungen, so daß man, wie es allgemein in der Praxis geschieht, auch die magnetische Wirkung zum Messen der Stromstärke benutzen kann. Instrumente, in denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf Eisen oder auf eine andere Stromspule wirkt, heißen Stromzeiger oder Amperemeter. Wird die magnetische Wirkung des Stromes zum Messen schwacher Ströme benutzt, so heißen die Instrumente Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die in einer Sekunde durch den Querschnitt fließt, wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, heißt ein Coulomb. Nehmen wir z. B. an, daß die Stromstärke einer Metallfadenlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen in einer Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die Elektrizitätsmenge, die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden durch den Querschnitt des Metallfadens fließt, gleich 0,5 · 3600 oder 1800 Coulomb. Bezeichnet allgemein

Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb,

I die Stromstärke in Ampere,

t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich die Elektrizitätsmenge zu

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist gleich 3600 Coulomb.

2. Die elektromotorische Kraft.

Wir haben schon die Vorstellung erwähnt, daß die Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt. Die Niveaudifferenz wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch galvanische Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chrom-Element besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure (CrO_3) und Schwefelsäure (H_2SO_4) tauchen. Die Untersuchung des Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Niveaudifferenz, und wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle C zum Zink Zn (Fig. 1).

Nun findet trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität statt, solange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt, also gleichsam wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder auf

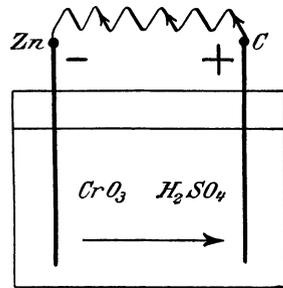


Fig. 1. Chrom-Element.

das hohe Niveau gehoben, indem es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird. Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den inneren Widerstand des Elementes und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft. Wir vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser vom niederen zum höheren Niveau emporhebt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der bei offenem Element gemessenen Niveaudifferenz oder Spannung.

Es fragt sich nun, wie man die Größe dieser Spannung bestimmen, d. h. eine Spannung messen oder mehrere Spannungen untereinander vergleichen kann. Zu diesem Zwecke könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblatt-Elektroskops verwenden. Man mißt jedoch bequemer die Spannung durch den Strom, den sie verursacht. Wenn z. B. bei zwei kommunizierenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichsleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene, unveränderliche Größe ist, so ist die in der Zeiteinheit von dem einen

Gefäß zum andern fließende Wassermenge dem Drucke oder Niveaudifferenz proportional. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichsleiter, z. B. die Kupferwicklung eines Galvanometers, nacheinander an die zu messende Spannung, z. B. an die Klemmen eines Elementes. Die größere oder geringere Stromstärke im Galvanometer ist uns dann ein Maß für den größeren oder geringeren elektrischen Druck, d. h. für die Spannung oder die elektromotorische Kraft.

Dabei ergibt sich nun, daß die Spannung oder die elektromotorische Kraft eines Elementes eine fast unveränderliche Größe ist, die vor allem von den Abmessungen des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Wasserbehälter. Durch diesen ist ein für allemal ein gegebener Niveauunterschied geschaffen, der durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist, und es ist dabei gleichgültig, ob der Behälter groß oder klein ist, sofern er nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich davon ab, ob an den Verbrauchsstellen viele oder wenige Wasserhähne aufgedreht werden. Ebenso ist nicht die Stromstärke, sondern nur die elektromotorische Kraft eines Elementes eine konstante Größe, die sich durch ein Elektroskop auch dann feststellen läßt, wenn das Element nicht benutzt wird. Die Stromstärke hängt dagegen ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgend eine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die in der Praxis gebrauchte Einheit ist halb so groß wie die Spannung des oben erwähnten Chromsäure-Elementes und wird ein Volt genannt. Dann ergibt sich für die gebräuchlichen Elemente folgende Tabelle:

Bezeichnung	Zusammensetzung	Spannung in Volt
Chrom-Element . .	Zink und Kohle in Schwefelsäure und Chromsäure	2
Daniell-Element . .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung	1,07
Bunsen-Element . .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kohle in konzentrierter Salpetersäure	1,8—1,9
Leclanché-Element	Zink und von Braunstein umgebene Kohle in Salmiaklösung	1,4
Weston-Element . .	Cadmium-Amalgam und Quecksilber, das mit Quecksilberoxydulsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,019

Das Zink beziehungsweise das dem Zink chemisch nahestehende Cadmium bildet in diesen Elementen den negativen Pol, und der Strom fließt außen vom positiven Pol zum Zink.

3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir denselben Ausgleichsleiter nacheinander an verschiedene elektromotorische Kräfte legen, so ist die Stromstärke, die in dem Leiter auftritt, wie wir sahen, der elektromotorischen Kraft proportional. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die nach Material, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke verschieden ist, und schließen daraus, daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch ein Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand ist und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohres ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Bezeichnet also

E die elektromotorische Kraft in Volt,

I die Stromstärke in Ampere,

R den Widerstand des ganzen Stromkreises,

so folgt
$$I = \frac{E}{R}. \quad (2)$$

Diese Gleichung, die das Ohmsche Gesetz genannt wird, ist das Grundgesetz für die Elektrotechnik. Man sollte eigentlich hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Proportionalitätsfaktor vermuten. Dieser fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im geeigneten Maß eingesetzt wird, das nun nicht mehr willkürlich gewählt werden kann, sondern mit Notwendigkeit aus den Einheiten für die elektromotorische Kraft und die Stromstärke folgt. Setzen wir nämlich in Gleichung (2) $I = 1$ und $E = 1$, so wird auch $R = 1$. Das heißt: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom ein Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Durch den Versuch ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt.

Ist z. B. die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine 115 Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ergibt sich

$$E = 115 \text{ Volt}, \quad R = 0,05 + 1,1 = \text{Ohm},$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Ampere}.$$

Die gesetzliche Festlegung der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings auf andere Weise als oben angegeben ist. So wird zum Beispiel im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere gesetzlich als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber in einer Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Daraus folgt dann: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom ein Ampere erzeugt.

Wir formen nun die Gleichung (2) um und erhalten:

$$R = \frac{E}{I}.$$

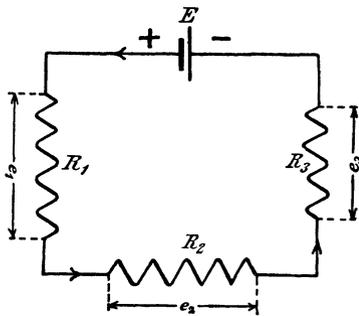


Fig. 2.

Reihenschaltung von Widerständen.

Diese Gleichung ist der rechnerische Ausdruck für die schon früher erwähnte Tatsache, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz Verwendung einer großen elektromotorischen Kraft dennoch nur eine geringe Stromstärke auftritt. Der Widerstand ist also eigentlich nichts anderes als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke. Man würde fehlgehen, wenn man den Widerstand als einen Gegendruck auffassen wollte. Vielmehr erhält man den Druck oder die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke multipliziert. Durch weitere Umformung von Gleichung (2) ergibt sich nämlich

$$E = I \cdot R.$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand R bei dem Strome I verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht nur für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom I durchfließt z. B. nacheinander die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 (Fig. 2). Bezeichnen wir die Klemmenspannungen an den Widerständen der Reihenfolge nach mit e_1 , e_2 und e_3 , so ergibt der Versuch:

$$\begin{aligned} e_1 &= I \cdot R_1 & R_1 &= \frac{e_1}{I} \\ e_2 &= I \cdot R_2 & R_2 &= \frac{e_2}{I} \\ e_3 &= I \cdot R_3 & R_3 &= \frac{e_3}{I} \end{aligned}$$

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung eines Elementes von höherer Spannung macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmenspannung e_1 zu der Stromstärke I bei dem mit R_1 bezeichneten Verbrauchskörper immer einen unveränderlichen Wert, vorausgesetzt, daß nicht etwa durch eine Temperaturschwankung geringe Änderungen eintreten. Dieses unveränderliche Verhältnis nennen wir eben den Widerstand R_1 . Dieser ist im Grunde genommen nichts anderes als eine Größe, durch die der Spannungsverlust in einem Leiter proportional der Stromstärke gesetzt wird, nach der Gleichung

$$e_1 = I \cdot R_1.$$

Bezeichnet allgemein e die Klemmenspannung an den Enden eines Widerstandes R , so folgt

$$e = I \cdot R.$$

Beispielsweise liege ein Widerstand von einem Ohm in Reihe mit zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen an einer Netzspannung von 110 Volt. Die Stromstärke sei gleich 15 Ampere. Dann beträgt der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand $1 \cdot 15 = 15$ Volt und die Spannung an den beiden Bogenlampen zusammen beträgt 95 Volt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Ohmschen Gesetzes die Wirkungsweise der Strom- und Spannungszeiger darzulegen. Beide Arten von Instrumenten beruhen auf den magnetischen Wirkungen, die von einer stromdurchflossenen Spule aus Kupferdraht ausgeübt werden. Sie messen daher, streng genommen, beide eine Stromstärke. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und Ausführung.

Stromzeiger liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die im Instrumente entwickelte Wärme und der Spannungsverlust sehr gering.

Soll dagegen ein Instrument als Spannungszeiger dienen, so legt man es meist unter Zuschaltung eines unveränderlichen Widerstandes, an die zu messende Spannung, also z. B. in Fig. 3 an die Klemmen der

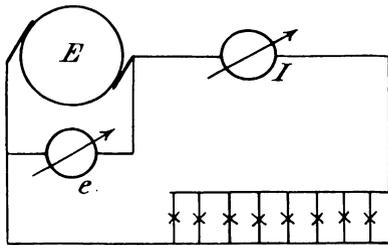


Fig. 3.

Schaltung von Strom- und Spannungszeiger.

Maschine. Dadurch liegt der Spannungszeiger zugleich im Nebenschluß zu dem äußeren Stromzweige oder allgemein im Nebenschluß zu dem Widerstand, dessen Klemmenspannung gemessen werden soll. Der Strom, der dabei in den Spannungszeiger fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Dieser Verlust wird aber verschwindend gering, wenn man dem Spannungszeiger einen großen Widerstand gibt. Man erreicht dadurch zugleich, daß das Einschalten des Spannungszeigers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Natürlich hat man dabei zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und dies führt dann zur Verwendung eines dünnen Drahtes.

In Wirklichkeit arbeitet ein Spannungszeiger ebenfalls als Stromzeiger, indem der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird. Multipliziert man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Spannungszeigers, so erhält man die Spannung an den Enden des Instrumentes, die natürlich gleich auf der Teilung aufgetragen ist. Die grundsätzliche Gleichheit der Stromzeiger und Spannungszeiger ist am

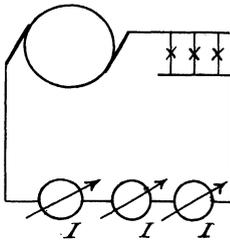


Fig. 4.
Eichung von Stromzeigern.

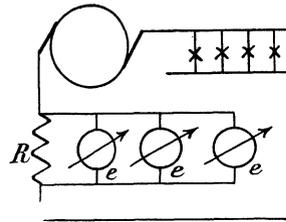


Fig. 5.
Eichung von Spannungszeigern.

besten daraus ersichtlich, daß es Instrumente gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Schaltet man z. B. einen Stromzeiger, bei dem ein Tausendstel Ampere einen Grad Ausschlag hervorruft, als Spannungszeiger, indem man gleichzeitig seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von $\frac{1}{1000} \cdot 1000 = 1$ Volt.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun von selbst, daß zwei oder mehr Stromzeiger, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Fig. 4). Dagegen sind zwei oder mehr Spannungszeiger, die miteinander zu vergleichen sind, parallel zu schalten. Sie sind sämtlich mit ihren Klemmen an die Enden des Widerstandes R zu legen, dessen Klemmenspannung durch alle Spannungszeiger gleichzeitig gemessen wird. In Fig. 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die vorgeschalteten Lampen dazu dienen, einen größeren oder geringeren Betrag der Maschinen-spannung zu vernichten und so die Spannung am Widerstand R zu regeln.

Vor allen Dingen muß man sich hüten, zwei Spannungszeiger, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungszeiger in ungleicher Weise auf beide Instrumente verteilt.

Strom- und Spannungszeiger können auch zur Widerstandsmessung verwendet werden. Besonders sehr kleine oder sehr große Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und der Stromstärke. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines Elektromotors und mißt die Klemmenspannung an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand R_a gegeben durch die Gleichung:

$$R_a = \frac{e}{I} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgend eines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Es ist indessen zu beachten, daß das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke nur dann gleich dem Widerstande ist, wenn in dem untersuchten Zweige keine elektromotorische Kraft wirksam ist. Die obige Rechnung gilt also nur für den Fall, daß der Elektromotor still steht, während bei einem laufenden Motor, in dessen Ankerwicklung eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, die Rechnung nicht so einfach ist.

4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Der Widerstand eines Leiters, den wir bisher als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke bezeichnet haben, steht in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Leiters und ist außerdem wesentlich vom Material und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig. Bedeutet

l die Länge des Leiters in m,
 q den Querschnitt in qmm,
 ρ einen konstanten Faktor,

so ergibt der Versuch:
$$R = \rho \cdot \frac{l}{q}. \quad (3)$$

Der Widerstand eines Leiters ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt. Der Faktor ρ ist bei den einzelnen Materialien verschieden. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (3) $l=1$ und $q=1$ gesetzt wird. Dann wird $R=\rho$, d. h. der Koeffizient ρ ist der Widerstand des betreffenden Materials bei 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt. Man nennt diese Größe den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, mißt man bei einem beliebigen Drahte die Größen R , l und q und berechnet daraus ρ . Die Messung ergibt folgende Werte:

Kupfer bei 15°	$\varrho = 0,017,$
Quecksilber	$\text{„} = 0,94 = \frac{1}{1,063},$
Neusilber (Nickelin)	$\text{„} = 0,2-0,4,$
Kohle	$\text{„} = 100-1000,$
Schwefelsäure 25—30 %	$\text{„} = 14000.$

Das Nickelin wird wegen seines hohen spezifischen Widerstandes zur Herstellung von Widerständen, die zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung dienen, verwendet.

Dagegen stellt man die Wicklungen der Maschinen und die Leitungen aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, her, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, also die Hin- und Rückleitung zusammen $l = 2 \cdot 20 = 40$ m und der Querschnitt $q = 50$ qmm, so erhalten wir den Widerstand der Hin- und Rückleitung zu

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Bei einer Stromstärke $I = 60$ Ampere ergibt sich dann der Spannungsverlust in der Zuleitung zu

$$I \cdot R = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist keine ganz unveränderliche Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man bezeichnet als den Temperaturkoeffizienten die Widerstandszunahme, die ein Ohm bei einem Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also

$$\begin{aligned} R_1 &\text{ den Anfangswiderstand bei der Temperatur } \vartheta_1, \\ R_2 &\text{ den Endwiderstand } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \vartheta_2, \\ \Delta\varrho &\text{ den Temperaturkoeffizienten,} \end{aligned}$$

so folgt:

$$R_2 = R_1 [1 + \Delta\varrho (\vartheta_2 - \vartheta_1)]$$

oder

$$\Delta\varrho = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (\vartheta_2 - \vartheta_1)}. \quad (4)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt den Wert $\Delta\varrho = 0,004$, d. h. der Widerstand des Kupfers wächst bei einem Grad Temperaturerhöhung um 4%. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa $0,4 \cdot 50 = 20\%$. Deswegen rechnet man den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers zu rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten 0,004 läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Der Widerstand der

Magnetwicklung sei z. B. bei 15° gleich 50 Ohm und der Magnetstrom nach mehrstündigem Betriebe gleich 2 Ampere. Die Klemmenspannung an den Enden der Magnetwicklung sei 114 Volt. Dann ergibt sich der Magnetwiderstand während des Betriebes zu $\frac{114}{2} = 57$ Ohm, und es wird:

$$R_1 = 50, \quad R_2 = 57, \quad \mathcal{G}_1 = 15, \quad \Delta \varrho = 0,004.$$

Wir erhalten dann aus Gleichung (4):

$$0,004 = \frac{57 - 50}{50(\mathcal{G}_2 - 15)}.$$

Daraus ergibt sich

$$\mathcal{G}_2 = 50^{\circ}.$$

Die Temperaturerhöhung beträgt also 35° .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für genaue Widerstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt. Dieser ist 0,0002—0,0004. Der Widerstand des Manganins, einer Legierung aus Kupfer und Mangan, ist so gut wie unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Der Widerstand einer Kohlenfadenglühlampe ist also während des Brennens geringer, als wenn die Lampe ausgeschaltet ist. Bei der beträchtlichen Temperaturänderung, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. der Widerstand ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Zuweilen ist es vorteilhaft, das Leitvermögen, d. h. den umgekehrten Wert des Widerstandes, in die Rechnung einzuführen. Das spezifische Leitvermögen des Kupfers ist z. B. $1:0,017 = 59$ oder rund $= 60$. Allgemein ist das Leitvermögen eines Leiters, dessen Widerstand R ist, gleich $1/R$.

5. Die Kirchhoffschen Regeln.

a) Erste Kirchhoffsche Regel.

Die Erfahrung ergibt: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden Ströme als negativ ein, so ergibt sich für jeden Verzweigungspunkt:

$$\Sigma I = 0.$$

Diese Regel ist von grundsätzlicher Wichtigkeit für das Verständnis des elektrischen Stromes. Die Auffassung vieler Anfänger, daß die Elektrizität längs des ganzen Verlaufes von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Vielmehr fließt, wenn wir von Ladungserscheinungen absehen, die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und von da aus durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern ein und dieselbe Elektrizitätsmenge wird durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt, ohne daß sie sich irgendwo staut oder irgendwo verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt zum niederen Niveau und wird von dort aus, indem sie verdunstet, wieder zum höheren Niveau geschafft. Wenn man dennoch in der Praxis von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß

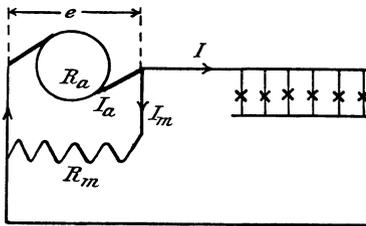


Fig. 6. Stromverteilung bei einer Nebenschlußmaschine.

der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung. Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine sei z. B. $e = 220$ Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Fig. 6) $I = 100$ Ampere und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung $R_m = 50$ Ohm. Gesucht wird der Ankerstrom I_a .

Zunächst ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz der Magnetstrom zu

$$I_m = \frac{e}{R_m} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Ampere.}$$

Die erste Kirchhoffsche Regel ergibt dann den Ankerstrom zu

$$I_a = I + I_m = 100 + 4,4 = 104,4 \text{ Ampere.}$$

b) Zweite Kirchhoffsche Regel.

In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand gleich der Summe der in demselben Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte, d. h.:

$$\Sigma I \cdot R = \Sigma E.$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und elektromotorischen Kräfte als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder der elektromotorischen Kraft im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn man dann in der Rechnung für diese Größe ein negatives Ergebnis erhält, so heißt dies, daß die wirkliche Richtung der vorläufig angenommenen entgegengesetzt ist.

Eine Maschine liefere z. B. eine elektromotorische Kraft $E = 116$ Volt und sei auf eine Akkumulatorenbatterie von 50 Elementen von je 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Fig. 7). Die elektromotorische Kraft der Maschine und Batterie sind dabei gegeneinander geschaltet. Die elektromotorische Gegenkraft der Batterie ist dann $E_b = 50 \cdot 2 = 100$ Volt. Der Maschinenwiderstand sei $R_a = 0,1$ Ohm, der Batteriewiderstand $R_b = 0,18$ Ohm und der Leitungswiderstand $R_l = 0,12$ Ohm. Gesucht wird die Stromstärke I , sowie die Klemmenspannung der Maschine und der Batterie.

Verfolgen wir den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$I \cdot R_a + I \cdot R_b + I \cdot R_l = E - E_b$$

$$\text{oder} \quad I = \frac{E - E_b}{R_a + R_b + R_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$I \cdot R_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0 \text{ Volt}$$

$$I \cdot R_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ „}$$

$$I \cdot R_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ „}$$

$$\text{dazu die elektromotorische Gegenkraft } E_b = 100,0 \text{ „}$$

$$\text{Summe: } 116,0 \text{ Volt.}$$

Wie man sieht, wird die elektromotorische Kraft von 116 Volt aufgebraucht, um die elektromotorische Gegenkraft der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Um nun die Klemmenspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Zweiges ist, zu ermitteln, haben wir zu beachten, daß von der elektromotorischen Kraft der Maschine ein

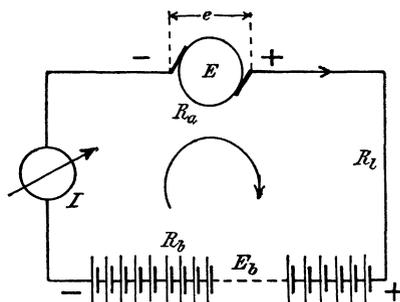


Fig. 7.
Schaltung beim Laden einer Batterie.

Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für den äußeren Zweig. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, dem Niveauunterschied entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sowie aber Wasser verbraucht wird, tritt wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden ein Druckverlust auf, so daß der Druck an der Verbrauchsstelle geringer ist als der ursprüngliche Niveau-Unterschied.

Wir ziehen also zur Berechnung der Maschinenspannung e den inneren Spannungsverlust von der elektromotorischen Kraft ab und erhalten:

$$e = E - I \cdot R_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmenspannung e_b der Batterie die doppelte Aufgabe, die elektromotorische Gegenkraft E_b zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch $I \cdot R_b$ zu liefern. Wir erhalten also:

$$e_b = E_b + I \cdot R_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

Eine Probe unserer Rechnung erhalten wir dadurch, daß wir die Klemmenspannung der Maschine auch außen herum berechnen. Zu diesem Zwecke addieren wir den Spannungsverlust in der Leitung zur Klemmenspannung der Batterie und erhalten die Maschinenspannung, wie oben, zu

$$e = e_b + I \cdot R_l = 107,2 + 4,8 = 112.$$

6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Die Hintereinanderschaltung mehrerer Widerstände ergibt einen Gesamtwiderstand, der gleich der Summe der einzelnen Widerstände ist, also größer als ein Einzelwiderstand ist. Dagegen ergibt die Parallelschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 , wie sie in Fig. 8 gezeichnet ist, keine Vergrößerung, sondern eine Verringerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom durch die Parallelschaltung bequemer geworden ist. Wohl aber ist, wie auch der Versuch ergibt, das Leitvermögen der Verzweigung gleich der Summe der Leitvermögen der parallelen Zweige. Sind also R_1 und R_2 die Einzelwiderstände, so ist der Gesamtwiderstand R der Verzweigung durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Daraus ergibt sich:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (5)$$

Durch die Parallelschaltung von Widerständen wird es möglich, sehr kleine Widerstände, bei denen sonst eine genaue Abgleichung ausgeschlossen wäre, in einfacher Weise herzustellen. Man stellt sich zu-

nächst einen etwas zu großen Widerstand R_1 her und erniedrigt dessen Wert durch Parallelschaltung eines zweiten Widerstandes R_2 .

Der Widerstand R_1 sei z. B. 0,102 Ohm. Durch Parallelschaltung eines Widerstandes R_2 sei der Gesamtwiderstand R auf 0,1 Ohm zu bringen.

Aus Gleichung (5) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot R_2}{0,102 + R_2},$$

also

$$R_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Gesetzt nun, man mache bei der Abgleichung dieser 5,1 Ohm einen Fehler von 2 0/0, so daß der Widerstand R_2 in Wirklichkeit nur 5 Ohm beträgt. Dann ergibt sich:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0,102 \cdot 5}{0,102 + 5} = 0,09996.$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04 0/0.

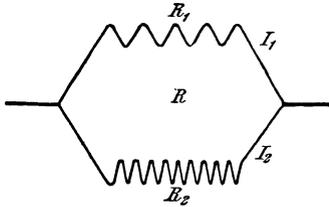


Fig. 8.

Parallelschaltung von Widerständen.

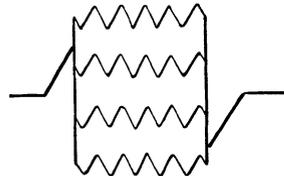


Fig. 9.

Bei mehr als zwei parallel geschalteten Widerständen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben das Leitvermögen $1/R$ der gesamten Verzweigung als die Summe der einzelnen Leitvermögen, d. h.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Daraus läßt sich dann der Gesamtwiderstand R berechnen. Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Die Ankerwicklung einer vierpoligen Maschine mit Parallelwicklung besteht z. B. aus vier gleichen parallelen Abteilungen (Fig. 9). Ist bei einer solchen Ankerwicklung die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 qmm, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gegeben durch:

$$\varrho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen parallelen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Wir berechnen nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Fig. 8 gezeichneten Verzweigung. Dabei beachten wir, daß die Klemmenspannung e sowohl am Widerstand R_1 als am Widerstand R_2 liegt. Ist I_1 der Strom im Widerstande R_1 und I_2 der Strom im Widerstande R_2 , so ergibt sich:

$$e = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2,$$

und daraus

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (6)$$

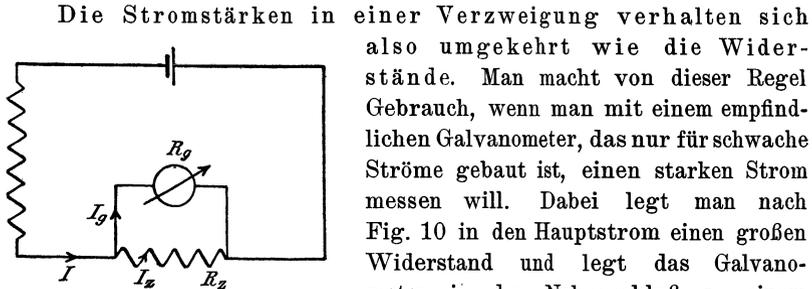


Fig. 10. Strommessung durch Galvanometer mit Abzweigung.

oder

$$\frac{I_g}{I_z} = \frac{R_z}{R_g}$$

oder

$$\frac{I_g}{I_g + I_z} = \frac{R_z}{R_g + R_z}.$$

Nun ist nach Fig. 10 die Summe $I_g + I_z$ nichts anderes als der Hauptstrom I . Daraus folgt dann:

$$I = I_g \cdot \frac{R_z + R_g}{R_z}.$$

Die Rechnung wird dabei am bequemsten, wenn man den Abzweigungswiderstand gleich $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes macht. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand $R_g = 100$ Ohm und der Abzweigungswiderstand $R_z = \frac{100}{999}$ Ohm, so ergibt sich:

$$I = I_g \cdot \frac{\frac{100}{999} + 100}{\frac{100}{999}} = 1000 I_g.$$

Der Hauptstrom ist also 1000 mal so stark wie der Galvanometerstrom. Es ist übrigens zu beachten, daß ein Widerstand im Hauptstrom nicht fehlen darf, da sonst die Spannung des Elementes unmittelbar an der Verzweigung liegen würde. Durch das Parallelschalten des Wider-

standes R_z würde dann sehr wenig geändert werden. Wenn der innere Widerstand des Elementes verschwindend gering ist, bleibt beim Fehlen des Widerstandes im Hauptstrom die Spannung an den Instrumenten sogar völlig ungeändert, da sie gleich der konstanten elektromotorischen Kraft des Elementes ist.

7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen.

Bei der Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme eines Elementes mit der negativen Klemme des folgenden Elementes verbunden (Fig. 11), so daß derselbe Strom alle Elemente hintereinander durchfließt. Dabei wirken alle elektromotorischen Kräfte in derselben Richtung, so daß sich sowohl die elektromotorischen Kräfte als auch die inneren Widerstände der Elemente addieren. Ist nun der äußere Widerstand groß im Verhältnis zum Widerstand der Elemente, so hat der Batteriewiderstand selbst bei mehreren hintereinander geschalteten Elementen keinen besonderen Einfluß, während die im Stromkreise wirksame

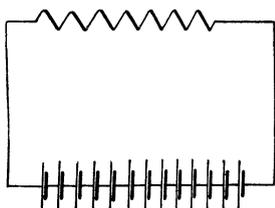


Fig. 11. Reihenschaltung von Elementen.

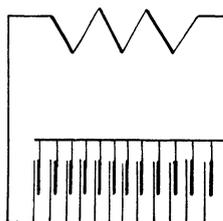


Fig. 12. Parallelschaltung von Elementen.

elektromotorische Kraft durch die Hintereinanderschaltung der Elemente auf einen hohen Betrag gebracht wird. Man verwendet daher die Reihenschaltung, wenn man bei einem großen äußeren Widerstande eine große Stromstärke erzielen will.

Bei der Parallelschaltung (Fig. 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Bei dieser Parallelschaltung ergibt sich am äußeren Widerstande nur eine geringe Spannung, da sich parallel geschaltete elektromotorische Kräfte ebensowenig addieren wie parallel geschaltete Drücke. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Wasserbehältern zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Wasserbehälters. Trotzdem gibt es viele Fälle, in denen die Parallelschaltung zur Erzielung einer hohen Stromstärke nötig ist. Dies ist der Fall, wenn der äußere Widerstand klein ist und daher einerseits keine hohe Spannung zur Erzielung eines starken Stromes nötig ist, andererseits der Batteriewiderstand gegenüber dem äußeren Widerstand stark ins Gewicht fällt.

Außer der Reihenschaltung und der Parallelschaltung kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Fig. 13), indem man einige Elemente hintereinanderschaltet und mehrere derartige Zweige parallel schaltet. Wir fragen uns, mit welcher Schaltung die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand am größten wird. Es sei

- R der äußere Widerstand,
- R_b der Batteriewiderstand,
- R_i der innere Widerstand eines Elementes,
- x die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente,
- E die elektromotorische Kraft eines Elementes,
- z die Zahl der Elemente.

Dann ist die Anzahl der parallelen Zweige z/x und der Widerstand eines Zweiges gleich $R_i \cdot x$. Der Batteriewiderstand ist also:

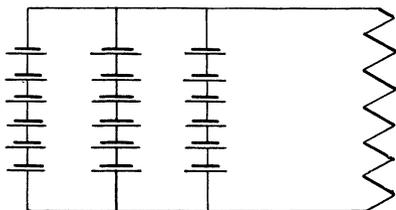


Fig. 13. Gemischte Schaltung von Elementen.

$$R_b = \frac{R_i \cdot x}{z/x} = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Da nun die elektromotorische Kraft der Batterie gleich der eines Zweiges, also gleich $E \cdot x$ ist, so ist die Stromstärke I in der gesamten Batterie nach dem Ohmschen Gesetz:

$$I = \frac{E \cdot x}{R + \frac{R_i \cdot x^2}{z}} = \frac{E}{\frac{R}{x} + \frac{R_i \cdot x}{z}}.$$

Die Stromstärke wird am größten, wenn der Nenner der rechten Seite am kleinsten wird. Betrachten wir x als Veränderliche und differenzieren wir den Ausdruck

$$f(x) = \frac{R}{x} + \frac{R_i \cdot x}{z},$$

so erhalten wir den Differentialquotienten zu:

$$\frac{df(x)}{dx} = -R \cdot x^{-2} + \frac{R_i}{z}.$$

Der Wert von x , für welchen der Nenner der Gleichung für I ein Minimum wird, ergibt sich dann, indem wir den obigen Differentialquotienten gleich Null setzen. Wir erhalten dann:

$$R = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nun nichts anderes dar als den inneren Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl am größten wird.

8. Die Wheatstonesche Brücke.

Außer durch Messung der Spannung und Stromstärke werden Widerstände auch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke (Fig. 14) bestimmt.

Das Element E , dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt und nicht unveränderlich zu sein braucht, liegt an den Enden A und B eines mit einer Teilung versehenen blanken Meßdrahtes, auf dem der Schleifkontakt C verschoben werden kann. Parallel zu dem Drahte liegt mit Hilfe möglichst widerstandsfreier Verbindungen ein Stromzweig, der aus dem unbekanntem zu messenden Widerstande x und aus einem bekannten Widerstande R besteht. Ein Galvanometer liegt mit dem einen Ende am Schleifkontakt C , mit dem anderen Ende am Verbindungspunkt der Widerstände x und R .

Man verschiebt nun den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist. Dann fließt der Strom I_1 durch die Widerstände a und b und der Strom I_2 durch die Widerstände x und R . Wir verfolgen nun den linken unteren Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in Richtung des punktierten Pfeiles, und beachten dabei, daß in diesem Kreise keine elektromotorische Kraft enthalten ist, und daß der Galvanometerstrom gleich Null ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$I_1 \cdot a + 0 - I_2 \cdot x = 0.$$

Ebenso ergibt sich im rechten unteren Stromkreis:

$$I_1 \cdot b - I_2 \cdot R + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{R}.$$

In dieser Gleichung bedeutet das Verhältnis $a : b$ zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber unmittelbar das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Man kann dieses Ergebnis auch ohne die Kirchhoffsche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableiten, der sich in zwei nebeneinander liegende, senkrechte Rohre verzweigt. Wenn man von irgend einem Punkte des ersten Rohres eine wagerechte Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch die Verbindungsleitung kein Strom, weil kein Niveauunterschied an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstoneschen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so ist zwischen den Punkten C und D kein Niveauunterschied,

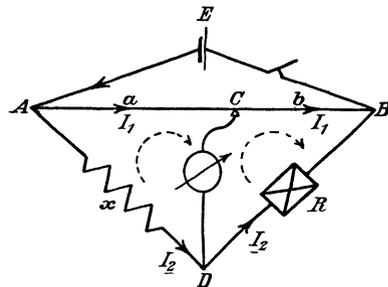


Fig. 14.

Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke.

und der Spannungsverbrauch von A bis C ist gleich dem von A bis D . Daraus folgt die Gleichung:

$$I_1 \cdot a = I_2 \cdot x.$$

Ebenso ergibt sich:

$$I_1 \cdot b = I_2 \cdot R.$$

Daraus folgt sofort:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{R}.$$

Die Genauigkeit ist am größten, wenn der Widerstand R angenähert gleich dem Widerstand x gewählt wird, so daß der Schleifkontakt in der Mitte steht.

Man kann auch statt der Drahtlängen a und b Spulenwiderstände anwenden. Der Galvanometerstrom wird entweder durch Veränderung des Verhältnisses der Spulenwiderstände a und b oder durch Regeln des Widerstandes R auf Null gebracht. Die Messung eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

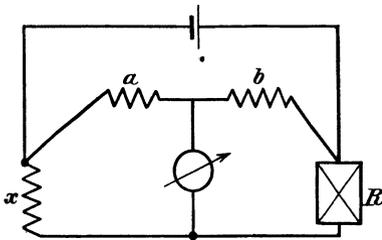


Fig. 15. Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke mit teilweisem Ausschluß von Fehlerquellen.

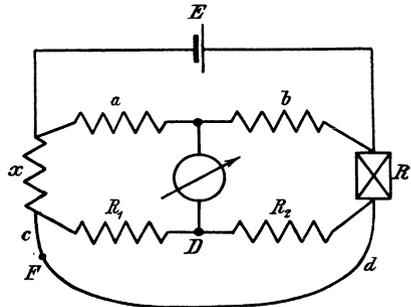


Fig. 16. Schaltbild der Thomsonschen Doppelbrücke.

Bei sehr kleinen Widerständen würden die Zuleitungswiderstände erhebliche Meßfehler verursachen. Man kann diese zum Teil vermeiden, indem man in Fig. 15 das Element unmittelbar an die Enden der Widerstände x und R legt und statt des Meßdrahtes, wie oben angegeben, Spulenwiderstände a und b benutzt, die so groß sind, daß ihr Zuleitungswiderstand nicht in Betracht kommt (Fig. 15). Auf diese Weise sind eine Reihe von Fehlerquellen beseitigt. Dagegen läßt sich der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen x und R bei der gewöhnlichen Brücke nicht vermeiden. Legt man in Fig. 15 das Galvanometer unmittelbar an das Ende des Widerstandes x , so wird der Widerstand R um den Betrag der Zuleitung zwischen x und R vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen unmittelbar an R , so mißt man x zu groß.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer durch zwei Widerstände R_1 und R_2 an x und R zugleich anzuschließen, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Fig. 16). Dabei bleiben die Widerstände

x und R durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Ferner ist darauf zu achten, daß je zwei Zuleitungen unmittelbar zu jedem Ende des Widerstandes x und des Widerstandes R geführt werden. Die Widerstände R_1 und R_2 sind so zu wählen, daß sie sich wie $a : b$ verhalten. Man bringt dann durch Veränderung des Widerstandes R den Strom im Galvanometer auf Null. Der Punkt D hat dann dasselbe Niveau wie der Punkt F , der beispielsweise den Widerstand der Verbindungsleitung zwischen x und R im Verhältnis $c : d = R_1 : R_2 = a : b$ teilt. Wir können also das Galvanometer unter Weglassung der Widerstände R_1 und R_2 statt an D unmittelbar an den Punkt F gelegt denken und erhalten, wenn das Galvanometer durch Veränderung des Widerstandes R stromlos geworden ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{R + a}.$$

Da nun $c : d = a : b$ ist, so muß notwendig auch das Verhältnis $x : R$ genau gleich $a : b$ sein. Da hierbei der Widerstand der Zuleitung herausgeschafft ist, so ist es möglich, sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, mit großer Genauigkeit zu messen.

9. Spannungsmessung durch Kompensation.

Ein Element E_0 (Fig. 17) liege an den Enden eines mit einer Teilung versehenen Meßdrahtes. An den Anfang A des Meßdrahtes und den Schleifkontakt sei unter Zwischenschaltung eines Ballastwiderstandes ein Normalelement E_n angeschlossen, und zwar so, daß die elektromotorischen Kräfte E_0 und E_n gegeneinander geschaltet sind. Die elektromotorische Kraft E_0 braucht in ihrer Größe nicht bekannt zu sein. Sie darf sich aber während des Versuches nicht ändern und muß größer sein als die elektromotorische Kraft E_n des Normalelementes. Als Element E_0 kann ein Bunsenelement, als Normalelement E_n ein Daniell-element verwendet werden.

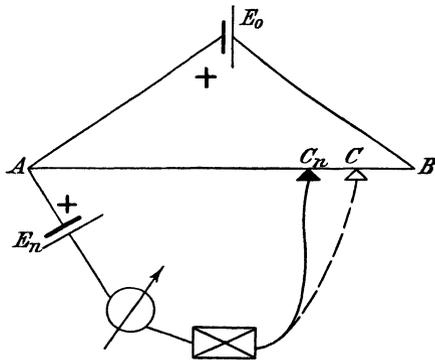


Fig. 17. Schaltbild für Spannungsmessung durch Kompensation.

Man verschiebt nun den Schleifkontakt nach C_n , bis das Galvanometer stromlos ist, wobei man zuletzt den Ballastwiderstand kurz schließt.

Nun ersetzt man das Normalelement durch das unbekannte, zu messende Element mit der elektromotorischen Kraft E , wobei die elektromotorischen Kräfte E_0 und E wieder gegeneinander zu schalten sind.

Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach C verschoben ist.

Um dann aus den gemessenen Längen AC_n und AC auf das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte E_n und E schließen zu können, beachten wir, daß die Klemmenspannung des Elementes E_0 längs des ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An den Enden des halben Meßdrahtes herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Demnach verhält sich, auch ohne daß der untere Zweig angeschlossen wird, die Spannung zwischen A und C_n zur Spannung zwischen A und C wie die Drahtlänge AC_n zur Drahtlänge AC . Nun hält die Spannung zwischen A und C_n der elektromotorischen Kraft E_n das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen A und C der elektromotorischen Kraft E das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, wenn wir statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen:

$$\frac{AC_n}{AC} = \frac{E_n}{E}.$$

Man sieht deutlich, wie die Spannung längs des ganzen Widerstandes AB verbraucht wird.

Das beschriebene Verfahren bietet das bequemste Mittel zur Eichung von Instrumenten. Man kann wohl sagen, daß fast alle Instrumente nach dieser Methode geeicht werden. Man ersetzt dabei den Meßdraht durch genau abgegliche Widerstände, die elektromotorische Kraft E_0 durch eine Akkumulatorenbatterie und nimmt als Normalelement ein Westonelement (Kompensationsapparat nach Feußner).

In ähnlicher Weise wie oben ergibt sich die Klemmenspannung e des Elementes E_0 , die an den Punkten A und B liegt, nach der Gleichung:

$$\frac{AB}{AC_n} = \frac{e}{E_n}.$$

Man muß dabei allerdings im Auge behalten, daß e nicht die elektromotorische Kraft des Elementes E_0 ist, sondern nur dessen Klemmenspannung. Diese ist, da das Element E_0 im Gegensatz zu den Elementen E und E_n nicht stromlos ist, um den Spannungsverlust im Innern kleiner als die elektromotorische Kraft E_0 .

10. Elektrische Arbeit und elektrische Leistung.

Ein vom Strome durchflossener elektrischer Leiter wird erwärmt. Der Versuch ergibt, daß die entwickelte Wärme dem Produkt aus Spannung, Stromstärke und Zeit proportional ist. Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so stellt das Produkt $e \cdot I \cdot t$ eine elektrische Arbeit dar.

Die Einheit der elektrischen Arbeit wird geleistet, wenn ein Volt den Strom ein Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Diese Einheit bezeichnet man mit „1 Joule“. Ist also A die elektrische Arbeit in Joule, so wird

$$A = e \cdot I \cdot t \text{ Joule.} \quad (7)$$

In Wirklichkeit liegt nun die Sache nicht derartig, daß die Einheiten des Volt und des Ampere etwa willkürlich gewählt sind, und daß sich aus ihnen die Einheit der elektrischen Arbeit ergibt. Die Sache liegt vielmehr umgekehrt. Die Einheit der elektrischen Arbeit, des Joule, ist zuerst bestimmt, und zwar auf folgende Weise:

Als Einheit der Kraft dient in der Wissenschaft allgemein das Dyn: Ein Dyn ist die Kraft, die der Einheit der Masse, d. h. 1 ccm Wasser, in einer Sekunde die Geschwindigkeit 1 cm/sek erteilt. Wirkt diese Kraft über den Weg von 1 cm, so wird die Einheit der Arbeit geleistet. Diese heißt ein Zentimeterdyn oder Erg. 10^7 Erg faßt man unter der Bezeichnung ein Joule zusammen. Dieses ist die Einheit der elektrischen Arbeit:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Zentimeterdyn oder Erg.}$$

Die Einheiten des Volt und des Ampere, wie sie in Abschnitt 1 und 2 genannt sind, sind nun so gewählt, daß Gleichung (7) erfüllt ist.

Da nun das Joule durch das Erg, d. h. durch die mechanischen Einheiten des Dyn und des Zentimeters bestimmt ist, läßt sich seine Beziehung zu der praktischen Arbeitseinheit, dem Meterkilogramm, leicht ermitteln. Da das Gewicht von 1000 ccm Wasser = 1 kg ist, so ist 1 kg die von der Erde ausgeübte Kraft, die der Masse von 1000 cm Wasser in einer Sekunde die Geschwindigkeit 981 cm/sek erteilt. Wenn wir die Masse 1000 mit der Beschleunigung 981 multiplizieren, erhalten wir:

$$1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn.}$$

Die Bezeichnung für Kilogramm ist dabei mit einem Stern versehen, um deutlich zu machen, daß es sich um eine Kraft und nicht wie später im Abschnitt 37 um eine Masse handelt.

Demnach ist $1 \text{ mkg} = 981000 \text{ Meterdyn} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Zentimeterdyn}$. Nun sind 10^7 Zentimeterdyn oder Erg zu einem Joule zusammengefaßt. Demnach ist:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule}$$

$$\text{oder} \quad 1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} = 0,102 \text{ mkg.} \quad (\text{a})$$

Daraus läßt sich nun die vom Strome entwickelte Wärme Q in Grammkalorien berechnen. Eine Grammkalorie (gkal.) ist die Wärmemenge, durch welche 1 g Wasser um einen Grad erwärmt wird. Diese Wärmemenge ist nach dem mechanischen Wärmeäquivalent gleich 0,427 mkg. Demnach ist:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule}$$

$$\text{oder} \quad 1 \text{ Joule} = \frac{1}{0,427 \cdot 9,81} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Bei einem Betrage von $e \cdot I \cdot t$ Joule wird also die vom Strome entwickelte Wärme

$$Q = 0,24 \cdot e \cdot I \cdot t \text{ Grammkalorien.} \quad (\text{8})$$

Das in Gleichung (8) ausgesprochene Gesetz heißt das Joulesche Gesetz. Seine Richtigkeit läßt sich leicht durch den Versuch prüfen, indem man eine abgemessene Menge Wasser mit Hilfe einer im Wasser liegenden Platinspirale, deren Enden zum Zwecke der Stromzuführung mit starken Kupferdrähten versehen sind, durch den Strom erwärmt. Das innere Glasgefäß in Fig. 18, welches das Wasser enthält, wird am besten auf Korkschnitten gestellt und durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man leitet nun einen Strom durch die Spirale und bestimmt die Temperaturerhöhung $\vartheta_1 - \vartheta_2$, die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann berechnet man die Wärmemenge in Grammkalorien, indem man das Wassergewicht G in Gramm mit der Temperaturerhöhung $\vartheta_1 - \vartheta_2$ multipliziert.

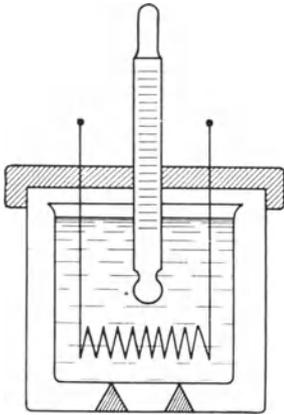


Fig. 18.
Kalorimeter zur Bestimmung der
Jouleschen Konstanten.

Wenn man den Versuch mit einiger Vorsicht ausführt, findet man die Gleichung (8) erfüllt. Es empfiehlt sich, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu beenden, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann strömt in der zweiten Hälfte des Versuches ebensoviel Wärme von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und Fehler durch Wärmeverluste heben sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß das Gewicht G durch das eigentliche Wassergewicht in Gramm und den Wasserwert des inneren Glases gebildet wird. Man ermittelt diesen, indem man das Gewicht des

Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19, multipliziert.

Wir gehen nun dazu über, in einigen Beispielen die elektrische Arbeit zu berechnen.

Liefert z. B. ein Dynamo bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere durch 10 Stunden, also durch 36 000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36\,000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule,}$$

das entspricht $396 \cdot 0,102 = 40,5 \cdot 10^6$ mkg.

Liefert ferner ein Daniellelement eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Ampere bei einer Klemmenspannung von 1 Volt, so ergibt sich die geleistete elektrische Arbeit A zu:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um $\frac{1980}{9,81}$ mkg zu leisten, d. h. 200 kg ein Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit. Stellt das Produkt $e \cdot I \cdot t$ die elektrische Arbeit in Joule dar, so ist das Produkt $e \cdot I$ die elektrische Leistung in Joule pro Sekunde. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Die Einheit der elektrischen Leistung, d. h. ein Joule in der Sekunde, wird 1 Watt genannt.

$$1 \text{ Watt} = \frac{1 \text{ Joule}}{\text{sek}} = \frac{10^7 \text{ Erg.}}{\text{sek}}$$

Bezeichnet also P die elektrische Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$P = e \cdot I. \quad (9)$$

Die Beziehung des Watt zum Sekundenmeterkilogramm ergibt sich aus Gleichung (a), wonach ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist. Daraus folgt:

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek}} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Die Einheiten des Watt und des Joule sind für die Praxis zu klein. Man gebraucht daher größere Einheiten, und zwar:

$$1 \text{ Kilowatt} \dots = 1000 \text{ Watt,}$$

$$1 \text{ Kilowattstunde} \dots = 1000 \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Wattsekunden oder Joule.}$$

Das Kilowatt ist neuerdings an Stelle der Pferdestärke auch als Einheit für die mechanische Leistung eingeführt. *)

11. Die Potentialdifferenz.

Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Der Vergleich trifft auch bei der elektrischen Arbeit in hohem Maße zu. Man erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der heruntergefallenen Wassermenge in Kilogramm mit der Fallhöhe in Meter multipliziert. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, indem wir das Produkt $e \cdot I \cdot t$ bilden, da das Produkt $I \cdot t$ die Elektrizitätsmenge ist, die während der Zeit t vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist, während e die Spannung oder Niveaudifferenz darstellt.

Daraus ergibt sich nun eine genauere Bestimmung der bisher mit e bezeichneten und mit Niveaudifferenz oder Spannung benannten Größe. Setzen wir nämlich in der Gleichung

$$A = e \cdot I \cdot t$$

das Produkt $I \cdot t$ gleich Eins, also gleich einem Coulomb, so wird $A = e$. D. h. in Worten: Die Spannung e in Volt ist die Arbeit, gemessen

*) Zwischen der Pferdestärke und dem Kilowatt besteht die Beziehung
 $1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 0,736 \text{ Kilowatt.}$

in Joule, die geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau fließt. Indem dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm eine potentielle Energie, eine Arbeitsfähigkeit inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine potentielle Energie besitzt, die um so größer ist, je größer die Niveaudifferenz ist. Man spricht daher auch von einer elektrischen Potentialdifferenz und bestimmt sie als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Umgekehrt hätten wir die Potentialdifferenz definieren können als die Arbeit in Joule, die wir leisten müssen, um ein Coulomb positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen. Die Aufgabe, die Elektrizität vom niederen zum höheren Niveau zu führen, schrieben wir in Abschnitt 2 der elektromotorischen Kraft zu. Elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz oder Spannung sind also in gewissem Sinne

ein und dasselbe und werden in demselben Maße gemessen.

Die obige Bestimmung der Potentialdifferenz deckt sich mit der Bestimmung, die aus der Elektrostatik bekannt ist. In Fig. 19 sei z. B. eine Kugel mit positiver Elektrizität statisch geladen. Auf dem Punkte A in der Umgebung der Kugel befinde sich außerdem ein

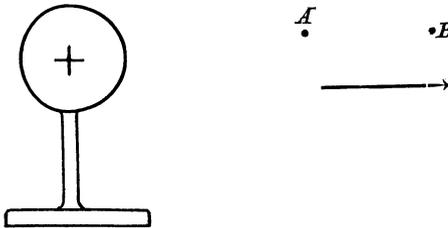


Fig. 19.

Abstoßung einer gleichnamigen Elektrizitätsmenge.

kleiner, frei beweglicher Körper, der mit der Einheit positiver Elektrizität geladen ist. Dieser wird, da gleichnamige Elektrizitäten sich abstoßen, von der großen Kugel theoretisch bis ins Unendliche abgestoßen. Wir erhalten die Arbeit, die dabei geleistet wird, wenn wir an jedem Punkte des Weges das Produkt aus der Kraft, die dort wirkt, und dem unendlich kleinen Teil des Weges, längs dessen die Kraft wirkt, bilden und alle Produkte summieren. Diese Arbeit wird entweder in mechanische Arbeit umgesetzt, indem der abgestoßene kleine Körper einen Widerstand überwindet, oder dem kleinen Körper wird eine kinetische Energie mitgeteilt. Die Arbeit, die die elektrischen Kräfte leisten, indem sie die Einheit der positiven Elektrizität von A aus bis ins Unendliche abstoßen, ist dann das Potential im Punkte A .

Während sich ferner der kleine Körper in A befindet, besitzt er dem Punkte B gegenüber eine Arbeitsfähigkeit, d. h. eine potentielle Energie, vergleichbar einem hochgehobenen Gewichte. Das Potential in A ist also höher als in B , d. h. es besteht eine Potentialdifferenz oder Niveaudifferenz zwischen beiden Punkten. Diese ist gleich der Arbeit,

die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität von A nach B getrieben wird.

Es ist nun in bezug auf die geleistete Arbeit gleichgültig, ob die Einheit der Elektrizität, die von A nach B getrieben wird, sich auf einem kleinen Körper befindet und mit diesem fortgetrieben wird, oder ob sich die Einheit der Elektrizität, wie bei der strömenden Elektrizität, längs eines Leiters bewegt. Natürlich müssen wir auch bei dem in Fig. 19 dargestellten Falle als Einheit der Elektrizität das Coulomb und als Einheit der Arbeit das Joule annehmen, um die Potentialdifferenz in Volt zu erhalten.

12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung $e = I \cdot R$ die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$P = e \cdot I = I^2 \cdot R.$$

Der Effektverbrauch in einem Nutzwiderstand, z. B. einer Glühlampe, ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional. Das gleiche gilt auch für den Effektverlust in den elektrischen Leitungen. Setzen wir z. B. den Fall, daß 10 000 Kilowatt auf 150 km einfache Entfernung zu übertragen seien.*) Wir können diese Leistung mit hoher Stromstärke und niedriger Spannung oder niedriger Stromstärke und hoher Spannung übertragen. Allgemein ergibt sich, wenn e die Spannung ist, die Stromstärke bei einer Gesamtleistung von 10 000 Kilowatt = 10^7 Watt zu:

$$I = \frac{P}{e} = \frac{10^7}{e} \text{ Amp.} \quad (\text{a})$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000, 10 000 und 100 000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 100 000, 10 000, 1000 und 100 Ampere.

Lassen wir nun in der Zuleitung einen Verlust von $10^6/10$, d. h. von 1000 Kilowatt = 10^6 Watt zu, so ergibt sich, wenn der Leitungswiderstand mit R_l bezeichnet wird, die Gleichung:

$$I^2 \cdot R_l = 10^6 \text{ Watt}$$

oder

$$R_l = \frac{10^6}{I^2}.$$

Die Länge der Hin- und Rückleitung zusammen ist $l = 300\,000$ m und der spezifische Widerstand ρ des Kupfers gleich 0,017. Aus Gleichung (3) auf S. 9 ergibt sich dann der Kupferquerschnitt q unter Benutzung des obigen Wertes für R_l :

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 300\,000}{10^6/I^2} = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2 \text{ qmm.}$$

*) Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß die Übertragung durch eine Hin- und Rückleitung geschieht, während bei hoher Spannung tatsächlich meist Drehstrom mit drei Leitungen benutzt wird.

Der Kupferquerschnitt muß also bei gegebenem Effektverlust in der Leitung dem Quadrate der Stromstärke direkt proportional gewählt werden. Er ist also nach Gleichung (a) dem Quadrate der Spannung umgekehrt proportional. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

ϵ	I	$q = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2$
100	100 000	$50 \cdot 10^6$ qmm
1 000	10 000	$50 \cdot 10^4$ „
10 000	1 000	$50 \cdot 10^2$ „
100 000	100	50

Wegen der Kosten ist nur die letzte Anordnung, wie sie in einzelnen Fällen bereits ausgeführt ist, möglich.

Die Rücksicht auf die Verluste in der Zuleitung bzw. auf den Kupferquerschnitt der Anlage führt in städtischen Netzen häufig zum Dreileitersystem. Das Wesen dieses Systems soll an einem Beispiel deutlich gemacht werden. Eine Metallfadenlampe sei so gebaut, daß sie mit 0,25 Ampere gerade normal brennt, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 440 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmenspannung von $440 \cdot 0,25 = 110$ Volt, damit ein Strom von 0,25 Ampere hindurchfließt. Es sollen nun 400 Lampen auf eine Entfernung von 2 km gespeist werden, wobei in der Zuleitung ein Verlust von 10 % zugelassen werden möge. Gesucht wird der Querschnitt der Leitung bei einer Betriebsspannung von 110 und 220 Volt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen parallel (Fig. 20).

Bei 400 Lampen von je 0,25 Ampere ist der Gesamtstrom $I = 0,25 \cdot 400 = 100$ Ampere. Die gesamte übertragene Leistung ist:

$$P = e \cdot I = 110 \cdot 100 = 11\,000 \text{ Watt.}$$

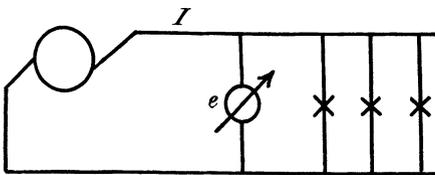


Fig. 20. Glühlampen im Zweileitersystem.

Bei 10 % Verlust werden in der Leitung 1100 Watt in Wärme umgesetzt. Dann ergibt sich, wenn R_l den Widerstand der Leitung bedeutet:

$$I^2 \cdot R_l = 100^2 \cdot R_l = 1100$$

oder
$$R_l = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge l ist 2.2000 m, also 4000 m. Aus der Gleichung

$$R_l = \frac{\rho \cdot l}{q}$$

ergibt sich dann: .

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ qmm.}$$

2. Fall. Wir wählen eine Betriebsspannung von 220 Volt und schalten zu diesem Zwecke zwei Maschinen von je 110 Volt hintereinander (Fig. 21).

Wenn wir nun ebenfalls je zwei Lampen hintereinander schalten, so bekommt jede Lampe eine Spannung von 110 Volt. Wir haben dann bei 400 Lampen nur 200 Zweige von je 0,25 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke $I = 200 \cdot 0,25 = 50$ Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$P = e \cdot I = 220 \cdot 50 = 11\,000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10%, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$I^2 \cdot R_l = 50^2 \cdot R_l = 1100,$$

demnach
$$R_l = \frac{1100}{50^2} = 0,44$$

und
$$q = \frac{e \cdot I}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ qmm.}$$

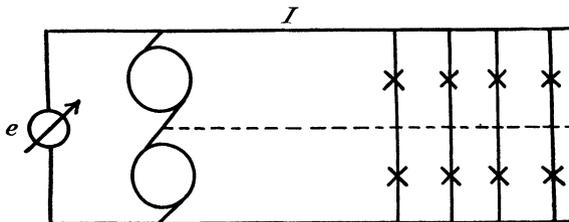


Fig. 21. Glühlampen in einem Dreileitersystem.

Der Kupferquerschnitt ist also durch das Verdoppeln der Netzspannung 4mal so klein geworden. Um nun auch im zweiten Fall zu ermöglichen, daß alle Lampen unabhängig von den anderen ein- und ausgeschaltet werden können, ist eine Ausgleichsleitung, ein Nulleiter, vom Verbindungspunkt der Maschinen nach den Verbindungspunkten je zweier Lampen geführt. Dieser Leiter hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz des Hinzukommens des dritten Leiters ist die Ersparnis an Kupfer bedeutend.

Umgekehrt ergibt sich, daß man bei ein und demselben Kupferquerschnitt bei gleichen prozentischen Verlusten die 4fache Leistung übertragen kann, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Das obige Beispiel ist deswegen im einzelnen durchgerechnet, da es im Anfang erfahrungsgemäß schwer wird, den Unterschied zwischen einer Kraftübertragung bei höherer oder niedriger Spannung greifbar zu fassen. Man sieht in dem obigen Beispiel deutlich, daß in den beiden Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und jede Lampe den gleichen Strom erhält, also gleich hell brennt. Die Leistung ist also in beiden Fällen gleich.

Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse. — 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 15. Die Polarisation. — 16. Die Akkumulatoren. — 17. Die chemischen Vorgänge in Elementen. — 18. Die Voltmeter.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse.

Man unterscheidet elektrische Leiter erster und zweiter Klasse. Die Leiter erster Klasse sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Dazu gehören die Metalle und die Kohle. Die Leiter zweiter Klasse sind solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse und bezeichnet die betreffenden Leiter als Elektrolyte. Zu ihnen gehören die Basen, Säuren und Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand.

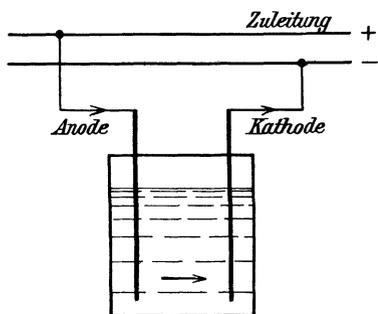


Fig. 22. Zersetzungszelle.

Man bezeichnet den Apparat, in dem die Zersetzung vor sich geht, als Zersetzungszelle und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, durch welche der Strom zugeführt und abgeleitet wird, als die Elektroden. Die positive Elektrode, die den Strom zuführt, heißt die Anode, die negative Elektrode, an welcher der Strom aus der Flüssigkeit austritt, heißt die Kathode (Fig. 22).

Die Bestandteile, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, treten an den Elektroden auf, indem der eine Teil mit dem Strom zur Kathode und der andere Teil gegen den Strom zur Anode wandert. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer.

Nach der neueren Auffassung findet die Spaltung in die Ionen nicht erst durch den elektrischen Strom statt, sondern sie ist schon vorher vorhanden. Zu dieser Anschauung führte unter anderem die Beobachtung des osmotischen Druckes, d. h. des Druckes, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht. Im allgemeinen ergibt sich, daß stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gelöst enthalten, den gleichen osmotischen Druck besitzen. Sonderbarerweise zeigen jedoch gerade die

Elektrolyte eine Abweichung von diesen Gesetzen. So z. B. ist der osmotische Druck von Salzsäure doppelt so groß und der von Schwefelsäure dreimal so groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste nun Arrhenius in genialer Weise durch die Annahme, daß bei den Elektrolyten das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf osmotischen Druck dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle, so daß wieder eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit für alle Lösungen besteht. Beispielsweise ist dann das Molekül der Salzsäure (HCl) in die beiden Ionen H und Cl zerfallen, während das Molekül der Schwefelsäure (H_2SO_4) in drei Ionen H , H und SO_4 zerfallen ist.

In bezug auf Gefrierpunktserniedrigung und Siedepunktserhöhung zeigen die Elektrolyte das gleiche abweichende Verhalten gegenüber anderen Lösungen, wie in bezug auf den osmotischen Druck, wodurch die Anschauung, daß in einem Elektrolyten freie Ionen vorhanden sind, eine weitere Stütze erhält. Das Vorhandensein dieser freien Ionen bedingt geradezu die Leitfähigkeit der Elektrolyte.

Die positiv geladenen Ionen heißen Kathionen. Sie werden beim Stromdurchgang von der negativen Kathode angezogen, wandern in der positiven Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die anderen Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Es ist übrigens nicht ganz einfach, diese Anschauungen mit der sonst herrschenden Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach der elektrische Strom nur durch das Fließen der positiven Elektrizität verursacht wird. Man wird am besten beide Vorstellungen ruhig nebeneinander bestehen lassen.

Zu den Kathionen gehören die Ionen solcher Elemente, die durch ihr allgemeines chemisches Verhalten als Metalle charakterisiert sind. Die Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold, zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus. Sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Basen, z. B. Natronlauge ($NaOH$), Kalilauge (KOH), gelöschter Kalk ($Ca[OH]_2$). Der basische Charakter dieser Metallhydroxyde zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren.

Die Metalle zeigen nun das besondere Verhalten, daß ihre Ionen immer mit dem Strome zur Kathode wandern. Sie sind also elektropositiv, d. h. die Träger der positiven Elektrizität (Kationen). Auch der Wasserstoff wandert mit dem Strome zur Kathode, er ist also ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er chemisch durch Metalle vertreten werden kann.

Zu den Nichtmetallen gehören Chlor, Brom, Jod, Stickstoff, Sauerstoff, Schwefel, die dadurch charakterisiert sind, daß sie, soweit

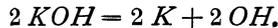
sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität sind. Endlich sind ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren, z. B. Salzsäure (HCl), Schwefelsäure (H_2SO_4), Salpetersäure (HNO_3), Phosphorsäure (H_3PO_4). Die Säuren sind dadurch charakterisiert, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und Basen unter Salzbildung neutralisieren.

Chlor, Brom, Jod und Fluor wandern gegen den Strom, sie gehören also ohne weiteres zu den Anionen. Ferner gehören zu den Anionen noch die Säureradikale SO_4 , PO_4 , NO_3 usw., sowie die Hydroxylgruppe OH der Basen.

Wir gehen nun dazu über, die Vorgänge bei der Elektrolyse durch einige Beispiele deutlich zu machen.

1. Elektrolyse von Basen.

Die Zersetzung von Kalilauge (KOH) erfolgt nach der Gleichung:



Dabei wandert das Metall Kalium mit dem Strom und veranlaßt an der Kathode das Auftreten von Wasserstoff nach der Gleichung:



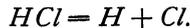
Die Hydroxylgruppe OH dagegen, die gegen den Strom wandert, veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:



Das Ergebnis ist also dasselbe, wie wenn allein Wasser zersetzt wäre. Tatsächlich ist jedoch, da reines Wasser ein vollkommener Nichtleiter ist, primär die Kalilauge zersetzt.

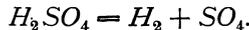
2. Elektrolyse von Säuren.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei der Zersetzung der Salzsäure (HCl). Diese erfolgt nach der Gleichung:



Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf. Wir haben es dabei also nur mit einem primären Vorgang zu tun.

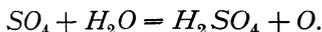
Die Zersetzung der Schwefelsäure (H_2SO_4) geschieht primär nach der Gleichung:



Dabei tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf. Das Säureradikal

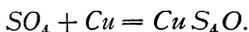
*) Zwei Atome Sauerstoff schließen sich zu einem Molekül (O_2) zusammen. Will man das zum Ausdruck bringen, so hat man alle 3 Gleichungen mit 2 zu multiplizieren. Der Einfachheit wegen ist hier und im folgenden nicht auf die Bildung des Moleküls Rücksicht genommen.

SO_4 wandert dagegen zur Anode und zerfällt dort, falls die Anode aus Kohle oder Platin besteht, nach der Gleichung:



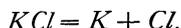
Das Ergebnis ist also dasselbe, als wenn Wasser allein zersetzt worden wäre.

Besteht die Anode aus Kupfer, so löst die Gruppe SO_4 das Kupfer zu Kupfersulfat nach der Gleichung:



3. Elektrolyse von Salzen.

Bei der Zersetzung von Chlorkaliumlösung (KCl) tritt zunächst folgender Vorgang ein:



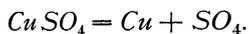
Dabei wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode. Dort bildet sich durch einen sekundären Vorgang, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch ein Diaphragma, d. h. durch eine halbdurchlässige Schicht, wie z. B. eine poröse Tonzelle, getrennt, so sind die Endprodukte Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne Diaphragma, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein. In kalter Lösung entsteht bei diesem tertiären Vorgang unterchlorigsaures Kali ($KClO$) nach der Gleichung:



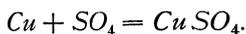
Arbeitet man jedoch mit heißer Lösung, so bildet sich chlorsaures Kali ($KClO_3$) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ($CuSO_4$). Das schwefelsaure Kupferoxyd oder Kupfersulfat wird nach folgender Gleichung zerlegt:



Das Kupfer wandert mit dem Strome zur Kathode und verkupfert diese. Die Gruppe SO_4 wandert dagegen zur Anode. Besteht diese aus Platin oder Kohle, so wird, wie oben, Sauerstoff frei. Besteht aber die Anode aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, indem sich wieder Kupfersulfat bildet, nach der Gleichung:



14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge ist, wie Faraday ermittelte, proportional der Stromstärke und der Zeit, also proportional der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Bedeutet also

m die Gewichtsmenge in Milligramm,

I die Stromstärke in Ampere,

t die Zeit in Sekunden,
 c einen Proportionalitätsfaktor,

so ergibt sich durch den Versuch:

$$m = c \cdot I \cdot t.$$

Der Faktor c ist bei den einzelnen Ionen verschieden. Um diesen Faktor, durch den die elektrolytisch abgeschiedene Menge bestimmt wird, zu ermitteln, leiten wir unter Benutzung von Platinelektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure (H_2SO_4), Salzsäure (HCl), Kupfervitriol ($CuSO_4$), Kupferchlorid ($CuCl_2$) und Kupferchlorür ($CuCl$) (Fig. 23). Der Versuch werde so lange fortgesetzt, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen. Bei diesen ist in Klammern das Atomgewicht angegeben, d. h. die kleinste relative Gewichtsmenge eines Elementes, bezogen auf Wasserstoff, die mit anderen Elementen eine chemische Verbindung

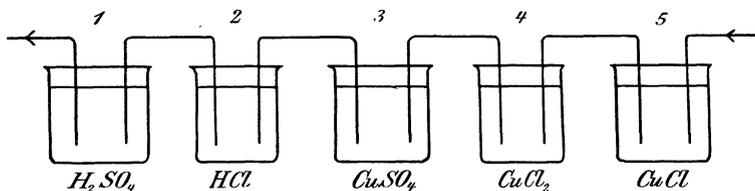


Fig. 23. Hintereinanderschaltung von verschiedenen Zersetzungszellen.

eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure (HCl) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Wir erhalten:

In der 1. Zelle (H_2SO_4):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 2. Zelle (HCl):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

In der 3. Zelle ($CuSO_4$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 4. Zelle ($CuCl_2$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Bis dahin ist alles regelmäßig. Man hätte aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können, indem in der zweiten Zelle ebensoviel Wasserstoff gebildet wird wie in der ersten, in der dritten ebensoviel Sauerstoff wie in der ersten und in der vierten ebensoviel Kupfer wie in der dritten. Es scheint sich aus den Versuchen die Regel zu ergeben, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen

eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet.

Bei der fünften Zelle mit dem Kupferchlorür ($CuCl$) finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Da im Kupferchlorür 63,2 Teile Kupfer auf 35,4 Teile Chlor enthalten sind, so wissen wir nicht im voraus, ob wir 63,2 mg Kupfer erhalten, wie in der dritten und vierten Zelle, woraus sich 35,4 mg Chlor ergeben, oder 70,8 mg Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, was einer Ausbeute von 126,4 mg Kupfer entspricht. Der Versuch entscheidet für den zweiten Fall, d. h. wir erhalten:

In der 5. Zelle ($CuCl$):

126,4 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 35,4 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Man erhält also bei der Elektrolyse einer Kupferchlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Kupferchloridlösung.

Allgemein ergibt sich eine einfache Gesetzmäßigkeit in der Weise, daß sich die elektrolytisch abgeschiedenen Gewichtsmengen nicht nach dem Atomgewicht, sondern nach dem Äquivalentgewicht richten. Dieses Äquivalentgewicht ist das Atomgewicht dividiert durch die Wertigkeit, wobei unter Wertigkeit die Anzahl der Wasserstoffatome zu verstehen ist, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure (HCl) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es im Chlorkalium (KCl) ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser (H_2O) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, durch die sich die Elemente aneinander hängen. So bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir im obigen Beispiel in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe SO_4 getrennt, also zwei Bindungen oder Wertigkeiten gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Wertigkeiten oder Arme gelöst sind, und man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Bindungen, oder er scheidet überall äquivalente Gewichtsmengen aus. Das Faradaysche Gesetz ergibt sich dann, indem das Atomgewicht mit a und die Wertigkeit mit k bezeichnet wird, mit Hilfe eines durch den Versuch ermittelten Proportionalitätsfaktors zu

$$m = 0,010386 \cdot \frac{a}{k} \cdot I \cdot t \text{ mg.} \quad (10)$$

Da das Produkt $I \cdot t$ eine Elektrizitätsmenge darstellt und der Quotient $\frac{a}{k}$ das Äquivalentgewicht bedeutet, so können wir dem Faradayschen Gesetz noch eine andere Form geben: Äquivalente Gewichts-

mengen verschiedener Ionen befördern überall die gleiche Elektrizitätsmenge, d. h. sie haben den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt die Gewichtsmenge eines Elementes in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde, d. h. durch ein Coulomb, ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Dieses ergibt sich nach Gleichung (10) auf S. 35 zu $0,010386 \cdot \frac{a}{k}$. Dies ist also die Gewichtsmenge, die bei ihrer Wanderung die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb befördert.

Das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers ergibt sich bei dem Atomgewicht 107,6 und der Wertigkeit 1 zu $\frac{0,010386 \cdot 107,6}{1} = 1,118$ und das des Kupfers zu $\frac{0,010386 \cdot 63,2}{2} = 0,328$.

Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergibt sich dann das ausgeschiedene Gasvolumen: Ein Ampere liefert in einer Sekunde 0,174 ccm trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Bei der Wasserzersetzung treten nach der Formel H_2O doppelt so viele Atome Wasserstoff auf wie Sauerstoff. Je zwei Atome Wasserstoff schließen sich zu einem Molekül zusammen, und ebenso je zwei Atome Sauerstoff. Es werden also doppelt so viele Moleküle Wasserstoff gebildet wie Sauerstoff. Nach der Avogadro'schen Regel ist dann auch das Volumen des ausgeschiedenen Wasserstoffs doppelt so groß wie das des Sauerstoffs, was durch den Versuch bestätigt wird.

15. Die Polarisation.

Zersetzt man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmenspannung von 2—3 Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man (Fig. 24) eine höhere Spannung, z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes daran, so stellt sich von selbst eine Klemmenspannung im Betrage von 2—3 Volt her. Ist in Fig. 24 E die elektromotorische Kraft der Maschine, R der Vorschaltwiderstand einschließlich Widerstand der Maschine und der Zuleitung und e_1 die Klemmenspannung der Zersetzungszelle, so ergibt sich die Stromstärke zu

$$I = \frac{E - e_1}{R}.$$

Es ist nun auffällig, daß die Klemmenspannung der Zersetzungszelle zwar von außenher an die Zelle gelegt wird, und daß sie es ist, die den Strom durch die Zelle treibt, daß aber ihre Größe von der Zelle bestimmt wird. Sie erscheint also als Funktion der Zersetzungszelle, die

wir nicht willkürlich ändern können, die also z. B. wesentlich dieselbe bleibt, wenn wir durch Änderung der Größen E und R die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar angenähert dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, verändern. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmenspannung an den Enden eines Metallwiderstandes, durch das Produkt aus der Stromstärke I und dem inneren Widerstand R_i gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der aus der Stromstärke und dem inneren Widerstand berechnete Wert.

Das wird erklärlich durch die Beobachtung, daß die Zersetzungszelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch den im Nebenschluß zur Zersetzungszelle liegenden Spannungszeiger sendet. Sie arbeitet dann wie eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame elektromotorische Kraft ist die elektromotorische Kraft der Polarisation. Sie ist nur so lange wirksam,

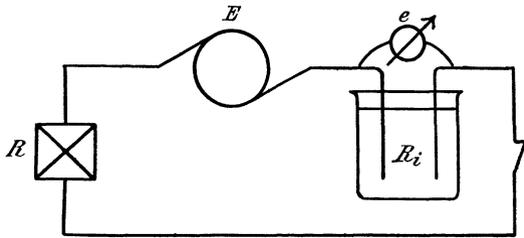


Fig. 24. Hintereinanderschaltung von Stromquelle, Zersetzungszelle, Widerstand.

wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht. Seine elektromotorische Kraft, die wir mit E_1 bezeichnen wollen, ist dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet.

Nun ist dieses Element schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmenspannung e_1 hatte dabei den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die elektromotorische Kraft E_1 der Polarisation zu überwinden. Für die Klemmenspannung der Zersetzungszelle ergibt sich dann die Gleichung:

$$e_1 = E_1 + I \cdot R_i.$$

Unter der elektromotorischen Kraft der Polarisation verstehen wir also die elektromotorische Kraft, die durch die chemische Veränderung der Elektroden der Zersetzungszelle entstanden ist. Wenn die Polarisation, wie gewöhnlich, sehr groß ist gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch, so ist die Klemmenspannung fast nur bedingt durch die Polarisation und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie wird das Auftreten der Polarisation noch deutlicher. Multiplizieren wir nämlich die obige Gleichung mit I , so erhalten wir:

$$e_1 \cdot I = E_1 \cdot I + I^2 \cdot R_i.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e_1 \cdot I$ die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und der Ausdruck $I^2 \cdot R_i$ den Effektverbrauch durch Joulesche Wärme dar. Wir kommen dadurch zu dem Ergebnis, daß die durch das Produkt $E_1 \cdot I$ dargestellte Leistung bei der Wasserzersetzung verbraucht sein muß. Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das bei der Wasserzersetzung entwickelte Knallgas eine potentielle Energie besitzt. Wenn wir es zur Explosion bringen, so wird Wärme entwickelt oder Arbeit geleistet, die gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit ist.

Es läßt sich nun nachweisen, daß die Polarisation für gleiche Elektrolyte und Elektroden stets den gleichen Wert hat. Die im Knallgase aufgespeicherte Energie ist proportional der Menge des entwickelten Knallgases, also proportional der bei der Wasserzersetzung in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Ist c ein konstanter Proportionalitätsfaktor, der im besonderen nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu:

$$A = c \cdot I \cdot t.$$

Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit:

$$A = E_1 \cdot I \cdot t.$$

Aus der Gleichheit beider Arbeiten folgt $E_1 = c$, d. h. die elektromotorische Kraft der Polarisation ist für gleiche Zersetzungszellen konstant. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt.

Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert. Wenn z. B. Kupfer und Sauerstoff unter Anwendung von Platinelektroden aus Kupfersulfat ausgeschieden werden, so ist die Polarisation eine andere, als wenn Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt wird. Dies steht in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß die Verbrennungswärme, die bei Wiedervereinigung der Endprodukte entwickelt wird, in beiden Fällen verschieden ist.

Wir gehen nun dazu über, auf Grund des Gesetzes von der Erhaltung der Energie die elektromotorische Kraft der Polarisation vorauszuberechnen.

Nach der Faradayschen Regel wird durch 1 Coulomb das $0,010386 \cdot 10^{-3}$ fache des Grammäquivalents zerlegt, wobei unter Grammäquivalent das Molekulargewicht in Gramm dividiert durch die Wertigkeit zu verstehen ist. Die für ein Grammäquivalent erforderliche Elektrizitätsmenge ist also:

$$I \cdot t = \frac{1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} \text{ Coulomb.}$$

Demnach ist die dabei aufgewendete Arbeit:

$$E_1 I \cdot t = \frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}}.$$

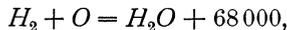
Ist nun x die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu $x : 0,24$. Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für diese Arbeit erhalten wir:

$$\frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} = \frac{x}{0,24}$$

oder

$$E_1 = \frac{x}{23000}.$$

Beispielsweise gilt die chemische Energiegleichung



d. h. bei Bildung eines Grammmoleküls Wasser werden 68000 gkal. frei. Bei Bildung eines Grammäquivalents werden also $x = 34000$ gkal. frei. Demnach ist die Polarisation bei Wasserzersetzung:

$$E_1 = \frac{34000}{23000} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniellelement als Stromquelle kein Wasser zersetzen. Dabei muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene elektromotorische Gegenkraft auch unter Berücksichtigung des Ohmschen Spannungsverlustes höher ist als der theoretisch berechnete Wert, und daß die vorstehenden Erörterungen nur den Zweck haben, die wesentlichste Ursache der Polarisation zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, in welchem die Polarisation Null wird, weil die Elektroden bei der elektrochemischen Zersetzung unverändert bleiben und die Endprodukte daher keine aufgespeicherte Energie darstellen. Zersetzt man nämlich Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dabei dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich Null, und die Klemmenspannung ist vollständig gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch. Dasselbe Ergebnis erhält man aus der Überlegung, daß die Arbeit zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode die gleiche ist wie zur Lösung des Kupfers an der Anode, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

16. Die Akkumulatoren.

Die ersten von Planté hergestellten Akkumulatoren enthielten Bleiplatten, die als Elektroden für die Zersetzung von verdünnter Schwefelsäure dienten, wobei sie oberflächlich chemisch verändert, d. h. formiert wurden. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faure-Verfahren Nuten- oder Gitterplatten aus Blei, deren Zwischenräume mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgefüllt waren (Fig. 25). Jetzt verwendet man als positive Platten Bleigitter, die durch einen starken Strom in kurzer Zeit formiert, d. h. oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt werden. Die negativen Platten bestehen ebenfalls aus Bleigittern, enthalten aber weitere Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgefüllt sind. Diese negativen Platten werden nach Aufstellung der Batterie durch eine erste ununterbrochene 40stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt.

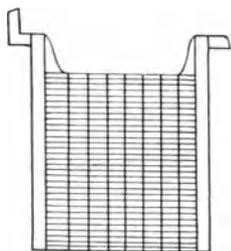


Fig. 25.
Platte eines Akkumulators.

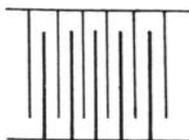


Fig. 26.
Plattenanordnung beim Akkumulator.

Bei der Zusammensetzung der Zellen werden die Nasen der Platten auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten jeder Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet (Fig. 26).

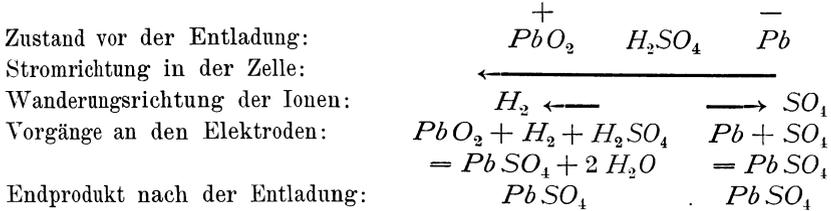
Ein Akkumulator, der nach dem Planté-Verfahren hergestellt wird, ist nichts anderes als eine Zersetzungszelle, in der Schwefelsäure zwischen Bleielektroden zersetzt wird. Wir gehen der Einfachheit von einer solchen Zersetzungszelle aus. In dieser wird an der negativen Platte Wasserstoff frei, und die negative Platte wird in diesem Falle nicht verändert. An der positiven Platte tritt dagegen Sauerstoff auf, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd (PbO_2) bildet. Dadurch wird aus der Zersetzungszelle ein galvanisches Element, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht. Seine elektromotorische Kraft beträgt 2 Volt. Sie ist schon während des Stromdurchganges, d. h. während der Ladung vorhanden und wirkt dabei dem Strome oder der Klemmenspannung entgegen.

Trennt man nun die Batterie von der Stromquelle und schaltet sie auf einen Verbrauchskörper, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, an welcher er bei der Ladung eingetreten war.

Diese Klemme ist also in beiden Fällen die positive, da man bei einem stromliefernden Element (Entladung) die Elektrode als positiv

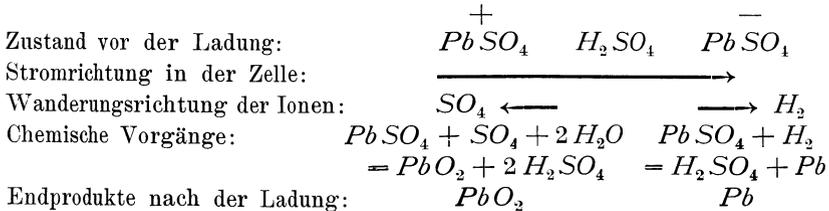
bezeichnet, an welcher der Strom austritt, während bei einer stromverbrauchenden Zersetzungszone (Ladung) die Elektrode positiv ist, an welcher der Strom eintritt.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also während der Entladung in schwefelsaures Blei übergeführt: die positive dadurch, daß das Bleisuperoxyd durch Wasserstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd reduziert wird, die negative dadurch, daß das Blei durch Sauerstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd oxydiert wird. Das Ergebnis ist also, daß das Bleisuperoxyd der positiven Platte gleichsam seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte abgibt. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Energie, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Quelle der Wärmeenergie ist. Wenn schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben hat und die negative Platte dadurch oxydiert ist, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können.

Der entladene Akkumulator werde nun wieder als Zersetzungszone behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, so daß aus der Zersetzungszone wieder ein Element, d. h. eine Stromquelle geworden ist.

Es darf allerdings nicht unerwähnt bleiben, daß neben den Oxydations- und Reduktionsvorgängen die Änderungen der Säuredichte bei den Arbeitsvorgängen beteiligt sind. Das spezifische Gewicht der Säure wird bei der Entladung geringer, bei der Ladung größer.

Der Vorgang der Ladung besteht nicht etwa, wie beim Kondensator, in der Aufspeicherung von Elektrizität, sondern in einer chemischen Um-

wandlung der sogenannten aktiven Masse. Wenn man trotzdem von der Kapazität des Akkumulators spricht, so versteht man darunter etwas anderes als die Kapazität eines Kondensators. Die Kapazität eines Kondensators bedeutet die Elektrizitätsmenge, die durch die Einheit der Spannung auf den Kondensator gedrückt und bei der Entladung wieder vom Kondensator abgegeben werden. Dagegen bedeutet die Kapazität des Akkumulators die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Akkumulators in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung, wie beim Kondensator, ist dabei nicht die Rede.

Da die Kapazität durch das Gewicht der aktiven Masse gegeben ist, sie ist also theoretisch unabhängig davon, ob mit starkem Strom eine kurze Zeit oder mit schwachem Strom eine entsprechend längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen worden ist. Man kann also innerhalb der Betriebsgrenzen die Stromstärke bei der Entladung willkürlich wählen und wird dabei eine kürzere oder längere Zeit der Entladung erhalten.

In Wirklichkeit findet man allerdings, daß die Kapazität bei Entladung mit starkem Strom bedeutend kleiner ist, als bei Entladung mit schwachem Strom. Das erklärt sich einfach dadurch, daß die aktive Masse bei starkem Strom nur oberflächlich umgewandelt wird und nur ein Teil der aktiven Masse an dem ganzen Vorgang teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu den Amperestunden bei der Ladung. Theoretisch müßte dieses Verhältnis gleich Eins sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der aktiven Masse bestehen und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten aktiven Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator ein wenig. Dies liegt weniger an einer mangelhaften Isolation, als an Selbstentladung durch Lokalströme, wie sie an einer und derselben Platte durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung oder ungleiche Säuredichte auftreten können. Endlich wird der Wirkungsgrad auch deswegen geringer als Eins, weil ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Amperestunden nutzlos zur Gasentwicklung verwendet wird. Wenn nämlich gegen Ende der Ladung die aktive Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen, d. h. die Gasentwicklung beginnt. Nur dann, wenn man die Ladung unterbricht, bevor eine stärkere Gasentwicklung auftritt (Kochen des Akkumulators), wird der Wirkungsgrad sehr hoch. Er übersteigt meist den Wert 0,9.

Von größerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln, beobachten wir bei Ladung und Entladung mit normalem Strom die Klemmenspannung und tragen die Zeit als Abszisse und die Klemmen-

spannung als Ordinate auf (Fig. 27 und 28). Die Klemmenspannung beträgt im Anfang der Ladung etwa 2,1 Volt und steigt wegen der an den Elektroden haftenden Gasblasen am Ende der Ladung auf 2,6 Volt. Wenn diese Spannung erreicht ist, wird die Ladung gewöhnlich unterbrochen. Bei der Entladung beträgt die Klemmenspannung anfangs etwa 1,9 Volt und fällt am Schluß auf 1,8 Volt. Eine weitere Entladung würde die Platten verderben, und die Spannung würde auch sehr bald stark sinken.

Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist, als die mittlere Spannung bei der Entladung. Ist E_1 die elektromotorische Gegenkraft und R_i der innere Widerstand, so ergibt sich bei der Ladung die Klemmenspannung e durch die Gleichung:

$$e = E_1 + I \cdot R_i,$$

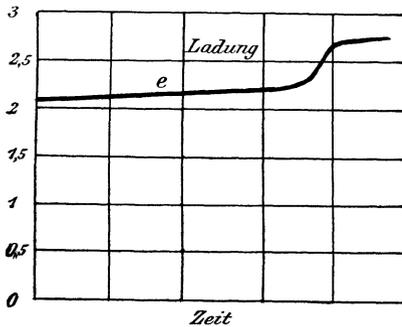


Fig. 27. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Ladung.

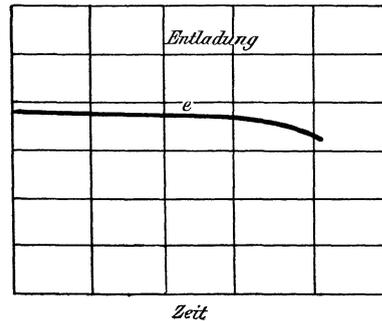


Fig. 28. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Entladung.

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$e = E_1 - I \cdot R_i.$$

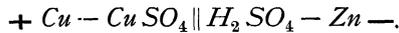
Die mittlere Klemmenspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die elektromotorische Kraft bei der Entladung kleiner ist als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert der elektromotorischen Kraft bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden ist also, da zu den schon früher erwähnten Verlusten noch der Verlust durch Joulesche Wärme hinzukommt, kleiner als der in Amperestunden. Er ist etwa 0,8—0,9.

17. Die chemischen Vorgänge in Elementen..

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Man beobachtet nun bei offenem Element durch ein Elektrometer, daß sich das

Kupfer positiv, das Zink negativ geladen zeigt. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Blasen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, bestehend aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Zink. Die elektromotorische Kraft dieses Elementes ist dem ursprünglichen Element entgegengesetzt. Infolgedessen sinkt die Stromstärke allmählich, d. h. das Element polarisiert sich. Um eine unveränderliche elektromotorische Kraft zu erhalten, muß man die durch den freien Wasserstoff verursachte Polarisation verhindern. Dies geschieht, indem der Wasserstoff im Augenblick des Entstehens gebunden wird oder statt des Wasserstoffes ein Metall ausgefällt wird.

Das Daniell-Element besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten: Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine poröse Tonzelle voneinander getrennt sind:

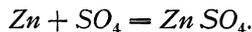


Eine Kupferplatte, die in das Kupfervitriol taucht, bildet den positiven Pol, eine Zinkplatte, die in die Schwefelsäure taucht, den negativen Pol.

Der Strom, den das Element erzeugt, fließt im Element vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus nach der Gleichung:



Das Zink wird dagegen durch die Gruppe SO_4 , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ($Zn SO_4$) gelöst.



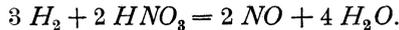
Da dieser Vorgang ein Oxydationsprozeß ist, so wird dabei eine der Stromarbeit entsprechende Energie geliefert. Diese umfaßt die Arbeit im äußeren Kreise, die Joulesche Wärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Energie. Man kann auch einfacher die gesamte, vom Element gelieferte elektrische Energie auffassen als die Differenz der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Energie.

Da, wie man sieht, die Elektroden unverändert bleiben, so tritt keine Polarisation ein, und die elektromotorische Kraft bleibt bei der Stromlieferung unverändert. Sie beträgt 1,07 Volt, vorausgesetzt, daß man es mit reinen Materialien zu tun hat. Die Stromstärke ist je nach dem äußeren Widerstand verschieden. Wenn wir den inneren Widerstand, der sich nach der Größe des Elementes richtet, zu 0,5 Ohm annehmen, so würde bei Kurzschluß eine Stromstärke von $1,07 : 0,5 = 2,14$ Ampere durch das Element fließen.

Das Bunsen-Element besteht aus Kohle in starker Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch ein Diaphragma getrennt:



Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Die Gruppe SO_4 löst wieder, wie beim Daniell-Element, das Zink unter Bildung von Zinksulfat. Auf der andern Seite wird der mit dem Strom wandernde Wasserstoff an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden nach der Gleichung:

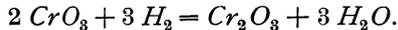


Das dabei frei werdende Stickoxyd (NO) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickend riechendem Stickstoffdioxyd (NO_2). Die elektromotorische Kraft des Bunsen-Elementes ist 1,8—1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als der des Daniell-Elementes.

Das Chromsäure-Element besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat (K_2CrO_4 , CrO_3):



Das Element enthält keine Tonzelle. Die Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe SO_4 löst das Zink, während der an der Kohle entstehende Wasserstoff durch Sauerstoff aus dem doppelchromsauren Kali gebunden wird. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure (CrO_3), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird entsprechend der Gleichung:



Die rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich wird die elektromotorische Kraft, die ursprünglich 2 Volt betrug, geringer, so daß das Element bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz unveränderlich ist.

Das Leclanché-Element besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen:

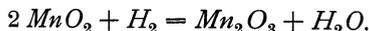


Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink, ein Vorgang, bei welchem ebenso wie bei einem Oxydationsvorgang Energie frei wird. Auf der andern Seite wandert die Gruppe NH_4 , die sich wie ein Metall verhält, mit dem Strom, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden

würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd (MnO_2), eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, gibt seinen Sauerstoff unter Bildung von Manganoxyd (Mn_2O_3) an den Wasserstoff ab, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder der Chromsäure kann der Braunstein bei stärkerem Strom den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden. Die elektromotorische Kraft ist infolgedessen nur im stromlosen Zustand 1,4 Volt und sinkt, wenn ein stärkerer Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz unveränderlich.

Das Weston-Element*) (Fig. 29) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind, und das als positive Elektrode Quecksilber (Hg), als negative Elektrode ein Kadmiumamalgam mit 12–13 % Kadmium (Cd) enthält. Als Flüssigkeit dient eine konzentrierte Kadmiumsulfatlösung ($CdSO_4$), deren Konzentration durch bei-

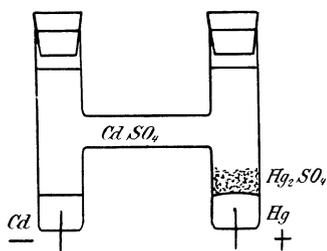
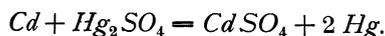


Fig. 29. Weston-Element.

gegebene Kadmiumsulfatkrystalle aufrecht gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strome. Es muß nun verhindert werden, daß es sich mit der positiven Elektrode legiert, und daß dadurch beide Elektroden mehr und mehr gleich werden. Deshalb befindet sich über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydsulfat (Hg_2SO_4), Kadmiumsulfatkrystallen und metallischem Quecksilber. Die zur positiven Elektrode wandernden Kadmium-Ionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumsulfat nach der Gleichung:



Die positive Elektrode bleibt also, was sie war, nämlich metallisches Quecksilber, und die Polarisation ist vermieden. An der negativen Elektrode wird Kadmium von der Gruppe SO_4 gelöst.

Die elektromotorische Kraft ist konstant 1,019 Volt (Normalelement). Allerdings darf man dem Element nur ganz schwache Ströme entnehmen.

18. Die Voltmeter.**)

Die gesetzliche Bestimmung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltmeter. Als Kathode dient ein Platintiegel, der eine Lösung von 20–40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ($AgNO_3$) in 100 Teilen

*) Vergl. Wiedemannsche Annalen 1898, S. 926.

***) Vergl. die Bestimmungen des deutschen Reichsgesetzes, ETZ 1901, S. 435.

Wasser enthält, während die Anode durch einen Stab aus reinem Silber gebildet wird. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 ccm der Lösung ausgeschieden sind, und auf der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber pro Quadratcentimeter niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünfteil Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere auf dem Quadratcentimeter betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen und nach dem Versuche mit chlorfreiem, destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung mehr zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung weißes, unlösliches Chlorsilber nach der Gleichung:



Nach dem Auswaschen wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Exsikkator erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung. Bezeichnet

m_1 das Gewicht des Tiegels in Milligramm vor dem Versuch,

m_2 " " " " " " " nach " "

t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich, da ein Ampere in 1 Sek 1,118 mg Silber niederschlägt:

$$I = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.}$$

Die Berührung der inneren Tiegelwandung mit der Hand ist streng zu vermeiden, da der Silber-Niederschlag sonst nicht fest haftet. Es empfiehlt sich, vor Ausführung des Versuches den Tiegel zu glühen, damit etwaige Verunreinigungen organischer Natur zerstört werden. Das Glühen darf jedoch nur dann vorgenommen werden, wenn der Tiegel keine Spur von Silber enthält, da sich sonst eine leicht schmelzende Platin-Silber-Legierung bildet. Auch darf zum Ausglühen nur eine nicht leuchtende Flamme, und zwar die Spitze einer solchen Flamme, benutzt werden, da der Tiegel sonst unter Bildung von Kohlenstoff-Platin brüchig wird.

Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke. — 20. Die magnetische Feldstärke. — 21. Die magnetischen Kraftlinien. — 22. Das magnetische Potential. — 23. Eisen im magnetischen Feld. — 24. Der Erdmagnetismus.

19. Die magnetische Polstärke.*)

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Fähigkeit wurde zuerst an Eisenerzen beobachtet, die bei der Stadt Magnesia gefunden wurden. Daher nennt man Stahl, der Eisen anzieht, magnetisch. Taucht man einen solchen Stahlstab in Eisenspäne, so bemerkt man, daß die Eisenspäne besonders an den Enden des Stabes haften (Fig. 30).

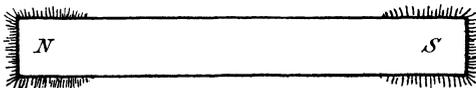


Fig. 30. Eisenfeilspäne an den Polen eines Magneten.

Man bezeichnet diese Stellen, an denen die Anziehungskraft am stärksten ist, als die Pole des Magneten.

Näherungsweise können wir bei langen und dünnen Magneten annehmen, daß die magnetische Anziehungskraft von zwei Punkten ausgeht, die sich in der Nähe der Enden des Stabes befinden. Diese Punkte sind in Fig. 30 mit *N* und *S* bezeichnet. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

Ein um eine lotrechte Achse drehbarer Magnet stellt sich so, daß der eine von den beiden Polen nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt diesen Pol den Nordpol des Magneten, den entgegengesetzten Pol den Südpol.

Nähert man zwei Magnete einander, so beobachtet man, daß zwei gleichnamige Pole sich abstoßen, zwei ungleichnamige sich anziehen. Daraus folgt, daß im geographischen Norden ein physikalischer Südpol und im geographischen Süden ein physikalischer Nordpol liegt.

Die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, wurde zuerst von Coulomb gemessen. Er hängte einen langen, dünnen Magneten an einem Metallfaden auf, so daß seine magnetische Achse sich in wagerechter Richtung befand. Durch Verdrehung des Aufhängefadens entfernte er nun den Nordpol dieses Magneten von dem Südpol eines anderen Magneten mit

*) Vergl. über Magnetismus und Elektromagnetismus: Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. 2. Aufl. 1892.

lotrechter Achse. Da die Kraft, die ein gedrillter Faden ausübt, proportional dem Verdrehungswinkel ist, so konnte Coulomb das Verhältnis zwischen der Entfernung der Magnetpole und der Kraft, mit der sie sich anziehen, feststellen. Es ergab sich, daß diese Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Außerdem wird die Kraft doppelt so groß, wenn man durch Verdoppelung der Magnetstäbe die magnetische Menge oder Polstärke verdoppelt. Bezeichnet also:

- f die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken,
 m_1 „ Polstärke des einen Poles,
 m_2 „ Polstärke des anderen Poles,
 r „ Entfernung,

so ergibt sich:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (11)$$

Wir sollten wieder, wie beim Ohmschen Gesetz, hinter dem Gleichheitszeichen einen Proportionalitätsfaktor erwarten. Er fällt aber weg, wenn wir die Einheit für die Polstärke so wählen, daß sie zu den Einheiten der Kraft und der Länge paßt. Die Einheit der Länge ist das Zentimeter und die Einheit der Kraft ist, wie auf S. 23 angegeben, das Dyn, d. h. die Kraft, die der Masse von 1 cm Wasser in einer Sekunde die Geschwindigkeitszunahme 1 cm pro Sekunde erteilt.

Setzen wir also in Gleichung (11) $f = 1$ Dyn und $r = 1$ cm, und nehmen wir an, es sei $m_1 = m_2$, so wird $m_1 = m_2 = 1$, d. h. der Pol hat die Stärke 1, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir messen demnach die Stärke eines Poles oder die Menge seines Magnetismus durch die Kraft, die er in der Einheit der Entfernung auf den Pol 1 ausübt.

20. Die magnetische Feldstärke.

Das magnetische Feld ist die Umgebung des Magneten oder überhaupt jeder Ort, wo magnetische Wirkungen, wie z. B. Ablenkungen von Magnetnadeln, auftreten. Diese Wirkungen ergeben sich bei einem Magneten aus der gemeinsamen Wirkung der beiden Pole. In dem Punkte A (Fig. 31) in der Umgebung eines Magneten befindet sich z. B. ein frei beweglicher Nordpol, dessen zugehöriger Südpol so weit entfernt sei, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird der im Punkte A befindliche Nordpol von dem Nordpol N in der Richtung AB abgestoßen und von dem Südpol S in der Richtung AC angezogen. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen. In Fig. 31 verhalten sich z. B. die Entfernungen von A bis zu den beiden Polen wie 2 : 1, also verhalten sich die entsprechenden Kräfte wie 1 : 4. Aus den beiden Kräften AB und AC in Fig. 31 ergibt sich dann zeichnerisch nach dem Parallelogramm der Kräfte die Resultierende AD , die uns die Richtung und Größe der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle angibt.

Bringen wir nun eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel in das magnetische Feld, so greift die von unserem Magnetstab ausgehende magnetische Kraft an den Enden der Nadel an und dreht die Nadel, bis die magnetische Achse mit der Krafrichtung zusammenfällt. In dieser Stellung ist die Nadel im Gleichgewicht. Die magnetische Achse einer in jeder Richtung drehbaren Magnetnadel zeigt uns also die Richtung der magnetischen Kraft an jeder Stelle des magnetischen Feldes an.

Um nun ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes zu gewinnen, bringen wir einen bestimmten Pol m an die betreffende Stelle und ermitteln die Kraft, mit der er angezogen oder abgestoßen wird. Diese Kraft ist einerseits proportional der Polstärke m , auf die das magnetische Feld wirkt, andererseits aber proportional der Feldstärke. Bezeichnen wir also diese Feldstärke mit \mathfrak{S} , so erhalten wir:

$$f = m \cdot \mathfrak{S}. \quad (12)$$

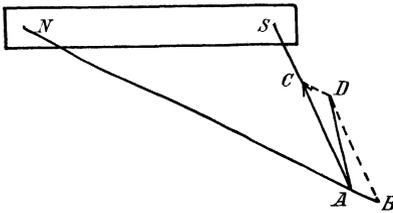


Fig. 31. Resultierende magnetische Kraft zweier Pole.

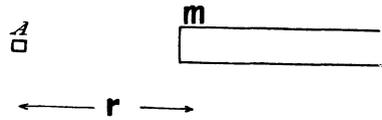


Fig. 32. Ermittlung der Feldstärke in der Umgebung eines Magnetpoles.

Setzen wir in dieser Gleichung $m = 1$, so folgt $\mathfrak{S} = f$. Die Feldstärke \mathfrak{S} bezeichnet also die Kraft in Dyn, die an der betreffenden Stelle auf den Pol 1 ausgeübt wird. Die Einheit der Feldstärke hat dann das Feld, das auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

In Fig. 31 wurde die Kraft in dem Punkte A von den beiden Polen N und S ausgeübt. Wir betrachten jetzt in Fig. 32 den Fall, in welchem der eine Pol unseres Magneten sehr weit entfernt ist. In diesem Falle können wir bei Berechnung der Feldstärke seine Wirkung, die dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist, vernachlässigen. Wir erhalten dann die Feldstärke in einem beliebigen Punkt A in der Entfernung r vom Magnetpol m , indem wir auf den Punkt A einen Pol von der Stärke 1 bringen und die auf ihn ausgeübte Kraft ermitteln. Diese ergibt sich nach dem Coulombschen Gesetz zu:

$$\mathfrak{S} = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}. \quad (13)$$

Dabei haben wir für diese Kraft unmittelbar die Bezeichnung \mathfrak{S} statt der Bezeichnung f eingeführt, da wir es mit der auf den Pol 1 wirkenden Kraft, d. h. mit der Feldstärke zu tun haben.

Wir bringen nun eine Magnetnadel, deren Polstärke gleich m und deren Achse gleich l ist, in ein gleichförmiges magnetisches Feld von der Stärke \mathfrak{H} (Fig. 33). Die magnetische Kraft des Feldes sei von oben nach unten gerichtet. Die Achse der Nadel stehe senkrecht auf dieser Richtung. Dann wirkt auf den Nordpol die Kraft $f_1 = m \cdot \mathfrak{H}$ am Hebelarm $l/2$ und ebenso auf den Südpol S die Kraft $f_2 = m \cdot \mathfrak{H}$ am Hebelarm $l/2$. Wir erhalten also ein gesamtes Drehmoment:

$$(f_1 + f_2) \cdot l/2 = 2 m \cdot \mathfrak{H} \cdot l/2 = \mathfrak{H} \cdot m \cdot l.$$

Da die Kraft in Dyn und die Länge in Zentimeter gemessen ist, so erhalten wir das Drehmoment in Zentimeterdyn.

Das Drehmoment besteht aus zwei Größen, von denen die erste durch das äußere Feld \mathfrak{H} und

die zweite durch die magnetischen Eigenschaften der Nadel, nämlich durch das Produkt aus Polstärke und Achse gegeben ist. Man nennt dieses Produkt $m \cdot l$ das magnetische Moment der Nadel.

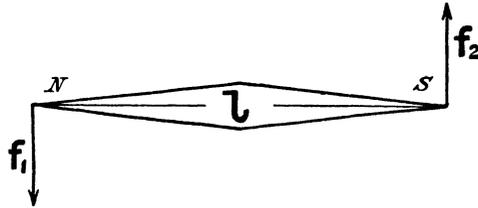


Fig. 33. Magnetnadel in einem gleichförmigen Felde.

21. Die magnetischen Kraftlinien.

Wir haben bisher die alte Anschauung zugrunde gelegt, wonach an den punktförmigen Polen eines Magnetstabes eine gewisse Menge von Magnetismus vorhanden ist und von den beiden Polen Wirkungen in die Ferne ausgehen. Nun hat man es in Wirklichkeit niemals mit punktförmigen Polen zu tun, und die Wirkungen in die Ferne werden jetzt in der Naturwissenschaft nicht mehr anerkannt. Dennoch ist die alte Anschauung von großem Wert, weil sie die magnetischen Erscheinungen, die durch den Versuch gefunden werden, auf einfache Weise erklärt und in mathematische Form bringt. Zu einem innerlichen Verständnis der magnetischen Erscheinungen kommen wir aber erst durch Faradays geniale Kraftlinientheorie. Nach Faraday gibt es keine Wirkung in die Ferne, und die Kraft in der Umgebung eines Magneten tritt nicht erst auf, wenn ein anderer Pol hingebraucht wird, auf den sie wirkt. Vielmehr ist die Umgebung des Magneten dauernd in einem besonderen Zustand, indem sie gleichsam selbst magnetisiert ist. Diese anschauliche Vorstellung, wonach von den Polen eine „Kraftströmung“ ausgeht, welche die Umgebung des Magneten erfüllt, erklärt die magnetischen Erscheinungen ebensogut, wenn nicht noch besser, wie die alte Theorie, und die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der mathematischen Forschung und der anschaulichen Vorstellung erhöht unser Vertrauen zu der Zuverlässigkeit beider Methoden.

Die Grundlage für Faradays Anschauung bildet ein einfacher Versuch, dessen selbständige Wiederholung jedem zu empfehlen ist. Streut man durch ein Sieb Eisenfeile auf einen Magneten, wobei man die Unterlage etwas erschüttert, so ordnen sich die Eisenfeile in eigentümlichen Kurven an (Fig. 34). Indem nämlich die Eisenfeilspäne während des Herunterfallens selbst magnetisiert werden, richten sie sich wie eine Magnetonadel, so daß ihre Längsrichtung mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Dabei zieht ein Eisenteilchen das andere an, und es entstehen Kurven, welche die Richtung der magnetischen Kraft viel deutlicher angeben, als es durch die Zeichnung in Fig. 31 geschah. Wir nennen diese Kurven Kraftlinien und betrachten sie willkürlich als vom Nordpol ausgehend und in den Südpol einmündend.

Eine Magnetonadel stellt sich so ein, daß ihre Achse eine Tangente an die Kraftlinie bildet und ihr Nordpol nach der positiven Richtung der Kraftlinien zeigt. Ein frei beweglicher Nordpol n , dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, bewegt sich in Richtung der Kraftlinie (Fig. 34). Die Kraftlinie ist also bestimmt als die Bahn eines frei beweglichen Nordpols. Obgleich sie im Grunde nichts anderes ist als die Richtung der magnetischen Kraft, so gewöhnt man sich schließlich und vielleicht nicht mit Unrecht daran, den Kraftlinien eine wirkliche Existenz zuzuschreiben.

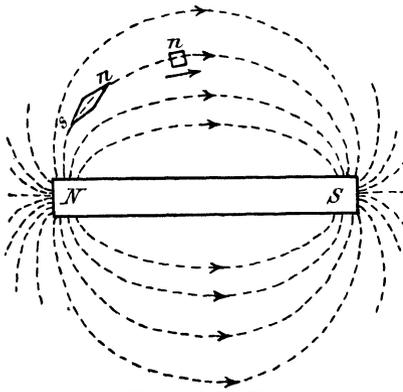


Fig. 34. Magnetische Kraftlinien.

Die Kraftlinie gibt nun nicht nur ein Bild von der Richtung der magnetischen Kraft, sondern sie gestattet auch, die Stärke der Kraft, also die magnetische Feldstärke, sehr bequem zu ermitteln. Wir betrachten zu diesem Zweck die Kraftströmung, die von einem punktförmigen Pol m ausgeht. Sie dringt strahlenförmig in den ganzen Raum und durchsetzt eine Reihe von konzentrischen Kugelflächen von innen nach außen (Fig. 35). Da die Kugeloberflächen sich wie die Quadrate der Halbmesser verhalten, so ist die Kraftlinienzahl, die auf ein Quadratcentimeter der Kugelfläche kommt, dem Quadrate des Halbmessers r umgekehrt proportional. Da sie außerdem mit der Stärke des Poles m wächst, so ist sie dem Ausdruck m/r^2 , d. h. nach Gleichung (13) auf S. 50 der Feldstärke an der betreffenden Kugelfläche proportional.

Der Proportionalitätsfaktor wird gleich Eins, wenn wir die Einheit für die Kraftlinie passend wählen. Als Einheit für die Kraftlinie wählen wir daher die Kraftströmung, die auf einem Quadratcentimeter eines Feldes vorhanden ist, in welchem auf die Ein-

heit der Polstärke die Kraft ein Dyn ausgeübt wird. Dadurch werden die Kraftlinienzahl auf einem Quadratcentimeter und die Feldstärke \mathfrak{H} nicht nur einander proportional, sondern auch zahlenmäßig einander gleich.

Ist z. B. die Feldstärke in dem Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine gleich 7000, so bedeutet dies ebensowohl, daß auf die Einheit der Polstärke 7000 Dyn ausgeübt werden, als auch, daß aus jedem Quadratcentimeter der Polfläche 7000 Kraftlinien austreten. Bei einer Polfläche von 400 qcm ergibt sich dann die Gesamtzahl der vom Nordpol austretenden Kraftlinien zu:

$$N = 7000 \cdot 400 = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Allgemein ist der gesamte aus einer Fläche austretende Kraftfluß das Produkt aus der Kraftliniendichte \mathfrak{H} und der Fläche Q , die der Kraftfluß senkrecht durchsetzt, d. h.:

$$N = \mathfrak{H} \cdot Q. \quad (14)$$

Daraus ergibt sich eine weitere einfache Bestimmung der Kraftlinieneinheit. Der von einem Pol m ausgehende Kraftfluß N durchdringt in der Entfernung 1 cm vom Pol eine Kugeloberfläche von 4π qcm. Die Kraftlinienzahl auf einem Quadratcentimeter ist also dort $\frac{N}{4\pi}$. Da nach dem Coulombschen Gesetz die Feldstärke an der Oberfläche in unserm Falle gleich $\frac{m \cdot 1}{1^2}$ ist, so ergibt sich durch Gleichsetzung:

$$\frac{N}{4\pi} = \frac{m \cdot 1}{1^2}.$$

Die Kraftlinienzahl des Poles m ist demnach:

$$N = 4\pi \cdot m. \quad (15)$$

Ist $m = 1$, so wird $N = 4\pi$, d. h.: der Pol 1 sendet 4π Kraftlinien aus, oder: eine Kraftlinie ist der 4π te Teil der vom Pol Eins ausgehenden Kraftströmung.

22. Das magnetische Potential.

Im vorigen Abschnitt ergab sich, daß ein frei beweglicher Nordpol sich im magnetischen Feld längs einer Kraftlinie bewegt. Bilden wir nun an jeder Stelle das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol wirkt, und dem unendlich kleinen Weg, über den sie wirkt, und summieren die Produkte, so erhalten wir die Arbeit, die vom magnetischen Feld bei der

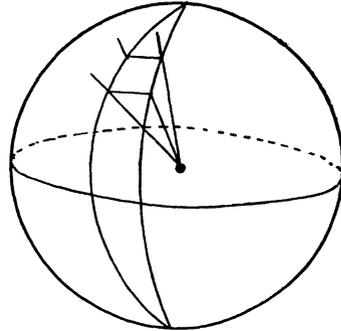


Fig. 35. Durchdringung einer Kugelfläche durch Kraftlinien eines im Mittelpunkt angeordneten Pols.

Bewegung geleistet wird. Diese wird entweder dazu verbraucht, um einen mechanischen Widerstand zu überwinden, wobei sie sich in mechanische Arbeit umsetzt, oder sie setzt sich in kinetische Energie um.

Wenn wir anderseits einen Nordpol n entgegen der Kraftlinie von S nach N bewegen, so haben wir dabei die entgegenwirkenden Kräfte des magnetischen Feldes zu überwinden, indem der Nordpol zugleich vom Südpol S angezogen und vom Nordpol N abgestoßen wird. Wir müssen also eine mechanische Arbeit aufwenden, die sich als die Summe aus den einzelnen Produkten aus Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke ergibt. Diese Arbeit ist dann als potentielle Energie aufgespeichert, um wieder frei zu werden, wenn der Nordpol unter dem Einfluß des Feldes zurückgetrieben wird. Dabei wird dann entweder wieder mechanische Arbeit geleistet, oder dem Pol n , den wir uns auf einem Eisenkörper befindlich denken, wird eine kinetische Energie mitgeteilt. Die Verhältnisse liegen also ganz ebenso, wie wenn wir ein Gewicht hochheben und dabei die entgegenwirkende Schwerkraft überwinden. Die dabei geleistete und als potentielle Energie aufgespeicherte Arbeit wird wieder frei, wenn das Gewicht vom höheren zum niederen Niveau herunterfällt.

Wir haben also zwischen den verschiedenen Punkten einer Kraftlinie eine magnetische Niveaudifferenz oder magnetische Potentialdifferenz. Wir bestimmen diese, ähnlich wie die elektrische Niveaudifferenz in Abschnitt 11, als die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die positive Einheit der magnetischen Menge, also die Einheit der Polstärke, vom niederen zum höheren Niveau zu führen. Umgekehrt ist sie auch bestimmt als die Arbeit, die von den Kräften des Feldes geleistet wird, wenn die Einheit der Polstärke vom höheren zum niederen Niveau getrieben wird. Bezeichnen wir das Niveau des Nordpoles als positiv, so haben wir das Niveau des Südpoles als negativ einzuführen, und das Niveau oder das Potential in der Mitte der Kraftlinie ist gleich Null.

Bei der Bewegung des Nordpoles ist es nun gleichgültig, ob wir den Pol längs der Kraftlinie, oder auf einem Umwege bewegen. Dies folgt aus dem Gesetze von der Erhaltung der Energie. Die Arbeit, die man aufwendet, den Nordpol von einem niederen zu einem höheren Niveau zu führen, ist unabhängig vom Wege, weil sie als potentielle Energie aufgespeichert ist und ihr Betrag allein durch die Anfangs- und Endlage gegeben ist. Sie wird in allen Fällen in gleichem Betrage wieder gewonnen, wenn der Pol n unter dem Einfluß der Kräfte des magnetischen Feldes wieder nach dem niederen Niveau zurückgetrieben wird.

Auf der anderen Seite ist zur Bewegung des Poles senkrecht zur Kraftrichtung keine Arbeitsleistung erforderlich, da hierbei keine Änderung des Potentials erfolgt. Derartige Punkte gleichen Potentials liegen nicht bloß in der Ebene, sondern auch im Raume. Sie bilden eine sog.

Niveaufläche, die überall senkrecht auf der Krafrichtung steht, so daß eine Verschiebung auf dieser Fläche ohne Arbeitsleistung erfolgt.

Wir bringen nun die positive Einheit der Polstärke in ein gleichförmiges Feld, dessen Kraftlinien sämtlich parallel verlaufen (Fig. 36). Wenn wir dann den Pol entgegen der Kraftlinie bewegen, so ist die Kraft, die auf ihn wirkt, längs des ganzen Weges l dieselbe. Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B , deren Entfernung l ist, berechnet sich dann durch das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, und dem Weg, sie ist also gleich $\mathfrak{S} \cdot l$.

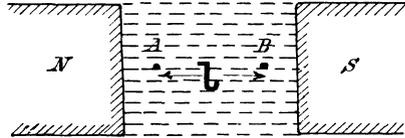


Fig. 36. Gleichförmiges Feld zwischen ungleichnamigen Polflächen.

Bisher haben wir immer nur von Potentialdifferenzen gesprochen und gehen jetzt dazu über, das magnetische Potential selbst zu definieren. Wir denken uns also einen punktförmigen Nordpol m , dessen Südpol unendlich weit entfernt gedacht werden möge (Fig. 37). Die Kraftlinien dieses Poles dringen strahlenförmig in den Raum, und unter ihrem Einfluß wird ein in A befindlicher Nordpol in der Richtung des Pfeiles in die Unendlichkeit getrieben. Die Kraft, die dabei auf ihn wirkt, nimmt längs des ganzen Weges mit dem Quadrate der Entfernung ab und wird schließ-

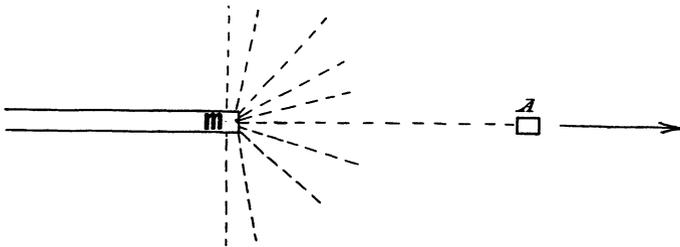


Fig. 37. Abstoßung zwischen gleichnamigen Polen.

lich gleich 0. Die gesamte Arbeit, die dabei frei wird, wenn der Pol 1 vom Punkte A in die Unendlichkeit getrieben wird, würde die Potentialdifferenz zwischen A und der Unendlichkeit sein. Man nennt sie das Potential des Punktes A oder das Potential des Poles m im Punkte A . Die Höhe des Potentials berechnet sich auf folgende Weise:

Ist x der Abstand des beweglichen Poles 1 vom Pol m in einem beliebigen Zeitpunkt der Bewegung, so ist die auf den beweglichen Pol ausgeübte Kraft gleich $\frac{m \cdot 1}{x^2}$ Dyn. Die Arbeit längs des Weges dx ist dann:

$$dA = \frac{m \cdot 1}{x^2} \cdot dx.$$

Ist ferner r der Abstand des beweglichen Poles 1 vom Pol m im Anfang der Bewegung, also im Punkte A , so ist das Potential im

Punkte A , d. h. die ganze Arbeit, die geleistet wird, wenn der Pol 1 in die Unendlichkeit getrieben wird:

$$A = \int_r^{\infty} \frac{m}{x^2} \cdot dx = \left[-\frac{m}{x} \right]_r^{\infty} = \frac{m}{r}.$$

Für einen unendlich entfernten Punkt ergibt sich aus dieser Gleichung das Potential Null.

Es könnte auffallen, daß das Potential oder Niveau des unendlich entfernten Punktes dasselbe ist wie das des Mittelpunktes einer Kraftlinie, für das wir oben ebenfalls den Wert 0 fanden. Tatsächlich würde es aber z. B. in Fig. 34 gelingen, einen Pol ohne Arbeitsleistung aus der Unendlichkeit auf die Mitte einer Kraftlinie zu bringen, wenn nämlich die Bewegung immer senkrecht zu den resultierenden Kraftlinien beider Pole erfolgt. In der Regel hat man übrigens nicht mit dem Potential, sondern nur mit Potentialdifferenzen oder Niveaudifferenzen zu rechnen.

23. Eisen im magnetischen Feld.

Streuen wir Eisenfeilspäne auf einen Magneten, in dessen Nähe sich Eisen befindet, so sehen wir, daß das ursprüngliche Feld des Magneten eine Veränderung erfahren hat, indem das Eisen die Kraftlinien in sich hineinzieht (Fig. 38). An dem Ende eines Eisenstückes, das dem Magnetpol zugekehrt ist, treten zahlreiche Kraftlinien auf, während das magnetische Feld an anderen Stellen geschwächt wird. Man kommt dadurch zu der Vorstellung, daß Pole im Eisen erzeugt oder „induziert“ werden. Das Vorzeichen des induzierten Poles ist dem Vorzeichen des induzierenden, gegenüberliegenden Magnetpoles entgegengesetzt. Aus der Ungleichnamigkeit der gegenüberliegenden Pole erklärt sich dann die früher besprochene Erscheinung, daß Eisen von einem Magneten angezogen wird.

Zu demselben Ergebnis gelangt nun auch die Kraftlinientheorie. Diese schreibt dem Eisen eine besondere Leitfähigkeit für Kraftlinien zu, so daß diese mit besonderer Vorliebe durch das Eisen verlaufen. Die Anziehung des Eisens durch den Pol führt uns dann zu der Annahme, daß die Kraftlinien nicht unnötig einen langen Weg machen, wenn sie sich einen kürzeren Weg schaffen können, daß sie sich also wie ein gespanntes, in sich geschlossenes Gummiband zusammenzuziehen suchen. Dabei müssen wir ihnen dann aber weiter eine Abneigung gegen großes Gedränge zuschreiben, da sie sich sonst ja alle dicht am Magneten entlang den kürzesten Weg vom Nordpol N zum Südpol S suchen würden. Sie stoßen sich also gegenseitig senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ab und verhalten sich in dieser Hinsicht wie zwei parallele Magnetstäbe, die sich abstoßen, wenn ihre Nordpole ebenso wie die Südpole nebeneinander liegen.

Durch die Annahme, daß die Kraftlinien mit Vorliebe durch Eisen verlaufen, weil sie von diesem Material besser geleitet werden als von der

Luft, macht es deutlich, daß die Kraftlinien des Poles *N* in Fig. 38 zahlreich in die gegenüberliegende Seite des Eisens eintreten. Diese Seite erscheint daher als ein Südpol, in den die Kraftlinien nach unserer früheren Festsetzung eintreten. Die entgegengesetzte Seite des Eisens erscheint dann als ein Nordpol, weil die Kraftlinien aus ihr austreten.

Beim Übergang der Kraftlinien aus einem Medium in das andere zeigt sich allgemein die Erscheinung, daß die Tangenten der Einfallswinkel sich wie die Leitfähigkeiten der betreffenden Medien verhalten. Bei der großen Leitfähigkeit des Eisens treten die Kraftlinien daher aus der Luft fast senkrecht in Eisen ein.

Die Magnetisierung des Eisens ist um so stärker, je besser es die Kraftlinien leitet. Beispielsweise ist sie unter sonst gleichen Verhältnissen bei Schmiedeeisen und weichem Stahl stärker als bei hartem Gußeisen oder bei gehärtetem Stahl. Diese Erscheinung führt uns zu der zuerst von Weber ausgesprochenen Annahme, daß der Vorgang der Magnetisierung ähnlich ist wie der bei dem Richten der Eisenfeilspäne beobachtete Vorgang. Man nimmt an, daß die kleinsten Teilchen, die sog. Moleküle des Eisens oder Stahls, von Natur magnetisch sind, daß sie aber

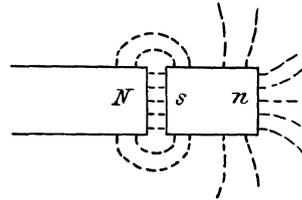


Fig. 38. Eisen im magnetischen Feld.

wirr durcheinander liegen (Fig. 39). Sie können also nach außen keine Wirkung ausüben, so daß das Eisen unmagnetisch erscheint. Bei Annäherung eines Magneten (Fig. 40) werden die Moleküle dann gleichgerichtet, zeigen also an den Endflächen „freien“ Magnetismus, während

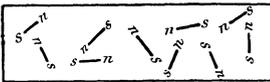


Fig. 39.

Eisenmoleküle vor der Magnetisierung.



Eisenmoleküle während der Magnetisierung.

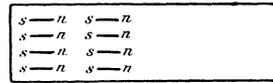


Fig. 40.

sich ihre Wirkungen mehr in der Mitte gegenseitig aufheben. Es ist leicht einzusehen, daß die kleinsten Teile im weichen Schmiedeeisen sich leichter richten lassen als im harten Stahl.

Eine Bestätigung findet die Anschauung vom Molekularmagnetismus durch die Erscheinung, daß Schmiedeeisen nur vorübergehend, Stahl dagegen dauernd magnetisch wird. Beim weichen Schmiedeeisen kehren die kleinsten Teile nach Entfernung des induzierenden Poles fast vollständig wieder in ihre frühere Lage zurück, und es bleibt nur ein geringer remanenter Magnetismus zurück. Dagegen verharren die kleinsten Teile des harten Stahls, nachdem sie einmal gerichtet sind, in ihrer neuen Lage, und der Stahl wird dauernd magnetisch. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet in der Mitte der Achse unmagnetisch ist, daß man aber,

wenn man ihn senkrecht zur Achse durchbricht, an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet.

Die beste Bestätigung der Weberschen Anschauung ist die bei der Ummagnetisierung des Eisens beobachtete Wärmeentwicklung. Diese erklärt sich aus der Theorie des Molekularmagnetismus einfach in der Weise, daß bei der Ummagnetisierung eine Umdrehung der kleinsten Teile stattfindet. Diese kann nicht ohne Reibung erfolgen, da die Eisenteilchen in ihrer früheren Lage zurückzubleiben suchen und sich einer Änderung widersetzen. Man bezeichnet diese Erscheinung als magnetische Reibung oder als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben. Die beim Ummagnetisieren aufgewendete Arbeit setzt sich in Wärme um. Sie ist der Anzahl der Polwechsel und der Menge des Eisens proportional, und außerdem von der Stärke der Magnetisierung und der Härte des Eisens abhängig.

24. Der Erdmagnetismus.

Die Lage der magnetischen Pole der Erde fällt nicht mit den geographischen Polen zusammen. Die magnetische Achse einer Magnetnadel stellt sich also nicht genau in die geographische Nord-Süd-Richtung, sondern sie bildet mit dieser Richtung den sog. „Deklinationwinkel“. Die Deklination ist in Deutschland eine westliche. Andererseits bildet die magnetische Achse einer in jeder Richtung beweglichen Magnetnadel im allgemeinen ebenfalls mit der wagerechten einen Winkel, den man als Inklinationwinkel bezeichnet. Bei den gewöhnlichen, in wagerechter Richtung schwingenden Magnetnadeln kommt daher nur ein Teil der erdmagnetischen Kraft, nämlich die sog. Horizontalkomponente, zur Geltung. Ihr Betrag ist gegenwärtig in Berlin 0,19, d. h. auf die Einheit der Polstärke wirkt in wagerechter Richtung eine Kraft von 0,19 Dyn.

Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. — 26. Die elektromotorische Kraft der Induktion. — 27. Mechanische und elektrische Arbeit. — 28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife. — 29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft. — 30. Die Magnetisierungskurven. — 31. Der magnetische Widerstand. — 32. Die Selbstinduktion. — 33. Die gegenseitige Induktion. — 34. Die Hysteresis. — 35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten. — 36. Wirbelströme.

25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes.

Der Versuch ergibt, daß eine Magnetnadel in der Nähe eines Stromleiters aus ihrer Nord-Süd-Richtung abgelenkt wird. Wir schließen daraus, daß der elektrische Strom in seiner Umgebung ein magnetisches Feld erzeugt. Die Richtung der Kraftlinien dieses Feldes läßt sich ermitteln, indem man eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer

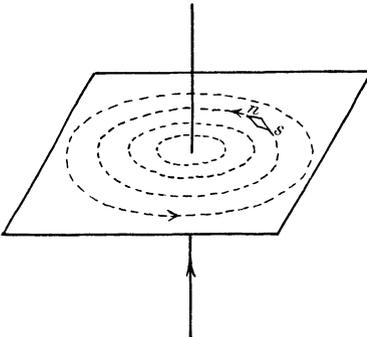


Fig. 41.
Kraftlinien eines geraden Stromleiters.

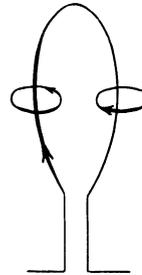


Fig. 42.
Kraftlinien einer Schleife.

Achse weiter bewegt, oder indem man Eisenfeilspäne auf eine Ebene streut, die von dem Leiter senkrecht durchsetzt wird (Fig. 41). Die Eisenspäne ordnen sich in Kreisen an, die den Stromleiter zum Mittelpunkt haben. Die vom Strome erzeugten Kraftlinien sind also geschlossene Kurven. Ein frei beweglicher Nordpol, dessen Südpol weit entfernt ist, umkreist den Leiter in Richtung der Kraftlinie. Diese Richtung steht senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. Sie ergibt sich aus der sog. Ampereschen Schwimmerregel: Schwimmt man mit dem Strome und sieht nach einer Magnetnadel, so erscheint der Norpol nach links abgelenkt.

Die Anwendung dieser Regel bei einer Stromschleife ergibt, daß die von der Stromschleife erzeugten Kraftlinien sämtlich von der einen

Seite in die Ebene der Schleife eindringen. Sie treten auf der anderen Seite aus der Ebene heraus, um sich dann außenherum zu schließen (Fig. 42). Die Stromschleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Südpol an der Seite liegt, an welcher die Kraftlinien eintreten, und deren Nordpol an der Seite liegt, an welcher die Kraftlinien aus der Ebene der Schleife austreten. Sehr bequem ist dann die Regel: Man

sehe auf die Ebene der Windung. Fließt der Strom im Sinne des Uhrzeigers, so hat man einen

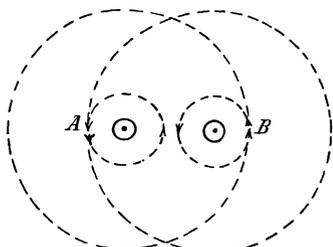


Fig. 43. Kraftlinien zweier im gleichen Sinne durchflossener Leiter.

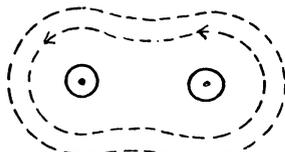


Fig. 44. Resultierender Kraftfluß zweier, im gleichen Sinne durchflossener Leiter.

Südpol vor sich. Fließt er entgegengesetzt dem Uhrzeiger, so hat man einen Nordpol vor sich.

Um die Kraftlinienverteilung bei einer Spule zu bestimmen, betrachten wir zunächst zwei parallele Leiter, welche die Papierebene

senkrecht durchdringen und von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden (Fig. 43 und 44). Die Punkte in den Querschnitten der Leiter deuten die Spitze eines Strompfeiles an. Der Strom fließt also von hinten nach vorne und erzeugt Kraftlinien, die entgegen dem Uhrzeiger verlaufen.

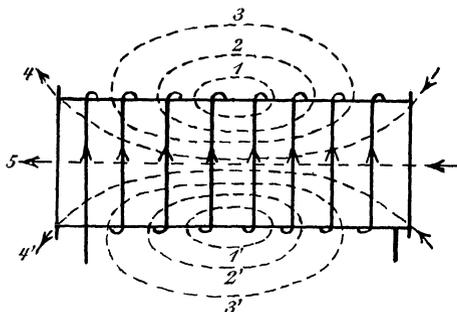


Fig. 45. Kraftlinien einer Spule.

Wie sich aus Fig. 43 ergibt, heben sich die von beiden Leitern erzeugten Kraftlinien mitten zwischen den beiden Leitern gegenseitig auf, während sie sich außen, z. B. bei *A* und *B*, addieren. Die Kraftliniendichte ist also außen größer, als wenn nur ein einzelner Leiter vorhanden wäre. Das Ergebnis ist, daß ein von beiden Strömen erzeugter Kraftfluß beide Leiter gemeinsam umschließt, was auch durch den Versuch mit Eisenspänen bestätigt wird (Fig. 44).

Winden wir jetzt die Drähte zu einer Spule (Fig. 45), so dringen die Kraftlinien, wie in Fig. 42, durch die Ebenen der einzelnen Schleifen. Sie vereinigen sich aber jetzt zu langen Kraftlinien, die zum Teil die ganze Spule durchdringen, im Innern der Spule wesentlich parallel zur Achse verlaufen und sich außenherum schließen. Die Kraftlinien 1 und 1' in

Fig. 45 werden durch die beiden mittelsten Windungen geschaffen, die Kraftlinien 2 und 2' durch die 4 mittelsten Windungen, die Kraftlinien 3 und 3' durch die 6 mittelsten Windungen. Endlich werden die aus den Stirnflächen austretenden Kraftlinien 4, 5 und 4' von sämtlichen Windungen erzeugt.

Eine solche stromdurchflossene Spule verhält sich in mancher Beziehung wie ein Magnet, indem die Kraftlinien, wie beim Magneten, zum großen Teil aus der Stirnfläche austreten, während ein Teil sich schon auf dem Wege über die Mantelfläche schließt. Die Spule unterscheidet sich jedoch dadurch von einem Magneten, daß ihre Kraftlinien geschlossene Kurven sind, d. h. quellenfrei sind, während die des Magneten von den mehr oder weniger punktförmigen Polen ausgehen. Man bezeichnet die stromdurchflossene Spule als ein Solenoid und bringt dadurch die „Quellenfreiheit“ der Kraftlinien zum Ausdruck.

Die positive Richtung der Kraftlinien innerhalb des Solenoids bestimmt sich nach der Ampereschen Schwimmerregel, wobei man das Gesicht nach dem Innern der Spule zu wenden hat. In Fig. 45 ergibt sich z. B. eine Kraftlinienrichtung von rechts nach links.

Aus der Erscheinung, daß eine stromdurchflossene Spule Kraftlinien erzeugt, erklären sich nun auch die mechanischen Kräfte, die von ihr ausgeübt werden. Beispielsweise sucht ein Eisenkern eine solche Lage anzunehmen, daß er von einem Höchstwert der Kraftlinien durchflossen wird. Er wird daher in die Spule hineingezogen. Auf dieser Erscheinung beruhen die gewöhnlichen Instrumente zum Messen von Strömen oder Spannungen.

Auch zwei Stromleiter üben eine mechanische Kraft aufeinander aus. Werden z. B. parallele Stromleiter von gleichgerichteten Strömen durchflossen, so erzeugen sie nach Fig. 44 Kraftlinien, welche die Leiter gemeinsam umschließen. Die Kraftlinien, die nach S. 56 das Bestreben haben, sich wie ein gespanntes Gummiband zusammenzuziehen, bewirken, daß die Stromleiter aneinander genähert werden. Parallele Stromleiter ziehen also einander an, wenn sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden.

Werden dagegen die beiden parallelen Stromleiter, wie in Fig. 46, von entgegengesetzten Strömen durchflossen, was durch Zeichnung des Schaftes und der Spitze des Strompfeiles im Querschnitt der Leiter angedeutet ist, so ergibt die Amperesche Schwimmerregel, daß die von beiden Leitern erzeugten Kraftlinien innen gleichgerichtet sind, sich aber außen aufheben. Die Kraftlinien innen suchen sich nun möglichst viel Platz zu schaffen und drängen dabei die beiden Leiter auseinander. Parallele Leiter stoßen also einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden.

Die beiden Drähte in Fig. 46 können dabei zwei selbständige Leiter sein. Sie können aber auch zwei gegenüberliegende Seiten einer einzelnen

rechteckigen Stromschleife sein. Man kommt unmittelbar zu dem Ergebnis, daß eine stromdurchflossene Windung ihre Fläche zu vergrößern sucht.

Auf der dynamischen Wirkung paralleler Stromleiter beruhen die zur Messung von Strömen und Spannungen verwendeten Dynamometer, bei denen der Strom hintereinander eine feste und eine bewegliche Spule durchfließt. Auch die Wattmeter sind in ähnlicher Weise eingerichtet, indem eine vom Strome durchflossene feste Spule auf eine bewegliche, an die Spannung angeschlossene Spule eine mechanische Kraft ausübt. In allen genannten Instrumenten sucht sich die bewegliche Spule so zu stellen, daß die positive Richtung der von ihr erzeugten Kraftlinien in die positive Richtung der Kraftlinien der festen Spule fällt.

Von besonderer Wichtigkeit ist die magnetische Wirkung, die von geraden Stromleitern und einem homogenen Feld auf einander ausgeübt wird. In Fig. 47 durchdringt ein gerader Stromleiter, der von vorne nach hinten durchflossen wird, senkrecht die Papierebene. Die Kraftlinien des Magnetfeldes verlaufen parallel zur Papierebene von

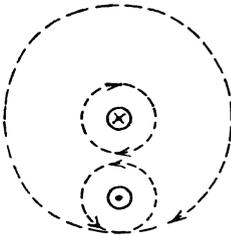


Fig. 46. Kraftlinien zweier in ungleichem Sinne durchflossener Leiter.

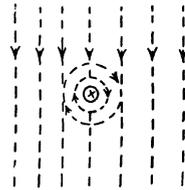


Fig. 47. Kraftlinien eines im magnetischen Feld liegenden Stromleiters.

oben nach unten. Wie man sieht, schwächen die vom Strome erzeugten Kraftlinien das Feld links und verstärken es rechts. Da nach der Faradayschen Anschauung die Kraftlinien einen Druck senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ausüben und sich gegenseitig Platz zu machen suchen, so wird auf den Leiter unter den vorliegenden Verhältnissen eine Kraft ausgeübt, die nach links gerichtet ist.

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus der Ampereschen Schwimmerregel. Wir formen diese für den vorliegenden Fall in folgender Weise um:

Schwimmen wir mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, von wo die Kraftlinien herkommen, so sucht der Strom den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben. Steht der Pol fest und ist der Leiter beweglich, so weicht der Leiter nach unserer rechten Hand aus, also im vorliegenden Falle nach der linken Seite der Fig. 47, da wir in Fig. 47 von vorne nach hinten schwimmen und nach oben sehen.

Die Richtung der Kraft steht wieder senkrecht auf einer durch Leiter und Kraftlinie gelegten Ebene.

In Fig. 48 befinde sich z. B. ein im Sinne des Pfeiles durchflossener Leiter vor einem hinter der Papierebene liegenden Nordpol, dessen Kraftlinien aus der Papierebene heraustreten. Schwimmen wir nun mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach unserer rechten Hand in Richtung des punktierten Pfeiles. Ebenso befinde sich in Fig. 49 ein stromdurchflossener Leiter vor einem

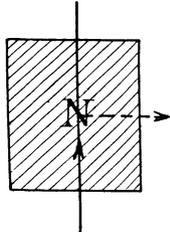


Fig. 48. Kraftwirkung eines Poles auf einen Stromleiter.

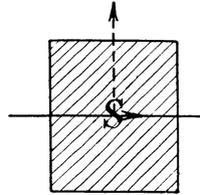


Fig. 49. Kraftwirkung eines Poles auf einen Stromleiter.

Südpol, in den die Kraftlinien eintreten, so daß sie von vorn nach hinten in die Papierebene hineindringen. Wir schwimmen nun wieder in Richtung des Stromes, also in Fig. 49 mit den Füßen links und mit dem Kopfe rechts. Wir sehen dann nach dem Nordpol, von wo die Kraftlinien herkommen, also nach der Richtung vor der Papierebene. Dann bewegt sich der Leiter nach unserer rechten Hand, also in Richtung des punktierten Pfeiles nach oben.

Befindet sich ferner der stromdurchflossene Leiter in wagerechter Lage in einer senkrechten Ebene und treten die Kraftlinien senkrecht von rechts nach links in diese Ebene hinein (Fig. 50), so denken wir uns rechts, von wo die Kraftlinien herkommen, einen Nordpol befindlich. Schwimmen wir nun in Richtung des Stromes und sehen nach diesem Nordpol, so würde dieser sich nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen.

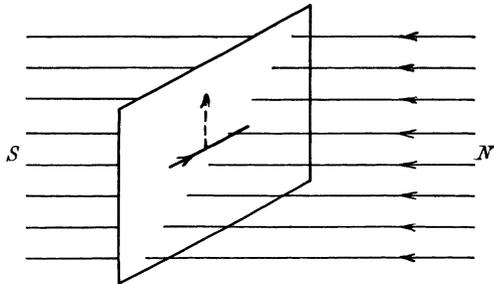


Fig. 50. Kraftwirkung zwischen Stromleiter und gleichförmigem Feld.

Steht er fest und ist der Leiter beweglich, so erfolgt die Bewegung nach unserer rechten Hand, also nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

26. Die elektromotorische Kraft der Induktion.

Die Erfahrung ergibt, daß in einer Windung eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, sobald und solange sich die Stärke des Kraft-

flusses, der die Windung durchsetzt, ändert. Die elektromotorische Kraft, die auf diese Weise „induziert“ wird, hat eine solche Richtung, daß der von ihr erzeugte Strom der Änderung des Kraftflusses entgegenwirkt.

Obgleich in allen Fällen zunächst eine elektromotorische Kraft und erst in zweiter Linie ein Strom erzeugt wird, so soll doch der Kürze wegen im folgenden von „induzierten Strömen“ gesprochen werden.

In Fig. 51 a werde eine Schleife an der Stirnfläche eines hinter der Papierebene liegenden Nordpols vorbei bewegt. Der Kraftfluß, der die Windung durchsetzt, durchdringt die Papierebene von hinten nach vorne. Der Teil des Kraftflusses, der die Windung durchsetzt, nimmt in Fig. 51 a während der Bewegung zu. Nach der obigen Regel wird also ein Strom induziert, dessen Kraftlinien die Fläche der Windung von vorne nach hinten durchdringen. Daraus ergibt sich mit Hilfe der Ampereschen Schwimmerregel die in Fig. 51 a gezeichnete Richtung des Stromes.

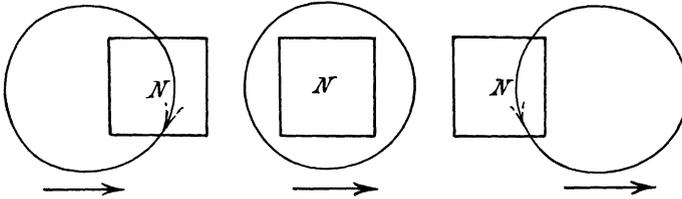


Fig. 51 a.

Fig. 51 b.

Fig. 51 c.

Induzierung einer elektromotorischen Kraft durch Bewegung einer Schleife vor einem Pol.

In Fig. 51 b ändert sich die Kraftlinienzahl, welche die Windung durchsetzt, für einen Augenblick gar nicht, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Das ist immer der Fall in dem Augenblick, in welchem eine Windung den Höchstwert der Kraftlinienzahl umfaßt.

In Fig. 51 c endlich hat der induzierte Strom eine solche Richtung, daß er der Abnahme der durch die Windung tretenden Kraftlinienzahl entgegenwirkt.

Es ist bemerkenswert, daß der in Fig. 51 a und c gezeichnete Strompfeil zwar beide Male vor dem Nordpol von oben nach unten gerichtet ist, daß aber in Fig. 51 a die Schleife im Sinne des Uhrzeigers, in Fig. 51 c entgegen dem Uhrzeiger durchflossen wird. Der Strom hat also in dem in Fig. 51 b gezeichneten Zeitpunkt seine Richtung gewechselt.

Die Größe der induzierten elektromotorischen Kraft ist, wie der Versuch ergibt, proportional der Änderungsgeschwindigkeit der Kraftlinienzahl, die durch die Fläche der Schleife tritt, d. h. proportional dem Quotienten $\frac{dN}{dt}$. Um den Proportionalitätsfaktor gleich Eins werden zu lassen, messen wir die elektromotorische Kraft in einem noch näher zu bestimmenden, sog. absoluten Maß. Um

gleichzeitig auch die Richtung der elektromotorischen Kraft in den Rechnungen zum Ausdruck zu bringen, rechnen wir einen Strom als positiv, wenn er Kraftlinien erzeugt, die denen des Magnetfeldes gleichgerichtet sind. Außerdem geben wir der elektromotorischen Kraft dasselbe Vorzeichen wie dem von ihr erzeugten Strom. Da die elektromotorische Kraft einen Strom erzeugt, welcher der Zunahme dN der Kraftlinien entgegenwirkt, so hat sie entgegengesetztes Vorzeichen wie die Zunahme der Kraftlinien. Bei ξ hintereinander geschalteten Windungen wird also die elektromotorische Kraft im absoluten Maß gleich:

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt}.$$

Durch den fetten Druck der Bezeichnung ist hervorgehoben, daß die elektromotorische Kraft im absoluten Maß gemessen ist.

Die obige Beziehung gilt auch, wenn die Kraftlinienzahl, die durch die Fläche tritt, abnimmt. In diesem Falle ist dN negativ, und die elektromotorische Kraft wird dadurch positiv. Dies bedeutet, daß der induzierte Strom Kraftlinien erzeugt, die innerhalb der Schleife mit dem ursprünglichen Magnetfeld gleichgerichtet sind.

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird in einer Windung induziert, wenn sich die umfaßte Kraftlinienzahl um eine Kraftlinie in einer Sekunde ändert. Für praktische Zwecke ist diese absolute Einheit viel zu klein. Man faßt daher 10^8 solcher Einheiten unter der Bezeichnung 1 Volt zusammen. Dies ist die auf S. 4 eingeführte praktische Einheit der elektromotorischen Kraft. Die elektromotorische Kraft in Volt ergibt sich dann nach der Gleichung:

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}. \quad (16)$$

Besonders anschaulich wird die Induzierung der elektromotorischen Kraft in dem durch Fig. 52 dargestellten Falle. Dort wird ein bisher stromloser, stabförmiger Leiter von der Länge l in Richtung des ausgezogenen Pfeiles, also von unten nach oben mit der Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ cm/sek an zwei Gleitschienen entlang bewegt. Die Gleitschienen sind unten metallisch durch einen Widerstand verbunden. Der Leiter schneide bei seiner Bewegung die Kraftlinien des magnetischen Feldes \mathfrak{H} , die von einem hinter der Papierebene liegenden Nordpol ausgesandt werden, also von hinten nach vorne die Papierebene durchdringen.

Die elektromotorische Kraft wird auch in diesem Falle durch Änderung des Kraftflusses, der durch die Ebene einer Schleife tritt,

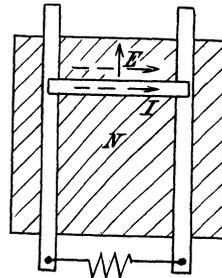


Fig. 52. Induzierung einer elektromotorischen Kraft durch Bewegung eines Leiters vor einem Pol.

induziert. Die Schleife wird durch den Widerstand, die beiden Gleitbahnen und den beweglichen Leiter gebildet, und der Kraftfluß nimmt in unserm Falle während der Bewegung zu. Der Vorgang läßt sich jedoch anschaulicher darauf zurückführen, daß Kraftlinien von einem Leiter geschnitten werden. Diese Vorstellung ist daher im folgenden zugrunde gelegt.

Wenn der Leiter in der Zeit dt den Weg ds zurücklegt, so ist die von ihm beschriebene Fläche gleich $l \cdot ds$, und die Zunahme der Kraftlinien, die durch die Fläche der Windung treten, ist:

$$dN = \mathfrak{S} \cdot l \cdot ds.$$

Demnach erhalten wir, da die Windungszahl ξ gleich 1 ist, die elektromotorische Kraft im absoluten Maß zu:

$$E = - \frac{dN}{dt} = - \mathfrak{S} \cdot l \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Wenn wir für $\frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit v einführen und von Berücksichtigung des Vorzeichens absehen, indem wir die Richtung der Geschwindigkeit unbestimmt lassen, so wird die elektromotorische Kraft

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn der Leiter von der Länge 1 cm senkrecht durch ein Feld von der Stärke Eins mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek hindurchschneidet.

Die elektromotorische Kraft in Volt wird dann:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}. \quad (17)$$

Erfolgt die Bewegung nicht senkrecht zu einer durch Leiter und Kraftlinien gelegten Ebene, oder liegt der Leiter nicht senkrecht zu den Kraftlinien, so sind für die Geschwindigkeit v und die Länge l die senkrechten Komponenten einzuführen. l bezeichnet bei mehreren hintereinander geschalteten Leitern die Gesamtlänge des induzierten Leiters in Zentimeter.

Wir sind jetzt in der Lage, die elektromotorische Kraft einer Maschine in einfacher Weise zu berechnen. Gesucht wird z. B. der Höchstwert der elektromotorischen Kraft einer Wechselstrommaschine, d. h. die elektromotorische Kraft in dem Augenblick, in welchem die Drähte des Stators gerade vor der Polmitte liegen. Dabei sei die Drahtzahl gleich 400, die Länge eines induzierten Drahtes gleich 30 cm und die Feldstärke vor der Polmitte gleich 5000. Dann ergibt sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20 m/sek = 2000 cm/sek eine elektromotorische Kraft:

$$E = 5000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Richtung der elektromotorischen Kraft ergibt sich wie früher aus der Zu- und Abnahme der umfaßten Kraftlinien. In Fig. 52 nimmt

der die Schleife durchsetzende Kraftfluß zu und die elektromotorische Kraft ist so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, der die Zunahme der Kraftlinien zu verhindern sucht. Die Schleife wird also im Uhrzeigersinne durchflossen. Einfacher folgt die Richtung der elektromotorischen Kraft bei einem geraden Leiter aus der Faradayschen Schwimmerregel: Schwimmt man in Richtung der Kraftlinien und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts.

Fig. 53 zeigt die Anwendung dieser Regel. Die Kraftlinien treten von rechts nach links in eine senkrechte Ebene ein. In dieser Ebene wird ein Leiter l nach unten bewegt. Schwimmen wir also von rechts nach links mit dem Gesicht nach unten, so zeigt der ausgestreckte rechte Arm die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft an. Diese ist von vorne nach hinten gerichtet, wie durch den punktierten Pfeil angedeutet ist.

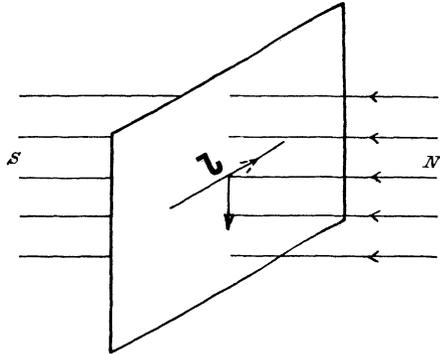


Fig. 53.
Erzeugung von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld.

27. Mechanische und elektrische Arbeit.

Durch Änderung des Kraftflusses in einer Schleife oder Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld werde eine elektromotorische Kraft induziert. Diese ergibt sich nach dem vorigen Abschnitt im absoluten Maß zu:

$$E = - \frac{\xi \cdot dN}{dt}.$$

Wir nehmen nun an, daß während der Zeit, in welcher die elektromotorische Kraft induziert wird, ein Strom in der Spule oder in dem Stromleiter fließt. Dann wird eine Arbeit geleistet, die das Produkt aus der elektromotorischen Kraft, der Stromstärke und der Zeit ist.

Wir wollen die Arbeit im absoluten Maß, d. h. nach S. 23 in Zentimeterdyn oder Erg messen. Als Einheit für die Stromstärke wählen wir diejenige, die bei der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft in einer Sekunde die Arbeit ein Erg leistet. Wir nennen dies die absolute Einheit der Stromstärke. Ist dann I die Stromstärke im absoluten Maß, was wieder durch fetten Druck der Bezeichnung hervorgehoben werden möge, so wird die elektrische Arbeit dA in der Zeit dt :

$$dA = E \cdot I \cdot dt = - \xi \cdot I \cdot dN. \quad (18)$$

Wir können nun zwei Fälle unterscheiden. Im ersten Falle haben die elektromotorische Kraft und die Stromstärke gleiche Richtung, wie es z. B. der Fall war, als wir in Fig. 52 die Gleitschienen unten durch einen Widerstand verbanden. Die gezeichnete Anordnung stellt dann einen Generator dar, in welchem der Strom von der induzierten elektromotorischen Kraft erzeugt wird und mit ihr gleichgerichtet ist. Die elektrische Arbeit der Spule oder des Leiters ist dann positiv, d. h. sie wird von der Spule oder dem Leiter erzeugt.

Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit ist dazu ein Aufwand von mechanischer Arbeit nötig. Dies ist besonders deutlich in dem durch Fig. 52 dargestellten Falle, in welchem ein stromführend gewordener Leiter durch ein Magnetfeld bewegt wird. Wenn wir nach der Ampere'schen Regel die Richtung der Kraft feststellen, die von dem Magnetfeld und dem Stromleiter aufeinander ausgeübt werden, so findet man, daß diese Kraft den Stromleiter in Fig. 52 nach unten zu bewegen sucht. Sie widersetzt sich also der Bewegung, durch welche die elektromotorische Kraft induziert wird (Lenz'sches Gesetz).

Wir können die zwischen Stromleiter und Magnetfeld ausgeübte Kraft in Fig. 52 leicht berechnen. Wird nämlich ein Stromleiter von der Länge l cm in der Zeit dt um die Strecke ds senkrecht durch ein homogenes Feld von der Stärke \mathfrak{H} weiterbewegt, so ist die gleichförmige, induzierte elektromotorische Kraft nach S. 66:

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v = \mathfrak{H} \cdot l \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Die elektrische Arbeit während der Zeit dt ist also:

$$dA = E \cdot I \cdot dt = \mathfrak{H} \cdot I \cdot l \cdot ds \text{ Zentimeterdyn.}$$

Da ds der Weg in Zentimeter ist, so ist $= \mathfrak{H} \cdot I \cdot l$ die Kraft in Dyn, die wir bei der Bewegung aufzuwenden haben, d. h. die Kraft f , mit welcher der Stromleiter sich der Bewegung widersetzt. Wir erhalten also:

$$f = \mathfrak{H} \cdot I \cdot l \text{ Dyn.} \quad (19)$$

Aus Gleichung (19) ergibt sich nun in besonders deutlicher Weise eine weitere Definition der absoluten Einheit der Stromstärke. Die absolute Einheit der Stromstärke fließt in demjenigen Leiter, welcher, senkrecht zu den Kraftlinien eines Feldes von der Stärke Eins liegend, auf einem Zentimeter Länge die Kraft ein Dyn erfährt. Da diese Einheit für praktische Zwecke zu groß erscheint, so hat man ihren zehnten Teil als Einheit gewählt und mit 1 Ampere bezeichnet. Dies ist die auf S. 2 eingeführte praktische Einheit der Stromstärke. Die Zahl der Ampere ist also zehnmal so groß wie die gleichwertige Zahl der absoluten Einheiten. Ist I die Stromstärke in Ampere, so nimmt Gleichung (19) die Form an:

$$f = \mathfrak{H} \cdot \frac{I}{10} \cdot l \text{ Dyn.}$$

Wir betrachten jetzt den Fall, in welchem der Strom entgegengesetzte Richtung hat wie die induzierte elektromotorische Kraft.

In Fig. 54 werde dem stabförmigen Leiter von der Länge l , der auf den Gleitschienen vor dem Nordpol eines Magneten liegt, von außen durch ein Element ein Strom I zugeführt, der im Leiter in derselben Richtung fließt wie in Fig. 52. Anstatt nun, wie in Fig. 52, den Leiter entgegen der von ihm und dem Magnetfeld ausgeübten Kraft nach oben zu führen, überlassen wir ihn sich selbst, so daß er sich entsprechend der Ampereschen Schwimmerregel nach unten bewegt, wobei er Kraftlinien schneidet. Die dabei induzierte elektromotorische Kraft wirkt jetzt nach der Farada'schen Regel im bewegten Leiter von rechts nach links, also in Richtung des punktierten Pfeiles dem Strome entgegen, so daß wir sie als eine elektromotorische Gegenkraft bezeichnen können. Der Strom wird in unserem Falle durch die Differenz der Spannung des Elementes und der elektromotorischen Gegenkraft erzeugt.

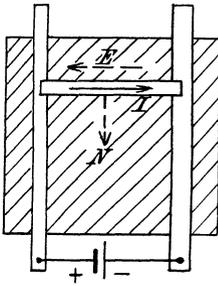


Fig. 54. Mechanische Arbeitsleistung eines Stromleiters.

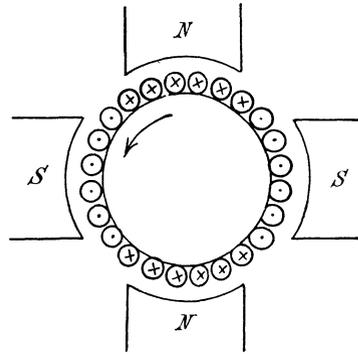


Fig. 55. Stromverteilung in einem vierpoligen Elektromotor.

Indem von der Spannung des Elementes der Betrag E zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft verbraucht wird, leistet das Element in der Zeit dt die elektrische Arbeit $E \cdot I \cdot dt$. Diese setzt sich um in die mechanische Arbeit des Stromleiters, der längs des Weges ds die Kraft $f = \mathcal{G} \cdot I \cdot l$ ausübt. Wir haben also in Fig. 54 grundsätzlich einen Elektromotor vor uns. Bei der praktischen Ausführung der Elektromotoren ist das Prinzip dasselbe, nur liegen die Stromleiter auf dem Umfang einer Trommel, die als Anker bezeichnet wird. Die Schaltung ist derartig, daß die vor einem Pol liegenden Drähte stets in demselben Sinne durchflossen werden.

Das Drehmoment eines solchen Elektromotors ergibt sich aus Gleichung (19) auf folgende Weise: Für I ist die Stromstärke im Ankerdraht, und zwar im absoluten Maß einzusetzen, l ist die gesamte, vor den Polen liegende Drahtlänge in Zentimeter. Die Zugkraft f in Dyn hat man nach S. 23 mit $\frac{1}{981000}$ und mit dem Halbmesser in Meter zu multiplizieren, um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten.

Ist z. B. in Fig. 55

die Feldstärke vor den Polen $\mathfrak{S} = 7000$,
 die Stromstärke in einem Leiter 14 Ampere, also $I = 1,4$ absolute Einheiten,
 die Anzahl der Leiter = 944,
 die Ankerlänge $b = 24$ cm,
 der Halbmesser $r = 0,2$ m
 und liegen $\frac{2}{3}$ aller Leiter vor den Polen, so ist die vor den Polen
 liegende Leiterlänge:

$$l = \frac{2}{3} \cdot 944 \cdot b = 15\,000 \text{ cm.}$$

Demnach ist die Zugkraft, entsprechend Gleichung (19):

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l = 1,47 \cdot 10^8 \text{ Dyn,}$$

und das Drehmoment:

$$M_d = \frac{f \cdot r}{981\,000} = 30 \text{ mkg.}$$

Schon hier sei darauf hingewiesen, daß sich rechnerisch das Drehmoment aus der Stromstärke ergibt, daß aber praktisch die Stromstärke sich umgekehrt aus dem Drehmoment ergibt, indem der Motor so viel Strom aufnimmt, wie durch das Drehmoment der Last gefordert wird.

28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife.

Um die Kraft zu ermitteln, die ein Strom von der Stärke I auf einen Nordpol 1 im Mittelpunkt der Stromschleife vom Halbmesser r cm

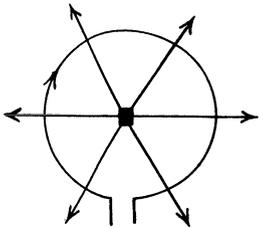


Fig. 56.
Kraftwirkung einer Schleife
auf einen Pol im Zentrum.

ausübt, bestimmen wir umgekehrt die Kraft, die der Pol auf die Schleife ausübt. Von den Kraftlinien, die er strahlenförmig in den Raum sendet, kommen für uns nur solche in Betracht, die in der Ebene der Windung liegen (Fig. 56). Da alle Teile des Leiters mit diesen Kraftlinien einen rechten Winkel bilden und das vom Pol erzeugte Feld an allen Teilen des Leiters nach S. 50 die Stärke $\frac{1}{r^2}$ hat, so gilt Gleichung (19) auf S. 68. Darin ist für l der Wert $2 r \pi$ einzuführen. Die vom Pol und der Windung gegenseitig aufeinander ausgeübte Kraft ist also nach Gleichung (19):

$$f = \frac{1}{r^2} \cdot I \cdot 2 r \pi = \frac{2 \pi I}{r} \text{ Dyn.}$$

Diese Kraft, die senkrecht zur Ebene der Schleife gerichtet ist, ist nach dem Gesetz der Wirkung und Gegenwirkung gleich der von der Windung auf den Pol 1 ausgeübten Kraft, die wir früher als Feldstärke \mathfrak{S} bezeichnet haben. Diese ergibt sich also im Mittelpunkt der Schleife zu:

$$\mathfrak{S} = 2 \pi \cdot \frac{I}{r}.$$

Diese Gesetzmäßigkeit wird in der Tangentenbussole zur Strommessung benutzt. Bringen wir in die Mitte der Stromschleife eine Magnetnadel, deren magnetische Achse sehr klein ist gegenüber dem Halbmesser der Schleife, so können wir die Pole der Nadel in allen Stellungen derselben als im Mittelpunkt der Schleife befindlich ansehen. Wir stellen nun die Windung senkrecht, und zwar so, daß ihre Ebene in die Nord-Südrichtung des Erdmagnetismus fällt. Dann stellt sich die magnetische Achse der Nadel bei stromloser Schleife in die Ebene der Windung. Wird nun die Schleife vom Strom durchflossen, so wird die Nadel um den Winkel α abgelenkt und kommt durch die Entgegenwirkung der Horizontalkraftlinien \mathfrak{S}_e des Erdmagnetismus und der vom Strome erzeugten Kraftlinien zur Ruhe. In Fig. 57 ist die Windung von oben gesehen gezeichnet und der Deutlichkeit wegen die Nadel unverhältnismäßig groß angenommen. Auf einen Pol m der Nadel übt die Horizontalfeldstärke der Erde die Kraft $m \cdot \mathfrak{S}_e$ aus, wovon in Richtung der Drehung nur die Komponente $AB = m \cdot \mathfrak{S}_e \cdot \sin \alpha$ wirksam ist. Dagegen übt der Strom nach der obigen Gleichung für \mathfrak{S} die Kraft $f = m \cdot \mathfrak{S} = m \cdot \frac{2\pi I}{r}$ aus, wovon in Richtung der Drehung nur die Komponente $AC = m \cdot \frac{2\pi I}{r} \cdot \cos \alpha$ wirksam ist. Da Gleichgewicht herrscht, so heben sich die Komponenten in Richtung der Drehung auf, und es wird:

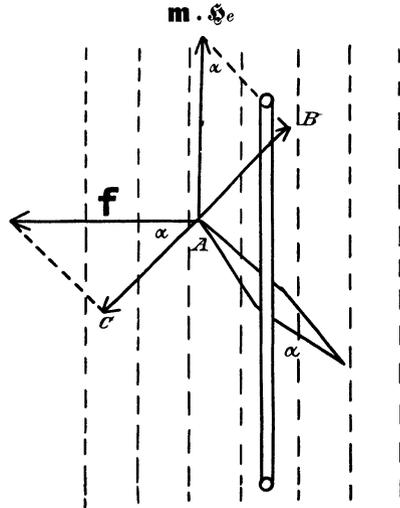


Fig. 57. Schematische Darstellung einer Tangentenbussole.

$$m \cdot \mathfrak{S}_e \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{I}{r} \cdot 2\pi \cdot \cos \alpha.$$

Aus dieser Gleichung hebt sich m heraus. Da auch die magnetische Achse gar nicht in das Gesetz eingeht, so ist der Ausschlag von der Beschaffenheit der Magnetnadel unabhängig. Lösen wir die obige Gleichung für I auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{\mathfrak{S}_e \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha.$$

Da die Anzahl der Ampere 10 mal so groß ist wie die Anzahl der absoluten Einheiten, so ergibt sich:

$$I = \frac{10 \cdot \mathfrak{S}_e \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha \text{ Amp.}$$

Ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus für einen Ort bekannt, so läßt sich aus ihr in Verbindung mit den Werten von r und α die Stromstärke berechnen. Umgekehrt läßt sich mit Hilfe eines geeichten Stromzeigers die Horizontalkomponente bestimmen.

29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft.

In dem vorigen Abschnitt, in welchem wir es nur mit einer einzigen Windung zu tun hatten, ließ sich die Feldstärke im Innern der Windung leicht ermitteln. Um das gleiche für die in Fig. 58 gezeichnete ringförmige Spule zu tun, lassen wir zunächst eine einzelne Windung vom Strom I durchflossen sein, z. B. die unterste Windung, und ermitteln die Arbeit, die wir aufwenden müssen, um den Nordpol 1 längs des Weges l von B nach A zu führen. Die Punkte A und B sollen dabei unendlich nahe an der Fläche der Windung liegen. Befindet sich der Pol 1 bei B , so sendet er die Hälfte seines Kraftflusses, also 2π Kraftlinien, durch die Fläche der Windung, und zwar von links nach rechts.

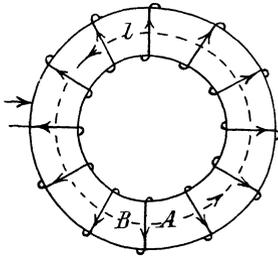


Fig. 58. Arbeit bei der Bewegung eines Pols innerhalb einer ringförmigen Spule.

Befindet er sich bei A , so sendet er denselben Betrag 2π durch die Fläche von rechts nach links. Die Änderung der umfaßten Kraftlinien $\int_{-2\pi}^{+2\pi} dN$ ist also 4π .

Wir nehmen nun an, daß der Strom I während des Vorganges konstant gehalten wird. Die elektrische Arbeit, die durch die Gesamtänderung des Kraftflusses erzeugt wird und einen gleichwertigen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert, ergibt sich dann nach Gleichung (18) auf S. 67,

indem die Windungszahl ξ gleich Eins gesetzt und der Einfachheit wegen auf das Vorzeichen keine Rücksicht genommen wird, zu:

$$A = \int_{-2\pi}^{+2\pi} I \cdot dN = 4\pi I.$$

Dies ist die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den Nordpol 1 entgegen den Kraftlinien der Windung einmal auf dem punktierten Wege von B nach A zu führen, wobei es schließlich nach der ganzen Art unserer Beweisführung gleichgültig ist, auf welchem Wege dies geschieht. Man nennt diese Arbeit das Linienintegral der magnetischen Kraft.

Lassen wir nun alle ξ Windungen vom Strome I durchflossen sein, so ist die zu leistende Arbeit ξ mal so groß, d. h. sie wird gleich $4\pi \cdot \xi \cdot I$. Wir können dieses Ergebnis auch noch auf andere Weise ausdrücken. Die Kurve l , längs welcher der Pol geführt wird, umfaßt eine in unserm

Falle kreisförmige Fläche, die von allen Windungen, also von $\xi \cdot I$ Strömen durchsetzt wird. Daraus folgt: Die Arbeit längs einer geschlossenen Kurve oder das Linienintegral der magnetischen Kraft ist gleich $4\pi\xi \cdot I$, also gleich dem 4π fachen der von der Kurve umschlossenen Ströme.

Die Bewegung eines Poles gegenüber einer Stromwindung oder einer Stromspule ist dabei grundsätzlich etwas anderes, als die Bewegung eines Poles gegenüber einem Magneten. Im letzteren Falle wird mechanische Arbeit aufgewendet und dafür potentielle Energie aufgespeichert bezw. mechanische Arbeit unter Verringerung der potentiellen Energie gewonnen. Dagegen setzt sich die mechanische Arbeit bei Bewegung eines Poles gegenüber einem Stromleiter nicht in potentielle Energie, sondern in elektrische Arbeit um, wie man leicht erkennt, wenn man die durch Bewegung des Poles im Leiter induzierte elektromotorische Kraft ins Auge faßt.

Das Linienintegral der magnetischen Kraft gibt uns nun die Möglichkeit, die Feldstärke innerhalb einer ringförmigen Spule zu berechnen. Die Arbeit $4\pi \cdot \xi \cdot I$ wird längs des Weges l geleistet, wobei an allen Stellen des Weges die gleiche Kraft aufgewendet werden muß. Wenn wir also die Arbeit durch den Weg dividieren, so erhalten wir die Kraft \mathfrak{H} auf den Pol 1 oder die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter zu:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot I}{l} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot I}{l}. \quad (20)$$

Die Gleichung erhält dadurch eine besondere Bedeutung, weil sie es gestattet, die Amperewindungen $\xi \cdot I$ zu berechnen, die nötig sind, um in dem Luftweg von der Länge l ein Feld von der Stärke \mathfrak{H} zu erzeugen. Die Gleichung gilt auch angenähert für gerade Spulen, vorausgesetzt, daß die Länge groß ist gegenüber dem Durchmesser. Für l in Gleichung (20) ist dann die Länge der Spule einzusetzen.

30. Die Magnetisierungskurven.

Die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter wird unter sonst gleichen Umständen außerordentlich vermehrt, wenn sich Eisen statt Luft in der Spule befindet. Man nennt eine derartige Spule mit Eisenkern einen Elektromagnet. Man kann sich vorstellen, daß die Kraftlinien, die in der Spule ohne Eisen entstehen, eine weit größere Kraftlinienzahl im Eisen erzeugen oder induzieren. Daher wird die Feldstärke oder Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter in der Luft auch magnetisierende Kraft genannt, während man die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter im Eisen als magnetische Induktion bezeichnet. Im Unterschied von der magnetisierenden Kraft, die wie die Feldstärke mit dem Buchstaben \mathfrak{H} bezeichnet wird, wird für

beachten, daß die Induktion \mathfrak{B} die ohne das Eisen in der Luft vorhandenen und die im Eisen neugeschaffenen Kraftlinien umfaßt.

Die Erscheinung, daß unter sonst gleichen Verhältnissen eine viel größere Kraftlinienzahl im Eisen auftritt als in der Luft, führt dazu, daß man dem Eisen eine größere magnetische Leitfähigkeit zuschreibt als der Luft. Man bezeichnet diese mit dem Buchstaben μ . Die Leitfähigkeit μ gibt also an, wie vielmal mehr Kraftlinien im Eisen entstehen, als unter sonst gleichen Verhältnissen in der Luft, oder wie vielmal besser das Eisen die Kraftlinien leitet, als es die Luft tut.

Daraus folgt dann:

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} \quad (21)$$

oder

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}.$$

Für die Luft ergibt sich demnach die Leitfähigkeit 1, so daß $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$ wird. Übrigens verhält sich der luftleere Raum in magnetischer Beziehung wie die Luft.

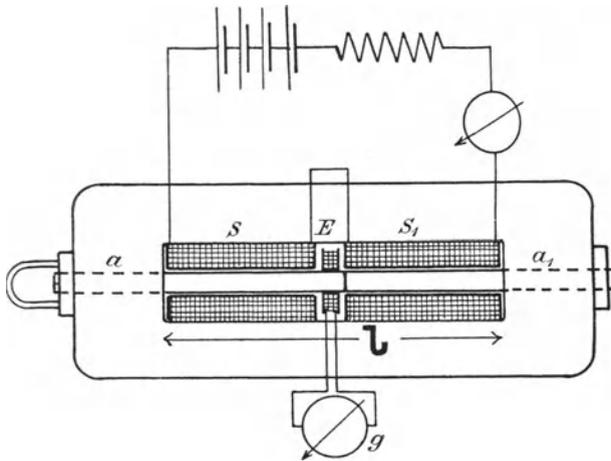


Fig. 59. Hopkinson'scher Apparat zur Eisenuntersuchung.

Der Wert der Leitfähigkeit μ hängt zunächst von der Eisensorte ab. Bei ausgeglühtem Ankerblech oder weichem Dynamogußstahl kann μ den Wert 3000 übersteigen. Außerdem ändert sich die Leitfähigkeit μ bei ein und derselben Eisensorte wesentlich mit dem Grade der Magnetisierung.

Die Ermittlung der Leitfähigkeit erfolgt in der Weise, daß man mit einer Hilfsspule durch die im Eisen erzeugten Kraftlinien hindurchschneidet (Fig. 59). Zu diesem Zwecke wird ein zu untersuchender, zweiteiliger Eisenstab durch die Löcher α und α_1 des massiven eisernen Rahmens, sowie durch die magnetisierenden Spulen S und S_1 und durch

eine Hilfsspule E hindurchgesteckt. Durch die Spulen S und S_1 wird ein Strom I geleitet und mit Hilfe der bekannten Windungszahlen und der Länge l des Eisenstabes die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi \cdot \xi \cdot I}{l}$$

berechnet. Dabei ist für l nur der zwischen dem Rahmen oder Joch liegende Teil des Eisenstabes einzusetzen, da die Kraftlinien sich sofort nach Eintritt in das Joch nach beiden Seiten hin teilen. Der in den Löchern a und a_1 befindliche Teil des Eisenstabes wird also überhaupt nicht von allen Kraftlinien durchflossen. Er wird ebenso vernachlässigt, wie der Weg der Kraftlinien durch das Joch selbst, das ebenfalls keinen erheblichen Widerstand für die Kraftlinien darstellt.

Man zieht nun die eine Hälfte des Eisenstabes aus dem Rahmen so weit heraus, daß die mit einer Feder verbundene Hilfsspule E aus dem Bereich der Kraftlinien herausgezogen wird. Dabei schneidet die Hilfsspule alle Kraftlinien, die im Eisen vorhanden waren. Die elektromotorische Kraft, die dabei induziert wird, ruft einen Stromstoß und Ausschlag in einem sog. ballistischen Galvanometer g hervor. Der Größe des Ausschlages ist dann die Anzahl der Kraftlinien proportional. Man verändert nun den magnetisierenden Strom und erhält auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werten von \mathfrak{H} und \mathfrak{B} . So ergab die Untersuchung von Grusonstahl durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt folgende Werte.

$\mathfrak{H} = 0,9$	$\mathfrak{B} = 1130$	$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = 1260$
1,55	5200	3350
2,7	8160	3020
3,75	9480	2530
8,55	12440	1460
18,1	14510	800
34,5	15710	460
82,7	17150	210
145,3	18200	130.

Auffallend ist dabei die geringe Leitfähigkeit bei schwacher Magnetisierung. Durch kleine magnetisierende Kräfte werden also die kleinsten Teile des Eisens nur wenig gerichtet. Bei stärkerer Magnetisierung, also von $\mathfrak{B} = 5000$ bis $\mathfrak{B} = 9000$, zeigt die Tabelle annähernd Proportionalität zwischen der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} und der Induktion \mathfrak{B} . Schließlich bewirkt eine noch weiter fortgesetzte Verstärkung des magnetisierenden Stromes kaum mehr eine Verstärkung der Kraftlinienzahl im Eisen. Das Eisen ist, wie man sagt, gesättigt. Ein bestimmter Wert läßt sich allerdings für den Punkt, bei welchem die Sättigung eintritt, nicht angeben.

Tragen wir nun die magnetisierende Kraft \mathfrak{H} als Abszisse und die Induktion \mathfrak{B} als Ordinate auf, so erhalten wir die sog. Magnetisierungs-

kurve, wie sie für den erwähnten Gußstahl in Fig. 60 gezeichnet ist. Daneben ist in Fig. 61 die Magnetisierungskurve für Ankerblech in ihrem oberen Verlauf gezeichnet, der wegen der hohen Sättigung der Ankerzähne der Dynamos von Wichtigkeit ist. Die Kurve entspricht der folgenden Zahlenreihe:*)

\mathfrak{H}	\mathfrak{B}	μ
100	18700	187
300	21300	71
500	22500	45
700	23100	33

Bei noch höherer Magnetisierung ist im vorliegenden Falle die Zunahme der Induktion etwa proportional der Zunahme der magnetisierenden Kraft.

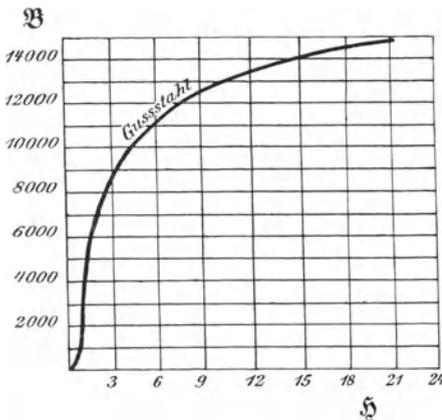


Fig. 60.
Magnetisierungskurve von Gußstahl.

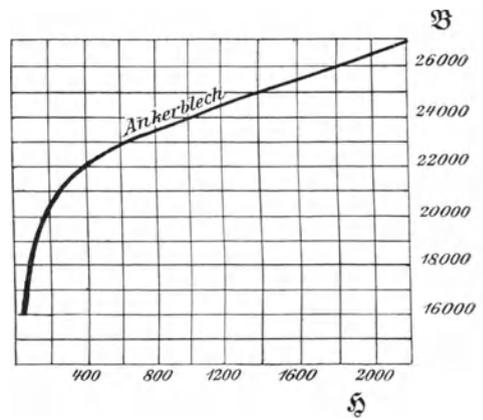


Fig. 61.
Magnetisierungskurve von Ankerblech.

Zur Vorausberechnung der Amperewindungen, die zur Erzeugung des erforderlichen Kraftflusses von Dynamomaschinen nötig sind, hat man zu einer bestimmten Induktion \mathfrak{B} den zugehörigen Wert der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} aus der Tabelle oder Kurve zu entnehmen und ihn nach Gleichung (20) auf S. 73 mit $0,4 \pi$ zu dividieren. Bezeichnet man die Amperewindungen $\xi \cdot I$ mit X , so erhält man die für ein Zentimeter des Kraftlinienweges erforderlichen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$\frac{X}{l} = \frac{\xi \cdot I}{l} = \frac{\mathfrak{H}}{0,4 \pi} = 0,8 \mathfrak{H}.$$

Um die Berechnung einfacher zu gestalten, sind in Fig. 62 nicht die Werte der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} , sondern die damit proportionalen Werte $\frac{X}{l}$ als Abszissen aufgetragen. Man kann dann ohne weiteres

*) Vergl. ETZ 1901, S. 769.

