



---

---

Im gleichen Verlage ist erschienen:

**Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze**  
in Theorie und Praxis.

Von  
**Josef Herzog** und **Clarence Feldmann.**

Erster Teil:

**Strom- und Spannungsverteilung in Netzen.**

*Mit 269 Abbildungen.*

---

**In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.**

---

---

# Die Berechnung Elektrischer Leitungsnetze

in Theorie und Praxis.

Von

**Josef Herzog,**

Vorstand der Abteilung für elektrische  
Beleuchtung, Ganz & Co., Budapest

und

**Clarence Feldmann,**

Privatdozent an der Großherzoglichen  
Technischen Hochschule zu Darmstadt.

---

*Zweite Auflage in zwei Teilen.*

---

Zweiter Teil:

**Dimensionierung der Leitungen.**

---

*Mit 216 Abbildungen.*



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1905.

---

Alle Rechte, insbesondere das der  
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

---

ISBN 978-3-662-36171-9      ISBN 978-3-662-37001-8 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-37001-8

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1905

# Vorwort.

---

Der vorliegende zweite Teil bringt die Anwendungen der im ersten Teil gegebenen theoretischen Grundlagen und Gesetze auf die verschiedenen Probleme der Praxis und zeigt, in welcher Weise die dort gewonnenen Erkenntnisse für die praktischen Bedürfnisse fruchtbringend umgewertet werden können.

Solche neue Umwertungen und ihre Begründung finden sich in dem Kapitel über Wirtschaftlichkeit, bei der Dimensionierung von Leitern und Netzen, bei der Anwendung der Transfigurationsmethode auf Netzteile und ganze Netze, bei der neu hinzugefügten Methode der Netzspaltung, bei den Gleichungsmethoden, die durch einige neue Bereicherungen den Anforderungen der Praxis Rechnung zu tragen suchen, in dem Kapitel über Fernleitungen, und an anderen Stellen.

Wir waren darauf bedacht, diesen zweiten Teil unseres Buches dem ersten Teil zu einem einheitlichen Ganzen anzufügen, um so dem Problem der Leitungsberechnung möglichst in allen seinen Teilen gerecht zu werden. Wir hoffen, daß er sich der gleichen freundlichen Aufnahme erfreuen werde wie der erste Teil.

Budapest und Darmstadt, September 1904.

**Josef Herzog**

Budapest.

**Clarence Feldmann**

Darmstadt.

# Inhalts-Verzeichnis.

Einleitung . . . . .	Seite 1
----------------------	------------

## Erstes Kapitel.

### Allgemeines zur Dimensionierung von Leitungen. Direkte Stromverteilung.

1. Seriensystem . . . . .	5
2. Parallelschaltungssysteme . . . . .	8
a) Zweileitersystem . . . . .	9
b) Verzweigte Leitungen . . . . .	17
3. Gemischte Systeme . . . . .	28
a) Serienschaltung von Gruppen . . . . .	29
b) Parallelschaltung von Serien . . . . .	30
4. Mehrleitersysteme . . . . .	33
a) Dreileitersystem . . . . .	33
b) Fünfleitersystem . . . . .	35
5. Mehrphasensysteme . . . . .	37
a) Ströme und Spannungen beim Zweiphasensystem . . . . .	38
b) Ströme und Spannungen beim Dreiphasensystem . . . . .	40
Literaturangaben zum ersten Kapitel . . . . .	42

## Zweites Kapitel.

### Zulässiger Spannungs- und Energieverlust in den Leitungen.

1. Rücksichtnahme auf die Funktion der Lampen . . . . .	44
2. Rücksichtnahme auf die Wirkung der Motoren . . . . .	49
a) bei Gleichstrombetrieb . . . . .	49
b) bei Wechselstrombetrieb . . . . .	55
3. Rücksichtnahme auf die Regelung . . . . .	67
4. Last örtlich und zeitlich veränderlich . . . . .	75
5. Verteilung mittels Speiseleitungen . . . . .	77
6. Ausgleichsleitungen . . . . .	79
7. Asymmetrische Belastung . . . . .	88
8. Erdung des Mittelleiters bei Dreileiteranlagen . . . . .	93
9. Asymmetrische Belastung des Dreiphasensystems . . . . .	100
a) Das Dreiphasensystem ohne Nulleiter (Dreieckschaltung) . . . . .	100
b) Das Dreiphasensystem mit Nulleiter (Sternschaltung) . . . . .	102
Literaturangaben zum zweiten Kapitel . . . . .	105

## Drittes Kapitel.

**Erwärmung der elektrischen Leiter.**

	Seite
1. Abhängigkeit der Erwärmung von der Stromstärke und dem Drahtdurchmesser der Leitungsdrähte . . . . .	107
2. Die Erwärmung isolierter, in Holzleisten verlegter Drähte . . . . .	109
3. Über den Einfluß der Isolierhülle . . . . .	112
4. Die Erwärmung nackter Leitungen in ruhiger Luft . . . . .	115
5. Erwärmung der Luftleitungen im Freien . . . . .	124
6. Erwärmung unterirdisch verlegter Kabel bei Dauerbetrieb mit konstanter Stromstärke . . . . .	127
7. Erwärmung der Kabel bei aussetzendem Betrieb . . . . .	135
Literaturangaben zum dritten Kapitel . . . . .	143

## Viertes Kapitel.

**Die wirtschaftlichen Rücksichten bei Berechnung elektrischer Leitungen.**

Rationeller Energieverlust und Querschnitt . . . . .	146
Beispiele . . . . .	148
Leistungs- und Betriebszahl . . . . .	153
Hydro-elektrische Anlage . . . . .	154
Thomsonsche Regel . . . . .	161
1. Zur Kostenberechnung elektrischer Leitungen . . . . .	162
2. Die Ermittlung des jährlichen Energieverlustes im Leitungsnetze . . . . .	163
3. Verschiedenheitsfaktor der Leitungen . . . . .	171
4. Über die Wirtschaftlichkeit der Kompensierung mittels übererregter Synchronmotoren . . . . .	174
Literaturangaben zum vierten Kapitel . . . . .	181

## Fünftes Kapitel.

**Berechnung der Leiter für die indirekten Systeme.**

1. Verteilung mittels Akkumulatoren . . . . .	183
2. Dimensionierung von Zellschalterleitungen . . . . .	187
3. Die Vorteile hoher Spannungen . . . . .	201
4. Verteilung mittels Transformatoren . . . . .	208
a) Serienschaltung von Wechselstromtransformatoren . . . . .	209
b) Parallelschaltung von Wechselstromtransformatoren . . . . .	210
c) Sekundär zusammengehängtes Netz . . . . .	216
d) Günstigste Anzahl der Transformatorstationen . . . . .	219
e) Wahl der Transformatorengröße . . . . .	222
5. Rotierende Umformer . . . . .	223

	Seite
6. Vergleich verschiedener Verteilungsarten in bezug auf die erforderliche Menge an Leitungsmetall . . . . .	227
a) die Leitungen für die Gleichstromsysteme . . . . .	228
b) Leitungen für die Wechselstromsysteme . . . . .	230
c) Zusammenstellung der Ergebnisse . . . . .	242
d) Vergleich auf Basis gleicher Maximalspannung zwischen zwei Drähten . . . . .	243
Literaturangaben zum fünften Kapitel . . . . .	245

Sechstes Kapitel.

**Dimensionierung geschlossener Leitungsnetze.**

Allgemeines . . . . .	246
Minimum des Leitungsmetalle . . . . .	249
Günstigste Zahl von Speisepunkten . . . . .	252
1. Die Knotenbefreiung zwei- und mehrfacher Knoten von ihren Stromentnahmen . . . . .	267
2. Widerstandstreue Umbildung oder Transfiguration der Netze . . . . .	270
Beispiele zur Transfigurierung . . . . .	280
a) Transfigurierung des Netzes . . . . .	286
b) Berechnung der Stromverteilung . . . . .	295
3. Viereckstransfigurierung . . . . .	300
4. Gleichungsmethoden . . . . .	301
Stromrelationen des Leitungsnetzes . . . . .	306
Strommaxima . . . . .	310
Verfahren von W. Feussner zur Bestimmung der Stromstärke . . . . .	315
Bestimmung der Nenner . . . . .	317
Bildung des Zählers . . . . .	322
Weiteres Beispiel . . . . .	323
Rekursive Methode von P. M. Verhoeckx zur Bestimmung der Knotenspannungen . . . . .	324
Stufenweise Berechnung . . . . .	329
5. Methode der Netzspaltung . . . . .	333
Literaturangaben zum sechsten Kapitel . . . . .	336

Siebentes Kapitel.