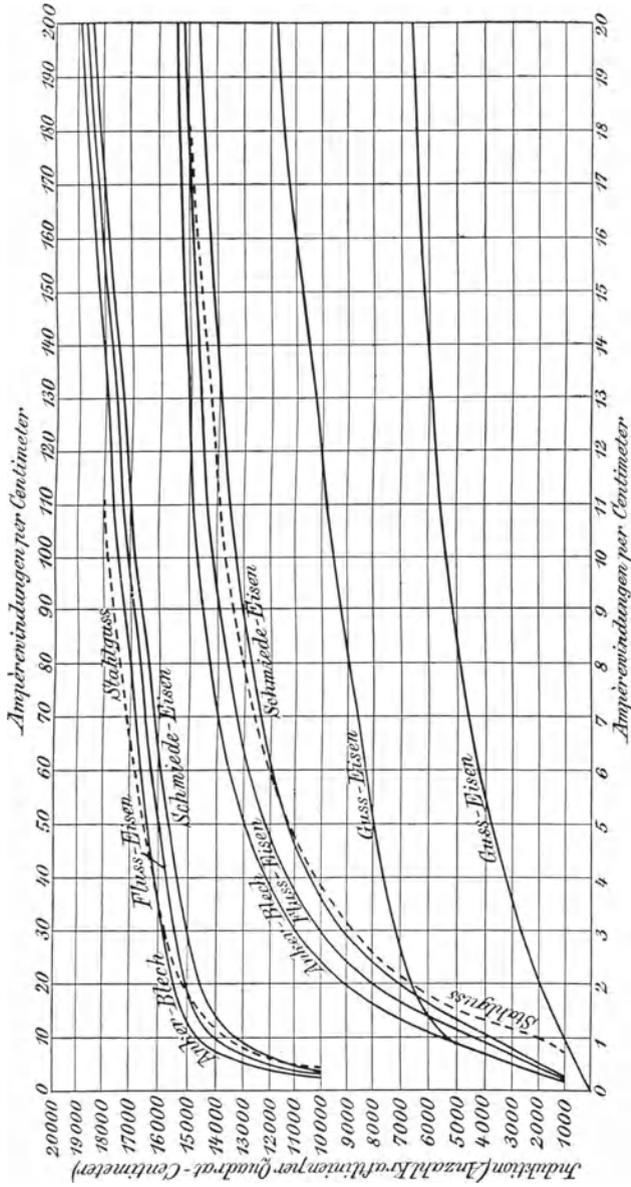


Fig. 62. (Aus Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. 4. Aufl. 1904, S. 204.) Abhängigkeit der Induktion von den Amperewindungen per Zentimeter.

bei einer gegebenen Induktion die für ein Zentimeter nötigen Amperewindungen aus den Kurven entnehmen.

Fig. 62 zeigt, daß Schmiedeeisen und Gußstahl bis zu einer Induktion von $\mathfrak{B} = 14000$ eine sehr geringe magnetisierende Kraft erfordern.

Wesentlich ungünstiger verhält sich das Gußeisen. Es ist daher erklärlich, daß das Magnetgestell größerer Maschinen jetzt trotz des höheren Preises und trotz der größeren Bearbeitungskosten aus Gußstahl hergestellt wird.

31. Der magnetische Widerstand.

Wir betrachten in Fig. 63 einen Eisenring, dessen Leitfähigkeit derartig groß sein möge, daß so gut wie alle von der Spule erzeugten Kraftlinien durch den Ring verlaufen. Für einen solchen Ring ist es gleichgültig, ob die Amperewindungen auf den ganzen Umfang verteilt sind oder, wie in Fig. 63, auf einen Teil des Umfangs zusammengedrängt sind. In beiden Fällen ergibt sich nach Gleichung (20) und (21) auf S. 73 und 74:

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = \frac{\mu \cdot 0,4 \pi \cdot \xi \cdot I}{l}$$

wobei l jetzt nicht mehr die Länge der Spule, sondern die mittlere Länge des Kraftlinienweges in Zentimeter bedeutet.

Ist nun Q der Eisenquerschnitt in Quadratcentimeter, gemessen senkrecht zu den Kraftlinien, so ist die gesamte Kraftlinienzahl gegeben durch die Gleichung:

$$N = \mathfrak{B} \cdot Q = \frac{\mu \cdot 0,4 \pi \cdot \xi \cdot I \cdot Q}{l},$$

oder, wenn wir $\xi \cdot I = X$ setzen:

$$N = \frac{X}{\frac{l}{0,4 \pi \cdot \mu \cdot Q}}. \quad (22)$$

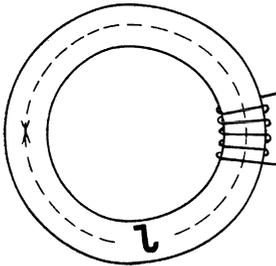


Fig. 63. Kraftlinienverlauf bei geschlossenem Eisenweg.

Der Nenner der rechten Seite hat eine ähnliche Form wie der Ausdruck für den elektrischen Widerstand in der Gleichung $R = \rho \cdot \frac{l}{q}$. Die Übereinstimmung wird

noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das Leitvermögen der umgekehrte Wert des Widerstandes ist, und wenn wir in Gleichung (22) das Produkt $0,4 \pi \cdot \mu$ zusammenfassen und als spezifisches Leitvermögen bezeichnen. Dann entspricht die Größe $\frac{1}{0,4 \pi \cdot \mu}$ dem spezifischen Widerstand ρ .

Demnach stellt uns der Ausdruck $\frac{l}{0,4 \pi \cdot \mu \cdot Q}$ einen Widerstand, und zwar einen magnetischen Widerstand dar. Dieser ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Leitvermögen und dem Querschnitt des Kraftlinienweges.

Wir gelangen auf diese Weise zu der Vorstellung, daß die Kraftlinien in ähnlicher Weise durch den magnetischen Widerstand getrieben werden, wie der elektrische Strom durch den elektrischen Widerstand getrieben wird. Um diesen Vergleich noch deutlicher zu machen, spricht man von einem Kraftlinienfluß. Der Druck, der diesen Kraftlinienfluß

durch den magnetischen Kreis treibt, wird von den Amperewindungen X ausgeübt. Wir können diese also mit der elektromotorischen Kraft vergleichen, die den elektrischen Strom durch den ganzen Kreis treibt. Vielleicht wird das noch deutlicher, wenn wir die aus Gleichung (20) auf S. 73 abgeleitete Beziehung

$$\mathfrak{S} \cdot l = 0,4 \pi X$$

ins Auge fassen. Da \mathfrak{S} die Kraft ist, die auf den Pol 1 wirkt, so stellt das Produkt $\mathfrak{S} \cdot l$ die Arbeit dar, die aufgewendet werden muß, um in der Luft den Pol 1 entgegen den Kraftlinien längs des ganzen Weges l zu führen. Das ist aber dasselbe, was wir im Abschnitt 22 als die magnetische Potentialdifferenz kennen gelernt haben. Wir können also die Größe X als den magnetischen Druck oder als die magnetische Spannung auffassen. Indem wir sie mit einer elektromotorischen Kraft vergleichen, nennen wir sie die magnetomotorische Kraft und erhalten so das in Gleichung (22) gegebene Gesetz in der Form:

$$\text{Kraftlinienfluß} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}}$$

Dieses Gesetz ist von grundlegender Bedeutung für die Berechnung der Dynamomaschinen und Motoren geworden. Man muß jedoch im Auge behalten, daß jeder Vergleich hinkt und daher eine Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Verhältnisse nur in gewissem Sinne richtig ist. Zunächst bezeichnet man zwar die Gesamtzahl N der Kraftlinien als den Kraftlinienfluß, aber das ist nur ein bloßer Name, der den Vergleich mit dem elektrischen Strom etwas passender macht. Tatsächlich fließen die Kraftlinien nicht, sondern sie sind, nachdem sie einmal geschaffen sind, in Ruhe. Man könnte einwenden, daß auch die ganze Auffassung vom Fließen der Elektrizität eine bloße Vorstellung ist. Es bleibt aber der wichtige Unterschied, daß beim sog. elektrischen Strom eine Arbeit geleistet werden muß, um die Elektrizität durch den Widerstand des Leiters zu treiben, eine Arbeit, die sich dann in Joulesche Wärme umsetzt, während die Aufrechterhaltung eines Kraftlinienflusses keine Arbeit erfordert. Der Effektverlust in der Magnetwicklung einer Dynamomaschine ist z. B. nicht darauf zurückzuführen, daß ein gewisser Betrag von Arbeit etwa in Magnetismus umgewandelt wird. Vielmehr setzt sich die in der Magnetwicklung der Dynamomaschine verbrauchte Leistung in Joulesche Wärme um. Ist I_m der Magnetstrom und R_m der Widerstand der Magnetwicklung, so ist die in Wärme umgesetzte Leistung gleich $I_m^2 \cdot R_m$. Dieser Verbrauch an Leistung wäre auch derselbe, wenn sich bei gleicher Stromstärke statt des Eisens Luft innerhalb der Spulen befände, wenn also außerordentlich wenig Kraftlinien erzeugt würden. Aus diesem Grunde ist es auch nicht geradezu ein Arbeitsverlust, wenn sich z. B. ein Teil der Kraftlinien einer Dynamomaschine am Anker vorbei durch die Luft schließt und daher nicht ausgenutzt wird.

Endlich aber muß darauf hingewiesen werden, daß der elektrische Widerstand wesentlich nur von der Länge und dem Querschnitt des Leiters abhängig ist, während der magnetische Widerstand außerdem noch vom Sättigungsgrad des Eisens abhängt.

Ein Beispiel möge die Anwendung der Gleichung (22) auf die Berechnung von Dynamomaschinen zeigen. Der magnetische Kreis sei aus einzelnen Teilen zusammengesetzt, die nach Länge, Querschnitt und Material verschieden sind (Luft, Schmiedeeisen, Gußeisen). Außerdem möge ein Teil der Kraftlinien durch Streuung verloren gehen, d. h. einen Seitenweg durch die Luft einschlagen, so daß ein Teil des magnetischen Kreises eine größere Kraftlinienzahl führt, als die anderen Teile. Gesucht werden die Amperewindungen, die nötig sind, um die Kraftlinien durch den ganzen Kreis zu treiben.

Um die Aufgabe zu lösen, dividiert man die Kraftlinien, die einen bestimmten Teil des magnetischen Kreises durchfließen, durch den Querschnitt dieses Teiles. Man erhält so die magnetische Induktion oder die Anzahl der Kraftlinien auf einem Quadratcentimeter dieses Teiles:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{N_1}{Q_1}.$$

Aus der Magnetisierungskurve für das betreffende Material ergibt sich der entsprechende Wert von $\left(\frac{X}{l}\right)_1$, d. h. die Amperewindungen, die nötig sind, um den der Induktion \mathfrak{B}_1 entsprechenden Kraftfluß durch ein Zentimeter des betreffenden Materials zu treiben. Dasselbe Verfahren ist bei den übrigen Teilen des magnetischen Kreises durchzuführen. Für die Luft gilt nach Gleichung (20) auf S. 73 die Grundgleichung:

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l = 0,8 \mathfrak{G}_l \cdot l.$$

Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = \left(\frac{X}{l}\right)_1 \cdot l_1 + \left(\frac{X}{l}\right)_2 \cdot l_2 \dots + 0,8 \mathfrak{G}_l \cdot l_l.$$

Gegeben sei z. B. das Eisengestell einer Dynamomaschine (Fig. 64) durch die Angaben:

Durchmesser des die induzierte Wicklung tragenden

Ankers	$d = 20$ cm,
Wellendurchmesser	$d_w = 3$ „
Ankerlänge in Richtung der Achse	$b = 20$ „
Länge des Kraftlinienweges im Anker	$l_a = 20$ „
Winkel der Polbohrung	$\beta = 120^\circ$,
Abstand zwischen Anker- und Magneteisen	0,4 cm,
Querschnitt der Magnetkerne und des Jochs	$Q_m = 400$ qcm,
Länge des Kraftlinienweges in den Magneten	$l_m = 110$ cm.

Der Einfachheit wegen ist auf die Nuten am Ankerumfang keine Rücksicht genommen.

Der Anker sei aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander isoliert sind, und der Raumverlust durch diese Papierisolation betrage 15 0/0. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Wie in Fig. 64 angedeutet ist, geht ein Teil der in den Magneten erzeugten Kraftlinien durch Streuung verloren. Wir nehmen daher an, daß die Kraftlinien N_m in den Magneten schätzungsweise 20 0/0 größer sind, als die Kraftlinien im Anker. Das heißt:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Gesucht werden die Amperewindungen, die erforderlich sind, um im Anker einen Kraftfluß $N = 2,5 \cdot 10^6$ zu erzeugen.

Zu dem Zwecke berechnen wir zunächst den Querschnitt und die Länge für jeden einzelnen Teil des Kraftlinienweges. Der Querschnitt des Ankers senkrecht zur Kraftlinienrichtung ergibt sich, wenn wir die Differenz des Ankerdurchmessers d und des Wellendurchmessers d_w mit der Ankerlänge b und außerdem wegen der Papierisolation mit 0,85 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$Q_a = b(d - d_w) \cdot 0,85 = 290 \text{ qcm.}$$

Der Querschnitt der Luft Q_l ergibt sich, wenn wir die Mantelfläche des Ankers im Verhältnis $\beta : 360$ verkleinern. Es ist dabei selbstverständlich, daß nur die Fläche der Bohrung eines Poles als Luftquerschnitt einzusetzen ist. Es ergibt sich also:

$$Q_l = d \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{\beta}{360} = 420 \text{ qcm.}$$

Die Länge des Kraftlinienweges l_l in der Luft erhalten wir, wenn wir den Abstand des Anker eisens vom Magneteisen mit zwei multiplizieren, da die Kraftlinien beim Eintritt in den Anker und beim Austritt die Luftstrecke durchdringen. Es ergibt sich also:

$$l_l = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ cm.}$$

Ferner ergibt sich noch:

$$N_m = 1,2 N = 3 \cdot 10^6.$$

Stellen wir diese Ergebnisse sowie die unmittelbar gegebenen Längen und Querschnitte zusammen, so erhalten wir:

$$\begin{array}{lll} N = 2,5 \cdot 10^6 & & N_m = 3 \cdot 10^6 \\ Q_a = 290, & Q_l = 420, & Q_m = 400, \\ l_a = 20, & l_l = 0,8, & l_m = 110. \end{array}$$

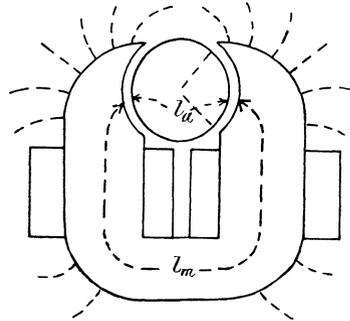


Fig. 64. Kraftfluß bei hufeisenförmigem Magnetgestell.

Dann ergibt sich:

$$\mathfrak{B}_a = \frac{N}{Q_a} = 8600, \quad \mathfrak{B}_l = \frac{N}{Q_l} = 5960, \quad \mathfrak{B}_m = \frac{N_m}{Q_m} = 7500.$$

Aus der Magnetisierungskurve für Ankerblech in Fig. 62 auf S. 77 ergibt sich für eine Induktion $\mathfrak{B}_a = 8600$ eine Amperewindungszahl für ein Zentimeter:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_a = 2.$$

Dies sind die Amperewindungen, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß N durch ein Zentimeter des Ankereisens zu treiben oder im Anker die Kraftliniendichte \mathfrak{B}_a zu erzeugen. Die ganzen für den Anker nötigen Amperewindungen ergeben sich also zu:

$$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 40.$$

Ebenso findet man aus der Magnetisierungskurve für Gußeisen zu einer Induktion $\mathfrak{B}_m = 7500$ einen Wert:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_m = 40.$$

Daraus folgen dann die Amperewindungen X_m , die den Kraftlinienfluß N_m durch das Magnetgestell längs des Weges $l_m = 110$ cm treiben, zu:

$$X_m = \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400.$$

Die Amperewindungen X_l für die Luft folgen endlich aus der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B} \cdot l_l = 3820.$$

Daraus ergibt sich:

$$\Sigma X = X_a + X_m + X_l = 8260.$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen von je 1 Ampere oder 4130 Windungen von je 2 Ampere auf den Magnetschenkeln liegen, vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Maschine vorläufig außer Betracht bleibt.

Ein anderes Beispiel für die Anwendung der Gleichung 22 auf S. 78 ist die Berechnung der Streuung. Gerade diese Rechnung dient dazu, es deutlich zu machen, daß die Amperewindungen als magnetische Potentialdifferenz aufzufassen sind. Die Verhältnisse liegen hier gerade so wie beim elektrischen Strom. Die Isolation einer elektrischen Anlage ist z. B. niemals ganz vollkommen. Die Spannung, die den Strom durch die Motoren und Lampen treibt, treibt auch parallel dazu einen Strom, der für den wirtschaftlichen Betrieb verloren ist, durch den Widerstand der Isolation. Ähnlich treibt der magnetische Druck an den Polköpfen einer Maschine einerseits den nutzbaren Kraftlinienfluß durch den Anker, andererseits einen seitlichen Streufluß durch die Luft. Dieser magnetische Druck berechnet sich aus den Amperewindungen, die nötig sind, um den

Kraftlinienfluß durch den Anker, die Zähne und die Luftstrecke zwischen Anker und Magneten zu treiben.

Bei der in Fig. 65 gezeichneten mehrpoligen Wechselstrommaschine sei z. B. für ein Polpaar die Summe $X_a + X_z + X_l = 6200$. Der das Polrad umgebende feststehende Teil N , der sog. Stator, der die induzierte Wicklung trägt, und daher dem Anker der Gleichstrommaschine entspricht, habe in Richtung der Achse eine Länge von 30 cm, die Breite der Polköpfe in radialer Richtung sei 2,5 cm und der Abstand der Polköpfe voneinander $l_{s1} = 6,5$ cm. Der Einzelquerschnitt des Streufeldes zwischen einem Nordpol und einem Südpol ist dann $30 \cdot 2,5 = 75$ qcm. Da nun die von einem Nordpol ausgehenden Kraftlinien nach rechts und links hinüber zum Südpol verlaufen, so ist der Gesamtquerschnitt des Streufeldes vorläufig gleich $2 \cdot 75 = 150$ qcm zu setzen. Nehmen wir nun schätzungsweise an, daß sich der Querschnitt in der Mitte infolge der in Fig. 65 angedeuteten Ausbreitung der Kraftlinien verdoppelt, so ergibt sich der mittlere Querschnitt des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu:

$$Q_{s1} = \frac{150 + 300}{2} = 225 \text{ qcm.}$$

Setzen wir jetzt die Werte $Q_{s1} = 225$ und $l_{s1} = 6,5$ in Gleichung (22) auf S. 78 ein und berücksichtigen wir, daß die Leitfähigkeit μ der Luft gleich 1 ist, so erhalten wir den zwischen den Polköpfen verlaufenden Streufluß N_{s1} zu

$$N = \frac{6200}{\frac{6,5}{0,4\pi \cdot 1 \cdot 225}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Zu dem Streufluß zwischen den Polköpfen kommt nun noch der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Magnetschenkel. Der Abstand der Seitenflächen sei im Mittel $l_{s2} = 10$ cm und die radiale Länge der Schenkel gleich 16 cm. Bei einer Statorlänge von 30 cm ist dann der beiderseitige Querschnitt für die Streulinien, die von den Seitenflächen eines Nordpoles nach links und rechts hin verlaufen:

$$Q_{s2} = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ qcm.}$$

Der magnetische Druck ist dabei an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich Null. Wir können also für den magnetischen Druck X einen mittleren Wert, nämlich 3100, einführen und erhalten den Streufluß zwischen den Seitenflächen zu:

$$N_s = \frac{X}{\frac{l_{s2}}{0,4\pi \cdot Q_{s2}}} = \frac{3100}{\frac{10}{0,4\pi \cdot 960}} = 0,37 \cdot 10^6.$$

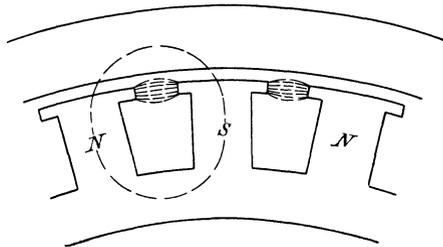


Fig. 65. Kraftfluß einer mehrpoligen Wechselstrommaschine.

Der gesamte Streufluß ergibt sich dann zu:

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} = 0,27 \cdot 10^6 + 0,37 \cdot 10^6 = 0,64 \cdot 10^6.$$

Nehmen wir z. B. an, daß der durch den Stator tretende nutzbare Kraftlinienfluß $N = 3 \cdot 10^6$ ist, so führt das Joch die Kraftlinienzahl:

$$N_m = N + N_s = 3,64 \cdot 10^6,$$

und das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu den Kraftlinien im Stator ergibt sich zu:

$$\frac{N_m}{N} = \frac{3,64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} = 1,2.$$

32. Die Selbstinduktion.

Eine elektromotorische Kraft der Induktion kommt stets dann zustande, wenn sich der von den Windungen umfaßte Kraftfluß ändert. Das geschieht nicht nur dadurch, daß die Windungen ihre Lage gegenüber einem Magnetpol ändern, sondern auch, wenn der die Kraftlinien erzeugende Strom zunimmt oder abnimmt. Man bezeichnet diesen Vorgang als Selbstinduktion.

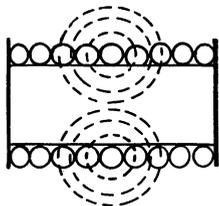


Fig. 66. Bildung des Kraftflusses einer Spule.

Der Vorgang der Selbstinduktion beruht auf der Änderung des Kraftflusses, der durch die Ebene einer Windung tritt. Will man auch hier, wie auf S. 66, annehmen, daß die elektromotorische Kraft durch Schneiden von Kraftlinien induziert wird, so muß man sich nach Fig. 66 vorstellen, daß die Kraftlinien, die sich z. B. beim Entstehen eines Stromes bilden, den Leiter erst als Kreis mit kleinem Durchmesser umgeben und sich dann, ähnlich wie die kreisförmigen Wellenlinien bei einem ins Wasser geworfenen Stein, vergrößern. Dabei schneiden sie durch die benachbarten Windungen hindurch. In Fig. 66 ist dies für die Kraftlinien der mittelsten Windungen angedeutet.

Die induzierte elektromotorische Kraft ist nach Abschnitt 26 so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des Kraftflusses entgegenwirkt. Sie ist also, wenn der Strom und dadurch der Kraftfluß zunimmt, dem Strome entgegengerichtet, dagegen dem abfallenden Strome gleichgerichtet.

Wir wollen annehmen, daß der von ξ Windungen erzeugte Kraftfluß in seiner vollen Stärke alle ξ Windungen durchsetzt, und daß die Leitfähigkeit μ des im Innern der Spule vorhandenen Eisenkerns konstant ist. Nimmt dann der Augenblickswert i des Stromes um den Betrag di zu, so ist die Zahl der neu erzeugten Kraftlinien nach S. 78:

$$dN = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{\xi \cdot di}{l} \cdot \mu \cdot Q.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wird dann nach dem allgemeinen Induktionsgesetz:

$$E_s = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir den obigen Wert von dN ein, und setzen wir:

$$L = 4\pi \cdot \frac{\xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}, \quad (23)$$

so wird:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (24)$$

Man bezeichnet die Größe L als den Selbstinduktionskoeffizienten oder als die Induktivität. Die Einheit dafür ist 1 Henry. Dies ist die Induktivität einer Spule, in der 1 Volt induziert wird, wenn der Strom gleichmäßig um 1 Ampere in 1 Sekunde wächst.

Nun ist $\frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot \mu \cdot Q}{l}$ die von dem Strome 1 Ampere erzeugte Kraftlinienzahl. Wenn wir diese mit der Windungszahl ξ multiplizieren, erhalten wir die Summe der Kraftlinien, welche die Windungsfläche der Spule durchsetzen, wenn die Stromstärke 1 Ampere beträgt. Unter Windungsfläche ist dabei das Produkt aus den Windungen und dem Querschnitt der Spule zu verstehen. Daraus folgt nach Gleichung (23):

Die Induktivität in Henry ist der die Windungsfläche aller Windungen durchsetzende, vom Strome 1 Ampere erzeugte Kraftfluß, multipliziert mit 10^{-8} .

Anderseits ist $\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}$ die von einer Amperewindung erzeugte Kraftlinienzahl. Um also die Induktivität L zu berechnen, kann man auch den Kraftfluß einer Amperewindung mit dem Quadrate der Windungszahl und mit 10^{-8} multiplizieren. Daraus läßt sich z. B. die Induktivität einer in die Nuten eines Dynamoankers eingebetteten Windung berechnen, in welcher der Strom im Laufe der Drehung mehrere Male in einer kurzen Zeit seine Richtung wechselt (Kommutierung). Es sei

die Ankerlänge der Maschine	$b = 30$ cm,
„ Windungszahl der Spule	$\xi = 2$,
„ Stromstärke „ „	$I = 50$ Amp.,
„ Zeit der Kommutierung	$t = 0,004$ Sek.

Der Strom werde von $+50$ Ampere in -50 Ampere kommutiert. Gesucht wird die Induktivität der Windung unter der praktisch meist zutreffenden Annahme, daß jedes Zentimeter eines in Eisen eingebetteten Leiters 6 Kraftlinien erzeugt. Die nicht in Eisen eingebetteten Stirnverbindungen der Windung mögen vernachlässigt werden.

Da jede Windung zwei in Eisen eingebettete Leiter von der Länge b enthält, so ergibt sich die Zahl der von einer Amperewindung erzeugten Kraftlinien zu $6 \cdot 2b = 360$. Demnach wird:

$$L = 360 \cdot \xi^2 \cdot 10^{-8} = 1440 \cdot 10^{-8}.$$

Da der Strom von 50 Ampere in der Zeit t vom Werte $+I$ auf den Wert $-I$ kommutiert wird, so ergibt sich die Selbstinduktion bei gleichmäßiger Änderung der Stromstärke zu:

$$E_s = L \cdot \frac{di}{dt} = \frac{2I}{t} = 0,36 \text{ Volt.}$$

Der Einfluß der Selbstinduktion zeigt sich beim Schließen des Stromes darin, daß der Strom erst allmählich zu seiner vollen Stärke anwächst. Ebenso verlangsamt die Selbstinduktion bei Schwächung des Stromes den Abfall des Stromes.

Eine beträchtliche Größe erreicht die Selbstinduktion, wenn der Stromkreis von Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann zieht

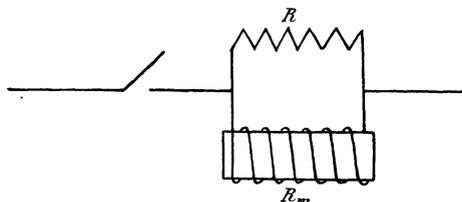


Fig. 67. Widerstand parallel zu einem Elektromagneten.

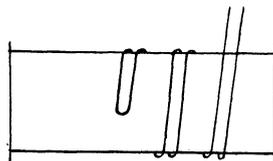


Fig. 68. Biflare Wicklung.

sich die sehr bedeutende Kraftlinienzahl des Eisens ganz plötzlich zusammen und schneidet durch die vielen Windungen des Elektromagneten hindurch. In der Grundgleichung (16) auf S. 65

$$E = - \xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}$$

ist dann auf der rechten Seite der Zähler sehr groß und der Nenner sehr klein. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es mit einer bedeutenden Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zu tun. Diese Funkenbildung ist schließlich in einer Beziehung von Vorteil, da der Strom dadurch noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht gehalten und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion verringert wird.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion unterbricht man den Strom vom Elektromagneten oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet, wie in Fig. 67, vor dem Ausschalten einen Widerstand R parallel zur Magnetwicklung R_m . Wenn dann der Strom unterbrochen wird, so verschwindet der Strom

und die Kraftlinienzahl in dem Elektromagneten nicht plötzlich, da das Abnehmen der Kraftlinienzahl in der Magnetwicklung eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion erzeugt, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Diese treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den parallel geschalteten Widerstand R , und die Spule des Elektromagneten wird nicht plötzlich, sondern ganz allmählich stromlos.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Selbstinduktion eines Apparates ganz aufzuheben. Es gibt z. B. eine Anordnung der Wheatstoneschen Brücke, bei welcher als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates (vergl. S. 92) und als Meßinstrument im Brücken-zweig ein Telephon benutzt wird. In diesem Falle würde eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand abhängt, sondern auch von der Selbstinduktion, die zeitweise den Strom verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach dieser Methode untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen dabei natürlich ebenfalls induktionsfrei sein. Man erreicht das, indem man den aufzuwickelnden Draht in der Mitte umbiegt und dann zweifädig (bifilar) aufwickelt (Fig. 68). Dabei werden zwei benachbarte Windungen in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß sie zusammen keine magnetische Wirkung ausüben.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den zeitlichen Verlauf der Stromstärke beim Anwachsen und Abnehmen des Stromes zu ermitteln.

An eine Spule mit dem Widerstand R und der Induktivität L werde die konstante Spannung E gelegt. Dann wird der Endwert I der Stromstärke, der sich zu E/R ergibt, erst allmählich erreicht, da die Selbstinduktion das Anwachsen des Stromes verlangsamt. Es sei nun i der Augenblickswert des Stromes zur Zeit t , und di die Zunahme der Stromstärke in der Zeit dt . Dann ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel:

$$E - L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Das negative Vorzeichen auf der linken Seite entspricht der Tatsache, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegenwirkt. Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{R}{L} \cdot dt = \frac{di}{\frac{E}{R} - i} = \frac{di}{I - i}.$$

Durch Integration erhalten wir, wenn wir die Integrationskonstante gleich $\ln C$ setzen:

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \ln(I - i) + \ln C = \ln[C(I - i)],$$

d. h., wenn wir die Basis 2,718 28 des natürlichen Logarithmensystems mit ε bezeichnen:

$$\varepsilon^{-R \cdot \frac{t}{L}} = C(I - i).$$

Um die Integrationskonstante zu bestimmen, beachten wir, daß für $t = 0$ auch $i = 0$ ist. Wenn wir diese beiden Werte in die darüber stehende Gleichung einsetzen, erhalten wir:

$$C = \frac{1}{I}.$$

Demnach wird die Gleichung für den zeitlichen Verlauf der Stromstärke:

$$\varepsilon^{-R \cdot \frac{t}{L}} = 1 - \frac{i}{I}$$

oder

$$i = I - I \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

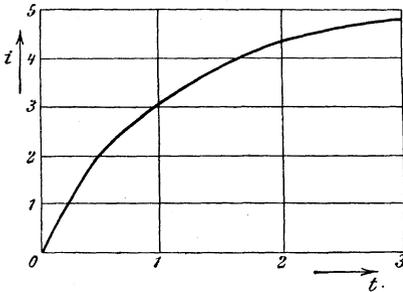


Fig. 69 a.

Zeitlicher Verlauf des Stromes:

a) beim Einschalten,

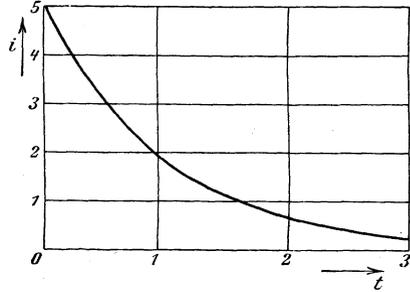


Fig. 69 b.

b) beim Aufhören der elektromotorischen Kraft.

Wenn wir die Zeit t als Abszisse und die Stromstärke i als Ordinate auftragen, erhalten wir die Kurve in Fig. 69 a. Diese ist für $I = 5$ und $\frac{L}{R} = 1$ gezeichnet. Für $t = \frac{L}{R}$ wird $i = I - \frac{I}{\varepsilon} = 0,63 I$. Die Größe $\frac{L}{R}$ gibt also die Zeit an, in welcher der Strom auf das 0,63 fache seines Endwertes gestiegen ist. Man bezeichnet daher die Größe $\frac{L}{R}$ als die Zeitkonstante.

Wir ermitteln nun anderseits die Stromkurve, für Fall, daß der Strom vom Werte I auf Null abnimmt. Dabei wollen wir annehmen, daß der Widerstand R konstant bleibt und die Abnahme der Stromstärke dadurch zustande kommt, daß die elektromotorische Kraft plötzlich Null geworden ist. Dann gilt die Gleichung:

$$-L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Da di in unserem Falle negativ ist, so wird die linke Seite positiv, d. h. die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hat gleiche Richtung mit dem abfallenden Strom. Auf ähnliche Weise wie oben erhalten wir:

$$\frac{R}{L} \cdot dt = - \frac{di}{i}$$

oder durch Integration:

$$- \frac{R}{L} \cdot t = \ln i + \ln C = \ln(C \cdot i).$$

Demnach ist:
$$e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = C \cdot i.$$

Für $t = 0$ wird $i = I$, d. h.

$$C = \frac{1}{I}.$$

Demnach wird die Gleichung der Stromkurve bei abnehmendem Strome

$$i = I \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Tragen wir wieder die Zeit t als Abszisse und die Stromstärke i als Ordinate auf, so erhalten wir die Kurve in Fig. 69 b. Diese ist wieder für $I = 5$ und $\frac{L}{R} = 1$ gezeichnet. Für $t = \frac{L}{R}$ wird $i = \frac{I}{e} = 0,37 I$. Die Zeitkonstante $\frac{L}{R}$ gibt also in diesem Falle an, wann der Strom auf das 0,37 fache des Anfangswertes gefallen ist. Die Kurven in Fig. 69 a und b werden Spiegelbilder, wenn man die eine Kurve um 180° dreht.

Wir haben nun noch die Arbeitsvorgänge ins Auge zu fassen, von denen das Entstehen und Verschwinden eines Kraftflusses begleitet ist. Wenn der Strom in einer Spule anwächst, so wird nach S. 84 eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induziert, die dem Strome entgegenwirkt. Indem die Klemmenspannung diese elektromotorische Kraft überwindet, leistet sie eine elektrische Arbeit.

Diese Arbeit wird als magnetische Energie aufgespeichert (potentielle Energie) und setzt sich bei Unterbrechung des Stromes wieder in Wärme um (Funkenbildung).

Ist der Momentanwert des Stromes gleich i , so ist die elektrische Arbeit beim Anwachsen des Kraftflusses um den Betrag dN nach Gleichung (18) auf S. 67

$$dA = E \cdot i \cdot dt = - \xi \cdot dN \cdot i.$$

Bei Zunahme des Kraftflusses haben die Größen dN und i gleiches Vorzeichen, und die von der Spule geleistete elektrische Arbeit ist nach der obigen Gleichung negativ. Es wird also elektrische Arbeit zugeführt. Bei Abnahme des Kraftflusses wird dN negativ, hat also entgegengesetztes Vorzeichen wie der Strom i , so daß die elektrische Arbeit positiv ist. Dabei wird elektrische Energie von der Spule geliefert unter Abnahme von potentieller Energie.

Die potentielle Energie, die aufgespeichert wird, wenn der Strom von Null bis zum Betrage I wächst, ergibt sich zu

$$A = \int_0^I \xi \cdot dN \cdot i \text{ Erg.}$$

Wenn wir annehmen, daß die magnetische Leitfähigkeit konstant ist, so wird die Abhängigkeit des Kraftflusses N von den Stromwindungen $\xi \cdot i$ durch die Gerade in Fig. 70 dargestellt. Das Produkt $\xi \cdot dN \cdot i$ ist dann gleich einem Flächenstreifen in Fig. 70. Die Summe aller Flächenstreifen ist gleich dem Dreieck OCB , also gleich dem Produkt $\frac{\xi \cdot I \cdot N}{2}$, wobei N der vom Strome I erzeugte Kraftfluß ist. Wir setzen nun nach S. 23 ein Erg gleich 10^{-7} Joule und eine absolute Stromeinheit gleich 10 Ampere. Bezeichnet dann A die Arbeit in Joule und I den Endwert der Stromstärke in Ampere, so wird die Arbeit in Joule

$$A = \frac{\xi \cdot I \cdot N}{2 \cdot 10} \cdot 10^{-7} \text{ Joule.}$$

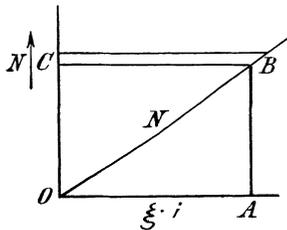


Fig. 70. Arbeit bei Magnetisierung, dargestellt durch Flächenstreifen.

Nun ist nach S. 85 das 10^{-8} fache der beim Strome 1 Ampere die Windungsfläche durchsetzenden Kraftlinien, d. h. in unserm Falle der Ausdruck $\frac{\xi \cdot N}{I} \cdot 10^{-8}$, gleich der Induktivität L . Demnach wird:

$$A = \frac{L \cdot I^3}{2} \text{ Joule.}$$

33. Die gegenseitige Induktion.

Wir betrachten nun die Vorgänge, die auftreten, wenn ein Leiter die Kraftlinien eines zweiten Stromleiters schneidet (Fig. 71). Im primären Leiter fließt z. B. ein Strom von rechts nach links. Die Kraftlinien dieses Leiters, wie sie sich aus der Ampereschen Schwimmerregel ergeben, sind in der Figur gezeichnet. Sie dringen bei A , B und C von hinten nach vorne durch die Papierebene.

Wenn nun der sekundäre Leiter von unten nach oben in Richtung des Pfeiles bewegt wird, so schneidet er bei A , B und C durch die Kraftlinien des primären Leiters. Um die Richtung der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu bestimmen, schwimmen wir in Richtung der Kraftlinien, also von hinten nach vorne, und sehen nach der Bewegungsrichtung des Leiters, also nach oben. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts, also in Richtung des punktierten Pfeiles in Leiter II .

Daraus folgt die Regel: Bei Annäherung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären Strome entgegengesetzt.

Ebenso ergibt sich: Bei Entfernung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären Strome gleichgerichtet.

Auch hier wieder erhalten wir eine Bestätigung durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz, das nur ein besonderer Teil des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit ist. Sind nämlich die Enden des Leiters *II* in Fig. 71 leitend verbunden, so kommt ein Strom zustande, der dem primären Strom entgegengesetzt ist. Nach den Regeln des Abschnittes 25 über die dynamische Wirkung paralleler Ströme stoßen sich dann die beiden Leiter gegenseitig ab und hindern dadurch die Bewegung. Die bei der Bewegung geleistete Arbeit setzt sich dann im sekundären Leiter in Joulesche Wärme um.

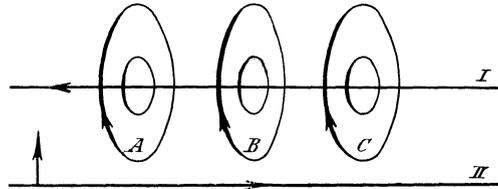


Fig. 71. Gegenseitige Induktion bei Annäherung zweier gerader Leiter.

Es ist nun nicht nötig, daß beide Leiter mechanisch genähert werden. Vielmehr wird eine elektromotorische Kraft auch durch eine Zunahme und Abnahme des primären Stromes induziert, da seine Kraftlinien auch hierbei durch den sekundären Leiter hindurchschneiden (gegenseitige Induktion). In Fig. 72 wachse z. B. ein Strom im primären Leiter allmählich an. Nach der schon auf S. 84 gegebenen Darstellung entstehen dann seine Kraftlinien, indem sie in der in Fig. 72 gezeichneten Weise aus dem Leiter heraustreten und allmählich wachsen, bis sie dann den sekundären Leiter von oben nach unten schneiden. Es ist also, als ob der sekundäre Leiter von unten nach oben bewegt und die beiden Leiter einander genähert würden. Die induzierte elektromotorische Kraft ist demnach, ebenso wie die Selbstinduktion im primären Leiter, dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet. Dagegen ist sie dem abfallenden primären Strom gleichgerichtet.

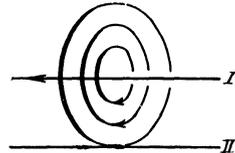


Fig. 72. Kraftlinien, aus dem primären Leiter austretend, den sekundären schneidend.

Wie man sieht, unterscheidet sich der Vorgang bei der gegenseitigen Induktion in keiner Weise von dem Vorgang der Selbstinduktion. An Stelle von ξ^2 in Gleichung (23) auf S. 85 tritt jetzt einfach das Produkt $\xi_1 \cdot \xi_2$, wo ξ_1 die primäre Windungszahl ist, welche die Kraftlinien erzeugt, und ξ_2 die sekundäre Windungszahl ist, die von den Kraftlinien geschnitten wird. Die gegenseitige Induktivität ist dann entsprechend Gleichung (23) auf S. 85:

$$M = \frac{4\pi \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}.$$

Ähnlich wie in Abschnitt 32 ergibt sich der Koeffizient der gegenseitigen Induktion auch als das 10^{-8} fache der Kraftlinien, die von der Windungsfläche der einen Spule umfaßt werden, wenn in der andern Spule der Strom 1 Ampere fließt.

Ist i_1 der Augenblickswert des primären Stromes, so wird die induzierte elektromotorische Kraft E_2 in der sekundären Spule

$$E_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

Durch die gegenseitige Induktion wird es möglich, Gleichstrom in Wechselstrom umzuformen. Der Induktionsapparat (Fig. 73) enthält eine von einem Gleichstrom durchflossene primäre Spule, deren eines Ende an die Stromquelle angeschlossen ist, während das andere Ende mit dem

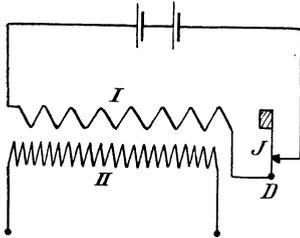


Fig. 73.

Schaltung des Induktionsapparates.

Drehpunkt D der Feder I verbunden ist. Durch eine Kontaktspitze ist die Feder mit der Stromquelle leitend verbunden. Sobald der Strom geschlossen ist, wird die Spule magnetisch und zieht ein an der Feder befestigtes Eisenstück und damit die Feder selbst an. Dadurch wird der Strom unterbrochen, die Spule wird unmagnetisch, die Feder geht zurück und schließt wieder den Strom. Wir haben also in der primären Spule einen intermittierenden, d. h. unterbrochenen Gleichstrom. Über die primäre Spule ist nun eine sekundäre Spule geschoben, die in Fig. 73 der Deutlichkeit wegen neben der primären gezeichnet ist. Wenn die primären Kraftlinien entstehen und verschwinden, treten sie in die sekundäre Spule ein und wieder heraus. Sie schneiden also die sekundären Windungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung und induzieren dadurch elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Sind die Klemmen der sekundären Spule leitend verbunden, so entstehen im sekundären Kreise Wechselströme. Diese wachsen von Null an bis zu einem größten Wert, nehmen dann bis auf Null ab und ändern darauf ihre Richtung. Sie sind also zeitlich wechselnd in ihrer Stärke und in ihrer Richtung. Durch Erhöhung der sekundären Windungszahl und durch möglichst plötzliches Unterbrechen des primären Stromes läßt sich die sekundäre elektromotorische Kraft derartig steigern, daß eine Luftstrecke von bedeutender Länge durchschlagen wird.

Die gegenseitige Induktion bei Transformatoren und Motoren wird in späteren Abschnitten behandelt werden.

34. Die Hysteresis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man läßt dann den magnetisierenden Strom von Null an allmählich zunehmen, wodurch die Werte der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} und der Induktion \mathfrak{B} gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die magnetisierende Kraft $\mathfrak{H} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot I}{l}$ als Abszisse und die Induktion \mathfrak{B} als Ordinate auf, so erhält man die Kurve OA in Fig. 74.

Schwächt man nach Erreichung einer willkürlich gewählten Induktion $AG = \mathfrak{B}_{max}$ den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist die Induktion für einen gleichen Wert der magnetisierenden Kraft bei abnehmender Magnetisierung größer als bei ansteigender Magnetisierung. Trägt man wieder die magnetisierende Kraft als Abszisse und die zugehörige Induktion als Ordinate auf, so erhält man die Kurve AB . Dieses Verhalten des Eisens läßt darauf schließen, daß von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückbleibt. Man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben.

Für eine magnetisierende Kraft $\mathfrak{H} = 0$ ist die Induktion bei abnehmender Magnetisierung gleich OB . Dies ist die Kraftliniendichte des remanenten Magnetismus. Hysteresis und remanenter Magnetismus sind also in gewissem Sinne ein und dasselbe. Wir erklären beide

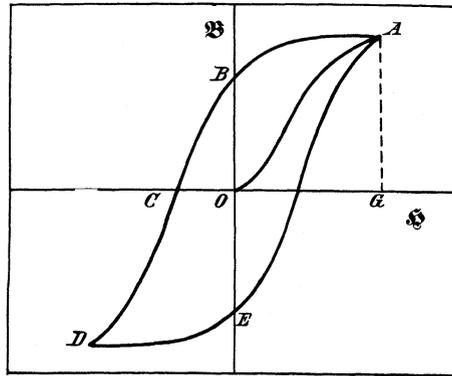


Fig. 74. Hysteresisschleife.

Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenteilchen infolge einer mechanischen Reibung in ihrer neu angenommenen Lage zu verharrten suchen.

Keht man nun die Richtung des Stromes um, so ist ein bestimmter Betrag an magnetisierender Kraft nötig, um den remanenten Magnetismus zu vernichten. Man nennt diesen Betrag, der in Fig. 74 durch die Abszisse OC gegeben ist, die Koerzitivkraft. Man sieht deutlich, daß die Eisenteilchen sich einer Ummagnetisierung widersetzen. Erst wenn die magnetisierende Kraft über den Betrag OC gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die Kurve CD entspricht dann wieder der ansteigenden und die Kurve DE der abfallenden Magnetisierung. Die Ordinate OE ist wieder der remanente Magnetismus usw.

Für den früher erwähnten Grusonstahl ergaben sich z. B. bei der Untersuchung durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt folgende Werte:

Abnehmende Induktion		Ansteigende Induktion	
\mathfrak{S}	\mathfrak{B}	\mathfrak{S}	\mathfrak{B}
145,3	18250	— 2,2	— 6240
62,7	16800	— 5,9	— 11060
24,2	15590	— 11,9	— 13460
3,2	13080	— 34,2	— 15710
0	10200	— 61,6	— 16680
— 1,25	6110	— 145,3	— 18250
— 1,5	0		

Es läßt sich nun zeigen, daß die von den beiden Ästen eingeschlossene Fläche in bestimmter Beziehung zu der bei einer vollen Periode durch die Reibung der Eisenmoleküle verbrauchten Arbeit steht.

Nach S. 67 ist die bei der erstmaligen Magnetisierung von der Spule erzeugte elektrische Arbeit $dA = -\xi \cdot i \cdot dN$. Die von der Spule verbrauchte Arbeit hat das entgegengesetzte Vorzeichen, ist also:

$$dA = \xi \cdot i \cdot dN. \quad (a)$$

Wenn \mathfrak{B} die Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter bedeutet, so wird:

$$dN = d\mathfrak{B} \cdot Q.$$

Ferner ist nach S. 73:

$$\xi \cdot i = \frac{\mathfrak{S} \cdot l}{4\pi}.$$

Wir dividieren nun auf beiden Seiten der Gleichung (a) durch das Volum $Q \cdot l$ in Kubikcentimeter. Dann erhalten wir die für ein Kubikcentimeter aufgewendete Arbeit, die elektrisch zugeführt und in potentielle Energie umgesetzt wird, zu:

$$\frac{dA}{Q \cdot l} = \frac{1}{4\pi} \cdot \mathfrak{S} \cdot d\mathfrak{B}. \quad (b)$$

Da das Produkt $\mathfrak{S} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich einem der schmalen Fächerstreifen in Fig. 75 a ist, so ist $\int \mathfrak{S} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich der ganzen schraffierten Fläche. Diese stellt uns also, durch 4π dividiert, den Arbeitsverbrauch in Erg für ein Kubikcentimeter dar.

Wenn die Kraftlinien abnehmen, so wird dN und dadurch die Arbeit negativ, d. h. von der Arbeit wird der Teil wiedergewonnen, der durch die Fläche in Fig. 75 b gegeben ist. Nach Umkehrung des Stromes wird die aufgespeicherte Arbeit wieder positiv und entspricht der Fläche in Fig. 75 c. Davon wird der Betrag wiedergewonnen, der durch die Fläche in Fig. 75 d dargestellt ist.

Das Ergebnis ist also: Die für ein Kubikcentimeter und für eine Periode zur Ummagnetisierung aufgewendete Arbeit im absoluten Maß ist nach Gleichung (b) gleich dem 4π ten Teil der Fläche, die zwischen den den Ästen der Hysteresisschleife liegt.

Wiewohl die Hysteresisfläche für die Erkenntnis des Wesens der magnetischen Reibung von Bedeutung ist, so sieht man doch in der Praxis davon ab, den Hysteresisverlust durch Aufnahme der Hysteresisfläche mittels des ballistischen Galvanometers zu ermitteln. Abgesehen davon, daß dies Verfahren zu zeitraubend ist, hat man es sich zur Regel gemacht, die Eisensorten unter denselben Verhältnissen zu untersuchen, denen sie bei dem Betriebe unterworfen sind. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch ein Wattmeter, in dem die elektrodynamische Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft.

Rechnerisch ergibt sich der Hysteresisverlust durch die von Steinmetz gefundene Beziehung, daß der Arbeitsverlust in Erg für ein

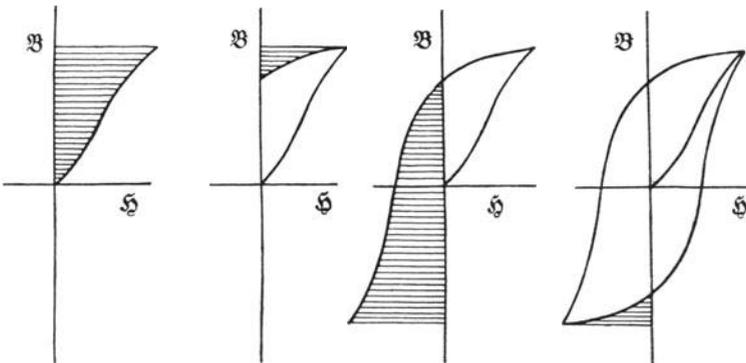


Fig. 75 a.

Fig. 75 b.

Fig. 75 c.

Fig. 75 d.

Arbeit bei Magnetisierung von Eisen, dargestellt durch Flächenstreifen.

Kubikzentimeter und für eine Periode proportional der 1,6 ten Potenz der größten Induktion ist. Ist η_h ein praktisch unveränderlicher Faktor, der für verschiedene Eisensorten verschieden ist, und ist V das Eisenvolumen in Kubikzentimeter, so ergibt sich:

$$\frac{A}{V} = \eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \text{ Erg/ccm.}$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich tatsächlich bis zu einer Induktion $\mathfrak{B}_{max} = 7000$ als wesentlich richtig ergeben. Der Wert η_h liegt bei den gebräuchlichen Eisensorten zwischen 0,001—0,004.

Ist G das Eisengewicht in Kilogramm, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 das Volum in Kubikzentimeter zu $V = G \cdot 1000/7,7$. Demnach erhalten wir die bei ν Perioden in der Sekunde aufgewendete Leistung in Erg pro Sekunde zu:

$$\eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot \nu.$$

Nun ist nach S. 25:

$$1 \frac{\text{Erg}}{\text{sek.}} = 10^{-7} \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 10^{-7} \text{ Watt.}$$

Wir erhalten also für G Kilogramm des Eisens den Effektverlust in Watt zu:

$$P_h = \frac{\eta_h \cdot \mathfrak{B}_{\max}^{1,6} \cdot G \cdot \nu \cdot 10^{-4}}{7,7} \text{ Watt.}$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Rechnung mit dem Steinmetzschon Koeffizienten η_h mehr ab. Wenn man nämlich in der üblichen Weise den Hysteresisverlust bei Magnetisierung durch Wechselstrom bestimmt, so tritt die neue Schwierigkeit auf, daß dann zugleich andere Verluste, nämlich die durch Wirbelströme verursachten, mit gemessen werden. Dies entspricht dann zwar den auch im praktischen Betriebe auftretenden Verhältnissen, aber man hat doch dabei nicht den Hysteresisverlust, für den die Steinmetzsche Gleichung gilt, für sich allein gemessen. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Wattverbrauch für ein Kilogramm Eisen bei 50 Perioden in der Sekunde und bei einer höchsten Induktion von 10000 anzugeben. Diese Verlustziffer ist bei den gebräuchlichen Eisenblechen von 0,5 mm Stärke 3—4 Watt für ein Kilogramm Eisen. Durch Verwendung von Eisenblechen, die mit Silicium legiert sind, läßt sich der Eisenverlust wesentlich herabsetzen.

Wenn das Eisen längere Zeit einer höheren Temperatur ausgesetzt wird, so nimmt die Verlustziffer bei den gewöhnlichen Blechen zu (Altern des Eisens). Bei legierten Blechen bleibt die Verlustziffer jedoch konstant.

35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten.

Wir haben in Abschnitt 27 einen Fall behandelt, in welchem die ganze zugeführte elektrische Arbeit in mechanische Arbeit umgesetzt wird. Andererseits wurde bei dem in Abschnitt 32 behandelten Falle die ganze zugeführte elektrische Arbeit während der Bildung des Kraftflusses in magnetische (potentielle) Energie umgesetzt.

Besondere Verhältnisse treten auf, wenn gleichzeitig eine mechanische Arbeitsleistung und eine Änderung der potentiellen Energie stattfindet, wie das beim Hub eines Elektromagneten der Fall ist. *)

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Leitfähigkeit des Eisens bei dem in Fig. 76 gezeichneten Elektromagneten konstant sei, und betrachten zunächst den Fall, daß die Wicklung an einer konstanten Gleichstromspannung liegt. Dann ist die Stromstärke vor und nach dem Hube dieselbe. Der einfache Luftabstand sei vor dem Hube $\frac{l_1}{2}$, nach dem Hube $\frac{l_2}{2}$, so daß der Hubweg gleich $\frac{l_1 - l_2}{2}$ ist. Die Magnetisierungskurven sind bei der konstanten Leitfähigkeit durch Gerade gegeben. Tragen wir die Stromwindungen $\xi \cdot i$ als Abszisse und den erzeugten Kraftfluß N als

*) Vergl. Emde, ETZ 1908, S. 817.

Ordinate auf, so erhalten wir in Fig. 77 als Magnetisierungskurve vor dem Hube die untere Gerade, nach dem Hube infolge des verringerten Luftabstandes die obere Gerade. Der Kraftfluß nach beendetem Hube ist von $N_1 = DE$ auf $N_2 = CE$ gewachsen.

Damit ist aber gleichzeitig die magnetische (potentielle) Energie des Elektromagneten gewachsen. Sie ist nach S. 90 gleich dem halben Produkt aus Stromstärke, Windungszahl und Kraftfluß, also vor dem Hube gleich der Fläche $OAD = OED$, nach dem Hube und dem Eintritt des elektrischen Gleichgewichts gleich der Fläche $OBC = OEC$, sie hat also bis zum Wiederkehren des elektrischen Gleichgewichtes um den Betrag, welcher der Fläche ODC entspricht, zugenommen.

Die Hubarbeit wird also nicht etwa durch Abnahme der magnetischen (potentiellen) Energie gedeckt. Vielmehr ergibt sich, daß die potentielle Energie zunimmt. Außerdem wird noch die mechanische

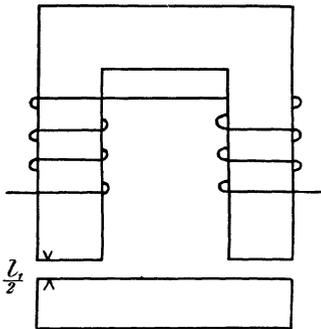


Fig. 76. Elektromagnet vor dem Anziehen.

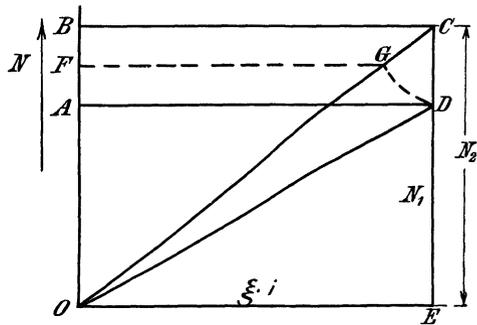


Fig. 77. Änderung des Stromes beim Anziehen des Elektromagneten (Wicklung an konstanter Gleichstromspannung).

Arbeit beim Heben geleistet. Während des Hubes muß also in Form von elektrischer Arbeit die Summe aus der mechanischen Arbeit und der Zunahme der potentiellen Energie zugeführt werden. Dies erklärt sich auf die Weise, daß beim Anwachsen des Kraftflusses während des Hubes eine elektromotorische Gegenkraft induziert wird, die ähnlich wie auf S. 69 von der Klemmenspannung überwunden werden muß. Die Stromstärke nimmt dabei vorübergehend etwas ab und sinkt beispielsweise bis zum Augenblick, in dem der Anker den Elektromagneten berührt, vom Betrage $AD = OE$ auf den Betrag FG . Sie steigt nach beendetem Hube wieder auf den Betrag BC .

Der Augenblickswert der elektromotorischen Gegenkraft ist $-\xi \cdot \frac{dN}{dt}$, d. h. die entgegengerichtete Klemmenspannung der Spule ist, abgesehen vom Ohmschen Spannungsverbrauch, gleich $\xi \cdot \frac{dN}{dt}$. Wenn wir diesen Wert mit dem jeweiligen Strom i und der Zeit dt multiplizieren, erhalten wir die elektrisch zugeführte Arbeit während der Zeit dt zu

$\xi \cdot i \cdot dN$. Die ganze bis zum Wiedereintreten des elektrischen Gleichgewichtes zugeführte Arbeit ist dann $\int \xi \cdot i \cdot dN$, das ist in unserm Falle die Fläche $ADGCB$.

Wenn wir im besonderen Falle annehmen, daß die Fläche DGC sehr klein ist oder durch Konstanthalten des Stromes während des Hubes gleich Null gemacht wird, so wird die elektrisch zugeführte Arbeit gleich der Fläche $ABCD$, also doppelt so groß wie die Zunahme der aufgespeicherten Energie, die durch die Fläche ODC gegeben war. Wir erhalten dann das bemerkenswerte Ergebnis, daß die Hubarbeit unter der obigen Annahme einer konstanten Leitfähigkeit des Eisens gleich der Zunahme der aufgespeicherten Energie ist.

Wir wollen jetzt den Fall setzen, daß der Kraftfluß OA , wie es bei Wechselstrom-Elektromagneten der Fall ist, während des Hubes infolge Änderung des Stromes konstant bleibt. Wir betrachten

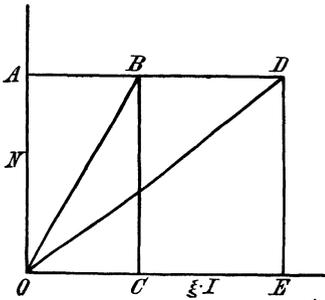


Fig. 78. Änderung des Stromes während des Anziehens eines Elektromagneten, dessen Kraftfluß konstant bleibt.

den Vorgang, der sich vollzieht, wenn sich während des Hubes die Luftstrecke l_1 auf einen Betrag l_2 verringert. Der magnetische Widerstand des Eisens gegenüber dem der Luftstrecke sei verschwindend gering. Dann stellt die Gerade OD in Fig. 78 die Magnetisierungskurve für die größere Luftstrecke l_1 vor dem Hube dar, während die Gerade OB die Magnetisierungskurve für den kleineren Luftabstand l_2 nach dem Hube angibt. Da die Kraftlinienzahl sich nach unserer Annahme während des Hubes nicht ändert, so wird die elektromotorische Gegenkraft, sowie die elek-

trisch zugeführte Arbeit $\int \xi \cdot i \cdot dN$ gleich Null.

Da also keine elektrische Arbeit zugeführt wird, so wird jetzt die geleistete mechanische Arbeit durch Abnahme der potentiellen Energie gedeckt. Diese war vor dem Versuch gleich der Fläche OAD , nach dem Versuch gleich der Fläche OAB , also ist die mechanische Arbeit A gleich der Differenz, nämlich gleich der Fläche $OBAD$. Diese Fläche ist aber gleich $\frac{1}{2} N \cdot \overline{BD}$. Ist \mathfrak{B} die Kraftliniendichte im Luftraum und Q_1 der Einzelquerschnitt der Luftstrecke, so wird $N = \mathfrak{B} \cdot Q_1$. Demnach wird die mechanische Arbeit:

$$A = \frac{1}{2} N \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \mathfrak{B} \cdot Q_1 \cdot \overline{BD}.$$

Diese Beziehung kann uns dazu dienen, die Zugkraft eines Elektromagneten bei gegebener Kraftliniendichte zu ermitteln. Wir wenden dazu Gleichung (20) auf S. 73 auf die beiden Stromwindungen OC und OE an,

die beide die gleiche Kraftliniendichte \mathfrak{B} erzeugen. Da die Leitfähigkeit der Luft μ gleich 1 ist, so wird:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{G} = \frac{4\pi \cdot OC}{l_2} = \frac{4\pi \cdot OE}{l_1}.$$

Daraus folgt die Hubhöhe zu:

$$\frac{l_1 - l_2}{2} = \frac{2\pi(OE - OC)}{\mathfrak{B}} = \frac{2\pi}{\mathfrak{B}} \cdot BD.$$

Dividieren wir die mechanische Arbeit A durch die Hubhöhe $\frac{l_1 - l_2}{2}$, so erhalten wir die in unserm Falle während des Hubes konstante Kraft f in Dyn. Um die Zugkraft F in kg^* zu erhalten, haben wir noch mit 981000 zu dividieren. Demnach ergibt sich die Zugkraft zu:

$$F = \frac{A}{\frac{(l_1 - l_2)}{2} \cdot 981000} = \frac{\mathfrak{B}^2 \cdot Q_1 \cdot 2}{8\pi \cdot 981000} \cdot \text{kg}^*.$$

Bezeichnen wir jetzt bei einem Hufeisenmagneten das Doppelte des Einzelquerschnittes mit Q , so nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$F = 4 \mathfrak{B}^2 \cdot Q \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (25)$$

Ist z. B. der Einzelquerschnitt $Q_1 = \frac{Q}{2} = 10 \text{ qcm}$ und die Induktion $\mathfrak{B} = 18000$, so ergibt sich:

$$F = 4 \cdot 18000^2 \cdot 20 \cdot 10^{-8} = 260 \text{ kg}^*.$$

Die Zugkraft ist übrigens infolge der Streuung meist größer, als nach Gleichung (25) berechnet ist. Es läßt sich leicht ableiten, daß Gleichung (25) auch für einen Elektromagneten mit einer einzigen Luftstrecke gültig ist, wobei Q den Einzelquerschnitt der Luftstrecke bedeutet.

36. Wirbelströme.

Unter Foucault- oder Wirbelströmen versteht man Ströme, die nicht in einer vorgeschriebenen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie werden z. B. induziert, wenn Kraftlinien massive Leiter schneiden. Sie lassen sich in ihrer Bahn nicht genau verfolgen, jedoch läßt sich so viel sagen, daß die elektromotorische Kraft, von der sie erzeugt werden, senkrecht zur Kraftlinienrichtung und senkrecht zur Bewegungsrichtung steht. Ist z. B. eine Kupferwindung (Fig. 79) auf einen massiven Eisenzylinder gewickelt, und wird dieser so gedreht, daß der obere Leiter aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht induzierte elektromotorische Kraft in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche elektromotorische Kraft wird aber auch in dem darunter liegenden Eisen induziert. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind.

Diese würden eine starke Erwärmung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Fig. 79 als eine kurzgeschlossene Dynamomaschine betrachtet, deren Drehung einen Arbeitsverlust verursacht, weil der induzierte Strom der Bewegung entgegenwirkt.

Man kann den Arbeitsverbrauch durch Wirbelströme in einfacher Weise dadurch zeigen, daß man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen eines anfangs noch nicht erregten Elektromagneten hin und her pendeln läßt. Sobald der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die induzierten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die kinetische Energie setzt sich dabei in Joulesche Wärme im Kupfer um.

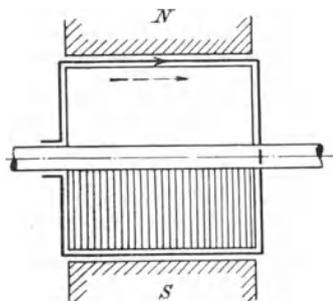


Fig. 79.
Massiver und geblätterter Eisenkern.

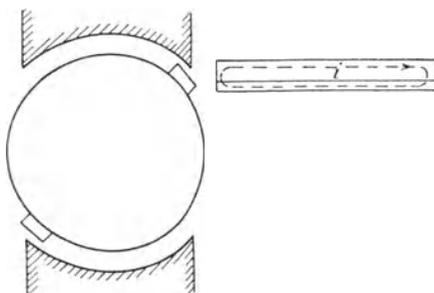


Fig. 80.
Wirbelströme in massiven Leitern.

Da Wirbelströme unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit bedeuten, so wird es notwendig, den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammenzusetzen, wie es der untere Teil des Ankers in Fig. 79 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander isoliert. Allgemein gilt die Regel, daß man Metallmassen senkrecht zum induzierten Leiter zu unterteilen hat, um den Wirbelströmen die Bahn zu unterbrechen.

Bei Nutenankern ist es meist auch nötig, die Polschuhe aus Blechen zusammenzusetzen. Die Kraftlinien haben das Bestreben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen und werden durch den Zahn, der aus der Polecke austritt, zeitweise mitgenommen. Bei dieser Bewegung der Kraftlinien werden Wirbelströme in den Polecken induziert. Ferner ergibt sich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die Kraftliniendichte im Poleisen gegenüber dem Zahn größer ist als gegenüber der Nut und die Orte der größten und kleinsten Kraftliniendichte sich bei der Drehung des Ankers verschieben.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Fig. 80 in einer übertriebenen Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung

aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise die eine Kante des Stabes noch im Kraftlinienfeld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der Deutlichkeit wegen ist der von der Seite gesehene Stab auf der rechten Seite der Figur herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters induzierte elektromotorische Kraft erzeugt in diesem Teile des Leiters einen Strom, der in der Hauptsache durch die Stirnverbindungen und das äußere Netz weiterfließt, der sich aber zum Teil in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst schließt.

Man vermeidet die Wirbelströme im Ankerkupfer dadurch, daß man die Polecken abschrägt oder abrundet, oder den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des magnetischen Feldes.

Bei den gegenwärtig allgemein verwendeten Nutenankern ist die Wirbelstrombildung im Ankerkupfer indessen ohnehin sehr gering. Die Kraftlinien verlaufen statt durch die Nuten fast vollständig durch die Zähne des Ankers und werden, wie wir es oben bereits bei Betrachtung der Polecke sahen, bei der Drehung ein wenig mitgenommen und dadurch gedehnt. Schließlich schneiden sie dann mit großer Geschwindigkeit durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und induzieren alle Teile des Ankerleiters gleichzeitig, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. So beruht die Wirkung von Wirbelstrombremsen auf der magnetischen Kraft, die von den Polen eines Elektromagneten auf die bei der Bewegung in einer Eisenscheibe induzierten Wirbelströme ausgeübt wird.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Galvanometerdämpfung, indem man den beweglichen Magneten eines Galvanometers innerhalb eines massiven Kupferstückes aufhängt. Der Magnet stellt sich dann aperiodisch, d. h. ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Instrument aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, so geschieht die Dämpfung in ähnlicher Weise, indem man die Galvanometerspule kurz schließt. Die in der Spule durch die Schwingungen induzierten Ströme bringen das Galvanometer dann oft augenblicklich zur Ruhe. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen in linearen Stromleitern zu tun.

Fünftes Kapitel.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem. — 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. — 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl. — 40. Dimension und Einheit für Spannung, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand. — 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung. — 42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem.

Das sogenannte absolute Maßsystem beruht auf den drei Einheiten: Zentimeter, Gramm und Sekunde. Die Einheit der Länge im absoluten Maßsystem ist das Zentimeter. Dieses ist bestimmt als der 100. Teil eines in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes, während das Meter selbst willkürlich ungefähr gleich dem 10 millionsten Teil des durch Paris gehenden Erdquadranten gewählt ist. Für die im absoluten Maß gemessenen Größen führen wir durchweg fette Buchstaben ein. Wir bezeichnen daher die Länge in Zentimeter mit dem Buchstaben l in fetter Schrift, dagegen die Länge in Meter mit dem Buchstaben l in gewöhnlicher Schrift.

Die Einheit der Masse im absoluten Maßsystem ist das Gramm. Dieses ist bestimmt als die Masse eines Kubikzentimeters Wasser bei 4° C. oder besser als die Masse, die so viel wiegt wie 1 ccm Wasser von 4° C. Das Gewicht eines Körpers in Gramm gibt also ohne weiteres seine Masse im absoluten Maß an.

So einfach das ist, so bietet es doch im Anfang einige Schwierigkeiten, weil man sonst in der Technik gewohnt ist, das 1000 fache eines Grammes nicht als Masseneinheit, sondern als Kräfteinheit zu verwenden. Infolgedessen erhält man bekanntlich im technischen Maß die Masse eines Körpers, indem man das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere dividiert. Wiegt z. B. ein Körper 9,81 kg, so ist seine Masse im gewöhnlichen technischen Maß gleich $9,81 : 9,81$, d. h. eine technische Masseneinheit. Im Gegensatz dazu ist die Masse desselben Körpers, wenn sie im absoluten Maß gemessen wird, zahlenmäßig gleich seinem Gewicht in Gramm, also gleich $9,81 \cdot 1000 = 9810$ g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten.

Bei genauer Betrachtung ist indessen diese Schwierigkeit nicht größer, als wenn man sagt, daß 1 m gleich 100 cm ist. Wenn man die erste

Schwierigkeit überwunden hat, erscheint sogar die Wahl des Grammes als Masseneinheit besonders einfach, weil man es bei dem Kubikzentimeter Wasser wirklich mit einem Stoff, also mit einer Masse zu tun hat. Allerdings muß man nun im absoluten Maßsystem darauf verzichten, die Kräfte in einem so praktisch naheliegendem Maß zu messen, wie im technischen Maßsystem. — Wir bezeichnen die in Gramm gemessene Masse mit dem Buchstaben M .

Als Einheit der Zeit ist die Sekunde gewählt. Sie ist bestimmt als der 86 400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit dem Buchstaben t .

Die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit usw., lassen sich nun als Funktionen oder Dimensionen der Länge, Masse und Zeit darstellen. Da der Ausdruck „Dimension“ im Anfang Schwierigkeiten macht, so soll er an einigen besonders einfachen Fällen deutlich gemacht werden. Eine Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, ebenso der Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil ihr Betrag sich rechnerisch ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit dividieren. In derselben Weise können wir die meisten vorkommenden Größen als Funktionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Die Dimension der Fläche ist z. B. L^2 , die des Raumes L^3 und die der Geschwindigkeit $L T^{-1}$.

Weiter ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern daß sie mit Notwendigkeit aus den gewählten Einheiten des Zentimeters, des Grammes und der Sekunde folgen. So z. B. ergibt sich mit Notwendigkeit die Einheit der Fläche als ein Quadratzentimeter, die Einheit des Raumes als ein Kubikzentimeter und die Einheit der Geschwindigkeit als ein Zentimeter in der Sekunde. Wir stellen uns nun im folgenden die Aufgabe, die Dimensionen der verschiedenen Größen abzuleiten, ihre Einheiten im absoluten Maß daraus zu folgern und diese Einheiten mit den praktischen Einheiten zu vergleichen.

38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft.

a) Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist bestimmt als das Verhältnis des Weges zu der Zeit oder als der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Geschwindigkeit: } \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}.$$

Bezeichnet v die Geschwindigkeit im absoluten Maß, so erhalten wir:

$$v = \frac{l}{t} \text{ cm/sek.}$$

Die absolute Einheit der Geschwindigkeit ist ein Zentimeter in der Sekunde oder per Sekunde, oder kürzer 1 cm/sek. Da das Wort „per“ gleichbedeutend mit „durch, d. h. dividiert durch“ ist, so gibt die Bezeichnung „Zentimeter per Sekunde“ ohne weiteres die Funktion der Geschwindigkeit an oder wie man die Geschwindigkeit aus den Zentimetern und den Sekunden berechnet.

Beispiel: Der Durchmesser des Rotors eines Turbogenerators für Wechselstrom sei gleich 0,5 m und die Drehzahl in der Minute gleich 3000. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Rotorumfang} & \dots \dots \dots 0,5 \cdot \pi = 1,57 \text{ m,} \\ \text{Weg in der Minute} & \dots \dots 1,57 \cdot 3000 = 4710 \text{ m.} \end{aligned}$$

Drücken wir nun den Weg in Zentimeter und die Zeit in Sekunden aus, so erhalten wir:

$$l = 4710 \cdot 100 = 471\,000 \text{ cm,} \quad t = 60 \text{ sek.}$$

Demnach ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{471\,000}{60} = 7850 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

b) Beschleunigung.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}}.$$

Dabei ist die Dimension der Geschwindigkeitszunahme dieselbe wie die der Geschwindigkeit, also $L \cdot T^{-1}$. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Beschleunigung: } \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}.$$

Bezeichnet v_1 die Anfangsgeschwindigkeit, v_2 die Endgeschwindigkeit, und ist die Beschleunigung gleichförmig, so ergibt sie sich im absoluten Maß zu:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

Die absolute Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um die absolute Einheit, d. h. um 1 cm/sek wächst.

Beispiel: Die Anfangsgeschwindigkeit sei 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 Sek. 29,43 m in der Sekunde. Wie groß ist die Beschleunigung im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm/sek}, \quad t = 3.$$

Demnach:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}.$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erkennt, daß man das Ergebnis im absoluten Maß erhält, wenn man die einzelnen Größen in der Rechnung im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in Zentimeter anzugeben ist, auch nicht in Zentimeter in der Sekunde, sondern, wenn man genau sein will, in Zentimeter durch Sekundequadrat. Ebensowenig wie wir eine Fläche in Zentimeter messen, ebensowenig dürfen wir eine Beschleunigung durch die Anzahl der Zentimeter in der Sekunde ausdrücken, da dieses Maß nur für die Geschwindigkeit gilt. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung, da man nur solche Größen miteinander vergleichen kann, deren Dimensionen gleich sind. Ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen auf beiden Seiten einer Gleichung nicht übereinstimmen. Es ist also sehr wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen eine strenge Gewissenhaftigkeit übt und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

c) Kraft.

Die Kraft ist in der Mechanik bestimmt als das Produkt aus Masse und Beschleunigung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}.$$

Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Kraft: } M \cdot L \cdot T^{-2} = L \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Ist f die Kraft und M die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$f = M \cdot a.$$

Die absolute Einheit ist also die Kraft, die der absoluten Masseneinheit oder einem Kubikzentimeter Wasser die Beschleunigung 1 cm/sek^2 erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn.

Beispiel: Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde ein Kilogramm-gewicht anzieht?

Wir erhalten:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}, \quad 9,81 \text{ m/sek}^2 = 981 \text{ cm/sek}^2.$$

Demnach ergibt sich im absoluten Maß:

$$M = 1000, \quad a = 981.$$

Also:

$$f = 981\,000 \text{ Dyn.}$$

Das Kilogrammgewicht oder die technische Einheit der Kraft ist also gleich 981 000 Dyn. Wenn wir nun, wie früher für das Kilogramm-
gewicht als Kraft die Bezeichnung kg^* einführen, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981\,000 \text{ Dyn}, \\ 1 \text{ Dyn} &= \frac{1}{981\,000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. \end{aligned}$$

Von dem mechanischen Kraftbegriff unterscheidet sich der astro-
nomische. Das Gesetz über die Schwerkraft lautet nämlich in seiner ein-
fachsten Form:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

wo f die Kraft, m die Masse und r die Entfernung bedeutet. Daraus
ergibt sich die Dimension der Kraft im astronomischen Maß zu $\text{M}^2 \cdot \text{L}^{-2}$.
Es wäre nicht zulässig, beide Dimensionen der Kraft einander gleich zu
setzen (vergl. die verschiedenen Dimensionen der Elektrizitätsmenge im
elektrostatischen und im absoluten Maß auf S. 109). Jedenfalls zeigt
der Unterschied zwischen der Dimension der Kraft im absoluten und
astronomischen Maßsystem, daß die Dimensionen nicht von vornherein im
Wesen der betreffenden Größe begründet sind, oder daß sie wenigstens
ihr Wesen nicht vollständig erschöpfen.

39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl.

a) Polstärke.

Die Polstärke oder die Menge des nach außen wirkenden, freien
Magnetismus wird gemessen durch die vom Pol unter bestimmten Ver-
hältnissen ausgeübte Kraft. Nach dem Coulombschen Gesetz ist die
Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Polstärken der beiden Pole und r die Entfernung
zwischen beiden Polen ist. Sehen wir jetzt, wo es sich noch nicht um
Zahlenwerte handelt, von den Indizes ab und schreiben:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

so erhalten wir:

$$m = r \sqrt{f}.$$

Um also die Dimension der Polstärke zu finden, haben wir aus der
Dimension der Kraft die Wurzel zu ziehen und das Ergebnis mit der
Dimension der Entfernung r , d. h. mit einer Länge zu multiplizieren.
Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Polstärke: } \text{L} \cdot \sqrt{\text{L} \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2}} = \text{L}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{T}^{-1}.$$

Nach dem Coulombschen Gesetz hat ein Pol die Einheit der Polstärke, wenn er auf den gleichen Pol in der Entfernung von einem Zentimeter die Kraft 1 Dyn ausübt.

b) Feldstärke.

Die Kraft, die von einem magnetischen Feld auf einen Pol ausgeübt wird, ist nach Gleichung (12) auf S. 50 um so größer, je größer die Feldstärke und je größer die Polstärke ist. Ist also \mathfrak{S} die Feldstärke, so wird:

$$f = m \cdot \mathfrak{S}.$$

Daraus folgt:

$$\mathfrak{S} = \frac{f}{m}.$$

Man muß sich gewöhnen, derartige Gleichungen in Worten zu lesen. Die Feldstärke \mathfrak{S} ist die Kraft, bezogen auf die Poleinheit, oder die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Ihre Dimension ergibt sich also, wenn wir die Dimension der Kraft durch die Dimension der Polstärke dividieren. Wir erhalten dann:

$$\text{Dimension der Feldstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{\frac{3}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2} \cdot T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das mit der Kraft 1 Dyn auf den Pol 1 wirkt.

Beispiel: Auf den Nordpol von 100 absoluten Einheiten wirke in einem magnetischen Felde die Kraft 20 Dyn. Wie stark ist das Feld?

Wir erhalten:

$$\mathfrak{S} = \frac{f}{m} = \frac{20}{100} = 0,2.$$

c) Die Kraftlinienzahl.

Nach Abschnitt 21 ist die Anzahl der Kraftlinien auf einem Quadratcentimeter gleich der Feldstärke. Die Kraftlinienzahl N ist dann das Produkt aus der Feldstärke mal der Fläche:

$$N = \mathfrak{S} \cdot Q.$$

Wir erhalten also die Dimension der Kraftlinien, wenn wir die Dimension der Feldstärke mit der Dimension einer Fläche multiplizieren:

$$\text{Dimension der Kraftlinien: } L^2 \cdot L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Kraftlinie ist auf einem Quadratcentimeter vorhanden, wenn auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausgeübt wird. Es fällt nun auf, daß die Dimension der Kraftlinien dieselbe ist wie die Dimension der Polstärke. Das stimmt damit überein, daß man die Kraftlinien-

zahl eines Poles unmittelbar ermittelt, indem man nach S. 53 die Polstärke mit 4π multipliziert:

$$N = 4\pi m.$$

Wenn also die Kraftlinienzahl und die Polstärke sich nur durch den konstanten Faktor 4π unterscheiden, so sind ihre Dimensionen gleich. Eine Kraftlinie ist dann einfach bestimmt als der 4π te Teil der vom Pol 1 ausgehenden Kraftströmung.

40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand.

a) Elektromotorische Kraft.

Die elektromotorische Kraft ist bestimmt als die Anzahl der Kraftlinienschnitte in der Sekunde. Demnach folgt:

$$\text{Dimension der elektromotorischen Kraft: } L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird induziert, wenn eine Kraftlinie in der Sekunde geschnitten wird. Das 10^8 fache der absoluten Einheit nennen wir 1 Volt.

1 Volt = 10^8 Kraftlinienschnitte in der Sekunde = 10^8 absolute Einheiten.

Bezeichnet also E die elektromotorische Kraft in Volt und ändert sich der Kraftfluß, der eine Spule von ξ Windungen durchsetzt, in der Zeit dt um den Betrag dN , so ergibt sich:

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}.$$

Die elektromotorische Kraft, die induziert wird, wenn ein Leiter von der Länge l cm mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek senkrecht durch ein Feld von der Stärke \mathfrak{S} hindurchschneidet, ist dann nach Gleichung (17) auf S. 66:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$$

b) Stromstärke.

Im Felde \mathfrak{S} wird auf den Leiter von der Länge l , der vom Strome I durchflossen wird, eine Kraft ausgeübt, die sich nach Gleichung (19) auf S. 68 zu

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l$$

berechnet. Wir erhalten dann die Stromstärke im absoluten Maß zu

$$I = \frac{f}{\mathfrak{S} \cdot l}.$$

Die Dimension der Stromstärke ergibt sich dadurch aus den Dimensionen der Kraft, der Feldstärke und der Länge zu:

$$\text{Dimension der Stromstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot L} = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Stärke hat der Strom, der die Kraft 1 Dyn ausübt, wenn er 1 cm im Felde 1 durchfließt. Der zehnte Teil dieser absoluten Einheit ist willkürlich als praktische Einheit gewählt und 1 Ampere genannt.

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} \text{ absolute Einheit.}$$

Die Zahl der Ampere ist also immer 10 mal so groß wie die Zahl der gleichwertigen absoluten Einheiten.

Gesetzlich ist das Ampere bestimmt als die Stromstärke, die in der Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

c) Elektrizitätsmenge.

Da die Stromstärke die Elektrizitätsmenge ist, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt, so ist die Elektrizitätsmenge das Produkt aus der Stromstärke und der Zeit. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Elektrizitätsmenge: } L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}.$$

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge ist diejenige, die in einer Sekunde durch den Querschnitt fließt, wenn die Stromstärke gleich der absoluten Einheit ist. Der zehnte Teil, der also dem Ampere entspricht, ist die praktische Einheit und heißt 1 Coulomb.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} \text{ absolute Einheit.}$$

Bezeichnet nun Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb und I die Stromstärke in Ampere, so ergibt sich:

$$Q = I \cdot t.$$

Von der Einheit des Coulomb leiten sich folgende Einheiten ab:

$$1 \text{ Mikrocoulomb} = \frac{1}{10^6} \text{ Coulomb} = 10^{-6} \text{ Coulomb,}$$

$$1 \text{ Amperestunde} = 3600 \text{ Coulomb.}$$

Anders ergibt sich die Dimension der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen Maß. Nach dem Coulombschen Gesetz für Elektrizität ist die Kraft, mit der zwei Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Elektrizitätsmengen im elektrostatischen Maß sind. Die elektrostatische Einheit ist dabei die Elektrizitätsmenge, die auf die gleiche Elektrizitätsmenge in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit ist $3 \cdot 10^9$ mal so klein wie ein Coulomb, d. h. $3 \cdot 10^{14}$ mal so klein wie die absolute Einheit der strömenden Elektrizität. Die Dimension der Elektrizitätsmenge im statischen Maß ist:

$$\dim m = \dim r \sqrt{f} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheiten der Elektrizitätsmenge im statischen und dynamischen Maß unterscheiden sich also nicht nur durch den Faktor $3 \cdot 10^{10}$, sondern auch in der Dimension durch den Faktor $L \cdot T^{-1}$, d. h. durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Das wird von besonderer Bedeutung durch den Versuch von Rowland: Erteilt man einem Ring, der auf jedem Zentimeter Länge mit der statischen Einheit der Elektrizität geladen ist, eine Umfangsgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}} = 300000 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$, so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom mit der absoluten Einheit der Stromstärke. Dabei ist $300000 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$ zugleich die Geschwindigkeit des Lichts und der Elektrizität.

d) Der Widerstand.

Der Widerstand ist bestimmt als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke:

$$R = \frac{E}{I}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension des Widerstandes: } \frac{L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}} = L \cdot T^{-1}.$$

Die Dimension des Widerstandes ist also dieselbe wie die Dimension der Geschwindigkeit, und die absolute Einheit ist, so sonderbar es klingt, ein Zentimeter in der Sekunde. Dies ist der Widerstand, in dem die sehr kleine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft die verhältnismäßig große absolute Einheit der Stromstärke erzeugt. Das 10^9 fache dieser sehr kleinen absoluten Einheit des Widerstandes nennt man ein Ohm. Dies ist der Widerstand, in dem ein Volt den Strom 1 Ampere erzeugt:

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ absolute Einheiten.}$$

Gesetzlich ist das Ohm bestimmt als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Aus der gesetzlichen Festsetzung des Ohm und des Ampere folgt dann die gesetzliche Bestimmung für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die, an den Enden von einem Ohm liegend, die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom von 1 Ampere an den Enden eines Widerstandes von einem Ohm schafft.

41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung.

a) Arbeit.

Mechanische Arbeit ist bestimmt als das Produkt aus Kraft und Weg. Daraus folgt ihre Dimension:

$$\text{Dimension der Arbeit: } L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet, wenn die Kraft ein Dyn längs des Weges von 1 cm Länge wirkt. Man nennt diese absolute Arbeitseinheit ein Zentimeterdyn oder ein Erg. Bezeichnet A die Arbeit in Erg und s den Weg in Zentimeter, so ergibt sich:

$$A = f \cdot s.$$

Beispiel: Wie groß ist die Arbeit in Erg, die geleistet wird, wenn ein Kilogrammgewicht ein Meter hoch gehoben wird?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, & 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm.} \\ f &= 981000 & s &= 100, \\ A = f \cdot s &= 981000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.} \end{aligned}$$

Ein Meterkilogramm oder die technische Arbeitseinheit ist also gleich $9,81 \cdot 10^7$ Erg.

Wenn nun nach Abschnitt 10 das Produkt $E \cdot I \cdot t$ die elektrische Arbeit darstellt, so muß es auch die Dimension der Arbeit haben. Das ergibt sich in der Tat, wenn man die Dimensionen der elektromotorischen Kraft, Stromstärke und Zeit miteinander multipliziert. Die absolute Einheit der elektrischen Arbeit ist natürlich ebenfalls das Erg.

Nun ist ein Volt gleich 10^8 absolute Einheiten und 1 Ampere gleich $\frac{1}{10}$ absolute Einheit. Demnach ist:

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ Amp} \times 1 \text{ Volt} \times 1 \text{ Sek} = 10^8 \cdot \frac{1}{10} \cdot 1 \text{ absolute Einheiten}$$

oder $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg.}$

Ferner ergab sich oben:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

b) Wärme.

Da die Wärme gleichwertig ist mit der Arbeit, so ist ihre Dimension dieselbe wie die der Arbeit. Da aber die Teilung des zur Messung der Temperatur dienenden Thermometers willkürlich gewählt ist, so dürfen wir uns nicht wundern, wenn beim Jouleschen Gesetz ein konstanter Faktor auftritt, der z. B. bei den Gesetzen von Ohm und Coulomb durch geeignete Wahl der betreffenden Einheiten vermieden ist.

Als Einheit der Wärme sei die sog. „kleine Kalorie“ zugrunde gelegt, durch welche 1 g Wasser von 0 Grad auf einen Grad erwärmt wird. Ihre Beziehung zur mechanischen Arbeit ergibt sich aus dem durch den Versuch bestimmten mechanischen Wärmeäquivalent, wonach 1 kkal = 427 mkg, also 1 gkal. = 0,427 mkg ist.

Da ein Meterkilogramm gleich $9,81$ Joule ist, so erhalten wir:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule} = \frac{1}{0,24} \text{ Joule,}$$

oder $1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.}$

Da ist nur ein anderer Ausdruck für das Joulesche Gesetz, wonach die Wärmemenge Q in Grammkalorien sich nach der Gleichung

$$Q = 0,24 E \cdot I \cdot t$$

ergibt.

c) Leistung.

Leistung oder Effekt ist die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit:

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$$

Daraus folgt:

$$\text{Dimension der Leistung: } L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$$

Die absolute Einheit der Leistung ist 1 Erg in der Sekunde. Diese Leistung ist außerordentlich klein, und man faßt daher 10^7 Erg in der Sekunde unter der Bezeichnung „ein Watt“ zusammen:

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg in der Sekunde} = 1 \text{ Joule in der Sekunde}$$

Da nun die elektrische Arbeit in Joule gleich dem Produkt $E \cdot i \cdot t$ war, so ist $E \cdot I$ die elektrische Leistung, gemessen in Joule in der Sekunde oder in Watt. Bezeichnet also P die Leistung in Watt, so erhalten wir:

$$P = E \cdot I$$

Die technische Einheit der elektrischen Leistung, wie sie neuerdings auch als Einheit für die mechanische Leistung angenommen ist, ist das Kilowatt, das sind 1000 Watt. *)

42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität.

a) Die Induktivität.

Nach Abschnitt 32 ergibt sich die Induktivität in Henry zu:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

Wird in den Ableitungen auf S. 85 die Stromstärke und die elektromotorische Kraft im absoluten Maße gemessen, so erhält man als Induktivität im absoluten Maß die Größe $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l}$.

Da 4π , ξ und μ reine Zahlen sind, so ergibt sich:

$$\text{Dimension der Induktivität: } \frac{L^2}{L} = L$$

Die Dimension ist also eine Länge und die Einheit das Zentimeter. 1 Henry ist dann gleich $10^9 \text{ cm} = \frac{1}{4}$ des Erdumfanges. Dies ist die

*) Das Verhältnis des Kilowatt zu der früher gebräuchlichen Einheit der Pferdestärke ergibt sich durch folgende Beziehungen:

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek}} = 9,81 \text{ Watt}$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 0,736 \text{ Kilowatt}$$

Induktivität einer Spule, in der 1 Volt induziert wird, wenn die Stromstärke gleichmäßig in der Sekunde um 1 Ampere wächst.

b) Kapazität.

Ein Kondensator besteht aus zwei dicht gegenüberstehenden Metallplatten, die durch eine isolierende Schicht, das sog. Dielektrikum, voneinander getrennt sind. Werden beide Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle verbunden, so lädt sich der Kondensator, indem positive Elektrizität auf die eine Platte und negative auf die andere Platte fließt. Dieses Fließen dauert so lange, bis der Gegendruck des Kondensators der Spannung der Elektrizitätsquelle das Gleichgewicht hält. Die Elektrizitätsmenge Q , die dabei auf den Kondensator gedrückt wird, ist um so größer, je größer die Spannung der Stromquelle und je größer die Aufnahme-fähigkeit oder Kapazität des Kondensators ist.

Es ergibt sich also die Beziehung:

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Spannung} \times \text{Kapazität.}$$

Die Kapazität ist proportional der Fläche der Platten und umgekehrt proportional dem Abstand. Außerdem hängt sie von der Natur des Dielektrikums ab.

Die Dimension der Kapazität erhalten wir, wenn wir die Dimension der Elektrizitätsmenge durch die der Spannung dividieren:

$$\text{Dimension der Kapazität: } \frac{\frac{1}{L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}}}{\frac{3}{L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}}} = L^{-1} \cdot T^2.$$

Die absolute Einheit der Kapazität hat ein Kondensator, der durch die absolute Einheit der Spannung mit der absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge geladen wird. Nun ist die absolute Einheit der Spannung sehr klein, nämlich gleich dem 100millionsten Teil eines Volt. Dagegen ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge verhältnismäßig groß, nämlich gleich 10 Coulomb. Demnach müßte der Kondensator, der die absolute Einheit der Kapazität besitzen soll, unglaubliche Dimensionen haben, wenn er trotz einer großen Ladung einen ganz geringen Gegendruck ausüben soll. Man nimmt daher als praktische Einheit die Kapazität eines Kondensators, der durch 1 Volt mit einem Coulomb geladen wird. Man nennt diese Einheit ein Farad.

Bezeichnet also C die Kapazität in Farad, Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb und E die Spannung des Kondensators, so ergibt sich:

$$C = \frac{Q}{E} \text{ Farad.} \quad (26)$$

Da ein Coulomb gleich 10^{-1} absoluten Einheiten und ein Volt gleich 10^8 absoluten Einheiten ist, so ist ein Farad gleich 10^{-9} absoluten Einheiten. Ein Mikrofarad ist gleich 10^{-6} Farad.

Sechstes Kapitel.

43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator. — 44. Zweipolige Ringwicklung. —
 45. Zweipolige Trommelwicklung. — 46. Ring mit Parallelwicklung. — 47. Trommel mit
 Parallelwicklung. — 48. Ring mit Reihenwicklung. — 49. Trommel mit Reihenwicklung. —
 50. Trommel mit Reihen-Parallelwicklung.

43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator.*)

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, wurden die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten und vor allem die Erscheinung der Induzierung von elektromotorischer Kraft durch Bewegung

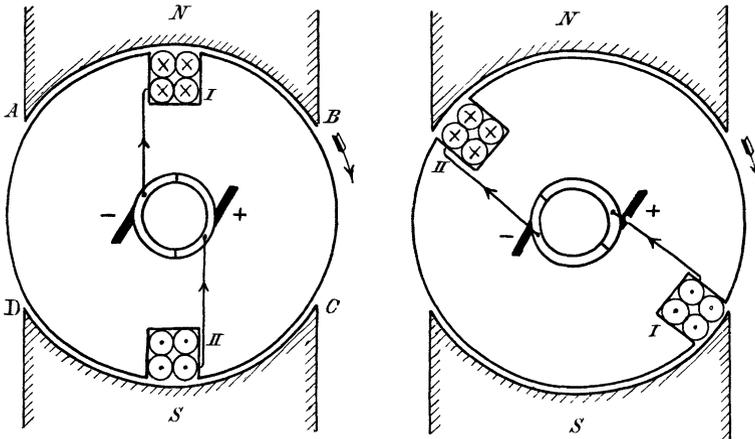


Fig. 81 a.

Fig. 81 b.

Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator.

eines Leiters im magnetischen Feld bekannt. In dem Siemensschen Doppel-T-Anker (Fig. 81 a und b) fand dies Gesetz eine seiner wichtigsten Anwendungen. Dieser Anker besteht aus einem Eisenzylinder, in dessen Nuten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht untergebracht ist. Die Wicklung ist an zwei voneinander isolierte Hälften eines Schleifringes angeschlossen.

Wird der Eisenzylinder zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in den Nuten liegenden Drähte durch die Kraft-

*) Über Ankerwicklungen siehe Arnold, Die Gleichstrommaschine Bd. I.

linien hindurch, so daß in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert wird. In Fig. 81 a befinden sich die Spulenseiten, d. h. die zu einer Gruppe vereinigten Drähte, gerade vor den Polen. Wie die Faradaysche Schwimmerregel (Abschnitt 26) ergibt, ist die induzierte elektromotorische Kraft bei der gegebenen Drehungsrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten gerichtet. Da sie gleichzeitig in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist, so addieren sich die in den beiden Teilen einer Windung induzierten elektromotorischen Kräfte. Ebenso addieren sich auch die elektromotorischen Kräfte aller einzelnen Windungen.

Da die vom Nordpol austretenden Kraftlinien in gleichmäßiger Verteilung senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers eindringen, so ist die Feldstärke \mathfrak{S} im Luftzwischenraum wesentlich gleichmäßig. Während also die Spulenseite sich vor dem Polbogen befindet, ist die elektromotorische Kraft nach Gleichung (17) auf S. 66:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei haben wir für l die Gesamtlänge der vor beiden Polen liegenden Leiter in Zentimeter, und zwar ohne die Stirnverbindungen, einzusetzen, während v die Umfangsgeschwindigkeit in Zentimeter in der Sekunde bedeutet.

Tritt nun die Spulenseite I bei B aus dem Bereiche des Poles heraus, so sinkt die elektromotorische Kraft ziemlich rasch auf Null. Sie bleibt dann Null, solange die Spulenseiten sich in dem Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt dann die Spulenseite I bei C in den Bereich des Südpoles (Fig. 81 b), so wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, die von hinten nach vorn wirkt, also entgegengesetzt ist wie früher.

In der Spule werden also elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung erzeugt. Wir verbinden nun die beiden Hälften des Schleifringes mit Hilfe von Bürsten, die auf dem Schleifring aufliegen, mit einem äußeren Stromkreise. Wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, daß die Isolation, die den Schleifring in zwei Hälften teilt, in der Windungsebene der Spulen liegt, so müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in dem Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht, angelegt werden. Dann werden in dem Augenblick, in welchem die Richtung der elektromotorischen Kraft innerhalb der Spule wechselt, gleichzeitig die Enden der Spule an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Netzes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe, so daß im äußeren Stromkreise aus dem in der Spule fließenden Wechselstrom ein in seiner Stärke wechselnder Gleichstrom geworden ist (Fig. 82).

In Fig. 81 a ergibt sich aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste die positive ist, weil der Strom dort aus der Maschine herausfließt. Sie bleibt auch die positive, nachdem die Spulenseite I in

den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Fig. 81 b).

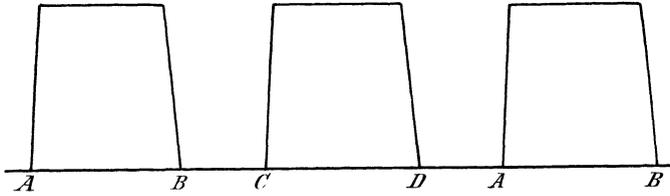


Fig. 82.

Zeitlicher Verlauf des Stromes beim Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator.

44. Zweipolige Ringwicklung.

Damit der äußere Strom nicht nur in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke konstant bleibt, muß man den Schleifring in mehrere Teile teilen, d. h. einen mehrteiligen Kommutator anwenden. Das geschah zuerst im Jahre 1860 durch Pacinotti, und dann später, nachdem die Pacinottische Erfindung unbeachtet geblieben war, durch Gramme. Der Grammesche Ring besteht aus einem Hohlzylinder aus Eisen mit einer fortlaufenden, in sich geschlossenen Spiralwicklung aus isoliertem Kupferdraht (Fig. 83). Die Art, wie die Wicklung gezeichnet ist, darf uns nicht verleiten, anzunehmen, daß wir es bei dem Ring mit einer geringen Ausdehnung in Richtung der Achse zu tun haben. Man sollte in der Tat lieber vom Grammeschen Hohlzylinder als vom Grammeschen Ring sprechen. In Fig. 83 besteht die Wicklung aus acht Spulen von je zwei Windungen. Die Zahl der Spulen und der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Spulen liegen alle dicht nebeneinander. Sie sind sämtlich in gleichem Sinne gewickelt.

Auf der verlängerten Achse befindet sich der vierteilige Kollektor oder Kommutator aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist durch radiale Unterteilungen parallel zur Achse in ebenso viele voneinander isolierte Segmente geteilt, wie der Anker Spulen enthält. Die Isolation der Segmente wird am besten wieder, wie in Fig. 81 a und b, so gezeichnet, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen elektrisch miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem davor liegenden Kollektorsegment hin ab. Auf diese Weise wird die Zeichnung besonders einfach, und die fortlaufende, in sich geschlossene Spirale kommt deutlich zum Ausdruck. Bei der praktischen Ausführung würde sich jedoch bei einer solchen Ausführung eine große Reihe von Lötstellen in der Ankerwicklung ergeben. Man zieht daher die Anordnung vor, bei der das Ende einer Spule unmittelbar zu einem Kollektorsegment geführt und dort mit dem Anfang der nächsten Spule vereinigt wird. Das Kollektorsegment bildet dann die Verbindung zwischen zwei nebeneinander liegenden Spulen.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines Elektromagneten gedreht, so schneiden die Drähte der Wicklung durch die Kraftlinien hindurch. Da die Kraftlinien durch das Eisen des Ringes vom Nordpol zum Südpol verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei von Kraftlinien ist, so finden die Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche vor den Polen statt. Schwimmen wir nun z. B. in Fig. 83 bei *A* vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also nach rechts, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den

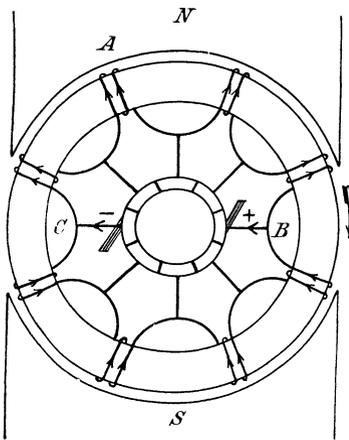


Fig. 83. Grammescher Ring, alle Spulen im Stromkreis.

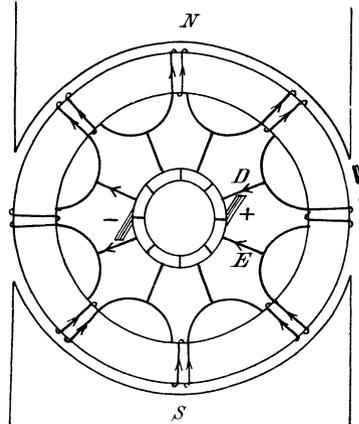


Fig. 84. Grammescher Ring, je eine Spule durch die Bürsten kurz geschlossen.

Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, daß bei Rechtsdrehung eines Generators der Strom in allen vorderen Stirnverbindungen in der Richtung vom Südpol zum Nordpol fließt.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, hängt wie oben beim Doppel-T-Anker davon ab, daß wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle aus der Maschine herauszufließen. Die Pfeile in Fig. 83 zeigen, daß je eine elektromotorische Kraft in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stoßen, die sich entgegenwirken und sich innerhalb der Maschine gegenseitig aufheben. Legen wir nun bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch einen äußeren Leiter, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äußeren Leiter und kehrt bei *C* wieder in die Maschine zurück, um auf zwei parallelen Wegen durch die Wicklung nach *B* weiterzufließen. Wir

haben also bei B die positive und bei C die negative Bürste. Vorausgesetzt, daß die Isolation zwischen den Kollektorsegmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet, liegen die Bürsten wieder auf einem zu den Kraftlinien senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone.

Ist die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang sehr groß, so liegen vor den Polen immer gleichviel Drähte, gleichgültig, welchen Zeitpunkt wir ins Auge fassen, und die elektromotorische Kraft ist praktisch in allen Augenblicken gleich groß. Der große Vorteil, der durch den Grammeschen Ring mit dem vierteiligen Kollektor gegenüber den früheren Maschinen erzielt ist, liegt auf der Hand.

Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt nun auch dann nicht ein, wenn infolge der Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Kollektorsegmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 84). Allerdings werden die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen und dadurch aus dem Stromkreise ausgeschaltet. Der Strom fließt z. B. in Fig. 84 unmittelbar von den Punkten D und E aus auf die positive Bürste zu. Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt aber dadurch nicht ein, weil die ausgeschalteten Spulen bei der theoretisch richtigen Bürstenstellung überhaupt keine Kraftlinien schneiden. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlicher Bedeutung, da die Zahl der Spulen, d. h. die Zahl der Kollektorsegmente, groß gewählt wird.

Die elektromotorische Kraft der Maschine ergibt sich nach Gleichung (17) auf S. 66 zu:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Da die elektromotorischen Kräfte in den beiden Ankerhälften sich nicht addieren, sondern parallel geschaltet sind, so bedeutet l die induzierte Leiterlänge vor einem einzigen Pol.

Es sei nun

- d der Ankerdurchmesser in Zentimeter,
- b die Ankerlänge in Zentimeter,
- β der Winkel der Polbohrung,
- N die Gesamtzahl der Kraftlinien eines Poles,
- z die Gesamtzahl der Leiter auf der äußeren Mantelfläche,
- n die Drehzahl in der Minute,

dann ergibt sich die Geschwindigkeit v zu

$$v = d \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Da die Anzahl der Leiter vor einem Pol gleich $\frac{z \cdot \beta}{360}$ ist, so ist die induzierte Drahtlänge l vor einem Pol:

$$l = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Wir führen die Werte von l und v in die Gleichung für E ein und setzen den Kraftfluß N gleich der Feldstärke \mathfrak{H} mal der Polfläche, d. h.:

$$N = \mathfrak{H} \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Dadurch erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist z. B. $N = 3 \cdot 10^6$, $n = 1100$ und $z = 200$, so wird:

$$E = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1100}{60} \cdot 200 \cdot 10^{-8} = 110 \text{ Volt.}$$

Bei Berechnung des Ankerwiderstandes R_a ist zu beachten daß die beiden Ankerhälften parallel geschaltet sind.

Bedeutet also

l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Meter,
 q den Drahtquerschnitt in Quadratmillimeter,

so ist der Widerstand eines einzelnen Zweiges gleich $\varrho \cdot \frac{l/2}{q}$. Der Widerstand der beiden parallelen Zweige ist halb so groß, ergibt sich also bei zweipoliger Wicklung zu:

$$R_a = \frac{\varrho \cdot l/2}{2q} = \frac{\varrho \cdot l}{4q}.$$

Der spezifische Widerstand ϱ des warmen Kupfers kann dabei zu 0,02 angenommen werden.

45. Zweipolige Trommelwicklung.

Bei Ringankern werden die Drähte auf der inneren Mantelfläche nicht zur Erzeugung der elektromotorischen Kraft ausgenutzt.

Die im Jahre 1872 von Hefner-Alteneck erfundene Trommelwicklung nützt den Draht besser aus und ist daher allgemein an die Stelle des Ringankers getreten. Wenn wir dennoch im folgenden zuweilen auf den Ringanker zurückkommen, so geschieht dies, weil die Grundgesetze, die für die Trommelanker gelten, durch Betrachtung des einfacheren Ringankers wesentlich einleuchtender werden.

Bei der Trommelwicklung werden die Drähte auf der Mantelfläche vor dem Nordpol entlang und dann quer über die Stirnfläche zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte des Südpoles geführt. Je eine vor dem Nordpol und vor dem Südpol liegende Spulenseite gehören also zu einer Spule zusammen. Unter Spulenseite ist dabei eine hintereinander geschaltete, zusammengehörige, gleichmäßig induzierte Drahtgruppe zu verstehen. Das Ende der ersten Spule ist dann mit dem Anfang der zweiten Spule zu verbinden. Es ist darauf zu achten, daß die Wicklung auf dem ganzen Ankerumfang gleichmäßig verteilt werden muß.

Zu dem Zwecke teilen wir den Ankerumfang in eine beliebige Anzahl Teile (in Fig. 85 sind 8 Teile gewählt) und bezeichnen die Teilpunkte fortlaufend mit 1, 2, 3 usw. Die so bezeichneten Punkte stellen uns die Anfänge der Spulen dar. Wir führen nun den Draht bei 1 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten ihn eigentlich hinten zur diametral gegenüberliegenden Stelle weiterführen. Da diese aber durch den Anfang der fünften Spule besetzt ist, so führen wir die gestrichelte hintere Stirnverbindung von 1 aus nach dem neben Punkt 5 liegenden Punkte 1'. Bei 1' gehen wir auf der Mantelfläche von hinten nach vorn. Die Drähte 1-1' bilden dann mit den zugehörigen Stirnverbindungen eine Windung. Von 1' gehen wir dann vorn nach 1 zurück

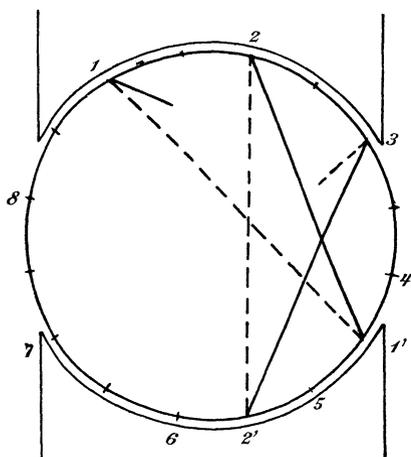


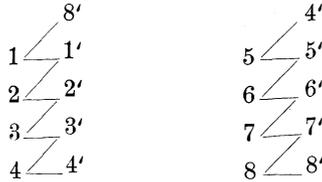
Fig. 85. Schaltbild der zweipoligen Trommel.
Fortlaufende Numerierung der Spulenanfänge.

und wickeln die Spule 1-1', 1-1', 1-1' usw. zu Ende. Der Einfachheit wegen besteht in Fig. 85 jede Spule nur aus einer Windung. Es hindert uns aber nichts, anzunehmen, daß jede Windung uns eine aus mehreren Windungen bestehende Spule darstellt.

Nachdem nun die erste Spule fertig gewickelt ist, gehen wir von 1' aus auf der vorderen Stirnfläche zum Punkt 2, d. h. zum Anfang der 2. Spule. Wir führen wieder den Draht bei 2 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten hinten nach dem Punkte 6 hin umbiegen. Da Punkt 6 besetzt ist, so führen wir den Draht in Richtung der punktierten Stirnverbindung nach dem Punkt 2' neben dem Punkte 6. Von 2' hinten geht die Wicklung weiter nach 2' vorn und dann nach Fertigstellung der Spule 2-2' auf der vorderen Stirnfläche nach 3 usw.

Wir haben am Schlusse, wie es in Fig. 86 und den folgenden Figuren geschehen ist, das Ende der ganzen Wicklung mit dem Anfang zu verbinden und so die Wicklung kurz zu schließen. Dann sind noch die Verbindungspunkte je zweier Spulen mit den Kollektorsegmenten zu verbinden. Wir zeichnen dabei am einfachsten die Isolation zweier Segmente gegenüber den Eckpunkten des regulären Achtecks, das von den vorderen Stirnverbindungen gebildet wird. Von dem Mittelpunkt jeder Stirnverbindung, die zwei verschiedene Spulen miteinander verbindet, führen wir dann einen Draht zum nächstliegenden Segment.

Wir können nun für die Wicklung folgendes Schema aufstellen, wobei die hinteren Stirnverbindungen durch die wagerechten Striche 1-1' usw., die vorderen Stirnverbindungen durch die schrägen Striche 1'-2 usw. dargestellt werden:



Wir bezeichnen nun mit y_1 den Wicklungsschritt auf der hinteren Stirnfläche. Er gibt die Anzahl der Felder an, um welche die beiden Spulenseiten einer einzelnen Spule voneinander entfernt sind.

In unserem Falle ergibt sich, da das Feld 1' das 7. Feld ist, das man erreicht, wenn man von 1 aus nach 1' um je ein Feld weiter schreitet:

$$y_1 = 7.$$

Von 1' aus schreitet dann die Wicklung um 5 Felder nach 2 zurück. Der Wicklungsschritt zurück auf der Kollektorseite, den wir mit y_2 bezeichnen wollen, ergibt sich also zu:

$$y_2 = 5.$$

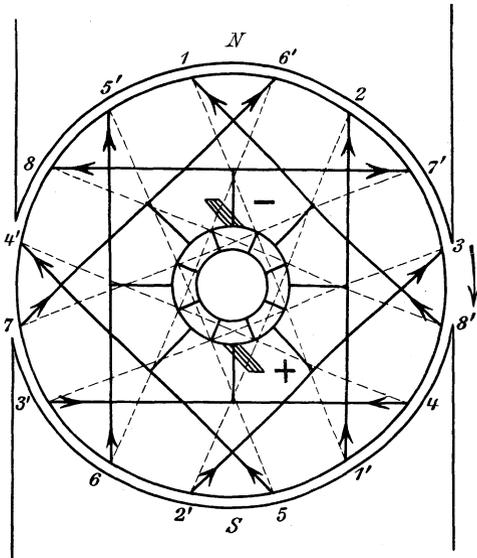


Fig. 86. Spulenanfänge fortlaufend numeriert.

Es ist vorteilhaft, sich zu vergegenwärtigen, daß bei Ring- und Trommelwicklung das Ende einer Spule an den Anfang der räumlich folgenden Spule angeschlossen ist. Nur liegen bei der Trommel die Anfänge etwas weiter auseinander und lassen zwischen sich den nötigen Platz für die Spulenden. Die Übereinstimmung zwischen Ring und Trommel wird noch deutlicher, wenn man bei Betrachtung der Trommel die Spulenden, also z. B. 1', 2' usw. in Fig. 86 als völlig gleichwertig mit den Anfängen 1, 2, 3 usw. ansieht, weil sie fast dieselbe relative Lage zu einem Pol haben wie der zugehörige Anfang. Die elektromotorischen Kräfte in zwei zusammengehörigen Spulenseiten sind also, abgesehen von einer verschwindenden Unsymmetrie, in jedem Augenblicke gleichwertig. Wir können demnach bei Betrachtung der Trommel die Spulenden vernachlässigen und dafür die Drahtzahl der Anfänge verdoppelt denken. Dann

erhalten wir sofort auf der äußeren Mantelfläche die fortlaufend hintereinander geschalteten Spulenseiten des Ringankers.

Wir bestimmen nun den Verlauf der Ströme im Trommelanker. Wir wissen aus dem vorigen Abschnitt, daß der Strom bei Rechtsdrehung des Ankers vor dem Nordpol von vorn nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorn fließt. Die Strompfeile in den vorderen Stirnverbindungen sind also vom Südpol nach dem Nordpol gerichtet. Wenn man demgemäß die Pfeile in die vorderen Stirnverbindungen der Fig. 86 hineinzeichnet, so sieht man deutlich, daß die elektromotorischen Kräfte in den Drähten einer Windung sowie in den verschiedenen Windungen sich im allgemeinen addieren. Nur in der Stirnverbindung 3' 4 stoßen die beiden elektrischen Drücke aufeinander, wir müssen daher die eine

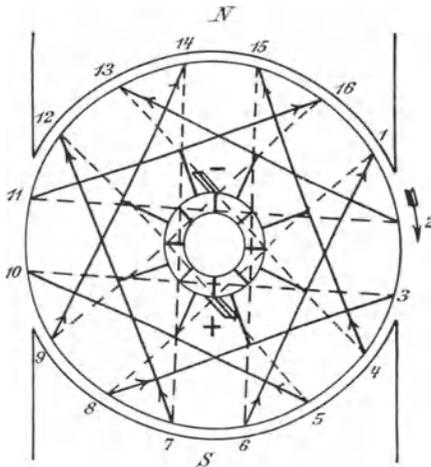
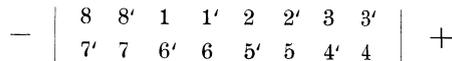


Fig. 87. Zweipolige Trommel.
Fortlaufende Numerierung der Spulenseiten.

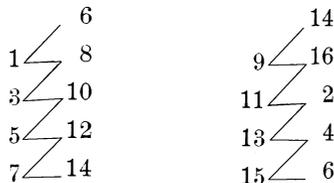
Bürste an das zugehörige Kollektorsegment anlegen. Da der Strom aus dieser Bürste in das äußere Netz fließt, so bezeichnen wir sie als positiv. Ebenso haben wir an das Segment, das an die Verbindungsstelle der Drähte 7' 8 angeschlossen ist, die negative Bürste zu legen.

Wie man sieht, teilt sich der aus dem Netz in die Maschine zurückfließende Strom an der negativen Bürste und fließt in zwei parallelen Zweigen auf die positive Bürste zu. Der Stromverlauf innerhalb der Maschine läßt sich also für den

in Fig. 86 gezeichneten Zeitpunkt auf folgende Weise darstellen:



Hätten wir die 16 Felder fortlaufend numeriert (Fig. 87), so wäre die Wicklung ebenfalls um y_1 Schritte vorwärts und um y_2 Schritte zurück zu führen, also von 1 nach $1 + 7 = 8$ vorwärts und von 8 nach $8 - 5 = 3$ zurück. Das ergibt dann für Fig. 87 das Schema:



In Wirklichkeit wird die Wicklung nicht in der beschriebenen Weise fortlaufend ausgeführt, sondern die einzelnen, aus mehreren Windungen bestehenden Spulen werden auf einer Schablone fertig gewickelt, dann isoliert und endlich in die Nuten des Ankers eingelegt. Bei Stabwicklungen werden die Stäbe in die Ankerntuten eingelegt und mit den Stirnverbindungen verlötet.

Fig. 87 gilt für den Zeitpunkt, in dem je eine Bürste auf zwei Segmenten zu gleicher Zeit liegt. In diesem Augenblick ist einerseits

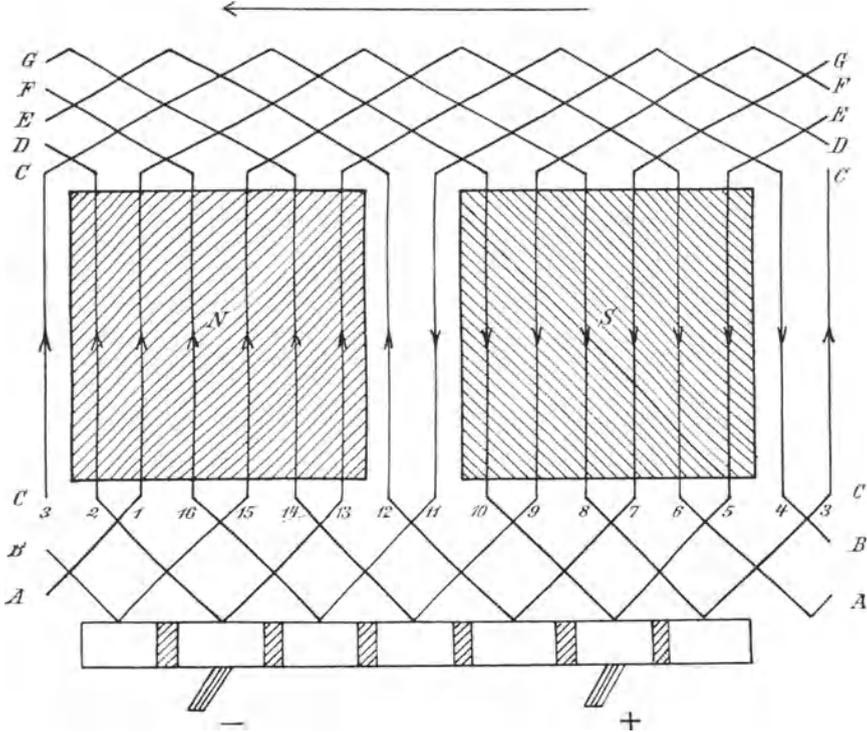


Fig. 88. Abwicklung des Mantels einer Trommel.

die Spule 2, 11 durch die negative Bürste, anderseits die Spule 3, 10 durch die positive Bürste kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Wir zeichnen also keine Pfeile in die Stirnverbindungen der Drähte 2, 11, 3 und 10. Der Stromverlauf ergibt sich dann für den in Fig. 87 gezeichneten Augenblick zu:

$$- \begin{vmatrix} 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 \end{vmatrix} +$$

Wie man sieht, liegen die kurzgeschlossenen Spulen bei richtiger Bürstenstellung wieder in der neutralen Zone.

Wickelt man nun den Ankerumfang ab, so erhält man ein deutliches Bild des Stromverlaufes. In Fig. 88 ist der abgewickelte Ankerumfang

mit fortlaufender Numerierung der Spulenseite für den Augenblick gezeichnet, in welchem die Bürsten nur auf je einem Segment aufliegen. Man stelle sich dabei vor, daß die Ankerwicklung in Richtung des oberen Pfeiles an den dahinterliegenden feststehenden Polen N und S vorbeibewegt wird, während der Kollektor gleichzeitig an den beiden Bürsten entlang gleitet. Nach $\frac{1}{16}$ Umdrehung kommen die beiden Bürsten, wie in Fig. 87, je auf zwei Segmente gleichzeitig zu liegen und schließen dadurch die in der neutralen Zone liegenden Spulen kurz.

Rollt man die ganze Fig. 88 auf den Umfang einer Trommel auf, so erhält man ein Modell der sog. Mantelwicklung oder Faßwicklung, bei der die früher auf der Stirnfläche liegenden Verbindungen mit auf dem Mantel der Trommel liegen. Der Kollektor erhält dabei fast den gleichen Durchmesser wie der Anker selbst.

Die elektromotorische Kraft des Trommelankers ist dieselbe wie die eines Ringankers mit derselben Zahl der äußeren Drähte. Es zeigt sich jetzt, wie vorteilhaft es ist, für Trommel und Ring nicht die Windungszahl, sondern die äußere Drahtzahl z in die Gleichung für die elektromotorische Kraft einzuführen. Wir erhalten also auch für die zweipolige Trommelwicklung wie bei der Ringwicklung die elektromotorische Kraft zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Auch die Gleichung für den Ankerwiderstand ist bei Ring und Trommel dieselbe.

46. Ringanker mit Parallelwicklung.

Mit zunehmender Größe der Maschine wird das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen, massiven Form in bezug auf Lüftung sehr ungünstig. Dazu kommt auch, daß die Anzahl der Amperestäbe vor einem Pol, d. h. das Produkt aus der Stromstärke eines Leiters und der Anzahl der vor einem Pol liegenden Leiter wegen der magnetischen Wirkung des Ankerstromes einen bestimmten Betrag nicht überschreiten darf. Endlich führt bei Maschinen mit hoher Stromstärke auch die Rücksicht auf funkenlosen Gang und auf die Vermeidung von Wirbelströmen im Ankerkupfer dazu, den Anker unter Verwendung eines mehrpoligen Magnetgestells in verschiedene parallele Teile zu zerlegen.

Am einfachsten gestaltet sich die Parallelwicklung bei einem mehrpoligen Ringanker. Die Wicklung (Fig. 89) ist genau dieselbe wie für eine zweipolige Maschine, so daß sich ein solcher Anker ohne weiteres für verschiedene Polzahlen verwenden läßt. Das Magnetgestell ist so erregt, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Drehen wir wieder den Ring im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche

auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg. Man sieht, daß der Strom je von zwei Seiten auf die Punkte *A* und *B* zuströmt und von hier aus über den Kollektor zu den positiven Bürsten fließt. Beide positive Bürsten sind miteinander und mit der positiven Klemme des äußeren Netzes verbunden. Ebenso sind beide negativen Bürsten miteinander und mit der negativen Klemme des äußeren Netzes verbunden.

Wie man aus Fig. 90 sieht, zerfällt der Anker in vier parallel geschaltete Abteilungen. Ist also:

l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Meter,

p die Zahl der Polpaare,

q der Querschnitt des Drahtes oder Stabes in Quadratmillimeter,

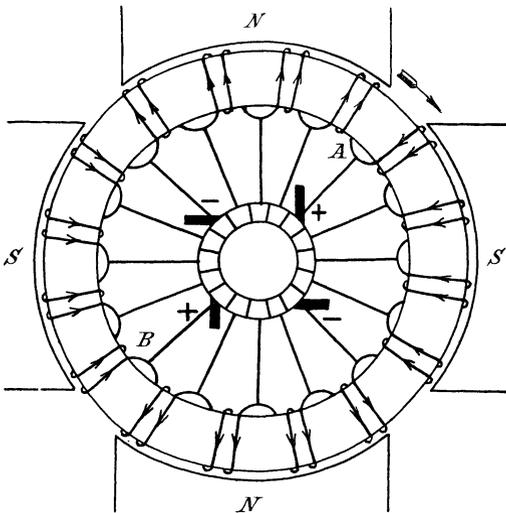


Fig. 89. Vierpoliger Ringanker.

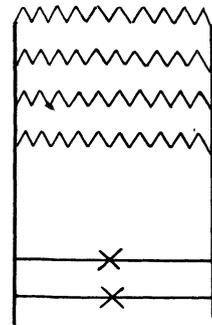


Fig. 90. Schaltbild des vierpoligen Ringankers.

so ergibt sich der Widerstand einer zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten liegenden Abteilung zu $\frac{\varrho \cdot l / 2p}{q}$. Der ganze Ankerwiderstand bei $2p$ parallelen Zweigen ist $2p$ mal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{\varrho \cdot l}{4p^2 \cdot q}.$$

Die Parallelwicklung hat den Vorteil, daß der Ankerwiderstand sehr klein wird. Zugleich wird die Stromdichte, d. h. die Amperezahl, die auf ein Quadratmillimeter kommt, im einzelnen Draht verhältnismäßig gering, da ja der ganze Ankerstrom sich in $2p$ Teile teilt. Sie ergibt sich bei Parallelwicklung zu $\frac{I_a \cdot 2p}{q} = \frac{I_a}{2p \cdot q}$. Ist z. B. bei einer Maschine für 110 Volt und für 100 Ampere Ankerstrom die gesamte auf-

gewickelte Drahtlänge gleich 200 m, der Drahtquerschnitt 10 qmm und die Polzahl gleich 4, d. h. $p = 2$, so ergibt sich:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 10} = 0,025.$$

Der Effektverlust durch Joulesche Wärme wird dann:

$$I_a^2 \cdot R_a = 100^2 \cdot 0,025 = 250 \text{ Watt.}$$

Das ist etwa 2,5 % der Gesamtleistung. Der Spannungsverlust im Anker ergibt sich ferner zu:

$$I_a \cdot R_a = 100 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ Volt}$$

und die Stromdichte zu:

$$\frac{I_a}{2p \cdot q} = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \frac{\text{Ampere}}{\text{qmm}}.$$

Um die elektromotorische Kraft bei Ankern mit Parallelwicklung zu berechnen, hat man zu beachten, daß die Anzahl der Kraftlinienschnitte für einen Leiter und für eine Umdrehung p mal so groß ist wie bei zweipoliger Maschine mit der gleichen Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien. Andererseits ist aber die Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter p mal so klein wie bei der zweipoligen Maschine mit gleicher Drahtzahl. Demnach ergibt sich die elektromotorische Kraft der mehrpoligen Maschine mit Parallelwicklung, wenn N wieder die aus einem Nordpol austretende Kraftlinienzahl bedeutet, wie bei der zweipoligen Maschine zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei Parallelwicklung haben wir in jeder neutralen Zone eine Bürste, also allgemein $2p$ Bürsten. Man kann nun alle Kollektorsegmente, die um den Winkel $\frac{360}{p}$ Grad voneinander abstehen, verbinden (Äquipotential- oder Mordeyverbindungen). Diese Verbindungen werden in einigen Fällen zu dem Zwecke angebracht, um die Bürstenzahl zu verringern (vergl. Fig. 92). In den meisten Fällen wird man jedoch auch bei Maschinen mit Mordeyverbindungen mit Rücksicht auf die Stromdichte unter der Bürste die volle Bürstenzahl beibehalten. Die Mordeyverbindungen haben in diesem Falle die wichtige Aufgabe, Ungleichmäßigkeiten der Stromverteilung im Anker auszugleichen, so daß einzelne Bürsten nicht durch einen zu starken Strom belastet werden.

Die Verbindungen können an der dem Anker zugekehrten Seite des Kollektors vorgenommen werden. In Fig. 91 ist dies für eine sechspolige Maschine gezeichnet ($p = 3$). Indem dabei je drei um $\frac{360}{3} = 120^\circ$ voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden sind, ist gleichsam die Verbindung hergestellt, die sonst außen durch Verbindung der gleichnamigen Bürsten zu geschehen pflegt. Liegen die stark ausgezogenen

und die schwach ausgezogenen, aus Blechen hergestellten Verbindungen in zwei getrennten Ebenen, so läßt sich die Schaltung leicht so ausführen, daß die einzelnen Verbindungen sich nicht berühren. Nun wird allerdings auf diese Weise nicht bloß eine Verbindung der drei Segmente geschaffen, an denen die Bürsten gerade anliegen, sondern auch alle anderen Segmente sind je drei und drei miteinander verbunden. Es wird jedoch nur die Verbindung der Segmente, an denen die Bürsten gerade aufliegen, vom Strom durchflossen. Alle anderen Verbindungen sind stromlos, weil sie an Punkten gleichen Niveaus liegen. Das wird noch deutlicher durch Fig. 92, wo die Verbindungen unmittelbar an die zum Kollektor führenden Drähte angeschlossen sind.

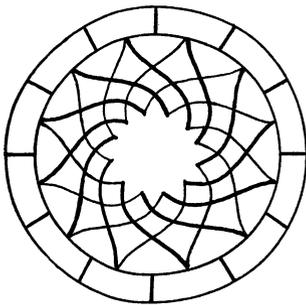


Fig. 91. Äquipotentialverbindungen.

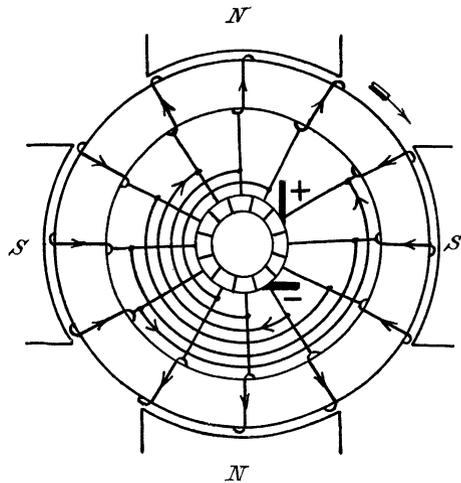


Fig. 92. Grammescher Ring mit Äquipotentialverbindungen.

47. Trommel mit Parallelwicklung.

(Schleifenwicklung.)

Bei der mehrpoligen Trommel mit Schleifenwicklung bildet ebenso wie bei der zweipoligen Trommelwicklung ein vor dem Nordpol liegender Leiter mit dem entsprechenden, vor dem nächsten Südpol liegenden Leiter eine Windung. Nach Fertigstellung der betreffenden Spule kehrt man, da zwischen den einzelnen Spulenanfängen je ein Platz für ein Spulende frei bleiben muß, zu der Stelle zurück, die dem Anfang die zweitnächste ist, und beginnt mit der zweiten Spule. Läßt man wieder in Gedanken den Draht vor dem Südpol weg, so sieht man die grundsätzliche Gleichheit der Trommel- und Ringwicklung. Man erkennt daraus, daß die Schleifenwicklung, ebenso wie die Ringwicklung, zur Parallelschaltung führen muß.

Der Teil des Umfanges, der durch eine Windung umfaßt wird, d. h. der Abstand der beiden Spulenseiten einer einzelnen Windung, ist durch den Wicklungsschritt y_1 auf der hinteren Stirnfläche gegeben. Der Schritt y_1 muß ungefähr der Polteilung entsprechen, d. h. er wird bei s Spulenseiten ungefähr $= \frac{s}{2p}$. Der Schritt zurück, den wir mit y_2 bezeichnen, ist dann $y_1 - 2$. Außerdem muß y_1 eine ungerade Zahl sein, da man sonst, beispielsweise mit dem Draht 1 beginnend, nach dem Schritt y_1 sofort wieder auf eine ungerade Zahl kommt und die Wicklung sich endlich schließt, ohne daß die geraden Zahlen berührt sind. Man könnte dann eine zweite Wicklung anbringen, die nur die Spulenseiten mit geraden Nummern umfaßt, jedoch sind solche mehrfach geschlossene Wicklungen in bezug auf funkenfreien Gang weniger günstig.

Eine weitere Bedingung, deren Erfüllung in bezug auf funkenlosen Gang von Vorteil ist, besteht darin, daß die Zahl der Spulen durch die Anzahl der Polpaare teilbar ist, d. h. daß $\frac{s}{2}$ durch p teilbar ist.

Wenn der Wicklungsschritt eine Polteilung oder mehr umfaßt, erhält man eine Wicklung mit langen Spulen. Umfaßt er weniger als eine volle Polteilung, so ergibt sich eine Wicklung mit kurzen Spulen.

a) Wicklung mit langen Spulen.

Bei der Wicklung mit langen Spulen umfaßt ein Spulenkopf mindestens eine volle Polteilung. In Fig. 93 sei z. B. die Polzahl gleich 4 und die Zahl der Spulenseiten gleich 16. Wir teilen dann den Ankerumfang in 16 Teile und benennen die Spulenseiten fortlaufend mit 1, 2, 3 usw. Wir führen dann die Wicklung auf der Mantelfläche bei 1 von vorn nach hinten, biegen hinten auf der Stirnfläche um und sollten nach dem Grundsatz der Trommelwicklung um etwa $\frac{s}{2p}$, d. h. um etwa 4 Schritte weiterschreiten. Da ein gerader Schritt ausgeschlossen ist und wir lange Spulen wählen wollen, so nehmen wir $y_1 = 5$.

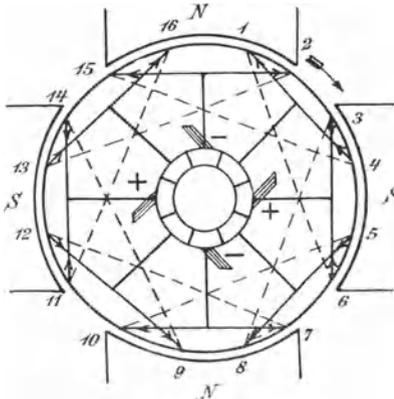


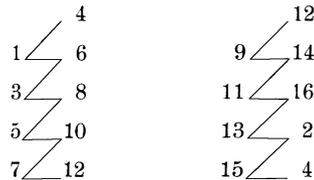
Fig. 93. Trommel mit Schleifenwicklung.
Langer Wicklungsschritt, fortlaufende
Numerierung.

Wir schreiten also von 1 um 5 Schritte weiter nach 6 und wickeln die Spule 1 fertig. Darauf gehen wir auf der vorderen Stirnfläche um den Schritt $y_2 = y_1 - 2 = 3$ zurück und kommen so auf die Spulenseite 3. Diese bildet den Anfang der zweiten Spule und ist die zweitnächste, gerechnet vom Anfang der ersten Spule. Auf diese Weise fahren wir fort und schließen endlich

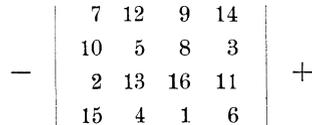
5 Schritte weiter nach 6 und wickeln die Spule 1 fertig. Darauf gehen wir auf der vorderen Stirnfläche um den Schritt $y_2 = y_1 - 2 = 3$ zurück und kommen so auf die Spulenseite 3. Diese bildet den Anfang der zweiten Spule und ist die zweitnächste, gerechnet vom Anfang der ersten Spule. Auf diese Weise fahren wir fort und schließen endlich

die ganze Wicklung in sich kurz. Die Verbindungspunkte zweier Spulen, wie z. B. der Punkt zwischen 6 und 3, werden dann an den Kollektor angeschlossen. Entsprechend den 8 Spulen sind 8 Kollektorsegmente vorhanden.

Wir erhalten dann folgende Wicklungstabelle:



Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt wieder, daß der Strom bei der gezeichneten Drehrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg fließt. Wir erhalten dann für Fig. 93 folgendes Stromlaufschema:



Die Fig. 93 bezieht sich auf glatte Anker oder auf Nutenanker mit einer Spulenseite in der Nut. Nun kommen glatte Anker neuerdings nicht mehr vor, da man auf deren Umfang nur eine beschränkte Drahtzahl unterbringen kann. Außerdem wird das Einlegen einer auf der Schablone gewickelten Spule in eine Nut bei Massenfabrikation billiger als das Wickeln des glatten Ankers, und die mechanische Befestigung der Drähte ist einfacher als bei glatten Ankern. Endlich fallen bei Nutenankern nach Abschnitt 36 die Wirbelströme im Ankerkupfer fast vollständig fort. Die neueren Maschinen besitzen daher alle Nutenanker, und zwar liegen bei diesen fast immer mehrere Spulenseiten, meist in zwei Lagen übereinander, in einer Nut. An und für sich gilt dann Fig. 93 und der dafür angegebene Wicklungsschritt auch für Nutenanker. Man müßte z. B. bei 2 Spulenseiten in der Nut die Spulenseite 2 nicht neben, sondern unter der Spulenseite 1 liegend denken und die unten liegenden Spulenseiten beim Wicklungsschritt mitzählen. Dies gilt auch für mehr als zwei Spulenseiten in einer Nut.

Einfacher bezieht man bei Nuten mit zwei Spulenseiten den Wicklungsschritt nicht auf die Anzahl der Spulenseiten, sondern auf die Nuten. Man macht dabei die selbstverständliche Voraussetzung, daß von zwei zusammengehörigen Spulenseiten einer und derselben Windung, die in verschiedenen Nuten liegen, die eine oben und die andere unten liegt, wie wir es z. B. bei den Spulenseiten 1 und 1' in Fig. 94 sehen. Bei zwei Spulenseiten übereinander ist dann unter allen Umständen der Wick-

lungsschritt, bezogen auf die Spulenseiten, ungerade, wie es früher als allgemeine Voraussetzung einer einfach geschlossenen Wicklung abgeleitet wurde. Man hat nun, falls es sich nicht gerade um kurze Spulen handelt, einfach um so viel Nuten weiter zu schreiten, bis man an die genau entsprechende Stelle des nächsten Pols kommt. Der „Nutenschritt“ ist dann

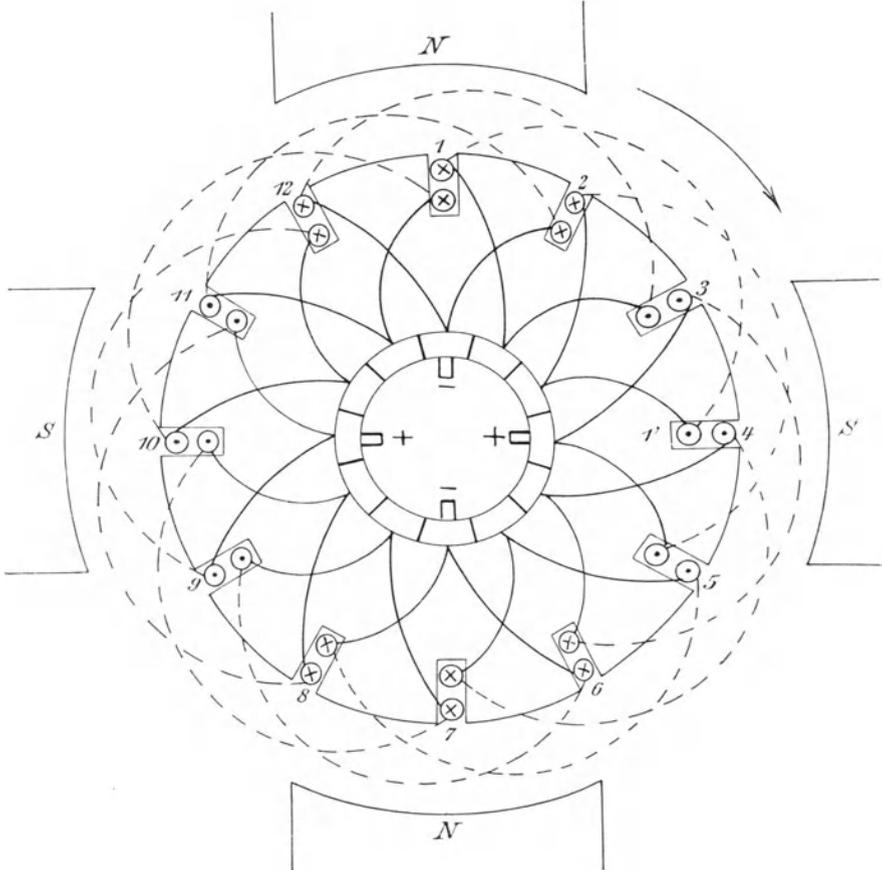


Fig. 94. Trommel mit Schleifenwicklung.

gleich der Polteilung. Man schreitet nach Fertigstellung der Spule 1 1' bis zu der Nut 2 zurück, die dem Anfang benachbart ist, usw. Dies ist in Fig. 94 für 4 Pole und 12 Nuten durchgeführt.

b) Schleifenwicklung mit kurzen Spulen (Sehnenwicklung).

Bei der Schleifenwicklung mit kurzen Spulen ist der Wicklungsschritt y_1 kleiner als die Polteilung.

Besonders einfach wird wieder die Anordnung bei Nutenwicklung (Fig. 95), wenn von den beiden Seiten einer Spule die eine in der oberen

und die andere in der unteren Lage liegt. Für die Nutenzahl $S = 20$ erhalten wir bei 4 poliger Wicklung und unverkürztem Wicklungsschritt einen „Nutenschritt“ von 5 Nuten vorwärts und 4 Nuten zurück. Wählen wir statt dessen die verkürzten „Nutenschritte“ $Y_1 = 3$ und $Y_2 = 2$, so erhalten wir die Wicklung in Fig. 95.

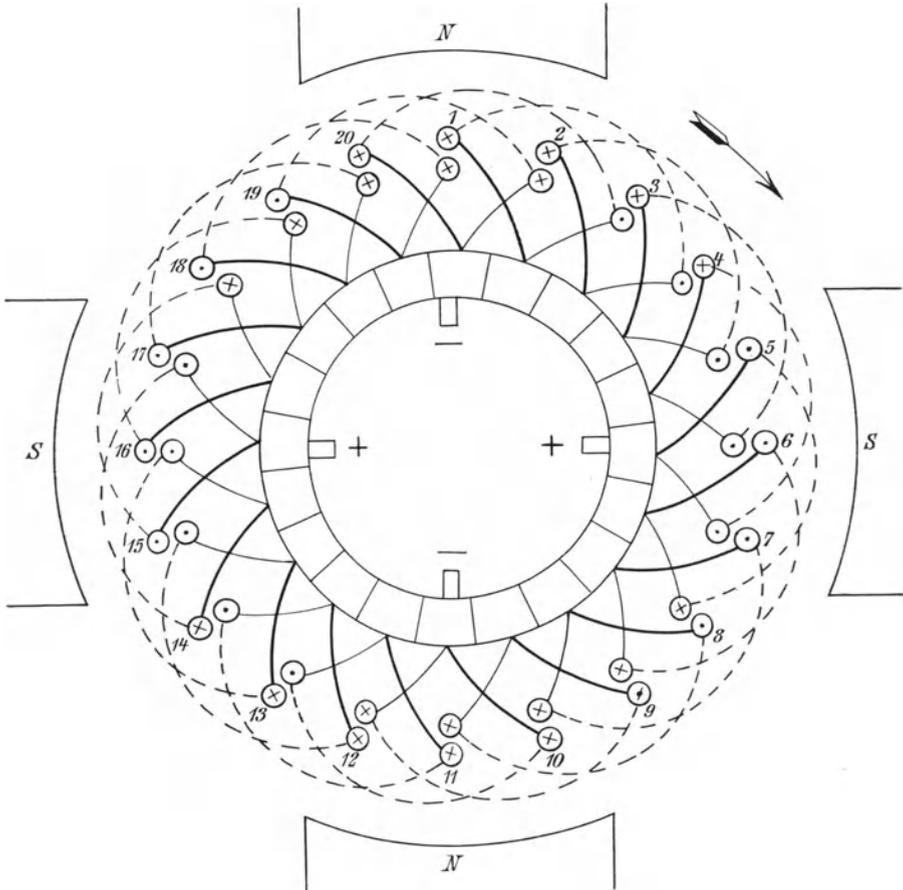


Fig. 95. Trommel mit Schleifenwicklung und verkürztem Wicklungsschritt. Nutenanker.

Die Lage der Bürsten ergibt sich, wenn wir in die Drähte vor den Polen die entsprechenden Strompfeile hineinzeichnen. Wir finden dann, daß der Strom beispielsweise aus Drähten, die in Nut 5 und 7 liegen, auf ein Segment zufließt. Die entsprechende Bürste bezeichnen wir also mit + und ordnen die anderen Bürsten im Abstand von $\frac{360}{2p}$ Grad an. Es ergibt sich dann folgendes Stromlaufschema, wobei die unten liegenden Drähte fettgedruckt sind:

$$- \begin{vmatrix} 20 & \mathbf{3} & 1 & \mathbf{4} & 2 & \mathbf{5} & 3 & \mathbf{6} & 4 & \mathbf{7} \\ 2 & 19 & \mathbf{1} & 18 & \mathbf{20} & 17 & \mathbf{19} & 16 & \mathbf{18} & 15 \\ 10 & \mathbf{13} & 11 & \mathbf{14} & 12 & \mathbf{15} & 13 & \mathbf{16} & 14 & \mathbf{17} \\ 12 & 9 & \mathbf{11} & 8 & \mathbf{10} & 7 & 9 & 6 & 8 & 5 \end{vmatrix} +$$

Bei Maschinen mit Wendepolen (vergl. Abschnitt 55) muß eine Windung möglichst eine volle Polteilung umfassen, die Sehnenwicklung wird also dafür ungünstig. In jedem Falle sollte die Sehne mindestens den vollen Polbogen umspannen.

48. Ring mit Reihenwicklung.

Bei der mehrpoligen Maschine mit Reihenwicklung zerfällt der Anker, wie bei der zweipoligen Maschine, nur in zwei parallele Abteilungen. Bezeichnet wieder N die Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien, so wird bei gleicher Drahtzahl z und gleicher Drehzahl n die induzierte elektromotorische Kraft p mal so groß wie bei der zweipoligen Maschine. Es ergibt sich also für Reihenwicklung:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Es ist nun bequem, bei Reihen- und Parallelwicklung dieselbe Gleichung für die elektromotorische Kraft zu benutzen. Bezeichnet zu dem Zwecke a die halbe Anzahl der parallelen Stromzweige, so ergibt sich sowohl für Reihen- als auch für Parallelwicklung:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (27)$$

Der Widerstand eines Reihenankers ist natürlich wie bei der zweipoligen Maschine:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4q}.$$

Allgemein können wir den Widerstand für Parallel- und Reihenwicklung in der Form schreiben:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4a^2 \cdot q}, \quad (28)$$

wo $2a$ die Zahl der parallelen Stromzweige ist. Man erkennt leicht aus den Gleichungen für die elektromotorische Kraft und den Widerstand, daß die Reihenwicklung sich für Maschinen mit hoher Spannung und niedriger Stromstärke eignet.

Die Reihen-Ringwicklung erfolgt nach folgendem Grundsatz: Hinter eine vor dem Nordpol liegende Spule wird die fast gleichliegende Spule des nächsten Nordpols und die der folgenden Nordpole geschaltet. Der Wicklungsschritt y erfolgt also nicht vorwärts und zurück, sondern immer nur vorwärts (Wellenwicklung). Nach p Schritten von je y Spulenseiten gelangt man so einmal um den Umfang herum auf das Feld $s \pm 1$,

das dem Anfang benachbart ist. Daraus folgt für glatte Reihen-Ringwicklung:

$$py = s \pm 1$$

oder

$$y = \frac{s \pm 1}{p}.$$

Damit die Wicklung einfach geschlossen wird, müssen y und s teilerfremd sein. Die Zahl s der Spulenseiten kann ungerade sein.

Bei der zweipoligen Ringwicklung wurde hinter eine Spule unmittelbar die räumlich nächstfolgende geschaltet. Beim mehrpoligen Ring mit

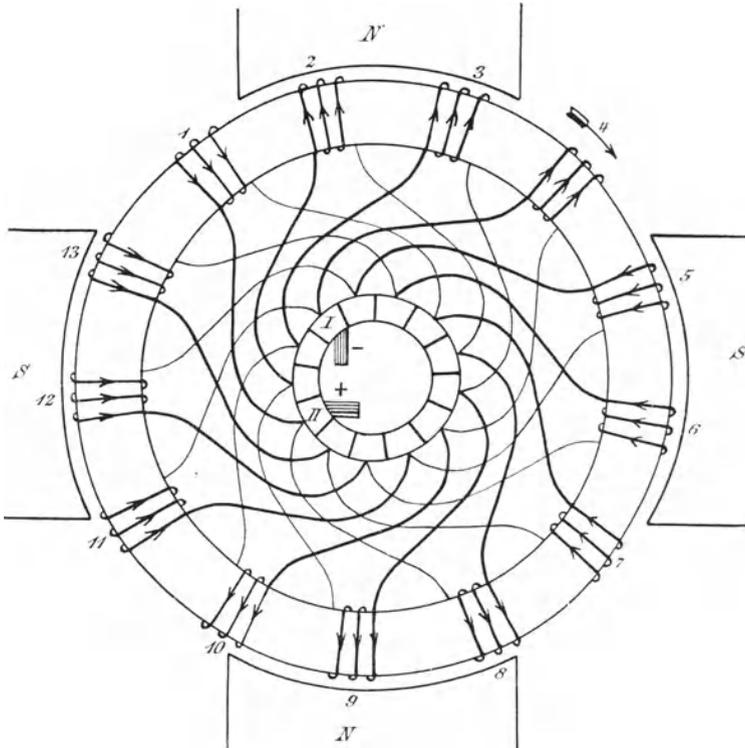


Fig. 96. Ringanker mit Reihenwicklung.

Reihenwicklung erfolgt dieser Anschluß auch, aber unter Zwischenschaltung der entsprechenden Spulen vor den übrigen Polen. Dadurch ist die mehrpolige Wicklung auf die einfachere einpolige zurückgeführt. Bei einem vollen Umgang „schleicht“ die Wicklung gleichsam nur um einen Schritt vorwärts. Zwischen zwei benachbarte Segmente sind also p Spulen geschaltet.

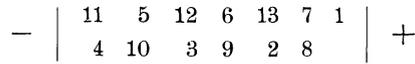
Ist z. B. $p = 2$ und $s = 13$, so wird $y = 7$ oder 6 . In Fig. 96 ist $y = 6$ gewählt. Die Anfänge der Spulen sind vom Kollektor aus an der vorderen Stirnfläche des Ankers entlang geführt und die Enden der Spule

auf der inneren Mantelfläche wieder von hinten nach vorn zurückgeführt. Jedes Kollektorsegment stellt wieder den Verbindungspunkt zweier Spulen dar und die Verbindung erfolgt nach dem Schema:



Wir zeichnen wieder in der bekannten Weise die Pfeile in die Drähte auf der Stirnfläche. Da in den Spulen 1 und 4 keine elektromotorische Kraft induziert wird, so lassen wir dort die Pfeile vorläufig weg. In allen anderen Spulen können wir über die Stromrichtung nicht zweifelhaft sein, und selbst Spule 7 betrachten wir noch als zum Südpol gehörig.

Wir legen jetzt wegen der Stromrichtung in Spule 11 die negative Bürste an Segment *I* und wegen der Stromrichtung in Spule 8 die positive Bürste an Segment *II*, wobei die Bürsten miteinander einen Winkel von genau 90° oder allgemein $\frac{360}{2p}$ Grad bilden. Jetzt ist zugleich über die Stromrichtung in den Spulen 1 und 4 entschieden, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:



Die zeitweise auftretende geringe Ungleichmäßigkeit in den Ankerabteilungen ist ohne wesentliche Bedeutung.

Es ergibt sich nun leicht, daß man die Bürsten mit demselben Rechte wie an Segment *I* und *II* auch an die gerade gegenüberliegenden Stellen hätte anlegen können. Dadurch hätte sich nur die Stromrichtung in den Spulen 4 und 1 geändert, die in der neutralen Zone liegen. Allgemein hätten wir das Bürstenpaar um den p ten Teil des Umfangs verschieben können. Von da aus aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man nun überhaupt auch bei Reihenwicklung p positive und p negative Bürsten verwendet, wobei dann die in der neutralen Zone liegenden Spulen durch die Bürsten kurzgeschlossen werden. Man kommt aber bei Reihenwicklung mit zwei Bürsten aus.

Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 96 gezeichneten Augenblick liegt die positive Bürste auf zwei Segmenten zugleich, und dadurch kommen die Spulen 1 und 7 in Reihe geschaltet zum Kurzschluß. Weil man nach dem Grundsatz der Reihen-Ringwicklung nach p Schritten wieder an die dem Ausgangspunkt benachbarte Stelle kommt, so liegen allgemein p Spulen zwischen zwei benachbarten Segmenten. Diese werden daher in Reihe geschaltet kurzgeschlossen, wenn die Bürste gleichzeitig zwei Lamellen berührt.

Über die Vermehrung der Segmentenzahl siehe S. 138.

49. Trommel mit Reihenwicklung.

Bei der Trommel mit Reihenwicklung bildet eine vor dem Nordpol liegende Spulenseite mit der zugehörigen Spulenseite des nächsten Südpoles eine Spule. Hinter diese Spule schaltet man, ohne sofort zum Anfangspunkt zurückzukehren, die ähnlich liegenden Spulen der folgenden Polpaare. Man kommt dann bei einem vollen Umgang auf die Spulenseite, die dem Anfang die zweitnächste ist. Hat man dabei nur einen Draht oder Stab in jeder Spulenseite, so verliert die Wicklung ihr spulenartiges Aussehen ganz und wird zu einer reinen Wellenwicklung (Fig. 97).

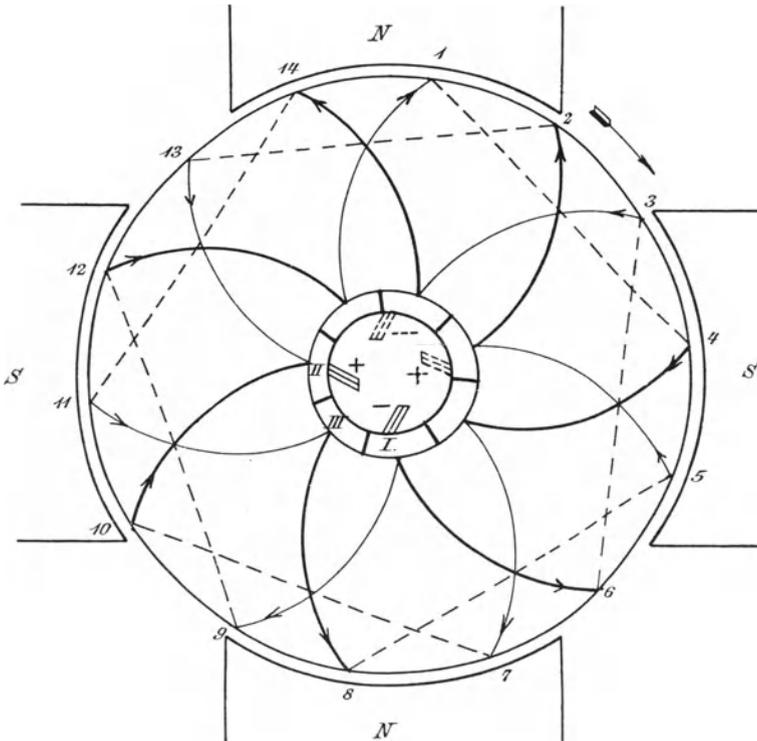


Fig. 97. Trommelanker mit Reihenwicklung.

Aus dem Obigen ergibt sich dann für die Trommel mit Reihenwicklung:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2$$

oder

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p}.$$

Beide Wicklungsschritte sind in gleichem Sinne fortlaufend (Wellenwicklung). Dabei müssen y_1 und y_2 ungerade Zahlen sein, da man bei geraden Werten von y_1 und y_2 , mit Spulenseite 1 anfangend, immer nur

auf die ungeraden Spulenseiten treffen würde. Der Fall, daß y_1 ungerade und y_2 gerade ist, wodurch $y_1 + y_2$ ungerade würde, ist ausgeschlossen, da nach dem Grundsatz der Trommel zwischen einem Doppelschritt immer gleich viele Spulenanfänge und Spulenden liegen. Ferner muß s , wie bei jeder Trommelwicklung, eine gerade Zahl sein. Wird der Wicklungsschritt $y_1 = y_2$ gewählt, so erhält man:

$$y = \frac{s \pm 2}{2p} \quad \text{oder} \quad 2py = s \pm 2.$$

Dabei ist s gerade und y ungerade.

Die Wahl eines verschiedenen Wertes von y_1 und y_2 kann dadurch veranlaßt sein, daß man nur bei ungleichem Wicklungsschritt ungerade Werte von y_1 und y_2 erhält. Ist z. B. $s = 214$ und $p = 6$, so erhält man:

$$y_1 + y_2 = \frac{214 \pm 2}{6} = 36.$$

Nun darf man y_1 nicht gleich $y_2 = 18$ wählen, wenn man eine einfach geschlossene Wicklung erhalten will. Man kann aber $y_1 = 17$ und $y_2 = 19$ wählen.

In Fig. 97 ist eine Trommel mit Reihenwicklung für $s = 14$ und $p = 2$ gezeichnet. Dabei ergibt sich:

$$y_1 + y_2 = \frac{s + 2}{p} = \frac{14 + 2}{2} = 8 \quad \text{oder} \quad 6.$$

Wir wählen $y_1 + y_2 = 6$, also $y_1 = y_2 = 3$.

Das Wicklungsschema ergibt sich dann zu 1—4—7—10—13—2 usw. Man führt also die Wicklung bei 1 von vorn nach hinten auf der Mantelfläche entlang, dann weiter auf der hinteren Stirnfläche nach 4, dort von hinten nach vorn und dann auf der vorderen Stirnfläche auf dem Umwege über ein Kollektorsegment nach 7. Die punktierten Verbindungen in Fig. 97 liegen auf der hinteren Stirnfläche.

Wir zeichnen nun wieder die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte, lassen jedoch die Strompfeile in den Drähten 13 und 6 vorläufig fort, da diese Drähte in der neutralen Zone liegen. Wir legen dann wegen der Stromrichtung in Draht 9 die negative Bürste an Segment I und die positive wegen der Stromrichtung in Draht 10 an Segment II. Dadurch ist aber die Stromrichtung in Draht 6 und 13 mitbestimmt, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} & 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 6 & 3 & 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 13 \end{array} \right| +$$

Die ungerade Spulenzahl ergibt also zeitweise eine geringe Ungleichmäßigkeit.

Man hätte übrigens in unserm Falle auch wieder 4 Bürsten oder allgemein $2p$ Bürsten anwenden können, deren Abstand gleich $\frac{360}{2p}$ Grad ist. In Fig. 97 sind z. B. noch 2 Bürsten punktiert gezeichnet, die den

auf Segment *I* und *II* liegenden Bürsten genau gegenüber liegen. Dadurch werden im gezeichneten Augenblick die ohnehin wenig oder gar nicht induzierten Drähte 3 6 einerseits und 2 13 andererseits kurzgeschlossen, weil die gleichnamigen Bürsten miteinander verbunden sind. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ \hline 14 & 11 & 8 & 5 & & \\ \hline \end{array} +$$

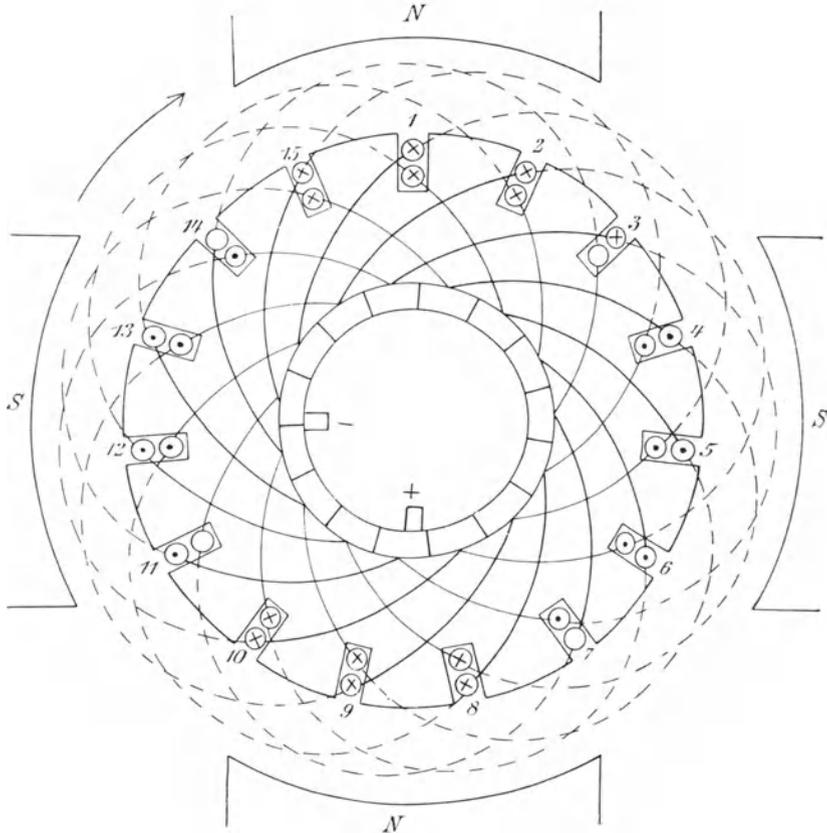


Fig. 98. Trommelanker mit Reihenwicklung. Nutenanker.

Besonders einfach ist nun wieder die Nutenwicklung mit zwei Spulenseiten in der Nut. Bei einem vollen Umgang, also nach $2p$ Schritten, kommt man dabei auf die dem Anfang benachbarte Nut. Dadurch erhält man das gleiche Ergebnis, wie wenn man bei glatter Wicklung auf die zweitnächste Spulenseite kommt. Bezeichnet Y_1 und Y_2 den Wicklungsschritt, bezogen auf die Nuten, und ist S die Nutenzahl, so erhält man aus der obigen Überlegung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm 1$$

oder:
$$Y_1 + Y_2 = \frac{S \pm 1}{p}.$$

Ist also z. B. $S = 15$ und $p = 2$, so erhält man:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{15 \pm 1}{2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Wir wählen

$$Y_1 = Y_2 = 4$$

und erhalten so die in Fig. 98 dargestellte Wicklung.

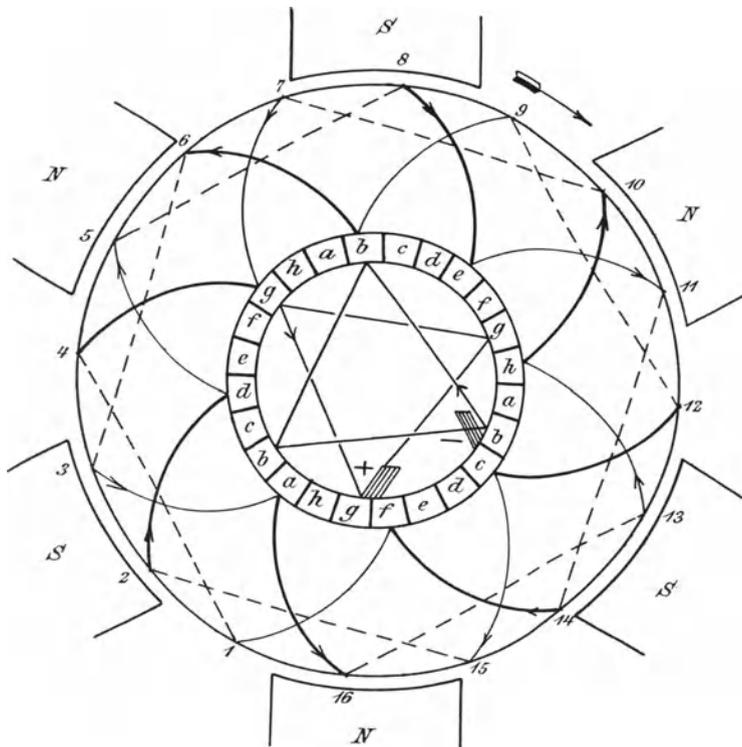


Fig. 99. Trommelanker mit Reihenwicklung und vermehrter Segmentzahl.

Bei der Reihenwicklung sind zwischen zwei benachbarte Segmente immer p Spulen geschaltet. Will man im Interesse des funkenlosen Ganges vermeiden, daß beim Berühren zweier Lamellen durch eine Bürste so viele Spulen kurzgeschlossen werden, so macht man die Zahl der Segmente p mal so groß wie die Zahl der Spulen. Man verbindet dann alle Segmente miteinander, die um $\frac{360}{p}$ Grade voneinander abstehen. Ist z. B., wie in Fig. 99, $s = 16$ und $p = 3$, so ergibt sich nach S. 136:

$$y = \frac{16 + 2}{6} = 3.$$

Das Wicklungsschema ergibt sich also zu 1—4—7—10 usw. Von den Verbindungen innerhalb des Kollektors sind nur einzelne gezeichnet, die im dargestellten Augenblick gerade von Bedeutung sind. Die Verbindung der übrigen Segmente ist durch gleichmäßige Buchstabenbezeichnung deutlich gemacht.

Wir zeichnen nun die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte. Unter der Annahme, daß die in der neutralen Zone liegenden Spulen 1—4 und 9—12 gerade kurzgeschlossen sind, ergibt sich die gezeichnete Stellung der beiden Bürsten. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 6 & 3 & 16 & 13 & 10 & 7 \\ \hline 15 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ \hline \end{array} +$$

Selbstverständlich läßt sich nun ohne weiteres die p fache Bürstenzahl verwenden, da ja je p Kollektorsegmente gleichwertig sind.

50. Reihen-Parallelwicklung.

Bisher haben wir eine Parallelwicklung kennen gelernt, die sich für Maschinen mit großer Stromstärke eignet, und eine wellenförmig angeordnete Reihenwicklung, die sich für Maschinen mit hoher Spannung eignet. Im allgemeinen wird man die Entscheidung, ob Reihen- oder Parallelwicklung zu wählen ist, davon abhängig machen, daß die Stromstärke im Ankerdraht einen passenden Wert erhalten muß. Ist z. B. der Ankerstrom 300 Ampere, so wird bei Reihenwicklung die Stromstärke in jedem Ankerzweig 150 Ampere. Das erscheint nach praktischen

Erfahrungen zulässig, und man wird die Reihenwicklung in diesem Falle unbedingt vorziehen, weil dabei die Stabzahl kleiner und der Stabquerschnitt größer ist als bei der Parallelwicklung. Der Raumverlust durch Isolation des Ankerdrahtes wird also gering. Ist anderseits der Gesamtstrom 600 Ampere, so würde bei Reihenwicklung die Stromstärke im Ankerleiter zu groß werden, und man ist genötigt, Parallelwicklung anzuwenden.

Bei den bisher besprochenen Parallelwicklungen tritt aber eine Schwierigkeit auf, die dadurch veranlaßt wird, daß die einzelnen Ankerabteilungen je vor einem besonderen Polpaar liegen. Sind nun die einzelnen Polpaare nicht völlig gleich in ihrer Stärke, so sind die in den einzelnen Abteilungen induzierten elektromotorischen Kräfte ungleich. Dadurch wird aber die Belastung der einzelnen Zweige, d. h. die Stromstärke, die hindurchfließt, sehr verschieden. In Fig. 100 werde z. B. in

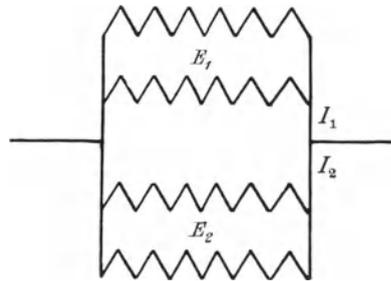


Fig. 100. Parallelschaltung von Zweigen mit ungleichen elektromotorischen Kräften.

der oberen, aus zwei parallelen Zweigen gebildeten Abteilung eine elektromotorische Kraft $E_1 = 115$ Volt induziert. In der unteren Abteilung werden infolge geringerer Kraftlinienzahl der Polpaare nur eine elektromotorische Kraft $E_2 = 114$ Volt induziert. Der Widerstand jedes Doppelseiges sei $R = 0,05$ Ohm. Wie groß wird der Strom in jedem der beiden Zweige, wenn der Gesamtstrom 100 Ampere beträgt?

Da die Klemmenspannung e für beide Zweige dieselbe ist, so ergibt sich:

$$E_1 - I_1 \cdot R = E_2 - I_2 \cdot R = e$$

oder
$$115 - I_1 \cdot 0,05 = 114 - I_2 \cdot 0,05,$$

demnach
$$I_1 - I_2 = 20.$$

Da der Gesamtstrom gleich 100 Ampere ist, so ergibt sich:

$$I_1 = 60 \text{ Ampere,}$$

$$I_2 = 40 \text{ Ampere.}$$

Da die verschiedene Belastung der einzelnen Stromzweige eine Funkenbildung am Kollektor zur Folge haben kann, so versieht man solche Schleifenwicklungen oft mit Mordeyverbindungen, damit die Ungleichmäßigkeiten der verschiedenen Zweige sich schon innerhalb des Ankers ausgleichen können und wenigstens die Belastung der Bürsten überall die gleiche ist.

Die erwähnte Ungleichmäßigkeit der einzelnen Stromzweige läßt sich völlig beseitigen durch Anwendung der Arnoldschen Reihen-Parallelwicklung. Bei ihr verteilt sich jede Ankerabteilung auf die verschiedenen Pole, so daß eine Ungleichheit der Pole alle Ankerabteilungen gleichmäßig beeinflußt.

Die Reihen-Parallelwicklung ist eine Wellenwicklung, d. h. man schreitet immer in dem gleichen Sinne vorwärts, so daß man nach dem Wickeln einer Spule zu der nahezu entsprechenden Stelle des nächsten Polpaares weiter geht. Insofern unterscheidet sich eine Arnoldsche Wicklung nicht von der früher besprochenen Reihenwicklung. Dennoch aber zerfällt die Arnoldsche Wicklung in mehr als zwei parallele Zweige. Das wird dadurch erreicht, daß man nach einem vollen Umgang nicht zu einem dem Beginn benachbarten Spulenanfang kommt, wie bei der Reihenwicklung, sondern zu dem zweitnächsten bzw. drittnächsten usw.

Um das deutlich zu machen, gehen wir auf eine zweipolige Ringwicklung zurück und untersuchen, welchen Einfluß es bei dieser hat, wenn wir bei der Wicklung eine Spule überschlagen (Fig. 101). Der Wicklungsschritt ist in unserm Falle gleich 2 und die Zahl der Spulenseiten gleich 15. s und y haben also keinen gemeinsamen Teiler, und wir erhalten eine einfach geschlossene Wicklung, die aber elektrisch, statt wie früher in zwei Zweige, jetzt in vier parallele Zweige zerfällt. Die Bürsten sind dann so breit zu wählen, daß sie mehr als ein Segment bedecken. Hätten

wir den Wicklungsschritt allgemein gleich a gemacht, so zerfiel die Wicklung in $2a$ parallele Zweige.

Daraus leiten wir dann für mehrpolige Maschinen mit Wellenwicklung die Regel ab: Kommt man nach einem Umgang zum a ten Spulenanfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt die Wicklung in $2a$ parallele Zweige. Man erkennt leicht, daß die früher besprochene Reihenwicklung nur ein besonderer Fall der Reihen-Parallelwicklung ist, indem nämlich dabei die Zahl $a = 1$ ist.

Wir beschränken uns nun auf den Fall, in welchem die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl ist ($p = a$).

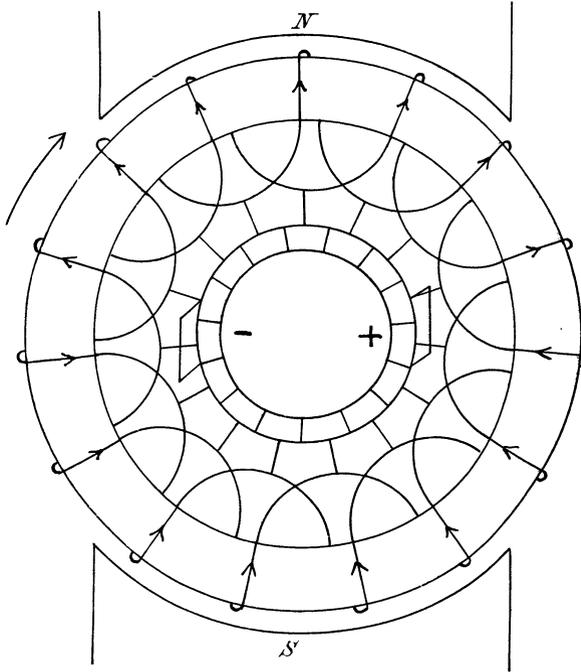


Fig. 101. Zweipoliger Ring mit mehr als zwei parallelen Zweigen.

Bei der Trommel liegen auf dem Raum, auf dem sich a Spulenanfänge befinden, $2a$ Spulenseiten. Andererseits machen wir bei einem Umgang p mal den Schritt $y_1 + y_2$. Es ergibt sich also:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2a.$$

Da zwischen den beiden Spulenseiten ein und derselben Spule immer eine gerade Anzahl von anderen Spulenseiten liegt, so ist $y_1 + y_2$ gerade, also haben $y_1 + y_2$ und s den gemeinsamen Teiler 2. Davon abgesehen, müssen $y_1 + y_2$ und s teilerfremd sein. Außerdem müssen, wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll, y_1 und y_2 ungerade sein.

Ist der Wicklungsschritt hinten und vorn derselbe, so ergibt sich aus der obigen Formel:

$$y = \frac{s \pm 2a}{2p}.$$

Dabei müssen s und y teilerfremd sein. Ist z. B. $s = 24$, $a = 3$ und $p = 3$, so ergibt sich $y = 5$ oder 3. Der Wicklungsschritt 3 führt zu keiner einfach geschlossenen Wicklung, da in diesem Falle s und y einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Man würde z. B., von 1 anfangend, schon nach 8 Schritten wieder auf die Spulenseite 1 treffen. Wählen wir dagegen $y = 5$, so ergibt sich das Schema: 1—6—11—16 usw.

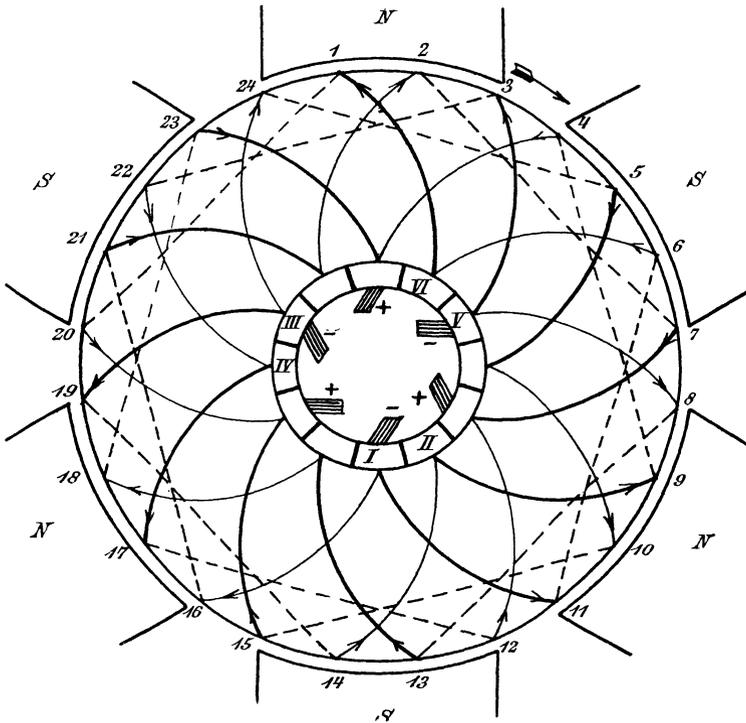


Fig. 102. Trommelanker mit Reihen-Parallelwicklung.

In Fig. 102 ist diese Wicklung gezeichnet, wobei wieder angenommen werden kann, daß jede Spule, z. B. 2, 7, aus mehreren Windungen besteht. In der Zeichnung sind die auf der vorderen Stirnfläche liegenden Verbindungen ausgezogen, die auf der hinteren Stirnfläche sind punktiert. Die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche, durch die zwei Drähte unter sich und mit dem Kollektorsegment verbunden werden, liegen wieder in 2 verschiedenen Ebenen, und zwar liegen die stark ausgezogenen Verbindungen in einer vorderen, die schwach ausgezogenen in einer hinteren Ebene. Die Anzahl der Segmente ist halb so groß wie die der Spulen-

seiten. Zeichnen wir nun in der bekannten Weise die Strompfeile in sämtliche Verbindungen der vorderen Stirnfläche, so ergeben sich die Stellen, an denen die positiven Bürsten anliegen. Das sind die Punkte, auf die der Strom von 2 Seiten zufließt. Ebenso ergeben sich die Orte für die negativen Bürsten als die, von denen der Strom nach 2 Spulenseiten wegfießt. Wir erhalten also folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 11 & 6 & 1 & 20 \\ \hline 16 & 21 & 2 & 7 \\ \hline 8 & 13 & 18 & 23 \\ \hline 3 & 22 & 17 & 12 \\ \hline 24 & 5 & 10 & 15 \\ \hline 19 & 14 & 9 & 4 \\ \hline \end{array} +$$

Einen Augenblick später wird durch das Aufliegen der negativen Bürsten auf je 2 Segmenten folgender kurzgeschlossener Stromkreis hergestellt:

$$\text{I, II, 14, 19, III, IV, 22, 3, V, VI, 6, 11, I.}$$

Gleichzeitig werden auch drei Spulen durch die positiven Bürsten kurzgeschlossen. Die auf diese Weise kurzgeschlossenen Spulen liegen in der neutralen Zone. Allgemein werden durch gleichnamige Bürsten p Spulen oder $2p$ Spulenseiten in Reihe kurzgeschlossen. Da ein kurzgeschlossener Stromkreis an einer Stelle unterbrochen werden kann, ohne daß die leitende Verbindung zwischen seinen einzelnen Teilen unterbrochen wird, so kann man bei genügend breiten Bürsten je eine positive und negative Bürste weglassen. Der betreffende Strom fließt dann durch die in der neutralen Zone liegenden Spulen zu den anderen Bürsten.

Besonders einfach wird nun wieder die obige Wicklung, wenn man die Nuten fortlaufend numeriert und zwei Spulenseiten in der Nut annimmt. Dann lautet die Regel für die Reihen-Parallelwicklung: Kommt man nach einem vollen Umgang auf die a te Nut neben dem Anfang, so zerfällt der Anker in $2a$ parallele Zweige. Ist also wieder Y_1 und Y_2 der Nutenschritt, so gilt für reine Parallelwicklung ($p = a$) die Gleichung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm p$$

oder

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S}{p} \pm 1.$$

Ist z. B., wie in Fig. 103, die Spulenzahl gleich 12, die Nutenzahl $S = 12$ und die Zahl der Polpaare $p = 2$, so ist für reine Parallelwicklung:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{12}{2} \pm 1 = 7 \text{ oder } 5.$$

Wir wählen $Y_1 = 3$, $Y_2 = 2$ und erhalten so die Wicklung in Fig. 103.

Wenn man bei der neutralen Zone anfangend nach einem Umgang schon in die Nähe der Polspitze kommt, so ergeben sich auch bei Reihen-

Parallelwicklung Schwierigkeiten in bezug auf funkenlosen Gang. Es wird daher auch bei dieser Wicklung die Anbringung von Mordeyverbindungen nötig. Ist, wie in Fig. 103, die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl, d. h. $a = p$, so sind wegen der völligen Symmetrie die Segmente gleichen Potentials leicht zu finden. Auch wenn

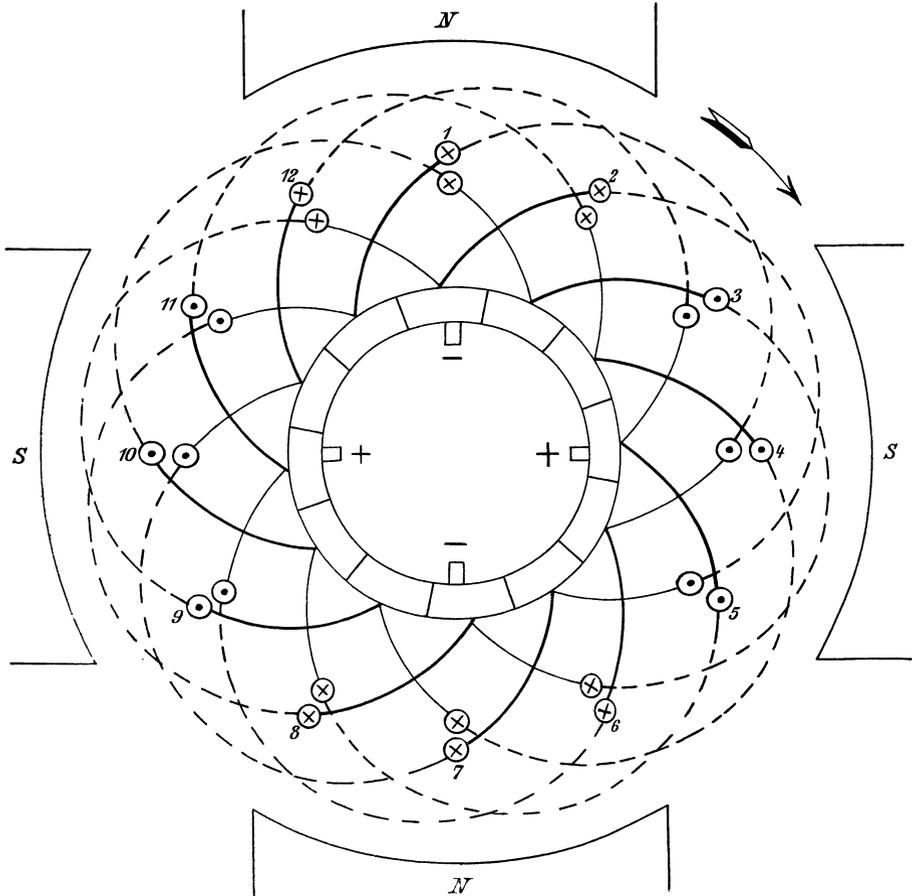


Fig. 103. Trommelanker mit Reihen-Parallelwicklung. Nutenanker.

p/a oder a/p eine ganze Zahl ist und die Zahl der Spulenseiten durch die Zahl der parallelen Stromzweige teilbar ist, ergibt sich eine völlige Symmetrie, wie sie wegen eines funkenlosen Ganges wünschenswert ist. Es ist sogar bei mehreren Spulenseiten in einer Nut wünschenswert, daß auch die Zahl der Nuten durch die halbe Zahl der parallelen Stromzweige teilbar ist, damit nicht Stäbe, die eine verschiedene Lage in den einzelnen Nuten haben, durch die Mordeyverbindungen verbunden zu werden brauchen.

Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen. — 52. Die Feldmagnete. — 53. Die Bürstenstellung. — 54. Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung. — 55. Funkenfreie Kommutierung. — 56. Spannungsteiler.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch mechanische Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft erzeugt wurde, besaßen Stahlmagnete. Die erzeugte elektromotorische Kraft und die Stromstärke waren jedoch gering, da sich die Stahlmagnete nicht kräftig genug herstellen ließen.

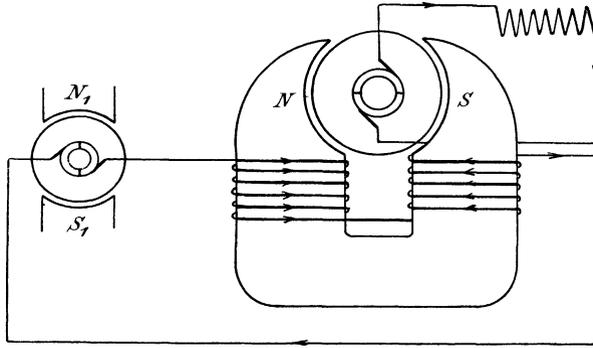


Fig. 104. Fremderregung durch Maschine mit Stahlmagneten.

Es war daher ein erheblicher Fortschritt, als Wilde in Manchester den in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiteiligem Kommutator erzeugten Gleichstrom zur Magnetisierung der Eisenschenkel einer zweiten Maschine benutzte. Er erreichte dadurch bei der zweiten Maschine eine sehr viel stärkere Kraftlinienzahl als bei Maschinen mit Stahlmagneten. In Fig. 104 ist eine solche Anordnung gezeichnet, wobei N_1 und S_1 die Stahlmagnete der Erregermaschine darstellen. Der Strom, den diese Maschine liefert, fließt durch die Schenkelwicklung einer größeren Maschine, deren Magnetgestell aus Schmiedeeisen oder Gußeisen besteht. Die Magnetspulen sind dabei derartig verbunden, daß sie sich in ihrer Wirkung unterstützen. In Fig. 104 ist z. B. das untere, vorne liegende Ende der linken Spule mit dem hinten liegenden unteren Ende der rechten Spule verbunden.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahrzehnte des letzten Jahrhunderts wurde jedoch erst möglich durch das

im Jahre 1866 von Werner Siemens entdeckte dynamo-elektrische Prinzip. In einer Abhandlung, die Siemens im Januar 1867 der Berliner Akademie der Wissenschaften vorlegte, wies er nach, daß der remanente Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne, und daß dadurch der Technik die Mittel gegeben seien, „elektrische Ströme in unbegrenzter Stärke zu erzeugen“.^{*)}

Als Dynamomaschinen werden jetzt alle Maschinen bezeichnet, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld elektrische Energie erzeugt wird. Dynamomaschinen und Generatoren sind also gleichbedeutend.

Der Vorgang der Selbsterregung der Gleichstrommaschinen vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur die Kraftlinien des remanenten Magnetismus geschnitten werden. Dadurch wird eine geringe elektromotorische Kraft und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem aber dieser Strom nach Fig. 105 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den remanenten Magnetismus. Dadurch wächst dann die Zahl der Kraftlinienschnitte in der Sekunde, also die elektromotorische Kraft, und dadurch wieder der Strom usw. So arbeitet sich die Maschine beim „Angehen“ selbst in die Höhe und erzeugt sich ihren Magnetismus selbst.

Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Kraftflusses und der induzierten elektromotorischen Kraft hängt von den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr dehnbare Begriff ist. Der Strom wächst vielmehr nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke und dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der elektromotorischen Kraft ist, die bei den betreffenden Kraftlinien induziert wird, oder besser so lange, wie die erzeugte elektromotorische Kraft stärker wächst als der Ohmsche Spannungsverbrauch im Erregerstromkreis.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen erschwert, da die betreffende Kraftlinienzahl ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die elektromotorische Kraft und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die elektromotorische Kraft selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum mehr aufrecht zu halten, daß die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Kreises ursprünglich gegeben sind, und daß sich die Stromstärke erst nach dem Ohmschen Gesetz aus beiden ableitet. Bei der Dynamomaschine ist die elektromotorische Kraft nicht allein eine Funktion der

^{*)} Siehe Poggendorfs Annalen 1867, sowie „Wissenschaftliche und technische Arbeiten“ von Werner Siemens II, S. 234.

Maschine, die etwa durch eine unveränderliche Kraftlinienzahl, Drehzahl und Drahtzahl gegeben wäre. Vielmehr hängt sie außerdem noch ab von den Betriebsverhältnissen, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand, d. h. von dem Stromverbrauch.

Die Magnetwicklung besteht bei der Hauptstrommaschine (Fig. 105) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Haupt-

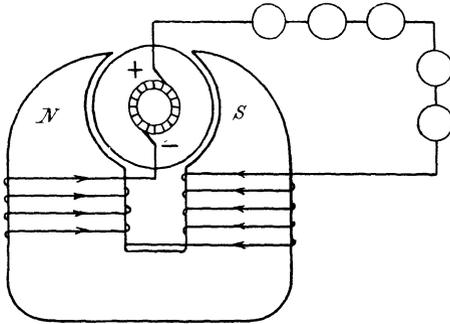


Fig. 105. Hauptstrommaschine.

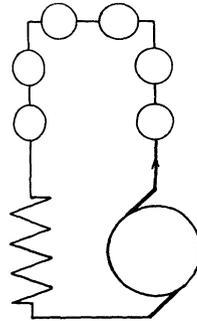


Fig. 106. Schaltbild der Hauptstrommaschine.

strom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind also hintereinander geschaltet (vergl. Fig. 106).

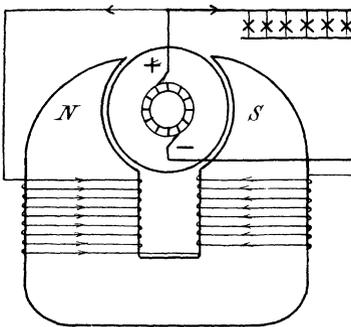


Fig. 107. Nebenschlußmaschine.

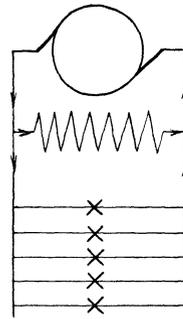


Fig. 108. Schaltbild der Nebenschlußmaschine.

Bei der Nebenschlußmaschine (Fig. 107 und 108) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die Magnetwicklung liegt unmittelbar an den Bürsten, sie ist also parallel zum äußeren Netz geschaltet. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

Die Compoundmaschine endlich ist eine Vereinigung von Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine (Fig. 109—112). Sie ist im wesentlichen eine Nebenschlußmaschine, deren Kraftfluß durch die Wirkung einer Hauptstromspule verstärkt wird. Die Wicklung ist also so zu schalten, daß die Ströme in der Hauptstrom- und Nebenschlußwicklung gleichgerichtet

sind. In Fig. 109 und 111 ist der Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt. Er liegt also parallel zum Widerstand der Hauptstromwicklung und dem äußeren Netz. In Fig. 110 und 112 ist der Nebenschluß dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt; er liegt also parallel zum äußeren Netz. Die Compoundwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des dadurch vergrößerten Spannungsverlustes im Anker die Klemmenspannung konstant zu halten.

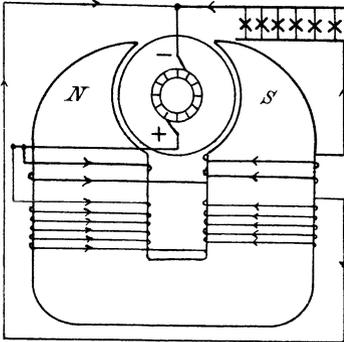


Fig. 109. Compoundmaschine, Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt.

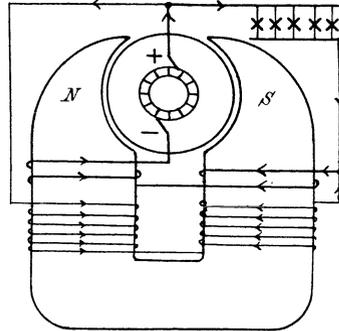


Fig. 110. Compoundmaschine, Nebenschluß von den Klemmen abgezweigt.

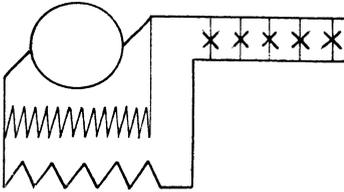


Fig. 111. Schaltbild der Compoundmaschine, Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt.

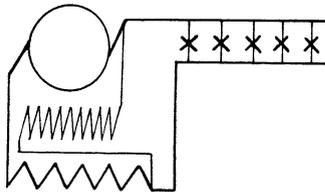


Fig. 112. Schaltbild der Compoundmaschine, Nebenschluß von den Klemmen abgezweigt.

Von besonderer Wichtigkeit sind die Bedingungen, unter denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird. Das „Angehen“ wird erschwert bzw. verhindert:

- I. wenn die im ersten Augenblick induzierte elektromotorische Kraft zu gering ist, d. h.
 1. bei zu geringem remanenten Magnetismus,
 2. bei zu niedriger Drehzahl;
- II. wenn der erzeugte magnetisierende Strom zu gering ist, d. h.
 1. bei großem Übergangswiderstand der Bürsten,
 2. bei großem äußeren Widerstand der Hauptstrommaschine,
 3. bei großem Magnetwiderstand der Nebenschlußmaschine,
 4. bei sehr kleinem äußeren Widerstand der Nebenschlußmaschine, z. B. bei Kurzschluß, weil dann die Spannung an den Klemmen und dadurch der Magnetstrom gleich Null wird;

III. wenn die erzeugten Kraftlinien den remanenten Magnetismus ungenügend oder gar nicht verstärken, d. h.

1. bei großem Luftabstand zwischen Anker und Polen,
2. durch falsche Schaltung der Magnetwicklung bei gegebener Drehrichtung,
3. durch Umkehrung der Drehrichtung bei gleichbleibender Schaltung der Magnetwicklung.

Eine Umpolarisierung der Magnete hat keinen Einfluß auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

52. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen verschiedenen Materials. Als Material wird Ankerblech, Gußeisen, Dynamogußstahl und Flußeisen verwendet.

Das Ankerblech wird außer für den Anker meist auch für die Polschuhe verwendet, wenn es gilt, durch Unterteilung des Eisens den Verlust durch Wirbelströme zu vermeiden. Häufig werden nicht nur die Polschuhe, sondern auch die Polkerne aus Blechen zusammengesetzt. Bei der großen Leitfähigkeit des Ankerbleches kommt man dann mit einem geringen Polquerschnitt aus, was in bezug auf das Gewicht der Erregerwicklung von wesentlicher Bedeutung ist.

Gußeisen wurde früher fast allgemein als Material für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Leitfähigkeit kommt es indessen jetzt meist nur für mittlere und kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringen Herstellungskosten und der billige Preis des Gußeisens wiegen in vielen Fällen den Nachteil des durch die schlechte Leitfähigkeit veranlaßten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Der Dynamogußstahl hat das Gußeisen neuerdings fast überall verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil eines starken remanenten Magnetismus mit dem einer hohen magnetischen Leitfähigkeit, die sich von der des Schmiedeeisens kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen als bei Gußeisen, und braucht dabei trotzdem verhältnismäßig wenig Amperewindungen auf den Schenkeln. Infolgedessen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bei Verwendung von Gußstahl bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die größere zulässige Kraftliniendichte, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen stehen der höhere Preis des Gußstahles und die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Gestell mit der Fundamentplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Als Form des Magnetgestelles wählte man, nachdem die erste Entwicklungszeit vorüber war, zunächst das Hufeisen (Siemenstype). Man erkannte dabei bald, daß die zuerst teilweise gewählten langen Schenkel den Eisenweg für die Kraftlinien ganz unnütz verlängern. Ferner ergab sich, daß eine möglichst gefällige, dem Verlauf der Kraftlinien sich anschmiegende Form am günstigsten ist. Eine Kraftlinie bildet, solange sie in demselben Material verläuft, niemals Ecken. Die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Fig. 113 vergrößern z. B. unnützerweise das Eisengewicht der Maschinen und vermehren die seitlich austretenden Streulinien. Die Pole sind also in der Weise, wie es in Fig. 105 gezeichnet ist, abzurunden oder abzuschrägen.

Die neuerdings wegen ihrer vorzüglichen magnetischen Eigenschaften allgemein verwendete Form des Magnetgestelles ist die Lahmeyertype (Fig. 131). Fast alle mehrpoligen Magnetgestelle gehören dieser eisenschlossenen Form an. In der Regel trägt dabei jeder Pol, wie in

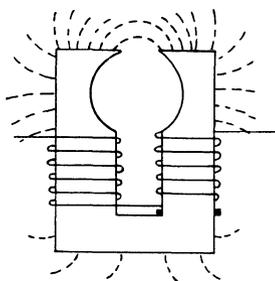


Fig. 113. Streufluß bei ungünstiger Form des Magnetgestelles.

Fig. 131, eine Erregerspule, jedoch läßt sich die Erregung eines Polpaares auch durch eine einzige Erregerspule bewirken, indem man von den beiden Polen eines Polpaares nur den einen bewickelt. Die letztere Anordnung kann in Frage kommen, wo es sich, wie bei Straßenbahnmotoren, darum handelt, die eine Dimension der Maschine möglichst klein zu machen. Die Ungleichmäßigkeit der magnetischen Anordnung kann aber eine Funkenbildung am Kollektor verursachen.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die verschiedenen Maschinenarten in bezug auf die Streuung zu vergleichen.

Unter den Streulinien versteht man die Kraftlinien, die sich unmittelbar zwischen den Polkernen oder den Polspitzen durch die Luft hindurch schließen, ohne den Anker zu durchsetzen. Infolge der Streuung ist die Kraftlinienzahl in den Magneten größer als die nutzbare Kraftlinienzahl im Anker. Die dadurch vergrößerte Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen größeren Aufwand von Amperewindungen auf den Magnetschenkeln als bei einer streuungslosen Maschine.

Das Verhältnis der Kraftlinien N_m in den Magneten zu den Kraftlinien N im Anker heißt der Streuungskoeffizient.

Um diesen Streuungskoeffizienten durch den Versuch zu ermitteln, wird eine Hilfsspule in der in Fig. 113 gezeichneten Weise um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem ballistischen Galvanometer geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes ziehen sich alle Kraftlinien zusammen und schneiden durch die Hilfsspule. Der Aus-

schlag des Galvanometers ist dann ein Maß für die Kraftlinienzahl. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Hilfsspule wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann ohne weiteres den Streuungskoeffizienten. Dieser ergibt sich bei der jetzt allein gebräuchlichen Lahmeyertype, bei welcher die Erregerspulen ganz nahe am Anker liegen und deshalb der Querschnitt des Streufeldes verhältnismäßig gering ist, den günstigen Wert 1,1—1,2.

Die Siemenstype (Fig. 105) war in bezug auf Streuung wesentlich ungünstiger, weil die Magnetkerne sich verhältnismäßig nahe gegenüberstanden und außerdem große Flächen besaßen, die nach außen Streulinien ausstrahlen. Die Abrundung der Pole vermindert allerdings die Streuung etwas, weil der Weg für die Streulinien dadurch länger und unbequemer wird.

Man muß im Auge behalten, daß der angegebene Wert für den Streuungskoeffizienten nur eine rohe Annäherung darstellen kann. Zunächst kann nämlich die Streuung bei Maschinen ein und derselben Art verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes größer oder geringer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem Polquerschnitt, als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders groß, so sind zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes viele Amperewindungen nötig. Diese schaffen dann einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbaaren Kraftfluß.

Diese Verhältnisse werden noch deutlicher, wenn man den Streufluß und den nutzbaaren Kraftlinienfluß als zwei parallelgeschaltete Ströme auffaßt, die den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege umgekehrt proportional sind. Demnach ist das Verhältnis der Streulinien zu den nutzbaaren Kraftlinien gleich dem Verhältnis des Widerstandes des nutzbaaren Feldes zum Widerstand des Streufeldes. Wie man sieht, können Maschinen derselben Art eine ganz verschiedene prozentische Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert des Streuungskoeffizienten bei ein und derselben Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man je nach der Magneterregung eine verschiedene Kraftlinienzahl im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht konstant. Dazu kommt noch, daß die Amperewindungen des Ankers nach Abschnitt 54 einen je nach den Betriebsverhältnissen wechselnden magnetischen Gegendruck X_g darstellen, wodurch das Verhältnis der nutzbaaren Kraftlinien zu den Streulinien stark beeinflusst wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Widerstand des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine

eine geometrische Ausmessung zuläßt. Ist Q_s der Querschnitt und l_s die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 31 der Widerstand W_s des Streufeldes zu:

$$W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s}. \quad (\text{a})$$

Sind nun die Amperewindungen $X_a + X_z + X_l$ nötig, um den Kraftlinienfluß N durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch der Gegendruck X_g der Amperewindungen des Ankers zu überwinden, so ergibt sich die Zahl N_s der Streulinien nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus zu:

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s}.$$

Der Kraftfluß in den Magneten ist dann $N_m = N + N_s$. Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 31 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

53. Die Bürstenstellung.

Im 43. Abschnitt ergab sich, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt und daher in dieser Zone die Bürsten anzuordnen sind. Das ist jedoch nicht so zu verstehen, daß die Bürsten immer räumlich in der Mitte zwischen zwei Polen liegen müssen. Es ist zu berücksichtigen, daß die Zuleitungen zum Kollektor mehr oder weniger gekröpft sind. Die Bürsten sind vielmehr ganz allgemein so zu stellen, daß der Übergang einer Spule von einer Ankerabteilung in die andere in der neutralen Zone erfolgt. Die neutrale Zone ist dabei der Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht. Bei falscher Bürstenstellung würde z. B. eine Ankerabteilung des Ringankers gleichzeitig vor ungleichnamigen Polen liegen. In den einzelnen Drähten einer Abteilung werden dann entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kräfte induziert, die sich zum Teil aufheben. Das hat dann einen Verlust an elektromotorischer Kraft zur Folge.

Dazu kommt noch, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Kollektorsegmenten steht, eine oder unter Umständen mehrere Spulen kurzschließt. Wenn nun dieser Kurzschluß nicht in der neutralen Zone, sondern in einem starken magnetischen Feld erfolgt, so wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine starke elektromotorische Kraft induziert. Diese erzeugt in dem geringen Spulenwiderstand während der Zeit des Kurzschlusses eine erhebliche Stromstärke. Wenn dann die Bürste im Laufe der Drehung von dem einen der kurzgeschlossenen Segmente abgleitet, so wird der Kurzschlußstrom unterbrochen, was eine starke Funkenbildung zur Folge haben kann. Im Interesse des funkenlosen Ganges ist es also ebenfalls nötig, daß die Bürsten wesentlich in der neutralen Zone stehen.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, und bei Maschinen, die nach Abschnitt 54 und 55 mit Wendepolen oder Kompensationswicklung versehen sind, senkrecht auf der Kraftlinienrichtung der Magnete steht.

Sobald nämlich der Anker vom Strom durchflossen wird, erzeugt er selbst Kraftlinien, die den Anker in Richtung der Bürstenachse durchsetzen. Sie schwächen das Magnetfeld an den beiden Eintrittsstellen des Ankers und verstärken es an den beiden Austrittsstellen. Auf diese Weise wird das Magnetfeld in der durch Fig. 114 dargestellten Weise verzerrt.

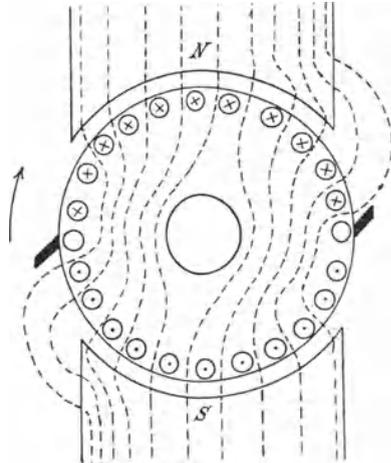


Fig. 114. Verzerrung des Feldes.

Die Verzerrung des ursprünglichen Feldes ist in zweifacher Beziehung wichtig. Zunächst beeinträchtigt die Sättigung an den Austrittsstellen des Ankers die Leitfähigkeit des Poleisens, so daß sich bei Belastung eine Abnahme der elektromotorischen Kraft gegenüber dem Leerlauf ergibt.

Weiter aber ergibt sich aus dem Kraftfluß der Magnete und des Ankers ein resultierender Kraftfluß, auf dem dann die resultierende neutrale Zone senkrecht steht, d. h. die neutrale Zone und damit der richtige Bürstendurchmesser verschiebt sich in Richtung der Drehung. Läßt man bei Belastung die Bürsten in der auf den Magnetkraftlinien senkrechten Richtung stehen, so erfolgt der Kurzschluß einer Spule durch die Bürsten nach Fig. 114 an einer Stelle, an welcher ein starkes Feld vorhanden ist. Es wird daher nötig, die Bürsten in eine solche Stelle zu verschieben, an der das Feld gleich Null ist, d. h. an einer Stelle, an der das vom Anker erzeugte Feld, das immer die Richtung des Bürstendurchmessers besitzt, gerade durch das Feld der Magnete aufgehoben wird.

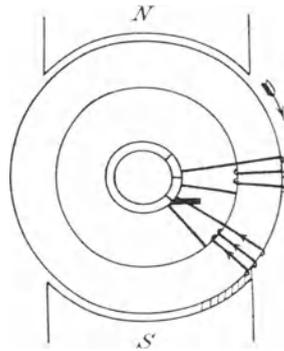


Fig. 115. Verschiebung der kurzgeschlossenen Spule in das aktive Feld.

Im praktischen Betriebe wird es sogar mit Rücksicht auf die Selbstinduktion, welche die Umkehrung des Stromes in der kurzgeschlossenen

Spule verlangsamt, erforderlich, die Bürsten noch weiter in das aktive Feld vorzuschieben (Fig. 115). Dann wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine elektromotorische Kraft induziert, welche die Selbstinduktion aufhebt und die Kommutierung ohne Funkenbildung ermöglicht. Der geringe Verlust an elektromotorischer Kraft, der dadurch bedingt wird, ist ohne Bedeutung.

Bei Motoren sind die Bürsten aus den oben genannten Gründen entgegen der Drehrichtung zu verschieben. Nur wenn die Motoren für Umsteuerung eingerichtet sind, bleiben die Bürsten in der theoretischen neutralen Zone stehen. In angestregten Betrieben sind dabei Wendepole erforderlich (vergl. Abschnitt 55).

54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung.

Stehen die Bürsten in der Nähe der Polspitzen, so zerfällt die ganze Ankerwicklung in zwei Teile, von denen der erste innerhalb des Winkels α der neutralen Zone und der zweite innerhalb des Polbogens β liegt. Wie man aus Fig. 116 erkennt, wirken die innerhalb der neutralen Zone liegenden Windungen den Magnetwindungen direkt entgegen, indem sie die punktiert angedeuteten Kraftlinien zu erzeugen suchen. Der wirkliche resultierende Kraftfluß, der die Pole und den Anker durchsetzt, kommt dann durch die Differenz der Amperewindungen der Magnete und der entgegengerichteten Amperewindungen des Ankers zustande. Ist z die gesamte Drahtzahl, so liegt innerhalb eines Winkels α die Draht-

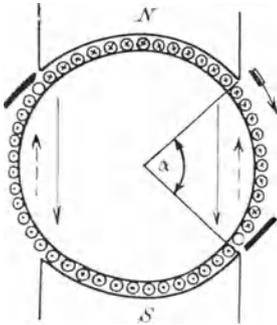


Fig. 116. Darstellung der Ankerrückwirkung bei einer Trommel.

zahl $\frac{z \cdot \alpha}{360}$ (Fig. 116). Das ist zugleich die Windungszahl innerhalb der neutralen Zone. Ist ferner $2a$ die Anzahl der parallelen Stromzweige, so ist $\frac{I_a}{2a}$ der Strom in einem Ankerdraht, und der Betrag der Gegenamperewindungen X_g ist:

$$X_g = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot \alpha}{360}.$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für Reihen- und Parallelwicklung.

Der Einfluß der Gegen-Amperewindungen des Ankers besteht darin, daß die Kraftlinien bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf geschwächt und dadurch die Spannung der Maschine vermindert wird. Man bezeichnet diesen Einfluß als die Ankerrückwirkung. Mit Rücksicht auf die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes sind beim Entwurf der Maschine die berechneten Amperewindungen für Anker-, Luft- und Magnetweg um den Betrag der Ankerrückwirkung X_g zu erhöhen. Dieser Be-

trag macht in der Regel 10—15 % der ganzen Magneterregung aus, woraus aber nicht gefolgert werden darf, daß auch die elektromotorische Kraft um den gleichen Betrag gegenüber dem Leerlauf vermindert wird. Da die Maschinen nämlich meist mit Sättigung des Eisens arbeiten, also da, wo die Magnetisierungskurve flach verläuft, so entspricht einer verhältnismäßig großen Ankerrückwirkung doch nur ein geringer Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Belastung.

Wir betrachten jetzt die Wirkung der Amperewindungen, die innerhalb des Polbogens β liegen. Man nennt diese die Queramperewindungen, weil sie Kraftlinien erzeugen, die quer durch den Anker verlaufen. Die Querkraftlinien, die man auch als Streulinien bezeichnen kann, schließen sich auf dem in Fig. 117 gezeichneten Wege durch die Luft und das Poleisen. Am dichtesten sind sie an den Pol-ecken, weil dort die ganzen vor dem Polbogen liegenden Amperewindungen wirksam sind. Wie schon auf S. 153 angegeben ist, wirken sie den Magnetkraftlinien an der Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Die dadurch bewirkte ungleiche Verteilung des Feldes hat außer den oben besprochenen Wirkungen noch zur Folge, daß in den Spulenseiten, die sich gerade im stärksten Felde befinden, eine übermäßig große elektromotorische Kraft induziert wird. Infolgedessen kann zwischen den entsprechenden Segmenten des Kommutators ein Funke überschlagen, der Veranlassung zum sog. „Rundfeuer“ gibt.

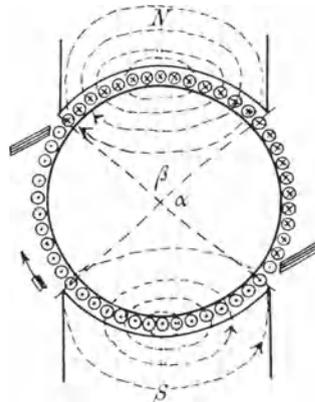


Fig. 117. Querkraftlinien einer Gleichstrommaschine.

Auch die Kommutierung wird durch die Quermagnetisierung erschwert. Gerade die Eintrittsstelle des Ankers ist von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zum funkenfreien Kommutieren nötige äußere Feld vorfinden muß (vergl. Abschnitt 55). Sind nun die Queramperewindungen zu beträchtlich, so wird das Feld an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar negativ, und die Maschine kann dann kaum funkenfrei arbeiten. Man kann in roher Schätzung annehmen, daß beim Trommelanker eine Kraftliniendichte von 1500 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter zur funkenfreien Kommutierung vorhanden sein müssen.

Bezeichnet \mathfrak{B}_t die mittlere Kraftliniendichte in dem Luftzwischenraum und \mathfrak{B}_q die von den Querwindungen erzeugte Kraftliniendichte an

den Polkanten, so ergibt sich an der Eintrittsstelle des Ankers eine resultierende Feldstärke:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_q.$$

Nun ist die wirksame magnetomotorische Kraft der Querwindungen:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{I_a}{2a},$$

Da der magnetische Widerstand, den diese Querwindungen vorfinden, wesentlich durch die Luftstrecke gegeben ist, so erhält man nach Gleichung (20) auf S. 73:

$$\mathfrak{B}_q = \frac{0,4 \pi \cdot X_q}{l_l},$$

wo l_l der doppelte Luftabstand in Zentimeter ist.

Nun ist die magnetomotorische Kraft X_l , die nötig ist, um den Kraftfluß durch die Luftstrecke zu treiben, durch die Gleichung gegeben:

$$\mathfrak{B}_l = \frac{0,4 \pi \cdot X_l}{l_l}.$$

Man erhält also die tatsächlich an der Eintrittsstelle des Ankers vorhandene Kraftliniendichte zu:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_q = 0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_l}.$$

Dann gilt die oben erwähnte empirische Bedingung für funkenlosen Gang eines Trommelankers:

$$0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_l} \geq 1500.$$

Da mit Zunahme des Ankerstromes auch der Einfluß der Queramperewindungen wächst, so wird dadurch schließlich die Überlastungsfähigkeit der Maschine begrenzt. Diese ist nicht allein dadurch bestimmt, daß mit zunehmender Überlastung die Joulesche Wärme im Anker zu groß wird, sondern vor allen Dingen durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang. Daher ist bei der Konstruktion von allen Dingen die Quermagnetisierung zu beschränken, und zwar durch folgende Mittel:

1. Nach der obigen Gleichung für X_q ist ein kleiner Winkel β der Polbohrung von Vorteil. Im allgemeinen ist der Polbogen etwa $\frac{2}{3}$ der Teilung.

2. Vorteilhaft ist ferner eine kleine Drahtzahl z auf dem Anker. Dies führt, damit die geforderte elektromotorische Kraft erreicht wird, zu großen Kraftlinienzahlen.

3. Die dadurch bedingte hohe Luftinduktion (8000—10000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter bei größeren, langsam laufenden Maschinen) erfordert dann zugleich einen hohen Betrag an magnetomotorischer Kraft X_l . Dadurch wird die obige Ungleichung leichter erfüllt.

4. Eine Vergrößerung des Betrages von X_l wird auch durch eine Vergrößerung des doppelten Luftabstandes l_l erreicht. Dieses Mittel wirkt durchgreifend, da dadurch zugleich der Nenner in der obigen Ungleichung größer wird. Aber der Vorteil wird nur durch übermäßigen Aufwand an Amperewindungen auf den Magneten erkauft.

5. Besonders wichtig erscheint auch eine geringe Zahnbreite, bei welcher die Zähne stark gesättigt sind (18000—24000 Kraftlinien auf dem Quadratzentimeter). Indem dadurch den Querkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers der Weg erschwert wird, wird ihre Bildung überhaupt gehindert.

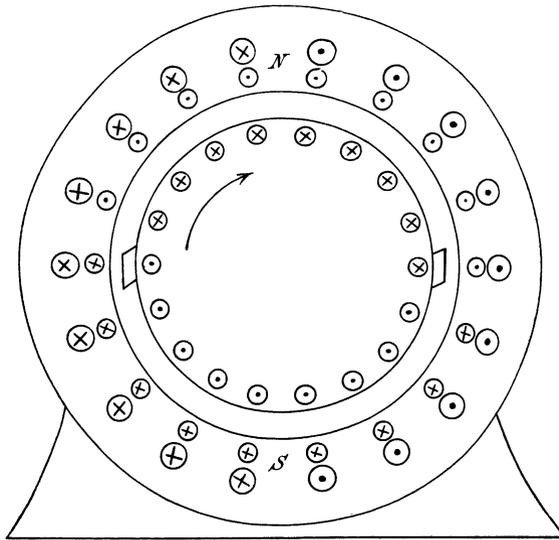


Fig. 118. Kompensationswicklung von Déri.

6. Eine Aufhebung des Querfeldes an der Kommutierungsstelle erzielt man durch Wendepole, die gleichzeitig das für die Kommutierung erforderliche Feld schaffen, so daß eine Bürstenverschiebung nicht erforderlich ist (vergl. Abschnitt 55).

7. Bei Maschinen für besonders schwierige Betriebsbedingungen (stoßweise Belastung) muß verhindert werden, daß an der Austrittsstelle des Ankers infolge der Quermagnetisierung eine zu hohe Kraftliniendichte auftritt, was eine zu hohe Spannung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kollektorsegmenten und daher ein Überspringen der Spannung am Kollektor zur Folge haben kann (Rundfeuer). Man erreicht die Aufhebung der Quermagnetisierung durch eine Kompensationswicklung. Bei der von Déri angegebenen Art der Kompensation besitzt das Magnetgestell keine ausgeprägten Pole, sondern es wird wie beim Induktionsmotor durch einen Ring dargestellt, der eine Trommelwicklung trägt (Fig. 118).

Diese Trommelwicklung ist in der Figur als die äußere gezeichnet. Die Achse des von ihr erzeugten Magnetfeldes verläuft senkrecht von oben nach unten. Die vom Ankerstrom durchflossene Kompensationswicklung

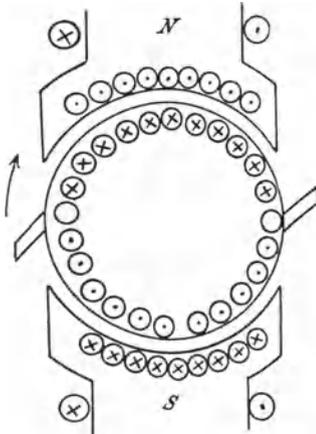


Fig. 119. Kompensation von Maschinen mit ausgeprägten Polen.

ist ebenfalls auf dem feststehenden Teil, und zwar um 90° gegen die Magnetwicklung verschoben, angeordnet. Wie die Figur zeigt, hebt diese Wicklung die Wirkung des Ankerstromes bei allen Belastungszuständen genau auf. Dadurch, daß man die Achse der Kompensationswicklung in der Drehrichtung verschiebt, kann man zugleich eine Verstärkung des Hauptmagnetfeldes erzielen. Dadurch wird dann der Ohmsche Spannungsabfall bei Belastung ausgeglichen, so daß die Maschine als Compoundmaschine arbeitet.*)

Die Kompensation läßt sich ebenso auch bei Maschinen mit ausgeprägten Polen ausführen (vergleiche

Fig. 119). In diesem Falle werden die Drähte der Kompensationswicklung in Nuten des Polschuhes untergebracht.

55. Funkenfreie Kommutierung.

Um die Bedingung für funkenfreien Gang zu ermitteln, behandeln wir nur den einfachsten Fall, in welchem eine Bürste gleichzeitig nicht mehr als zwei Lamellen kurzschließt. Der etwaige Einfluß des gleichzeitigen Kurzschlusses benachbarter Drähte durch eine zweite, ungleichnamige Bürste werde vorläufig vernachlässigt. Wir betrachten nun:

1. den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten, mit Vernachlässigung der Selbstinduktion;
2. den Einfluß der Selbstinduktion auf den Kurzschlußstrom;
3. die Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone;
4. die Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion durch Verschiebung der Bürsten oder durch Wendepole.

1. Die Spule besitze keine Selbstinduktion. Ihr Widerstand, sowie der Widerstand der Zuleitungen zum Kollektor werde wegen seiner Klein-

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd I. 2. Aufl. 1906.

heit vernachlässigt. Die Bürsten mögen in der praktischen neutralen Zone stehen. Nach Fig. 120 sei:

- I der Strom in einer Ankerabteilung,
- i der zeitlich wechselnde Kurzschlußstrom,
- i_1 der Strom unter der auflaufenden Bürstenspitze,
- i_2 der Strom unter der ablaufenden Bürstenspitze,
- R der Übergangswiderstand der Bürste,
- R_1 der Widerstand der auflaufenden Bürstenspitze,
- R_2 der Widerstand der ablaufenden Bürstenspitze,
- t die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses,
- t_k die Zeitdauer des Kurzschlusses.

Wenn wir von dem Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so sind die Übergangswiderstände R_1 und R_2 umgekehrt proportional der Berührungsfäche. Es ist also:

$$R_1 = R \cdot \frac{t_k}{t},$$

$$R_2 = \frac{R \cdot t_k}{t_k - t}.$$

Der Strom $2I$ fließt aus dem Netz auf die Bürste zu und teilt sich dort in zwei ungleiche Teile. Durch den Widerstand R_2 fließt nach Fig. 120 der Strom I der rechten Ankerhälfte und

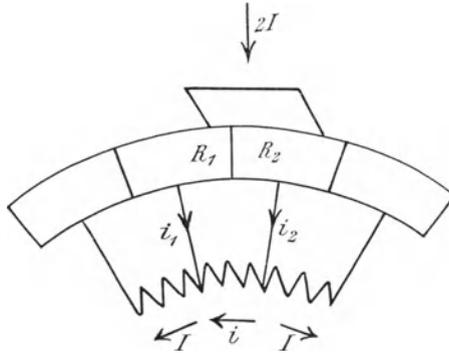


Fig. 120. Stromverlauf beim Kurzschluß einer Spule.

der Strom i der kurzgeschlossenen Spule. Die Richtung des letzteren ist in Fig. 120 (Rechtsdrehung des Kollektors) so gezeichnet, wie sie vor Beginn der Kommutierung vorhanden war. Fig. 120 entspricht also der Zeit im Anfang der Kommutierung, während welcher der bisherige Strom in der betrachteten Spule abnimmt. Es ist dann:

$$i_1 = I - i, \quad i_2 = I + i.$$

Diese Gleichungen bleiben auch richtig, nachdem der Strom i seine Richtung umgekehrt hat, also negativ geworden ist. Da wir den Widerstand der kurzgeschlossenen Spule wegen seiner Kleinheit vernachlässigen, so ergibt die 2. Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreis (Fig. 120).

$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 = 0.$$

Wenn wir die obigen Werte für i_1 , i_2 , R_1 und R_2 einsetzen und für i auflösen, erhalten wir:

$$i = I - 2I \cdot \frac{t}{t_k}. \quad (\text{a})$$

In Fig. 121 ist OG die Abszissenachse, und die Zeit t ist als Abszisse und der Augenblickswert des Kurzschlußstromes i als Ordinate aufgetragen. Aus Gleichung (a) erhalten wir:

$$\begin{aligned} t = 0, & & i = I, \\ t = \frac{t_k}{2}, & & i = 0, \\ t = t_k, & & i = -I. \end{aligned}$$

Auf diese Weise ergibt sich die gezeichnete Gerade in Fig. 121. Zu einer beliebigen Zeit $t = BC$ ist dann:

$$i = BC, \quad i_1 = I - i = AB, \quad i_2 = I + i = BD.$$

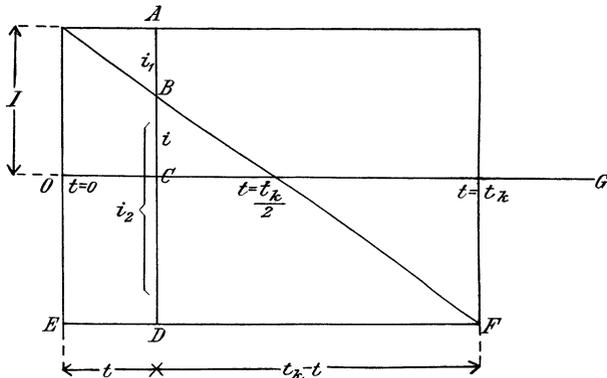


Fig. 121. Zeitlicher Verlauf des Kurzschlußstromes unter Vernachlässigung der Selbstinduktion.

Die Ordinaten zwischen der Wagerechten EF und der schrägen Geraden stellen uns also den Strom i_2 in der ablaufenden Bürstenspitze dar. Nun ist die Berührungsfläche der ablaufenden Bürstenspitze proportional dem Werte $t_k - t$. Demnach ist die Stromdichte unter dieser Bürstenspitze proportional dem Verhältnis $\frac{i_2}{t_k - t}$. Da dieses Verhältnis nach der Figur konstant gleich $\frac{2I}{t_k}$ ist, so folgt, daß die Stromdichte in allen Zeitpunkten des Kurzschlusses und auf der ganzen Bürstenfläche dieselbe ist. Eine schädliche Funkenbildung tritt dabei nicht auf, indem der Strom in der ablaufenden Lamelle proportional mit der abnehmenden Berührungsfläche abnimmt und zuletzt bis auf Null sinkt. Zugleich fließt am Ende des Kurzschlusses in der Spule schon der Strom $-I$, d. h. der Übergang in die neue Ankerhälfte erfolgt beim Aufhören des Kurzschlusses ohne Änderung in der Spule selbst.

2. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse wesentlich ungünstiger als oben angenommen wurde. Die kurzgeschlossene Spule erzeugt Kraftlinien, die beim Verschwinden des bisherigen Stromes und beim Entstehen des neuen Stromes durch die Spule selbst hindurchschneiden. Dadurch

entsteht eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die das Abfallen des Stromes und ebenso das Anwachsen im entgegengesetzten Sinne verzögert. Die Kurve des Kurzschlußstromes verläuft dann nicht geradlinig, wie in Fig. 121, sondern konkav gegen die untere Wagerechte, wie in Fig. 122. Der Kurzschlußstrom geht also nicht mehr zurzeit $\frac{t_k}{2}$, sondern erst viel später durch Null hindurch.

Um die Kurve des Kurzschlußstromes mit Berücksichtigung der Selbstinduktion zu zeichnen, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlußkreis mit Selbstinduktion auf. Dabei berücksichtigen wir,

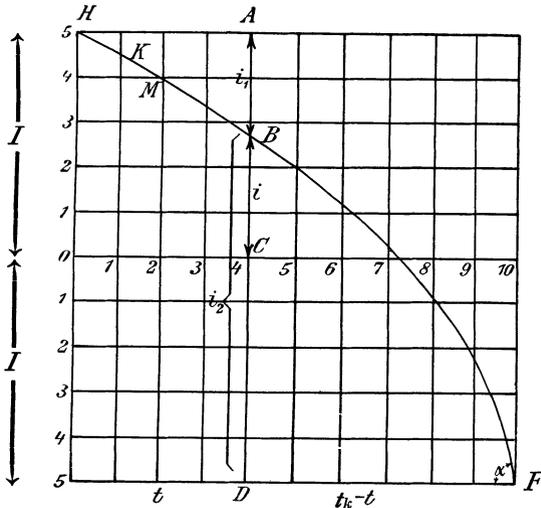


Fig. 122. Kurzschlußkurve mit Berücksichtigung der Selbstinduktion.

daß die Selbstinduktion E_s dem abfallenden Strom i , also auch in dem in Fig. 120 gezeichneten Augenblick dem Strom i_2 gleichgerichtet ist. Wir erhalten also:

$$E_s = i_2 \cdot R_2 - i_1 \cdot R_1.$$

Wir setzen nun für E_s nach Gleichung (24) auf S. 85 den Wert $-L \cdot \frac{di}{dt}$, sowie für R_1 und R_2 die betreffenden Werte aus S. 159 ein und erhalten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{R \cdot t_k}{L} \left(\frac{i_2}{t_k - t} - \frac{i_1}{t} \right). \quad (29)$$

Dabei ist $i_2 = I + i$ und $i_1 = I - i$. Die Kurzschlußkurve ergibt sich dann am besten graphisch.*) Es sei z. B.:

$$t_k = 10, \quad I = 5, \quad L = 1, \quad R = \frac{1}{10},$$

d. h.:
$$\frac{R \cdot t_k}{L} = 1.$$

*) Vergl. Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. ETZ 1902, S. 865. Thomälen, Elektrotechnik. 6. Aufl. 11

Im Anfang des Kurzschlusses wird $t = 0$, und der Strom in der ablaufenden Bürstenspitze ist gleich $2I$. Ferner ist für $t = 0$ nach Fig. 122, wenn wir den Anfang der Kurve als geradlinig betrachten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{i_1}{t}.$$

Durch Einsetzung dieser Werte in Gleichung (29) erhalten wir:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{R \cdot t_k}{L} \left(\frac{2I}{t_k} - \frac{i_1}{t} \right)$$

oder, wenn wir für $\frac{i_1}{t}$ auflösen und die angenommenen Zahlenwerte einsetzen:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{2I \cdot R}{L \left(1 + \frac{R \cdot t_k}{L} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Wir ziehen also in Fig. 122 vom Punkt H aus mit der Neigung 1:2 gegen die Horizontale eine Gerade und wählen auf ihr willkürlich einen Punkt K , welcher der Zeit $t = 1$ entspricht. Dafür wird:

$$i_1 = 0,5, \quad i_2 = 9,5, \quad t = 1, \quad t_k - t = 9.$$

Demnach wird nach Gleichung (29):

$$-\frac{di}{dt} = 1 \left(\frac{9,5}{9} - \frac{0,5}{1} \right) = -0,555.$$

Dieser Wert ist die trigonometrische Tangente des Winkels, den die geometrische Tangente im Punkt K mit der Wagerechten bildet. Wir legen also durch K eine Gerade mit dem Gefälle 0,555:1 und wählen auf ihr wieder willkürlich einen Punkt M , für den $t = 2$ ist. Dafür wird:

$$i_1 = 1,055, \quad i_2 = 8,945, \quad t = 2, \quad t_k - t = 8.$$

Wir berechnen dann wieder $\frac{di}{dt}$ nach Gleichung (29) und ziehen durch M die entsprechende Gerade. Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so unsere Kurve mit ziemlich großer Genauigkeit. Für eine beliebige Zeit t ist dann $AB = i_1$, $BC = i$, $BD = i_2$. Der Strom i wird schließlich negativ. Man sieht deutlich, daß die Änderung des Stromes im zweiten Teil des Kurzschlusses sehr schnell erfolgt, was in bezug auf Funkenbildung äußerst ungünstig ist.

3. Zur Aufstellung der Bedingung für funkenlosen Gang ermitteln wir die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze. An dieser wird für $t = t_k$ der Übergangswiderstand unendlich groß, also der Strom i_2 gleich Null. Da auch $t_k - t$ gleich Null wird, so nimmt der Ausdruck $i_2 : (t_k - t)$, welcher der Stromdichte proportional ist, die Form 0:0 an.

Wir fassen nun zunächst einen Fall ins Auge, in welchem am Ende des Kurzschlusses der Differenzialquotient $\frac{di}{dt}$ gleich dem Verhältnis der

Ordinate zu der von rechts an gemessenen Abszisse ist, so daß wir im letzten Teil der Kurve setzen können:

$$-\frac{di}{dt} (t = t_k) = \frac{i_2}{t_k - t}.$$

Diese Bedingung ist immer erfüllt, wenn die Kurzschlußkurve in ihrem letzten Teil gradlinig ist und die Abszissenachse unter einem spitzen Winkel schneidet, d. h. wenn die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze, die dem Quotienten $\frac{i_2}{t_k - t}$ proportional ist, endlich bleibt.

Nun wird am Ende des Kurzschlusses:

$$\frac{i_1}{t} (t = t_k) = \frac{2I}{t_k}.$$

Setzen wir die obigen beiden Werte in Gleichung (29) auf S. 161 ein und formen wir um, so erhalten wir:

$$\frac{i_2}{t_k - t} (t = t_k) = \frac{2I \cdot R}{L \cdot \left(\frac{R \cdot t_k}{L} - 1 \right)}.$$

Die Gleichung zeigt deutlich, daß die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze um so kleiner ist, je größer der Wert $\frac{R \cdot t_k}{L} - 1$ ist.

Für $\frac{R \cdot t_k}{L} = 1$ wird die Stromdichte unendlich groß. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also:

$$\frac{R \cdot t_k}{L} > 1. \quad (30)$$

Für $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$ gibt die vorletzte Gleichung anscheinend einen negativen Wert der Stromdichte. Es ist jedoch zu beachten, daß in Gleichung (29) für $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$ der Ausdruck $-\frac{di}{dt}$ kleiner wird als $\frac{i_2}{t_k - t}$. Die obige, unserer Ableitung zugrunde liegende Annahme, daß beide Ausdrücke im letzten Teil der Kurve einander gleichgesetzt werden können, trifft also nicht mehr zu. Der Fall $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$ scheidet also aus der obigen Betrachtung aus und wird im folgenden besonders behandelt.

Wir betrachten nun den zweiten Fall, in welchem am Ende des Kurzschlusses der Ausdruck $-\frac{di}{dt}$ nicht ebenso groß, sondern kleiner ist wie $\frac{i_2}{t_k - t}$. Dieser Fall kann nach Gleichung (29) nur eintreten, wenn beide Größen unendlich groß werden. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse, daß man für $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$ eine unendliche Stromdichte an der ablaufenden Bürstenspitze erhält.

Multiplizieren wir die Ungleichung $\frac{R \cdot t_k}{L} > 1$ mit $2I$, so erhalten wir:

$$2I \cdot R > \frac{2I \cdot L}{t_k}.$$

Darin stellt die linke Seite den Ohmschen Spannungsverlust im Übergangswiderstand der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte dar, während die rechte Seite nach S. 86 die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule angibt. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also, daß die Ohmsche Spannung größer sein soll als die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. Da nun der Ohmsche Verlust in einer Kohlenbürste in der Praxis immer etwa ein Volt beträgt, so folgt, daß die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, wenn nicht besondere Vorkehrungen zur Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion getroffen werden, kleiner sein muß als ein Volt.

Zur Berechnung der Induktivität L hat man die bei einem Ampere von der Spule erzeugten Kraftlinien mit der Windungszahl der Spule und gegebenenfalls mit der Anzahl der in Reihe kurzgeschlossenen Spulen zu multiplizieren. Falls gleichzeitig eine in derselben Nut liegende Spulenseite, die in demselben Sinne durchflossen wird, durch eine ungleichnamige Bürste kurzgeschlossen wird, so ist für die Drahtlänge innerhalb der Nut der doppelte Wert einzusetzen. Im übrigen wird die Berechnung dadurch verhältnismäßig einfach, daß man nach Hobart für ein Ampere und für ein Zentimeter Drahtlänge bei Einbettung in Eisen 4—6 Kraftlinien rechnet, während man für ein Ampere und für ein Zentimeter freier Länge 0,8 Kraftlinien annimmt.

Wieweit die Verhältnisse geändert werden, wenn eine Bürste gleichzeitig mehr als zwei Segmente überdeckt, läßt sich rechnerisch kaum verfolgen. Durch die breiten Bürsten wird allerdings die Kommutierungszeit verlängert. Gleichzeitig wächst aber in demselben Maße die Zahl der kurzgeschlossenen Spulen und damit auch der Kraftlinienfluß, der durch eine einzelne Spule hindurchschneidet. Man rechnet daher am einfachsten mit derselben Selbstinduktion und Kommutierungszeit wie bei schmalen Bürsten (vergl. auch Hobart, ETZ 1903, S. 821).

Aus Gleichung (30) folgt zunächst, daß zur Erzielung eines funkenlosen Ganges ein großer Übergangswiderstand der Bürsten vorteilhaft ist. Man gibt daher fast allgemein den Kohlenbürsten den Vorgang vor den Kupferbürsten. Nur bei Maschinen mit ganz geringer Spannung und hoher Stromstärke für elektrolytische Zwecke sind die Kohlenbürsten nicht verwendbar, da der Spannungsverlust in solchen Bürsten in diesem Falle zu sehr ins Gewicht fällt.

Ferner ergibt sich der ungünstige Einfluß einer hohen Drehzahl, da hierdurch die Zeitdauer der Kommutierung zu klein wird. Der Bau von Turbogeneratoren, die mit Drehzahlen bis zu 3000/min. laufen, machte daher für Gleichstrom anfangs gewisse Schwierigkeiten. Diese wurden früher noch dadurch vermehrt, daß man mit Rücksicht auf die großen Reibungsverluste auf die Anwendung von Kohlenbürsten verzichtete. Durch besondere Ventilation des Kommutators (Hohlsegmente, Teilung des

Kollektors in achsialer Richtung) ist es indessen gelungen, aller Schwierigkeiten Herr zu werden. Wesentlich hat auch die Einführung der Wendepole (siehe unten) den Gleichstromturbogenerator lebensfähig gemacht.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es, daß die Induktivität der kurzgeschlossenen Spule genügend klein gehalten wird. Man verwendet daher offene Nuten und bei großen Maschinen nur einen Stab für die Spulenseite. Auch ist es vorteilhaft, wenn die von Bürsten ungleicher Polarität gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulenseiten nicht in derselben Nut liegen, da hierdurch die scheinbare Induktivität geradezu verdoppelt werden würde. In dieser Beziehung ist die Sehnenwicklung günstig gestellt.

4. Wir gehen nun zu dem Fall über, in welchem man den Kommutierungsvorgang dadurch erleichtert, daß man den Kurzschluß in einem magnetischen Feld von passender Stärke vor sich gehen läßt. Dazu verschiebt man bei Generatoren die Bürsten in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus (Fig. 115). Wir sahen schon früher, daß das äußere Feld dann eine elektromotorische Kraft erzeugt, welche die Selbstinduktion aufhebt. Dabei kommt alles darauf an, ein äußeres Feld von passender Stärke zu schaffen. In erster Linie erreicht man dies durch besondere Formen der Polschuhe. Unter allen Umständen muß der Übergang der Spulenseite aus der neutralen Zone in das aktive Feld ganz allmählich erfolgen. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Polschuhe, wie sie früher bei den Schuckertmaschinen üblich war, diente dazu, die Einstellung der Bürsten zu erleichtern. Dagegen ist die früher übliche Konstruktion mit zusammenhängenden Polen (Polbüchse von Dolivo Dobrowolsky) ziemlich aufgegeben. Sie ergibt zwar einen sehr allmählichen Übergang des äußeren Feldes in die neutrale Zone, aber das Kommutierungsfeld ändert sich gerade bei diesen Maschinen sehr stark durch die Quermagnetisierung. Die Konstruktion war also nur zulässig, solange man während des Betriebes die Bürsten verstellte. Sie ist aber jetzt, wo die Maschinen zwischen Leerlauf und 25 % Überlastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeiten sollen, kaum mehr verwendbar.

In viel vollkommenerer Weise erreicht man die Aufhebung der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule durch die von Menges im Jahre 1884 vorgeschlagenen Hilfspole, sog. Wendepole, die in der neutralen Zone angeordnet sind (Fig. 123). Sie werden derartig vom Hauptstrom umflossen, daß an der Kommutierungsstelle sowohl das vom Anker erzeugte Querfeld neutralisiert als auch das zusätzliche „Kommutierungsfeld“ geschaffen wird. Die Amperewindungen auf je einem Wende-Polpaar müssen also größer sein als die Amperewindungen des Ankers für ein Polpaar. Fig. 123 zeigt deutlich, wie die Amperewindungen der Hilfspole denen des Ankers entgegenwirken. Die vor-

züglichen Erfolge bei Wendepolen beruhen darauf, daß mit der Belastung, d. h. zunehmender Stromstärke und wachsender Quermagnetisierung, gleichzeitig die magnetomotorische Kraft der vom Hauptstrom durchflossenen Wendepolwicklung wächst. Die Wendepole finden daher in neuerer Zeit mehr und mehr Anwendung.

Um den Einfluß des „Kommutierungsfeldes“ zu zeigen, greifen wir einen besonders einfachen Fall heraus. Wir wollen annehmen, daß unter

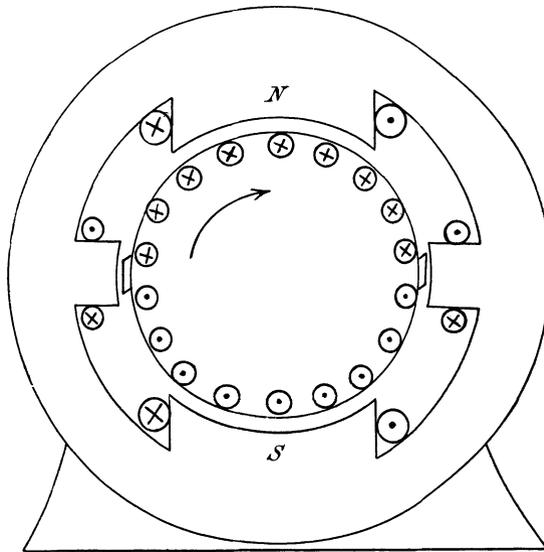


Fig. 123. Maschine mit Wendepolen.

der Entgegenwirkung der Selbstinduktion und der von außen induzierten elektromotorischen Kraft ein geradliniger Verlauf der Kurve zustande kommt, wie wir ihn oben wegen der gleichmäßigen Stromdichte unter der Bürste als günstig dargestellt haben. Dann ist der Wert von $\frac{di}{dt}$ nach Fig. 121 gleich $-\frac{2I}{t_k}$, und es wird in jedem Augenblick:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2I}{t_k}.$$

Die von außen induzierte elektromotorische Kraft muß dann in jedem Augenblick ebenso groß sein, wie dieser Wert von E_s , d. h. um den geradlinigen Verlauf der Kurve und gleichmäßige Stromdichte unter der Bürste zu erreichen, muß der Kurzschluß während der ganzen Zeit t_k in einem gleichmäßigen äußeren Felde von passender Stärke stattfinden.*) Dabei kann theoretisch die Selbstinduktion beliebig hoch sein. Es ist indessen zu beachten, daß in den Fällen, in denen man zur Er-

*) Vergl. Pichelmayer, ETZ 1903, S. 1081.

zielung des Kommutierungsfeldes die kurzgeschlossene Spule in den Bereich des aktiven Magnetfeldes verschiebt, die Stärke des Kommutierungsfeldes sich infolge der Quermagnetisierung des Ankers mit der Belastung stark ändert. Wesentlich größere Werte der Selbstinduktion sind zuzulassen, wenn man Wendepole verwendet.

Die Bedingung, daß die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule in jedem Augenblicke des Kommutierungsvorganges aufgehoben werden soll durch eine elektromotorische Kraft der Rotation in einem Wendefeld von passender Stärke, ist gleichbedeutend mit der Forderung, daß die resultierende elektromotorische Kraft in der kurzgeschlossenen Spule in jedem Augenblicke gleich Null ist. Dies bedeutet, daß die Summe der Kraftlinien innerhalb dieser Spule sich überhaupt nicht ändert.

Nun ist der Strom bei vollkommener Kommutierung nach Fig. 121 in der Mitte des Kommutierungsvorganges gleich Null. Also erzeugt die kurzgeschlossene Spule in diesem Augenblicke keine Kraftlinien. Auch ist ihre Fläche in diesem Augenblicke parallel zu den Kraftlinien der Wendepole, sie umfaßt also auch keine Kraftlinien des Wendefeldes.

Wenn wir also von dem Hauptkraftfluß absehen, der während des ganzen Vorganges die Spule gleichmäßig durchdringt, so ist der Kraftfluß, der die Spule in der Mitte des Kommutierungsvorganges durchsetzt, gleich Null. Nach dem Obigen ist er also bei vollkommener Kommutierung auch zu allen anderen Zeitpunkten des Kurzschlusses gleich Null, beispielsweise auch beim Beginn der Kommutierung. Es sei nun für diesen Zeitpunkt in Fig. 124:

N_s der von der Spule erzeugte Kraftfluß, wobei der Index s sich auf die Selbstinduktion bezieht,

N_k der die Spule schräge durchsetzende Kraftfluß der Kommutierungspole.

Setzen wir ferner voraus, daß sonst kein Kraftfluß die Spule durchsetzt, also die Quermagnetisierung des Ankers durch die Amperewindungen der Wendepole vollständig aufgehoben wird, so folgt als Bedingung für gradlinigen Verlauf der Kommutierungskurve:

$$N_k = N_s.$$

Da der Kraftfluß N_s einen weit größeren Querschnitt zur Verfügung hat, als der Kraftfluß N_k , so ist die von ihm geschaffene Induktion in Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter am Ankerumfang weit kleiner als die des Kraftflusses N_k , die also bei weitem überwiegt. Es genügt also

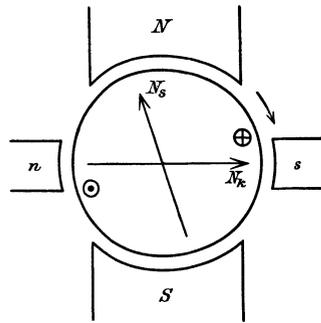


Fig. 124. Kurzgeschlossene Spule im Beginn des Kurzschlusses.

nicht, die Wendepole so stark zu erregen, daß sie die Quermagnetisierung des Ankers aufheben und ein Wendefeld Null erzeugen, sondern es muß noch ein beträchtlicher Überschuß von Amperewindungen auf die Wendepole gelegt werden.

56. Spannungsteilung.

Der Vorteil der Spannungsteilung ist schon auf S. 29 gezeigt. Ebenso ist dort die erste und anschaulichste Methode der Spannungsteilung durch zwei hintereinander geschaltete Generatoren erwähnt worden. Da aber zwei kleine Maschinen teurer werden als eine einzige größere, so wird die beschriebene Art der Spannungsteilung selten mehr angewendet. Statt dessen ist eine Reihe von anderen Verfahren zur Anwendung gekommen.

Besonders einfach erreicht man eine Spannungsteilung, wenn eine Batterie parallel zur Maschine arbeitet. Man führt dann einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Allerdings hat man dabei den Nachteil, daß die beiden Batteriehälften oft in ungleicher Weise beansprucht werden.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, elektrisch hintereinander geschaltete Motoren als Spannungsteiler verwenden (Fig. 125a und b). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften laufen beide Motoren leer, und die ganze Maschinenspannung verteilt sich bei gleicher Konstruktion und Erregung in gleicher Weise auf beide Motoren. Ist jedoch das Netz, wie in der Figur, ungleich belastet, so wirkt die Maschine *I* auf der stärker belasteten Seite als ein Generator, der den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In den Motor *II* fließt dann so viel Strom, wie nötig ist, um die Leerlaufarbeit der beiden Hilfsmaschinen und die Arbeitsleistung des Generators *I* zu liefern.

Um die Verhältnisse zu übersehen, machen wir die Annahme, daß der Ohmsche Widerstand beider Hilfsmaschinen zu vernachlässigen ist. Es sei I_0 der Leerstrom jeder Hilfsmaschine bei gleichmäßiger Netzbelastung und e die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufleistung für die Zusatzmaschinen zusammen gleich $2e \cdot I_0$. Wird nun die Maschine *I* zum Generator und liefert sie einen Strom x , so ist ihre Leistung $e \cdot x$. Die als Motor laufende Maschine *II* verbraucht also die Leistung $2e \cdot I_0 + e \cdot x$ bei einer Spannung e . Die Stromstärke in der Maschine *II* ist also $2I_0 + x$. Nach der 1. Kirchhoffschen Regel ist dann der Strom im Mittelleiter $2I_0 + 2x$. Das ist zugleich die Differenz der Ströme I_1 und I_2 . Daraus folgt:

$$I_1 - I_2 = 2I_0 + 2x$$

oder

$$x = \frac{I_1 - I_2}{2} - I_0.$$

Ist z. B. $I_1 = 200$, $I_2 = 150$, $I_0 = 5$, so wird der Strom des Generators I :

$$x = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20.$$

Die Maschine II verbraucht dann den Strom:

$$x + 2I_0 = 20 + 10 = 30$$

und die Stromstärke der Hauptmaschine wird nach Fig. 125 b gleich 180 Ampere.

Wie sich im Abschnitt 27 ergab, wird in der als Motor laufenden Maschine eine elektromotorische Gegenkraft induziert, die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung ist. Da nun die Maschinen I und II in bezug auf Konstruktion, Erregung und Drehzahl gleich sind, so folgt, daß ihre elektromotorischen Kräfte dieselben sind. Demnach sind auch ihre Klemmenspannungen gleich, d. h. die Spannungsteilung ist vollkommen.

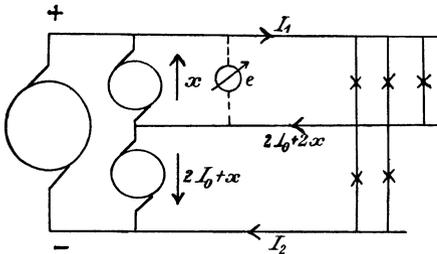


Fig. 125 a.

Stromverteilung bei Dreileitersystem mit Ausgleichmaschinen.

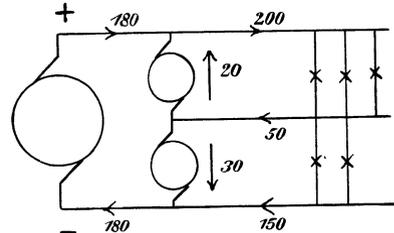


Fig. 125 b.

In Wirklichkeit wird das Ergebnis durch den Spannungsverlust im Anker beeinflusst, da die Klemmenspannung der als Generator laufenden Hilfsmaschine der Gleichung $e = E - I_a \cdot R_a$ und die des Motors der Gleichung $e = E + I_a \cdot R_a$ entspricht. Da die als Generator arbeitende Hilfsmaschine an der stärker belasteten Seite liegt, so hat diese Seite die geringere Spannung. Man kann den Unterschied verringern, wenn man jede Einzelmaschine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregt, oder wenn man den Strom des Mittelleiters benutzt, um das Feld des Generators zu verstärken und das des Motors zu schwächen.*)

Besonders einfach ist die Spannungsteilung mittels einer Drosselspule nach Dolivo Dobrowolsky (Fig. 126). Dabei werden zwei Punkte der Ankerwicklung, die bei zweipoligen Maschinen um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. An diese wird eine sog. Drosselspule angeschlossen, die um einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wicklung der Drosselspule fließt dann ein Wechselstrom, dessen Kraftlinien beim Entstehen und Verschwinden durch die Windungen der Spule

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. II. 2. Aufl. 1907. S. 550.

hindurchschneiden. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch induzierte elektromotorische Kraft dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordentlich gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist. Wenn nun der Mittelleiter an den Mittelpunkt der Drosselspule angeschlossen wird, so herrscht zwischen ihm und jedem Außenleiter die halbe Maschinenspannung.

Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel,*) bei der drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung abstehende Punkte der Wicklung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen,

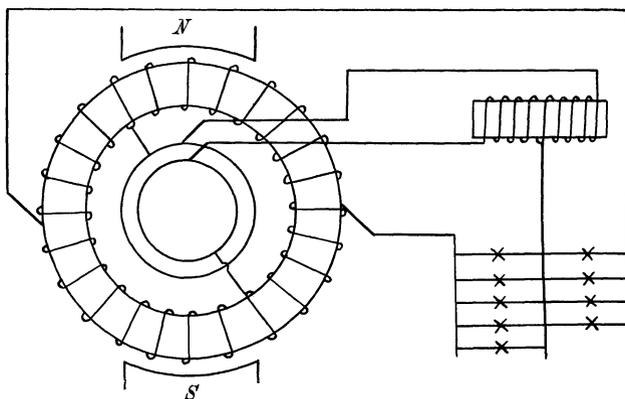


Fig. 126 Spannungsteilung durch Drosselspule.

die je mit einem der Schleifringe verbunden werden, eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vergl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

Endlich ist nach Dettmar eine Spannungsteilung noch in der Weise möglich, daß man den Strom des Mittelleiters mit Hilfe einer Hilfsbürste, die genau zwischen zwei Hauptbürsten auf dem Kollektor schleift, zur Maschine zurückführt.**) Die Pole werden zu diesem Zwecke durch einen Schnitt in Richtung der Achse geteilt, damit in der jeweils durch die Hilfsbürste kurzgeschlossenen Spule keine starken elektromotorischen Kräfte induziert werden. Damit die Spannung einer Netzhälfte unabhängig von der anderen erregt werden kann, müssen die Wicklungen von diametral gegenüberliegenden Polhälften hintereinander geschaltet werden. Ähnlich wie oben wird die Erregerwicklung für die eine Netzhälfte von der andern Hälfte aus gespeist.

*) ETZ 1898, S. 544.

**) ETZ 1897, S. 55 und 230.

Achstes Kapitel.

57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung. — 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung. — 59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe. — 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung. — 61. Maschinen für konstanten Strom. — 62. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung.

Wir betrachten eine Maschine, deren Schenkelwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist wird (Fig. 127). Die Maschine

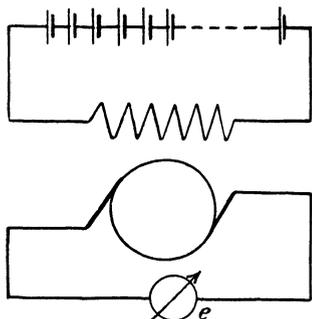


Fig. 127.

Schaltbild für konstant erregte Maschine bei Änderung der Drehzahl.

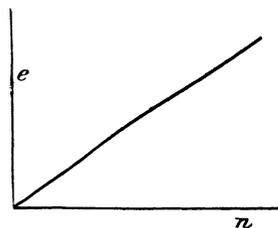


Fig. 128.

Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl bei konstanter Erregung.

laufe zunächst leer. Wir lassen die Erregung ungeändert und verändern nur die Drehzahl. Nach Gleichung (27) auf S. 132 ist die elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung n jetzt die einzige Veränderliche ist, so ist die elektromotorische Kraft proportional der Drehzahl. Wenn wir also die Drehzahl als Abszisse und die Spannung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Gerade in Fig. 128.

Wir lassen jetzt umgekehrt die Drehzahl ungeändert und variieren durch einen Regelwiderstand den Erregerstrom (Fig. 129). Wir tragen dann den Erregerstrom I_m oder die Amperewindungen der Magnete als

Abszisse und die abgelesene Spannung als Ordinate auf (Fig. 130) und erhalten so die Leerlaufcharakteristik. Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schließlich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Kraftlinien und der Spannung bewirkt.

Nun ist die Spannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft. Da diese der Kraftlinienzahl N proportional ist, so stellen uns die Ordinaten der Fig. 130 im passenden Maßstabe auch die Kraftlinien N dar. Wir können die Leerlaufcharakteristik daher gewissermaßen als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.

Immerhin besteht zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufcharakteristik ein nicht unwesentlicher Unterschied. Die Abszissen der Magnetisierungskurven sind die Ampere-

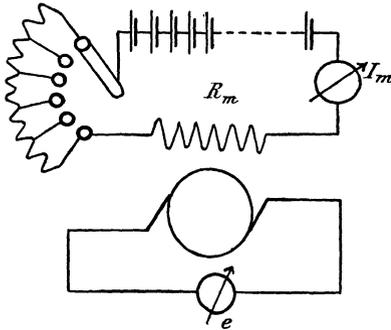


Fig. 129. Schaltbild für Aufnahme der Leerlaufcharakteristik.

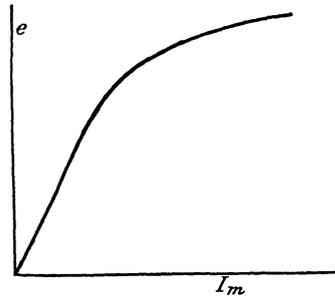


Fig. 130. Leerlaufcharakteristik.

windungen für ein Zentimeter des Kraftlinienweges, die der Charakteristik sind die Amperewindungen für den ganzen Kraftlinienweg. Ferner geben uns die Ordinaten der Magnetisierungskurven die Kraftlinien für ein Quadratcentimeter, die der Charakteristik aber die gesamten Kraftlinien im Anker bzw. die induzierte Spannung.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufcharakteristik einer gegebenen Maschine vorauszuberechnen, und ermitteln zunächst die Querschnitte der Kraftlinienpfade in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Nach der im Maßstabe 1:4 gezeichneten Fig. 131 und der im Maßstab 1:1 gezeichneten Fig. 131a sei:

- der Ankerdurchmesser $d = 15,0$ cm,
- der Durchmesser des inneren Hohlraumes, bezw.
 der Wellendurchmesser $d_0 = 3,5$ "
- die Ankerlänge in Richtung der Achse $b = 11,0$ "
- die Nutentiefe $h_n = 2,0$ "
- die Nutenbreite $b_n = 0,5$ "

der Abstand zwischen Anker und Pol	= 0,2 cm,
der Winkel der Polbohrung.	$\beta = 70^\circ$,
der Raumverlust durch Papierisolation	= 15 0/0,
der Durchmesser der Polkerne	= 7,4 cm,
der Einzelquerschnitt des Joches	= 37 qcm,
die Nutenzahl	$S = 36$.

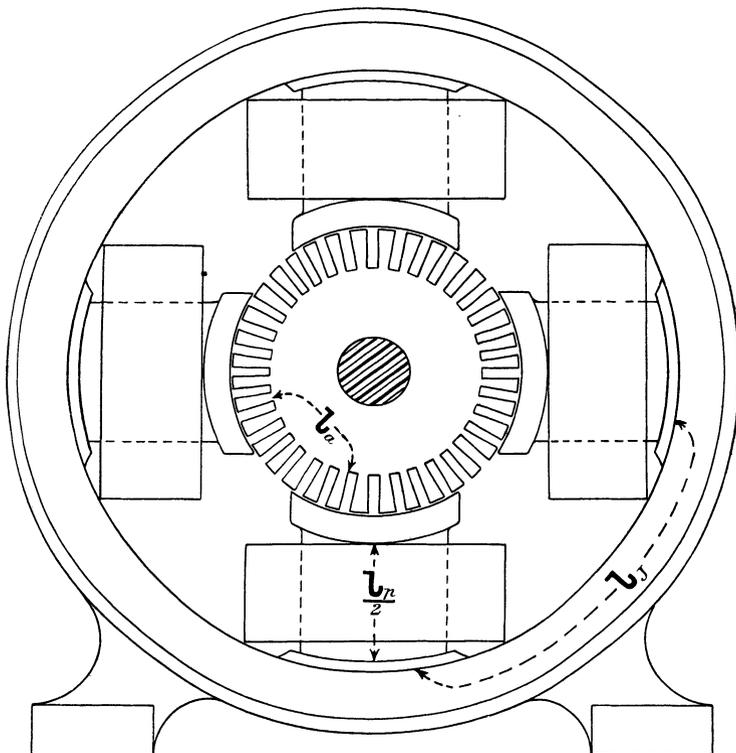


Fig. 131. Schnittzeichnung einer vierpoligen Maschine.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien zu:

$$Q_a = 0,85 (a - d_0 - 2 h_n) \cdot b = 70 \text{ qcm.}$$

Den Zahnquerschnitt für die Kraftlinien erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und die Differenz mit $\frac{b \cdot \beta}{360}$ multiplizieren. Berücksichtigen wir dann noch den Faktor 0,85 für die Papierisolation, so ergibt sich der Zahnquerschnitt zu:

$$Q_z = 0,85 \left[(a - h_n) \pi - S \cdot b_n \right] \frac{b \cdot \beta}{360} = 41,5 \text{ qcm.}$$

Der Luftquerschnitt Q_l ergibt sich, da die Kraftlinien in der durch Fig. 131a dargestellten Weise in den Ankertreten, als das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol. Ist also der doppelte Luftabstand

$$l_l = 0,4 \text{ cm,}$$

so ergibt sich die Fläche der Polbohrung zu:

$$(d + l_l) \pi \cdot \frac{\beta \cdot b}{360} = 104 \text{ qcm.}$$

Anderseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten:

$$(d\pi - 36 \cdot b_n) \cdot \frac{b \cdot \beta}{360} = 62 \text{ qcm.}$$

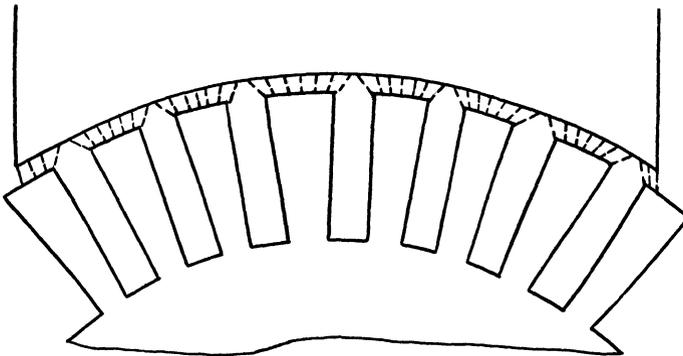


Fig. 131a. Kraftflußverteilung im Luftraum.

Als Mittel aus den beiden ermittelten Werten erhalten wir:

$$Q_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ qcm.}$$

Der Querschnitt der runden Polkerne ergibt sich zu:

$$Q_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ qcm.}$$

Der Jochquerschnitt für den Kraftfluß eines Poles ist das Doppelte des Einzelquerschnittes, da der Kraftlinienfluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt. Wir erhalten so:

$$Q_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ qcm.}$$

Die Längen der Kraftlinienwege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für l_l der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für l_z die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet l_p die doppelte Länge eines Polkernes, da die Kraftlinien eines magnetischen Kreises durch den Nordpol und den Südpol verlaufen. Dagegen ist für l_J die einfache Länge eines Kraftlinien-

weges im Joch einzusetzen. Der Kraftlinienweg in den Polschuhen soll vernachlässigt werden. Dann ergeben sich die im folgenden zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polkerne (Schmiedeeisen)	Joch (Gußeisen)
$Q_a = 70$	$Q_z = 41,5$	$Q_l = 83$	$Q_p = 43$	$Q_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22.$

Wir gehen nun dazu über, die Amperewindungen für jeden einzelnen Teil des magnetischen Kreises zu bestimmen. Zu dem Zwecke wählen wir nacheinander beliebige Werte der Kraftlinienzahl N und dividieren sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten Induktionen \mathfrak{B} erhalten wir aus Fig. 62 auf S. 77 die zugehörigen Amperewindungen für ein Zentimeter $\left(\frac{X}{l}\right)$. Diese haben wir mit der Länge des Kraftlinienweges zu multiplizieren, um die Amperewindungen für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises zu erhalten.

Bei Berechnung der für die Polkerne und das Joch nötigen Amperewindungen müssen wir berücksichtigen, daß die Kraftlinienzahl N_m in den Magneten wegen der Streuung größer ist als die Kraftlinienzahl N im Anker. Schätzungsweise sei:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

1. Anker.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
	$\mathfrak{B}_a = \frac{N}{Q_a} = \frac{N}{70} = 2850$	5700	7150	8550
$\left(\frac{X}{l}\right)_a$ aus der Kurve für Ankerblech = 0,5		1,1	1,4	1,8
$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 7 \left(\frac{X}{l}\right)_a = 3,5$		7,7	9,8	12,6

2. Zähne.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
	$\mathfrak{B}_z = \frac{N}{Q_z} = \frac{N}{41,5} = 4800$	9650	12000	14400
$\left(\frac{X}{l}\right)_z$ aus der Kurve für Ankerblech = 0,8		2,3	4	9
$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z = 4 \left(\frac{X}{l}\right)_z = 3,2$		9,2	16	36.

3. Luft.

Für die Luft gilt die Grundgleichung (20) auf S. 73:

$$\mathfrak{B}_l = \mathfrak{H}_l = \frac{0,4 \pi \cdot X_l}{l}$$

oder

$$X_l = \frac{\mathfrak{B}_l \cdot l}{0,4 \pi} = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l.$$

Wir erhalten also:

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_l = \frac{N}{Q_l} = \frac{N}{83} = 2400$		4820	6020	7220
$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l = 0,32 \mathfrak{B}_l = 770$		1540	1930	2310.

4. Polkerne.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N = 0,24$		0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_p = \frac{N_m}{Q_p} = \frac{N_m}{43} = 5600$		11200	14000	16800
$\left(\frac{X}{l}\right)_p$ aus der Kurve für Schmiedeeisen = 1,6		5	14	100
$X_p = \left(\frac{X}{l}\right)_p \cdot l_p = 12,5 \left(\frac{X}{l}\right)_p = 20$		62,5	175	1250.

5. Joch.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N = 0,24$		0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_J = \frac{N_m}{Q_J} = \frac{N_m}{74} = 3250$		6500	8100	9720
$\left(\frac{X}{l}\right)_J$ aus der Kurve für Gußeisen = 4,1		19	53	197
$X_J = \left(\frac{X}{l}\right)_J \cdot l_J = 22 \left(\frac{X}{l}\right)_J = 90$		418	1160	2350.

Zusammenstellung:

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$X_a = 3,5$		7,7	9,8	12,6
$X_z = 3,2$		9,2	16	36
$X_l = 770$		1540	1930	2310
$X_p = 20$		62,5	175	1250
$X_J = 90$		418	1160	2350
$X = X_a + X_z + X_l + X_p + X_J = 890$		2040	3290	5960.

Wir tragen nun die Kraftlinienzahl N als Ordinate und die entsprechenden Amperewindungen X_a , X_z , X_l usw. als Abszisse auf und erhalten so die Kurven in Fig. 132. Die Kurve X_l ist dabei eine Gerade. Da die Werte X_a und X_z in unserm Falle überhaupt kaum in Betracht kommen, so sind nur die Kurven für X_l , X_p , X_J und X gezeichnet. Aus der Figur ist sehr leicht zu erkennen, wieviel von der gesamten Magneterregung X für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises verbraucht wird. So z. B. ist für die Kraftlinienzahl OA die Erregung AE aufzuwenden. Davon entfällt auf die Polkerne der Betrag AB , auf das Joch der Betrag AC und auf die Luft der Betrag AD . Dabei ist die Bedingung erfüllt:

$$AB + AC + AD = AE$$

Man sieht ferner, daß die Kurve für X sich anfangs der Geraden X_l anschmiegt, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens immer flacher verläuft.

Nun erhalten wir aus den Kraftlinien N unmittelbar die elektromotorische Kraft nach Gleichung (27) auf S. 132:

$$E = \frac{\rho}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist also z. B. die Drehzahl n gleich 1665 und die Drahtzahl z auf dem Anker gleich 720, so erhalten wir bei Parallelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{1665}{60} \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 200 \cdot N \cdot 10^{-6}.$$

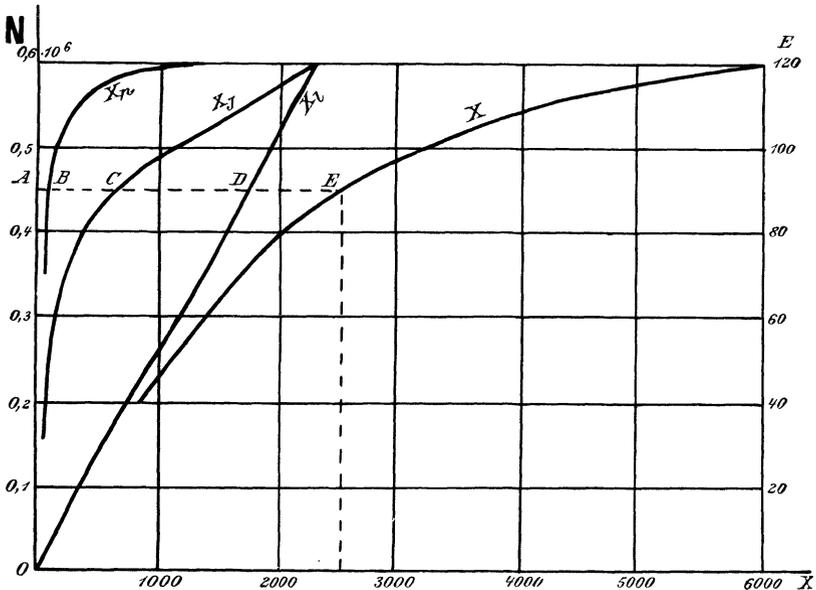


Fig. 132. Zusammensetzung der Gesamtcharakteristik aus den Charakteristiken der einzelnen Teile des magnetischen Kreises.

Wenn wir also, wie es rechts von der Figur geschehen ist, den Maßstab im Verhältnis $1 : 200 \cdot 10^{-6}$ ändern, so geben die Ordinaten der Kurve X ohne weiteres die elektromotorische Kraft an. Übrigens muß darauf hingewiesen werden, daß der Wert von X sich auf ein Polpaar bezieht, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und die Kraftlinienzahl eines Nordpoles mit dem Buchstaben N bezeichnet war. Die Amperewindungen auf allen Polpaaren sind also gleich $\rho \cdot X$.

Wir gehen jetzt dazu über, das Verhalten einer konstant erregten Maschine bei veränderter Belastung darzustellen. Wir lassen dabei die Drehzahl ungeändert und schließen die Klemmen der Maschine durch

einen äußeren Widerstand, also z. B. durch nebeneinander geschaltete Glühlampen. Je mehr solcher Lampen wir einschalten, desto größer ist der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich, wenn auch in geringem Maße, die Klemmenspannung der Maschine. Während diese bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft war, ist sie bei Belastung um den Betrag des inneren Ohmschen Spannungsverlustes geringer geworden. Ist R_a der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmenspannung durch die Gleichung:

$$e = E - I \cdot R_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die elektromotorische Kraft infolge der ungeänderten Erregung unveränderlich, also durch die Gerade E in Fig. 133 gegeben. Der Ohmsche Spannungsverlust ist der Stromstärke, also der Abszisse proportional. Wir

ziehen also die Gerade e so, daß die Tangente des Neigungswinkels α der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I \cdot R_a}{I} = R_a.$$

Meist ist bei Zeichnung des Winkels α ein verschiedener Maßstab der Ordinaten und Abszissen zu berücksichtigen. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Kurven E und e stellen den Ohmschen Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Ordinaten der geneigten Geraden uns die Klemmenspannung angeben. Bei der prakti-

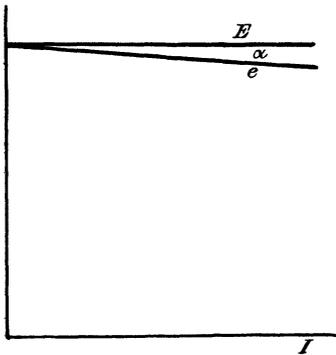


Fig. 133. Abhängigkeit der Spannung vom Strome bei konstanter Erregung.

sehen Ausführung verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Werte der Klemmenspannung abliest, zu diesen den Ohmschen Spannungsverlust im Anker hinzuzählt und so die elektromotorische Kraft berechnet.

Die Kurven erfahren durch die früher besprochene entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Änderung. Dazu kommt, daß der Ankerwiderstand keine unveränderliche Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers, also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des remanenten Magnetismus ist in unserer Darstellung, wie auch in den folgenden Abschnitten, vernachlässigt.

58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung.

Das Verhalten der fremderregten Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei ungeänderter Drehzahl und Erregung die elektro-

motorische Kraft von den Veränderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Schwieriger ist das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei diesen sowohl der magnetisierende Strom, als auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft von den Änderungen im äußeren Stromkreise abhängig sind.

Verhältnismäßig einfach liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, weil bei dieser der Ankerstrom zugleich der magnetisierende und der äußere Strom ist. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und Verbrauchskörpern ist das einfachste und nächstliegende, und die Dynamomaschinen wurden daher anfangs nur als Hauptstrommaschinen gebaut. Sie haben damals für hintereinander-

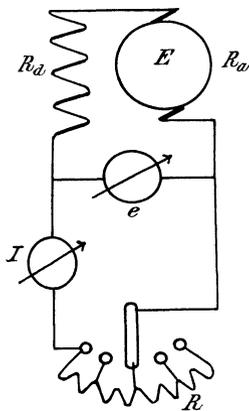


Fig. 134. Schaltbild für Untersuchung einer Hauptstrommaschine.

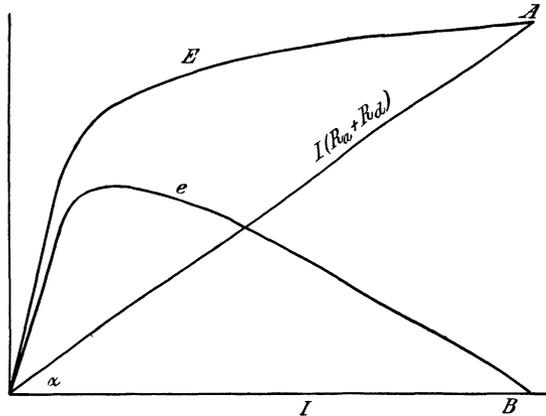


Fig. 135. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft und Klemmenspannung einer Hauptstrommaschine von der Stromstärke.

geschaltete Bogenlampen Verwendung gefunden, kommen jedoch bei der jetzt gebräuchlichen Parallelschaltung der Verbrauchskörper nicht mehr als Generatoren in Betracht. Als Motoren sind dagegen die Hauptstrommaschinen von außerordentlicher Wichtigkeit geblieben.

Wir betrachten im folgenden einen Hauptstromgenerator, der mit unveränderter Drehzahl angetrieben wird, und bei dem wir die Stromentnahme verändern (Fig. 134). Wir beobachten die Stromstärke und die Klemmenspannung und tragen die Stromstärke I als Abszisse und die Klemmenspannung e als Ordinate auf (Fig. 135). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse, so daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = R_a + R_a,$$

wobei R_a der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist. Eine Verschiedenheit des Maßstabes der Ordinaten und Abszissen ist natürlich wieder zu beachten. Die Ordinaten der Geraden stellen dann den

Ohmschen Spannungsverlust ($R_a + R_d$) im Innern der Maschine dar. Wenn wir die Ordinaten der Geraden zu den Ordinaten der Klemmenspannungskurve hinzuzählen, so erhalten wir die Kurve E der elektromotorischen Kraft. Diese Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine und stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft vom magnetisierenden Strom dar. Hätten wir statt der Stromstärke I das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl der Magnete als Abszisse aufgetragen, so hätten wir genau die im vorigen Abschnitt besprochene Magnetisierungskurve der Maschine erhalten (vergl. Fig. 132).

Wie man sieht, ist die elektromotorische Kraft gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf. Dies erklärt sich daraus, daß mit dem magnetisierenden Strom auch die Kraftlinienzahl gleich Null wird. Schließen wir jedoch die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, und dadurch kommt eine elektromotorische Kraft und ein Strom zustande. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto größer also auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, bis sie bei Kurzschluß ihren höchsten Wert erreicht. Zugleich wird bei Kurzschluß, den die Maschine natürlich nicht aushält, die Klemmenspannung gleich Null. Die ganze elektromotorische Kraft AB wird dann verbraucht, um den Strom OB durch den inneren Widerstand zu treiben. Der Punkt A ist dabei der Schnittpunkt der Geraden mit der Kurve E .

Die Klemmenspannung steigt mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung eines höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß nämlich einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an elektromotorischer Kraft durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine.

Das Verhalten der selbsterregenden Maschinen ist deswegen so bemerkenswert, weil die elektromotorische Kraft zwar nach dem Ohmschen Gesetz den Strom erzeugt, gleichzeitig aber der (magnetisierende) Strom die Kraftlinien und dadurch die elektromotorische Kraft schafft.

59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe.

Man unterscheidet bei der Nebenschlußmaschine eine innere und eine äußere Charakteristik. Die innere oder statische Charakteristik wird ermittelt, indem man die Maschine leer mit unveränderter Drehzahl antreibt und den Magnetstrom durch einen Regelwiderstand verändert. Man trägt dann den Magnetstrom I_m als Abszisse und die Klemmenspannung e als Ordinate auf. Die so gewonnene Kurve stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von dem magnetisierenden Strom dar. Sie verläuft also genau wie die Charakteristik der Hauptstrommaschine oder wie die Leerlaufcharakteristik der magnetoelektrischen Maschine.

Wir gehen daher sofort zur Besprechung des Verhaltens der Nebenschlußmaschine bei Veränderung des äußeren Stromverbrauches über.

Bei der Hauptstrommaschine sind Magnetwicklung und äußeres Netz hintereinander geschaltet, und die elektromotorische Kraft ist in hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig. Dagegen liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine parallel zum äußeren Netz, also unmittelbar an den Bürsten der Maschine (Fig. 136). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr unmittelbar auf die Kraftlinien zurück. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauches auf die Erregung und auf die elektromotorische Kraft ist vielmehr verhältnismäßig gering, und wir haben es in den Betriebsgrenzen mit einer verhältnismäßig unveränderlichen elektromotorischen Kraft zu tun. Das Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher einfacher als das der Hauptstrommaschine, wiewohl ein Verständnis des Verhaltens der Maschine nicht so leicht zu erhalten ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Zunächst bedingt eine Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches I auch eine Erhöhung des Ankerstromes I_a nach der Gleichung

$$I_a = I + I_m.$$

Infolgedessen wird auch der Ohmsche Spannungsverlust im Anker größer, und die Klemmenspannung fällt nach der Gleichung

$$e = E - I_a \cdot R_a.$$

Die Klemmenspannung ist also am größten bei Leerlauf und fällt mit zunehmender Belastung. Weil nun die Magnetwicklung unmittelbar an den Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmenspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch sinkt die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, und die Klemmenspannung wird dadurch nochmals verringert. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der magnetelektrischen Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der magnetelektrischen Maschine. Man baut die Maschinen zu diesem Zwecke so, daß ein Teil des magnetischen Kreises, meist die Polkerne, stark gesättigt ist. Dann hat selbst eine verhältnismäßig starke Änderung der Erregung kaum einen Einfluß auf die Kraftlinien, und der Spannungsabfall bei Belastung ist dann nur wie bei der magnetelektrischen Maschine gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch $I_a \cdot R_a$. Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen im Interesse des ruhigen Brennens der Lampen eine unveränderliche Klemmenspannung gefordert wird. Diese ist bei Glühlampen zunächst deshalb erforderlich, weil die Stromstärke jeder Lampe der darangelegten Spannung proportional ist und die in einer Sekunde verbrauchte Arbeit daher mit dem Quadrate der

Spannung wächst. Dazu kommt noch, daß die Lampe bei normaler Spannung ein mehr gelbliches, bei übernormaler Spannung ein intensiv weißes Licht ausstrahlt. Geringe Spannungsänderungen haben also eine unverhältnismäßig große Lichtschwankung zur Folge. Derartige Lichtschwankungen werden aber vom Auge besonders unangenehm empfunden. Maschinen, die ohne parallel geschaltete Batterie auf ein Glühlampennetz arbeiten, müssen also einen geringen Spannungsabfall aufweisen. Etwa noch vorkommende Spannungsschwankungen lassen sich dann noch durch Veränderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis der Maschine ausgleichen.

Im Gegensatz zu Lichtmaschinen arbeiten Maschinen zum Laden von Akkumulatoren mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfang der Ladung, wo zur Überwindung der Gegenkraft der Batterie

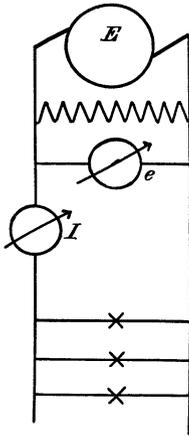


Fig. 136.
Schaltbild für Untersuchung einer Nebenschlußmaschine bei Belastung.

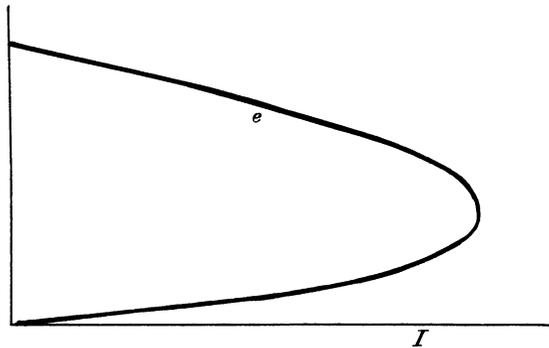


Fig. 137.
Abhängigkeit der Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine von dem Stromverbrauch.

nur eine verhältnismäßig geringe Klemmenspannung nötig ist, ist ein Widerstand im Magnetkreis eingeschaltet, der dann im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird. Man verstärkt dadurch allmählich die Kraftlinien und die elektromotorische Kraft der Maschine und erreicht dadurch, daß die Stromstärke trotz der größer werdenden Gegenkraft der Batterie denselben Wert behält wie früher.

Wir gehen nun dazu über, die äußere Charakteristik durch einen Versuch aufzunehmen, und verändern zu diesem Zwecke durch Einschalten von parallel liegenden Lampen den äußeren Stromverbrauch. Wir bemerken dann, daß die Stromstärke mit Vermehrung der parallel liegenden Lampen anfangs stark zunimmt, während die Klemmenspannung langsam abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Er-

wägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil der Kurve in Fig. 137. Wenn wir jedoch die Zahl der parallel geschalteten Lampen übermäßig erhöhen, so wird schließlich die Stromstärke dadurch nicht mehr vergrößert, sondern verringert. Dabei fällt zugleich die Klemmenspannung mehr und mehr, bis sie schließlich bei Kurzschluß, wenn beide Klemmen gleichsam zu einem einzigen Punkt vereinigt sind, naturgemäß gleich Null wird, wobei auch der Magnetstrom und die induzierte Kraftlinienzahl gleich Null werden. Hätte die Maschine keinen remanenten Magnetismus, so wäre auch die elektromotorische Kraft und der Ankerstrom bei Kurzschluß gleich Null.

Vielleicht wird dieses Verhalten der Nebenschlußmaschine noch deutlicher, wenn wir unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung die äußere Charakteristik aus der inneren ableiten. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb als Abszisse und die elektromotorische Kraft aus der inneren Charakteristik als Ordinate auf (Fig. 138). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Stromverbrauch verändern, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmenspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung:

$$e = I_m \cdot R_m.$$

Wir erhalten also als Kurve der Klemmenspannung die Gerade e in Fig. 138. Die Unterschiede der Ordinaten der Kurven E und e ergeben uns dann den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a = (I + I_m) \cdot R_a = I \cdot R_a + I_m \cdot R_a$.

Bei Leerlauf wird der Magnetstrom gleich OC und der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist dann $OC \cdot R_a = AB$. Daraus folgt allgemein, daß die Unterschiede der Ordinaten der Geraden OA und OB uns das Produkt $I_m \cdot R_a$ darstellen. Der Unterschied zwischen den Ordinaten der Kurve E und der Geraden OA ist dann das Produkt $I \cdot R_a$ und stellt uns also im passenden Maßstab den äußeren Strom dar. Die Werte der Stromstärke sind in geändertem Maßstab in Fig. 138 als Ordinate aufgetragen und so die Kurve I gezeichnet. Für einen bestimmten Betriebszustand hat, wie die Figur zeigt, die Stromstärke einen größten Wert.

Da die Abszisse I_m in Fig. 138 der Klemmenspannung proportional ist, so ist die Kurve I bei passender Wahl des Maßstabes völlig identisch oder besser symmetrisch mit der Kurve e in Fig. 137. Dabei entspricht der linke Teil der Fig. 138 dem unteren Teil von Fig. 137, wo sich der Betriebszustand infolge sehr großer Zahl der parallelgeschalteten Lampen dem Kurzschluß nähert. Dagegen entspricht der rechte Teil von

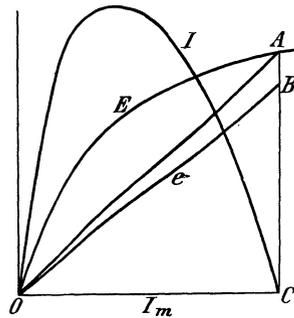


Fig. 138.

Abhängigkeit der Spannung und Stromstärke vom Magnetstrom bei der Nebenschlußmaschine.

Fig. 138 dem oberen Teil der Fig. 137. d. h. dem praktischen Betriebszustand, bei welchem die Spannung bei starker Änderung des Stromes nur wenig heruntergeht.

Anstatt, wie oben angegeben, die Spannung bei veränderter Belastung durch einen Regelwiderstand im Magnetkreis konstant zu halten, kann man auch die Wirkung der Nebenschlußwicklung durch eine Hauptstromwicklung verstärken (Compoundmaschine). Solche Maschinen liefern bei wechselnder Belastung eine unveränderliche Klemmenspannung. Die Compoundmaschinen sind also an sich für Lichtenanlagen sehr geeignet. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei plötzlichen Belastungsschwankungen doch vorübergehenden Schwankungen der Klemmenspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer augenblicklichen Änderung der Drehzahl der Antriebsmaschine, deren Regulator immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese Schwankungen der Drehzahl verursachen eine Änderung der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Erregerstrom der Nebenschlußwicklung und die Kraftlinienzahl. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer wie die Schwankungen der Drehzahl.

Ein zweiter Grund, welcher der Verwendung von Compoundmaschinen vielfach entgegensteht, liegt darin, daß sie ebensowenig wie Hauptstrommaschinen zum Laden von Akkumulatoren geeignet sind. Wenn nämlich die Drehzahl der Antriebsmaschine aus irgendeinem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt der Gegendruck der Batterie und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptstromwindungen der Magnete. Diese werden dadurch umpolarisiert, und die elektromotorischen Kräfte der Maschine und der Batterie sind dann nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle einen gefährlichen Betrag.

Bei Verwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie ist diese Gefahr ausgeschlossen, denn dann liegt der positive Pol der Batterie immer am positiven Pol der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die elektromotorischen Kräfte der Batterie und Maschine bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine einfach als Motor, ohne daß die Stromstärke übermäßig ansteigt. Höchstens kann die Änderung in der Stromstärke eine Funkenbildung am Kollektor verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen Minimalauschalter mit einem Elektromagneten, dessen Wicklung vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die elektromotorische Gegenkraft der Batterie größer wird und der Hauptstrom abnimmt, so wird der Anker des Elektromagneten durch eine Feder angezogen, wodurch die Batterie abgeschaltet wird.

Will man mit einer Compoundmaschine eine Batterie laden, so muß man die Compoundwindungen ausschalten und die Maschine als reine Nebenschlußmaschine arbeiten lassen.

60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte unveränderliche Netzspannung wird im praktischen Betriebe meist dadurch erreicht, daß man eine Batterie parallel zur Maschine schaltet. Daneben bietet die Batterie eine schätzenswerte Reserve, die es ermöglicht, die Maschine nur für einen mittleren und nicht für den höchsten Energieverbrauch anzuschaffen, oder auch die Maschine zeitweise ganz abzustellen. Endlich verursacht die parallelgeschaltete Batterie eine unveränderte Belastung der Dynamomaschine auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien bei Straßenbahnen). Dadurch wird im Dampfzentralen der Dampfverbrauch unabhängig von den Änderungen im äußeren Netz, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

Die genannten Vorteile der Batterie beruhen auf den beiden wesentlichen Eigenschaften des Akkumulators, nämlich auf der vom Strome unabhängigen elektromotorischen Kraft und auf dem geringen inneren Widerstand. Wir untersuchen die Verhältnisse, die auftreten, wenn die Batterie sehr groß gewählt wird. In diesem Falle kann der Ohmsche Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt werden, und die Klemmenspannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Batterie. Die Maschine arbeitet dabei gleichsam mit konstanter Fremderregung, weil die Magnetwicklung nicht nur an den Bürsten der Maschine, sondern auch zugleich an der Batteriespannung liegt. Wir betrachten nun im folgenden den Einfluß einer Änderung des Stromverbrauchs, der Magneterregung, der Batteriespannung und der Drehzahl der Maschine.

1. Die Änderungen im Stromverbrauch.

Da die elektromotorische Kraft der Batterie sich im Laufe der Ladung und Entladung nur sehr langsam ändert, so können wir sie während eines längeren Zeitraumes als konstant ansehen. Wenn wir uns daher bei der Betrachtung auf einen solchen Zeitraum beschränken, so können wir bei dem geringen inneren Spannungsverlust in der Batterie auch die Klemmenspannung e der Batterie als konstant ansehen. Diese Klemmenspannung der Batterie ist gleichzeitig auch die Klemmenspannung der parallel zur Batterie geschalteten Maschine. Ist also E die elektromotorische Kraft der Maschine und bleibt die Erregung und die Drehzahl der Maschine ungeändert, so ist auch der Ankerstrom unverändert nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Trotz der Änderungen des äußeren Stromverbrauches sind also die Klemmenspannung und der Ankerstrom konstant. Wenn z. B.

die Batterie entladen wird (Fig. 139) und im äußeren Netz die Anzahl der parallel liegenden Glühlampen vergrößert wird, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Wird umgekehrt bei Ladung der Batterie (Fig. 140) die Anzahl der eingeschalteten Lampen vergrößert, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des von der Maschine gelieferten Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, in welchem die Stromquelle auch bei Änderungen im Stromverbrauch ein und denselben Strom liefert, den wir in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie kann sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauches willkürlich aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergeführt werden. Wir wollen zu diesem Zwecke annehmen, daß die Stromstärke im Batteriezweig gleich Null ist, indem Maschinenpannung und elektromotorische Gegenkraft der Batterie sich genau auf-

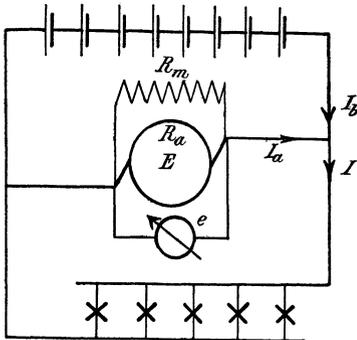


Fig. 139. Stromverlauf bei Entladung.

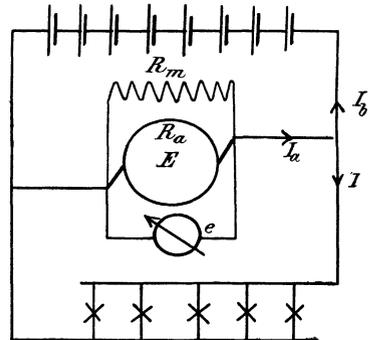


Fig. 140. Stromverlauf bei Ladung.

heben. Der Ankerstrom ist dann gleich dem Strom im äußeren Netz. Wird dann z. B. durch Ausschalten von Lampen der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Wird der äußere Stromverbrauch dagegen durch Einschalten von Lampen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wenn die Maschine so erregt wird, daß sie einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie bei Änderungen des äußeren Stromverbrauches dauernd aus der Entladung in Ladung über und umgekehrt.

Mit dem betrachteten Vorgang sind allerdings geringe Änderungen der Batteriespannung verbunden. Es sei E_b die elektromotorische Kraft der Batterie, I_b der Batteriestrom und R_b der Batteriewiderstand. Dann ist bei der Ladung die Klemmenspannung größer als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung

$$e = E_b + I_b \cdot R_b,$$

während bei der Entladung die Klemmenspannung kleiner ist als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung

$$e = E_b - I_b \cdot R_b.$$

Wir haben aber bei unserer Betrachtung den Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt, was mit Rücksicht darauf, daß wir dadurch eine sehr einfache Betrachtung gewonnen haben, die den Kern der Sache deutlich macht, gerechtfertigt erscheint.

Den wirklichen Verhältnissen kommen wir auf einem anderen Wege näher. In Fig. 141 sind zwei Zweige parallel geschaltet, die je eine elektromotorische Kraft und einen Widerstand

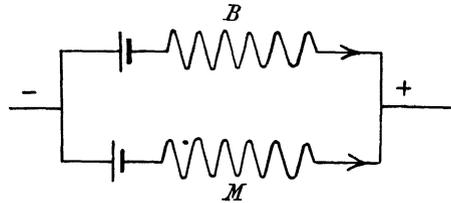


Fig. 141. Parallelschaltete Stromzweige.

enthalten. Die elektromotorischen Kräfte beider Zweige seien annähernd gleich. Bei Vergrößerung des Netzstromes fließt dann der Hauptteil des zusätzlichen Stromes durch den Zweig, der den geringsten Widerstand hat. Dieselben Verhältnisse treten auf, wenn Batterie und Maschine parallel geschaltet sind. Der Hauptteil der Stromzunahme entfällt bei Vergrößerung des Stromverbrauchs auf die Batterie, während nur ein geringer Teil auf die Maschine entfällt. Diese Pufferwirkung der Batterie wird also um so besser sein, je größer der Maschinenwiderstand ist, oder umgekehrt, je kleiner der Batteriewiderstand ist.

Eine vollkommene Pufferwirkung setzt theoretisch einen unendlich kleinen Batteriewiderstand voraus. Praktisch ist die Pufferwirkung mehr

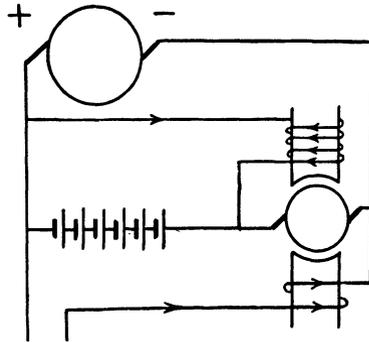


Fig. 142. Piranimaschine.

oder weniger unvollkommen, indem, wie wir eben sahen, Änderungen der Belastung zum Teil auf die Maschine entfallen. Es wird daher häufig nötig, nach Pirani die Batterie dadurch zum besseren „Ansprechen“ zu bringen, daß man (Fig. 142) in den Batteriezweig eine Zusatzmaschine schaltet. Diese wird gleichzeitig, aber im entgegengesetzten Sinne, durch eine an der Batterie liegende Nebenschlußwicklung und durch eine vom Netzstrom gespeiste Hauptstromwicklung erregt. Die Nebenschlußwicklung wird so bemessen, daß bei mittlerer Netzbelastung die elektromotorische Kraft der Zusatzmaschine gleich Null ist, indem sich die magnetischen Wirkungen beider Wicklungen der Zusatzmaschine aufheben. Die elektro-

motorische Kraft der Batterie ist gleich der Klemmenspannung gewählt. Bei mittlerem äußeren Stromverbrauch ist dann der Batteriestrom gleich Null, da die Netzspannung und die elektromotorische Kraft der Batterie sich genau entgegenwirken. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptstromwicklung, und die elektromotorische Kraft der Zusatzmaschine wirkt dann in gleichem Sinne wie die der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die Spannung der Zusatzmaschine wirkt dann der Batterie entgegen. Sie addiert sich also zur Netzspannung, und die Batterie wird kräftig geladen. Man kann also mit einem konstanten Maschinenstrom arbeiten, sofern die Batterie so bemessen ist, daß sie die zusätzlichen Stromstöße ganz aufnehmen kann.

In Wirklichkeit besitzt die Piranimaschine meist eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Zusatzmaschine mit den oben beschriebenen beiden Wicklungen versehen wird.

Durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Zusatzmaschine läßt sich der Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann je nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die zusätzlichen Stromstöße, statt sie ganz auf die Batterie zu übertragen, auch teilweise auf die Maschine entfallen lassen.

Ebenso kann man durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Erregermaschine den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den Zeitpunkten der Ladung mehr Energie zuführt als man in den Zeitpunkten der Entladung entnimmt.

2. Änderung der Magneterregung.

Wir setzen zunächst den Fall, daß eine Batterie geladen werden soll, ohne daß Strom ins Netz geliefert wird. Man bringt zu diesem Zweck durch Änderung der Erregung die Maschinenspannung auf einen solchen Betrag, daß sie die Batteriespannung um einige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar verbindet man die gleichnamigen Klemmen der Maschine und der Batterie. Da die elektromotorischen Kräfte der Maschine und Batterie sich dann entgegenwirken und die der Maschine erst nur wenig über die der Batterie überwiegt, so ist die Stromstärke noch gering. Man bringt dann durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag (vergl. die Gleichung für I_a auf S. 185). Der Ausschlag des Spannungszeigers ändert sich dabei so gut wie gar nicht, da die Maschinenspannung jetzt dieselbe ist wie die fast konstante Batteriespannung.

Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, die Erregung der Maschine, bis der Ankerstrom fast bis auf Null abgenommen hat und unterbricht dann die Verbindung zwischen Maschine und Batterie.

Wir setzen nun weiter den Fall, daß eine Batterie, die parallel zur Maschine am Netz liegt, in den Zustand der Ladung übergeführt werden soll. Die elektromotorische Kraft der Batterie sei anfangs genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung, so daß der Batteriestrom noch Null ist. Der Maschinenstrom fließt also in seiner vollen Stärke ins Netz. Wir verstärken nun die Erregung der Maschine und dadurch den Ankerstrom, wobei die Netzspannung, die ja zugleich die Batteriespannung ist, sich wieder kaum ändert. Da im äußeren Stromverbrauch, vorausgesetzt, daß die Zahl der Verbrauchskörper nicht erhöht wird, keine Änderung eintritt, so fließt die Zunahme des Maschinenstromes in die Batterie, wodurch diese geladen wird. Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, den Erregerstrom der Maschine, bis der Maschinenstrom gleich dem Netzstrom ist, wodurch der Batteriestrom zu Null wird. Die Batterie bleibt dann als Spannungsregler am Netz liegen.

Ebenso wird durch Änderung der Maschinenerregung in den Zeiten starken Stromverbrauches, soweit es nötig ist, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie verteilt. Man regelt die Magneterregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert (Entladung der Batterie).

3. Die Änderung der Batteriespannung.

Wir nahmen bisher an, daß die Batteriespannung konstant ist, und diese Annahme ist insofern richtig, als die Stromstärke kaum einen Einfluß auf die Spannung hat. Jedoch ist die Batteriespannung entsprechend der Lade- und Entladekurve allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die dann durch einen Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, ist der Hebel des Zellschalters als Doppelhebel ausgebildet, dessen beide Teile voneinander isoliert und durch einen Zwischenwiderstand verbunden sind. In Fig. 143, die sich auf Entladung der Batterie bezieht, ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Wird der Zwischenwiderstand so bemessen, daß er bei normalem Strom gerade einen Spannungsverlust von einem Volt verursacht, so erfolgt die Er-

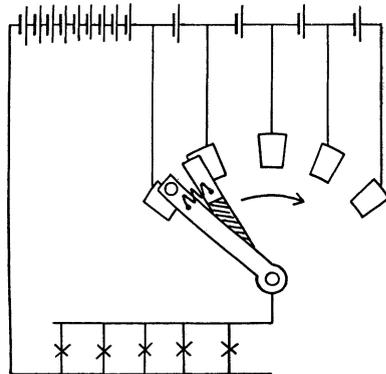


Fig. 143.
Entladung mit Einfachzellschalter.

schaltung der Batterie durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Wird der Zwischenwiderstand so bemessen, daß er bei normalem Strom gerade einen Spannungsverlust von einem Volt verursacht, so erfolgt die Er-

höhung der Netzspannung ganz allmählich. Bei weiterer Rechtsdrehung liegen beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, von links aus gerechnet, und schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab, so daß das Netz dann unmittelbar an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt.

Bei der leitungspararenden Schaltung werden zwischen je zwei Kontakte des Zellschalters zwei Zellen geschaltet und in die Verbindungsleitung des Doppelhebels eine Hilfszelle gelegt, die so geschaltet wird, daß ihre Spannung der Batteriespannung entgegenwirkt. Dann ändert sich die Batteriespannung bei Betätigung des Zellschalters zunächst um die Spannung von 2—1 Zellen, d. h. um eine Zelle, und erst bei weiterer Betätigung des Zellschalters, bei welcher die Hilfszelle abgeschaltet wird, um zwei Zellen.

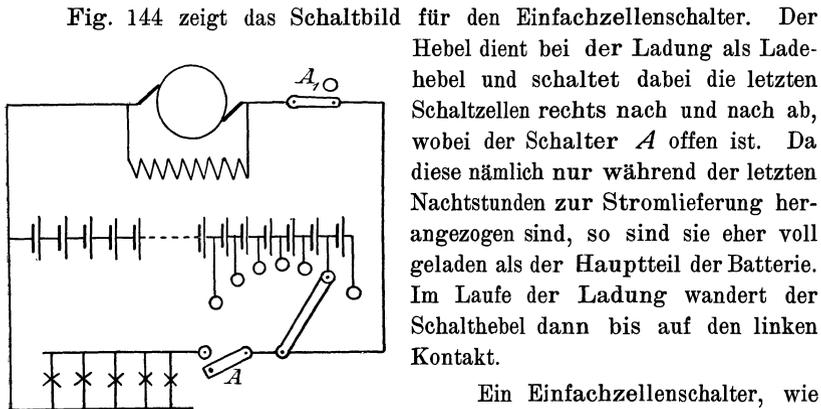


Fig. 144.

Schaltbild für Einfachzellenschalter.

Ein Einfachzellenschalter, wie er in Fig. 143 und 144 gezeichnet ist, läßt sich dazu benutzen, um ein Netz von einer Maschine und einer

Batterie gleichzeitig zu speisen oder zu einer anderen Zeit die Batterie unter Abschaltung des Netzes durch die Maschine zu laden. Soll indessen, wie dies im allgemeinen der Fall ist, auch während der Ladung das Netz gespeist werden, so ist man genötigt, einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Fig. 145). Dabei liegt das Netz dauernd am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung als auch während der Entladung als Spannungsregler dient.

Der Ladehebel steht bei dem Doppelzellenschalter in Fig. 145 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb des Entladehebels. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings etwas stark beansprucht, da sie von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen werden.

Am Schlusse der Ladung stehen beide Hebel in Fig. 145 ganz nach links auf demselben Kontakt, wobei also Maschinenspannung, Batteriespannung und Netzspannung identisch sind. Will man dann mit der Ladung aufhören, so macht man durch Regeln im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine unmittelbar am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregler, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Ihre Spannung sinkt währenddessen allmählich und muß daher durch den Zellschalter konstant gehalten werden. Der von Hand oder automatisch betätigte Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt mit Hilfe eines Anschlages den Ladehebel mit. Grundsätzlich würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein, da beide Hebel des

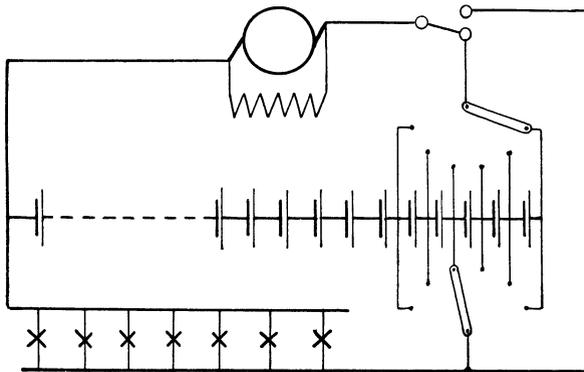


Fig. 145. Schaltbild für Doppelzellenschalter.

Zellschalters bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. Praktisch ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleiffedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die einander entsprechenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen. Der Deutlichkeit wegen sind jedoch in Fig. 145 zwei Kontaktreihen gezeichnet.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist die Möglichkeit gegeben, während der Ladung das Netz mit konstanter Spannung zu speisen und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Dieser besteht darin, daß die Maschine zum Zwecke der Batterieladung für eine wesentlich höhere Spannung als die Netzspannung gebaut sein muß und doch während des eigentlichen Parallelarbeitens nur die Netzspannung liefert. Dabei wird sie nicht vollständig ausgenutzt und die

Anschaffungskosten sind unnötig groß. Beispielsweise muß die Maschine bei einer Netzspannung von 110 Volt für eine Spannung von 150 Volt gebaut sein. Dieser Nachteil wird vollständig vermieden bei Anwendung einer Zusatzmaschine, wobei man die Hauptmaschine nur für die Netzspannung baut, so daß eine wesentliche Erhöhung der Spannung dabei nicht möglich ist. Das bedeutet, daß das Magneteisen bei normalem Betrieb stark gesättigt ist und ein größerer Regelwiderstand bei der Konstruktion nicht vorgesehen ist. Eine solche Maschine besitzt geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

Bei Verwendung einer Zusatzmaschine (Fig. 146) liegt die Hauptmaschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch eine Zusatzmaschine

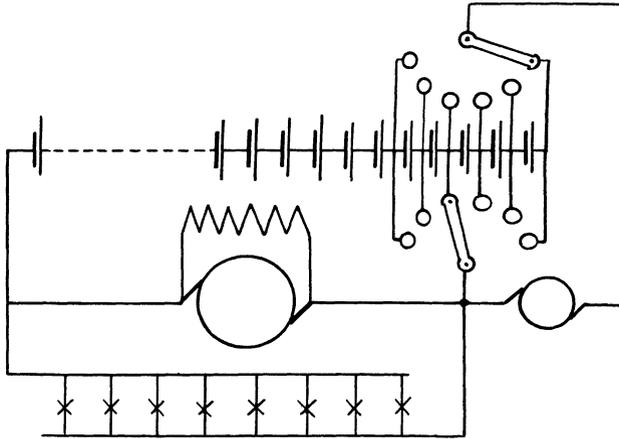


Fig. 146. Betrieb mit Doppelzellenschalter und Zusatzmaschine.

geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß der Ladestrom der Schaltzellen durch Regeln der Zusatzmaschine gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom unmittelbar vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also stromlos, weil er, wie der Brückenweig 'in der Wheatstoneschen Brücke, zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsgler.

Die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelzellenschalters folgt aus der Überlegung, daß die Spannung jeder Zelle am Ende der Ladung 2,7 Volt, am Ende der Entladung 1,8 Volt beträgt. Der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus $110 : 2,7 = 40$ Zellen bestehen, und die ganze Batterie mit Einschluß der Schaltzellen muß $110 : 1,8 = 60$ Zellen enthalten. Also müssen $60 - 40 = 20$ Zellen oder etwa 30 % aller Zellen an den Zellenschalter angeschlossen sein.

4. Die Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine.

Wir haben bisher mit einer unveränderlichen elektromotorischen Kraft der Maschine gerechnet und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Schwankung der Drehzahl der Betriebsmaschine auf den Ankerstrom der Dynamo hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Würde die Maschine ohne Batterie arbeiten, so hätte eine Schwankung der Drehzahl eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich Batteriespannung, also wesentlich unveränderlich. Dagegen ändert sich der Ankerstrom I_a , wenn sich die Drehzahl und dadurch die elektromotorische Kraft E der Maschine ändert, nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Nimmt z. B. die Drehzahl für einen Augenblick ab, so sinken die elektromotorische Kraft und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt, wenn der Ankerstrom heruntergeht, entsprechend weniger Strom in die Batterie. Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

Diese Überlegungen gelten für den Fall, daß die Spannungsschwankungen nicht übermäßig groß sind und die dadurch veranlaßten Stromschwankungen in der Batterie daher das zulässige Maß nicht übersteigen. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine sich jedoch in sehr weiten Grenzen ändert, so wird ein Parallelbetrieb mit Batterie mit den gewöhnlichen Maschinen unmöglich. Das ist z. B. der Fall, wenn zum Zweck der elektrischen Zugbeleuchtung die Dynamomaschinen von der Radachse der Bahnwagen aus angetrieben werden. In diesem Falle werden besondere Maschinen nötig, wie z. B. die Rosenberg-Maschine (vergl. den folgenden Abschnitt).

61. Maschinen für konstanten Strom.

Die Rosenberg-Maschine (Fig. 147) wird vom Anker aus erregt. Obgleich dieser in Wirklichkeit nur eine einzige Wicklung mit 4 Bürsten besitzt, so können wir uns doch auf dem Anker zwei getrennte Wicklungen vorstellen. Die X -Wicklung ist in Fig. 147 innen gezeichnet und durch die Bürsten $B_1 B_2$ kurz geschlossen. Es sei nun

I_x der Strom in der X -Wicklung des Ankers,

I_y der Strom in der Y -Wicklung des Ankers,

I_1 der konstante Magnetstrom.

Der Strom I_x ist der Erregerstrom, der dadurch zustande kommt, daß die X -Wicklung die Kraftlinien eines senkrechten Hilfskraftflusses N_y schneidet. Dieser wird erzeugt durch die Entgegenwirkung des Stromes I_1

auf den Polen und des Nutzstromes I_y , der die Y -Wicklung des Ankers durchfließt und von den Bürsten $B_3 B_4$ abgenommen wird.

Da die Polwicklung an der Batteriespannung liegt, so ist der Strom I_1 konstant. Es läßt sich nun beweisen, daß die Amperewindungen des Nutzstromes I_y , auch wenn die Drehzahl ins Ungemessene steigt, immer kleiner bleiben müssen als die konstanten Amperewindungen I_1 . Dies beruht darauf, daß bei Gleichheit beider Amperewindungen der Kraftfluß N_y verschwinden und dadurch der induzierte Erregerstrom I_x gleich Null werden würde.

Deutlicher ergibt sich die Wirkungsweise durch die Rechnung. Der vom Strom I_x erzeugte Erregerkraftfluß N_x ist dem Strome I_x proportional:

$$N_x = c_1 \cdot I_x.$$

Der Kraftfluß N_y ist der Differenz der Amperewindungen der Ströme I_1 und I_y proportional:

$$N_y = c_2 I_1 - c_3 I_y.$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Strom I_x der elektromotorischen Kraft im Kurzschlußkreise proportional. Diese ist aber nach Gleichung (27) auf S. 132 proportional dem Kraftfluß N_y und der Drehzahl n , d. h.

$$I_x = c_4 \cdot N_y \cdot n.$$

Endlich ist, wenn wir den Ohmschen Spannungsverlust in der Nutzwicklung Y vernachlässigen,

die konstante Batteriespannung e gleich der elektromotorischen Kraft in der Nutzwicklung Y , also nach Gleichung (27) proportional dem Kraftfluß N_x und der Drehzahl n , d. h.

$$e = c_5 \cdot N_x \cdot n.$$

Wir eliminieren I_x aus der ersten und dritten Gleichung und setzen in die sich so ergebende Gleichung für N_y den Wert aus der zweiten Gleichung und für N_x den Wert aus der vierten Gleichung ein. Dadurch erhalten wir mit Hilfe von zwei Proportionalitätsfaktoren a und b

$$I_y = a \cdot I_1 - \frac{b}{n^2}.$$

Wie man sieht, wird für genügend hohe Werte der Drehzahl das zweite Glied der rechten Seite verschwindend gering, d. h. der Strom der Maschine ist annähernd unabhängig von der Drehzahl. In Fig. 148 ist die Stromstärke als Funktion der Drehzahl aufgetragen, und zwar für die willkürlich gewählten Werte

$$a \cdot I_1 = 20 \quad \text{und} \quad b = 80 \cdot 10^4.$$

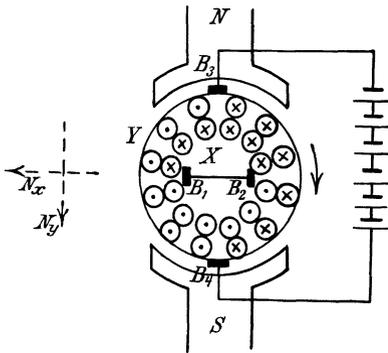


Fig. 147. Rosenberg-Maschine.

Damit nicht für ganz geringe Drehzahlen ein Rückstrom auftritt, ist zwischen Maschine und Batterie eine Aluminiumzelle eingeschaltet, bestehend aus einer Aluminium- und einer Eiselektrode in einer ammoniakalischen Lösung. Eine derartige Zelle hat die Eigenschaft, den Strom nur in der Richtung vom Eisen zum Aluminium durchzulassen.

Es ist bemerkenswert, daß bei der Rosenberg-Maschine eine Umkehrung der Drehrichtung die Vorzeichen der Hauptbürsten $B_3 B_4$ nicht verändert.

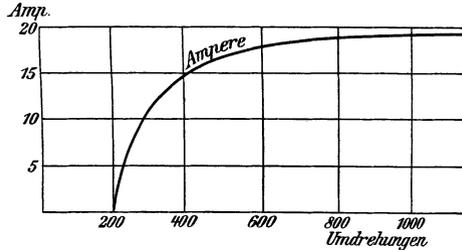


Fig. 148. Abhängigkeit der Stromstärke von der Drehzahl bei einer Rosenberg-Maschine.

Bei der von Krämer angegebenen Maschine für konstanten Strom,*) die u. a. für Scheinwerfer und Schweißmaschinen benutzt wird, jedoch im Gegensatz zur Rosenberg-Maschine mit konstanter Drehzahl betrieben werden muß, liegen auf den Magnetpolen drei Wicklungen (Fig. 149), von denen die Nebenschlußwicklung 1 an die Bürsten angeschlossen ist, während die Wicklung 2 vom Hauptstrom durchflossen und die Wicklung 3 von einer konstanten Spannung gespeist wird. Die Maschine ist eine sog. labile Maschine, d. h. eine Maschine mit ganz ungesättigtem Eisen. Durch geeignete Konstruktion der Maschine, gegebenenfalls durch Änderung des Widerstandes der Wicklung 1 wird erreicht, daß die Leerlaufcharakteristik in Fig. 150, die wegen der geringen Sättigung eine Gerade ist, genau der Beziehung entspricht:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{E}{I_1} = R_m.$$

Dies bedeutet, daß die in jedem Augenblick allein unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung induzierte elektromotorische Kraft

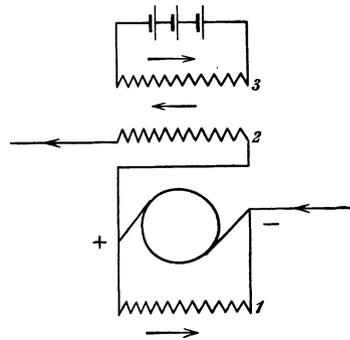


Fig. 149. Krämersche Maschine.

*) Siehe ETZ 1909, S. 798.

gerade genügt, um den Spannungsverbrauch in der Magnetwicklung zu decken.

Wenn eine solche Maschine eine zusätzliche Fremderregung erhält, so arbeitet sie sich, je nachdem die Fremderregung die Wirkung der Nebenschlußwicklung unterstützt oder abschwächt, beliebig weit in ihrer Spannung aufwärts oder abwärts.

Dies erklärt sich in einfacher Weise daraus, daß durch den Strom in der Nebenschlußwicklung zwar in jedem Augenblicke gerade eine solche elektromotorische Kraft erzeugt wird, wie sie zur Aufrechterhaltung dieses Stromes erforderlich ist, daß aber die fortdauernde zusätzliche Erregung eine immer weitere Änderung der elektromotorischen Kraft und damit des Nebenschlußstromes bewirkt, also ein Gleichgewicht nicht zustande kommen kann.

In unserm Falle ist die zusätzliche Erregung die Differenz zwischen den magnetischen Wirkungen der Wicklungen 2 und 3. Überwiegt z. B. die Wirkung der Hauptstromwicklung 2, so wird die Wirkung der Nebenschlußwicklung 1 geschwächt und die Spannung sinkt. Bei dem gegebenen Widerstand des äußeren Kreises nimmt infolgedessen der Hauptstrom nach dem Ohmschen Gesetz ab, und zwar so lange, bis dadurch die zusätzliche Erregung zu Null geworden, d. h. die Differenz zwischen den magnetischen Wirkungen der Spulen 2 und 3 verschwunden ist. In diesem Augenblicke ist Gleichgewicht, da die Spannung, die jetzt nur

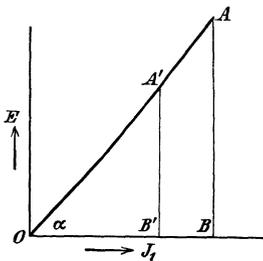


Fig. 150. Labile Charakteristik.

erzeugt wird, gerade genügt, um den Strom in der Nebenschlußwicklung aufrecht zu halten. Die Spannung ist dabei in Fig. 150 beispielsweise vom Werte AB auf den Betrag $A'B'$ heruntergegangen.

Allgemein ändert sich die Spannung in einem solchen Sinne und so lange, daß der Hauptstrom, unter Berücksichtigung der Windungszahlen der Spulen 2 und 3, gleich dem konstanten Strom der Fremderregung geworden ist. Durch Einstellen dieses Stromes auf einen bestimmten willkürlichen Betrag läßt sich also der Hauptstrom regeln.

62. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

Die Verluste einer Dynamomaschine bestehen aus dem Leerlaufverlust und aus den Verlusten durch Joulesche Wärme. Der Leerlaufverlust P_0 wird zunächst verursacht durch mechanische Reibung in den Lagern und an den Bürsten, wozu noch der Verlust durch Luftreibung kommt. Gerade der Verlust durch Luftreibung ist nicht unwesentlich, wenn die Maschine, wie es z. B. stets bei Turbogeneratoren

der Fall ist, zur besseren Abführung der Wärme ventiliert gekapselt ausgeführt wird. Die Stirnseiten des umlaufenden Teiles werden dabei als Ventilatoren ausgebildet, und die durch eine Öffnung des Gehäuses angesaugte Luft streicht durch Zwischenräume des umlaufenden und feststehenden Teiles hindurch. Der Reibungsverlust ist natürlich unabhängig von der Erregung.

Zu den Reibungsverlusten kommt noch der Verlust durch Hysteresis im Ankereisen. Dieser ist bei geringer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 10000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter im Ankereisen und von über 20000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden.

Endlich kommt noch der Verlust durch Wirbelströme im Ankereisen, Poleisen und Ankerkupfer, sowie in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Kraftliniendichte nicht nur die elektromotorische Kraft, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst. Im allgemeinen kann bei gegebener Erregung und Drehzahl der Leerverlust als unveränderlich angesehen werden, d. h. er tritt bei Betrieb in gleicher Höhe auf wie bei Leerlauf.

Zu den Leerlaufverlusten kommt bei Betrieb noch der Kupferverlust im Anker $I_a^2 \cdot R_a$ und der Kupferverlust in der Nebenschlußwicklung $e \cdot I_m$.

Allgemein ergibt sich der Wirkungsgrad als das Verhältnis der Nutzleistung $e \cdot I$ zu der gesamten zugeführten Leistung. Diese zugeführte Leistung wird zur Erzeugung der gesamten elektrischen Leistung $E \cdot I_a$ und zur Deckung der Leerlaufleistung verbraucht.

Wir erhalten also den Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{e \cdot I}{E \cdot I_a + P_0} = \frac{e \cdot I}{e \cdot I + I_a^2 \cdot R_a + e \cdot I_m + P_0}$$

Für die Ermittlung des Wirkungsgrades einer ausgeführten Maschine stehen zwei Wege offen. Man kann die gesamte, mechanisch zugeführte Leistung durch den Versuch ermitteln und dann die Nutzleistung durch diese Gesamtleistung dividieren. Man kann aber auch die Maschine leer als Motor laufen lassen, wobei der vom Anker aufgenommene Effekt gleich der Leerlaufleistung P_0 ist. Dazu addiert man die Jouleschen Verluste in den Magneten, sowie den dem Betriebsstrom entsprechenden Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ und erhält so den Gesamtverlust bei Betrieb. Daraus ergibt sich dann der Wirkungsgrad.

Bei großer Belastung überwiegt der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ durch Joulesche Wärme im Anker, und der Wirkungsgrad wird gering. Bei geringer Belastung überwiegt der konstante Verlust $e \cdot I_m$ durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung und der Leerlaufverlust P_0 , so daß der Wirkungsgrad wieder gering ist. Bei einer mittleren Belastung, bei der die ver-

änderlichen Verluste durch Joulesche Wärme im Anker angenähert gleich den konstanten Verlusten werden, erreicht der Wirkungsgrad seinen Höchstwert.

Es ist bemerkenswert, daß die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Höchstwertes über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verläuft. Daher hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmenspannung von 110 Volt, die durch Änderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis konstant gehalten werde. Der Ankerwiderstand einschließlich der Bürsten sei 0,2 Ohm. Die Charakteristik der Maschine sei in Fig. 132 gegeben, und es mögen die Abszissen, durch 4000 dividiert, den Magnetstrom darstellen. Die Leerlaufverluste seien gleich 250 Watt. Sie sollen, da sie durch Änderung der Magneterregung nur zum Teil beeinflußt werden, als konstant angenommen werden. Die Bürsten mögen in der neutralen Zone stehen, so daß die Ankerrückwirkung gleich Null ist. Gesucht wird der Wirkungsgrad bei Ankerströmen von 25, 50 und 75 Ampere. Es ergibt sich

I_a	= 25	50	75
$I_a \cdot R_a$	= 5	10	15
$E = e + I_a \cdot R_a$	= 115	120	125
I_m aus Fig. 132	= 1,2	1,5	1,9 ^{*)}
$I = I_a - I_m$	= 23,8	48,5	73,1
<hr style="border-top: 3px double #000;"/>			
$e \cdot I$	= 2620	5335	8040
$e \cdot I_m$	= 130	165	210
$I_a^2 \cdot R_a$	= 125	500	1120
P_0	= 250	250	250
<hr style="border-top: 3px double #000;"/>			
Gesamtleistung ΣP	= 3125	6250	9620
$\eta = \frac{e \cdot I}{\Sigma P}$	= 0,84	0,856	0,838

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad in der Nähe seines Höchstwertes selbst bei starken Änderungen der Belastung sehr wenig.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufverluste bei einer bestimmten konstanten Erregung durch einen Versuch zu trennen.

Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine zunächst unerregt lassen. Wir ziehen dann von der dem Motor zugeführten Leistung den im Motor in Joulesche Wärme umgesetzten Effekt $e \cdot I_m + I_a^2 \cdot R_a$ ab. Die so ermittelte mechanische Leistung des Motors wird für die mechanische Reibung beider Maschinen und für Hysteresis und Wirbelströme in der ersten Maschine verbraucht. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite

*) Der Wert 1,9 ist durch Extrapolieren gewonnen.

Maschine betriebsmäßig erregen, so daß sie als Generator leer läuft. Zu dem Effektverbrauch in der ersten Maschine ist dann der Hysterisis- und Wirbelstromverlust $P_h + P_w$ in der zweiten Maschine hinzugekommen. Auf diese Weise läßt sich die für Reibung verbrauchte Leistung und die Summe der für Hysterisis und Wirbelstromverlust in jeder Maschine verbrauchte Leistung ermitteln. Um diese Summe in ihre beiden Teile zu zerlegen, wiederholt man den Versuch mit anderer Drehzahl, wobei natürlich die Erregung, d. h. die Kraftlinienzahle der Maschinen dieselbe bleiben muß. Die Veränderung der Drehzahl ist also nach Abschn. 66 durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorzunehmen. Da der Effektverlust durch Hysterisis der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Drehzahl proportional ist, so ergibt sich die Summe aus Hysterisisverlust P_h und Wirbelstromverlust P_w zu:

$$P_h + P_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2.$$

Daraus folgt:
$$\frac{P_h + P_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n.$$

Tragen wir also in Fig. 151 die Drehzahl n als Abszisse und den Ausdruck $\frac{P_h + P_w}{n}$ als Ordinate auf, so erhalten wir eine Gerade, deren Abschnitt c_1 auf die Ordinatenachse uns den Hysterisisverlust bei einer Umdrehung in der Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Drehzahl zu multiplizieren, um den Hysterisisverlust zu erhalten, und können so die gesamte Leerlaufleistung in ihre Teile zerlegen.

Die gesonderte Ermittlung der Reibungsverluste kann auch durch den Auslaufversuch vorgenommen werden. Wir treiben dazu die normal erregte Maschine mit einer übernormalen Drehzahl als Elektromotor an, unterbrechen dann den Ankerstrom und lassen die Maschine bei ungeänderter Magneterregung

auslaufen, wobei die Verzögerung durch die bremsende Wirkung der Gesamtverluste P_0 bewirkt wird. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten durch ein Tachometer die jeweilige Drehzahl und tragen die Zeit als Abszisse und die minutliche Drehzahl als Ordinate auf (Fig. 152 a). Anstatt der Umdrehungen pro Minute kann die damit proportionale Spannung an den Ankerbürsten beobachtet werden. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die Maschine mit gleichfalls unterbrochenem Magnetstrom auslaufen lassen, wobei nur die Reibungsverluste P_r bremsend wirken. Die Auslaufzeit wird jetzt größer, weil die bremsende Wirkung der Hysterisis und Wirbelströme fehlt. Durch

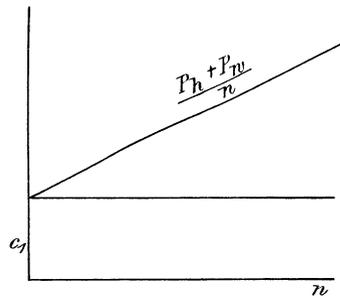


Fig. 151. Abhängigkeit des Verlustes pro Umdrehung von der Drehzahl und Trennung der Hysterisis- und Wirbelstromverluste, Erregung konstant.

Auftragen der Zeit als Abszisse und der Drehzahl als Ordinate ergibt sich die Kurve in Fig. 152 b.

Die Drehzahl n bei normalem Betrieb entspreche der momentanen Drehzahl AC und $A'C'$ bei den Auslaufversuchen in Fig. 152 a und b.

Wenn wir nun die Normalen AB und $A'B'$ zeichnen, so läßt sich nachweisen, daß sich die Subnormalen BC und $B'C'$ wie die Gesamtverluste P_0 zu den Reibungsverlusten P_r verhalten.

Wir benutzen dazu die bekannte Beziehung, daß die kinetische Energie des rotierenden Ankers dem Quadrate der Drehzahl proportional ist. Es ist also, wenn K einen konstanten Faktor bedeutet, die kinetische Energie für die durch Punkte A und A' gegebene Drehzahl:

$$A = K \cdot n^2.$$

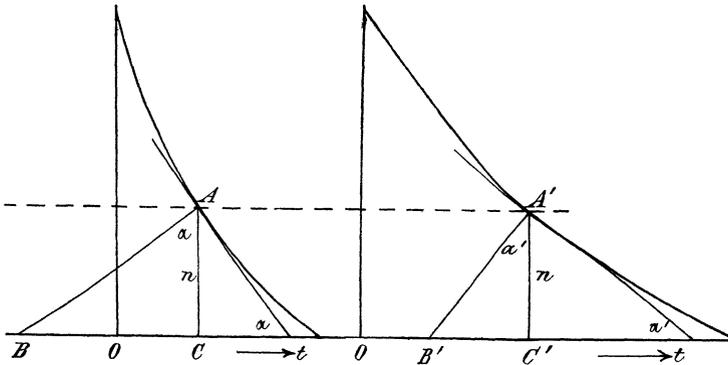


Fig. 152 a.

Auslaufkurve bei erregten Magneten.

Fig. 152 b.

Auslaufkurve bei unerregten Magneten.

Durch Differenzieren erhalten wir:

$$\frac{dA}{dt} = K \cdot 2n \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Dabei ist $\frac{dA}{dt}$ nichts anderes als die durch die bremsende Wirkung der Verluste verursachte Energieänderung in der Zeiteinheit, d. h. die beim Leerlauf mit der gleichen Drehzahl aufzuwendende Leistung. Wir erhalten also im ersten Falle, in welchem die Gesamtverluste P_0 bremsend wirkten, nach Fig. 152 a, indem $\frac{dA}{dt} = P_0$ und $\frac{dn}{dt} = tg \alpha$ gesetzt wird:

$$P_0 = K \cdot 2n \cdot tg \alpha.$$

Ebenso erhalten wir in dem zweiten Falle, in welchem nur die Reibungsverluste P_r bremsend wirken, entsprechend Fig. 152 b, indem $\frac{dA}{dt} = P_r$ und $\frac{dn}{dt} = tg \alpha'$ gesetzt wird:

$$P_r = K \cdot 2n \cdot tg \alpha'.$$

Demnach wird:

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{B' C'}{B C}.$$

Da der Gesamtverlust P_0 (ohne Joulesche Wärme) bei der Drehzahl n und der gegebenen Magneterrregung durch einen Leerlaufversuch gemessen werden kann, so läßt sich der Reibungsverlust P_r leicht berechnen.

Hopkinson hat ein Verfahren angegeben, welches die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen miteinander und treibt die erste Maschine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die zweite Maschine als Generator an, und diese speist wieder durch ihren Strom den ersten Motor.

Die äußere Stromquelle und die zweite Maschine sind bei diesem Versuch auf den Motor parallel geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle nur den durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingten Effekt, der auf diese Weise leicht gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß die Drehzahl und die Stromstärke beider Maschinen dem gewöhnlichen Betriebszustand entsprechen.



Neuntes Kapitel.

63. Drehrichtung der Motoren. — 64. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 65. Der Nebenschlußmotor. — 66. Das Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors. — 67. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren. — 68. Beispiel. — 69. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

63. Drehrichtung der Motoren.

Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Konstruktion nicht von Gleichstromgeneratoren. Ein und dieselbe Maschine kann sogar in einem Augenblick als Generator und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten. Eine Maschine sucht sogar, während sie als Generator angetrieben wird, gleichzeitig als Motor zu arbeiten, indem sie ein Drehmoment ausübt, das dem von der Antriebsmaschine ausgeübten Drehmoment entgegenwirkt. Ebenso sucht eine als Motor laufende Maschine gleichzeitig als Generator zu wirken, indem sie wie ein Generator eine elektromotorische Kraft erzeugt, die aber in diesem Falle als eine elektromotorische Gegenkraft dem Strome entgegengesetzt gerichtet ist.

Uns interessieren bei den Motoren die mechanischen Größen, wie die Drehrichtung, das Drehmoment, die Drehzahl und die mechanische Leistung. Es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser Größen von den elektrischen und magnetischen Größen festzustellen.

Um die Drehrichtung eines Motors zu bestimmen, erinnern wir uns, daß die Drehung einer stromliefernden Dynamomaschine nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung induzierte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird z. B. die in Fig. 153 a angedeutete Dynamomaschine im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten, vor dem Südpol von hinten nach vorn. Dieser Strom übt in Verbindung mit den Kraftlinien eine Kraft aus, deren Richtung wir nach der Ampereschen Schwimmerregel oder bequemer nach dem Lenzschen Gesetz bestimmen können. Diese Kraft sucht in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des punktierten Pfeiles, zu drehen.

Wenn wir nun die Antriebsmaschine abgestellt und den Anker derart von einer äußeren Stromquelle gespeist denken, daß die Strom-

richtung in der Anker- und Magnetwicklung gegenüber Fig. 153a nicht geändert ist, so folgt, daß die Maschine sich jetzt entgegen der früheren Drehrichtung drehen muß (Fig. 153b). Wir schließen daraus:

Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Generator angetrieben wurde.

Aus dem Gesagten darf man nun aber nicht etwa die im Anfang naheliegende Folgerung ziehen, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie

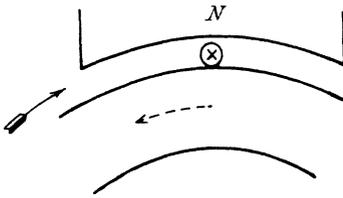


Fig. 153 a.
Generator, dem mechanischen Antrieb entgegenwirkend.

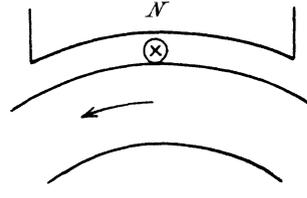


Fig. 153 b.
Motor, infolge der elektromagnetischen Wechselwirkung umlaufend.

aus dem Zustand des Generators in den des Motors übergeht, ihre Drehrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker

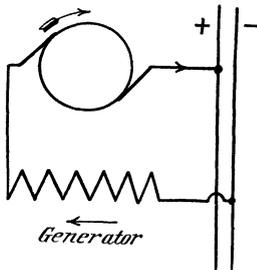


Fig. 154 a.

Hauptstrommaschine als Generator und Motor.

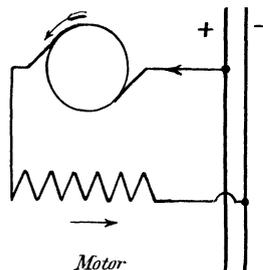


Fig. 154 b.

und den Magneten beim Motor dieselbe ist wie beim Generator. Wir wenden uns also jetzt den besonderen Fällen, nämlich dem Hauptstrom- und Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen an, daß die in Fig. 154a angedeutete Hauptstrommaschine als Generator im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß sich dabei für die Bürste rechts ein positives Vorzeichen ergibt. Wir benutzen dann dieselbe Maschine als Motor und schließen sie zu diesem

Zwecke der Deutlichkeit wegen genau in der früheren Weise ans Netz an (Fig. 154b). Dann ergibt sich, daß der Motorstrom gegenüber dem Generatorstrom seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt hat. Die Drehrichtung ist dann dieselbe, wie wenn der Strom in beiden Teilen die gleiche Richtung hat wie im Generator. Die Hauptstrommaschine läuft daher ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Generator, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen beim Übergang einer Hauptstrommaschine vom Betrieb als Generator in den Betrieb als Motor die Drehrichtung gleich bleiben, so hat man entweder den Anker oder die Magnete umzuschalten. Die Umschaltung der Magnetwicklung empfiehlt sich deswegen, weil dann die Stromrichtung in der Magnetwicklung ungeändert bleibt. Anderenfalls würde die Hysterisis des Eisens die Ummagnetisierung erschweren, so daß bei schwacher Magnetisierung unter sonst gleichen Umständen die Kraftlinienzahl wesentlich geringer sein würde als vorher.

Wir betrachten nun weiter den umgekehrten Fall, in welchem ein Hauptstrommotor bei gleichbleibender Drehrichtung als Generator benutzt wird. Dieser Fall ist von praktischer Wichtigkeit, da die Bremsung von Hauptstrommotoren vielfach, wie z. B. bei Straßenbahnwagen und elektrischen Kranen, dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Generator auf Widerstände geschaltet wird. Dabei wird elektrische Energie erzeugt, durch welche eine gleichwertige kinetische Energie verbraucht wird. Man muß dazu allerdings eine Umschaltung der Maschine vornehmen, da diese sonst als Generator nicht „angehen“ würde. Solange sie nämlich als Motor läuft, ist ihre elektromotorische Kraft nach Abschnitt 27 dem Strome entgegengerichtet. Wenn wir sie nun auf Widerstände schalten und sich selbst erregen lassen, so hat bei der ungeänderten Drehrichtung und der ungeänderten Richtung der Kraftlinien, die beim Angehen durch den remanten Magnetismus gegeben sind, auch die elektromotorische Kraft beim Angehen die gleiche Richtung wie früher. Sie erzeugt also einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt gerichtet ist. Die Folge ist, daß der remante Magnetismus nicht verstärkt, sondern geschwächt wird und die Maschine nicht angeht. Man muß daher, wenn man von der Fahrt zur Bremsung übergehen will, die Magnete umschalten. Da der Stromkreis bei der Schaltung als Generator nur aus Anker, Magnetwicklung und Widerstand besteht, so kann man selbstverständlich auch statt der Magnete den Anker umschalten. Nur weil jetzt der Anker als Stromerzeuger gleichsam der beherrschende Teil ist, ist es passender, von Umschaltung der Magnete im Verhältnis zum Anker zu sprechen.

Wir betrachten nun die Verhältnisse beim Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Fig. 155a und b zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Generator und Motor derselbe bleibt, wenn wir die Nebenschluß-

maschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Dagegen hat der Ankerstrom in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall dieselbe geblieben, so würde der Motor entgegengesetzt wie die Dynamomaschine laufen. Nun aber, wo im Anker

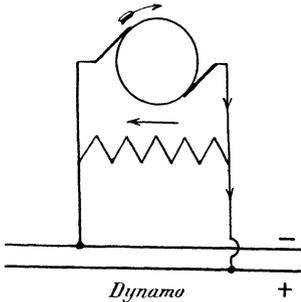


Fig. 155 a.

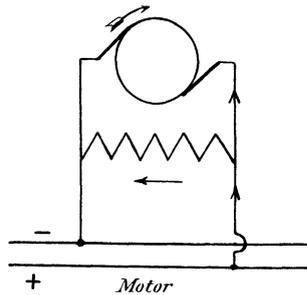


Fig. 155 b.

Nebenschlußmaschine als Generator und Motor.

allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor im gleichen Sinne wie als Dynamomaschine. Ein Nebenschlußgenerator, als Motor benutzt, läuft also mit den Bürsten, und ebenso: Ein Nebenschlußmotor kann ohne Änderung der Schaltung in der alten Drehrichtung als Generator angetrieben werden.

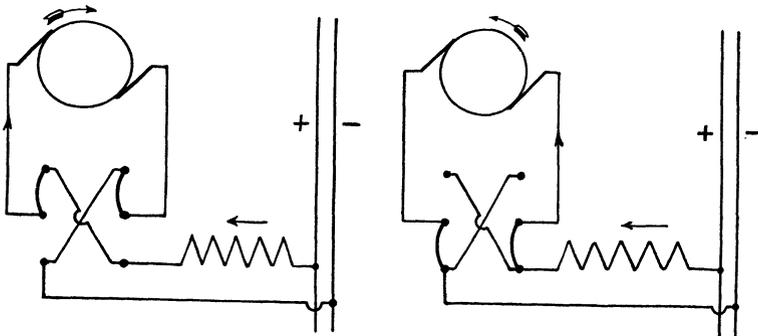


Fig. 156. Umsteuerung eines Hauptstrommotors.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Umsteuerung von Motoren zu erwähnen. Eine Vertauschung der Hauptleitungen ist ohne Einfluß auf die Drehrichtung, weil dabei der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt wird. Man muß also entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom umkehren. In der Regel kehrt man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysteresis den Ankerstrom um, wie es Fig. 156 für einen Hauptstrommotor zeigt.

64. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Es sei

- \mathfrak{S} die Feldstärke im Luftzwischenraum,
- b die Ankerlänge in Zentimeter,
- d der Ankerdurchmesser in Zentimeter,
- z die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
- β der Winkel der Polbohrung,
- I die Stromstärke im einzelnen Ankerdraht im absoluten Maß,
- I_a der Ankerstrom in Ampere.

Dann ergibt sich die von den Kraftlinien auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (19) auf S. 68 zu:

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l \text{ Dyn.}$$

Darin ist l die vor $2p$ Polen liegende Drahtlänge, d. h.:

$$l = \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ cm.}$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir die Kraft f in Dyn mit 981000 zu dividieren und mit dem Radius in Meter, also mit $\frac{d}{2 \cdot 100}$ zu multiplizieren.

Wir erhalten also das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_a = \mathfrak{S} \cdot I \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{d}{2 \cdot 100} \cdot \frac{1}{981000}.$$

Nun ist die Kraftlinienzahl N eines Poles gleich der Polfläche mal der Feldstärke vor den Polen, d. h.:

$$N = \frac{d \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot \mathfrak{S}.$$

Andererseits ist, wenn der Anker in $2a$ parallele Zweige zerfällt:

$$I = \frac{I_a}{10 \cdot 2a}.$$

Die Gleichung für das Drehmoment nimmt dann die Form an:

$$M_a = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 981} \cdot 10^{-8}. \quad (31)$$

Für Reihenwicklung ist a gleich eins und für Parallelwicklung a gleich p .

Die obigen Gleichungen für das Drehmoment beziehen sich auf das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung des Motors erforderlich ist.

Die Bedeutung der für das Drehmoment abgeleiteten Gleichung ergibt sich erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagte die Gleichung, daß das vom Motor ausgeübte

Drehmoment der Kraftlinienzahl und dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustande entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Ergebnis, daß das Produkt $N \cdot I_a$ sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir in den Motor einen willkürlichen Strom hineinschicken, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist nur der Fall, solange der Motor noch still steht und die Stromstärke, die beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes geregelt wird, noch nicht genügt, um den Motor zum Anziehen zu bringen. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß Gleichung (31) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Man fragt sich oft, warum man beim elektrischen Betrieb einen Regulator, der die Elektrizität mehr oder weniger drosselt, entbehren kann. Der Grund dafür liegt darin, daß nach S. 69 eine elektromotorische Gegenkraft entsteht, indem die Ankerdrähte des Motors ebenso wie die eines Generators durch die Kraftlinien der Magnete hindurchschneiden. Diese elektromotorische Kraft wird von der Drehzahl beeinflusst und übt dann, da sie dem Strome entgegenwirkt, in bezug auf den zufließenden Strom dieselbe drosselnde Wirkung aus, wie es der Regulator einer Dampfmaschine in bezug auf den zuströmenden Dampf tut.

Wird z. B. die Belastung des Motors, d. h. das Drehmoment der Last, vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Demnach findet eine vorübergehende Verzögerung statt, wodurch die Zahl der Kraftlinienschnitte und die elektromotorische Gegenkraft verringert wird. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor bei dem gegebenen Strom noch ausgeübte Drehmoment zu groß, so daß der Motor beschleunigt wird. Die dadurch vergrößerte elektromotorische Gegenkraft drosselt den Strom so weit ab, daß im Beharrungszustand wieder das ausgeübte Drehmoment gleich dem durch die Belastung erforderlichen Drehmoment ist. Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment an der Riemenscheibe mit Einschluß des Drehmomentes der Leerlaufreibung verstehen. Unter dieser Voraussetzung sind die beiden entgegengesetzten Drehmomente einander genau gleich, und es überwiegt nicht etwa, wie man im Anfang zu glauben geneigt ist, das Kraftmoment über das Lastmoment.

Die Drehzahl ergibt sich aus der elektromotorischen Gegenkraft nach Gleichung (27) auf S. 132:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da die an den Anker gelegte Netzspannung e sowohl die elektromotorische Gegenkraft E zu überwinden als auch den Ohmschen Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ zu decken hat, so folgt:

$$e = E + I_a \cdot R_a. \quad (\text{a})$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}. \quad (32)$$

Die Gleichung zeigt, daß eine Änderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht nur eine vorübergehende, sondern auch eine dauernde Änderung der Drehzahl mit sich bringt. Die Änderung ist nach Gleichung (32) bei Motoren mit konstantem Kraftfluß (Nebenschlußmotoren) sehr gering, sie ist aber groß, wenn sich mit dem Ankerstrom auch der Kraftfluß N ändert (Hauptstrommotoren).

Wir haben nun noch die Gleichung für die mechanische Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir bei der allgemeinen Besprechung der mechanischen Größen des Motors das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Die Wirkungsweise des Motors wird aber leichter verständlich, wenn man die Leistung erst nach Ermittlung des Drehmomentes betrachtet, weil sie sich aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Drehzahl ergibt.

Ist M_d das Drehmoment in mkg und

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

die Winkelgeschwindigkeit, so ist die mechanische Leistung in mkg/sek nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich $M_d \cdot \omega$. Um die mechanische Leistung P in Watt zu erhalten, haben wir den Ausdruck $M_d \cdot \omega$ nach S. 25 noch mit 9,81 zu multiplizieren und erhalten:

$$P = M_d \cdot \omega \cdot 9,81 = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt}. \quad (\text{b})$$

Es ist nun für uns von Wichtigkeit, die mechanische Leistung auch durch elektrische Größen auszudrücken. Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Gleichung (a) mit I_a und erhalten:

$$e \cdot I_a = E \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung dar, während das Produkt $I_a^2 \cdot R_a$ uns die im Anker in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach muß das Produkt $E \cdot I_a$ den Effektverbrauch für die mechanische Leistung des Motors darstellen. Diese schließt die Nutzleistung und den Leerlaufeffekt ein.

Wir haben nun sofort die Möglichkeit, die Richtigkeit unserer Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit zu prüfen. Der elektrische Effekt $E \cdot I_a$ muß gleich der mechanischen Leistung sein, d. h. es muß die Gleichung erfüllt sein:

$$E \cdot I_a = M_a \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81.$$

Setzen wir für E und M_a die entsprechenden Werte aus Gleichung (27) auf S. 132 und Gleichung (31) auf S. 206 ein, so ergibt sich in der Tat, daß beide Seiten unserer Gleichung übereinstimmen.

Bei sehr kleinem Drehmoment, also bei geringem Ankerstrom, ist die Leistung gering. Mit zunehmender Belastung wird sie größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Drehzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ihren höchsten Wert erreicht, differenzieren wir

$$P = E \cdot I_a = e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$$

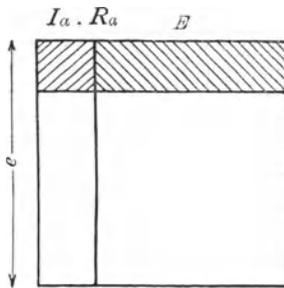


Fig. 157 a.

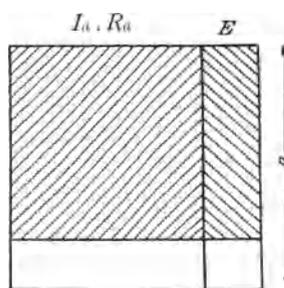


Fig. 157 b.

Graphische Darstellung der Gesamtleistung, mechanischen Leistung und Jouleschen Wärme im Anker eines Motors.

nach I_a und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann:

$$P' = e - 2 I_a \cdot R_a = 0$$

oder

$$I_a \cdot R_a = \frac{e}{2}.$$

Die Leistung ist also am größten, wenn die Hälfte der Netzspannung für den Ohmschen Spannungsverlust verbraucht wird. Für diesen Fall ist der Ohmsche Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ auch gleich der elektromotorischen Gegenkraft E .

Das gleiche Ergebnis erhalten wir aus Fig. 157 a und b, wo die Klemmenspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Ohmschen Spannungsverbrauch und die elektromotorische Gegenkraft zerlegt ist. Abgesehen vom Faktor R_a ist dann das schraffierte Rechteck gleich der mechanischen Leistung und das schraffierte Quadrat gleich dem Verlust durch Joulesche Wärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und

für große Werte von I_a besonders klein ist. Das Rechteck wird am größten, wenn es zu einem Quadrate wird, d. h. wenn $I_a \cdot R_a = E$ ist, wie auch oben abgeleitet wurde. Unter dieser Bedingung hat also die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall weit außerhalb der Betriebsgrenzen, da der Motor die dabei auftretende hohe Stromstärke nicht aushält. Auch wird, da für $E = I_a \cdot R_a$ die Hälfte der zugeführten Leistung in Joulesche Wärme umgesetzt wird, der Wirkungsgrad nur gleich 0,5.

65. Der Nebenschlußmotor.

Der Nebenschlußmotor ist ein Motor, dessen Magnetwicklung in einem besonderen Stromkreis gespeist wird. Es soll zunächst das Verhalten dieses Motors vorausbestimmt werden, wenn sowohl die Magnetwicklung als auch der Anker unmittelbar, also ohne Zwischenschaltung von Widerständen, an die Netzspannung angeschlossen ist.

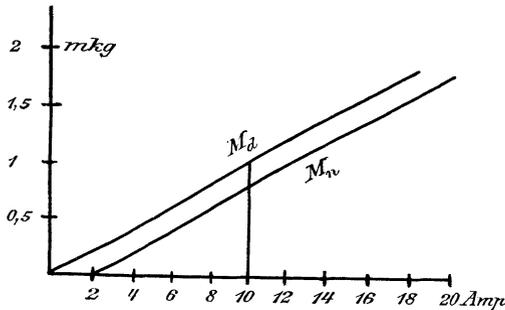


Fig. 158. Abhängigkeit des Drehmomentes eines Nebenschlußmotors von der Stromstärke.

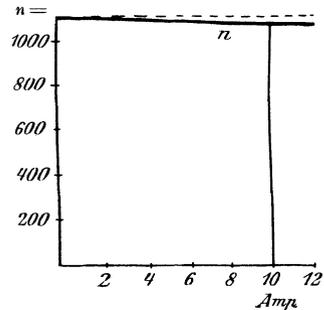


Fig. 159. Abhängigkeit der Drehzahl eines Nebenschlußmotors vom Ankerstrom.

Das ganze Drehmoment unseres Motors ergibt sich nach Gleichung (31) auf S. 206 zu:

$$M_a = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Magnetisierungsstrom und die Kraftlinienzahl in unserm Falle konstant sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und das ganze Drehmoment M_a als Ordinate auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Fig. 158.

Das nutzbare Drehmoment M_n ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysterisis und Wirbelströme aufgewendet werden muß. Ist also I_0 der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment der Differenz $I_a - I_0$ proportional. Wenn wir das nutzbare Drehmoment M_n als Ordinate auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die der ersten Geraden parallel ist und auf der Abszissenachse den Abschnitt I_0 schneidet (Fig. 158).

Die Drehzahl ist nach Gleichung (32) auf S. 208:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}.$$

Da in dieser Gleichung die Kraftlinienzahl wieder konstant ist, so ist die Drehzahl der elektromotorischen Kraft $e - I_a \cdot R_a$ proportional. Der Abfall der Umdrehungen gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Ohmschen Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und die Drehzahl als Ordinate auf, so erhalten wir die geneigte Gerade in Fig. 159. Da der Ohmsche Spannungsabfall immer sehr gering ist, so hat der konstant erregte Nebenschlußmotor zwischen Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Drehzahl. Er ist also besonders geeignet zum Antrieb von Transmissionen.

Die Nutzleistung in Kilowatt ergibt sich entweder nach Gleichung (b) auf S. 208 zu $\frac{M_n \cdot 2\pi \cdot n \cdot 9,81}{60 \cdot 1000}$ oder aus der elektromotorischen Gegenkraft und dem Arbeitsstrom $I_a - I_0$ zu $\frac{E \cdot (I_a - I_0)}{1000}$.

Der Wirkungsgrad η des konstant erregten Nebenschlußmotors ist, wenn I die Summe des Ankerstromes I_a und des Magnetstromes I_m bezeichnet:

$$\eta = \frac{E \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot I} = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot (I_a + I_m)}.$$

Beim Leerlauf, also für den Wert $I_a = I_0$, ist der Wirkungsgrad gleich Null. Er wird ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom $I_a = \frac{e}{R_a}$, den übrigens der Anker im allgemeinen nicht aushält, den Motor nicht zum Anziehen bringt.

Bei einer mittleren Belastung wird der Wirkungsgrad am größten. Dies wird auch dadurch erklärlich, daß bei sehr geringer Belastung die konstanten Verluste durch Leerlauf und durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung zu stark ins Gewicht fallen, während bei starker Überlastung die Jouleschen Verluste im Anker den Wirkungsgrad stark herabdrücken. Der Höchstwert des Wirkungsgrades liegt etwa bei dem Betriebszustand, bei welchem die Jouleschen Verluste im Anker $I_a^2 \cdot R_a$ gleich den konstanten Verlusten $e \cdot I_0 + e \cdot I_m$ durch Leerlauf und durch Joulesche Wärme in den Magneten sind.

Wir gehen nun dazu über, die bisherigen Ableitungen durch ein Zahlenbeispiel deutlich zu machen.

Es sei z. B. bei einem zweipoligen Motor ($p = 1$, $a = 1$):

$$\begin{array}{lll} e = 110 & N = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ R_a = 0,3 & I_m = 1 & I_0 = 2. \end{array}$$

Dann wird das gesamte Drehmoment:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot I_a,$$

das nutzbare Drehmoment:

$$M_n = 0,1 (I_a - I_0) = 0,1 \cdot I_a - 0,2,$$

und die Drehzahl:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = 1100 - 3 I_a.$$

Ist z. B. das normale nutzbare Drehmoment gleich 0,8 mkg, so ist der normale Strom, für den der Motor gebaut ist, gleich 10 Ampere, das gesamte Drehmoment gleich 1 mkg und die Drehzahl gleich 1070. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3 0/10 (vergl. Fig. 158 und 159).

Die Nutzleistung wird

$$\frac{E(I_a - I_0)}{1000} = 0,856 \text{ Kilowatt.}$$

Der Wirkungsgrad wird dann bei 10 Ampere Ankerstrom:

$$\eta = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot (I_a + I_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Um die Stromstärke zu ermitteln, bei welcher der Wirkungsgrad am größten ist, berechnen wir die Summe der konstanten Verluste:

$$e \cdot I_0 + e \cdot I_m = 330.$$

Dann ist beim günstigsten Wirkungsgrad der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ auch etwa gleich 330 Watt. Daraus erhalten wir:

$$I_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere.}$$

Der Ohmsche Verlust $I_a \cdot R_a$ ist bei diesem Strome gleich 10 Volt und die elektromotorische Gegenkraft E gleich $e - I_a \cdot R_a$ gleich 100 Volt. Andererseits ist der Nutzstrom $I_a - I_0 = 31$ Ampere, also die Nutzleistung

$$E(I_a - I_0) = 100 \cdot 31 = 3100 \text{ Watt.}$$

Bei einem Gesamtverlust von zweimal 330 Watt wird also der Wirkungsgrad

$$\eta_{max} = \frac{3100}{3100 + 660} = 0,825.$$

Die Nutzleistung ist dabei $3100/1000 = 3,1$ Kilowatt. Die prozentische Abnahme der Drehzahl gegenüber dem absoluten Leerlauf ist nach Gleichung (32) auf S. 208 gleich dem prozentischen Spannungsverlust im Anker, also $0,3 \cdot 33$ auf 110 oder 9 0/10.

Wie man sieht, tritt in unserm Beispiel der günstigste Wirkungsgrad bei einer Belastung auf, bei welcher der Drehzahlabfall sehr groß ist.

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, wie sich der Wirkungsgrad ändert, wenn wir den Motor im Vergleich zu dem Betriebszustand,

in welchem der Wirkungsgrad am größten ist, nur zur Hälfte ($I_a = 17$) oder auf das Doppelte belasten ($I_a = 66$). Dafür ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 I_a & \dots \dots \dots = 17 \text{ bzw. } 66 \text{ Ampere,} \\
 I = I_a + I_m & \dots \dots \dots = 18 \quad \text{''} \quad 67 \quad \text{''} \\
 I_a - I_0 & \dots \dots \dots = 15 \quad \text{''} \quad 64 \quad \text{''} \\
 E = e - I_a \cdot R_a & \dots \dots \dots = 105 \quad \text{''} \quad 90 \text{ Volt,} \\
 \eta = \frac{E \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot I} & \dots \dots \dots = 0,8 \quad \text{''} \quad 0,78.
 \end{aligned}$$

Demnach ändert sich der Wirkungsgrad verhältnismäßig wenig, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Beim Entwurf braucht daher auch nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der Zustand der normalen Belastung mit dem Zustand des günstigsten Wirkungsgrades zusammenfällt. Besonders gebietet die Rücksicht auf eine geringe Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf meist, daß kleine Motoren normal unterhalb ihrer günstigsten Belastung arbeiten.

66. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors.

1. Der Anlaßwiderstand.

Im Augenblick des Anlassens steht der Motor still, so daß noch keine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist. Wenn man also den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand an die volle Netzspannung legen würde, so würde die Stromstärke und dadurch die Erwärmung des Ankers im allgemeinen zu hoch. Außerdem ist es meist aus mechanischen Gründen unzulässig, daß das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist, besonders wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung etwaiger benachbarter Lampen verursacht. Man hat demnach in der Regel so viel Widerstand beim Anlassen vor den Anker zu schalten, daß die Stromstärke den zulässigen Betrag nicht überschreitet. Bei ganz kleinen Hauptstrommotoren, wenn sie beim Anlaufen nur geringe Massen zu beschleunigen haben, kommt man ohne Anlasser aus. Neuerdings werden auch große Nebenschlußmotoren zu zweien hintereinander ohne Widerstand an die Netzspannung gelegt. Dabei kommt zunächst auf jeden Motor die halbe Netzspannung, und erst wenn er sich in Bewegung gesetzt hat, wird er an die volle Spannung gelegt. Die Magnetwicklung wird natürlich vor dem Anlassen eingeschaltet. Vorausgesetzt ist aber, daß keine nennenswerten Massen zu beschleunigen sind. Dies trifft z. B. bei Antriebsmotoren von Schiffen zu, da der Propeller beim Anlassen nur „Schaumschlägerei treibt“ und von einem Überwinden des Fahrwiderstandes des Schiffes noch keine Rede sein kann. Ein solches Anlassen ohne Widerstand wird dadurch ermöglicht, daß die Selbstinduktion des Ankers das An-

wachsen des Stromes verlangsamt. Das einfache Ohmsche Gesetz ist also für den Einschaltvorgang nicht gültig.*) Wenn indessen die Selbstinduktion und der Ankerwiderstand besonders gering sind, wie z. B. bei Motoren von der Type der Turbodynamos, ist ein Anlassen ohne Widerstand in jedem Falle ausgeschlossen.

Wenn ein Motor mit Hilfe des Anlassers in Gang gesetzt wird, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die elektromotorische Gegenkraft. Diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaßwiderstand kann also allmählich ausgeschaltet werden.

Es ist zu beachten, daß der Anlaßwiderstand allein im Ankerkreis liegen muß und nicht in einer gemeinsamen Zuleitung für Anker und Magnetstrom liegen darf. Im letzteren Falle würde bei ruhendem Anker die Magnetwicklung durch die parallel zu ihr liegende Ankerwicklung fast kurz geschlossen sein, so daß die Spannung an ihren Klemmen fast Null ist. Da die Magnete dabei nicht erregt werden, so ist ein Drehmoment und dadurch ein Anlassen des Motors ausgeschlossen. Ein Nebenschlußmotor erfordert daher immer drei Zuleitungen.

2. Widerstandsregelung.

Wir betrachten das Verhalten eines Motors, dessen

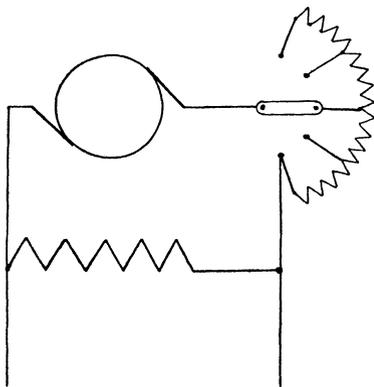


Fig. 160. Widerstandsregelung eines konstant erregten Motors.

Magnetwicklung unmittelbar an der konstanten Netzspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes an die Netzspannung angeschlossen ist (Fig. 160). Die Belastung sei konstant. Die Fälle, in denen, wie bei Ventilatoren, das Drehmoment sich mit der Drehzahl ändert, seien also ausgeschlossen. Wir machen dann, gleichgültig ob der Motor belastet oder unbelastet läuft, zunächst die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist.

Gleichung (31) auf S. 206 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht beeinflußt wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand verändert. Allerdings nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu. Dadurch wird jedoch

*) Vergl. Trettin, Das Einschalten großer Gleichstrommotoren ohne Vorschaltwiderstand. ETZ 1912, S. 759 ff.

das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment. Der Anker wird also beschleunigt und läuft dauernd mit erhöhter Drehzahl weiter. Dadurch wächst dann die elektromotorische Gegenkraft, und die Stromstärke nimmt wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke tritt beim konstant erregten Motor nur durch eine Änderung der Belastung auf.

Dagegen ist die Drehzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande abhängig. Die Netzspannung e hat jetzt nämlich nicht nur die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch im Anker zu liefern, sondern auch den Spannungsverbrauch im vorgeschalteten Widerstand R zu decken. Es ergibt sich also:

$$e = E + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R.$$

In dieser Gleichung sind die Größen e und R_a ohne weiteres konstant, und I_a ist konstant, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die elektromotorische Gegenkraft und die Drehzahl stark beeinflußt.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Ohmschen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung genau gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch einen an den Bürsten liegenden Spannungszeiger ohne weiteres die elektromotorische Kraft. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes R , daß die Drehzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem oben gerechneten Beispiel ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (32) auf S. 208 eine Drehzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun vor den Anker einen Widerstand von beispielsweise 27,5 Ohm, so wird dadurch der Strom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also $27,5 \cdot 2 = 55$ Volt, und die Spannung, die wir mit dem Spannungszeiger an den Bürsten messen, ist $110 - 55 = 55$ Volt. Wir erhalten also eine Drehzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Drehzahl wie bei 110 Volt. Die Drehzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Angenähert bleibt dies Gesetz auch für die verschiedenen Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem wichtigen Ergebnis: Bei einem konstant erregten

Motor ist die Stromstärke proportional der Belastung und die Drehzahl proportional der Bürstenspannung. Man kann also durch Veränderung der Bürstenspannung die Drehzahl beliebig verändern.

Bei den soeben dargestellten Versuchen muß der Vorschaltwiderstand, wie es oben schon für das Angehen gefordert war, allein im Ankerzweig liegen, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen nämlich Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen aneinander und liegt der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes meist nur eine geringe Änderung der Drehzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmenspannung des Ankers und der Magnete gleichzeitig auf das Doppelte, so wächst die Kraftlinienzahl bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wächst in der Gleichung

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho_{|a} \cdot N \cdot z}$$

sowohl der Wert von E im Zähler als auch der Wert von N im Nenner auf das Doppelte, und die Drehzahl bleibt ungeändert. Nur wenn die Magnete stark gesättigt sind, bewirkt eine Verdopplung der Klemmenspannung auch angenähert eine Verdopplung der Drehzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein konstant erregter Motor.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Drehzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Vorschaltwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei Regelung der Hauptstrommotoren für elektrische Straßenbahnen der Fall ist. Jede Änderung der Belastung bewirkt nämlich sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß auch die Bürstenspannung und die Drehzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker noch ein Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Drehzahl unter Umständen so weit zurück, daß der Motor stehen bleibt. Die selbsttätige starke Änderung der Drehzahl bei vorgeschaltetem Widerstand muß also jedesmal durch Betätigung des Regulierhebels ausgeglichen werden.