**Dimensionierung von Fernleitungen.**

1. Verallgemeinerung der Gleichungen . . . . .	339
2. Vereinfachung der Gleichungen . . . . .	347
3. Über die Ursachen und die Größe der Ableitung . . . . .	353
4. Über die Zulässigkeit der Superposition . . . . .	360
1. Beispiel. Eine 200 km lange Leitung . . . . .	361
a) Berechnung der Daten . . . . .	362
b) ein Kondensator am Ende . . . . .	363

	Seite
c) ein Kondensator am Anfang . . . . .	364
d) Mittelwert der beiden Ausdrücke . . . . .	365
e) Genaue Methode nach Kennelly . . . . .	365
f) Näherungsmethode mit Reihenentwicklung . . . . .	366
g) Zusammenstellung und graphische Behandlung der Resultate . . . . .	367
2. Beispiel. Kraftübertragung der Bay Counties Company Kalifornien . . . . .	369
a) Berechnung der Daten . . . . .	371
b) ein Kondensator am Ende . . . . .	373
c) ein Kondensator am Anfang . . . . .	373
d) Ermittlung von E und J nach Gleichung 9 . . . . .	374
e) Genaue Methode nach Kennelly . . . . .	375
f) Näherungsmethode mit Reihenentwicklung . . . . .	377
5. Dimensionierung von Fernleitungen . . . . .	379
a) Dimensionierung für bestimmten Effektverlust . . . . .	381
b) Dimensionierung für bestimmten Spannungsverlust . . . . .	382
3. Beispiel . . . . .	386
Anhang. Tabellen . . . . .	391
Literaturangaben zum siebenten Kapitel . . . . .	392

#### Achstes Kapitel.

#### Die Leitungen für elektrische Bahnen.

1. Anordnung der Kontakt- und Speiseleitungen . . . . .	394
2. Beispiel. Eine Gleichstrombahnlinie . . . . .	397
a) Aufstellung des graphischen Fahrplanes und des Betriebs- programmes . . . . .	398
b) Ermittlung des Kraftbedarfes . . . . .	402
c) Berechnung der Wagenkilometer und des mittleren Kraft- bedarfes . . . . .	406
d) Berechnung der Speiseleitungen . . . . .	410
e) Berechnung der Schienenrückleitung . . . . .	412
3. Allgemeine Gesichtspunkte für die Bemessung der Bahnspeisekabel	417
4. Über die Anordnung der Stromrückleitung . . . . .	422
a) Verlauf der Erdströme . . . . .	423
b) Gefährzustand und Gefahrzone . . . . .	429
c) Mittel zur Verhütung der schädlichen Wirkungen . . . . .	431
d) Rückspeisekabel . . . . .	431
e) Die Kappsche Methode der Absaugung durch Zusatzdynamo	436
5. Leitungsberechnung bei Wechsel- und Drehstrombahnen . . . . .	438
Literaturangaben zum achten Kapitel . . . . .	441

## Einleitung.

Nachdem die Charakteristik der elektrischen Anlagen (I. Teil, S. 2) und die Strom- und Spannungs-Verteilung in gegebenen Netzen (I., S. 223), sowie die Eigenschaften der Leitungssysteme selbst eingehende Erörterungen gefunden haben, soll in diesem zweiten Teil das umgekehrte Problem: die Berechnung der Leiterdimensionen, behandelt werden. Diese Ermittlungen sind an eine Anzahl von Bedingungen geknüpft, deren relative Bedeutung je nach dem besonderen Charakter des Einzelfalles wechselt.

Diese Bedingungen sind gegeben durch die Rücksichtnahme:

1. auf die unabhängige Funktion der Anschlußobjekte,
2. auf die Erwärmung der Leitungen durch den Strom und die physikalischen Eigenschaften des Leitermaterials,
3. auf die Wirtschaftlichkeit bezüglich Kosten der Herstellung und des Betriebes der Leitung und Anlage.

Die richtige Funktion der Lampen und Motoren führt bei den Parallelschaltungssystemen zur Betrachtung des zulässigen Spannungsgefälles in den Leitungen; aus ihm berechnen sich die Leiterdimensionen, wobei die jedem Leitungssysteme zukommende charakteristische Strom- und Spannungseigentümlichkeit vor allem zum Ausdruck gelangt. Die Anschlußobjekte werden nicht alle gleichzeitig in Anspruch genommen, was zur Untersuchung der Lösbarkeit bei den Lampen oder der Entlastbarkeit der Netze bei den Motoren führt. Mit diesen Betrachtungen ist naturgemäß die Frage der Regelungsfähigkeit der Anlage selbst verknüpft. Eine gute Leitung entspricht den Anforderungen der Energieaufnehmer nach Gleichmäßigkeit in der Energielieferung selbst bei wechselndem Bedarf ohne besondere Regulierungsmittel,

sie verzichtet durch ihre natürlichen Eigenschaften auf den künstlichen Regulierzwang.

Die Leitungen müssen stark genug sein, um die geforderte Energiemenge ohne brandgefährliche Erwärmung führen zu können. Das Studium der Erwärmung aller Teile der Strombahn bildet ein großes und wichtiges Gebiet der Elektrotechnik. Bei allen Erwärmungsvorgängen dieser Art steigt die Temperatur anfangs rasch, dann nur noch allmählich an, um schließlich nach längerer Zeit praktisch einen Höchstwert zu erreichen, bei dem die Abkühlung und die Wärmezufuhr einander gerade das Gleichgewicht halten. Die Erwärmung der Leitungen muß man sich demnach immer vor Augen halten; unter dieser Voraussetzung bedarf es keiner weiteren Erklärung, daß man für ein und dieselbe Leistung eine Luftleitung anders dimensionieren wird, als eine unterirdische oder in Wasser verlegte Leitung; eine blanke anders als eine bedeckte u. s. w. In jedem Falle wird man eine bestimmte Maximalsteigerung der Temperatur der Leitung festsetzen, wonach der Minimalwert des Leiterquerschnittes bestimmt werden kann. Der so gefundene Wert wird in den meisten Fällen nicht dem tatsächlich zu verwendenden Querschnitt entsprechen, da letzterer noch den anderen Bedingungen genügen muß; aber er gibt die Grenze an, welche der Querschnitt auf keinen Fall unterschreiten darf.

Die Sicherheit der Leitungen selbst, sowie ihrer Nachbarschaft gegen Feuersgefahr erteilt diesen Fragen erhöhte Bedeutung. Die Resultate dieser Untersuchungen sind in den Sicherheitsvorschriften zur Ausführung von Anlagen verwertet worden. Neben der Erwärmung sind bei der Dimensionierung die mechanischen Eigenschaften des Leitermaterials und seiner Isolierung zu berücksichtigen. Der Querschnitt der Leitungen muß so bemessen werden, daß ihre mechanische Festigkeit den äußeren Einflüssen auf die Dauer genügenden Widerstand bietet. Eine freie Luftleitung z. B., welche allen Witterungsverhältnissen ausgesetzt ist, wird nicht unter einer bestimmten Größe ausgeführt werden können, selbst wenn ein viel kleinerer Querschnitt den elektrischen Bedingungen genügen würde. In manchen Fällen kann auch eine maximale Grenze in Erwägung zu ziehen sein. Würden zum Beispiel die Leitungen über eine gewisse Querschnittsgröße zu steif ausfallen und dadurch eventuell die Transportfähigkeit beeinträchtigen oder die Verlegbarkeit erschwert werden, so könnte

eine Auflösung in mehrere dünnere Stränge geboten sein, wie dies bei zu dicken Luft- und unterirdischen Kabeln der Fall ist.

Zu den erwähnten technischen Rücksichten, welche für die Dimensionierung der Leitungen maßgebend sind, treten natürlich noch wirtschaftliche Erwägungen bezüglich des Aufwandes zur Erstellung der Leitungen einerseits und der laufenden Ausgaben für dieses investierte Kapital, nämlich der jährlichen Zinsen und Tilgung andererseits, sowie bezüglich jener Energie, die in den Leitungen im weiteren Sinne verloren geht, hinzu. Dieser allgemeine ökonomische Grundgedanke beherrscht alle Gebiete und er muß auch hier nicht nur für die Leitung im engeren Sinne, sondern immer im Vereine mit den übrigen Teilen der Anlage in Betracht gezogen werden.

Diese geldlichen Erwägungen gestalten sich in vielfacher Weise; so z. B. wird man bei Kabelnetzen die kleinen Querschnitte reichlicher nehmen dürfen, weil ihr Preis mit dem Querschnitt wenig steigt und in den meisten Fällen auf ein Anwachsen des Konsums gerechnet werden soll, oder weil in der Angabe des Konsums große Unsicherheit herrscht.

Die Aufgabe des Ingenieurs liegt also bei der Dimensionierung der Leitungen und der Netze ganz so, wie bei allen anderen Problemen der Ingenieur-Wissenschaften. Er hat die in finanzieller Hinsicht entsprechendste, also billigste Lösung zu erfassen, bei welcher die technische Tauglichkeit nach den angeführten Richtungen vollauf befriedigt. Der gegenseitige Wettbewerb treibt bei steter Vervollkommnung in der Erzeugung gleichzeitig zu fortwährender durch die Erfahrung kontrollierter Erhöhung der technischen Grenzbedingungen.

## Erstes Kapitel.

# Allgemeines zur Dimensionierung von Leitungen.

---

Zur Durchführung einer Energie-Verteilung können die drei Hauptelemente jeder elektrischen Stromverteilungsanlage, nämlich Stromerzeuger, Leitungen und Stromabnehmer, auf mannigfache Weise in gegenseitige Verbindung gebracht werden und je nachdem diese Anordnung getroffen wird, ergeben sich die verschiedenen Stromverteilungsarten.

Sämtliche Verteilungsarten lassen sich vor allem in zwei Hauptgruppen zusammenfassen, deren eine dadurch gekennzeichnet wird, daß Stromerzeuger und Stromabnehmer in einem und demselben elektrischen Stromkreise liegen, während das Hauptmerkmal der anderen darin liegt, daß die genannten zwei Elemente elektrisch getrennten Stromkreisen angehören. Man bezeichnet die Stromverteilung der ersten Art als direkte, die der zweiten Art als indirekte. Bei letzterer geschieht die Vermittelung zwischen den getrennten Stromkreisen durch eigene, beiden Kreisen angehörende Apparate.

Eine Mittelstellung zwischen beiden Hauptgruppen nehmen jene Verteilungsarten ein, welche entweder gleichzeitig oder abwechselnd teils direkt, teils indirekt wirken. Bei beiden Verteilungsarten ist die Dimensionierung von allgemeinen Gesichtspunkten, die für alle Systeme gemeinsam gelten, und von besonderen Gesichtspunkten, die für eines oder einige der Systeme in Betracht kommen, abhängig. Wir behandeln hier zunächst die direkten Systeme, dann die allgemeinen Gesichtspunkte im dritten und vierten Kapitel, während den indirekten Systemen das fünfte Kapitel gewidmet ist.

## Direkte Stromverteilung.

Die direkten Stromverteilungsarten lassen sich wieder nach der Schaltung der Stromabnehmer in einzelne Gruppen sondern. Da nun letztere hintereinander oder parallel geschaltet werden können, so müssen wir zwischen Reihen- oder Serienschaltungssystemen und Nebeneinander- oder Parallelschaltungssystemen unterscheiden. Beide Arten können miteinander auch in Kombination treten, indem ganze Reihen von Stromabnehmern untereinander parallel oder Gruppen von parallelgeschalteten Stromabnehmern in Serie angeordnet werden können. Eine Stromverteilung solcher Art kann man als gemischte bezeichnen.