3. Feldregelung.

Die Regelung der Drehzahl kann statt durch Vorschaltwiderstände auch durch Feldänderung geschehen. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir Gleichung (32) auf S. 208 auf den vollständigen Leerlauf anwenden.

Wir erhalten dann:

$$n = \frac{e \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho_{|a} \cdot N \cdot z}$$

Schaltet man also einen Regelwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und die Kraftlinienzahl N , so wird nach der obigen Gleichung die Drehzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei der geringeren Kraftlinien-

zahl schneller laufen muß, um eine der Klemmenspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen. Immerhin ist das nur eine äußerliche Erklärung. Der innere Grund für eine Beschleunigung des Motors liegt darin, daß beim Schwächen des Kraftflusses die bei der vorhandenen Drehzahl induzierte elektromotorische Gegenkraft geringer wird. Dadurch nimmt der Ankerstrom zu, und zwar in unverhältnismäßiger Weise, so daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment über das Lastmoment überwiegt und eine Beschleunigung zustande kommt. Die Beschleunigung hat dann zur Folge, daß der Ankerstrom wieder etwas abnimmt.

Aber auch, nachdem Gleichgewicht eingetreten ist, bleibt der Ankerstrom für das gleiche Drehmoment größer wie vor der Schwächung des Kraftflusses. Da das Produkt $N \cdot I_a$ der Belastung proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Magnetfeldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, in welchem die Klemmenspannung $e = 110$ Volt, der Ankerwiderstand $I_a = 0,3$ Ohm, die Drahtzahl $z = 300$ und die Kraftlinienzahl $N = 2 \cdot 10^6$ war. Für eine Stromstärke $I_a = 10$ Ampere ergab sich dann auf S. 212 eine Drehzahl 1070.

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung den Kraftlinienfluß im Verhältnis $0,8 : 1$ schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis $1 : 0,8$ zu. Wir erhalten dann:

$$N = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6, \quad I_a = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt $N \cdot I_a$ ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist größer geworden. Wäre der Ohmsche Widerstand gleich Null, so wäre die Drehzahl dem geänderten Kraftfluß umgekehrt proportional. Tatsächlich jedoch wird infolge der Zunahme des Ankerstromes auch der Ohmsche Spannungsverlust vergrößert. Demnach wird die elektromotorische Gegenkraft geringer als bei einer Maschine ohne Ohmschen Widerstand, und dies kann natürlich nicht ohne Einfluß auf die Drehzahl sein. Beispielsweise erwarten wir eine Steigerung der Drehzahl im Verhältnis $1 : 0,8$, also auf $1070 \cdot \frac{1}{0,8} = 1338$. Tatsächlich ergibt sie sich aber entsprechend Gleichung (32) auf S. 208 nach Schwächung des Kraftflusses zu:

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Daraus geht zugleich hervor, daß man den Kraftlinienfluß nicht unbegrenzt schwächen darf, um die Drehzahl zu erhöhen. Schließlich wird nämlich der Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes auf die Drehzahl so groß, daß diese bei übermäßiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Sonst müßte ja der belastete (!) Motor mit unendlicher Drehzahl laufen, wenn der Kraftfluß durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null geschwächt wird. In Wirklichkeit bleibt der Motor in diesem

Fälle stehen, weil die eine der beiden Größen, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für den Kraftfluß \mathcal{N} oder für den Ankerstrom I_a geben, für den die Drehzahl bei der gegebenen Belastung einen Höchstwert erreicht. Um den betreffenden Wert für I_a zu ermitteln, setzen wir nach S. 208 die mechanische Leistung gleich dem dafür verbrauchten Teil der elektrischen Leistung:

$$M_a \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 = e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert werden soll, ist das Drehmoment M_a konstant. Mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors $c = \frac{60}{2\pi \cdot 9,81 \cdot M_a}$ erhalten wir dann:

$$n = c \cdot (e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a).$$

Wenn wir nach I_a differenzieren und den ersten Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir:

$$I_a \cdot R_a = \frac{e}{2}.$$

Die Drehzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren größten Wert, wenn der Kraftlinienfluß so weit geschwächt ist, daß der Ohmsche Spannungsabfall halb so groß ist wie die Klemmenspannung. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle gleich 0,5, und der betreffende Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr großen Wertes des Ankerstromes I_a , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Der Vorzug der Feldregelung besteht darin, daß sie im Unterschied von der Widerstandsregelung ohne Verluste erfolgt. Jedoch fallen Motoren mit Feldregelung größer aus als Motoren ohne Feldregelung. Um das zu erkennen, beachten wir, daß die Motoren bei hoher Drehzahl mit schwachem Felde arbeiten, so daß sie magnetisch durchaus nicht ausgenutzt sind. Andererseits laufen sie bei starkem Feld so langsam, daß sie mechanisch wenig ausgenutzt werden.

Eine starke Feldschwächung ist im praktischen Betriebe oft nur bei einem verringerten Drehmoment möglich, da der Motor im allgemeinen die mit der Feldschwächung verbundene Erhöhung des Ankerstromes nicht aushält.

4. Anordnung des Anlaß- und Regelwiderstandes.

Da eine Unterbrechung des Magnetstromes beim Abstellen des Motors infolge der Selbstinduktion ein Durchschlagen der Isolation, jedenfalls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben kann, so hat man dafür zu sorgen, daß der Magnetstrom langsam bis auf Null abnimmt. Dies kann — allerdings nicht im praktischen Betrieb — dadurch geschehen, daß man beim Abschalten die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Ausschalter in Fig. 161 öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch seine lebendige Kraft weiter, und

es wird in ihm durch das nur langsam verschwindende Feld noch eine elektromotorische Kraft induziert. Da diese mit der vorher bei Betrieb wirksamen elektromotorischen Gegenkraft gleiche Richtung hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit die Kraftlinienzahl ganz allmählich auf Null. Man kann das sehr gut an dem allmählichen Zurückgehen des Ausschlages eines an den Motorklemmen liegenden Spannungszeigers beobachten.

Ein solches Ausschalten des Hauptstromes ist jedoch sehr bedenklich, weil dabei der Hebel des Anlassers in einer Stellung verbleibt, die, nachdem der Motor zur Ruhe gekommen ist, beim Wiedereinschalten des Hauptstromes einen gefährlichen Kurzschluß veranlaßt.

Dagegen kommt man zum Ziel, wenn man Anlasser und Anker in einem Punkte aneinander legt und die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und des Anlassers schaltet (Fig. 162).*) Bei einer mittleren Stellung

des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete, wie in Fig. 161, dauernd verbunden bleiben. Das Ausschalten erfolgt daher funkenfrei, besonders wenn man es schnell und bei voller Drehzahl des Motors vornimmt.

Daß in Fig. 162 der Widerstand des Magnetkreises etwas erhöht wird, ist ohne besondere Bedeutung, da der Anlaßwiderstand viel kleiner ist als der Widerstand der Magnetwicklung. Will man den Verlust im Magnetkreis etwas verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Fig. 163). Allerdings erreicht dann der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert, da der in Fig. 163 links liegende Teil des Anlassers in der gemeinsamen Leitung des Ankers und der Magnete liegt. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, um so mehr, als die Selbstinduktion der Magnetspulen ohnehin die Bildung der Kraftlinien verlangsamt.

In Fig. 164 wird dieser Nachteil, sowie der zusätzliche Verlust im Magnetkreis durch Anwendung eines doppelten Hebels vermieden. Die Magnete werden durch einen kurzen Hebel, der auf dem Segment schleift, sofort voll eingeschaltet, während der Ankerstrom durch den längeren Hebel, der auf den Kontakten des Anlaßwiderstandes schleift, eingeschaltet wird. Beide Hebel liegen übereinander und sind starr miteinander verbunden.

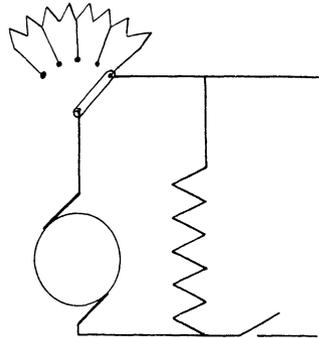


Fig. 161. Funkenfreies, aber praktisch undurchführbares Abschalten.

*) Vergl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.

Dasselbe ist bei dem Anlasser mit Feldregelung in Fig. 165 der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen langen Hebel und durch den Anlasser R_1 geschlossen wird. Die beiden

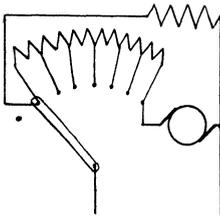


Fig. 162.

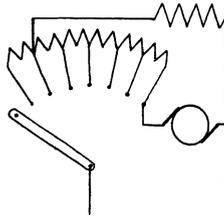


Fig. 163.

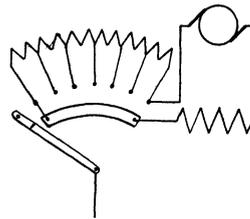


Fig. 164.

Schaltungen für den Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Hebel sind in der Figur nicht gezeichnet. Bei vollem Betrieb steht der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll die Drehzahl nun erhöht werden, so dreht man den Hebel weiter nach rechts.

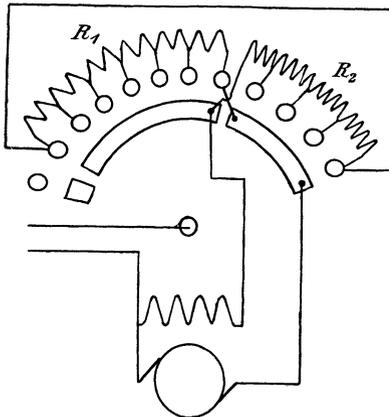


Fig. 165. Schaltung für Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Dabei wird nach und nach der Regelwiderstand R_2 in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom unmittelbar durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Zum funkenfreien Ausschalten ist das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regelwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Generator weiterlaufende Maschine einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regelwiderstand R_2 und Anlasser R_1 .

5. Anlaß- und Regelmotoren.

Der Bau von Anlassern für sehr große Motoren bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht, besonders wenn große Massen zu beschleunigen sind, große Effektverluste. Man verwendet daher für Hebezeuge mit schwierigen Betriebsbedingungen, bei denen Motoren für große Leistungen in kurzen Zwischenräumen zu steuern sind, wie z. B. für Förderanlagen, Kohlenkipper usw., ferner auch für Hobelmaschinenantrieb usw. besondere Anlaß- und Regelmotoren. *) Diese werden auch

*) Vergl. Köttgen, ETZ 1902, S. 601, und Meyersberg, ETZ 1903, S. 260.

oft deswegen vorgezogen, weil sie eine besonders feinstufige und genaue Regelung ermöglichen.

So wird bei der Leonard-Schaltung (Fig. 166) der Anker des konstant erregten Arbeitsmotors nicht unmittelbar vom Netz, sondern von einer fremderregten Steuerdynamo gespeist, deren Spannung mit Hilfe eines in ihrem Magnetkreis liegenden Widerstandes geändert werden kann. Die Steuerdynamo wird in der Regel durch einen Drehstrommotor — den Steuermotor — dauernd in gleichbleibender Drehrichtung angetrieben. Sie ist dauernd unmittelbar auf den Arbeitsmotor geschaltet und wird beim Anlassen dieses Motors zunächst schwach erregt. Indem man dann die Erregung der Steuerdynamo allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Drehzahl. Ebenso erfolgt das Stillsetzen des Arbeitsmotors durch Feldschwächung bei der Steuerdynamo.

Besonders vorteilhaft ist es, wenn man bei Maschinen, die fortdauernd angelassen und wieder stillgesetzt werden, nach dem System I l g n e r auf der Welle des Steuermotors und der Steuerdynamo ein Schwungrad anordnet. Dieses gibt unter Verringerung seiner Drehzahl beim Anfahren des Arbeitsmotors einen Teil der aufgespeicherten Energie ab, während beim Stillsetzen des Arbeitsmotors Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Auf diese Weise wird dem Netz

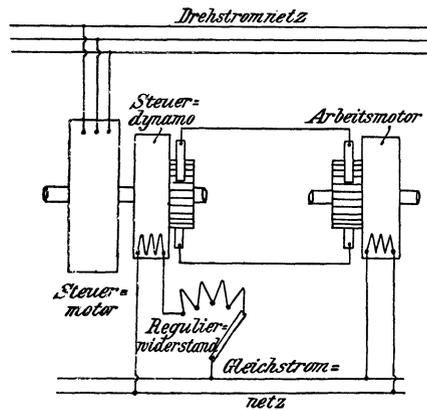


Fig. 166. Schema der Leonardschaltung.

auch bei intermittierendem, stark wechselndem Betrieb dauernd eine fast gleichbleibende Energie entnommen, und die starken Spitzen im Stromverbrauch, die ohne Schwungrad auftreten würden, werden vermieden. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der Steuermotor bei Belastung einen starken Abfall in der Drehzahl zeigt, damit das Schwungrad zur Geltung kommt. Es ist leicht einzusehen, daß in dieser Beziehung ein großer Ankerwiderstand im Steuermotor günstig wirkt. Wäre der Ankerwiderstand gleich Null, so würde der Steuermotor praktisch mit konstanter Drehzahl laufen, d. h. das Schwungrad würde gar nicht zur Geltung kommen, und die dauernden Schwankungen der Belastung würden starke Änderungen im Stromverbrauch des Motors zur Folge haben.

Man kann eine Verzögerung des Steuermotors bei Zunahme der Belastung auch durch eine Compoundwicklung auf dem Steuermotor erreichen, die so vom Strome dieses Motors durchflossen wird, daß die Wirkung der Nebenschlußwicklung verstärkt wird. Ihre Wirkung beruht

darauf, daß die elektromotorische Gegenkraft dann den Strom des Steuermotors bei Belastung des Arbeitsmotors stark abdrosselt.

Noch vollkommener arbeitet der Ilgner-Umformer, wenn beim Anlassen des Arbeitsmotors selbsttätig Widerstand in den Ankerkreis des Steuermotors eingeschaltet wird und zwar mit Hilfe eines vom Strom des Arbeitsmotors betätigten Relais. Der Vorgang ist dann der, daß sich beim Anlassen infolge der zunehmenden Leistung des Arbeitsmotors zunächst die elektrische Leistung der Steuerdynamo erhöht. Der mit der Steuerdynamo gekuppelte Steuermotor sucht den entsprechenden Mehrverbrauch an Strom aus dem Netz zu entnehmen. Hieran wird er jedoch gehindert, indem Widerstand in seinen Ankerkreis eingeschaltet und dadurch sein Strom selbsttätig konstant gehalten wird. Infolgedessen muß die Drehzahl der Steuermaschinen und des Schwungrades abnehmen. Das Schwungrad liefert dann die zusätzliche Leistung, während sich die dem Steuermotor vom Netz aus zugeführte Leistung infolge des konstanten Stromes nicht ändert.

Der umgekehrte Vorgang vollzieht sich beim Bremsen und Stillsetzen des Arbeitsmotors. Dazu wird durch Schwächung der Erregung der Steuerdynamo die elektromotorische Kraft der Steuerdynamo geringer gemacht als die des Arbeitsmotors, so daß dieser Motor einen Rückstrom in die Steuerdynamo liefert. Dadurch wird er selbst gebremst, die Steuerdynamo dagegen als Motor angetrieben, so daß das Schwungrad beschleunigt wird. Durch diese Beschleunigung des Schwungrades und der Steuermaschinen wächst die elektromotorische Gegenkraft des Steuermotors. Eine dadurch bedingte Änderung der Stromstärke dieses Motors wird dann wieder dadurch verhindert, daß selbsttätig Widerstand im Ankerkreis desselben ausgeschaltet wird.

Die Kraftstation bleibt bei Verwendung eines solchen Ilgner-Umformers von den Schwankungen der Belastung unberührt. Sie liefert dauernd denselben Strom in den Steuermotor, gleichgültig, ob z. B. der Fördermotor arbeitet oder für einen Augenblick stille steht. Beim Anlassen des Arbeitsmotors arbeiten der Steuermotor und das Schwungrad zusammen auf die Steuerdynamo, beim Bremsen arbeiten der Steuermotor und die als Motor angetriebene Steuerdynamo zusammen auf das Schwungrad. Bei einer von den Siemens-Schuckertwerken ausgeführten Anlage schwankte z. B. der Strom im Fördermotor zwischen +2000 Ampere beim Anlassen und -1000 Ampere beim Bremsen des Arbeitsmotors. Der Netzstrom, der dem Steuermotor zugeführt wurde, hielt sich jedoch mit ganz geringen Schwankungen auf 400 Ampere. Die Drehzahl des Schwungrades änderte sich dabei um 12—15 %.

Ein Hauptvorteil des Regelns durch eine Steuermaschine besteht darin, daß zu einer bestimmten Stellung des Steuerhebels unter allen Umständen eine bestimmte Geschwindigkeit des Fördermotors gehört, unabhängig von der Belastung dieses Motors. Beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes wäre das nicht zu erreichen, da der im Vor-

schaltwiderstand auftretende Spannungsverlust sich mit der Stromstärke, also mit Belastung, ändert.

Anstatt durch Änderung des Widerstandes im Ankerkreis kann man den Strom des Steuermotors auch durch Änderung der Magneterregung selbsttätig konstant halten.

Von Interesse ist ferner das Anlassen großer Motoren durch eine Zusatzmaschine, deren elektromotorische Kraft der Netzspannung zuerst entgegen und nachher gleichgerichtet ist. In Fig. 167 sei die große Maschine der Arbeitsmotor, der beispielsweise für 1000 Volt gebaut sei. Die Netzspannung sei 500 Volt. Der Hilfsmaschinensatz bestehe aus zwei miteinander gekuppelten Maschinen, die beide für 500 Volt gebaut sind. Diese Maschinen laufen, da die als Hilfsmaschine bezeichnete bei konstanter Erregung unmittelbar am Netz liegt, dauernd mit annähernd konstanter Drehzahl, wobei es gleichgültig ist, welche von ihnen als Generator arbeitet und welche als Motor.

Vor dem Anlassen steht der Arbeitsmotor still und dient nur als Zuleitung für die Zusatzmaschine. Diese Maschine treibt als Motor die Hilfsmaschine an, leistet aber nur die Leerlaufarbeit, da die elektromotorische Kraft der Hilfsmaschine infolge geeigneter Erregung genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung gemacht ist.

Wir schwächen jetzt die Erregung der als Motor laufenden Zusatzmaschine und beschleunigen sie dadurch ein wenig. Infolge der größer gewordenen Drehzahl überwiegt dann die elektromotorische

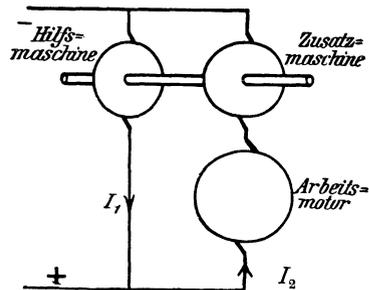


Fig. 167. Anlassen durch Zusatzmaschine.

Kraft der Hilfsmaschine über die Netzspannung und liefert uns einen Strom I_1 . Dadurch wird zugleich die Motorleistung der Zusatzmaschine größer, und der Strom I_2 nimmt zu. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom I_1 aus der Hilfsmaschine über den Anker des Arbeitsmotors unmittelbar in die Zusatzmaschine, und vom Netz wird nur eine den Verlusten in beiden Maschinen entsprechende Leistung geliefert.

Schließlich wird der Strom I_2 so stark, daß der Arbeitsmotor anzieht. Wir haben dann im rechten Zweige zwei hintereinander geschaltete Motoren. Im allgemeinen ist bei einer solchen Hintereinanderschaltung von zwei nicht miteinander gekuppelten Motoren gar nicht zu sagen, in welcher Weise sich die Netzspannung auf beide Motoren verteilt. In unserm Falle ist aber nach dem obigen die Drehzahl der Zusatzmaschine unveränderlich. Ihre elektromotorische Kraft ist also der jeweiligen Erregung proportional. Zur Überwindung dieser elektromotorischen Gegenkraft wird dann ein ganz bestimmter Teil der Klemmen-

spannung verbraucht. Der Rest der Spannung liegt dann am Arbeitsmotor, der infolgedessen eine ganz bestimmte Drehzahl annimmt.

Zugleich ist jetzt, nachdem der Arbeitsmotor angezogen hat, die Stromstärke I_2 nach S. 207 durch die Belastung des Arbeitsmotors gegeben, sie wächst also nicht mehr bei weiterer Schwächung des Kraftflusses der Zusatzmaschine. Infolgedessen nimmt das Drehmoment der Zusatzmaschine, das durch das Produkt aus ihrem Kraftfluß und dem jetzt konstanten Strom I_2 gegeben ist, bei Schwächung ihres Kraftflusses jetzt dauernd ab, d. h. diese Maschine wird, entgegen den Ausführungen auf S. 216, jetzt durch weitere Schwächung des Kraftflusses verzögert. Wenn auch diese Verzögerung gering ist, so genügt sie doch, um den von der Hilfsmaschine erzeugten Strom auf Null zu bringen.

Im weiteren Verlauf wird der Kraftfluß der Zusatzmaschine und dadurch ihre elektromotorische Kraft sowie ihr Drehmoment vollständig gleich Null gemacht, wobei sie von der jetzt bereits als Motor laufenden Hilfsmaschine leer angetrieben wird. Am Arbeitsmotor liegt dann die volle Netzspannung von 500 Volt.

Wir erregen jetzt allmählich die von der Hilfsmaschine angetriebene Zusatzmaschine im umgekehrten Sinne, so daß ihre elektromotorische Kraft dem Strome I_2 gleichgerichtet ist. Sie wird dadurch zum Generator, dessen Spannung sich zur Netzspannung addiert. Dadurch wächst dann die Spannung an den Klemmen des Motors allmählich bis auf 1000 Volt, so daß er seine volle Drehzahl erreicht. Die ihm zugeführte elektrische Leistung wird dabei zur Hälfte unmittelbar vom Netz und zur Hälfte von der Zusatzmaschine, indirekt natürlich ganz und gar vom Netz geliefert.

67. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Beim Hauptstrommotor liegen die Verhältnisse etwas verwickelter als beim Nebenschlußmotor, weil der Kraftfluß des Hauptstrommotors sich bei den verschiedenen Betriebszuständen ändert. Anker- und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit der Kraftlinienzahl das Drehmoment ergibt, ist zugleich der magnetisierende Strom. Belasten wir daher einen Hauptstrommotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker als auch in der Magnetwicklung. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (31) auf S. 206 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Größen N und I_a zustande.

Arbeitet z. B. der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit ungesättigtem Eisen, so entspricht einer Verdopplung des Stromes auch die doppelte Kraftlinienzahl, also nach der genannten Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur um das Doppelte zu.

Die Drehzahl des Hauptstrommotors ist nach Gleichung (32) auf S. 208:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^6}{\phi/a \cdot N \cdot z}.$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter R_a der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen ändert sich der Nenner erheblich, weil sich mit dem Ankerstrom auch die Kraftlinienzahl ändert. Infolgedessen wird die Drehzahl durch eine Änderung der Belastung stark beeinflusst. Bei einer erhöhten Kraftlinienzahl genügt z. B. eine kleinere Drehzahl, um eine der Klemmenspannung fast gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Das große Drehmoment des Hauptstrommotors bei verhältnismäßig geringem Strom macht den Hauptstrommotor im Unterschied vom Nebenschlußmotor besonders geeignet für den Betrieb von Kranen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Stromverbrauch liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor außerordentlich günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es mit einem geringeren Aufwand von Strom, als es ein Nebenschlußmotor tut. Die Schwankungen im Effektverbrauch der Anlage sind also nicht so bedeutend wie bei Verwendung von Nebenschlußmotoren.

Natürlich kann das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Drehzahl eintritt. Abgesehen von der oben gegebenen Begründung wird das auch ohne weiteres klar, wenn man die mechanische Seite der Sache betrachtet. Die Leistung ist das Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptstrommotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei verhältnismäßig wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus der Zentrale entnimmt, so muß seine Drehzahl dabei gering sein. Wir müssen diese Veränderlichkeit der Drehzahl als einen ganz besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, da es mit Rücksicht auf den gleichmäßigen Betrieb der Kraftstationen sehr zweckmäßig ist, daß z. B. die vollbesetzten Wagen einer elektrischen Bahn einen Berg langsam hinauffahren.

Wir gehen nun dazu über, das Verhalten des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen rechnerisch zu verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir die Maschine als Generator durch einen anderen Motor mit einer bestimmten Drehzahl n_g antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem

Generator gelieferten Strom I_a und die Klemmenspannung e_g und berechnen die elektromotorische Kraft E_g des Generators nach der Gleichung:

$$E_g = e_g + I_a \cdot R_a.$$

Dabei ist wieder R_a der gesamte innere Widerstand. Wir tragen dann, wie wir es im Abschnitt 58 getan haben, die elektromotorische Kraft als Ordinate und den äußeren Strom, der zugleich Anker- und Magnetstrom ist, als Abszisse auf. Die so erhaltene Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine. Wir dividieren nun die Werte der elektromotorischen Kraft E_g durch den konstanten Wert $\frac{\phi}{a} \cdot \frac{n_g \cdot z \cdot 10^{-8}}{60}$ und erhalten dadurch die Kraftlinienzahl N , die durch den jeweiligen Magnetisierungsstrom I_a geschaffen wird. Die Kurve N unterscheidet sich von der Kurve E_g nur durch den Maßstab (Fig. 168) und gilt im Gegensatz zu der Kurve E_g nicht nur für den Generator, sondern auch für den Motor.

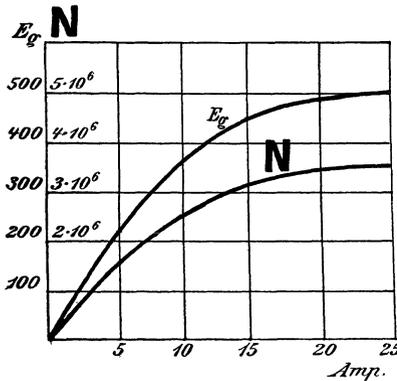


Fig. 168. Charakteristik einer Hauptstromdynamo.

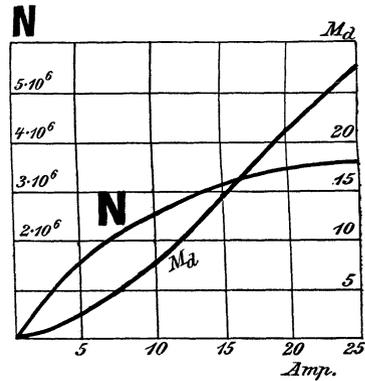


Fig. 169. Kraftfluß und Drehmoment eines Hauptstrommotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei konstanter Klemmenspannung als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Man mißt dann die Drehzahl n und die Stromstärke I_a des Motors und berechnet die jeweilige Kraftlinienzahl nach Gleichung (32) auf S. 108 zu:

$$N = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\phi | a \cdot z \cdot n}.$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise die Kraftlinienzahl für jede Stromstärke I_a ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von N und I_a und trägt es als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve M_d in Fig. 169, deren Ordinaten uns mit Berücksichtigung des Maßstabes das Drehmoment für jede einzelne Abszisse angeben. Die Kurve M_d ist anfangs konvex gegen die Abszissenachse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich

aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve M_a geradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

Die Kurve der Kraftlinienzahl N setzt uns nun in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Drehzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke (Fig. 170) eine Wagerechte im Abstände e von der Abszissenachse (in Fig. 170 ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt der Wagerechten mit der Ordinatenachse eine Gerade, die mit der Wagerechten einen Winkel α bildet. Dieser entspricht der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = R_a.$$

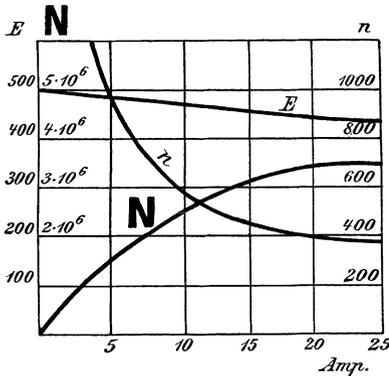


Fig. 170.

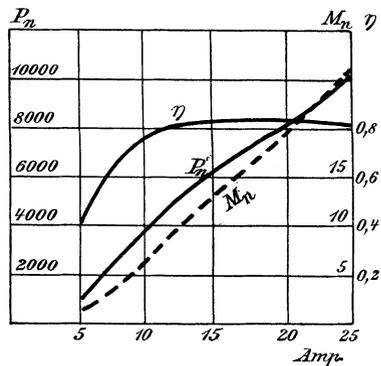


Fig. 171.

Drehzahl, Nutzleistung, nutzbares Drehmoment und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

R_a bedeutet dabei, wie früher, den Gesamtwiderstand des Motors. Wie früher sind dabei die Ordinaten im Voltmaßstab und die Abszissen im Amperemaßstab zu messen. Dann ist für jeden Betriebszustand die Differenz zwischen der obigen Wagerechten und der geneigten Geraden gleich $I_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = I_a \cdot R_a$, d. h. gleich dem Ohmschen Spannungsverlust. Die Ordinaten der geneigten Geraden stellen uns also die elektromotorische Gegenkraft E dar. Wenn wir sie durch die zugehörige Kraftlinienzahl dividieren, so erhalten wir nach Gleichung (27) auf S. 132 ein Maß für die Drehzahl n . Auf diese Weise ist die Kurve n in Fig. 170 ermittelt.

Wie die Kurve deutlich zeigt, geht der Hauptstrommotor bei vollständigem Leerlauf durch. Seine Drehzahl steigert sich derartig, daß der Motor in Stücke fliegt. Gegen diese Gefahr müssen Hauptstrommotoren, falls sie nicht, wie bei Straßenbahnwagen, ständig genügend belastet sind, durch selbsttätige Schalter geschützt werden.

Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, einem fast konstanten Werte nähert.

Der Wirkungsgrad ergibt sich, wenn wir die Verluste durch Joulesche Wärme und mechanische Reibung von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und die Differenz durch die zugeführte Leistung dividieren. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie beim konstant erregten Nebenschlußmotor. Da der Kraftlinienfluß beim Hauptstrommotor nicht konstant ist, gibt es keinen Leerstrom, der, wie beim Nebenschlußmotor, mit dem Kraftfluß multipliziert, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Reibungsmoment M_0 ausgehen, das bei Leerlauf wirksam ist, und dies Reibungsmoment bei Leerlauf und den verschiedenen Betriebszuständen als konstant voraussetzen. Wir haben dann von den Werten M_a den konstanten Wert M_0 abzuziehen und erhalten dadurch die punktierte Kurve in Fig. 171, die das nutzbare Drehmoment M_n darstellt. Multiplizieren wir dann das nutzbare Drehmoment mit der Drehzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung P_n und daraus durch Division mit $e \cdot I_a$ den Wirkungsgrad. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve η , deren Ordinaten uns den Wirkungsgrad angeben. Wie man sieht, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung wegen des Einflusses der Leerlaufarbeit gering. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem höchsten Wert, um dann schließlich wieder geringer zu werden, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Jouleschen Verluste stark ins Gewicht fallen.

68. Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, Drehzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem ausgeführten Motor zu ermitteln, für den die betreffenden Daten aus Kapps „Elektromechanischen Konstruktionen“ entnommen sind. Bei einem von der Maschinenfabrik Örlikon ausgeführten Motor mit vier Polen und Reihenwicklung für eine Klemmenspannung von 500 Volt ist der innere Widerstand $R_a = 2,75$ Ohm und die Drahtzahl auf dem Anker $z = 944$. Die Charakteristik der Maschine als Hauptstromgenerator bei einer Drehzahl $n_g = 450$ ist durch die beiden ersten senkrechten Reihen der unten folgenden Zahlentafel gegeben. Wir erhalten dann die von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Kraftlinienzahlen nach Gleichung (27) auf S. 132 zu:

$$N = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{p |a \cdot n_g \cdot z} = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_g.$$

Die Kraftlinien ergeben uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (31) auf S. 206:

$$M_a = \frac{p \cdot N \cdot I_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot I_a \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Drehzahlen des Motors brauchen wir die elektromotorische Gegenkraft E . Diese ergibt sich zu:

$$E = e - I_a \cdot R_a = 500 - 2,75 \cdot I_a.$$

Dann erhalten wir die Drehzahl nach Gleichung (27) auf S. 132 zu:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot I_a \cdot N \cdot \pi} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}.$$

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in folgender Zahlentafel übersichtlich zusammengestellt. Die Kurven des vorigen Abschnittes beziehen sich auf das vorliegende Beispiel.

Generator		Motor und Generator		Motor	
I_a	E_g	$N =$	$M_a =$	$E =$	$n =$
		$7070 \cdot E_g$	$0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot I_a$	$500 - 2,75 \cdot I_a$	$3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45	486,2	970
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85	472,5	590
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6	458,7	470
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3	445	410
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3	431,2	390

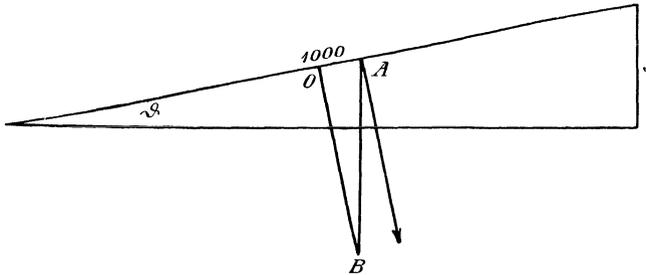


Fig. 172. Zerlegung des Wagengewichts in Komponenten.

Diese Werte gestatten, für jede Steigung bei gegebenem Wagengewicht den entsprechenden Strom und die entsprechende Wagengeschwindigkeit zu bestimmen. Es sei

G das Wagengewicht in Tonnen [1 Tonne = 1000 kg*],

f der Traktionskoeffizient, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,

s die Steigung auf Tausend,

dann ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft gleich $G \cdot f$. Andererseits ist in Fig. 172 die Komponente der Schwerkraft, die der Bewegungsrichtung direkt entgegenwirkt, durch die Beziehung gegeben:

$$AO = AB \cdot \sin \varphi.$$

Setzen wir für $\sin \varphi$ den Wert $s/1000$ und für AB das Wagengewicht in Kilogramm, also $1000 G$ ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ergibt sich also die am Radumfang auszubende Zugkraft F zu:

$$F = G \cdot (f + s) \text{ kg*}.$$

Ist r der Halbmesser des Rades in Metern, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$F \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg}.$$

Es sei nun c das Übersetzungsverhältnis, d. h. der Durchmesser des treibenden Rades auf der Motorachse, dividiert durch den Durchmesser des getriebenen Laufrades. Dann verhält sich das Drehmoment des Motors zum Drehmoment an der Radachse wie $c : 1$, wobei c kleiner als 1 ist. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad η der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszubende Drehmoment zu:

$$\Sigma M_a = \frac{c \cdot F \cdot r}{\eta} = \frac{c \cdot G \cdot r (f + s)}{\eta}.$$

Im vorliegenden Falle ist der Halbmesser des Rades $r = 0,39$ m und das Übersetzungsverhältnis $c = 1 : 4,9$. Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen, der Traktionskoeffizient der Bahn $f = 12$ und der mittlere Wirkungsgrad gleich 0,8 ist, so erhalten wir:

$$\Sigma M_a = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot 0,8} = 0,8 \cdot (12 + s).$$

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also das Drehmoment eines jeden der beiden Motoren zu:

$$M_a = \frac{\Sigma M_a}{2} = 0,4 \cdot (12 + s).$$

Lösen wir für s auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Werten von M_a nimmt, zu:

$$s = 2,5 \cdot M_a - 12.$$

Wir erhalten so die unten folgende Zahlentafel, wobei die Werte des Drehmomentes M_a aus S. 229 entnommen sind. Negative Werte der Steigung bedeuten ein Gefälle.

Wir haben nun noch die Wagengeschwindigkeit K in Kilometer für die Stunde zu berechnen. Wir berechnen dazu zunächst die Drehzahl der Räder in der Stunde, indem wir die Drehzahl des Motors in der Minute mit 60 und mit dem Übersetzungsverhältnis c multiplizieren. Diese Drehzahl der Räder haben wir mit dem Umfang des Rades in Kilometer zu multiplizieren und erhalten die Wagengeschwindigkeit in Kilometer pro Stunde zu:

$$K = n \cdot 60 \cdot c \cdot \frac{2r \cdot \pi}{1000}.$$

Setzen wir für r den Wert 0,39 und für c den Wert 1 : 4,9 ein, so erhalten wir die Wagengeschwindigkeit in Kilometer pro Stunde zu:

$$K = 0,03 \cdot n.$$

Auf diese Weise ist die vorletzte Reihe der folgenden Zahlentafel berechnet, wobei die Werte von n aus S. 229 entnommen sind. In der letzten Reihe ist dann noch der gesaute in den Wagen fließende Strom $I = 2 \cdot I_a$ angegeben. Wir erhalten auf diese Weise:

I_a	M_a	$s = 2,5 \cdot M_a - 12$	$K = 0,03 \cdot n$	$I = 2 \cdot I_a$
5	2,45	— 5,85 0/100	29 km/Std.	10
10	7,85	+ 7,4 „	17,7 „	20
15	14,6	+ 24,6 „	13,8 „	30
20	21,3	+ 41,5 „	12,3 „	40
25	27,3	+ 56,5 „	11,7 „	50

Man kann dann noch die Steigung als Abszisse und den Gesamtstrom I , sowie die Wagengeschwindigkeit K als Ordinate auftragen.

69. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Drehzahl eines Motors ist nach Gleichung (32) auf S. 208:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho/a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist unter e die Klemmenspannung des Motors selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Änderung der Drehzahl des Hauptstrommotors ist also eine Veränderung der Klemmenspannung durch den Anlasser. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dabei im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Klemmenspannung erniedrigt wird. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter e die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regelwiderstandes R_1 wirkt dann als eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Drehzahl nach der Gleichung

$$n = \frac{\{ e - I_a \cdot (R_a + R_1) \} \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho/a \cdot N \cdot z}$$

ergibt. Diese Regelung durch Vorschaltwiderstände hat sich bei Hauptstrommotoren am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Joulesche Verlust ziemlich bedeutend. Man regelt daher zuweilen die Drehzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Kraftflusses. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. der Wert für die Drehzahl n größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein so geschalteter Widerstand beim Hauptstrommotor

nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man den Regelwiderstand parallel zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch den Magnetwiderstand fließt.

Um den Einfluß der Einschaltung eines Widerstandes parallel zur Magnetwicklung zu erkennen, zeichnen wir zunächst in der gewöhnlichen Weise die charakteristischen Kurven des Motors ohne den Widerstand (Fig. 173 a). Die Ordinaten der Kurve M_d sind das Produkt aus den zusammengehörigen Werten der Kraftlinienzahl N und der Stromstärke I_a . Wir zeichnen nun in Fig. 173 b die Kurven für einen gleichen Motor, zu dessen Magnetwiderstand z. B. ein gleich großer Widerstand parallel geschaltet ist. Die Kurve für die Kraftlinien ist genau dieselbe wie in Fig. 173 a, nur

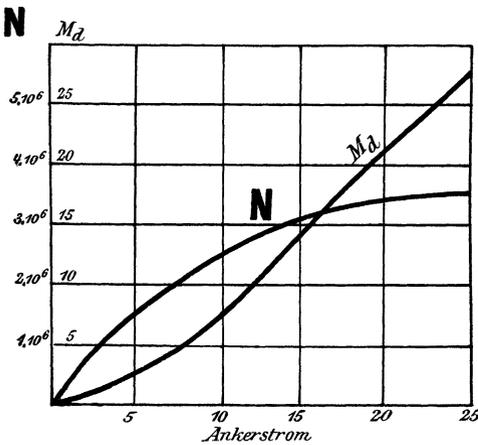


Fig. 173 a.

Abhängigkeit des Drehmomentes vom Ankerstrom
bei ungeschwächtem Feld,

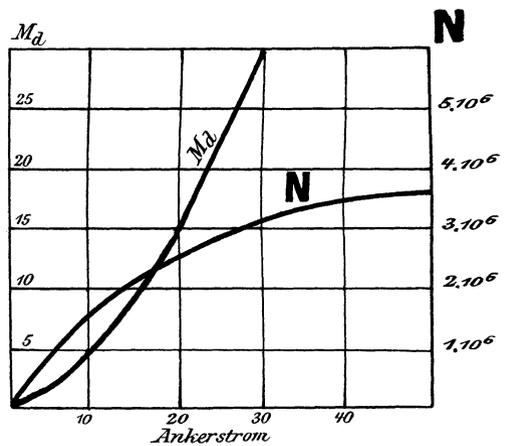


Fig. 173 b.

bei geschwächtem Feld.

haben sich die Zahlenwerte der Abszissen gegenüber dieser Figur verdoppelt, weil die gleiche Kraftlinienzahl bei demselben Magnetstrom, also jetzt bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wird. Wenn wir die Werte von N und I_a miteinander multiplizieren, erhalten wir jetzt die Kurve M_d in Fig. 173 b. Aus Fig. 173 a und b ergeben sich dann für dasselbe Drehmoment in beiden Fällen die zugehörigen Werte des Stromes und der Kraftlinien. Beispielsweise finden wir ohne parallelgeschalteten Widerstand aus Fig. 174 a für eine Belastung von 14 mkg einen Ankerstrom von 15 Ampere und eine Kraftlinienzahl von $3,1 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Bei der gleichen Belastung finden wir nach Schwächung des Feldes aus Fig. 173 b eine Stromstärke von etwa 19 Ampere und eine Kraftlinienzahl von $2,5 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Wenn wir von dem geringen Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes absehen, sind die Drehzahlen den Kraftlinien umgekehrt proportional. Wir haben also bei dem gegebenen Drehmoment die Drehzahl im Verhältnis

3,1 : 2,5 erhöht, indem wir zum Magnetwiderstand einen gleichgroßen Widerstand parallel geschaltet haben.

Die Änderung des Kraftflusses kann auch durch Umschaltung der Magnetspulen herbeigeführt werden. Die Magnetspulen sind dann beim Anfahren in Reihe geschaltet und werden bei voller Fahrt parallel geschaltet, so daß in jeder Magnetwicklung nur ein Teil des Ankerstromes fließt (Sprague-Schaltung). Man ist aber jetzt von einer solchen Regelung der Drehzahl durch Schwächung des Magnetfeldes mehr zurückgekommen.*) Da man nämlich bei der Sprague-Schaltung Magnetspulen hat, die mit den zueinander parallelen Ankern eines Wagens in Reihe geschaltet sind, so liegt die Gefahr vor, daß die Kraftlinienzahlen der einzelnen Motoren desselben Wagens ungleich sind. Das kann eintreten, wenn der magnetische Widerstand der einzelnen Motoren ungleich ist, oder wenn beim Umschalten der Magnetwicklungen die Kontakte gelitten haben und die Stromstärken in den einzelnen Zweigen dadurch verschieden werden.

Wie groß der Einfluß der genannten Unregelmäßigkeiten werden kann, geht aus folgendem Beispiel hervor. Ein Wagen enthalte zwei parallelgeschaltete Anker, deren Bürstenspannung e gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Ist dann die Stromstärke des einen Motors z. B. 15 Ampere, so ist seine elektromotorische Gegenkraft:

$$E = 500 - 15 \cdot 1 = 485 \text{ Volt.}$$

Der zweite Motor, der auf demselben Wagen arbeitet, läuft mit genau derselben Drehzahl wie der erste Motor. Nehmen wir an, daß sein Kraftfluß um 5 % schwächer ist als der des ersten Motors, so wird

$$E = 485 \cdot 0,95 = 460 \text{ Volt.}$$

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$I_a = \frac{e - E}{R_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen $40 + 15 = 55$ Ampere. Davon fließen nur 15 Ampere in den stärker erregten und 40 Ampere in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei denen die elektromotorische Gegenkraft des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebensogroß ist wie die Klemmenspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Ja, es kann sogar vorkommen, daß bei der betreffenden Drehzahl die elektromotorische Kraft der stärker erregten Maschine größer ist als die Klemmenspannung, so daß sie als Generator Strom in das Netz oder in den anderen Motor liefert. Der letztere hat dann nicht bloß für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Generator wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine infolge zu großer Joulescher Wärme zerstört wird.

*) Vergl. den Aufsatz von Sieber, ETZ 1901, S. 35.

Auch eine Ungleichheit der Widerstände der parallelgeschalteten Anker ist bei der Sprague-Schaltung besonders nachteilig.

Man ist demnach mehr davon abgekommen, die Drehzahl durch Umschaltung der Magnetwicklungen zu verändern, und begnügt sich mit Regelung durch Vorschaltwiderstände, um so mehr, als man dabei immer noch die Möglichkeit hat, durch Schaltung der beiden Motoren in Reihe den Strom und die Leistung beim Anfahren bedeutend zu erniedrigen. Der eine Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen (Fig. 174), und auf jeden Motor kommt beim Anfahren nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus der Kraftstation nur der einfache Strom entnommen, was bei der besonders hohen, beim Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist. Bei voller Fahrt werden die Motoren dann parallel geschaltet (Fig. 175).

Allerdings erscheint auch dann noch die Möglichkeit einer ungleichen Verteilung der Stromstärke und Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleicher Feldstärke nicht ausgeschlossen. Ist z. B. der

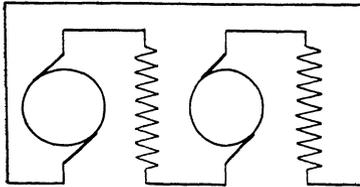


Fig. 174. Reihenschaltung zweier Motoren beim Anfahren.

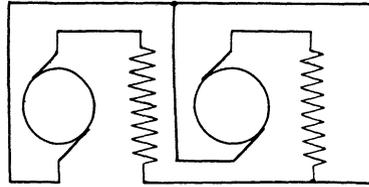


Fig. 175. Parallelschaltung zweier Motoren beim Betrieb.

Widerstand des einen Ankers etwas größer als der des anderen, so ist die Stromstärke nach der Gleichung

$$I_a = \frac{e - E}{R_a}$$

kleiner als die des anderen parallelgeschalteten Motors. Da indessen bei dieser Schaltung der Anker eines Motors immer mit der zugehörigen Magnetwicklung verbunden bleibt, so ist der Ankerstrom immer identisch mit dem Magnetstrom desselben Motors. Mit dem Ankerstrom nimmt daher auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Gegenkraft ab, so daß sich die durch ungleichen Widerstand veranlaßte Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder ausgleicht. Für den einen Motor seien z. B.:

$$e = 500, \quad N = 3 \cdot 10^6, \quad I_a = 20, \quad R_a = 2.$$

Der Widerstand des zweiten Motors sei verschieden von dem des ersten Motors. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere, und diesem Strom entspreche aus der Charakteristik eine Kraftlinienzahl von $2,9 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Gesucht wird der Widerstand x des zweiten Motors. Da beide Motoren die gleiche Drehzahl besitzen, so ergibt sich nach Gleichung (32) auf S. 208:

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon} = \frac{(500 - 18 \cdot x) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon}$$

Daraus erhalten wir:

$$x = 3.$$

Wir sehen, daß eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 in unserem Falle nur eine Verringerung der Stromstärke im Verhältnis 18 : 20 zur Folge hat. Ebenso wird ein Unterschied in den Kraftlinienzahlen beider Motoren immer nur wenig ausmachen (Fig. 176 a und b). Nehmen wir z. B. an, der zweite Motor besäße einen größeren Abstand des Anker Eisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Charakteristik, welche die Abhängigkeit der Kraftlinienzahl vom Erregerstrom darstellt, verläuft also flacher. In Fig. 176 a und b ist der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, daß die Kraftlinienzahl des zweiten Motors für gleiche Werte

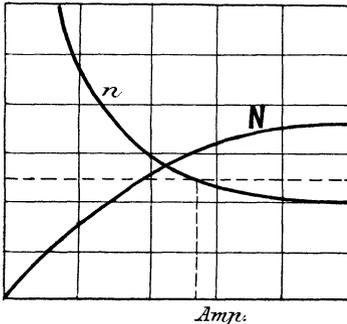


Fig. 176 a.

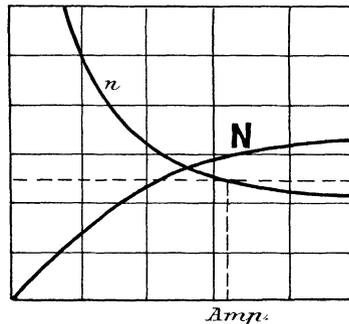


Fig. 176 b.

Abhängigkeit der Drehzahl von der Stromstärke bei zwei Motoren mit etwas ungleichem Kraftfluß.

des Stromes um 10 % kleiner ist als die des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmenspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Drehzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Kurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine bestimmte Drehzahl, wie sie durch die punktierte Wagerechte gegeben ist, ergibt sich dann allerdings beim zweiten Motor eine größere Stromstärke als beim ersten Motor. Aber die Unterschiede zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-Schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand hat, entwickelt allerdings eine kleinere elektromotorische Gegenkraft, und dadurch wird die Stromstärke im Anker dieses Motors größer. Aber indem dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er diese verhältnismäßig stark, so daß die Unterschiede in den Kraftlinienzahlen keine erheblichen Beträge annehmen können.

Zehntes Kapitel.

70. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft. — 71. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke. — 72. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 73. Das Vektordiagramm. — 74. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — 75. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 76. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung. — 77. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung. — 78. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung. — 79. Die Kapazitätsspannung. — 80. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung. — 81. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 82. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

70. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft.

In einer Drahtschleife, die in einem gleichförmigen magnetischen Felde gedreht wird, werden elektromotorische Kräfte induziert, die sich zeitlich nach Richtung und Stärke ändern. In Fig. 177 a und b wird

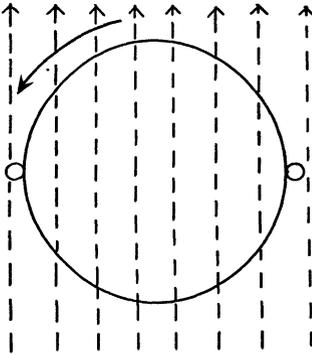


Fig. 177 a. Schleife in der Nulllage.

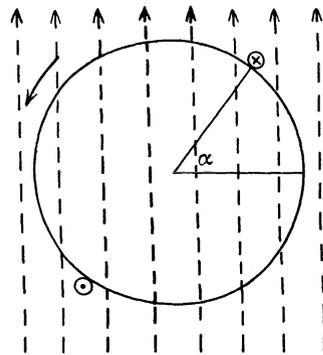


Fig. 177 b. Schleife in beliebiger Lage.

z. B. eine rechteckige Drahtschleife, die auf einen Zylinder aus unmagnetischem Material gewickelt ist, um eine zu den Kraftlinien senkrechte Achse gedreht. Die Kraftlinien sind gestrichelt gezeichnet. In Fig. 177 a steht die Ebene der Schleife gerade senkrecht auf der Kraftlinienrichtung, und der Kraftfluß, der die Ebene der Schleife durchsetzt, hat seinen Höchstwert. In diesem Augenblick ist die Bewegungsrichtung der auf der Mantelfläche liegenden induzierten Leiter parallel zur Kraftlinienrichtung, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Man bezeichnet daher die in Fig. 177 a gezeichnete Lage als die Nulllage.

In dem Augenblick dagegen, der durch Fig. 177 b dargestellt ist, bildet die Ebene der Schleife mit der Nulllage den Winkel α . In diesem

Augenblicke schneiden die auf der Mantelfläche liegenden Leiter schräge durch die Kraftlinien. In den Drähten wird dann eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Unter der Annahme, daß die Trommel entgegen dem Uhrzeiger gedreht wird und die Kraftlinien in der Zeichnung von unten nach oben verlaufen, ergeben sich der gezeichnete Schaft und die gezeichnete Spitze der Strompfeile in den induzierten Leitern.

Die elektromotorische Kraft ist um so größer, je mehr Kraftlinien in der Zeiteinheit geschnitten werden, d. h. je weniger schräge das Schneiden der Kraftlinien erfolgt. Sie erreicht also ihren Höchstwert bei senkrechtem Schneiden der Kraftlinien, d. h. wenn die Ebene der Schleife parallel zu den Kraftlinien steht und von keinen Kraftlinien durchsetzt wird. Bei weiterer Drehung nimmt der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft wieder ab und wird gleich Null, wenn die Ebene der Schleife wieder in die Nullage fällt. In diesem Augenblicke ändert sich die Richtung, in der die induzierten Leiter durch die Kraftlinien schneiden. Solange sich z. B. ein Leiter auf der oberen Hälfte der Trommel befindet, schneidet er in Fig. 177 b wesentlich von rechts nach links durch die Kraftlinien. Sowie er aber auf der unteren Hälfte der Trommel liegt, schneidet er von links nach rechts. Infolgedessen ändert sich die induzierte elektromotorische Kraft zeitlich nicht bloß nach ihrer Stärke, sondern auch nach ihrer Richtung.

Es bedeute nun in Fig. 177 a und b:

N den in der Nullage umfaßten Kraftfluß,

n die Drehzahl in der Minute,

ξ die Anzahl der hintereinander geschalteten Windungen.

Da der von den Windungen umfaßte Kraftfluß sich mit dem Kosinus des Winkels α ändert, den die Ebene der Spule mit der Nullage bildet, so ist der Augenblickswert des von allen ξ Windungen umfaßten Kraftflusses gleich $N \cdot \xi \cdot \cos \alpha$. Der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft ist also nach Gleichung (16) auf S. 65:

$$E = - N \cdot \xi \cdot \frac{d(\cos \alpha)}{dt} \cdot 10^{-8} = N \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist $\frac{d\alpha}{dt}$ der konstante, in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen, d. h. die Winkelgeschwindigkeit ω . Da die Anzahl der Umdrehungen in der Sekunde gleich $\frac{n}{60}$ ist, so ist der in der Sekunde zurückgelegte Bogen:

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Wir erhalten so den Augenblickswert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E = N \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot \omega \cdot 10^{-8} = 2\pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8}. \quad (33)$$

Den Höchstwert erhalten wir für $\alpha = 90^\circ$, d. h. für $\sin \alpha = 1$, zu:

$$E_{max} = 2\pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot 10^{-8}.$$

Gleichung (33) können wir auch in der Form schreiben:

$$E = E_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Für Werte von α , die zwischen 0 und 180° liegen, ist $\sin \alpha$ positiv, für Werte von α zwischen 180 und 360° ist $\sin \alpha$ negativ. Das bedeutet in unserem Falle, daß die elektromotorische Kraft bei $\alpha = 180^\circ$ ihre Richtung wechselt. Wenn wir nun den Bogen als Abszisse und die jeweilige elektromotorische Kraft als Ordinate auftragen, so erhalten wir die bekannte Sinuskurve.

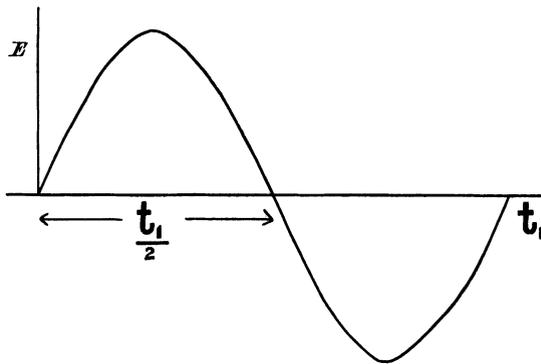


Fig. 178. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Zeit.

Da ω der Bogen in der Sekunde ist, so ist der in t Sekunden zurückgelegte Bogen $\alpha = \omega t$. Wir erhalten also

$$E = E_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Wenn wir dann die Zeit t statt des Bogens α als Abszisse auftragen, so ändert sich nur der Maßstab, und wir erhalten die in Fig. 178 gezeichnete Kurve. Diese gibt uns ein deutliches Bild von den zeitlichen Änderungen der elektromotorischen Kraft. Die Zeit t_1 einer vollen Umdrehung entspricht dem Bogen 2π . Innerhalb dieser Zeit erreicht die elektromotorische Kraft je einen positiven und negativen Höchstwert, und nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang. Man bezeichnet den Zeitraum, innerhalb dessen sich der gleiche Zustand wiederholt, als den Zeitraum einer Periode. Während dieses Zeitraumes finden zwei Polwechsel statt. Die gebräuchliche Zahl von 50 Perioden in der Sekunde entspricht also 100 Polwechseln in der Sekunde.

Die obigen Gleichungen gelten nicht nur für den Fall, daß der von der Spule umfaßte Kraftfluß sich durch Drehung der Spule ändert, sondern

auch dann, wenn eine ruhende Spule von einem Strome, der eine Sinusfunktion der Zeit ist, durchflossen wird, da der von der Spule umfaßte Kraftfluß dann ebenfalls eine Sinusfunktion der Zeit ist.

Die Voraussetzung, daß der von der Spule umfaßte Kraftfluß eine Sinusfunktion der Zeit ist, trifft auch annähernd zu, wenn eine auf eine Eisentrommel gewickelte Spule vor den Polen eines Elektromagneten gedreht wird (Fig. 179). Allerdings haben wir es jetzt mit einer anderen Kraftlinienverteilung zu tun wie in dem oben besprochenen Falle. Die Kraftlinien treten in dem jetzigen Fall fast senkrecht in die Ankeroberfläche ein, und ein gesetzmäßiger, schräger Kraftlinienschnitt, wie früher, findet nicht mehr statt. Infolge der Abrundung der Polecken ist jedoch der Übergang aus der neutralen Zone in die größte Feldstärke vor den Polen ein ganz allmählicher. Wir können also ohne großen Fehler annehmen, daß die Feldstärke, die vor der Polmitte am größten ist, nach der neutralen

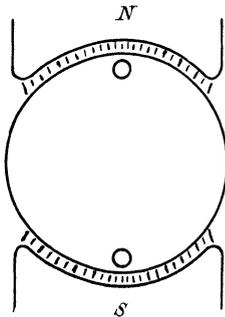


Fig. 179. Kraftfluß bei einem aus Eisen bestehenden Anker.

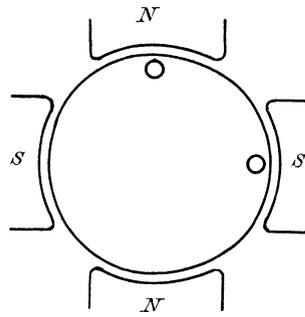


Fig. 180. Spule, eine Polteilung umfassend.

Zone zu dem Sinusgesetz folgend abfällt. Dann wird die induzierte elektromotorische Kraft wieder eine Sinusfunktion der Zeit, und Gleichung (33) ist wieder anwendbar. Dabei ist, wie früher, unter N die größte von der Spule umfaßte Kraftlinienzahl zu verstehen. Das ist aber hier gleichbedeutend mit dem aus einem Nordpol austretenden Kraftfluß.

Für mehrpolige Maschinen mit p Polpaaren bedarf unsere Gleichung einer Abänderung. Die Wicklung erfolgt, wie beim Gleichstromanker, in der Weise, daß von Mitte des Nordpols über die Stirnfläche bis Mitte des nächsten Südpols gewickelt wird (Fig. 180). Bei einer solchen Wicklung ist die Zeit, in welcher der Kraftfluß eines Poles aus der Windung heraustritt und wieder hineintritt, p mal so klein wie bei einer zweipoligen Maschine mit gleicher Drehzahl. Wir erhalten also eine p mal so große elektromotorische Kraft, und es ergibt sich allgemein nach Gleichung (33):

$$E = 2\pi \cdot N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist das Produkt $p \cdot \frac{n}{60}$ gleich der Anzahl der Perioden in der Sekunde. Wählen wir dafür, wie früher, das Zeichen ν , so erhalten wir:

$$\nu = p \cdot \frac{n}{60}.$$

Für die elektromotorische Kraft ergibt sich dann der Augenblickswert:

$$E = 2 \pi \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Ebenso ergibt sich:

$$E_{max} = 2 \pi \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (a)$$

Die Gleichungen gelten ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen. Allerdings ändert dabei der Winkel α seine Bedeutung. Bei der vierpoligen Maschine in Fig. 180 entspricht z. B. die Drehung eines Leiters aus der Nulllage bis vor die Polmitte einer räumlichen Drehung von 45° . Dabei ist aber die elektromotorische Kraft bereits von Null bis auf den Höchstwert angestiegen, so daß für die Stellung vor der Polmitte der Wert $\sin \alpha$ den größten Wert, nämlich Eins, erreichen müßte. Wir dürfen also nicht gedankenlos in diesem Falle für $\sin \alpha$ den Wert $\sin 45^\circ$ einsetzen. Man könnte die Schwierigkeit dadurch beseitigen, daß man statt $\sin \alpha$ den Wert $\sin(p \cdot \alpha)$ in alle Gleichungen einführt, wobei dann α den wirklichen, räumlichen Drehungswinkel bedeutet. Das ist jedoch umständlich und unnötig. Wir machen die ausdrückliche Festsetzung, daß ein Grad nicht den 360 . Teil einer vollen Umdrehung, sondern den 360 . Teil einer vollen Periode bedeuten soll. In diesem Sinne entspricht der Bogen 2π einer vollen Periode. Der Bogen π entspricht dann einer halben Periode oder dem Zeitraum, in dem ein Ankerdraht den Abstand zweier benachbarter Polmitten ungleichen Vorzeichens, d. h. eine Polteilung zurücklegt. Ein Irrtum infolge dieser Festsetzung ist ausgeschlossen. Bei ν Perioden in der Sekunde wird also der Bogen $2\pi \cdot \nu$ in der Sekunde zurückgelegt, und es ist

$$\omega = 2 \pi \cdot \nu.$$

Mehr und mehr ist in den obigen Entwicklungen der räumliche Winkel α hinter der zeitlichen Größe $\omega \cdot t$ zurückgetreten. Allerdings ist im Anfang eine räumliche Vorstellung leichter, weil wir räumlich Verschiedenes besser auf einen Blick sehen können, als zeitlich hintereinander folgende Vorgänge. Es ist aber doch von Vorteil, wenn man sich zeitig genug von der allein räumlichen Vorstellung frei macht. Es gibt Verhältnisse, wo man mit dieser Vorstellung gar nicht zum Ziele kommt, wie z. B. in dem oben erwähnten Falle, in welchem eine ruhende Spule von einem Strome durchflossen wird, dessen Stärke eine Sinusfunktion der Zeit ist, wo also jede räumliche Vorstellung wegfällt.

71. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke.

Wenn wir die Voraussetzung machen, daß der Stromkreis nur Ohmschen Widerstand und keine Selbstinduktion enthält, so ergibt sich die Stromstärke in jedem Augenblick, wenn wir die jeweilige elektromotorische Kraft durch den Widerstand dividieren. Nehmen wir an, daß die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion der Zeit ist, so ist auch die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit, und in unserer Sinuskurve ändert sich nur der Maßstab der Ordinate. Der Augenblickswert des Stromes ändert sich also zeitlich ebenfalls mit dem Sinus des Winkels α , den die Ebene der Spule mit der Nullage bildet. Ist also i_{max} der Höchstwert, so wird der Augenblickswert des Stromes

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Um den Mittelwert des Stromes durch den Versuch festzustellen, führen wir die Enden der Wicklung der Wechselstrommaschine zu einem zweiteiligen Kommutator, wie wir ihn in Abschnitt 43 kennen gelernt haben. Wir erhalten dann im äußeren Stromkreise einen in seiner Stärke wechselnden Gleichstrom. Wenn dieser durch ein Voltmeter geleitet wird, so ist die ausgeschiedene Gewichtsmenge ein Maß für die während dieser Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Dividieren wir diese Gewichtsmenge durch die Zeit und durch das elektrochemische Äquivalentgewicht, so erhalten wir die mittlere Stromstärke.

Man nennt den so gefundenen Wert den elektrolytischen Mittelwert. Um diesen Mittelwert zeichnerisch zu bestimmen, tragen wir die Zeit t als Abszisse und die Stromstärke i als Ordinate auf (Fig. 181). Nach einer bestimmten Zeit t , von der Nullage an gerechnet, ist die Stromstärke gegeben durch:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Während der unendlich kleinen Zeit dt können wir diese Stromstärke als unverändert ansehen. Da sie als die Elektrizitätsmenge in der Sekunde bestimmt ist, so ist das Produkt $i \cdot dt$, d. h. der Inhalt des schmalen, senkrechten Flächenstreifens in Fig. 181, gleich der während der Zeit dt in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Die ganze während der Zeit t_1 einer Periode in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ergibt sich also als die Summe aller Flächenstreifen oder als die schraffierte Fläche. Um daraus den Mittelwert der Stromstärke zu erhalten, dividieren wir die Fläche, d. h. die ganze Elektrizitätsmenge, durch die Zeit. Wir ersetzen dazu die Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks den gesuchten Mittelwert.

Angenähert ergibt sich dieser Mittelwert, wenn man aus den Werten von $\sin 0^\circ$, $\sin 10^\circ$, $\sin 20^\circ$ usw. bis $\sin 90^\circ$ das Mittel nimmt und mit i_{max} multipliziert.

Zur genauen Berechnung bestimmen wir durch Integration die von der Sinuskurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche über eine

halbe Periode. Diese Rechnung wird am einfachsten, wenn man unmittelbar die Bögen als Abszisse aufträgt (Fig. 182). Der Flächeninhalt des senkrechten Streifens in Fig. 182 ist:

$$i \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Um die schraffierte Fläche in Fig. 182 zu berechnen, haben wir zwischen den Grenzen 0 und π zu summieren und erhalten:

$$\sum_0^{\pi} i \cdot d\alpha = i_{max} \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha = 2 \cdot i_{max}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren, erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}. \quad (34)$$

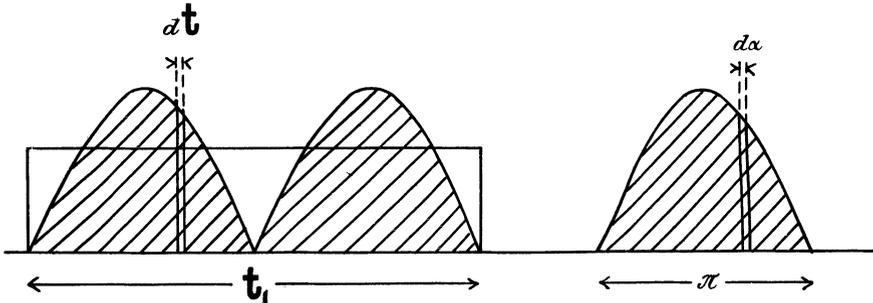


Fig. 181.

Fig. 182.

Graphische Ermittlung der mittleren Stromstärke.

Der elektrolytische Mittelwert verhält sich also zum Höchstwert wie $2:\pi$ oder fast genau wie $7:11$. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. In derselben Weise erhalten wir den Mittelwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}.$$

In der Technik spielen indessen diese Mittelwerte nur eine untergeordnete Rolle, weil sie, wie sich im folgenden Abschnitt ergeben wird, zur Berechnung der Leistung nicht zu gebrauchen sind.

72. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Um zunächst den Augenblickswert P der Leistung zu berechnen, haben wir die Augenblickswerte der Spannung und Stromstärke miteinander zu multiplizieren. Statt dessen können wir auch den Augenblickswert des Stromes ins Quadrat erheben und mit dem Widerstand multiplizieren. Wir erhalten so den Augenblickswert der Leistung zu:

$$P = (i_{max} \cdot \sin \alpha)^2 \cdot R.$$

Wir tragen nun die Augenblickswerte der Leistung als Ordinaten auf und erhalten so die Kurve in Fig. 183. Da Leistung als Arbeit in der Zeiteinheit bestimmt ist, so ist der schmale Flächenstreifen $P \cdot dt$ in Fig. 183 gleich der Arbeit während der Zeit dt . Die ganze schraffierte Fläche ist dann die Arbeit während einer Periode. Wenn wir diese durch die Zeit t_1 dividieren, erhalten wir die mittlere Arbeit in der Sekunde, d. h. die mittlere Leistung. Wir ersetzen also die schraffierte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks die gesuchte mittlere Leistung. Sie ergibt sich als die Hälfte der höchsten Leistung.

Zu demselben Ergebnis wie die Zeichnung führt uns die Rechnung. Um diese wieder möglichst einfach zu gestalten, tragen wir nicht die Zeit, sondern unmittelbar den Bogen α als Abszisse auf (Fig. 184). Der schmale Flächenstreifen in Fig. 184 ist dann gleich $P \cdot d\alpha$. Mit Benutzung des

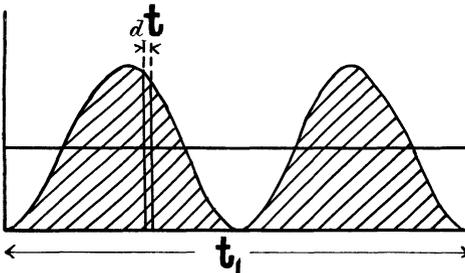


Fig. 183.
Graphische Ermittlung der mittleren Leistung.

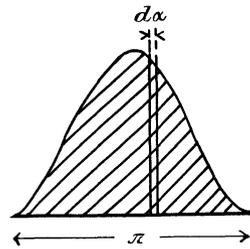


Fig. 184.

obigen Wertes für P und durch Anwendung der teilweisen Integration erhalten wir die schraffierte Fläche in Fig. 184 zu:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} P \cdot d\alpha &= \int_0^{\pi} i_{max}^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \\ &= i_{max}^2 \cdot R \cdot \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right]_0^{\pi} = i_{max}^2 \cdot R \cdot \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Wenn wir diese Fläche durch die Grundlinie π dividieren, erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{i_{max}^2 \cdot R}{2}. \quad (a)$$

Enthält der Stromkreis keine Selbstinduktion, so gilt die Beziehung $E_{max} = i_{max} \cdot R$, und wir erhalten die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Es ist nun von Interesse, daß sich das obige Ergebnis auch ohne Integration herleiten läßt, obgleich sich die Rechnung dann weniger dem

Wesen der Sache anschließt. Wir denken uns zu diesem Zwecke auf der Trommel einer zweipoligen Maschine zwei gleiche, selbständige Wicklungen liegen, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Beide Wicklungen mögen durch einen gleichgroßen äußeren Widerstand geschlossen sein. Wenn dann die Ebene der einen Spule mit der Nullage den Winkel α bildet, so bildet die andere Spule mit der Nullage den Winkel $90^\circ - \alpha$ und der Augenblickswert der Leistungen beider Spulen zusammen ist:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \sin^2 [90^\circ - \alpha]) = E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

Da $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ gleich 1 ist, so folgt, daß der Augenblickswert der gemeinsamen Leistung in jedem Augenblick gleich $E_{max} \cdot i_{max}$ ist. Dieser Wert ist dann natürlich gleich den mittleren Leistungen beider Spulen zusammen, und für die einzelne Spule ergibt sich die Hälfte, nämlich wie oben:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Hätten wir zur Berechnung der mittleren Leistung die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke miteinander multipliziert, so hätten wir $\frac{2}{\pi} \cdot E_{max} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,405 E_{max} \cdot i_{max}$ erhalten. Der Fehler wäre also 20% gewesen. Damit ist gezeigt, daß die elektrolytischen Mittelwerte für die Berechnung der Leistung nicht zu gebrauchen sind.

Wir gehen daher jetzt dazu über, einen solchen Wert der Spannung und Stromstärke zu bestimmen und zu berechnen, der unmittelbar zur Berechnung der Leistung verwendbar ist. Zu dem Zwecke schreiben wir Gleichung (a) in der Form:

$$P = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot R.$$

Darin stellt der Ausdruck $\frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ eine Stromstärke dar, die in das Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt. Diese Stromstärke nennen wir den quadratischen Mittelwert oder die effektive Stromstärke und bezeichnen sie mit dem Buchstaben I . Wir erhalten also:

$$I = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}. \quad (35)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also bestimmt:

1. als die Größe, die, ins Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt,
2. nach der Herleitung der Gleichung (a) als die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Augenblickswerte,
3. bei Sinuskurven als das $0,707$ fache des Höchstwertes.

Ebenso wie beim Strom ergibt sich bei der elektromotorischen Kraft der Effektivwert als das 0,707 fache des Höchstwertes. Bezeichnen wir den Effektivwert mit E , so wird:

$$E = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}},$$

und wir erhalten die Leistung für einen Stromkreis ohne Selbstinduktion zu:

$$P = \frac{E_{max} \cdot I_{max}}{2} = E \cdot I.$$

Da der elektrolytische Mittelwert gleich $\frac{2}{\pi}$ des Höchstwertes ist, so verhält sich bei demselben Strom der Effektivwert zum Mittelwert wie 11 : 10. Wollten wir also einen Wechselstromzeiger unter Anwendung von Wechselströmen mit Hilfe eines Kommutators und eines Voltmeters eichen, so hätten wir die aus dem Voltameterniederschlag berechnete mittlere Stromstärke mit 1,1 zu multiplizieren und das Ergebnis auf der Teilung aufzutragen.

Bequemer werden wir jedoch die Eichung unmittelbar mit Gleichstrom vollziehen. Das ist ohne weiteres zulässig bei solchen Instrumenten, bei denen der Ausschlag gesetzmäßig durch das Quadrat des augenblicklichen Stromes bewirkt wird. Derartige Instrumente nehmen dann gleichsam selbständig das Mittel aus den Quadraten der Augenblickswerte und zeigen, wenn sie für Gleichstrom geeicht sind, unmittelbar den Effektivwert des Wechselstromes an.

Dahin gehören die Hitzdrahtinstrumente, bei denen die Joulesche Wärme die Verlängerung eines stromdurchflossenen Platindrahtes und dadurch den Ausschlag des Zeigers hervorruft. Da die Temperatur des Platindrahtes den periodischen Schwankungen der Leistung nicht folgt und das Instrument überhaupt eine gewisse Trägheit besitzt, so nimmt es gleichsam selbständig das Mittel aus den Augenblickswerten der Leistung, die im Platindraht in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Der Ausschlag bei dem sich periodisch ändernden Wechselstrom ist also derselbe wie bei einem gleichmäßig fließenden Strom, der die gleiche Wärme im Hitzdraht entwickelt. Daraus folgt dann, daß das Instrument dieselbe Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes besitzen muß.

Dasselbe gilt von Dynamometern, die aus einer festen und einer beweglichen Spule bestehen. Die beiden Spulen werden hintereinander vom Strome durchflossen und üben nach Abschnitt 25 eine Kraft aufeinander aus. Da der Strom sich in beiden Spulen gleichzeitig umkehrt, so wirkt das Drehmoment fortdauernd in demselben Sinne. Der Ausschlag ist von der Stromstärke in der festen und in der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig. Infolge der Trägheit des beweglichen Systems stellt sich wieder eine mittlere Zeigerstellung her, die durch eine mittlere Kraft oder durch das Mittel aus den Quadraten der Stromstärke

hervorgerufen wird. Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate oder die effektive Stromstärke ist dann auf der Teilung aufgetragen. Das ist nun wieder die Stromstärke, die gleichmäßig fließend denselben Ausschlag hervorruft, wie der sich periodisch ändernde Wechselstrom. Die Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes ist also dieselbe. Das gleiche gilt natürlich auch für Wattmeter.

Bei den Instrumenten, bei denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt, ist die Größe der ausgeübten Kraft proportional dem Augenblickswert der Stromstärke und dem im Eisen induzierten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Eisensättigung dem Quadrate des Stromes proportional, so daß wir auch hier grundsätzlich dieselbe Teilung für Gleich- und Wechselstrom erwarten dürfen. Die Hysteresis des Eisens wirkt jedoch wie eine entmagnetisierende Kraft, und daher ist im allgemeinen zur Erzielung desselben Ausschlags bei Wechselstrom eine etwas größere Amperezahl erforderlich als bei Gleichstrom. Solche Instrumente sind also mit Wechselstrom zu eichen, und zwar mit Hilfe von Hitzdrahtinstrumenten oder Dynamometern, die selbst wieder mit Gleichstrom geeicht sind.

73. Das Vektordiagramm.

Wir besitzen in der Sinuskurve ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft oder der Stromstärke und werden diese Kurve daher oft benutzen, um die Vorgänge in Wechselstromkreisen deutlich zu machen. Wenn es jedoch auf schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung der Wechselstromgrößen ankommt, so ist das Vektordiagramm vorzuziehen. In diesem Diagramm (Fig. 186) dreht sich der Strahl $OE = E_{max}$ mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \nu$, wobei ν die Periodenzahl in der Sekunde ist. Der Drehsinn ist, wie es in der Mathematik allgemein üblich ist, entgegen dem Uhrzeiger gewählt. Haben wir es also mit einer zweipoligen Maschine zu tun, so dreht sich der Vektor mit derselben Geschwindigkeit wie die Maschine.

Der Radius Vektor fällt in der Nulllage in die Abszissenachse. Der Winkel α , den er in einem beliebigen Augenblick mit der Abszissenachse bildet, ist dann gleich dem Winkel, den die Ebene der Ankerspule in Fig. 185 mit der Nulllage bildet. Wie man sieht, ist die Projektion OA des Vektors auf die Ordinatenachse gleich $OE \cdot \sin \alpha$, also gleich $E_{max} \cdot \sin \alpha$. Der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft ist also in jedem Augenblicke gleich der Projektion des Radius Vektor auf die Ordinatenachse.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 186 noch gezeigt, wie das Vektordiagramm und die Sinuskurve zusammenhängen. Der Halbmesser des vom Mittelpunkt O aus beschriebenen Kreises ist gleich der größten Ordinate der Sinuskurve. Der Augenblickswert AO im Vektordiagramm ist gleich der

Ordinate BD der Sinuskurve. Im Vektordiagramm ist endlich der zu dem Winkel α gehörige Bogen des Kreises vom Radius 1 gleich der Abszisse CD der Sinuskurve.

Das Vektordiagramm bietet nun ein sehr bequemes Mittel, um elektromotorische Kräfte von verschiedener Größe und verschiedener Phase, d. h. verschiedenem zeitlichen Zustand, zusammensetzen. Auf dem Anker

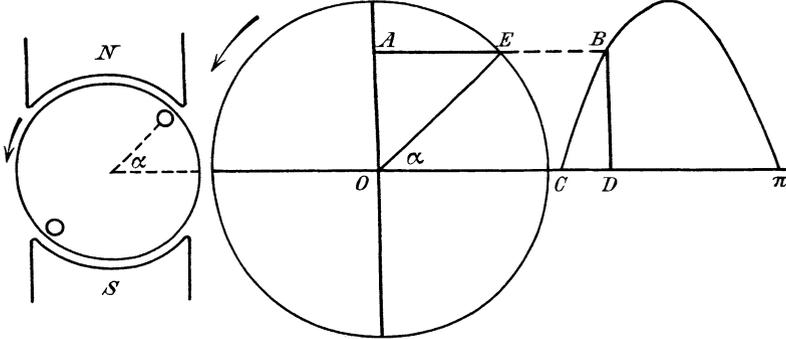


Fig. 185.

Fig. 186.

Vektordiagramm der elektromotorischen Kraft für eine rotierende Spule.

der Maschine in Fig. 187 liegen z. B. zwei hintereinander geschaltete Wicklungen, die ungleiche Drahtzahl besitzen und um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule I besitzt die größere

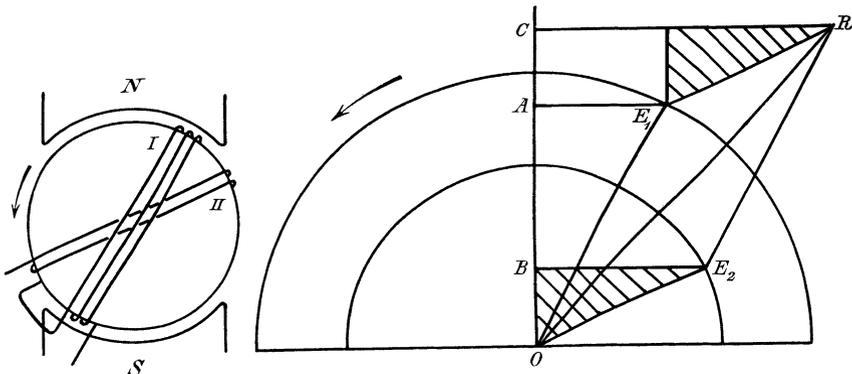


Fig. 187.

Fig. 188.

Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften verschiedener Phase.

Drahtzahl, also ist der Höchstwert E_{1max} ihrer elektromotorischen Kraft auch größer als der Höchstwert E_{2max} in der Spule II . Wir schlagen nun in Fig. 188 mit den Radien $OE_1 = E_{1max}$ und $OE_2 = E_{2max}$ zwei Kreise und zeichnen die Vektoren OE_1 und OE_2 in einer durch die Stellung der Spulen gegebenen Richtung. Wir zeichnen dann aus beiden Vektoren die Resultierende OR nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dann ist:

OA der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft in Spule I ,
 OB " " " " " " " " II ,
 OC die Projektion der Resultierenden OR auf die Ordinatenachse.

Aus der Kongruenz der schraffierten Dreiecke ergibt sich dann:

$$OC = OA + OB.$$

Nun ist aber OC nichts anderes als der Augenblickswert einer elektromotorischen Kraft, die nach Größe und Phase durch den Vektor OR gegeben ist. Die Summe der Augenblickswerte der elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen ist also in jedem Augenblicke gleich dem Augenblickswert der Resultierenden. Daraus folgt, daß man elektromotorische Kräfte ebenso wie mechanische Kräfte nach dem Parallelogramm zusammensetzen kann.

Um dieses Ergebnis noch etwas deutlicher zu machen, betrachten wir den Zeitpunkt, in welchem die resultierende elektromotorische Kraft

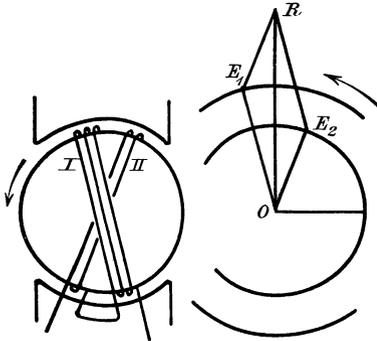


Fig. 189. Der Höchstwert der Summe zweier elektromotorischer Kräfte.

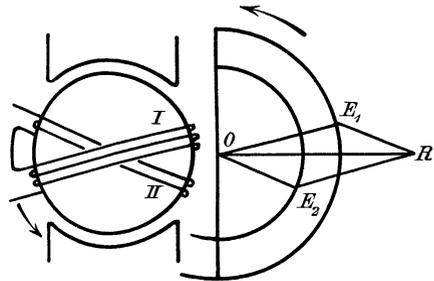


Fig. 190. Zwei elektromotorische Kräfte im Augenblicke, in welchem ihre Summe Null ist.

gerade ihren Höchstwert erreicht (Fig. 189). Ihr Vektor fällt dabei in die Ordinatenachse, während der Vektor von E_1 links und der Vektor von E_2 rechts von der Ordinatenachse liegt. Wir fassen nun in unserer Betrachtung die Drähte der beiden Spulen zusammen, die nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, und sehen sie als eine gemeinsame Spulenseite an. Der Höchstwert der elektromotorischen Kraft wird in ihr induziert, wenn sie vor der Polmitte liegt. Dann liegt die Seite der Spule I dicht vor der Polmitte und die Seite der Spule II dicht hinter der Polmitte. Das sind dieselben Stellungen, die wir auch durch das Vektordiagramm ermittelt haben.

Ebenso betrachten wir den Zeitpunkt, in welchem die gemeinsame Spulenseite wesentlich in der neutralen Zone liegt und die elektromotorische Kraft gleich Null wird (Fig. 190). Dabei liegt die eine Einzelspulenseite im Bereiche des Nordpols, die andere im Bereiche des Südpols, und die vor beiden Polen induzierten elektromotorischen Kräfte heben sich gegen-

seitig auf. Zu dem gleichen Ergebnis gelangen wir durch das Vektordiagramm, in welchem im gezeichneten Augenblick der Vektor der Resultierenden in die Abszissenachse fällt, so daß seine Projektion auf die Ordinatenachse gleich Null ist. Dabei fällt der Vektor OE_1 oberhalb und der Vektor OE_2 unterhalb der Abszissenachse. Die Projektion des Vektors OE_1 ist also positiv, die des Vektors OE_2 negativ, und da beide sich entgegenwirken, so ist die Resultierende gleich Null. Auch hier wieder entsprechen die Richtungen der Radien Vektoren gegenüber der Nullage der geometrischen Stellung der Spulen gegenüber der neutralen Zone.

Aus dem obigen Beispiel geht deutlich hervor, wie es kommen kann, daß die einzelnen elektromotorischen Kräfte verschiedene Phase haben können, und daß man elektromotorische Kräfte nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Höchstwerte ohne weiteres die Effektivwerte in das Vektordiagramm ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Vektor OR in Fig. 188 gibt dann den Effektivwert der Resultierenden an. In ganz derselben Weise kann man ferner bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind. Man nennt eine solche Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften oder Strömen eine vektorielle oder geometrische Addition.

Wir haben im vorhergehenden die Vektoren vom Anfangspunkt des Koordinatensystems ausgehen lassen und nach dem Parallelogramm zusammengesetzt. Man sollte aber nicht dabei stehen bleiben und sich an eine einfachere Zeichnung gewöhnen, bei der die Vektoren nicht vom Anfangspunkt auszugehen brauchen. Dabei wird ein Dreieck statt des Parallelogramms gezeichnet und die Richtung des Vektors nötigenfalls durch einen Pfeil zum Ausdruck gebracht. Bei der Benennung der Vektoren wird man sich dann streng daran halten müssen, die Anfangs- und Endpunkte in der Reihenfolge zu nennen, die durch die Richtung des Vektors gegeben ist. Beispielsweise ist der Vektor a in Fig. 191 gleichbedeutend mit dem Vektor OD , und man wird ihn nicht mit BA , sondern mit AB benennen. Ebenso ist der Vektor b gleichbedeutend mit dem Vektor OC , und man wird ihn nicht mit OB , sondern mit BO benennen.

An Stelle der Zeichnung des Parallelogramms tritt nun sehr bequem die Zeichnung eines Dreiecks. Wir legen z. B., statt in Fig. 192 a den Vektor OA zum Vektor OB durch das Parallelogramm zu addieren, in

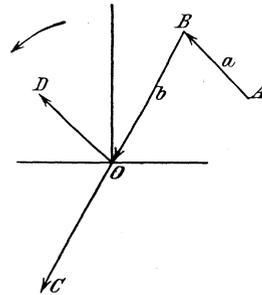


Fig. 191. Zusammensetzung zweier nicht vom Nullpunkt ausgehender Vektoren.

Fig. 192 b den Vektor BC , der nach Größe und Richtung mit OA übereinstimmt, an OB an und erhalten dadurch dieselbe Resultierende OC wie in Fig. 192 a. Das Wesen der geometrischen Addition tritt dabei noch viel deutlicher hervor. Ebenso liefert in Fig. 193 die Zusammensetzung der Vektoren AO und OB ohne weiteres den Vektor AB . Seine Richtung geht von A nach B , weil man bei der Zusammensetzung mit dem Punkte A angefangen hat und, immer im Sinne der Pfeile von A über O weiter schreitend, nach B gelangt.

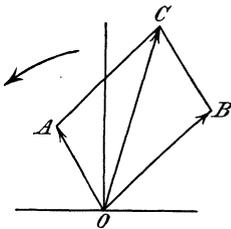


Fig. 192 a. Zusammensetzung nach dem Parallelogramm.

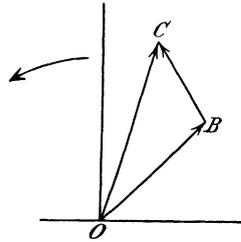


Fig. 192 b. Aneinanderreihung von Vektoren nach dem Dreieck.

Endlich ergibt in Fig. 194 der Vektor BA und der Vektor AC die Resultierende BC . Es empfiehlt sich, alle oben gezeichneten Fälle durch Zeichnung des Parallelogramms zu prüfen. Man wird dazu sämtliche Vektoren am besten vom Nullpunkt ausgehend zeichnen.

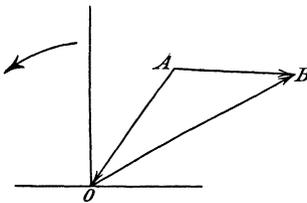


Fig. 193.

Aneinanderreihung von Vektoren.

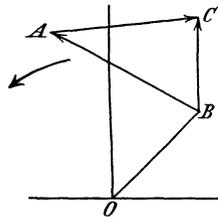


Fig. 194.

Wir können nun für einen geschlossenen Stromkreis die 2. Kirchhoffsche Regel in folgender Form aufstellen: Die vektorielle Summe der elektromotorischen Kräfte ist gleich der vektoriellen Summe des Spannungsverbrauchs. Als Spannungsverbrauch gilt z. B. unter allen Umständen der Ohmsche Spannungsverbrauch $I.R$. Dieser hat gleiche Phase mit dem Strome. Bei einem Generator hat man auch die Klemmenspannung, wenn man sie als von der Maschine geliefert betrachtet, als (äußeren) Spannungsverbrauch einzuführen. Sie hat dann wesentlich gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Wir stellen uns z. B. die Aufgabe, die Spannungen und elektromotorischen Kräfte im Stromkreis einer Wechselstrommaschine geometrisch zusammenzusetzen. Die induzierte Wicklung liege auf dem feststehenden Teil (Stator). Es sei in Fig. 195 a:

OA die elektromotorische Kraft, die im Stator durch die von der Magnet-
erregung allein erzeugten Kraftlinien induziert wird,
 OB die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die im Stator durch
die vom Stator erzeugten Kraftlinien induziert wird,
 OC der Ohmsche Spannungsverbrauch im Stator.

Der Vektor der Stromstärke falle willkürlich in die positive Richtung der Ordinatenachse, und der Vektor OA eile in unserm besonderen Falle dem Strome um den Winkel COA voraus (Fig. 195 a). Der Vektor OC der Ohmschen Spannung fällt dann nach dem obigen in die Richtung des Stromes, also ebenfalls in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion bleibt, wie sich im folgenden

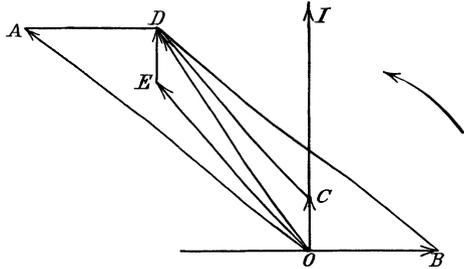


Fig. 195 a. Spannungsdiagramm eines Generators.

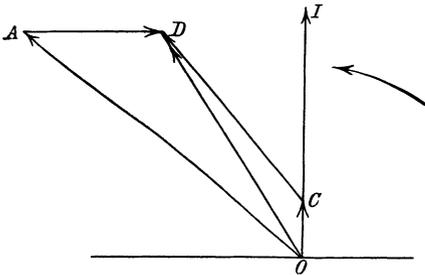


Fig. 195 b.

Spannungsdiagramm eines Generators.

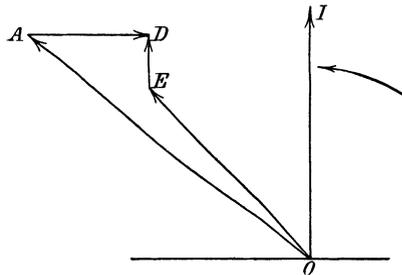


Fig. 195 c.

Abschnitt ergeben wird, um 90° hinter dem Strome zurück, ihr Vektor OB fällt also in Fig. 195 a nach rechts in die Abszissenachse.

Gesucht wird die Klemmenspannung nach Größe und Phase.

Wir addieren zu diesem Zwecke die beiden induzierten elektromotorischen Kräfte, indem wir zu OA den Vektor $AD = OB$ addieren. Wir erhalten so die Resultierende OD , welche die gesamte elektromotorische Kraft darstellt. Diese wird aufgebraucht für den inneren Spannungsverlust OC , der in Richtung des Stromes fällt, und für die von der Maschine gelieferte Klemmenspannung. Diese ergibt sich durch Zeichnung des Parallelogramms $OCDE$ nach Größe und Phase zu OE .

Fig. 195 b gibt dieselbe Konstruktion, aber ohne Zeichnung des Parallelogramms. Zur elektromotorischen Kraft OA addieren wir geometrisch die elektromotorische Kraft $AD = OB$. Dann ist OD die resultierende elektromotorische Kraft, die für den Ohmschen Spannungsverlust OC und für die Klemmenspannung aufgebraucht wird. CD ist also der Vektor der von der Maschine gelieferten Klemmenspannung. Man überzeugt sich leicht, daß er nach Größe und Phase mit dem Vektor OE in Fig. 195 a übereinstimmt.

Verfolgen wir nun den geschlossenen Linienzug $OADCO$ in Fig. 195 b in irgend einer Richtung, z. B. im Sinne des Uhrzeigers, so erkennen wir, daß die elektromotorischen Kräfte sämtlich in dem einen Sinne, nämlich in unserm Falle im Sinne des Uhrzeigers, verlaufen, während die einzelnen Vektoren des Spannungsverbrauchs im entgegengesetzten Sinne verlaufen. Es gilt also, wenn Σ jetzt eine geometrische Summe bedeutet, wie bei Gleichstrom, die Kirchhoffsche Regel:

$$\Sigma E - \Sigma I \cdot R = 0.$$

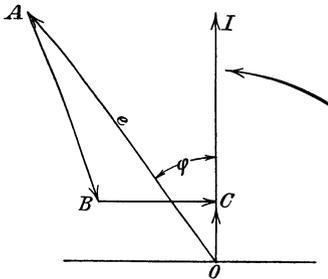


Fig. 196. Spannungsdiagramm eines Wechselstrommotors.

Da die Reihenfolge, in der wir die Addition vornehmen, gleichgültig ist, so ergeben sich für dieselben Verhältnisse verschieden aussehende Diagramme. In Fig. 195 c addieren wir z. B. zur elektromotorischen Kraft OA die elektromotorische Kraft AD , die durch die von Anker erzeugten Kraftlinien induziert wird. An D legen wir den Vektor ED des Ohmschen Spannungsverlustes an, und zwar so, daß er beim

Verfolgen des geschlossenen Linienzuges den elektromotorischen Kräften entgegengerichtet ist. Dann ist OE der Vektor der von der Maschine erzeugten Klemmenspannung nach Größe und Phase. Seine Richtung ist, wie der Ohmsche Verlust, beim Durchlaufen des Linienzuges den elektromotorischen Kräften entgegengerichtet.

Umgekehrt müssen wir, wenn wir es mit einem Motor zu tun haben, die von außen angelegte Klemmenspannung $e = OA$ wie eine elektromotorische Kraft ansehen. In Fig. 196 eilt sie dem Strome um den Winkel φ voraus. Wie beim Gleichstrommotor wirkt die durch die Magnet-erregung induzierte elektromotorische Kraft des Motors dem Strome wesentlich entgegen. Ihr Vektor sei durch AB gegeben. Zu ihr addiert sich die elektromotorische Kraft BC , die vom Statorstrom induziert wird und wieder um 90° hinter dem Strome zurückbleibt. Die Addition der drei elektromotorischen Kräfte liefert die Resultierende OC , die den Ohmschen Spannungsverbrauch deckt und gleiche Phase mit dem Strome haben muß. Auch hier verfolgt man beim Durchlaufen der geschlossenen

Figur die elektromotorischen Kräfte in dem einen Sinne, den Spannungsverbrauch im entgegengesetzten Sinne.

Anstatt in den obigen Diagrammen den Vektor der Selbstinduktion einzuführen, hätten wir auch mit dem gleichen Ergebnis den entgegengesetzt verlaufenden Vektor benutzen können. Dieser gibt die Spannung an, die der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält. Wir können diese Größe als den induktiven Spannungsverlust bezeichnen.

74. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Nach Abschnitt 32 ist die Selbstinduktion:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt},$$

wo

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

die Induktivität in Henry ist.

Nun ist die Winkelgeschwindigkeit oder der in einer Sekunde zurückgelegte Bogen:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu,$$

und es ist:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Durch Differentiation erhalten wir:

$$\frac{di}{dt} = i_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für E_s erhalten wir

$$E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist demnach eine Kosinusfunktion. Wenn wir den Bogen α oder die Zeit t als Abszisse und die Selbstinduktion als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Kosinuslinie. Ihre Form ist genau dieselbe wie die einer Sinuslinie, nur ist sie gegen diese um 90° verschoben.

Der Höchstwert wird nach der letzten Gleichung erreicht, wenn $\cos \alpha = -1$, also $\alpha = 180^\circ$ ist. Dabei ist der Winkel α vom Augenblick an gerechnet, in welchem der Strom, vom negativen Wert ausgehend, durch Null hindurchgeht. Der Höchstwert der Selbstinduktion ergibt sich zu:

$$E_{s \max} = L \omega \cdot i_{max}.$$

Wenn wir nun, wie auf S. 244, auf beiden Seiten der Gleichung mit 0,707 multiplizieren, so erhalten wir auf beiden Seiten die Effektivwerte. Die effektive elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ergibt sich dann zu:

$$E_s = L \omega \cdot I. \quad (36)$$

Wir benutzen nun die obigen Gleichungen, um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion bei einer Drosselspule zu berechnen. Eine Drosselspule, wie sie im rechten Teil der Fig. 199 angedeutet ist, besteht aus einem an einer Stelle aufgeschnittenen Eisenkern, der von einer Kupferwicklung umgeben ist. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, so kann der magnetische Widerstand des Eisenweges vernachlässigt werden, und zur Berechnung der Induktivität kommt nur die Luftstrecke in Betracht. Es sei nun:

die Länge des Kraftlinienweges in der Luft . . . $l = 0,6$ cm,
 der Luftquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien . . $Q = 12$ qcm,
 die Windungszahl $\xi = 200$,
 die Stromstärke $I = 10$ Amp.,
 die Periodenzahl $\nu = 50$.

Dann erhalten wir, da die Leitfähigkeit der Luft gleich 1 ist:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = 12,5 \cdot \frac{200^2 \cdot 1 \cdot 12}{0,6} \cdot 10^{-9} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Ferner wird:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu = 314.$$

Demnach erhalten wir die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot I = 0,01 \cdot 314 \cdot 10 = 31,4 \text{ Volt.}$$

Unten wird sich ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegter Spannungszeiger fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdrosselt.

Zur Berechnung einer Drosselspule muß allerdings unsere Gleichung umgeformt werden, damit man nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahlen auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommt. Zu dem Zwecke dividieren wir beide Seiten der Gleichung (a) auf S. 240 durch $\sqrt{2}$ und erhalten den Effektivwert der Selbstinduktion zu

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8} = 4,44 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (37)$$

Darin ist:

$$N = \mathfrak{B}_{max} \cdot Q,$$

wo \mathfrak{B}_{max} der Höchstwert der Induktion und Q der Querschnitt ist.

Dabei besteht nach Gleichung (20) auf S. 73 die Beziehung:

$$\mathfrak{B}_{max} = \mu \cdot \mathfrak{G}_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i_{max} \cdot \mu}{l}.$$

Führen wir nun den effektiven Wert der Stromstärke I ein, schreiben also $i_{max} = \sqrt{2} \cdot I$ und lösen für I auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}. \quad (38)$$

Diese Gleichung wird besonders wichtig für die Berechnung des Magnetisierungsstromes eines Transformators.

Mit Hilfe der Gleichungen (37) und (38) läßt sich nun eine Drosselspule unter Zugrundelegung einer passenden höchsten magnetischen Induktion berechnen. Es soll z. B. eine elektromotorische Kraft $E_s = 30$ Volt geschaffen werden, bei einem Strome $I = 10$ Ampere und einer Periodenzahl $\nu = 50$. Die Induktion werde gleich 5000 gewählt und der Eisenweg vernachlässigt, so daß nur der Kraftlinienweg l in der Luft in Betracht kommt. Der Querschnitt des Eisens sei $Q = 15$ qcm. Dann ergibt sich:

$$N = \mathfrak{B}_{max} \cdot Q = 5000 \cdot 15 = 75\,000.$$

Wir erhalten dann aus Gleichung (37):

$$\xi = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \cdot N \cdot \nu} = \frac{30 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 75\,000 \cdot 50} = 180.$$

Gleichung (38) ergibt dann den Luftzwischenraum zu:

$$l = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot \mu \cdot I}{\mathfrak{B}_{max}} = \frac{1,78 \cdot 180 \cdot 1 \cdot 10}{5000} = 0,64 \text{ cm.}$$

Dabei ist der Querschnitt der Luft gleich dem Querschnitt des Eisens angenommen. Tatsächlich ist aber der Luftquerschnitt größer als der des Eisens, weil am Luftzwischenraum eine sehr nützliche Streuung der Kraftlinien auftritt und durch die Papierisolation zwischen den Eisenblechen der Querschnitt der ganzen Drosselspule vergrößert wird. Die Spule drosselt also bei 10 Ampere etwas mehr als 30 Volt.

Nachdem wir in bisherigen die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion bestimmt haben, haben wir jetzt noch ihre Phase zu besprechen. Die Kurve der Selbstinduktion ist nach S. 253 eine Kosinuslinie und als solche um 90° gegen die Sinuslinie des Stromes verschoben. Das wird noch deutlicher, wenn wir in den einzelnen wichtigen Zeitpunkten die Größe und Richtung der Selbstinduktion bestimmen.

Die Kurve des Stromes ist in Fig. 197 stark ausgezogen. Für $\alpha = 0$ ist $\sin \alpha$ gleich Null und $\cos \alpha$ gleich 1. Die Stromstärke ist also gleich Null, und die Selbstinduktion erreicht nach S. 253 ihren negativen Höchstwert. Dies wird besonders deutlich, wenn man beachtet, daß die Kurve der Stromstärke in diesem Augenblicke am steilsten ist, so daß die Änderung der Kraftlinien in der Zeiteinheit am größten ist. Daß in diesem Zeitpunkt die Ordinate der Selbstinduktion nach unten gerichtet ist, wird durch die Überlegung bestätigt, wonach die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet und dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist.

Für $\alpha = 90^\circ$ wird $\sin \alpha$ gleich 1 und $\cos \alpha$ gleich Null. Die Stromstärke ist also am größten und die Selbstinduktion gleich Null. In diesem Augenblick verläuft nämlich die Kurve des Stromes parallel zur Abszissenachse (Fig. 197), und die Stromstärke sowie die Kraftlinien ändern sich

dabei für eine kleine Zeit gar nicht. Die Kraftlinienschnitte und die Selbstinduktion sind also in diesem Augenblicke gleich Null, d. h. die gestrichelt gezeichnete Kurve der Selbstinduktion schneidet die Abszissenachse.

Man kann auf diese Weise die einzelnen Punkte der Kurve E_s zeichnen und kommt dadurch zu dem Ergebnis, daß die Kurve der Selbst-

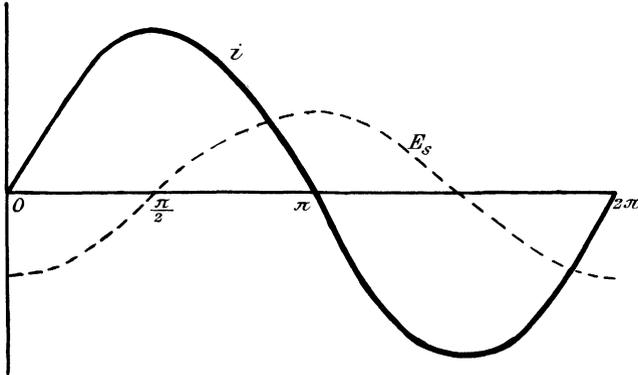


Fig. 197. Zeitlicher Verlauf der Stromstärke und der Selbstinduktion.

induktion um 90° hinter der Kurve des Stromes zurückbleibt. Man muß sich allerdings nicht durch den ersten Anblick der Fig. 197 zu der Annahme verleiten lassen, daß die Kurve der Selbstinduktion etwa vorausseilt, weil sie weiter nach rechts verschoben ist. Vielmehr muß man schließen, daß die Selbstinduktion ihren höchsten Wert erst zu einer Zeit erreicht,

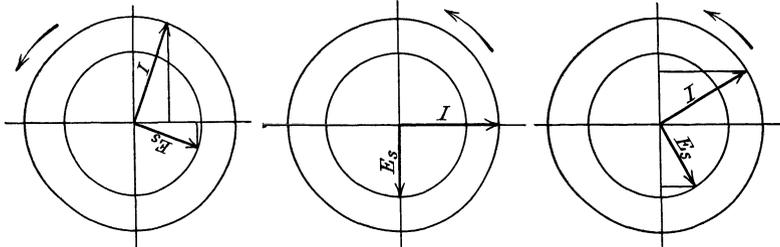


Fig. 198 a.

Fig. 198 b.

Fig. 198 c.

Phase der Selbstinduktion gegenüber dem Strom.

wenn die Stromstärke ihren Höchstwert bereits überschritten hat. Die Selbstinduktion bleibt also um eine Viertelperiode oder um einen Winkel von 90° hinter der Stromstärke zurück.

Das Vektordiagramm in Verbindung mit den aus Abschnitt 32 bekannten Gesetzen über die Selbstinduktion wird uns diese Verhältnisse noch deutlicher machen. In Fig. 193 a, b und c ist das Diagramm für verschiedene Zeitpunkte gezeichnet. Geht der Vektor des Stromes durch die Abszissenachse (Fig. 198 b), so ist seine Projektion auf die Ordinatenachse, also

auch der Augenblickswert des Stromes, gleich Null. In diesem Augenblick hat die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ihren größten Wert, ihr Vektor fällt also in die Ordinatenachse. Er ist nach unten gerichtet, weil die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um 90° hinter der Stromstärke zurückbleibt.

Wir betrachten ferner die Verhältnisse in den kurz voraufgehenden und kurz darauffolgenden Augenblicken. In Fig. 198a nimmt der Strom ab, und sein Vektor liegt noch unterhalb der Abszissenachse. Seine Projektion hat also in diesem Augenblick gleiche Richtung wie die Projektion der Selbstinduktion, so daß diese auch nach dem Vektordiagramm dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist, wie es nach Abschnitt 32 gefordert wird.

In Fig. 198c dagegen hat der Strom die Nullage schon passiert, wir haben also jetzt zunehmenden Strom. Dabei fällt die Projektion seines Vektors in die positive Richtung der Ordinatenachse, während die Projektion des Vektors der Selbstinduktion in die negative Richtung fällt. Die Selbstinduktion wirkt also auch nach dem Vektordiagramm dem anwachsenden Strome entgegen, wie das ebenfalls nach Abschnitt 32 gefordert wird.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß die Kraftlinien immer in demselben Sinne gerechnet werden wie der Strom, der sie erzeugt, so besteht keine Phasendifferenz zwischen dem magnetisierenden Strom und den von ihm erzeugten Kraftlinien. Die Stromkurve in Fig. 197 gibt uns dann unmittelbar in passendem Maßstabe die Kurve der durch die Fläche der Windungen tretenden Kraftlinien an. Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt also nicht nur um 90° hinter dem Strome zurück, sondern auch um 90° hinter den Kraftlinien, durch deren Änderung sie erzeugt wird.

75. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir betrachten jetzt den in Fig. 199 dargestellten Fall, in welchem der Ohmsche Widerstand R und eine Spule mit Selbstinduktion hintereinander an eine Maschine von der Spannung e geschaltet sind. Die Windungen der Spule mögen aus so starkem Draht bestehen, daß ihr Widerstand vernachlässigt werden kann. Dann erhebt sich die Frage: Welche Stromstärke stellt sich in dem Widerstande R unter dem Einfluß der Klemmenspannung e und der Selbstinduktion E_s her, und welche Phase hat die Stromstärke gegenüber der Klemmenspannung?

Wir formen diese Aufgabe vorläufig so um: Welche Klemmenspannung ist nötig, um einen bestimmten Strom durch den äußeren Kreis zu treiben? Die Lösung der Aufgabe erfolgt am einfachsten durch das Vektordiagramm, jedoch wird es sich empfehlen, die Zeichnung der Sinuskurven vorzuschicken. Wir berechnen zunächst die Augenblickswerte des Ohmschen Spannungsverbrauchs, indem wir

die Augenblickswerte des Stromes mit dem Widerstand multiplizieren. Die Ohmsche Spannung tragen wir dann als Ordinate auf und erhalten so die stark ausgezogene Kurve $I \cdot R$ in Fig. 200. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch in dem Augenblick am größten ist, in welchem die

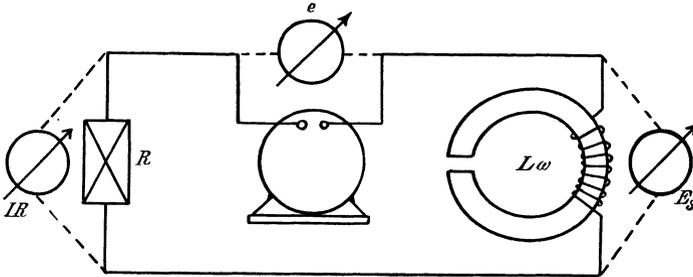


Fig. 199. Ohmscher Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Stromstärke am größten ist, so hat er gleiche Phase mit dem Strome. Die Kurve $I \cdot R$ unterscheidet sich also von der Stromkurve nur durch den Maßstab.

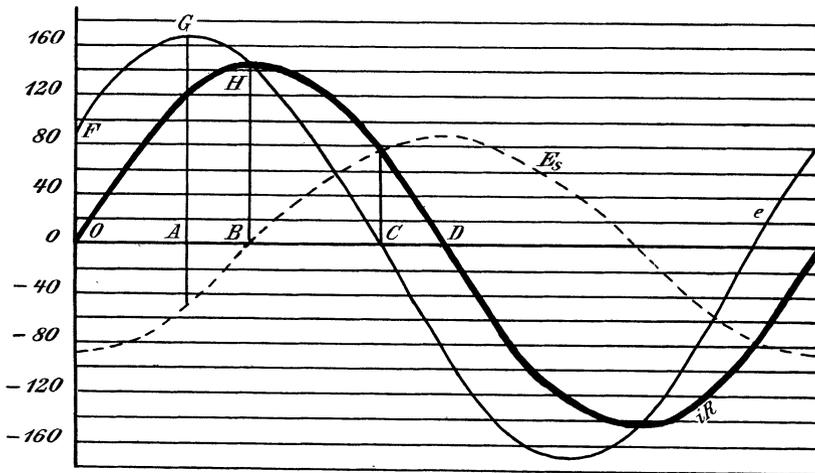


Fig. 200.

Zeitlicher Verlauf der Ohmschen Spannung, Selbstinduktion und Klemmenspannung.

Die Ohmsche Spannung kommt nun zustande einerseits durch die Maschinenspannung e , andererseits durch die elektromotorische Kraft E_s , deren Kurve um 90° hinter der Kurve $I \cdot R$ zurückbleibt, oder umgekehrt, die Klemmenspannung ist die Summe aus der Ohmschen Spannung und einer Spannung, die zur Überwindung der Selbstinduktion dient. Auf Grund dieser Überlegung können wir für die einzelnen bedeutungsvollen Zeitpunkte die Werte der Klemmenspannung ermitteln.

Im Zeitpunkt O ist die Stromstärke gleich Null. Wenn gleichwohl in diesem Augenblicke eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist, die sogar gerade ihren negativen Höchstwert erreicht, so muß deren Einfluß durch einen entgegengesetzten Augenblickswert OF der Klemmenspannung aufgehoben sein. Nur wenn Druck und Gegen-
druck einander aufheben, kann der Ohmsche Spannungsverbrauch gleich Null sein. Im Zeitpunkt O ist also die Klemmenspannung OF der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich.

Im Zeitpunkte A wird eine Ohmsche Spannung geliefert, während gleichzeitig durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ein induktiver Spannungsverbrauch auftritt. Um beide Spannungen zu decken, ist eine Klemmenspannung GA nötig.

Im Zeitpunkte B ist die Selbstinduktion gleich Null, und die Klemmenspannung hat nur die Ohmsche Spannung HB zu liefern. Die Kurven der Klemmenspannung und der Ohmschen Spannung schneiden sich also im Punkte H .

Endlich ist im Zeitpunkte C die Ohmsche Spannung gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, so daß diese gerade ausreicht, um den Strom durch den Widerstand zu treiben. Die erforderliche Klemmenspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null, d. h. die Kurve e schneidet die Abszissenachse im Punkte C . Auf diese Weise ist die in Fig. 200 schwach ausgezogene Kurve der Klemmenspannung gezeichnet, und zwar für die Werte

$$I = 10 \text{ Ampere}, \quad R = 10 \text{ Ohm}, \quad L \omega = 6,28.$$

Der Höchstwert der Ohmschen Spannung ergibt sich dabei zu:

$$i_{max} \cdot R = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 10 = 141,4 \text{ Volt}$$

und der Höchstwert der Selbstinduktion

$$E_s \text{ max} = L \omega \cdot i_{max} = 6,28 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 88,8.$$

Aus Fig. 200 entnehmen wir ferner den Höchstwert der Maschinenspannung zu $e_{max} = 167 \text{ Volt}$.

Ein Blick auf unsere Figur lehrt nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Die Kurve der Ohmschen Spannung ist flacher als die Kurve der Klemmenspannung, d. h. die Stromstärke ist kleiner, als man nach der Klemmenspannung und dem Widerstande erwarten sollte. Die Gleichung $e = I \cdot R$ gilt demnach nicht mehr für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

2. Die Summe aus den Höchstwerten der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion ist größer als der Höchstwert der Klemmenspannung. Zählen wir nämlich die Höchstwerte der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion zusammen, so erhalten wir 230,2 Volt, während der Höchst-

wert der Klemmenspannung sich aus der Zeichnung nur zu etwa 167 Volt ergibt. Diese Erscheinung wird besonders auffällig, wenn man, wie es in Fig. 199 gezeichnet ist, je einen Spannungszeiger an den Ohmschen Widerstand, an die Drosselspule und an die Maschinenspannung legt. Wir lesen dann für die Effektivwerte der Spannungen folgende Werte an den Meßinstrumenten ab:

$$e = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{167}{\sqrt{2}} = 118,$$

$$I \cdot R = 10 \cdot 10 = 100,$$

$$E_s = L \omega \cdot I = 6,28 \cdot 10 = 62,8.$$

Die Summe der Ohmschen Spannung und der zur Überwindung der Selbstinduktion dienenden Spannung ist also größer als die Gesamtspannung e . Dies Ergebnis scheint vollständig den Anschauungen zu widersprechen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Es muß aber betont werden, daß es sich nur auf die Effektivwerte bezieht. Für die Augenblickswerte behält die Kirchhoffsche Regel in ihrer einfachsten Form Gültigkeit, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist.

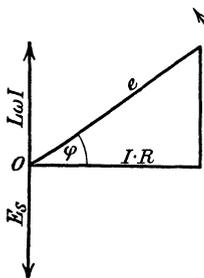


Fig. 201. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und spricht von einer positiven Phasenverschiebung, wenn der Strom, wie in unserem Falle, hinter der Spannung zurück bleibt. Eilt der Strom dagegen in der Phase vor der Klemmenspannung voraus, so ist die Phasenverschiebung negativ.

Die auffallenden Erscheinungen in einem Stromkreise mit Selbstinduktion treten besonders deutlich an der Hand des Vektordiagrammes zutage. Wir lassen statt der Stromstärke den damit proportionalen Vektor der Ohmschen Spannung umlaufen und nehmen an, daß er gerade die Nullage passiert (Fig. 201). Dann fällt der Vektor der Selbstinduktion nach unten in die Ordinatenachse. Die Klemmenspannung e hat dann eine solche Größe und Phase, daß sie mit der elektromotorischen Kraft E_s die Resultierende $I \cdot R$ bildet, oder daß die Ohmsche Spannung geliefert und außerdem die Selbstinduktion durch eine Komponente der Klemmenspannung aufgehoben wird.

Wir nennen diese Komponente den induktiven Spannungsverbrauch $L \omega I$ und tragen sie von O aus auf der positiven Richtung der Ordinaten-

achse auf, wofür wir auch einfach den Vektor E_s in umgekehrter Richtung einführen könnten. Aus den Spannungen $L \omega I$ und $I \cdot R$ ergibt sich dann die Resultierende e als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den induktiven Spannungsverbrauch und durch die Ohmsche Spannung gegeben sind. Der Vektor des induktiven Spannungsverbrauchs $L \omega I$ eilt dem Strome um 90° vor.

Die Klemmenspannung hat demnach die doppelte Aufgabe: den Ohmschen Widerstand zu überwinden und der elektromotorischen Gegenkraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten. Obgleich also die Selbstinduktion dem Strom zeitweise gleichgerichtet und zeitweise entgegengesetzt gerichtet ist, betrachten wir sie dennoch im wesentlichen als eine Gegenspannung, die durch eine Komponente der Klemmenspannung überwunden werden muß. Das wird besonders deutlich in dem gezeichneten Augenblick, in welchem der ganze Augenblickswert der Klemmenspannung dafür aufgebraucht wird, um der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Auch hier wieder erkennen wir die im vorigen Abschnitt besprochenen Eigentümlichkeiten. Die Klemmenspannung e ist größer als der Ohmsche Spannungsverbrauch $I \cdot R$, und die algebraische Summe aus den effektiven Teilspannungen $I \cdot R$ und $L \omega I$ größer als die Gesamtspannung e . Ferner bleibt auch hier wieder die Stromstärke um den in der Figur gezeichneten Winkel φ hinter der Klemmenspannung der Maschine zurück. Dabei ist zu beachten, daß der Phasenverschiebungswinkel φ immer zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete des rechtwinkligen Spannungsdreiecks liegt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Vektordiagramms die durch die Selbstinduktion geschaffenen Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. In Fig. 201 ergibt sich:

$$e^2 = (I \cdot R)^2 + (L \omega \cdot I)^2.$$

Lösen wir für I auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (L \omega)^2}}. \quad (39)$$

Man nennt diese Gleichung das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Sie ist der deutlichste Ausdruck für die Erscheinung, daß die Selbstinduktion wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, da statt des einfachen Widerstandes R die Größe $\sqrt{R^2 + (L \omega)^2}$ in den Nenner der rechten Seite einzusetzen ist.

Zeichnerisch ergibt sich der vergrößerte Widerstand als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Widerstand R und durch die Größe $L \omega$ gebildet werden (Flemingsches Diagramm). Da dieses rechtwinklige Dreieck (Fig. 202a) dem entsprechenden Spannungsdreieck ähnlich ist, so ist der Winkel zwischen der

Hypotenuse und der Ohmschen Kathete gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ , und wir erhalten die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{R}. \quad (40)$$

Man bezeichnet die Größe $\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ als den scheinbaren Widerstand und die Größe $L\omega$ als den induktiven Widerstand (Fig. 202b). Zu einer solchen Bezeichnung ist man natürlich nur deshalb berechtigt, weil die Größe $L\omega$ die Dimension eines elektrischen Widerstandes hat. Die Dimension der Induktivität ist nämlich eine Länge und die der Winkelgeschwindigkeit der reziproke Wert einer Zeit. Daraus folgt:

Dimension des induktiven Widerstandes: $L \cdot T^{-1}$.

Das ist aber nach Abschnitt 40 dieselbe Dimension wie die des elektrischen Widerstandes. Da nun ein Henry gleich 10^9 absoluten Einheiten und ein Ohm ebenfalls gleich 10^9 absoluten Einheiten ist, so gibt uns das Produkt $L\omega$ unmittelbar den induktiven Widerstand in Ohm an.

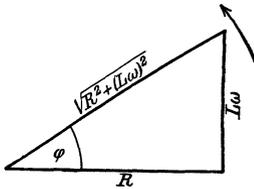


Fig. 202 a.

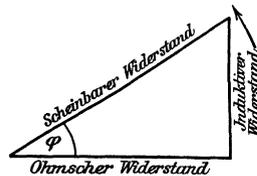


Fig. 202 b.

Flemingsches Diagramm.

Mit Hilfe von Gleichung (39) können wir nun bei gegebenen Werten von e , R und $L\omega$ die Stromstärke bestimmen, während wir uns früher darauf beschränken mußten, umgekehrt zu einer gegebenen Stromstärke die nötige Klemmenspannung zu ermitteln. Wir wählen dieselben Verhältnisse wie im Anfang dieses Abschnitts, also nach S. 259 und 260:

$$e = 118, \quad R = 10, \quad L\omega = 6,28$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (39):

$$I = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Ampere.}$$

Dabei ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen Klemmenspannung und Stromstärke aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Zu einem Werte von $\operatorname{tg} \varphi = 0,628$ gehört ein Winkel von etwa $32^\circ 10'$ oder etwa ein Bogen $\frac{\pi}{6}$. Wie der Augenschein zeigt, entspricht dieser Bogen der Länge CD in Fig. 200, die für diese Verhältnisse gezeichnet ist.

76. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung.

Wir betrachten jetzt den Fall, in welchem zwei Teile eines Stromkreises hintereinander geschaltet sind, die beide Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzen (Fig. 203). In diesem Falle ist die gesamte Spannung e die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohmschen Spannungen $I \cdot R_1$ und $I \cdot R_2$ und dessen andere Kathete durch die Summe der induktiven Spannungsverluste $L_1 \omega I$ und $L_2 \omega I$ gegeben ist (Fig. 204). Andererseits ist die Gesamtspannung zugleich die geometrische Summe aus den Klemmenspannungen e_1 und e_2 der beiden Teile des Stromkreises. Dabei ergeben sich für jeden einzelnen Teil die charakteristischen Spannungsdreiecke. Die Klemmenspannung e_1 der linken Abteilung ist die Hypotenuse zu den Katheten $I \cdot R_1$ und $L_1 \omega I$. Sie bildet mit dem Vektor der Stromstärke den Winkel φ_1 , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{R_1}.$$

Ebenso ist die Klemmenspannung e_2 der rechten Abteilung die Hypotenuse zu den Katheten $I \cdot R_2$ und $L_2 \omega I$. Sie bildet mit dem Vektor des Stromes den Winkel φ_2 , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

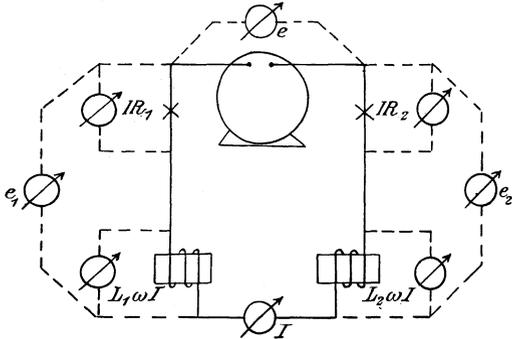


Fig. 203. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihe.

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{R_2}.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen der Gesamtspannung e und dem Strom liegt dem Werte nach zwischen den Winkeln φ_1 und φ_2 . Während also die Phase des Stromes in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe ist, sind die Spannungen an den einzelnen Teilen im allgemeinen von verschiedener Phase (Fig. 204).

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn ein Generator auf einen äußeren Stromkreis arbeitet, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt.

Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

- | | |
|-------------------------------------------------|------------------------|
| die Klemmenspannung | $e = 2000$ Volt, |
| die Stromstärke | $I = 50$ Ampere, |
| der Statorwiderstand | $R_a = 1$ Ohm, |
| die Induktivität des Stators | $L = 0,04$ Henry, |
| die Periodenzahl | $\nu = 50$, |
| die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise . | $\cos \varphi = 0,8$. |

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine, sowie die erforderliche elektromotorische Kraft nach Größe und Phase. Wir erhalten zur Zeichnung des Diagramms in Fig. 205 folgende Werte:

$$I \cdot R_a = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Volt,}$$

$$L \omega \cdot I = 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 628 \text{ Volt.}$$

Aus diesen beiden Werten ergibt sich der innere Spannungsverlust OF als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Spannungsverlust in der Maschine und den inneren induktiven Spannungsverlust gebildet werden. Wir erhalten:

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630 \text{ Volt.}$$

Wir berechnen dann den äußeren Ohmschen Spannungsverbrauch $I \cdot R$ und erhalten:

$$I \cdot R = e \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ Volt.}$$

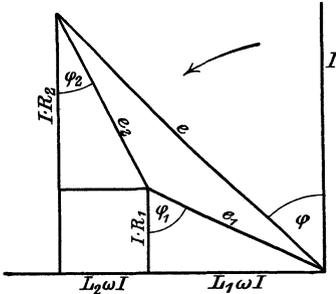


Fig. 204. Vektordiagramm für Reihenschaltung von Ohmschen und induktiven Widerständen.

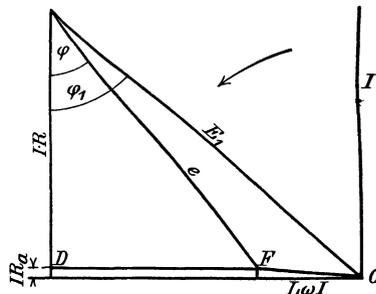


Fig. 205. Spannungsdiagramm einer Wechselstrommaschine.

Zu einem Werte $\cos \varphi = 0,8$ gehört der Wert $\sin \varphi = 0,6$. Wir erhalten also den äußeren induktiven Spannungsverbrauch zu:

$$FD = e \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen im ganzen Kreise berechnet sich dann zu:

$$I \cdot R_a + I \cdot R = 50 + 1600 = 1650 \text{ Volt,}$$

und ebenso die Summe der induktiven Spannungsverluste zu:

$$FD + L \omega I = 1200 + 628 = 1828 \text{ Volt.}$$

Aus beiden Werten ergibt sich die elektromotorische Kraft E_1 der Maschine als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den gesamten Ohmschen und induktiven Spannungsverbrauch gebildet werden. Wir erhalten also:

$$E_1 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ_1 zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\Sigma I \cdot R}{E_1} = \frac{1650}{2460} = 0,67.$$

Bei ungesättigtem Eisen ist die Leerlaufspannung gleich der elektromotorischen Kraft E_1 . Die Differenz zwischen Leerlaufspannung und Betriebsspannung beträgt also $2460 - 2000 = 460$ Volt, während der gesamte Spannungsverbrauch im Anker $OF = 630$ Volt ist. Dieser scheinbare Widerspruch klärt sich dadurch auf, daß man den Vektor OF in Fig. 205 nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft abziehen muß, um die Klemmenspannung e zu erhalten.

Der erwähnte Spannungsabfall von 460 Volt zwischen Leerlauf und Vollbelastung ist $18,6\%$ der Leerlaufspannung. Da er zum allergrößten Teil auf die innere Selbstinduktion zurückzuführen ist, so sieht man deutlich, wie nachteilig die scheinbare Vergrößerung des Widerstandes durch die Selbstinduktion wirkt.

77. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung.

In dem in Fig. 206 gezeichneten Falle sind zwei Zweige, von denen jeder Ohmschen und induktiven Widerstand besitzt, parallel geschaltet.

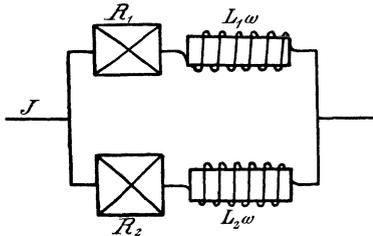


Fig. 206. Parallelschaltung von Ohmschen und induktiven Widerständen.

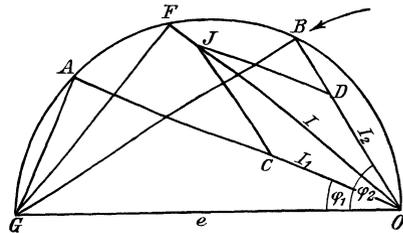


Fig. 207.

Die Klemmenspannung e ist also für beide Zweige nach Größe und Phase dieselbe. Selbstverständlich ist es dabei gleichgültig, ob in jedem Zweige ein einziger Verbrauchskörper liegt, der Ohmschen und induktiven Widerstand erhält, oder ob, wie es in Fig. 206 gezeichnet ist, in jedem Zweige ein Ohmscher und induktiver Widerstand hintereinander geschaltet sind. Die Werte R_1 und $L_1 \omega$, R_2 und $L_2 \omega$, sowie die Klemmenspannung e seien nun gegeben, und es soll die Stromstärke in der Verzweigung nach Größe und Phase bestimmt werden. Zu dem Zwecke schlagen wir in Fig. 207 über der Klemmenspannung e als Durchmesser einen Halbkreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dabei entspricht φ_1 der Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{R_1}.$$

Dann stellt uns der Strahl OA den Ohmschen Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir dividieren ihn durch den Widerstand R_1 und erhalten dadurch die Stromstärke I_1 , die in der Figur gleich der Länge OC sein möge. Ebenso ziehen wir den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_2 bildet. Dabei entspricht φ_2 der Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{R_2}.$$

Dann stellt uns der Strahl OB den Ohmschen Spannungsverbrauch in dem zweiten Zweige dar. Wir dividieren ihn wieder durch den Widerstand R_2 und erhalten dadurch die Stromstärke I_2 , die gleich der Länge OD sein möge. Die Resultierende OJ aus I_1 und I_2 gibt uns dann die gesamte Stromstärke I nach Größe und Phase. Wir verlängern nun den Vektor I , bis er den Halbkreis im Punkte F schneidet. Dann ist der Strahl OF der Ohmsche Spannungsverbrauch und der Strahl FG der induktive Spannungsverbrauch eines einzigen Verbrauchskörpers, der unserer Verzweigung gleichwertig ist. Der Gesamtstrom I bleibt dabei um den Winkel GOF hinter der Klemmenspannung e zurück.

78. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung.

Bei Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist die von der Maschine gelieferte Leistung positiv in solchen Zeiträumen, in

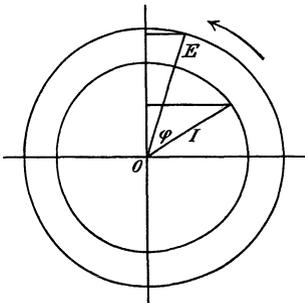


Fig. 208.

Elektromotorische Kraft und Stromstärke eines Generators.

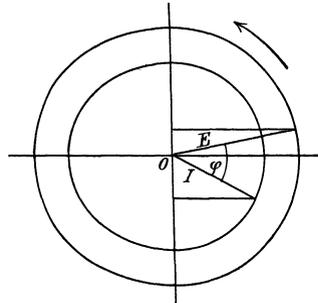


Fig. 209.

Elektrisch abgegebene Arbeit positiv. Elektrisch abgegebene Arbeit negativ.

denen die Augenblickswerte der von der Maschine gelieferten Spannung und Stromstärke gleiche Richtung haben (Fig. 208), dagegen negativ in den Zeiträumen, in denen die Augenblickswerte der Spannung und des Stromes ungleiche Richtung haben (Fig. 209). Um die Bedeutung dieser Tatsache zu verstehen, erinnern wir uns, daß bei einem Gleichstrom-

generator die Stromstärke gleiche Richtung hat wie die elektromotorische Kraft, und daß dabei die von der Maschine gelieferte Leistung positiv ist. Läuft dagegen die Maschine als Motor, so ist ihre elektromotorische Kraft der Stromstärke entgegengerichtet, und die elektrische Leistung der Maschine ist negativ. Wir kommen also zu dem Schlusse, daß ein Wechselstromgenerator, bei dem die Phase des Stromes gegen die der elektromotorischen Kraft verschoben ist, zwar im größeren Teil einer Periode als Generator arbeitet, daß er jedoch zeitweise Arbeit aus dem Netz empfängt und als Motor angetrieben wird.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Verbrauchskörpern. Bei diesen ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Leistung positiv, solange die Augenblickswerte der Klemmenspannung und des Stromes gleichgerichtet sind. Während des Zeitraumes aber, in welchem Klemmen-

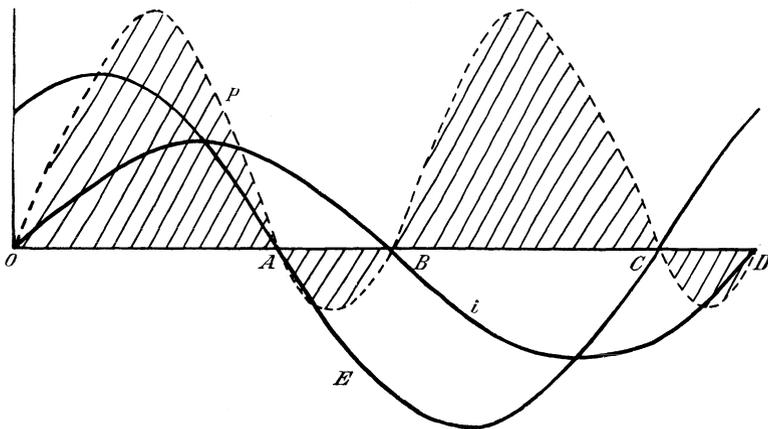


Fig. 210. Zeitlicher Verlauf der Leistung eines Generators.

spannung und Stromstärke einander entgegengerichtet sind, ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Arbeit negativ. Der Verbrauchskörper liefert während dieser Zeit Arbeit ins Netz zurück und verhält sich dabei wie ein Generator.

Fig. 210 bezieht sich auf einen Generator, dessen Stromstärke I infolge der Selbstinduktion der Maschine und des äußeren Kreises um den Winkel φ , welcher dem Bogen AB entspricht, hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt. Die Zeit ist als Abszisse und die Stromstärke bzw. die elektromotorische Kraft als Ordinate aufgetragen.

Wir bilden nun die Augenblickswerte der Leistung P , indem wir die zueinander gehörenden Werte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke multiplizieren. Diese Augenblickswerte der Leistung sind positiv über die Zeit OA und BC , dagegen negativ über die Zeit AB und CD . Wenn wir sie in einem beliebigen Maßstabe als Ordinate auftragen, so erhalten wir die gestrichelt gezeichnete Kurve P . Die von

dieser Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene schraffierte Fläche stellt uns die von der Maschine abgegebene elektrische Arbeit dar. Die Fläche liegt zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Abszissenachse. Wir erhalten also die mittlere Leistung, wenn wir die Differenz der absoluten Werte der oberen und unteren Flächen durch die Zeit dividieren. Daraus geht sofort hervor, daß die Leistung kleiner ist, als man nach der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke erwarten sollte.

Um die mittlere Leistung zu berechnen, denken wir uns wieder, wie früher, statt der Zeit den Bogen α aufzutragen. Ist dann zu einer beliebigen Zeit die Stromstärke gleich $i_{max} \cdot \sin \alpha$, so ist zu derselben Zeit die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin(\alpha + \varphi)$, und die augenblickliche Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi).$$

Diese Leistung bleibt über den unendlich kleinen Bogen $d\alpha$ konstant, und die Fläche eines unendlich schmalen, senkrechten Streifens ist dann:

$$P \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Die mittlere Leistung erhalten wir, wenn wir zwischen den Grenzen 0 und π integrieren und durch die Basis π dividieren. Dann ergibt sich:

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Setzen wir $\sin(\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$, so erhalten wir:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha + \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot d\alpha.$$

Der allgemeine Wert des letzten Integrals auf der rechten Seite ist $\sin \varphi \cdot \left[\frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]$ und wird für beide Grenzen gleich Null. Wenn wir also das letzte Glied der obigen Gleichung gleich Null setzen und im ersten Glied für $\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$ den auf S. 243 ermittelten Wert $\frac{\pi}{2}$ einführen, so erhalten wir die mittlere Leistung P zu:

$$P = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Führen wir statt der Höchstwerte die Effektivwerte ein, so erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (41)$$

Die wirkliche Leistung wird unmittelbar durch ein Wattmeter angegeben.

Setzen wir in der drittletzten Gleichung $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$ und $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sin(2\alpha)}{2}$, so erkennen wir, daß die Kurve der Leistung eine Sinuskurve der doppelten Periodenzahl ist. Diese Kurve ist in Fig. 210 strichpunktiert. Ihre Symmetrielinie liegt um den Betrag der mittleren Leistung oberhalb der Abszissenachse.

Das Gesetz, daß das Produkt aus Spannung und Stromstärke die Leistung ergibt, gilt nach Gleichung (41) nicht mehr für die Effektivwerte. Vielmehr haben wir bei Phasenverschiebung die scheinbare Leistung $E \cdot I$ noch mit dem Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zu multiplizieren. Man nennt daher den Wert $\cos \varphi$ auch den Leistungsfaktor. Eine solche Bezeichnung ist um so mehr angebracht, als die Kurven in der Praxis keine reinen Sinuskurven sind und dadurch die Größe $\cos \varphi$ ihre eigentliche Bedeutung verliert. Der Leistungsfaktor ist dann allgemein bestimmt als das Verhältnis der mit dem Wattmeter gemessenen wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung:

$$\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot I}.$$

In dem Beispiel des Abschnitts 76 war z. B. die Klemmenspannung der Maschine $e = 2000$ Volt und die Stromstärke $I = 50$ Ampere. Die scheinbare Leistung ist in diesem Falle $2000 \cdot 50 = 100\,000$ Watt. Dagegen ist wegen des gegebenen Leistungsfaktors $\cos \varphi = 0,8$ die wirkliche Leistung nur

$$P = e \cdot I \cdot \cos \varphi = 100\,000 \cdot 0,8 = 80\,000 \text{ Watt.}$$

Nun verringert sich die vom Antriebsmotor auf die Dynamomaschine übertragene Leistung in dem gleichen Maße wie die wirkliche Leistung, und die Verkleinerung der Leistung ist daher kein unmittelbarer Verlust. Dennoch aber ist die Phasenverschiebung von nachteiligem Einfluß. Die Leistung von 80 000 Watt wird im obigen Falle nur durch eine unverhältnismäßig hohe Klemmenspannung erreicht, die neben dem Ohmschen Widerstand noch den induktiven Widerstand überwinden muß. Die Maschine muß also für die hohe Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Das wird besonders deutlich, wenn wir zur Berechnung der Leistung auf die für Gleichstrom und Wechselstrom gleichmäßig geltende Gleichung:

$$P = I^2 \cdot R$$

zurückgehen. Setzen wir statt $I \cdot R$ nach Fig. 201 das Produkt $e \cdot \cos \varphi$ ein, so erhalten wir:

$$P = e \cdot \cos \varphi \cdot I.$$

Die Gleichung zeigt in dieser Form deutlich, daß zur Berechnung der Leistung von der ganzen Spannung nur die Komponente $e \cdot \cos \varphi$ in Betracht kommt, die mit der Stromstärke gleiche Phase hat.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und in der Gleichung $P = e \cdot I \cdot \cos \varphi$ das Produkt $I \cdot \cos \varphi$ zusammenfassen. Aus Fig. 211 ergibt sich, daß $I \cdot \cos \varphi$ die Projektion OC des Vektors I auf den Vektor e ist. Wir haben also, um die Leistung zu erhalten, die Spannung mit der Komponente des Stromes zu multiplizieren, die mit der Spannung gleiche Phase hat.

Man nennt diese Komponente $I \cdot \cos \varphi$, die in Fig. 211 durch den Vektor OC gegeben ist, die Wattkomponente des Stromes oder den Wattstrom, während die dazu senkrechte Komponente OD der wattlose Strom genannt wird. Gerade weil man gewohnt ist, in den Zentralen mit einer konstanten Netzspannung zu rechnen, erweist sich die Trennung des Stromes in seine Komponenten oft als bequem, obgleich die Trennung der Spannung in zwei Komponenten vom physikalischen Standpunkt aus sachgemäßer sein dürfte.

Wir sahen nun oben den Einfluß der Phasenverschiebung darin, daß bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäßig groß sein muß.

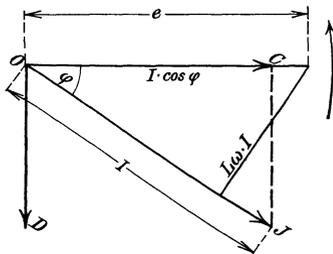


Fig. 211.
Zerlegung des Stromes in eine Wattkomponente und wattlose Komponente.

Jetzt werden wir dagegen sagen, daß bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unverhältnismäßig groß ist, da zur Berechnung der Leistung nur die eine Komponente des Stromes in Frage kommt. Die vermehrte Stromstärke erfordert natürlich bei Generatoren, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder es wird bei gegebenem Kupferquerschnitt der Verlust durch Joulesche Wärme

unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung tunlichst zu vermeiden, indem man die Selbstinduktion in Generatoren, Motoren und Apparaten möglichst gering macht.

Wie man sieht, müssen die Maschinen bei Wechselstrom für die scheinbaren Leistungen, d. h. für Spannung und Stromstärke, und nicht für die wirkliche Leistung bemessen sein. Ihre Leistung wird daher nicht in Kilowatt, sondern in Kilo-Voltampere (KVA) angegeben.

Besonders deutlich wird der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen veränderlichen Ohmschen Widerstand hintereinander an eine konstante Klemmenspannung legt (Fig. 212). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch ein Wattmeter gemessen. Steht der Hebel des gezeichneten Widerstandes nach rechts, und ist infolgedessen der eingeschaltete Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke und die Leistung wird, wie man erwartet, größer. Schließlich aber wird ein Punkt erreicht,

wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Wattmeters wieder heruntergeht. Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber der Ausschlag des Wattmeters geht fast auf Null zurück.

Dies erklärt sich einfach daraus, daß bei sehr kleinem Ohmschen Widerstand die Selbstinduktion eine starke Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung verursacht, so daß das Produkt $e \cdot I \cdot \cos \varphi$ sehr gering wird.

Wir können das auch aus dem Flächeninhalt des Dreiecks in Fig. 201 folgern. Dieser Flächeninhalt wird bei konstanter Hypotenuse e am größten, wenn die beiden Katheten gleich groß sind, d. h. wenn R gleich $L\omega$ wird. Nun ist die Fläche gleich $\frac{1}{2} I \cdot R \cdot L\omega I$, also bei konstantem Wert von $L\omega$ proportional der Leistung $I^2 R$. Die Leistung wird also ebenfalls am größten für R gleich $L\omega$, d. h. bei einer Phasenverschiebung von 45° .

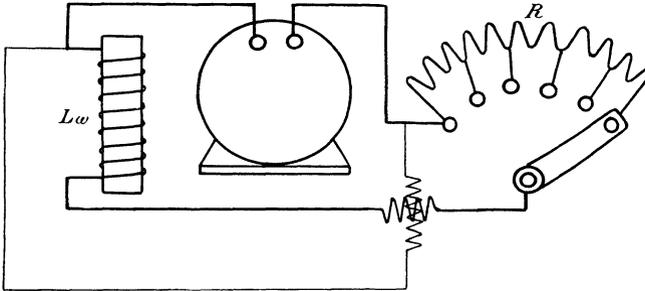


Fig. 212. Induktiver Widerstand und veränderlicher Ohmscher Widerstand in Reihe.

Um die Tatsache, daß bei starker Phasenverschiebung die Leistung gering wird, deutlich zu machen, zeichnen wir die Sinuskurven für einen Stromkreis, der viel Selbstinduktion und wenig Ohmschen Widerstand enthält (Fig. 213). Die Kurve der Ohmschen Spannung verläuft dann derartig flach, daß ihre Ordinaten bei Zusammensetzung der Spannungen kaum in Betracht kommen. Die Klemmenspannung hat also jetzt eigentlich nur die Aufgabe, die entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Infolgedessen ist die Kurve e der Klemmenspannung fast um 180° gegen die Kurve E_s der Selbstinduktion und um fast 90° gegen die Kurve der Stromstärke verschoben. Wenn wir jetzt die Produkte aus den Augenblickswerten der Spannung und der Stromstärke bilden, so sind diese im Zeitraum von O bis A positiv und von A bis B negativ. Da beide Zeiträume fast gleichwertig sind, so ist die Gesamtleistung fast Null. Sie würde vollständig gleich Null werden, wenn der Stromzweig ganz widerstandslos wäre und die Umagnetisierung des Eisens keine Arbeit erforderte. Selbstinduktionspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennens-

werten unmittelbaren Effektverlust abzdrosseln. Man verwendet sie daher vielfach, anstatt Ohmscher Widerstände, als Beruhigungswiderstände für Bogenlampen (Drosselspulen).

Vorteilhaft ist die Verwendung von Drosselspulen beim Betrieb hintereinander geschalteter Glühlampen, wenn man verhindern will, daß beim Durchbrennen einer Lampe der ganze Stromkreis unterbrochen wird.

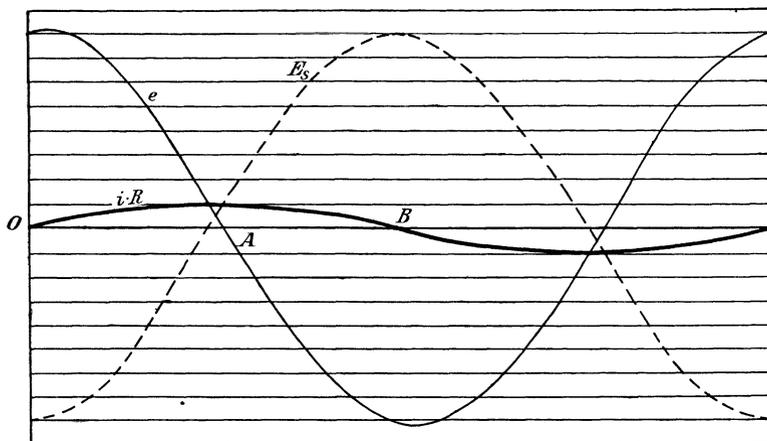


Fig. 213. Große Selbstinduktion und geringer Widerstand in Reihe.

Eine selbsttätige Kurzschlußvorrichtung würde in diesem Falle zu einer Erhöhung der Stromstärke im ganzen Kreise führen, was für die übrigen Lampen schädlich wäre. Schaltet man aber eine Drosselspule parallel zu jeder Glühlampe, so fließt nach Erlöschen der Lampe der ganze Strom

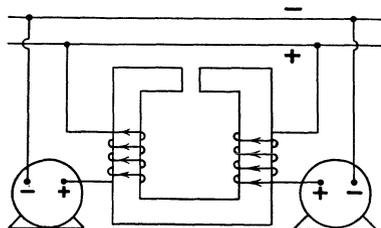


Fig. 214.

Dämpfungsdrosselspulen nach Swinburne.

durch die Drosselspule und die übrigen Lampen brennen ungestört weiter. Allerdings wird der Widerstand des ganzen Kreises durch das Erlöschen einer Lampe etwas größer und die Stromstärke etwas geringer. Aber das macht bei der großen Zahl der hintereinander geschalteten Lampen sehr wenig aus.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie wir in Abschnitt 32 sahen, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Möglichkeit besteht, daß starke Ströme zwischen parallelgeschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vergl.

Abschnitt 105). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Generator und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der Effektverlust in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast 90° hinter der Klemmenspannung der Drosselspule zurückbleibt. Man hat allerdings mit einem Spannungsverlust in den Drosselspulen zu rechnen, aber dieser Nachteil wird durch den Vorteil des ruhigen Parallelarbeitens aufgehoben.

Bei einer von Swinburne angegebenen Anordnung (Fig. 214) läßt sich ein Spannungsverlust in den Drosselspulen bei normalem Arbeiten der Maschinen überhaupt verhindern. Die von den beiden Generatoren ins Netz gelieferten Ströme umfließen den Kern der Drosselspule derartig, daß ihre magnetischen Wirkungen sich aufheben. Bei Gleichheit beider Ströme wird also keine magnetisierende Kraft ausgeübt. Wenn jedoch zwischen beiden Maschinen Ausgleichströme hin und her fließen, so addieren sich die magnetischen Wirkungen, die sie auf die Drosselspule ausüben. Diese kommt daher zur Wirksamkeit und hindert das Anwachsen der Ausgleichströme.

79. Die Kapazitätsspannung.

Ein Kondensator besteht aus zwei Metallplatten, die durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Verbindet man die beiden Platten mit den Klemmen einer Gleichstromquelle, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Diese Anschauung, die man von der Elektrostatik her gewohnt ist, scheint zu der von Maxwell eingeführten Annahme, wonach nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird, nicht zu passen. Wir können aber beide Anschauungen in Übereinstimmung bringen, indem wir annehmen, daß die Ladung der negativen Platte nicht durch Hinzufließen von negativer Elektrizität, sondern durch Wegfließen von positiver Elektrizität zustande kommt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, der von der positiven Klemme der Maschine zum Kondensator fließt und von der negativen Klemme des Kondensators zur Maschine zurückfließt. Dieser Strom dauert so lange, bis der Kondensator geladen ist, d. h. bis die Gegenspannung E_c der auf den Kondensator gedrückten Elektrizitätsmenge gleich der an den Kondensator gelegten Spannung ist. Man sagt deswegen auch: der Kondensator wird durch eine bestimmte Elektrizitätsmenge zu einer (Gegen-) Spannung E_c geladen.

Der Einfluß der Kapazität in Wechselstromkreisen ist deswegen von besonderem Interesse, weil jedes konzentrische Kabel, in geringem Maße auch jede Oberleitung, sich wie ein Kondensator verhält.

Um die Verhältnisse bei der Ladung möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir zunächst an, daß die Leitung weder Ohmschen Widerstand noch Selbstinduktion besitzt. Der Augenblickswert der Maschinen-spannung ist:

$$e = e_{\max} \cdot \sin \alpha = e_{\max} \cdot \sin (\omega t).$$

Die Maschinenspannung wachse nun in der Zeit dt um den Betrag de . Dieser ergibt sich durch Differentiation zu:

$$de = e_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega \cdot dt.$$

Die dabei auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge dQ ist nach S. 113 proportional der Spannungszunahme de und proportional der Kapazität des Kondensators. Dabei ist die Kapazität C in dem für Volt und Ampere passenden Maß, also in Farad einzusetzen. Wir erhalten also:

$$dQ = C \cdot de = C \cdot e_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha \cdot dt.$$

Nun ist der Quotient $dQ : dt$ die in der Zeiteinheit auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge oder die Stärke i des Kapazitätsstromes. Wir erhalten also den Augenblickswert des Stromes zu:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \omega \cdot e_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die Stromstärke ist demnach eine Kosinusfunktion des Winkels α , wobei α der Winkel ist, den der Vektor der Maschinenspannung mit der Nullage bildet. Für $\alpha = 0$ wird $\cos \alpha = 1$, und die Stromstärke hat ihren höchsten Wert:

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot e_{max}.$$

Führen wir auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein, so erhalten wir den Effektivwert des Kapazitätsstromes zu:

$$I = C \cdot \omega \cdot e.$$

Da die Maschinenspannung in unserem Falle unmittelbar am Kondensator liegt und der Druck der Maschinenspannung und der Gegendruck des Kondensators sich in jedem Augenblicke das Gleichgewicht halten, so ist die elektromotorische Gegenkraft E_c des Kondensators entgegengesetzt gleich der Maschinenspannung e , und wir erhalten aus der obigen Gleichung:

$$E_c = \frac{I}{C \cdot \omega}. \quad (42)$$

Jetzt ist also in dem Stromkreise nicht nur die Maschinenspannung, sondern noch eine von der Maschinenspannung zu überwindende elektromotorische Gegenkraft vorhanden. Wir haben im folgenden ihre Phase zu bestimmen.

In Fig. 215 stellt die schwach ausgezogene Kurve den zeitlichen Verlauf der Maschinenspannung dar, wobei als Abszisse der Bogen aufgetragen ist, um den der Vektor der Maschinenspannung von der Nulllage aus fortgeschritten ist. Unter der obigen Annahme, daß der Stromkreis keine Selbstinduktion und keinen Widerstand besitzt, ergab sich, daß die Stromstärke proportional dem Kosinus des Winkels α ist. Sie wird also ein positives Maximum für $\alpha = 0$ und gleich Null für $\alpha = 90^\circ$. Wir erhalten so die stark ausgezogene Kurve I des Kapazitätsstromes. Aus der Überlegung, daß die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators

sators der Klemmenspannung genau entgegengesetzt ist, ergibt sich dann weiter die gestrichelt gezeichnete Kurve E_c . Diese eilt der Kurve der Stromstärke um 90° voraus.

Wir können die obigen Ergebnisse durch Betrachtung der am meisten charakteristischen Zeitpunkte wieder anschaulich machen. Im Punkte O schneidet die Kurve der Klemmenspannung die Abszissenachse und ist am steilsten. Sie ändert sich daher in diesem Augenblick in der Zeiteinheit am meisten, und die Elektrizitätsmenge, die sie in der Zeiteinheit auf den Kondensator drückt, ist am größten. Die Stromstärke hat also ihren höchsten Wert. Solange nun die Klemmenspannung anwächst, also über den Zeitraum OA , hat der Strom gleiche Richtung mit der Spannung, und die Ordinaten sind beide positiv.

Wenn die Maschinenspannung dann im Zeitpunkte A ihren größten Wert erreicht, so ändert sie sich für eine kleine Zeit gar nicht, und die Stromstärke ist deshalb in diesem Augenblick gleich Null.

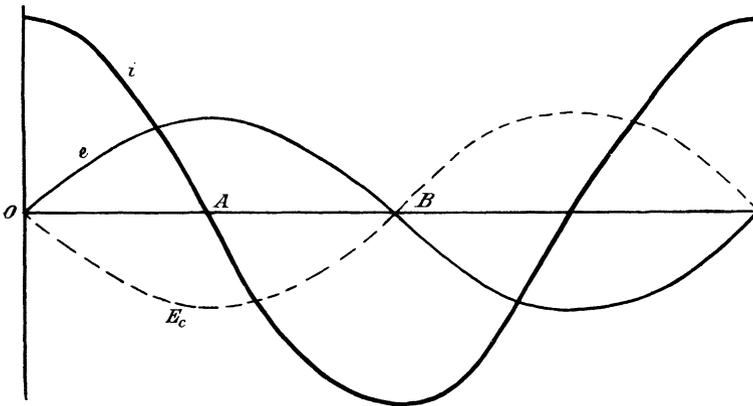


Fig. 215. Zeitlicher Verlauf des Kapazitätsstromes.

Wenn dann weiter die Maschinenspannung abnimmt, so überwiegt der Gegendruck des jetzt voll geladenen Kondensators und sendet einen Strom in die Maschine zurück, dessen Richtung der Klemmenspannung entgegengesetzt ist. Im Zeitraum von A bis B sind also die Ordinaten der Stromstärke den Ordinaten der Spannung entgegengesetzt. Die Betrachtung der Kurven ergibt, daß die Stromstärke der ladenden Spannung um 90° vorseilt, und daß die Gegenspannung E_c des Kondensators um 90° vor dem Strome vorseilt.

80. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung.

Wir haben bisher angenommen, daß zwischen Maschine und Kondensator kein Ohmscher Widerstand liegt, daß also die Maschinenspannung gleich der Klemmenspannung des Kondensators ist. Liegt

jedoch zwischen Maschine und Kondensator der Widerstand R , so hat die Maschinenspannung e sowohl den Ohmschen Spannungsverbrauch $I \cdot R$ zu decken, als auch die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators zu überwinden. Wir zeichnen also in Fig. 216 zunächst die stark ausgezogene Kurve der Ohmschen Spannung $I \cdot R$ und die um 90° voraufeilende Kurve der Gegenspannung E_c .

Dann ergibt sich:

Im Zeitpunkt O ist die Gegenspannung E_c gleich Null. Die Maschinenspannung e hat also nur die Ohmsche Spannung zu liefern; ihr Augenblickswert ist also FO .

Im Zeitpunkt A hat die Klemmenspannung eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern und außerdem noch eine entgegengesetzte Gegen-

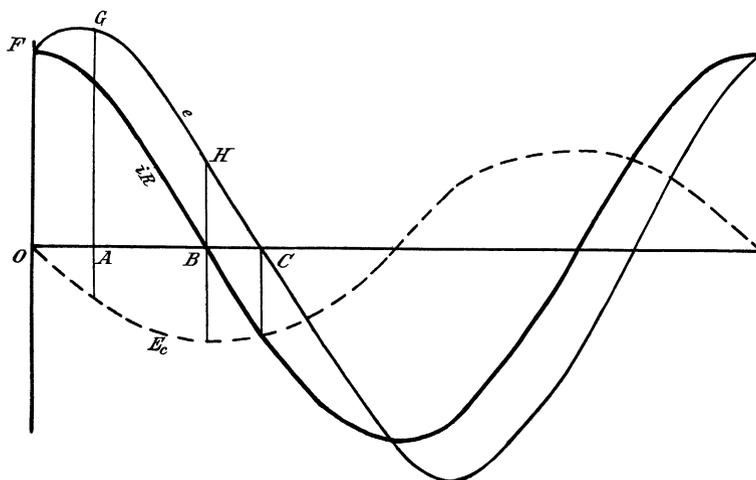


Fig. 216. Zeitlicher Verlauf der Ohmschen Spannung, Kapazitätsspannung und Klemmenspannung.

spannung zu überwinden. Daraus ergibt sich der Augenblickswert GA der Klemmenspannung.

Im Zeitpunkt B ist die Ohmsche Spannung Null, und die Klemmenspannung HB hat nur die gleich große und entgegengesetzte Gegenspannung zu überwinden.

Endlich ist im Zeitpunkt C die Ohmsche Spannung gleich der vom Kondensator gelieferten Spannung, die Klemmenspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null.

Wenn man auf diese Weise die Kurve e zeichnet, so ergibt sich, daß die Kurve des Stromes der Kurve der Spannung voraufeilt. Der Phasenverschiebungswinkel entspricht in Fig. 216 dem Betrage BC . Die Kapazität hat also die entgegengesetzte Wirkung wie die Selbstinduktion, indem sie ein Vorauseilen des Stromes vor der Klemmenspannung oder eine negative Phasenverschiebung bewirkt.

81. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem Ohmscher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität hintereinander geschaltet sind. In Fig. 217 passiere der Vektor OB der Ohmschen Spannung $I \cdot R$ gerade die Nullage. Dann bleibt der Vektor E_s der Selbstinduktion um 90° hinter dem Strome zurück, fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieser Vektor wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente $L \omega \cdot I$ der Klemmenspannung. Aus den Vektoren $I \cdot R$ und $L \omega \cdot I$ ergibt sich eine Resultierende OA . Zugleich ist aber im Stromkreise noch die Spannung E_c wirksam, die dem Strome um 90° vorauffeilt, deren Vektor also in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt. Diese Spannung E_c muß nach S. 274 durch eine entgegengesetzte Komponente $\frac{I}{C \omega}$ der Klemmenspannung aufgehoben werden. Aus dem Vektor OA und dem Vektor $\frac{I}{C \omega}$ ergibt sich dann die Resultierende OC als der gesuchte Wert der Klemmenspannung e . Diese ist unter Umständen kleiner als die Einzelwerte des Spannungsverbrauchs, der durch Selbstinduktion und Kapazität veranlaßt wird.

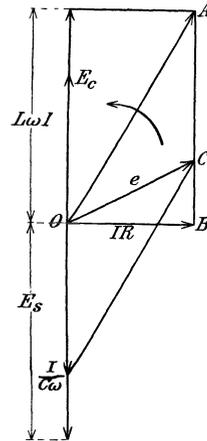


Fig. 217. Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe.

Das Diagramm in Fig. 217 setzt uns nun in den Stand, die Stromstärke zu berechnen, wenn die Klemmenspannung, der Ohmsche Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität gegeben sind. Est ist nämlich:

$$BC = L \omega \cdot I - \frac{I}{C \omega}.$$

Demnach ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck OBC :

$$e^2 = (I \cdot R)^2 + \left(L \omega \cdot I - \frac{I}{C \omega} \right)^2,$$

oder wenn wir für I auflösen:

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2}}. \quad (43)$$

Diese Gleichung heißt das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Der Nenner wird der scheinbare Widerstand des ganzen Kreises genannt. Er ist dargestellt als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete der Ohmsche Widerstand und dessen andere Kathete die Differenz $L \omega - \frac{1}{C \omega}$ ist. Dabei muß wieder darauf hingewiesen werden, daß die Kapazität in Farad einzusetzen ist. Man hat die Anzahl der Mikrofarad mit 10^{-6} zu multiplizieren, um die Anzahl der Farad zu erhalten.

Es ist nun bedeutungsvoll, daß der Wert von ω in der Klammergröße der Gleichung (43) einmal im Zähler und einmal im Nenner steht. Es muß also eine Periodenzahl geben, für welche diese Differenz gleich Null wird.

Wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung:

$$L \omega - \frac{1}{C \omega} = 0,$$

oder wenn wir für ω auflösen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}.$$

Die Periodenzahl, bei der die Differenz verschwindet, ergibt sich also zu:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}.$$

Für diesen Wert wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten:

$$I = \frac{e}{R}.$$

Die Stromstärke ist in diesem Falle gerade so groß, wie wenn wir ohne Selbstinduktion und Kapazität unmittelbar den Widerstand R an die Spannung e legen.

Es sei z. B. die elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine $E = 10000$ Volt, ihre Induktivität $L = 0,4$ Henry, die Kapazität eines Kabels $C = 2,5$ Mikrofarad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung zusammen 5 Ohm.

Die Periodenzahl ν sei zunächst die gewöhnliche, nämlich gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der gewöhnlichen Periodenzahl $\nu = 50$ nach Gleichung (43) einen Kapazitätsstrom:

$$I = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + \left(0,4 \cdot 6,28 \cdot 50 - \frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28}\right)^2}} = 8,7 \text{ Ampere.}$$

Dies ist die Stromstärke, die in unserem Falle in das offene Kabel fließt. Die Phasenverschiebung ist dabei fast 90° , der Wert $\cos \varphi$ fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Periodenzahl die Stromstärke bei den oben gegebenen Werten der elektromotorischen Kraft, der Induktivität und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht. Diese gefährliche Periodenzahl ergibt sich aus der obigen Gleichung für ν zu:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Periodenzahl wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten, obgleich das Kabel offen ist, eine Stromstärke:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den außerordentlichen Wert:

$$\frac{I}{C\omega} = L\omega \cdot I = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt!!}$$

Natürlich hält der Kupferquerschnitt die hohe Stromstärke und die Isolation die hohe Spannung nicht aus. Man nennt den bei der gefährlichen Periodenzahl eintretenden Zustand die *Resonanz*. Er erklärt sich daraus, daß in jedem Augenblick die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ausreicht, um die hohe Kapazitätsspannung zu erzeugen, und umgekehrt, so daß die Klemmenspannung der Maschine nur dazu dient, den Schwingungskreis anzuregen. Das Bemerkenswerte ist dabei, daß trotz des offenen Kabels eine so außerordentlich große Stromstärke auftritt, und daß trotz normal erregter Maschine die Spannung einen so hohen Wert annimmt. Dabei ist aber zu beachten, daß der obige Wert $L = 0,4$ verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist der Wert von L kleiner, wie das bei Maschinen für große Leistungen der Fall ist, so liegt die gefährliche Periodenzahl weit höher als bei 160.

82. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

In Fig. 218 ist der Fall gezeichnet, in welchem zwei Stromzweige parallel geschaltet sind, von denen der eine Ohmsche Widerstand und Selbstinduktion, der andere Ohmschen Widerstand und Kapazität enthält. Die Klemmenspannung e ist beiden Zweigen gemeinsam. Ihr Vektor bildet die Hypotenuse einerseits für die Katheten $I_1 \cdot R_1$ und $L\omega \cdot I_1$, anderseits für die Katheten $I_2 \cdot R_2$ und $\frac{I_2}{C \cdot \omega}$ (Fig. 219). Dabei bleibt der Strom I_1 hinter der Klemmenspannung e um den Winkel φ_1 zurück, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1}.$$

Dagegen eilt die Stromstärke I_2 der Klemmenspannung um den Winkel φ_2 voraus, und zwar ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{I_2/C\omega}{I_2 \cdot R_2} = \frac{1/C\omega}{R_2}.$$

Wir schlagen nun über dem Vektor $e = OG$ als Durchmesser einen Kreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dann stellt OA den Ohmschen Spannungsverlust und AG den induktiven Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir ziehen nun ferner den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den

Winkel φ_2 bildet. Dann stellt OB den Ohmschen Spannungsverlust und BG die Komponente der Klemmenspannung dar, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators in dem zweiten Zweige das Gleichgewicht hält. Dabei liegen die Winkel φ_1 und φ_2 auf verschiedenen Seiten des Durchmessers. Wir dividieren nun die Sehne OA durch den Widerstand R_1 und erhalten:

$$I_1 = \frac{OA}{R_1} = OC.$$

Ebenso erhalten wir den Strom I_2 , wenn wir die Spannung OB durch den Widerstand R_2 dividieren:

$$I_2 = \frac{OB}{R_2} = OD.$$

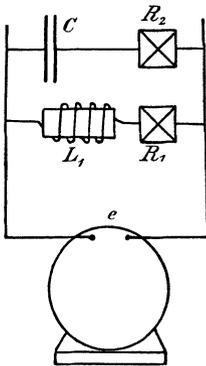


Fig. 218.

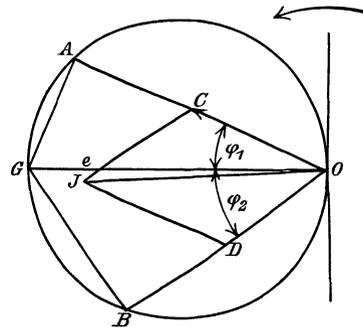


Fig. 219.

Selbstinduktion und Kapazität parallel.

Aus den Komponenten $I_1 = OC$ und $I_2 = OD$ ergibt sich dann die Resultierende OJ nach dem Parallelogramm der Kräfte. Diese stellt den Gesamtstrom I nach Stärke und Phase dar. Es ist bemerkenswert, daß der Vektor dieses Gesamtstromes um einen sehr kleinen Winkel gegen die Klemmenspannung verschoben ist. Durch geeignete Wahl der Kapazität läßt sich also die Phasenverschiebung im Netzleiter und in der Maschine zu Null machen. Leider muß man aber wegen der geringen Haltbarkeit der Kondensatoren darauf verzichten, sie zum Ausgleich der durch die Selbstinduktion verursachten Phasenverschiebung zu verwenden. Es wird sich jedoch im Abschnitt 109 ergeben, daß ein übererregter Synchronmotor, dessen elektromotorische Gegenkraft scheinbar größer als die Netzspannung ist, ebenfalls eine negative Phasenverschiebung veranlaßt. Man hat daher derartige Motoren, die an das der Stromquelle entgegengesetzte Ende der Leitung geschaltet werden, mit Vorteil verwendet, um die Phasenverschiebung im Hauptleiter auf Null zu bringen. Auch jedes Kabel, das parallel zu einem Verbrauchskörper abzweigt, wirkt wie eine Kapazität, beeinflusst also die Phasenverschiebung in günstigem Sinne.

Elftes Kapitel.

83. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator. — 84. Der Magnetisierungsstrom. — 85. Der Hysteresisstrom. — 86. Der Transformator bei induktionsloser Belastung. — 87. Der Transformator bei induktiver Belastung. — 88. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung. — 89. Einschaltvorgang bei Transformatoren.

83. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator.

Transformatoren dienen zur Umformung von hoher Spannung auf niedrigere Spannung oder umgekehrt, zuweilen auch zur Umformung des Stromes. Sie enthalten zwei voneinander isolierte, auf einen Eisenkern

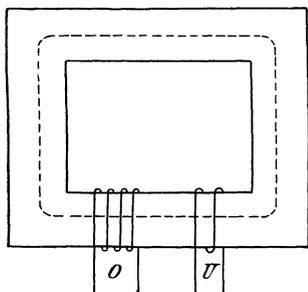


Fig. 220. Transformator, Kerntype.

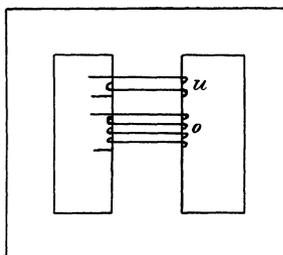


Fig. 221. Transformator, Manteltype.

gewickelte Spulen (Fig. 220 und 221), von denen die eine, die primäre, von Wechselstrom gespeist wird, während aus der anderen, der sekundären, Wechselstrom entnommen wird. Die Spule mit der größeren Windungszahl wird als die Oberspannungsspule (O), die andere als die Unterspannungsspule (U) bezeichnet.

Der Eisenkörper wird zur Verringerung der Wirbelstromverluste aus Blechen zusammengesetzt. Meist werden Bleche verwendet, die mit Silicium legiert sind und eine besonders geringe Verlustziffer aufweisen (vergl. S. 96). Der Eisenkörper wird entweder nach der Kerntype (Fig. 220) oder nach der Manteltype (Fig. 221) ausgeführt.

Die Wicklungen liegen entweder, wie bei der Röhrenwicklung, übereinander oder, wie bei der Scheibenwicklung, nebeneinander.

Bei der Röhrenwicklung (vergl. Abschnitt 88) liegt die Unterspannungsspule, die sich leichter gegen Eisen isolieren läßt, unten und die Oberspannungsspule konzentrisch darüber. Die Oberspannungsspule besteht aus einer Reihe von Einzelspulen, da bei zu großer Spulenlänge

die Spannung zwischen zwei übereinander liegenden Windungen das zulässige Maß überschreiten würde.

Bei der Scheibenwicklung (vergl. Abschnitt 88) bestehen beide Spulen aus einer größeren Anzahl Scheiben. Die Scheiben der Oberspannungs- und Unterspannungswicklung werden abwechselnd aufeinander geschichtet. Mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen werden die äußeren Scheiben durch Unterspannungsscheiben gebildet. Diese äußersten Scheiben enthalten zur Verringerung der magnetischen Streuung halb so viele Windungen wie die übrigen Unterspannungsscheiben.

Kern und Wicklung liegen meist zum Zwecke der Kühlung und Isolierung unter Öl.

Wir betrachten im folgenden zunächst den Transformator bei Leerlauf, d. h. bei offener Sekundärwicklung. Dabei ist die Primärwicklung nichts anderes als eine Drosselspule, in deren Windungen die vom Wechselstrom erzeugten Kraftlinien eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induzieren. Man vermeidet dabei allerdings den Ausdruck Selbstinduktion und gebraucht dafür den Ausdruck „induzierte elektromotorische Kraft“ oder „elektromotorische Gegenkraft“. Ist N der Höchstwert der Kraftlinien, die die Fläche der Windungen durchsetzt, ν die Periodenzahl und ξ_1 die primäre Windungszahl, so ergibt sich die primäre elektromotorische Kraft nach Gleichung (37) auf S. 254 zu:

$$E_1 = 4,444 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi_1 \cdot 10^{-8}.$$

Die von außen an den Transformator gelegte primäre Klemmenspannung hat nun nach dem grundlegenden Diagramm auf S. 260 die doppelte Aufgabe, die elektromotorische Gegenkraft E_1 zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern. Da dieser beim Transformator wegen des geringen Kupferwiderstandes immer sehr klein ist, so ist die elektromotorische Kraft E_1 fast genau gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung e_1 . Sie läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Erzeugung des Kraftflusses erforderlich ist. Da nun schon ein schwacher Strom genügt, um in dem geschlossenen Eisenkern die erforderliche Kraftlinienzahl zu erzeugen, so ist der Leerstrom immer sehr gering.

Das schwingende Feld schneidet nun bei seinem Entstehen und Verschwinden nicht nur durch die primäre, sondern auch durch die sekundäre Wicklung hindurch und induziert auch in dieser eine elektromotorische Kraft. Diese hat gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft in der primären Spule. Ist ξ_2 die Windungszahl der sekundären Spule, so ergibt sich nach Gleichung (37) auf S. 254 die elektromotorische Kraft in der Sekundärwicklung zu:

$$E_2 = 4,44 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi_2 \cdot 10^{-8}.$$

Die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen verhalten sich also wie die Windungszahlen.

Nun ist bei Leerlauf, also stromloser sekundärer Spule, die elektromotorische Kraft E_2 gleich der sekundären Klemmenspannung e_2 . Wir erhalten demnach unter Vernachlässigung des bei Leerlauf besonders geringen primären Ohmschen Spannungsverlustes:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}.$$

Die Klemmenspannungen verhalten sich also bei Leerlauf ebenfalls wie die Windungszahlen.

Dies Gesetz gilt unter der Voraussetzung, daß die beiden Wicklungen räumlich zueinander immer die gleiche Lage behalten. Ordnen wir jedoch, wie in Fig. 222, die Primärspule *I* auf dem inneren Umfang eines Eisenringes an und die Sekundärspule *II* auf dem Umfang einer im Innern des Ringes drehbar liegenden Trommel, so können wir das Übersetzungsverhältnis durch Verdrehen der Trommel beliebig ändern. Die Breite der Spulenseite der Sekundärwicklung ist in Fig. 222 gleich dem halben Umfang. Die Änderung des

Übersetzungsverhältnisses kommt durch Verschiebung der Achsen der beiden Wicklungen zustande. Die in der Sekundärwicklung induzierte elektromotorische Kraft ist am größten, wenn beide Achsen zusammenfallen, und gleich Null, wenn sie einen rechten Winkel miteinander bilden. Allgemein kommt nach Fig. 222 für die gegenseitige Induktion nur der Teil der Rotorwindungen in

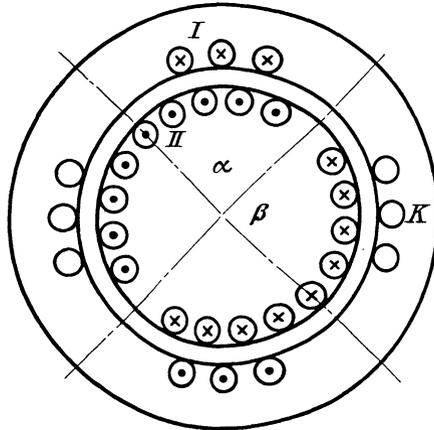


Fig. 222. Einphasiger Induktionsregler.

Frage, der auf dem Bogen α gegenüber der Spulenseite des Stators liegt. Die auf dem Bogen β liegenden Sekundärwindungen würden nur Streulinien erzeugen und dadurch eine große Selbstinduktion zur Folge haben, wenn sie nicht durch eine auf dem Stator liegende Kurzschlußwicklung *K*, die gegen die Primärwicklung um 90° versetzt ist, neutralisiert würden. Über die Wirkung einer solchen Kurzschlußwicklung siehe Abschnitt 88.

Bei Mehrphasen-Induktionsreglern entsteht, wie später im Abschnitt 110 ausgeführt wird, ein rotierendes Feld, das bei seiner Drehung durch die Wicklungen des Eisenringes und der Trommel hindurchschneidet. Dabei ist es in bezug auf die Größe der in der Trommel induzierten Kraft gleichgültig, welche Lage die Trommelwicklung gegenüber dem Eisenring hat. Wohl aber bewirkt eine Verdrehung der Trommel eine Änderung

in der Phase der elektromotorischen Kraft der Trommelwicklung. Die Apparate können auf diese Weise als Zusatztransformatoren in Unterwerken benutzt werden, um die Netzspannung konstant zu halten. Sie

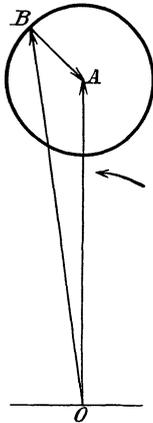


Fig. 223. Erniedrigung der Spannung OB .

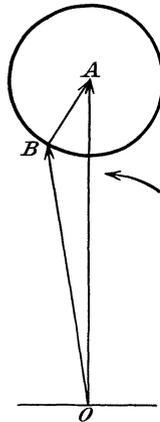


Fig. 224. Erhöhung der Spannung OB .

wirken in der Weise, daß die Spannung BA des Zusatztransformators die von der Zentrale gelieferte Spannung OB bald nach Fig. 223 mehr oder weniger schwächt oder sie nach Fig. 224 mehr oder weniger unterstützt und dadurch in beiden Fällen die konstante Netzspannung OA ergibt. Die

Oberspannungswicklung, die meist auf dem Rotor liegt, wird dabei nach Fig. 225 von der konstanten Spannung der Netzseite gespeist. Die Spannung der Unterspannungswicklung addiert sich geometrisch zu der

von der Zentrale gelieferten Spannung. Die Zusatzspannung ist in Fig. 224 dem Strome wesentlich gleichgerichtet, d. h. die in Fig. 225 stark gezeichnete Wicklung ist in diesem Falle die Sekundärwicklung. Sie ist aber die

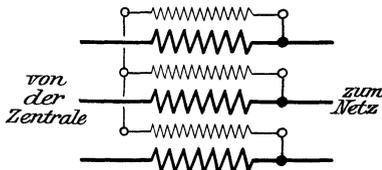


Fig. 225. Dreiphasiger Induktionsregler.

Primärwicklung, wenn ihre elektromotorische Kraft nach Fig. 223 dem Strome wesentlich entgegengesetzt ist. Zur Aufnahme des Drehmomentes zwischen Rotor und Stator müssen besondere Vorkehrungen getroffen werden.

84. Der Magnetisierungsstrom.

Da die primäre Wicklung des unbelasteten Transformators nichts anderes darstellt als eine Drosselspule, so ergibt sich der zur Magnetisierung erforderliche Strom nach Gleichung (38) auf S. 254 zu:

$$I_{\mu} = \frac{\mathfrak{B}_{\max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi_1 \cdot \mu}$$

Dabei ist \mathfrak{B}_{\max} die Kraftliniendichte in dem Augenblick, in welchem der von den Windungen umfaßte Kraftfluß seinen Höchstwert erreicht, l die Länge des Kraftlinienweges im Eisen und μ die Leitfähigkeit des Eisens. Der letztere Wert ändert sich allerdings genau genommen während einer Periode. Da jedoch die Transformatoren mit Rücksicht auf einen geringen Hysterisisverlust und einen kleinen Magnetisierungsstrom mit geringer Induktion arbeiten, also im ersten Teil der Magneti-

sierungskurve, so sind die Änderungen der Leitfähigkeit sehr gering, und wir können die Leitfähigkeit μ daher als konstant annehmen.

Da jedoch die Verhältnisse bei Gleichstrom und Wechselstrom in mancher Beziehung verschieden sind, so erscheint es bedenklich, den Wert von μ aus Magnetisierungskurven zu entnehmen, die nach der ballistischen Methode mit Gleichstrom aufgenommen sind. Man bestimmt vielmehr den Magnetisierungsstrom an einem mit der betreffenden Eisensorte gebauten Eisenpaket durch den Versuch. Aus Gleichung (37) auf S. 254 berechnet man dabei den Wert der größten Kraftlinienzahl N und durch Division mit dem Querschnitt des Eisens die größte Induktion \mathfrak{B}_{max} . Der gemessene Magnetisierungsstrom J_μ und die größte Induktion ergeben uns dann den Wert von μ nach der Gleichung:

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot J_\mu \cdot \xi_1}$$

Die Größe μ ist dabei allerdings eine reine Rechnungsgröße, der wegen der Veränderlichkeit der Leitfähigkeit im Laufe einer Periode eine physikalische Bedeutung streng genommen nicht zukommt.

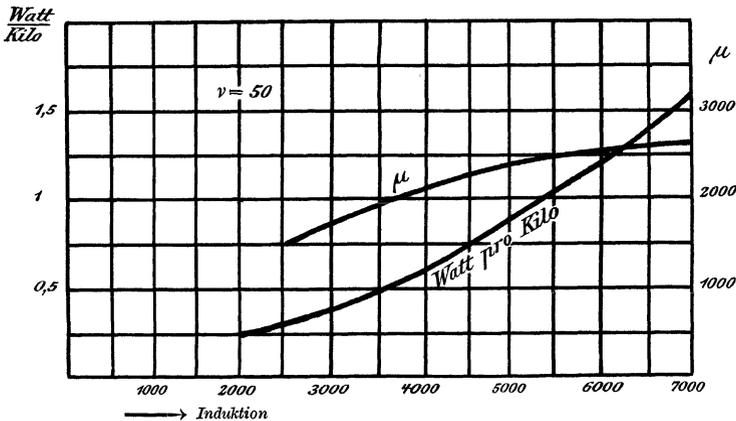


Fig. 226. Kurven der Leitfähigkeit und des Verlustes für Transformatoreisen.

Tragen wir als Abszisse die größte Induktion \mathfrak{B}_{max} und als Ordinate die Leitfähigkeit μ auf, so erhalten wir die Kurve μ in Fig. 226. Die Kurve ist aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen. Der Verlauf der Kurve ist insofern auffällig, als die Leitfähigkeit bei wachsender magnetischer Induktion zunimmt, während man aus dem gewöhnlichen Verlauf der Magnetisierungskurve das Gegenteil erwarten sollte. Man hat jedoch zu beachten, daß die Abnahme der Leitfähigkeit bei wachsender Induktion nur für den rechten Teil der Magnetisierungskurven gilt. Im linken Teil, d. h. bei der geringen Induktion, wie sie bei Transformatoren gewählt wird, ist jedoch die Magnetisierungskurve, wie Fig. 60 auf S. 76 zeigt, konvex gegen die Abszissenachse, d. h. man

erhält für eine Zunahme des magnetisierenden Stromes anfangs eine unverhältnismäßig große Zunahme der Induktion \mathfrak{B} . Die Leitfähigkeit des Eisens wächst also anfangs mit zunehmender Induktion. Bei starker Sättigung würde die Kurve der Leitfähigkeit μ mit zunehmender Induktion natürlich wieder fallen.

Wir gehen nun dazu über, die Phasen der Spannungen und des Leerstromes durch das Vektordiagramm festzustellen (Fig. 227). Wir legen dazu den Vektor des Stromes I_μ nach rechts in die Abszissenachse. Da die induzierten elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 nach S. 257 um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleiben, so fallen ihre Vektoren nach unten in die Ordinatenachse. Zugleich ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte sich wie die Windungszahlen verhalten:

$$E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}.$$

Der Vektor der primären elektromotorischen Kraft E_1 stellt uns also im passenden Maßstabe unmittelbar die sekundäre elektromotorische Kraft dar, wodurch das Diagramm außerordentlich vereinfacht wird. Sämtliche sekundäre Spannungen sind dabei durch die Multiplikation mit ξ_1/ξ_2 auf die primären Verhältnisse umgerechnet.

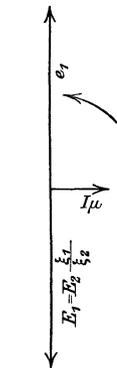


Fig. 227. Diagramm für Leerlauf eines verlustlosen Transformators.

Die primäre Klemmenspannung e_1 ist bei Leerlauf der elektromotorischen Gegenkraft E_1 genau gleich und entgegengesetzt, ihr Vektor fällt also in die positive Richtung der Ordinatenachse. Der Winkel zwischen der Klemmenspannung e_1 und der Stromstärke I_μ ist dann 90° , und die bei Leerlauf verbrauchte Leistung ist, abgesehen von dem zu vernachlässigenden Verlust durch Joulesche Wärme, gleich Null. Dabei haben wir allerdings stillschweigend die Voraussetzung gemacht, daß die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erfordert. Diese Voraussetzung trifft aber tatsächlich nicht zu. Wir gehen daher jetzt dazu über, den Verlust bei der Ummagnetisierung in Rechnung zu ziehen.

85. Der Hysteresisstrom.

Die Messung mit dem Wattmeter ergibt, daß auch bei Leerlauf ein Arbeitsverbrauch im Transformator stattfindet. Dieser ist auf die bei der Umkehrung der Eisenmoleküle verbrauchte Arbeit (Hysteresis), zum Teil auch auf Wirbelströme zurückzuführen. Der Leerlaufverlust spielt im praktischen Betriebe deswegen eine große Rolle, weil die Transformatoren meist Tag und Nacht dauernd eingeschaltet sind. Es kann vorkommen, daß die Leerlaufarbeit (in Kilowattstunden) 25 % und mehr von der ganzen elektrischen Energie, die in einer Anlage erzeugt wird, beträgt.

Im Zusammenhang damit, daß die Leistung bei Leerlauf nicht vollständig gleich Null ist, wird die primäre Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung nicht, wie oben angenommen wurde, gleich 90° , sondern geringer. Ist I_0 der Leerstrom, e_1 die primäre Klemmenspannung und P_h die bei Leerlauf verbrauchte Leistung, so ergibt sich der Leistungsfaktor bei Leerlauf aus der Gleichung:

$$\cos \varphi = \frac{P_h}{e_1 \cdot I_0}.$$

Legen wir in Fig. 228 den Vektor der Klemmenspannung e_1 in die positive Richtung der Ordinatenachse, so haben wir den Vektor des Leerstromes I_0 um den Winkel φ zurückbleibend aufzutragen. Zur Vervollständigung des Diagramms legen wir dann den Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 , der unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes, wie früher, der Klemmenspannung genau entgegengesetzt ist, in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dadurch ist zugleich über den Vektor des Kraftflusses entschieden, indem dieser nach S. 257 um 90° vor der induzierten elektromotorischen Kraft voraufteilt. Wir tragen also den Vektor \mathfrak{B} der tatsächlich vorhandenen Kraftliniendichte nach rechts in Richtung der Abszissenachse auf. Dadurch ergibt sich, daß die Induktion \mathfrak{B} um den Winkel β hinter dem Leerstrom I_0 zurückbleibt.

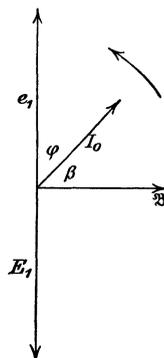


Fig. 228. Transformator-Diagramm bei Leerlauf mit Berücksichtigung des Eisenverlustes.

Um das noch deutlicher zu machen, zeichnen wir in Fig. 229 eine Hysteresisschleife, indem wir den Augenblickswert des Leerstromes als Abszisse und die Kraftliniendichte \mathfrak{B} als Ordinate auftragen. Nehmen wir an, daß die Klemmenspannung e_1 eine Sinusfunktion der Zeit ist, so ist auch die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion und die rechts gezeichnete Kurve der Kraftliniendichte, die um 90° gegen die Kurve der elektromotorischen Kraft verschoben ist, ist eine Kosinuslinie. Ihr Höchstwert ist gleich dem Höchstwert der Hysteresiskurve im linken Teil der Figur.

Wir suchen nun in der Kurve der Kraftliniendichte die Ordinate für den Zeitpunkt, in welchem die Stromstärke gleich Null ist. Diese Ordinate ist gleich der Kraftliniendichte OR des remanenten Magnetismus. Der zugehörige Zeitpunkt im rechten Teil der Figur ist mit O' bezeichnet.

Im Zeitpunkt A dagegen, in welchem die Kraftliniendichte gleich Null ist, entnehmen wir aus der Hysteresiskurve die zugehörige Abszisse OA , die dann im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen ist.

Im Zeitpunkte B ist nach dem rechten Teil der Figur die Kraftliniendichte gleich EB und der zugehörige Strom nach der Hysteresis-

kurve gleich OB . Dieser Wert wird wieder, im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen.

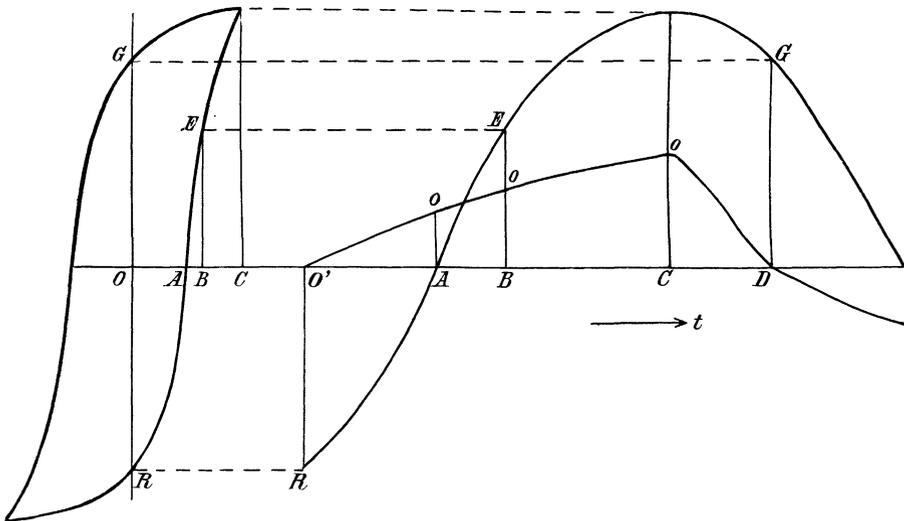


Fig. 229. Herleitung der Kurve des Leerstromes aus der Hysteresisschleife.

Im Zeitpunkt C erreichen die Kraftliniendichte und der Leerstrom gleichzeitig den Höchstwert. Um endlich den Zeitpunkt D zu ermitteln, in welchem die Stromkurve die Abszissenachse schneidet, suchen wir uns in der Sinuskurve die Ordinate GD , die gleich der Kraftliniendichte GO des remanenten Magnetismus ist usw.

Aus Fig. 229 geht deutlich hervor, daß Leerstrom und Kraftliniendichte ungleiche Phase haben, indem die Induktion um die Zeit $O'A$ hinter dem Leerstrom zurückbleibt. Zugleich aber sieht man, daß die Kurve des Stromes verzerrt ist. Um den Vektor des Leerstromes also ins Diagramm einführen zu können, müssen wir uns den tatsächlichen Strom durch einen sinusförmigen Strom I_0 von gleichem Effektivwert ersetzt denken.

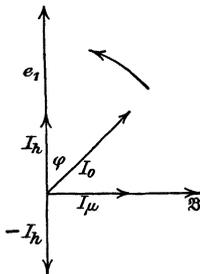


Fig. 230.
Zerlegung des Leerstromes eines Transformators.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, den Magnetisierungsstrom aus dem gemessenen Leerstrom unter Berücksichtigung des Leerlaufverlustes abzuleiten und zerlegen diesen Leerstrom I_0 nach Fig. 230 in den Hysteresisstrom $I_h = I_0 \cdot \cos \varphi$ in Phase mit der Klemmenspannung e_1 und den Magnetisierungsstrom $I_\mu = I_0 \cdot \sin \varphi$ in Phase mit der tatsächlichen Kraftliniendichte \mathfrak{B} . Dabei ergibt sich der Hysteresisstrom I_h , wenn P_h der Verlust durch Hysteresis ist, zu

$$I_h = I_0 \cdot \cos \varphi = \frac{P_h}{e_1}.$$

Dann ergibt sich weiter:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2}.$$

Die physikalische Bedeutung des Hysteresisstromes wird uns noch klarer, wenn wir den Vektor $-I_h$ in Fig. 230 nach untenhin auftragen. Dann ist der Magnetisierungsstrom I_μ die Resultierende aus dem ganzen Leerstrom I_0 und aus dem Strom $-I_h$. Wir können daher den Vektor $-I_h$ als die entmagnetisierende Wirkung der Hysteresis auffassen, während der Vektor I_μ die wirkliche magnetisierende Kraft darstellt. Diese magnetisierende Kraft I_μ würde zur Erzeugung des tatsächlichen Feldes genügen, wenn keine Hysteresis vorhanden wäre.

Wir gehen jetzt dazu über, die gewonnenen Ergebnisse dadurch deutlich zu machen, daß wir an einem ausgeführten Transformator die Leitfähigkeit des Eisens und den Wattverlust für ein Kilo Eisen ermitteln. Bei dem in Kapps elektromechanischen Konstruktionen beschriebenen 36 Kilowatt-Transformator ist z. B.

der Querschnitt des Eisens . . .	$Q = 900$ qcm,
die Länge des Kraftlinienweges	$l = 100$ cm,
die primäre Windungszahl . . .	$\xi_1 = 315$,
die Periodenzahl	$\nu = 50$,
die primäre Klemmenspannung .	$e_1 = 2000$ Volt,
der Leerstrom	$I_0 = 0,36$ Ampere,
der Effektverbrauch bei Leerlauf	$P_h = 400$ Watt,
das Eisengewicht	$= 765$ kg.

Wir erhalten dann:

$$I_h = \frac{P_h}{e_1} = \frac{400}{2000} = 0,2 \text{ Ampere,}$$

und den Magnetisierungsstrom i_μ zu:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2} = \sqrt{0,36^2 - 0,2^2} = 0,3 \text{ Ampere.}$$

Um daraus die Leitfähigkeit der betreffenden Eisensorte zu berechnen, brauchen wir den Höchstwert der Kraftliniendichte. Dazu setzen wir nach Gleichung (37) auf S. 254:

$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{N}{Q} = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \nu \cdot \xi_1 \cdot Q} = 3180.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir aus Gleichung (38) auf S. 254 die magnetische Leitfähigkeit μ zu:

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot I_\mu \cdot \xi_1} = \frac{3180 \cdot 100}{1,78 \cdot 0,3 \cdot 315} = 1900.$$

Gleichzeitig ergibt sich der Wattverlust für ein Kilogramm bei 50 Perioden zu:

$$\frac{\text{Watt}}{\text{kg}} = \frac{400}{765} = 0,52.$$

Auf die angegebene Weise sind die Kurven in Fig. 226 durch den Versuch bestimmt. Sie ergeben ähnliche Werte wie die oben berechneten. Wenn nun diese Kurven für Eisenverlust und Leitfähigkeit genau bekannt sind, so kann man bei Berechnung von Transformatoren den Wattverlust und den Leerstrom zuverlässig vorausbestimmen, da man dabei nur denselben Weg rückwärts geht, den man bei Untersuchung der Eisensorte eingeschlagen hat.

86. Der Transformator bei induktionsloser Belastung.

Auf Grund der bekannten Erscheinungen der Selbstinduktion bei einer Drosselspule bietet das in Abschnitt 83 dargestellte Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Nicht so einfach ist dagegen das Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators. Man begreift es nicht recht, daß sich die primäre Stromstärke selbsttätig nach der sekundären, willkürlich gewählten Stromstärke einstellt, und daß um so mehr Strom primär zufließt, je mehr Strom sekundär entnommen wird. Während bei Leerlauf eine große elektromotorische Gegenkraft das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, hört diese Wirkung der Selbstinduktion scheinbar auf, wenn sekundär Strom entnommen wird. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch die Zunahme des primären Stromes oder die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion eigentlich veranlaßt ist. Mit anderen Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden Wicklungen, die ja vollständig voneinander isoliert sind.

Nun ist es allerdings einfach genug; aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit den Zusammenhang zwischen dem primären und dem sekundären Strom zu folgern. Die primär zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der sekundären Nutzleistung und sämtlichen Verlusten sein. Wenn wir also mit R_1 den Widerstand der primären und mit R_2 den Widerstand der sekundären Spule bezeichnen und die Phasenverschiebung im primären Kreise wegen des geringen Betrages des wattlosen Stromes I_μ vernachlässigen, so erhalten wir für induktionslose Belastung die Gleichung:

$$e_1 \cdot I_1 = e_2 \cdot I_2 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + P_h.$$

Vernachlässigen wir die immer sehr geringen Verluste, so erhalten wir:

$$e_1 \cdot I_1 = e_2 \cdot I_2$$

oder

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}.$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Ogleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß die obige Ableitung die gesetzmäßige Beziehung zwischen dem primären und sekundären

Strome noch nicht vollständig genug erklärt. Dies gelingt erst, wenn wir nach dem Vorgang von Kapp die magnetischen Wirkungen des primären und sekundären Stromes ins Auge fassen und im Diagramm der magnetomotorischen Kräfte zur Darstellung bringen.

Der sekundäre Strom hat bei induktionsloser Belastung gleiche Phase mit der induzierten elektromotorischen Kraft, während der primäre Strom wesentlich gleiche Phase mit der primären Klemmenspannung hat, die der induzierten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daß beide Ströme eine Phasenverschiebung von fast 180° zueinander haben und sich in ihrer magnetisierenden Wirkung gegenseitig aufheben. Demnach ist die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion bei Belastung daraus zu erklären, daß die primäre Spule unter dem Einfluß der gegenseitigen Induktion der sekundären Spule steht. Der weitaus größte Teil der primären Amperewindungen wird dabei unmittelbar durch entgegenwirkende sekundäre Amperewindungen aufgehoben.

Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes die elektromotorische Gegenkraft genau gleich und entgegengesetzt der konstanten primären Klemmenspannung ist. Demnach ergibt sich die Kraftlinienzahl zu:

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \nu \cdot \xi_1}.$$

Da sämtliche Größen der rechten Seite konstant sind, so ist der Höchstwert der Kraftlinien immer ein und derselbe, gleichgültig, ob der Transformator leer läuft, oder ob er belastet ist. Wenn wir nun einen bisher leer laufenden Transformator belasten, so übt der sekundäre Strom eine stark entmagnetisierende Wirkung aus. Die Kraftlinien und die elektromotorische Gegenkraft werden dadurch für einen Augenblick verringert, und dadurch wird ein stärkeres Zufließen des primären Stromes ermöglicht. Dieser nimmt eine solche Stärke an, daß die entmagnetisierende Wirkung der sekundären Amperewindungen aufgehoben und das ursprüngliche Leerlauf Feld wieder hergestellt wird. Mit anderen Worten: Die primären Amperewindungen $I_1 \cdot \xi_1$ und die sekundären Amperewindungen $I_2 \cdot \xi_2$ üben zusammen dieselbe magnetische Wirkung aus, wie die Amperewindungen $I_0 \cdot \xi_1$ bei Leerlauf.

Ist nun der Leerstrom I_0 sehr klein gegenüber dem Betriebsstrom, so folgt unmittelbar $I_1 \cdot \xi_1 = I_2 \cdot \xi_2$, d. h. die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Windungen. Wir erhalten auf diese Weise dasselbe Ergebnis wie aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit.

Wir gehen nun dazu über, das Stromdiagramm eines induktionslos belasteten Transformators unter Berücksichtigung des Leerstromes, jedoch vorläufig unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes, zu zeichnen. Wir dividieren dazu sämtliche Amperewindungen durch die primäre Windungszahl ξ_1 . Dadurch erhalten wir das Diagramm der Ströme

(Fig. 231), worin der Vektor I_0 die Resultierende aus den Vektoren I_1 und $\frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$ ist.

Wir zeichnen nun zunächst das Stromdreieck OAB bei Leerlauf aus den Vektoren I_0 , I_h und I_μ . Fällt der Vektor I_μ in die Abszissenachse, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft

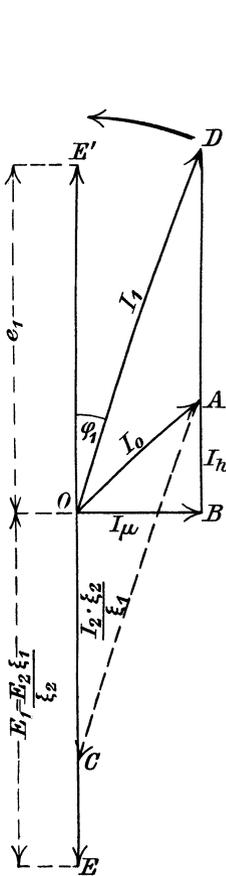


Fig. 231. Diagramm eines induktionslos belasteten, widerstandslosen Transformators.

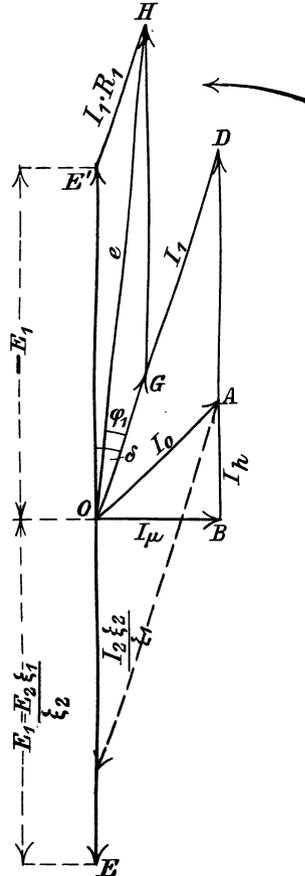


Fig. 232. Diagramm eines induktionslos belasteten Transformators mit Berücksichtigung des primären Widerstandes.

$E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ nach unten in die Ordinatenachse, da die induzierte elektromotorische Kraft um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleibt. In Fig. 231 ist also:

$$OE = E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

In dieselbe Richtung wie E_1 und E_2 fällt auch der Vektor des sekundären Stromes, weil bei induktionsloser Belastung Phasengleichheit

zwischen sekundärer Spannung und Stromstärke besteht. Die sekundäre Stromstärke wird, weil das Diagramm aus dem Amperewindungsdiagramm entstanden ist, in einem auf die primären Verhältnisse umgerechneten Maßstabe aufgetragen. Es ist also:

$$OC = \frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Die obige Überlegung, daß der Leerstrom I_0 die Resultierende aus dem Primärstrom und dem umgerechneten Sekundärstrom ist, ergibt dann den Primärstrom nach Größe und Phase. Wir erhalten also:

$$OD = I_1.$$

Dieser primäre Stromvektor bildet mit dem Vektor der primären Klemmenspannung den Winkel φ_1 . Dieser Winkel ist der Deutlichkeit wegen in Fig. 231 ziemlich groß gezeichnet. Er ist aber in Wirklichkeit sehr klein, so daß der Transformator sich bei induktionsloser sekundärer Belastung auch im primären Kreise fast wie ein induktionsloser Verbrauchskörper verhält.

Um nun noch den primären Spannungsverlust $I_1 \cdot R_1$ zu berücksichtigen, tragen wir in Richtung des primären Stromes den Vektor $I_1 \cdot R_1 = OG$ auf (Fig. 232). Ferner machen wir OE' gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft E_1 . Die Resultierende OH aus den Vektoren OG und OE' gibt uns dann die primäre Klemmenspannung e_1 nach Größe und Phase.

Eine Kontrolle des Diagrammes erhalten wir durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Die primär zugeführte Leistung ist, wenn $\delta - \varphi_1 = \alpha$ und $\cos \varphi_1 = \cos \delta \cdot \cos \alpha + \sin \delta \cdot \sin \alpha$ gesetzt wird:

$$P_1 = e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha + e_1 \cdot I_1 \cdot \sin \delta \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist, wenn wir die Vektoren e_1 und $I_1 R_1$ auf die Ordinatenachse projizieren:

$$e_1 \cdot \cos \alpha = I_1 \cdot R_1 \cdot \cos \delta + E_1,$$

$$e_1 \cdot \sin \alpha = I_1 \cdot R_1 \cdot \sin \delta.$$

Setzen wir beide Werte in die Gleichung für P_1 ein, so erhalten wir:

$$P_1 = E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \delta + I_1^2 \cdot R_1.$$

Führen wir nun für $I_1 \cdot \cos \delta$ den Wert $I_2 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} + I_h$ und für E_1 den Wert $E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ ein, so erhalten wir:

$$P_1 = E_2 \cdot I_2 + E_1 \cdot I_h + I_1^2 \cdot R_1.$$

Nun ist das Produkt $E_2 \cdot I_2$ die gesamte sekundäre Leistung innen und außen, das Produkt $I_1^2 \cdot R_1$ der Verlust durch Joulesche Wärme in der primären Spule und das Produkt $E_1 \cdot I_h$ der Verlust durch Hysterisis. Die aufgewendete Leistung ist also gleich der Summe aus der sekundären Leistung und den Verlusten.

Genau genommen wird die elektromotorische Gegenkraft durch den Ohmschen Verlust beeinflusst. Unter Voraussetzung konstanter Klemmenspannung e_1 ist daher die Kraftlinienzahl und der Magnetisierungsstrom bei Betrieb tatsächlich etwas kleiner als bei Leerlauf, und das Leerlaufdreieck kann nicht für alle Betriebsverhältnisse als konstant angenommen werden. Jedoch ist der Fehler, der durch die Annahme eines konstanten Leerstromes auftritt, innerhalb der praktischen Betriebsgrenzen verschwindend gering.

Wir gehen nun dazu über, den Wirkungsgrad bei induktionsloser Belastung zu bestimmen. Ist R_2 der sekundäre innere Widerstand, so ist die sekundäre Klemmenspannung e_2 um den Betrag $I_2 \cdot R_2$ kleiner als die elektromotorische Kraft \mathcal{E}_2 . Der sekundäre Verlust durch Joulesche Wärme ist dann $I_2^2 \cdot R_2$ und die sekundäre Nutzleistung $e_2 \cdot I_2$. Der Wirkungsgrad wird dann bei induktionsloser Belastung:

$$\eta = \frac{e_2 \cdot I_2}{e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot I_2}{e_2 \cdot I_2 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + P_h}.$$

Wie die Gleichung zeigt, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung gering, weil der Hysteresisverlust dabei eine sehr große Rolle spielt. Der Wirkungsgrad wächst dann bei steigender Belastung, da der Hysteresisverlust weniger in Betracht kommt und die Jouleschen Verluste im Verhältnis zur Nutzleistung auch anfangs noch gering sind. Der Wirkungsgrad wird am größten, wenn die veränderlichen Jouleschen Verluste zusammen ungefähr gleich dem wesentlich konstanten Verlust durch Hysteresis werden. Bei übermäßiger Belastung fallen die Jouleschen Verluste, die ja vom Quadrate des Stromes abhängig sind, zu sehr ins Gewicht, und der Wirkungsgrad wird wieder geringer.

Von wesentlichem Einfluß auf den Wirkungsgrad ist eine zweckmäßige Verteilung des zur Verfügung stehenden Raumes auf beide Spulen. Wenn der Raumverlust durch Isolation und die mittlere Länge einer Windung bei beiden Wicklungen gleich wäre, so würde man für beide Spulen denselben Wicklungsraum vorsehen müssen, um dieselbe Stromdichte in beiden Spulen und damit die günstigste Verteilung der Gesamtverluste auf die beiden Wicklungen zu erhalten. Tatsächlich muß jedoch wegen des größeren Raumverlustes durch Isolation der Wicklungsraum bei der Oberspannungsspule größer gewählt werden als bei der Unterspannungsspule. Bei Röhrenwicklung ist dies auch deswegen nötig, weil die mittlere Länge einer Windung bei der Oberspannungsspule, die mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen immer über der Unterspannungsspule liegt, größer ist als bei der Unterspannungsspule.

Im allgemeinen wird der Ohmsche Verlust gleichmäßig auf beide Spulen verteilt. Es sei z. B. die primäre Klemmenspannung gleich 2000 Volt, der primäre Strom 20 Ampere und die Übersetzung 10:1. Dann ist die sekundäre Leerlaufspannung 200 Volt und der sekundäre Strom 200 Ampere. Bei einem Effektverlust von 3 % durch Joulesche Wärme hat man dann

einen Spannungsverbrauch von 3 % durch Ohmschen Widerstand. Bei gleichmäßiger Verteilung der Verluste auf beide Spulen erhält man:

$$I_1 \cdot R_1 = \frac{1,5}{100} \cdot 2000 = 30 \text{ Volt}, \quad I_2 \cdot R_2 = \frac{1,5}{100} \cdot 200 = 3 \text{ Volt}.$$

Daraus ergibt sich:

$$R_1 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ Ohm}, \quad R_2 = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ Ohm}.$$

Gleichzeitig ergibt sich, wenn wir der Einfachheit wegen den Ohmschen Spannungsverlust algebraisch statt geometrisch mit der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung zusammensetzen:

$$E_1 = e_1 - I_1 \cdot R_1 = 1970 \text{ Volt}, \quad E_2 = \frac{E_1}{10} = \frac{1970}{10} = 197 \text{ Volt}$$

und
$$e_2 = E_2 - I_2 \cdot R_2 = 194 \text{ Volt}.$$

Der Spannungsverlust zwischen Leerlauf und Vollbelastung beträgt also $200 - 194 = 6$ Volt oder 3 %.

Um die Verluste zu verringern und auch um an Kupfer zu sparen, wendet man oft die sogen. Sparschaltung an, bei welcher die Unterspannungsspule U ein Teil der Oberspannungsspule O ist (Fig. 233). Die primäre Spannung e_1 sei z. B. gleich 220 Volt. Die Niederspannungswindungen seien in Fig. 233 durch die linke Hälfte der Oberspannungswindungen gegeben. Dann ist die Niederspannung e_2 halb so groß wie die Oberspannung e_1 . Dementsprechend ist der Strom I_2 im Niederspannungsnetz doppelt so stark wie der Strom I_1 im Oberspannungsnetz. Die Stromverteilung erfolgt dann in der Weise, daß der primäre Strom beispielsweise in einem gegebenen Zeitpunkt in die rechte Klemme der Wicklung eintritt, den rechten Teil der Wicklung durchfließt und am Punkte A sich mit dem aus der linken sekundären Wicklung fließenden Strom vereinigt. Von A aus fließen beide Ströme ins sekundäre Netz und dann zum Punkte B wieder zurück. Hier teilt sich der Strom wieder in den primären Netzstrom und den Strom in der sekundären Wicklung.

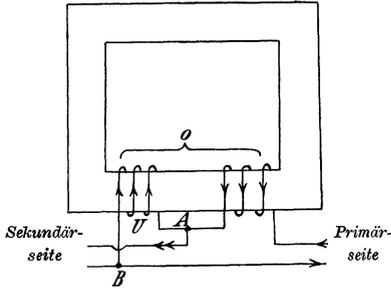


Fig. 233. Spartransformator.

Auf den ersten Blick scheint es, als wirke der rechte Teil der Wicklung in Fig. 233 wie eine dem linken Teil vorgeschaltete Selbstinduktion. Dies wäre jedoch nur der Fall, wenn beide Teile der Wicklung in gleichem Sinne durchflossen werden. Tatsächlich werden jedoch beide Wicklungen, wie bei jedem Transformator, in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß, wenn wir von Streuung der Kraftlinien absehen, keine Selbstinduktion auftritt.

Spartransformatoren sind naturgemäß für solche Fälle, in denen ein Übergang von Hochspannung auf Niederspannung stattfindet, nicht geeignet. Sie werden für Bogenlampen, Anlaßtransformatoren usw. verwendet, oder auch als Spannungsteiler, indem z. B. in Fig. 233 auch an den rechten Teil der Wicklung Verbrauchskörper angelegt werden.

Das Gesetz, daß die Spannungen der Ober- und Unterspannungsspulen sich wie die Windungszahlen und die Ströme bei Belastung sich umgekehrt wie die Windungszahlen verhalten, gilt auch für den Reihentransformator (Fig. 234), bei welchem die Primärwicklung in der Hauptleitung eines anderen Verbrauchskreises liegt.

Besonders bemerkenswert ist das Verhalten eines solchen, in eine Hauptleitung eines Netzes eingeschalteten Reihentransformators unter Voraussetzung eines konstanten Primärstromes. Diese Voraussetzung ist erfüllt, wenn selbst die größte, in der primären Wicklung mögliche Spannung gegenüber der Netzspannung vernachlässigt werden kann. In einem solchen

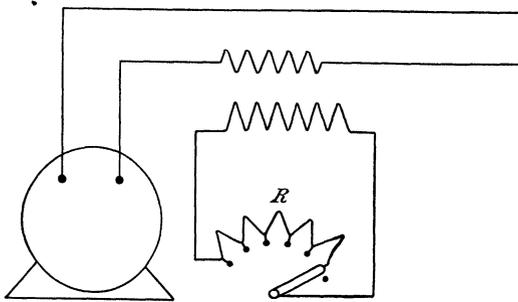


Fig. 234. Reihentransformator,
Primärstrom = Netzstrom.

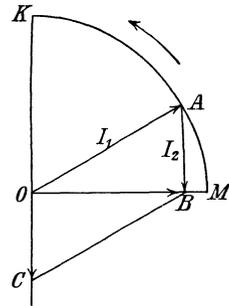


Fig. 235. Diagramm des
Reihentransformators für
konstanten Primärstrom.

Falle ergibt sich — bis zu einer gewissen Grenze — auch eine konstante sekundäre Stromstärke, unabhängig von der Größe des äußeren Widerstandes R in Fig. 234. Dagegen ändert sich bei Veränderung des Widerstandes R die Spannung primär und sekundär. Sie ist am größten für $R = \infty$ und ist gleich Null für $R = 0$. Dies wird besonders deutlich durch das Diagramm in Fig. 235, das unter Voraussetzung konstanten Primärstromes, induktionsfreier Belastung, gleicher Windungszahl beider Spulen und unter Vernachlässigung der Hysteresis gezeichnet ist. Der Endpunkt des konstanten primären Stromvektors I_1 bewegt sich bei Änderungen des sekundären Widerstandes, also Änderungen des sekundären Stromes I_2 , auf einem Kreise. Die Resultierende OB aus den Vektoren I_1 und I_2 ist der jeweilige Magnetisierungsstrom, der wie in Fig. 228 auf dem Vektor I_2 senkrecht steht, also gleich der Projektion des Vektors I_1 auf die Abszissenachse ist. Da die Klemmenspannung dem Kraftfluß, also dem Magnetisierungsstrom proportional ist, so ist sie der Größe nach, wenn auch nicht der Phase nach, ebenfalls durch die Abszisse

des Vektors OA gegeben. Für $OA = OM$ wird die Klemmenspannung am größten ($R = \infty$) und die Primärwicklung ist dann eine reine Drosselspule; für $OA = OK$ wird die Abszisse, d. h. die Spannung, gleich Null ($R = 0$).

In der Nähe des Punktes K ändert sich die Ordinate, die uns den Vektor des Sekundärstromes darstellt, so gut wie gar nicht, d. h. es gilt die oben angegebene Beziehung, daß bis zu einem gewissen Bereiche die sekundäre Stromstärke selbst für starke Änderungen des Widerstandes R praktisch konstant ist, während sich die zugehörige Abszisse, deren Größe uns ein Maß für die Klemmenspannung ist, stark ändert.

87. Der Transformator bei induktiver Belastung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem die sekundären Klemmen des Transformators durch Ohmsche und induktive Widerstände geschlossen sind. Ist R der Ohmsche Widerstand und $L\omega$ der induktive Widerstand des äußeren sekundären Kreises, so ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen sekundärer Klemmenspannung und Stromstärke durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L\omega}{R}.$$

Andererseits ist, wenn R_2 der innere Widerstand der Sekundärwicklung ist, der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen der sekundären elektromotorischen Kraft E_2 und der Stromstärke I_2 gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R + R_2}.$$

Wir machen also in Fig. 236 den Vektor $OE = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ und zeichnen das rechtwinklige Dreieck OME so, daß die Kathete OM um den obigen Winkel φ hinter der Hypotenuse zurückbleibt. Dann ist OM die gesamte sekundäre Ohmsche Spannung, bestehend aus dem inneren Ohmschen Spannungsverbrauch OL und der äußeren Ohmschen Spannung LM . Da das Übersetzungsverhältnis zu berücksichtigen ist, so ist:

$$OM = I_2 (R + R_2) \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad OL = I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Ebenso ist ME im passenden Maßstabe gleich dem induktiven Spannungsverlust im äußeren sekundären Kreis, d. h.

$$ME = L\omega \cdot I_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Um die sekundäre Klemmenspannung zu bestimmen, haben wir von der sekundären elektromotorischen Kraft OE den sekundären Ohmschen Verlust OL geometrisch abzuziehen. Dadurch erhalten wir:

$$LE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

1. Der primäre und der sekundäre Stromvektor sind sich wieder entgegengerichtet. Die Differenz beider ist der Leerstrom. Da dieser in Wirklichkeit viel kleiner ist als in der Figur, so ist annähernd wieder die Gleichung erfüllt:

$$I_1 = \frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

2. Die Vektoren der Klemmenspannungen e_1 und e_2 fallen bei kleinem Ohmschen Spannungsverlust fast genau in die Richtung der Ordinatenachse, also unter Vernachlässigung des Vorzeichens mit der Richtung der elektromotorischen Kraft zusammen.

3. Demnach ist der Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äußeren sekundären Kreis annähernd gleich dem Winkel φ_1 zwischen der primären Klemmenspannung und dem primären Strome. Die sekundäre Phasenverschiebung wirkt also unmittelbar auf den primären Kreis zurück.

Dieses Verhalten des Transformators führt uns zu einer Anschauung, die auf schöne und einfache Weise den Zusammenhang zwischen der primären und sekundären Spule deutlich macht und geistig die Trennung zwischen beiden Spulen überbrückt, indem der ganze Transformator gleichsam als ein einziger Apparat angesehen wird. Die Verbindungslinie EG in Fig. 236 ist nämlich als Seite eines Parallelogramms gleich der primären Klemmenspannung e_1 . Da ferner die Ohmschen Spannungsverluste OG und OL wesentlich gleiche Richtung haben, so addieren sie sich zu einem gemeinsamen Ohmschen Spannungsverlust, und es ist mit großer Annäherung:

$$GL = GO + OL = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir setzen nun für I_2 den Wert $\frac{I_1 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ ein und erhalten:

$$GL = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = I_1 \cdot \left(R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Es sieht also nach dieser Gleichung so aus, als ob der primäre Strom hintereinander den Widerstand R_1 und den Widerstand $R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ durchfließt. Der letztere Wert kann als der auf die primäre Spule umgerechnete sekundäre Widerstand bezeichnet werden. Von der ursprünglichen Spannung e_1 bleibt dann nach Überwindung des gesamten Widerstandes die Spannung e_2 übrig. Der ganze Transformator verhält sich dabei wie ein Stromerzeuger mit einer elektromotorischen Kraft e_1 , einem inneren Widerstand $R_i = R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ und einer Klemmenspannung $e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$. Der Deutlichkeit wegen ist das entsprechende Diagramm dieses Generators in Fig. 237 herausgezeichnet, und zwar genau in derselben Lage, die es im Transformatoridiagramm einnimmt. Die Spannung e_1 ist die Hypotenuse, während die eine Kathete GM die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannungen und die andere Kathete ME den

induktiven äußeren Spannungsverbrauch darstellt. Die innere Selbstinduktion des Generators ist dabei gleich Null angenommen, da wir im Transformator bisher den Einfluß der Streuung noch nicht berücksichtigt haben.

In dem Beispiel am Schlusse des vorigen Abschnitts sei z. B. der Leistungsfaktor im äußeren sekundären Kreis $\cos \varphi_2 = 0,7$ und die primäre Stromstärke $I_1 = 20$ Ampere. Die Widerstände sind wie früher $R_1 = 1,5$ und $R_2 = 0,015$ Ohm und die Übersetzung $10 : 1$. Gesucht wird die Primärspannung, die nötig ist, um eine sekundäre Spannung von 200 Volt zu erzeugen. Wir erhalten:

$$R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = 1,5 + 0,015 \cdot 100 = 3 \text{ Ohm.}$$

Der gesamte innere Ohmsche Spannungsabfall, bezogen auf die primäre Spule, ist also:

$$GL = I_1 \cdot \left(R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right) = 60 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt der äußere Ohmsche Spannungsverbrauch, umgerechnet auf die primäre Spule:

$$LM = e_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,7 \cdot 10 = 1400 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohmsche Kathete ist also für den ganzen Transformator $1400 + 60 = 1460$ Volt. Da nun zu einem Wert $\cos \varphi_2 = 0,7$ ein Wert $\sin \varphi_2 = 0,714$ gehört, so ist die Kathete des induktiven Spannungsverbrauchs:

$$ME = e_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,714 \cdot 10 = 1428 \text{ Volt.}$$

Die Hypotenuse als die Wurzel aus der Summe der Quadrate über den Katheten ergibt sich dann zu:

$$e = \sqrt{1460^2 + 1428^2} = 2040 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Primärspannung ist dann die Sekundärspannung gerade 200 Volt. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß sämtliche von der Primärspule erzeugten Kraftlinien auch von der Sekundärspule umfaßt werden und umgekehrt, so daß nur ein einziges, beiden Spulen gemeinsames Feld besteht. Tatsächlich findet jedoch eine teilweise Streuung der Kraftlinien statt, die den Spannungsabfall bei Vollbelastung vergrößert. Wir werden im folgenden Abschnitt sehen, daß auch für diese tatsächlichen Verhältnisse die Zusammenfassung beider Spulen zu einem einzigen Apparat ein sehr einfaches Ergebnis liefert.

88. Berücksichtigung der Streuung.

Wir haben im Abschnitt 83 die in der Primärspule induzierte elektromotorische Kraft mit der Selbstinduktion einer Drosselspule verglichen, haben aber dann absichtlich den Ausdruck „Selbstinduktion“ fallen gelassen und dafür den Ausdruck „elektromotorische Gegenkraft“ ein-

geführt. Das war deshalb nötig, weil tatsächlich außer dieser nützlichen induzierten elektromotorischen Kraft noch eine durch die Streulinien veranlaßte schädliche Selbstinduktion in beiden Spulen auftritt.

Der von der primären Spule erzeugte und von ihr umfaßte Kraftfluß ist schon bei Leerlauf größer als der von der Sekundärspule umfaßte, da ein Teil der Kraftlinien sich durch die Luft schließt, ohne die Sekundärspule zu durchsetzen. Die in der Sekundärspule induzierte elektromotorische Kraft ist also geringer, als wir nach dem Verhältnis der Windungen erwarten sollten. Wir können das auch so auffassen, daß von der ganzen primären Klemmenspannung ein Teil unnütz verbraucht wird, um die durch die Streulinien induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden.

Bei Belastung ist der Einfluß der Streuung noch weit größer als bei Leerlauf. Dies liegt nur zum geringen Teil daran, daß nun auch ein sekundärer Streufluß entsteht, sondern hauptsächlich daran, daß der nutzbare Kraftfluß durch die Entgegenwirkung des Stator- und Rotorstromes erzeugt wird, während die Streulinien durch die volle Wirkung jedes einzelnen Stromes entstehen.

Man schrieb früher der Sekundärspule eine eigene Selbstinduktion, d. h. eigene Streulinien zu. Dies ist in Fig. 238 für den Fall angedeutet, daß beide Spulen auf verschiedenen Kernen liegen, wie dies bei Transformatoren vorkommt, bei denen eine große Selbstinduktion beabsichtigt ist.

Man gelangt jedoch zu einer einfacheren Betrachtung, wenn man den ganzen Streufluß vom primären Strome erzeugt sein läßt. Die beiden Amperewindungen wirken sich im Eisenweg entgegen, und der Nutzkraftfluß wird durch das Übergewicht des Primärstromes erzeugt. Würden wir nun der Sekundärspule gesonderte Kraftlinien zuschreiben, so würden wir die in Fig. 238 gezeichnete Richtung der einzelnen Kraftflüsse erhalten. Dabei würde der sekundäre Streufluß in Fig. 238 innerhalb der Sekundärspule entgegengesetzt wie der nutzbare Kraftfluß verlaufen. In Wirklichkeit besteht also innerhalb der Sekundärspule nur die Differenz beider und die Kraftflußverteilung im inneren Luftraum erfolgt tatsächlich nach der in Fig. 239 gezeichneten Weise. Der sekundäre Streukraftfluß wird dabei von einer Komponente des primären Stromes erzeugt, die dem sekundären Strome entgegengesetzt gleich ist. Derselbe Teil der primären Amperewindungen, der dazu dient, die sekundären Amperewindungen zu überwinden, treibt seitlich den sekundären Streufluß durch die Luft. Daher ist zwar Größe und Phase des sekundären Streukraftflusses durch den sekundären Strom gegeben, aber erzeugt wird der sekundäre Kraftfluß mit durch den primären Strom, und zwar durch eine dem sekundären Strom genau entgegengesetzte Komponente des primären Stromes.

Um den Einfluß der Streuung so gering wie möglich zu machen, legt man bei Röhrenwicklung die beiden Spulen möglichst dicht über-

einander, oder man zerlegt bei Scheibenwicklung jede Spule in möglichst viele Scheiben. Auf diese Weise gelingt es, den induktiven Spannungsabfall sehr gering zu machen, wenn es auch nicht möglich ist, ihn ganz zu beseitigen.

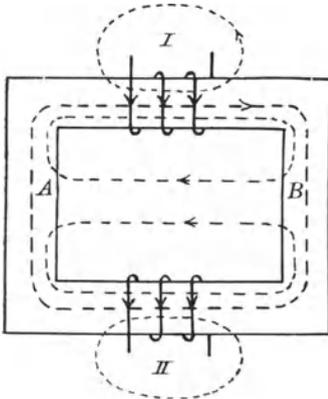


Fig. 238. Streufluß eines Transformators von beiden Spulen erzeugt gedacht.

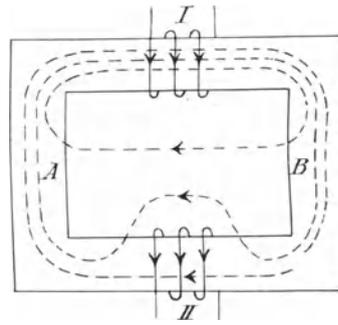


Fig. 239. Streufluß eines Transformators nur von der primären Spule erzeugt gedacht.

Fig. 240 zeigt den Streufluß bei Röhrenwicklung. Es ist dabei angenommen, daß die primäre Wicklung die Oberspannungswicklung ist,

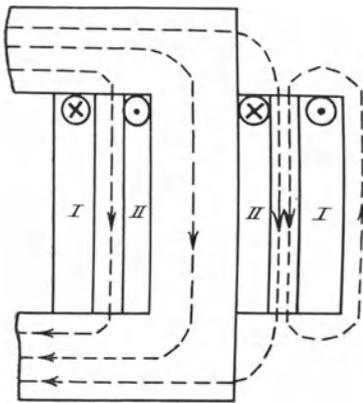


Fig. 240.
Kraftflüsse einer Röhrenwicklung.

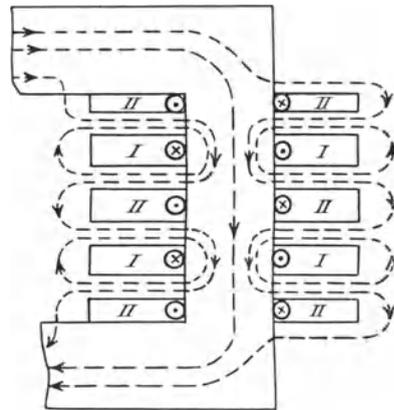


Fig. 241.
Kraftflüsse einer Scheibenwicklung.

und daß ihre Wirkung nach der obigen Anschauung den ganzen Streufluß erzeugt. Ebenso zeigt Fig. 241 den Streufluß einer Scheibenwicklung.

Die Forderung, daß die primäre und die sekundäre Spule dicht aneinander liegen, ist nicht unter allen Umständen zu erfüllen. Bei einem Induktionsofen zum Stahlschmelzen besteht z. B. die Sekundärspule aus einer Rinne geschmolzenen Metalls, das durch die Joulesche Wärme

flüssig gehalten wird (Fig. 242). Da der Abstand zwischen beiden Spulen dabei ziemlich groß sein muß, so wird man, um den Spannungsverlust durch Selbstinduktion in zulässigen Grenzen zu halten, den nutzbaren Kraftfluß sehr groß machen, d. h. mit großem Eisenquerschnitt arbeiten.

Zur Berücksichtigung der Streuung im Vektordiagramm vernachlässigen wir den Leerstrom wegen seines geringen Betrages und nehmen an, daß der primäre und sekundäre Stromvektor einander direkt entgegengesetzt sind. Der Winkel zwischen dem Vektor des sekundären Stromes I_2 und dem Vektor $OE = E_2 \cdot \xi_1/\xi_2$, der uns die sekundäre elektromotorische Kraft darstellt, ist in Fig. 243 willkürlich gewählt, er hängt jedoch in Wirklichkeit von dem Verhältnis des gesamten induktiven Widerstandes im Sekundärkreis zum gesamten sekundären Widerstand ab. Wir tragen nun wieder in Richtung der Stromvektoren die betreffenden Ohmschen Spannungsverluste auf. Es ist also in Fig. 243:

$$OG = I_1 \cdot R_1, \quad OL = I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir schreiben nun, der oben erwähnten älteren Anschauung folgend,*) den beiden Spulen je einen besonderen Streufluß zu. Die innere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die durch die sekundären Streulinien geschaffen wird, bleibt nach S. 257 um 90° hinter der sekundären Stromstärke zurück. Sie muß durch eine entgegengesetzte Komponente ON der sekundären elektromotorischen Kraft aufgehoben werden, die dem sekundären Strome um 90° voraufeilt. Dann stellt die Resultierende OR aus dem inneren Ohmschen Spannungsverlust und dem induktiven Spannungsverlust ON den gesamten sekundären Spannungsabfall dar. Die Verbindungslinie RE ist dann die sekundäre Klemmenspannung nach Größe und Phase. Es ist also:

$$RE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 243 die Vektoren der Spannungsverluste verhältnismäßig groß gezeichnet. Sie sind in Wirklichkeit viel kleiner, so daß die sekundäre Klemmenspannung sich wenig von der elektromotorischen Kraft unterscheidet.

Die Komponente OP der Primärspannung, die der primären elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, eilt dem primären Stromvektor um 90° vorauf. Dann stellt der Strahl OQ die

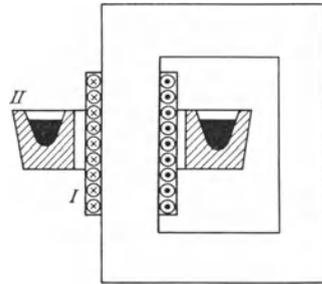


Fig. 242. Schematische Darstellung eines Induktionsofens.

*) Das genaue Transformatoridiagramm wird bei Besprechung des Drehstrommotors im Abschnitt 122 und 125 gegeben.

Resultierende aus dem Ohmschen Spannungsverlust OG und dem induktiven Spannungsverlust OP dar, er ist also der gesamte primäre Spannungsverlust. Wir setzen ihn mit der Spannung OE' , die der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält, zu einer Resultierenden zusammen und erhalten:

$$OH = e_1.$$

Auf diese Weise sind sämtliche Vektoren nach Größe und Phase gegeben, und wir können nun wieder dazu übergehen, beide Spulen zu einem einzigen Apparat zusammenzufassen. Wir fällen dazu von R und E aus Senkrechte auf die Verlängerung von QG . Das so erhaltene, in Fig. 244 herausgezeichnete Dreieck QES stellt dann das Spannungsdreieck für den gesamten Transformator dar.

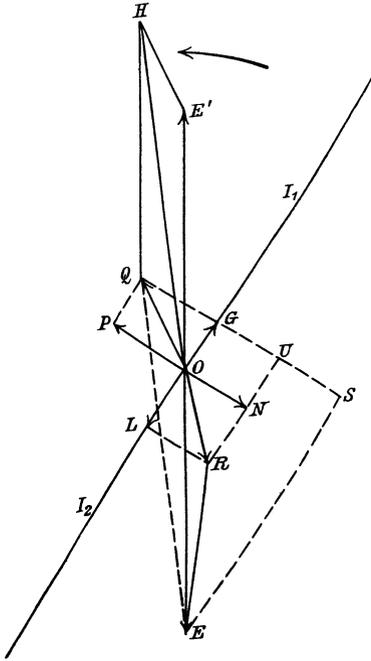


Fig. 243. Diagramm eines Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

Wir fällen dazu von R und E aus Senkrechte auf die Verlängerung von QG . Das so erhaltene, in Fig. 244 herausgezeichnete Dreieck QES stellt dann das Spannungsdreieck für den gesamten Transformator dar.

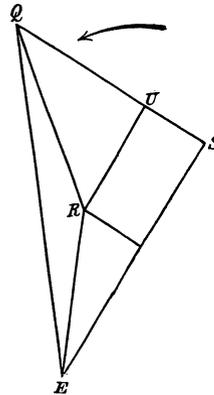


Fig. 244. Zusammenfassung der inneren Spannungsabfälle.

Die Hypotenuse ist als Seite eines Parallelogramms gleich OH , also gleich der primären Klemmenspannung e_1 . QU ist gleich der Summe der beiden inneren induktiven Spannungsverluste, während UR die Summe der beiden Ohmschen Spannungsverluste darstellt. Demnach ist QR der gesamte Spannungsverlust durch Ohmschen und induktiven Widerstand im ganzen Transformator, während die sekundäre Klemmenspannung nach Größe und Phase durch RE gegeben ist. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gemeinsame innere Spannungsverlust in Wirklichkeit viel kleiner ist als QR in Fig. 243 und 244.

Das Dreieck QRU läßt sich durch den Versuch ermitteln. Schließt man nämlich die sekundäre Spule kurz, so wird $RE = 0$, und der Punkt E fällt mit dem Punkt R zusammen. Natürlich muß dabei die primäre

Spannung so niedrig gewählt werden, daß gerade nur der normale Strom im kurzgeschlossenen Transformator erzeugt wird. Dann ist die bei diesem Versuch angewandte primäre Spannung ohne weiteres gleich QR . Da nun die gesamte Ohmsche Spannung sich aus dem Strom und dem Widerstand oder besser aus dem Effektverlust und der Spannung berechnen läßt, so ist das Dreieck QRU leicht zu zeichnen.

Damit sind die Grundlagen des Kappschen Transformatorendiagramms für konstante Stromstärke und veränderliche äußere Phasenverschiebung gegeben (Fig. 245). Wir zeichnen das Dreieck QRU aus der primären Kurzschlußspannung QR und dem gesamten Ohmschen Spannungsverlust UR , beides natürlich bei dem normalen Strom, und schlagen mit $QE = e_1$ als Radius zwei Kreise mit den Mittelpunkten Q und R . Für einen gegebenen Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äußeren sekundären Kreis ist dann RE die umgerechnete sekundäre Klemmenspannung und EV der

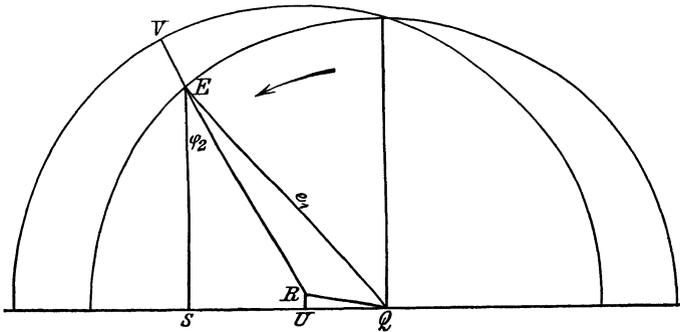


Fig. 245. Kappsches Transformatorendiagramm für konstante Stromstärke und veränderliche Phasenverschiebung.

sekundäre Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung. Das gilt natürlich nur für ein und dieselbe Stromstärke, für welche der Vektor QR durch den Versuch ermittelt ist. Für eine andere Stromstärke hätte man diesen Vektor proportional der Stromstärke zu ändern und ein neues Diagramm zu zeichnen. Der Stromvektor fällt in die Ordinatenachse.

Nach dem Diagramm in Fig. 245 wird die Differenz zwischen der Leerspannung und der Spannung bei Belastung um so größer, je weiter der Punkt E auf dem Kreise nach unten rückt, je größer also der Phasenverschiebungswinkel φ_2 ist.

Bei negativer Phasenverschiebung liegt der Punkt E dicht an der Ordinatenachse oder rechts von der Ordinatenachse. Dadurch wird dann die sekundäre Klemmenspannung RE bei Betrieb größer als die Leerlaufspannung QE . Dieser Fall tritt ein, wenn im sekundären Kreis eine Kapazität oder überregte Motoren eingeschaltet sind (vergl. das entsprechende Diagramm des Generators in Abschnitt 94, sowie die Abschnitte 95 und 108).

Werfen wir zum Schlusse noch einen Blick auf das Verhältnis des Hauptkraftflusses zu den Streuflüssen bei verschiedener Belastung. Wir nehmen dazu an, daß der Transformator an einer konstanten Spannung liegt. Die Folge ist, daß eine konstante elektromotorische Gegenkraft induziert wird. Demnach ist auch der Kraftfluß bei allen Belastungen konstant. Bei Leerlauf besteht er fast ausschließlich aus dem von beiden Spulen in gleicher Weise umfaßten Nutzkraftfluß und nur zu einem geringen Teil aus dem Streufluß. Je mehr Strom wir aber sekundär aus dem Transformator entnehmen, je geringer also der äußere sekundäre Widerstand ist, desto größer wird der Streufluß, desto geringer wird also bei dem konstanten Gesamtkraftfluß der Nutzkraftfluß.

Wenn wir schließlich den sekundären äußeren Widerstand gleich Null machen, den Transformator also sekundär kurz schließen, so wird im Sekundärkreise nur die äußerst geringe elektromotorische Kraft induziert, die nötig ist, um den sekundären Kurzschlußstrom durch den inneren

sekundären Widerstand zu treiben. Demnach sind die Nutzkraftlinien, welche die sekundäre Wicklung durchsetzen, verschwindend gering und der Kraftfluß besteht fast ausschließlich aus Streulinien (Fig. 246).

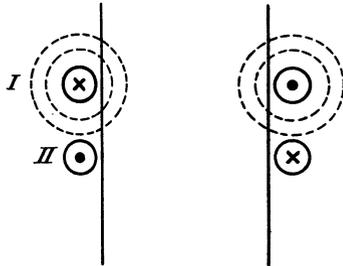


Fig. 246. Kraftfluß bei Kurzschluß.

Es ist, als wenn die Kraftlinien gleichsam durch einen Gegendruck aus der sekundären Wicklung herausgeblasen werden. Der primäre Strom ist wieder, wie bei Leerlauf, reiner Magnetisierungsstrom, der aber für die Erzeugung des erforderlichen konstanten Kraftflusses im Gegensatz zum Leerstrom nicht mehr den günstigen Eisenweg, sondern nur den ungünstigen Streuweg zur Verfügung hat. Dies ist auch der Grund, warum im Transformator bei Kurzschluß ein so starker Strom primär und demgemäß auch sekundär auftritt.

89. Vorgang beim Einschalten von Transformatoren.

Die primäre Stromstärke stellt sich beim Einschalten eines Transformators im allgemeinen nicht sofort auf den Wert ein, der bei offenem Sekundärkreis dem Leerstrom I_0 , bei Belastung der geometrischen Summe aus Leerstrom und reduziertem Sekundärstrom entspricht. Man beobachtet Erhöhungen der Stromstärke, die teilweise Störungen im Betriebe zur Folge haben können.

Um die Ursache für diese Erscheinung zu ermitteln, beachten wir, daß physikalisch jede Kraftflußänderung eine elektromotorische Kraft verursacht, daß aber umgekehrt auch das Anlegen einer Spannung an den Transformator mit Notwendigkeit das Auftreten einer Gegen-

spannung, d. h. eine Kraftflußänderung zur Folge hat. Allerdings kommt diese Kraftflußänderung nicht unmittelbar durch die Spannung selbst zustande, sondern mittelbar durch die entstehenden Ströme. Der Zusammenhang zwischen Spannung und Kraftflußänderung ist aber so allgemein gültig, daß man ohne Zuhilfenahme der Ströme die Kraftflußänderung als direkte Folge des Anlegens der Spannung ansehen kann.

Dabei haben wir aber zu beachten, daß nicht ein Kraftfluß, sondern eine Kraftflußänderung durch die an den Transformator gelegte Spannung gegeben ist.

Im Gleichgewichtszustande entspricht der an den Transformator gelegten Primärspannung e_1 (Fig. 246 a) die elektromotorische Gegenkraft E_1 , die unter vorläufiger Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverbrauches gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung e_1 ist. Der Kraftfluß eilt dieser elektromotorischen Kraft nach S. 257 um 90° voraus, ist also durch die Kurve N gegeben.

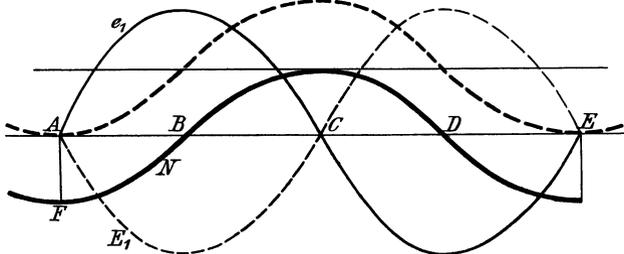


Fig. 246 a. Ermittlung der Kraftflußkurve für den Fall, daß die Spannung beim Einschalten durch Null hindurchgeht.

Wenn wir nun den Transformator bei offener Sekundärwicklung im Zeitpunkte B , d. h. im Augenblick des Höchstwertes der Spannung einschalten, so arbeitet sich der Kraftfluß von Null an in ganz normaler Weise entsprechend der Kurve N in die Höhe und der Leerstrom, den wir unter Vernachlässigung der Hysterisis gleich dem Magnetisierungsstrom setzen, erreicht im Zeitraum einer viertel Periode seinen normalen Höchstwert.

Wir betrachten nun den Vorgang, der sich vollzieht, wenn wir im Zeitpunkt A einschalten, wenn die Spannung durch Null hindurchgeht. Wir beachten dabei, daß der Transformator beim Einschalten unbedingt mit dem Kraftfluß Null anfangen muß, und daß ihm durch das Anlegen der Spannung dieselbe Kraftflußänderung aufgezwungen wird, die er im Gleichgewichtszustand erfahren würde. Die Kurve des Kraftflusses verläuft also nach dem Einschalten genau wie die Kurve N , nur daß sie durch den Punkt A geht, d. h. sie ist gegen die Kurve N um den Betrag FA nach oben verschoben. Wir erhalten so die gestrichelte Kurve, deren Höchstwert doppelt so groß ist wie bei der Kurve N .

Schalten wir allgemein ein, wenn die Spannung den Betrag $e_{1max} \cdot \sin \alpha$ erreicht hat, wobei der Winkel α dem Bogen AG in Fig. 246 b entspricht, so verschiebt sich die Kurve N um den Betrag $HG = N_{max} \cdot \cos \alpha$ nach oben und schneidet dabei die Abszissenachse im Punkte G . Der Höchstwert des Kraftflusses vergrößert sich also um den Betrag $HG = N_{max} \cdot \cos \alpha$.

Zeichnen wir nun die Symmetrielinie der gestrichelten Kurve des Kraftflusses, so erkennen wir, daß der Kraftfluß aus dem normalen Wechselstromkraftfluß besteht, über den ein Gleichstromkraftfluß vom Betrage $GH = N_{max} \cdot \cos \alpha$ gelagert ist. *)

Wir setzen im folgenden voraus, daß in dem Zeitpunkt eingeschaltet wird, in welchem die Spannung durch Null hindurchgeht ($\alpha = 0$). Der Gleichstromkraftfluß ist dabei gleich dem Höchstwert des Wechselstromkraftflusses.

Wenn es sich um eine Spule mit konstanter Induktivität handelte, also wenn sich statt des Eisens Luft innerhalb der Transformatorspule befände, so würde zur Erzeugung des Gleichstromkraftflusses ein Strom

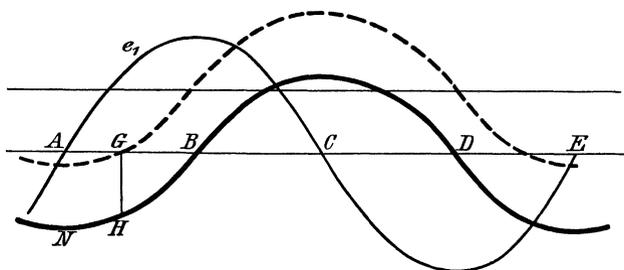


Fig. 246 b. Ermittlung der Kraftflußkurve für den Fall, daß im Zeitpunkt G eingeschaltet wird.

im Betrage des größten Magnetisierungsstromes auftreten, d. h. der Höchstwert des Stromes ist doppelt so groß wie der Höchstwert des normalen Magnetisierungsstromes.

Da sich jedoch Eisen innerhalb der Spule befindet und dieses Eisen bei den Transformatoren bis in die Nähe des Knies der Magnetisierungskurve gesättigt ist, so ist zur Erhöhung des Kraftflusses N_{max} auf das Doppelte nach Fig. 246 c eine außerordentlich große Erhöhung des Magnetisierungsstromes I_μ erforderlich. Dieser wächst z. B. in Fig. 246 c vom Betrage OA auf den Betrag OB .

Da für die Aufrechterhaltung des Gleichstromes I keine elektromotorische Kraft im Stromkreise vorhanden ist, so klingt der Gleichstrom I nach der in Abschnitt 32 entwickelten Gleichung ab:

$$i = I \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

*) Vergl. W. Linke, Über Schaltvorgänge bei elektrischen Maschinen und Apparaten, Archiv für Elektrotechnik 1912, Heft 1.

In dieser Gleichung ist R der Widerstand der Primärwicklung. Da dieser Widerstand sehr gering ist, so erfolgt das Abklingen sehr langsam, d. h. die der Figur 69 b entsprechende Kurve verläuft außerordentlich flach.

Man hat es aber in der Hand, den Strom durch vorübergehendes Vorschalten eines Widerstandes vor den Transformator so schnell zum Abklingen zu bringen, daß bereits in der Zeit zwischen A und C in Fig. 246 a eine wesentliche Verringerung des Gleichstromes erfolgt und der Strom überhaupt den sonst eintretenden Höchstwert nicht erreicht.

Der Widerstand wird so groß bemessen, daß er im Gleichgewichtszustand bei Leerlauf einige Prozente der Netzspannung abdröseln. Er wird nach Erreichen des Gleichgewichtszustandes, wozu Bruchteile einer Sekunde nötig sind, kurz geschlossen (Schutzschalter).

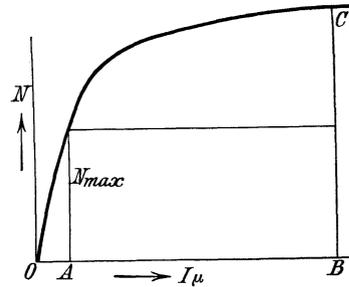


Fig. 246 c. Magnetisierungskurve eines Transformators.

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn Transformatoren, die sekundär belastet oder kurzgeschlossen sind, primär eingeschaltet werden. Da ein noch stillstehender Drehstrommotor sich genau wie ein Transformator verhält, so werden beim Anlassen größerer Drehstrommotoren ebenfalls Schutzschalter verwendet.

Zwölftes Kapitel.

90. Aufbau der Synchronmaschinen. — 91. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld. — 92. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung. — 93. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Statorwicklung.

90. Aufbau der Synchronmaschinen.

Die Synchronmaschinen sind Wechselstrommaschinen, deren Magnetfeld durch eine äußere Stromquelle geschaffen wird. Sie werden als Generatoren und Motoren verwendet. Ihre Drehzahl ist bei p Polpaaren gleich dem p ten Teil der Periodenzahl, d. h. sie laufen, wenn sie als Generatoren oder Motoren auf ein Netz geschaltet werden, das mit Wechselstrom von konstanter Periodenzahl gespeist wird, bei allen Belastungen mit einer konstanten, dieser Periodenzahl entsprechenden „synchronen“ Drehzahl. Zwischen Periodenzahl ν und Drehzahl n besteht die Beziehung:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Bei den Synchronmaschinen wird die induzierte Wicklung fast ausschließlich in dem feststehenden Teil (Stator) angeordnet, während der durch Gleichstrom erregte Magnetkörper, dem der Erregerstrom durch Schleifringe zugeführt wird, innerhalb des Stators drehbar gelagert wird.

Die Unterbringung der induzierten Wicklung im feststehenden Teil geschieht mit Rücksicht darauf, daß es sich fast immer um Maschinen für hohe Spannung handelt und die induzierte Wicklung sich in dem feststehenden Teil leichter isolieren läßt. Auch würde die Abnahme des hochgespannten Stromes mit Hilfe von Schleifringen an Stelle von feststehenden Klemmen praktisch nicht gut möglich sein.

Der Stator wird wie der Anker von Gleichstrommaschinen aus Blechen zusammengesetzt. Die Wicklung liegt in Nuten des Stator Eisens und wird entweder als Spulenwicklung oder als Stabwicklung ausgeführt. Das Wicklungsbild ist noch viel einfacher als bei Gleichstrommaschinen, indem die beiden induzierten Teile einer Spule, die sogen. Spulenseiten, genau symmetrisch vor zwei entgegengesetzten Polen liegen.

Die Spulenseite wird stets in mehreren Nuten untergebracht, da eine Einlochwicklung den Statorumfang zu wenig ausnutzt und auch eine von der Sinuskurve stark abweichende Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt. Besonders bei den Turbogeneratoren, die wegen der hohen Drehzahl immer mit geringer Polzahl, beispielsweise bei Leistungen von

mehreren tausend Kilowatt noch zweipolig mit 3000 Umdr./Min. gebaut werden, ist die Breite einer Spulenseite und daher die Anzahl der Nuten für die Spulenseite sehr groß. Auch wird bei Mehrlochwicklung die Selbstinduktion der Maschine geringer als bei Einlochwicklung.

In Fig. 247 ist eine Zweilochwicklung gezeichnet, bei der die von den Drähten oder Stäben einer Spulenseite ausgehenden Stirnverbindungen sämtlich in dem gleichen Sinne am Umfang entlang geführt sind. Die

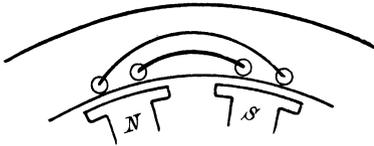


Fig. 247.
Zweilochwicklung, Stirnverbindungen
sämtlich nach einer Seite geführt.

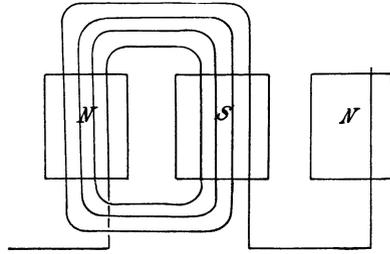


Fig. 248.
Vierlochwicklung, Stirnverbindungen
sämtlich nach einer Seite geführt.

Stirnverbindungen der Spule bilden dann ebenfalls sämtlich eine gemeinsame Gruppe. Fig. 248 zeigt eine solche, in eine Ebene abgerollte Vierlochwicklung.

An dem Wesen der Wicklung wird nun nichts geändert, wenn wir die Stirnverbindungen nicht sämtlich nach der gleichen Richtung am Umfang entlang führen, sondern wie sie in Fig. 249 zur Hälfte nach der

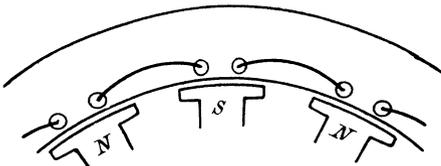


Fig. 249. Zweilochwicklung, Stirn-
verbindungen nach zwei Seiten geführt.

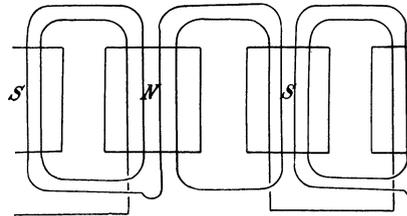


Fig. 250. Vierlochwicklung, Stirn-
verbindungen nach zwei Seiten geführt.

einen Richtung und zur Hälfte nach der anderen führen. Scheinbar wird dabei die Spulenzahl in Fig. 249 doppelt so groß wie in Fig. 247, nämlich gleich $2p$. In Wirklichkeit gilt aber auch die Wicklung in Fig. 249 als eine Wicklung mit p Spulen, indem die vor einem Pol nahe beieinander liegenden Drähte oder Stäbe zu einer gemeinsamen Spulenseite zusammengefaßt zu denken sind. Die Verbindung der Spulen erfolgt in einer solchen Weise, daß man beim Verfolgen der Wicklung die dicht nebeneinander liegenden Nuten in gleichem Sinne durchläuft. Fig. 250 zeigt dies bei einer Vierlochwicklung.

Häufig wird die Mehrlochwicklung auch in der Weise ausgeführt, daß nicht nur die zusammengehörigen Spulenseiten genau in derselben Lage vor entgegengesetzten Polen liegen, sondern auch alle einzelnen Stirnverbindungen genau eine volle Polteilung umfassen. Die Stirnverbindung besteht dabei genau wie bei Gleichstrommaschinen aus zwei Teilen, die in verschiedenen Ebenen liegen, so daß die gegenseitige Berührung verschiedener Stirnverbindungen ausgeschlossen ist (Fig. 251). Man hat dabei den Vorteil, daß alle Wicklungsköpfe dieselbe Form haben, was für die fabrikmäßige Herstellung günstig ist.

Die Figuren 247 bis 251 beziehen sich auf Maschinen mit einer einzigen Wicklung (Einphasen-Maschinen), die nur in bestimmten Fällen, z. B. für Einphasen-Wechselstrombahnen, gebaut werden. Meist wird eine besondere Art von Wechselstrom, der Drehstrom- oder Dreiphasenstrom verwendet, der in drei räumlich um 120° verschobenen Wicklungen erzeugt wird. Indem das Polrad nacheinander an die entsprechenden Drähte der drei Wicklungen oder Phasen gelangt, entstehen in den um 120° räumlich verschobenen Wicklungen elektromotorische Kräfte, die zeitlich um 120° verschoben sind.

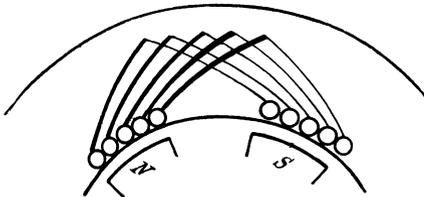


Fig. 251. Wechselstromwicklung, alle Spulenköpfe gleich lang.

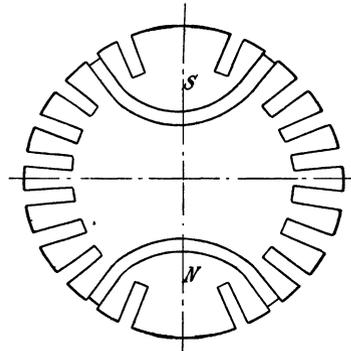


Fig. 252. Zylinderrotor.

Die Drehstromwicklungen sind in Abschnitt 115 im Zusammenhang mit den Drehstrommotoren behandelt. Es wird zunächst genügen, wenn wir die drei Wicklungen eines dreiphasigen Synchrongenerators oder Synchronmotors als aus drei getrennten, um 120° verschobenen Einphasenwicklungen bestehend ansehen. Jede Polteilung enthält dabei je eine Spulenseite pro Phase, also zusammen drei Spulenseiten, von denen jede wieder in eine Anzahl Löcher verteilt ist.

Der Rotor besitzt nur bei Maschinen für verhältnismäßig geringe Drehzahl ausgeprägte Pole. Bei den Maschinen für hohe Drehzahl, wie sie für Dampfturbinenantrieb gebaut werden (Turbogeneratoren), wird der Rotor mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit und geräuschlosen Gang als ein Zylinder ausgebildet, der mit Nuten zur Aufnahme der Erregerwicklung versehen ist (vergl. Fig. 252). Für Maschinen mit 50 Perioden und 3000 Touren wird der Rotor wie in Fig. 252

zweipolig gewickelt, während für 1500 Touren eine vierpolige Wicklung erforderlich ist. In der Nähe der Polmitte wird der Umfang nicht genutzt, da die dort liegenden Windungen eine zu geringe Fläche umfassen und wenig wirksam sind.

91. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld.

Wenn die Feldstärke am Statorumfang infolge geeigneter Abrundung der Pole eine Sinusfunktion des Ortes ist, so ergibt sich nach S. 240 der Höchstwert der elektromotorischen Kraft bei Einlochwicklung zu

$$E_{max} = 2\pi \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8}.$$

Führen wir statt der Windungszahl ξ die Anzahl z' der induzierten Leiter ein, nach der Gleichung

$$\xi = \frac{z'}{2},$$

und dividieren wir auf der rechten Seite durch $\sqrt{2}$, so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = 2,22 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (44)$$

Bei Mehrphasenmaschinen ist für jede Phase z' die Drahtzahl und E die elektromotorische Kraft. Der Mittelwert der elektromotorischen Kraft ergibt sich, da z' Drähte im Zeitraum einer Periode den Kraftfluß N zweimal schneiden:

$$E_{mittel} = 2 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Das Verhältnis des Effektivwertes zum Mittelwert heißt der Formfaktor. Er ist von der Form der Feldkurve und von der Art der Wicklung abhängig und ergibt sich in unserem Falle, d. h. bei Sinuskurven und Einlochwicklung, zu $2,22 : 2 = 1,11$.

Wir gehen jetzt dazu über, die effektive elektromotorische Kraft auch für andere Verhältnisse zu bestimmen und schreiben daher Gleichung (44) ganz allgemein in der Form:

$$E = k \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Der Faktor k ist bei Mehrlochwicklung etwas kleiner als für die Einlochwicklung mit gleicher gesamter Drahtzahl. Wir erhalten die elektromotorische Kraft bei Mehrlochwicklung und sinusförmiger Verteilung des Feldes in einfacher Weise, indem wir die elektromotorische Kraft für die verschiedenen liegenden Löcher einzeln nach Gleichung (44) berechnen und die gefundenen Werte mit Berücksichtigung des Lochabstandes nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen.

Der Lochabstand sei z. B. bei sinusförmigem Feld und Zweilochwicklung gleich einem Drittel der Teilung. Nun entspricht eine Teilung dem Bogen π . Die ganze elektromotorische Kraft ergibt sich also als die Resultierende aus zwei einzelnen elektromotorischen Kräften, die um den

Bogen $\pi/3$ verschoben sind und je die Drahtzahl $z'/2$ besitzen. Jede einzelne elektromotorische Kraft ist dann nach Gleichung (44):

$$E' = 2,22 \cdot N \cdot v \cdot \frac{z'}{2} \cdot 10^{-8}.$$

Wenn wir die beiden gleichen elektromotorischen Kräfte E' , die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind, nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen, so erhalten wir $2 E' \cdot \cos \pi/6 = 1,73 E'$. Die elektromotorische Kraft für die ganze Spule ist also:

$$E = 1,73 \cdot E' = 1,92 \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Von besonderem Interesse ist der Fall, in welchem die Spulenseite in so viel Löchern untergebracht ist, daß die Wicklung mit einer glatten Wicklung gleichwertig ist. Wir ermitteln in diesem Falle zunächst den Höchstwert der elektromotorischen Kraft. Dieser wird erreicht, wenn die Mitte der Spulenseite im stärksten Felde liegt. Ist 2γ die Breite der ganzen Spulenseite, so ist die Drahtzahl auf der unendlich kleinen Bogenbreite $d\varphi$ vor allen Polen zusammen gleich $\frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z'$. In dem kleinen Teil der Spulenseite, der im stärksten Felde liegt, wird dabei nach S. 240 der räumliche Höchstwert

$$\pi \cdot N \cdot v \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

induziert. Dagegen ist in einem beliebigen, um den Winkel φ entfernten Teile die elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick:

$$\pi \cdot N \cdot v \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

Die ganze elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick ist also:

$$E_{max} = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \cos \varphi \cdot d\varphi = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist die elektromotorische Kraft der ganzen Spule wieder eine Sinusfunktion der Zeit, weil sie in jedem einzelnen schmalen Teile eine Sinusfunktion ist und die Summe verschiedener Sinusfunktionen wieder eine Sinusfunktion ist. Der Effektivwert ist also das 0,707fache des Höchstwertes. Er ergibt sich also zu:

$$E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Ist z. B., wie bei Drehstromgeneratoren, die Breite der Spulenseite gleich $1/3$ der Teilung, so ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{0,5}{\pi/6} = \frac{3}{\pi},$$

und wir erhalten in der allgemeinen Gleichung für die elektromotorische Kraft den Faktor k zu:

$$k = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} = 2,12. \quad (45)$$

Für eine Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung, wie sie allerdings weniger für Synchronmaschinen als für den Rotor von Drehstrommotoren und für Einankerumformer in Frage kommt, ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{2}{3} \cdot \pi, \quad \sin \gamma = \sin \frac{\pi}{3} = 0,86$$

und daraus:

$$k = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} = 1,84. \quad (46)$$

92. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung.

Während wir im vorigen Abschnitt ein sinusförmiges Feld voraussetzten, nehmen wir jetzt an, daß die Feldstärke unter dem Polbogen überall konstant ist und an der Polecke plötzlich auf Null fällt. Dann besteht die Kurve der elektromotorischen Kraft aus lauter Rechtecken. In Wirklichkeit hat allerdings die Abrundung der Pole und die Wirkung der Selbstinduktion zur Folge, daß die Kurve der elektromotorischen Kraft sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten theoretischen Werte fallen also um etwa 10 % zu groß aus. Überhaupt sollen die folgenden Abschnitte wesentlich nur als Übungsaufgaben dienen.

In Fig. 253 ist die theoretische Kurve der elektromotorischen Kraft für Einlochwicklung gezeichnet. Die elektromotorische Kraft erreicht ihren höchsten Wert, sobald die Nut des Ankers unter den Pol tritt, und behält diesen Wert, solange sich die Nut unter dem Pol befindet. Zur Berechnung dieses Höchstwertes dividieren wir die Kraftlinienschnitte vor dem ganzen Polbogen durch die Zeitdauer der Bewegung. Ist N die Kraftlinienzahl eines Poles und z' die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte, so ergeben sich vor dem Polbogen $N \cdot z'$ Kraftlinienschnitte.

Nun wird der Bogen π in der Zeit $\frac{1}{2\nu}$ zurückgelegt, also der dem Polbogen entsprechende Winkel β in der Zeit $\frac{1}{2\nu} \cdot \frac{\beta}{\pi}$.

Wir erhalten also den Höchstwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{max} = \frac{N \cdot z' \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{2\nu} \cdot \frac{\beta}{\pi}} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (a)$$

Wir tragen nun, wie es in Fig. 254 geschehen ist, das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und ersetzen die schraffierten Flächen durch ein Rechteck über der Basis 2π . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu $\frac{\beta}{\pi} \cdot E_{max}^2$. Wenn wir hieraus die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Ist z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta/\pi = 2/3$, so ergibt sich:

$$E_{max} = 3 N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

und daraus der Effektivwert:

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E_{max} = 2,45 N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

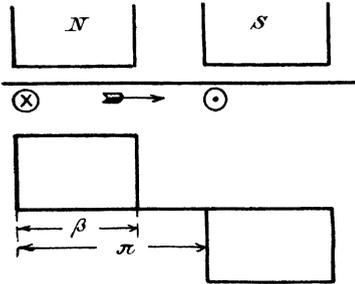


Fig. 253.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Einlochwicklung und bestimmter Polbreite.

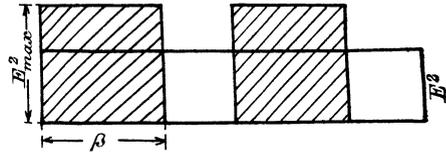


Fig. 254.

Nimmt man die oben erwähnte Verkleinerung um 10% vor, so erhält man bei dem Verhältnis $\beta/\pi = 2/3$ für Einlochwicklung fast genau denselben Wert wie bei sinusförmigem Feld.

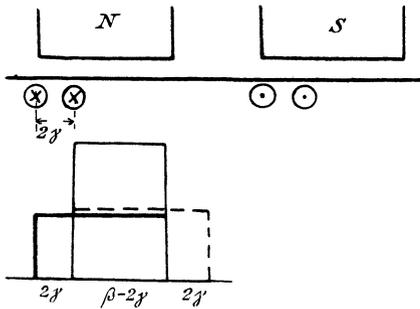


Fig. 255.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Zweilochwicklung und bestimmter Polbreite.

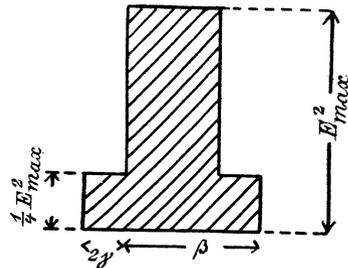


Fig. 256.

Bei Zweilochwicklung ist die Breite 2γ der Spulenseite gleich dem Lochabstand (Fig. 255 und 256). Wir betrachten der Einfachheit wegen nur den in der Wirklichkeit immer vorkommenden Fall, daß der Lochabstand kleiner ist als die neutrale Zone. Da die Polteilung dem Bogen π und die Polbreite dem Bogen β entspricht, so entspricht die neutrale Zone dem Bogen $\pi - \beta$. Es gilt daher die Voraussetzung:

$$2\gamma < \pi - \beta$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft in Fig. 255 setzt sich aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen 2γ gegeneinander ver-

schoben sind. Während der Zeit, in welcher sich beide Nuten vor dem Pol befinden, also über den Bogen $\beta - 2\gamma$, ist die elektromotorische Kraft am größten. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einer oder in zwei Nuten angeordnet sind, so erhalten wir nach Gleichung (a) auf S. 315:

$$E_{max} = 2 \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

In der Zeit dagegen, in welcher sich nur eine einzige Nut vor dem Pol befindet, d. h. über den Bogen 2γ , ist die elektromotorische Kraft nur die Hälfte des größten Wertes.

Wir tragen nun wieder das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf (Fig. 256) und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{2}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2 = (\beta - \gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren und aus dem erhaltenen Werte die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für die in Fig. 247 und 249 angedeuteten Wicklungen.

Bei der Dreilochwicklung beschränken wir uns wieder auf den Fall, in welchem die Breite der Spulenseite kleiner ist als die neutrale Zone:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt sich nun einfach, wenn wir in Fig. 257 die Ordinaten dreier Kurven addieren, deren Phasendifferenz dem Lochabstand oder der halben Spulenbreite entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 257 die Ordinaten der drei Kurven nicht genau gleich groß gezeichnet.

Im ersten Zeitraum, in welchem sich nur eine einzige Nut unter dem Polbogen befindet, entspricht die elektromotorische Kraft dem dritten Teil der Ankerdrähte, sie ist aber im übrigen durch den Wert von E_{max} in Gleichung (a) gegeben. Wenn 2γ wieder die ganze Breite der Spulenseite ist, so dauert dieser Zeitraum über den Bogen γ . Über den weiteren Bogen γ entspricht die elektromotorische Kraft zwei Drittel der Ankerdrähte und weiter über den Bogen $\beta - 2\gamma$ hat sie einen gleichmäßigen Wert, der durch die ganze Drahtzahl gegeben ist. Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen austritt. Wir quadrieren nun die Augenblickswerte, tragen die Quadrate in Fig. 258 als Ordinaten auf und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{3}\right)^2 + 2\gamma \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot E_{max}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir die zusammengehörigen Größen vereinigen, durch den Bogen π dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Dabei berechnet sich der Höchstwert wieder aus Gleichung (a) auf S. 315 zu:

$$E_{max} = \frac{2\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Bei einer Dreiphasenmaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B. $3 \cdot 3 = 9$ Löcher auf der Polteilung. Der Lochabstand, d. h. in unserem Falle der Wert von γ , ist also gleich $\pi/9$. Ist nun z. B. das

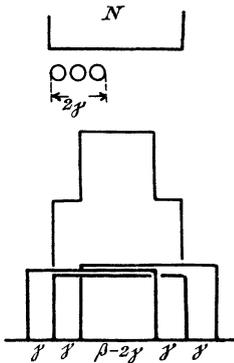


Fig. 257.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Dreilochwicklung und ausgeprägten Polen.

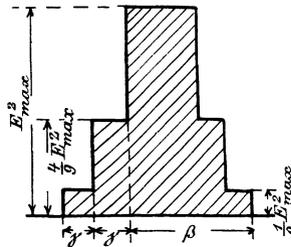


Fig. 258.

Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta : \pi = 1 : 2$, so erhalten wir nach Gleichung (a) auf S. 315:

$$E_{max} = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} = 4 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Daraus ergibt sich dann der Effektivwert E nach der obigen Gleichung zu:

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot E_{max} = 2,53 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

93. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Ankerwicklung.

Wir betrachten zunächst einen Fall, in welchem die Breite der Spulenseite größer als die Polbreite ist.

$$2\gamma > \beta.$$

Jetzt ragt die Spulenseite selbst in den Augenblicken der größten elektromotorischen Kraft (Fig. 261) über die Polbreite hinaus, und daher ist nicht die Breite 2γ , sondern die Breite β ein Maß für den Wert von E_{max} . Wir beginnen nun unsere Betrachtung mit dem Augenblick, in welchem die Mitte der Spulenseite in die neutrale Zone fällt (Fig. 259). In diesem Augenblick werden vor den beiden Polen elektromotorische Kräfte induziert, die sich genau aufheben. Die elektromotorische Kraft der Spulenseite ist daher Null. Wenn dann die Spulenseite um den Bogen α weiter geschritten ist, so ist die elektromotorische Kraft vor dem Südpol um einen Betrag gewachsen, der dem Bogen α entspricht. Gleichzeitig hat die entgegengesetzte elektromotorische Kraft vor dem Nordpol um denselben Betrag abgenommen. Daher entspricht die Zunahme der elektromotorischen Kraft dem Bogen 2α . Da der Bogen β ein Maß für den Wert von E_{max} ist, so ergibt sich der Augenblickswert zu:

$$E = E_{max} \cdot \frac{2\alpha}{\beta} \tag{a}$$

Dieser Zeitraum dauert so lange, bis die Spulenseite ganz aus dem Bereiche des Nordpols herausgetreten ist (Fig. 260).

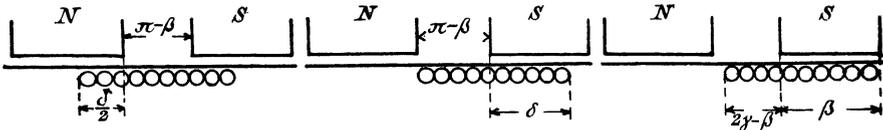


Fig. 259. Fig. 260. Fig. 261.
Glatte Ankerwicklung, an den Polen vorbeigleitend.

Bezeichnen wir nun den Betrag, um den die Spulenseite größer ist als die neutrale Zone, mit δ , so ergibt sich aus Fig. 260:

$$\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi.$$

Der Weg, um den die Spulenseite im ersten Zeitraum vorwärts geschritten ist, ist nach Fig. 260 gleich $\delta/2$. Wir tragen nun die Quadrate der elektromotorischen Kraft als Ordinaten auf und berechnen die Fläche F_1 in Fig. 262. Sie ergibt sich zu:

$$F_1 = \int_0^{\delta/2} E_{max}^2 \cdot \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^2 \cdot d\alpha = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot \beta^2}.$$

Der zweite Zeitraum liegt zwischen den in Fig. 260 und 261 gezeichneten Augenblicken. Er ist dadurch bestimmt, daß die Spulenseite nur vor einer einzigen Polfläche liegt und diese teilweise bedeckt. Bezeichnen wir jetzt den Betrag, um den die Spulenseite unter einen Polbogen getreten ist, mit ε , so ist allgemein der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft während des zweiten Zeitraumes:

$$E = E_{max} \cdot \frac{\varepsilon}{\beta}. \quad (b)$$

Der Wert von ε ist im Anfang unseres Zeitraumes nach Fig. 260 gleich δ und am Ende des Zeitraumes nach Fig. 261 gleich β . Wir haben also die Quadrate der Augenblickswerte als Ordinaten aufzutragen und zwischen den Grenzen δ und β zu integrieren. Wir erhalten dann die Fläche F_2 in Fig. 262 zu:

$$F_2 = \int_{\delta}^{\beta} E_{max}^2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} \cdot d\varepsilon = \frac{E_{max}^2 \cdot (\beta^3 - \delta^3)}{3\beta^2}.$$

Die Fläche F_2 wird oben, ebenso wie die Fläche F_1 , durch krumme Linien begrenzt, was sich aber in der Zeichnung nicht deutlich zum Ausdruck bringen läßt. Im dritten Zeitraum ist die ganze Polfläche von der

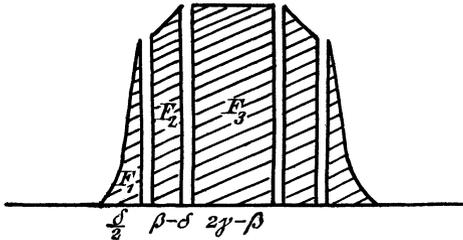


Fig. 262. Zeitlicher Verlauf der Quadrate der elektromotorischen Kraft bei glatter Wicklung.

Spulenseite bedeckt, und die elektromotorische Kraft hat einen gleichmäßigen Höchstwert. Der Zeitraum dauert nach Fig. 262 über den Bogen $2\gamma - \beta$. Wir erhalten also, wenn wir das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auftragen:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (2\gamma - \beta).$$

In den nächstfolgenden Zeiträumen erhalten wir wieder die Flächen F_2 und F_1 . In Fig. 262 sind die Flächen getrennt gezeichnet, weil der Koordinatenanfang für die einzelnen Abszissen nicht derselbe ist. Als Summe der Flächen während einer halben Periode erhalten wir:

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left(2\gamma - \frac{\beta}{3} - \frac{\delta^3}{3\beta^2} \right).$$

Wenn wir dann durch π dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta). \quad (47)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite. Deswegen haben wir nun auch den Wert von E_{max} in Gleichung (a) auf S. 315 im Verhältnis $\beta:2\gamma$ zu reduzieren, da von der ganzen Drahtzahl nur höchstens der Betrag $\beta/2\gamma$ vor einem Pol liegt. Wir erhalten also für eine Spulenseite, die größer als die Polbreite ist, mit Berücksichtigung der Gleichung (a) auf S. 315:

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta).$$

Ist dagegen die Spulenseite kleiner als die Polbreite, so ist nicht mehr der Polbogen β , sondern die Breite 2γ ein Maß für den Höchstwert der elektromotorischen Kraft, so daß in den Gleichungen (a) und (b) dieses Abschnittes β durch 2γ zu ersetzen ist. Ferner sind die Integrationsgrenzen für den zweiten Zeitraum δ und 2γ , und der dritte Zeitraum währt über den Bogen $\beta - 2\gamma$. Dann ergibt sich, ähnlich wie oben:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^2}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta). \quad (48)$$

Dabei ist nach Gleichung (a) auf S. 315:

$$E_{max} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma < \beta).$$

Ist nun die Breite 2γ der Spulenseite sogar kleiner als die neutrale Zone, so erhalten wir aus der Gleichung für δ auf S. 315 einen negativen Wert für δ . Wir haben in diesem Falle in der vorletzten Gleichung den Wert δ gleich Null zu setzen. Der Beweis ergibt sich einfach daraus, daß die Fläche F_1 in diesem Falle gleich Null wird, und daß die Fläche F_2 zwischen den Grenzen 0 und 2γ , statt zwischen δ und γ , zu rechnen ist. Beides wird erfüllt, wenn wir δ gleich Null setzen.

Dreizehntes Kapitel.

94. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine. — 95. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine. — 96. Das Diagramm der Amperewindungen. — 97. Berechnung der Statorrückwirkung. — 98. Bestimmung der Statorrückwirkung und Statorstreuung durch den Versuch. — 99. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles. — 100. Berücksichtigung der primären Streuung.

94. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine.

Unter der Voraussetzung, daß die Induktivität einer Maschine bei den verschiedenen Betriebszuständen einen unveränderlichen Wert hat, ist das Diagramm der Wechselstrommaschine sehr einfach. Die elektromotorische

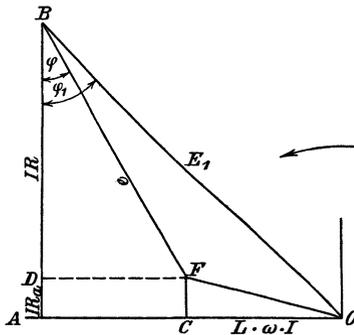


Fig. 263. Spannungsdiagramm einer Wechselstrommaschine.

ische Kraft E_1 , die durch die von der Magneterregung erzeugten Kraftlinien induziert wird, ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, in welchem die eine Kathete durch die Summe des inneren und äußeren induktiven Spannungsverlustes und die andere Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannung gebildet wird.

In Fig. 263 ist der Vektor des Stromes in die positive Richtung der Ordinatenachse gelegt. Die elektromotorische Kraft der inneren und

äußeren Selbstinduktion bleibt um 90° hinter dem Strome zurück und wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente OA der elektromotorischen Kraft. Der Vektor OA zerfällt wieder in zwei Teile, nämlich den inneren induktiven Spannungsverbrauch $OC = L \cdot \omega \cdot I$ und den äußeren induktiven Spannungsverlust CA . Ebenso zerfällt die gesamte Ohmsche Spannung AB in den Ohmschen Spannungsverbrauch $AD = I \cdot R_a$ im Stator und in den Ohmschen Spannungsverbrauch $DB = I \cdot R$ im äußeren Stromkreise.

Um nun die Klemmenspannung zu ermitteln, zeichnen wir das Rechteck $CFDA$. Dann ist der Vektor FB die Hypotenuse zu den Katheten des äußeren induktiven Spannungsverlustes und der äußeren Ohmschen Spannung, er stellt also die Klemmenspannung der Maschine dar. Ferner gibt OF den gesamten Spannungsverlust in der Maschine an. Schon im

Abschnitt 76 ist darauf hingewiesen, daß man diesen Spannungsverlust nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahieren muß, um die Klemmenspannung e zu erhalten.

Der Winkel FBD ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Klemmenspannung und Stromstärke, also der Phasenverschiebungswinkel im äußeren Stromkreise. Dagegen stellt der Winkel φ_1 die Phasenverschiebung zwischen der von den Magneten aus induzierten elektromotorischen Kraft und der Stromstärke dar. Der Höchstwert des Stromes wird also später erreicht, nachdem die Polmitte die Mitte der Spulenseite passiert hat. Selbstverständlich ist der im Diagramm gezeichnete Winkel φ_1 nur bei einer zweipoligen Maschine gleich dem räumlichen Winkel. Bei mehrpoligen Maschinen mit p Polpaaren entspricht allgemein ein Winkel des Diagramms einem p mal so kleinen räumlichen Winkel.

Um das Diagramm in Fig. 263 zeichnen zu können, müssen wir die Leerlaufcharakteristik und die Induktivität der Maschine kennen. Wir können die Charakteristik leicht durch den Versuch ermitteln, indem wir den Magnetstrom durch einen Widerstand verändern oder die Spannung der Erregermaschine regeln. Außerdem kann die Leerlaufcharakteristik nach Abschnitt 57 durch Rechnung ermittelt werden. Wir tragen dann den Erregerstrom oder die Amperewindungen eines Polpaars als Abszisse und die Leerlaufspannung als Ordinate auf. Diese Spannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Man erhält auf diese Weise die statische Charakteristik (vergl. Fig. 280). Diese steigt zunächst geradlinig an, solange die Kraftlinienzahl und damit die Eisensättigung gering ist. Da dann nämlich in dem ganzen magnetischen Kreis der Luftraum die Hauptrolle spielt, so sind die erzeugten Kraftlinien sowie die elektromotorische Kraft den erregenden Amperewindungen proportional. Sobald aber infolge zunehmender Sättigung des Eisens die magnetische Leitfähigkeit des Eisenweges abnimmt, wird die Kurve allmählich immer flacher.

Es gilt nun noch, die innere Selbstinduktion zu bestimmen. Wir machen zunächst zu diesem Zwecke die Annahme, daß die Stellung der Pole gegenüber dem Stator keine wesentliche Veränderung der vom Stator erzeugten Selbstinduktionskraftlinien bewirken soll. Die Figuren 264 und 265 zeigen allerdings, daß der magnetische Widerstand für die vom Statorstrom erzeugten, in den Figuren punktiert gezeichneten Kraftlinien je nach der relativen Lage des Poles und der Spule verschieden ist. Die Induktivität ist also, wenigstens bei Maschinen mit ausgeprägten Polen, genau genommen während einer Periode keine unveränderliche Größe. Sie wird außerdem auch von der Phasenverschiebung beeinflusst, da es für die vom Stator erzeugten Kraftlinien nicht gleichgültig sein kann, ob beispielsweise der Höchstwert des Statorstromes in dem Augenblick auftritt, in welchem die Fläche einer Stator-

spule sich vor einem Pol befindet, oder in dem Augenblick, in welchem sie sich einer neutralen Zone gegenüber befindet.

Wir werden indessen keinen großen Fehler machen, wenn wir annehmen, daß die Induktivität des Stators während einer Periode konstant ist. Wir können dann die Selbstinduktion durch den Versuch ermitteln, indem wir eine Wechselstromspannung an den Stator unserer feststehenden Maschine legen. Diese Spannung wird so niedrig gewählt, daß sie nur den normalen Strom durch den Stator treibt. Bei größeren Maschinen ist der Versuch allerdings bedenklich, da die vom Stator erzeugten Kraftlinien bei Stillstand mit der vollen Periodenzahl durch die Magnetwindungen hindurchschneiden und in ihnen Spannungen von gefährlicher Höhe induzieren. Wir wollen aber darauf in unserm Falle keine Rücksicht nehmen, da es uns darauf ankommt, die Verhältnisse in möglichst einfacher Weise darzustellen. Nehmen wir also an, der erwähnte Versuch bei Stillstand der Maschine wäre ausführbar. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverbrauches erhalten wir dann in der an den Stator gelegten Spannung unmittelbar den induktiven Spannungsverbrauch

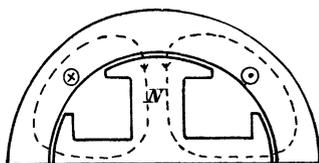


Fig. 264.

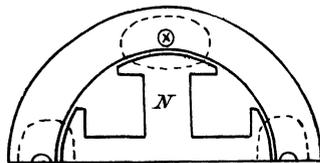


Fig. 265.

Vom Stator erzeugter Kraftfluß bei verschiedener Stellung des Polrades.

selbst. Wenn wir diesen durch die Stromstärke dividieren, erhalten wir den induktiven Widerstand des Stators $L \omega$.

Nachdem so die Leerlaufcharakteristik und der induktive Widerstand bestimmt sind, können wir für eine gegebene Erregung die Klemmenspannung bei einem bestimmten Stromverbrauch und einen bestimmten Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise bestimmen. Wir suchen dazu aus der statischen Charakteristik für die gegebene Erregung die elektromotorische Kraft E_1 und schlagen von O aus einen Kreis mit dem Radius $OB = E_1$ (Fig. 266). Dann zeichnen wir aus $CF = I \cdot R_a$ und $OC = L \omega \cdot I$ das Dreieck OFC . Um dann für einen bestimmten Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise das Diagramm zu ermitteln, ziehen wir von F aus einen Strahl, der mit der Ordinatenachse den Winkel φ bildet und den Kreis im Punkte B schneidet. Dann ist FB nach Fig. 263 die gesuchte Klemmenspannung.

Die algebraische Differenz $OB - FB$ gibt uns den Abfall der Klemmenspannung zwischen Leerlauf und der gegebenen Belastung an. Um diese Differenz bequem ablesen zu können, schlagen wir von F aus mit dem Radius $FG = E_1$ einen zweiten Kreis, der die Verlängerung von FB im Punkte G schneidet. Dann ist BG der gesuchte Spannungs-

abfall. Wie die Figur zeigt, wird dieser Spannungsabfall um so größer, je weiter der Punkt B sich auf dem Kreise nach unten bewegt, je größer also der Winkel φ ist.

Der Spannungsabfall erreicht nach Fig. 266 ungefähr dann seinen größten Wert, wenn die Phasenverschiebung 90° beträgt. In diesem Falle ist die äußere Ohmsche Spannung gleich Null und die Klemmenspannung FB_1 ist gleich dem äußeren induktiven Spannungsverbrauch. Der innere Spannungsverlust OF subtrahiert sich jetzt fast algebraisch von der elektromotorischen Kraft OB_1 , und die Klemmenspannung erreicht ihren niedrigsten Wert.

Dagegen wird nach Fig. 266 der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung besonders klein, wenn die Phasenverschiebung außen gleich Null ist, d. h. wenn die Maschine nur auf Glühlampen arbeitet.

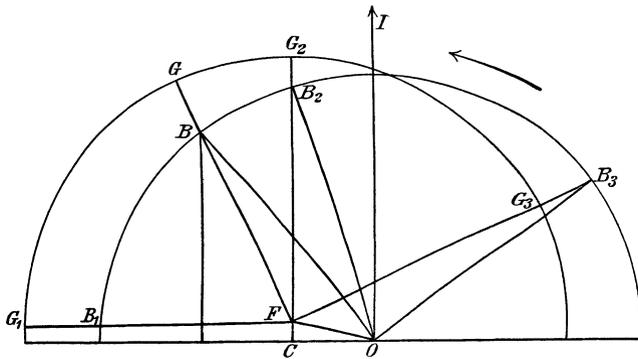


Fig. 266. Diagramm der Wechselstrommaschine für konstanten Strom und veränderliche Phasenverschiebung.

Der äußere induktive Spannungsverbrauch ist dann gleich Null und die Klemmenspannung FB_2 ist gleich der äußeren Ohmschen Spannung.

Von besonderem Interesse ist nun noch ein Fall, in welchem die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise negativ ist. Dann eilt der Vektor des Stromes I dem Vektor der Klemmenspannung, der z. B. gleich FB_3 ist, voraus. Das kann eintreten, wenn eine Kapazität oder ein überregter Synchronmotor im Stromkreise eingeschaltet ist. Unter diesen Umständen ist die Klemmenspannung $e = FB_3$ sogar größer als die elektromotorische Kraft $E_1 = OB_3$. Liefert z. B. der Generator eine elektromotorische Kraft von 1000 Volt und ist die elektromotorische Gegenkraft des Motors, die bei Wechselstrom scheinbar größer sein kann als die des Generators, 1200 Volt, so stellt sich eine Klemmenspannung von etwa 1100 Volt her. Zugleich eilt dann die Stromstärke in der Phase voraus, und wir erhalten Verhältnisse, wie sie in Fig. 266 durch den Punkt B_3 gegeben sind.

Allerdings zeigt sich hier besonders deutlich der schwache Punkt des Spannungsdiagrammes, da die Annahme einer Klemmenspannung, die größer ist als die elektromotorische Kraft eines Generators und kleiner ist als die elektromotorische Kraft eines Motors, etwas Widersinniges hat. Im Diagramm der Kraftflüsse- und Amperewindungen (vergl. Abschnitt 95 und 96) fällt diese Widersinnigkeit weg.

95. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine.

Das Spannungsdiagramm (Fig. 266) gibt ein für viele Zwecke sehr brauchbares Bild von der Wirkungsweise einer Wechselstrommaschine,

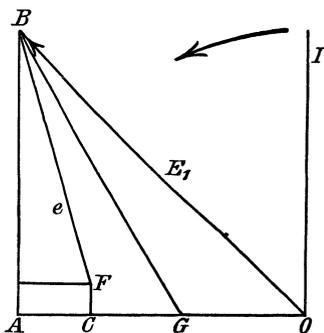


Fig. 267. Gesonderte Berücksichtigung der Statorrückwirkung und Statorstreuung.

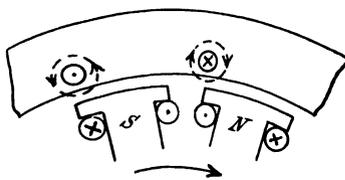


Fig. 268. Nutenstreufluß des Stators.

aber es entspricht doch in einem wesentlichen Punkte nicht genug den wirklichen Verhältnissen. Um dies zu erkennen, zerlegen wir in Fig. 267 die elektromotorische Kraft CO , die durch die vom Stator erzeugten Kraftlinien induziert wird, in die beiden Teile CG und GO .

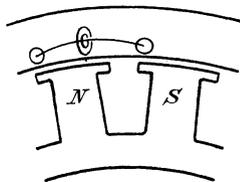


Fig. 269. Stirnstreuung des Stators.

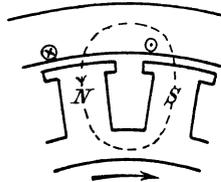


Fig. 270. Gegenkraftfluß des Stators.

Davon möge CG durch die Streulinien des Stators induziert sein, die nach Fig. 268 um die Nuten des Stators verlaufen (Nutenstreuung) oder nach Fig. 269 die Wicklungsköpfe umschließen (Stirnstreuung).

Dagegen werde die elektromotorische Kraft GO durch die vom Stator erzeugten Kraftlinien induziert, die sich nach Fig. 270 durch die Polkerne schließen (Statorrückwirkung).

Die beiden elektromotorischen Kräfte CG und GO ergeben dann mit der von der Magneterregung allein herrührenden elektromotorischen

Kraft OB eine Resultierende CB , die gleich der Summe aus dem Ohmschen Verlust und der Klemmenspannung ist.

In Wirklichkeit sind nun die genannten elektromotorischen Kräfte gar nicht einzeln vorhanden, weil auch die Kraftflüsse, durch die wir sie erzeugt sein lassen, nicht einzeln existieren.

So besteht in den Polen nur ein einziger Kraftfluß, der dem Vektor GB in Fig. 267 entspricht. Man kann sich nun vorstellen, daß dieser Kraftfluß bei seinem Austritt aus dem Pol in seiner vollen Stärke in die Statorspule eintritt, und daß die durch ihn induzierte elektromotorische Kraft zur Erzeugung der Spannung CB und für den Spannungsverlust GC , der durch Statorstreuung veranlaßt ist, verbraucht wird. Wenn Statorstrom und Magnetstrom, wie es meist der Fall ist, sich entgegenwirken, können wir statt dessen auch annehmen, daß von dem ganzen, aus dem Pol austretenden Luftkraftfluß nur ein Teil, der dem Vektor CB entspricht, die Statorspule durchsetzt, während ein anderer, dem Vektor GC entsprechender Teil, nämlich der Streufluß des Stators, seitlich an der Spule vorbeigeht. In diesem Falle läßt man also den Streufluß des Stators ebenfalls vom Pol ausgehen.

Im Stator besteht dann ein einziger Kraftfluß, dem eine elektromotorische Kraft CB entspricht. Diese ist, abgesehen vom Ohmschen Spannungsverlust, immer gleich der Klemmenspannung, so daß die am Schlusse des vorigen Abschnittes erwähnte Widersinnigkeit vollständig verschwindet.

Diese Anschauung entspricht den wirklichen Verhältnissen am besten und sie wird besonders wichtig in dem Falle, in welchem der Höchstwert des Statorstromes dem Magnetstrom teilweise entgegenwirkt. Wie Fig. 268 zeigt, würden die Streulinien des Stators, wenn man sie vom Stator erzeugt sein läßt, den Kraftlinien des Magnetpoles S innerhalb der Statorspule entgegengerichtet sein, dagegen außen gleichgerichtet sein. Innerhalb der Statorspule besteht aber dann in Wirklichkeit nur die Differenz beider Kraftflüsse, und die Wirkung der Statorstreuung zeigt sich darin, daß ein Teil des Polkraftflusses aus der Statorspule in den Streuweg gedrängt wird. Wir haben also dann, um den Polkraftfluß zu ermitteln, zu dem Statorkraftfluß, welcher durch die elektromotorische Kraft CB in Fig. 267 gegeben ist, den Streufluß des Stators zu addieren.

Bei der praktischen Anwendung des Diagramms wird man jedoch, statt die Kraftflüsse im Stator und im Streuweg zusammensetzen, immer, wie oben angegeben, die entsprechenden elektromotorischen Kräfte zugrunde legen, aus dem einfachen Grunde, weil die Statorstreuung, wie später gezeigt wird, durch Messung einer Spannung ermittelt wird und auch die Leerlaufcharakteristik nicht für Kraftflüsse, sondern für Spannungen aufgestellt wird. Der linke Teil des Spannungsdiagramms bleibt daher bei der praktischen Anwendung bestehen.

Dagegen ist der rechte Teil, nämlich das Dreieck OGB in Fig. 267, praktisch nicht zu brauchen, weil die magnetische Sättigung der Pole bei Betrieb dem Vektor GB und nicht dem Vektor OB entspricht und daher der Vektor OB gar nicht die Leerlaufspannung und überhaupt gar keine praktisch meßbare Größe darstellt. An die Stelle des rechten Teiles des Spannungsdiagramms hat daher das im folgenden Abschnitt entwickelte Diagramm der Amperewindungen zu treten.

96. Das Diagramm der Amperewindungen.

Da der Vektor GB in Fig. 271 dem Luftkraftfluß der Wechselstrommaschine entspricht, so hat man zu der Spannung GB aus der Leerlaufcharakteristik die zugehörige Erregung X zu entnehmen. Wir wollen diese Erregung als die resultierende Erregung bezeichnen. Ihr Vektor eilt nach S. 257 der von den Kraftlinien dieser Erregung induzierten elektromotorischen Kraft um 90° voraus, fällt also in Fig. 271 in die Richtung GQ .

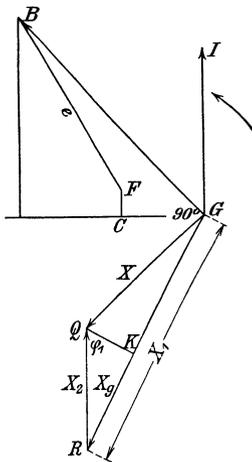


Fig. 271. Diagramm der Amperewindungen.

Die Erregung X reicht bei Leerlauf zur Erzeugung einer Spannung GB aus. Bei Betrieb muß sie, um die Gegenwirkung des Statorstromes aufzuheben, um eine dem Statorstrom entgegengesetzte Komponente QR vergrößert werden. Dabei fällt QR in eine Richtung, die dem Statorstrom entgegengesetzt ist. Man erhält auf diese Weise die gesamte erforderliche Magnetenerregung zu $X_1 = GR$. Man kann auch statt dessen die Erregung $GQ = X$ als die Resultierende aus der Magnetenerregung $GR = X_1$ und der Statorerregung $RQ = X_2$ auffassen.

Es erhebt sich allerdings die Frage, inwiefern man die Magnetenerregung, die eine Gleichstromerregung ist, in ein Wechselstromdiagramm einführen kann. Diese Einführung wird dadurch möglich, daß man die magnetisierende Wirkung dieser Erregung ins Auge faßt, deren Achse bald die Statorspule durchsetzt, bald mit der Statorspule parallel ist. Je nach der Phase des Statorstromes gegenüber der Spannung ist die magnetisierende Wirkung des Statorstromes der Magnetenerregung mehr oder weniger entgegengerichtet oder gleichgerichtet.

Wenn z. B. der Statorstrom eines Generators hinter der Spannung zurückbleibt, so erreicht er seinen Höchstwert erst, nachdem die Polmitte den Leiter passiert hat (Fig. 272). Der Statorstrom wirkt in diesem Falle den Magnetwindungen entgegen, und zwar mehr oder weniger direkt. Eine direkte Entgegenwirkung findet statt, wenn der Höchstwert des Stromes in dem Augenblick erreicht wird, in welchem die Mitte der neutralen Zone

sich vor dem Leiter befindet (Fig. 273). Dies ist unter Vernachlässigung des inneren Ohmschen Spannungsverlustes der Fall, wenn die Maschine rein induktiv belastet ist.

Fällt der Höchstwert des Stromes mit dem Augenblick zusammen, in welchem die Polmitte sich vor dem Leiter befindet, so ist die Entgegenwirkung des Statorstromes gleich Null. Dies ist praktisch der Fall, wenn die Maschine rein induktionslos belastet ist, also z. B. auf Glühlampen arbeitet (Fig. 274). Genau genommen tritt dieser Fall wegen der inneren Selbstinduktion durch Statorstreuung und wegen des Auftretens der in Fig. 265 gezeichneten Querkraftlinien nicht genau bei induktionsloser Belastung ein, sondern bei geringer Voreilung des Stromes vor der Spannung.

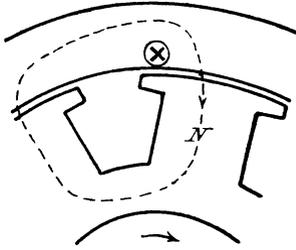


Fig. 272.

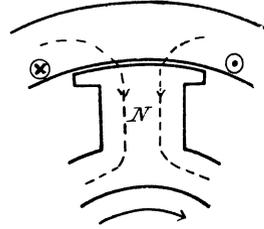


Fig. 273.

Vom Höchstwert des Statorstromes erzeugter Kraftfluß (bei Nacheilung des Stromes).

lampen arbeitet (Fig. 274). Genau genommen tritt dieser Fall wegen der inneren Selbstinduktion durch Statorstreuung und wegen des Auftretens der in Fig. 265 gezeichneten Querkraftlinien nicht genau bei induktionsloser Belastung ein, sondern bei geringer Voreilung des Stromes vor der Spannung.

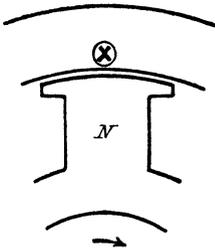


Fig. 274.

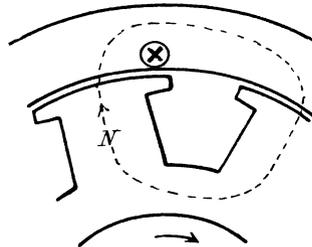


Fig. 275.

Vom Höchstwert des Stromes erzeugter Kraftfluß.
Gegenkraftfluß Null bei $\cos \varphi = 1$.

Gegenkraftfluß negativ, d. h. das Feld verstärkend, bei Phasenvoreilung.

Bei stärkerem Voreilen des Stromes vor der Spannung wird der Höchstwert des Stromes schon erreicht, bevor die Polmitte den Leiter passiert hat (Fig. 275). Der Statorstrom wirkt in diesem Falle in gleichem Sinne wie der Magnetstrom, d. h. die Entgegenwirkung des Stators wird negativ, der Statorstrom ist magnetisierend.

Auf diese Weise erklärt sich sehr einfach das zuerst auffallende Verhalten, das eine an ein Netz von konstanter Spannung angeschlossene Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung zeigt. Wir zwingen

einer solchen Maschine von außen her eine konstante Klemmenspannung, also abgesehen vom Ohmschen Spannungsverlust auch einen konstanten Statorkraftfluß auf. Einer Änderung der Erregung antwortet die Maschine dann sofort durch eine Änderung der Phase des Statorstromes. Dieser wirkt je nach Bedarf mehr oder weniger entmagnetisierend oder magnetisierend, so daß sich eine konstante resultierende Erregung einstellt, wie sie der Klemmenspannung entspricht.

Beim Generator wirkt nach dem obigen ein in der Phase hinter der Spannung zurückbleibender Strom entmagnetisierend, er tritt also bei Übererregung des Generators auf (Fig. 272). Ein vor der Spannung voreilender Strom wirkt magnetisierend, er tritt also bei Untererregung auf (Fig. 275).

Beim Motor ist in beiden Fällen das entgegengesetzte der Fall, da die Drehrichtung des Motors bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung entgegengesetzt ist wie in Fig. 272 und 275. Wir können also zusammenfassend sagen:

Nacheilung des Stromes hinter der Spannung schwächt Generatorfeld und verstärkt Motorfeld;

Voreilung des Stromes vor der Spannung verstärkt Generatorfeld und schwächt Motorfeld (vergl. Fig. 276 und 277).

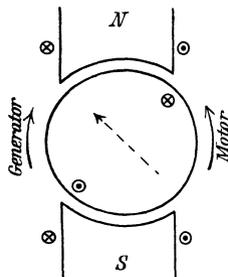


Fig. 276. Übererregung. Schwächung des Feldes durch nacheilenden Generatorstrom und voreilenden Motorstrom.

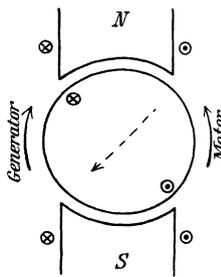


Fig. 277. Untererregung. Verstärkung des Feldes durch voreilenden Generatorstrom und nacheilenden Motorstrom.

97. Berechnung der Statorrückwirkung.

Die Berechnung der Statorrückwirkung X_2 ist bei Einphasenmaschinen sehr unsicher. Sie erreicht für ein Polpaar im Augenblick des größten Stromes den Wert

$$X_{2max} = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$$

wo z' die hintereinander geschaltete Drahtzahl ist. Rechnen wir, da der

Strom vorher und nachher geringer ist, mit einem Mittelwert, so erhalten wir:

$$X_2 = \frac{s'}{2p} \cdot i_{\text{mittel}} = \frac{s'}{2p} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{\text{max}}. \quad (49)$$

Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß der Weg für die Kraftlinien erschwert wird, wenn der Pol sich nicht gerade vor dem Spulenkopf befindet. Kapp erhält durch genaue Berücksichtigung aller Verhältnisse einen etwa 10—20 % kleineren Wert für die Statorrückwirkung, als er sich aus Gleichung (49) ergibt. (Siehe Kapp, Dynamomaschinen, 4. Aufl., S. 423 ff.) Es kommt uns jedoch hier mehr darauf an, die Größen zu erkennen, welche die Statorrückwirkung bestimmen, als genau ihren Wert zu berechnen. Überhaupt ist die Berechnung bei Einphasenmaschinen deswegen unsicher, weil der vom Stator erzeugte Kraftfluß trotz der Selbstinduktion der Magnetspulen und der Wirbelströme im Poleisen während einer Periode nicht unwesentlich schwankt.

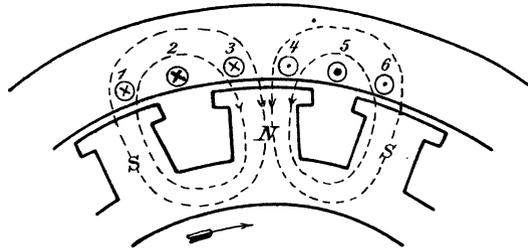


Fig. 278. Gegenkraftfluß einer Drehstrommaschine bei rein induktiver Belastung.

Wesentlich zuverlässiger ist die Rechnung bei Dreiphasenmaschinen, bei denen auf dem Stator drei besondere Wicklungen liegen. Obgleich die Gesetze des Dreiphasenstromes erst später behandelt werden, können wir doch schon hier die Tatsache benutzen, daß der Strom immer, wenn er in der einen Spulenseite gleich dem Höchstwert ist, in der rechts und links liegenden Spulenseite den halben Wert hat. Im Falle einer Phasenverschiebung von 90° zwischen der von den Polkraftlinien induzierten elektromotorischen Kraft und dem Strom führt also der Leiter, der in der neutralen Zone liegt, den Höchstwert des Stromes, während die Leiter zu seinen beiden Seiten einen Strom von der gleichen Richtung, aber von der halben Stärke führen (Fig. 278).

Um nun die Statorrückwirkung für ein Polpaar zu ermitteln, betrachten wir zunächst die Löcher 2 und 5, in denen der Strom gerade seinen höchsten Wert besitzt. Ist die Drahtzahl einer Phase wieder gleich s' , so ist die Drahtzahl einer Spulenseite gleich $\frac{s'}{2p}$. Die Amperewindungen der Spule 2 5 sind dann $\frac{s'}{2p} \cdot i_{\text{max}}$, und die der Spulen 3 6 und 1 4 sind je $\frac{1}{2} \cdot \frac{s'}{2p} \cdot i_{\text{max}}$. Die Gegenkraftlinien zwischen den

Löchern 3 und 4 werden nun durch eine gesamte Gegenerrregung geschaffen, deren eine Spulenseite von den Löchern 1, 2, 3 und deren andere Spulenseite von den Löchern 4, 5, 6 gebildet wird. Die Gegenkraftlinien zwischen den Löchern 3 und 4 entsprechen also einer Amperewindungszahl:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} = \frac{2 \cdot z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

Dagegen werden die Gegenkraftlinien links von Loch 3 und rechts von Loch 4 nur von der Spule 2 5 geschaffen, sie entsprechen also einer Amperewindungszahl $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$. Unter der Voraussetzung, daß die Polbreite gleich $2/3$ der Teilung ist, verlaufen die jetzt betrachteten Kraftlinien durch einen ebenso breiten Luftraum wie die oben betrachteten. Es liegt daher nahe, als mittlere Statorrückwirkung das Mittel zwischen den beiden oben berechneten Werten einzusetzen. Wir erhalten dadurch:

$$X_2 = 1,5 \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}. \quad (50)$$

Das ist allerdings zunächst nur der Betrag der Statorrückwirkung im gezeichneten Augenblick. Wenn jedoch das Polrad weiter gedreht wird, so nimmt der Strom in der einen Phase zu und in der andern ab, so daß die magnetische Wirkung annähernd dieselbe bleibt. Außerdem kommt sehr bald wieder ein anderer Draht in die neutrale Zone, und dieser führt wieder den höchsten Strom, so daß sich die gezeichneten Verhältnisse sofort wiederholen. Es muß aber auch wieder darauf hingewiesen werden, daß unsere Darlegungen nur die allgemeine Wirkungsweise der Statorrückwirkung deutlich machen sollen, ohne daß eine vollständige Genauigkeit erzielt werden könnte. Eine völlig einwandfreie Rechnung dürfte hier ein Ding der Unmöglichkeit sein. Praktische Messungen ergeben einen um 25 % größeren Wert von X_2 als den oben berechneten.

Der Einfluß der Statorrückwirkung, wie er im vorstehenden dargestellt ist, beruht im Grunde genommen darauf, daß die Statorspule im entscheidenden Augenblicke, in welchem der Strom den Höchstwert hat, eine mehr oder weniger schräge Lage gegenüber den Magnetwindungen besitzt. Das wird im Diagramm in Fig. 271 dadurch zum Ausdruck gebracht, daß sich die Amperewindungen des Stators und der Magnete unter einem gewissen Winkel subtrahieren.

Wir können dies auch dadurch zum Ausdruck bringen, daß wir die ganze Statorrückwirkung $RQ = X_2$ in Fig. 271 in die beiden rechtwinkligen Komponenten $RK = X_2 \cdot \sin \varphi_1$ und $KQ = X_2 \cdot \cos \varphi_1$ zerlegen, wo φ_1 der Winkel ist, den eine auf dem Vektor der Magneterregung errichtete Senkrechte mit dem Statorstrom bildet. Diese beiden Komponenten können wir als wirkliche Ströme auffassen, deren Höchstwerte in den durch Fig. 273 und 274 dargestellten Zeitpunkten im Stator auftreten. Die Komponente X_g der Statorrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, ist dann:

$$X_g = RK = X_2 \cdot \sin \varphi_1.$$

Je nachdem der Winkel φ_1 positiv oder negativ ist, erhalten wir eine entmagnetisierende oder magnetisierende Wirkung des Statorstromes.

Da der Winkel zwischen den Vektoren X und X_1 in Fig. 271 immer ziemlich klein wird, so ist angenähert in dieser Figur $GK = GQ$, d. h. es gilt die Gleichung:

$$X_1 = X + X_2 \cdot \sin \varphi_1. \tag{a}$$

98. Ermittlung der Statorrückwirkung und Statorstreuung durch den Versuch.

Die Bestimmung der Statorrückwirkung und Statorstreuung an einer ausgeführten Maschine geschieht auf Grund der Leerlaufkurve und der Kurzschlußkurve.

Die Aufnahme der Leerlaufkurve geschieht wie bei einer Gleichstrommaschine. Die Aufnahme der Kurzschlußkurve erfolgt, indem die Maschine durch einen Stromzeiger kurz geschlossen und verschieden erregt wird. Man trägt dann den Magnetstrom als Abszisse und die Leerlaufspannung bezw. den Kurzschlußstrom als Ordinate auf (Fig. 280). Die gezeichneten Kurven sind aus einer Arbeit Heylands (ETZ 1900, S. 1011) entnommen.

Die Maschine werde nun zur experimentellen Ermittlung der Statorstreuung und Statorrückwirkung durch Drosselspulen oder leerlaufende Drehstrommotoren rein induktiv belastet. Da bei rein induktiver Belastung (Fig. 279) die Klemmenspannung gleich dem äußeren induktiven Spannungsverbrauch ist, so setzt sie sich algebraisch mit dem inneren induktiven Spannungsverlust $L_s \omega \cdot I$, der durch die Statorstreuung erfolgt, zusammen. Die Summe $e + L_s \omega \cdot I$ in Fig. 279 ist fast genau gleich dem Vektor GA .

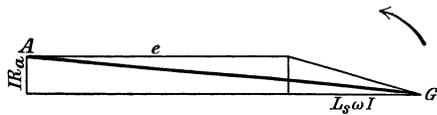


Fig. 279. Spannungsdiagramm bei rein induktiver Belastung.

Diese Summe kommt, da die Phasenverschiebung zwischen dem Vektor GA und dem Strom jetzt fast 90° beträgt, unter der direkten Entgegenwirkung von Stator- und Magneterrregung zustande. Ist also in Fig. 280 die Magneterrregung bei rein induktiver Belastung gleich OF und die Statorrückwirkung gleich EF , so ist die resultierende Erregung gleich OE , also die dabei induzierte elektromotorische Kraft gleich HE . Diese zerfällt in den inneren induktiven Abfall HJ und die Klemmenspannung $JE = GF$.

Bei Kurzschluß beträgt nun die Phasenverschiebung ebenfalls fast 90° , d. h. Stator- und Magnetstrom wirken sich ebenfalls direkt entgegen. Für dieselbe Stromstärke ist also die Selbstinduktion durch die Statorstreuung, sowie die Statorrückwirkung ebenso groß wie bei induktiver Belastung. Ist also OC die Erregung für den betreffenden Kurzschluß-

strom, so ist $AC = EF = JG$ die Statorrückwirkung und OA die resultierende Erregung bei Kurzschluß. Die dabei induzierte elektromotorische Kraft ist gleich BA . Da sie bei Kurzschluß fast vollständig für den Spannungsverlust durch Statorstreuung verbraucht wird, so ist $BA = HJ$. Da ferner OB nahezu eine Gerade ist, so ergibt sich zur Bestimmung der Statorrückwirkung und Statorstreuung folgende einfache, von Potier angegebene Zeichnung, die sich im vorliegenden Falle auf die von Heyland bei 100 Ampere Statorstrom gemessenen Werte bezieht. Dieser Statorstrom ist bei dem ganzen Versuch derselbe.

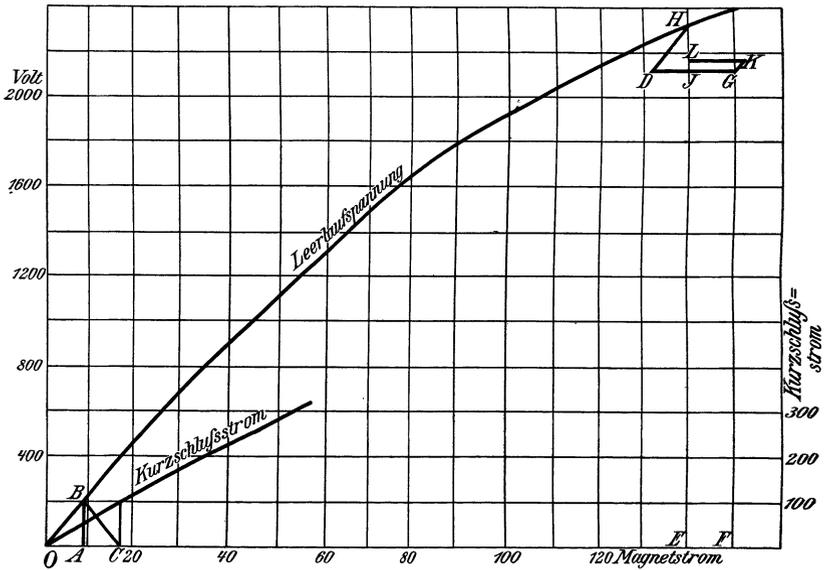


Fig. 280. Leerlaufcharakteristik, Kurzschlußkurve und Potiersches Dreieck.

Wir zeichnen in einem fortlaufenden Linienzuge:

$OF = 150$ Ampere gleich der Magneterregung bei rein induktiver Belastung mit dem genannten Statorstrom.

$FG = 2140$ Volt gleich der Klemmenspannung bei rein induktiver Belastung mit dem genannten Statorstrom.

$GD = OC = 18$ Ampere gleich der Magneterregung für einen Kurzschlußstrom von der genannten Stärke.

DH parallel dem anfänglichen geradlinigen Teil der Leerlaufkurve.

Dann ergibt sich die Summe aus Klemmenspannung und induktivem Spannungsabfall zu $HE = 2320$ Volt. Demnach ist der induktive Spannungsabfall bei 100 Ampere:

$$L_s \omega \cdot I = HJ = 2320 - 2140 = 180 \text{ Volt,}$$

und die Statorrückwirkung:

$$X_2 = JG = 10 \text{ Ampere.}$$

99. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalls.

Wir stellen uns die Aufgabe, bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine die für eine Klemmenspannung von 2200 Volt nötige Erregung vorzubestimmen, und zwar:

1. bei $\cos \varphi = 1$,
2. bei $\cos \varphi = 0,8$,
3. bei $\cos \varphi = 0$.

Die Stromstärke sei in allen drei Fällen 200 Ampere und der Statorwiderstand $R_a = 0,22$ Ohm. Wir wollen dann annehmen, daß in allen drei Fällen nach der Belastung das Netz abgeschaltet wird, und wollen die Spannungserhöhung ermitteln, die dadurch eintritt. Wir setzen also zunächst:

$$1. \cos \varphi = 1.$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch im Stator ist:

$$I \cdot R_a = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch außen ist bei induktionsloser Belastung, also $\cos \varphi = 1$ gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt. Die Summe der Ohmschen Spannungen in Fig. 281 ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Statorstreuung ist bei 200 Ampere doppelt so groß wie bei 100 Ampere, also nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes gleich 360 Volt. Wir erhalten also in Fig. 281:

$$GA = 360 \text{ Volt.}$$

Die geometrische Summe aus den Vektoren GA und AB ist:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 360^2} = 2275.$$

Dazu gehört aus der Leerlaufcharakteristik in Fig. 280 eine resultierende Erregung:

$$X = HB = 134 \text{ Ampere.}$$

Andererseits ist nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes die Statorrückwirkung bei 200 Ampere Statorstrom:

$$X_2 = 20 \text{ Ampere.}$$

Durch geometrische Addition der Amperewindungen X und X_2 in Fig. 281 erhalten wir:

$$X_1 = 138 \text{ Ampere.}$$

Der Einfachheit wegen ist der Vektor X dabei parallel mit GB aufgetragen, d. h. die Diagramme der Amperewindungen und Spannungen sind für zeitlich um 90° verschiedene Zustände gezeichnet.

Damit ist die erforderliche Magneterregung bei induktionsloser Belastung bestimmt, und wir können jetzt die Spannungserhöhung ermitteln, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 138 Ampere

Erregung ergibt die Leerlaufcharakteristik eine Leerlaufspannung von 2300 Volt. Da die Klemmenspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von $2300 - 2200 = 100$ Volt. Das sind $4,55\%$ der Klemmenspannung, also ein sehr günstiger Wert.

Wir setzen nun :

$$2. \cos \varphi = 0,8.$$

Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 264:

$$\begin{aligned} IR_a &= 200 \cdot 0,22 \dots \dots \dots = 44, \\ I \cdot R_{\text{außen}} &= e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8. = 1760, \\ L \omega I_{\text{außen}} &= e \cdot \sin \varphi = 2200 \cdot 0,6 = 1320, \\ L_s \omega \cdot I & \text{ (wie oben) } \dots \dots \dots = 360. \end{aligned}$$

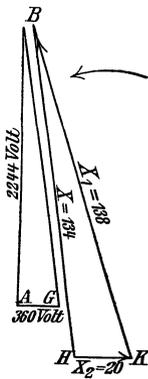


Fig. 281.
Vorausbestimmung der Erregung
bei $\cos \varphi = 1$.

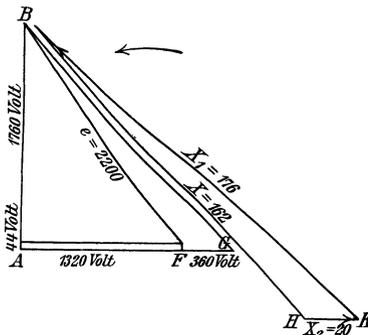


Fig. 282.
bei $\cos \varphi = 0,8$.

Die Summe der Ohmschen Spannungen ist also $1760 + 44 = 1804$ Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion $1320 + 360 = 1680$ Volt. Der Vektor GB (Fig. 282) ist also:

$$GB = \sqrt{1804^2 + 1680^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Dazu gehört nach der Charakteristik in Fig. 280, wenn wir, wie auch im folgenden, extrapolieren, eine resultierende Erregung:

$$X = 162 \text{ Ampere.}$$

Dazu addieren wir in Fig. 282 geometrisch die Statorrückwirkung $X_2 = 20$ Ampere und erhalten eine Magneterregung:

$$X_1 = KB = 176 \text{ Ampere.}$$

Um also bei einem Leistungsfaktor 0,8 die Klemmenspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung auf 176 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlauf-

charakteristik für 176 Ampere Erregung eine Spannung von 2530 Volt. Die Spannungserhöhung ist also $2530 - 2200 = 330$ Volt oder 15% der Klemmenspannung.

Wir setzen endlich:

$$3. \cos \varphi = 0.$$

Bei rein induktiver Belastung ist die äußere Selbstinduktion gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt, und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist dann $2200 + 360 = 2560$ Volt. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch von 44 Volt, der an sich sehr gering ist und sich jetzt noch dazu unter einem rechten Winkel zu den übrigen Spannungen addiert, jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die elektromotorische Kraft ebenfalls gleich 2560 Volt. Dafür ergibt die Leerlaufcharakteristik eine resultierende Erregung:

$$X = 180 \text{ Ampere.}$$

Hierzu addiert sich jetzt fast algebraisch die Ankerrückwirkung von 20 Ampere, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 180 + 20 = 200 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufcharakteristik bis auf 2630 Volt, also um $2630 - 2200 = 430$ Volt. Das sind $19,5\%$ der Klemmenspannung, was bei Maschinen mit ausgeprägten Polen als verhältnismäßig günstig zu bezeichnen ist. Turbodynamos haben allerdings einen sehr viel geringeren inneren Spannungsabfall, da die Windungszahl auf dem Stator wegen der hohen Drehzahl nicht so groß zu sein braucht wie bei langsam laufenden Maschinen und daher die Induktivität des Stators verhältnismäßig gering ist. Die Maschinen sind daher bei Kurzschlüssen einem sehr viel stärkeren Strom ausgesetzt als langsam laufende Maschinen, und sie erfordern dazu eine überaus kräftige Versteifung der Statorwicklung.

Es muß darauf hingewiesen werden, daß die Berechnungen unseres Abschnittes nur für solche Maschinen zuverlässig sind, bei denen die Streuung der Feldmagnete klein ist. Für Maschinen mit großer primärer Streuung ist noch eine Berichtigung anzubringen, die im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

100. Berücksichtigung der primären Streuung.

Es scheint auf den ersten Blick, als ob der Einfluß der primären Streuung schon in der Leerlaufcharakteristik enthalten ist. Wenn man jedoch eine Maschine für eine bestimmte Belastung nachrechnet und dabei eine, die Streuung bereits berücksichtigende Leerlaufcharakteristik zugrunde legt, so erhält man eine größere Erregung als sie sich aus den Diagrammen ergibt.

Unsere Annahme, daß die bei Betrieb resultierende Erregung und eine gleich große Leerlauferregung denselben Luftkraftfluß erzeugen, ist

nämlich nicht streng richtig. Um das zu erkennen, betrachten wir zunächst zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen der gleiche Luftkraftfluß vorhanden ist. Um diesen Kraftfluß durch Luft, Zähne und Stator zu treiben, ist bei Leerlauf ein Druck $X_a + X_z + X_l$ erforderlich. Dieser Druck liegt bei Leerlauf an den Polköpfen und treibt auch den Streufluß durch den Widerstand des Streufeldes der Erregerwicklung.

Bezeichnet nun bei Betrieb $X_g = X_2 \cdot \sin \varphi_1$ die Komponente der Statorrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, so muß an den Polköpfen ein magnetischer Druck $X_a + X_z + X_l + X_g$ aufgewendet werden, um denselben Kraftlinienfluß, wie oben bei Leerlauf, durch den Luftspalt und den Stator zu treiben. Da dieser Druck auch am Streufeld liegt, so wächst der Streufluß um einen Betrag, der der Erregung X_g entspricht. Dadurch wird dann die Induktion und der magnetische Spannungsverbrauch X_m in den Magneten bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Die Magneterregung ist also bei Betrieb nicht nur um den Betrag X_g zu erhöhen, sondern auch um den Betrag, um den der magnetische Druckverbrauch X_m gewachsen ist. Damit ist bewiesen, daß bei Betrieb zur Erzeugung einer bestimmten elektromotorischen Kraft die aus der Leerlaufcharakteristik entnommenen Amperewindungen nicht ausreichen.

Umgekehrt können wir sagen, daß bei gegebener Magneterregung die Streuung der Erregerwicklung in Verbindung mit der Statorrückwirkung eine Vergrößerung des Spannungsabfalls zur Folge hat.

Zugleich geht aus unserer Beweisführung hervor, daß die Vergrößerung der primären Streuung bei solchen Maschinen ohne Bedeutung ist, bei denen der magnetische Druckverbrauch X_m überhaupt gering ist, bei denen also die Magnetkerne schwach gesättigt sind. Bei den neueren Maschinen ist aber die Sättigung der Magnete sehr hoch, damit die Spannung bei Belastungsänderungen möglichst wenig schwankt. Es kann dann nicht mehr ohne Einfluß sein, wenn sich infolge der Statorrückwirkung der Streufluß der Erregerwicklung erhöht und damit die Sättigung in den Magnetkernen übermäßig groß wird.

Um den Einfluß der Streuung genauer zu erkennen, betrachten wir einen Leerlaufzustand, bei dem der Kraftfluß in den Magneten derselbe ist wie bei Betrieb. Wir setzen dabei voraus, daß die ganze Streuung an den Polecken auftritt, und daß der magnetische Widerstand des Stators ohne Fehler zu dem Widerstand der Luft hinzugeschlagen werden kann. Es sei nun in Fig. 283:

OC der Luftkraftfluß bei dem betrachteten Leerlaufzustand,

OB der Luftkraftfluß bei Betrieb,

$OA = BC$ die Zunahme des Streuflusses bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf = Abnahme des Luftkraftflusses bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf.

Dann ist nach S. 177:

CF die magnetomotorische Kraft zur Überwindung der Luftstrecke bei Leerlauf,

BE die magnetomotorische Kraft zur Überwindung der Luftstrecke bei Betrieb,

FG die zur Überwindung des Magneteisenweges erforderliche magnetomotorische Kraft, die wegen der Annahme des gleichen Magnetkraftflusses bei Betrieb und bei Leerlauf dieselbe ist.

Eine durch A gelegte Parallele zur Abszissenachse schneide den anfänglichen geradlinigen Teil der Magnetisierungskurve im Punkte O' . Dann ergibt sich leicht, da $OA = BC$ ist, die resultierende Magneterröpfung, die bei Betrieb für Luft und Magnetkerne nötig ist, zu

$$X = BE + FG = O'H$$

und der Luftkraftfluß bei Betrieb zu

$$OB = HG.$$

Der Punkt O' bildet also den Anfangspunkt eines neuen Koordinatensystems, in welchem die Abszisse $O'H$ die resultierende Magneterröpfung, d. h. den Wert $X_1 - X_g$ darstellt, während die Ordinate GH den Luftkraftfluß bzw. die diesem Luftkraftfluß entsprechende Spannung angibt.

Nun ist die magnetomotorische Kraft am Streuweg bei Betrieb gleich $BE + X_g$, während sie bei Leerlauf nur gleich CF ist. Die Differenz beider magnetomotorischer Kräfte ist der Differenz der Streuflüsse bei den beiden

betrachteten Betriebszuständen proportional. Ist W_s der Widerstand des Streufeldes, so wird die Zunahme des Streuflusses:

$$OA = \frac{BE + X_g - CF}{W_s}.$$

Setzen wir nach Fig. 283 $CF - BE = AO'$, so wird

$$OA = \frac{X_g - AO'}{W_s}.$$

Da andererseits die Gerade OF die Magnetisierungskurve für die Luftstrecke ist, so wird, wenn W den Widerstand der Luftstrecke bedeutet:

$$OA = \frac{AO'}{W}.$$

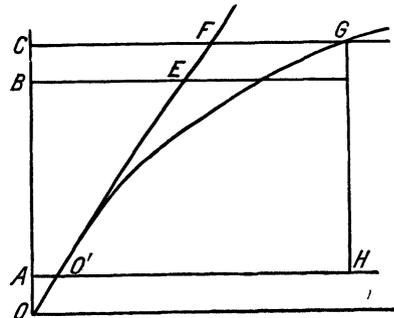


Fig. 283. Berücksichtigung der Magnetstreuung einer Wechselstrommaschine.

Wir setzen nun beide Werte von OA einander gleich, lösen für AO' auf und setzen $W/W_s = \tau_1$. Dadurch wird:

$$AO' = \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_g.$$

Dadurch läßt sich der Punkt O' zeichnen. Allerdings ist in der Größe X_g der Winkel φ_1 aus Fig. 263 enthalten, der in den Fällen, in denen die Magneterregung im voraus bestimmt werden soll, noch nicht bekannt ist. Der Winkel wird sich jedoch ohne große Fehler schätzen und nötigenfalls korrigieren lassen. Man kann dann die Charakteristik mit dem Anfangspunkt O' zur Vorausberechnung der Magneterregung für einen beliebigen Betriebszustand benutzen.

Aus der Figur wird es nun wieder deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Charakteristik arbeiten, der Einfluß der primären Streuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von O nach O' ändert dann an der Charakteristik garnichts.

Genau genommen ist der Einfluß der Streuung der Erregerwicklung schon in Fig. 280, wo es sich um die Trennung der Statorrückwirkung und Statorstreuung handelte, zu berücksichtigen. Durch die Verlegung des Anfangspunktes des Koordinatensystems rückt der Punkt G in Richtung des geradlinigen Teils der Charakteristik nach K , d. h. er rückt, da im Falle des Abschnittes 98 die Phasenverschiebung 90° beträgt und $X_g = X_2$ ist, um den noch unbekanntem Betrag $X_2 \cdot \frac{\tau_1}{1 + \tau_1}$, welcher der obigen Strecke AO' entspricht, in wagerechter Richtung nach rechts. Wenn wir dann von K aus dieselbe Zeichnung ausführen, wie früher von G aus, so kommen wir, wie leicht einzusehen ist, auf den gleichen Punkt H , wie früher. Die Berücksichtigung der Erregerstreuung ergibt also den Spannungsverbrauch durch Statorstreuung zu HL anstatt HJ und die Statorrückwirkung X_2 zu LK .

Da der Punkt K um die Strecke $\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_2$ nach rechts verschoben ist, so wird

$$LK = X_2 = JG + \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_2$$

oder

$$X_2 = (1 + \tau_1) \cdot JG.$$

Die Statorrückwirkung ist also größer und die Statorstreuung kleiner als früher berechnet wurde.

Vierzehntes Kapitel.

101. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung. — 102. Die synchronisierende Kraft des Stators. — 103. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen. — 104. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung. — 105. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen. — 106. Selbsttätige Spannungsregelung und Compounding von Wechselstrommaschinen.

101. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung als Generator.

Wir betrachten im folgenden eine konstant erregte Maschine, die zu mehreren andern Maschinen parallelgeschaltet ist. Dann ist die Klemmenspannung e nicht mehr allein abhängig von unserer Maschine, sondern auch von den andern parallelgeschalteten Maschinen. Sind nun diese besonders groß, so wirken Veränderungen an unserer Maschine fast gar nicht auf die Klemmenspannung zurück, und wir können diese Spannung praktisch als unveränderlich betrachten.

Wir machen ferner der Einfachheit wegen die Annahme, daß die Statorrückwirkung mit der Streuinduktion des Stators zusammengefaßt werden soll, so daß das grundlegende Diagramm in Fig. 263 auf S. 322 seine Gültigkeit behält. In diesem Diagramm ist der Vektor E_1 die bei Leerlauf und Betrieb gleichmäßig induzierte elektromotorische Kraft, die infolge der ungeänderten Erregung bei allen Betriebsverhältnissen als konstant anzusehen ist.

Wir betrachten der Einfachheit wegen zunächst eine Maschine, deren Statorwiderstand verschwindend klein ist. Dann wird in Fig. 263 der Vektor CF gleich Null, und wir erhalten ein Spannungsdreieck, dessen Seiten durch die elektromotorische Kraft $E_1 = OB$, den inneren induktiven Spannungsverlust $L\omega \cdot I = OF$ und die Klemmenspannung FB gegeben sind. Der induktive Spannungsverlust schließt im Sinne des Abschnittes 94 die Statorrückwirkung mit ein. Der Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 eilt dem Vektor der Klemmenspannung um den Winkel γ voraus.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die Abhängigkeit der Gesamtleistung des Generators von der Größe des Winkels γ zu ermitteln. Da-

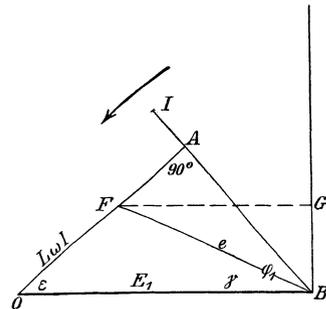


Fig. 284. Leistung eines widerstandslosen Wechselstromgenerators, dargestellt durch die Projektion des Vektor OF auf die Ordinatenachse.

bei lassen wir es vorläufig dahingestellt, wie die Änderung der Gesamtleistung der Maschine erreicht wird.

Wir legen in Fig. 284 den Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 für alle Betriebszustände in die Abszissenachse. Der Endpunkt F des Vektors der Klemmenspannung e verschiebt sich dann auf einem Kreise mit dem Halbmesser e . Der Strahl OF stellt wieder den inneren induktiven Spannungsverlust $L\omega \cdot I$ dar, und eine auf OF errichtete Senkrechte gibt die Phase des Stromes an. Diese Senkrechte bilde mit dem Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 den Winkel φ_1 . Dann ergibt sich die gesamte elektrische Leistung, die bei dem Statorwiderstand Null unter Vernachlässigung der Leerlaufverluste gleich der zugeführten mechanischen Leistung ist, nach Fig. 284 zu:

$$P_1 = E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1 = E_1 \cdot I \cdot \sin \varepsilon. \quad (51)$$

Wir setzen nun:

$$I = \frac{OF}{L\omega}$$

und nach dem Sinussatz $OF \cdot \sin \varepsilon = e \cdot \sin \gamma$. Dadurch wird die gesamte Leistung:

$$P_1 = E_1 \cdot \frac{OF}{L\omega} \cdot \frac{e \cdot \sin \gamma}{OF} = \frac{E_1 \cdot e}{L\omega} \cdot \sin \gamma. \quad (52)$$

Je größer also der Winkel γ ist, um so mehr rückt der Punkt F auf dem Kreise nach oben, desto größer ist also die gesamte elektrische, d. h. auch die zugeführte mechanische Leistung. Für $\gamma = 90^\circ$ ist sie am größten, die Maschine nimmt die größte mechanische Leistung auf, die sie überhaupt in elektrische Leistung umzusetzen vermag.

Ähnliche Verhältnisse erhalten wir bei Berücksichtigung des Statorwiderstandes R_a . Wir legen dabei den Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 für alle Betriebszustände so, daß er gegen die Abszissenachse um einen Winkel α geneigt ist, welcher der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_a}{L\omega}.$$

Wir zerlegen dann die elektromotorische Kraft $OB = E_1$ in den gesamten inneren Spannungsverlust OF und die Klemmenspannung $e = FB$, und ziehen den Strahl OA , so daß er dem Vektor OF um den Winkel α voraufeilt. Dann ist nach Fig. 263 OA die gesamte von der Maschine gelieferte induktive Spannung. Demnach fällt der Vektor des Stromes in die Richtung AB . Bezeichnen wir wieder den Winkel zwischen den Vektoren der Klemmenspannung und der Stromstärke mit φ , so wird die gesamte elektrische Leistung, d. h. unter Vernachlässigung der Leerlaufverluste die mechanisch zugeführte Leistung nach Fig. 285:

$$P_1 = E_1 \cdot I \cdot \cos (\varphi + \gamma) = E_1 \cdot I \cdot \sin (\varepsilon + \alpha).$$

der Klemmenspannung eine ganz bestimmte Gesamtleistung und Stromstärke gehört. Im normalen Betriebe arbeitet die Maschine mit kleiner Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung, da dann die Stromstärke und damit der Verlust durch Joulesche Wärme gering wird und außerdem eine erhebliche Überlastungsfähigkeit vorhanden ist.

Die Gleichungen für die Leistung beziehen sich auf Einphasenmaschinen. Bei Mehrphasenmaschinen sind die berechneten Werte mit der Anzahl der Phasen zu multiplizieren, vorausgesetzt, daß die Größen E_1 , e und I sich auf eine einzelne Phasenwicklung beziehen.

102. Die synchronisierende Kraft der Wechselstrommaschine.

Um den Parallelbetrieb der Wechselstrommaschinen zu verstehen, betrachten wir mehrere parallelgeschaltete Maschinen von derselben Konstruktion, auf welche dieselbe Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Die Erregung soll ebenfalls bei allen Maschinen dieselbe sein. Dann verteilt sich der im äußeren Kreise verbrauchte Effekt gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach Fig. 285 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Klemmenspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die elektromotorische Kraft überall gleiche Phase hat, d. h. daß in einem gegebenen Augenblick der Statordraht einer einzelnen Maschine genau dieselbe relative Lage zu den Polen hat, wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht nur eine gleiche Drehzahl, sondern auch ein Takthalten in der Phase gemeint.

Wir wollen nun vorläufig nicht untersuchen, wie diese Übereinstimmung erzielt ist. Wir wollen vielmehr zunächst fragen, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Drehzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dauernd aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Beim Parallelbetrieb sind ja, wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, die elektromotorischen Kräfte so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen elektromotorischen Kräfte sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also Wechselstrommaschinen parallelgeschaltet sind, so ist es nicht nur nötig, daß in einem gegebenen Augenblick die Richtung der elektromotorischen Kräfte in allen Maschinen gleich ist, sondern daß ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß alle Maschinen mit absolut gleicher Drehzahl oder bei ungleicher Polzahl mit absolut gleicher Periodenzahl laufen.

Die absolute Übereinstimmung ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber parallelgeschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen absolut gleiche Periodenzahl und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Takt. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, daß eine einzelne Maschine infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Antriebsmaschine vor den anderen Maschinen in einem bestimmten Zeitpunkt ein wenig vorausgeeilt ist. Diese mechanische oder räumliche Vorauseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels γ zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft der einzelnen Maschine und dem Vektor der Klemmenspannung. Der letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels γ hat nun nach Fig. 285 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der gesamten erzeugten elektrischen Leistung P_1 zur Folge. Wir haben uns, da in Fig. 285 der Vektor E_1 als festliegend gedacht ist, den Vektor der Klemmenspannung im Sinne des Uhrzeigers um B als Drehpunkt gedreht zu denken. Zur Erzeugung der vergrößerten Leistung reicht dann die gerade zugeführte mechanische Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den rotierenden Magnetkörper in die normale Stellung gegenüber dem Stator zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Fig. 285 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung P_1 der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die zugeführte mechanische Leistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt dann den Magnetkörper der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu dem Stator, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die Dynamomaschinen halten also die Antriebsmaschinen in mathematisch genauem Takt.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Dynamomaschinen in dem Teil des in Fig. 285 gegebenen Diagramms arbeiten, wo eine Zunahme des Winkels γ eine wesentliche Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Dies ist auch für kleine Werte des Winkels γ der Fall. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung der elektrischen Maschinen energisch ausgeglichen. Eine solche kräftige Wirkung ist um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist mit einer sehr erheblichen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wenn jedoch die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels γ eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Wenn der Höchstwert der Leistung überschritten wird, hat sogar das Voreilen der Dynamomaschine eine Abnahme der Leistung zur

Folge. Die Folge ist, daß jetzt die zugeführte mechanische Leistung über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter überwiegt und die Maschine noch mehr beschleunigt wird. Dadurch kommt der Statorraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze System ist gestört. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei sehr starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Voreilung bzw. durch das Zurückbleiben verursacht wird. In der Praxis spricht man dagegen in der Regel von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß der voreilende Generator zu viel und der zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Synchronisierungsstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine addiert und vom Strom der zurückbleibenden Maschine subtrahiert. Die voreilende wird gleichsam durch diesen Strom gebremst und die nacheilende infolge der Entlastung beschleunigt, d. h. als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine kleine Verschiebung die Zunahme der Leistung möglichst groß wird, da nur unter dieser Bedingung die synchronisierende Kraft die erforderliche Stärke besitzt. Um also die Größe der synchronisierenden Kraft zu ermitteln, haben wir die Zunahme der Leistung bei der Verschiebung um eine elektrische Bogenheit, d. h. das Verhältnis der Zunahme der Leistung zur Zunahme des Winkels γ oder den Differentialquotienten $\frac{dP_1}{d\gamma}$ zu berechnen. Allgemein war die von einer Phase erzeugte elektrische Leistung nach Fig. 285 und Gleichung (53) auf S. 343:

$$P_1 = \frac{E_1}{z} \cdot DG.$$

Nun ist in der erwähnten Figur:

$$DG = DB + BG = E_1 \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\gamma - \alpha).$$

Demnach wird die gesamte elektrische Leistung:

$$P_1 = \frac{E_1^2}{z} \cdot \sin \alpha + e \cdot \frac{E_1}{z} \cdot \sin(\gamma - \alpha). \quad (a)$$

Daraus folgt:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{E_1 \cdot e}{z} \cdot \cos(\gamma - \alpha). \quad (54)$$

Nun ist der Winkel α sehr klein, da der Ohmsche Spannungsverlust gegenüber der gesamten Selbstinduktion des Stators (einschließlich der Statorrückwirkung) sehr gering ist. Außerdem ist auch der Winkel γ immer ziemlich klein, da die Selbstinduktion stets möglichst gering im Verhältnis

zur Klemmenspannung gehalten wird. Demnach wird in Gleichung (54) $\cos(\gamma - \alpha)$ nahezu gleich Eins, d. h. wir erhalten die Zunahme der elektrischen Leistung bei einer Voreilung um eine elektrische Bogeneinheit zu:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{E_1 \cdot e}{z}.$$

Wir können nun daraus die sogen. Direktionskraft, d. h. die Zunahme des Drehmomentes bei einer Voreilung um eine mechanische Bogeneinheit berechnen. Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, müssen wir die Leistung in Watt durch 9,81 und durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $2\pi \cdot \frac{v}{p}$ dividieren. Daraus ergibt sich zunächst die Zunahme des Drehmomentes bei Voreilung um eine elektrische Bogeneinheit zu:

$$\frac{dMa}{d\gamma} = \frac{p \cdot E_1 \cdot e}{2\pi \cdot v \cdot 9,81 \cdot z}.$$

Nun ist eine mechanische Bogeneinheit p mal so groß wie eine elektrische Bogeneinheit. Die Direktionskraft D , d. h. die Zunahme des Drehmomentes für eine mechanische Bogeneinheit, wird also pro Phase:

$$D = \frac{p^2 \cdot E_1 \cdot e}{2\pi \cdot v \cdot 9,81 \cdot z} \text{ mkg.}$$

Bei Mehrphasenmaschinen ist die rechte Seite der Gleichung für die Direktionskraft mit der Anzahl der Phasen zu multiplizieren, vorausgesetzt, daß die Größen E_1 und e sich wieder auf eine Phasenwicklung beziehen.

Gleichung (54) dient uns weiter dazu, den Einfluß der Selbstinduktion auf die synchronisierende Kraft zu erkennen. Wir fassen dabei den Augenblick des Einschaltens ins Auge, wo nach Abschnitt 103 die elektromotorische Kraft und die Klemmenspannung gleiche bzw. entgegengesetzte Phase haben, wo also der Winkel $\gamma = 0$ ist.

Für $\gamma = 0$ ist die synchronisierende Kraft für eine Phase, da $z = \sqrt{R_a^2 + (L\omega)^2} = \frac{R_a}{\sin \alpha}$ ist:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{e \cdot E_1}{R_a} \cdot \sin \alpha \cdot \cos(-\alpha) = \frac{E_1 \cdot e \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot R_a}.$$

Dieser Ausdruck wird bei gegebenen Werten von E_1 , e und R_a am größten, wenn $\alpha = 45^\circ$ ist, wenn also der induktive Spannungsverlust gleich dem geringen Ohmschen Spannungsverlust ist. Obgleich das praktisch nicht zu erreichen ist, so zeigt doch unsere Rechnung, daß die Selbstinduktion möglichst gering zu halten ist.

Auf der andern Seite ist für $L\omega = 0$ $\alpha = 90^\circ$, also $\sin 2\alpha = 0$. Da dann auch die synchronisierende Kraft gleich Null ist, so folgt, daß die Selbstinduktion nicht ganz und gar fehlen darf, und daß der synchrone Betrieb überhaupt erst durch sie möglich wird.

103. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen.

Das Hinzuschalten einer Wechselstrommaschine auf ein Netz mit gegebener Klemmenspannung gleicht in mancher Beziehung dem ähnlichen Vorgang bei einer Gleichstrommaschine. Soll eine Nebenschlußmaschine auf ein Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und verändert die Magnet-erregung, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen, und zwar muß die Drehzahl, soweit dies überhaupt praktisch möglich ist, der Periodenzahl des Netzes entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die elektromotorische Kraft der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmenspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man, wie bei der Gleichstrommaschine, sicher sein, daß wirklich die Klemme der Maschine, die augenblicklich positives Vorzeichen hat, an die augenblicklich positive Klemme des Netzes gelegt wird. Nur dann schaltet man wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Drehzahl bezw. in der Periodenzahl, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Parallelschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sog. Phasenlampen, durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Fig. 286). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Drehzahl und Spannung und schaltet bei der in Fig. 286 gezeichneten Anordnung den Ausschalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Druck und Gegendruck in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten, wie das aus den Vorzeichen der Klemmen in Fig. 286 hervorgeht. Diese Vorzeichen gelten natürlich nur für den gezeichneten Augenblick.

Man kann aber auch die in Fig. 287 angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. Dies geschieht, wenn die beiden hintereinander geschalteten Spannungen des Netzes und der Maschine über einen gewissen Zeitraum in ihrem absoluten Betrage gleich sind und in demselben Sinne wirken.

Die Erkennung des richtigen Zeitpunktes bietet praktisch keine Schwierigkeiten, wenn auch der Vorgang nicht ganz so glatt vonstatten geht wie beim Gleichstrom, da weder die Drehzahl noch die Phase ganz

genau den erforderlichen Wert besitzt. Aber eine solche Genauigkeit ist auch nicht erforderlich, da sofort nach dem Einschalten die synchronisierende Wirkung der Maschine in Tätigkeit tritt, die bald den vollen Synchronismus herstellt.

Wir haben dann, solange die Maschine noch unbelastet läuft, dieselben Verhältnisse wie beim Einschalten einer Gleichstrommaschine. Druck und Gegendruck von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke, sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die grundsätzliche Verschiedenheit des Betriebes von parallelgeschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst hervor, wenn wir nun dazu übergehen, die Art und Weise der Belastung darzulegen.

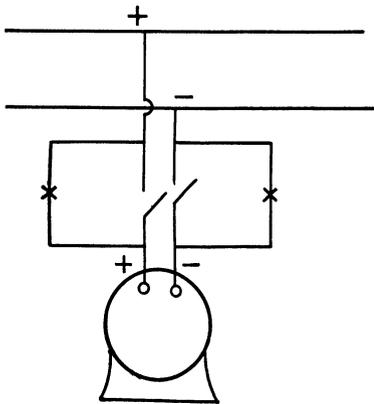


Fig. 286. Phasenlampen. Parallelschaltung beim Erlöschen der Lampen.

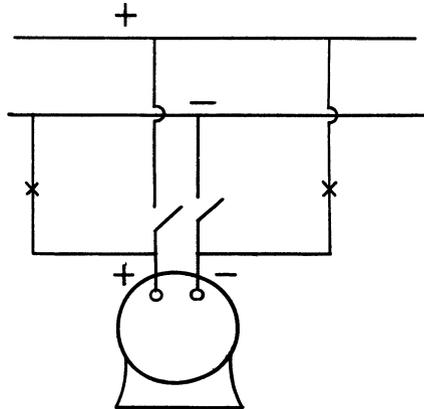


Fig. 287. Phasenlampen. Parallelschaltung beim Aufleuchten der Lampen.

Wir betrachten zunächst eine leerlaufende Gleichstrommaschine und schalten sie auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Gleichstrommaschine, indem wir die Erregung der Maschine und dadurch die elektromotorische Kraft verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Mit der Ankerstromstärke unserer Gleichstrommaschine wird nun die gesamte elektrische Leistung $E \cdot I_a$ größer. Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine Verzögerung ein, durch die der Regulator beeinflusst wird. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Energie zugeführt, so daß die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung ist.

Da der Stromverbrauch im äußeren Netz in unserer Betrachtung unverändert geblieben ist, so kann der Strom unserer einzelnen Maschine

nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Allerdings ist eine Beeinflussung dieser anderen Maschinen nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmenspannung sich um einen gewissen Betrag ändert, der aber so klein ist, daß er bei unserer Betrachtung keine weitere Rolle spielt.

Dabei ist zu beachten, daß die elektrische Leistung der Gleichstrommaschine dauernd erhöht ist, daß demnach auch der Energieverbrauch dauernd größer ist als vorher. Der Regulator steht also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Drehzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Drehzahl so klein, daß sie für den praktischen Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen nun unser Ergebnis zusammen: Bei einer auf ein Netz von konstanter Spannung geschalteten Gleichstrommaschine wird die Belastung durch die Erregung verändert. Dabei wirkt die Dynamomaschine auf die Antriebsmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Drehzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Antriebsmaschine gibt das her, was die Dynamomaschine fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Wir setzen auch dabei voraus, daß eine kleine Maschine auf ein Netz geschaltet ist, das von mehreren großen Maschinen gespeist ist. Dann wird die Klemmenspannung und Drehzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflußt durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit konstanter Periodenzahl und konstanter Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die elektromotorische Kraft E_1 unserer Maschine zu vergrößern. Wenn wir nun diese Verstärkung der Erregung ausführen, so erhalten wir zwar, wie wir erwarten, eine Erhöhung der Stromstärke, aber gegen unsere Erwartung keine Vergrößerung des Ausschlags des Wattmeters und dementsprechend keine Vergrößerung des Energieverbrauches. Wenn nun trotz der Erhöhung der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E_1 und dem Strom I größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung verändert werden kann. Denn die Wechselstrommaschine läuft entweder genau im Takt oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Antriebsmaschine noch genau im alten Takt weiter, und dabei steht der Regulator genau in der alten Stellung. Die Energiezufuhr ist also noch dieselbe wie früher und die Leistung bleibt daher ungeändert. So z. B. leistet

die Antriebsmaschine in dem Zeitpunkt nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine verändern.

Demnach kann eine Vergrößerung der Maschinenleistung nur durch mechanische Verstellung des Regulators erzielt werden. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regulator angebrachten und von der Schalttafel aus betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die Energiezufuhr bei der konstanten Drehzahl, die der Maschine durch die Periodenzahl des Netzes aufgezwungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung der Dynamomaschine zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung ändern. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. die Dynamomaschine richtet ihre Leistung nach dem Effekt, der von der Antriebsmaschine auf sie übertragen wird.

Es fragt sich nur, wodurch die Dynamomaschine veranlaßt wird, ihre erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun von großem Interesse, daß eine Vermehrung der Energiezufuhr eine mechanische Voreilung der Maschine zur Folge hat, und daß dadurch der Vektor der elektromotorischen Kraft gegenüber der Klemmenspannung vorwärts geschoben wird. Dadurch wird die von der Dynamomaschine geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Antriebsmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine bis zu einer gewissen Grenze beliebig vergrößern. Die Grenze ist dadurch gegeben, daß schließlich die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrom- und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Gleichstrommaschine wird vor dem Abschalten entlastet, indem man ihre Erregung schwächt und dadurch die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten stromlos gemacht, indem man durch Verstellung des Regulators die Energiezufuhr vermindert.

Es erhebt sich jetzt noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der selbsttätige Regulator der Antriebsmaschine hat, wenn doch die Drehzahl der Dynamomaschine und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja allerdings richtig, daß der Regulator einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß im ganzen System eine Änderung vor sich geht. Soll aber ein von der Willkür des Konsumenten abhängiger Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen Regulatoren an allen Maschinen vorhanden sein. Sie bewirken dann bei allgemein etwas verminderter Periodenzahl überall eine größere Energiezufuhr. Natürlich läßt sich dann die verminderte Periodenzahl durch mechanische Verstellung aller Regulatoren wieder auf den alten Betrag bringen.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da diese nicht, wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Verstärkung der Erregung sämtlicher Maschinen die Klemmenspannung in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Uns interessiert hier jedoch die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese Maschine selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Klemmenspannung des ganzen Netzes nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im nächsten Abschnitt ergeben.

104. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die an einem Netz mit konstanter Klemmenspannung liegt, und der durch die Antriebsmaschine eine konstante Leistung zugeführt wird. Wir fragen uns, welche Veränderung in der Stromstärke und in der Phasenverschiebung durch eine Veränderung der Erregung bewirkt wird.

Der Einfachheit wegen setzen wir zunächst wieder den Statorwiderstand gleich Null. Dann wird nach S. 342 die zugeführte Leistung:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot e}{L \omega} \cdot \sin \gamma. \quad (\text{a})$$

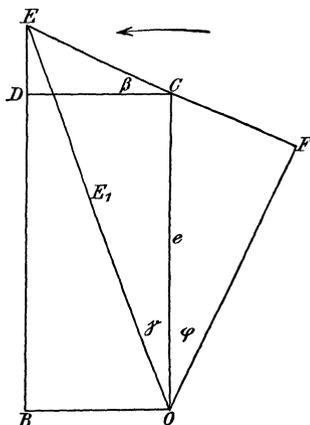
Die rechte Seite dieser Gleichung stellt, abgesehen vom Nenner $L \omega$, den Flächeninhalt des Dreiecks OCE in Fig. 288 dar. Da in unserm Falle die Werte $L \omega$ und P_1 konstant sind, so folgt, daß der Flächeninhalt des Dreiecks OCE konstant ist. Bei Veränderung der Erregung und der elektromotorischen Kraft E_1 bewegt sich also der Punkt E auf einer Parallelen zu e im Abstand CD . Um den Abstand CD zu

Fig. 288. Diagramm für Maschine mit konstanter Leistung und veränderter Erregung (ohne Berücksichtigung des Widerstandes).

berechnen, beachten wir, daß CD den Vektor $L \omega \cdot I$ bei einer elektromotorischen Kraft $E_1 = OD$ darstellt. Für diesen Betriebszustand wird $CD = E_1 \cdot \sin \gamma$, wo jetzt γ gleich dem Winkel COD ist, oder nach Gleichung (a):

$$CD = \frac{P_1 \cdot L \omega}{e}.$$

Wird allgemein die Maschine so erregt, daß die elektromotorische Kraft E_1 gleich OE ist, so ist die äußere Ohmsche Spannung gleich OF und es wird $\beta = \varphi$. Der Winkel β ist also der Winkel, um welchen der ins Netz gelieferte Strom hinter der Netzspannung zurückbleibt. Die



Phasenverschiebung wird gleich Null für eine elektromotorische Kraft $E_1 = OD$, und sie wird negativ, wenn E_1 kleiner ist als OD , d. h. bei Untererregung.

Endlich ergibt sich, daß OB die kleinste elektromotorische Kraft ist, bei der die Maschine die Leistung P_1 noch aufnimmt, ohne aus dem Tritt zu fallen.

Ähnliche Ergebnisse erhalten wir mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes. Wir multiplizieren dazu Gleichung (a) auf S. 346 mit $\frac{z}{\sin \alpha}$ und erhalten:

$$E_1^2 + \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \sin(\gamma - \alpha) = \frac{P_1 \cdot z}{\sin \alpha}.$$

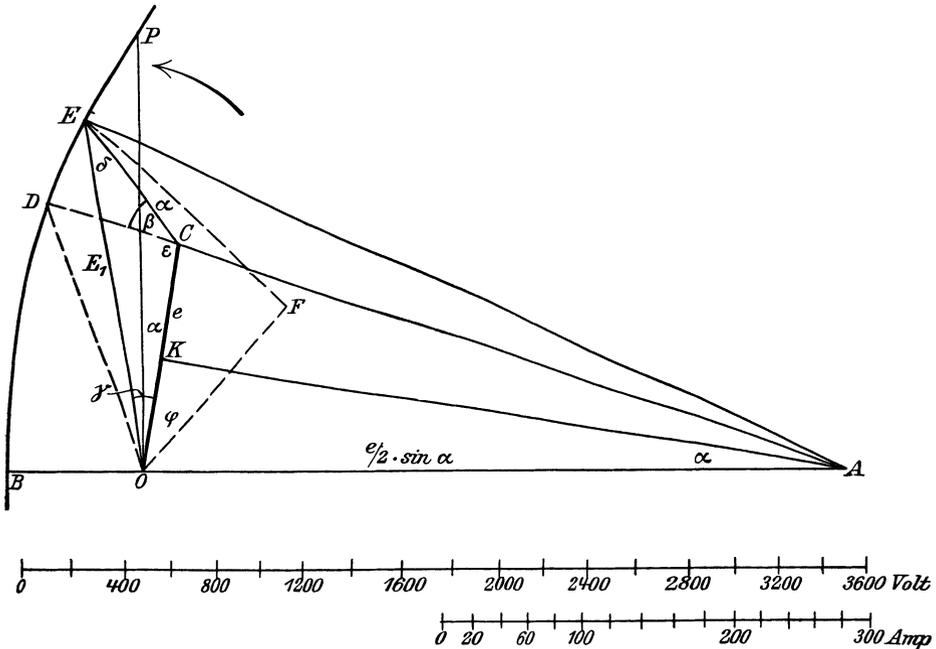


Fig. 289. Diagramm für Maschine mit konstanter Leistung und veränderter Erregung (mit Berücksichtigung des Widerstandes).

Wenn wir dann in Fig. 289 das Spannungsdreieck aus Fig. 263 so zeichnen, daß der Vektor e um den Winkel α nach rechts gegen die Ordinatenachse geneigt ist und die Koordinaten des Endpunktes E des Vektors E_1 mit x und y bezeichnen, so wird:

$$E_1^2 = x^2 + y^2 \quad E_1 \cdot \sin(\gamma - \alpha) = -x.$$

Demnach nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$x^2 + y^2 - \frac{e}{\sin \alpha} \cdot x = \frac{P_1 \cdot z}{\sin \alpha}.$$

Bei ungeänderter zugeführter Leistung P_1 ist also die ganze rechte Seite der obigen Gleichung konstant, d. h. der Punkt E liegt auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt A auf der Abszissenachse liegt, und zwar ist:

$$OA = \frac{e}{2 \sin \alpha}.$$

Setzen wir in der Kreisgleichung $x = o$, so wird:

$$y^2 = (OP)^2 = \frac{P_1 \cdot s}{\sin \alpha}.$$

Dadurch ist der Schnittpunkt P des Kreises mit der Ordinatenachse gegeben, so daß sich der Kreis, der den geometrischen Ort des Punktes E darstellt, leicht zeichnen läßt.

Wenn der Kreis gezeichnet ist, ergibt sich zu einer gegebenen elektromotorischen Kraft E_1 auf einfache Weise der zugehörige Wert von γ . Die Zeichnung ist für die schon früher gewählten Verhältnisse

$$e = 1000, \quad R_a = 1, \quad L \omega = 6$$

ausgeführt, und zwar ist angenommen, daß eine konstante Leistung $P_1 = 100000$ Watt auf die Maschine übertragen wird. Es ist klar, daß für einen bestimmten Betriebszustand, nämlich für die früher gewählte elektromotorische Kraft $E_1 = 1200$ Volt, unsere Zeichnung denselben Winkel γ ergibt, den wir in Fig. 285 für eine Leistung $P_1 = 100000$ Watt finden. Dabei muß aber bemerkt werden, daß diese Leistung mit Rücksicht auf Deutlichkeit der Zeichnung unter den vorliegenden Verhältnissen mit Absicht zu hoch gewählt wurde, so daß der Wirkungsgrad und die Überlastungsfähigkeit geringer sind, als es den praktischen Verhältnissen entspricht.

Wir sehen nun sofort den Einfluß der Änderung der Erregung. Je mehr wir die Erregung, also die elektromotorische Kraft verringern, desto größer wird der Winkel γ , desto mehr rückt also der Punkt E nach unten. Das stimmt auch genau mit den mechanisch-räumlichen Verhältnissen überein, indem mit verkleinerter elektromotorischer Kraft im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung verbunden ist. Infolgedessen überwiegt für einen kleinen Augenblick die Leistung der Antriebsmaschine, und der Winkel γ wird so weit vergrößert, bis die elektrische Leistung wieder der zugeführten mechanischen Leistung das Gleichgewicht hält.

Schließlich jedoch wird bei großer Schwächung der Erregung der Winkel γ so groß, daß der Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 in Fig. 289 gleich OB ist. Dieser Vektor OB stellt die kleinste elektromotorische Kraft dar, bei der die Maschine die mechanische Leistung von 100000 Watt noch verbraucht. Wir können auch umgekehrt sagen: Die Leistung von 100000 Watt ist die größte, die bei der Erregung

$E_1 = OB$ auf die Maschine übertragen werden kann. Wird die Erregung noch mehr verringert oder die zugeführte Leistung bei der Erregung OB gesteigert, oder eilt die Maschine aus irgend einem Grunde noch weiter vor, so fällt sie aus dem Tritt. Auch hier wieder ergibt sich die Übereinstimmung mit dem Leistungsdiagramm auf S. 343, da das Außertrittfallen, wie früher, bei einem Verschiebungswinkel $90^\circ + \alpha$ zwischen den Vektoren E_1 und e stattfindet. Auch hier wieder zeigt es sich, daß die Maschinen nur dann sicher im Takt bleiben, wenn der Winkel γ nicht zu groß ist.