### 1. Seriensystem.

Die Verbindung der einzelnen in Serie geschalteten Abnehmer z. B. Lampen geschieht durch ein einfaches Leitungspolygon, dessen Eckpunkte die Orte bilden, in welchen die Konsumenten eingeschaltet sind. Für die Anordnung des Polygons sind, da man eine Anzahl von Punkten nach mancherlei Arten durch einen Polygonzug verbinden kann, in jedem besonderen Falle die örtlichen Verhältnisse maßgebend. Es bedarf keiner weiteren Erklärung, daß jene Anordnung, welche unter sonst gleichen Verhältnissen die kürzeste Leitung ergibt, die beste Lösung bedeutet. Eine wertvolle Eigenschaft der Seriensysteme besteht darin, daß es vollkommen gleichgültig ist, an welcher Stelle des Leitungspolygons die Stromquelle angeordnet wird, da das Spannungsgefälle und die Spannungsverteilung in der Leitung durch die Lage der Stromquelle nicht beeinflußt wird. Ist es aus praktischen Gründen nicht möglich, die Stromquelle in eine Seite des durch die Lampen bestimmten Polygons selbst zu legen, so wird man natürlich bestrebt sein, den Ort ihrer Aufstellung einer Polygonecke möglichst zu nähern, damit die Teile der Leitung, welche den ersten und letzten Konsumenten mit der Stromquelle verbinden, möglichst kurz ausfallen.

Die Vorgänge in einer Serienanordnung sind sehr leicht zu überblicken. Es ist vor allem klar, daß ein und derselbe Strom sämtliche Energieaufnehmer, sagen wir z. B. Lampen durchfließt.

Das gesamte Spannungsgefälle verteilt sich auf die einzelnen Lampen und die zwischen denselben liegenden Leitungsteile entsprechend ihren Widerständen. Die erforderliche Klemmenspannung der Stromquelle muß daher gleich der Summe der Spannungsgefälle in sämtlichen Nutzwiderständen und in der Leitung sein.

Da die Stromstärke im ganzen Kreise dieselbe ist, so können nur lauter Abnehmer eingeschaltet werden, welche mit derselben Normalstromstärke arbeiten. Die charakteristischen Eigenschaften der Serienschaltung bedingen für die ungestörte Funktion der Lampen gewisse Vorkehrungen, um das Erlöschen sämtlicher Lampen zu verhüten, wenn durch das Ausschalten einer Lampe der Stromkreis an einer Stelle unterbrochen wird. Damit die Zirkulation des Stromes auch in diesem Falle ungestört bleibe, muß durch selbsttätige Einfügung eines Widerstandes an Stelle der betreffenden Lampe der Stromkreis stets geschlossen erhalten werden. Ist der neu eingefügte Widerstand äquivalent dem der ausgeschalteten Lampe, so tritt eine Änderung der Spannungsverteilung oder des Stromes nicht ein. Ist jedoch der neu eingefügte Widerstand sehr klein, d. h. wurde die ausgeschaltete Lampe nur kurz geschlossen, so müßte, der dadurch bewirkten Erniedrigung des Gesamtwiderstandes entsprechend, die Stromstärke steigen, wenn man die Betriebsspannung konstant halten würde. Da aber in diesem Falle die Lampen überansprucht würden, so muß eine Verminderung der Spannung bis zu jenem Punkte vorgenommen werden, bei welchem trotz des geringeren Gesamtwiderstandes die Stromstärke ihren normalen Wert nicht überschreitet.

Ersetzt man jede Lampe automatisch durch einen ihr äquivalenten Widerstand, so wird zwar der Betrieb ein sehr einfacher, da Stromstärke und Spannung dauernd die nämlichen Werte beibehalten; andererseits aber vergeudet man die ganze, in dem Ersatzwiderstande verzehrte Energie. Aus diesem Grunde erfolgt fast allgemein der Betrieb der Serienschaltungssysteme bei konstanter Stromstärke durch Regulierung der Spannung nach der Zahl und dem Widerstande der eingeschalteten Abnehmer.

Sind die Orte der Konsumenten gegeben und hat man den Linienzug der sie verbindenden Leitung festgelegt, so ist die Länge der letzteren bereits bestimmt. Es erübrigt also nur noch, den Leitungsquerschnitt zu ermitteln. Da die Stromstärke im ganzen

Kreise dieselbe ist, so wird auch der Querschnitt durchaus derselbe sein. Bevor wir jedoch zur Berechnung desselben schreiten, senden wir einige allgemeine Bemerkungen voraus.

Das Spannungsgefälle  $v$  in einem stabförmigen Leiter ist gleich der durchfließenden Stromstärke  $i$  mal dem Widerstande  $r$  des Leiters. Letzterer ergibt sich aus der Länge  $l$  desselben, dem Querschnitte  $f$  und der Leitfähigkeit  $k$  des Leitungsmaterials. Messen wir  $l$  in Meter,  $f$  in Quadratmillimeter,  $i$  in Ampère, und bedeutet  $k$  die Leitfähigkeit des Materiales, aus welchem der Stab besteht, bezogen auf das Ohm als Widerstandseinheit, so gibt uns darnach die Formel

$$v = r \cdot i = \frac{li}{k \cdot f} \dots \dots \dots 1)$$

das Spannungsgefälle in Volt an. In den meisten Fällen ist das Leitungsmaterial Kupfer, dessen Leitfähigkeit  $k$  für praktische Zwecke zwischen 56 und 60 angenommen wird.

Kehren wir nun zur Bestimmung des Leitungsquerschnittes zurück und nennen wir

- L die ganze Länge des Leitungskreises,
- J - Stromstärke,
- V - Klemmenspannung der Stromquelle,
- $e_1, e_2, e_3 \dots$  die Spannungen an den Klemmen der einzelnen Lampen,
- $k$  die Leitfähigkeit des Leitermaterials und
- $f$  den Querschnitt der Leitung,

so ist das durch die Nutzwiderstände verursachte Spannungsgefälle

$$\Sigma (e) = e_1 + e_2 + e_3 + \dots$$

Da die Gesamtspannung  $V$  ist, so entfällt auf die Leitung selbst das Spannungsgefälle  $V - \Sigma (e)$ , welches nach dem Vorhergehenden gleich sein muß  $\frac{LJ}{kf}$ .

Wir erhalten also die Gleichung

$$V - \Sigma (e) = \frac{LJ}{kf},$$

aus welcher sich der Wert der gesuchten Querschnittsgröße ergibt:

$$f = \frac{LJ}{k [V - \Sigma (e)]} .$$

Wir haben hierbei vorausgesetzt, daß das Gefälle in der Leitung  $[V - \Sigma(e)]$  gegeben sei. Meistens wird es als Prozentsatz vom Nutzgefälle gegeben. Die Rücksichten, welche die Wahl dieses Spannungsgefälles beeinflussen, sollen im weiteren Verlaufe dieses Kapitels Erörterung finden.

## 2. Parallelschaltungssysteme.

Wie schon der Name besagt, sind die nun zu besprechenden Stromverteilungsarten dadurch gekennzeichnet, daß sämtliche Konsumapparate, nehmen wir z. B. Lampen an, parallelgeschaltet sind.

Es ist hier nicht mehr erforderlich, auf die Eigenschaften der Parallelschaltung bezüglich der Stromverteilung einzugehen; wir wenden uns daher sofort der Betrachtung der verschiedenen Anordnungsweisen der Leiter und der dadurch bedingten Leitungsdimensionen zu.

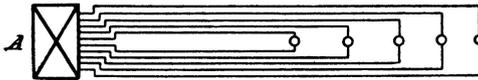


Fig. 1.

Es sei nur noch hervorgehoben, daß diese Stromverteilungsarten die meiste Anwendung finden, da sie die Unabhängigkeit der einzelnen Abnehmer voneinander am einfachsten sichern. Um letztere Anforderung zu erfüllen, müssen alle Abnehmer unter annähernd gleicher Spannung arbeiten, und die Verteilung wird umso vollkommener sein, je genauer dies erreicht wird.

In der letztgenannten Hinsicht wäre jene Anordnung am entsprechendsten, bei welcher jeder Abnehmer eine eigene, unmittelbar von der Stromquelle ausgehende Leitung (Fig. 1) erhält.

Die Leitungen sind so dimensioniert, daß in sämtlichen von der Stromquelle aus bis zur Lampe derselbe Spannungsabfall stattfindet. Setzen wir alsdann eine Stromquelle von konstanter Klemmenspannung voraus, so muß an allen Lampen eine und dieselbe konstante Spannung herrschen, und sämtliche Lampen sind voneinander gänzlich unabhängig. Um die Querschnitte der einzelnen Zuleitungen zu ermitteln, setzen wir den Spannungsabfall

$v$  von der Stromquelle bis zu den Lampen fest; daraus ergibt sich sofort der Wert des gesuchten Querschnittes

$$f = \frac{iL}{kv}, \quad . . . . . 2)$$

wenn  $i$  den Strom einer Lampe,  $L$  die ganze Leitungslänge (Hin- und Rückleitung),  $k$  die Leitfähigkeit des Leitungsmaterials bezeichnen.

### a) Zweileitersystem.

So vollkommen die obengenannte Verteilungsart ist, so wenig ist sie für die allgemeine Praxis geeignet, denn schon bei einer geringen Lampenzahl würde die Leitungsanlage so umständlich und verwickelt werden, daß die praktische Ausführbarkeit in Frage gestellt wäre.

Man vereinigt daher eine größere Zahl von Leitungen in eine einzige, sodaß sich nur ein Hin- und ein Rückleitungsstrang ergibt, von welchen die Lampen parallel abgezweigt werden. Nun können aber die Spannungen an den Lampen nicht mehr gleich sein, sondern müssen von der der Stromquelle am nächsten liegenden gegen die am weitesten entfernte Lampe hin abnehmen, sodaß zwischen der ersten und letzten Lampe der größte Spannungsunterschied herrschen wird.