Von besonderem Interesse ist es nun wieder, zu wissen, wie die Maschine erregt werden muß, damit sie bei der gegebenen zugeführten Leistung mit dem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet. Der günstigste Wirkungsgrad wird erreicht, wenn von der zugeführten Leistung der geringste Betrag in Joulesche Wärme $I^2 \cdot R_a$ umgesetzt wird, d. h. wenn bei gegebener Leistung die Stromstärke am kleinsten ist. Dies ist gleichbedeutend mit der Bedingung, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Nun haben wir in dem Vektor CE der Fig. 289 ein Maß für die Stromstärke, da das Dreieck OCE mit dem Dreieck BOF im grundlegenden Diagramm (Fig. 263) übereinstimmt. Der Wirkungsgrad wird also am größten, wenn der Vektor CE den kleinsten Wert hat, d. h. wenn er die Verlängerung von AC bildet und mit CD zusammenfällt. Die günstigste elektromotorische Kraft ist in unserem Falle $OD = 1220$ Volt.

Für jede andere Erregung, für die der Punkt E oberhalb oder unterhalb des Punktes D liegt, wird der Wirkungsgrad geringer, weil die Stromstärke größer wird. Allerdings macht das gerade in der Nähe des Punktes D besonders wenig aus, da dort die Erregung in ziemlich weiten Grenzen geändert werden kann, ohne daß die Stromstärke sich wesentlich ändert.

Dies wird besonders deutlich, wenn wir die elektromotorische Kraft als Abszisse und die Stromstärke als Ordinate auftragen. Wir erhalten dann die sog. V -Kurve in Fig. 290. In dieser Figur sind als Abszissen unmittelbar die Werte OE und als Ordinaten die Werte CE aus Fig. 289 verwendet. Man sieht deutlich, daß die Stromstärke bei konstanter zugeführter Leistung für eine bestimmte Erregung einen niedrigsten Wert hat. Der linke Teil der Kurve entspricht der Untererregung, der rechte Teil der Übererregung.

In der Praxis trägt man statt der elektromotorischen Kraft die Erregung oder den Magnetstrom als Abszisse auf, wodurch sich der Verlauf der V -Kurve ein wenig ändert.

Aus Fig. 289 geht nun ohne weiteres hervor, daß eine Änderung der elektromotorischen Kraft OE die Stromstärke CE allgemein wenig beeinflusst, wenn der Kreis in Fig. 289 weit entfernt vom Punkte C

liegt, d. h. wenn CD sehr groß ist. Ein großer Spannungsabfall im Stator, also eine große Selbstinduktion $L\omega$ macht demnach die Maschine gegen Änderungen der Erregung ziemlich unempfindlich. Die V -Kurve verläuft dann unten verhältnismäßig flach.

Dagegen liefern Maschinen mit geringem inneren Spannungsverlust $L\omega \cdot I$ eine spitzere V -Kurve. Um eine solche zu zeichnen, müßten wir die ganze Zeichnung in Fig. 289 für dieselbe Leistung, aber für einen kleineren Wert von $L\omega$ wiederholen. Wir können aber den Wert $L\omega \cdot I$ auch dadurch erniedrigen, daß wir die Maschine bei der alle sonstigen Größen unverändert bleiben, mit geringer Stromstärke arbeiten lassen, also z. B. nur etwa die halbe Leistung auf sie übertragen. Dann geht der Kreis in Fig. 289 etwa durch die Mitte von CD , und eine Änderung der Erregung beeinflußt dann die Stromstärke verhältnismäßig stark. Wir erhalten so die spitzere Kurve in Fig. 290. Wir kommen also zu dem

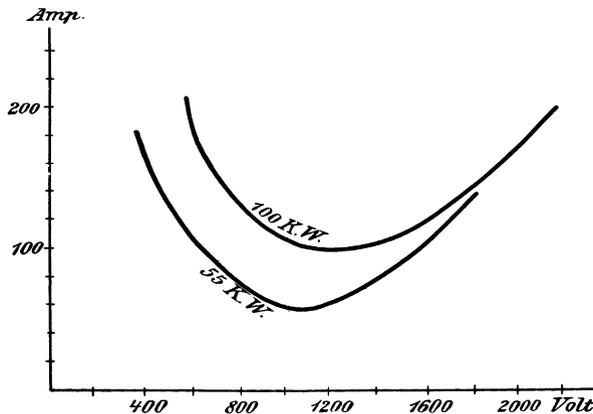


Fig. 290. V -Kurven zur Darstellung der Abhängigkeit der Stromstärke von der Erregung bei konstanter Leistung.

Ergebnis: Maschinen mit geringer Selbstinduktion liefern eine spitzere V -Kurve als solche mit großer Selbstinduktion. Andererseits liefert eine und dieselbe Maschine bei geringer Belastung eine spitzere V -Kurve als bei großer Belastung. Eine spitze V -Kurve ist gleichbedeutend mit starker Änderung der Stromstärke bei Änderungen der Erregung.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den Leistungsfaktor für die von unserer Maschine an das Netz abgegebene Leistung zu bestimmen. Allgemein erhalten wir den Winkel φ zwischen Klemmenspannung und Stromstärke, wenn wir in Fig. 289 den Strahl EF so ziehen, daß er mit EC den auf S. 339 näher bestimmten Winkel α bildet, und dann von O aus auf EF eine Senkrechte fallen. Wir erkennen dann leicht in dem Dreieck EOF die Fig. 263 auf S. 322 und erkennen in dem Winkel COF den

gesuchten Winkel φ . Nun wird, wenn wir AK senkrecht auf $e = OC$ ziehen, der Winkel OK gleich dem Winkel α , demnach:

$$OK = OA \cdot \sin \alpha = \frac{e}{2}.$$

Daraus folgt, daß das Dreieck OAC gleichschenkelig ist und der Strahl AC mit der Abszissenachse den Winkel 2α bildet. Demnach ist:

$$\varepsilon = 90^\circ + \alpha.$$

Ferner ist $\varphi + \gamma = 90^\circ - (\alpha + \delta)$

und $180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma + \delta.$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhalten wir:

$$\varphi = \beta.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ ist also der Winkel, der durch die Vektoren CD und CE gebildet wird. Erregen wir die Maschine so, daß sie eine elektromotorische Kraft OD liefert, so ist der Winkel β , also auch der Winkel φ gleich Null. Die Maschine liefert in diesem Falle reinen Wattstrom ins Netz, d. h. sie ist induktionslos belastet ($\cos \varphi = 1$).

Es könnte nun scheinen, als ob es besonders gut wäre, die Maschine gerade so zu erregen, daß $\cos \varphi$ gleich Eins wird und die Stromstärke sowie die Verluste bei gegebener Leistung am kleinsten werden. Man muß jedoch beachten, daß, wenn im äußeren Kreise infolge der dort vorhandenen Selbstinduktion eine Phasenverschiebung eintritt, die anderen Maschinen den erforderlichen wattlosen Strom allein liefern müssen. Man wird daher die Maschinen so erregen, daß sich die wattlosen Ströme gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, daß also die Phasenverschiebung in allen gleich ist.

Wenn wir unsere Maschine übermäßig stark erregen, so rückt der Punkt E nach oben, und wir erhalten eine große Phasenverschiebung des Stromes gegen die Klemmenspannung; die Maschine liefert dann vorwiegend wattlosen Strom ins Netz. Umgekehrt rückt der Punkt E nach unten, wenn wir die Maschine schwach erregen. Für eine solche untererregte Maschine wird der Winkel β , d. h. der Winkel φ negativ, und die Stromstärke eilt der Klemmenspannung voraus. Zugleich wird dabei die elektromotorische Kraft E_1 scheinbar kleiner als die Klemmenspannung. Das ist z. B. der Fall, wenn die Maschine auf übererregte Synchronmotoren arbeitet, deren elektromotorische Gegenkraft größer ist als die elektromotorische Kraft des Generators. Die zwischen Motor und Generator liegende Netzspannung ist dann annähernd das Mittel zwischen beiden elektromotorischen Kräften, also größer als die elektromotorische Kraft des Generators. Auf das Unzulängliche dieser Anschauung ist übrigens schon auf S. 326 hingewiesen.

Das Diagramm ergibt deutlich den Zusammenhang zwischen den mechanischen und elektrischen Vorgängen, die durch eine Änderung der Erregung bewirkt werden.

105. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen.¹⁾

Wenn eine Wechselstrommaschine von einer Dampfturbine oder Wasserturbine angetrieben wird, so läuft sie während jeder Umdrehung mit unveränderter Geschwindigkeit. Wird sie jedoch von einer Dampfmaschine oder einem Gasmotor angetrieben, so erleidet sie bei jeder Umdrehung periodische Voreilungen und Verzögerungen, die durch das ungleichmäßige Drehmoment der Antriebsmaschine bedingt sind. Liegt sie gleichzeitig parallel mit anderen Maschinen am Netz, so ist sie durch die gleichzeitig auftretende synchronisierende Kraft des Ankers ebenfalls periodisch wechselnden Antrieben ausgesetzt.

Um die dabei auftretenden Verhältnisse zu übersehen, betrachten wir

1. eine Maschine, die für sich allein auf das Netz arbeitet, und auf die irgendein periodisch wechselndes Drehmoment wirkt.

In Fig. 291a mögen z. B. die Ordinaten der Kurve $OGBD$, von EH gemessen, das gesamte, auf die Maschine wirkende Drehmoment darstellen. Ist EO das mittlere Drehmoment, so geben uns die Ordinaten der Kurve OGB , von OD an gemessen, das zusätzliche Drehmoment an. Dieses sei eine Sinusfunktion der Zeit.

Ist

M_a das größte zusätzliche Drehmoment der Antriebsmaschine,

m die Masse des umlaufenden Teils im mechanischen Maß,

r der Halbmesser des Schwerpunktskreises in Meter,

t_a die Zeit, in der sich das größte Antriebsmoment wiederholt,

ε_a der Bogen der größten Voreilung,

so ergibt sich die größte Beschleunigung in m/sek^2 zu

$$a = \frac{M_a}{m \cdot r}.$$

Die Beschleunigung hat gleiche Phase mit dem zusätzlichen Drehmoment, erreicht also ihren Höchstwert gleichzeitig mit diesem, d. h. in Fig. 291b im Zeitpunkte A .

Solange die Beschleunigung positiv ist, nimmt die Geschwindigkeit zu. Sie wächst also in dem Zeitraum von O bis B von ihrem niedrigsten Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt A geht sie durch ihren mittleren Wert hindurch, und von diesem Zeitpunkt an beginnt die zu-

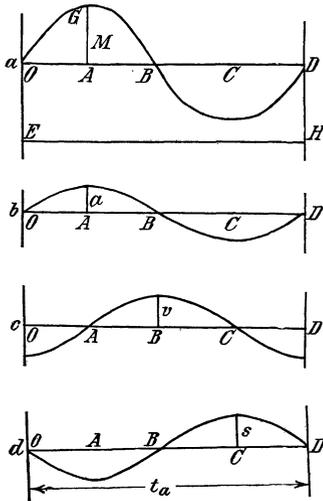


Fig. 291 a—d.

Zusätzliches Drehmoment, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Voreilung in Abhängigkeit von der Zeit.

¹⁾ Vergl. den Aufsatz von E. Rosenberg, ETZ 1902, S. 425 ff.

sätzliche Geschwindigkeit, die am größten im Zeitpunkt B wird (Fig. 291c). Der Höchstwert v der zusätzlichen Geschwindigkeit in m/sek berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung $\frac{2}{\pi} \cdot a$ mal der Zeit $AB = \frac{t_a}{4}$ zu:

$$v = \frac{2a}{\pi} \cdot \frac{t_a}{4}. \quad (b)$$

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der normalen Stellung zu. Sie wächst also im Zeitraum AC von ihrem niedrigsten (negativen) Wert auf ihren höchsten Wert. In Zeitpunkt B hat sie ihren Mittelwert Null. Der Höchstwert der Voreilung s in Meter ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit $\frac{2}{\pi} \cdot v$ mit der Zeit $BC = \frac{t_a}{4}$ multiplizieren, zu:

$$s = \frac{2}{\pi} \cdot v \cdot \frac{t_a}{4}. \quad (c)$$

Um den Bogen ε_a der größten Voreilung zu finden, haben wir mit dem Radius r zu dividieren. Mit Hilfe der Gleichungen (a), (b) und (c) erhalten wir dann den Bogen der größten Voreilung zu:

$$\varepsilon_a = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_a}{m \cdot r^2} \cdot t_a^2. \quad (d)$$

Man bezeichnet diese von der Antriebsmaschine allein bewirkte Voreilung als die anfängliche.

Es ist bemerkenswert, daß nach Fig. 291a und d der Zeitpunkt der größten Nacheilung zusammenfällt mit dem Zeitpunkt des größten zusätzlichen Drehmomentes.

2. Wir lassen jetzt unsere Maschine parallel mit anderen Maschinen auf das Netz arbeiten.

Es bezeichne dabei

M_w das größte, durch die synchronisierende Kraft des Wechselstromes ausgeübte Drehmoment,

M das größte resultierende Drehmoment,

ε die Voreilung.

Wir wissen bereits, daß die Maschine sich bei Parallelbetrieb nach Abschnitt 101 beim Zurückbleiben entlastet und beim Voreilen bremst. Wir können das so auffassen, daß sie an das Netz eine gleichmäßige Leistung abgibt, aber gleichzeitig vom Netz eine Leistung zurückempfängt, die beim Zurückbleiben positiv, beim Voreilen negativ ist. Außer dem Überdruck M_a der Antriebsmaschine wirkt also noch der Synchronisierungsdruck M_w der Wechselstrommaschine, der seinen positiven Höchstwert M_w ebenfalls im Augenblick des größten Zurückbleibens hat. Die Zeitdauer, innerhalb deren er sich wiederholt, ist gleich der obigen Zeit t_a , da die Antriebsmaschine dem ganzen System ihren Takt aufzwingt. Wir können wieder annehmen, daß der Synchronisierungsdruck eine Sinusfunktion der Zeit ist.

Der Überdruck der Antriebsmaschine und der Synchronisierungsdruck der Wechselstrommaschine setzen sich zu einer Resultierenden zusammen. Da beide Drücke gleichzeitig ihren Höchstwert erreichen, so erfolgt die Zusammensetzung algebraisch, d. h. es wird das resultierende Drehmoment:

$$M = M_w \pm M_a.$$

Dieses Drehmoment tritt an die Stelle der Ordinate GA in Fig 291 a, und wir erhalten beim Parallelbetrieb die größte Voreilung ε nach Gleichung (d) zu:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{M}{m r^2} \cdot t_a^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_w \pm M_a}{m r^2} \cdot t_a^2. \quad (e)$$

3. Würde unsere Wechselstrommaschine von einem gleichförmigen Drehmoment angetrieben und dabei durch irgend welche Ursachen zufällig ein wenig aus dem Takt kommen, so würde sie bei der Voreilung ε das dieser Voreilung entsprechende synchronisierende Moment M_w ausüben.

Zwischen der Voreilung ε und der dabei auftretenden Eigenschwingungszeit t_w ergibt sich nach Gleichung (d) die Beziehung:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_w}{m r^2} \cdot t_w^2. \quad (f)$$

Die Gleichungen (d), (e) und (f) gestatten es nun, zu berechnen, wie viel die Voreilung ε beim Betriebe sich gegenüber der anfänglichen Voreilung ε_a vergrößert.

Schreiben wir die rechte Seite der Gleichung (e) als zwei getrennte Glieder und setzen wir für das zweite Glied den Wert von ε_a aus Gleichung (d) ein, so erhalten wir:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_w}{m r^2} \cdot t_a^2 \pm \varepsilon_a$$

und unter Berücksichtigung von Gleichung (f):

$$\varepsilon = \varepsilon \cdot \frac{t_a^2}{t_w^2} \pm \varepsilon_a.$$

Daraus folgt der Vergrößerungsfaktor:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \pm \frac{1}{1 - \frac{t_a^2}{t_w^2}}. \quad (g)$$

Dabei ergibt sich nach Gleichung (f), indem man für M_w/ε das Drehmoment für die Bogeneinheit, d. h. die auf S. 347 berechnete Direktionskraft D einsetzt, die Eigenschwingungszeit zu:

$$t_w = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot r^2}{D}},$$

eine Gleichung, die auch als die Schwingungsdauer eines Pendels aus der Mechanik bekannt ist. Wir setzen nun:

$$m = \frac{G}{9,81} \quad \text{und} \quad r = \frac{d}{2},$$

wo G das Gewicht des rotierenden Teiles in Kilogramm und d der Durchmesser des Schwerpunktskreises des rotierenden Teiles in Meter ist. Dadurch ergibt sich:

$$t_w = 2\pi \sqrt{\frac{G \cdot d^2}{4 \cdot 9,81 \cdot D}} = \text{rd.} \sqrt{\frac{G \cdot d^2}{D}}.$$

Dabei ist $G d^2$ das Schwungmoment in der gebräuchlichen Bezeichnungweise.

Wir unterscheiden nun drei Fälle:

1. Fall: $t_w > t_a$.

Der Fall, daß die Eigenschwingungszeit t_w größer ist als die Schwingungszeit t_a der Antriebsmaschine, ist bei Generatoren der gewöhnliche. Nun ist nach Gleichung (e) und (f):

$$M : M_w = t_w^2 : t_a^2.$$

Also ist in unserem Falle $M > M_w$, d. h. in den Gleichungen (e) und (g) gilt das obere Vorzeichen.

Der Vergrößerungsfaktor ist also:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{1}{1 - \frac{t_a^2}{t_w^2}}. \quad (\text{h})$$

Ist z. B.:

$$\begin{aligned} G d^2 &= 215000, & e &= 3000, & \frac{E_1}{\varepsilon} &= 670, \\ \nu &= 48,5, & p &= 32. \end{aligned}$$

so ergibt sich nach der Gleichung für die Direktionskraft auf S. 347 $D = 690000$, also nach der obigen Gleichung für t_w die Eigenschwingungszeit:

$$t_w = \sqrt{\frac{G d^2}{D}} = 0,56.$$

Ist die Antriebsmaschine in diesem Falle eine Tandemmaschine mit der Drehzahl 85, also mit $2 \cdot \frac{85}{60}$ Perioden in der Sekunde, so wird:

$$t_a = \frac{1}{2 \cdot \frac{85}{60}} = 0,353.$$

Der Vergrößerungsfaktor wird dann nach Gleichung (h):

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{1}{1 - \frac{t_a^2}{t_w^2}} = 1,7.$$

Der Vorgang vollzieht sich dann in der Weise, daß mit jedem Zyklus die Voreilungen immer größer werden, sich aber einem bestimmten endlichen Grenzwert nähern. Das dieser Voreilung entsprechende Synchronisierungsmoment genügt dann gerade, um in Verbindung mit dem zusätzlichen Drehmoment der Antriebsmaschine die betreffende Voreilung zu erzeugen.

2. Fall: $t_w < t_a$.

Nach Gleichung (h) ist dann M kleiner als M_w . Das bedeutet, daß jetzt im Augenblick der größten Nacheilung ausnahmsweise die Antriebsmaschine ihr geringstes Drehmoment ausübt, daß aber doch infolge der großen Synchronisierungskraft der Dynamomaschine eine Beschleunigung zustande kommt. In Gleichung (e) und (g) gilt dann das untere Vorzeichen, d. h. es wird:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{1}{\frac{t_a^2}{t_w^2} - 1}. \quad (i)$$

Der Fall, daß die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine kleiner als die der Antriebsmaschine ist, kommt bei Generatoren praktisch kaum vor, da er nach der Gleichung für t_w sehr geringe Schwungmassen voraussetzt. Der Fall wird aber bei Synchronmotoren und vor allem bei rotierenden Umformern von Bedeutung. Bei diesen tritt eine etwaige periodische Änderung der Belastung oder ein nie ganz fehlendes taktmäßiges Pulsieren der Netzspannung an die Stelle der Ungleichförmigkeit der Antriebsmaschine.

3. Fall: $t_w = t_a$.

Wenn die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine gleich der Schwingungszeit der Antriebsmaschine ist, so wird der Vergrößerungsfaktor nach Gleichung (g) gleich unendlich. Es tritt dann vollständige Resonanz ein, die Voreilungen werden mit jeder Schwingung größer und die Maschine pendelt und fällt aus dem Tritt.

Um diese Gefahr auszuschließen, muß der Unterschied zwischen den beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden. Man erreicht dies bei Generatoren meist durch Vergrößerung der Schwungmassen. Da in der Regel die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine schon größer ist, als die der Antriebsmaschine, so wird eine Vergrößerung der Schwungmassen in erster Linie dazu dienen, den Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten noch größer zu machen. Daß daneben auch die anfängliche Voreilung durch Vergrößerung der Schwungmassen abnimmt, ist ein weiterer, aber nebensächlicher Vorteil.

Ist jedoch die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine von vornherein kleiner als die der Antriebsmaschine, so würde eine Vergrößerung der Schwungmassen die Schwingungszeiten einander nähern. In diesem Falle wird eine Verringerung der Schwungmassen zur Vermeidung der Resonanz von Vorteil sein.

Ein zweiter Weg, um den Parallelbetrieb günstiger zu gestalten, ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Generator und Sammelschiene. Dadurch wird der Wert von z in der Gleichung für die Direktionskraft auf S. 347 größer, die Direktionskraft selbst also geringer und die Eigenschwingungszeit nach der obigen Gleichung für t_w größer. Das ergibt nach Gleichung (h) eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors.

Von besonderer Wichtigkeit ist unter Umständen ein dritter Weg, nämlich die Dämpfung der Schwingungen durch Wirbelströme nach Leblanc. Man verwendet dabei massive Polschuhe, oder man legt in die Polköpfe in Richtung der Achse Kupferstäbe, die an den Stirnflächen miteinander verbunden sind. Beim Schwingen der Maschine erzeugen dann die vom Statorstrom erzeugten Kraftlinien Ströme in den Polen, die nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung hindern. Eine solche Dämpfung empfiehlt sich besonders auch bei Synchronmotoren und Einanker-Umformern. Sie hat zugleich den Vorteil, daß bei einer zufälligen Überlastung die augenblickliche Verzögerung nicht zu groß wird. Der Motor fällt dann nicht so leicht aus dem Tritt, indem die Dämpferwicklung wie die Kurzschlußwicklung eines Asynchronmotors arbeitet.

Aber gerade der Vergleich mit dem Asynchronmotor zeigt, daß die Dämpfung nicht unter allen Umständen zum Ziele führt. Es ist nämlich nicht etwa die Joulesche Wärme in der Dämpferwicklung, die bremsend wirkt, sondern die Maschine wird tatsächlich zu einer Asynchronmaschine, die zeitweise Leistung ans Netz abgibt und zeitweise empfängt. Der Höchstwert dieser Leistung und damit der Höchstwert des Dämpfungsmomentes M_a tritt in dem Augenblicke auf, wenn die Geschwindigkeit v am größten ist. Wir können diese Kraft proportional der Geschwindigkeit setzen. Da sie der Bewegung entgegenwirkt, so finden wir aus Fig. 291 c, daß sie im Zeitpunkt B einen negativen Höchstwert hat. Sie eilt also dem jetzt resultierenden Druck M und dem mit M phasengleichen synchronisierenden Druck um 90° voraus. In Fig. 292 wird also:

- $OF = M_a$ das zusätzliche Drehmoment der Antriebsmaschine,
- OA das allein vom Synchronisierungsstrom herrührende Moment M_w der gedämpften Maschine,
- OD das durch die Dämpferwicklung ausgeübte Drehmoment,
- OB das resultierende Drehmoment.

Nun gilt die erste Hälfte der Gleichung (e) für die ungedämpfte wie für die gedämpfte Maschine, da es bei Entwicklung dieser Gleichung ohne Belang ist, aus welchen Komponenten das resultierende Moment M zustande kommt.

Setzen wir also für M den Wert $OB = OA + AB$ in Gleichung (e) ein, und bezeichnen wir die Voreilung der gedämpften Maschine bei Betrieb mit ε_a , so wird nach Gleichung (e):

$$\varepsilon_a = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(AB + OA)}{m \cdot r^2} \cdot t_a^2.$$

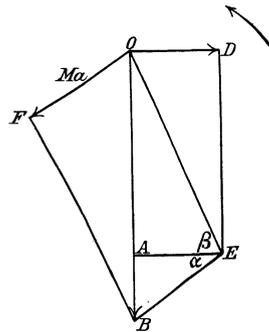


Fig. 292. Zusammensetzung der Antriebsmomente bei gedämpfter Maschine.

Wenn anderseits M_w das Synchronisierungsmoment der ungedämpften Maschine ist, so ergibt sich die Voreilung dieser Maschine ebenfalls nach Gleichung (e) zu:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(M_a + M_w)}{m \cdot r^2} \cdot t_a^2.$$

Daraus ergibt sich das Verhältnis der Voreilungen der gedämpften und ungedämpften Maschine zu:

$$\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} = \frac{AB + OA}{M_a + M_w}.$$

Nun verhalten sich die synchronisierenden Kräfte beider Maschinen den Voreilungen proportional, d. h.:

$$\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} = \frac{OA}{M_w}. \quad (k)$$

Durch Gleichsetzung erhalten wir:

$$\frac{AB + OA}{M_a + M_w} = \frac{OA}{M_w},$$

woraus sofort folgt:

$$\frac{AB}{M_a} = \frac{OA}{M_w} \quad (l)$$

oder da $M_a = EB$ ist:

$$M_w = OA \cdot \frac{EB}{AB}. \quad (m)$$

Gleichung (m) kann dazu dienen, festzustellen, ob die Dämpfung, die ja allerdings immer eine Verringerung der Voreilung mit sich bringt, tatsächlich nützt, oder ob sie eine Vergrößerung der Schwankungen der Netzleistung zur Folge hat. Die bald positive, bald negative zusätzliche Netzleistung entspricht bei gedämpfter Maschine der Summe aus Synchronisierungsleistung und Dämpfungsleistung, d. h. dem Vektor OE , bei ungedämpfter Maschine dagegen nur der Synchronisierungsleistung, d. h. der Größe M_w . Demnach ist das Verhältnis der Schwankung in der vom Netz zugeführten Leistung bei der gedämpften Maschine zur Schwankung bei der ungedämpften Maschine unter Benutzung von Gleichung (m) gleich dem Verhältnis:

$$\frac{OE}{M_w} = \frac{OE}{OA \cdot \frac{EB}{AB}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Die Dämpfung hilft also, wenn $\sin \alpha$ kleiner ist als $\sin \beta$. Dieser Fall tritt ein, wenn AB kleiner ist als OA , d. h. nach Gleichung (l), wenn die Bedingung besteht:

$$M_a < M_w \text{ oder } \frac{M_w}{M_a + M_w} > \frac{1}{2}.$$

Diese Bedingung können wir auch nach Gleichung (e) und (f) schreiben:

$$\frac{M_w}{M_a + M_w} = \frac{t_a^2}{t_c^2} > \frac{1}{2}.$$

Demnach hilft die Dämpfung, wenn der Vergrößerungsfaktor $\varepsilon/\varepsilon_a$ der ungedämpften Maschine nach Gleichung (g) größer ist als 2, d. h. bei Maschinen, die an sich in bezug auf das Parallelarbeiten ungünstig gestellt sind. Dies kann ebensowohl der Fall sein beim Antrieb durch Gasmaschinen, wie wenn bei Dampfmaschinen mit mehr als zwei Antrieben pro Umdrehung wegen des an sich bereits sehr gleichförmigen Ganges nur geringe Schwungmassen vorgesehen werden. Auch bei Einankerumformern oder Synchronmotoren wird oft mit Erfolg eine Dämpferwicklung vorgesehen.

106. Selbsttätige Spannungsregelung und Compounding.

Mit Erfolg ist die selbsttätige Spannungsregelung in neuerer Zeit durch Schnellregler durchgeführt worden. Bei der Schnellregelung wird

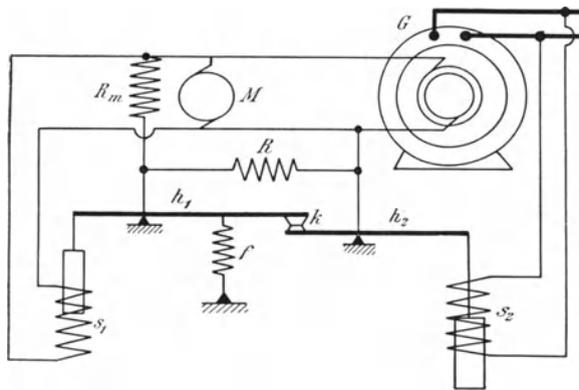


Fig. 293. Schaltung des Tirrilreglers.

nach einer etwaigen Änderung der Spannung ein Schaltvorgang ausgelöst, der die Spannung im entgegengesetzten Sinne nicht nur in dem erforderlichen Betrage, sondern in starkem Überschuß zu ändern sucht. Die übermäßige Änderung der Spannung wird dann durch einen entgegengesetzten Schaltvorgang verhindert. Von den Schnellreglern soll im folgenden der Tirrilregler beschrieben werden. Die Schaltung ist unter Weglassung der für das Verständnis unwichtigen Nebenteile in Fig. 293 gegeben. Dem Polrad der Wechselstrom- oder Drehstrommaschine G , von der das Netz gespeist wird, wird mit Hilfe von Schleifringen der Erregerstrom zugeführt. Dieser Strom wird von der Maschine M geliefert, deren Magnetwicklung R_m unter Zwischenschaltung des Widerstandes R an den Anker der Erregermaschine angeschlossen ist. Der Widerstand R wird durch den Kontakt k periodisch kurz geschlossen, so daß die Stärke der Magneterregung dauernd pulsiert. Auf den Doppelhebel h_1 wirkt die Feder f im Sinne des Uhrzeigers, während die magnetische Wirkung, die von der Spule s_1 auf einen Eisenkern ausgeübt wird, den Hebel entgegengesetzt dem Uhrzeiger

zu drehen sucht. Die Spule s_1 ist an die Klemmen der Erregermaschine M angeschlossen. Auf den Hebel h_2 wirkt die Kraft der Spule s_2 , die einen Eisenkern nach oben zu ziehen sucht, entgegen dem Uhrzeiger, während das Gewicht des Eisenkernes im entgegengesetzten Sinne wirkt. Die Spule s_2 ist an die Netzspannung angeschlossen. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei normaler Netzspannung das Gewicht des Eisenkernes in jeder Lage durch die Kraft der Spule s_2 ausgeglichen wird. Der Hebel h_1 wirkt wie der Hammer des auf S. 92 beschriebenen Induktionsapparates.

Sobald nun z. B. aus irgend einem Grunde die Netzspannung sinkt, so überwiegt beim Hebel h_2 die Kraft, die durch das Kerngewicht gegeben ist, und der Hebel h_2 dreht sich ein wenig im Sinne des Uhrzeigers. Dadurch werden die beiden Kontakte des Hebels k , die sich bei normalem Wert der Netzspannung dauernd periodisch öffnen und schließen, einmalig verhältnismäßig lange geschlossen. Der Magnetstrom der Erregermaschine, dessen zusätzlicher Widerstand R jetzt für einen längeren Zeitraum kurz geschlossen wird, wächst dabei auf einen Betrag an, der höher ist, als der Höchstwert bei den früheren Pulsationen.

Zugleich wird durch die Verschiebung des Berührungspunktes der Kontakte k nach oben die Feder f stärker gespannt, so daß zur Unterbrechung der Kontakte eine größere Kraft erforderlich ist wie früher. Die Stromstärke, bei welcher die Spule s_1 den Eisenkern in sich hineinzieht, ist also gegen früher größer geworden, so daß die periodische Unterbrechung der Kontakte jetzt bei einer höheren mittleren Spannung der Erregermaschine erfolgt. Wir kommen also zu dem Ergebnis: Die Verschiebung des Berührungspunktes der Kontakte k nach oben bewirkt zunächst infolge der längeren Berührung ein einmaliges Anwachsen der Spannung der Erregermaschine, sie erzwingt aber wegen der stärkeren Spannung der Feder eine dauernde Erhöhung der mittleren Stromstärke der Spule s_1 , d. h. der mittleren Spannung der Erregermaschine. Dadurch wird dann die Netzspannung wieder auf ihren normalen Wert gebracht. Da das Gewicht des Eisenkernes, wie oben ausgeführt, bei normaler Netzspannung in jeder Lage durch die Kraft der Spule s_2 ausgeglichen wird, so bleibt die mittlere Stellung des Kontaktes k , nachdem die Netzspannung auf den normalen Betrag gebracht ist, in der neuen Lage.

Die Vorgänge werden noch deutlicher, wenn wir die Zeit als Abszisse und den Magnetstrom der Erregermaschine als Ordinate auftragen (Fig. 294).*) Der Magnetstrom sei bei dauernd offenem Kontakt k gleich OA und bei dauernd geschlossenem Kontakt gleich OB . Dann nimmt der Strom beim Kurzschließen entsprechend der Kurve c_1 zu und beim Einschalten des Widerstandes nach der Kurve c_2 ab. Die Kurven c_1

*) Vergl. Natalis, Die selbsttätige Regulierung der elektrischen Generatoren. Braunschweig 1908.

und c_2 verlaufen ähnlich wie die Kurven in Fig. 69 a und b. Bei einem bestimmten Betriebszustand seien nun die periodischen Schwankungen des Stromes durch die mittlere Zickzacklinie gegeben, die sich aus den in gleicher Höhe befindlichen Teilen der Kurven c_1 und c_2 zusammensetzt.

Sinkt nun z. B. die Netzspannung, so wächst die Stromstärke, wie oben gezeigt wurde, zunächst durch die einmalige längere Berührung der Kontakte k auf einen höheren Betrag, d. h. die Zickzacklinie verschiebt sich nach oben. Umgekehrt verschiebt sie sich beim Anwachsen der Netzspannung nach unten. Die einzelnen Teile der Kurven entsprechen wieder den gleich hohen Teilen der Kurven c_1 und c_2 .

Aus Fig. 294 geht zugleich hervor, daß die Schwingungszahlen der Kontakte k bei einer Erregung, die etwa der mittleren Zickzacklinie

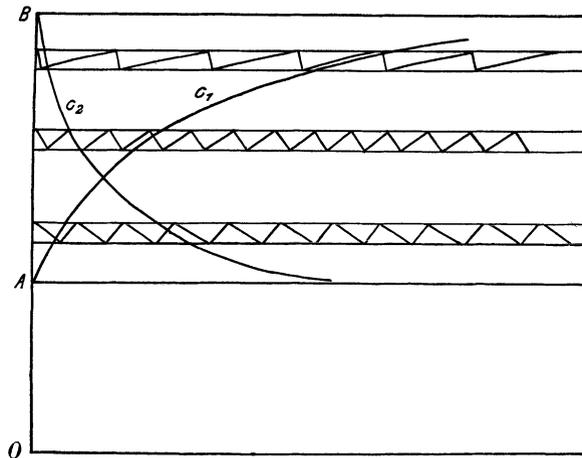


Fig. 294. Zeitlicher Verlauf des Erregerstromes unter Verwendung eines Tirrilreglers, bei drei verschiedenen Netzspannungen.

entspricht, am größten sind, und bei schwacher und starker Erregung abnehmen. Daraus wird deutlich, daß die Stärke der Erregung nicht etwa eindeutig durch die Schwingungszahl gegeben ist.

Ferner ergibt sich aus der unteren Zickzacklinie die Tatsache, daß bei geringer Erregung die Zeit, in welcher der Strom anwächst, kleiner ist als die Zeit, in welcher der Strom abfällt. Umgekehrt überwiegt bei starker Erregung die Zeit des Anwachsens über die Zeit des Abfallens. Es scheint jedoch nach den obigen Abteilungen, als ob diese Erscheinung nicht eine Ursache, sondern eine Folge der Änderungen des Magnetstromes der Erregermaschine ist.

Wir gehen nun zur Besprechung eines Verfahrens über, durch welches die Änderung des vom Generator gelieferten Stromes zur Änderung der Erregung benutzt wird (Compoundierung). Bei diesem Verfahren wird der Netzstrom durch die Primärwicklung eines Reihentransformators

geleitet, dessen Sekundärwicklung durch Schleifringe an den Anker der mit dem Generator gekuppelten Erregermaschine angeschlossen ist (Fig. 295). Die Erregermaschine ist also gleichzeitig eine zweite Wechselstrommaschine. Abgesehen vom Übersetzungsverhältnis wirkt der Reihentransformator genau so, als ob wir die zweite Wechselstrommaschine und den Hauptgenerator hintereinander oder gegeneinander geschaltet hätten.

Die Phasenverschiebung zwischen den elektromotorischen Kräften der beiden Maschinen hängt bei feststehendem Polgehäuse der Erregermaschine davon ab, an welchen Stellen die Ankerwicklung der Erregermaschine mit den Schleifringen verbunden ist. Wenn das Polgehäuse der Erregermaschine durch Drehung verstellt werden kann, so kann die Phasenverschiebung willkürlich gewählt werden.

Um die Wirkungsweise deutlich zu machen, denken wir uns beide Maschinen ohne Reihentransformator unmittelbar hintereinander geschaltet.

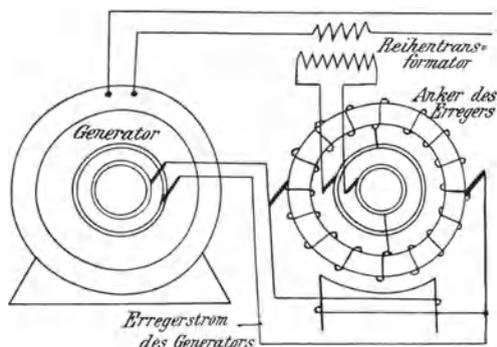


Fig. 295. Compoundierung der Erregermaschine.

Der Ohmsche Spannungsverlust beider Maschinen werde vernachlässigt. Der Vektor des Netzstromes falle in Fig. 296 in die Ordinatenachse, und der Vektor E_1 stelle die Leerlaufspannung der Hauptmaschine dar. Dann ist $OB = e_1$ die Klemmenspannung und BC der induktive Spannungsverlust der Hauptmaschine.

Die von der Magneterregung allein herrührende elektromotorische Kraft der zweiten Maschine sei nach Größe und Phase durch den Vektor $E_2 = OF$ gegeben. Ihre Phase ist absichtlich so gewählt, daß der Vektor E_2 dem Vektor des Stromes entgegengesetzt ist, so daß die Maschine als Motor läuft (vergl. Abschnitt 107).

Die vom Ankerstrom herrührende elektromotorische Kraft der Selbstinduktion E_{s2} in der zweiten Maschine bleibt um 90° hinter dem Strome zurück. Sie sei durch den Vektor OD gegeben. Dann ist OE die gesamte elektromotorische Kraft der zweiten Maschine.

Ziehen wir also AB gleich und entgegengesetzt OE , so wird von der Klemmenspannung OB der ersten Maschine der Betrag $AB = e_2$ ver-

braucht, um die entgegengesetzte elektromotorische Kraft OE zu überwinden. Der Rest OA ist dann die Klemmenspannung e des Netzes.

Sobald nun die Stromstärke im Netz zunimmt, wächst auch der Vektor OD und dadurch die resultierende elektromotorische Kraft OE . Da diese ein Maß ist für den Kraftfluß, der den Anker der Erregermaschine durchsetzt, so wächst zugleich auch die Gleichstromspannung an den Bürsten der Erregermaschine, d. h. der Magnetstrom der Hauptmaschine. Wir können uns die Sache also so vorstellen, daß der in die Erregermaschine geleitete Wechselstrom die Magneterregung dieser Maschine unterstützt (vergl. S. 330).

Es ist nicht unbedingt nötig, daß der Vektor E_2 unterhalb der Ordinatenachse liegt, d. h. daß die Erregermaschine als Wechselstrommotor läuft. Man hat aber bei dieser Anordnung den Vorteil, daß, wenn

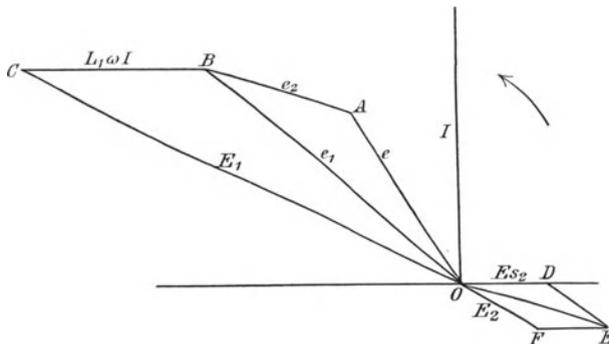


Fig. 296. Vektordiagramm für Compounding einer Erregermaschine.

sich mit zunehmender Phasenverschiebung im Netz der Vektor E_1 und damit auch der Vektor E_2 entgegen dem Uhrzeiger gegenüber dem festliegenden gedachten Stromvektor verschieben, die Vektoren OF und OD sich unter einem spitzeren Winkel addieren und dadurch die Compounding kräftiger wird.

Die Zeichnung in Fig. 296 gilt für eine Einphasenmaschine. Bei einer Dreiphasenmaschine ist die magnetisierende Wirkung des Wechselstromes im Anker des Erregers noch viel vollkommener. Wie sich in Abschnitt 110 ergeben wird, ergibt ein dreiphasiger Wechselstrom, der einem ruhenden Gleichstromanker zugeführt wird, ein Drehfeld, d. h. er ergibt in einem Anker, der mit synchroner Geschwindigkeit entgegengesetzt der Richtung des Drehfeldes rotiert, ein feststehendes Feld, das sich mehr oder weniger zum Magnetfeld des Erregers addiert.

Fünfzehntes Kapitel.

107. Synchronmotoren. — 108. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung. — 109. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung.

107. Synchronmotoren.

Wir unterscheiden bei den mit Wechselstrom betriebenen Motoren die Synchronmotoren, die bei Leerlauf und Betrieb mit genau derselben Drehzahl laufen, die Asynchron- oder Induktionsmotoren, deren Drehzahl mit der Belastung etwas abnimmt, und die Kommutatormotoren. Zu den Asynchronmotoren gehört auch der gewöhnliche Drehstrommotor.

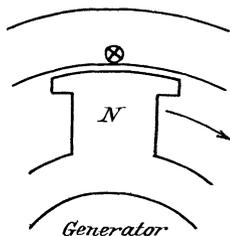


Fig. 297. Stromrichtung eines Generators, abhängig vom Feld und Drehrichtung.

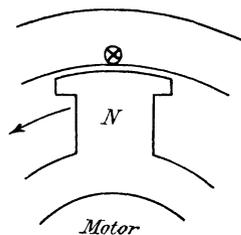


Fig. 298. Drehrichtung eines Motors, abhängig vom Strom und Feld.

Die Synchronmotoren können für ein- oder mehrphasigen Strom gebaut sein. Sie sind nichts anderes als eine Umkehrung der gewöhnlichen Wechselstromgeneratoren, so daß jede Wechselstrommaschine ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzt werden kann. Wenn wir den Nordpol des in Fig. 297 angedeuteten Wechselstromgenerators im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom induziert, der von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment mechanisch zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Fig. 298 gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht in einem bald darauffolgenden Augenblick statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom in zwischen seine Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Die Drehzahl des Polrades muß also genau mit der Periodenzahl des Netzes übereinstimmen. Ist p

die Zahl der Polpaare des Motors, $n/60$ seine Drehzahl in der Sekunde und ν die Periodenzahl des Netzes, so muß die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Der Synchronmotor muß also vor dem Einschalten mechanisch auf Synchronismus gebracht werden. Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, so treibt man zu dem Zwecke die mit dem Motor unmittelbar gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor an. Synchronmotoren, die mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Die Notwendigkeit, den Synchronmotor vor dem Einschalten auf Synchronismus zu bringen, schließt seine Verwendung in vielen Fällen aus.

Das Einschalten des synchron laufenden Motors vollzieht sich genau wie das Parallelschalten einer Wechselstrommaschine. Um das zu veranschaulichen, nehmen wir an, es sei noch ganz unentschieden, ob die aufs Netz zu schaltende Maschine als Generator oder als Motor arbeiten soll. Gerade wenn die Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, können wir auch praktisch diese Annahme rechtfertigen. Wir haben es ja in der Hand, die Gleichstrommaschine auf eine Akkumulatorenbatterie zu schalten und sie ohne umständliche Veränderungen als Generator oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir die Gleichstrommaschine so stark erregen, daß ihre elektromotorische Kraft über die der Batterie überwiegt, so wird die Batterie geladen und die Gleichstrommaschine arbeitet als Generator. Wenn wir die Gleichstrommaschine dagegen schwächer erregen, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Batterie und treibt die Gleichstrommaschine als Motor an.

Wir bringen also, wie es im Abschnitt 103 besprochen wurde, die auf das Netz zu schaltende Wechselstrommaschine durch die zuerst als Motor laufende Gleichstrommaschine auf die richtige Drehzahl. Dann verändern wir ihren Magnetstrom, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. In dem Augenblick, in welchem Maschinen- und Netzspannung sich genau entgegenwirken, schalten wir ein. Dann sind Druck und Gegendruck einander noch gleich, und wenn wir von nebensächlichen Einflüssen absehen, ist die Stromstärke gleich Null. Jedenfalls ist die von der Maschine aufgenommene oder abgegebene elektrische Arbeit noch Null, weil bei der betreffenden Drehzahl die Leistung der Antriebsmaschine nur gerade genügt, um die Leerlaufverluste zu decken.

Unsere Wechselstrommaschine wird nun dadurch zum Generator, daß wir die zugeführte Leistung erhöhen. Wir schwächen dazu in dem vorliegenden Falle den Kraftfluß der unmittelbar gekuppelten Gleichstrommaschine, die jetzt als Motor arbeitet und von der Batterie gespeist wird. Für gewöhnlich hat eine solche Schwächung des Magnetstromes beim Neben-

schlußmotor eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Drehzahl unserer Doppelmachine unweigerlich durch die Periodenzahl des Wechselstromnetzes gegeben. Bei dieser konstanten Drehzahl bewirkt eine Feldschwächung des Gleichstrommotors eine Verringerung seiner elektromotorischen Kraft. Nach der Gleichung $I_a = \frac{e - E}{R_a}$ wächst dadurch die Stromstärke erheblich an, und der Anker wird beschleunigt. Das Polrad der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche relative Lage zum Stator, daß nach Abschnitt 102 die erzeugte elektrische Leistung des Wechselstromes vergrößert wird. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung der Gleichstromseite das Gleichgewicht. Durch die mechanisch bewirkte Voreilung wird also die Wechselstrommaschine zum Generator.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom unserer Gleichstrommaschine, statt ihn abzuschwächen. Bei der konstanten, durch die Wechselstromseite gegebenen Drehzahl hat eine Verstärkung des Kraftflusses der Gleichstrommaschine eine Erhöhung ihrer elektromotorischen Kraft zur Folge. Diese wird dadurch größer als die Klemmenspannung oder als die elektromotorische Kraft der Batterie, so daß die Maschine Strom in die Batterie liefert und sie ladet. Die Gleichstrommaschine ist also zum Generator geworden, und die Wechselstrommaschine arbeitet als Motor.

Während dieses Vorganges ist also die von der Batterie an die Maschinen abgegebene elektrische Leistung erst positiv, dann Null und endlich negativ. Dabei tritt notwendig eine mechanische Verzögerung der beiden Maschinen ein. Durch diese Verzögerung oder Nacheilung kommt das Polrad der Wechselstrommaschine in eine solche relative Lage zu dem Stator, daß das Drehmoment für die auf der Gleichstromseite geforderte Leistung genügt. Durch die Verzögerung oder Nacheilung wird also die Maschine zum Motor. Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, diese Erscheinungen durch das Vektordiagramm noch deutlicher zu machen.

108. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung.

Das Vektordiagramm für den Wechselstrommotor (Fig. 299) ist ganz ähnlich dem für die Wechselstrommaschine. Nur haben wir zu beachten, daß die elektromotorische Kraft E_1 des Motors dem Strome und der Netzspannung e wesentlich entgegengesetzt ist. Wir erhalten in Fig. 299 ein ähnliches Bild wie in Fig. 263. Die Buchstabenbezeichnung für die Endpunkte der Vektoren ist so gewählt, daß die Klemmenspannung, wie in Fig. 263, mit FB bezeichnet ist und die elektromotorische Kraft durch BO . Der Strom bleibe hinter der Klemmenspannung $e = FB$ um den Winkel φ zurück, sein Vektor falle in die Ordinatenachse. Die elek-

tromotorische Kraft der Selbstinduktion E_s , die durch Statorrückwirkung und Statorstreuung verursacht wird, bleibt um 90° hinter dem Strom zurück, fällt also nach rechts in die Abszissenachse. Ihr entgegengerichtet ist der Vektor $FH = L\omega I$, der den induktiven Spannungsverlust durch Statorrückwirkung und Statorstreuung darstellt, während HO in Richtung des Stromes den Ohmschen Verlust $I \cdot R_a$ angibt. Dann ist der Vektor OB der Teil der Spannung, der zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft dient. Umgekehrt ist $BO = E_1$ die elektromotorische Gegenkraft selbst. Wir finden hier wieder die Kirchhoffsche Regel bestätigt, wonach die Summe der elektromotorischen Kräfte, wofür wir hier sinngemäß die geometrische Summe von e und E_1 einführen, eine Resultierende FO ergibt, die gleich der Summe der Spannungsverluste FH und HO ist.

Wenn wir nun durch den Punkt F eine Parallele zu BO ziehen, so wird es deutlich, daß der Vektor $E_1 = BO$, der beim Einschalten, also bei Leerlauf, mit dem Vektor $FB = e$ zusammenfiel, jetzt durch die Belastung um den Winkel γ hinter der Klemmenspannung zurückgeblieben ist. (Vergl. den Schluß des vorigen Abschnittes.)

Nun ergibt sich die auf den Motor übertragene Leistung zu:

$$P_1 = e \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

wo φ der Winkel zwischen den Vektoren der Klemmenspannung und Stromstärke ist. Setzen wir für $e \cdot \cos \varphi$ den Wert AB ein, so erhalten wir:

$$P_1 = I \cdot AB.$$

Der davon in Joulesche Wärme umgesetzte Betrag ist:

$$I^2 \cdot R_a = I \cdot I \cdot R_a = I \cdot AD.$$

Demnach ist der für die mechanische Leistung P aufgewendete Effekt gegeben durch:

$$P = P_1 - I^2 \cdot R_a = I(AB - AD) = I \cdot DB.$$

Ist φ_1 der Winkel zwischen dem negativ genommenen Vektor der elektromotorischen Gegenkraft E_1 und des Stromes, so ist

$$DB = E_1 \cdot \cos \varphi_1.$$

Die mechanische Leistung P ergibt sich also zu:

$$P = E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1, \quad (55)$$

was wir nach den für Gleichstrom abgeleiteten Gesetzen voraussehen konnten.

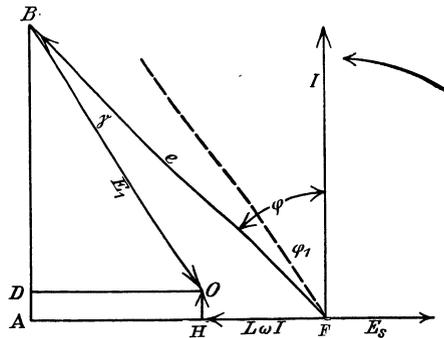


Fig. 299. Vektordiagramm eines Synchronmotors.

Wir ermitteln nun die mechanische Leistung in ihrer Abhängigkeit von der Phasenverschiebung zwischen der Klemmenspannung und der elektromotorischen Gegenkraft.

Wir legen dazu in Fig. 300 der Einfachheit wegen den Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 so, daß er bei allen Betriebszuständen mit der Abszissenachse einen Winkel α bildet, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_a}{L \omega}.$$

Dann liegt der Punkt F bei den verschiedenen Belastungen auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt B . Der Vektor des Stromes fällt bei der jetzt gewählten Richtung des Vektors e in die Richtung OH . Der stumpfe Winkel BOH ist also gleich $180^\circ - \varphi_1$. Zählen wir die Winkel um O zusammen, so erhalten wir, da $DOF = 180^\circ - \varepsilon$ ist:

$$\varepsilon = 90^\circ - \varphi_1.$$

Mit Benutzung der Gleichung:

$$OF = I \cdot \sqrt{R_a^2 + (L \omega)^2} = I \cdot z$$

ergibt sich dann die mechanische Leistung:

$$P = E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1 = E_1 \cdot \frac{OF}{z} \cdot \sin \varepsilon.$$

Nun ist $OF \cdot \sin \varepsilon$ gleich der Projektion DG des Vektors OF auf die Ordinatenachse. Demnach ist die mechanische Leistung:

$$P = \frac{E_1}{z} \cdot DG. \quad (56)$$

Durch Wahl des entsprechenden Maßstabes läßt sich die mechanische Leistung unmittelbar auf der Ordinatenachse ablesbar machen.

Je stärker wir also den Motor belasten, desto mehr verschiebt sich bei festliegendem Vektor E_1 in Fig. 300 unter Vergrößerung des Winkels γ der Punkt F nach unten. Die Figur ist für die Werte $R_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1000$ und $E_1 = 800$ gezeichnet. Wie man sieht, erreicht die mechanische Leistung einen Höchstwert für den Wert $\gamma = 90^\circ - \alpha$. Wenn wir den Motor noch stärker überlasten, so tritt zwar eine weitere Verzögerung ein, und der Winkel γ wird noch größer. Die vom Motor ausgeübte Leistung nimmt dagegen nach unserm Diagramm ab. Der Motor kann dann die Last nicht mehr durchziehen, fällt aus dem Tritt und bleibt stehen. Da das gleichbedeutend mit einem Kurzschluß ist, so muß der Motor normal mit kleinem Winkel γ arbeiten. Tritt das normale Drehmoment bei etwa $\gamma = 30^\circ$ ein, so kann man auf eine Überlastungsfähigkeit gleich dem doppelten des normalen Drehmoments rechnen.

Mit Rücksicht auf die Überlastungsfähigkeit ist nach Gleichung (56) eine große elektromotorische Gegenkraft und kleiner Wert von z , d. h. ein großer Kurzschlußstrom, vorteilhaft.

Wir können das Verhalten der Synchronmaschine als Generator und Motor in einer einzigen Figur darstellen, indem wir beide Male die mechanische Leistung ins Auge fassen. Diese mechanische Leistung wird beim Generator auf die Maschine übertragen und setzt sich in elektrische Leistung um, während sie beim Motor von der Maschine geleistet wird,

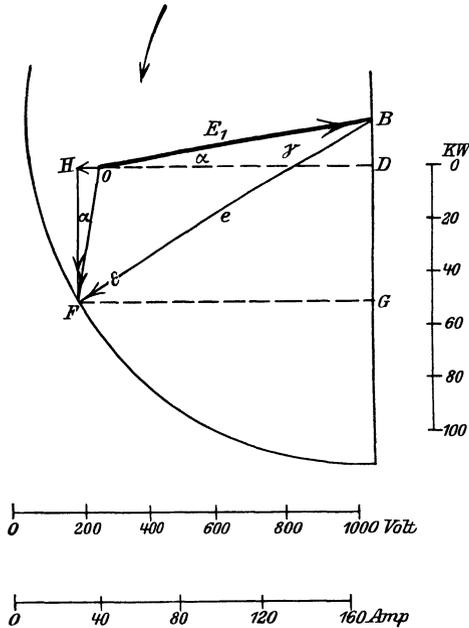


Fig. 300. Mechanische Motorleistung, dargestellt durch die Projektion GD , abhängig vom Winkel γ .

unter Zuführung eines entsprechenden Betrages von elektrischer Energie. Beim Generator ist also die mechanische Leistung die Summe aus elektrischer Nutzleistung und Jouleschem Verlust, während sie beim Motor die Differenz ist aus der ganzen zugeführten elektrischen Leistung und dem Jouleschen Verlust.

Um für Generator und Motor eine einheitliche Darstellung zu gewinnen, machen wir uns von der Darstellung los, als wenn die Klemmenspannung des Generators von der Maschine geliefert wird und daher wesentlich gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft der Maschine hat. Wir fassen vielmehr die Klemmenspannung als

einen Gegendruck des Netzes auf, der also als eine elektromotorische Kraft einzusetzen ist, die der elektromotorischen Kraft der Maschine entgegengesetzt ist.

Dann ergibt sich für die Maschine als Generator und Motor die gemeinsame Regel, daß der gesamte Spannungsverbrauch im Stator die Summe ist aus der Netzspannung e und der elektromotorischen Kraft E_1 der Maschine. Man hat dabei gar nicht erst in Rücksicht zu ziehen, ob sich beide Größen entgegenwirken. Dieses Entgegenwirken kommt schon durch die Phase, welche die elektromotorische Kraft gegenüber der Netzspannung hat, und durch die in die Vektoren eingezeichneten Pfeile zum Ausdruck.

Wir haben ferner bei der Konstruktion zu beachten, daß nach Fig. 263 und 299 der Vektor des induktiven Spannungsverlustes dem Vektor des Gesamtspannungsverlustes um den Winkel α vorauffeilt, der durch die Gleichung $\operatorname{tg} \alpha = R_a / L \omega$ gegeben ist.

Wenn wir dann den gesamten inneren Spannungsverlust in den induktiven Spannungsverbrauch und den Ohmschen Spannungsverbrauch zerlegen, so gibt die Richtung des Vektors der Ohmschen Spannung die Phase des Stromes an. Wir haben dann eine Kontrolle dadurch, daß dieser Strom beim Generator wesentlich in Phase mit der elektromotorischen Kraft, beim Motor wesentlich in Phase mit der Klemmenspannung ist und nicht etwa wesentlich entgegengesetzte Phase hat.

Auf dieser Grundlage vereinigen wir die in Fig. 285 und 300 gegebenen Diagramme zu einem einzigen Diagramm. In diesem wählen wir willkürlich den Vektor e der Klemmenspannung stets von B ausgehend. Wir nehmen zunächst an, daß die elektromotorische Kraft der Maschine größer ist als die Netzspannung, daß also die Maschine übererregt ist, und zwar sei, wie in Fig. 285:

$$E_1 = 1200, \quad e = 1000, \quad R_a = 1, \quad L\omega = 6.$$

Wir legen nun den Vektor E_1 in eine feste Lage so, daß er mit der Wagerechten den Winkel α bildet, und erhalten dann in dem oberen Teil der Fig. 301 das uns aus Fig. 285 bekannte und mit dieser Figur identische Diagramm, in welchem DG (von D aus nach oben gemessen) die mechanisch auf die Maschine übertragene Leistung ist. Diese Leistung wächst mit Zunahme des Winkels γ . Der Reduktionsfaktor für den Maßstab an der Ordinatenachse ist, wie auf S. 343:

$$\frac{E_1}{s} = \frac{E_1}{\sqrt{R_a^2 + (L\omega)^2}} = 197.$$

Wir führen nun im unteren Teil unserer Figur noch die der Fig. 300 entsprechende Konstruktion für den Motor aus. Dabei ergibt sich allerdings ein etwas anderes Bild als in Fig. 300, da wir jetzt einen übererregten Motor vor uns haben. Es bleibt bestehen, daß die Summe aus den Vektoren OB und BF den gesamten Spannungsverlust OF ergibt. Dieser besteht aus dem Ohmschen Verlust OH und dem induktiven Spannungsverlust HF , der dem Gesamtverlust OF um den Winkel α voraufeilt. Der Vektor OH gibt die Phase des Motorstromes, der in diesem Falle wegen Übererregung der Spannung voraufeilt. Die Projektion DG , von D aus nach unten gemessen, gibt in demselben Maßstab, wie beim Generator, die mechanische Leistung an. Mit Vergrößerung des Winkels γ nimmt die Leistung zu.

Dieselbe Konstruktion führen wir in Fig. 302 für dieselbe Maschine bei Untererregung aus, wobei also die elektromotorische Kraft kleiner ist als die Netzspannung. Es sei

$$E_1 = 800, \quad e = 1000, \quad R_a = 1, \quad L\omega = 6.$$

Der Reduktionsfaktor für den Leistungsmaßstab ergibt sich zu:

$$\frac{E_1}{s} = \frac{E_1}{\sqrt{R_a^2 + (L\omega)^2}} = 132.$$

Wir erhalten in diesem Falle beim Generator einen voreilenden Strom. Der untere Teil der Figur ist mit Fig. 300 identisch.

Wenn wir in Fig. 301 den Punkt D um einen konstanten, dem Leerlaufverlust entsprechenden Betrag nach unten verschieben würden, könnten wir auch noch die Leerlaufleistung mit berücksichtigen. Wenn

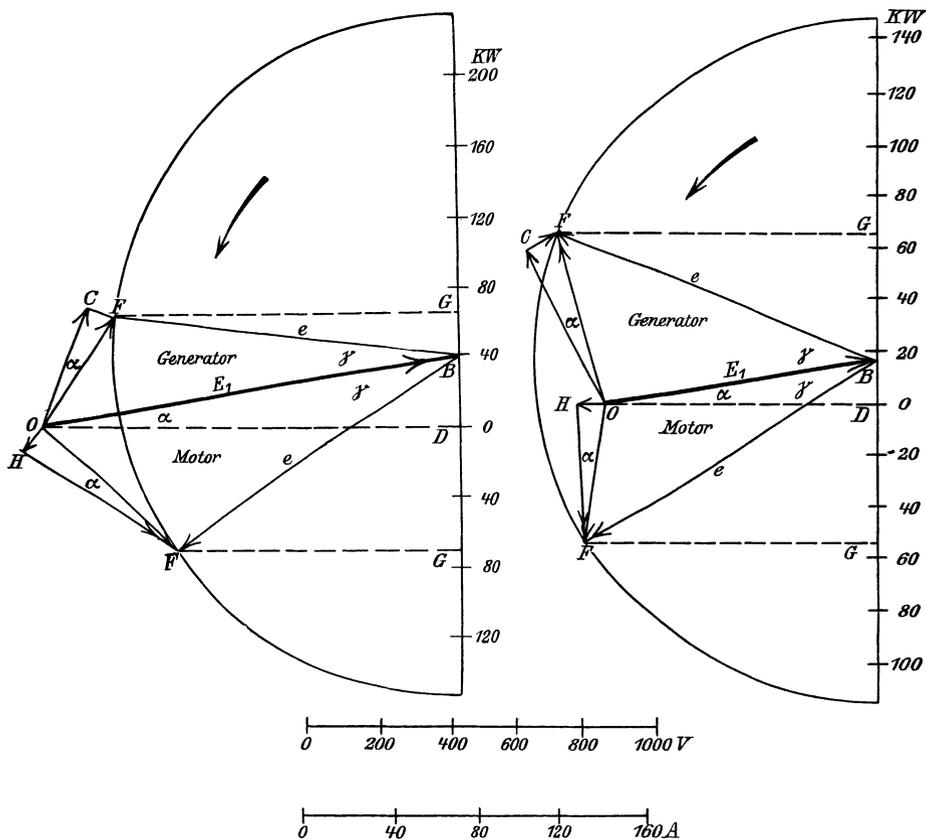


Fig. 301. Mechanische Leistung eines übererregten Generators oder Motors, in Abhängigkeit vom Winkel γ , dargestellt durch die Projektion DG .

Fig. 302. Mechanische Leistung eines untererregten Generators oder Motors, in Abhängigkeit vom Winkel γ , dargestellt durch die Projektion DG .

wir dann ganz allgemein die Projektion DG von diesem neuen Punkt D an messen, erhalten wir beim Generator die ganze mechanisch zugeführte Leistung und ebenso beim Motor die mechanisch abgegebene Leistung, die sich in diesem Falle von dem gesamten, vom Motor geleisteten mechanischen Effekt subtrahiert.

Über die synchronisierende Kraft des Stators und das Pendeln bei Motoren gilt das bei den Generatoren Gesagte. Es bleibt jetzt nur noch

übrig, das Verhalten eines Motors darzustellen, der in seiner Belastung ungeändert bleibt und in seiner Erregung verändert wird.

109. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung.

Wir betrachten einen konstant belasteten Motor, der an konstanter Netzspannung liegt, und fragen uns, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung auf die Stromstärke und Phasenverschiebung hat.

Nach S. 374 war die mechanische Leistung des Motors:

$$P = \frac{E_1}{z} DG.$$

Nun ist nach Fig. 300:

$$DG = BG - BD = e \cdot \sin(\alpha + \gamma) - E_1 \cdot \sin \alpha.$$

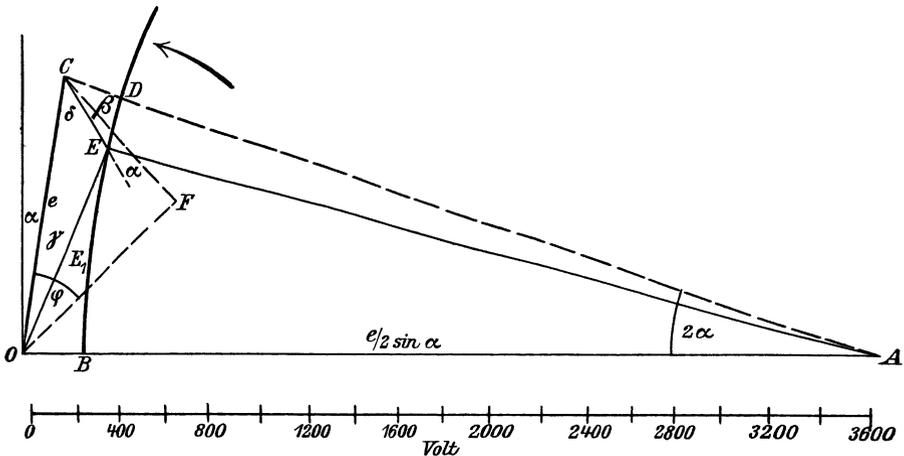


Fig. 303. Diagramm für Änderung der Erregung eines Motors bei konstanter Leistung.

Demnach ist die mechanische Leistung:

$$P = \frac{E_1 \cdot e}{z} \sin(\alpha + \gamma) - \frac{E_1^2}{z} \cdot \sin \alpha.$$

Wir multiplizieren diese Gleichung mit $-\frac{z}{\sin \alpha}$ und erhalten:

$$E_1^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha + \gamma) = -\frac{P \cdot z}{\sin \alpha}.$$

Wir legen nun in Fig. 303 den Vektor der Klemmenspannung der Einfachheit wegen so, daß er mit der Ordinatenachse den konstanten,

auf S. 374 definierten Winkel α bildet. Dann wird, wenn x und y die Koordinaten des Punktes E sind,

$$E_1^2 = x^2 + y^2, \quad E_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma) = x.$$

Demnach nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$x^2 + y^2 - \frac{e}{\sin \alpha} \cdot x = -\frac{P \cdot g}{\sin \alpha}.$$

Der Punkt E liegt also auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt auf der Abszissenachse um die Strecke $OA = \frac{e}{2 \sin \alpha}$ von O entfernt ist. Der Radius dieses Kreises ergibt sich nach der Kreisgleichung zu

$$\sqrt{\left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2 - \frac{P \cdot g}{\sin \alpha}}.$$

Die Figur ist in der Annahme gezeichnet, daß $R_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1200$ und die konstante Belastung $P = 50000$ Watt ist. Je schwächer wir den Motor erregen, desto mehr sinkt der Punkt E nach unten, desto größer wird also der Winkel γ . Dadurch nähert sich aber der Motor dem gefährlichen Zustand, der durch die elektromotorische Kraft OB gegeben ist. Diese Erregung ist die kleinste, bei welcher der Motor die konstante mechanische Leistung von 50000 Watt liefert, oder die Leistung von 50000 Watt ist die größte, die der Motor bei der elektromotorischen Kraft OB in mechanische Arbeit umsetzt.

Wir stellen uns nun wieder die Aufgabe, in Fig. 303 den Phasenverschiebungswinkel zwischen Klemmenspannung und Stromstärke zu bestimmen. Zu dem Zwecke ziehen wir die Verbindungslinie AC , die den Kreis im Punkte D schneidet. Wir ziehen dann die Linie CF so, daß sie mit CE den Winkel α bildet, und zeichnen OF senkrecht auf CF . Dann erkennen wir ohne Mühe in dem Dreieck OFC unserer Figur das Dreieck BFA der Fig. 299 wieder. Demnach ist der Winkel COF gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Klemmenspannung und Stromstärke.

Nun war:
$$OA = \frac{e/2}{\sin \alpha}.$$

Da gleichzeitig der Winkel $COA = 90^\circ - \alpha$ ist, so läßt sich leicht ableiten, daß das Dreieck OAC gleichschenkelig ist und der Winkel OAC gleich 2α wird. Wir erhalten also im Dreieck OAC :

$$180^\circ = 2\alpha + \beta + \delta + 90^\circ - \alpha.$$

Ferner ist:
$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \delta).$$

Durch Addition beider Gleichungen ergibt sich:

$$\varphi = \beta.$$

Wenn der Punkt E mit dem Punkt D zusammenfällt, so wird der Winkel β und damit die Phasenverschiebung gleich Null. Die Leistung wird also bei der gegebenen Spannung unter dem geringsten Aufwand von Strom geliefert. Dies Ergebnis stimmt damit überein, daß für eine elektromotorische Kraft OD der Spannungsverlust im Anker gleich DC ist, also seinen kleinsten Wert hat.

Fällt der Punkt E unterhalb des Punktes D , so hat der Winkel β , also auch der Winkel φ , einen positiven Wert. Der Vektor des Stromes, der in die Richtung von OF fällt, bleibt dann hinter der Klemmenspannung zurück. Dieser Fall tritt ein, wenn die elektromotorische Kraft OE kleiner gewählt wird als die Klemmenspannung OC .

Ist dagegen der Vektor OE größer als die Klemmenspannung, so rückt der Punkt E von D aus auf dem Kreise nach oben. Dann nimmt der Winkel β , d. h. der Winkel φ zwischen Netzspannung und Netzstrom, einen negativen Wert an, und der Strom eilt der Spannung voraus. Wir haben schon früher gesehen, daß derartige negative Phasenverschiebungen durch überregte Motoren mit Vorteil dazu verwendet werden, positive Phasenverschiebungen anderer Apparate auszugleichen, so daß der Netzstrom zu einem reinen Wattstrom wird.

Sechzehntes Kapitel.*)

110. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor. — 111. Die Dreieckschaltung. — 112. Die Sternschaltung. — 113. Die Leistung des Dreiphasenstromes. — 114. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

110. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor.

Die Entwicklungen der vorhergehenden Kapitel beziehen sich zunächst auf Maschinen für einphasigen Wechselstrom. Sie gelten jedoch auch für Mehrphasenmaschinen. Diese werden wegen der Vorteile, die der Mehrphasenstrom für Kraftzwecke bietet, abgesehen von den elektrischen Fernbahnen, in allen Fällen verwendet, in denen die Kraftübertragung mit Wechselstrom erfolgt.

Man unterscheidet bei Mehrphasenmaschinen die Zwei- und Dreiphasenmaschinen. Die Zweiphasenmaschinen, die nur selten verwendet werden, besitzen zwei um 90° elektrische Grade versetzte Wicklungen oder Phasen. In diesen werden elektromotorische Kräfte und Ströme induziert, die je um 90° gegeneinander verschoben sind. Im Unterschied davon besitzen die Dreiphasenmaschinen drei Wicklungen oder Phasen, die um 120° elektrische Grade versetzt sind.

Die Wicklungen sind bei Mehrphasenmaschinen ebenso wie bei Einphasenmaschinen in den Nuten eines feststehenden, aus Blechen zusammengesetzten Eisenkörpers, des sog. Stators, untergebracht. Der rotierende Teil besteht bei Synchronmaschinen aus einem mit Gleichstrom erregten Magnetkörper (Rotor), während er bei Asynchronmaschinen aus einem Eisenzylinder besteht, in dessen Nuten eine kurzgeschlossene oder an Schleifringe angeschlossene Wicklung liegt.

Im folgenden sollen die Dreiphasenmaschinen näher behandelt werden. Die Zweiphasenmaschinen verhalten sich ähnlich wie die gewöhnlich im engeren Sinne als Drehstrommaschinen bezeichneten Dreiphasenmaschinen.

In Fig. 304 ist links ein Dreiphasengenerator schematisch gezeichnet.

Man hat zu beachten, daß die Anfänge 1, 2 und 3 der drei Phasen um 120° voneinander abstehen, und daß diese Anfänge in gleichem Sinne gewickelt werden. In Fig. 304 sind z. B. die von außen kommenden

*) Über Drehstrommotoren siehe neben Kapps Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom die sehr wertvollen Artikel und Briefe über das Diagramm des Drehstrommotors in der ETZ seit 1894, endlich Heubach, Der Drehstrommotor, Berlin 1903.

Leitungen in den Löchern 1, 2 und 3 sämtlich nach hinten geführt und der Draht ist dann in diesen Löchern von hinten nach vorne weitergeführt. Die Löcher 1 und 1', 2 und 2', 3 und 3' bilden je zwei zusammengehörige Spulenseiten einer Phase.

Die Art der Zeichnung in Fig. 304 gibt ein deutliches Bild von der Stromverteilung, aber sie läßt die Wicklung einer Phase nicht vollständig erkennen. Ein für allemal sei daher darauf hingewiesen, daß beispielsweise die Phase 1 1' so gewickelt ist, daß der Anfang im Loch 1 von hinten nach vorne geführt ist. Dann wird auf der vorderen Stirnfläche die nicht gezeichnete Verbindung 1 1' ausgeführt und der Draht im Loch 1' von vorne nach hinten geführt. Daran schließt sich die hintere, nicht gezeichnete Verbindung 1' 1 usw. In wiederholten Windungen wird auf diese Weise die Phase 1 1' fertiggestellt.

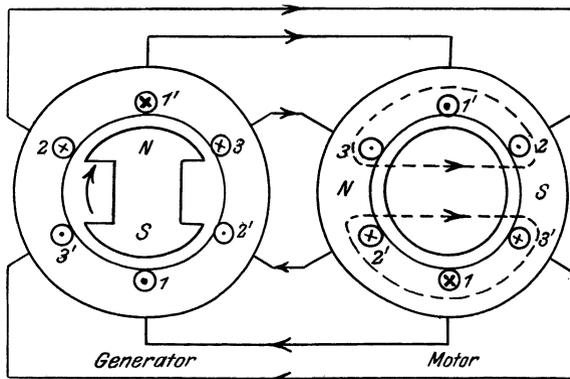


Fig. 304. Schaltbild eines Generators und Asynchronmotors. Durchmesserwicklung.

Wenn wir (im Gegensatz zu Fig. 304) die Klemmen des Generators mit einem genau ebenso ausgeführten Motor verbinden, der also einen vom Gleichstrom erregten Rotor besitzt, so arbeitet dieser Motor als dreiphasiger Synchronmotor. Auf ihn finden die Entwicklungen des 15. Kapitels Anwendung. Dreiphasige Synchronmotoren werden in Fällen, in denen ein Angehen mit Last nicht erforderlich ist, wegen ihres günstigen Leistungsfaktors mit Vorteil verwendet (vergl. S. 380).

Wenn jedoch, wie es meist der Fall ist, ein Angehen mit Last gefordert wird, so müssen mehrphasige Asynchronmotoren oder die später im einundzwanzigsten Kapitel behandelten Kollektormotoren verwendet werden.

Die Asynchronmotoren (vergl. Fig. 304 rechts) enthalten einen aus Blechen zusammengesetzten Stator, der genau wie der Stator eines Mehrphasengenerators gebaut ist. Ihr Rotor ist ein Eisenzylinder mit einer Wicklung, die ihren Strom, wie die Sekundärwicklung eines Transformators, durch Induktion vom Stator erhält (vergl. Abschnitt 114).

Die Enden der Phasen des Generators sind mit den entsprechenden Klemmen der Statorphasen des Motors verbunden. Es ist dabei gleichgültig, daß die Numerierung des Generators im Sinne des Uhrzeigers und die des Motors entgegen dem Uhrzeiger erfolgt ist. Man spart auf diese Weise in der Zeichnung eine Reihe von Überkreuzungen.

Die Phase 1 1' des Generators befindet sich in Fig. 304 gerade vor den Polen und führt den größten Strom, vorausgesetzt, daß keine Phasenverschiebung durch Selbstinduktion eintreten würde. Der Augenblickswert des Stromes in den beiden anderen Phasen ist dann:

$$i = i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}.$$

Verfolgen wir jetzt den Stromverlauf im Stator des Motors, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' magnetisch zusammengehören, da sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Ebenso

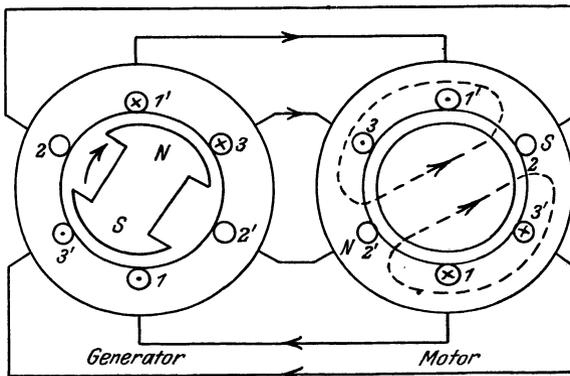


Fig. 305. Schaltbild eines Generators und Asynchronmotors. Polrad um 30° gegen Fig. 304 gedreht. Durchmesserwicklung.

bilden die Spulenseiten 2, 1' und 3, obgleich sie zu verschiedenen Phasen gehören, gleichsam eine einzige Spulenseite. Nach der Ampereschen Schwimmerregel ergeben sich dann im Stator des Motors die punktiert gezeichneten Kraftlinien, sowie die Lage der Polmitten N und S .

Wir zeichnen jetzt den Generator nach einer Drehung von 30° (Fig. 305). In diesem Augenblicke liegt die Phase 2 2' des Generators gerade in der neutralen Zone, ist also stromlos. Dagegen ist der Augenblickswert des Stromes in den beiden anderen Phasen:

$$i = i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_{max}.$$

Beim Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 3' und andererseits die Spulenseiten 3 und 1' magnetisch zusammen. Die erzeugten Kraftlinien, die wieder durch punktierte Linien angedeutet sind, stoßen dann bei N aufeinander und bilden dort einen Nordpol. Da die Lage der Pole des Motors um 30° gegenüber Fig. 304 verschoben ist, so erhalten wir das

Ergebnis, daß infolge der Drehung des Generators ein umlaufender Kraftfluß im Motor entsteht. Bei der gezeichneten zweipoligen Wicklung des Stators macht dieser Kraftfluß während einer Periode eine Umdrehung. Denken wir uns statt der dreiphasigen Wicklung eine vielphasige, so verschiebt sich in den feststehenden Drähten des Generators und Motors der Höchstwert des Stromes während einer Periode ganz gleichmäßig, so daß wir es nicht nur mit einem Drehfeld, sondern mit einem wirklichen Drehstrom zu tun haben.

Über die Wirkung des Drehfeldes auf den Rotor vergl. Abschnitt 114.

111. Die Dreieckschaltung.

Die in Fig. 304 und 305 gezeichneten sechs Zuleitungen lassen sich durch Dreieckschaltung oder Sternschaltung auf drei reduzieren. Beide

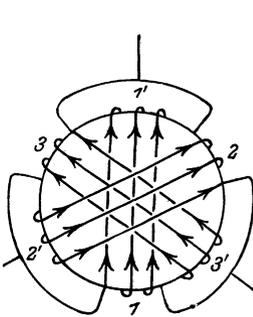


Fig. 306. Dreieckschaltung bei einer Trommel.

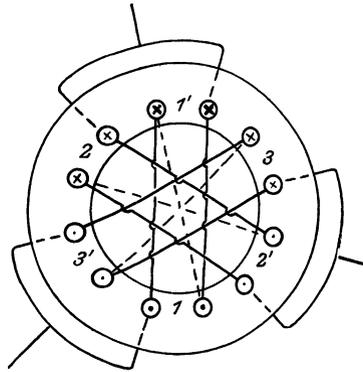


Fig. 307. Dreieckschaltung eines Stators.

Schaltungen werden gleichmäßig beim Generator und Motor, sowie bei Dreiphasentransformatoren angewendet.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden verbunden. Das Wesen dieser Schaltung wird am deutlichsten bei den Maschinen, deren Anker nach Art der Gleichstrommaschine gebaut ist, wie dies z. B. bei dreiphasigen Einankerumformern, sowie bei Drehstrom-Kommutatormotoren der Fall ist. Die Gleichstromwicklung wird dabei an drei um 120 elektrische Grade entfernten Punkten an drei Schleifringe angeschlossen. Die Breite der Spulenseite ist gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Eine derartige Wicklung ist für einen Ringanker im linken Teil von Fig. 311 und 312 gezeichnet. Sie ist natürlich in gleicher Weise für Trommel ausführbar (vergl. Fig. 327).

Gewöhnlich ist die Breite der Spulenseite nicht $\frac{2}{3}$ der Teilung, sondern $\frac{1}{3}$ der Teilung. Schematisch ist eine solche Wicklung für die Trommel in Fig. 306—308 und für den Ring im rechten Teil der Fig. 311

und 312 gezeichnet. In allen diesen Figuren ist zu beachten, daß die mit 1, 2 und 3 bezeichneten Anfänge der drei Phasen um 120° voneinander entfernt sind, ferner daß die Drähte aller Anfänge in gleicher Richtung durch die Maschine geführt sind, und daß die mit 1', 2' und 3' bezeichneten Enden der drei Phasen mit dem um 120° entfernten Anfang der nächsten Phase verbunden sind. Die drei Netzleiter werden zu den Verbindungspunkten von je zwei Phasen geführt. Fig. 308 ist in der auf S. 382 angegebenen Weise, also ebenso wie Fig. 304, gewickelt.

Die Berechtigung der Dreieckschaltung folgt aus dem Vektordiagramm in Fig. 309, in welchem die Resultierende aus den Vektoren 2 und 3 gleich und entgegengesetzt dem Vektor 1 ist. Wenn wir also nach Fig. 310 zwei Phasen hintereinander schalten, so ist die elektromotorische Kraft in beiden zusammen in jedem Augenblick gleich der elektromotorischen Kraft in der dritten Phase. Die beiden Spannungszeiger zeigen dann denselben Ausschlag. Schließen wir also die ganze Wicklung zu einem Ring, so schalten wir zwei gleiche Drücke gegeneinander, d. h. wir schalten sie im Verhältnis zum äußeren Kreise

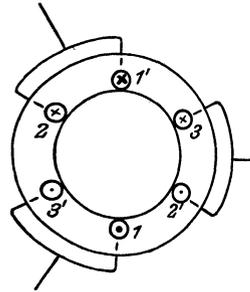


Fig. 308. Darstellung einer Dreieckschaltung. Durchmesserwicklung.

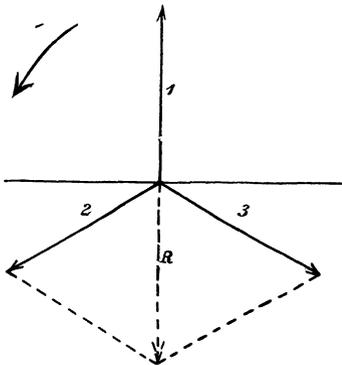


Fig. 309. Summe der Spannungen zweier Phasen entgegengesetzt der dritten.

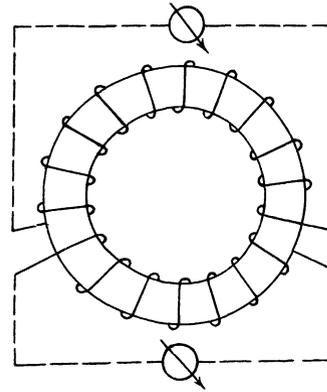


Fig. 310.

zueinander parallel. Innere Ströme können dabei nicht auftreten, weil die elektromotorischen Kräfte in den parallel geschalteten Abteilungen sich das Gleichgewicht halten. Die Ähnlichkeit mit den beiden Ankerhälften eines Gleichstromankers oder mit zwei parallel auf dasselbe Netz geschalteten Maschinen tritt dabei deutlich zutage.

Es ist leicht einzusehen, daß die Spannung zwischen zwei Außenleitern bei Dreieckschaltung gleich der Spannung einer einzelnen

Phase ist. Dagegen bietet die Stromverteilung bei Dreieckschaltung im Anfang mehr Schwierigkeiten. Schon die Tatsache, daß man mit drei Zuleitungen auskommt, erscheint schwer verständlich. Der Hinweis darauf, daß die Elektrizität sich nirgends stauen kann, daß also in jedem Augenblicke der eine Leiter als Rückleitung für die beiden anderen dient, genügt kaum zum völligen Verständnis. Wir haben vielmehr Generatorstrom, Netzstrom und Statorstrom in den beiden schon früher erwähnten, besonders charakteristischen Zeitpunkten zu betrachten.

Im ersten betrachteten Augenblick (Fig. 311) liegt die Phase 1 des Generators gerade vor der Polmitte, und die in ihr induzierte elektromotorische Kraft ist am größten. Sehen wir von einer Phasenverschiebung ab, so hat auch die Stromstärke in dieser Phase den Höchstwert i_{max} , während sie in den beiden anderen Phasen den Wert $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$ hat. Der Strom in dem mit I bezeichneten Netzleiter ist dann gleich $1,5 \cdot i_{max}$.

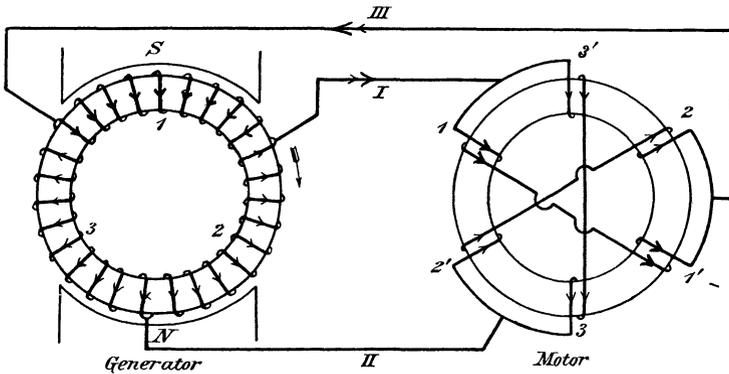


Fig. 311. Dreieckschaltung des Generators und Motors. (Strom in der einen Phase durch seinen Höchstwert hindurchgehend.)

Von diesem Netzstrom fließt der Betrag i_{max} durch die Phase 1 1' des Motors, während ein halb so starker Strom durch die Phasen 3'3 und 2'2 hintereinander fließt. Im Motor wie im Generator wird also die eine Spulenseite, die den größten Strom führt, von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen, die einen gleichgerichteten Strom von halber Stärke führen. Zwischen 1' und 2' vereinigen sich die beiden Statorströme, und der Strom $1,5 \cdot i_{max}$ fließt durch den Netzleiter III zum Generator zurück, während der Netzleiter II stromlos ist.

In der zweiten charakteristischen Stellung liegt die Generatorphase 3 in der neutralen Zone, ist also stromlos (Fig. 312), während die Phasen 1 und 2 den Strom $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$ führen. Aus ihnen fließt also der Strom $2 \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot i_{max}$ in den mit I bezeichneten Leiter. Das ist zugleich, wie das Vektordiagramm ergeben wird, der Höchstwert des Netzstromes.

Von diesem Strom fließt die eine Hälfte durch die Statorphase 3' 3 und durch den Netzleiter *II* zum Generator zurück, während die andere Hälfte durch die Phase 1 1' und durch den Netzleiter *III* zum Generator

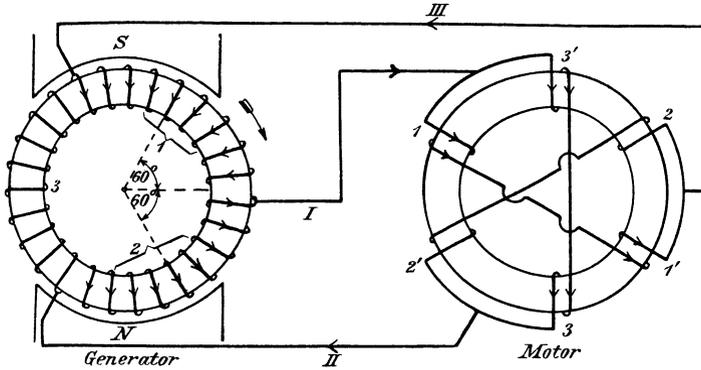


Fig. 312. Stromverzweigung bei Dreieckschaltung. (Strom in der einen Phase durch Null hindurchgehend.)

zurückfließt. In dem Augenblick also, in welchem die Netzleiter den größten resp. den halben Netzstrom führen, ist der Strom in einer Generator- und einer Motorphase gleich Null.

Wir finden also, daß der Höchstwert des Netzstromes größer ist als der des Phasenstromes, und daß beide Höchstwerte nicht gleichzeitig eintreten. Das wird noch deutlicher durch das Vektordiagramm. Dabei haben wir zu berücksichtigen, daß nicht die Anfänge zweier Phasen aneinander liegen, sondern das Ende einer Phase mit dem Anfang der nächsten verbunden ist. Wir haben also bei der Zusammensetzung der Ströme in Fig. 313 den einen Phasenstrom negativ zu nehmen. Addieren wir nun z. B. den Vektor *OC* und den punktierten Vektor *OA*, so erhalten wir einen Netzstrom *OR*. Dieser ist 1,73 mal so groß wie der Strom in der Phase *OC* und ist gegen diesen um 30° verschoben.

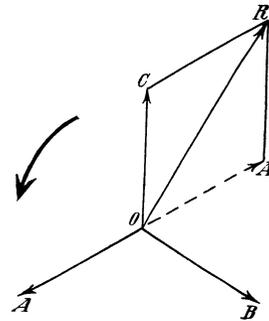


Fig. 313. Zusammensetzung der Ströme bei Dreieckschaltung.

112. Die Sternschaltung.

Während bei der Dreieckschaltung das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden Phase verbunden ist, sind bei Sternschaltung die Anfänge der drei Phasen aneinander gelegt (Fig. 314 und 315). Daß eine solche Schaltung ohne Störungen möglich ist, ergibt sich aus Fig. 316, wo aus den Vektoren *OA* und *OB* zweier Phasenströme die Resultierende *OR* gezeichnet ist. Diese ist genau gleich und entgegengesetzt dem

Vektor OC der dritten Phase. Die Summe der drei Ströme ist also in jedem Augenblick gleich Null, d. h. der im Nullpunkt zufließende Strom ist, ohne daß ein störender Ausgleich zu erfolgen braucht, gleich den vom Nullpunkt wegfließenden Strömen (vergl. Fig. 316). Liegt z. B. die Spule 1 des in Fig. 314 angedeuteten Generators gerade vor der Polmitte, so ist, abgesehen von Phasenverschiebung, der Strom in ihr am größten. Er fließt dann einfach zu zwei gleichen Teilen durch die Phasen 2 und 3 weiter. Ebenso fließt in Fig. 315 der in die Phase I eintretende Strom am Nullpunkt in seiner vollen Stärke in die Phase 3.

Es ist nun ohne weiteres deutlich, daß der Netzstrom bei Sternschaltung nach Stärke und Phase gleich dem Strom in einer Wicklung ist. Dagegen ergibt sich die Netzspannung nicht gleich der Spannung einer einzelnen Phase, sondern gleich der Spannung zweier hintereinander oder besser gegeneinander geschalteter Phasen. In Fig. 314 ist z. B.

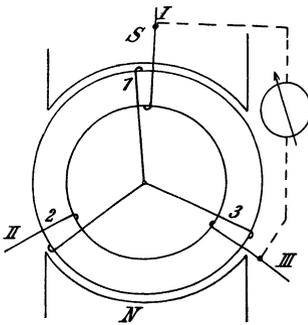


Fig. 314. Stromverteilung bei Sternschaltung.
(Strom der einen Phase durch seinen
Höchstwert hindurchgehend.)

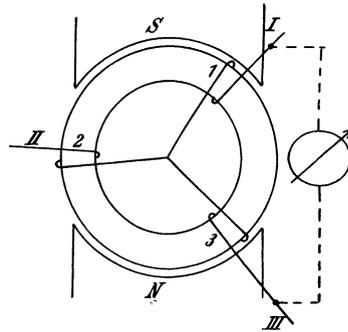


Fig. 315. Stromverteilung bei Sternschaltung.
(Strom der einen Phase durch Null
hindurchgehend.)

der Spannungszeiger an die Enden der Phasen 1 und 3 gelegt. Im gezeichneten Augenblick wird in der Spule 1 die größte elektromotorische Kraft induziert. Dazu addiert sich der Augenblickswert $E_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 E_{max}$, der in Spule 3 induziert wird. Demnach ist der Augenblickswert der Spannung zwischen den Netzleitern, die an 1 und 3 angeschlossen sind, im gezeichneten Augenblick gleich der Summe, nämlich $1,5 E_{max}$.

Wir betrachten jetzt den Augenblick, in welchem die Phase 2 des Generators in der neutralen Zone liegt (Fig. 315). Dann ist die elektromotorische Kraft in ihr gleich Null, während in den beiden anderen Phasen die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 E_{max}$ ist. Denken wir in bekannter Weise die Strompfeile in die Stirnverbindungen gezeichnet, so ergibt sich, daß die beiden elektromotorischen Kräfte in den Phasen 1 und 3 sich im gezeichneten Augenblick addieren. Ein Spannungszeiger zwischen den Netzleitern I und III mißt also in diesem Augenblick die Spannung $2 E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 E_{max}$. Es ergibt sich leicht, daß dieses der größte Augenblickswert ist, der zwischen zwei Netzleitern auftreten kann.

Addieren wir nämlich zwei Phasenspannungen oder Sternspannungen im Vektordiagramm, so haben wir zu berücksichtigen, daß die Anfänge der Phasen aneinander liegen. Die Spulen sind dann nicht hintereinander, sondern gegeneinander geschaltet. Wir haben also bei der vektoriellen Addition den einen Vektor negativ zu nehmen, d. h. statt des Vektors OB den entgegengesetzten Vektor OB' einzuführen (Fig. 317). Aus OA und OB' ergibt sich dann die Resultierende OR , die uns die Netzspannung nach Größe und Phase angibt. Ihr Effektivwert ist nach dem Diagramm 1,73 mal so groß wie die Sternspannung und zeigt gegen diese eine Phasendifferenz von 30° resp. $120 + 30 = 150^\circ$.

Natürlich kann nun, statt daß Generator und Motor die gleiche Schaltung besitzen, auch für beide Maschinen eine verschiedene Schaltung

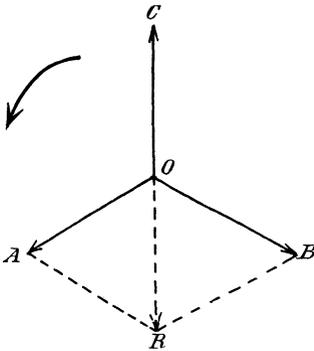


Fig. 316. Zusammensetzung der Ströme bei Sternschaltung.

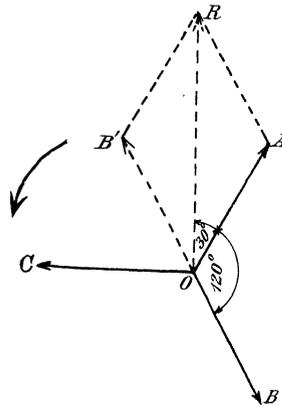


Fig. 317. Zusammensetzung der Spannungen bei Sternschaltung.

gewählt werden. Bei Kraftübertragungen mit hohen Spannungen zieht man natürlich die Sternschaltung bei Generator und Motor vor, weil die Spannung, für welche die Wicklung einer Phase ausgeführt werden muß, dabei nur 1,73 mal so klein zu sein braucht wie die Netzspannung. Sind Widerstände, also z. B. Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung angeordnet sein. Dabei ist aber zu beachten, daß ohne besondere Vorkehrungen nur bei Dreieckschaltung, aber nicht bei Sternschaltung, die Anzahl der Lampen in den drei Zweigen verschieden sein darf.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung der drei Phasen ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Konstanz der Spannung gestört wird, so hat man nach Fig. 318 die Nullpunkte des Generators und des Netzes miteinander zu verbinden. Der Nulleiter erfüllt dann dieselbe Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

Bei Drehstromtransformatoren ist ebenfalls Dreieckschaltung oder Sternschaltung möglich. Gewöhnlich werden beide Wicklungen je in Stern geschaltet. Derartige Transformatoren bestehen entweder aus drei gesonderten Einphasentransformatoren, wodurch das Halten einer Reserve erleichtert wird, oder sie werden als Dreiphasentransformatoren ausgeführt. Die drei Phasen liegen dann entweder auf drei verschiedenen, in einer

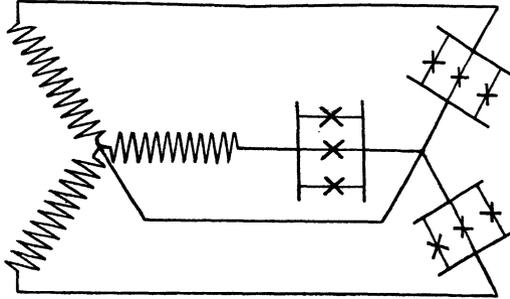


Fig. 318. Drehstromverteilung mit Nulleiter.

Ebene angeordneten und durch gemeinsame Joche verbundenen Kernen, oder sie liegen, durch Eisen voneinander getrennt, zusammen auf dem inneren Kern eines Manteltransformators.

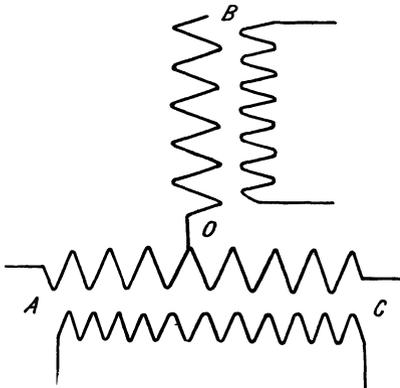


Fig. 319. Scottsche Schaltung von Transformatoren.

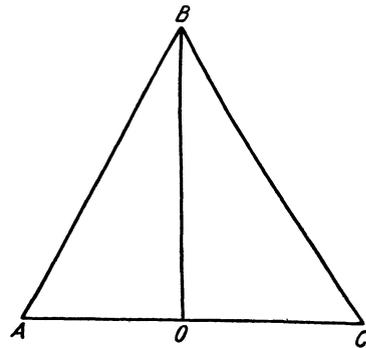


Fig. 320. Vektordiagramm der Scottschen Schaltung.

Wird sekundär ein vierter Leiter verlegt, so ist eine Spannungsgleichheit der sekundären Leitungen gegenüber dem Nulleiter bei Sternschaltung beider Wicklungen nur dann sichergestellt, wenn auch primär ein vierter Leiter verlegt wird. Ist dies nicht der Fall, so wendet man Ausgleichstransformatoren oder primär Sternschaltung und sekundär Dreieckschaltung oder endlich eine Sterndoppelsternschaltung an, bei welcher je eine Sekundärphase auf zwei von den drei Kernen verteilt ist.

Eine besondere Art der Sternschaltung ist die Scottsche Schaltung, die dazu dient, Dreiphasenstrom in Zweiphasenstrom umzuformen oder umgekehrt. Man verwendet dazu zwei Einphasentransformatoren AC und OB (Fig. 319). Der Transformator OB ist an den Mittelpunkt der Windungen des Transformators AC angeschlossen. Es sei angenommen, daß primär Dreiphasenstrom zugeführt wird und sekundär Zweiphasenstrom abgenommen werden soll. Die Endpunkte ABC werden an die Netzleiter des Dreiphasenstromes, d. h. an die um 120° verschobenen Spannungen AC , CB und BA angeschlossen. Zwischen den Punkten O und B entsteht dann nach Fig. 320 auf der primären Dreiphasenseite eine Spannung, die um 180° gegen die Spannung AC verschoben ist und sich zu ihr verhält wie $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ zu 1. Macht man also im Transformator OB das Verhältnis der Windungen auf der in unserm Falle sekundären Zweiphasenseite zur Dreiphasenseite im Verhältnis $1 : \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ größer als beim Transformator AC , so erhält man auf den Zweiphasenseiten zwei gleiche, um 90° verschobene Spannungen.

113. Die Leistung des Dreiphasenstromes.

Bedeutet unabhängig von der Schaltung

e_1 die Spannung einer Phase, also bei Sternschaltung die Sternspannung,

I_1 den Strom in einer Phase,

φ den Winkel zwischen der Spannung und dem Strom in einer Phase,

e die Netzspannung,

I den Netzstrom,

P die Gesamtleistung in Watt,

so ergibt sich für Stern- und Dreieckschaltung die Leistung einer Phase zu:

$$e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi.$$

Für Sternschaltung war:

$$e = 1,73 \cdot e_1, \quad I = I_1.$$

Für Dreieckschaltung ergab sich:

$$I = 1,73 \cdot I_1, \quad e = e_1.$$

Daraus folgt für Sternschaltung und Dreieckschaltung in gleicher Weise:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (57)$$

Führt man also Netzspannung und Netzstrom in die Gleichung für die Leistung ein, so ergibt sich dieselbe Gleichung für beide Arten der Schaltung.

Es ist von Interesse, daß für eine Drehstrommaschine mit gleich belasteten Phasen die Summe der Augenblickswerte der Leistungen der

drei Phasen in jedem Augenblick gleich der oben ermittelten mittleren Leistung P ist. Trägt man nämlich, wie in Fig. 210, die Augenblickswerte der Leistung einer einzelnen Phase als Ordinaten auf, so erhält man eine Kurve der doppelten Periodenzahl. Die entsprechenden Kurven für die beiden anderen Phasen sind um ein und zwei Drittel Periode der einfachen Frequenz gegen die erste Kurve verschoben. Der Phasenunterschied der drei Kurven ist also $\frac{2}{3}$ Periode der doppelten Frequenz. Nun können wir, entsprechend Fig. 183, annehmen, daß jede Leistungskurve aus einer konstanten Ordinate besteht, die der mittleren Leistung einer Phase entspricht, und einer zusätzlichen Ordinate einer Sinuskurve. Bei der Addition der Augenblickswerte heben sich, wie ein Vektordiagramm leicht zeigt, drei um 240° verschobene Augenblickswerte der Sinuskurven ebenso wie solche, die um 120° verschoben sind, auf, und es bleibt als Summe das Dreifache der mittleren Einzelleistung.

Es wird hier der Ort sein, um den prozentischen Verlust in Drehstromleitungen mit dem prozentischen Verlust in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß die Leistung P auf eine gegebene Entfernung übertragen werden soll. Dabei soll das eine Mal Gleichstrom, das andere Mal Drehstrom verwendet werden, bei derselben Netzspannung und demselben Effektverlust. Wir fragen uns dann, wie sich die Kupfervolumina beider Anlagen verhalten. Bezeichnen wir den Widerstand einer Einzelleitung bei Gleichstrom mit R_g , bei Drehstrom mit R_d , die entsprechenden Querschnitte mit q_g und q_d und die Kupfervolumina mit V_g und V_d , so erhalten wir:

Gleichstrom:

$$P = e \cdot I,$$

$$I = \frac{P}{e}.$$

Drehstrom:

$$P = \sqrt{3} \cdot e \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot e \cdot \cos \varphi}.$$

Verlust in Hin- und Rückleitung:

$$2 \cdot I^2 \cdot R_g = 2 \cdot \frac{P^2 \cdot R_g}{e^2}.$$

Verlust in drei Leitungen:

$$3 \cdot I^2 \cdot R_d = \frac{P^2 \cdot R_d}{e^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Setzen wir nun die Verluste gleich, so ergibt sich:

$$2 \cdot R_g = \frac{R_d}{\cos^2 \varphi}$$

oder

$$\frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Bei gegebener Länge sind die Querschnitte den Widerständen umgekehrt proportional. Wir erhalten also:

$$\frac{q_d}{q_g} = \frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Nun verhalten sich bei gleicher Einzellänge die Kupfervolumina wie die Summen der Einzelquerschnitte. Demnach erhalten wir mit Benutzung des obigen Wertes von q_a/q_g :

$$\frac{V_a}{V_g} = \frac{3 q_a}{2 q_g} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist z. B. $\cos \varphi = 1$, d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75 % des Kupfers aufzuwenden, das bei der Gleichstromleitung nötig ist. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der Bestimmung der Leistung, durch den Versuch über. Diese Bestimmung ist am übersichtlichsten bei

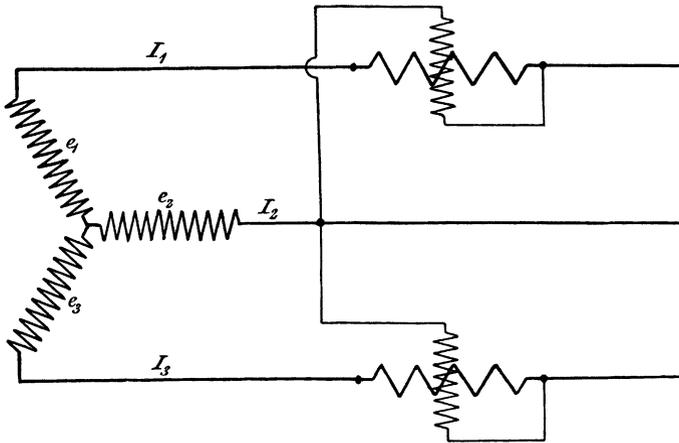


Fig. 321. Leistungsmessung bei Drehstrom.

einer Sternschaltung, deren Nullpunkt zugänglich ist. Man legt dann die Spannungsspule des Wattmeters zwischen den Nullpunkt und das Ende der einen Phase, während die Stromspule des Wattmeters von dem Strom derselben Phase durchflossen wird. Das Wattmeter zeigt dann die Leistung dieser einen Phase an, und bei gleicher Belastung der drei Phasen ist die Gesamtleistung dreimal so groß. Bei ungleicher Belastung der drei Phasen hat man die Messung für jede einzelne Phase auszuführen und die gemessenen Leistungen zusammenzuzählen. Das erfordert entweder drei Wattmeter oder das jedesmalige Umschalten eines Wattmeters.

Man kann jedoch die Spannungsspule des Wattmeters anstatt an die Sternspannung an die verkettete Spannung, d. h. an das Netz legen. Diese Messung ist gleichmäßig bei Stern- und Dreieckschaltung möglich und erfordert zunächst zwei Wattmeter, die gleichmäßig zu schalten sind. In Fig. 321 sind z. B. die links gezeichneten Generatorphasen 1 und 3 beide zur linken Klemme der Stromspulen des Wattmeters geführt. Die

Spannungsspulen liegen beide mit ihrem unteren Ende an der Stromspule und mit ihrem oberen Ende an dem Netzleiter, der nicht an die Stromspule angeschlossen ist. Sind dann e_1 , e_2 , e_3 die Augenblickswerte der Sternspannungen und i_1 , i_2 , i_3 die Augenblickswerte des Stromes, so ist der Augenblickswert der Leistung:

$$P = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3.$$

Ferner ist die Summe der drei Ströme, die aus den Generatorphasen ins Netz hineinfließen, in jedem Augenblicke gleich Null. Wir erhalten also:

$$i_2 = -(i_1 + i_3).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für P ein, so ergibt sich:

$$P = e_1 \cdot i_1 - e_2 \cdot (i_1 + i_3) + e_3 \cdot i_3$$

oder, wenn wir umformen:

$$P = (e_1 - e_2) \cdot i_1 + (e_3 - e_2) \cdot i_3.$$

Dabei ist $e_1 - e_2$ nichts anderes als der Augenblickswert der verketteten Spannung, an welche die Spannungsspule des oberen Wattmeters angeschlossen ist. Ebenso ist $e_3 - e_2$ die augenblickliche verkettete Spannung am unteren Wattmeter. Das Produkt $(e_1 - e_2) \cdot i_1$ bewirkt also das augenblickliche Drehmoment im oberen Wattmeter, und das Produkt $(e_3 - e_2) \cdot i_3$ bewirkt das augenblickliche Drehmoment im unteren Wattmeter. Daß in den Klammern die Differenzen und nicht die Summen auftreten, erklärt sich daraus, daß die beiden betreffenden Phasen in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet sind.

Nun nimmt das Wattmeter infolge der Trägheit seines beweglichen Teils gleichsam das Mittel aus den Augenblickswerten der Leistung. Die Gesamtleistung ergibt sich also aus der Summe der beiden Wattmeterausschläge.

Dabei sind aber die Vorzeichen der einzelnen Glieder zu beachten. Im allgemeinen sind ja allerdings beide Ausdrücke der rechten Seite positiv, d. h. die Wattmeter schlagen bei der oben angegebenen Schaltung beide nach derselben Seite aus. In diesem Falle sind die Wattmeterausschläge zu addieren.

Ist jedoch eine erhebliche Selbstinduktion im Stromkreise vorhanden, so schlägt bei der gezeichneten Schaltung das eine Wattmeter nach der verkehrten Richtung aus. Der Vektor der Spannung OA in Fig. 317 bleibt nämlich um 30° hinter der Netzspannung OR zurück. Wenn nun der Strom um mehr als 60° hinter der Spannung OA zurückbleibt, so ist die Phasendifferenz zwischen dem betreffenden Phasenstrom und der Netzspannung OR mehr als 90° . Die Folge ist, daß das betreffende Wattmeter nach der entgegengesetzten Seite ausschlägt, also eine negative Leistung anzeigt. Dann ergibt sich die ganze Leistung nicht aus der Summe, sondern aus der Differenz beider Wattmeterausschläge oder besser

allgemein aus der Summe mit Berücksichtigung des Vorzeichens. Sind dabei die Wattmeter nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so ist durch Vertauschung der Zuleitungen der Strom in der Spannungsspule des Wattmeters umzukehren, das nach der verkehrten Richtung auszuschlagen sucht.

Die Messung läßt sich nun auch mittels eines einzigen Wattmeters ausführen, wozu ein Quecksilberkommutator mit drei Bügeln verwendet werden kann. In Fig. 322 fließt der Strom des Netzleiters 2 durch die Stromspule des Wattmeters, während nach Umlegung der drei Bügel (Fig. 323) der Strom des Netzleiters 1 durch die Stromspule fließt. Die Spannungsspule des Wattmeters liegt in beiden Fällen mit einem Ende an der Stromspule und dem andern Ende an dem nicht an die Stromspule angeschlossenen Leiter 3. Ein Quecksilberkommutator mit zwei Bügeln erlaubt die Umkehrung der Stromrichtung in der Spannungsspule.

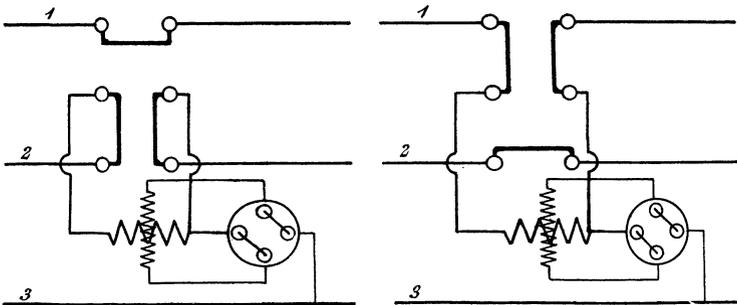


Fig. 322.

Fig. 323.

Umschaltung des Wattmeters bei Messung der Drehstromleistung.

Will man doppelte Ablesung vermeiden, so muß man Wattmeter verwenden, die aus zwei Einzelwattmetern bestehen. Ihre beweglichen Teile sitzen auf ein und derselben Achse, so daß sich die ausgeübten Drehmomente addieren bzw. subtrahieren.

114. Wirkungsweise des Rotors.

Nachdem wir bisher die Entstehung des Drehfeldes, sowie die Schaltung des Stators betrachtet haben, fassen wir jetzt die Wirkung des umlaufenden Kraftflusses auf den Rotor ins Auge. Der im Hohlraum des Stators drehbar gelagerte Eisenzylinder ist aus Blechen zusammengesetzt und trägt auf seinem Umfang entweder eine Kurzschlußwicklung oder eine Phasenwicklung.

Die Kurzschlußwicklung besteht aus Stäben, die in Nuten verlegt und durch Stirnringe sämtlich miteinander verbunden sind. Sie könnte auch aus lauter einzelnen, in sich geschlossenen Schleifen bestehen, deren Stirnverbindungen eine Polteilung umfassen. Diese Art der Ausführung

kommt praktisch wenig in Frage, sie ist aber in ihrer Wirkungsweise am bequemsten zu verstehen.

Die Phasenwicklung des Rotors entspricht genau einer Statorwicklung. Ihre Enden sind zu Schleifringen geführt, so daß beim Anlassen ein Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet werden kann.

Wir sahen nun, daß bei den bisher besprochenen zweipoligen Wicklungen das Feld des Stators während einer Periode des Generators einmal umläuft. Um die Wirkung dieses umlaufenden Feldes besser zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polgestell, das in Fig. 324 entgegengesetzt dem Uhrzeiger umläuft. Die Kraftlinien dieses Polrades schneiden in der Figur durch den Rotor in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Rotor im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der

bekannten Regel haben wir also in den Drähten vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des induzierten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich die vom Stator erzeugten Kraftlinien darstellt, sondern den resultierenden Kraftfluß N , der sich aus der gemeinsamen Wirkung des Statorstromes und des Rotorstromes ergibt. In diesem Falle haben wir

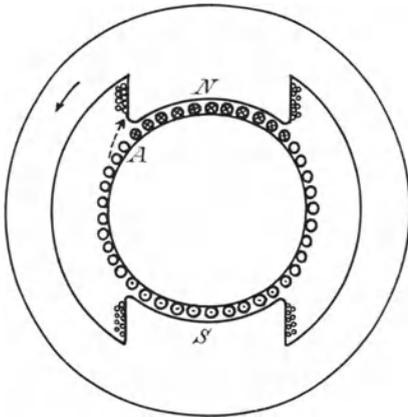


Fig. 324. Umlaufendes Polgestell zur Veranschaulichung eines Drehkraftflusses.

keine Phasenverschiebung zwischen der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft und dem Rotorstrom. Vor den Polmitten hat also nicht nur die elektromotorische Kraft, sondern gleichzeitig auch der Strom den Höchstwert.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der induzierte Strom der Bewegung entgegen. Der Rotorstrom sucht also die relative Verschiebung zwischen Magnetfeld und Rotordraht zu verhindern, d. h. der Rotor läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das zu verstehen, schwimmen wir nach der Ampèreschen Regel bei A von vorn nach hinten, mit dem Gesicht nach dem Nordpol. Dann wird eine Kraft ausgeübt, die den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben sucht. Durch diese Kraft, die durch den punktierten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Rotor gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das umlaufende Polrad gegen einen Anschlag des Rotors stößt,

der an Stelle des punktierten Pfeiles gedacht werden kann und den Rotor mitnimmt. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, in welchem ein unmagnetisches Eisengestell den Rotor mit Hilfe eines Riemens mitnimmt.

Ist der Rotor unbelastet und läuft er ganz ohne Reibung in den Lagern, so ist seine Drehzahl gleich der Drehzahl des Feldes. Da dann überhaupt keine Kraftlinienschnitte im Rotor stattfinden, so sind die elektromotorische Kraft und der Strom im Rotor gleich Null. Daß dabei dennoch eine Drehung stattfindet, erscheint auf den ersten Blick widersinnig. Es ist indessen zu beachten, daß wir einen absoluten Leerlauf ins Auge gefaßt haben.

Ist der Rotor dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Rotorstrom nötig. Infolgedessen bleibt der Rotor in seiner Drehzahl etwas hinter der Drehzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Dieser Unterschied in den Drehzahlen ermöglicht ein Schneiden von Kraftlinien durch die Rotordrähte, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Rotorstrom induziert wird. Unter gewöhnlichen Verhältnissen genügt eine ganz geringe elektromotorische Kraft, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Rotors den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist der Unterschied der Drehzahlen, d. h. die Schlüpfung immer sehr gering und beträgt oft nur $1-2\%$.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir soeben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist infolge des Riemengleitens die Drehzahl des mitgenommenen Eisenzylinders ebenfalls geringer als die des umlaufenden Eisengestelles. Diesen Verlust durch das Riemengleiten können wir passend mit der Schlüpfung des Rotors vergleichen.

Wenn nun nach dem Obigen die Drehzahl des Rotors bei gewöhnlichen Verhältnissen annähernd gleich der Drehzahl des primären Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Periodenzahl im allgemeinen nicht anwendbar sind. Da man bei Anlagen für Licht und Kraft im Interesse eines ruhigen Brennens der Lampen mit 50 Perioden in der Sekunde arbeitet, so würden bei zweipoliger Wicklung des Stators das Feld und der Rotor 50 mal in der Sekunde oder 3000 mal in der Minute umlaufen. Man vermeidet diese hohen Drehzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wicklungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wicklung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Fig. 325 umfaßt z. B. jede Windung den vierten Teil des Umfanges. Die Stirnverbindungen sind nur für eine Phase durchgeführt. Bei den anderen Phasen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Löcher hinein gezeichnet, unter der Annahme, daß im gezeichneten Augenblick der Strom

in der vollständig gezeichneten Phase am stärksten und in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Bei der dargestellten Wicklung ergeben sich vier Pole, deren Lage für den gezeichneten Augenblick angegeben ist. Mit der Verschiebung der Ströme in den einzelnen Leitern verschiebt sich auch die Lage der Pole längs des Umfanges.

Während einer Periode macht das Feld in Fig. 325 nur eine halbe Umdrehung. Ist allgemein p die Anzahl der Polpaare und ν die Periodenzahl des primären Stromes, so ergibt sich die Drehzahl n_0 des Feldes in der Sekunde zu:

$$\frac{n_0}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Dies ist auch die Drehzahl des Motors bei unbelastetem Lauf (synchrone Drehzahl).

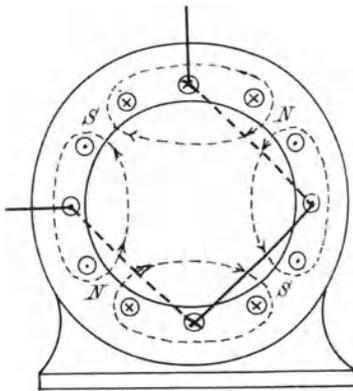


Fig. 325. Vierpolige Wicklung.

Ist nun $\frac{n}{60}$ die Drehzahl des belasteten Rotors, so ist der Unterschied der Drehzahlen zwischen Leerlauf und Belastung gleich $\frac{n_0 - n}{60}$. Es ist, als wenn der Rotor mit dieser Drehzahl die Kraftlinien eines feststehenden Feldes schneidet. Ist s die Schlüpfung, d. h. das Verhältnis der Abnahme der Drehzahl des Rotors zur Drehzahl des Feldes, so wird die Periodenzahl, mit der das Feld die Rotordrähte schneidet:

$$s \cdot \nu = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p.$$

Wegen der Abnahme der Drehzahl bei Belastung heißen die gewöhnlichen Drehstrommotoren Asynchronmotoren. Sie werden auch, da der Strom im Rotor vom Stator aus induziert wird, Induktionsmotoren genannt.

Die Drehrichtung des Rotors ist durch die Drehrichtung des umlaufenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen miteinander vertauscht.

Rotoren mit Phasenwicklung werden für dieselbe Polzahl gewickelt wie der Stator. Kurzschlußrotoren mit Stäben, die durch Stirnringe verbunden sind, sind für Statoren jeder beliebigen Polzahl verwendbar.

Siebzehntes Kapitel.

115. Die verteilten Wicklungen. — 116. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen. — 117. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 118. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 119. Berechnung der Schlüpfung. — 120. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft.

115. Die verteilten Wicklungen.

Wir haben bisher der Deutlichkeit wegen angenommen, daß eine Spulenseite in einer einzigen Nut untergebracht ist, oder daß die Breite der Spulenseite sehr klein ist, so daß zwischen den Spulenseiten verschiedener Phasen ein erheblicher Raum frei blieb. In Wirklichkeit liegen nun aber die Drähte einer Spulenseite in mehreren Nuten längs des Umfangs verteilt. Dies geschieht, um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzeugen, das keine plötzlichen Änderungen in der Feldstärke besitzt, und um andererseits die Anzahl der Amperedrähte in einer Nut möglichst klein zu machen. Der Einfluß des letzteren Umstandes auf die Selbstinduktion der Streuung wird später im Abschnitt 128 besprochen werden.

Man wählt gewöhnlich 2 bis 5 Nuten für die Spulenseite im Stator und 3 bis 7 Löcher für die Spulenseite im Rotor. Die Anzahl der Löcher im Stator von Drehstrommotoren muß von der Nutenzahl des Rotors verschieden sein, da sich sonst der Drehstrommotor leicht wie ein ruhender Transformator verhält und nicht anzieht. Bei den Statoren von Turbogeneratoren, die bei der hohen Drehzahl der Dampfturbinen nur wenige Pole besitzen, ist eine große Nutenzahl einer Spulenseite die Regel.

In Fig. 326 ist eine vierpolige verteilte Spulenwicklung eines Stators für einen Generator oder Motor gezeichnet, wobei die einzelnen Phasen durch Ausziehen, Stricheln und Strichpunktieren der Stirnverbindungen unterschieden sind. Dabei ist angenommen, daß der Strom in der strichpunktieren Phase gerade den größten Wert hat, während er in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Das ist in Fig. 326 durch stärkere oder schwächere Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Amperesche Schwimmerregel ergibt jetzt, daß die durch N und S gezeichnete Polmitte da liegt, wo zwei entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneindergrenzen. Die neutrale Zone

liegt dann jedesmal in der Mitte einer gleichmäßig durchflossenen Gruppe von Drähten.

Bei der bisher besprochenen Spulenwicklung war die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung. Dabei wird die vor einem Polpaar liegende Spule einer Phase durch Hin- und Zurückschreiten fertig gewickelt, und dann werden die entsprechend vor den anderen Polen liegenden Spulen derselben Phase dahintergeschaltet. Ähnliche Wicklungen sind auch für den Rotor von Motoren möglich.

Für den Rotor kommt außerdem die schleichende Stabwicklung in Betracht, die mit der gewöhnlichen Reihenwicklung für Gleichstrom übereinstimmt. Dabei schreitet man fortlaufend vorwärts und kommt nach einem Umgang fast an den Ausgangspunkt zurück. Wenn man dann

weiter vorwärts wickelt, so legen sich bei den wiederholten Umgängen die Drähte einer Spulenseite aneinander. Bezeichnet z die gesamte Drahtzahl, so ergibt sich nach S. 136 der Wicklungsschritt zu:

$$y = \frac{z \pm 2}{2p}.$$

y muß dabei eine ungerade Zahl sein, und z muß durch 3, d. h. durch die Anzahl der Phasen teilbar sein. Das Wesen dieser Wicklung wird nur bei ziemlich großer Drahtzahl deutlich, da eine unvermeidliche geringe Ungleichmäßigkeit das Verständnis erschwert.

Wir wählen also $z = 54$, d. h. 18 Drähte für eine Phase. Dann ergibt sich bei vierpoliger Wicklung ($p = 2$):

$$y = \frac{54 \pm 2}{4} = 14 \text{ oder } 13.$$

Davon ist nur $y = 13$ brauchbar, da die Wicklung sonst nicht einfach geschlossen ist. Die Wicklung ist in Fig. 327 in Sternschaltung angeordnet, und die Phase a führt gerade den stärksten Strom. Dieser fließt in dem Sinne, wie wir wickeln, d. h. vom Nullpunkt aus nach 1, dann längs der Mantelfläche nach hinten und auf der hinteren Stirnfläche nach $1 + 13 = 14$ usw., nach dem Schema:

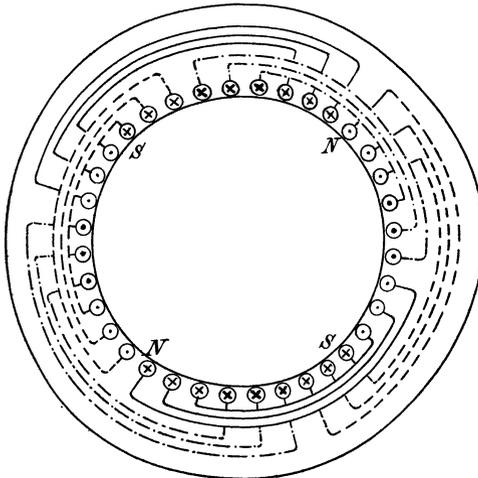


Fig. 326. Vierpolige verteilte Drehstromwicklung (Spulenwicklung mit Spulenbreite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung.)

<p>1 — 14 27 — 40 53 — 12 25 — 38 51 — 10</p>	<p>10 23 — 36 49 — 8 21 — 34 47 — 6</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Wenn wir nun von 6 nach $6 + 13 = 19$ weiter schreiten würden, so erhielten wir eine gewöhnliche Gleichstromwicklung. Diese wird

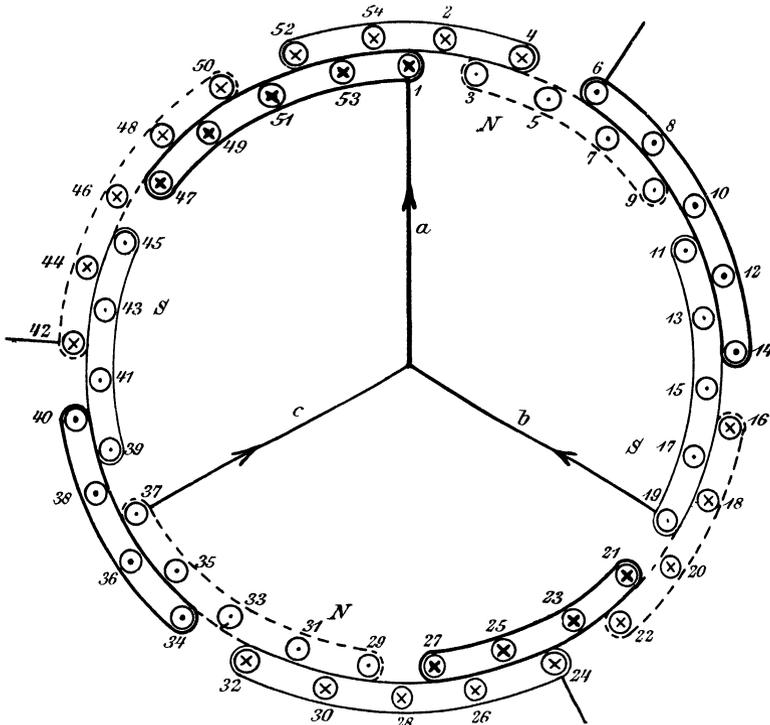


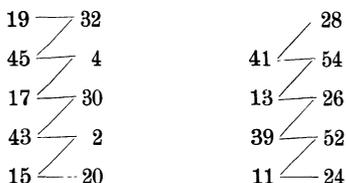
Fig. 327. Vierpolige schleichende Drehstromwicklung.
 Spulenbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung.

ohne weiteres zu einer Dreieckschaltung, wenn wir an drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung versetzte Punkte die Zuführung anschließen. Bei Draht 19 würde dabei eine neue Phase beginnen und die Breite der Spulenseite wäre nach Fig. 311 links gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung.

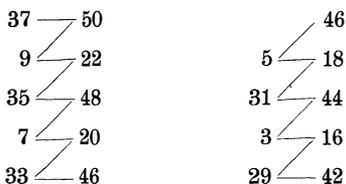
Statt dessen ist in Fig. 327 Sternschaltung gewählt, nach Art von Fig. 314. Dabei bleibt die Breite der Spulenseite $\frac{2}{3}$ der Teilung. Bei Draht 19 beginnt auch hier wieder die neue Phase.

Der Deutlichkeit wegen sind die Drähte auf dem Umfang in zwei Lagen übereinander angebracht und zusammengehörige Drähte einer

Spulenseite umrahmt. Die Umrahmung ist bei der ersten Phase stark gezeichnet, bei der zweiten schwach ausgezogen, und bei der dritten gestrichelt. Da die Summe zweier Ströme in jedem Augenblicke gleich dem dritten ist, so fließt der Strom aus der zweiten und dritten Phase auf den Nullpunkt zu, und die Stromrichtung ist der jetzt folgenden, vom Nullpunkt ausgehenden Wicklungsrichtung entgegengesetzt. Das Schema der Wicklung der zweiten Phase ergibt sich zu:



Ebenso ergibt sich das Schema der dritten Phase zu:



Die Umrahmung der zu einer Spulenseite gehörenden Drähte macht es deutlich, daß die einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen sich teilweise überdecken oder überlappen. Dabei ist die Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung.

In elektrischer und magnetischer Beziehung ist eine so breite Spulenseite etwas ungünstig. Man sieht z. B. deutlich in Fig. 327, daß an einzelnen Stellen des Umfanges entgegengesetzt durchflossene Drähte liegen, die sich in ihrer Wirkung aufheben. Es empfiehlt sich daher, um eine Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung zu erreichen, die Gleichstromwicklung aufzuschneiden und dadurch die Überlappung und die große Breite der Spulenseite zu vermeiden. Nach Fertigstellung der ersten Hälfte einer Phase kehrt man dabei den Wicklungssinn um. Das ist aber ohne grundsätzliche Bedeutung und hat nur den Zweck, die gleichmäßige Anordnung der Stirnverbindungen nicht zu stören. Man kann dabei noch die Ungleichmäßigkeit in Fig. 327 dadurch beseitigen, daß man auf die Bedingung $2p \cdot y = z \pm 2$ ganz verzichtet und die Drahtzahl einer Phase durch die Polzahl teilbar macht.

Wir wählen z. B. für einen Pol und für eine Phase 4 Stäbe, d. h. 2 Nuten. Dann erhalten wir bei vier Polen 24 Nuten mit 48 Stäben (Fig. 328). Der Nutenschritt wird gleich einer vollen Polteilung, also gleich 6 Nuten. Wir verfolgen nun die erste Phase vom Nullpunkt 0 nach 1 oben, bei 1 von vorn nach hinten, auf der hinteren Stirnseite nach 7 unten, dort von hinten nach vorn und weiter nach 13 und 19.

Von 19 würde uns der regelmäßige Nutenschritt wieder nach 1 führen. Wir verbinden aber 19 (unten) durch die besonders stark ausgezogene längere Verbindung mit 2 (oben). Dann wickeln wir beim zweiten Umgang die Stäbe 2, 8, 14, 20. Von 20 (unten) müßten wir, um gleichliegende Drähte hintereinander zu schalten, nach 1 (unten) gehen und in demselben Sinne weiter schreiten.

Um aber die Gleichmäßigkeit der Stirnverbindungen nicht zu stören, verbinden wir 20 (unten) mit 2 (unten) und ändern den Wicklungssinn, indem wir die Wicklung von 2 (unten) nach links herum über 20, 14, 8, 1, 19, 13, 7 zu Ende führen.

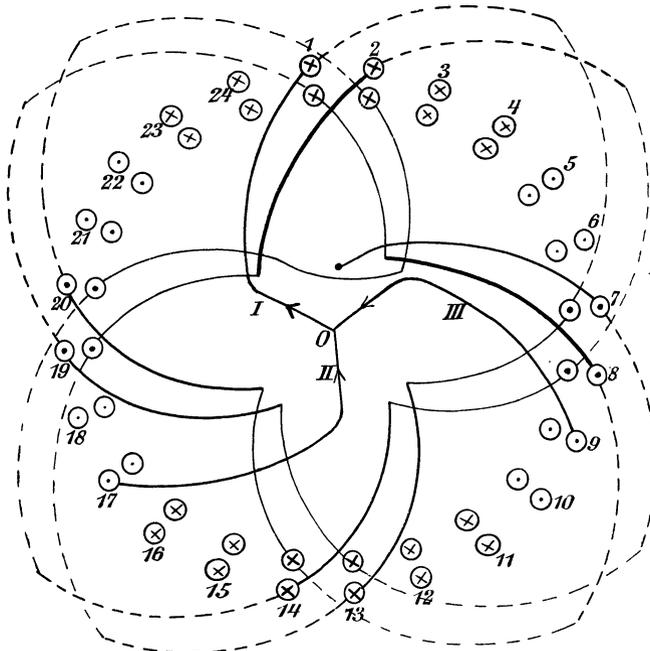


Fig. 328. Schleifende Drehstromwicklung mit einer Spulenbreite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung.

Die übrigen Phasen sind in genau derselben Weise gewickelt. Der Anfang der 2. Phase sollte um $\frac{2}{3}$ der Polteilung gegen die erste verschoben sein, aber wir können natürlich bei unserer vierpoligen Wicklung als Anfang der 2. Phase statt des Drahtes 5 auch den gleichliegenden Draht 17 wählen.

116. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen.

Wir haben in diesem Abschnitt die von den Stator- und Rotorströmen erzeugten Kraftlinien für die verschiedenen Wicklungsarten zu berechnen und den Nachweis zu liefern, daß der Kraftlinienfluß der Drei-

phasenmaschinen räumlich annähernd sinusförmigen Verlauf hat. Zu dem Zwecke ist in Fig. 329 eine Spulenwicklung mit fünf Löchern oder Nuten für die Spulenseite gezeichnet. Die Anzahl der Nuten ist aber in der Rechnung als außerordentlich groß angenommen. Dabei ist der Statorumfang der Deutlichkeit wegen in eine Gerade gestreckt und die einzelnen Spulenseiten ein wenig voneinander getrennt gezeichnet. Der Strom habe im gezeichneten Augenblick in der einen Spulenseite gerade seinen größten Wert, er ist also in den beiden benachbarten Spulenseiten halb so stark. Das ist in der Figur dadurch angedeutet, daß Schaft und Spitze der Strompfeile in den einzelnen Phasen verschieden stark gezeichnet sind. Die senkrecht nach unten zeigenden Pfeile geben die Stärke des Kraftlinienfeldes an den einzelnen Punkten des Umfanges an.

Wenn wir alle Stromleiter, die in gleichem Sinne durchflossen werden, zusammenfassen, so finden wir, daß der Punkt D die Mitte eines

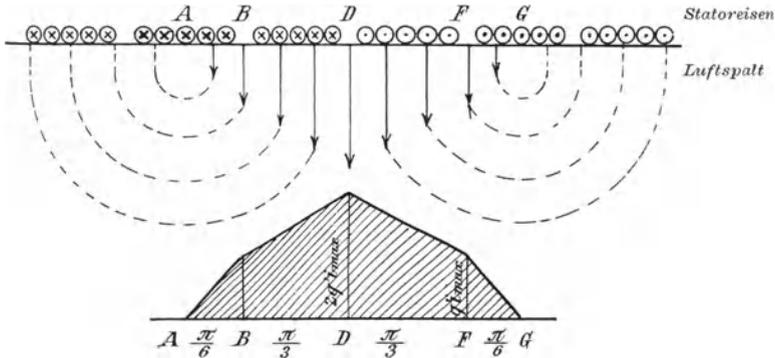


Fig. 329. Erregung und Kraftfuß einer Dreiphasen-Spulenwicklung.
(Strom in der einen Spulenseite gleich dem Höchstwert.)

Nordpols ist, während an den Punkten A und G der Nordpol in den Südpol übergeht. Von D an fällt also die Feldstärke entsprechend der an den einzelnen Stellen des Umfanges wirksamen Erregung nach beiden Seiten hin ab.

Um nun an den verschiedenen Punkten des Umfanges die dort wirksame Erregung zu ermitteln, beachten wir, daß eine Kraftlinie durch die Amperedrähte erzeugt wird, die von der betreffenden Kraftlinie umschlossen werden. Daraus ergibt sich, wenn q' die Drahtzahl einer Spulenseite, d. h. die Drahtzahl eines Pols und einer Phase bedeutet:

bei A die Erregung Null,

„ B „ „ $q' \cdot i_{max}$,

„ D „ „ $\frac{q' \cdot i_{max}}{2} + q' \cdot i_{max} + \frac{q' \cdot i_{max}}{2} = 2 \cdot q' \cdot i_{max}$.

Wir tragen nun den Umfang oder bequemer den Bogen als Abszisse auf, wobei der Bogen einer ganzen Polteilung wieder gleich π ist. Wenn wir dann die Erregungen, die an den einzelnen Stellen des Umfanges

wirksam sind, als Ordinaten auftragen, so erhalten wir die im unteren Teil der Figur gezeichnete Kurve. Zwischen A und B und zwischen B und D ist die Zunahme der Erregung der Zunahme des Umfanges proportional. Die Kurve des Kraftflusses verläuft genau wie die der Erregung.

Zur Berechnung der mittleren Erregung dividieren wir die schraffierte Fläche durch die Basis π und erhalten mit Hilfe der in Fig. 329 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{6} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \right) = 1,166 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Wir betrachten nun den anderen extremen Zeitpunkt, in welchem die Stromstärke in der einen Phase gleich Null ist, während sie in den beiden anderen Phasen gleich $i_{\text{max}} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{\text{max}}$ ist (Fig. 330). Jetzt bilden die Drähte zwischen D und H eine gemeinsame Spulenseite

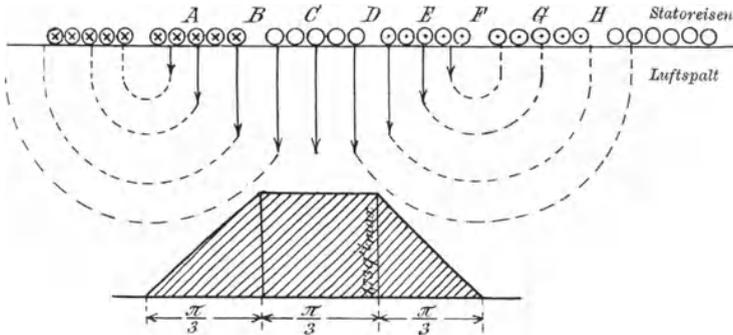


Fig. 330. Erregung und Kraftfluß einer Dreiphasen-Spulenwicklung.
(Strom in der einen Phase gleich Null.)

von der Amperewindungszahl $2 \cdot q' \cdot 0,866 \cdot i_{\text{max}} = 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}$. Diese Erregung ist gleichmäßig zwischen B und D wirksam, was durch die gleichmäßige Länge der Kraftlinienpfeile zwischen B und D angedeutet ist. Dagegen wird die wirksame Erregung nach links und rechts hin proportional dem Umfang schwächer. Wenn wir nun wieder die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Kurve im unteren Teil der Fig. 330. Berechnen wir die schraffierte Fläche und dividieren sie durch die Basis, so erhalten wir eine mittlere Erregung:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,155 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Nehmen wir das Mittel aus den beiden gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1,166 + 1,155}{2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,16 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (\text{a})$$

Der Mittelwert unterscheidet sich von den beiden äußersten Werten nur um 5 ‰ . Der umlaufende Kraftfluß ist also in seinem Gesamtbetrage fast konstant, während der räumliche Höchstwert der Induktion nach Fig. 329 und 330 im Verhältnis $2:1,73$ schwankt. Beim Zweiphasenmotor sind die Schwankungen in der Induktion wesentlich größer.

Wie nun eine Betrachtung der Fig. 329 und 330 ergibt, hat das magnetische Feld einen angenähert sinusförmigen Verlauf. Man macht keinen großen Fehler, wenn man das Feld durch ein rotierendes, sinusförmig verteiltes Feld ersetzt.

In ähnlicher Weise wie bei der Spulenwicklung ergibt sich die mittlere Erregung bei der schleichenden Stabwicklung. In Fig. 331 ist eine solche schleichende Stabwicklung noch einmal gezeichnet, und zwar hat der Strom in der einen Phase gerade seinen Höchstwert, während er in den beiden anderen Phasen gleich $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$ ist. Wie man sieht,

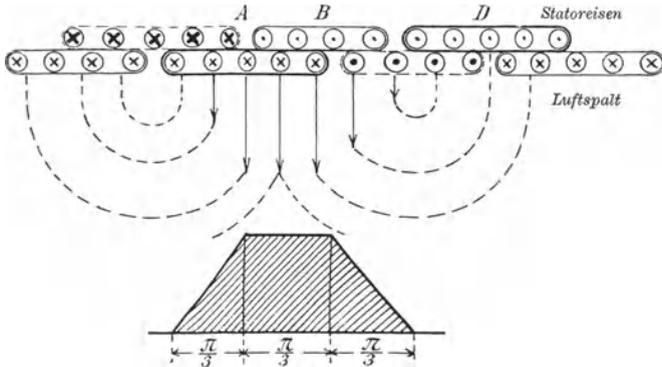


Fig. 331. Erregung und Kraftfluß der schleichenden Drehstromwicklung.
(Höchstwert des Stromes in der einen Phase.)

heben sich die magnetischen Wirkungen der Stromleiter zwischen A und B auf. Wir haben dort also eine gleichmäßige Feldstärke, die von den Amperedrähten zwischen B und D geschaffen wird. Die Zahl dieser Amperedrähte ist $q' \cdot i_{max} + 2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot \frac{i_{max}}{2} = 1,5 \cdot q' \cdot i_{max}$. Wenn wir wieder eine große Nutenzahl für die Spulenseiten voraussetzen, nimmt die wirksame Amperewindungszahl von B an proportional dem Umfang bis auf den Wert Null ab. Dieser Wert wird in der Mitte zwischen den Punkten B und D erreicht, wo der Nordpol in den Südpol übergeht. Wir tragen nun wieder die wirksamen Amperewindungen als Ordinaten auf und erhalten so die im unteren Teil der Fig. 331 gezeichnete Kurve.

Dieselbe Zeichnung führen wir nun auch für den zweiten Grenzfall aus, in welchem der Strom in der einen Phase gleich Null ist (Fig. 332). Die Drähte zwischen A und D bilden jetzt eine gemeinsame Spulenseite, in deren Mitte die Feldstärke gleich Null ist. Von da aus nimmt sie nach beiden Seiten proportional dem Umfang zu. Bei B entspricht

sie den zwischen B und C liegenden Amperedrähten, also dem Betrage $2 \cdot \frac{q'}{2} i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot q' \cdot i_{max}$. Von B bis A nimmt die Feldstärke dann ebenfalls noch zu, aber langsamer. Sie entspricht schließlich bei A allen Amperedrähten, die zwischen A und D liegen, also dem Betrage $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$. Die Mitte des erzeugten Kraftflusses ist gegen Fig. 331 um $\frac{\pi}{6}$ verschoben.

Wir vergleichen jetzt die Flächen in Fig. 331 und 332 mit den ähnlichen Flächen in Fig. 329 und 330 und finden, daß die beiden Flächen in den beiden extremen Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt haben. Die Ordinaten der jetzt erhaltenen Flächen sind aber 0,866 mal so klein wie die früheren. Demnach ergibt sich mit Rücksicht auf Gleichung (a) eine mittlere Erregung:

$$X_{\text{mittel}} = 0,866 \cdot 1,16 \cdot q' \cdot i_{max} = 1,005 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

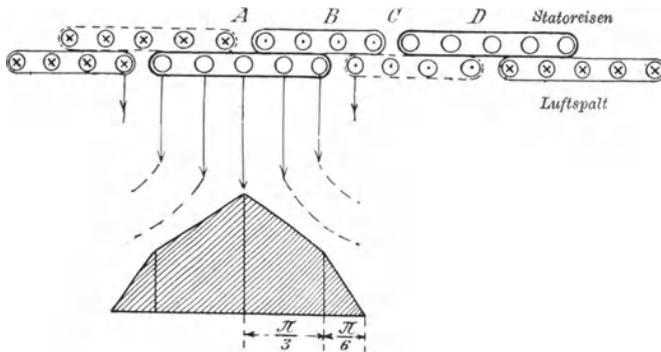


Fig. 332. Erregung und Kraftfluß einer schleichenden Drehstromwicklung. (Strom in der einen Phase gleich Null.)

Wir gehen nun dazu über, die von der Käfigwicklung des Rotors ausgeübte Erregung zu bestimmen. Die obere Kurve in Fig. 333 stellt das umlaufende, den Rotor schneidende Feld dar, das durch die gemeinsame Wirkung des Stators und Rotors zustande kommt und als Sinusfunktion des Ortes angenommen ist. Die in den einzelnen Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft und der Rotorstrom I_2 sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Fig. 333 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Rotordrähten angedeutet.

Der Rotorstrom hat seinen Höchstwert bei B . Fassen wir nun alle gleichmäßig durchflossenen Rotordrähte zusammen, so erkennen wir, daß der Höchstwert der vom Rotor ausgeübten Erregung bei C liegt, und daß die Erregung dann bis B auf Null abnimmt.

Wir haben nun nachzuweisen, daß die Kurve der vom Rotor ausgeübten Erregung ebenfalls eine Sinuskurve ist. Die Drahtzahl einer

Polteilung werde, wie bei Dreiphasen-Wicklungen, gleich $3 \cdot q'$ gesetzt. In einem beliebigen Abstand α von B aus liegt auf dem Bogen $d\alpha$ die Drahtzahl $3 \cdot q' \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$, und die Stromstärke ist dort $i_{max} \cdot \cos \alpha$. Demnach ist die Zahl der Amperedrähte zwischen D und E , also in der Entfernung $\pm \gamma$ vom Punkte B :

$$X = \int_{-\gamma}^{+\gamma} i_{max} \cdot \cos \alpha \cdot 3 \cdot q' \cdot \frac{d\alpha}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot 6 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin \gamma.$$

Die Erregung längs des Umfanges ändert sich also mit dem Sinus des Winkels γ .

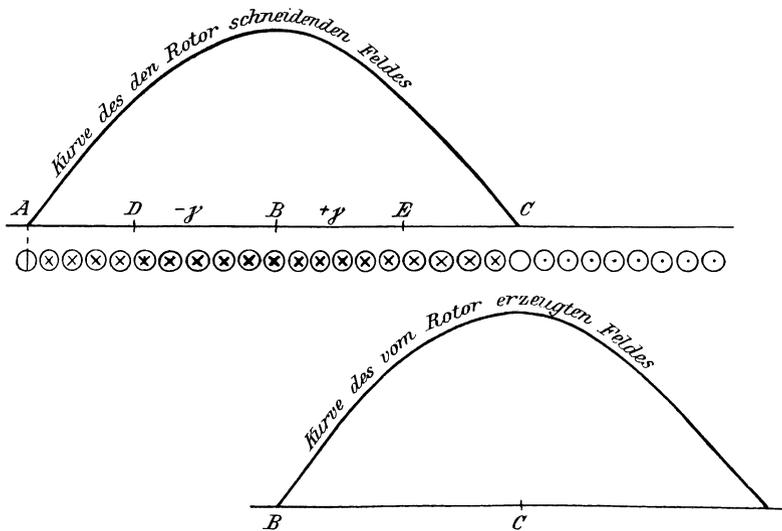


Fig. 333. Magnetisierende Kraft eines Kurzschlußrotors.

Setzen wir γ gleich 90° , also $\sin \gamma = 1$, so erhalten wir den Höchstwert der vom Rotor ausgeübten Erregung X_{max} . Wenn wir diesen nach S. 242 mit $2/\pi$ multiplizieren, erhalten wir die mittlere Erregung zu:

$$X_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot X_{max} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{6 \cdot q'}{\pi} \cdot i_{max} = 1,22 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

Allgemein wird für alle drei Wicklungen:

$$X_{mittel} = K \cdot q' \cdot i_{max}.$$

Darin ist:

- $K = 1,005$ bei schleichender Wicklung,
- $K = 1,16$ „ Spulenwicklung,
- $K = 1,22$ „ Käfigwicklung.

Die Kraftlinienzahl eines Pols ergibt sich dann mit Hilfe der Polfläche Q_l unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes zu:

$$N = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot Q_l = \frac{0,4\pi \cdot X_{\text{mittel}} \cdot Q_l}{l_i} = \frac{0,4\pi \cdot K \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \cdot Q_l}{l_i} \quad (58)$$

Wie ein Vergleich zeigt, sind die Faktoren K fast genau den entsprechenden Faktoren k in Abschnitt 91, die zur Berechnung der elektromotorischen Kraft dienen, proportional. Für die Käfig- oder Einzel-schleifenwicklung ist bei Berechnung des genannten Faktors k die Breite der induzierten Spulenseite gleich Null zu setzen, während q' bei dieser Wicklung gleich dem dritten Teil der Drahtzahl einer Polteilung ist.

117. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Die Messung an einem 110-KW-Motor der Firma Örlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu prüfen. Die dazu nötigen Daten sind folgende:*)

Klemmenspannung verkettet	$e = 3300$ Volt
Primäre Periodenzahl	$\nu = 50$
Zahl der Polpaare	$p = 6$
Rotorlänge	$b = 23,5$ cm
Rotordurchmesser	$d = 90$ „
Doppelter Luftabstand	$l_i = 0,15$ „
Drahtzahl des Stators	$= 2016$
Länge eines Stator- und Rotorzahnes zusammen	$= 6$ cm
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite	$= 2,5$.

Daraus ergeben sich zunächst folgende Werte:

Spannung einer Phase	$e_1 = \frac{3300}{\sqrt{3}}$	$= 1910$ Volt
Drahtzahl einer Phase	$z_1' = \frac{2016}{3}$	$= 672$
Drahtzahl eines Pols und einer Phase	$q' = \frac{z_1'}{2p}$	$= 56$
Polfläche	$Q_l = \frac{d \cdot \pi \cdot b}{2p}$	$= 763$.

Es sei nun N_0 das gesamte vom Stator erzeugte Feld bei Leerlauf. Da die Phasenspannung e_1 nahezu gleich und entgegengesetzt der induzierten elektromotorischen Kraft E_1 ist, so ergibt sich unter Voraussetzung eines sinusförmigen Feldes nach Gleichung (45) auf S. 314:

$$e_1 = E_1 = 2,12 \cdot N_0 \cdot \nu \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Demnach:

$$N_0 = \frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6.$$

*) Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Nehmen wir an, daß 2 0/0 des Kraftflusses durch Streuung verloren gehen, so werden 98 0/0 auf den Rotor übertragen, und wir erhalten die auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl N zu:

$$N = 0,98 \cdot N_0 = 2,64 \cdot 10^6.$$

Anderseits ist nach S. 409:

$$N = \frac{0,4\pi \cdot K \cdot q' \cdot i_{max}}{l_i} \cdot Q_l.$$

Für die in unserem Falle vorliegende Spulenwicklung wird nach dem Schluß des vorigen Abschnittes der Faktor $K = 1,16$. Wir führen nun den Effektivwert des Leerstromes $I_0 = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ ein und erhalten:

$$I_0 = \frac{N \cdot l_i}{\sqrt{2} \cdot 0,4\pi \cdot K \cdot q' \cdot Q_l} = 4,5 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich beträgt nun bei diesem Motor der Leerstrom nicht 4,5 Ampere, sondern er ist nicht unbeträchtlich größer. Der Grund liegt darin, daß der magnetische Widerstand des Eisens in der obigen Rechnung nicht berücksichtigt ist, was nunmehr geschehen soll.

Wir haben dazu zunächst eine sog. Charakteristik des Motors zu zeichnen, die für jede Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve für die einzelnen Stellen des Umfanges zu jeder wirksamen Erregung die entsprechende Kraftliniendichte. Man wählt zu diesem Zwecke beliebige Werte der Luftinduktion \mathfrak{B}_l und berechnet die für die Luft nötigen Amperewindungen

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l_i$$

oder, da in unserem Falle $l_i = 0,15$ ist:

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot 0,15 = 0,12 \cdot \mathfrak{B}_l.$$

Dann berechnet man die Zahninduktion an der betreffenden Stelle aus der Luftinduktion und dem Verhältnis der Querschnitte, die den Kraftflüssen im Luftraum und in den Zähnen zur Verfügung stehen. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle mit Berücksichtigung eines Raumverlustes von 15 0/0 für die Papierisolation zwischen den Statorblechen gleich $2,5 : 0,85 = 2,95$. Wir erhalten also:

$$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}_l.$$

Zu \mathfrak{B}_z ergibt sich die betreffende Amperewindungszahl für ein Zentimeter Weglänge der Kraftlinien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Fig. 334. Dann ergibt sich:

$$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_i.$$

Dabei ist für l_z das Doppelte der einfachen Zahnlangen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z.$$

Die Summe aus X_l und X_z ergibt uns dann die für die betreffende Induktion nötige wirksame Erregung X .

Diese Rechnung ist für Werte von $\mathfrak{B}_l = 2000$ bis $\mathfrak{B}_l = 5200$ ausgeführt, und die Ergebnisse sind in der folgenden Zahlentafel zusammengestellt:

\mathfrak{B}_l	$X_l = 0,12 \cdot \mathfrak{B}_l$	$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}_l$	$\left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_z = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5 900	1,1	13	253
3000	360	8 850	1,9	23	383
4000	480	11 800	3,6	43	523
4500	540	13 300	5,4	65	605
5000	600	14 800	10,7	128	728
5200	624	15 300	18,5	222	850

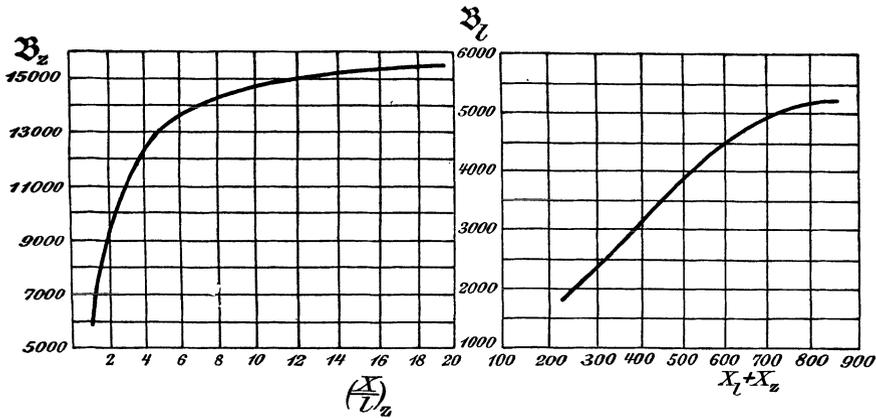


Fig. 334. Magnetisierungskurve von Eisenblech.

Fig. 335. Charakteristik eines Drehstrommotors.

Wir tragen nun den Wert $X_l + X_z$ als Abszisse und die Luftinduktion \mathfrak{B}_l als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 335. Wir müssen nun vorläufig schätzen, um wieviel der Leerstrom infolge des Eisenwiderstandes gegenüber dem oben berechneten Wert zu vergrößern ist. Wir wollen annehmen, es sei ein Zuschlag von 20 % erforderlich, d. h. der Leerstrom sei rund

$$I_0 = 5,5 \text{ Ampere.}$$

Dann ergibt sich:

$$i_{0max} = \sqrt{2} \cdot I_0 = 7,78 \text{ Ampere.}$$

Wir tragen nun den Umfang als Abszisse und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung $X = X_l + X_z$ als Ordinate auf und erhalten so die Kurve X in Fig. 336, die dem früher behandelten ersten Grenzfalle in Fig. 329 entspricht. Für eine Abszisse gleich $\pi/2$ erhalten wir dabei eine größte Ordinate:

$$2 \cdot q' \cdot i_{0max} = 2 \cdot 56 \cdot 7,78 = 870.$$

Dagegen ergibt sich für eine Abszisse gleich $\pi/6$ eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die größte. Der Maßstab für die Erregung ist links an der Ordinatenachse aufgetragen.

Wir tragen ferner auf der Ordinatenachse von O aus die aus der Charakteristik in Fig. 335 oder aus der Zahlentafel entnommenen Werte:

$$X = X_l + X_s = 253, \quad 383, \quad 523, \quad 605, \quad 728, \quad 850$$

auf und ziehen durch die Teilpunkte Parallele zur Abszissenachse. In den Schnittpunkten dieser Parallelen mit der Kurve X errichten wir Senkrechte und machen deren Länge, von der Abszissenachse an gemessen, gleich den betreffenden Werten der Tabelle:

$$\mathfrak{B}_l = 2000, \quad 3000, \quad 4000, \quad 4500, \quad 5000, \quad 5200.$$

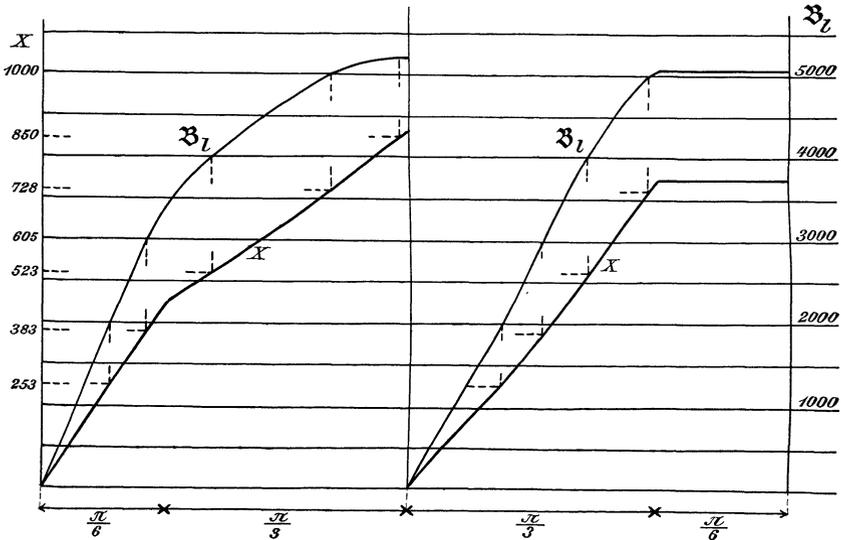


Fig. 336.

Fig. 337.

Feldkurven eines Drehstrommotors unter Berücksichtigung des Eisenwiderstandes der Zähne.

Der Maßstab für \mathfrak{B}_l ist dabei beliebig gewählt und im rechten Teil der Fig. 337 angegeben. Die Kurve, welche die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve in dem betrachteten Augenblick bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu planimetrieren und die Fläche durch die Grundlinie zu dividieren. Wir erhalten dadurch die mittlere Feldstärke bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere zu:

$$\mathfrak{B}_{l\text{mittel}} = 8635.$$

Dieselbe Zeichnung ist für den zweiten Grenzfall in Fig. 337 durchgeführt. Dabei wird die größte Ordinate der Kurve X nach Fig. 330:

$$1,73 \cdot q' \cdot i_{0\text{max}} = 1,73 \cdot 56 \cdot 7,78 = 750.$$

Wir zeichnen nun wieder die Kurven X und \mathfrak{B}_l und planimetrieren die von der Kurve \mathfrak{B}_l und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche. Dadurch erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_l \text{ mittel} = 3583.$$

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_l \text{ mittel} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Die gesamte übertragene Kraftlinienzahl N ergibt sich dann zu:

$$N = \mathfrak{B}_l \text{ mittel} \cdot Q_l = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6.$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien, daß wir Proportionalität zwischen Stromstärke und Kraftlinienzahl annehmen können. Der zur Erzeugung von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien erforderliche Magnetisierungsstrom ergibt sich also zu:

$$I_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64 \cdot 10^6}{2,75 \cdot 10^6} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich ist nun ein Leerstrom von 6 Ampere gemessen. Der Grund dafür, daß auch jetzt noch der berechnete Leerstrom kleiner ist als der gemessene, liegt darin, daß der Eisenwiderstand des Stator- und Rotorkernes noch nicht berücksichtigt ist. Außerdem kommt noch in Betracht, daß der von den Kraftlinien durchflossene Luftquerschnitt durch die Nutenöffnungen verringert wird. Es ist also begreiflich, daß der jetzt berechnete Leerstrom $I_0 = 5,3$ Ampere noch um 12 % kleiner ist als der gemessene Leerstrom von 6 Ampere.

118. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns das tatsächliche Feld durch ein ebenfalls rotierendes, genau sinusförmiges Feld von gleicher Kraftlinienzahl ersetzt. Der Höchstwert dieses Feldes, das durch die gemeinsame Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande kommt, sei gleich \mathfrak{B}_{max} .

Wir betrachten nun eine Spulenseite des mehrphasig gewickelten Rotors, deren Breite wieder, wie früher, gleich 2γ ist und deren Mitte sich gerade im Abstand α_1 von der neutralen Zone befinden möge (Fig. 338). Wir wissen nun aus Abschnitt 91, daß die in dieser Spulenseite induzierte elektromotorische Kraft dem Sinus dieses Winkels α_1 proportional ist. Zwischen der elektromotorischen Kraft, die durch den betrachteten Kraftfluß induziert wird, und dem Rotorstrom besteht keine Phasenverschiebung, da der Kraftfluß, der durch den Stator- und Rotorstrom gemeinsam erzeugt wird, schon die Selbstinduktion des Rotors mit einschließt. Der Augenblickswert des Rotorstromes ist also:

$$i_2 = i_{2max} \cdot \sin \alpha_1.$$

Beim Kurzschlußrotor ist $\gamma = 0$ und der entsprechende Stromleiter liegt im Felde $\mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha_1$. Die Kraft, die auf einen Leiter von der Länge b ausgeübt wird, ist also nach Gleichung (19) auf S. 68 $\frac{1}{10} \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot b$. Bei $3 \cdot z_2'$ Drähten ist also die mittlere Umfangskraft wie auf S. 243:

$$f = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot 3 \cdot z_2' \cdot b \text{ Dyn.} \quad (\text{a})$$

Beim Dreiphasenrotor befinden sich die einzelnen Drähte im betrachteten Augenblick in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment im gegebenen Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche Kraftliniendichte längs des Bogens 2γ kennen. Allgemein ist in einem beliebigen Abstand α von der neutralen Zone die Feldstärke gleich $\mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha$. Die mittlere Feldstärke über dem Bogen 2γ ist also:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha_1 - \gamma}^{\alpha_1 + \gamma} \mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \mathfrak{B}_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha_1.$$

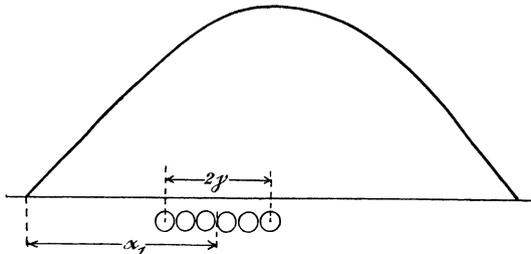


Fig. 338. Spulenseite des Rotors, in einem bestimmten Teil des Feldes liegend.

Die auf q' Drähte der Spulenseite ausgeübte Kraft ist also

$$f_1 = \frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot q' \cdot b \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Für die zweite und dritte Phase wäre in dieser Gleichung statt $\sin^2 \alpha_1$ der Wert $\sin^2 (\alpha_1 + 120^\circ)$ und $\sin^2 (\alpha_1 + 240^\circ)$ einzuführen. Nun ist

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 (\alpha_1 + 120^\circ) + \sin^2 (\alpha_1 + 240^\circ) = \frac{3}{2},$$

wie man leicht aus der Gleichung

$$\cos (2\alpha) = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

ableiten kann. Also ist die Umfangskraft aller drei Phasen zusammen in jedem Augenblicke konstant. Wir erhalten demnach die ganze Umfangskraft mit Benutzung der obigen Gleichung für f_1 und des Faktors $\frac{3}{2}$, und wenn wir gleichzeitig statt q' die Drahtzahl z_2' aller Spulenseiten einer Phase einsetzen, zu:

$$f = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max}}{10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2' \cdot b \text{ Dyn.}$$

Diese Gleichung gilt auch nach Gleichung (a) für Kurzschlußrotoren, da bei diesen $\gamma = 0$, also $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ gleich 1 ist. Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem die Kraft wirkt, also den Halbmesser r des Rotors in Zentimeter. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich dem Produkt aus der Polfläche mal der Anzahl der Pole:

$$2 r \pi \cdot b = 2 p \cdot Q_l$$

oder, wenn wir für r auflösen:

$$r = \frac{p \cdot Q_l}{\pi \cdot b}.$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir das Produkt $f \cdot r$ durch $981000 \cdot 100$ zu dividieren. Setzen wir gleichzeitig $\frac{2}{\pi} \cdot \mathfrak{B}_{max} = \mathfrak{B}_{mittel}$, also $\frac{2}{\pi} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot Q_l = N$, und $i_{2max} = \sqrt{2} \cdot I_2$, wo I_2 den Effektivwert des Stromes bedeutet, so erhalten wir das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_d = 10,8 \cdot p \cdot N \cdot z_2' \cdot I_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (59)$$

Dabei ist z_2' der dritte Teil der Rotordrähte. Die Breite 2γ ist für Käfigwicklung gleich Null, für Spulenwicklung gleich $\pi/3$ und für schleichende Wicklung gleich $2/3 \pi$.

Nun ergaben sich auch die Koeffizienten k für die elektromotorischen Kräfte im Abschnitt 91 mit Hilfe des Faktors $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$. Bei verschiedenen Wicklungen des Rotors verhalten sich also die Drehmomente wie die Koeffizienten k für die im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte oder nach Abschnitt 116 wie die Koeffizienten K für die Kraftflüsse.

Das obige Resultat ergibt sich auch unmittelbar, wenn wir den Rotor festgebremst denken, so daß die ganze auf den Rotor übertragene Leistung im Rotor oder in einem mit Hilfe von Schleifringen in den Rotorkreis eingeschalteten Widerstand in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Es ist nämlich N der im Rotor wirklich vorhandene Kraftfluß, der von der gemeinsamen Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird. Dieser schneidet bei Festbremsung des Rotors mit der primären Periodenzahl durch die Rotordrähte. Dabei wird in jeder Rotorphase eine elektromotorische Kraft E_2 induziert, die gleiche Phase mit dem Rotorstrom hat, und sich nach Abschnitt 92 berechnet. Sie wird allein verbraucht, um den Strom durch den Widerstand des Rotorkreises zu treiben, so daß keine Phasenverschiebung im Rotorkreis vorhanden ist. Wenn also wieder z_2' die Zahl der Rotordrähte für eine Phase ist, so ist die auf den Rotor übertragene Leistung in allen drei Phasen zusammen:

$$P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot k \cdot N \cdot \nu \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot I_2 = 3 \cdot k \cdot N \cdot \nu \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (60)$$

Diese Leistung wird auf den Rotor durch einen von uns als sinusförmig angenommenen Kraftfluß übertragen, der mit der Drehzahl n_0 , also mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60} = 2\pi \cdot \frac{\nu}{p}$$

umläuft. In diesem Falle ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60}$ einzusetzen, während wir sonst gewöhnlich unter ω den Wert $2\pi \cdot \nu$ verstanden haben. Nun ist die Leistung, gemessen in Meterkilogramm in der Sekunde, gleich dem Produkt aus dem Drehmoment und der Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 multiplizieren. Wir erhalten also die Leistung in Watt, die auf den Rotor übertragen wird, zu:

$$P_2 = M_d \cdot \omega \cdot 9,81.$$

Lösen wir für M_d auf und setzen die obigen Werte für P_2 und ω und die in Abschnitt 92 abgeleiteten Werte für k ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wicklungen dieselben Werte, wie durch die obige Berechnung. Dabei ist es gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von N und I_2 dieselben sind.

Es ist nun von Interesse, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen, und zwar wählen wir zum Vergleich einen Kurzschlußrotor. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (31) auf S. 206:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot N \cdot z \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot 10^{-10}.$$

Dabei ist $I_a/2a$ die Stromstärke in einem Ankerleiter.

Wenn wir bei einem Kurzschlußrotor beachten, daß die Gesamtzahl der Rotordrähte, die der Zahl z entspricht, mit $3 \cdot z_2'$ bezeichnet war, so erhalten wir aus Gleichung (59) statt des Faktors 3,25 den Faktor 3,6, da die Breite der Spulenseite unendlich klein ist, also der Wert $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ gleich 1 wird. Das Drehmoment des Drehstrommotors ist also für gleiche Rotorbelastung bei Kurzschlußwicklung um 10 0/10 größer als das des Gleichstrommotors.

119. Berechnung der Schlüpfung.

Wie wir in Abschnitt 114 sahen, läuft der völlig unbelastete Rotor synchron mit dem Felde, also mit der Drehzahl

$$n_0 = \frac{\nu \cdot 60}{p}.$$

Wie wir ferner sahen, ist die Drehzahl n bei Belastung so viel geringer als die Drehzahl n_0 des Feldes, daß durch die Kraftlinienschnitte

eine genügende elektromotorische Kraft E_2 im Rotor zustande kommt. Dadurch wird ein Rotorstrom geschaffen, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

Ist s die relative Schlüpfung, so ist die Periodenzahl, mit der die Rotordrähte geschnitten werden, nach S. 398:

$$s \cdot \nu = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p.$$

Dieser Schlüpfung entspricht eine geringe, in den Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft E_2 , die sich nach der bekannten Gleichung berechnet:

$$E_2 = k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Nun verstehen wir unter N den tatsächlichen, den Rotor schneidenden Kraftfluß, wie er durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande kommt. Wir haben daher, wie schon wiederholt bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E_2 und dem Rotorstrom I_2 . Bezeichnet also R_2 den Rotorwiderstand für eine Phase, so ergibt sich:

$$E_2 = I_2 \cdot R_2.$$

Die im Rotor in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung ist dann in allen drei Phasen zusammen:

$$3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot I_2.$$

Mit Benutzung der Gleichung (60) auf S. 415 für die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 erhalten wir dann die relative Schlüpfung zu:

$$s = \frac{3 \cdot I_2^2 \cdot R_2}{P_2}. \quad (61)$$

Die prozentischen Verluste im Rotor sind also gleich der prozentischen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so baut, daß die Schlüpfung nur wenige Prozente beträgt. Es ist ferner klar, daß man bei Kurzschlußrotoren die Schlüpfung in einfacher Weise vergrößern kann, indem man den Widerstand durch Abdrehen der Stirnringe vergrößert.

Es ist von besonderem Interesse, das Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt die Gleichung:

$$e \cdot I_a = E \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

Darin ist $e \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $E \cdot I_a$ der in mechanische Leistung umgesetzte Effekt ist. Beide Leistungen verhalten sich also wie die Spannung e zu der elektromotorischen Gegenkraft E , d. h. wie die Drehzahl n_0 bei vollständigem Leerlauf zur Drehzahl n bei Belastung, d. h.

$$\frac{E \cdot I_a}{e \cdot I_a} = \frac{n}{n_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir, ähnlich wie beim Drehstrommotor:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{e \cdot I_a - E \cdot I_a}{e \cdot I_a} = \frac{I_a^2 \cdot R_a}{e \cdot I_a}.$$

Der prozentische Abfall der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also, wie beim Drehstrommotor, gleich dem prozentischen Effektverlust im Anker.

Wir betrachten nun beim Kurzschlußrotor eine Schlüpfung von 100% (Anlassen). Der Drehstrommotor verhält sich dabei wie ein ruhender Transformator, nur behält der Kraftfluß beim Transformator bei seinem Entstehen und Verschwinden seine Achse bei, während er beim Drehstrommotor rotiert. Wie auf S. 306 angegeben, wird bei Kurzschluß fast der ganze Kraftfluß durch die Gegenwirkung des Rotorstromes in den Streuweg gedrängt. Der geringe, übrig bleibende Teil schneidet mit der großen Periodenzahl ν durch die Rotordrähte und induziert in ihnen eine außerordentlich starke elektromotorische Kraft. Dadurch entsteht im Rotor (und entsprechend auch im Stator) ein starker Strom, dem der Motor in vielen Fällen nicht gewachsen ist, und der auch oft eine unzulässige Belastung der Zentrale darstellt. Bei ganz kleinen Leistungen können Motoren mit Kurzschlußrotor allerdings direkt eingeschaltet werden. Bei größeren Motoren wird beim Anlassen von Kurzschlußrotoren der Stator in Stern geschaltet und nach dem Anlaufen auf Dreieck umgeschaltet, oder es werden Anlaßtransformatoren angewendet, die es gestatten, zunächst nur einen Bruchteil der normalen Spannung an den Stator zu legen. In geeigneten Fällen bringt man Motoren mit Kurzschlußrotor auf die normale Drehzahl und schaltet dann den Stator, meist allerdings auch noch unter Verwendung eines Anlaßwiderstandes, aufs Netz, oder man läßt, was indessen nur selten möglich sein wird, den Generator zugleich mit dem Motor anlaufen. Für ganz große Motoren werden für diesen Fall besondere Anlaßgeneratoren vorgesehen.

Abgesehen von dem hohen Anlaufstrom ist die Verwendbarkeit von Kurzschlußrotoren auch dadurch begrenzt, daß ihr Anlaufmoment, wenn man nicht den Rotorwiderstand unter Verringerung des Wirkungsgrades sehr hoch bemißt, sehr gering ist. Dies beruht darauf, daß der Kraftfluß wie oben angegeben, bei Kurzschluß durch die Gegenwirkung des Rotorstromes aus dem Rotor „herausgeblasen“ und in den Streuweg gedrängt wird. Das Drehmoment wird eben nur durch den Teil des Kraftflusses geschaffen, der in den Rotor hineindringt, und dieser Teil ist immer nur so groß, daß die von ihm induzierte elektromotorische Kraft für den Ohmschen Verlust im Rotor ausreicht. Bei dem geringen Rotorwiderstand genügt aber hierzu, da der Kraftfluß beim Anlaufen den Rotor mit der großen primären Periodenzahl ν schneidet, ein ganz geringer Kraftfluß, so daß das Drehmoment gering ist. Beim Betriebe liegen die Verhältnisse deswegen anders, weil der Kraftfluß die Rotordrähte nicht mit der primären

Periodenzahl, sondern mit der Frequenz der Schlüpfung, die nur wenige Prozente der primären Periodenzahl beträgt, schneidet.

Hiernach ist es erklärlich, daß ein Anlaßwiderstand im Statorkreis nur dazu dienen kann, den Anlaufstrom herabzusetzen, daß er aber durchaus nicht dazu dienen kann, das Anlaufmoment in die Höhe zu setzen.

Wird ein Anlaufen mit Last gefordert, so muß man Phasenanker verwenden und mit Hilfe von Schleifringen im Augenblick des Anlassens Widerstände in den Rotorkreis einschalten. Solche Phasenanker sind ebensogut in Dreieckschaltung wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar mechanisch in sich geschlossen, elektrisch aber muß man sie, wie beim Generator, so lange als offen bezeichnen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaßwiderstand oder durch Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaßwiderstände werden am besten in Sternschaltung angeordnet.

Als Anlaßwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden eine Verringerung des Widerstandes erzielt.

Motoren mittlerer Größe werden häufig auch in der Weise angeschlossen, daß die Rotorwindungen anfangs teilweise gegeneinander geschaltet sind und erst nach dem Anlaufen in normaler Weise geschaltet werden (Gegenschaltung von Görges).

Die Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis kann nach Gleichung (61) auf S. 417, abgesehen vom Anlassen, auch dazu dienen, die Schlüpfung zu vergrößern, also die Drehzahl zu regeln. Doch ist dabei, ähnlich wie beim Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Effektivverlust bedeutend. Außerdem ist die Drehzahl dann bei jeder Belastungsschwankung stark veränderlich. Ein weiteres, aber unbequemes Mittel zur Änderung der Drehzahl ist die Umschaltung der Statorwicklung auf verschiedene Polzahl. Auch kann man, wie bei der Kaskadenschaltung, den Rotor des einen Motors auf den Stator eines anderen arbeiten lassen, der mit dem ersten Motor unmittelbar gekuppelt ist. Setzen wir die synchrone Drehzahl gleich 1 und die relative Schlüpfung des ersten Motors, d. h. die Periodenzahl im Rotor dieses Motors gleich s , so ist die Periodenzahl des Statorstromes des zweiten Motors ebenfalls gleich s und die Drehzahl der beiden gekuppelten Motoren ist $1 - s$. Betrachten wir nun den Leerlauf beider Motoren, die beide gleiche Polzahl besitzen mögen, so ist die Schlüpfung des zweiten Motors gleich Null, seine Drehzahl ist also ebenfalls gleich s . Daraus folgt:

$$1 - s = s$$

oder

$$s = 0,5.$$

Die Motoren laufen also mit halbem Synchronismus. Die Kaskadenschaltung ergibt indessen einen ungünstigen Leistungsfaktor. Die

Schwierigkeit, einen Drehstrom-Asynchromotor verlustlos zu regeln, hat neuerdings zur Ausbildung von Drehstrom-Kollektormotoren und besonderen Regelmaschinen geführt (vergl. Abschnitt 138 bis 143).

Von besonderem Interesse ist nun die Untersuchung eines festgebremsten Phasenankers, in dessen Rotorkreis Widerstand eingeschaltet ist. Die gesamte auf den festgebremsten Rotor übertragene Leistung wird dann in der Rotorwicklung und im Vorschaltwiderstand in Joulesche Wärme umgesetzt, und der Motor verhält sich genau wie ein Transformator. Unter Voraussetzung gleicher Stromstärke ist dabei die Gesamtleistung im Rotorkreis dieselbe wie die bei Betrieb auf den umlaufenden Rotor übertragene Leistung. Die gemessene Joulesche Leistung bei Festbremsung kann also sehr bequem zur Bestimmung der mechanischen Leistung dienen, die der Motor bei Betrieb mit demselben Strom hergibt. Zugleich wird das Verständnis des Drehstrommotors ungemein erleichtert, wenn man ihn als einen Transformator betrachtet, auf den alle früher besprochenen Gesetze des gewöhnlichen Transformators anwendbar sind. Daß das Kraftlinienfeld beim gewöhnlichen Transformator ein schwingendes Feld, beim Drehstrommotor aber ein Drehfeld ist, begründet keinen wesentlichen Unterschied. Streng genommen kommt das Drehfeld sogar nur zustande als Resultierende von drei schwingenden Feldern. Da es kein vollkommenes Drehfeld ist, so muß man sogar da, wo es auf Genauigkeit ankommt, zum Begriff der schwingenden Felder zurückkehren (vergl. den folgenden Abschnitt).

120. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft.*)

Wir haben bisher angenommen, daß der Kraftfluß während seiner Drehung eine sinusförmige Verteilung hat. Unter diesen Umständen ergibt sich, wie das schon in den letzten Abschnitten benutzt ist, die elektromotorische Kraft einer Phase:

$$E = k \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist z' die Drahtzahl des Stators oder Rotors für eine Phase oder bei Kurzschlußrotoren der dritte Teil der Rotordrähte. Ferner ist nach S. 314 und 315:

- $k = 1,84$ bei schleichender Stabwicklung mit Spulenseiten gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung,
- $k = 2,12$ „ Spulenwicklung,
- $k = 2,22$ „ Kurzschlußwicklung, d. h. mit einer unendlich kleinen Breite der Spulenseite.

Der Kraftfluß ergab sich dabei im Abschnitt 116 als das Mittel aus den beiden Kraftflüssen, die auftreten, wenn der Strom in der einen Phase den Höchstwert bzw. den Wert Null hat.

*) Vergl. Görges, ETZ 1907, S. 1.

Tatsächlich ist aber der Kraftfluß nicht sinusförmig abgeschattiert, und die Kurve der Induktion ist, abgesehen von den betrachteten extremen Zeitpunkten, in ihrem aufsteigenden und absteigenden Teil überhaupt nicht symmetrisch. Sie verläuft auch, da die Wicklung durchaus nicht als vollständig gleichmäßig auf dem Umfang verteilt anzusehen ist, gar nicht geradlinig ansteigend und abfallend, wie im Abschnitt 116 angenommen wurde. Die Nutenzahl einer Spulenseite ist durchaus nicht etwa sehr groß, sondern bei der praktischen Ausführung oft nur gleich 2 oder gleich 3. Die Kurve der Induktion längs des Umfanges ist daher treppenförmig.

Aus allen diesen Gründen wird es oft nötig, die Rechnungen genauer durchzuführen, obgleich sie nicht gerade bequem sind, und obgleich dabei die Anschaulichkeit verloren geht, die wir bisher bei dem rotierenden Feld gewonnen haben. Wir beschränken uns dabei auf die gewöhnliche Dreiphasen-Spulenwicklung.

Wir betrachten in Fig. 339 die Phase, die gerade den höchsten Strom führt. Ihre Windungsfläche wird im gezeichneten Augenblicke von dem Höchstwert des Kraftflusses durchsetzt, und zwar wird dieser Kraftfluß von ihr selbst und von den beiden anderen Phasen erzeugt, die je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist auch der Kraftfluß, der unsere Phase durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der drei Phasen zustande kommt.

Dann aber gilt die bekannte Gleichung:

$$E = 4,44 N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8},$$

wo $N \cdot \xi$ der Höchstwert des Produktes aus den Windungen und den sie durchsetzenden Kraftlinien ist. Dieser Höchstwert tritt im gezeichneten Augenblicke ein, in welchem der Strom der Phase I am größten ist.

Wir haben indessen zu beachten, daß nicht alle Windungen unserer betrachteten Phase I von demselben Kraftfluß durchsetzt werden. Deshalb müssen wir die Produkte aus Kraftfluß und Windungszahl einzeln berechnen und dann summieren.

Wir betrachten zunächst eine Maschine, bei welcher jede Nut einen einzigen Stromleiter von dem Höchstwert 1 Ampere besitzt. Der Querschnitt für jeden der in Fig. 339 gezeichneten Kraftflüsse sei Q_z . Die doppelte Luftstrecke zwischen Stator und Rotor sei l und die Nutenzahl einer Spulenseite gleich a . Wir berechnen nun jeden einzelnen Kraftfluß nach Gleichung (22) aus den magnetisierenden Amperedrähten X , die er umschließt, und multiplizieren ihn mit den durch das Entstehen und Verschwinden des Kraftflusses induzierten, vom Kraftfluß umschlossenen Drähten χ unserer betrachteten Phase I , nach der Gleichung und erhalten dann die Summe der Kraftflußwindungen zu:

$$\Sigma N \cdot \xi = \Sigma \frac{0,4 \pi X \cdot Q_z}{l} \cdot \chi = \frac{0,4 \pi Q_z}{l} \Sigma X \cdot \chi. \quad (a)$$

Wir erhalten dann nach Fig. 339 folgende Zahlentafel:

Nummer des Kraftflusses	Umschlossene magnetisierende Ströme in Ampere $X =$	Umschlossene induzierte Leiter der Phase I $\chi =$	Produkt $X \cdot \chi$
1	1	1	1^2
2	3 · 1	3	3^2
3	5 · 1	5	5^2
·	·	·	·
·	·	·	·
x	$a \cdot 1$	a	a^2

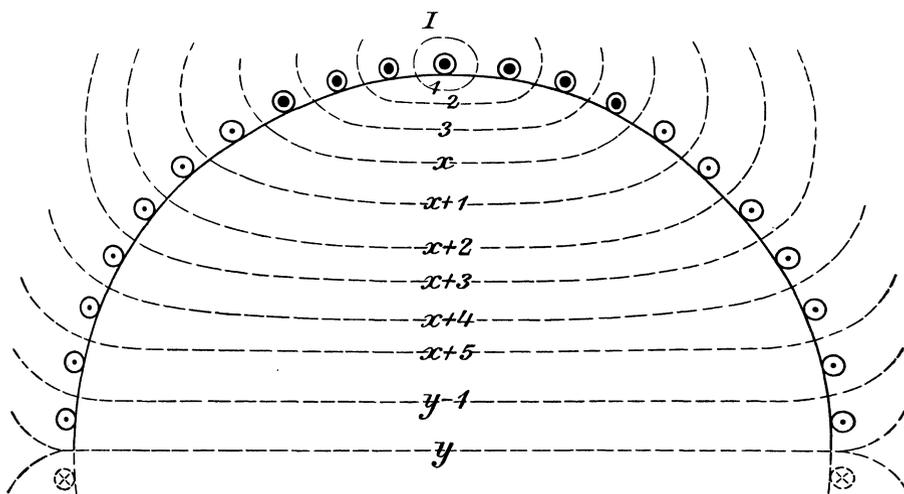


Fig. 339. Statorkraftfluß, von drei Phasen erzeugt, mit den Windungen der Phase I verkettet.

Wir bilden nach der Theorie der Reihen die Summe aus $1 + 3^2 + 5^2 \dots + a^2$ und multiplizieren sie, weil auf dem unteren Umfang dieselben Kraftflußverkettungen auftreten, mit zwei. Dadurch erhalten wir:

$$\frac{a^3}{3} + a^2 + \frac{a}{6}. \quad (b)$$

Bei Berechnung der weiteren Produkte $X \cdot \chi$ haben wir zu beachten, daß die folgenden magnetisierenden Nuten nur den halben Strom führen. Als induzierte, verkettete Windungen sind jetzt sämtliche a Drähte der betrachteten Phase einzuführen. Wir erhalten dann:

Nummer des Kraftflusses	Umschlossene magnetisierende Ströme in Ampere $X =$	Umschlossene induzierte Leiter der Phase I $\chi =$	Produkt $X \cdot \chi =$
$x + 1$	$a + \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(a + 1)$
$x + 2$	$a + \frac{1}{2} \cdot 4$	a	$a(a + 2)$
$x + 3$	$a + \frac{1}{2} \cdot 6$	a	$a(a + 3)$
.	.	.	.
.	.	.	.
$y - 1$	$2a - \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(2a - 1)$

Wenn wir diese Produkte $X \cdot \chi$ summieren und wieder mit zwei multiplizieren, erhalten wir:

$$3a^3 - 3a^2. \quad (c)$$

Endlich ergibt sich für den Kraftfluß y , der nur einmal in Rechnung zu setzen ist:

Nummer des Kraftflusses	Umschlossene magnetisierende Ströme in Ampere $X =$	Umschlossene induzierte Leiter der Phase I $\chi =$	Produkt $X \cdot \xi =$
y	$2a$	a	$2a^2$

Wir erhalten also noch das Produkt:

$$2a^2. \quad (d)$$

Wenn wir die unter (b), (c) und (d) berechneten Produkte zusammenzählen, erhalten wir für ein Polpaar:

$$\Sigma X \cdot \chi = \frac{2a}{3} (5a^2 + 1).$$

Es sei nun allgemein der Höchstwert des Stromes statt 1 Amp. gleich i_{max} und die Drahtzahl einer Nut statt 1 gleich q'/a , wo q' die Drahtzahl einer Spulenseite ist. Dann sind die magnetisierenden Ampere-drähte $\frac{q'}{a} \cdot i_{max}$ mal so groß und die induzierten Drähte $\frac{q'}{a}$ mal so groß. Berücksichtigen wir noch p Polpaare, so erhalten wir:

$$\Sigma X \cdot \chi = p \frac{q'^2}{a^2} i_{max} \cdot \frac{2}{3} a (5a^2 + 1).$$

Wir führen diesen Wert in Gleichung (a) ein und ebenso den Luftquerschnitt eines Poles, welcher der Gleichung entspricht:

$$Q_i = 3a \cdot Q_z.$$

Dann erhalten wir:

$$\Sigma N \cdot \xi = \frac{0,4\pi \cdot Q_i}{l} \cdot \frac{p \cdot q'^2}{9 \cdot a^2} i_{max} \cdot 2 (5a^2 + 1).$$

Nun ist, wenn \mathfrak{B}_{max} die größte Dichte des Kraftflusses ist:

$$\frac{0,4\pi \cdot 2 \cdot q' \cdot i_{max}}{l} = \mathfrak{B}_{max}. \quad (e)$$

Wenn wir außerdem

$$c_0 = \frac{5a^2 + 1}{9 \cdot a^2}$$

setzen, so erhalten wir:

$$\Sigma N \cdot \xi = c_0 \cdot p \cdot Q_l \cdot q' \cdot \mathfrak{B}_{max}. \quad (f)$$

Unsere Rechnungen beziehen sich zunächst auf eine ungerade Nutenzahl der Spulenseite. Wir erhalten jedoch für gerade Nutenzahlen dasselbe Endergebnis.

Die folgende Zahlentafel gibt für verschiedene Nutenzahlen a den zugehörigen Wert von c_0 :

a	c_0
1	0,667
2	0,583
3	0,568
4	0,563
∞	0,555

Die elektromotorische Kraft ergibt sich dann nach Gleichung (37) auf S. 254 zu:

$$E = 4,44 \cdot \Sigma(N \cdot \xi) \cdot \nu \cdot 10^{-8}.$$

Wenn die Periodenzahl ν , die Zahl der Polpaare p , die Polfläche Q_l und die Drahtzahl q' einer Spulenseite festliegen, so läßt sich durch Gleichung (f) für eine der Netzspannung entsprechende elektromotorische Kraft die erforderliche Induktion \mathfrak{B}_{max} zu berechnen. Daraus ergibt sich dann mit Hilfe von Gleichung (e) der Wert von i_{max} , d. h. nach Division mit $\sqrt{2}$ der Effektivwert des Leerstromes oder Magnetisierungsstromes.

Für glatte Wicklung gibt dies Verfahren dasselbe Ergebnis, wie wenn man den Kraftfluß unter der Annahme, daß er angenähert sinusförmig verläuft, nach Abschnitt 116 ermittelt und dann den Leerstrom nach Gleichung (58) auf S. 409 berechnet.

Achtzehntes Kapitel.

121. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung. — 122. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors. — 123. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm. — 124. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment. — 125. Das genaue Heylandsche Kreisdiagramm. — 126. Bequemste Form des Kreisdiagramms. — 127. Praktisches Beispiel. — 128. Der Streuungsfaktor. — 129. Doppelverkettete Streuung.

121. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Streuung gleich Null ist, daß also zwischen den Stegen der einzelnen Statorzähne, sowie

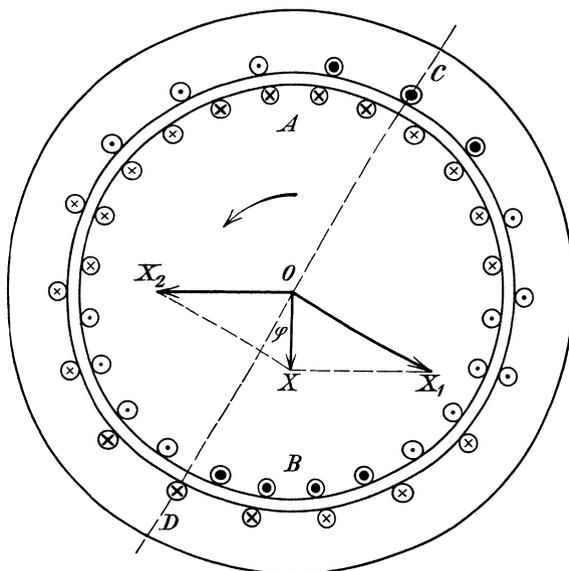


Fig. 340. Stromverteilung im Stator und Rotor eines Drehstrommotors in einem gegebenen Augenblick. Pfeil gibt Drehrichtung des Feldes und der Vektoren.

zwischen den Stegen der Rotorzähne keine Kraftlinien verlaufen und auch die Sternstreuung zu vernachlässigen ist. Dann besteht nur ein einziger Kraftfluß, der gleichmäßig das Statorisen, den Luftweg und das Rotorisen durchdringt. Dieser Kraftfluß kommt durch die vereinigte Wirkung

des Stator- und Rotorstromes zustande. Wir wollen nun annehmen, daß die Kraftliniendichte des Kraftflusses \mathcal{N} in Fig. 340 bei A gerade einen positiven und bei B einen negativen Höchstwert hat. Dann bildet das Kraftlinienfeld im Stator gegenüber A die Mitte eines Nordpols und gegenüber B die Mitte eines Südpols. Die Kraftlinien dieses Feldes sind also im gezeichneten Augenblick von oben nach unten gerichtet. Wir zeichnen daher den Vektor der resultierenden Erregung OX senkrecht von oben nach unten.

Jede Phase des Rotors ist im vorliegenden Falle in 4 Löchern gewickelt. Wenn nun das Feld sich, wie die Vektoren, entgegen dem Uhrzeiger dreht, so induziert es in den Rotordrähren Ströme, die bei A und B einen Höchstwert haben. Wir sehen dann nach der Faradayschen Regel bei A den Schaft und bei B die Spitze des Strompfeiles in den Rotordrähren. Spitze und Schaft zeichnen wir in den Löchern des Rotors bei A und B besonders stark. In den benachbarten Phasen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Der Vektor der vom Rotor ausgeübten Erregung OX_2 verläuft dann von rechts nach links, da er in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie die vom Rotor allein erzeugten Kraftlinien. Diese Festsetzung führt zu dem einfachen Ergebnis, daß ein Strom und ein von ihm erzeugter Kraftfluß durch denselben Vektor dargestellt werden, ja man kommt zu der Anschauung, daß man sehr wohl beide begrifflich zusammenfassen könnte. Man muß dabei allerdings stets den Strom in einer Windung und nicht den Strom in einem Draht ins Auge fassen.

Damit nun die resultierende Erregung X zustande kommt, muß notwendig die Statorerregung nach Größe und Phase gleich OX_1 sein. Der Höchstwert des Statorstromes liegt also bei C und D , und zwar haben wir bei C die Spitze und bei D den Schaft des Strompfeiles anzuzeigen. Jede Statorphase ist im vorliegenden Falle in 3 Löchern gewickelt. Wir zeichnen in der Phase bei C und D die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Phasen halb so stark.

Fig. 340 zeigt nun, daß der primäre und sekundäre Strom wie beim Transformator einander entgegengesetzt sind, wenigstens längs des größten Teiles des Umfanges. Der Ort des größten Stromes im Rotor verschiebt sich dabei im Rotor synchron mit dem Statorstrom und dem Drehfeld. Wir haben also im Rotor wie im Stator eine synchron umlaufende Erregung. Der Begriff des im Raume synchron umlaufenden Rotorstromes ist von der größten Wichtigkeit für das Verständnis des Drehstrommotors. Er ist allerdings nicht ganz leicht zu fassen, da bei Betrieb die Rotordrähre in Bewegung sind und sich in Richtung des Kraftflusses und des rotierenden Statorstromes, also auch in Richtung der eigenen umlaufenden Rotorerregung drehen. Am besten stellt man sich

die umlaufenden Rotorströme ganz losgelöst von den Rotorleitern vor, so daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Leiter ein Strom gerade fließt.

Fig. 340 ergibt ferner, daß der induzierte Strom in der Spulenseite des Rotors am stärksten ist, die im stärksten Teile des den Rotor schneidenden, resultierenden Feldes liegt. Der Vektor des Rotorstromes, d. h. der Vektor der allein vom Rotorstrom erzeugten Kraftlinien, steht senkrecht auf dem Vektor des Feldes, das den Rotor durchsetzt.

Bedenken wir nun, daß das Feld nicht nur durch den Rotor, sondern auch durch den Stator schneidet, so ergibt sich, daß in der bei C und D liegenden Statorphase, die gerade den größten Strom führt, die größte elektromotorische Kraft im gezeichneten Augenblicke bereits überschritten ist, da der Höchstwert des Feldes die bei C und D liegenden Drähte bereits vor einer dem Winkel φ entsprechenden Zeit passiert hat. Da unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes die elektromotorische Gegenkraft genau entgegengesetzte Phase hat wie die Klemmenspannung, so ergibt sich, daß der Statorstrom hinter der Statorspannung um den in der Figur gezeichneten Winkel φ zurückbleibt.

Die verhältnismäßig große Phasenverschiebung der Drehstrommotoren ist darin begründet, daß sie sich ihr eigenes Feld schaffen (Induktionsmotoren), und daß dazu wegen des Luftzwischenraumes ein verhältnismäßig starker wattloser Strom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Obgleich man den Abstand zwischen Rotor und Stator oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird der Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren noch überschritten. Der wattlose Strom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes nicht nur im Generator und im Netz, sondern auch im Motor. Drehstrommotoren müssen also etwas größer gebaut werden als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Je geringer die Belastung ist, desto größer ist das Verhältnis des wattlosen Stromes zum Wattstrom.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors rechnerisch zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft E_1 ist von der Kraftlinienzahl N abhängig, die beim streuungslosen Motor dem Rotor und dem Stator gemeinsam ist, außerdem von der Periodenzahl ν und der Drahtzahl des Stators, sowie von einem Faktor k , der bei Spulenwicklung gleich 2,12 ist. Wir erhalten also, wenn z_1' wieder die Drahtzahl einer Phase im Stator ist, die im Stator pro Phase induzierte elektromotorische Kraft E_1 zu:

$$E_1 = k \cdot N \cdot \nu \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Vernachlässigen wir den Ohmschen Verlust im Stator, so ist der Wert von E_1 gleich dem Wert von e_1 , also konstant. Demnach ist nach der obigen Gleichung der resultierende Kraftfluß N konstant.

Wenn nun dieser gemeinsame Kraftfluß mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl $s \cdot \nu$ durch die Rotordrähte schneidet, so induziert er in ihnen eine elektromotorische Kraft:

$$E_2 = k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Der Einfachheit wegen setzen wir bei Stator und Rotor die gleiche Art der Wicklung voraus, so daß der Faktor k für Stator und Rotor gleich ist.

Wenn R_2 der Widerstand einer Rotorphase ist, so ergibt sich der Rotorstrom zu $I_2 = E_2/R_2$, er ist also nach der obigen Gleichung für E_2 der relativen Schlüpfung proportional. Wir erhalten demnach, wenn C_1 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$I_2 = C_1 \cdot s.$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (59) auf S. 415 durch das Produkt aus dem Rotorstrom I_2 und der Kraftlinienzahl N . Die letztere ist in unserem Falle konstant, während der Rotorstrom der Schlüpfung proportional ist. Wir erhalten daher, wenn C_2 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$M_d = C_2 \cdot s.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 ist nach Gleichung (60) auf S. 415 ebenfalls dem Produkt aus der Kraftlinienzahl und dem Rotorstrom proportional. Sie ist also, da die Kraftlinienzahl konstant ist, der Schlüpfung proportional. Wenn also C_3 einen konstanten Faktor bedeutet, so ergibt sich:

$$P_2 = C_3 \cdot s.$$

Die mechanische Leistung P ergibt sich endlich, wenn wir von der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Rotor abziehen. Nun sind die Verluste durch Joulesche Wärme dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Es ergibt sich also, wenn C_4 einen konstanten Proportionalitätsfaktor und R_2 den Rotorwiderstand für eine Phase bedeutet:

$$P = P_2 - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = C_3 \cdot s - C_4 \cdot s^2.$$

Wir tragen nun in Fig. 341 die Drehzahl als Abszisse und den Rotorstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung als Ordinaten auf. Ist dann OA die Drehzahl n_0 bei vollständigem Leerlauf und OB die Drehzahl n bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist $OA - OB = BA$ der durch Schlüpfung verursachte Abfall in den Umdrehungen. Der Rotorstrom I_2 , das Drehmoment M_d und die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 sind diesem Abfall proportional und werden daher durch die Ordinaten der Geraden in Fig. 341 dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung durch die Ordinate der Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte O ; wo die Drehzahl

gleich Null ist, wo also der Motor festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte A , also bei vollständigem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50 0/0, d. h. bei einer Drehzahl n gleich $n_0/2$ erreicht die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der normale Betrieb liegt natürlich ziemlich weit nach rechts, wo die Schlüpfung und der Verlust im Rotor verhältnismäßig gering sind, wo also der Wirkungsgrad hoch ist.

Der praktisch ausgeführte Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen idealen Motor in bezug auf das Drehmoment beim Anlassen und die Überlastungsfähigkeit.

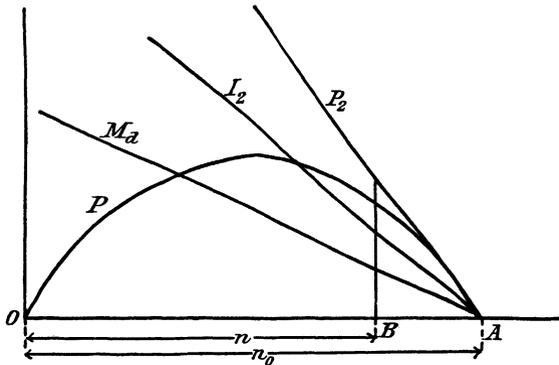


Fig. 341. Stromstärke, Drehmoment und Leistung des Drehstrommotors in Abhängigkeit von der Drehzahl.

Für das Anlassen, d. h. bei der Drehzahl Null, ergibt unser Diagramm ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist, wie bereits auf S. 418 hervorgehoben wurde, das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung an und für sich besonders klein. Man erreicht dann das Anziehen mit Belastung nur durch Einschaltung vom Widerstand in den Rotorkreis.

Zum vollständigen Verständnis dieser Tatsachen kommen wir allerdings erst im folgenden Abschnitt durch das Heylandsche Kreisdiagramm.

122. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors.

Wir bremsen den Motor fest, schalten einen induktionslosen Widerstand in den Rotorkreis und untersuchen den Motor als Transformator. Dabei treten Ströme und Kraftflüsse auf, die nach Größe und Phase dieselben sind, wie wenn der Motor bei derselben primären Stromstärke als Drehstrommotor läuft. Die Windungszahl soll zunächst auf Rotor und Stator dieselbe sein.

Wenn wir die primären Verluste vernachlässigen, so haben wir im Stator wegen der konstanten Klemmenspannung eine konstante elektromotorische Gegenkraft. Aus diesem Grunde ist der gesamte Statorkraft-

fluß bei allen Betriebszuständen derselbe wie bei Leerlauf. Er bleibt um 90° hinter der Klemmenspannung, deren Vektor in die Ordinatenachse gelegt ist, zurück und ist in Fig. 342 durch den Vektor OL dargestellt.

Dieser Statorkraftfluß zerfällt bei Leerlauf in den Statorstreufuß OF und in einen Luftkraftfluß FL , der bei Leerlauf in seiner vollen Stärke den Rotor durchdringt.

Bei Betrieb ist der gesamte Statorkraftfluß ebenfalls die Summe aus dem Statorstreufuß und dem Luftkraftfluß. Wenn der Vektor des primären Stromes bei einem bestimmten Betriebszustand in die Richtung OB fällt, so ist OA der primäre Streufuß N_{s_1} und der geometrisch ermittelte Rest AL der Luftkraftfluß bei Betrieb.

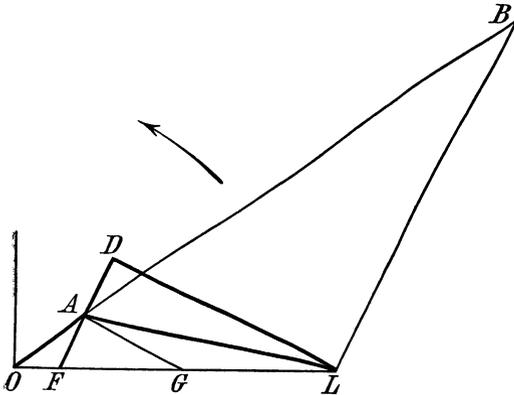


Fig. 342.

Kraftflüsse im Drehstrommotor.

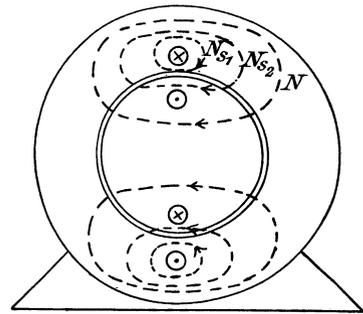
 OL Statorkraftfluß bei Leerlauf und Betrieb, OF Statorstreufuß bei Leerlauf, OA Statorstreufuß bei Betrieb, AD Rotorstreufuß bei Betrieb,

Fig. 343.

FL Luftkraftfluß bei Leerlauf,
 AL Luftkraftfluß bei Betrieb,
 DL Rotorkraftfluß bei Betrieb.

Dieser Luftkraftfluß AL durchdringt aber bei Betrieb nicht in seiner vollen Stärke den Rotor. Wie beim Transformator tritt nämlich ein Rotorstrom auf, der dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist.*) Sein Vektor falle in Fig. 342 in die Richtung BL , d. h. die Komponente des Statorstromes, die dem Rotorstrom das Gleichgewicht hält, fällt in die Richtung LB . Die magnetisierende Kraft dieser Komponente treibt nun, wie Fig. 343 zeigt, den Rotorstreufuß N_{s_2} seitlich durch den

*) Wir wollen dabei annehmen, daß durch Drehung des Rotors die Phasenwicklung des Rotors in eine zur Phasenwicklung des Stators genau symmetrische Lage gebracht ist. Wir fassen dann den Statorstrom in einer bestimmten Phase ins Auge und verstehen unter dem Rotorstrom den Strom in der entsprechenden Phase des Rotors. Beim Lauf des Rotors darf man nun allerdings unter dem Rotorstrom, wenn man ihn ins Diagramm einführt, nicht den Strom in einer einzelnen Phase des Rotors verstehen, da dieser eine andere Periodenzahl hat als

Rotorstreuweg. Der Vektor des vom Statorstrom erzeugten Rotorstreulflusses ist also parallel zu LB . Er werde in Fig. 342 durch AD dargestellt. Der geometrisch ermittelte Rest DL ist dann der Rotorstromfluß N bei Betrieb.

Dieser Rotorkraftfluß DL induziert nun im Rotor eine elektromotorische Kraft, die nach S. 257 um 90° hinter dem Kraftfluß DL zurückbleibt. Nun ist der Widerstand im Rotorkreis nach unserer Voraussetzung induktionslos, indem wir die Streulinien des Rotors vom Stator erzeugt sein lassen und die magnetisierende Wirkung des Rotorstromes im Luftweg und Statoreisen schon dadurch berücksichtigt ist, daß der Kraftfluß AL durch Stator- und Rotorstrom gemeinsam erzeugt wird. Demnach hat der Rotorstrom gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft im Rotor, er bleibt also ebenfalls um 90° hinter dem Kraftfluß DL zurück. Demnach ist der Winkel BLD und ebenso der Winkel LDA ein rechter.

Es soll nun weiter nachgewiesen werden, daß die Verbindungslinie AF die Verlängerung von DA ist. Es sei:

I_0 der Statorstrom bei Leerlauf,

I_1 der Statorstrom bei Betrieb,

I_2 der Rotorstrom bei Betrieb,

c_1 der bei offenem Rotor vom Statorstrom 1 Ampere erzeugte Luftkraftfluß,

τ_1 bzw. τ_2 das Verhältnis des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke zum Widerstand des Stator- bzw. Rotorstreuweges.

Da sich bei Leerlauf die parallel geschalteten Kraftflüsse im Luftraum und Statorstreuweg umgekehrt wie die magnetischen Widerstände verhalten, so ist:

$$FL = c_1 \cdot I_0 \text{ der Luftkraftfluß bei Leerlauf,}$$

$$OF = c_1 \cdot \tau_1 \cdot I_0 \text{ der Statorstreulfluß bei Leerlauf,}$$

$$OA = c_1 \cdot \tau_1 \cdot I_1 \text{ der Statorstreulfluß bei Betrieb,}$$

$$AD = c_1 \cdot \tau_2 \cdot I_2 \text{ der Rotorstreulfluß bei Betrieb.}$$

Gleichzeitig ist der Luftkraftfluß AL , der durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird, die Resultierende aus AB (in Phase mit dem Statorstrom I_1) und BL (in Phase mit dem Rotorstrom I_2). Dabei ist:

$$AB = c_1 \cdot I_1, \quad BL = c_1 \cdot I_2.$$

der Statorstrom. Man muß dann vielmehr, wenn man streng sein will, unter dem Rotorstrom einen Strom verstehen, der in den aufeinander folgenden Zeitpunkten in derselben Windungsebene des Rotors auftritt, wie sie die betrachtete Statorphase besitzt. Das setzt allerdings eigentlich eine unendlich große Phasenzahl voraus. Der Rotorstrom ist dann ein Wechselstrom, der an einem räumlich feststehenden Orte fließt, und zwar wird dieser Ort nacheinander von den verschiedenen Rotordrähten eingenommen.

Wir betrachten nun die Wirkung der synchron rotierenden Kraftflüsse auf eine rotierende Rotorphase. Ist s die relative Schlüpfung, so verhält sich die Periodenzahl, mit welcher die Kraftflüsse die rotierende Rotorphase schneiden, zur primären Periodenzahl wie $s:1$. Demnach ist die elektromotorische Kraft, die vom Stator aus auf eine rotierende Rotorphase induziert wird:

$$E_{12} = x_1 \cdot I_1 \cdot s.$$

Ebenso ist die elektromotorische Kraft, die von der synchron rotierenden Rotorerregung in einer Rotorphase induziert wird:

$$E_{22} = x_1 \cdot I_2 \cdot s \cdot (1 + \tau_2).$$

Die beiden elektromotorischen Kräfte E_{12} und E_{22} ergeben eine Resultierende, die gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch in einer rotierenden Rotorphase ist. Wir erhalten so ein sekundäres Spannungsdreieck DCF .

Wir beachten nun, daß der Höchstwert des synchron rotierenden, durch die drei Phasen zusammen erzeugten Rotorkraftflusses eine Rotorspule immer genau dann durchsetzt, wenn der Rotorstrom in dieser Spule den höchsten Wert hat. Wir erkennen dann, daß die elektromotorische Kraft E_{22} nicht nur nach S. 257 hinter dem vom Rotor erzeugten Drehfluß, sondern auch hinter dem Rotorstrom der Spule selbst um 90° zurückbleibt. Der Winkel DCF ist also gleich 90° .

Nun ist allerdings die Periodenzahl für alle sekundären Vektoren eine andere als für die primären. Es ist daher unzulässig, die beiden Spannungsdreiecke zu einem einzigen Vektordiagramm zu vereinigen. Es handelt sich indessen im folgenden nur um eine geometrische Konstruktion und nicht um ein Vektordiagramm.

Wir legen in Fig. 345 willkürlich den Vektor E_{22} in die Richtung des Vektors E_{21} . Daß dies rein willkürlich ist, erkennt man am besten, wenn man die Vektoren des primären und sekundären Spannungsdreieckes mit den verschiedenen Periodenzahlen rotieren läßt. Man sieht dann sofort, daß die Vektoren E_{21} und E_{22} nur für einen bestimmten Zeitpunkt aufeinander fallen.

In dem Augenblick, in welchem die beiden genannten Vektoren aufeinanderfallen, muß der Vektor E_{12} in die Richtung des Vektors E_{11} fallen, da der Winkel zwischen den synchron rotierenden Erregungen für beide Diagramme gleich ist. Ziehen wir nun AG parallel mit $I_2 \cdot R_2$, so wird:

$$\frac{FG}{OG} = \frac{FB}{OA} = \frac{E_{12} \cdot E_{21} / E_{22}}{E_{11}}.$$

Mit Benutzung der Gleichungen für die elektromotorischen Kräfte erhalten wir:

$$\frac{FG}{OG} = \frac{1}{(1 + \tau_1) \cdot (1 + \tau_2)} = \frac{1}{1 + \tau}, \quad \text{d. h. } \frac{FG}{OF} = \frac{1}{\tau}.$$

Dividieren wir nun sämtliche Vektoren durch $x_1 \cdot (1 + \tau_1)$, so wird, indem gleichzeitig die sekundäre Windungszahl berücksichtigt wird:

$$\begin{aligned} OF &= I_0, & FG &= \frac{I_0}{\tau}, \\ OA &= I_1, & AF &= \frac{I_2 \cdot z_2 / z_1}{1 + \tau_1}. \end{aligned}$$

Der Winkel FAG ist wie früher gleich 90° , d. h. der Punkt A liegt auf einem Halbkreis über FG . Die Einfachheit der Rechnungen bei der zuletzt gegebenen Ableitung ist bemerkenswert.

123. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm.

Wir können nun prüfen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit erfüllt ist. Nach Gleichung (60) auf S. 415 war die auf den Rotor übertragene Leistung für alle drei Phasen zusammen:

$$P_2 = 3 k \cdot N \cdot v \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot I_2.$$

Dabei ist N der Kraftfluß im Rotor. Nun ist, wenn N_0 der gesamte Statorkraftfluß ist, in Fig. 342:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{DL}{OL} = \frac{DL}{(1 + \tau_1) \cdot FL} = \frac{1}{1 + \tau_1} \cdot \frac{AG}{FG}.$$

Setzen wir für $\frac{AG}{FG}$ in Fig. 344 das Verhältnis $\frac{AH}{FA}$ und führen wir für FA den Wert $\frac{I_2 \cdot z_2}{(1 + \tau_1) \cdot z_1}$ ein, so erhalten wir:

$$N = \frac{N_0}{I_2} \cdot AH \cdot \frac{z_1}{z_2}.$$

Indem wir diesen Wert in die obige Gleichung für die auf den Rotor übertragene Leistung einsetzen, statt des Verhältnisses z_1/z_2 das Verhältnis z_1'/z_2' einführen und

$$k \cdot N_0 \cdot v \cdot z_1' \cdot 10^{-8} = e_1$$

setzen, erhalten wir die dem Rotor zugeführte Leistung gleich $3 e_1 \cdot AH$.

Hierin ist AH die Wattkomponente des Primärstromes. Die dem Rotor zugeführte Leistung ist also unter Vernachlässigung des Statorverlustes gleich der dem Stator zugeführten Leistung:

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Die Leistung P_2 wird durch einen mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \frac{v}{p}$ umlaufenden Kraftfluß auf den Rotor übertragen, gleichgültig, ob der Rotor läuft oder unter Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis festgebremst ist. Wir erhalten also das Drehmoment, wenn wir die Leistung $3 e_1 \cdot AH$ durch $\omega \cdot 9,81$ dividieren. Dadurch erhalten wir:

$$M_d = \frac{3e_1 \cdot AH}{\omega \cdot 9,81} = \frac{e_1 \cdot \rho}{20,5 \cdot \nu} \cdot AH.$$

Die Schlüpfung ergibt sich nach S. 417 zu:

$$s = \frac{3I_2^2 \cdot R_2}{P_2}.$$

Nun ist in Fig. 344 nach einem bekannten Satz der Planimetrie:

$$AF^2 = \frac{I_2^2 \cdot s_2^2}{(1 + \tau_1)^2 \cdot s_1^2} = \frac{I_0}{\tau} \cdot FH.$$

Wir lösen für I_2^2 auf, führen den gewonnenen Wert in die vorhergehende Gleichung ein, setzen $P_2 = 3e_1 \cdot AH$ und nach Fig. 344 $\operatorname{tg} \beta = \frac{FH}{AH}$, und erhalten:

$$s = \frac{I_0 \cdot R_2}{e_1} \cdot \frac{(1 + \tau_1)^2}{\tau} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{a})$$

Die relative Schlüpfung ist also der Tangente des Winkels β proportional.

Um weiter den Anlaufstrom OJ zu ermitteln, beachten wir, daß die Schlüpfung für den Anlauf 100 % beträgt, d. h. s wird gleich 1. Wir erhalten also in Fig. 344 nach Gleichung (a), wenn der Winkel β_0 sich auf eine Schlüpfung von 100 % entsprechend $s = 1$ bezieht:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{e_1}{I_0 \cdot R_2} \cdot \frac{\tau}{(1 + \tau_1)^2} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2}. \quad (\text{b})$$

Durch diese Beziehung läßt sich der Kurzschlußstrom OJ ermitteln.

Wir fällen nun, um ein Maß für die Schlüpfung zu erhalten, in Fig. 344 von einem Punkte K des Strahles GJ eine Senkrechte KN auf den Kreisdurchmesser. Diese Senkrechte schneidet die Verbindungslinie AG im Punkte M . Dann ergibt sich bei dem Statorstrom OA nach Gleichung (a) und (b):

$$s = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{MN}{KN}.$$

Wenn KN gleich 100 mm gemacht wird, so ist MN in Millimeter gleich der prozentischen Schlüpfung.

Zur Ermittlung der mechanischen Leistung ziehen wir die Verbindungslinie FJ , welche die Ordinate AH im Punkte P schneidet. Dann ist der Winkel FPH gleich β_0 und wir erhalten:

$$s = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{HF}{AH} : \frac{HF}{PH} = \frac{PH}{AH}.$$

Da die relative Schlüpfung gleich dem relativen Verlust im Rotor ist und AH ein Maß für die dem Rotor zugeführte Leistung P_2 ist, so

stellt in demselben Maße PH den Verlust im Rotor dar. Demnach ist die Differenz AP gleich der mechanischen Leistung P , d. h.:

$$P = 3 e_1 \cdot AP.$$

Diese mechanische Leistung besteht aus der für Reibung verbrauchten Leistung und der Nutzleistung.

Von Interesse ist ein Betriebszustand, bei dem die Schlüpfung mehr als 100 % beträgt. Das ist z. B. der Fall, wenn bei einem im Hubsinne eingeschalteten Kranmotor so viel Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet wird, daß das Drehmoment nicht zum Ziehen der Last genügt.

Die Last treibt dann den Motor, dessen Drehfeld im Hubsinne umläuft, in umgekehrtem Sinne an. Die auf diese Weise mechanisch zugeführte Arbeit und die dem Stator elektrisch zugeführte Arbeit setzen sich im Rotorwiderstand in Joulesche Wärme um, und der Motor wird dadurch gebremst (Gegenstrom-Senkbremsung).

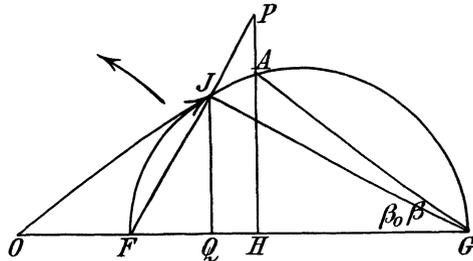


Fig. 346. Senken einer Last durch einen im Hubsinne eingeschalteten, mit einer Schlüpfung über 100 % arbeitenden Kranmotor.

Für einen solchen Betriebszustand liegt der Endpunkt A des primären Stromvektors, von F aus gesehen, jenseits des Kurzschlußpunktes J , der selbst infolge des großen Rotorwiderstandes stark nach links gerückt ist (Fig. 346). Der Schnittpunkt P des Strahles FJ mit AH fällt jetzt in die Verlängerung von AH . Wie früher, ist jetzt wieder:

AH ein Maß für die elektrisch zugeführte Leistung,

AP ein Maß für die mechanische Leistung, die aber jetzt von der Last geleistet wird,

PH die im Rotor in Wärme umgesetzte Leistung.

Verringert man jetzt den Rotorwiderstand, so wird der Winkel β_0 größer, und der Punkt J fällt schließlich mit dem Punkt A zusammen, so daß das Kurzschlußdrehmoment gleich dem Lastmoment wird und der Motor still steht. Eine Verringerung des Rotorwiderstandes bewirkt also in diesem Falle eine kleinere Drehzahl.

Von praktischem Interesse ist ferner der Fall, wo der Punkt A auf dem Kreise nach links rückt, bis er unterhalb der Abszissenachse liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Motor ohne Änderung der Schaltung in seiner alten Drehrichtung mechanisch mit einer übersynchronen Geschwindigkeit angetrieben wird. Bei Umkehrung der Drehrichtung, z. B. beim Übergang vom Heben zum Senken bei Kranmotoren, ist die Schaltung zu ändern, d. h. der Motor ist im Senksinne einzuschalten, wie wenn er im Senksinne Arbeit leisten soll. Ist die Last sehr klein und die Reibung

des Getriebes groß, so läuft die Maschine auch wirklich als Motor und bewegt dabei die Last nach abwärts. Überwiegt dagegen die Last über das Drehmoment der Reibung, so treibt sie die Maschine mit übersynchroner Geschwindigkeit als Generator an. Die elektrische Leistung wird dabei negativ, d. h. der Motor nimmt nicht mehr elektrische Leistung auf, sondern er gibt sie ab unter Verbrauch von mechanischer Leistung. Er ist zu einem asynchronen Generator geworden. Auf diese Weise läßt sich die elektrische Bremsung bei Drehstrom leicht ausführen. Auch für Zentralen hat sich der asynchrone Generator infolge der Einfachheit seiner Konstruktion eingeführt. Allerdings entnimmt er, wie früher, seinen Magnetisierungsstrom dem Netz, das also beispielsweise gleichzeitig von einem synchronen Generator gespeist werden muß. Der asynchrone Generator kann aber auch den zu seiner Erregung erforderlichen wattlosen Strom dadurch erhalten, daß er auf einen übererregten Synchronmotor bzw. übererregten rotierenden Umformer arbeitet.

124. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment.

Die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke ist in Fig. 344 am geringsten, wenn der primäre Stromvektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Für diesen Betriebszustand wird der Motor im allgemeinen gebaut. Der größte Leistungsfaktor ergibt sich dann aus Fig. 344 durch die Beziehung:

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{I_0/2 \tau}{I_0 + I_0/2 \tau} = \frac{1}{1 + 2\tau}. \quad (62)$$

Der größte Leistungsfaktor hängt also unter Vernachlässigung der primären Verluste allein vom Streufaktor τ ab.

Die unten folgende Zahlentafel gibt den größten Leistungsfaktor für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten unter der Annahme, daß τ_1 gleich τ_2 ist. Wir erkennen, daß ein Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei ein Koeffizient $\tau_1 = \tau_2 = 0,03$ erfordert wird.*) Ferner ergibt sich aus Fig. 344, daß

*) Heyland erreicht einen Wert $\cos \varphi = 1$, indem er den Magnetisierungsstrom nicht dem Stator, sondern mit Hilfe eines aus wenigen Lamellen bestehenden Kollektors dem Rotor zuführt. Die im Rotor zwischen den Kollektorbürsten induzierte elektromotorische Kraft ist außerordentlich gering, da jeder einzelne Draht nur mit der Periodenzahl der Schlüpfung vom Drehkraftfluß geschnitten wird. Daher genügt eine ganz geringe Spannung, um den Magnetisierungsstrom durch die Rotorwicklung zu treiben. Gewöhnlich wird diese Spannung von einigen wenigen Statorspulen abgenommen. Infolgedessen ist der Verbrauch dieses wattlosen Stromes fast ohne Einfluß auf den ganzen, dem Motor zufießenden Strom, und die Phasenverschiebung zwischen der primären Spannung und dem primären Strom ist praktisch gleich Null (vergl. ETZ 1901, S. 633; 1902, S. 28 und 533; 1903, S. 51, 72, 95 und 213).

der günstigste Betriebsstrom I_1 , dessen Vektor die Tangente bildet, durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$I_1^2 = \left(\frac{I_0}{2\tau} + I_0\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{I_0}{I_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1+\tau}}.$$

Die Werte von I_0/I_1 sind in der folgenden Zahlentafel für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten angegeben. Man erkennt daraus, daß unter der Annahme eines günstigsten normalen Betriebszustandes der Leerstrom $\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$ des Betriebsstromes ist. Dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom wird durch den Luftraum zwischen Stator und Rotor veranlaßt und bildet, obgleich er wattloser Strom ist, einen gewissen Nachteil des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Stator und Rotor ist der Leerstrom immer noch das 0,197 fache des normalen Betriebsstromes.

Um die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei normalem Betrieb mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der primäre Vektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Ist I_1 wieder der normale Strom, d. h. die Tangente, so ist $I_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}$ nach der Gleichung für M_d auf S. 436 ein Maß für das normale Drehmoment, während der Halbmesser $\frac{I_0}{2\tau}$ ein Maß für das größte Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit mit Benutzung von Gleichung (62) nach der Gleichung:

$$\frac{\text{Größtes Drehmoment}}{\text{Normales Drehmoment}} = \frac{I_0/2\tau}{I_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}} = \frac{I_0}{I_1} \cdot \frac{1+2\tau}{2\tau}.$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten senkrechten Reihe in der folgenden Zahlentafel berechnet.

$\tau_1 = \tau_2$	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	$\cos \varphi_{max} = \frac{1}{1+2\tau}$	$\frac{I_0}{I_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1+\tau}}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{I_0}{I_1} \cdot \frac{2\tau+1}{2\tau}$
0,07	0,145	0,776	0,355	1,58
0,06	0,124	0,802	0,33	1,65
0,05	0,103	0,83	0,305	1,78
0,04	0,082	0,86	0,075	1,95
0,03	0,061	0,892	0,24	2,2
0,02	0,040	0,925	0,197	2,63

Man erkennt, daß eine Überlastung auf das 2,6 fache des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments schwer erreicht wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so bauen, daß der normale

Statorstrom kleiner ist als die Tangente. Das wird den Winkel φ nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Von besonderem Interesse ist nun das Drehmoment beim Angehen oder das Anzugsmoment. Ist der Rotorwiderstand gleich Null, so ergibt sich nach Gleichung (b) auf S. 436:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{e_1}{I_0 \cdot R_2} \cdot \frac{\tau}{(1 + \tau_1)^2} \cdot \frac{z_2^2}{z_1^2} = \infty.$$

Der Winkel β_0 ist dann 90° und die Punkte J und G in Fig. 344 fallen zusammen. OG ist also der Anlaufstrom im Stator, falls der Rotorwiderstand gleich Null ist. In diesem Falle ist auch die Kreisordinate und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null. Dies erklärt sich, wie früher, daraus, daß bei Kurzschluß alle Kraftlinien aus dem Rotor in den Streuweg des Rotors gedrängt werden, so daß die Drähte des Rotors überhaupt nicht mehr in einem wirksamen Felde liegen.

Aber auch wenn statt des Widerstandes Null der praktische Wert des Rotorwiderstandes in die Gleichung für β_0 eingesetzt wird, ist die Richtung des Strahles OJ immer noch sehr steil. Der Punkt J in Fig. 344, der dem Augenblick des Anlaufens entspricht, liegt also im allgemeinen niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaßwiderstandes im Rotorkreis der Widerstand R_2 beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der obigen Gleichung der Winkel β_0 kleiner, so daß die Kreisordinate und das Drehmoment beim Anlassen vergrößert werden.

125. Das genaue Heylandsche Kreisdiagramm.

Das Diagramm in Fig. 344 gilt für einen Motor, dessen Statorwiderstand gleich Null ist, und der von einer konstanten Klemmenspannung gespeist wird.

Das Diagramm gilt aber auch für einen Motor, dessen Statorwiderstand nicht gleich Null ist, vorausgesetzt, daß der Ohmsche Spannungsverlust im Stator durch eine, je nach dem Betriebszustand verschiedene Erhöhung der Klemmenspannung ausgeglichen wird. Kurz gesagt: Das Diagramm in Fig. 344 gilt für konstante elektromotorische Kraft.

Wir wollen annehmen, daß der primäre Spannungsabfall bei jedem Betriebszustand durch eine entsprechende zusätzliche Spannung ausgeglichen ist, so daß die elektromotorische Gegenkraft konstant gleich der normalen Netzspannung e_1 ist. Dieser elektromotorischen Kraft entspricht ein konstanter Kraftfluß im Stator, d. h. ein bei den verschiedenen Klemmenspannungen konstanter Leerstrom OF . Demnach bleibt das Diagramm unverändert, abgesehen davon, daß der in die Ordinatenachse fallende Vektor nicht mehr die Klemmenspannung darstellt, sondern die Komponente derselben, die zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft dient.

Das Diagramm kann uns nun dazu dienen, den geometrischen Ort für den Endpunkt des Vektors des Statorstromes bei konstanter Klemmenspannung zu ermitteln.*) Es sei in Fig. 347:

e_1 die normale Klemmenspannung,

OA der Primärstrom bei der erhöhten Klemmenspannung,

AB parallel zu QO gleich $\frac{E_1}{R_1} = \frac{e_1}{R_1} = \text{konstant}$,

dann ist OB die erhöhte Klemmenspannung, dividiert durch den Statorwiderstand R_1 .

Wenn wir nun von dem Diagramm für konstante elektromotorische Kraft zu dem Diagramm für konstante Klemmenspannung übergehen wollen, so haben wir das Dreieck OAB in der Form unverändert zu lassen, aber alle Seiten im Verhältnis OQ zu OB zu verkleinern und dann das Dreieck entgegen dem Uhrzeiger um O als Drehpunkt so weit zu drehen, daß der verkleinerte Vektor OB mit OQ zusammenfällt. Das so gewonnene Dreieck OPQ entspricht dann dem primären Spannungsdreieck bei konstanter Klemmenspannung. In diesem Dreieck ist:

$OP = I_1$ der Statorstrom bei der normalen Klemmenspannung;

OQ proportional der Klemmenspannung, die jetzt den normalen Betrag hat;

PQ proportional dem Teil der normalen Netzspannung, der für die elektromotorische Gegenkraft verbraucht wird.

Die Verlängerung von QP schneide die Verlängerung von BA im Punkte C . Dann folgt aus der Gleichheit der drei Winkel ε , daß OC gleich QB , also auch gleich OA ist.

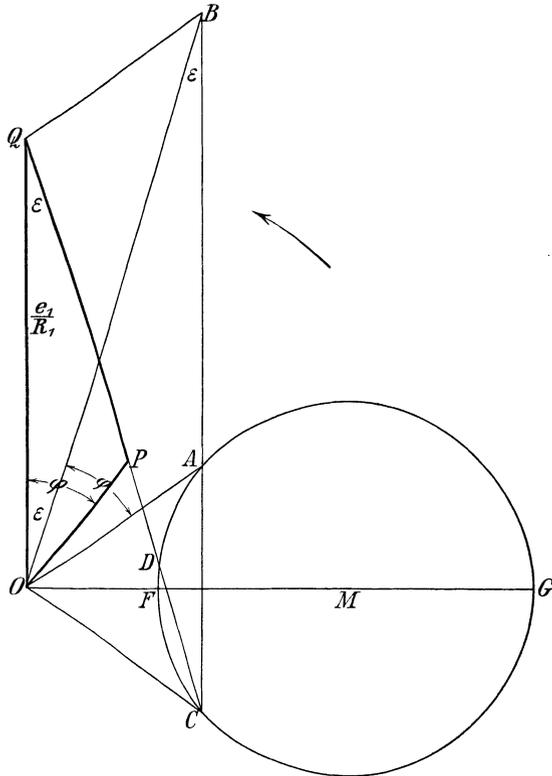


Fig. 347. Ermittlung des genauen Heylandschen Diagrammes.

*) Vergl. Sumec, ETZ 1910, S. 110.

Demnach liegt der Schnittpunkt C ebenso wie der Punkt A auf dem Heylandschen Kreise.

Nun verhält sich wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke OPQ und OAB , also auch der Dreiecke OPQ und COQ ,

$$\frac{QP}{QO} = \frac{QO}{QC}$$

oder, da $QO = e_1/R_1$ ist:

$$QC \cdot QP = \frac{e_1^2}{R_1^2}. \quad (a)$$

Ist nun D der zweite Schnittpunkt des Vektors QP mit dem Heylandschen Kreise und bezeichnen wir die Tangente von Q an den Kreis mit z/R_1 , wo z eine noch näher zu bestimmende konstante Größe ist, so wird:

$$QD \cdot QC = \frac{z^2}{R_1^2},$$

oder nach Gleichung (a):

$$QP = \frac{e_1^2}{z^2} \cdot QD. \quad (b)$$

Wie die Gleichung (b) zeigt, haben wir, um den Punkt P zu erhalten, den Strahl QD im Verhältnis $e_1^2 : z^2$ zu verkleinern. Demnach ist der geometrische Ort des Punktes P ebenso wie der des Punktes D ein Kreis (Fig. 348). Sein Mittelpunkt M_0 liegt auf der Verbindungslinie QM um die Strecke $QM_0 = QM \cdot \frac{e_1^2}{z^2}$ von Q entfernt und sein Radius $r_1 = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2}$ ist ebenfalls im Verhältnis $\frac{e_1^2}{z^2}$ kleiner als der Radius r des Kreises um den Mittelpunkt M (genauer Heylandscher Kreis). Dieses genaue Kreisdiagramm, das die primären Kupferverluste berücksichtigt, wurde bereits in der grundlegenden Heylandschen Arbeit in der ETZ 1894 entwickelt.

Die Abszisse für den Mittelpunkt M_0 des genauen Heylandschen Kreises ist ebenfalls im Verhältnis $e_1^2 : z^2$ kleiner als die Abszisse OM , d. h.:

$$OS = OM \cdot \frac{e_1^2}{z^2}.$$

Die Ordinate M_0S für den Mittelpunkt M_0 des genauen Heylandschen Kreises ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke QOM und M_0SM zu:

$$M_0S = \frac{e_1}{R_1} \cdot \frac{OM - OS}{OM}$$

oder mit Hilfe der darüberstehenden Gleichung:

$$M_0S = \frac{e_1}{R_1} \left(1 - \frac{e_1^2}{z^2} \right).$$

Dabei ist, wenn wir in Fig. 347 von Q aus die Tangente z/R an den Kreis gelegt und den Berührungshalbmesser $\frac{I_0}{2\tau}$ gezogen denken:

$$\frac{z^2}{R_1^2} = QM^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2 = \frac{e_1^2}{R_1^2} + \left(I_0 + \frac{I_0}{2\tau}\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2$$

oder:

$$z^2 = e_1^2 + \frac{(1 + \tau)}{\tau} I_0^2 R_1^2.$$

Zur graphischen Ermittlung des genauen Heylandschen Kreises ziehen wir in Fig. 348 zunächst den Strahl QF . Die Punkte A und C der Fig. 347 fallen beim Leerlauf in den Punkt F zusammen, d. h. QC fällt in die Richtung von QF . Der dem Leerlaufpunkt F entsprechende Punkt F_0 des genauen Heylandschen Kreises liegt also auf dem Strahl QF . Ebenso liegt der dem Kurzschlußpunkt G entsprechende Punkt G_0 des genauen Heylandschen Kreises auf der Verbindungslinie QG . Da der Motor bei Leerlauf (Stillstand bei offenem Motor oder absoluter Leerlauf), ebenso wie bei Kurzschluß sich genau wie eine Spule mit Ohmschem und induktivem Widerstand verhält, so sind die Winkel OF_0Q und OG_0Q je gleich 90° .

Wir haben also nur die Verbindungslinien QF und QG zu ziehen. Die Schnittpunkte F_0 und G_0 dieser Verbindungslinien mit einem Halbkreis über e_1/R_1 sind die Endpunkte des primären Stromvektors bei Leerlauf und Kurzschluß. Wir schlagen dann von einem Punkte der Verbindungslinie QM , der von den Punkten F_0 und G_0 gleich weit entfernt ist, den genauen Kreis mit dem Radius M_0F_0 oder M_0G_0 .

Dabei läßt sich nachweisen, daß der Strahl OF_0 die Verbindungslinie QG und der Strahl OG_0 die Verbindungslinie QF in der Höhe des Mittelpunktes M_0 schneiden, und daß diese Schnittpunkte E und C auf dem genauen Heylandschen Kreise liegen, wodurch sich eine Kontrolle der Zeichnung ergibt.

Die angegebene Zeichnung läßt sich nur für kleine Motoren durchführen, da nur bei diesen der Ohmsche Widerstand einen verhältnismäßig großen Einfluß hat. Bei großen Motoren mit gutem Wirkungsgrad wird die Strecke $OQ = \frac{e_1}{R_1}$ so groß, daß man Hilfskonstruktionen anwenden muß. Der Einfluß des Statorwiderstandes zeigt sich dann wesentlich darin, daß der Kreismittelpunkt um eine kleine Strecke M_0S fast senkrecht nach oben verschoben wird, während der Durchmesser fast genau gleich $\frac{I_0}{\tau}$ ist.

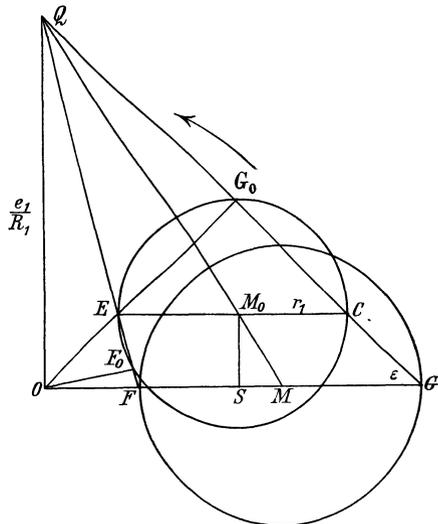


Fig. 348. Graphische Ermittlung des genauen Heylandschen Kreises.

Ist z. B., wie bei einem 440-KW-Motor der Maschinenfabrik Örlikon:*)

$$e_1 = 1900, \quad I_0 = 36, \quad R_1 = 0,4, \quad \tau = 0,117,$$

so ergibt sich der Halbmesser des Heylandschen Kreises zu:

$$r = \frac{I_0}{2\tau} = 154.$$

Demnach in Fig. 348:

$$OM = I_0 + \frac{I_0}{2\tau} = 190.$$

Demnach:

$$z^2 = e_1^2 + \left(\frac{1+\tau}{\tau}\right) \cdot I_0^2 R_1^2 = 3610 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^8.$$

Wenn wir also bei z^2 das zweite Glied vernachlässigen, so machen wir nur einen Fehler von 2 auf 3600, und es wird $z^2 = e_1^2$. Nach der Gleichung für OS auf S. 442 wird dann in Fig. 348 OS gleich OM . Ebenso wird der Radius des genauen Kreises nach S. 442 praktisch gleich dem Radius des Heylandschen Kreises. Der Mittelpunkt liegt dann fast genau senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises in der Entfernung:

$$M_0S = \frac{e_1}{R_1} \cdot \left(1 - \frac{e_1^2}{z^2}\right) = 2,6.$$

Ossanna hat angegeben, wie man zeichnerisch das Drehmoment, die Nutzleistung und die Schlüpfung dem Diagramm entnimmt.***) Es ist jedoch fraglich, ob die der Zeichnung zugrunde liegenden Rechnungen einfach genug sind, um ihre praktische Verwendung zu ermöglichen. Das genaue Kreisdiagramm ist überhaupt nur in einer einzigen, allerdings nicht unwesentlichen Beziehung von Bedeutung, nämlich deswegen, weil es zeigt, daß der Leistungsfaktor durch die Statorverluste verbessert wird. Von merkbarem Einfluß ist auch dies nur bei Motoren mit verhältnismäßig großen Statorverlusten.

126. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

Man verwendet in der Praxis meist ein von Heyland angegebenes vereinfachtes Diagramm, bei dem ein den Verlusten im Stator und im Rotor entsprechender Betrag von den Ordinaten des ursprünglichen Diagramms abgezogen wird. Der dadurch gemachte Fehler ist verhältnismäßig gering gegenüber dem durch Einfachheit des Diagramms gewonnenen Vorteil.

Im vorigen Abschnitt hat sich ergeben, daß der Halbmesser des tatsächlichen Diagrammkreises fast genau gleich $I_0/2\tau$ ist und der Mittelpunkt dieses Kreises um die kleine Strecke M_0S fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diesen Betrag, lassen also den tatsächlichen Diagrammkreis mit dem ur-

*) ETZ 1900, Heft 52.

**) Zeitschrift für Elektrotechnik und Maschinenbau 1899, Heft 19 bis 21.

sprünglichen Kreis zusammenfallen. Der Vektor der primären Klemmenspannung fällt dabei in die Ordinatenachse, und die primär zugeführte Leistung in Fig. 349 ist:

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Von dieser primär zugeführten Leistung ziehen wir nun die einzelnen Verluste ab. Dabei empfiehlt es sich, für den Kupferverlust in einer Statorphase anstatt des Betrages $I_1^2 \cdot R_1$ den Betrag $I_1^2 \cdot R_1 - I_0^2 \cdot R_1$ einzuführen und die Größe $I_0^2 \cdot R_1$ statt dessen bei den Reibungsverlusten mit einzuführen. Dies ist um so angemessener, als die beim Versuch gemessene Leerlaufarbeit neben den Reibungsverlusten die Größe $I_0^2 \cdot R_1$ mit einschließt. Wir erhalten dann nach dem allgemeinen Pythagoras im Dreieck OFA

$$I_1^2 - I_0^2 = FA^2 + 2 I_0 \cdot FH,$$

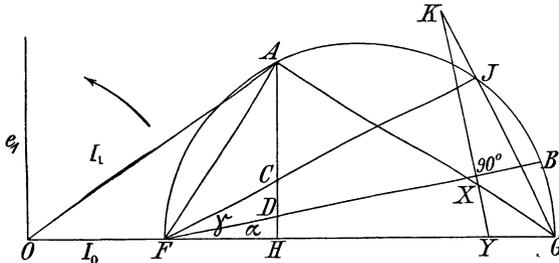


Fig. 349. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

oder wenn wir $FA^2 = FH \cdot I_0/\tau$ setzen und auf beiden Seiten mit R_1 multiplizieren:

$$(I_1^2 - I_0^2) R_1 = \left(\frac{1 + 2\tau}{\tau} \right) FH \cdot I_0 R_1. \quad (a)$$

Wir ziehen nun den Strahl FB so, daß die Gleichung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + 2\tau}{\tau} \cdot \frac{I_0 \cdot R_1}{e_1}.$$

Dann ergibt sich:

$$FH = \frac{DH}{\operatorname{tg} \alpha}$$

oder nach Gleichung (a)

$$3 (I_1^2 - I_0^2) \cdot R_1 = 3 \cdot e_1 \cdot DH.$$

Der Verlust in einer Rotorphase ist gleich $I_2^2 \cdot R_2$. Nun gilt mit großer Annäherung auch bei Berücksichtigung des Statorwiderstandes nach S. 432 die Gleichung:

$$I_2 = FA (1 + \tau_1) \cdot \frac{z_1}{z_2}.$$

Demnach ist der Verlust in einer Rotorphase, wenn $FA^2 = FH \cdot \frac{I_0}{\tau}$ gesetzt wird:

$$I_2^2 \cdot R_2 = FH \cdot \frac{I_0}{\tau} (1 + \tau_1)^2 \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot R_2. \quad (b)$$

Wir ziehen nun den Strahl FI so, daß die Gleichung erfüllt ist:

$$tg \gamma - tg \alpha = \frac{I_0 \cdot R_2}{r \cdot e_1} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} (1 + r_1)^2. \quad (c)$$

Demnach ist:

$$CD = CH - DH = FH \cdot (tg \gamma - tg \alpha)$$

oder nach Gleichung (b) und (c):

$$3 I_2^2 \cdot R_2 = 3 e_1 \cdot CD.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung, die zugleich ein Maß für das Drehmoment gibt, ist dann

$$P_2 = 3 e_1 \cdot AD$$

und die mechanische Leistung, welche die Leerlaufarbeit mit einschließt, wird:

$$P = 3 e_1 \cdot AC.$$

Von dieser mechanischen hat man dann die Leerlaufleistung abzuziehen, um die Nutzleistung zu erhalten.

Um nun die Schlüpfung zeichnerisch zu ermitteln, ziehen wir von einem beliebigen Punkt K des Strahles GI eine Senkrechte auf FB , welche GA im Punkte X und FG im Punkte Y schneidet. Dann sind die Winkel CFD und GKY einander gleich, weil ihre Schenkel paarweise aufeinander senkrecht stehen. Ebenso ist nach der Konstruktion Winkel FCD gleich dem Winkel KGY . Demnach sind die Dreiecke FCD und KGY einander ähnlich, d. h.:

$$\frac{YG}{KY} = \frac{CD}{FD}.$$

Andererseits sind die Winkel FAD und XGY einander gleich und ebenso nach der Konstruktion die Winkel FDH und KYF .

Demnach sind auch die Dreiecke FAD und XGY einander ähnlich, d. h.

$$\frac{XY}{YG} = \frac{FD}{AD}.$$

Multiplizieren wir die beiden letzten Gleichungen miteinander, so erhalten wir:

$$\frac{XY}{KY} = \frac{CD}{AD}.$$

Nun stellt das Verhältnis $CD : AD$ das Verhältnis des Verlustes im Rotor zu der auf den Rotor übertragenen Leistung dar. Dies Verhältnis ist aber nach S. 417 gleich der relativen Schlüpfung. Wir erhalten also diese zu:

$$s = \frac{XY}{KY}.$$

Wird KY so gezogen, daß die Länge KY gleich 100 mm wird, so liefert uns die Strecke XY in Millimeter unmittelbar die prozentische Schlüpfung.

127. Praktisches Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, das Heylandsche Diagramm für einen praktisch ausgeführten Motor zu zeichnen, und wählen dazu einen Motor der Maschinenfabrik Örlikon.*) Der Motor ist für eine Leistung von 440 Kilowatt bei der besonders niedrigen Drehzahl von 75 Umdrehungen in der Minute gebaut. Diese niedrige Drehzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und infolgedessen, wie wir im 128. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde konnte die gewöhnliche Zahl von 50 Perioden nicht angewendet werden, sondern es mußte der Wert $\nu = 22,5$ gewählt werden. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu:

$$p = \frac{\nu}{n/60} = 18.$$

Der Durchmesser des Rotors beträgt rund 300 cm, der Abstand des Rotoreisens vom Statoreisen 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieckschaltung angeordneten Stators beträgt $e_1 = 1900$ Volt. Der Statorwiderstand ist $R_1 = 0,4$ Ohm für eine Phase, der Rotorwiderstand $R_2 = 0,016$ Ohm für eine Phase. Die Statorwicklung ist in 324 Nuten untergebracht. Jede Nut erhält 8 Drähte, so daß die primäre Drahtzahl sich zu $z_1 = 2592$ ergibt.

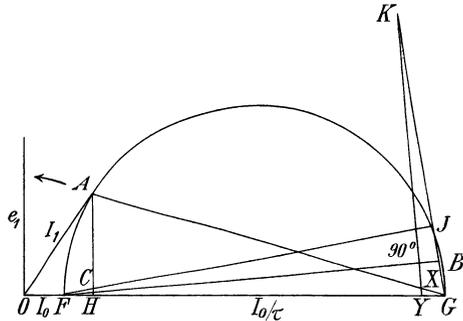


Fig. 350. Kreisdiagramm eines ausgeführten Motors.
1 mm = 6 Ampere.

Der Rotor besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Löchern untergebracht ist, so daß sich z_2 zu 432 ergibt. Stator und Rotor tragen beide Spulenwicklung. Der Leerstrom im Netzleiter ist zu 62 Ampere, der normale Betriebsstrom im Netzleiter zu 170 Ampere angegeben. Die entsprechenden Phasenströme erhalten wir also durch Division mit $\sqrt{3}$.

Zusammenstellung:

$$\begin{aligned} e_1 &= 1900 \\ R_1 &= 0,4 \\ R_2 &= 0,016 \\ z_1 &= 2592 \\ z_2 &= 432 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{62}{\sqrt{3}} = 36. \\ I_1 &= \frac{170}{\sqrt{3}} = 100 \text{ (normal)}. \end{aligned}$$

*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.

Auf Grund von Versuchen, die an dem Motor vorgenommen wurden, und die im folgenden Abschnitt besprochen werden sollen, ergab sich für den normalen Betriebszustand ein Streuungsfaktor:

$$\tau = 0,117 \quad \text{oder} \quad \tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Demnach erhalten wir zur Zeichnung des Diagramms die Daten:

$$OF = I_0 = 36, \quad FG = \frac{I_0}{\tau} = \frac{36}{0,117} = 306.$$

Ferner wird nach S. 445 und 446:

$$\begin{aligned} tg \alpha &= (1 + 2\tau) \cdot \frac{I_0 \cdot R_1}{\tau \cdot e_1} = 0,08, \\ tg \gamma &= \frac{I_0 \cdot R_2}{\tau \cdot e_1} \cdot (1 + \tau_1)^2 \cdot \frac{s_2^2}{s_1^2} + tg \alpha = 0,186. \end{aligned}$$

Wir zeichnen nun das Diagramm aus den Werten I_0 , $\frac{I_0}{\tau}$, α und γ (Fig. 350) und gehen dazu über, die Abhängigkeit der Stromstärke, des Wirkungsgrades, des Leistungsfaktors und der Drehzahl von der Belastung zu bestimmen, wobei wir unter der Belastung das nutzbare Drehmoment M_n verstehen. Dieses ergibt sich also nicht mehr, wie früher das gesamte Drehmoment M_d , aus der auf den Rotor übertragenen Leistung, sondern aus der Nutzleistung P_n in Verbindung mit der Drehzahl nach der Gleichung:

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Dabei ist, da der gesamte Leerverlust zu 16 000 Watt gemessen ist, nach S. 446 $P_n = 3 e_1 AC - 16 000$, wobei AC im Amperemaßstab zu messen ist. Demnach ist:

$$M_n = \frac{3 \cdot 1900 \cdot AC - 16 000}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} = 5550 \cdot \frac{(AC - 2,8)}{n} \text{ mkg.}$$

Zu diesem nutzbaren Drehmoment gehört ein primärer Strom:

$$I_1 = OA.$$

Da die Wattkomponente des primären Stromes gleich AH ist, so ergibt sich der Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{AC - 2,8}{AH}.$$

Wir ermitteln weiter die Drehzahl und ziehen dazu KY senkrecht auf FB , wobei die Strecke KY in Millimeter gleich der Drehzahl bei Leerlauf, also gleich $\frac{v \cdot 60}{p} = 75$ mm ist. *) Dann folgt leicht auf Grund des vorigen Abschnittes, daß KX in Millimeter unmittelbar gleich der Drehzahl ist:

$$n = KX \text{ in Millimeter.}^*)$$

*) In Fig. 350 ist KY gleich $75/2$ mm. Die abgelesenen Werte von KX in Millimeter sind also mit zwei zu multiplizieren, um die Drehzahl zu erhalten.

Auf diese Weise ergibt sich für beliebig gewählte Werte des Primärstromes I_1 außerordentlich schnell die folgende Zahlentafel. Die dritte wagerechte Reihe entspricht dem normalen, in Fig. 350 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte senkrechte Reihe enthält den Netzstrom I , der sich bei der Dreieckschaltung des Stators zu $\sqrt{3} \cdot I_1$ ergibt.

$I_1 =$ OA	$AC - 2,8$	AH	$\eta =$ $\frac{AC - 2,8}{AH}$	$n =$ 2. KX in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{AH}{OA}$	$M_n =$ 5550 $(AC - 2,8)$ n	I
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,793	64,8	0,57	9 700	490

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Fig. 351 gezeichnet, wobei das nutzbare Drehmoment als Abszisse aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das größte Drehmoment gleich 10 000 mkg, während das Dreh-

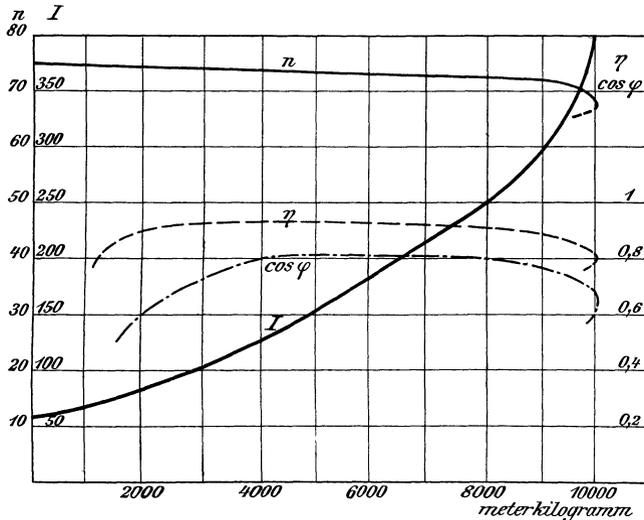


Fig. 351. Abhängigkeit der elektrischen und mechanischen Größen eines Drehstrommotors von der Belastung.

moment bei normalem Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann also auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netz von normal 173 Ampere auf 421 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem linken Teil des Dia-

gramms in Fig. 350 entommenen Werte sind daher nicht reell oder gelten vielmehr nur für die Anlaufperiode oder auch für die Auslaufperiode bei Überlastung, da ein überlasteter Motor nicht plötzlich sondern allmählich still steht.

Die Drehzahl ist beim normalen Betrieb gleich 73, was einer Schlüpfung von 2 auf 75 oder 2,7 % entspricht. Bei stärkerer Belastung nimmt die Drehzahl dauernd ab und sinkt bei der höchsten Belastung auf den Wert 66,6.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der normalen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Höchstwertes über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verlaufen. Es könnte auffallen, daß bei einem 440 Kilowatt-Motor nur ein totaler Wirkungsgrad von rund 92 % und nur ein Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,81$ erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Drehzahl unseres Motors eine große Polzahl mit sich bringt und dadurch eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und ebenso der Wirkungsgrad ungünstig. Ein normaler Motor derselben Firma für die gleiche Leistung und 370 Umdrehungen in der Minute bei 50 Perioden ergab z. B. $\cos \varphi = 0,92$, $\eta = 0,95$ und eine Schlüpfung von 1,5 %.

Wir werden uns nun im nächsten Abschnitt die Frage stellen, wie man den Streuungsfaktor τ , der die Grundlage für die Wirkungsweise des Motors bildet, durch den Versuch bestimmt, und wodurch seine Größe bedingt ist.

128. Der Streuungsfaktor.

Wenn der Rotor eine Phasenwicklung besitzt, so kann die Bestimmung des Streuungsfaktors τ in folgender Weise geschehen. Man legt eine primäre Klemmenspannung e_1 an den Stator und mißt die Spannung an den Klemmen der offenen Rotorwicklung. Der Drehstrommotor verhält sich dann wie ein ruhender unbelasteter Transformator. Die Klemmenspannungen e_1 und e_2 sollten sich dabei wie die Drahtzahlen z_1 und z_2 verhalten. Dabei ist natürlich gleiche Schaltung des Rotors und Stators vorausgesetzt. Bei ungleicher Schaltung ist die verkettete der beiden Spannungen durch den bekannten Faktor $\sqrt{3}$ zu dividieren. Außerdem ist, genau genommen, auch die Verschiedenheit der Koeffizienten k für die elektromotorische Kraft zu berücksichtigen (vergl. Abschnitt 91).

Wir erwarten nun an den Klemmen des Rotors eine Spannung $e_1 \cdot z_2 / z_1$. Da aber infolge der Streuung nicht alle vom Stator erzeugten Kraftlinien in den Rotor dringen, so ist die sekundäre Spannung e_2 kleiner als der theoretisch berechnete Wert $e_1 \cdot z_2 / z_1$. Das Verhältnis $\frac{e_1 \cdot z_2}{z_1} : e_2$ gibt uns dann das Verhältnis der gesamten vom Stator er-

zeugten Kraftlinien zu den auf den Rotor übertragenen Kraftlinien an. Nun verhält sich bei Leerlauf, wenn N den Kraftfluß im Rotor und N_{s_1} den primären Streufluß bezeichnet:

$$\frac{N}{N_{s_1}} = \frac{1}{\tau_1}.$$

Demnach:

$$\frac{N_{s_1} + N}{N} = 1 + \tau_1.$$

Wir erhalten also:

$$1 + \tau_1 = \frac{e_1 \cdot s_2 / s_1}{e_2}.$$

In derselben Weise können wir eine äußere Drehstromquelle an den Rotor legen und dabei die Spannung e_1 an den Klemmen des Stators messen. Ist e_2 die an den Rotor gelegte Spannung, so ist $e_2 \cdot s_1 / s_2$ der Wert der Statorspannung, falls alle im Rotor erzeugten Kraftlinien auch in den Stator dringen. Ist dagegen eine Streuung vorhanden, so ist die am Stator gemessene Spannung e_1 geringer als die theoretisch berechnete, und es ergibt sich wie oben:

$$1 + \tau_2 = \frac{e_2 \cdot s_1 / s_2}{e_1}.$$

Die Messungen müssen mit peinlicher Genauigkeit ausgeführt werden. Es ist dabei jedoch nicht durchaus nötig, daß die Spannungszeiger am Rotor und Stator vollständig übereinstimmen. Denn wenn bei beiden Messungen die Spannungszeiger am Rotor und Stator nicht vertauscht werden, so mißt man von den beiden Werten τ_1 und τ_2 den einen zu groß und den andern zu klein, so daß sich der Fehler im gesamten Streuungsfaktor τ heraushebt. Dieser ergibt sich aus den Werten von τ_1 und τ_2 nach S. 432.

Diese Art der Bestimmung des Streuungskoeffizienten hat den Vorzug großer Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie unmittelbar auf der Definition der Koeffizienten τ_1 und τ_2 beruht. Sie führt indessen in den meisten Fällen zu unbrauchbaren Ergebnissen, weil der Streuungskoeffizient tatsächlich nicht, wie wir bisher angenommen haben, einen unveränderlichen Wert hat. Bei hoher Stromstärke ist nämlich die Zahl der Streulinien und die Sättigung der Zahnstege sehr groß, der Widerstand des Streuweges ist also bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Da die Werte τ_1 und τ_2 dadurch ebenfalls kleiner werden, so arbeitet die Maschine bei Belastung günstiger, als nach dem oben ermittelten Wert von τ anzunehmen war.

Dadurch wird, streng genommen, die Gültigkeit des Heylandschen Diagramms beschränkt. Dieses gilt dann genau nur für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem angenommenen Wert von τ_1 und τ_2 entspricht. Es kommt daher vor allem darauf an, den Streuungskoeffizienten für den normalen

Betriebszustand zu ermitteln. Das geschieht, indem man den Rotor kurz schließt und den Statorstrom I_k bei ruhendem Rotor mißt. Unter der Annahme eines geringen Rotorwiderstandes fällt der Kurzschlußstrom $I_k = OJ$ in Fig. 344 mit dem Vektor OG zusammen. Man erhält auf diese Weise unmittelbar $OG = I_0 + \frac{I_0}{\tau} = I_k$. Man mißt außerdem den Leerstrom I_0 und erhält:

$$I_k = I_0 + \frac{I_0}{\tau}$$

oder:

$$\tau = \frac{I_0}{I_k - I_0}.$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Aber selbst wenn der Motor diese Stromstärke aushielte, würde die Messung kein brauchbares Resultat liefern, da die Sättigung der Zahnstege dabei weit größer ist als bei Betrieb. Man muß vielmehr eine solche Spannung an den Stator legen, daß bei Kurzschluß gerade der normale Betriebsstrom durch den Stator fließt. Dann sind die Streulinien während des Kurzschlusses dieselben wie bei normalem Betrieb, also ist auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und des Nutzfeldes dasselbe wie bei normalem Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemeingültigen Wert von τ , aber wenigstens den Wert von τ für den normalen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für I_0 ebenfalls der Magnetisierungsstrom bei der verkleinerten Spannung einzusetzen.

Ein Beispiel, bei dem wir auf den im vorigen Abschnitt erwähnten Motor zurückgehen, wird diese Methode deutlich machen. Die durch den Versuch ermittelten Angaben sind aus Nr. 52 der ETZ vom Jahre 1900 entnommen. Zur Ermittlung des Wertes von τ wurde der Rotor kurz geschlossen, wobei nicht die normale Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannungen von 600 und 390 Volt an den Stator gelegt wurden. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme in einem Netzleiter zu 200 und 110 Ampere, die Kurzschlußströme einer Phase also zu $I_k = 200/\sqrt{3} = 116$ und $110/\sqrt{3} = 63,7$ Ampere.

Um daraus die entsprechenden Werte von τ für die beiden Betriebszustände zu berechnen, ermitteln wir die Leerströme, die bei den Spannungen von 390 und 600 Volt auftreten würden. Diese Leerströme sind ganz wesentlich Magnetisierungsströme und dienen zur Magnetisierung der Luftstrecke zwischen Stator und Rotor. Demnach sind sie der erzeugten Kraftlinienzahl, also der elektromotorischen Gegenkraft E_1 proportional, sie verhalten sich also wie die Klemmenspannungen. Wenn wir also für eine bestimmte Klemmenspannung den Wert des Leerstromes kennen, so können wir daraus die Leerströme bei anderen Klemmenspannungen berechnen.

Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

e_1	I_0	I_k (gemessen)	$\tau = \frac{I_0}{I_k - I_0}$
1900	36 (gemessen)	—	—
600	$36 \cdot \frac{600}{1900} = 11,4$	116	0,109
390	$36 \cdot \frac{390}{1600} = 7,4$	63,7	0,131

Wir sehen deutlich, daß mit wachsender Stromstärke der Wert von τ kleiner wird, d. h. daß die Streuungskoeffizienten τ_1 und τ_2 nach der Zahlentafel auf S. 439 ebenfalls kleiner werden. Der Grund liegt wieder darin, daß mit wachsender Stromstärke die Streulinien schließlich wegen der Sättigung der Zahnstege kaum mehr zunehmen. Der prozentische Verlust durch Streuung wird also immer geringer, je stärker der Strom im Stator und Rotor ist.

Um nun den Wert von τ für den normalen Betriebszustand, also bei einem Phasenstrom $I_1 = 100$ Ampere zu ermitteln, interpolieren wir zwischen den Werten

$$\begin{aligned} I_k = 116 & & \tau = 0,109 \\ I_k = 63,7 & & \tau = 0,131. \end{aligned}$$

Für eine Stromstärke von 100 Ampere erhalten wir dann:

$$\tau = 0,117.$$

Aus der Gleichung für τ auf S. 432 ergibt sich dann, wenn wir $\tau_1 = \tau_2$ annehmen:

$$\tau = 2\tau_1 + \tau_1^2$$

oder mit Benutzung des Wertes $\tau = 0,117$:

$$\tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Dieser Wert erscheint im Verhältnis zur Leistung des Motors auf den ersten Blick als ungünstig, aber im Verhältnis zur großen Polzahl doch als günstig.

Der dritte Weg zur Aufnahme des Diagramms durch den Versuch besteht darin, daß man die Belastung des Rotors oder bei festgebremsten Rotor den Anlaßwiderstand im Rotorkreis ändert. Man mißt dann die Netzspannung e , den Netzstrom I und mit Hilfe eines oder mehrerer Wattmeter die zugeführte primäre Leistung P_1 . Dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot e \cdot I}.$$

Man legt dann die primäre Klemmenspannung in die Ordinatenachse, legt den Winkel φ daran und trägt auf dem anderen Schenkel des Winkels φ den primären Strom I_1 auf. Die Kurve, welche die Endpunkte des primären Vektors verbindet, ist allerdings wegen der Veränderlichkeit des Streufaktors τ genau genommen kein Kreis. Sie nähert sich aber für den

Bereich des praktischen Betriebes einem Kreise, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von τ verwendet werden kann. Die in Fig. 352 gezeichnete Kurve wurde unter Festbremsung des Rotors an einem Motor von 1 Kilowatt aufgenommen.

Da die Größe des Leistungsfaktors und die Überlastungsfähigkeit unmittelbar vom Streufaktor τ abhängen, so ergibt es sich als die erste Aufgabe beim Entwurf eines Drehstrommotors, die Streuung soweit wie möglich zu beschränken. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Löchern wegen des geringen Widerstandes des Streuweges vermieden werden muß. Der Streufluß wird bei geschlossenen Löchern besonders dann sehr groß, wenn die Löcher ziemlich weit von dem Luftzwischenraum entfernt sind. Liegen die Löcher dagegen unmittelbar am Luftzwischenraum, so daß die Stege der Zähne sehr dünn sind,

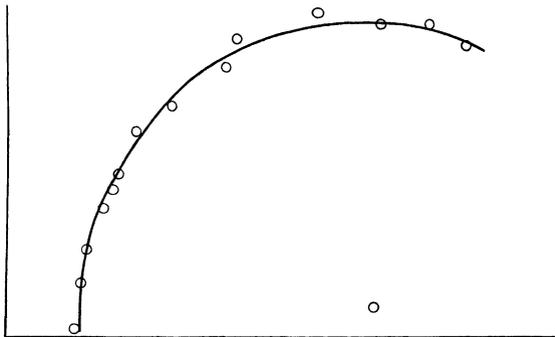


Fig. 352. Durch den Versuch aufgenommener Diagrammkreis eines Drehstrommotors.

so wird gegen eine geschlossene Nut weniger einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist, und weil sich die Wicklung dabei am leichtesten herstellen läßt. Derartige Nuten veranlassen aber eine Erhöhung des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke und daher des Magnetisierungsstromes, so daß der Leistungsfaktor sehr ungünstig wird. In der Regel werden daher halbgeschlossene Nuten verwendet.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Löcher für die Spulenseite anzuwenden, damit die Anzahl der Streulinien, die von den Ampere-drähten einer Nut geschaffen wird, möglichst gering wird. Gleichzeitig wird der die ganze Spulenseite umfassende Streufluß geringer. Diese Verringerung der Streuung bei Vergrößerung der Nutenzahl für die Spulenseite beruht weniger auf der Vergrößerung der Länge des Streupfades, als auf der Verkleinerung des Querschnittes des Streuweges. Mit der Anzahl der Nuten

nimmt nämlich auch die Anzahl der Zähne zu, und die Zahnfläche eines einzelnen Zahnes wird kleiner als bei geringer Anzahl von Zähnen. Für solche Streulinien, die alle Drähte der Spulenseite umfassen und daher besonders schädlich sind, ist dann nur eine kleine Zahnfläche zur Verfügung, aus welcher sie austreten. Sie kommen daher nur in geringer Anzahl zustande.

Natürlich kann man in der Erhöhung der Nutenzahl nicht beliebig weit gehen, weil bei großer Nutenzahl der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Statorwicklung in 3—5, die Rotorwicklung in 4—7 Löchern für die Spulenseite unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß bei Drehstrommotoren, besonders bei langsam laufenden Maschinen, verhältnismäßig große Durchmesser mit kleiner Eisenlänge in bezug auf Streuung günstig sind, da es bei verhältnismäßig großer Polteilung, leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Löcher zu verteilen. Allerdings erhöhen sich bei großem Durchmesser und geringer Eisenlänge die Kosten der Maschine. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung einer solchen Maschine ohne besondere Unkosten erheblich steigern kann, wenn man beim Entwurf die Eisenlänge größer wählt.

Außerdem ist bei großer Polteilung auch der Einfluß der Stirnstreuung wieder unverhältnismäßig groß.

Ein weiteres Mittel zur Verringerung des Streufaktors τ ist die Verringerung des Luftspaltes. Da in dem Faktor $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ das letzte Glied wegen seiner Kleinheit fast verschwindet, so ist nach der Bestimmung von τ_1 und τ_2 auf S. 431 der Wert von τ dem Luftwiderstand direkt proportional.*)

Es ist nun von Interesse, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzelnen Motor verwenden, bei dem man zur Vergrößerung des Luftspaltes den Rotor oder Stator abdreht. Denn dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern man vergrößert zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege. Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren mit den gleichen Konstruktionsdaten, insbesondere derselben Nutzenanordnung, aber mit verschiedenem großem Luftspalt.

Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner ist zunächst der Wert von τ , desto größer ist der größte Leistungsfaktor nach der Gleichung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{1}{1 + 2\tau}.$$

Ebenso ist natürlich bei dem Motor mit geringerem Luftabstande der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungs-

*) Vergl. Behrend, ETZ 1904, S. 59.

strom zur Erzeugung der durch die Klemmenspannung gegebenen Kraftlinien genügt.

Das größte Drehmoment, das durch die größte Kreisordinate, also durch den Wert $I_0/2\tau$ gegeben ist, ist dagegen bei beiden betrachteten Motoren gleich, da der Motor mit dem größeren Leerstrom I_0 auch einen proportional größeren Streufaktor τ besitzt. Das größte Drehmoment ist also unabhängig von der Größe des Luftspaltes. Dabei ist vorausgesetzt, daß die betrachteten Motoren in allen andern Größen übereinstimmen.

Von besonders großem Einfluß auf den Wert des Streufaktors τ ist nun die Periodenzahl. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Motoren, deren Eisengestell dieselben Abmessungen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung, Leistung und Drehzahl bestimmt sind. Der eine Motor soll aber für 50 Perioden, der andere für 30 Perioden gewickelt sein. Beide Motoren sollen in bezug auf Ausnutzung des Nutenquerschnittes, Stromdichte und Zahl der Ampere-drähte längs eines Zentimeters des Umfangs gleich sein.

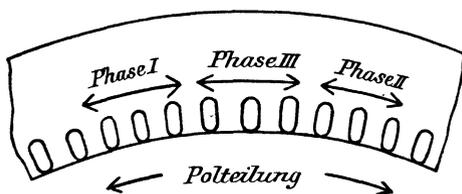


Fig. 353. Stator mit 3 Löchern für die Spulenseite.

Wenn wir von der Verschiedenheit des Leistungsfaktors beider Motoren absehen, so ist bei gleicher Leistung und Spannung auch die Stromstärke in beiden Fällen gleich. Die Bedingung einer gleichen Zahl der Ampere-drähte längs eines Zentimeters des Umfangs beider Motoren ist dann gleichbedeutend mit gleicher Drahtzahl. Bei gleicher Nutenzahl haben wir dann auch dieselbe Drahtzahl in einer Nut.

Dagegen sind beide Motoren in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden, nach der Gleichung:

$$p = \frac{\nu}{n_0/60}.$$

Wir müssen also bei gleicher Drehzahl dem Motor für 50 Perioden eine im Verhältnis 5:3 größere Polzahl geben als dem Motor für 30 Perioden. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3:5. Auf dem ersten Motor (Fig. 353) sind beispielsweise 3 Lächer für eine Spulenseite oder 9 Lächer für eine Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Lächer für eine Spulenseite oder 15 Lächer für eine Polteilung (Fig. 354). Die Drahtzahlen einer Spulenseite verhalten sich also wie 3:5.

Wenn z_1' wieder die Drahtzahl einer Phase ist, gilt die Gleichung:

$$e_1 = k \cdot N_0 \cdot \nu \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Darin setzen wir N_0 rund gleich der übertragenen Kraftlinienzahl $\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot Q_l$ und ν rund gleich $p \cdot n/60$ und erhalten:

$$e_1 = k \cdot \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot Q_l \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist $Q_l \cdot p$ der halbe Umfang der inneren Statorfläche, hat also in beiden Fällen denselben Wert. Da ferner auch die Werte e_1 , k , n und z_1' in beiden Fällen gleich sind, so folgt, daß beide Motoren mit derselben Kraftliniendichte $\mathfrak{B}_{\text{mittel}}$ arbeiten.

Nun ist bei gleicher Induktion der Hysteresisverlust der Periodenzahl proportional. Er ist also bei dem Motor mit 50 Perioden im Verhältnis 5:3 größer als bei dem Motor mit 30 Perioden.

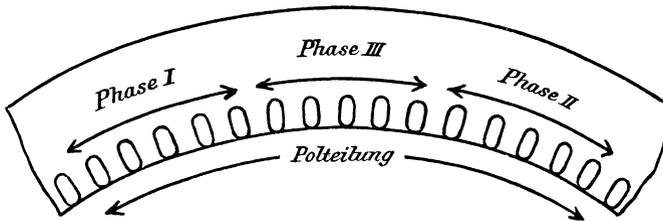


Fig. 354. Derselbe Stator wie in Fig. 353, jedoch mit 5 Löchern für die Spulenseite.

Ferner ergibt sich, daß zur Erzeugung derselben Induktion bei beiden Motoren auch dieselben Amperedrähte für eine Spulenseite erforderlich sind. Da die Spulenseite des ersten Motors im Verhältnis 3:5 weniger Drähte enthält, so verhalten sich die Leerströme der beiden Motoren wie 5:3, also direkt wie die Periodenzahlen. Bei ein und demselben Motor verhalten sich dagegen unter Voraussetzung derselben Klemmenspannung die Leerströme umgekehrt wie die Periodenzahlen.

Schwieriger gestalten sich die Verhältnisse, wenn wir den Streuungsfaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir erhalten bei 50 Perioden, entsprechend der geringen Polbreite, einen im Verhältnis 5:3 größeren Widerstand des Nutzfeldes als bei 30 Perioden. Da nun nach S. 431 der Wert von τ dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß er auch der Periodenzahl direkt proportional ist, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Widerstand des Streufeldes bei beiden Motoren gleich ist. Wir würden auf diese Weise zum Ergebnis kommen, daß Motoren für eine niedrigere Periodenzahl einen kleinen Streuungsfaktor τ , d. h. einen besonders guten Leistungsfaktor, aufweisen müssen. Behrend hat dieses Resultat ebenfalls durch den Versuch bestätigt. Es ist jedoch zweifelhaft, ob seine Versuche allgemeine Gültigkeit haben, da es etwas unsicher ist, ob wirklich der Widerstand des Streufeldes in beiden Fällen gleich ist.

Die Kopfstreuung ist nämlich in Fig. 354 infolge der größeren Stirnverbindungen viel größer als in Fig. 353. Der ungünstige Einfluß der vergrößerten Kopfstreuung wird allerdings zum Teil dadurch aufgehoben, daß der magnetische Widerstand zwischen den Zahnstegen in Fig. 354 größer ist, als in Fig. 353, weil der Teil der Streulinien, der die ganze Spulenseite umfaßt, jetzt 5 statt 3 Nutenöffnungen zu passieren hat. Es ist fraglich, ob die Vergrößerung der Kopfstreuung aufgehoben wird durch die Verringerung der Zahnstreuung.

Es ist bemerkenswert, daß die beiden betrachteten Motoren wesentlich die gleiche Überlastungsfähigkeit besitzen. Der Motor mit der größeren Polzahl hat zwar einen größeren Magnetisierungsstrom, aber auch einen größeren Streuungsfaktor τ . Infolgedessen ist bei ihm der Radius des Diagrammkreises und das größte Drehmoment fast ebenso groß, wie bei dem Motor für die geringe Periodenzahl.

Der wesentliche Unterschied beider Motoren besteht also in der Verschiedenheit des Magnetisierungsstromes und des Leistungsfaktors.

129. Doppeltverkettete Streuung.

Bisher haben wir das Wesen der Streuung dahin aufgefaßt, daß ein Teil des vom Stator ausgehenden Kraftflusses den Rotor nicht durchsetzt oder umgekehrt. Eine genaue Betrachtung*) lehrt indessen, daß die Streuung genauer als ein Verlust an Kraftflußverkettungen und nicht nur als ein Verlust an Kraftlinien aufzufassen ist. Die Strom- und Kraftflußdiagramme sind zwar sehr anschaulich, aber, wenn man streng vorgehen will, muß man auf die Diagramme der elektromotorischen Kräfte oder die damit proportionalen Kraftflußverkettungen zurückgehen, wie dies schon auf S. 433 geschehen ist. Wenn ein vom Stator ausgesandter Kraftfluß zwar in den Rotor dringt, aber mit den Rotorwindungen infolge Verschiedenheit der Nutenzahlen weniger verkettet ist als mit den Statorwindungen, so hat dies denselben Einfluß wie ein Kraftlinienverlust durch Streuung. Man bezeichnet diese Erscheinung als die doppeltverkettete Streuung.

Nun war nach Abschnitt 122 bei offenem Rotor:

$$1 + \tau_1 = \frac{\text{Gesamter Statorkraftfluß}}{\text{auf den Rotor übertragener Kraftfluß}} \quad (\text{a})$$

und ebenso, wenn wir bei offenem Stator vom Rotor aus erregen:

$$1 + \tau_2 = \frac{\text{Gesamter Rotorkraftfluß}}{\text{auf den Stator übertragener Kraftfluß}} \quad (\text{b})$$

Zur Berechnung der den Faktoren τ_1 und τ_2 entsprechenden Koeffizienten τ' und τ'' der doppelt verketteten Streuung multiplizieren wir die Kraftflüsse mit den Windungen, mit denen sie verkettet sind, d. h. wir führen statt des gesamten Statorkraftflusses die Selbstinduktivität L_{11}

*) Vergl. Rogowski und Simons, ETZ 1909, S. 219.

des Stators und statt des gesamten Rotorkraftflusses die Selbstinduktivität L_{22} des Rotors ein. Statt des übertragenen Kraftflusses tritt die gegenseitige Induktivität M auf. Dabei verstehen wir unter Induktivität hier die Kraftflußverkettung zwischen dem von allen drei Phasen erzeugten Kraftfluß und einer einzelnen, durch diesen Kraftfluß induzierten Phase.

Um die durch Multiplikation mit den Windungszahlen gemachte Änderung zu kompensieren, dividieren wir in entsprechender Weise wieder mit den Windungszahlen und erhalten:

$$1 + \tau' = \frac{L_{11}/z_1}{M/z_2} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{L_{11}}{M},$$

$$1 + \tau'' = \frac{L_{22}/z_2}{M/z_1} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{L_{22}}{M}.$$

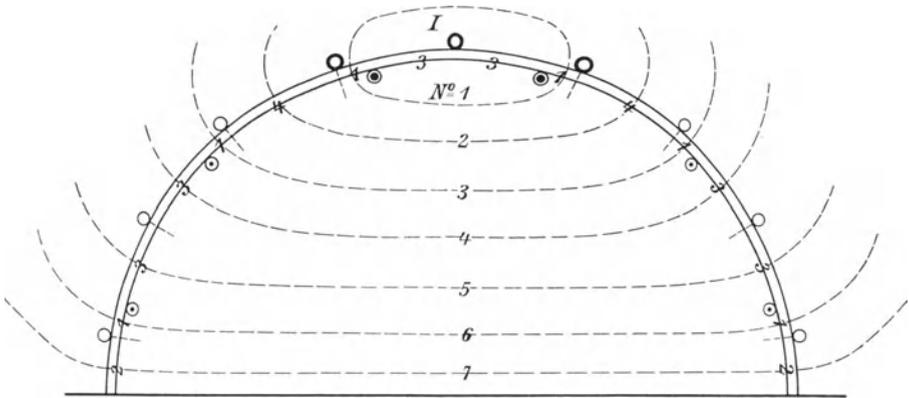


Fig. 355. Verkettung des Rotorkraftflusses mit einer Statorphase.
1. Hauptstellung des Rotors.

Genau wie nach der Gleichung:

$$1 + \tau = (1 + \tau_1) \cdot (1 + \tau_2)$$

berechnet sich dann der Gesamtfaktor τ_d der doppelt verketteten Streuung aus der Gleichung:

$$1 + \tau_d = (1 + \tau') \cdot (1 + \tau'') = \frac{L_{11} \cdot L_{22}}{M^2}.$$

Der Faktor τ_d addiert sich dann zu dem Streufaktor τ .*)

An einem Beispiel mit zwei Nuten pro Phase im Rotor und drei Nuten pro Phase im Stator soll die Berechnung des Koeffizienten der doppelt verketteten Streuung durchgeführt werden.

Zur Berechnung der gegenseitigen Induktivität nehmen wir in Fig. 355 und 356 an, daß die Maschine vom Rotor aus magnetisiert

*) Genau genommen ist der Gesamtfaktor τ_0 aus der Gleichung $1 + \tau_0 = (1 + \tau) \cdot (1 + \tau_d)$ zu berechnen.

wird und berechnen die in der Statorphase I auftretenden Kraftflußverkettungen, wenn diese Phase I von dem Höchstwert des vom Rotor erzeugten Kraftflusses durchsetzt wird. Dabei haben wir, wie im Abschnitt 116, zunächst anzunehmen, daß dieser Höchstwert nach Fig. 355 durch eine Rotorphase mit dem maximalen Strom und zwei Rotorphasen mit der halben maximalen Stromstärke erzeugt wird, während im zweiten Grenzfall zwei Rotorphasen mit je dem 0,866fachen des maximalen Stromes magnetisierend wirken (Fig. 356).

Der Rotorstrom habe in Fig. 355 in der Phase, die der betrachteten Statorphase genau gegenüber liegt, seinen Höchstwert, der gleich Eins angenommen werden möge. Er ist dann in den andern Rotorphasen halb so groß. In jeder Nut des Stators und Rotors liege ein Draht.

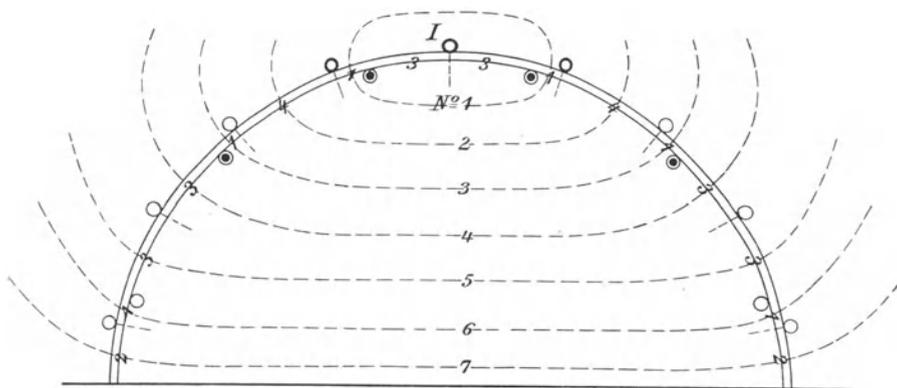


Fig. 356. Verketzung des Rotorkraftflusses mit einer Statorphase.
2. Hauptstellung des Rotors.

Wir ermitteln nun zunächst die Abstände zwischen je einer Stator- und Rotornut längs des Umfanges. Der Abstand zweier Rotornuten ist $\frac{1}{6}$ der Polteilung, der Abstand zweier Statornuten gleich $\frac{1}{9}$ der Polteilung. Also ist der kleinste Abstand einer Stator- und Rotornut $(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$ der Polteilung. Nehmen wir den Bogen der Polteilung in einem willkürlichen Maß zu 36 an, so wird der kleinste Abstand einer Stator- und Rotornut gleich 1. Der Abstand zweier Statornuten ist dann gleich 4 und der zweier Rotornuten gleich 6. Daraus ergeben sich dann die in Fig. 355 eingeschriebenen Abstände zwischen je einer Stator- und Rotornut. Diese Abstände geben uns, wenn wir die Länge des aktiven Eisens gleich Eins setzen, gleichzeitig die Flächen \mathcal{Q} an, die von den mit Nr. 1 bis 7 bezeichneten Kraftflüssen durchsetzt werden.

Wenn wir von konstanten Faktoren absehen, sind die Induktivitäten gleich dem Produkt aus den vom Kraftfluß umschlossenen, den Kraftfluß erzeugenden Strömen X , dem Teil \mathcal{Q} des Luftquerschnittes, den der Kraftfluß durchsetzt, und der umschlossenen Drahtzahl χ unserer betrachteten Phase. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

Nummer des Kraftflusses	Umschlossene, magnetisierende Rotorströme X	Querschnitt Q	Umschlossene induzierte Statordrähte χ der Phase I	$X \cdot Q \cdot \chi$
(1)	2 · 1	1	1	2
(2) + (3)	2 · 1	4 + 1	3	30
(4) + (5)	2 · 1 + 2 · 1/2	3 + 3	3	54
(6) + (7)	2 · 1 + 4 · 1/2	1 + 2	3	36
				$M = 122$

Führen wir dieselbe Rechnung in Fig. 356 für die zweite Hauptstellung des Rotors durch, in welcher zwei Phasen des Rotors je den Strom 0,866 · 1 führen, so erhalten wir $M = 121,24$. Im Mittel beträgt also die Verkettung zwischen Rotor und Stator:

$$M = \frac{122 + 121,24}{2} = 121,62 \text{ Kraftflußwindungen.}$$

Auf dieselbe Weise ergibt sich aus Fig. 355 die Verkettung der gesamten vom Rotor erzeugten Kraftlinien mit den Windungen einer Rotorphase zu:

$$L_{22} = 84 \text{ Kraftflußwindungen.}$$

Für die Verkettung des Stators auf sich selbst ergeben sich auf dem obigen Wege:

$$L_{11} = 184 \text{ Kraftflußwindungen.}$$

Dann ergibt sich der Gesamtkoeffizient der doppelt verketteten Streuung aus der Gleichung:

$$1 + \tau_a = \frac{L_{11} L_{22}}{M^2} = \frac{184 \cdot 84}{121,62^2} = 1,046.$$

Der Streufaktor τ vergrößert sich also infolge der ungleichen Nutenzahl um $\tau_a = 0,046$.

Bei größerer Nutenzahl wird die durch ungleiche Nutenzahl bedingte doppelt verkettete Streuung geringer. Der Wert von τ_a geht bei 5 und 6 Nuten bis auf 0,01 herab.

Neunzehntes Kapitel.

130. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen. — 131. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie der entgegengesetzt laufenden Erregungen. — 132. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses.

130. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen.

Außer dem gewöhnlichen, mehrphasigen Drehstrommotor gibt es auch einen einphasigen asynchronen Induktionsmotor.

Der Stator eines solchen Motors enthält nur eine einzige Wicklung, deren Spulenseite in der Regel etwa $\frac{2}{3}$ der Polteilung bedeckt. Diese Wicklung wird mit Wechselstrom gespeist, so daß zunächst ein schwingendes Feld entsteht, dessen Achse im Raume feststeht.

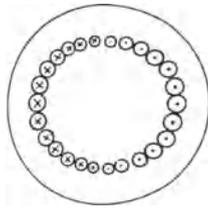


Fig. 357.

Sinusförmig verteilte Amperewindungen.

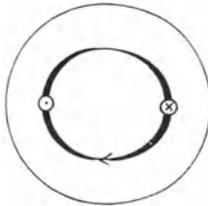


Fig. 358

Der Rotor ist entweder als Kurzschlußanker gebaut, oder er wird, wenn starke Ströme beim Anlaufen vermieden werden sollen, mit Schleifringen ausgeführt.

Wenn wir den Rotor eines solchen Einphasen-

Motors, gleichgültig in welcher Richtung, von außen nahezu auf die synchrone Drehzahl bringen, so entwickelt er ein Drehmoment. Auf den ersten Blick ist allerdings schwer einzusehen, wie ein solches Drehmoment zustande kommt, da die Achse des vom Stator erzeugten Feldes im Raume feststeht. Auch erscheint es überraschend, daß die Richtung dieses Drehmomentes durch die willkürlich von außen gewählte Drehrichtung bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das vom Statorstrom erzeugte Wechselfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Felder. Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Kraftlinien, sondern auch die Amperewindungen des Stators in zwei entgegengesetzt umlaufende Amperewindungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig verteilt sind, wie in Fig. 357

durch verschieden große Löcher angedeutet ist. Im Grunde führt dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte.

Wir können eine umlaufende, sinusförmig verteilte Erregung auf die in Fig. 358 gezeichnete Weise darstellen. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die Wicklung selbst umläuft, sondern daß in feststehenden, gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung umläuft. In diesem Sinne kommt man wirklich zum Begriffe eines Drehstrommotors, während man früher von Drehfeldmotoren sprach. Wir wollen nun nachweisen, daß unter der gemachten Annahme in jedem Augenblick und an jedem Orte die Wirkung der Wechselrerregung genau gleich der Wirkung zweier konstanter sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt umlaufen, und von denen jede halb so stark ist, wie die wirklichen Amperewindungen im Augenblicke des Höchstwertes.

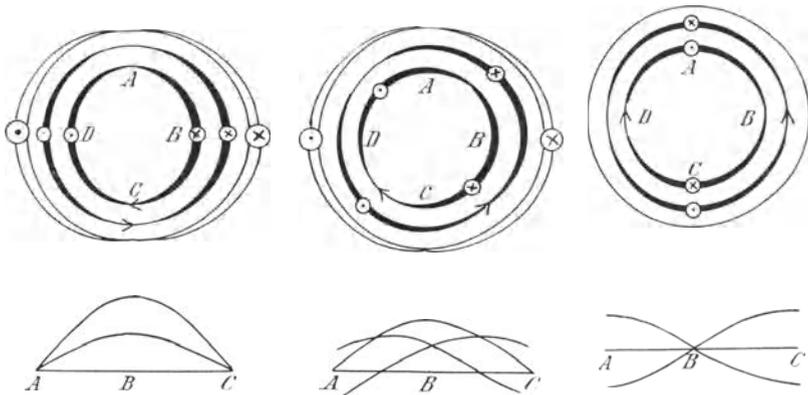


Fig. 359 a.

Lage der entgegengesetzt rotierenden Amperewindungen.

$$i = i_{max}.$$

Fig. 359 b.

$$i = i_{max} \cdot \sin 45^\circ.$$

Fig. 359 c.

$$i = 0.$$

In dem durch Fig. 359 a dargestellten Zeitpunkt hat der wirkliche Statorstrom seinen Höchstwert. In diesem Augenblicke überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, umlaufenden Spulenseiten und unterstützen sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig den außen angedeuteten feststehenden Amperewindungen, die augenblicklich ihren Höchstwert haben.

Nach $\frac{1}{8}$ Periode ist der wirkliche Statorstrom gleich $i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}$. Wir finden dann, daß in Fig. 359 b die umlaufenden Amperewindungen sich bei A und C aufheben. Die Zusammensetzung der beiden Sinuskurven im unteren Teil der Figur, in welchem der Umfang als Abszisse aufgetragen ist, ergibt dann eine Sinuskurve, deren Höchstwert wieder bei B liegt. Ihre Ordinaten sind gegenüber Fig. 359 a im Verhältnis 0,707 : 1 verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der um-

laufenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Amperewindungen ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von $\frac{1}{8}$ Periode, wenn der tatsächliche Statorstrom zu Null geworden ist (Fig. 359 c). In diesem Zeitpunkt überdecken sich entgegengesetzte Spulenseiten der umlaufenden Erregungen und heben sich in ihrer magnetischen Wirkung auf.

Wir fassen nun den vollständigen Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Käfiganker ins Auge. Die Drehung des Rotors erfolge im Sinne des Uhrzeigers. Wir bezeichnen dann die in diesem Sinne um-

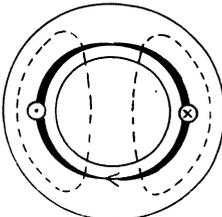


Fig. 360 a.

$$i = i_{max.}$$

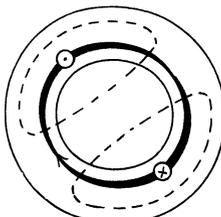


Fig. 360 b.

Mitlaufender Kraftfluß bei Leerlauf.

$$i = i_{max.} \cdot \sin 45^\circ.$$

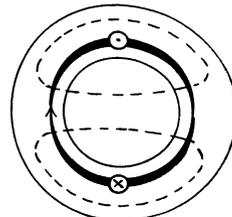


Fig. 360 c.

$$i = 0.$$

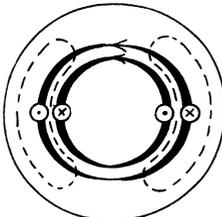


Fig. 361 a.

$$i = i_{max.}$$

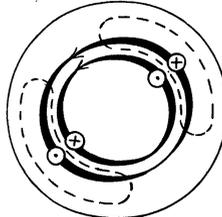


Fig. 361 b.

Gegenlaufender Kraftfluß bei Leerlauf.

$$i = i_{max.} \cdot \sin 45^\circ.$$

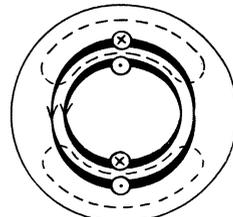


Fig. 361 c.

$$i = 0.$$

laufenden Amperewindungen als die mitlaufende Erregung, die anderen als die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung erzeugt einen Luftkraftfluß, der synchron mit dem Rotor umläuft und in seiner vollen Stärke den Rotor durchdringt, die Rotordrähte aber nicht schneidet. Dieser Kraftfluß ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Fig. 360 a, b, c dargestellt. Er ist, wie überhaupt die Kraftlinien, elektromotorischen Kräfte, Rotorströme usw. für jede einzelne Erregung eine Sinusfunktion des Ortes. —

Gegenüber der gegenlaufenden Erregung hat der Rotor eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlußstrom im Rotor, welcher ebenso wie bei 100% Schlüpfung der gegenlaufenden Statorerregung genau entgegengesetzt ist und den Kraftfluß ganz aus dem Rotor hinaus und in den sekundären Streuweg drängt (Fig. 361 a, b und c).

Tatsächlich ist, wenn der Rotorwiderstand gleich Null ist, auch eine unendlich kleine Zahl von Kraftlinienschnitten ausreichend, um einen Rotorstrom zu induzieren, der dem Druck der Statorerregung das Gleichgewicht hält. Der den Rotor durchdringende Kraftfluß ist also gleich Null.

Wir haben also bei vollständigem Leerlauf mit widerstandslosem Rotor einen mitlaufenden Rotorkraftfluß und einen gegenlaufenden Rotorstreufuß, sowie eine gegenlaufende Rotorerregung. Da ein widerstandsloser Rotor synchron läuft, so ist im einzelnen Rotordraht die Periodenzahl des von der gegenlaufenden Erregung herrührenden Stromes gleich der doppelten primären Periodenzahl.

Wir überdecken jetzt Fig. 360 und 361 a, sowie anderseits Fig. 360 c und 361 c. Dann erkennen wir, daß in Wirklichkeit der in Fig. 360 a gezeichnete Kraftfluß im Rotor durch die Differenz der wirklichen Amperewindungen auf Stator und Rotor erzeugt wird. Dagegen wird der Kraftfluß in Fig. 360 c, der räumlich um 90° gegen den senkrechten Hauptkraftfluß verschoben ist, von dem Rotorstrom in Fig. 361 c erzeugt, da der Statorstrom in diesem Augenblicke gleich Null ist. Die Anwendung der Ampereschen Schwimmerregel bestätigt dies Ergebnis.

Der Querkraftfluß in Fig. 360 c ist nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich gegen den Hauptkraftfluß verschoben, vorausgesetzt, daß der Widerstand des Rotors gleich Null ist. Demnach ist die Wirkungsweise des Einphasenmotors auf die eines Zweiphasenmotors zurückgeführt, dessen eine Phase durch die Differenz des Stator- und Rotorstromes und dessen andere Phase durch den Rotorstrom gegeben ist.

Bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes bleibt die räumliche Verschiebung des Querfeldes gegenüber dem Hauptkraftfluß bestehen, während die zeitliche Verschiebung nicht mehr 90° beträgt.

131. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors.

Der geometrische Ort des Endpunktes des primären Stromvektors ist beim Einphasenmotor ebenso wie beim Drehstrommotor ein Kreis. Dies soll im folgenden mit Hilfe der im vorigen Abschnitt angegebenen Anschauung von den entgegengesetzt rotierenden Amperewindungen abgeleitet werden.

Wir zerlegen den Statorstrom I in zwei gleiche entgegengesetzt umlaufenden Ströme von der Stärke $I/2$. Wie aus Fig. 360 a und b hervorgeht, umfaßt die Statorwicklung je den ganzen, von beiden Strömen erzeugten Kraftfluß in demselben Augenblick, die beiden Ströme haben also im Diagramm gleiche Phase. Wir können sie auch, obgleich sie verschiedenen Drehsinn haben, ohne weiteres im Diagramm zusammensetzen, da es in allen Beziehungen gleichgültig ist, ob ein Kraftfluß nach rechts herum oder nach links herum aus einer Spule verschwindet.

Wenn wir nun die Figuren 360a bis c ins Auge fassen, so erkennen wir, daß der vom gegenlaufenden Strom $\frac{I}{2}$ erzeugte Kraftfluß ein reiner Streufluß ist. Der Teil dieses Streuflusses, der nur durch den magnetischen Widerstand W_{s_1} der Statorzähne verläuft, ist gleich $I/2 : W_{s_1}$. Ein zweiter Teil des Streuflusses verläuft durch die hintereinander geschalteten magnetischen Widerstände W der Luftstrecke und W_{s_2} des Rotorstreuweges. Sein Betrag ergibt sich zu $I/2 : (W + W_{s_2})$.

Demnach ist der ganze Kraftfluß der gegenlaufenden Erregung:

$$\frac{I/2}{W_{s_1}} + \frac{I/2}{W + W_{s_2}}.$$

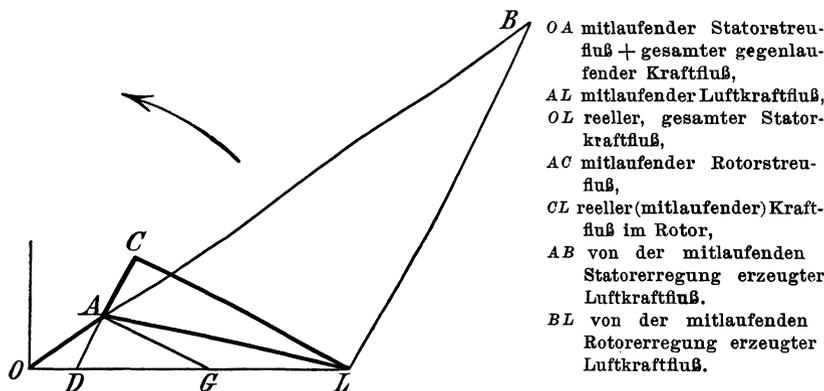


Fig. 362. Kraftflüsse des Einphasenmotors.

Wenn wir der Einfachheit wegen den Luftwiderstand $W = 1$ setzen und in bekannter Weise $\tau_1 = \frac{W}{W_{s_1}}$ und $\tau_2 = \frac{W}{W_{s_2}}$ setzen, ergibt sich der Kraftfluß der gegenlaufenden Erregung zu $\frac{I}{2} \cdot \left(\tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2} \right)$.

Dies ist ein reiner, vom Stator erzeugter Streufluß. Seine Wirkung auf den Motor ist genau dieselbe, wie wenn er in gleichem Betrage von der mitlaufenden Erregung erzeugt wird, d. h. wir können ihn ohne weiteres, trotz des verschiedenen Drehsinnes, zum Statorstreufluß der mitlaufenden Erregung, der sich zu $\frac{I}{2} \cdot \tau_1$ ergibt, addieren. Bezeichnen wir also die mitlaufende Statorerregung statt mit $\frac{I}{2}$ mit I_1 und setzen wir

$$\tau_1' = \tau_1 + \tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2},$$

so wird in Fig. 362 der ganze Statorstreufluß, der also den gegenlaufenden Kraftfluß mit einschließt:

$$OA = I_1 \cdot \left(\tau_1 + \tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2} \right) = I_1 \cdot \tau_1'.$$

Dieser Streufluß ergibt mit dem mitlaufenden Luftkraftfluß AL den gesamten reellen Statorkraftfluß OL , welcher der Spannung proportional, also konstant ist und um 90° hinter der Spannung zurückbleibt.

Der mitlaufende Luftkraftfluß AL in Fig. 362 ist nun, wie beim Drehstrommotor, die Resultierende aus der mitlaufenden Statorerregung $AB = I_1$ und der mitlaufenden Rotorerregung $BL = I_2$. Er zerfällt in den mitlaufenden Rotorstreufluß $AC = \tau_2 \cdot I_2$ und den reellen, ebenfalls mitlaufenden Kraftfluß CL im Rotor.

Das Diagramm in Fig. 362 ist abgesehen von einer Änderung der Buchstaben identisch mit dem entsprechenden Diagramm des Drehstrommotors in Fig. 342. Demnach liegt der Endpunkt der mitlaufenden Erregung I_1 , also auch der doppelt so großen Statorerregung I , wie beim Drehstrommotor auf einem Kreise über dem Durchmesser DG (Fig. 363). Es ist aber zu beachten, daß statt des Faktors τ_1 der Faktor τ_1' einzuführen ist.

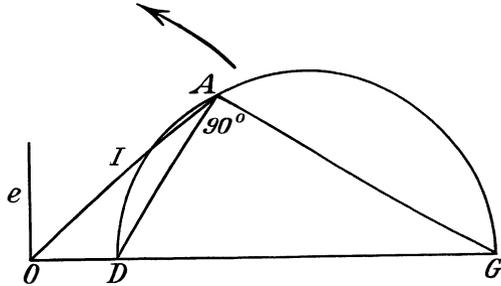


Fig. 363. Stromdiagramm des Einphasenmotors.

Demnach ergibt sich das Verhältnis $OD : DG$ in Fig. 363 nicht mehr zu $\tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ wie beim Drehstrommotor, sondern zu:

$$\frac{OD}{DG} = \tau_1' + \tau_2 + \tau_1' \cdot \tau_2 = 2\tau, \quad (a)$$

Wir brauchen nun noch in Fig. 363 die Größe des Vektors OD oder des Vektors OG . Am einfachsten kommen wir zum Ziel, wenn wir den Kurzschlußstrom OG , wie bei jedem Transformator oder Induktionsmotor, gleich $I_0 + \frac{I_0}{\tau}$ setzen.*) Dabei ist I_0 der Leerstrom bei offenem Rotor. Wir erhalten dadurch den Leerstrom bei geschlossenem, also laufendem Rotor mit Benutzung von Gleichung (a) zu:

$$OD = OG \cdot \frac{2\tau}{1+2\tau} = I_0 \cdot 2 \cdot \frac{1+\tau}{1+2\tau}.$$

Da $\frac{1+\tau}{1+2\tau}$ wenig kleiner ist als Eins, so folgt, daß der Leerstrom beim Lauf fast doppelt so groß ist wie der Leerstrom beim offenen Motor. Daraus ergibt sich sofort ein weit geringerer Leistungsfaktor als beim Dreiphasenmotor.

Bei einem widerstandslosen Motor, wie er bei der obigen Ableitung vorausgesetzt ist, ist die Schlüpfung gleich Null, also die Drehzahl konstant.

*) Der Faktor τ möge die doppeltverkettete Streuung (vergl. Abschnitt 129) mit einschließen.

Das Drehmoment ist also proportional der Leistung, also auch proportional der Ordinate des Halbkreises. Die Überlastungsfähigkeit ist dabei viel geringer als beim Drehstrommotor.

Ein Angehen mit Last ist selbst durch Einschalten von Widerstand in den Rotorkreis ausgeschlossen. Man erreicht das Angehen mit Belastung durch eine Hilfswicklung, die um 90° gegen die Hauptwicklung versetzt ist. Sie wird durch einen Wechselstrom gespeist, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor geht dann als Zweiphasenmotor an. Einphasen-Aufzugsmotoren laufen als Kommutator an (vergl. Abschnitt 135) und werden dann selbsttätig in Induktionsmotoren umgeschaltet.

Es ergibt sich ferner,*) daß auch bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Kreise liegt. Dies folgt jedoch einfacher auf Grund der von Görge's gegebenen Theorie des Querkraftflusses.**)

132. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses.

Die Wirkungsweise des Einphasenmotors ergibt sich auch auf Grund der Überlegung, daß im Motor zwei in der Phase verschobene Kraftflüsse auftreten, die räumlich um 90° verschoben sind.

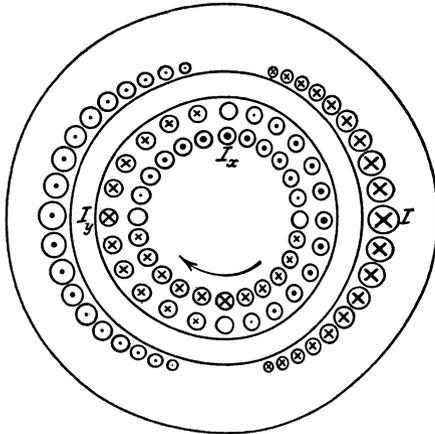


Fig. 364. Stromverteilung im Einphasenmotor.

Der Statorstrom I , der sinusförmig verteilt sein möge (Fig. 364), induziert zunächst durch Transformatorwirkung in der Kurzschluß- oder Einzelschleifenwicklung des Rotors eine sinusförmig verteilte Rotorerregung I_y , deren Achse feststeht und mit der Achse der Statorwindungen parallel ist. Unter der Entgegenwirkung der Ströme I und I_y kommt im Rotor ein senkrechter Kraftfluß N_y zustande.

Indem nun die Rotordrähte bei ihrer Drehung den senkrechten Kraftfluß schneiden, wird in ihnen eine elektromotorische Kraft der Bewegung induziert. Diese hat einen Rotorstrom I_x zur Folge, dessen räumlicher und zeitlicher Höchstwert in einer Spule auftritt, deren Fläche in Fig. 364 in die Vertikalebene fällt. Die sinusförmig verteilte Rotor-

*) Vergl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905, S. 1111 ff.

***) Vergl. Görge's, ETZ 1903, S. 271.

erregung I_x , deren Achse dauernd wagerecht ist, erzeugt im Rotor einen Querkraftfluß N_x , der räumlich um 90° gegen den senkrechten Kraftfluß N_y verschoben ist.

Für diese senkrechte Achse ergibt sich, abgesehen davon, daß der Winkel $FA G$ kein rechter ist, in Fig. 365 genau dasselbe Diagramm wie beim Drehstrommotor. Insonderheit ist, wie auf S. 432, wenn I der Statorstrom ist:

$$OA = I, \quad FA = \frac{c \cdot I_y}{1 + \tau_1} \quad (a)$$

$$OF = I_0, \quad FG = \frac{J_0}{\tau},$$

$$AG = \frac{N_y}{c_1 \cdot \tau} \quad (b)$$

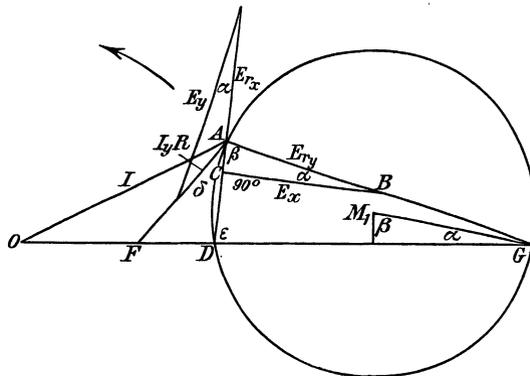


Fig. 365. Diagrammkreis des Einphasenmotors mit Berücksichtigung des Rotorwiderstandes.

Dabei ist I_0 der Leerstrom bei offenem Rotor und c ein Faktor, der die verschiedene Windungszahl und Wicklungsanordnung auf Rotor und Stator berücksichtigt. Ferner ist, wie auf S. 431, c_1 der Luftkraftfluß bei offenem Rotor und beim Statorstrom 1 Ampere.

Wir betrachten nun die Rotorströme, die in den einzelnen Zeitelementen in derjenigen Rotorwindung fließen, deren Ebene in die wagerechte Ebene fällt. Wir können diese Ströme, obgleich sie nacheinander in verschiedenen Windungen fließen, als einen Wechselstrom I_y betrachten, der in ein und derselben, in der wagerechten Ebene liegenden Windung fließt.

Eine einfache Überlegung zeigt, daß in der betrachteten Windung eine elektromotorische Kraft der Ruhe E_y nur durch den Kraftfluß N_y und eine elektromotorische Kraft der Bewegung E_{rx} nur durch den Kraftfluß N_x induziert wird.

Dabei bleibt die elektromotorische Kraft E_y um 90° hinter dem Kraftfluß N_y , also auch hinter dem Vektor AG , zurück, während die elektromotorische Kraft E_{rx} gleiche Phase mit dem beispielsweise in die

Richtung AD fallenden Kraftfluß N_x hat. Die Resultierende aus den elektromotorischen Kräften E_y und E_{rx} gibt den in die Richtung des Stromes I_y , also in Richtung von FA fallenden Ohmschen Spannungsverlust $I_y \cdot R$, wo R der Widerstand einer Windung ist (vergl. Fig. 365).

Nach der Figur ist dann:

$$\sin \delta = \frac{E_y}{I_y \cdot R} \cdot \sin \alpha. \quad (c)$$

Wir betrachten nun andererseits die Windung, die in Fig. 364 in der Vertikalebene liegt und fassen wieder die Ströme in den Leitern, die nacheinander in diese Ebene gelangen, als einen kontinuierlichen Wechselstrom I_x , auf. Für diese Windung gilt das in Fig. 365 gezeichnete Spannungsdreieck mit den drei Seiten:

E_{ry} = Elektromotorische Kraft der Rotation, in Phase mit dem sie erzeugenden Kraftfluß N_y , also mit AG ;

E_x = Elektromotorische Kraft der Induktion, senkrecht auf dem Kraftfluß N_x , also auf AD ;

$I_x \cdot R = CA$ = Ohmscher Spannungsverbrauch, in Phase mit I_x , also auch mit N_x , d. h. mit AD .

Nun sind die horizontal magnetisierenden Rotorwindungen gleich $c \cdot I_x$, also ist nach der oben gegebenen Definition des Faktors c_1 der horizontale Kraftfluß, einschließlich des Streuflusses:

$$N_x = c_1 \cdot c \cdot I_x \cdot (1 + \tau_2).$$

Beachten wir, daß die beiden Winkel α nach der Zeichnung einander gleich sind, so wird nach Fig. 365:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_x \cdot R}{E_x} = \frac{N_x \cdot R}{E_x \cdot c \cdot c_1 \cdot (1 + \tau_2)}. \quad (d)$$

Damit sind die Grundlagen für das Diagramm entwickelt. Nach dem Sinussatz wird nämlich:

$$FD = FA \frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon} \quad DG = AG \frac{\sin \beta}{\sin \varepsilon},$$

also, indem $\sin \beta = \cos \alpha$ gesetzt wird:

$$\frac{FD}{DG} = \frac{FA}{AG} \cdot \frac{\sin \delta}{\cos \alpha}.$$

Unter Benutzung der Gleichungen (a) bis (d) ergibt sich, indem gleichzeitig die Gleichung $E_y : N_y = E_x : N_x$ berücksichtigt wird:

$$\frac{FD}{DG} = \frac{\tau}{1 + \tau}$$

oder

$$\frac{FD}{FD + DG} = \frac{\tau}{1 + 2\tau}.$$

Da nach S. 469 $FG = \frac{I_0}{\tau}$ ist, so wird

$$FD = \frac{I_0}{1 + 2\tau}.$$

Demnach ist der Leerstrom bei geschlossenem Rotor:

$$OD = OF + FD = I_0 + \frac{I_0}{1 + 2\tau} = 2 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau} \cdot I_0.$$

Das ist dasselbe Ergebnis, das wir auf anderem Wege auf S. 467 für den widerstandslosen Rotor fanden. Gleichzeitig wird auch die Sehne DG konstant, und zwar ergibt sich dafür nach einigen Umrechnungen ebenfalls derselbe Wert $\frac{OD}{2\tau}$, den wir auf S. 467 für den widerstandslosen Rotor fanden.

Der geometrische Ort für den Endpunkt des primären Stromvektors ist also ein Kreis, in welchem der Winkel β der Peripheriewinkel über der Sehne DG ist. Diese Sehne ist unabhängig von der Größe des Rotorwiderstandes.

Eine Berechnung der Faktoren c_0 , c_1 und des Verhältnisses $E_y : N_y$, auf die hier nicht eingegangen werden soll, ergibt den zur Zeichnung des Kreises erforderlichen Wert von $\operatorname{tg} \beta$ zu:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{e}{I_0 R \cdot \xi_2} \cdot \frac{1 + \tau_2}{1 + \tau_1} \cdot \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2}.$$

Darin ist $R \cdot \xi_2$ die Summe der Widerstände der Rotorschleifen.

Die Berücksichtigung des Statorwiderstandes kann in ähnlicher Weise erfolgen wie in Fig. 348.

Zwanzigstes Kapitel.

133. Einphasige Kommutatormotoren. — 134. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom. — 135. Der Repulsionsmotor. — 136. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor. — 137. Doppelschlußmotoren.

133. Einphasige Kommutatormotoren.*)

Der einphasige Induktionsmotor ist infolge seiner verhältnismäßig geringen Überlastungsfähigkeit, seines ungünstigen Leistungsfaktors und wegen des Fehlens eines Anzugsmomentes für viele Zwecke ungeeignet. Er kommt z. B. für Bahnzwecke nicht in Frage.

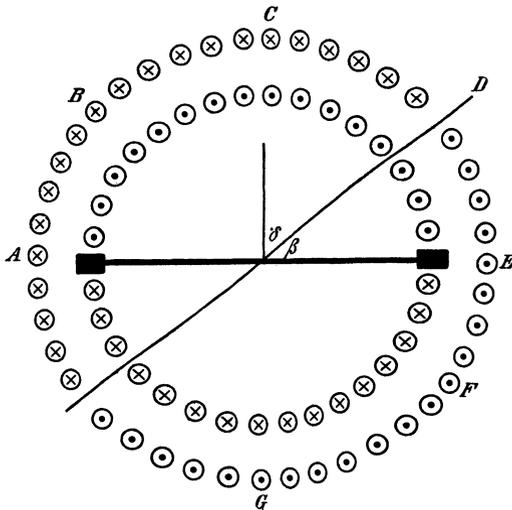


Fig. 366. Verteilte Stator- und Rotorwicklungen (Achsen um den Winkel β verschoben).

In den genannten Beziehungen verhält sich der Drehstrommotor günstiger. Seiner allgemeinen Verwendung für Bahnen steht jedoch die Notwendigkeit mehrerer Oberleitungen und die Schwierigkeit in der Regelung der Geschwindigkeit im Wege.

Der Bau von praktisch brauchbaren Einphasenmotoren mit Kommutator ist daher als ein sehr wesentlicher Fortschritt zu betrachten. Diese Motoren vereinigen den Vorteil eines hohen Anzugsmomentes mit

einer einfachen und verlustlosen Einschaltung und Regelung mit Hilfe eines Transformators mit Stufenschalter oder eines Induktionsreglers.

Die Einphasen-Kommutatormotoren lassen sich nur als Seriennmotoren bauen, da bei Nebenschlußmotoren infolge der Selbstinduktion der Magnetwicklung eine Phasenverschiebung von fast 90° zwischen dem Magnetkraftfluß und der Klemmenspannung auftreten würde. Da nun der Anker-

*) Vergl. Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichelmayr, ETZ 1904, S. 464.

strom fast die gleiche Phase hat wie die Klemmenspannung, so ist er gegen den Magnetkraftfluß zeitlich ebenfalls fast um 90° verschoben. Das Drehmoment wäre also sehr gering.

Für praktische Zwecke kommen hauptsächlich vier Arten von einphasigen Kommutatormotoren in Frage, nämlich:

1. Der gewöhnliche Reihenschlußmotor, bei dem Anker- und Magnetwicklung hintereinander geschaltet sind.
2. Der Repulsionsmotor, bei dem ein Teil der Statorwicklung den motorisch wirkenden Kraftfluß erzeugt, während der andere Teil durch Transformatorwirkung in dem über Bürsten kurzgeschlossenen Anker den motorisch wirkenden Strom induziert.
3. Der Eichberg- und Latour-Motor, bei denen der Erregerstrom dem Anker zugeführt wird, während der motorisch wirkende Strom in dem über Querbürsten kurzgeschlossenen Anker vom Stator aus induziert wird.
4. Der Doppelschlußmotor, bei welchem eine Anker- und Kompensationswicklung je von einer besonderen Spannung gespeist werden.

Um die Wirkungsweise der Kommutatormotoren verfolgen zu können, berechnen wir zunächst die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung, die im Anker induziert werden, und zwar für den allgemeinsten Fall, daß die Achse der Stromwindungen des Ankers (d. h. die Richtung der von diesen Windungen erzeugten Kraftlinien) um den Winkel β gegen die Achse der Statorwindungen verschoben ist. Dabei soll eine gleichmäßig verteilte Statorwicklung angenommen werden (Fig. 366). Der Rotor sei über die Bürsten kurz geschlossen.

Nach S. 92 berechnet sich der Koeffizient M der gegenseitigen Induktion zwischen Rotor und Stator als das 10^{-8} fache der von den Statorwindungen umfaßten Kraftlinien, wenn der Rotorstrom 1 Ampere beträgt. Der Rotorstrom soll dabei die Summe der Ströme der gleichnamigen Bürsten bedeuten.

Da die Statorspule DF in Fig. 366 keine Kraftlinien umfaßt, die vom Rotor erzeugt werden, so kommt für die gegenseitige Induktion nur die Statorspule BD von der Breite $\pi - 2\beta = 2\delta$ in Betracht.

Es sei nun:

ξ_1 die Windungszahl des Stators für ein Polpaar (alle Windungen in Reihe),

$\xi_2 = c \cdot \xi_1$ die Windungszahl des Rotors für ein Polpaar, dividiert durch die Zahl der parallelen Stromzweige.

Der Höchstwert der Induktion, die vom Rotor erzeugt wird, wenn die Stromstärke 1 Ampere beträgt, ist, gleichgültig ob wir Reihen- oder Parallelwicklung haben:

$$\mathfrak{B} = \frac{0,4\pi \cdot \xi_2 \cdot 1}{l},$$

wo l der Widerstand des doppelten Luftzwischenraumes ist.

Dieser Höchstwert tritt in Fig. 366 und 367 im Punkte E auf und erreicht, gleichmäßig abfallend, bei C und G den Wert Null. Wenn wir der Einfachheit wegen den Höchstwert vorläufig gleich Eins annehmen und die Polbreite gleich π setzen, so ist die Induktion im Bogenabstande α von C gleich $\alpha : \pi/2$. Die gezeichnete Statorspule von der Breite $d\alpha$ umfaßt dann einen Kraftfluß, der zum Teil positiv und zum Teil negativ ist und durch das Produkt aus der schraffierten Fläche und der Ankerlänge b gegeben ist. Die Basis der Fläche ist $\pi - 2\alpha$ und die mittlere Höhe gleich $\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi/2}\right)$. Setzen wir die Ankerlänge der Einfachheit wegen ebenfalls gleich Eins, so wird der von der Windungsbreite $d\alpha$ umfaßte Kraftfluß:

$$N = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi/2}\right) \cdot (\pi - 2\alpha) = \frac{\pi}{2} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right).$$

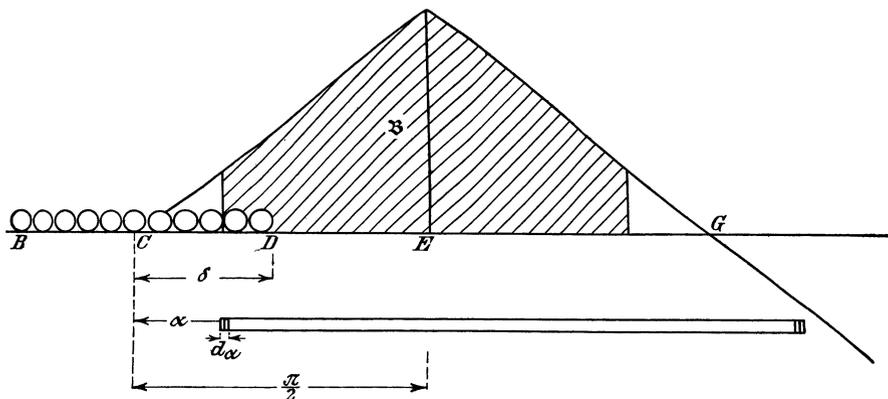


Fig. 367. Der durch die Statorspule von der Breite $d\alpha$ umfaßte Rotorkraftfluß

Auf dem Bogen π liegen nun beim Stator ξ_1 Drähte, also ist die Windungszahl der Spule $d\alpha$ gleich $\frac{d\alpha}{\pi} \cdot \xi_1$. Die Kraftflußwindungen sind also:

$$N \cdot \frac{d\alpha}{\pi} \cdot \xi_1 = \frac{\xi_1}{2} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) d\alpha.$$

Summieren wir nun nach Fig. 367 zwischen den Grenzen $-\delta$ und $+\delta$ und setzen:

$$k = 3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3},$$

so erhalten wir die Kraftflußwindungen für ein Polpaar zu:

$$\frac{\xi_1}{2} \int_{-\delta}^{+\delta} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) \cdot d\alpha = k \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \xi_1.$$

In Wirklichkeit ist:

die Ankerlänge nicht 1, sondern b ,

die höchste Induktion nicht 1, sondern $\mathfrak{B} = \frac{0,4 \pi \cdot \xi_2}{l}$,

die Polteilung nicht π , sondern $\frac{d}{2p}$ mal so groß,
die Zahl der Polpaare gleich p .

Wir haben also die berechneten Kraftflußwindungen mit diesen 4 Faktoren und außerdem noch mit 10^{-8} zu multiplizieren und erhalten den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zu:

$$M = \frac{0,2 \pi^2}{3} \cdot k \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \frac{d \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Daraus ergibt sich nun auf sehr einfache Weise die Induktivität L des streuungslosen Stators. Wir brauchen dazu nur für ξ_2 den Wert ξ_1 einzuführen und den Winkel $\beta = 0$ zu setzen. Da hierbei der Faktor k gleich Eins wird, so ergibt sich:

$$L = \frac{0,2 \pi^2}{3} \cdot \xi_1^2 \cdot \frac{d \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir nun:

$$x = L \omega,$$

so wird mit Einschluß der Streulinien des Stators die ganze im Stator vom Strom I_1 des Stators induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_{11} = L \omega \cdot I_1 \cdot (1 + \tau_1) = (1 + \tau_1) \cdot x \cdot I_1.$$

Wenn wir nun in der Gleichung für L den Wert ξ_1 durch $\xi_2 = c \cdot \xi_1$ ersetzen, so ergibt sich mit Berücksichtigung der Streuung die vom Rotor auf sich selbst induzierte elektromotorische Kraft zu:

$$E_{22} = c^2 \cdot L \omega \cdot I_2 \cdot (1 + \tau_2) = (1 + \tau_2) \cdot c^2 \cdot x \cdot I_2.$$

Ferner wird nach der obigen Gleichung für M die vom Stator aus im Rotor induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_{12} = M \omega \cdot I_1 = k \cdot c \cdot x \cdot I_1,$$

und es wird vom Rotor aus im Stator induziert:

$$E_{21} = k \cdot c \cdot x \cdot I_2.$$

Endlich ist noch die elektromotorische Kraft zu berechnen, die im Anker durch Rotation induziert wird. Ihr zeitlicher Höchstwert ist, wenn N_y den zeitlichen Höchstwert des in Fig. 366 von der Statorspule DF erzeugten senkrechten Kraftflusses bedeutet, nach Gleichung (27) auf S. 132:

$$E_{r \max} = \frac{p}{a} \cdot N_y \cdot \frac{n}{60} \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (a)$$

Wir berechnen dazu nacheinander die Werte N_y , n und z_2 . Der Kraftfluß N_y hat die in Fig. 368 gezeichnete Verteilung. Sein zeitlicher und räumlicher Höchstwert \mathfrak{B}_1 wird erzeugt von der Erregung $\frac{\pi - 2\delta}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot I_{1 \max}$, wobei I_1 der Strom im Stator ist. Es ergibt sich also:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{0,4 \pi}{l} \cdot \frac{(\pi - 2\delta)}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot I_{1 \max}.$$

Um daraus den ganzen von der Spule DF in Fig. 366 erzeugten Kraftfluß zu berechnen, haben wir die schraffierte Fläche mit der Ankerlänge und mit dem Verhältnis $\frac{d\pi}{2p} : \pi$ zu multiplizieren. Die schraffierte Fläche wird $\mathfrak{B}_1 \cdot 2\delta + \mathfrak{B}_1 \cdot \frac{2\beta}{2} = \mathfrak{B}_1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)$. Das ergibt als zeitlichen Höchstwert des motorisch wirkenden Kraftflusses:

$$N_y = \frac{0,2\pi^2}{2p} \cdot \left(1 - \frac{4\delta^2}{\pi^2}\right) \cdot \frac{b \cdot d}{l} \cdot \xi_1 \cdot I_{1max}.$$

Die Drahtzahl z_2 des Rotors ergibt sich bei $2a$ parallelen Zweigen zu:

$$z_2 = 2a \cdot p \cdot 2\xi_2.$$

Endlich ist, wenn v das Verhältnis der wirklichen Drehzahl zur „synchronen“ Drehzahl $\frac{v}{p}$ ist:

$$\frac{n}{60} = v \cdot \frac{v}{p} = \frac{v \cdot \omega}{p \cdot 2\pi}.$$

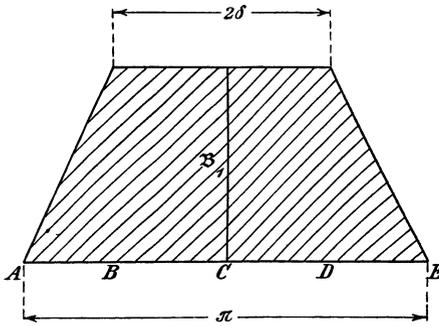


Fig. 368. Der von der Statorspule DF in Fig. 366 erzeugte Kraftfluß.

Wir setzen jetzt die Werte von N_y , $\frac{n}{60}$ und z_2 in Gleichung (a) ein und führen auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein. Ferner setzen wir

$$k' = \frac{3}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{4\delta^2}{\pi^2}\right)$$

und erhalten mit Hilfe des früheren Wertes $x = L\omega$:

$$E_r = k' \cdot c \cdot v \cdot x \cdot I_1.$$

Man setzt häufig einfach:

$$k = \cos \beta, \quad k' = \sin \beta.$$

Die folgende Zahlentafel zeigt, daß der Fehler, den man dabei macht, gering ist.

β	$\cos \beta$	k	$\sin \beta$	k'
10°	0,985	0,982	0,174	0,2
20°	0,94	0,933	0,342	0,373
30°	0,866	0,853	0,5	0,53.

134. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom.

Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom ist ein Kommutatormotor, der sich, abgesehen davon, daß das Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt ist, grundsätzlich nicht von einem Hauptstrommotor für Gleichstrom unterscheidet. Leiten wir Wechselstrom in einen für Gleichstrom

gebauten Hauptstrommotor, so kehrt sich der Strom im Anker und in der Magnetwicklung gleichzeitig um, und das Drehmoment erfolgt während einer Periode stets in demselben Sinne.

Beim Betriebe mit Wechselstrom würde bei unkompensierten Motoren die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom unverhältnismäßig groß werden. Die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die infolge ihrer räumlichen Verschiebung um 90° in keiner Weise von den Magnetkraftlinien kompensiert werden, verursachen eine starke Selbstinduktion. Das ist um so nachteiliger, als auch der Kraftfluß der Magnete wie eine Selbstinduktion wirkt.

Nun können wir, um die Phasenverschiebung zu verringern, nicht daran denken, den Kraftfluß der Magnete zu beseitigen, weil dann das

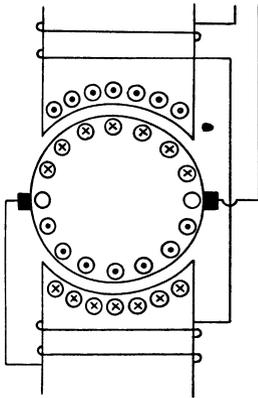


Fig. 369. Kompensierter Reihenschlußmotor.

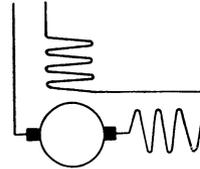


Fig. 370. Kompensationswicklung in Reihe mit dem Anker.

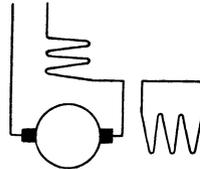


Fig. 371. Kompensationswicklung kurzgeschlossen.

Drehmoment auf Null heruntergehen würde. Wohl aber können wir den vom Anker erzeugten Querkraftfluß durch eine auf den Magneten angebrachte Kompensationswicklung vernichten (Fig. 369).

Die Kompensationswicklung auf dem Stator kann entweder mit der Stator- und Rotorwicklung in Reihe geschaltet werden (Fig. 370), oder sie kann nach Fig. 371 in sich kurz geschlossen werden, wobei der Strom in der Kompensationswicklung durch Transformatorwirkung vom Rotor aus induziert wird. Der Rotor stellt dann die Primärwicklung eines auf der sekundären Seite kurz geschlossenen Reihen-Transformators dar, in welchem, abgesehen von der Streuung, keine elektromotorische Kraft der Ruhe induziert wird, indem die Amperewindungen des Stators und Rotors sich gegenseitig aufheben.

Zur Aufstellung des Diagramms des kompensierten Reihenschlußmotors legen wir in Fig. 372 den Vektor des Stromes in die Abszissenachse. Er bleibt um den Winkel φ hinter dem Vektor der Klemmen-

spannung zurück. Ist R der Gesamtwiderstand des Motors, so ist der Ohmsche Verlust gleich $I \cdot R$. Sein Vektor AB hat gleiche Phase mit dem Strome. Ebenso hat die Komponente JA , die zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft der Rotation dient, gleiche Phase mit dem Strome, da die elektromotorische Kraft der Rotation am größten ist, wenn der vom Strome erzeugte Kraftfluß, d. h. der Strom selbst, am größten ist. Demnach ist JB die gesamte Wattkomponente der Spannung.

Die wattlose Komponente BO umfaßt die Beträge, die zur Überwindung der Selbstinduktion der Magnete und der Streuinduktion des Ankers verbraucht werden, und die sich bei verteilter Wicklung nach dem vorigen Abschnitt berechnen. Bezeichnen wir BO mit $L_r \omega \cdot I$, so wird nach Fig. 372:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{L_r \omega}{R}.$$

Da also der Winkel γ konstant ist, so liegt der Punkt A auf einem Kreise, in welchem der Winkel $180^\circ - \gamma$ der Peripheriewinkel über der

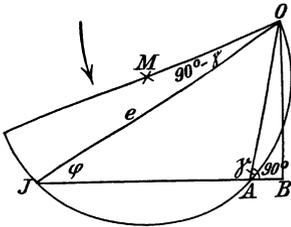


Fig. 372. Spannungsdiagramm des Reihenschlußmotors.

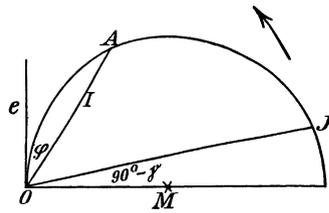


Fig. 373. Stromdiagramm des Reihenschlußmotors.

Sehne $e = JO$ ist. Der Mittelpunkt M dieses Kreises liegt auf einer Geraden, die durch den Punkt O geht und mit JO den Winkel $90^\circ - \gamma$ bildet (Fig. 372).

Nun ist $AO = I \cdot \sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}$. Wenn wir also alle Vektoren mit $\sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}$ dividieren, so wird $OA = I$.

Gleichzeitig wird der Vektor JO gleich

$$\frac{e}{\sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}},$$

d. h. gleich dem Kurzschlußstrom I_k . Der Durchmesser des Kreises wird $I_k / \cos(90 - \gamma) = I_k / \sin \gamma$. Gleichzeitig drehen wir das Diagramm, so daß OM in die Abszissenachse fällt. Da in Fig. 372 der Winkel AOM gleich $90^\circ - \varphi$ ist, so bildet in Fig. 373 der Vektor $OA = I$ mit der Ordinatenachse den Winkel φ . Demnach fällt in Fig. 373 der Vektor der Klemmenspannung in die Ordinatenachse.

Das Drehmoment ist dem Kraftfluß und der Stromstärke, d. h. bei geringer Eisensättigung dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Die Drehzahl ergibt sich, abgesehen von einem konstanten Faktor, wenn wir in Fig. 372 die elektromotorische Kraft $E_r = AJ$ durch den Kraftfluß dividieren. Da der Kraftfluß dem Vektor OA proportional ist, ist die Drehzahl der Quotienten $AJ:OA$, d. h. unter Vernachlässigung des Rotorwiderstandes dem Werte $\cot\varphi$ proportional. Mit wachsender Drehzahl nimmt also der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ zu. Das erklärt sich auch einfach daraus, daß dabei die Wattkomponente im Verhältnis zur wattlosen Komponente zunimmt und der Punkt A in Fig. 373 nach links rückt.

Tragen wir die aus Fig. 373 entnommenen Werte der Stromstärke als Abszisse und die zugehörigen Werte des Drehmomentes und der Drehzahl als Ordinaten auf, so erhalten wir ganz ähnliche Kurven wie beim Gleichstrom-Reihenschlußmotor.

Von besonderer Wichtigkeit ist beim Reihenschluß-Kommutatormotor die Frage der Kommutierung. Wie beim Gleichstrommotor tritt eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Stromstärke und der Drehzahl proportional ist. Da der zu kommutierende Strom ein Wechselstrom ist, so ändert sich auch die Selbstinduktion mit dem Augenblickswert der Stromstärke. Sie ist beispielsweise am größten, wenn in der Spule, die sich gerade unter der Bürste befindet, der Höchstwert des Stromes zu kommutieren ist. Ihr Vektor hat also in unserm Falle ausnahmsweise gleiche Phase mit dem Strom. Sie läßt sich durch Anwendung von Wendepolen in ähnlicher Weise kompensieren wie bei Gleichstrommaschinen.

Gleichzeitig tritt in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft der Ruhe auf, die dadurch induziert wird, daß die kurzgeschlossene Spule vom Magnetkraftfluß durchsetzt wird und gegenüber der Statorwicklung die Sekundärwicklung eines Transformators bildet. Diese induzierte elektromotorische Kraft bleibt um 90° hinter dem Kraftfluß zurück und ist dem Kraftfluß und der Periodenzahl proportional. Beim Anfahren ist sie am größten, weil dabei der Strom, also auch der Magnetkraftfluß am größten ist.

Um zu verhindern, daß in der kurzgeschlossenen Spule durch die elektromotorische Kraft der Ruhe zu starke Ströme erzeugt werden, wählt man den Kraftfluß und die Periodenzahl entsprechend niedrig. Reihenschlußmotoren arbeiten mit 15 und 25 Perioden günstiger als mit 50 Perioden. Auch empfiehlt sich die Verwendung von schmalen und harten Bürsten.

Ein weiteres Mittel zur Aufhebung der elektromotorischen Kraft der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule besteht in der Verwendung von Wendepolen, die durch eine Nebenschlußerregung gespeist werden. Das von der Erregung erzeugte Feld bleibt, wie der erzeugende Strom, wegen der Selbstinduktion der Nebenschlußerregung um 90° hinter der Klemmenspannung zurück, also fast um 90° hinter dem primären Strom. Es induziert in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft

der Bewegung, die um etwa 90° hinter dem Strome zurückbleibt, also geeignet ist, die oben erwähnte elektromotorische Kraft der Ruhe aufzuheben. Diese Kompensation ist allerdings nur bei einer bestimmten Drehzahl vollkommen. In jedem Falle ist die durch die Nebenschlußerregung der Hifspole erzeugte elektromotorische Kraft gleich Null bei Stillstand, also beim Anlassen.

Es ist übrigens zu beachten, daß die Wendepole nicht gleichzeitig eine Hauptstromwicklung zur Schaffung des Wendefeldes und eine Nebenschlußwicklung für die Aufhebung der Transformatorspannung in der kurzgeschlossenen Spule tragen können, da beide Wicklungen sich durch gegenseitige Induktion beeinflussen.

135. Der Repulsionsmotor.

Die kennzeichnende Eigenschaft des Repulsionsmotors ist die, daß der motorisch wirkende Strom dem Anker nicht durch die Bürsten zugeführt wird, sondern durch Induktion der Ruhe von einem Teil der Statorwicklung induziert und gleichzeitig von dieser Wicklung kompensiert wird (Fig. 374). Die Statorwicklung zerfällt in die induzierende Wicklung BD und in die Erregerwicklung DF . In Wirklichkeit ergeben beide zusammen, wie Fig. 366 zeigt, eine einzige, auf dem Umfang verteilte Wicklung, deren Achse gegen die Achse der Rotorwindungen verschoben ist.*) Auch in Fig. 366 stellen die Windungen BD die induzierende Wicklung und die Windungen DF die Erregerwicklung dar. Bei den in dieser Figur gewählten Verhältnissen ergibt sich ein Drehmoment im Sinne des Uhrzeigers. Allgemein erfolgt das Drehmoment in dem Sinne, in welchem die magnetische Achse des Rotors (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) gegen die des Stators verschoben ist. Die Drehzahl läßt sich durch Bürstenverschiebung regulieren.

Es ist übrigens zu beachten, daß bei Repulsionsmotoren, die durch Bürstenverschiebung geregelt werden, die Bürsten vor dem Einschalten in der neutralen Zone stehen. Sie werden dann beim Anlassen in die Betriebsstellung verschoben. Der Bürstenverschiebungswinkel ist dann der Komplementwinkel zum Achsenverschiebungswinkel, und der Motor dreht sich entgegen dem Sinne der Verschiebung der Bürsten. Zum Umsteuern werden die Bürsten in die neutrale Zone zurückgezogen und im entgegengesetzten Sinne verschoben.

Will man die induzierte Rotorwicklung zu einem genauen Spiegelbild des induzierenden Teils der Statorwicklung machen, so daß sie nur einen gewissen Teil des Umfangs einnimmt, so kann man nach Fig. 95 einen verkürzten Wicklungsschritt anwenden. Man kann aber auch, wie

*) Dabei ist angenommen, daß die Statorwicklung gleichmäßig auf dem ganzen Umfang verteilt ist. Bei der praktischen Ausführung bedeckt die Spulen-seite des Stators jedoch oft nur $\frac{2}{3}$ der Polteilung.

beim Dérilmotor in Fig. 375, zwei Bürstenpaare vorsehen (Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten). Dabei sind in Fig. 375 nur die Abteilungen BD und FH des Rotors in Funktion, während die Abteilungen DF und BH ausgeschaltet sind. Man erreicht dadurch eine bessere Kompensation, d. h. die Rotorstreuung wird kleiner. Außerdem kann man durch Verstellung der Bürsten B und F den Winkel β , den die Achsen des Rotors und Stators bilden, besonders feinstufig verändern, da eine Verschiebung der Bürsten im vorliegenden Falle nur eine halb so große Verschiebung der magnetischen Achsen zur Folge hat. Die Drehzahl läßt sich auf diese Weise feinstufig regeln. Die in Richtung der magnetischen Statorachse befindlichen Bürsten bleiben dabei fest stehen.

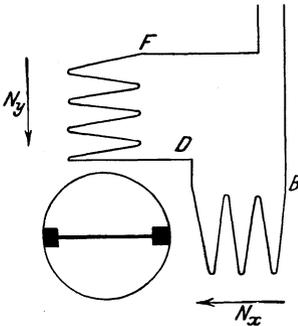


Fig. 374.

Schaltbild des Repulsionsmotors.

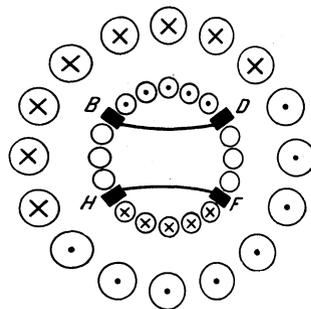


Fig. 375.

Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten.

Wir gehen nun dazu über, den durch die Erregerwicklung DF (Fig. 374) geschaffenen Erregerkraftfluß N_y und den durch die induzierende Wicklung BD zusammen mit dem Rotor geschaffenen Transformator-kraftfluß N_x nach Größe und Phase zu bestimmen.

Der Erregerkraftfluß N_y induziert im Rotor durch Rotation eine elektromotorische Kraft OB (Fig. 376). Sie ist am größten, wenn der Statorstrom I_1 , der den Kraftfluß N_y erzeugt, am größten ist. Legen wir den Vektor des Stromes I_1 und des Erregerkraftflusses N_y in die positive Richtung der Ordinatenachse, so fällt auch der Vektor der elektromotorischen Kraft OB in die Ordinatenachse. Da die elektromotorische Kraft der Rotation, wie bei Gleichstrom, dem Rotorstrom wesentlich entgegengesetzt ist und der Rotorstrom, der durch Transformatorwirkung induziert wird, dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist, so folgt, daß der Vektor der durch Rotation induzierten elektromotorischen Kraft OB ebenso wie der Vektor I_1 in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt.

Der wagerechte Transformatorkraftfluß N_x (Fig. 374), der durch die Entgegenwirkung der induzierenden Statorabteilung BD und des induzierten Rotorstromes zustande kommt, induziert in der Rotorwicklung eine elektromotorische Kraft der Ruhe, die unter Vernachlässigung des

Ohmschen Verlustes im Rotor der elektromotorischen Kraft der Rotation das Gleichgewicht hält. Ihr Vektor OA fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Da sie um 90° hinter dem Kraftfluß N_x zurückbleibt, so fällt der Vektor dieses Kraftflusses nach rechts in die Abszissenachse. Die beiden räumlich um 90° verschobenen Kraftflüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von 90° , d. h. der Repulsionsmotor besitzt ein Drehfeld.

Zugleich ergibt sich aus der Gleichheit der beiden elektromotorischen Kräfte, wenn v das Verhältnis der Drehzahl bei dem jeweiligen Betriebszustand zur synchronen Umlaufzahl $\frac{v}{p}$ ist und die Koeffizienten für die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung annähernd gleich geschätzt werden:

$$N_x = v \cdot N_y.$$

Daraus folgt, daß für synchronen Lauf ($v = 1$) die beiden Kraftflüsse gleich sind, so daß das Drehfeld vollkommen ist. Bei Stillstand ($v = 0$)

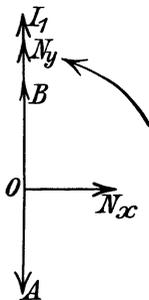


Fig. 376. Kraftflüsse des Repulsionsmotors.

ist der Querkraftfluß gleich Null, weil dabei wie beim Anlauf eines kurzgeschlossenen Drehstrommotors alle wagerechten Kraftlinien durch die Gegenwirkung des Rotorstromes aus dem Rotor herausgedrängt werden. Bei sehr großer Drehzahl überwiegt endlich nach der obigen Gleichung der wagerechte Transformatorkraftfluß bedeutend über den Erregerkraftfluß.

Wir gehen nun dazu über, das Vektordiagramm für die elektromotorischen Kräfte des Repulsionsmotors zu zeichnen. Dabei nehmen wir, wie früher, an, daß der Vektor des Statorstromes I_1 nach oben in die Richtung der Ordinatenachse fällt. Der Vektor des Rotorstromes ist, wie beim Transformator, dann

wesentlich nach unten gerichtet. In Fig. 377 ist

E_{11} die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Stator auf sich selbst induziert,

E_{12} die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Stator auf den Rotor induziert. Dabei wird nach S. 475:

$$E_{11} = x \cdot (1 + \tau_1) \cdot I_1,$$

$$E_{12} = k \cdot c \cdot x \cdot I_1,$$

Beide elektromotorischen Kräfte bleiben um 90° hinter dem Strome I_1 zurück. Es ist ferner

E_{22} die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Rotor auf sich selbst induziert,

E_{21} die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Rotor auf den Stator induziert. Dabei ist:

$$E_{22} = c^2 \cdot x \cdot (1 + \tau_2) \cdot I_2,$$

$$E_{21} = k \cdot c \cdot x \cdot I_2.$$

Die Resultierende OE aus den im Stator induzierten elektromotorischen Kräften E_{11} und E_{21} ist durch den Vektor OE gegeben. Sie ist gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung e . Der Winkel EOF ist dann gleich dem primären Phasenverschiebungswinkel.

Andererseits ist die Resultierende OA aus den elektromotorischen Kräften E_{12} und E_{22} die ganze elektromotorische Kraft der Ruhe im Rotor. Ihr Vektor ist, da die Summe der elektromotorischen Kräfte im Rotor gleich Null ist, dem Vektor $OB = E_r$, der die elektromotorische Kraft der Bewegung im Kraftfluß N_y darstellt, entgegengesetzt gleich. Die beiden Vektoren OA und $OB = E_r$ fallen, da der Vektor E_r gleiche Phase mit dem den Kraftfluß erzeugenden Strom I_1 hat, in die Ordinatenachse. Dabei ist nach S. 476:

$$E_r = AO = k' \cdot c \cdot v \cdot x \cdot I_1.$$

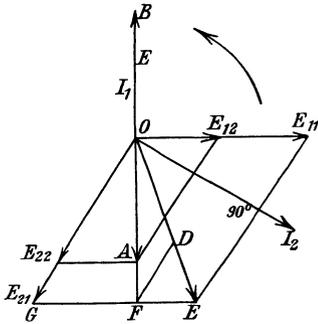


Fig. 377. Spannungsdiagramm des Repulsionsmotors.

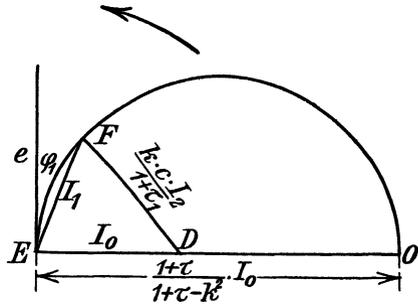


Fig. 378. Stromdiagramm des Repulsionsmotors.

Aus Fig. 377 folgt nun in einfacher Weise das Kreisdiagramm des Repulsionsmotors. Da der Winkel OFE gleich 90° ist, so liegt der Punkt F auf einem Halbkreis über dem konstanten Durchmesser $OE = e$. Wie im folgenden gezeigt wird, stellt im passenden Maßstabe EF den Primärstrom, FD parallel zu E_{22} den Rotorstrom, ED den Leerstrom bei offenem Rotor und EO den Kurzschlußstrom dar. Es ist nämlich:

$$EF = EG - FG = E_{11} - E_{12} \cdot \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau_2} \cdot x \cdot I_1,$$

$$FD = E_{21} \cdot \frac{EF}{E_{11}} = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau} \cdot k \cdot c \cdot x \cdot I_2,$$

und wenn wir nach der Gleichung $EO = x(1 + \tau_1) \cdot I_0$ die Klemmenspannung durch den Leerstrom I_0 bei offenem Rotor ausdrücken:

$$ED = \frac{EF}{E_{11}} \cdot EO = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau} \cdot x(1 + \tau_1) I_0.$$

Wir dividieren nun alle Vektoren durch $\frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau_2} \cdot x$ und drehen das Diagramm, bis EO in die Abszissenachse fällt. Dann erhalten wir das Stromdiagramm in Fig. 378. Darin ist:

$$\begin{aligned} EF &= I_1, & FD &= \frac{k \cdot c}{1 + \tau_1} \cdot I_2, \\ ED &= I_0, & EO &= \frac{1 + \tau}{1 + \tau - k^2} \cdot I_0. \end{aligned}$$

Da auch im Stromdiagramm der Winkel EFO ein rechter ist, so liegt der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Halbkreis über dem Durchmesser EO . Dieser stellt gleichzeitig den Kurzschlußstrom dar. Das Diagramm gibt für jeden Wert des Primärstromes den zugehörigen Phasenverschiebungswinkel φ_1 . Da nämlich der Winkel OEF in Fig. 378 derselbe ist wie in Fig. 377, so fällt der Vektor der Klemmenspannung in Fig. 378 in die Ordinatenachse.

Das Diagramm in Fig. 378 gibt uns nun gleichzeitig ein Maß für die Drehzahl. Es ist nämlich nach Fig. 377, da $OA = E_r$ ist:

$$OF = OA \cdot \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{k \cdot k' \cdot v}{1 + \tau_2} \cdot x I_1. \quad (a)$$

Demnach:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{EF}{OF} = \frac{1 + \tau - k^2}{k \cdot k' \cdot v}.$$

Die Drehzahl ist also der Tangente des Phasenverschiebungswinkels umgekehrt proportional.

Weiter ergibt das Diagramm das Drehmoment nach der Gleichung:

$$M_d = \frac{e \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1}{9,81 \cdot 2 \pi \cdot \frac{n}{60}}.$$

In dieser Gleichung sind bereits alle Größen bekannt. Wir können die Gleichung aber noch dadurch umformen, daß wir $\frac{n}{60} = v \cdot \frac{v}{p}$, $e = I_0 \cdot x (1 + \tau_1)$ und nach Fig. 377 $\cos \varphi_1 = \frac{OF}{e}$ setzen. Dadurch erhalten wir unter Benutzung von Gleichung (a):

$$M_d = \frac{p \cdot k \cdot k'}{9,81 \cdot 2 \pi \cdot v} \cdot \frac{e}{I_0 \cdot (1 + \tau)} \cdot I_1^2.$$

In Fig. 379 ist nun die Stromstärke als Abszisse und der Leistungsfaktor, die Geschwindigkeit und das Drehmoment als Ordinate aufgetragen, und zwar für Achsenverschiebungswinkel $\beta = 10^\circ, 20^\circ$ und 30° . Der Einfachheit wegen wurde dabei I_0 und $\frac{p \cdot e}{v} = 1$ gesetzt, während $\tau = 0,2$ angenommen wurde. Man erkennt, daß auch der Repulsionsmotor ein dem Gleichstromreihenmotor ähnliches Verhalten zeigt.

Werfen wir zum Schluß einen Blick auf die Vorgänge bei der Kommutierung. Zunächst tritt eine elektromotorische Kraft der Selbst-

induktion in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Drehzahl proportional ist. Diese Selbstinduktion wirkt in derselben Weise wie beim Gleichstrommotor.

Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft der Bewegung im Kraftfluß N_x induziert, die gleiche Phase mit dem Kraftfluß N_x hat, und eine elektromotorische Kraft der Ruhe durch den Kraftfluß N_y , die um 90° hinter diesem Kraftfluß zurückbleibt. Daraus folgt, daß die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule sich algebraisch entgegenwirken. Bei Synchronismus heben sich die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung vollständig auf, da $v = 1$ ist, und außerdem nach S. 482 beide Kraftflüsse gleich werden. Wir können die Verhältnisse bei Synchronismus

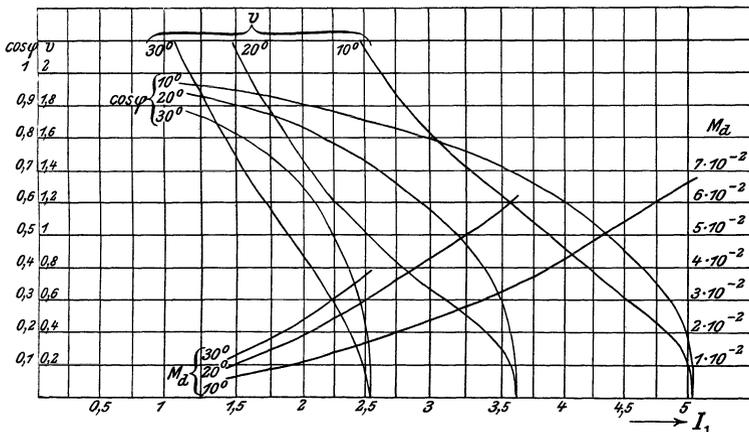


Fig. 379. Elektrische und mechanische Größen des Repulsionsmotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

auch so auffassen, daß dabei ein vollkommenes Drehfeld entsteht, das synchron umläuft und daher auf die kurzgeschlossene Spule keinen Einfluß ausübt. In diesem Falle bleibt also nur die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule übrig.

Bei einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als die synchrone, überwiegt der Erregerkraftfluß N_y . Es läßt sich zeigen, daß die von ihm auf die kurzgeschlossene Spule induzierte elektromotorische Kraft der Ruhe die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zum Teil aufhebt. Der Repulsionsmotor ist also in bezug auf funkenlose Kommutierung bei untersynchroner Geschwindigkeit günstig gestellt.

Bei übersynchronem Lauf ist dagegen der Kraftfluß N_x nach S. 482 stärker als der Kraftfluß N_y , und da gleichzeitig $v > 1$ ist, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Bewegung bedeutend über die der Ruhe. Weiter ist zu beachten, daß die außerdem noch auftretende Selbstinduktion

der kurzgeschlossenen Spule bei der großen Geschwindigkeit, in der die Kommutierung bei schneller Rotation vor sich geht, besonders groß ist. Es läßt sich außerdem nachweisen, daß sie sich zu der elektromotorischen Kraft der Rotation in der kurzgeschlossenen Spule geometrisch unter einem um so kleineren Winkel addiert, je weiter der Punkt F in Fig. 375 nach links rückt, je größer also nach der Gleichung für $\operatorname{tg} \varphi_1$ die Geschwindigkeit ist.

Bei hoher Geschwindigkeit wirken also drei ungünstige Momente zusammen. Zunächst wird der Kraftfluß N_x zu stark, weiter wird auch die Geschwindigkeit v zu groß, und endlich addieren sich die Selbstinduktion und die elektromotorische Kraft der Bewegung unter einem spitzen Winkel. Beide werden durch die elektromotorische Kraft der Ruhe, die in der kurzgeschlossenen Spule durch den Kraftfluß N_y induziert wird, nur unvollkommen aufgehoben.

136. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor.

Der Eichberg-Motor unterscheidet sich grundsätzlich dadurch von dem Repulsionsmotor, daß er nach Fig. 380 mit Hilfe des Stromes $I_y = I$,

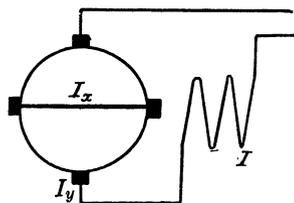


Fig. 380. Grundsätzliche Schaltung des Eichberg-Motors.

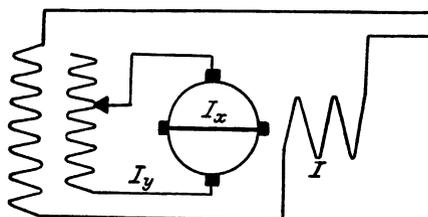


Fig. 381. Eichberg-Motor mit Reihentransformator.

der einen senkrechten Kraftfluß N_y erzeugt, vom Rotor aus erregt wird, während der motorisch wirkende Rotorstrom I_x , dessen Windungen in der Figur eine wagerechte Achse besitzen, durch Transformatorwirkung in dem über die wagerechten Bürsten kurzgeschlossenen Rotor induziert wird. Die Rotorwindungen mit wagerechter Achse bilden dabei den sekundären Teil eines Transformators, dessen primärer Teil durch die vom Strom I durchflossenen Statorwindungen gebildet wird. Am einfachsten stellt man sich auf dem Rotor zwei getrennte Wicklungen mit zwei Kollektoren vor, auf denen je ein Bürstenpaar schleift. In Wirklichkeit überdecken sich in Fig. 382 die Erregerwicklung und die induzierte Wicklung des Rotors, wie in Fig. 380, zu einer einzigen Wicklung.

Bei der praktischen Ausführung des Eichbergschen Motors wird der Rotor nicht, wie in Fig. 380 angegeben, unmittelbar durch den primären Strom I , sondern von der Sekundärspule eines Transformators gespeist, dessen Primärspule mit den Statorwindungen in Reihe geschaltet ist

(Fig. 381). Grundsätzlich wird dadurch jedoch gegenüber Fig. 380 nichts geändert. Im folgenden soll das Verhalten des Eichberg-Motors mit Berücksichtigung des veränderlichen Übersetzungsverhältnisses des Reihentransformators dargestellt werden. Es sei:

u das Verhältnis der primären und sekundären Windungen des Transformators,

I der Primärstrom des Transformators,

I_y der Sekundärstrom des Transformators.

Demnach wird

$$I_y = u \cdot I.$$

Da durch Einschaltung des Transformators gegenüber Fig. 380 nichts Grundsätzliches geändert wird, so haben wir das Recht, für den Motor dem Strome I_y dieselbe Phase zuzuschreiben wie dem Strom I . Wir legen in Fig. 383 die Vektoren beider Ströme in die positive Richtung der Ordinatenachse. Beide Ströme sind im Transformator um praktisch genau 180° verschoben.

Wir betrachten zunächst die elektromotorischen Kräfte in der X -Wicklung. In dieser erzeugt der vertikale Kraftfluß N_y , der vom Strome I_y geschaffen wird, eine elektromotorische Kraft $E_{r,y}$ der Bewegung, die gleiche Phase mit dem Kraftfluß N_y hat. Ihr Vektor fällt in dieselbe Richtung wie die Vektoren I und N_y (Fig. 383).

Da die X -Wicklung sich zusammen mit der Statorwicklung wie ein Transformator verhält, so wird in ihr durch den Kraftfluß N_x eine elektromotorische Kraft E_x der Ruhe induziert. Da die Summe der elektromotorischen Kräfte in der X -Wicklung des Rotors unter Vernachlässigung des Rotorwiderstandes gleich Null ist, so sind die elektromotorischen Kräfte E_x und $E_{r,y}$ gleich und entgegengesetzt. Der horizontale Transformatorkraftfluß N_x , der die elektromotorische Kraft der Ruhe E_x erzeugt, eilt dieser elektromotorischen Kraft um 90° voraus, fällt also in Fig. 383 nach rechts in die Abszissenachse. Daraus folgt sofort die Tatsache, daß der Eichberg-Motor ein Drehfeld besitzt. Genau wie beim Repulsionsmotor ergibt sich, daß für angenähert synchronen Lauf die beiden räumlich und zeitlich um 90° verschobenen Kraftflüsse einander gleich sind und das Drehfeld dann vollkommen ist.

In der Y -Wicklung des Rotors treten ebenfalls zwei elektromotorische Kräfte auf. Von diesen wird die elektromotorische Kraft der Ruhe E_y durch den Erregerkraftfluß N_y induziert. Da sie um 90° hinter

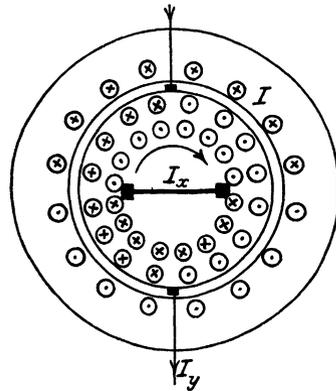


Fig. 382. Stromverteilung im Eichberg-Motor.

dem Strome I_y zurückbleibt, so fällt ihr Vektor in Fig. 383 nach rechts in die Abszissenachse. Außerdem wird eine elektromotorische Kraft E_{rx} durch Rotation der Y -Wicklung im Kraftfluß N_x induziert. Sie ist am größten, wenn der Kraftfluß N_x am größten ist. Ihr Vektor fällt also jedenfalls in die Abszissenachse, jedoch ist nicht von vornherein klar, ob wir ihn nach rechts oder links hin aufzutragen haben. Aus der Überlegung, daß die beiden Wechselkraftflüsse N_x und N_y einen Drehkraftfluß ergeben, der, wenn er vollkommen wäre, bei synchroner Geschwindigkeit die Rotordrähte überhaupt nicht schneidet, ergibt sich, daß die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung auch in der Y -Wicklung, ebenso wie in der X -Wicklung des Rotors, einander entgegengesetzt sind. Der Vektor E_{rx} fällt also in Fig. 383 nach links.