Da sämtliche Lampen einer Anlage für eine und dieselbe Spannung gebaut sind, wird der genannte größte Spannungsunterschied eine praktisch als zulässig erkannte Grenze nicht überschreiten dürfen. Diese Grenze wird man daher in jedem Falle von vornherein festsetzen müssen.

Die Zusammenlegung der ursprünglich voneinander unabhängigen Leitungszuführungen hat uns zu einer Anordnung geführt, nach welcher zwei Hauptleiter das Beleuchtungsgebiet durchziehen, zwischen welchen die Lampen abgezweigt sind. Man nennt diese Anordnungsweise das Zweileitersystem.

Die Fig. 2 stellt uns dieselbe schematisch dar.

Die genauen Vorgänge in einer solchen Leitung sind nach den im I. Teile behandelten Gesetzen der Stromverteilung hier als bekannt voranzusetzen.

Bei der Dimensionierung der Leitung drängt sich vor allem die Erwägung auf, ob nicht die Querschnitte der aufeinander-

folgenden Leiterteile entsprechend den in ihnen herrschenden verschiedenen Stromstärken abzustufen wären.

Folgen wir dieser Erwägung und setzen für alle Teile voraus, daß die Stromdichte konstant sei, d. h. daß

$$\frac{J_1}{f_1} = \dots = \frac{J_n}{f_n} = \delta = \text{konstant}$$

sei. Wenn  $J_1, J_2, \dots, J_n$  die Ströme in den Leiterteilen und  $f_1, f_2, \dots, f_n$  die entsprechenden Querschnitte bedeuten, so brauchen wir nur noch die Größe des zulässigen Spannungsverlustes  $v$  bis

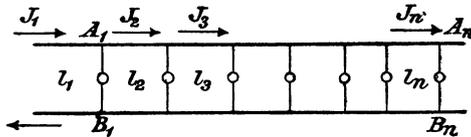


Fig. 2.

zur letzten Lampe festzulegen, um sofort alle Querschnitte bestimmen zu können. Das Gesamtspannungsgefälle beträgt

$$v = \frac{J_1 l_1}{k f_1} + \dots + \frac{J_n l_n}{k f_n}$$

oder

$$v = \frac{1}{k} \sum_1^n \left( \frac{J \cdot l}{f} \right) = \frac{\delta}{k} \sum_1^n (l) \quad (1).$$

Es folgt daraus

$$\delta = \frac{k \cdot v}{\sum_1^n (l)} \quad \dots \quad 3)$$

Für irgend einen, etwa den  $m$ ten Leiterteil, in welchem der Strom  $J_m$  fließt, ist

$$\delta = \frac{J_m}{f_m} \quad \text{oder} \quad f_m = \frac{J_m}{\delta},$$

woraus sich unter Berücksichtigung des gefundenen Wertes von  $\delta$  der Querschnitt des Leiterteiles

$$f_m = \frac{J_m}{k \cdot v} \sum_1^n (l) \quad \dots \quad 4)$$

ergibt.

Gleiche Leiterlängen haben hierbei gleiche Spannungsverluste, d. h. der Spannungsabfall auf den laufenden Meter, das spezifische Gefälle, ist konstant, ebenso wie der Wattverlust pro Kilogramm Leitermetall.

Aus praktischen Gründen wird man in den meisten Fällen nicht die Querschnitte aller einzelnen Leitungsabschnitte abstufen, sondern durchaus, oder zum mindesten für größere Stränge, denselben Querschnitt wählen.

Behalten wir die angeführten Bezeichnungen bei, und nennen wir  $f$  den konstant bleibenden Querschnitt des ganzen Leiters, so erhalten wir für das Spannungsgefälle den Ausdruck

$$v = \frac{J_1 l_1}{k f} + \dots + \frac{J_n l_n}{k f} = \frac{1}{k f} \sum_1^n (J \cdot l),$$

woraus sich der Querschnitt

$$f = \frac{1}{k v} \sum_1^n (J \cdot l) \quad . . . . . 5)$$

ergibt.

Vergleichen wir nun die in beiden Fällen eintretende Verteilung des Spannungsverlustes auf die einzelnen Abschnitte des Leiters<sup>1)</sup>.

Bei variablem Querschnitt und konstanter Stromdichte ist das Spannungsgefälle bis zu irgend einem, etwa dem  $m$ ten, Abzweigungspunkte proportional dem Abstände des letzteren von der Stromquelle.

Denn es ist

$$v_m = \frac{\rho}{k} \sum_1^m (l),$$

während das gesamte Spannungsgefälle

$$v = \frac{\rho}{k} \sum_1^n (l),$$

sodaß also

$$\frac{v_m}{v} = \frac{\sum_1^m (l)}{\sum_1^n (l)}.$$

Bei konstantem Querschnitt dagegen ist der Spannungsabfall bis zu irgend einem, etwa dem  $m$ ten, Abzweigungspunkte proportional der Summe der Strommomente bis zu diesem Punkte.

$$\frac{v_m}{v} = \frac{\sum_1^m (J \cdot l)}{\sum_1^n (J \cdot l)}$$

Vergleicht man die beiden letzt gefundenen Ausdrücke, so erkennt man, daß das Spannungsgefälle bei konstantem Querschnitte gleichmäßiger auf die einzelnen Punkte verteilt ist als bei einem mit Rücksicht auf konstante Stromdichte variablen Querschnitt, ein Umstand, der zu Gunsten des ersteren spricht.

Es bleibt nun noch die Frage offen, welche der beiden Anordnungen bei gleichgroßem Spannungsgefälle den kleineren Aufwand an Leitermaterial bedingt. Das Volumen desselben beträgt allgemein

$$K = l_1 f_1 + \dots + l_n f_n \text{ oder } K = \sum_1^n (lf) \dots \dots \dots 6)$$

Setzt man die entsprechenden Werte für f in 6) ein, so erhält man sowohl für variablen, als für konstanten Querschnitt den gleichen Ausdruck

$$K = \frac{1}{k_v} \sum_1^n \left( l \sum (Jl) \right)$$

Das Volumen des erforderlichen Leitungsmetalles ist also in beiden Fällen bei konstanter Stromdichte und bei konstantem Querschnitt das gleiche.

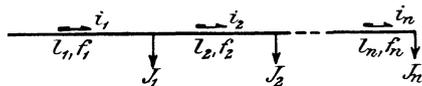


Fig. 3.

Schon der Umstand, daß diese Funktion zwei gleiche Werte besitzt, weist auf ein dazwischenliegendes Minimum hin. In der Tat findet man für zwei Abnehmer  $J_1$  und  $J_2$  eines gemeinschaftlichen Stranges (Fig. 3) aus den beiden Gleichungen  $\frac{l_1 i_1}{f_1} + \frac{l_2 i_2}{f_2} = vk = \text{konstant}$  und  $l_1 f_1 + l_2 f_2 = K = \text{Minimum}$  die Bedingung

$$\frac{f_1^2}{i_1} = \frac{f_2^2}{i_2} \dots \dots \dots 7)$$

und in gleicher Weise für mehr als zwei Abnehmer. Das geringste Leitermetall ist also erforderlich, wenn der Querschnitt

jedes Leiterteiles der Quadratwurzel der ihn durchfließenden Stromstärke proportional ist. Für einen beliebigen, z. B. den r-ten Querschnitt eines solchen Leiters mit vielen Abzweigungen findet man:

$$f_r = \frac{1}{\sqrt{k}} \sqrt{I_r} (l_1 \sqrt{I_1} + l_2 \sqrt{I_2} + \dots + l_n \sqrt{I_n}),$$

sowie für das Gesamtgewicht des Leiters vom spez. Gewicht  $\gamma$

$$Q = \gamma \cdot \frac{1}{k\sqrt{v}} (l_1 \sqrt{I_1} + l_2 \sqrt{I_2} + \dots + l_n \sqrt{I_n})^2.$$

Den Klammerausdruck hat Müllendorf als reduziertes Strommoment<sup>2)</sup> bezeichnet.

Die Ermittlung der Spannungskurve für beliebige Stromentnahme von einem Einzelleiter haben wir bereits in I, S. 297 kennen gelernt. Sie läßt sich leicht auf Kupfermengen ergänzen, wenn man statt der horizontalen Widerstandslinie die Leiterlängen einführt. Besonders einfache Resultate zeigt die gleichmäßige Stromentnahme, welche in der Praxis am häufigsten auftritt.

Wie sehr verschieden die elektrischen Verhältnisse bei Anwendung der beiden Querschnittsformen werden, soll noch durch ein numerisch gerechnetes Beispiel klargestellt werden<sup>3)</sup>. Ein Leiter von 100 m Länge sei zu dimensionieren. Seinen Anfangsquerschnitt durchfließen 100 Ampère und diese Stromstärke nehme der Länge nach bis auf Null so stetig ab, daß der Gesamtverlust 1 Volt betrage. Leitfähigkeit sei 60, spez. Gew. des Kupfers 9.

Bei konstanter Dichte sind  $i$  und  $f$  der Entfernung  $l$  vom Anfangspunkte umgekehrt proportional, es lassen sich also alle Werte aus dem berechneten Anfangsquerschnitt ableiten.  $\frac{v}{I} = \frac{1}{100}$  Volt ist das spez. Gefälle;

$$f_1 = \frac{100}{60 \cdot 0,01} = 167 \text{ mm}^2;$$

$$Q = \gamma \Sigma (f \cdot l) = 9,0 \cdot \frac{0,0167 \cdot 1000}{2} = 75,15 \text{ kg.}$$

Bei gleichem Querschnitte kann man alle Werte auch aus den Anfangswerten ableiten, denn für diese Stromverteilung ist die Spannungs- und Querschnittskurve eine gewöhnliche Parabel.

$$\frac{v_1}{l} = \frac{3}{2} \cdot \frac{v}{l} = \frac{3}{2} \cdot 0,01 = 0,015 \text{ Volt},$$

$$f_1 = \frac{100}{60 \cdot 0,015} = 111 \text{ mm}^2$$

und

$$Q = \frac{2}{3} \cdot 9,0 \cdot 0,0111 \cdot 1000 = 66,67 \text{ kg.}$$

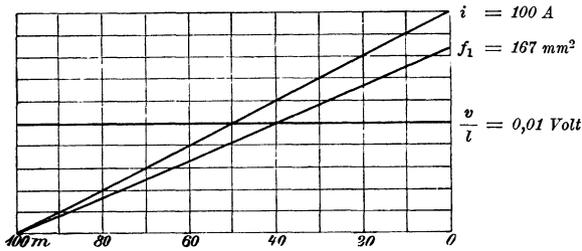


Fig. 4.