Die Differenz $E_y - E_{rx}$ stellt die gesamte elektromotorische Gegenkraft in der Erregerwicklung dar. Die Spannung an den Erregerbürsten ist dieser elektromotorischen Kraft entgegengesetzt gleich. Sie ist also,

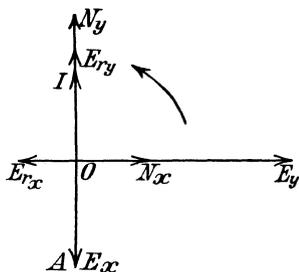


Fig. 383. Kraftflüsse und elektromotorische Kräfte im Eichberg-Motor.

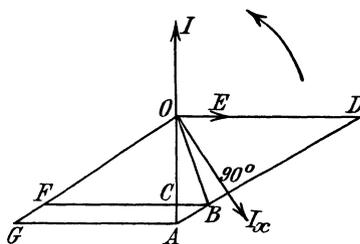


Fig. 384. Spannungsdiagramm des Eichberg-Motors.

ebenso wie die Differenz der elektromotorischen Kräfte, vollständig wattlos. Das gleiche gilt dann auch von der Spannung am Reihenschlußtransformator, die gleich $u (E_y - E_{rx})$ ist.

Wir ermitteln nun im folgenden die Stromstärke, die Geschwindigkeit und das Drehmoment in ihrer Abhängigkeit vom Phasenverschiebungswinkel. Es empfiehlt sich dabei, den reziproken Wert der Stromstärke I in das Diagramm einzuführen.

Der Statorstrom I (Fig. 384) induziert auf den Rotor die elektromotorische Kraft

$$OD = c \cdot x \cdot I \quad (a)$$

wo c das Verhältnis der Rotorwindungen zu den Statorwindungen und x der induktive Widerstand des streuungslosen Stators ist. Die elektromotorische Kraft OD bleibt um 90° hinter dem Statorstrom I zurück.

Der Rotorstrom I_x , der dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist, induziert auf sich selbst mittels der gleichzeitig auf den Stator übertragenen Kraftlinien die elektromotorische Kraft OF und mittels seiner Streulinien die elektromotorische Kraft FG . Dabei ist

$$FG = \tau_2 \cdot OF.$$

Die elektromotorischen Kräfte OF und FG bleiben um 90° hinter dem Strome I_x zurück.

Die Resultierende OA aus OD und OG ist die gesamte elektromotorische Kraft der Ruhe E_x in der wagerechten Rotorwicklung. Sie ist der elektromotorischen Kraft der Bewegung E_{ry} , deren Vektor nach Fig. 383 in die Ordinatenachse fällt, entgegengesetzt gleich, ihr Vektor fällt also nach unten in die Ordinatenachse. Da Erregerwicklung und X -Wicklung senkrecht aufeinander stehen, so ist nach S. 476 der Faktor k' zur Berechnung der elektromotorischen Kraft der Rotation $= \frac{3}{\pi}$. Ferner wird der Erregerkraftfluß statt wie früher vom Strome I , jetzt vom Rotorstrom $I_y = u \cdot I$ geliefert, und er schließt die Rotorstreulinien mit ein. Endlich ist die Windungszahl des Rotors c mal so groß wie die des Stators. Statt I_1 haben wir also in der Gleichung für die elektromotorische Kraft der Rotation auf S. 476 die Größe $cuI(1 + \tau_2)$ einzuführen und erhalten:

$$OA = E_x = E_{ry} = \frac{3}{\pi} c^2 \cdot v \cdot x \cdot u \cdot I(1 + \tau_2). \quad (b)$$

Anderseits ist die Resultierende OB aus den elektromotorischen Kräften OF und OD die elektromotorische Kraft, die im Rotor durch einen, dem Rotor und Stator gemeinsamen Kraftfluß induziert wird. Die durch denselben Kraftfluß im Stator induzierte elektromotorische Kraft ist dann wegen der verschiedenen Windungszahl gleich $\frac{OB}{c}$. Sie hat eine Wattkomponente $\frac{OC}{c}$ und eine wattlose Komponente $\frac{CB}{c}$.

Da die Spannung $\frac{OC}{c}$ die einzige Wattkomponente ist, die im Motor entsteht, so gilt die Gleichung:

$$e \cos \varphi = \frac{OC}{c} = \frac{OA}{c} \cdot \frac{OF}{OG} = \frac{OA}{c} \cdot \frac{1}{1 + \tau_2}. \quad (c)$$

Wenn wir den Wert von OA aus Gleichung (b) in Gleichung (c) einsetzen, für v auflösen und

$$k_0 = \frac{3}{\pi} \cdot u \cdot c \cdot x / e$$

setzen, so erhalten wir:

$$v = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{e \cdot \cos \varphi}{u \cdot c \cdot x \cdot I} = \frac{1}{k_0} \cdot \frac{\cos \varphi}{I}. \quad (d)$$

Tragen wir also in Fig. 385 den Vektor $1/I$ so auf, daß er um den Winkel φ hinter der in die Ordinatenachse fallenden Klemmenspannung zurückbleibt, so ist die Ordinate $b = \frac{1}{I} \cdot \cos \varphi$ proportional dem Verhältnis v der Drehzahl zu der synchronen Drehzahl. Die Ordinate stellt uns also in passendem Maßstabe die Drehzahl dar.

Die wattlose Komponente $\frac{CB}{c}$ der vom gemeinsamen X -Kraftfluß auf den Stator induzierten elektromotorischen Kraft ist nach Fig. 384 und Gleichung (a):

$$\frac{CB}{c} = \frac{OD}{c} \cdot \frac{FG}{OG} = x \cdot I \cdot \frac{\tau_2}{1 + \tau_2}.$$

Hierzu addieren wir die elektromotorische Kraft OE , die im Stator durch Statorstreuung induziert wird und sich zu $\tau_1 \cdot x \cdot I$ ergibt, sowie die auf S. 488 berechnete, ebenfalls wattlose Primärspannung $u \cdot (E_y - E_{rx})$ des Reihentransformators. Wir erhalten dadurch die gesamte wattlose Komponente der Netzspannung, indem wieder wie früher $\tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2 = \tau$ gesetzt wird, zu

$$e \cdot \sin \varphi = \frac{\tau}{1 + \tau_2} \cdot x \cdot I + u \cdot E_y - u \cdot E_{rx}. \quad (e)$$

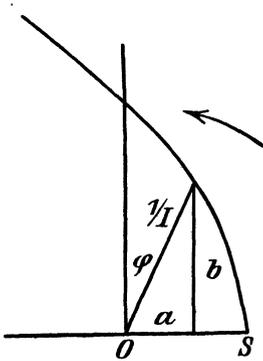


Fig. 385. Stromdiagramm des Eichberg-Motors.

Dabei ist, indem in der Gleichung für E_{22} auf S. 475 $u \cdot I$ an Stelle von I_2 gesetzt wird:

$$E_y = c^2 \cdot x \cdot u \cdot I (1 + \tau_2), \quad (f)$$

während sich die elektromotorische Kraft E_{rx} aus der Überlegung ergibt, daß die durch denselben Kraftfluß induzierten elektromotorischen Kräfte der Bewegung und der Ruhe sich wie $k' \cdot v$ zu k , d. h. in unserm Falle wie $3/\pi \cdot v$ zu 1 verhalten. Demnach wird nach Gleichung (b):

$$E_{rx} = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot E_x = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot OA.$$

Mit Benutzung des Wertes von OA aus Gleichung (c) und des Wertes von v aus Gleichung (d) erhalten wir:

$$E_{rx} = \frac{e^2 \cdot (1 + \tau_2)}{u \cdot x} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{I}. \quad (g)$$

Wir setzen nun die Werte von E_y und E_{rx} in Gleichung (e) ein, dividieren die Gleichung durch $e \cdot I$ und setzen:

$$k_1 = \frac{\tau \cdot x}{(1 + \tau_2) \cdot e} + \frac{u^2 \cdot c^2 \cdot x \cdot (1 + \tau_2)}{e}, \quad k_2 = \frac{x}{e(1 + \tau_2)},$$

$$\frac{1}{I} \cdot \sin \varphi = a, \quad \frac{1}{I} \cdot \cos \varphi = b.$$

Dann erhalten wir aus Gleichung (e):

$$b^2 = k_1 k_2 - k_2 a. \quad (h)$$

Nun sind die oben eingeführten Werte a und b die Koordinaten des Vektors $\frac{1}{I}$. Der Endpunkt dieses Vektors liegt also nach Gleichung (h) auf einer Parabel, deren in der Figur nicht gezeichneter Brennpunkt auf der Abszissenachse um die Strecke $\frac{k_2}{4}$ vom Scheitel S entfernt liegt.

Für den Anlauf wird $\varphi = 90^\circ$. Dabei wird b gleich Null und a gleich OS . Der reziproke Wert des Anlaufstromes I_k wird dann nach Gleichung (h):

$$\frac{1}{I_k} = OS = k_1.$$

Dadurch ist die Entfernung OS festgelegt. Sie ändert sich nach der obigen Gleichung für k_1 , wenn das Übersetzungsverhältnis des Reihentransformators variiert wird. Dagegen wird nach Gleichung (h) die Parabel selbst durch Änderung des Übersetzungsverhältnisses nicht geändert, weil im Ausdruck für k_2 das Übersetzungsverhältnis nicht vorkommt.

Endlich ergibt sich das Drehmoment zu:

$$M_d = \frac{e \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot \frac{n}{60}} = \frac{e \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot \frac{v}{p} \cdot v}.$$

Mit Benutzung der obigen Gleichung (d) für v erhalten wir:

$$M_d = \frac{p \cdot k_0 \cdot e}{2\pi \cdot 9,81 \cdot v} \cdot I^2.$$

Für jeden Wert von φ ergeben sich also nacheinander die Größen $\cos \varphi$, $\frac{1}{I}$, I , v und M_d . Die Ergebnisse sind in Fig. 386 zeichnerisch dargestellt, wobei willkürlich:

$$\tau_2 = 0,1, \quad \tau = 0,2, \quad 3/\pi \cdot \frac{x}{e} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{p \cdot e}{2\pi \cdot 9,81 \cdot v} = 1$$

gesetzt ist, und nacheinander u c gleich 0,2 und 0,4 angenommen wurde. Die Kurven für M_d und v ergeben ein dem Gleichstrommotor ähnliches Verhalten des Eichberg-Motors. Sie stimmen im allgemeinen mit den praktisch aufgenommenen Kurven überein.*) Natürlich bringt die Sättigung des Eisens, die von uns vernachlässigt ist, Änderungen der Kurven mit sich.

Die Kurven zeigen, daß die Geschwindigkeit bei gleichbleibender Belastung zunimmt, wenn man das Übersetzungsverhältnis u verringert. Da gleichzeitig der Erregerstrom, der durch das Produkt $u \cdot I$ gegeben ist, verringert wird, so hat dies Ergebnis nach Analogie mit dem Gleichstrommotor nichts Überraschendes.

Wir ermitteln nun die Geschwindigkeit v_0 , bei welcher der Leistungsfaktor gleich Eins wird, aus Gleichung (h), indem wir a nach Fig. 385 gleich Null setzen. Wir erhalten dadurch:

$$b^2 = k_1 \cdot k_2.$$

*) Vergl. Eichberg, ETZ 1904, S. 80.

Andererseits ist nach Gleichung (d), indem $1/I \cdot \cos \varphi$ gleich b gesetzt wird:

$$b^2 = k_0^2 \cdot v_0^2.$$

Durch Gleichsetzung erhalten wir:

$$v_0^2 = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_0^2} = \frac{\pi^2}{9} \cdot \left(\frac{\tau}{(1 + \tau_2)^2 \cdot u^2 \cdot c^2} + 1 \right).$$

Die Geschwindigkeit, bei welcher der Leistungsfaktor gleich Eins ist, liegt nach dieser Gleichung oberhalb der Synchrongeschwindigkeit. Man kann den Leistungsfaktor 1 bei jeder Belastung einstellen, jedoch

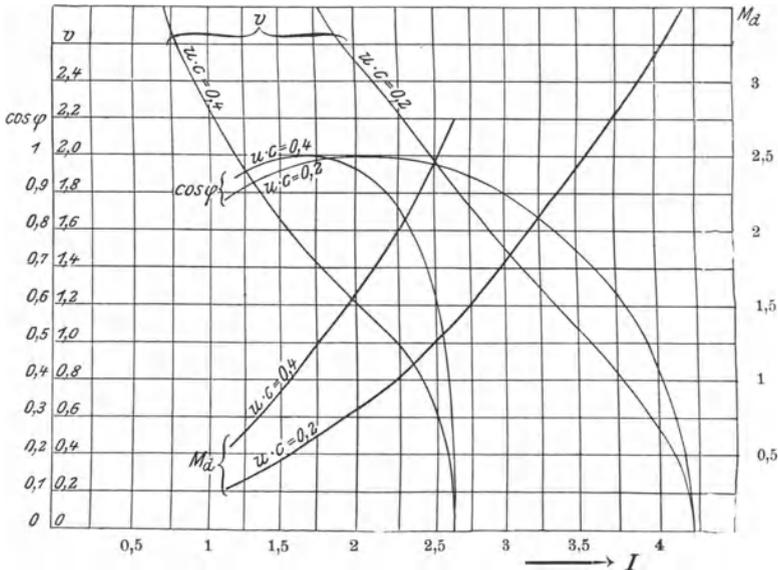


Fig. 386. Elektrische und mechanische Größen des Eichberg-Motors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

kann dies, wenn man nicht die Gesamtspannung e ändern will, nur unter der Voraussetzung geschehen, daß die Geschwindigkeit v_0 , die sich dabei ergibt, erwünscht oder zulässig ist.

Besonders bemerkenswert ist bei den verschiedenen Betriebszuständen die Verteilung der Gesamtspannung auf Rotor und Stator, oder bei Zwischenschaltung eines Reihentransformators die Verteilung der Spannung auf Transformator und Stator. Beim Anlaufen, d. h. bei Kurzschluß, stellen, wenn wir die Schaltung in Fig. 380 ins Auge fassen, die Statorwicklung und die Y-Wicklung des Rotors zwei hintereinander geschaltete Drosselspulen dar. Die vom Stator erzeugten X-Kraftlinien werden dabei durch die Gegenwirkung des Rotorstromes vollständig in den Streuweg gedrängt, treten also nur in geringer Anzahl auf, während die von demselben

Strom in der Y -Wicklung des Rotors erzeugten Kraftlinien ungehindert durch Rotor und Luftraum verlaufen, also in großer Zahl entstehen. Demnach ist auch die elektromotorische Gegenkraft am Rotor sehr viel größer als am Stator. Fast die gesamte Spannung wird also am Rotor, d. h. an den Erregerbürsten, verbraucht.

Beim Lauf geht die Spannung an den Erregerbürsten auf den Betrag $E_y - E_{r_x}$ zurück und wird für eine bestimmte Drehzahl gleich Null. Die ganze Spannung wird dabei am Stator verbraucht. Schließlich wird bei weiterer Steigerung der Drehzahl die Differenz $E_y - E_{r_x}$ negativ, und der Motor ist dadurch imstande, nicht nur die wattlose Komponente der Statorspannung zu kompensieren ($\varphi = 0$), sondern auch einen Strom, welcher der Spannung voreilt, aufzunehmen (φ negativ).

Die Drehzahl, bei der die Spannung an den Erregerbürsten gleich Null wird, liegt in der Nähe der synchronen Drehzahl. Man kann dann ohne Änderung der elektrischen und mechanischen Verhältnisse den Rotor über die Erregerbürsten kurz schließen und erhält dadurch einen einphasigen Induktionsmotor, auf dessen Rotor wir eine Längswicklung und eine Querwicklung liegend denken können. Auf einen solchen Rotor ist die in Abschnitt 132 entwickelte Theorie in vorzüglicher Weise anwendbar. Wie der Einphasen-Induktionsmotor zeigt der Motor dann Nebenschlußcharakteristik, d. h. fast konstante Drehzahl.

Die Kommutierung an den Kurzschlußbürsten erfolgt beim Eichberg-Motor ähnlich wie beim Repulsionsmotor. Übersynchroner Lauf ist daher, wie beim Repulsionsmotor, ungünstig.

Ein bemerkenswertes Verhalten zeigt die von den Erregerbürsten kurzgeschlossene Spule. In ihr wird durch den Kraftfluß N_x eine elektromotorische Kraft der Ruhe und durch den Kraftfluß N_y eine elektromotorische Kraft der Bewegung induziert. Beide elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie $N_x : v \cdot N_y$. Nun ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte der Ruhe in der X -Wicklung und Y -Wicklung des Rotors sich wie die entsprechenden Kraftflüsse verhalten, mit Benutzung von Gleichung (b) und (f):

$$\frac{N_x}{N_y} = \frac{E_x}{E_y} = \frac{3}{\pi} \cdot v.$$

Demnach ist, wenn wir vom Faktor $3/\pi$ absehen, $N_x = v \cdot N_y$, d. h. die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in der durch die Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spule sind bei jeder Drehzahl einander gleich. Daß sie sich entgegengesetzt sind, folgt aus dem Begriff

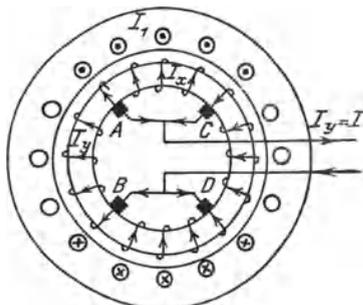


Fig. 387. Latour-Motor.

des Drehfeldes, vergl. S. 488. Infolgedessen macht die Kommutierung an den Erregerbürsten keine Schwierigkeit.

Alle obigen Ableitungen gelten grundsätzlich auch für den Latour-Motor. Dieser unterscheidet sich nach Fig. 387 von dem Eichberg-Motor dadurch, daß Erregerstrom und induzierter Arbeitsstrom sich nicht überdecken, sondern in getrennten Abteilungen des Rotors fließen. In Fig. 387 wird die Abteilung AB und CD des Rotors vom Erregerstrom I_y durchflossen, während der Arbeitsstrom I_x vom Stator aus in der Abteilung AC und BD induziert wird.

137. Doppelschlußmotoren.*)

Die Doppelschlußmotoren mit Kommutator für Einphasenstrom besitzen eine Anker- und eine Kompensationswicklung, die hintereinander am Netz liegen, wobei jedoch die Spannungen am Ankerkreis und am

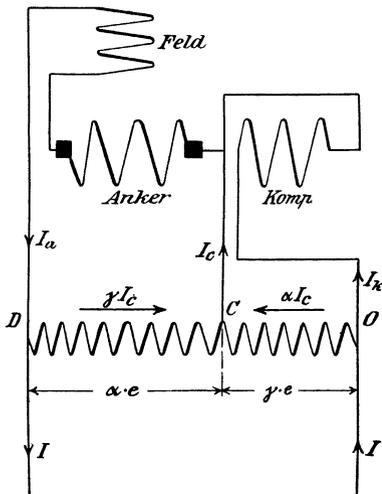


Fig. 388.
Schaltungsbild eines Doppelschlußmotors.
(Feld in Reihe mit dem Anker.)

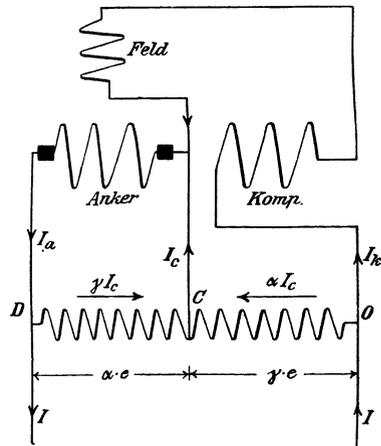


Fig. 389.
Schaltungsbild eines Doppelschlußmotors.
(Feld in Reihe mit Kompensation.)

Kompensationskreis phasengleich und konstant sind. Die Feldwicklung liegt entweder nach Fig. 388 in Reihe mit dem Anker, oder nach Fig. 389 in Reihe mit der Kompensationswicklung. Eine besondere Ausführung nach Fig. 388 ist der Alexanderson-Motor. In diesem ist das Verhältnis der Ankerwindungen zu den Kompensationswindungen gleich $\frac{1}{2}$. Gleichzeitig ist der Anker infolge Verkürzung des Wicklungsschrittes ein Spiegelbild der Kompensationswicklung, deren Spulenseiten nur einen Teil des Umfanges bedecken (vergl. S. 480).

*) Vergl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik Bd. III, S. 613.

Die beiden phasengleichen konstanten Spannungen am Ankerkreis und Kompensationskreis werden durch einen Spartransformator geliefert, dessen beide Spulen in Reihe an der Netzspannung liegen (Fig. 388 und 389). Vom Verbindungspunkt beider Spulen geht eine Leitung zum Verbindungspunkt des Anker- und Kompensationskreises.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 388 und 389 der Anker wie eine Spule gezeichnet, um die Entgegenwirkung von Anker- und Kompensationswicklung besser zum Ausdruck zu bringen.

Da die Achse des Feldes senkrecht zur Bürsten- und Kompensationsachse steht, so werden die Feldlinien auf keine Weise neutralisiert. Sie wirken daher wie eine vermehrte Selbstinduktion, also wie Streulinien.

Es sei nun:

- c das Verhältnis der Ankerwindungen zu den Kompensationswindungen (in diesem Abschnitt gleich $\frac{1}{2}$ gesetzt),
- I_a der Ankerstrom,
- I_k der Kompensationsstrom,
- I_c der Strom in der mittleren Verbindungsleitung,
- e die Netzspannung,
- E_r die elektromotorische Kraft der Rotation im Feldkraftfluß,
- $\alpha : \gamma$ das Verhältnis der Windungszahlen in den am Anker und Kompensationskreis liegenden Abteilungen des Spartransformators, wobei $\alpha + \gamma = 1$ ist,
- x_a der gesamte, durch Streuung verursachte induktive Widerstand des Ankerkreises (also in Fig. 388 einschließlich der dahintergeschalteten Feldwicklung),
- x_k der gesamte durch Streuung veranlaßte induktive Widerstand des Kompensationskreises (also in Fig. 389 einschließlich der dahintergeschalteten Feldwicklung),
- x der induktive Widerstand der streuungslosen Kompensationswicklung.

Dann ist:

- $\alpha \cdot e$ die Spannung am Ankertransformator,
- $\gamma \cdot e$ die Spannung am Kompensationstransformator.

Da sich die Ströme in den beiden Transformatorspulen umgekehrt wie die Spannungen verhalten und beide zusammen den Strom I_c ergeben, so wird:

- γI_c der Strom im Ankertransformator,
- αI_c der Strom im Kompensationstransformator.

Es sei nun in Fig. 390 und 391:

- CF die elektromotorische Kraft, die in der Kompensationswicklung durch einen gleichzeitig den Anker durchsetzenden resultierenden Kraftfluß erzeugt wird. Dann ist der Vektor CF die Resultierende aus zwei elektromotorischen Kräften. Von diesen ist:

- (a) $CH = c \cdot I_a \cdot x$ die elektromotorische Kraft der gegenseitigen Induktion vom Anker auf die Kompensationswicklung,
 (b) $HF = I_k \cdot x$ die elektromotorische Kraft, welche die Kompensationswicklung durch die gleichzeitig auf den Anker übertragenen Kraftlinien auf sich selbst induziert.

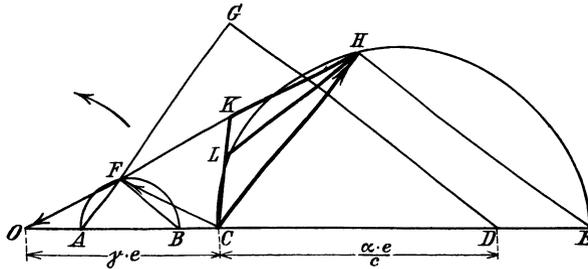


Fig. 390. Spannungsdiaagramm eines Doppelschlußmotors. (Feld in Reihe mit Anker.)

Im Kompensationskreis addiert sich zu der elektromotorischen Kraft CF , die durch den gemeinsamen Kraftfluß induziert wird, die gesamte Streuinduktion dieses Kreises. Es ist also:

- (c) $FO = I_k \cdot x_k$ die elektromotorische Kraft der Streuung im Kompensationskreis.

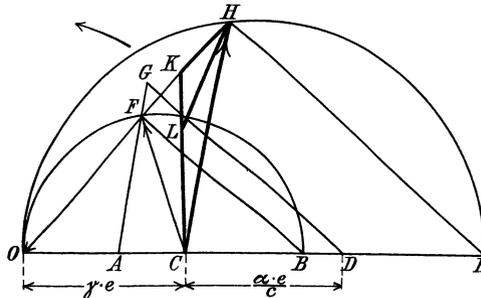


Fig. 391. Spannungsdiaagramm eines Doppelschlußmotors. (Feld in Reihe mit Kompensation.)

Dabei hat der Vektor FO gleiche Phase mit dem Vektor HF . Die Resultierende CO aus den elektromotorischen Kräften im Kompensationskreis ist dann der Klemmenspannung am Kompensationskreis entgegengesetzt gleich. Es ist also:

- (d) $OC = \gamma \cdot e.$

Im Ankerkreis induziert das dem Anker und der Kompensationswicklung gemeinsame Feld eine elektromotorische Kraft, die wegen der verschiedenen Windungszahlen beider Wicklungen gleich $c \cdot CF$ ist. Außerdem wird im Ankerkreis eine elektromotorische Kraft der Gesamtstreuung $I_a \cdot x_a$ und eine elektromotorische Kraft E_r der Rotation im

Feldkraftfluß induziert. Die Summe der drei elektromotorischen Kräfte ist der Klemmenspannung $\alpha \cdot e$ am Ankerkreis entgegengesetzt gleich.

Wir dividieren nun alle Vektoren des Diagrammes der elektromotorischen Kräfte im Ankerkreis durch c . Dann wird unter Benutzung eines konstanten Proportionalitätsfaktors $1/c$:

CF proportional der elektromotorischen Kraft, die im Anker durch das gemeinsame Feld in der Bürstenachse induziert wird,

(e) $FG = \frac{I_a \cdot x_a}{c}$ proportional der E. M. K. der Streuung im Ankerkreis,

(f) $GD = \frac{E_r}{c}$ proportional der elektromotorischen Kraft der Rotation,

(g) $DC = \frac{\alpha \cdot e}{c}$ proportional der Spannung am Ankerkreis.

Dabei ist FG nach (a) und (e) phasengleich und parallel mit CH .

Die Vektoren des Ankerstromes und Kompensationsstromes bilden mit den entsprechenden elektromotorischen Kräften der Ruhe einen rechten Winkel. Da nun die elektromotorische Kraft der Rotation gleichzeitig mit dem Erregerstrom ihren Höchstwert erreicht, so bildet bei Felderregung durch den Ankerstrom der Vektor GD , welcher der elektromotorischen Kraft der Rotation proportional ist, einen rechten Winkel mit der Streuinduktion GF des Ankers (Fig. 390). Andererseits bildet bei Felderregung durch den Kompensationsstrom der Vektor GD einen rechten Winkel mit der Streuinduktion FO der Kompensationswicklung (Fig. 391). Im übrigen unterscheiden sich die beiden Figuren nur durch die Größenverhältnisse der Vektoren OF und FG , entsprechend der verschiedenen Schaltung der Feldwicklung. Dadurch verändert sich in den Figuren die Reihenfolge der Punkte B und C , jedoch gelten die Rechnungen für beide Diagramme gleichzeitig.

Wir verlängern nun in beiden Figuren den Strahl GF bis zum Schnittpunkt A mit der Abszissenachse. Dann ergibt sich nach (a), (c) und (b):

$$AF = CH \cdot \frac{FO}{HF + FO} = c \cdot I_a \cdot x \cdot \frac{x_k}{x + x_k}.$$

Setzen wir:
$$x_0 = \frac{c \cdot x \cdot x_k}{x + x_k},$$

so wird:

(h)
$$AF = I_a \cdot x_0.$$

Gleichzeitig ergibt sich nach Gleichung (c) und (b):

$$\frac{OA}{AC} = \frac{FO}{HF} = \frac{x_k}{x}.$$

Dadurch ist der Punkt A festgelegt. Wir ziehen dann FB parallel zu GD . Dann ergibt sich nach Gleichung (h) und (e):

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AF}{FG} = \frac{c x_0}{x_a}.$$

Ebenso wird, wenn wir auch HE parallel zu GD ziehen, nach (c) und (b):

$$\frac{OB}{BE} = \frac{FO}{HF} = \frac{x_k}{x}.$$

Dadurch sind nacheinander die Punkte A , B und E festgelegt, nachdem von Anfang an die Punkte O , C und D gegeben waren. Dann liegen die Punkte H und F in Fig. 390 auf Kreisen über den Durchmessern CE und AB , in Fig. 391 auf Kreisen über den Durchmessern OE und OB .

Wir gehen nun dazu über, aus dem Spannungsdiagramm das Stromdiagramm abzuleiten. Zu diesem Zwecke dividieren wir alle Vektoren durch $c \cdot x$. Da dann die Vektoren der Ströme genau dieselbe Lage einnehmen wie die entsprechenden induzierten elektromotorischen Kräfte, so ist das Diagramm um 90° gedreht, d. h. der Vektor der Klemmenspannung fällt in die Ordinatenachse. In dem Stromdiagramm ist dann:

$$\begin{aligned} CH &= I_a, & HF &= \frac{I_k}{c}, \\ DC &= \frac{\alpha \cdot e}{c^2 x}, & OC &= \frac{\gamma \cdot e}{c \cdot x}. \end{aligned}$$

Wir multiplizieren nun den Vektor HF im Stromdiagramm mit c , also in unserm Falle mit $1/2$. Wir erhalten dadurch den Kompensationsstrom im Stromdiagramm:

$$HK = I_k.$$

Wir sehen nun von der Entgegenwirkung des Anker- und Kompensationsstromes ab und verstehen jetzt unter I_k den Teil des Ankerstromes, der dem Anker aus der Kompensationswicklung zufließt. Wir haben dann das Vorzeichen zu ändern, d. h. es wird $I_k = KH$. Der andere Teil des Ankerstromes fließt dem Anker aus der mittleren Verbindungsleitung zu. Dieser Strom I_c ist nach Fig. 390 und 391 gleich dem Vektor CK .

Teilen wir nun den Vektor $CK = I_c$ im Verhältnis $CL : LK = \gamma : \alpha$, so wird der Vektor $LK = \alpha I_c$. Dieser Vektor ergibt nach Fig. 388 und 389 mit dem Kompensationsstrom zusammen den Netzstrom, wir erhalten also den Netzstrom zu

$$I = LH.$$

Damit sind alle Ströme der Größe und Phase nach gegeben. Man kann nun noch die Kreise zeichnen, die den geometrischen Ort für die Punkte K und L darstellen, jedoch ist hier im Interesse der Übersichtlichkeit der Zeichnung davon Abstand genommen. Die Drehzahl ist dem Quotienten aus der elektromotorischen Kraft GD und dem Feldkraftfluß proportional, während das Drehmoment dem Quotienten aus der Leistung $e \cdot I \cdot \cos \phi$ und der Drehzahl proportional ist.

In beiden Motoren tritt in der Bürstenachse ein Querkraftfluß auf, dessen Vektor unter Vernachlässigung der eigentlichen Ankerstreuung im Stromdiagramm in die Richtung CF fällt. Er ist gegen den Feldkraftfluß, dessen Phase jeweils mit der des Anker- oder Kompensationsstromes zusammenfällt, verschoben, so daß sich ein, wenn auch nicht vollkommenes, Drehfeld ergibt. Das Querfeld ist für die Kommutierung günstig. Durch Änderung des Teilpunktes C am Transformator kann im allgemeinen das Querfeld so eingestellt werden, wie es für die Kommutierung erforderlich ist.

Bei dem Motor mit dem Feld in Reihe mit dem Anker sind die Kompensationswindungen nach Fig. 390 größer als die Ankerwindungen, wie dies mit Rücksicht auf gute Kommutierung erwünscht ist. Dagegen besitzt der Motor mit dem Feld in Reihe mit der Kompensationswicklung nach Fig. 391 den Vorteil, daß ein Leistungsfaktor gleich Eins oder eine negative Phasenverschiebung erzielt werden kann. Man sieht dies deutlich daran, daß der Vektor LH , der im Stromdiagramm den Stromvektor darstellt, in Fig. 391 nach links geneigt ist, wenn der Punkt H weiter nach O rückt.

Einundzwanzigstes Kapitel.

138. Der Drehstrom-Kollektormotor. — 139. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors. — 140. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors. — 141. Kompensierung und Stabilisierung des Drehstrom-Reihenschlußmotors. — 142. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor. — 143. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler.

138. Der Drehstrom-Kollektormotor.*)

Die gewöhnlichen Drehstrommotoren sind nur durch Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis, d. h. unter Vernichtung von Energie, in ihrer Drehzahl regelbar. Der Wunsch, auch bei Drehstrom verlustlos

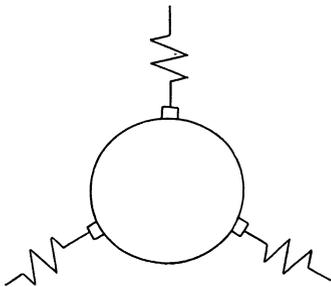


Fig. 392. Schema eines Drehstrom-Reihenschlußmotors in der Kurzschlußstellung.

regeln zu können, führte zur Ausbildung von Drehstrom-Kollektormotoren. Diese besitzen den Stator eines gewöhnlichen Drehstrommotors und den Kommutatoranker einer Gleichstrommaschine. Auf dem Kommutator schleifen pro Polpaar drei Bürsten, die um 120 elektrische Grade gegeneinander verschoben sind. Die Motoren können als Reihenschlußmotoren oder Nebenschlußmotoren gebaut werden. Von diesen sollen im folgenden die Reihenschlußmotoren behandelt werden, und zwar unter Vernach-

lässigung der Eisensättigung, der Streuung, des Ohmschen Widerstandes und der Kurzschlußströme unter den Bürsten.

Die Statorwicklung ist unverkettet. Jede Statorphase ist mit ihrem einen Ende an eine Netzklemme, mit ihrem anderen Ende an eine Rotorbürste, die in der Kurzschlußstellung in der Feldachse der betreffenden Statorwicklung liegt, angeschlossen (Fig. 392). Die Schaltung ist dabei derartig, daß Stator und Rotor sich in der Kurzschlußstellung direkt magnetisch entgegenwirken.

Wir stellen uns nun zunächst die Aufgabe, den Stromverlauf im Rotor und die Form des vom Rotor erzeugten Feldes zu bestimmen.

Der Strom habe in der wagerecht liegenden Phase 1 1' der Fig. 393 gerade seinen Höchstwert i_{max} . Er ist dann in den Phasen 2 2' und 3 3' halb so groß. Wie die Fig. 393 zeigt, tritt der Höchstwert des Stromes,

*) Vergl. den Aufsatz von Rüdénberg, ETZ 1910, S. 1181 ff.

nachdem er die Statorphase 1 1' durchflossen hat, bei der Bürste *I* in den Rotor und teilt sich dort in zwei gleiche Teile. Die eine Hälfte fließt durch die rechts liegende Statorphase zur Bürste *II* und von dort durch die Spulenseiten 2' und 2 des Stators zum Netz zurück. Die andere Hälfte fließt durch die linke Rotorphase zur Bürste *III* und von dort durch die Spulenseiten 3' und 3 ebenfalls zum Netz. Die dritte Rotorphase ist im betrachteten Augenblicke stromlos.

Wir tragen dann die Strompfeile, die den Strömen auf der äußeren Mantelfläche des Ringankers entsprechen, auf dem Umfang eines äußeren, im Hohlraum des Ankers liegenden Kreises auf und gehen vom Ring,

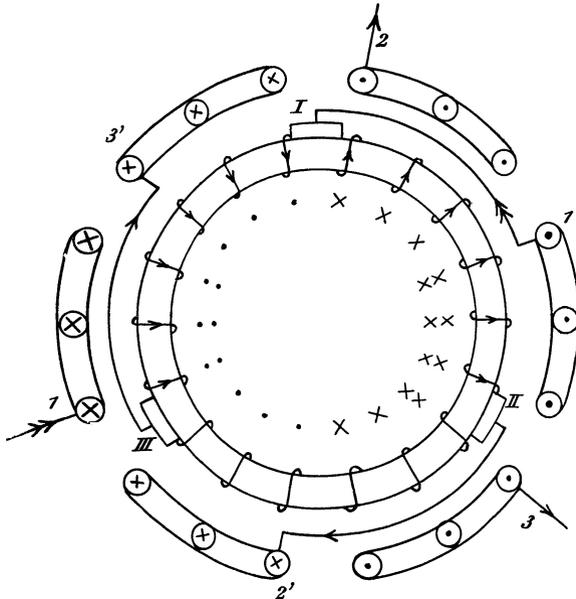


Fig. 393. Stromverlauf im Drehstrom-Reihenschlußmotor. (Durchmesserwicklung des Stators. Strom in der einen Statorphase gleich dem Höchstwert)

der einen ungünstigen und wenig übersichtlichen Kraftfluß erzeugt, zu der praktisch allein in Frage kommenden Trommel über. Bei dieser gehört (bei zwei Polen) zu jeder Spulenseite eine diametral gegenüberliegende Spulenseite. Die Strompfeile in den Drähten dieser Spulenseite sind in Fig. 393 auf einem inneren im Hohlraum des Ankers liegenden Kreise aufgetragen. Wir erkennen dann deutlich, daß die Rotorströme ein genaues Spiegelbild der Statorströme sind, indem die wagerecht liegenden Windungen am stärksten magnetisierend wirken und zu beiden Seiten von halb so starken Stromwindungen eingefasst werden.

Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß die magnetischen Wirkungen des Stators und Rotors einander gleich seien. Die Bedingung

dafür ergibt sich, wenn ξ_1 und ξ_2 die gesamten Windungen auf dem Stator und dem als Trommel ausgeführten Rotor sind, aus der Überlegung, daß die Höchstwerte der vom Stator und Rotor ausgeübten magnetisierenden Kraft einander gleich sein müssen, d. h. nach Fig. 393:

$$\left(i_{max} + \frac{2i_{max}}{2}\right) \cdot \frac{\xi_1}{3} = 4 \cdot \frac{i_{max}}{2} \cdot \frac{\xi_2}{6}.$$

Daraus folgt die Bedingung: $\xi_2 = 2 \cdot \xi_1$.

Wir betrachten jetzt den Augenblick, in welchem der Strom in den Statorphasen 1 1' und 3 3' gleich $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} i_{max}$ und in der Statorphase 2 2'

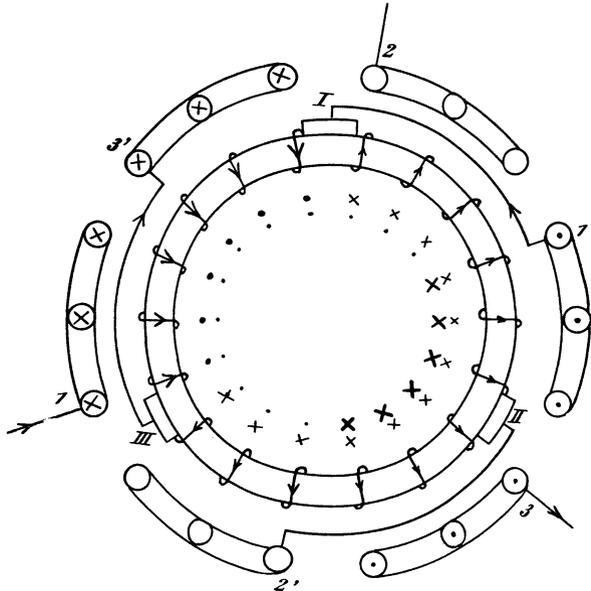


Fig. 394. Stromverlauf im Drehstrom-Reihenschlußmotor.
(Durchmesserwicklung des Stators. Strom in der einen Statorphase gleich Null.)

gleich Null ist (Fig. 394). Dann teilt sich der Strom an der Rotorbürste *I* in zwei ungleiche Teile, von denen der größere nach links zur Rotorbürste *III* fließt, während ein halb so starker Strom nach rechts durch zwei hintereinander geschaltete Rotorphasen ebenfalls zur Bürste *III* fließt.

Tragen wir nun wieder innerhalb des Ringankers die Strompfeile, die den Strömen auf der äußeren Mantelfläche entsprechen, auf einem äußeren Kreise auf und die entsprechenden zugehörigen diametral gegenüberliegenden Spulenseiten einer Trommelwicklung auf dem inneren Kreise, so sehen wir, daß die Rotorströme sich längs der Spulenseiten 2 und 2' des Stators aufheben und längs des übrigen Umfanges addieren. Der Rotor ist also in bezug auf seine magnetische Wirkung ein genaues Spiegelbild des Stators. Für eine Windungszahl $\xi_2 = 2 \cdot \xi_1$ sind die magneti-

sierenden Wirkungen des als Trommel ausgeführten Rotors und des Stators wieder einander gleich.

139. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Beim Betriebe sind die Bürsten um den Winkel α gegen die Kurzschlußstellung versetzt. Man sieht dann aus Fig. 395, daß die innerhalb des Winkels α liegenden Windungen sich in ihrer magnetischen Wirkung addieren, während die auf dem Bogen $\pi - \alpha$ liegenden Windungen sich in ihrer Wirkung wesentlich aufheben.

Die Windungen innerhalb des Winkels α erzeugen ein Feld, das im gezeichneten Augenblick in die Richtung des im Rotor gezeichneten Pfeiles fällt. Diese Richtung ergibt sich auch, wenn man die Ströme des Stators und Rotors unter dem Winkel $180^\circ - \alpha$ addiert.

Die Rotordrähte ergeben in Verbindung mit dem Feld nach der Ampereschen Schwimmerregel ein Drehmoment im Sinne der Abweichung der Bürsten von der Kurzschlußstellung, und zwar unabhängig von der Richtung des Drehfeldes. Mit Rücksicht auf Hysteresis- und Wirbelstromverluste, sowie auf funkenlosen Gang wird die Drehrichtung im Sinne des Drehfeldes gewählt. Im folgenden ist eine solche vorausgesetzt.

Dabei ist zu berücksichtigen, daß der Motor von einer Bürstenstellung aus angelassen wird, in der Stator und Rotor im gleichen Sinne magnetisierend wirken. Die Bürsten werden also beim Anlassen aus der Nullstellung um den Winkel $\beta = 180^\circ - \alpha$ in die Betriebsstellung verschoben. Der Motor dreht sich dann entgegen dieser Bürstenverschiebung.

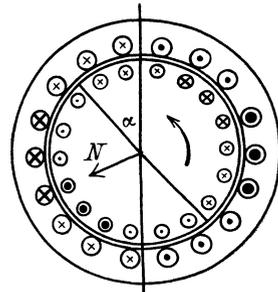


Fig. 395. Feldrichtung und Drehrichtung eines Drehstrom-Reihenschlußmotors. Pfeil gibt Drehrichtung des Motors und der Vektoren.

Wir gehen nun dazu über, das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors zu ermitteln. Wie Fig. 392 zeigt, ist die Netzspannung die Resultierende aus der geometrischen Summe zweier in Stern geschalteter Statorphasen und einer Rotorphase. Nun bilden, wie wir aus Fig. 393 und 394 erkennen, zwei mit einer Rotorphase in Reihe geschaltete Statorspulen eine einzige Spule von doppelter Breite, deren Spulenseite in der Kurzschlußstellung genau vor der Spulenseite der zugehörigen Rotorphase liegt. Beispielsweise liegen die Einzelspulenseiten *I* und *III'* genau in derselben Lage wie die Rotorphase zwischen den Bürsten *I* und *III*. Sind nun die Rotorbürsten in Richtung des Drehfeldes um den Winkel α aus der Kurzschlußstellung versetzt, so umfaßt die betrachtete Rotorphase den resultierenden Drehkraftfluß um einen dem Winkel α entsprechenden Zeit-

Anders verhält es sich aber mit der Größe der elektromotorischen Kräfte im Stator und Rotor. Während die Größe der elektromotorischen Kraft im Stator sich nach der vollen primären Periodenzahl berechnet, entspricht sie im Rotor, der in Richtung des Drehfeldes umläuft, nur der Periodenzahl der Schlüpfung. Ist also s die relative Schlüpfung, so ergibt sich, da beide elektromotorischen Kräfte durch denselben resultierenden Kraftfluß induziert werden:

$$\frac{SP}{PO} = \frac{E_2}{E_1} = s.$$

Bei Stillstand ist $s = 1$. Der Punkt P fällt dann mit dem Punkte K zusammen, der dadurch bestimmt ist, daß $E_2 = E_1$, also $SK = KO$ ist. Wie leicht einzusehen, fällt bei der gewählten Lage des Vektors SO der Vektor KO , der die elektromotorische Kraft im Stator bei Stillstand darstellt, in die Abszissenachse.

Wenn die Schlüpfung s gleich Null ist, so wird die elektromotorische Kraft E_2 im Rotor gleich Null. Der Punkt P fällt dann mit dem Punkt S zusammen, d. h. der Punkt S entspricht dem Synchronismus. Die Statorspannung E_1 ist dabei gleich der Sternspannung des Netzes.

Der Kreisbogen KS entspricht dem untersynchronen Lauf. Rückt der Punkt P nach links über S hinaus, so ändert der Vektor SP seine Richtung, d. h. die relative Verschiebung des Feldes gegenüber den einzelnen Rotordrähnen ändert ebenfalls ihre Richtung. Dies bedeutet, daß der Rotor übersynchron läuft. Rückt der Punkt P weiter nach A , so wird $-E_2$ der Größe nach gleich E_1 , was dem doppelten Synchronismus entspricht.

Wir gehen nun dazu über, Phase und Größe des Stromes zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft in Fig. 396, $E_1 = PO$, ist die Resultierende aus einer elektromotorischen Kraft $E_{21} = PB$, die der auch beim Lauf mit der vollen Periodenzahl rotierende, allein vom Rotorstrom erzeugte Kraftfluß im Stator induziert, und aus der elektromotorischen Kraft $E_{11} = BO$, die der Stator auf sich selbst induziert. Dabei sind die elektromotorischen Kräfte PB und PO wegen der von uns angenommenen Gleichheit der Amperewindungen des Stators und Rotors und der nach S. 504 festgestellten Gleichheit der Windungszahlen einander gleich. Ferner eilt der Vektor PB , abgesehen vom Vorzeichen, dem Vektor BO um den Winkel α voraus, da nach Fig. 395 auch der vom Rotor erzeugte Drehkraftfluß dem vom Stator erzeugten Drehkraftfluß um den Winkel α vorausseilt. *) Das Dreieck PBO ist also gleichschenkelig und enthält die Basiswinkel $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

*) Figur 395 zeigt die wichtige Tatsache, daß ein und dasselbe Feld eine Rotorphase später induziert als die zugehörige Statorphase, daß aber andererseits das vom Rotorstrom erzeugte Feld dem vom Statorstrom erzeugten Feld vorausseilt.

Der Vektor des Statorstromes eilt nun um 90° vor der von ihm selbst induzierten elektromotorischen Kraft BO voraus; er ist also durch den Vektor OI gegeben. Da der Winkel BOP gleich $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ war, so ist der Winkel POI gleich $\frac{\alpha}{2}$. Der Stromvektor bleibt also um den konstanten Winkel $\frac{\alpha}{2}$ hinter dem Vektor der Statorspannung zurück. Daraus folgt, daß beim doppelten Synchronismus ($E_1 = OA$) der Stromvektor mit dem Vektor der Netzspannung zusammenfällt, also Phasenkompensierung eintritt.

Nun stellte der Vektor SO die elektromotorische Kraft dar, die der Sternspannung des Netzes das Gleichgewicht hält. Demnach ist OS die Sternspannung des Netzes und der Winkel SOI der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung des Motors.

Die Größe des Stromes folgt aus der Überlegung, daß der Vektor BO in Fig. 396 die durch den Stator auf sich selbst induzierte elektromotorische Kraft E_{11} darstellt, also dem Strom I_1 proportional ist. Es sei nun I_0 der Leerstrom, wenn der Stator für sich allein im Stern geschaltet ist. Dieser Leerstrom induziert eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die der Klemmenspannung e_1 entgegengesetzt gleich ist. Dabei ist e_1 die Sternspannung pro Phase und I_1 der Strom pro Phase. Daraus folgt:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{BO}{e_1}.$$

Nun ist in Fig. 396

$$BO = \frac{E_1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Demnach ist die Stromstärke:

$$I_1 = \frac{I_0}{e_1 \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot E_1. \quad (\text{a})$$

Wir ermitteln nun noch die zugeführte elektrische Leistung und das Drehmoment. Die Leistung wird:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi.$$

Dabei ist der Winkel φ in Fig. 396 zunächst gleich dem Winkel SOI , dann aber wegen Gleichheit der beiden Winkel $\frac{\alpha}{2}$ auch gleich dem Winkel AOP . Setzen wir außerdem für den Strom I_1 den in Gleichung (a) berechneten Wert ein, so erhalten wir:

$$P = \frac{3 \cdot I_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot E_1 \cos AOP = \frac{3 \cdot I_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot PH.$$

Um das Drehmoment in mkg zu erhalten, haben wir die Leistung mit $9,81 \cdot 2\pi n/60$ zu dividieren, wobei die Drehzahl n aus der Schlüpfung zu berechnen ist. Einfacher ist die Überlegung, daß das Drehmoment dem Rotorstrom und dem Kraftfluß, also dem Quadrate des Stromes proportional ist. Um den Proportionalitätsfaktor zu ermitteln, fassen wir den Synchronismus ins Auge.

Bei diesem ist die im Rotor induzierte Spannung gleich Null und die ganze Netzspannung wird im Stator allein verbraucht. Ferner ist die Drehzahl bei Synchronismus $n/60 = \frac{\nu}{p}$ und die Phasenverschiebung zwischen Klemmenspannung und Strom gleich der Verschiebung zwischen Statorspannung und Strom, also gleich $\frac{\alpha}{2}$. Wir erhalten also bei Synchronismus:

$$e = E_1, \quad n/60 = \frac{\nu}{p}, \quad \varphi = \frac{\alpha}{2}.$$

Demnach erhalten wir das Drehmoment bei Synchronismus, indem die Leistung durch $9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60$ dividiert wird, zu

$$M_d = \frac{3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} = \frac{3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot p}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \nu} \text{ mkg.} \quad (b)$$

Mit Benutzung der Gleichung (a) erhalten wir:

$$M_d = \frac{3 \cdot e_1 \cdot \sin \alpha \cdot p}{I_0 \cdot 9,81 \cdot 2\pi \cdot \nu} \cdot I_1^2. \quad (c)$$

Diese Gleichung ist zunächst nur für Synchronismus abgeleitet, sie ist jedoch allgemein gültig, da das Drehmoment dem Quadrate des Stromes proportional ist.

Für Stillstand wird nach Fig. 396

$$KO = E_1 = \frac{e_1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Mit Benutzung der Gleichungen (a) und (c) erhalten wir dann das Drehmoment bei Stillstand zu:

$$M_k = \frac{3 e_1 \cdot I_0}{9,81 \cdot 2\pi \nu \cdot 8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$$

Das Drehmoment bei Stillstand ist also um so größer, je kleiner der Winkel α ist, d. h. je weiter die Bürsten aus der Nullstellung verschoben sind.

Das Spannungsdiagramm in Fig. 396 gilt nur für einen bestimmten Winkel α . Für jede andere Bürstenstellung ist ein neues Diagramm zu zeichnen. In dieser Hinsicht ist das von Binder angegebene Diagramm in Fig. 397 günstiger.*) Der Vektor der im Stator induzierten elektro-

*) Vergl. Binder, Diagramm für den Drehstrom-Reihenschlußmotor. ETZ 1913, Heft 15.

motorischen Kraft E_1 liegt dabei fest in der Ordinatenachse, und der Endpunkt der konstanten Klemmenspannung verschiebt sich auf einem Kreise mit dem Halbmesser $e_1 = \mathcal{E}$. Bei gegebenem Winkel α liegen die Vektoren der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft E_2 bei den verschiedenen Betriebszuständen sämtlich parallel zueinander.

Der Vektor des Stromes bleibt um den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ hinter dem Vektor E_1 zurück.

Der linke Teil der Figur entspricht dem untersynchronen Lauf, der rechte Teil dem Übersynchronismus. Bei Synchronismus fällt der Vektor $e_1 = E$ in die Ordinatenachse.

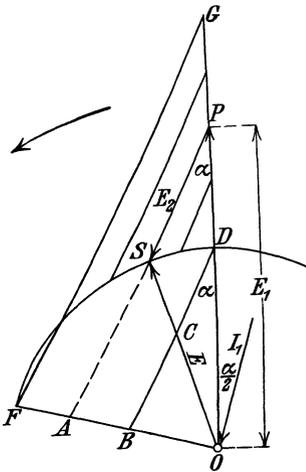


Fig. 397. Spannungsdiaagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

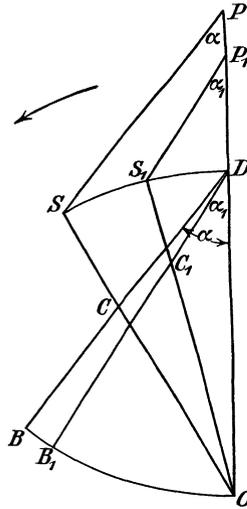


Fig. 398. Spannungsdiaagramme des Drehstrom-Reihenschlußmotors für verschiedene Abweichungen aus der Kurzschlußstellung.

Um die Drehzahl unmittelbar ablesen zu können, ziehen wir durch den Punkt D eine Parallele zu E_2 und zeichnen das Diagramm der elektromotorischen Kräfte für Stillstand des Motors. Da hierbei die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 gleich sind, so ergibt sich für Stillstand das gleichschenklige Spannungsdreieck OGF . Wir verlängern außerdem den Vektor $E_2 = PS$ bis zum Schnittpunkt A . Dann ergibt sich:

$$\frac{CD}{OD} = \frac{E_2}{E_1}.$$

Da das Dreieck ODB ebenso wie das Dreieck OGF gleichschenkelig ist, so ist $OD = BD$. Daraus folgt:

$$\frac{CD}{BD} = \frac{E_2}{E_1} = s.$$

Wir erhalten also in dem Verhältnis $\frac{BC}{BD} = 1 - s$ ein Maß für die Drehzahl.

Bei Änderung des Winkels α ändert sich auch die Richtung von OF . Das neue Diagramm läßt sich dann leicht zeichnen, da der Punkt B auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt D und dem Halbmesser e_1 liegt.

In Fig. 398 ist die Konstruktion für die Winkel α und α_1 durchgeführt. Man sieht deutlich, daß bei Verkleinerung des Winkels α , d. h. bei Vergrößerung der Bürstenverschiebung von der Nullstellung aus, die Drehzahl vom Betrage BC auf den Betrag B_1C_1 wächst. Die Figur ist unter der Annahme gezeichnet, daß das Drehmoment, d. h. nach Gleichung (a) und (c) das Produkt $\frac{E_1^2}{tg \frac{\alpha}{2}}$ konstant ist.

Der Vektor des Stromes steht in Fig. 398 senkrecht auf OB bzw. auf OB_1 .

140. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Bei konstantem Winkel α ist in Fig. 396 nicht nur der Vektor BO , sondern auch der Vektor PO dem Statorstrom proportional. Demnach stellt uns, abgesehen vom Maßstab, OP den Motorstrom dar, und zwar zunächst nach seiner Größe. Da jedoch nach der Konstruktion des Diagrammes der Winkel SOI gleich dem Winkel AOP ist, so gibt der Vektor OP , wenn wir den Vektor der Sternspannung des Netzes in die Ordinatenachse fallen lassen, auch die Phase des Stromes an.

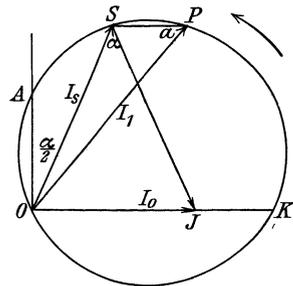


Fig. 399. Stromdiagramm eines Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Das entsprechende Stromdreieck ist in Fig. 399 gezeichnet. OK ist der Strom bei Stillstand, OS der Strom bei Synchronismus und OA der Strom bei doppeltem Synchronismus, bei welchem ein Leistungsfaktor Eins erreicht wird. Im Betriebe von A bis O wird die Phasenverschiebung negativ.

Das Verhältnis $SP:PO$ gibt wieder die Schlüpfung s an. Zur Zeichnung des Stromdreieckes benutzen wir die Tatsache, daß die Spannung am Stator bei Synchronismus gleich der Netzspannung wird. Der Kraftfluß bei Synchronismus ist also ebenso groß wie wenn wir die Netzspannung allein an den in Stern geschalteten Stator gelegt denken, wobei ein Leerstrom I_0 in den Stator fließt. Der Leerstrom I_0 , senkrecht zur Klemmenspannung, ist also die Resultierende aus dem Statorstrom I_s und dem nach unserer Voraussetzung gleich großen Rotorstrom, die sich unter dem Winkel α zusammensetzen. Wir haben also zur Zeichnung des Stromdiagrammes über $OJ = I_0$ als Basis ein gleichschenkliges Dreieck zu zeichnen, in welchem der Winkel an der Spitze gleich α ist. Über

OS als Sehne mit dem gegenüberliegenden Winkel α ist dann das Kreisdiagramm zu zeichnen.

141. Kompensierung und Stabilisierung des Drehstrom-Reihenschlußmotors. *)

Die Entwicklungen der beiden letzten Abschnitte bezogen sich auf Drehstrom-Reihenschlußmotoren, bei denen die magnetisierende Wirkung des Stators und Rotors gleich ist. Dabei entspricht nach Fig. 400, die mit der Fig. 396 übereinstimmt, der Punkt K dem Stillstand des Motors, und es ist bei Stillstand wegen gleicher Windungszahlen der betrachteten Stator- und Rotorphase die elektromotorische Kraft E_1 im Stator gleich der elektromotorischen Kraft E_2 im Rotor. Der Vektor des Stromes bleibt um den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ hinter der Statorspannung zurück.

Wir untersuchen nun, welchen Einfluß es hat, wenn die Windungszahl des Rotors gegenüber der des Stators erhöht wird. Diese Erhöhung sei so gewählt, daß das über der Klemmenspannung als Sehne mit dem Peripheriewinkel α gezeichnete Stillstandsdreieck rechtwinklig wird, mit E_2 als Hypotenuse (Fig. 401).

Da der Motor bei Stillstand sich wie eine Drosselspule verhält, so bleibt der Strom um 90° hinter der Spannung zurück, die der elektromotorischen Kraft E entgegengesetzt gleich ist. Sein Vektor fällt also bei Stillstand in die Abszissenachse und seine Phasenverschiebung gegenüber der elektromotorischen Kraft im Stator ist gleich Null. Nun läßt sich auch bei beliebiger Windungszahl das Gesetz ableiten, daß die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft im Stator und dem Strom bei gegebener Bürstenstellung für alle Betriebszustände konstant ist. Demnach ist sie in Fig. 401 ständig gleich Null. Bei Synchronismus ist nun die elektromotorische Kraft im Stator der Netzspannung entgegengesetzt gleich. Demnach wird der Leistungsfaktor Eins nicht erst wie in Fig. 396 bei doppeltem Synchronismus, sondern schon beim Synchronismus erreicht (Phasenkompensierung).

Ein solcher kompensierter Motor zeigt aber im erhöhten Maße die schon bei gleicher Windungszahl des Stators und Rotors auftretende Erscheinung, daß der Strom, der bei Stillstand dem Vektor OK proportional ist, beim Ingangsetzen des Motors sich zunächst erhöht. Dies folgt einfach daraus, daß sich in Fig. 396 der Endpunkt P der elektromotorischen Kraft $E_1 = OP$, die der Stromstärke proportional ist, von K aus auf dem Kreise bis zu dem Punkte des Betriebszustandes verschiebt.

In dem Bereiche, in welchem sich auf diese Weise die Stromstärke und das Drehmoment mit wachsender Drehzahl erhöht, ist der Motor nicht stabil. Der größte Wert, den E_1 annehmen kann, ist der Kreisdurchmesser. Alle Werte von E_1 zwischen KO und dem größten Werte

*) Vergl. den Aufsatz von M. Schenkel ETZ 1912, S. 473 ff.

wiederholen sich jenseits des größten Wertes, so daß für diesen Bereich einem gegebenen Drehmoment, d. h. für konstante Bürstenstellung einem gegebenen Werte von E_1 oder I_1 , zwei Punkte P , also auch zwei verschiedene Drehzahlen entsprechen. Davon ist der Betriebszustand in der Nähe des Punktes K , welcher der geringeren Drehzahl entspricht, labil,

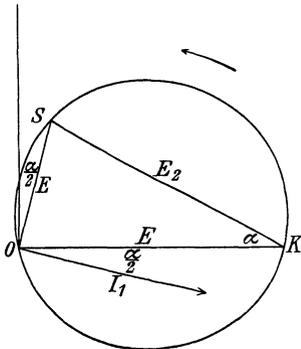


Fig. 400. Spannungsdreieck beim Stillstand des Drehstrom-Reihenschlußmotors (gleiche Windingzahlen der Stator- und Rotorphase).

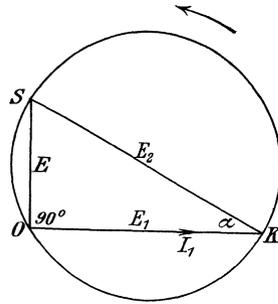


Fig. 401. Spannungsdreieck für Stillstand des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Vergrößerung der Rotorwindungen.

d. h. der Motor läuft von selbst auf die höhere Drehzahl hinauf. Das hätte an sich nur zu bedeuten, daß der Bereich in der Nähe des Punktes K , d. h. die geringe Drehzahl, nicht zum normalen Betriebe gehört, in welchem der Motor mit konstanter Drehzahl läuft und daher Gleichgewicht herrscht. Es ist indessen zu beachten, daß das beschriebene Verhalten des Motors ein gleichmäßiges, ruhiges Anlaufen hindert, indem der Motor beim Verschieben der Bürsten aus der Nullstellung zuerst nicht anläuft und sich dann stoßweise beschleunigt.

Nur bei Ventilatorantrieben, bei denen das Lastmoment sich mit der Geschwindigkeit erhöht und daher auch einem wachsenden Motormoment immer genügend entgegenwirkt, kann man auf ruhiges Anlaufen rechnen.

Um bei konstantem Lastmoment den Motor zu stabilisieren und ein gleichmäßiges, ruhiges Anlaufen zu erreichen, kann man die Windingzahl des Rotors gegenüber der des Stators so weit verringern, daß das Stillstands-dreieck über der Hypotenuse E_1 rechtwinklig wird (Fig. 402). Der Strom ist dann bei Stillstand am größten und verringert sich ganz allmählich, wenn der Motor auf seine betriebsmäßige Drehzahl hinaufläuft.

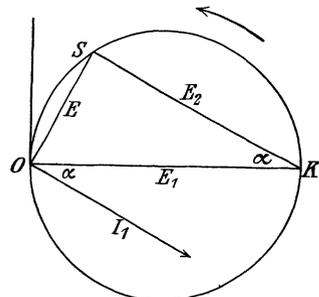


Fig. 402. Spannungsdreieck für Stillstand des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Verringerung der Rotorwindungen.

Allerdings hat nun ein solcher stabilisierter Motor, wie nicht anders zu erwarten, bei Synchronismus einen geringeren Leistungsfaktor als bei gleicher Windungszahl auf Stator und Rotor. Der Vektor des Stromes, der wieder bei Stillstand auf dem Vektor der Netzspannung senkrecht steht, bleibt jetzt um den Winkel α statt um den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ hinter der Statorspannung zurück. Es wird daher von Vorteil sein, wenn die Verringerung der Rotorwindungen wenigstens nicht unnötig groß gemacht wird. Nach Fig. 402 ergibt sich nämlich, wenn die Verringerung ausreichen soll, um das Spannungsdreieck bei Stillstand gerade nur rechtwinklig und nicht etwa stumpfwinklig zu machen:

$$E_2 = E_1 \cos \alpha$$

oder
$$\frac{\text{Rotorwindungen}}{\text{Statorwindungen}} = \frac{E_2}{E_1} = \cos \alpha. \quad (\text{a})$$

Bei sehr kleinem Winkel α , d. h. wenn der Motor mit starker Belastung anziehen soll und die Bürsten daher in die Nähe der Kurzschlußstellung verschoben werden müssen, erscheint also kaum eine Verringerung der Rotorwindungen nötig, während bei großem Winkel α , wenn der Motor wegen geringer Belastung bereits bei geringer Verschiebung der Bürsten anläuft, eine starke Verringerung der Rotorwindungen erforderlich ist.

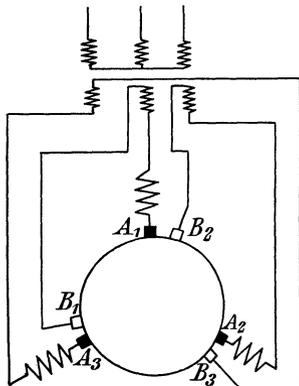


Fig. 403. Schaltbild eines Drehstrom-Reihenschlußmotors mit doppeltem Bürstensatz.

Eine Veränderung der wirksamen Rotorwindungszahl erfolgt selbsttätig in dem von den Siemens-Schuckert-Werken durchgebildeten Drehstrom-Reihenschlußmotor mit doppeltem Bürstensatz. Durch diesen wird je nach der Bürstenverschiebung immer nur ein Teil des Rotors gespeist.

Zu diesem Zwecke erhält der Motor seinen Strom von einem Transformator, dessen sekundäre Wicklung unverkettet bleibt. Die Ströme der drei Phasen durchfließen die Statorwicklung, treten dann in die schwarz gezeichneten festen Bürsten A_1 , A_2 und A_3 in den Rotor und treten an den zugehörigen beweglichen Bürsten B_1 , B_2 und B_3 aus dem Rotor aus.

Die festen Bürsten stehen in der Achse der Statorwindungen. In der Nullstellung stehen die beweglichen Bürsten auf denselben Kommutatorsegmenten, so daß in den Rotor überhaupt kein Strom fließt. Beim Eingangsetzen werden die beweglichen Bürsten, die in einer anderen Ebene liegen als die festen, verschoben. Eine Verschiebung von 180° entspricht der Kurzschlußstellung. Dabei wirken sich Stator und Rotor direkt entgegen. Ist 2γ der Verschiebungswinkel aus der Nulllage, so ist nach

Fig. 404 die Abweichung α der magnetischen Achse des Rotors von der Kurzschlußstellung

$$\alpha = 90^\circ - \gamma.$$

Daraus ergibt sich zunächst, daß, wie beim Repulsionsmotor mit doppeltem Bürstensatz, eine Verschiebung um den Winkel 2γ nur eine Abweichung der magnetischen Achsen um den Winkel $90^\circ - \gamma$ zur Folge hat, was in bezug auf Feinstufigkeit der Drehzahlregelung von Vorteil ist.

Weiter ist nach Abschnitt 91 bei sinusförmigem Feld die induzierte elektromotorische Kraft in einer Rotorphase von der Breite 2γ proportional dem Sinus des Winkels γ , also proportional dem Kosinus des Winkels α , da in der Gleichung für E auf S. 314 unten das Verhältnis $z^1 : \gamma$ konstant ist. Nach Gleichung (a) hat also für gleiche magnetomotorische Kraft des Stators und des ganzen Rotors das Verhältnis der elektromotorischen Kraft im Rotor und Stator stets den der betreffenden Bürstenverschiebung entsprechenden Wert $\cos \alpha$, d. h. der Motor ist stets stabil, und der Anlauf wird sicher beherrscht, indem der Strom im ersten Augenblick des Anlaufens am größten ist und dann, während der Motor langsam seine volle Drehzahl erreicht, auf seinen betriebsmäßigen Wert heruntergeht.

Wir haben bisher angenommen, daß die magnetomotorische Kraft des Rotors in der Kurzschlußstellung der Bürsten ebenso groß ist, wie des Stators. In Wirklichkeit wird die Windungszahl des Rotors entsprechend S. 510 erhöht, wodurch das Verhalten beim Anlaufen nur wenig beeinflusst wird, aber der Leistungsfaktor günstiger wird. Dies ist besonders dann der Fall, wenn man die sonst festen Bürsten ebenfalls verschiebt, und zwar entgegen den beweglichen Bürsten, da man in diesem Falle erreichen kann, daß die vollen Rotorwindungen zwischen zwei zusammengehörigen Bürsten liegen.

In den Gleichungen für Drehzahl, Stromstärke und Drehmoment ist eine verschiedene Windungszahl auf Rotor und Stator zu berücksichtigen.

142. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor. *)

Eine verlustlose Regelung von Drehstrommotoren kann auch mit Hilfe eines Hintermotors bewirkt werden.

Am einfachsten ist dabei eine Anordnung, bei welcher als Hintermotor ein auf der Welle des als Asynchronmotor gebauten Hauptmotors

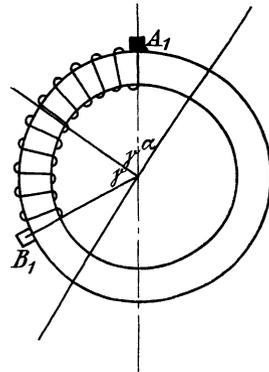


Fig. 404. Spulenseite zwischen zwei zusammengehörigen Bürsten.

*) Vergl. über Abschnitt 142 und 143 den Aufsatz von Dr. Georg Meyer in „Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen“ 1911, Heft 22—24.

sitzender Drehstromkollektormotor benutzt wird. Dieser wird entweder als Reihenschlußmotor gebaut und durch Bürstenverschiebung geregelt oder als Nebenschlußmotor mit Spannungsregelung ausgeführt.

Bei einer anderen Anordnung (nach Scherbius) wird der Hintermotor, der ebenfalls als Kollektormotor ausgeführt ist, getrennt vom Hauptmotor aufgestellt. Er treibt einen auf das Netz geschalteten Asynchron-generator an. Die Schlupfenergie wird also nicht, wie oben, mechanisch, sondern elektrisch nutzbar gemacht.

Ein weiteres Mittel, um die Schlupfenergie nutzbar zu machen, besteht darin, daß man den Rotorstrom des Hauptmotors nach Fig. 405 einem Einankerumformer zuführt. Von der Gleichstromseite dieses Umformers wird der Anker eines auf der Welle des Hauptmotors sitzenden

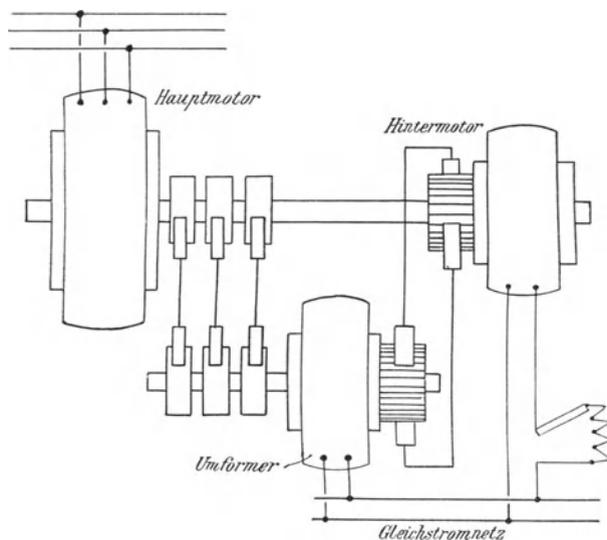


Fig. 405. Regelsatz mit Gleichstrom-Hintermotor.

Gleichstrommotors gespeist. Die Regelung der Drehzahl erfolgt durch Änderung der Erregung des Gleichstrommotors. Wie sich im folgenden Kapitel ergibt, stehen beim Einankerumformer die Drehstrom- und Gleichstromspannung in einem bestimmten, unveränderlichen Verhältnis. Da auf der Drehstromseite ein solcher Umformer sich genau wie ein Synchronmotor verhält, so ist es möglich, durch geeignete Erregung den Leistungsfaktor gleich Eins zu erreichen. In diesem Falle, der im folgenden bei allen verschiedenen Betriebszuständen vorausgesetzt werden soll, stehen wegen Gleichheit der zugeführten und abgeführten Leistung auch die Stromstärken des Drehstromes und Gleichstromes im Umformer in einem konstanten Verhältnis.

Wir wollen nun weiter annehmen, daß der Kraftfluß im Rotor des Hauptmotors konstant ist. Dies trifft bei Vernachlässigung der Streuung

genau zu und gilt auch bei Berücksichtigung der Streuung mit großer Genauigkeit innerhalb des linken Teiles der Fig. 344. Die Verluste mögen in allen drei Maschinen der Fig. 405 vernachlässigt werden.

Unter diesen Voraussetzungen ist die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors proportional der relativen Schlüpfung s .

Andererseits ist die Spannung des Gleichstrommotors proportional dem Kraftfluß N des Gleichstrommotors und der Drehzahl, die wegen der Anordnung der beiden Motoren auf derselben Welle proportional $1 - s$ ist.

Da beide Spannungen gleichzeitig am Umformer liegen, so ist ihr Verhältnis konstant. Unter Einführung eines konstanten Faktors k_1 ergibt sich also

$$N \cdot (1 - s) = k_1 \cdot s$$

oder

$$N = k_1 \cdot \frac{s}{1 - s} \quad (a)$$

Ferner ergibt sich, wie in Abschnitt 119, daß von der gesamten Leistung P_1 , die dem Stator des Asynchronmotors zugeführt wird, der Betrag $s \cdot P_1$ im Rotorkreis in elektrische Leistung umgesetzt wird. An die Stelle der Jouleschen Wärme im Rotorwiderstand oder in einem Anlaßwiderstand tritt einfach die dem Umformer zugeführte Energie. Diese wird weiter dem Gleichstrommotor zugeführt, so daß sich die Leistung P_g des Gleichstrommotors zu

$$P_g = s \cdot P_1 \quad (b)$$

ergibt. Demnach ist die mechanische Leistung des Drehstrommotors

$$P_d = P_1 - P_g = (1 - s) \cdot P_1 \quad (c)$$

Wie die Gleichung (a) erkennen läßt, ist bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors auch die Schlüpfung konstant. Die Drehzahl wird also durch eine Änderung der Belastung nicht geändert. Das Getriebe verhält sich also wie ein Nebenschlußmotor. Weiter zeigen die Gleichungen (b) und (c), daß das Verhältnis der Gleichstromleistung zur mechanischen Drehstromleistung bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors ebenfalls unabhängig von der Belastung ist.

Um den Einfluß der Feldänderung des Gleichstrommotors deutlich zu machen, tragen wir in Fig. 406 die der Drehzahl entsprechenden Werte $1 - s$ von O an als Abszisse auf. OB sei gleich Eins, d. h. der Punkt B entspreche dem Synchronismus. Dann ist $OA = 1 - s$ und $AB = s$. Wir berechnen dann den Kraftfluß N des Gleichstrommotors nach Gleichung (a) und tragen die erhaltenen Werte als Ordinaten auf. Die Kurve läßt zu jedem Werte von N die zugehörige Drehzahl OA ablesen. Gleichzeitig ergibt sich nach Gleichung (b), daß das Verhältnis $AB:OB$ bei jeder Belastung den Teil der Gesamtleistung angibt, den der Gleichstrommotor übernimmt.

Wie die Kurve zeigt, verringert sich die Drehzahl mit wachsender Erregung des Hintermotors. Der Vorgang vollzieht sich dabei in der Weise, daß eine Steigerung der Spannung an den Bürsten des Hintermotors auch eine Steigerung der Spannung an den Bürsten des Hauptmotors mit sich bringt. Dadurch fällt der Rotorstrom des Haupt-

motors und die Drehzahl nimmt ab, bis infolge der größeren Schlüpfung der Strom wieder stark genug für das Drehmoment ist.

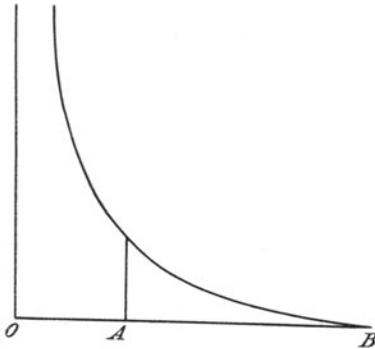


Fig. 406. Abhängigkeit der Drehzahl OA von der Erregung des Hintermotors.

Die Stromstärke des Gleichstrommotors ist proportional dem Rotorstrom des Hauptmotors, d. h. nach Fig. 344 nahezu proportional dem primären Wattstrom, also der dem Drehstrommotor zugeführten Leistung. Dabei ist die zugeführte Leistung nicht nur von der jeweiligen Belastung, d. h. von dem durch beide Motoren gemeinsam zu überwindenden

Lastmoment, sondern auch von der Drehzahl, d. h. vom Feld des Hintermotors abhängig.

Durch eine zusätzliche Hauptstromwicklung auf dem Hintermotor läßt sich erreichen, daß das Getriebe die Eigenschaften eines mit Belastung in seiner Drehzahl abfallenden Compoundmotors besitzt, wie dies bei Kupplung mit Schwungmassen von Vorteil ist.

143. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler.

Anstatt durch einen Hintermotor kann die verlustlose Regelung von Drehstrommotoren auch nach einer von den Siemens-Schuckertwerken im Verein mit Alexander Heyland ausgebildeten Anordnung durch einen Frequenzwandler vorgenommen werden. Der Frequenzwandler (Fig. 407) besteht aus einem Gleichstromanker, der in einem, den magnetischen Schluß für die Kraftlinien bildenden Stator läuft und in der einfachsten Anordnung auf der Welle des Hauptmotors sitzt. In der praktischen Ausführung wird zwischen Hauptmotor und Frequenzwandler eine Übersetzung eingeschaltet, oder der Frequenzwandler wird durch einen besonderen Motor angetrieben, der primär an das Netz, sekundär an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist. Der Stator des Frequenzwandlers ist unbewickelt oder trägt wenigstens nur eine Wendepolwicklung. Der Anker besitzt einen Kollektor, der über Bürsten an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist, während die Schleifringe des Ankers über einen regelbaren Transformator an das Netz angeschlossen sind.

Wir wollen annehmen, der Maschinensatz laufe mit einer ganz bestimmten Schlüpfung. Dann wird der Frequenzwandler über den Kollektor mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl gespeist. Im Frequenzwandler entsteht dann ein Feld, das im Raume mit der Periodenzahl der Schlüpfung rotiert. Der durch die drei Bürsten auf dem Kollektor zugeführte Strom wirkt, obgleich der Rotor gedreht wird, genau wie der Strom einer feststehenden Wicklung, wie er z. B. den Klemmen des Stators eines gewöhnlichen Drehstrommotors zugeführt wird.

Die Schaltung zwischen den Schleifringen des Hauptmotors und den Kollektorbürsten ist derartig, daß das Drehfeld im Frequenzwandler entgegengesetzt der Drehrichtung des Maschinensatzes rotiert. Die Relativgeschwindigkeit eines einzelnen Rotordrahtes gegenüber dem Feld ist also die Summe aus einer der Drehzahl des Maschinensatzes entsprechenden

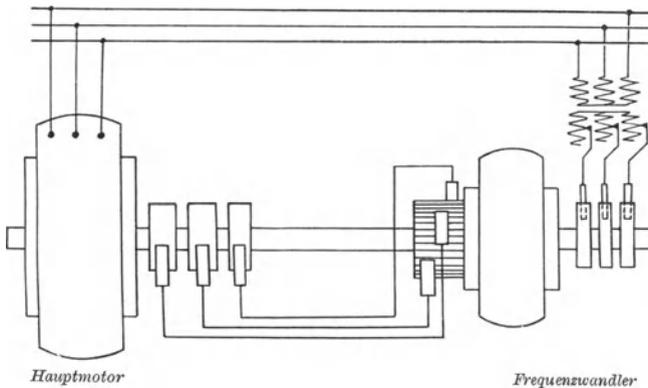


Fig 407. Grundsätzliche Anordnung des Frequenzwandlers.

Periodenzahl und der Periodenzahl der Schlüpfung des Hauptmotors. Die Periodenzahl an den Schleifringen des Frequenzwandlers ist also genau gleich der Netzfrequenz. Auf diese Weise wird es möglich, von den Schleifringen des Frequenzwandlers Strom ins Netz zurückzuliefern.

Während nun die Periodenzahlen des Stromes an den Kollektorbürsten und an den Schleifringen verschieden sind, sind die Spannungen an beiden Seiten einander gleich, da sie sich in beiden Fällen aus der Relativgeschwindigkeit der einzelnen Rotordrähte gegenüber dem Drehfeld berechnen. Aus diesem Grunde paßt die Schleifringsspannung des Frequenzwandlers nicht unmittelbar für das Netz, sondern sie muß erst durch einen Transformator auf die Netzspannung umgeformt werden.

Der Transformator dient nun gleichzeitig zur Regelung der Drehzahl, indem durch Betätigung eines Stufenschalters das Übersetzungsverhältnis des Transformators und dadurch die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers geändert wird. Dadurch wird gleichzeitig die Spannung an den Kollektorbürsten des Frequenzwandlers, d. h. die Spannung an

den Rotorbürsten des Hauptmotors geändert. Wird beispielsweise die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers erhöht, so wächst die Spannung an den Bürsten des Hauptmotors. Die Folge ist, daß zur Erzielung dieser Spannung die Schlüpfung größer werden muß. Im Gleichgewichtszustand ergeben im Frequenzwandler der Kommutatorstrom und der Schleifringstrom, die sich wesentlich entgegenwirken, als Resultierende den der jeweiligen Spannung des Frequenzwandlers entsprechenden Magnetisierungsstrom.

Der Vorgang der Regelung vollzieht sich in der Weise, daß eine Erhöhung der Gegenspannung des Transformators zunächst den aus dem Frequenzwandler in den Transformator gelieferten Strom verringert. Infolgedessen überwiegt im Frequenzwandler der Kommutatorstrom. Die von ihm induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion drosselt den Kommutatorstrom, der zugleich Rotorstrom des Hauptmotors ist, ab. Das Drehmoment des Hauptmotors wird dadurch kleiner als das Lastmoment, und der Hauptmotor fällt in seiner Drehzahl so weit ab, bis bei der dem Hauptmotor aufgezwungenen Schleifringspannung wieder derjenige Rotorstrom erzeugt wird, der dem Drehmoment entspricht. Der Vorgang ist also genau der gleiche, wie wenn wir Widerstand in den Rotorkreis eines Drehstrommotors einschalten.

Zweiundzwanzigstes Kapitel.

144. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers. — 145. Spannungsregelung beim Einankerumformer. — 146. Der Effektverlust im Einankerumformer. — 147. Der Kaskadenumformer.

144. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers.

Der Einankerumformer ist eine Gleichstrommaschine, deren Ankerwicklung außer an den Kommutator an zwei oder mehrere Schleifringe

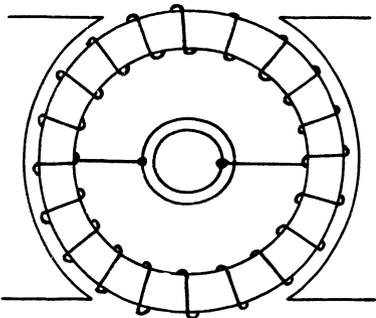


Fig. 408. Einankerumformer für Einphasenstrom.

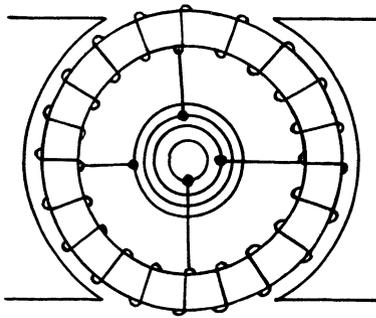


Fig. 409. Einankerumformer für Zwei- und Vierphasenstrom.

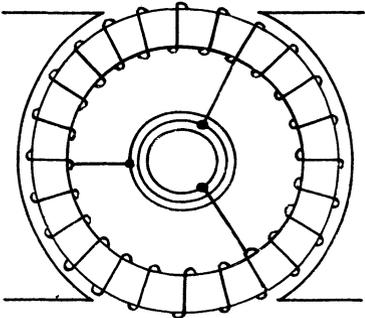


Fig. 410. Einankerumformer für Dreiphasenstrom.

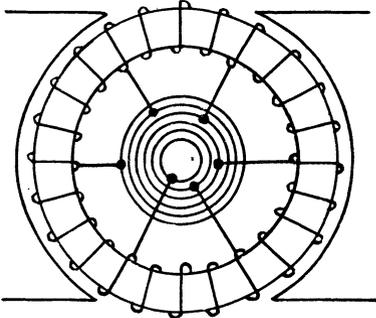


Fig. 411. Einankerumformer für Sechsphasenstrom.

angeschlossen ist. Je nach der Anzahl der Schleifringe unterscheidet man Umformer für Einphasenstrom (Fig. 408), Zwei- und Vierphasenstrom

(Fig. 409), Dreiphasenstrom (Fig. 410) und Sechszphasenstrom (Fig. 411). Man erhält einen Sechszphasenumformer einfach dadurch, daß man, wie in Fig. 403, bei einem Dreiphasentransformator die sekundäre Wicklung nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer gegeben. Allerdings hat man dabei eigentlich nur drei einzelne Dreiphasensysteme des Transformators. Aber auch der Sechszphasenumformer kann ganz bequem als ein System von drei Phasen aufgefaßt werden, deren Spulenseiten die Breite einer vollen Polteilung haben, um 120° verschoben sind und sich gegenseitig teilweise überdecken.

Der Einankerumformer arbeitet gewöhnlich als ein- oder mehrphasiger, synchroner Wechselstrommotor und als Gleichstromgenerator, er kann jedoch auch von der Gleichstromseite als Motor angetrieben werden, so daß er auf der Wechselstromseite als Generator arbeitet. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß der erzeugte Wechselstrom nur für Glühlampen benutzt wird. Andernfalls muß ein für sich allein auf ein Wechselstromnetz arbeitender Umformer gegen Durchgehen besonders gesichert sein, da ein von ihm erzeugter Strom, wenn er gegen die Spannung zurückbleibt, nach S. 330 eine Feldschwächung der Maschine zur Folge hat.

Außerdem kann die Maschine auch zur gleichzeitigen Lieferung von Gleichstrom und Wechselstrom benutzt werden. Im folgenden soll ihre Wirkungsweise als Wechselstrommotor und Gleichstromgenerator dargestellt werden.

Die wesentliche Eigenschaft des Einankerumformers besteht darin, daß für die elektromotorische Kraft des Gleichstromes und des Wechselstromes derselbe Kraftfluß und dieselbe Drehzahl maßgebend sind. Dabei ist unter dem Kraftfluß nicht etwa der von den Magneten allein erzeugte Kraftfluß, sondern der resultierende, im Anker vorhandene Kraftfluß zu verstehen, der unter dem Einfluß der Amperewindungen der Magnete und des Ankers zustande kommt, und bei dem auch die Selbstinduktion des Ankers schon berücksichtigt ist. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverlustes ist also nach S. 327 die Klemmenspannung und nicht die Magneterregung der Wechselstrommaschine ein Maß für den Kraftfluß.

Daraus folgt dann, daß die Klemmenspannung des Wechselstromes und des Gleichstromes, wenn man nicht besondere Vorkehrungen trifft, in einem ganz bestimmten Verhältnis stehen. Wenn wir der Einfachheit wegen eine zweipolige Maschine ins Auge fassen, so ist bei einer Gesamtzahl von z Drähten die Gleichstromspannung $E_g = N \cdot \frac{z}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$, während die Wechselstromspannung, wenn f die Anzahl der Ankerabteilungen ist, nach S. 313 durch die Gleichung

$$E_w = k \cdot N \cdot v \cdot \frac{z}{f} \cdot 10^{-8}$$

gegeben ist. Die Anzahl der Ankerabteilungen, die durch f bezeichnet

ist, ist bei Einphasenstrom gleich 2, bei Zwei- und Vierphasenstrom gleich 4, bei Dreiphasenstrom gleich 3 und bei Sechphasenstrom gleich 6. Der Faktor k ist von der Form des Feldes, dem Polbogen β und von der Breite 2γ der Spulenseite einer Ankerabteilung abhängig. Demnach verhält sich, da ν bei unserer zweipoligen Maschine gleich $\frac{n}{60}$ ist, die elektromotorische Kraft E_w bei Wechselstrom zur elektromotorischen Kraft E_g bei Gleichstrom wie $k:f$, d. h.:

$$\frac{E_w}{E_g} = \frac{k}{f} \tag{a}$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen. Nach Gleichung (44), (47) und (48) auf S. 313, 320 und 321 ergibt sich folgende Zahlentafel:

	f	$2\gamma/\pi$	Werte des Faktors k		
			für sinusförmiges Feld	für $\beta/\pi = \frac{2}{3}$	für $\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen	2	1	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{6}$
Dreiphasen	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{15}$	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$
Zwei- und Vierphasen	4	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$\frac{4}{3}\sqrt{3}$
Sechphasen	6	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{14}$

Bei sinusförmigem Feld wird z. B. für Einphasenstrom $\frac{k}{f}$, d. h. das Verhältnis der Wechselstromspannung zur Gleichstromspannung gleich 0,707. Dies Ergebnis können wir leicht durch die Überlegung bestätigen, daß der Höchstwert der Wechselstromspannung induziert wird, wenn die Zuführungsdrähte zu den Schleifringen in Fig. 408 ebenso wie die Gleichstrombürsten in der neutralen Zone stehen. Der Höchstwert der Wechselstromspannung bei Einphasenstrom und sinusförmigem Feld ist also gleich der Gleichstromspannung, der Effektivwert ist also 0,707 mal so groß.

Die Tatsache, daß die Gleichstrom- und Wechselstromspannung beide von derselben Größenordnung sind, macht bei Umformung von hochgespanntem Wechselstrom in Gleichstrom die Anwendung eines ruhenden Transformators nötig. Dadurch wird die Anlage wieder etwas teurer. Sie stellt sich aber doch billiger als die Umformung durch eine Doppelmaschine (Motorgenerator).

Wir berechnen jetzt das Verhältnis der Stromstärken auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite. Ist i_{max} der Höchstwert des Wechselstromes in einer Ankerabteilung und φ die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und Stromstärke, so ist die Wechselstromleistung aller Abteilungen zusammen:

$$P_w = f \cdot E_w \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Dagegen ist die Gleichstromleistung, wenn c die Stromstärke des Gleichstroms in einer Ankerabteilung bedeutet:

$$P = 2 E_g \cdot c.$$

Setzen wir nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie und unter Vernachlässigung der Verluste beide Leistungen gleich, so ergibt sich das Verhältnis η des Höchstwertes des Wechselstromes zum Gleichstrom mit Berücksichtigung von Gleichung (a) zu:

$$\eta = \frac{i_{max}}{c} = \frac{2\sqrt{2}}{f \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{E_g}{E_w} = \frac{2\sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}. \quad (b)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen.

Die Größe des Leistungsfaktors $\cos \varphi$ läßt sich, wie bei jedem Synchronmotor, willkürlich durch Änderung der Erregung einstellen. Bei konstanter Wechselstromspannung, also konstantem resultierenden Kraftfluß, ändert sich durch Änderung der Erregung naturgemäß die Größe und Phase des Wechselstromes, und zwar in einer solchen Weise, daß die resultierende Erregung konstant bleibt.

Daraus geht zugleich hervor, daß man nicht ohne weiteres daran denken kann, die Gleichstromspannung durch Änderung der Erregung zu beeinflussen.

145. Spannungsregelung beim Einankerumformer.

Eine Spannungsregelung wird beim Einankerumformer dadurch möglich gemacht, daß man vor die Wechselstromseite eine Drosselspule schaltet. Ist ein ruhender Transformator zur Herabsetzung der Wechselstromspannung erforderlich, so kann man den induktiven Widerstand auch dadurch erreichen, daß man statt einer Drosselspule einen Transformator mit großer Streuung verwendet. Die Spannung des Wechselstromnetzes sei e und der induktive Widerstand der Drosselspule x . Der Umformer sei übererregt, so daß seine Klemmenspannung nach S. 380 hinter dem Strome, dessen Vektor in die Richtung von h fallen möge, zurückbleibt (Fig. 412). Da die Maschine nach unserer Annahme als Wechselstrommotor arbeitet, so bleibt der Vektor OA , welcher der von der Magneterregung allein induzierten elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht hält, nach Fig. 300 hinter der Spannung zurück. Wenn wir den Ohmschen Verlust vernachlässigen, so stellt der Vektor $CB = I \cdot x$ den induktiven Spannungsverlust in der Drosselspule und der Vektor $BA = L \omega \cdot I$ den induktiven Spannungsverlust im Umformer dar. Die Klemmenspannung des Umformers, die dem Kraftfluß und der Gleichstromspannung proportional ist, ist jetzt nicht mehr gleich OC , sondern gleich OB . Es läßt sich zeigen, daß sie geändert wird, wenn wir die Erregung verändern. Der Einfachheit wegen soll dabei die Leistung $e \cdot I \cdot \cos \varphi$ des Umformers konstant bleiben. Da $e \cdot \cos \varphi$ gleich der Höhe h des Dreiecks OAC ist und AC dem Strome

proportional ist, so ist die Leistung proportional der Fläche OAC . Diese Fläche ist also ebenso wie die Leistung konstant. Bei festliegendem Vektor e , der jetzt als Basis des Dreiecks OAC betrachtet wird, bewegt sich, wenn wir die Erregung ändern, der Punkt A auf einer Parallelen zu OC , also z. B. nach A' . Da der Punkt B den Vektor des gesamten induktiven Spannungsverlustes in konstantem Verhältnis teilt, so bewegt er sich ebenfalls auf einer Parallelen zu OC , also nach B' . Durch stärkere Erregung vergrößern wir also nicht nur den Vektor OA , sondern auch den Vektor OB , welcher der Gleichstromspannung proportional ist. Gleichzeitig wird die Stromstärke und die negative Phasenverschiebung größer.

Allgemein ist bei negativer Phasenverschiebung die Schleifringspannung größer als die Netzspannung. Ebenso ergibt sich bei positiver Phasenverschiebung eine Schleifringspannung, die kleiner ist als die Netzspannung. Dies geht deutlich aus den Fig. 413 und 414 hervor.

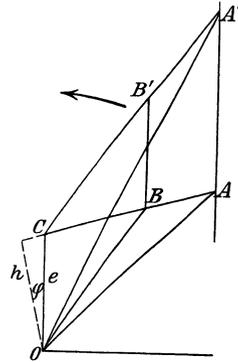


Fig. 412. Diagramm für Spannungsregelung durch Drosselspule.

Falls der Umformer, wie gewöhnlich, auf der Wechselstromseite einen Transformator besitzt, kann die Spannungsregelung dadurch bewirkt werden, daß

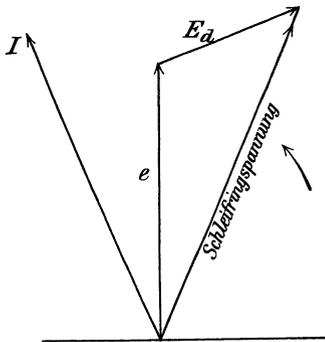


Fig. 413. Spannungserhöhung durch Übererregung bei Vorschaltung einer Drosselspule.

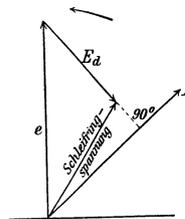


Fig. 414. Spannungerniedrigung durch Untererregung bei Vorschaltung einer Drosselspule.

man den Transformator zur Zu- und Abschaltung eines Teiles der Primärwindungen einrichtet oder als Induktionsregler ausbildet.

Ein weiteres Mittel zur Veränderung der Gleichstromspannung bei gegebener Wechselstromspannung ist die Verschiebung der Gleichstrombürsten aus der neutralen Zone heraus, so daß eine Abteilung des Gleichstromes mehr oder weniger vor entgegengesetzten Polen liegt. Diese Methode führt, damit kurzgeschlossene Spulen nicht in einem starken Felde liegen, zur Anwendung von Spaltpolen.

Spaltpole sind auch zu dem Zwecke vorgeschlagen, um durch Einführung von Wellen höherer Periodenzahl das Verhältnis der Gleichstrom-

und Wechselstromspannung zu ändern. Die Spaltpole werden in diesem Falle verschieden stark erregt. Am besten stellen wir uns vor, daß sie gleichwertig sind mit einem, der einfachen Periodenzahl entsprechenden Polpaar und einem darübergelagerten Polgestell für eine mehrfache Periodenzahl. Die Anzahl der zusätzlichen Pole ist so gewählt, daß sie nur auf die Gleichstromspannung und nicht auf die Wechselstromspannung einen Einfluß haben. Betrachten wir z. B. den zweipoligen Dreiphasen-umformer in Fig. 415, so sehen wir, daß die Spulenbreite zwei volle Polteilungen der zusätzlichen Wechselepoles umfaßt, so daß die von diesen Polen in ihr induzierte elektromotorische Kraft bei sinusartigem Feld in jedem Augenblicke gleich Null ist. *) Dagegen sieht man, daß eine Anker-

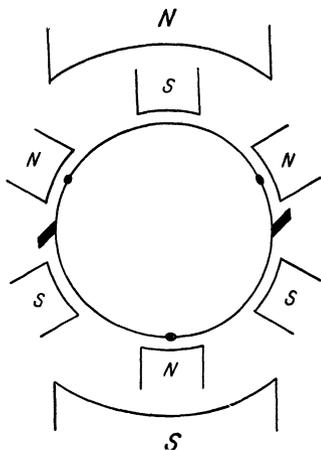


Fig. 415. Hauptpole und zusätzliche Pole, gleichwertig mit verschieden erregten Spaltpolen.

Teile verschieden stark erregt. Allerdings wird man dabei auf eine sinusförmige Kurve der elektromotorischen Kraft verzichten müssen. Die Regulierung des Verhältnisses der Gleichstrom- und Wechselstromspannung beruht darauf, daß sich die von den beiden Einzelpolen induzierten elektromotorischen Kräfte für den Gleichstrom algebraisch, für den Wechselstrom geometrisch addieren.

Man braucht nun gar nicht zwei getrennte Polsysteme anzuwenden, sondern kann beide Polsysteme superponieren, d. h. man spaltet die Hauptpole in drei Teile und legt auf die so gewonnenen Spaltpoleregulierbare Wicklungen, welche die Stärke des mittelsten Poles im Verhältnis zu den beiden äußeren zu verändern gestatten.

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man auch dadurch, daß man jeden Pol nur in zwei Teile spaltet und beide

*) In unserem Falle werden also elektromotorische Kräfte von dreifacher Periodenzahl überhaupt nicht induziert, und Ströme dreifacher Periodenzahl können daher nicht ins Netz gelangen. Das letztere ist übrigens bei allen Dreiphasenwicklungen ausgeschlossen, auch wenn die Breite der Spulenseite nicht gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung ist. Um dies z. B. für Dreieckschaltung zu erkennen, braucht man nur drei Windungen in Fig. 415 vor der Mitte gleichnamiger Hilfspole angeordnet und im Dreieck geschaltet zu denken. Man sieht dann, daß der in einer Windung induzierte Strom in seiner vollen Stärke in die zweite Windung weiter fließt, also nicht ins Netz gelangt.

146. Der Effektverlust im Einankerumformer.

Wir betrachten im folgenden wieder einen Umformer, der von der Wechselstromseite angetrieben wird, der also als Wechselstrommotor und als Gleichstromgenerator arbeitet. Nun haben die elektromotorische Kraft des Gleichstromes und die des Wechselstromes im Ankerdraht wesentlich die gleiche Richtung, und der Motorstrom ist der elektromotorischen Kraft entgegengerichtet, während der Generatorstrom ihr gleichgerichtet ist. Daraus folgt, daß der Wechselstrom und der Gleichstrom sich im Ankerdraht wesentlich entgegengerichtet sind und sich zum Teil gegenseitig aufheben. Das ist natürlich von wesentlichem Vorteil in bezug auf die im Anker entwickelte Joulesche Wärme.

Es leuchtet ein, daß dabei ein um so günstigeres Ergebnis erzielt wird, je geringer die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke des Wechselstromes ist. Es ist aber zu beachten, daß, selbst wenn die Phasenverschiebung des Wechselstromes gleich

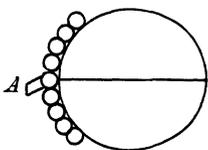


Fig. 416. Mitte der Spulenseite unter der Bürste hindurchgehend.

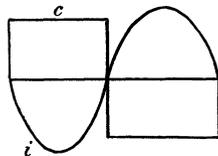


Fig. 417. Gleichstrom und Wechselstrom in der Mitte der Spulenseite.

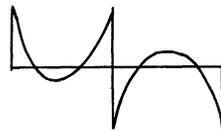


Fig. 418. Resultierender Strom in der Mitte der Spulenseite.

Null ist, zeitweise die Spulenseite des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen liegt, so daß in einzelnen Drähten eine Addition, in anderen eine Subtraktion beider Ströme stattfindet. Am günstigsten wäre natürlich eine unendliche Zahl von Kollektorlamellen und eine unendliche Zahl von Phasen, d. h. eine unendlich kleine Breite der Spulenseite.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird am leichtesten, wenn wir die Lamellenzahl des Kommutators als sehr groß voraussetzen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzelnen Windung ins Auge fassen. *) Dazu wählen wir zunächst die Windung, welche die Mitte der Spulenseite des Wechselstromes bildet, und setzen vorläufig voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sobald nun der Draht der betrachteten Windung in Fig. 416 die neutrale Zone passiert, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Unter der Voraussetzung, daß wir den Gleichstrom als unveränderlich betrachten dürfen, stellt uns dann die Kurve c

*) Vergl. Steinmetz, Der rotierende Umformer in Voits Sammlung elektrotechnischer Vorträge Bd. II, 1899.

in Fig. 417 den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Kurve i den Verlauf des Wechselstromes dar. Durch Summierung beider Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens erhalten wir dann die Stromkurve in Fig. 418. Die Ordinaten haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand R der betrachteten Windung zu multiplizieren, um die Augenblickswerte des Effektverlustes zu erhalten.

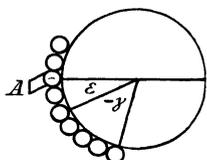


Fig. 419. Windung, im Abstand ε von der Spulenmitte liegend, passiert die Bürste.

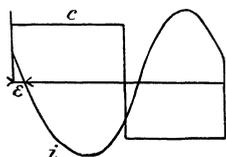


Fig. 420. Ströme im Abstand ε von der Spulenmitte.



Fig. 421. Resultierender Strom im Abstand ε von der Spulenmitte.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, die um den Bogen ε von der Mitte der Spulenseite entfernt ist (Fig. 419). Sobald diese Windung bei A die neutrale Zone passiert, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Dagegen erfolgt, da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen ε später, wenn nämlich die Mitte der Spulenseite die neutrale Zone passiert.

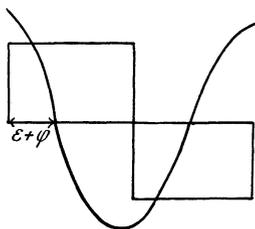


Fig. 422. Ströme im Abstand ε von der Spulenmitte bei Phasenverschiebung.

Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Fig. 420 nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Ordinaten erhalten wir die Kurve in Fig. 421, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung dargestellt.

Bleibt außerdem der Strom um den Winkel φ hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so erscheint die Stromkurve um den weiteren Bogen φ nach rechts verschoben (Fig. 422). Als Abszisse ist dabei der Einfachheit wegen, wie in früheren Abschnitten, der Bogen α aufgetragen, welcher der Zeit t entspricht.

Der Augenblickswert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann für diesen allgemeinsten Fall:

$$c - i_{max} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) = c \{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \}.$$

Wir quadrieren den Augenblickswert des Stromes, multiplizieren das Quadrat mit dem Widerstand R einer Windung und nehmen das Mittel zwischen 0 und π . Bei der Integration ist der Bogen ε als konstant anzusehen. Auf diese Weise erhalten wir den mittleren zeitlichen Effektverlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{c^2 \cdot R}{\pi} \int_0^\pi \left\{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \right\}^2 d\alpha = c^2 \cdot R \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}.$$

Liegen nun auf der Breite 2γ einer Spulenseite des Wechselstromes q' Drähte, entsprechend q' Windungen einer Phase des Wechselstromes, so ist die Drahtzahl auf dem Bogen $d\varepsilon$ gleich $q' \cdot \frac{d\varepsilon}{2\gamma}$. Wenn wir diesen Betrag mit dem oben berechneten mittleren Effektverlust einer Windung multiplizieren, erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust in den dem Bogen $d\varepsilon$ entsprechenden Windungen

$$c^2 \cdot R \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cos(\varepsilon + \varphi) \right\} \cdot q' \cdot \frac{d\varepsilon}{2\gamma}.$$

Der Gesamtverlust einer Wechselstromphase wird dann

$$\begin{aligned} P_v &= \frac{c^2 \cdot R \cdot q'}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \right\} \cdot d\varepsilon \\ &= c^2 \cdot R \cdot q' \cdot \left(1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi \right). \end{aligned}$$

Setzen wir nun für η den früher ermittelten Wert $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$, so erhalten wir den Verlust einer Wechselstromphase zu

$$P_v = c^2 \cdot R \cdot q' \cdot \left(1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right).$$

In dieser Gleichung ist das Produkt $c^2 \cdot R \cdot q'$ der Effektverlust in der einer Wechselstromphase entsprechenden Ankerabteilung, wenn die Maschine als Gleichstromgenerator angetrieben wird und dabei den Gleichstrom c liefert. Der Ausdruck in der Klammer:

$$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

gibt also an, wievielfach größer der Effektverlust im Umformer ist, als wenn die Maschine denselben Gleichstrom als mechanisch angetriebener Generator liefert.

Je größer der Phasenverschiebungswinkel φ ist, je kleiner also der Wert von $\cos \varphi$ ist, desto größer wird in der obigen Gleichung für Γ das zweite Glied und damit der Verlust. Ferner ergibt sich aus der Gleichung für Γ sehr deutlich der Einfluß der Spulenbreite. Ist z. B. das Feld sinusförmig, so ist der Faktor k dem Werte $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ proportional, d. h. das letzte Glied in der Gleichung für Γ ist für alle Spulenbreiten konstant. Demnach kommt der Einfluß der Spulenbreite nur in dem zweiten Gliede in Betracht. Je kleiner die Spulenbreite ist, desto größer wird der Faktor k . Dadurch wird das zweite Glied in der obigen Gleichung kleiner und demnach der Effektverlust ebenfalls geringer. Die Überlegenheit des Sechspannumformers infolge seiner geringen Breite der Spulen-

seite tritt also klar hervor. Ist das Feld nicht sinusförmig, so werden diese Verhältnisse nur ganz unwesentlich geändert.

Die folgende Zahlentafel enthält für die verschiedenen Fälle die Werte von Γ , d. h. das Verhältnis des Verlustes im Umformer zu dem Verlust im Generator bei gleicher Stromstärke des Gleichstromes.

	$\cos \varphi$	$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = \frac{2}{3}$	$\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen {	1	1,38	1,26	1,10
	0,8	2,50	2,28	1,94
Dreiphasen {	1	0,56	0,53	0,49
	0,8	1,23	1,13	0,99
Vierphasen {	1	0,38	0,36	0,35
	0,8	0,94	0,87	0,77
Sechphasen {	1	0,27	0,26	0,26
	0,8	0,77	0,71	0,63

Die Zahlentafel zeigt, daß man die Verluste ganz erheblich vermindert, wenn man durch geeignete Erregung der Maschine dafür sorgt, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Ferner zeigt sich die Überlegenheit des mehrphasigen Umformers gegenüber dem einphasigen. Der Einfluß der Polform ist nach der Zahlentafel sehr gering und fällt in Wirklichkeit wegen der Abrundung der Pole kaum ins Gewicht.

Für die Praxis interessiert uns nun noch die Frage, wie stark wir den Einankerumformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Es sei unter Voraussetzung gleichen Verlustes:

c der Gleichstrom im Ankerdraht, den die Maschine als Umformer liefert,

c_g der Strom, den dieselbe Maschine als mechanisch angetriebener Gleichstromgenerator liefert.

Der Verlust in einer Ankerabteilung, die einer Spulenseite des Wechselstromes entspricht, ist im Generator $c_g^2 \cdot R \cdot q'$, im Umformer dagegen $\Gamma \cdot c^2 \cdot R \cdot q'$. Wenn beide Verluste gleich sein sollen, so ergibt sich:

$$c_g^2 \cdot R = \Gamma \cdot c^2 \cdot R$$

oder

$$\frac{c}{c_g} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}}$$

Unter Voraussetzung gleichen Effektverlustes im Anker ist also das Verhältnis der Stromstärken, welche die Maschine als Umformer und als

Gleichstromgenerator liefert, durch den Wert $1/\sqrt{I}$ gegeben. Dieser Wert gibt also auch das Verhältnis der Leistungen beider Maschinen unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers an. In der folgenden Tabelle sind die Werte von $1/\sqrt{I}$ für die einzelnen Fälle zusammengestellt.

	$\cos \varphi$	$1/\sqrt{I}$.		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = \frac{2}{3}$	$\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen {	1	0,85	0,89	0,95
	0,8	0,63	0,66	0,72
Dreiphasen {	1	1,33	1,37	1,43
	0,8	0,90	0,94	1,00
Vierphasen {	1	1,62	1,66	1,70
	0,8	1,03	1,07	1,14
Sechphasen. {	1	1,93	1,95	1,94
	0,8	1,14	1,18	1,26

Bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 1$ leistet also der Einphasenumformer unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers 85% von dem, was der Gleichstromgenerator leistet. Dagegen leistet der Sechphasenumformer bei $\cos \varphi = 1$ etwa das Doppelte des Gleichstromgenerators von gleicher Größe, ohne daß die Erwärmung das zulässige Maß überschreitet.

147. Der Kaskadenumformer.

Der Kaskadenumformer nach dem Patent Bragstad-La Cour besteht aus einem asynchronen Drehstrommotor, der mit einem Einankerumformer gekuppelt ist. Die Wechselstromseite des Einankerumformers wird mit Hilfe einer Reihe von Verbindungsleitungen von dem Rotor des Drehstrommotors gespeist. Ist ν die primäre Periodenzahl, p_e die Zahl der Polpaare beim Einankerumformer und $s \cdot \nu$ die Periodenzahl der Schlüpfung des Drehstrommotors, d. h. gleichzeitig die Periodenzahl des Stromes im Einankerumformer, so gilt die Gleichung:

$$s \cdot \nu = p_e \cdot \frac{n}{60}.$$

Ist anderseits p_d die Zahl der Polpaare beim Drehstrommotor und ν wie oben die Periodenzahl des Statorstromes, so gilt die Gleichung:

$$\nu - s \cdot \nu = p_d \cdot \frac{n}{60}.$$

Aus beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p_e + p_d}.$$

Die Drehzahl des Kaskadenumformers ist also so groß wie die eines Synchronmotors mit einer Polzahl gleich der Summe der Pole beider Maschinen. Bei gleicher Polzahl der einzelnen Maschinen ist sie halb so groß wie wenn der Drehstrommotor allein ans Netz angeschlossen würde.

Die geringe Drehzahl bei einer im Verhältnis kleinen Polzahl des Drehstrommotors, oder umgekehrt, die geringe Polzahl bei der durch die Betriebsverhältnisse vorgeschriebenen Drehzahl ist ein wesentlicher Vorteil des Kaskadenumformers.

Um die Wirkungsweise des Kaskadenumformers deutlich zu machen, wollen wir der Einfachheit wegen gleiche Polzahl auf beiden Maschinen voraussetzen. Dann ist:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{2 p_a}$$

Da $\frac{\nu}{p_a}$ die Drehzahl des Statorfeldes im Drehstrommotor ist, so beträgt die Schlüpfung 50%. Dabei wird die Hälfte der auf den Rotor des Drehstrommotors übertragenen Leistung zum mechanischen Antrieb des Rotors verwendet und durch die Welle auf die Gleichstrommaschine übertragen, die auf diese Weise als Generator angetrieben wird. Die andere Hälfte wird, wie bei einem Drehstrommotor mit Anlaßwiderstand, elektrisch vom Rotor abgegeben. Sie wird auf die Synchronmaschine übertragen, die auf diese Weise als Einankerumformer Wechselstrom empfängt und Gleichstrom liefert. Die Vorteile des geringen Effektivverlustes im Anker treten also auch hier, wie beim Einankerumformer, zutage. Allerdings ist die Maschine jetzt nur zur Hälfte ein Einankerumformer. Dafür aber ist sie dadurch wieder etwas günstiger gestellt, daß es keine Schwierigkeit bietet, die Anzahl der Phasen des Einankerumformers zu vergrößern, da die Stromzuführung nicht mehr durch Bürsten und Schleifringe zu erfolgen braucht. Man verwendet 12phasige Rotoren.

Die einzelnen Phasen des Rotors des asynchronen Drehstrommotors sind in Sternschaltung angeordnet. Beim Anlassen von der Drehstromseite aus werden drei Phasen über Widerstände in einem Sternpunkt aneinandergelegt und nach dem Anlaufen alle Phasen im Sternpunkt kurz geschlossen.

Anhang.

Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen.

(Nach Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen.)

1. Symbolische Bezeichnung.

Bisher haben wir Vektoren immer zeichnerisch addiert oder die Berechnungen trigonometrisch durchgeführt. Von vielen Seiten wird statt dessen die Rechnung mit symbolischen Bezeichnungen vorgezogen. Dabei wird der Maximalwert als die Intensität einer Welle und ihr zeitlicher Zustand, gegeben durch den Winkel, den der Vektor mit der positiven Richtung der Abszissenachse bildet, als die Phase der Welle bezeichnet. An Stelle des Maximalwertes tritt in den Diagrammen der damit proportionale Effektivwert.

Wir können aber statt der Intensität und der Phase die rechtwinkligen Koordinaten des Vektors OE einführen. In diesem Sinne ist die Welle in Fig. 423 durch die Abszisse $a = 3$ und die Ordinate $b = 4$ gegeben. Dabei gelten die Gleichungen:

$$OE = \sqrt{a^2 + b^2}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

Wie gebräuchlich, werden wir dabei die Abszissen, die rechts von der Ordinatenachse liegen, als positiv, die links von der Ordinatenachse als negativ einführen. Es empfiehlt sich nun, die Ordinaten in der positiven Richtung der Ordinatenachse als positiv imaginär und die Ordinaten in der negativen Richtung der Ordinatenachse als negativ imaginär einzuführen. Da der Buchstabe i schon zur Bezeichnung der Stromstärke dient, so wird zur Bezeichnung der imaginären Zahl $\sqrt{-1}$

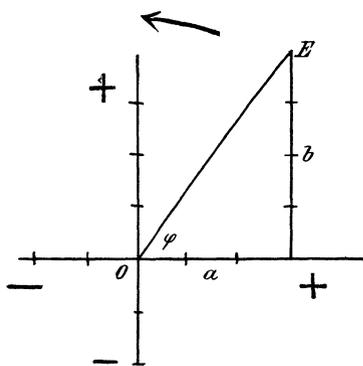


Fig. 423.
Intensität und Phase, ausgedrückt durch rechtwinklige Koordinaten.

der Buchstabe j gewählt. Dann ergibt sich zur symbolischen Bezeichnung der Wechselstromwelle in Fig. 423, wenn E die Intensität bedeutet, die Gleichung:

$$E = 3 + j \cdot 4.$$

2. Geometrische Addition.

Die Projektion einer Resultierenden ist nach S. 247 gleich der Summe der Projektionen der Komponenten. Sind also z. B. zwei Wellen

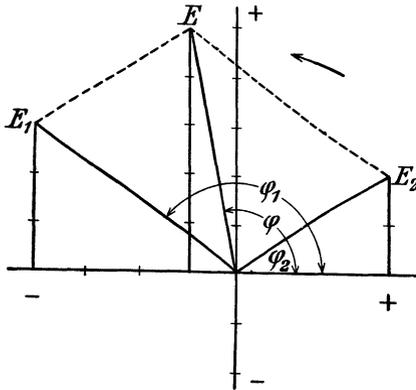


Fig. 424.

Addition von elektromotorischen Kräften mit Hilfe der rechtwinkligen Koordinaten.

von verschiedener Phase gegeben, so können wir die geometrische Addition statt durch die früher benutzte graphische Methode jetzt rechnerisch durchführen. In Fig. 424 ergeben z. B. die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 , deren Phase φ_1 und φ_2 ist, eine Resultierende, deren Intensität gleich E und deren Phase gleich φ ist. Eine Berechnung der Intensität mit Hilfe trigonometrischer Formeln wäre sehr umständlich. Auch die Zeichnung ist umständlich, wenn man aus den in Graden gegebenen Winkeln φ_1 und φ_2 die Richtungen von E_1 und E_2 festzulegen hat. Nach der symbolischen Methode ergibt sich dagegen:

$$\begin{array}{r} E_1 = -4 + j \cdot 3 \\ E_2 = +3 + j \cdot 2 \\ \hline E = E_1 + E_2 = -1 + j \cdot 5. \end{array}$$

Wie man sieht, ist die geometrische Addition, die früher für uns ein bloßer Name war, jetzt wirklich zur Rechenoperation des Addierens geworden. Das $+$ Zeichen zwischen E_1 und E_2 bedeutet die geometrische Addition, und ein Blick auf Fig. 424 bestätigt uns, daß die geometrische Resultierende die Koordinaten -1 und $j \cdot 5$ hat. Will man nun von der Rechnung mit komplexen Zahlen zur Rechnung mit wirklichen Werten zurückgehen, so hat man im obigen Resultat zu setzen:

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

3. Drehung der Wellen.

Wir betrachten in Fig. 425 zwei elektromotorische Kräfte von gleicher Intensität, von denen E_2 um 90° hinter E_1 zurückbleibt. Wie man sieht, ist

$$E_1 = -3 + j \cdot 4$$

und

$$E_2 = +4 + j \cdot 3.$$

Da $(j)^2 = -1$ ist, so folgt, daß man die Welle E_2 aus der Welle E_1 durch Multiplikation mit $-j$ erhält:

$$E_2 = -j \cdot E_1 = 4 + j \cdot 3.$$

Die Multiplikation mit $-j$ verschiebt also den Vektor der Welle entgegen dem Drehsinn der Vektoren und man erhält eine Welle, die gegen die ursprüngliche Welle um 90° zurückbleibt.

Ebenso können wir die Welle E_1 aus der Welle E_2 entstanden denken durch Multiplikation mit j :

$$E_1 = j \cdot E_2 = j(4 + j \cdot 3)$$

oder, da $j^2 = -1$ ist:

$$E_1 = -3 + j \cdot 4.$$

Die Multiplikation einer Welle mit j bedeutet also die Verschiebung des Vektors im Sinne der Rotationsrichtung der Vektoren. Man erhält dadurch eine Welle, die der ursprünglichen Welle um 90° voraufeilt.

Haben wir endlich zwei Wellen, deren Phasendifferenz 180° beträgt, so sind die Koordinaten der einen Welle die negativen Werte der Koordinaten der anderen Welle. Multiplikation mit -1 verschiebt also die Welle um 180° .

Wir sind jetzt in der Lage, die Ohmsche Spannung und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion durch symbolische Bezeichnung auszudrücken, wenn die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben ist. Die Stromstärke sei z. B. nach Intensität und Phase gegeben durch:

$$I = 3 - j \cdot 2.$$

Der Widerstand R sei gleich 2 Ohm und der induktive Widerstand $L\omega$, den wir der Einfachheit wegen mit x bezeichnen, sei 1,5 Ohm. Dann ergibt sich die Ohmsche Spannung nach Größe und Phase, indem wir einfach die Gleichung für I mit R multiplizieren. Dadurch erhalten wir (vergl. Fig. 426):

$$I \cdot R = 2 \cdot (3 - j \cdot 2) = 6 - j \cdot 4.$$

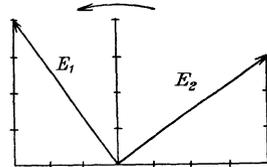


Fig. 425. Zwei gleiche, um 90° verschobene elektromotorische Kräfte.

Um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion nach Größe und Phase zu bestimmen, haben wir die Gleichung für I nicht nur mit x , sondern außerdem mit $-j$ zu multiplizieren. Dadurch erreichen wir, daß die berechnete Welle um 90° hinter der Stromwelle zurückbleibt. Wir erhalten also:

$$E_s = -j \cdot x \cdot I$$

oder in unserm Falle:

$$E_s = -j \cdot 1,5 \cdot (3 - j \cdot 2) = -3 - j \cdot 4,5.$$

Ein Blick auf Fig. 426 bestätigt uns dies Ergebnis. Wollen wir die Komponente der Klemmenspannung haben, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, so haben wir die Gleichung für E_s noch mit -1 zu multiplizieren und erhalten:

$$-E_s = 3 + j \cdot 4,5.$$

4. Induktiver und Ohmscher Widerstand in Reihe.

Allgemein eilt die Komponente der Klemmenspannung, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, dem Strome um 90° voraus. Wir erhalten sie also, wenn wir den Strom I mit x und außerdem mit $+j$ multiplizieren. Das ergibt $+j \cdot x I$. Die ganze Klemmenspannung ist die Resultierende aus den beiden Spannungen, die zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes und der Selbstinduktion dienen. Sie ergibt sich also durch geometrische Addition zu:

$$E = I \cdot R + j \cdot x I = I \cdot (R + j \cdot x).$$

Als gesamter Widerstand Z ist also der Wert $R + j \cdot x$ einzuführen:

$$Z = R + j \cdot x.$$

Der Gesamtwiderstand ergibt sich demnach ebenfalls aus zwei Katheten, und sein wirklicher Wert, den wir mit z bezeichnen wollen, berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$z = \sqrt{R^2 + x^2}.$$

Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom lautet also:

in symbolischer Darstellung:

$$I = \frac{E}{R + j \cdot x},$$

in reeller Form:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Wir gehen jetzt dazu über, die Klemmenspannung eines Generators zu bestimmen, dessen innerer Widerstand gleich R_a und dessen innerer

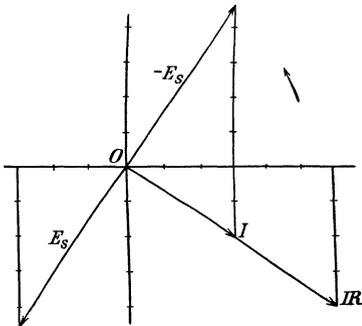


Fig. 426. Ohmsche Spannung und Selbstinduktion.

induktiver Widerstand gleich x_a ist. Der äußere Widerstand sei R und die äußere Induktanz gleich x . Dann ist der gesamte innere Widerstand $Z_a = R_a + j \cdot x_a$, während der scheinbare äußere Widerstand $Z = R + j \cdot x$ ist. Bezeichnen wir die konstante elektromotorische Kraft des Generators, ausgedrückt in komplexen Größen, mit E_1 und die Klemmenspannung in komplexen Größen mit E_k , so erhalten wir:

$$I = \frac{E_1}{Z_a + Z} = \frac{E_1}{R_a + R + j \cdot (x_a + x)}$$

und

$$E_k = I \cdot Z = \frac{E_1 \cdot Z}{R_a + R + j \cdot (x_a + x)}.$$

Gehen wir jetzt zu reellen Werten über, so erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_1 \cdot z}{\sqrt{(R_a + R)^2 + (x_a + x)^2}} = \frac{E_1 \cdot z}{\sqrt{R_a^2 + 2 R_a \cdot R + R^2 + x_a^2 + 2 x \cdot x_a + x^2}}.$$

Nun ist, wenn z_a die innere Impedanz der Maschine bedeutet:

$$R_a^2 + x_a^2 = z_a^2$$

und

$$R^2 + x^2 = z^2.$$

Demnach erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_1 \cdot z}{\sqrt{z_a^2 + z^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x)}}.$$

Dieselbe Gleichung hätte man natürlich auch unmittelbar mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes aus Fig. 205 auf S. 264 ableiten können.

5. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung.

In Abschnitt 79 ergab sich, daß im Kondensator eine elektromotorische Gegenkraft E_c auftritt, die dem Strome um 90° voraufeilt. Wir erhalten diese elektromotorische Gegenkraft, wenn wir nach Gleichung (42) auf S. 274 die Stromstärke I durch $C \omega$ dividieren und nach S. 533 wegen der Phasendifferenz mit $+j$ multiplizieren, um die Voreilung um 90° gegenüber dem Strome zu gewinnen. Wir erhalten so die elektromotorische Gegenkraft zu:

$$E_c = j \cdot \frac{I}{C \omega}. \quad (a)$$

Die Komponente der Klemmenspannung, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators das Gleichgewicht hält, ist also $-j \cdot \frac{I}{C \omega}$. Demnach ergibt sich bei Hintereinanderschaltung von Kapazität und Ohmschem Widerstand eine Klemmenspannung:

$$E = I \cdot R - j \cdot \frac{I}{C \omega} = I \cdot \left(R - j \cdot \frac{1}{C \omega} \right).$$

Wir haben also als Gesamtwiderstand des Kreises den Ausdruck:

$$Z = R - j \cdot \frac{1}{C \omega}$$

zu setzen, wobei R und $\frac{1}{C\omega}$ die rechtwinkligen Komponenten des Gesamtwiderstandes Z sind. Natürlich ergibt sich in reellen Werten:

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

Vergleichen wir nun die Gleichungen:

$$Z = R + j \cdot L \omega$$

und
$$Z = R - j \cdot \frac{1}{C\omega},$$

so erkennen wir, daß wir die Größe $\frac{1}{C\omega}$ als einen negativen induktiven Widerstand auffassen können. Bezeichnen wir also die zum Ohmschen Widerstand rechtwinklige Komponente des Gesamtwiderstandes allgemein mit x , so gilt die Gleichung:

$$Z = R + j \cdot x$$

ganz allgemein für eingeschaltete induktive Widerstände und Kapazitäten. Für induktive Widerstände ist $x = L \omega$ und für Kapazitäten ist $x = -\frac{1}{C\omega}$. Wir nennen die Größe $-\frac{1}{C\omega}$ den Kapazitätswiderstand.

6. Ohmscher, induktiver und Kapazitätswiderstand in Reihenschaltung.

Die Gleichung:
$$I = \frac{E}{R + j \cdot x}$$

gilt jetzt ganz allgemein, indem wir unter x die Summe $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ verstehen. Wir erhalten also:

$$I = \frac{E}{R + j \cdot \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}.$$

In reellen Werten ergibt sich dann sofort:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}.$$

Es gilt also jetzt auch allgemein die früher abgeleitete Gleichung für die Klemmenspannung eines Generators:

$$E_k = \frac{E_1 \cdot z}{\sqrt{z a^2 + z^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x)}}.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß bei gegebenem äußeren Gesamtwiderstand $z = \sqrt{R^2 + x^2}$ und gegebenem inneren induktiven Widerstand

des Generators die Klemmenspannung unter Umständen gleich der elektromotorischen Kraft ist. Das tritt ein, wenn der Nenner gleich z wird oder wenn:

$$z_a^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x) = 0$$

ist. Vernachlässigen wir den kleinen inneren Widerstand R_a und setzen dementsprechend den inneren Gesamtwiderstand $z_a = x_a$, so erhalten wir:

$$x_a^2 + 2x \cdot x_a = 0$$

oder
$$x = -\frac{x_a}{2}.$$

Die Summe des äußeren induktiven und Kapazitätswiderstandes muß also gleich $-\frac{x_a}{2}$ sein, wenn die Klemmenspannung gleich der elektromotorischen Kraft sein soll.

Ist der äußere Kapazitätswiderstand noch größer als es der obigen Gleichung für x entspricht, so wird der Nenner in der Gleichung für E_k kleiner als z , und die Klemmenspannung ist größer als die elektromotorische Kraft (vergl. Fig. 266).

7. Induktiver und Kapazitätswiderstand in Parallelschaltung.

In Fig. 427 ist ein Fall gezeichnet, in welchem ein Kondensator im Nebenschluß zu einem Zweige liegt, der Ohmschen Widerstand und Induktanz hintereinander enthält. Dann gilt für den oberen Zweig die Gleichung:

$$I_1 = \frac{E}{R + j \cdot x}.$$

Die Stromstärke I_2 im Kondensator ergibt sich aus der Gleichung (a):

$$E_c = j \cdot \frac{I_2}{C \omega}.$$

Führen wir statt der elektromotorischen Gegenkraft die Klemmenspannung $E = -E_c$ ein, so erhalten wir:

$$-E = \frac{j \cdot I_2}{C \omega}$$

oder

$$I_2 = -E \cdot C \cdot \omega / j = j \cdot C \cdot \omega \cdot E.$$

Der Gesamtstrom I ist also:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E}{R + j \cdot x} + j \cdot C \cdot \omega \cdot E.$$

Wir sondern E ab und multiplizieren im Zähler und Nenner mit $R - j \cdot x$, damit die komplexen Größen aus dem Nenner wegfallen. Wir erhalten dann:

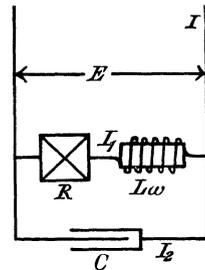


Fig. 427.
Parallelschaltete
Kapazität.

$$I = E \cdot \left\{ \frac{R - j \cdot x}{R^2 + x^2} + j \cdot C \omega \right\}$$

oder
$$I = E \cdot \left\{ \frac{R}{R^2 + x^2} - j \cdot \left(\frac{x}{R^2 + x^2} - C \omega \right) \right\}. \quad (a)$$

Kehren wir wieder zu reellen Werten zurück, so haben wir statt der Addition in der geschweiften Klammer die Addition nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu setzen und erhalten:

$$I = E \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + x^2} \right)^2 + \left(\frac{x}{R^2 + x^2} - C \omega \right)^2}.$$

Soll nun z. B. der Hauptstrom gleiche Phase mit der Klemmenspannung E haben, so unterscheiden sich beide nur durch einen reellen Faktor, und die imaginäre Größe in der Gleichung (a) muß Null sein. Wir erhalten dafür die Bedingung:

$$C \omega = \frac{x}{R^2 + x^2}.$$

In dieser Gleichung ist außer dem induktiven Widerstand x auch der Widerstand R enthalten. Es zeigt sich also, daß eine vollständige Aufhebung der wattlosen Ströme durch Einschaltung einer Kapazität im Nebenschluß zwar erreicht werden kann, daß aber bei Veränderung des Widerstandes R wieder Phasenverschiebung eintritt.

8. Leitvermögen.

Schon auf S. 14 haben wir erwähnt, daß man oft bequemer mit dem Leitvermögen, als mit dem Widerstand rechnet. Als es sich darum handelte, den Widerstand mehrerer paralleler Zweige auszurechnen, erhielten wir das Ergebnis:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \cdot \cdot \cdot$$

In dieser Gleichung stellen die einzelnen Glieder unmittelbar die Leitfähigkeiten dar. Wir stellen uns nun die Aufgabe, eine derartige Rechnung auch bei der symbolischen Methode anzuwenden. Wir führen für den reziproken Wert des Gesamtwiderstandes die Bezeichnung: gesamtes Leitvermögen ein. Dann ergibt sich, wenn das gesamte Leitvermögen in symbolischer Form mit Y und in reeller Form mit y bezeichnet wird:

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad y = \frac{1}{z}.$$

Wir erhalten dadurch:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j \cdot x} = \frac{R - j \cdot x}{R^2 + x^2} = \frac{R}{R^2 + x^2} - \frac{j \cdot x}{R^2 + x^2}$$

Das gesamte Leitvermögen Y besteht also ebenfalls aus einer reellen und einer imaginären Komponente. Wir bezeichnen die reelle Komponente mit dem Buchstaben g und den Faktor der imaginären Komponente mit b . Wir erhalten dann:

$$g = \frac{R}{R^2 + x^2} = \frac{R}{z^2}, \quad (a) \quad b = \frac{-x}{R^2 + x^2} = \frac{-x}{z^2}, \quad (b)$$

$$Y = g + j \cdot b.$$

Das Ohmsche Gesetz lautet dann:

$$I = \frac{E}{Z} = E \cdot Y$$

oder

$$I = E \cdot (g + j \cdot b).$$

Der absolute Wert des gesamten Leitvermögens ergibt sich wieder nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{\frac{R^2}{z^4} + \frac{x^2}{z^4}}$$

oder, da $R^2 + x^2 = z^2$ ist:

$$y = \sqrt{\frac{1}{z^2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu zeigen, fragen wir wieder, unter welchen Umständen der parallelgeschaltete Kondensator in Fig. 427 die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null macht.

Die Bedingung dafür ergibt sich aus der Überlegung, daß in diesem Falle der Faktor der imaginären Komponente in der Gleichung

$$I = E \cdot (g + j \cdot b) \quad (c)$$

zu Null werden muß. Nun ist der Faktor der imaginären Komponente des Leitvermögens im oberen Kreise in Fig. 427, wenn wir der Deutlichkeit wegen für den oberen Zweig den Index 1 und für den unteren Zweig den Index 2 einführen nach Gleichung (b):

$$b_1 = \frac{-x_1}{z^2} = \frac{-x_1}{x_1^2 + R_1^2}.$$

Ebenso ergibt sich der Faktor der imaginären Komponente des Leitvermögens im unteren Stromkreise nach Gleichung (b), indem wir $x = -1/C\omega$ und $R = 0$ setzen, zu:

$$b = C\omega.$$

Wir erhalten also die Summe der Faktoren der imaginären Komponenten des Leitvermögens beider Stromzweige zu:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{-x_1}{x_1^2 + R_1^2} + C\omega.$$

Soll die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null werden, so unterscheiden sich E und I nur durch einen reellen Faktor, und in Gleichung (c) muß daher b gleich Null werden. Daraus ergibt sich, wie früher, die Bedingung:

$$C \omega = \frac{x_1}{R_1^2 + x_1^2}.$$

Es ist aber bemerkenswert, daß die Komponenten des Leitvermögens eines einzelnen Zweiges nicht durch die reziproken Werte der Widerstände gegeben sind, sondern durch die Gleichungen

$$g = \frac{R}{z^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{-x}{z^2}.$$

Bezeichnungen.

Fetter Druck bedeutet absolutes Maß. Von den Indizes bezeichnet:

<p><i>a</i> Anker, Stator, Antriebsmaschine,</p> <p><i>b</i> Batterie,</p> <p><i>c</i> Kapazität,</p> <p><i>d</i> Drehstrom, Dämpfung,</p> <p><i>e</i> Einanker,</p> <p><i>g</i> Galvanometer, Gleichstrom, Generator, Rückwirkung,</p> <p><i>h</i> Hysterisis,</p>	<p><i>i</i> Inneres,</p> <p><i>J</i> Joch,</p> <p><i>k</i> Kurzschluß, Kompensation, Klemmenspannung,</p> <p><i>l</i> Leitung, Luft,</p> <p><i>m</i> Magnete,</p> <p><i>μ</i> Magnetisierung,</p> <p><i>n</i> Nuten, nutzbare Größe,</p> <p><i>p</i> Pole,</p>	<p><i>q</i> Quermagnetisierung,</p> <p><i>r</i> Reihenschluß, Reibung, Rotation,</p> <p><i>s</i> Streuung, Selbstinduktion,</p> <p><i>v</i> Verlust,</p> <p><i>w</i> Welle, Wirbelstrom, Wechselstrommasch.,</p> <p><i>z</i> Abzweigung, Zähne,</p> <p><i>o</i> Leerlauf.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Kleine lateinische Buchstaben:

	Zuerst auf Seite
<i>a</i> Atomgewicht	35
<i>α</i> Beschleunigung	104
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige	132
<i>a</i> größte Beschleunigung . .	358
<i>a</i> Nutenzahl einer Spulenseite	421
<i>b</i> Ankerlänge	70
<i>b</i> Faktor der imaginären Komponente des Leitvermögens	539
<i>c</i> verschiedene Faktoren.	
<i>c</i> Gleichstrom in einer Ankerabteilung	522
<i>c</i> = $\xi_2 : \xi_1$	469, 473
<i>c</i> ₁ Luftkraftfluß bei offenem Rotor und beim Statorstrom	
1 Ampere	431
<i>d</i> Durchmesser in m	360
<i>d</i> Ankerdurchmesser in cm . .	80
<i>e</i> Klemmenspannung in Volt . .	6
<i>e</i> Netzspannung in Volt	391
<i>e</i> ₁ Spannung einer Phase	391
<i>f</i> Kraft in Dyn	49
<i>f</i> Traktionskoeffizient in kg/t	229
<i>f</i> Zahl der Ankerabteilungen	520
<i>g</i> Reelle Komponente des Leitvermögens	539
<i>h</i> Nutentiefe	172
<i>i</i> Augenblickswert d. Stromes	84
<i>i</i> Augenblickswert d. Stromes im absoluten Maß.	89
<i>k</i> Wertigkeit	35
$k = 3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3}$	474
<i>k</i> verschiedene Faktoren.	
$k' = \frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\delta^2}{\pi^2} \right)$	476
<i>l</i> Länge in m	9
<i>l</i> Länge in cm	51
<i>m</i> Gewicht in mg	33
<i>m</i> Masse im techn. Maß	358
<i>m</i> Polstärke	49
<i>n</i> Drehzahl in der Minute	118
<i>p</i> Zahl der Polpaare	125
<i>q</i> Querschnitt in qmm	9
<i>q'</i> Drahtzahl einer Spulenseite	404
<i>r</i> Entfernung in cm	49
<i>r</i> Radius in m	70
<i>s</i> Weg in cm	65
<i>s</i> Felderzahl	128
<i>s</i> Steigung auf tausend	231
<i>s</i> größte Voreilung in m	359
<i>s</i> Schlüpfung	398
<i>t</i> Zeit in Sekunden	2
<i>t</i> ₁ Zeit einer Periode	238
<i>u</i> Übersetzungsverhältnis	487
<i>v</i> Drehzahl: synchr. Drehzahl	476
<i>v</i> Geschwindigkeit	66
<i>v</i> größte zusätzl. Geschwind.	359
<i>x</i> Induktiver Widerstand	433

	Zuerst auf Seite
x Wärmetönung	39
y Wicklungsschritt	121
γ Leitvermögen	538
z gesamte Drahtzahl	118

	Zuerst auf Seite
z^1 Drahtzahl pro Phase	313
$z = \sqrt{Ra^2 + L\omega^2}$	343
$z^2 = e_1^2 + \frac{(1+\tau)}{\tau} \cdot I_0^2 \cdot R_1^2$	443

Große deutsche und lateinische Buchstaben:

A Arbeit in Erg	67
A Arbeit in Joule	22
B Induktion	73
C Kapazität in Farad	113
D Direktionskraft	347
E elektromotor. Kraft (Volt)	5
E elektromotor. Kraft (abs.)	65
F Kraft in Kilogramm	99
G Gewicht in Kilogramm	95
G Gewicht in Tonnen	231
g Feldstärke	50
I Stromstärke in Ampere	2
I Stromstärke im abs. Maß	67
I Netzstrom	391
I₁ Strom einer Phase	391
K Wagengeschw. in km/Std.	231
K konstante Faktoren	408
L Induktivität in Henry	85
M Masse in Gramm	103
M Gegenseitige Induktivität	92

M größtes zusätzl. Drehmoment	358
M_d Drehmoment in mkg	70
N Kraftlinien	53
N Kraftlinien im Rotor	410
N₀ Kraftlinien im Stator	409
P Leistung in Watt	25
P mittlere Leistung	243
P Augenblickswert d. Leistung	242
Q Fläche in Quadratcentimeter	53
Q Elektrizitätsmenge in Coul.	2
Q Wärmemenge in gkal.	23
R Widerstand	5
S Nutenzahl	137
V Volum in Kubikcentimeter	95
W magnetischer Widerstand	152
W Widerstand des Luftfeldes	339
X Amperewindungen	76
Y Nutenschritt	137
Y Leitvermögen (Intensität)	538
Z Gesamtwiderstand (Intens.)	534

Griechische Buchstaben:

α Winkel der neutr. Zone	154
α Verschiebung aus Kurzschlußstellung	503
$\alpha = \arctg Ra/L\omega$	342
β Winkel d. Wicklungsachsen	472
β Winkel der Polbohrung	80
β Polbohrung im elektr. Maß	315
β Winkel zwischen N_0 u. N	432
γ halbe Breite der Spulenseite	314
γ Winkel der Voreilung	341
$\delta = 2\gamma + \beta - \pi$	319
$\delta = \frac{\pi}{2} - \beta$	472
ε Basis d. natürl. Logarithmen	88
ε größte Voreilung	358
η Wirkungsgrad	197
$\eta = i_{max} : c$	522
η_h Hysteresiskoeffizient	95
ϑ Temperatur in Grad Celsius	10

μ Leitfähigkeit	74
ν Periodenzahl in der Sekunde	95
ξ Windungszahl	65
ρ spezifischer Widerstand	9
τ_1 bzw. τ_2 Luftwiderstand durch prim. bzw. sek. Streuwiderstand	431
τ' bzw. τ'' Koeffizienten der doppelt verket. Streuung	459
$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	432
φ Phasenverschiebungswinkel	262
φ_1 Winkel zwischen E_1 und I	265
χ induzierte Leiterzahl	421
ω Winkelgeschwind.	210
ω elektr. Winkelgeschwind.	240
$\Delta\varrho$ Temperaturkoeffizient	10
Γ Umformerleistung : Gleichstromleistung	527

Sachregister.

- Absolutes Maßsystem 65. 67. 102. 108.
Äquipotentialverbindungen 126. 140. 144.
Äquivalentgewichte, elektrochemische 35.
Akkumulatoren 40. 185.
— chemische Vorgänge 40.
— Kapazität 42.
— Ladung und Entladung 41.
— bei Parallelbetrieb mit Maschine 189.
— Spannung 43.
— Wirkungsgrad 42.
Aktive Masse von Akkumulatoren 42.
Alexanderson-Motor 494.
Aluminiumzellen 195.
Ampere, Einh. d. Stromstärke 2. 68. 108.
Amperesche Schwimmregel 59.
Amperestunde 2.
Angehen der Dynamomaschinen 148.
Anionen 30.
Ankerrückwirkung 154.
Ankerstreuung 155.
Ankerstrom im Umformer 521.
Ankerwiderstand 119. 125. 132.
Anlaßmaschinen 220.
Anlaßtransformator 418.
Anlassen von Drehstrommotoren 418.
— von Einphaseninduktionsmotoren 468.
— von Gleichstrommotoren 213.
— ohne Widerstand 213.
— von Kommutatormotoren 472.
— von Repulsionsmotoren 480.
— von Synchronmotoren 371.
Anlasser 218.
— zum Regeln 214. 234.
Anlaufstrom, s. Kurzschlußstrom.
Anode 30.
Anzugsmoment, Drehstrommotor 440.
Arbeit, Definition u. Einheit 22. 67. 110.
— beim Hub eines Elektromagneten 96.
— bei Magnetisierung 89.
— bei Ummagnetisierung 58. 94.
— Umsetzung von mech. in elektr. 68.
Asynchrone Generatoren 438.
Asynchronmotoren 370. 382. 462. Siehe Drehstrom- und Einphasenmotoren.
Atomgewicht 34.
Aufgeschnittene Gleichstromwicklung 402.
Augenblickswert der Spannung und Stromstärke 84. 237. 241. 245.
— der Leistung 266.
— der Selbstinduktion 85. 253.
Auslaufmethode 199.
Ausschalten, funkenfreies 86. 218.
Autotransformatoren, s. Spartransform.
Avogadro'sche Regel 36.
Ballistisches Galvanometer 75.
Basen 30.
Batterie, s. Akkumulatoren.
Belasten von Gleichstrommaschinen 348.
— von Synchronmotoren 372.
— von Wechselstrommaschinen 351. 371.
Belastung, normale bei Drehstrom 439.
Beschleunigung, Dimension der 104.
Bifilare Wicklung 86.
Brechung von Kraftlinien 57.
Bremsung, elektrische 204. 437.
Bunsenelement 4. 45.
Bürstenstellung 118. 153.
Charakteristik der fremderrögten Maschine bei Belastung 177.
— — — bei Leerlauf 172. 177.
— der Hauptstrommaschine 179.
— des Drehstrommotors 411.
— des Hauptstrommotors 226.
— der Nebenschlußmasch. b. Leerlauf 180.
— — — bei Belastung 181.
— der Wechselstrommaschine 323. 334.
Chemische Energie 38.
— Vorgänge in Akkumulatoren 41.
— — in Elementen 43.
Chromelement 3. 4. 45.
Compoundierung, Gleichstrom- 147. 184.
— Wechselstrom- 366.
Coulomb, Einh. d. Elektrizitätsmenge 2. 109.
Coulombs Gesetz für Elektrizität 109.
— — für Magnetismus 49. 106.

- Dämpfung durch Wirbelströme** 101.
 — von Galvanometern 101.
 — bei Wechselstrommaschinen 363.
Daniellelement 4. 44.
Deklination, magnetische 58.
Dérinmaschine 157.
Diagramme der Kraftflüsse, elektromotorischen Kräfte und Ströme bei der Wechselstrommaschine 321. 325. 326. 328. 336. 377.
 — — — beim Doppelschlußmotor 496.
 — — — beim Drehstrommotor 425. 430. 432. 433. 437. 443. 445. 447.
 — — Drehstrom-Kollektormotor 504 ff.
 — — beim Eichberg-Motor 488. 490.
 — — — beim Einphasen-Induktionsmotor 463. 466. 467. 469.
 — — — beim Wechselstrom-Reihenschlußmotor 478.
 — — — beim Repulsionsmotor 482. 483 ff.
 — — — beim Synchronmotor 373 ff.
 — — — beim Transformator 286 ff. 292. 298. 304. 305.
 — — — beim Umformer mit Drosselspule 523.
Dimension 103.
Direktionskraft 347. 360.
Doppelbrücke 20.
Doppelschlußmotoren 494.
Doppel-T-Anker 114.
Doppeltverkettete Streuung 458.
Doppelzellenschalter 190.
Drehfeld beim Drehstrommotor 381. 396.
 — beim Eichberg- und Latour-Motor 487.
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 465.
 — beim Repulsionsmotor 482.
Drehmoment beim Drehstrommotor 396. 413. 428. 435. 448.
 — beim Eichberg- und Latour-Motor 491.
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 468.
 — beim Gleichstrommotor 206.
 — beim Hauptstrommotor 225.
 — beim Nebenschlußmotor 210.
 — beim Wechselstrom-Reihenschlußmotor 478.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 507.
 — beim Repulsionsmotor 484.
Drehrichtung beim Drehstrommotor 396.
 — beim Gleichstrommotor 202.
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 462.
Drehstrom-Kollektormotor 500.
Drehstromleitungen 392.
Drehstrommotor, Diagramme 425. 430. 432. 433. 437. 443. 445. 447.
 — Drehmoment 396. 413. 428. 435. 448.
 — Drehzahl 398. 448.
 — elektromotorische Kräfte 420.
 — Erregung 404. 426.
 — Grundgesetze 381 ff.
 — Kraftflüsse 403. 430.
 — Leistung 391. 415. 428. 435.
 — Schlüpfung 398. 416. 436. 446.
Drehstrom-Regelsätze m. Hintermotor 513.
 — — mit Frequenzwandler 516.
Drehstrom-Reihenschlußmotor 500.
Drehstrom-Transformatoren 390.
Drehstrom-Wicklungen 399.
Drehung von Wellen 533.
Drehzahl des Drehstrommotors 398. 448.
 — des Eichberg-Motors 489.
 — des Gleichstrommotors 208. 227.
 — des Drehstrom-Reihenschlußmotors 505. 508.
 — des Wechselstrom-Reihenschlußmotors 479.
 — des Repulsionsmotors 484.
 — des Synchronmotors 371.
Dreieckschaltung 384.
Dreileitersystem 28. 168.
Dreilochwicklung 318.
Dreiphasenmotor, s. Drehstrommotor.
Drosselspule 254.
 — zur Dämpfung 272. 362.
 — bei Umformern 522.
 — für Spannungsteilung 170.
Dyn 22. 105.
Dynamogußstahl 75. 149.
Dynamometer 62. 245.
Dynamo-elektrisches Prinzip 146.
Effekt, s. Leistung.
Effektivwert 244.
Effektverluste in der Leitung 27. 392.
 — in Drehstrommotoren 445.
 — in Gleichstrommaschinen 196.
 — durch Hysteresis 58. 94.

- Flüssigkeitsanlasser 419.
 Förderanlagen mit Leonardschaltung 220.
 Formfaktor 313.
 Formierung von Akkumulatoren 40.
 Foucaultströme 99. 197. 363.
 Fremderregte Maschinen 171.
 Frequenz 95. 240.
 Frequenzwandler 516.
 Funken durch Selbstinduktion 86. 218.
 Funkenfreier Anlasser 220.
 — Kommutierung 162.

 Galvanometer 2. 16.
 Gegenschaltung 419.
 Gegenseitige Induktion 90. 433. 475.
 Genaues Heylandsches Diagramm 440.
 Geometrische Addition 248.
 Geschwindigkeit 103.
 Glatte Wicklung 314. 318.
 Grad im elektrischen Maß 240.
 Gramm als Einheit der Masse 102.
 Grammescher Ring 116.
 Grammkalorie 23. 111.

 Hauptstrommaschine 147. 178.
 — Charakteristik 179. 226.
 — als Motor 202.
 Hauptstrommotor 224.
 — Drehmoment 225. 228.
 — Drehzahl 225. 229.
 Henry 85. 113.
 Heylandsches Diagramm 429. 440. 444.
 Hilfspole 166. 479.
 Hilfszellen 190.
 Hintermotor 513.
 Hitzdrahtinstrumente 245.
 Hopkinson'scher Apparat 74.
 Horizontalkomponente 58.
 Hysteresis 58. 93. 287.
 — Koeffizient 95.
 Hysteresisstrom 288.
 — Verlust 58. 95. 289.

 Ilgnerumformer 221.
 Imaginäre Zahlen 531.
 Induktion, magnetische 73.
 Induktionsapparat 92.
 Induktionsregler 283.
 Induktionsmotoren, s. Drehstrommotoren
 und Einphasenmotoren.

 Induktionsfreie Wicklung 86.
 Induktionslos belasteter Transform. 290.
 — — Wechselstrommaschine 325. 335.
 Induktionssofen 303.
 Induktiv belastete Wechselstrommasch.
 325. 337.
 Induktiver Widerstand und Ohmscher
 Widerstand in Reihe 257. 263. 534.
 — — — parallel 265.
 — — Kapazität u. Widerst. in Reihe
 277. 536.
 — — und Kapazität parallel 279. 537.
 Induktivität 85.
 Induzierte elektromot. Kraft 63. 237.
 Inklination, magnetische 58.
 Innenpolmaschinen, Wechselstrom 310.
 Intensität in der symbol. Darstellung 531.
 Ionen 30.
 Joule, Einheit der Arbeit 22. 111.
 Joulesche Konstante 22.
 Joulesche Wärme 26.
 Joulesches Gesetz 23. 112.

 Kadmiumelement 4. 46.
 Käfiganker, s. Kurzschlußanker.
 Kalorie 23. 111.
 Kapazität der Batterie 42.
 — des Kondensators 113. 273.
 — und Widerstand in Reihe 275. 535.
 — Widerstand und Selbstinduktion in
 Reihe 277. 536.
 — und Selbstinduktion parallel 279. 537.
 — Einfluß auf Phasenverschiebung 280.
 305. 325. 539.
 Kapazitätsspannung, Phase der 274.
 Kapazitätsstrom 274.
 Kappsches Diagramm für Transf. 305.
 Kaskadenschaltung 419.
 Kaskadenumformer 529.
 Kationen 30.
 Kathode 30.
 Kerntype von Transformatoren 281.
 Kilogramm 102. 106.
 Kilovoltampere 270.
 Kilowatt, Kilowattstunde 25.
 Kirchhoffsche Regeln 11.
 Klemmenspannung eines Widerstandes 6.
 — einer Batterie 43.

- Klemmenspannung einer Compoundmaschine 184.
 — einer Hauptstrommaschine 180.
 — einer fremderregten Maschine 178.
 — einer Nebenschlußmaschine 181.
 — eines Transformators 299.
 — einer Wechselstrommaschine 322.
 Kohlenbürsten 164.
 Kollektor 116.
 Kollektormotoren, einphasig 472.
 — mehrphasig 500ff.
 Kommutator, s. Kollektor.
 Kommutierung 158.
 Kommutierungsfeld 165.
 Kompensation der Quermagnetisierung bei Gleichstrommaschinen 157.
 — bei Einphasenkommutatormotoren 477.
 — der Phase von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 510.
 Kompensationsapparat 22.
 Kompensationsmethode 21.
 Komplexe Zahlen 532.
 Kondensator 113.
 Kopfstreuung bei Drehstrommotoren 458.
 — bei Wechselstrommaschinen 326.
 Krämersche Maschine 195.
 Kraft, Begriff und Einheit 22. 105.
 — zwischen Feld und Leitern 68.
 — zwischen Feld und Pol 50.
 — zwischen parallelen Leitern 61.
 — zwischen Schleife und Pol 70.
 — zwischen Spule und Pol 72.
 — zwischen zwei Polen 49.
 Kraftlinien, Begriff und Einheit 52. 107.
 — der Gleichstrommaschine 153.
 — der Wechselstrommaschine 326.
 — des Drehstrommotors 381. 403. 412. 430.
 — des Eichberg-Motors 488.
 — des Einphasen-Induktionsmotors 464. 466.
 — des Repulsionsmotors 482.
 — Dichte 53. 107.
 — eines geraden Leiters 59.
 — einer Schleife 59.
 — einer Spule 60.
 Kraftübertragung 27.
 Kreisdiagramm, Drehstrom 430. 433. 443ff.
 — des Einphasenmotors 467. 469.
 Kreisdiagramm des Reihenschlußmotors 478.
 — des Repulsionsmotors 483.
 Kupfer, spez. Widerstand 10.
 — Temperaturkoeffizient 10.
 Kurze Spulen 130.
 Kurzschluß einer Spule 158.
 Kurzschlußanker 395. 416. 420.
 Kurzschlußcharakteristik 334.
 Kurzschlußstrom, Drehstrommotor 440.
 — beim Drehstrom-Kollektormotor 509.
 — beim Eichberg-Motor 491.
 — Reihenschlußmotor 478.
 — bei Repulsionsmotoren 484.
 — bei Synchronmotoren 374.
 Kurzschlußversuch, Drehstrommotor 452.
 — bei Transformatoren 304.
 — bei Wechselstrommaschinen 334.
 Labile Charakteristik 195.
 Ladekurve 43.
 Ladung mit Einfachzellenschalter 189.
 — mit Doppelzellenschalter 190.
 — mit Zusatzmaschine 192.
 Lahmeyertype 150.
 Längeneinheit 102.
 Lange Spulen 128.
 Latour-Motor 494.
 Leblanc-Dämpfung 363.
 Leclanché-Element 4. 45.
 Leerlauf des Transformators 286.
 Leerlaufcharakteristik, Gleichstrom 177.
 — Wechselstrom 334.
 Leerlaufverluste, Gleichstrommaschine 196.
 — Trennung der 196.
 — des Drehstrommotors 445. 446.
 — des Transformators 288.
 Legierte Bleche 96. 281.
 Leistung, elektrische 24. 112.
 — bei Phasenverschiebung 266.
 — bei Wechselstrom 242.
 — des Drehstrommotors 391. 415. 428. 435.
 — des Gleichstrommotors 208.
 — des Synchronmotors 374 ff.
 — des Umformers 521.
 — der Wechselstrommaschinen 341 ff. 377
 Leistungsfaktor 269.
 — abhängig von der Erregung 356. 380.
 — bei Doppelschlußmotoren 499.

- Leistungsfaktor, größter, bei Drehstrom-
 motoren 438.
 — bei Eichberg-Motoren 493.
 — bei Einphasenmotoren 467.
 — bei Reihenschlußmotoren 477.
 — bei Repulsionsmotoren 484.
 Leitfähigkeit, elektrische 11.
 — magnetische 57. 73.
 Lenzsches Gesetz 68. 91. 202. 396.
 Leonard-Schaltung 220.
Magnet 48.
 Magneterregung, Einfluß auf Belastung
 paralleler Gleichstrommaschinen 349.
 — Einfluß auf Phasenverschiebung paral-
 leler Wechselstrommaschinen 357. 380.
 Magnete von Gleichstrommaschinen 149.
 — von Wechselstrommaschinen 310.
 Magnetische Achse 48.
 — Induktion 56. 73.
 — Kraft, s. Kraft.
 — Leitfähigkeit 57. 73.
 — Menge oder Polstärke 49. 106.
 — Potentialdifferenz 54. 79.
 Magnetischer Druck 79.
 — Kreis 78. 80. 172 ff.
 — Widerstand 77.
 Magnetisches Moment 51.
 Magnetisierende Kraft 73, vgl. Erregung.
 Magnetisierungskurven 75. 76.
 — ihre Aufnahme 74.
 — von Drehstrommotoren 407. 411.
 — von Gleichstrommaschinen 177. 226.
 — von Wechselstrommaschinen 334.
 Magnetisierungsstrom, Drehstrommotor
 410. 424.
 — des Transformators 255. 284.
 Magnetomotorische Kraft 79.
 Manganin 11.
 Manteltype 281.
 Masse 102.
 Mehrlochwicklung 311. 313. 316.
 Mehrpolige Wicklung, Drehstrom 396.
 Mehrteiliger Kollektor 116.
 Meßinstrumente, Gleichstrom 2. 7. 61.
 — Wechselstrom 245. 393.
 Metalle, chemisches Verhalten 31.
 Metalloxyde 31.
 Meter 102.
 Meterkilogramm 23. 111.
 Mikroculomb 109.
 Mikrofarad 113.
 Mittlere Leistung, Wechselstrom 242. 266.
 — Stromstärke des Wechselstromes 241.
 Molekularmagnetismus 57.
 Mordey-Verbindungen 126. 140. 144.
 Motor, Drehrichtung 202.
 Nebenschlußmaschine 147. 180.
 — als Motor 204.
 Nebenschlußmotoren 210 ff.
 Negative Phasenverschiebung, s. Phasen-
 verschiebung.
 Neusilber, spez. Widerstand 10.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Neutrale Zone 153.
 Neutralisierung von Basen und Säuren 31.
 Nichtmetalle 31.
 Nickel, spez. Widerstand 10.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Niveaudifferenz, elektrische 4. 12. 25.
 — magnetische 54.
 Niveauläche 55.
 Nordpol 48.
 Normale Belastung, Drehstrommotor 438.
 Nulleiter 28. 172. 389. 390.
 Nutenanker 129.
 Nutenform, Einfluß und Streuung 454.
 Nutenschritt 129.
 Nutenwicklung 129.
 Nutenzahl d. Wechselstrommaschine 310 ff.
 — des Drehstrommotors 399. 454.
 Nutzleistung des Drehstrommotors 446.
 — des Hauptstrommotors 228.
 — des Nebenschlußmotors 211.
Öltransformatoren 282.
 Ohm, Einheit 5. 111.
 Ohmsche Spannung, ihre Phase 250.
 Ohmsches Gesetz 5.
 — — für Magnetismus 79.
 — — für Wechselstrom 257. 277.
 Osmotischer Druck 30.
Pacinottischer Anker 116.
 Parallelbetrieb, Maschine und Batterie 185.
 — von Wechselstrommaschinen 341 ff.
 Parallelschaltung von Elementen 17.

- Parallelschaltung von Gleichstrommaschinen 348.
 — von Induktivität u. Kapazität 279. 537.
 — von Synchronmotoren 371.
 — von Wechselstrommaschinen 348.
 — von Widerstand und Induktivität 265.
 Parallelwicklung, Ring 124.
 — Trommel 127.
 Pendeln von Wechselstrommaschinen 358.
 Periodenzahl 95. 240.
 — Einfluß auf Streuung 456.
 — beim Reihenschlußmotor 479.
 Permanente Magnete 58.
 Phase 247. 531.
 — der Kapazitätsspannung 274.
 — der Ohmschen Spannung 250.
 — des Rotorstromes beim Drehstrommotor 396. 417. 426. 431.
 — der Selbstinduktion 256.
 Phasenanker 396.
 Phasenlampen 348.
 Phasenregelung durch übererregte Motoren 380.
 Phasenverschiebung 260.
 — Aufhebung der 380.
 — Einfluß auf Klemmenspannung 305. 325.
 — — auf Statorrückwirkung 330.
 — — auf Leistung 269.
 — negative 260. 305. 325. 357. 380.
 Pirani-Maschine 187.
 Planté-Verfahren 40.
 Polarisation 36. 43. 44.
 Polbreite, Einfluß auf Spannung 315.
 Pole 48.
 Polstärke 48. 106.
 Polwechsel 238.
 Polzahl, Einfluß auf Streuung 457.
 Potential 54.
 Potentialdifferenz, elektrische 25.
 — magnetische 54. 79.
 Potiersches Diagramm 334.
 Pufferbatterie 187. 189.

Quadratischer Mittelwert 244.
 Quermagnetisierung 155.

Regelung von Drehstrommotoren 419.
 — von Kommutatormotoren 472.
 — durch Feldänderung 216. 232.

 Regelung durch Steuermaschinen 220.
 — durch Reihen- und Parallelschaltung 234.
 — durch Widerstände 214. 234.
 — nach Sprague 233.
 — der Spannung 181.
 — — — selbsttätige bei Wechselstrommaschinen 365.
 — — — bei Umformern 522.
 Reibungselektrizität 1.
 Reibungsverluste 196.
 Reihenparallelwicklung 139.
 Reihenschaltung von Elementen 17.
 — von Induktivität und Kapazität 277.
 — von Widerstand und Induktivität 257. 263. 534.
 — von Widerstand und Kapazität 275.
 — von Widerstand, Induktivität und Kapazität 277. 536.
 Reihenschlußmotor für Wechselstrom 476.
 Reihentransformator 296.
 Reihenwicklung 132. 135.
 Remanenter Magnetismus 58. 93.
 Repulsionsmotor 480.
 Resonanz 278. 362.
 Richtung der Kraftlinien 52.
 — der gegenseitigen Induktion 90.
 — der induzierten EMK 63. 66.
 — der magnetischen Kraft 58. 61.
 — der Selbstinduktion 84. 257.
 Ring mit Parallelwicklung 124.
 — mit Reihenwicklung 132.
 Ringwicklung 116.
 Röhrenwicklung 281. 302.
 Rosenberg-Maschine 193.
 Rotierende Erregungen 462.
 Rotierender Umformer, s. Einankerumf.
 Rotor, Wirkungsweise 395.
 Rotorstrom 396. 430. 432.
 — Phase 396. 417. 426. 431.
 Rotorverluste 417. 428. 436. 446.
 Rückwirkung, s. Ankerrückwirkung und Statorrückwirkung.

Sättigung 77. 177. 338. 451.
 Säuren 31.
 Schablonenwicklung 129.
 Schaltung von Elementen 17.
 Schaltzellen 191.

- Scheibenwicklung 281. 302.
 Schleichende Stabwicklung für Wechselstrom 400. 406. 420.
 — Wicklung, aufgeschnitten 402.
 Schleife, Widerstand 14.
 — Stromverteilung 15.
 Schleifenwicklung 127.
 Schlüpfung 397. 416. 428. 436. 446.
 Schnellregler 365.
 Schutzschalter 309.
 Schwingungszeit der Dampfmaschine 358.
 — der Wechselstrommaschine 360.
 Schwungmassen, Einfluß auf Pendeln 362.
 Schwungmoment 361.
 Scottsche Schaltung 390.
 Sehnenwicklung 130.
 Sekunde 102.
 Selbsterregung 146.
 Selbstinduktion 84. 253.
 — Augenblickswert 84. 253.
 — der kurzgeschlossenen Spule 160.
 — des Transformators 301.
 — der Wechselstrommasch. 320. 333. 347.
 — Effektivwert 253.
 — Einfluß auf Pendeln 362.
 — — auf V -Kurve 356.
 — ihre Phase 255.
 — ihre Richtung 84. 255.
 — und Kapazität parallel 279.
 — und Widerstand in Reihe 257. 263.
 — Widerstand und Kapazität in Reihe 277.
 Selbstinduktionskoeff., s. Induktivität.
 Selbsttätige Spannungsregelung von Wechselstrommaschinen 365.
 Serien, s. Reihen.
 Siemestype 151.
 Silbervoltmeter 2. 46. 109.
 Spaltpole 524.
 Spannung 2. 6.
 Spannungsabfall im Transformator 305.
 — in der Wechselstrommaschine 325. 335.
 Spannungsteilung 28. 168.
 Spannungszeiger, Eichung 8.
 — Konstruktion und Schaltung 7.
 Spartransformator 295.
 Spezifischer Widerstand 9.
 Sprague-Schaltung 233.
 Spulenseite, Einfluß ihrer Breite auf elektromotorische Kraft 314 ff
 Stabilisierung des Drehstrom-Reihenschlußmotors 511.
 Stabwicklung 123.
 Statische Charakteristik, s. Leerlaufchar.
 — Elektrizität 1. 109.
 Stator der Wechselstrommaschine 83. 310.
 Stator des Drehstrommotors 381.
 Statorrückwirkung 322. 330.
 Statorstreuung 322. 333.
 Statorverluste 440. 445
 Steinmetz'scher Hysteresiskoeffizient 95
 Sternschaltung 387. 390.
 Stern-Dreieckschaltung 390.
 Stern-Doppelsternschaltung 390.
 Steuermaschinen 220.
 Stirnstreuung bei Drehstrommotoren 455.
 — bei Wechselstrommaschinen 326.
 Streufaktor, s. Streuungskoeffizient.
 Streuung des Drehstrommotors 431. 450.
 — bei Gleichstrommaschinen 82.
 — der Magnete bei Wechselstrommaschinen 337.
 — des Stators bei Wechselstrommaschinen 326.
 — beim Transformator 300.
 Streuungskoeffizient bei Drehstrommotoren 431.
 — bei Wechselstrommaschinen 340.
 Streuungsloser Drehstrommotor 425.
 Stromdichte im Ankerdraht 126.
 — unter der Bürste 160. 163.
 Stromstärke 2. 67. 68. 109.
 — effektive 244.
 — Messung 2. 61.
 — mittlere des Wechselstromes 241.
 Stromverteilung bei Schleifen 15.
 Stromzeiger, Eichung 8. 245.
 — Ausführung und Schaltung 2. 7. 62.
 — für Wechselstrom 245.
 Superposition von Strömen 526.
 Swinburnesche Drosselspulen 272.
 — Sehnenwicklung 130.
 Symbolische Methode 531.
 Synchronisierende Kraft 344. 360.
 Synchronismus 348.
 Synchronmaschinen 310.

- Synchronmotoren 370.
 — bei konstanter Erregung 372.
 — bei veränderter Erregung 378.
- Tangentenbussole 70.
 Tangentengesetz für Kraftlinien 57.
 Temperaturbestimmung, Magnetspulen 10.
 Temperaturkoeffizient 10.
 Tirrillregler 365.
 Tourenzahl, s. Drehzahl.
 Transformator 281.
 — bei Belastung 290. 297.
 — bei Leerlauf 282. 284. 287. 301.
 — Verhältnis der Spannungen 283.
 — — der Ströme 290.
 — Verluste 290.
 — Wirkungsgrad 294.
 Trennung der Verluste in Gleichstrom-
 maschinen 198.
 Trommel, zweipolig 119.
 — mit Parallelwicklung 127.
 — mit Reihenparallelwicklung 139.
 — mit Reihenwicklung 135.
 Turbogeneratoren 164. 310.
- Übererregung 305. 325. 330. 355. 380.
 Überlastung von Drehstrommotoren 439.
 — von Einphasenmotoren 468.
 — von Synchronmotoren 374.
 — von Wechselstrommaschinen 344.
 Übersynchroner Lauf, Drehstrom 437.
 — — bei Repulsionsmotoren 485.
 — — beim Eichberg-Motor 493.
 — — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor
 505. 508.
- Umformer, s. Einankerumformer.
 Ummagnetisierung 58. 93.
 Umsteuerung von Drehstrommotoren 398.
 — von Gleichstrommotoren 205.
 — von Repulsionsmotoren 480.
 Untererregung 305. 325. 330. 335. 380.
- Valenz 35.
 Vektordiagramm 246.
 Ventilierte Maschinen 164. 197.
 Vergrößerungsfaktor 360.
 Verluste, s. Effektverluste.
 Verlustziffer 96.
 V -Kurven 356.
- Volt, Einheit der Spannung 2. 65. 108.
 Voltmeter 46.
 Voltmeter, s. Spannungszeiger
 Volumverhältnisse bei Elektrolyse 36.
 Voreilender Strom, s. Phasenverschiebung.
 Voreilung der Antriebsmaschine 358.
 Vorschaltwiderstand, s. Anlasser.
- Wärme beim Ummagnetisieren 58.
 Wärmemenge 23. 111.
 Waltenhofensches Pendel 100.
 Wanderungsrichtung der Ionen 30.
 Watt 24. 112.
 Wattkomponente 270.
 Wattlose Ströme 270. 275.
 Wattmeter 62.
 — für Drehstrom 393.
 Wechselstrom, Augenblickswert 237.
 — Effekt 242. 266.
 — Effektivwert 244.
 — Mittelwert 241.
 Wechselstrommaschine 310.
 Wellenwicklung 135.
 Wendepole 165. 479.
 Wertigkeit 35.
 Weston-Element 4. 46.
 Wheatstonesche Brücke 19.
 — — mit Wechselstrom 87.
 Wicklung, Drehstrommaschinen 399.
 — Wechselstrommaschinen 310.
 Wicklungsschritt 121.
 Widerstand, elektrischer 5. 110.
 — und Induktivität parallel 265.
 — — — in Reihe 263. 534.
 — Induktivität und Kapazität in Reihe
 277. 536.
 — und Kapazität in Reihe 275. 535.
 — magnetischer 77.
 — Messung 9. 19.
 Wildesche Maschine 145.
 Winkelgeschwindigkeit 208. 237.
 Wirbelstrombremse 101.
 Wirbelströme 99. 197.
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 42.
 — von Drehstrommotoren 448.
 — von Dynamomaschinen 196.
 — von Gleichstrommotoren 211.
 — von Transformatoren 294.

- | | |
|----------------------------------------|-------------------------------------|
| Zahnstreuung bei Drehstrommotoren 451. | Zugkraft, s. Drehmoment. |
| Zeiteinheit 102. | Zuleitung, Verluste in der 27. 392. |
| Zeitkonstante 88. | Zusammensetzung von Vektoren 247. |
| Zellenschalter 189. | Zusatztransformatoren 284. |
| Zentimeter 102. | Zweilochwicklung 311. 316. |
| Zentimeterdyn 22. 111. | Zweiphasenmotor 381. |
| Zerlegung von Strömen 270. | Zweiteiliger Kollektor 114. |
| Zersetzungszellen 30. | Zylinderrotor 312. |
| Zugbeleuchtung 193. | Zylinderwicklung s. Röhrenwicklung. |

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Von Prof. Dr. **Gustav Benischke** (Berlin). Dritte, teilweise umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 551 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Theorie der Wechselströme. Von Dr.-Ing. **Alfred Fraenkel**. Mit 198 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Gesammelte Elektrotechnische Arbeiten. (1897—1912.) Von **Dr. F. Eichberg**. Mit 415 Textfiguren und 1 Tafel.

Preis M. 16,—; in Leinwand gebunden M. 17,—.

Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker, sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Dipl.-Ing. **Emil Kosack**, Oberlehrer an den Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu Magdeburg. Zweite Auflage unter der Presse. Erscheint Anfang April 1914.

Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik.

Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen, sowie zum Selbststudium von Professor **H. Vieweger**, Oberlehrer am Technikum Mittweida. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 174 Textfiguren und 2 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und Praxis

in allgemein verständlicher Darstellung. Von Ingenieur **Rudolf Krause**. Zweite, vermehrte Auflage. Mit 341 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker**. Achte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 800 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 18,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von Dr.-Ing. **E. Arnold**, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzogl. Technischen Hochschule Fridericiana in Karlsruhe. In fünf Bänden.

Erster Band: Theorie der Wechselströme. Von **J. L. la Cour** und **O. S. Bragstad**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 591 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 24,—.

Zweiter Band: Die Transformatoren. Ihre Theorie, Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 443 Textfiguren und 6 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

Dritter Band: Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen. Von **E. Arnold**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 463 Textfiguren und 5 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 13,—.

Vierter Band: Die synchronen Wechselstrommaschinen. Generatoren, Motoren und Umformer. Ihre Theorie, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 530 Textfiguren und 18 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 22,—.

Fünfter Band: Die asynchronen Wechselstrommaschinen. Erster Teil: Die Induktionsmaschinen. Von **E. Arnold**, **J. L. la Cour** und **A. Fraenckel**. Mit 307 Textfiguren und 10 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 18,—.

Zweiter Teil: Die Wechselstromkommutatormaschinen. Ihre Theorie, Berechnung, Konstruktion und Arbeitsweise. Von **E. Arnold**, **J. L. la Cour** und **A. Fraenckel**. Mit 400 Textfiguren, 8 Tafeln und dem Bildnis E. Arnolds.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Die Gleichstrommaschine. Ihre Theorie, Untersuchung, Konstruktion und Arbeitsweise. Von Dr.-Ing. **E. Arnold**, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts an der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage.

Erster Band: Theorie und Untersuchung. Mit 593 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Zweiter Band: Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Mit 502 Textfiguren und 13 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana in Karlsruhe. Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. **E. Arnold**, Direktor des Instituts.

I. Band: 1908—1909. Mit 260 Textfiguren.

Preis M. 10,—.

II. Band: 1910—1911. Mit 284 Textfiguren.

Preis M. 10,—.

Wechselstromtechnik. Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Königlichen Technischen Hochschule in Danzig. Zweite Auflage von „Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom“. I. Teil. Mit 185 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 9,—.

Die elektrische Kraftübertragung. Von Dipl.-Ing. **Herbert Kyser.**

Erster Band: Die Motoren, Umformer und Transformatoren. Ihre Arbeitsweise, Schaltung, Anwendung und Ausführung. Mit 277 Textfiguren und 5 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 11,—.

Zweiter Band: Leitungsanlagen, Apparate und Instrumente, Stromerzeugung, Schaltanlagen. Erscheint im Frühjahr 1914.

Das elektrische Kabel. Eine Darstellung der Grundlagen für Fabrikation, Verlegung und Betrieb. Von Dr. phil. **C. Baur**, Ingenieur. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 91 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Beanspruchung und Durchhang von Freileitungen. Von Dipl.-Ing.

Robert Weil. Mit 49 Textfiguren und 2 lithogr. Tafeln. Preis M. 4,—.

Die Fernleitung von Wechselströmen. Von **G. Roebler**, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Danzig-Langfuhr. Mit 60 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

Elektromotoren für Gleichstrom. Von Dr. **G. Roebler**, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Danzig. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. Von **Gisbert Kapp.** Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 255 in den Text gedruckten Figuren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom. Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung. Von **Gisbert Kapp.** Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 185 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Die Einphasenmotoren nach den deutschen Patentschriften.

Mit Sachregister der deutschen Reichs-Patente über Einphasen- und Mehrphasen-Kommutator-Motoren. Von Dr.-Ing. **Erich Dyhr.** Mit 112 Textfiguren.

Preis M. 6,—.

Das Pendeln bei Gleichstrommotoren mit Wendepolen. Von

Dr. **Karl Humberg**, Diplomingenieur. Mit 50 Textfiguren. Preis M. 2,80.

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Elektrotechnische Meßkunde. Von Dr.-Ing. P. B. Arthur Linker. Zweite, völlig umgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit 380 in den Text gedruckten Figuren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Elektrische und magnetische Messungen und Meßinstrumente.

Von H. S. Hallo und H. W. Land. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des holländischen Werkes *Magnetische en Elektrische Metingen* von G. J. van Swaay, Professor an der technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Isolationsmessungen und Fehlerbestimmungen an elektrischen Starkstromleitungen. Von F. Charles Raphael. Auto-

risierte deutsche Bearbeitung von Dr. Richard Apt. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 122 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von Ingenieur Rudolf Krause. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 178 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Handbuch der elektrischen Beleuchtung. Von Josef Herzog, diplomierter Elektroingenieur in Budapest, und Clarence Feldmann, o. Professor an der Technischen Hochschule in Delft. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 707 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Grundzüge der Beleuchtungstechnik. Von Dr.-Ing. L. Bloch, Ingenieur der Berliner Elektrizitätswerke. Mit 41 in den Text gedruckten Figuren. Preis M. 4,—; in Leinwand gebunden M. 5,—.

Herstellung und Instandhaltung elektrischer Licht- und Kraftanlagen. Ein Leitfaden auch für Nicht-Techniker unter Mitwirkung von

Gottlob Lux und Dr. C. Michalke, verfaßt und herausgegeben von S. Frhr. v. Gaisberg. Sechste, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 55 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 2,40.

Telephon- und Signal-Anlagen. Ein praktischer Leitfaden für die Errichtung elektrischer Fernmelde- (Schwachstrom-) Anlagen. Herausgegeben von Carl Beckmann, Oberingenieur der Aktiengesellschaft Mix & Genest, Telephon- und Telegraphenwerke, Berlin-Schöneberg. Bearbeitet nach den Vorschriften für die Errichtung elektrischer Fernmelde- (Schwachstrom-) Anlagen der Kommission des Verbandes deutscher Elektrotechniker und des Verbandes elektrotechnischer Installationsfirmen in Deutschland. Mit 426 Abbildungen und Schaltungen und einer Zusammenstellung der gesetzlichen Bestimmungen für Fernmeldeanlagen. In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.