In den beiden Abbildungen Fig. 4 und 5 ergeben die beiden Fälle 75,15 gegen 66,67 kg, was 9:8 gemäß der Theorie und einem Unterschied von fast 13% entspricht.

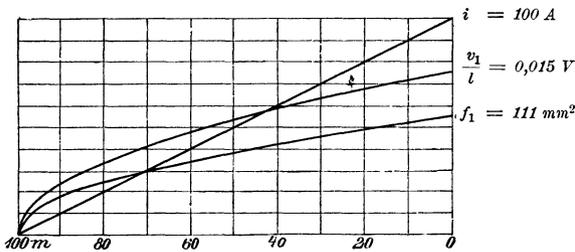


Fig. 5.

Aus dem Verhalten der Einzelleiter setzt sich jenes der Zweileiter zusammen, zwischen welchen die Konsumenten geschaltet sind. Diese Leitung bildet sich eben aus dem Hin- und dem Rückleiter. Man kann zur einfachen Nomenklatur sagen, der Rückleiter führt nicht die Ströme des Hinleiters über die Konsumenten zurück, sondern er leitet gleichwie der Hinleiter den negativen Rückstrom von dem negativen Quell-Pole gleichfalls zu den negativen Klemmen

der Konsumenten hin. Durch diese willkürliche Festsetzung werden die Strömungsbilder beider Leiter gleichartig und in der Berechnung und Betrachtung identisch. Man bezeichnet darnach die Leitung Fig. 6 a) als gleichläufiges und in b) als gegenläufiges System. Bei letzterem wird die Zuleitung des Rückleiters entweder c) eine Schleife (eine Rückkehr oder einen Buckel) erheischen oder d) durch eine sogenannte Kreisleitung hergestellt werden können.

Aus den Spannungskurven der Einzelleiter resultiert durch Summation diejenige der Leitung selbst a) und daraus sieht man wohl sofort, daß die Gegenleitung kleinere Spannungsunterschiede unter gleichen Verhältnissen aufweisen muß als die gleichläufige. Diesem Umstande wurde in den 80er Jahren, wo die Leitungsberechnung noch nicht verbreitet war, eine übertriebene Bedeutung beigegeben und die Furcht vor ungleicher Spannung der Lampen trieb zu ihrer Anwendung, wobei man mit den beiden Hauptkabeln in entgegengesetzter Richtung nicht selten von Lampengruppe zu Lampengruppe lief, statt auf kürzestem Wege zwischen den Gruppen den Hauptweg zu wählen und von ihm aus die Abzweigungen anzugliedern.

Die zylindrischen und die abgestuften oder kegelförmigen Leiter lassen sich noch mit den genannten Anordnungsweisen der Hin- und Rückleiter kombinieren.

Wenn wir annehmen, daß auf einer Leitung, bestehend aus zylindrisch geformten Leitern, eine gleichmäßig verteilte Stromentnahme stattfindet, dann wird das Spannungsgefälle längs dieser Linie durch eine Parabel dargestellt, die sich aus der einfachen Überlegung ergibt, daß sowohl der im Leiter fließende Strom, als auch der Widerstand proportional der Leiterlänge verlaufen (Fig. 7).

Schaltet man nun zwei zylindrische Leiter einander entgegen, dann tritt zwar die vollkommene Gleichheit in den Spannungen

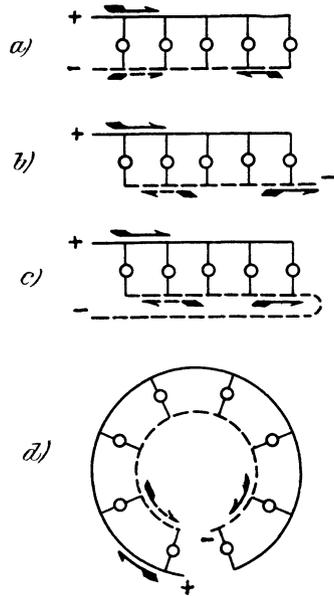


Fig. 6a, b, c, d.

der einzelnen Stromabnehmer nicht ein, wie man ursprünglich angenommen hat, aber die Spannungsabweichung ist bei dieser gegenläufigen Schaltung dennoch geringer geworden (Fig. 8).

Addiert man die Ordinaten der für jeden der beiden Leiter aufgestellten Spannungsparabeln, dann ergibt sich eine neue Parabel, deren Scheitel in der Mitte liegt, d. h. der in der Mitte befindliche Abnehmer wird die niedrigste Spannung aufweisen.

Um eine bessere Ausnützung des Leitermaterials zu erzielen, griff man seinerzeit sogar zu dem Mittel, den Leiter konisch zu gestalten, derart, daß er auf seiner ganzen Länge mit derselben Stromdichte beansprucht ist. Für eine solche Leitung in gewöhnlicher, gleichlaufender Schaltung der Leiter ergibt sich als Kurve des Spannungsgefälles eine gerade Linie (Fig. 9).

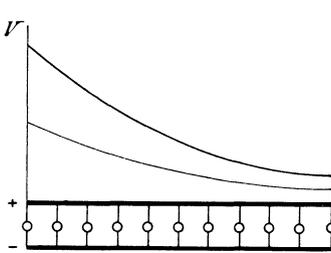


Fig. 7.

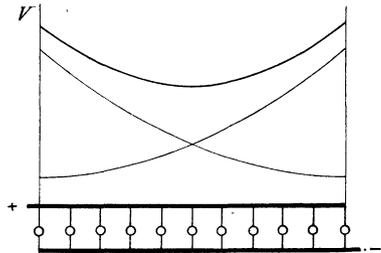


Fig. 8.

Für ein Widerstandselement ist

$$d v = d r \cdot i = c_1 \frac{d x}{q} \cdot i,$$

wo die Konstante  $c_1$  außer der Leitfähigkeit noch einen Faktor enthält, der sich aus der Betrachtung des Widerstandes für konische Leiter ergibt. Da nun  $\frac{i}{q}$  konstant sein soll, folgt

$$v = c x,$$

also das Spannungsgefälle direkt proportional der Länge.

Führt man weiterhin auch hier die gegenläufige Schaltung durch, dann findet sich das Spannungsbild wie in Fig. 10.

Daraus ist ersichtlich, daß bei Verwendung konischer Leiter in gegenläufiger Schaltung sämtliche Abnehmer die gleiche Spannung erhalten.

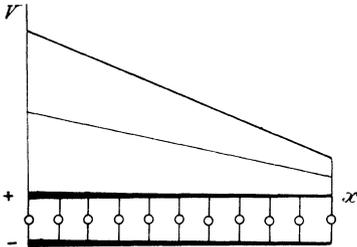


Fig. 9.

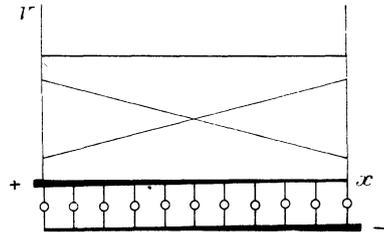


Fig. 10.

Heute wird zu solchen Mitteln nur in ganz besonderen Fällen gegriffen, aber noch im Jahre 1887 wurde von der Edison Co. in Paris der große Boulevard zur Oper mit solchen künstlichen Lösungsweisen beglückt<sup>4)</sup>.

Die nachstehende Tabelle enthält einen Vergleich der vier genannten Fälle, ausgedrückt in Einheiten, u. zw. bezüglich größter Abweichung in der Spannung der einzelnen Abnehmer, Leitergewicht und Energieverlust in den Leitern<sup>5)</sup>.

Leiter		Größte Spannungsabweichung	Gewicht	Energieverlust
Zylindrisch	{ gleichlaufend	2	3	2
	{ gegenlaufend	1	3	3
Konisch	{ gleichlaufend	4	1	2
	{ gegenlaufend	0	1	3

**b) Verzweigte Leitungen.**

Entsprechend der örtlichen Verteilung der Abnehmer, resp. Lampen müssen sich die Hauptleiter mannigfach verzweigen, wie etwa in Fig. 11 schematisch darstellt.

Die Stromverteilung in einem solchen verästelten Leitungssystem bietet nach dem Vorangegangenen nichts Neues. Bei der Dimensionierung ist wieder vor allem die Grundbedingung maßgebend, daß das größte Spannungsgefälle eine festgesetzte Größe nicht übersteige.

Diese Bedingung ist aber allein für die eindeutige Bestimmung aller Leitungsquerschnitte nicht hinreichend, wenn wir nicht weitere

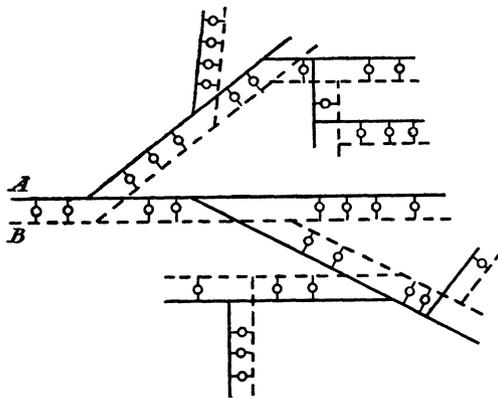


Fig. 11.

ergänzende Annahmen über die Verteilung des Gesamtspannungsgefälles auf die einzelnen Leitungsabschnitte machen wollen, oder etwa die weitere Forderung einführen, daß die aufzuwendende Menge an Leitungsmetall möglichst klein werde.

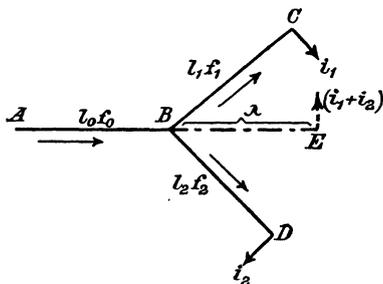


Fig. 12.

Betrachten wir vor allem den einfachsten Fall einer verästelten Leitung (Fig. 12). Vom Punkte A aus wird der Strom  $(i_1 + i_2)$  gegen B geführt, in welchem Punkte sich der Strom  $i_1$  nach C, der Strom  $i_2$  nach D abzweigt. Die Leitungslängen (Hin- und Rückleitung zusammen) seien  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ , die entsprechenden Leitungsquerschnitte  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ . Das Spannungsgefälle von A bis zu den Enden der Zweige, in welchen eine und dieselbe Spannung herrschen soll, sei  $v$ ; es setzt sich aus zwei, vor der Hand

noch unbekanntem Beträgen zusammen, nämlich dem Gefälle  $v_0$  von A bis B und dem Gefälle  $v_1$  von B bis zu den Enden der Äste C, bezw. D. Die Werte der Querschnitte drücken sich in folgender Weise aus:

$$f_0 = \frac{l_0(i_1 + i_2)}{k(v - v_1)}$$

$$f_1 = \frac{l_1 i_1}{k v_1}$$

$$f_2 = \frac{l_2 i_2}{k v_1}.$$

In diesen drei Gleichungen erscheint außer den drei zu bestimmenden Querschnittswerten noch das Spannungsgefälle  $v_1$ ; die Aufgabe ist demnach noch unbestimmt, und man kann noch eine Bedingung einführen.

Wir wählen als solche die Forderung, daß das Volumen  $K$  des aufzuwendenden Leitermetalles ein Minimum sei.

Das Volumen wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$K = f_0 l_0 + f_1 l_1 + f_2 l_2$$

oder nach Einsetzung der obigen Werte durch:

$$K = \frac{l_0^2(i_1 + i_2)}{k(v - v_1)} + \frac{l_1^2 i_1}{k v_1} + \frac{l_2^2 i_2}{k v_1} \dots \dots \dots 8)$$

Soll dieser Ausdruck ein Minimum nach  $v_1$  darstellen, so muß

$$0 = \frac{l_0^2(i_1 + i_2)}{k(v - v_1)^2} - \frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{k v_1^2}$$

oder

$$\frac{l_0}{v - v_1} = \frac{\sqrt{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}}{v_1}.$$

Multiplizieren wir beide Teile dieser Gleichung mit

$$\frac{i_1 + i_2}{k}$$

und setzen wir

$$\sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} = \lambda,$$

so erhalten wir

$$f_0 = \frac{l_0(i_1 + i_2)}{k(v - v_1)} = \frac{\lambda(i_1 + i_2)}{k v_1} = \varphi \dots \dots \dots 9)$$

In dieser Gleichung stellt  $\lambda$  eine Leitungslänge dar, an deren Ende die Summe der beiden Zweigströme  $i_1$  und  $i_2$  abgenommen wird, und längs welcher dasselbe Spannungsgefälle stattfindet wie in den Ästen B C und B D.

Wir können uns somit diese beiden Äste durch eine einzige Leitungslänge  $\lambda$  ersetzt denken, an deren Ende die Summe der Zweigströme abgenommen wird. Die obige Gleichung 9) besagt ferner, daß

$$\frac{v - v_1}{l_0} = \frac{v_1}{\lambda},$$

d. h. das spezifische Spannungsgefälle im Hauptstück A B und dem Äquivalenzleiter  $\lambda$ , der den gleichen Widerstand wie die zusammengelegten parallel geschalteten Zweige hat, sind einander gleich und da durch beide dieselbe Stromstärke fließt, so haben beide auch denselben Querschnitt, also  $f_0 = g$ .

Ferner findet sich der gesuchte Spannungsverlust

$$v_1 = v \frac{\lambda}{l_0 + \lambda}$$

und die gesuchten Querschnitte:

$$f_0 = (l_0 + \lambda) \frac{(i_1 + i_2)}{k v} \dots \dots \dots 10)$$

$$f_1 = \frac{l_0 + \lambda}{\lambda} \cdot \frac{l_1 i_1}{k v} \quad \text{und} \quad f_2 = \frac{l_0 + \lambda}{\lambda} \cdot \frac{l_2 i_2}{k v} \dots \dots 11)$$

Bildet man aus diesen Gleichungen 11)

$$\frac{f_1^2}{i_1} + \frac{f_2^2}{i_2},$$

so ergibt sich

$$\left( \frac{l_0 + \lambda}{k v \cdot \lambda} \right)^2 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2) = \left( \frac{l_0 + \lambda}{k v} \right)^2 (i_1 + i_2),$$

was gleich ist  $\frac{f_0^2}{i_1 + i_2}$ .

Daher findet sich die Bedingungsgleichung für den Verzweigungsknoten B

$$\frac{f_0^2}{i_1 + i_2} = \frac{f_1^2}{i_1} + \frac{f_2^2}{i_2} \dots \dots \dots 12)$$

Fassen wir sonach die gefundenen Tatsachen zusammen, so gelangen wir zu dem Schlusse, daß man sich die Äste A C und

B D durch eine einzige Leitungslänge

$$\lambda = \sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} \dots \dots \dots 13)$$

ersetzt denken kann, deren zugehöriger Querschnitt gleich ist demjenigen des unverzweigten Stückes A B.

Auf ganz gleiche Weise hätten wir gefunden, daß sich beliebig viele, etwa n Zweige an einem Knoten ersetzen lassen durch einen einzigen Strang von der Länge

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_1^n (l^2 i)}{\sum_1^n i}} \dots \dots \dots 14)$$

Wir nennen  $\lambda$  die fiktive Leitungslänge der quadratischen Strommomente, welche dem bekannten Trägheitshalbmesser der Mechanik entspricht, sofern man die Stromstärken als Massen, die Leitungslängen der Abzweigungen als Entfernungen der Massen vom Drehungspunkte, also die quadratischen Strommomente  $l^2 i$  als Trägheitsmomente auffaßt.

Diese fiktive Leitungslänge gibt ein brauchbares Mittel für die Dimensionierung verästelter Leitungen an die Hand.

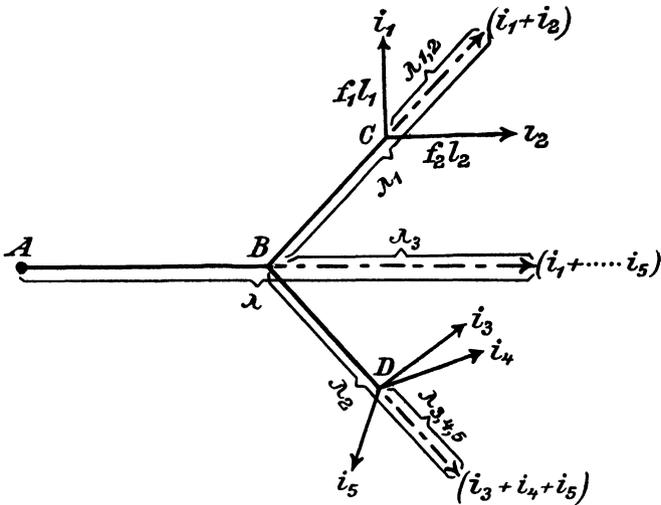


Fig. 13.

Sollen wir z. B. die Querschnitte des in Fig. 13 dargestellten Leitungssystemes bestimmen, so setzen wir, von den äußersten Verzweigungen beginnend und gegen die Stromquelle schreitend, alle Äste zusammen, indem wir für die je in einem Punkte entspringenden Zweige die fiktive Leitungslänge bestimmen, zu dieser die Länge des in der Richtung nach der Stromquelle folgenden Astes addieren u. s. w. Wir erhalten so eine das ganze Astsystem vertretende fiktive Leitungslänge  $\lambda$ .

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} \quad \lambda_{3,4,5} = \sqrt{\frac{l_3^2 i_3 + l_4^2 i_4 + l_5^2 i_5}{i_3 + i_4 + i_5}}$$

$$\lambda_1 = BC + \lambda_{1,2} \quad \lambda_2 = BD + \lambda_{3,4,5}$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 (i_1 + i_2) + \lambda_2^2 (i_3 + i_4 + i_5)}{i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5}}$$

$$\lambda = AB + \lambda_3.$$

Aus dieser schließlichen fiktiven Leitungslänge und dem festgesetzten maximalen Spannungsgefälle  $v$  berechnet sich der Querschnitt des ersten Hauptstückes A B. Nun bestimmt man den Spannungsabfall, welcher auf A B entfällt; man weiß dann, welches Gefälle in der weiteren Verästelung noch verfügbar ist, und kann die von B ausgehenden Äste ebenso berechnen wie A B, u. s. w.

Die nach dem erörterten Verfahren berechneten Querschnittswerte entsprechen dem absoluten Minimum des aufzuwendenden Leitungsmetalles.

Der Gang der Rechnung ist jedoch wegen des nötigen Quadrierens und Quadratwurzelziehens ziemlich mühselig.

Um ihn zu vereinfachen, kann man unter Benutzung linearer Momente, die wir vorerst einführen, einen übersichtlicheren Weg einschlagen.

Wie wir gesehen haben, soll der Querschnitt der fiktiven Leitungslänge  $\lambda$  gleich dem des unmittelbar vorhergehenden unverzweigten Leitungsstückes sein. Da die Spannungsgefälle in B C und B D (Fig. 12) gleich groß gewählt wurden, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\frac{\lambda (i_1 + i_2)}{f_0} = \frac{l_1 i_1}{f_1}$$

oder

$$f_1 = \frac{l_1 i_1 f_0}{\lambda (i_1 + i_2)}$$

und analog

$$f_2 = \frac{l_2 i_2 f_0}{\lambda (i_1 + i_2)}.$$

Aus denselben folgt:

$$\frac{f_1 + f_2}{f_0} = \frac{l_1 i_1 + l_2 i_2}{\lambda (i_1 + i_2)}.$$

Wir nehmen nun anstelle der früheren aus dem Kupferminimum hervorgegangenen Gleichung zur Vereinfachung der Rechnung an, daß die Querschnittssumme aller Zweige, welche in einem Knoten entspringen, gleich dem Querschnitte des sie ersetzenden neuen fiktiven Leiters sei, daß also

$$f_1 + f_2 = f_0 \dots \dots \dots 15)$$

sei. Unter dieser Annahme ist dann

$$\lambda = \frac{l_1 i_1 + l_2 i_2}{i_1 + i_2} \dots \dots \dots 16)$$

Hätten wir statt zwei, n Abzweigungen an einem Knoten angenommen, so wären wir zum Ergebnis gelangt:

$$\lambda = \frac{\sum_1^n (i l)}{\sum_1^n (i)} \dots \dots \dots 17)$$

Der Wert dieser neuen fiktiven Leitungslänge der linearen Stromwerte ist von dem Werte der nach der zuerst erörterten Methode gefundenen fiktiven Leitungslänge der quadratischen Strommomente in gleichem Maße verschieden, wie in der Mechanik der Schwerpunkts- vom Trägheitshalbmesser.

Wir legen für das folgende Zahlenbeispiel, das den ganzen Vorgang erklären soll, zunächst die durch Gleichung 17) definierte fiktive Leitungslänge zu Grunde und verfahren im übrigen genau so, wie bereits gezeigt worden ist.

Es sei das in Fig. 14 dargestellte Leitungssystem so zu dimensionieren, daß bis zu sämtlichen Endstellen der Ausläufer-

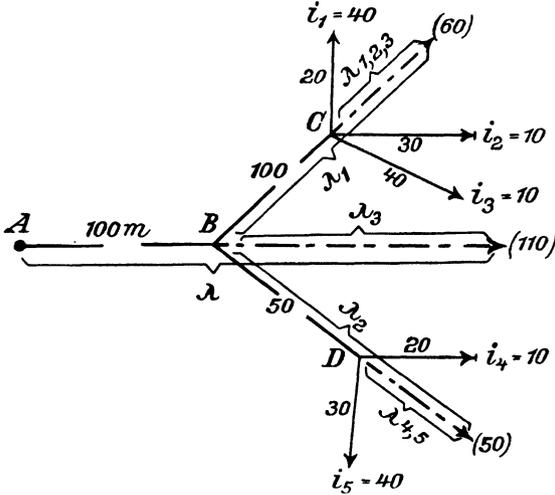


Fig. 14.

zweige ein Spannungsgefälle von 2,5 Volt stattfindet. Die Stromstärken und Leitungslängen sind in der Figur verzeichnet.

Die fiktive Leitungslänge, welche die Zweige 1, 2, 3 ersetzt, ist

$$\lambda_{1,2,3} = \frac{20 \times 40 + 30 \times 10 + 40 \times 10}{40 + 10 + 10} = 25.$$

Hierzu kommt das Stück B C, sodaß  $\lambda_1 = 100 + 25 = 125$ .

Für die von D ausgehenden Zweige ist

$$\lambda_{4,5} = \frac{20 \times 10 + 30 \times 40}{10 + 40} = 28.$$

Hierzu kommt das Stück B D, sodaß

$$\lambda_2 = 50 + 28 = 78.$$

$\lambda_1$  und  $\lambda_2$  zusammengesetzt ergeben

$$\lambda_3 = \frac{125 \times 60 + 78 \times 50}{110} = 103,6.$$

Hierzu wieder das Stück A B addiert, liefert die gesamte fiktive Leitungslänge  $\lambda = 103,6 + 100 = 203,6$  m.

Am Ende dieser Leitungslänge wird die Summe aller Ströme wirkend gedacht; da das Gesamtspannungsgefälle 2,5 Volt betragen soll, so ergibt sich der Querschnitt für das unverästelte Leitungstück A B

$$f_{AB} = \frac{203,6 \times 110}{57 \times 2,5} = 157,2 \text{ qmm},$$

das Spannungsgefälle auf dieser Strecke beträgt somit

$$v_{AB} = \frac{100 \times 110}{57 \times 157,2} = 1,23 \text{ Volt.}$$

Von B aus bis an die Enden bleibt sonach noch ein Gefälle von  $2,50 - 1,23 = 1,27$  Volt verfügbar.

Jetzt haben wir mit den fiktiven Leitungslängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  zu rechnen.

Für  $\lambda_1$  erhalten wir den Querschnitt

$$f_{BC} = \frac{125 \times 60}{57 \times 1,27} = 103,6 \text{ qmm.}$$

Da unserer Annahme gemäß immer die Summe der Querschnitte aller von einem Punkte ausgehenden Zweige gleich dem Querschnitte des vorausgehenden Leiters sein soll, so erhalten wir für  $f_{BD}$  sofort den Wert

$$f_{BD} = 157,2 - 103,6 = 53,6 \text{ qmm.}$$

Das Spannungsgefälle von B bis C beträgt

$$v_{BC} = \frac{100 \times 60}{57 \times 103,6} = 1,02 \text{ Volt.}$$

In den Zweigen 1, 2, 3 darf also nur ein Spannungsgefälle von  $1,27 - 1,02 = 0,25$  Volt stattfinden. Danach finden sich die Querschnitte der betreffenden Zweige

$$f_1 = \frac{20 \times 40}{57 \times 0,25} = 56,1 \text{ qmm},$$

$$f_2 = \frac{30 \times 10}{57 \times 0,25} = 21,1 \text{ qmm},$$

$$f_3 = f_{BC} - (f_1 + f_2) = 103,6 - (56,1 + 21,1) = 26,4 \text{ qmm.}$$

Das Spannungsgefälle von B bis D beträgt

$$v_{BD} = \frac{50 \times 50}{57 \times 53,6} = 0,82 \text{ Volt.}$$

Auf die von D ausgehenden Zweige entfällt also ein Gefälle von  $1,23 - 0,82 = 0,41$  Volt. Die Querschnitte der Zweige sind somit

$$f_4 = \frac{20 \times 10}{57 \times 0,41} = 8,55 \text{ qmm,}$$

$$f_5 = f_{BD} - f_4 = 53,6 - 8,6 = 45,0 \text{ qmm.}$$

Rechnet man aber statt mit den einfachen Strommomenten, also dem Schwerpunkte, mit den quadratischen Strommomenten, also dem Trägheitsmittelpunkte, so erscheinen in gleicher Reihenfolge die Werte:

$$\lambda_{1,2,3} = \sqrt{\frac{20^2 \times 40 + 30^2 \times 10 + 40^2 \times 10}{60}} = 26,1 \text{ [gegenüber 25],}$$

$$\lambda_1 = 100 + 26,1 = 126,1 \text{ [125],}$$

$$\lambda_{4,5} = \sqrt{\frac{20^2 \times 10 + 30^2 \times 40}{50}} = 28,3 \text{ [28],}$$

$$\lambda_2 = 50 + 28,3 = 78,3 \text{ [78]}$$

und in analoger Weise

$$\lambda_3 = 107,1 \text{ [103,6],}$$

schließlich die gesamte fiktive Länge und der zugehörige Querschnitt

$$\lambda = 107,1 + 100 = 207,1 \text{ [203,6];}$$

$$f = \frac{207,1 \times 110}{57 \times 2,5} = 159,9 \text{ [157,2] u. s. w.}$$

Statt diese umständlichen Quadrierungen und Wurzelausziehungen vorzunehmen, kann man auch graphisch verfahren auf Grund der nachstehenden Beziehungen, welche den bereits ausgesprochenen Zusammenhang zwischen dem Schwerpunkts-halbmesser  $\lambda'$  und dem Trägheitshalbmesser  $\lambda''$  wiedergeben.

$$\lambda' = \frac{\sum(i \cdot l)}{\sum i}, \quad \varrho = \frac{\sum[(i \cdot l) \cdot l]}{\sum(i \cdot l)},$$

$$\lambda'' = \sqrt{\frac{\sum [(i l) l]}{\sum i}} = \sqrt{\frac{\rho \sum (i l)}{\sum i}} = \sqrt{\rho \cdot \lambda'} \dots 18)$$

Schließlich sei auf eine kleine Hausinstallation als Beispiel hingewiesen. Die Leitungen werden gerne derart disponiert, daß von einer Schalttafel die einzelnen Verteilungsleitungen auslaufen. In Fig. 15 ist der Leitungsplan und die Lampen-

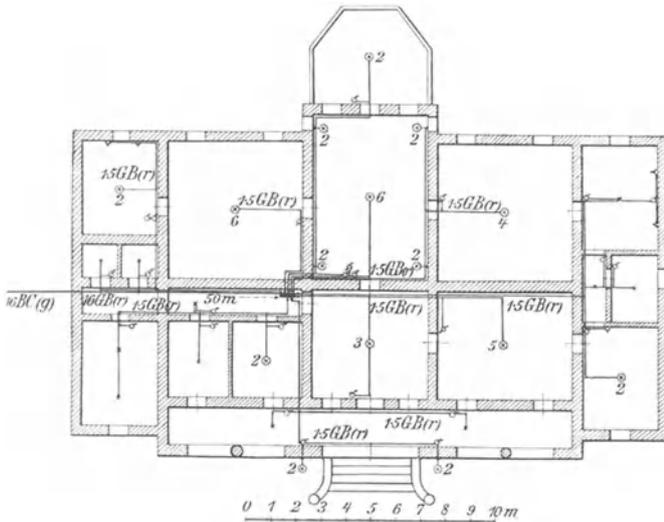


Fig. 15.

verteilung einer Villa ersichtlich gemacht. Die Bezeichnungen in dieser Darstellung entsprechen den Vorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker.

Das Maschinenhaus liege 50 m entfernt von der Verteilungsschalttafel. Es werden 60 Stück 16-kerzige 50-Watt-Glühlampen installiert, wovon 40 Stück gleichzeitig brennen. Die Lampenspannung beträgt 100 Volt; lassen wir in der Hauptleitung einen Spannungsverlust von 2 Volt zu, dann berechnet sich der Querschnitt derselben mit

$$\frac{50 \cdot 20}{30 \cdot 2} \sim 16 \text{ mm}^2.$$

Diese Hauptleitung führt zur Verteilungsschalttafel A, auf welcher die Schmelzsicherungen der Abzweigungen angebracht werden.

Damit beim Abschmelzen einer Sicherung nur ein beschränkter Teil der Lampen außer Tätigkeit gesetzt werde, enthält eine Abzweigeleitung höchstens 8 Lampen; die maximale Stromstärke beträgt demnach in je einer Abzweigung 4 Ampère. Da im vorliegenden Falle auch die von der Verteilungstafel entferntest gelegene Lampe innerhalb 20 m liegt, berechnet sich der höchste Spannungsverlust im Verteilungsgebiete mit

$$\frac{20 \cdot 4}{30 \cdot 1,5} \sim 1,8 \text{ Volt.}$$

Laut den Sicherheitsvorschriften dürfen isolierte Kupferleitungen von 1,5 mm<sup>2</sup> Querschnitt, wie wir sie hier für die Verzweigungen gewählt haben, dauernd mit 10 Ampère Betriebsstromstärke belastet werden. Im vorliegenden Falle entspricht demnach der Querschnitt von 1,5 mm<sup>2</sup> mit 4 Ampère Belastung vollkommen auch in Hinsicht auf die zulässige Erwärmung.

Bei den Verteilungsleitungen in Gebäuden ist die Anzahl der Verteilungstafeln und ihre Lage derart zu bestimmen, daß hierbei bei gewisser Gruppierung der Lampen (pro Stromkreis z. B. 8 Lampen) der maximale Spannungsverlust in irgend einem Stromkreise den zulässigen Wert nicht überschreite.

Die mit den fiktiven Leitungslängen durchgeführte Rechnungsmethode leistet auch der Anschauung sehr gute Dienste, wenn es sich darum handelt, rasch eine annähernde Schätzung des Aufwandes an Leitungsmaterial zu treffen. Bei einiger Erfahrung wird es leicht sein, die fiktive Leitungslänge, d. i. den Abstand des sogenannten Leitungsmittelpunktes des Leitungssystems vom Anfangspunkte abzuschätzen, sodaß sich bei Annahme eines bestimmten maximalen Spannungsgefälles die Menge des Leitungsmaterials sofort berechnen läßt.

### 3. Gemischte Systeme.

Da einerseits die Seriensysteme in mancher Beziehung für die Anwendungen hoher Spannungen besonders geeignet sind, andererseits die Parallelschaltung gewisse Vorzüge darbietet, so liegt der Gedanke nahe, beide Verteilungsarten miteinander zu kombinieren. Diese Bestrebungen haben zu einer Anzahl von Verteilungssystemen geführt, deren allgemeine Eigenschaften im Nachfolgenden kurz besprochen werden sollen.

a) **Serienschaltung von Gruppen.**

Das Schema dieser Anordnungsweise ist in Fig. 16 gegeben. Man sieht, daß die Anordnung ganz dieselbe ist, wie bei einer einfachen Serie, nur treten an Stelle einzelner Lampen ganze Gruppen von untereinander parallel geschalteten Lampen. Die Stromstärke ist in der ganzen Hauptleitung dieselbe, innerhalb der Gruppen aber verteilt sich der Strom auf die einzelnen Lampen. Unter der Voraussetzung, daß die letzteren durchweg von demselben Widerstande sind, muß also die Lampenzahl aller Gruppen dieselbe sein. Die Gesamtstromstärke braucht nicht die Summe aller einzelnen Lampenströme zu sein, wie bei der reinen Parallelschaltung, sondern muß der Lampenzahl einer Gruppe entsprechen.

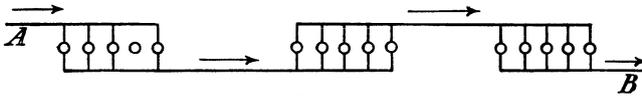


Fig. 16.

Die Spannung an den Endpunkten jeder Gruppe muß konstant sein, und die Gesamtspannung an den Klemmen der Stromquelle muß gleich sein der Summe aller Gruppenspannungen, vermehrt um das Spannungsgefälle in der Leitung.

Die Berechnung des Leitungsquerschnittes bedarf nach dem Gesagten keiner Erklärung und unterscheidet sich durch nichts von derjenigen, welche für Seriensysteme überhaupt in Anwendung kommt.

Da die Spannung verhältnismäßig hoch und die Stromstärke niedrig ist, wird der erforderliche Leitungsquerschnitt klein. Die Kosten der Leitungsanlage sind somit gering. Dieser Vorteil wird jedoch durch große Nachteile im Betriebe größtenteils aufgewogen.

Vor allem sind die Lampen voneinander nicht unabhängig. Wird eine Lampe ausgeschaltet oder durch irgend einen Zufall zerstört, so wird auch der Strom in den übrigen Lampen verändert. Um dies zu verhindern, muß an Stelle jeder ausgeschalteten Lampe ein Ersatzwiderstand eingefügt, oder es muß der Widerstand der Gruppe entsprechend reguliert werden.

Unter diesen Voraussetzungen erfolgt der Betrieb bei konstanter Stromstärke und bei einer, der Anzahl der eingeschalteten Gruppen entsprechenden Regulierung der Spannung.

Die angedeuteten Übelstände haben die in Rede stehende Verteilungsart trotz der Billigkeit der Leitungsanlage zu keiner allgemeineren Verwendung gelangen lassen.

### b) Parallelschaltung von Serien.

Sowie die vorhergehend besprochene Verteilungsart ganz den Typus der reinen Seriensysteme beibehalten hat, so ähnelt das jetzt zu besprechende System ganz der reinen Parallelschaltung, nur treten an Stelle der einzelnen parallelgeschalteten Lampen

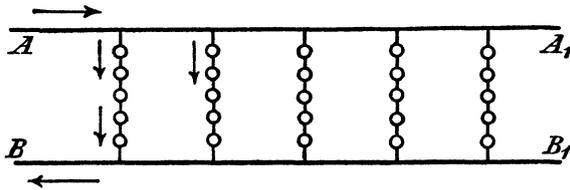


Fig. 17.

ganze Serien von solchen. Ein Schema der Anordnung gibt die Figur 17.

Wie bei der einfachen Parallelschaltung muß die Spannung an den Abzweigungspunkten der Serien konstant sein. Die einzelnen Serien sind alsdann voneinander unabhängig, nicht aber die Lampen innerhalb einer Serie. Es muß daher immer eine ganze Serie auf einmal ausgeschaltet werden oder es muß beim Ausschalten einer einzelnen Lampe ein Ersatzwiderstand an die Stelle derselben treten, damit die auf eine Lampe der Serie entfallende Spannung konstant bleibe. Gleiches gilt, wenn statt Lampen Motoren in Frage kommen.

Der Betrieb erfolgt bei konstanter Spannung unter einer der Anzahl der eingeschalteten Serien entsprechenden Regulierung der Stromstärke.

Die Berechnung der Hauptleitungen kann ganz wie bei der einfachen Parallelschaltung durchgeführt werden.

Besteht jede Serie aus  $n$  Lampen, so muß die Spannung in der Hauptleitung  $n$  mal so groß sein als für eine Lampe; da ferner ein und derselbe Strom  $n$  Lampen durchfließt, so wird der Gesamtstrom nur  $\frac{1}{n}$  jenes Wertes betragen, welcher bei der einfachen Parallelschaltung von gleich vielen Lampen notwendig gewesen wäre. Läßt man daher für die vorliegende Anordnung und die einfache Parallelschaltung denselben prozentischen Spannungsabfall oder Leistungsverlust in der Hauptleitung zu, so wird der Leitungsquerschnitt im erstgenannten Falle nur das  $\frac{1}{n^2}$  fache des im zweiten Falle notwendigen betragen.

Die Kosten der Leitungsanlage fallen somit gering aus; aber diesem Vorteile stehen wieder die großen Mängel gegenüber, welche die Abhängigkeit der Lampen oder Motoren voneinander mit sich bringt.

Eine Variante der Verteilung mittels Parallelschaltung von Serien ist folgende, zuerst von Swan angegebene Anordnung (Fig. 18).

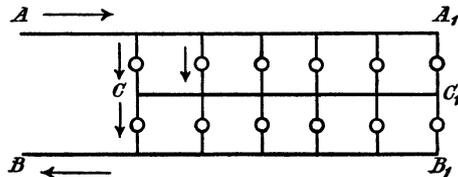


Fig. 18.

Zwischen den beiden von der Stromquelle ausgehenden Hauptleitern  $A A_1$  und  $B B_1$  sind immer je zwei hintereinander geschaltete Lampen parallel abgezweigt.

$C C_1$  ist ein die Abzweigungen verbindender Mitteldraht, welcher bewirkt, daß beim Verlöschen der einen Lampe eines Paares die zweite noch ihren Strom erhalte.

Die Spannung zwischen den Hauptleitern ist die zweifache der einer Lampe entsprechenden, der Gesamtstrom die Hälfte des-

jenigen, welcher bei einfacher Parallelschaltung notwendig wäre, der Querschnitt der Hauptleitung wird daher der letzteren gegenüber auf  $\frac{1}{4}$  vermindert.

Dieser Vorteil ist jedoch nur so lange schätzenswert, als beide Hälften des Leitungssystemes vollkommen gleich belastet sind; bei ungleicher Belastung beider Hälften wird derselbe durch schwerwiegende Nachteile aufgehoben. Um dies zu verdeutlichen, wählen wir ein einfaches Zahlenbeispiel.

Es seien von den beiden Hauptleitungen mit einem Spannungsunterschiede von 200 Volt zwei Gruppen zu je 100 Lampen abgezweigt. Der Widerstand jeder Lampe sei 150 Ohm.

Unter Vernachlässigung der Seitenwiderstände ergibt sich bei voller Belastung der Gesamtwiderstand

$$R = \frac{2 \cdot 150}{100} = 3 \text{ Ohm}$$

und der Gesamtstrom

$$J = \frac{V}{R} = \frac{200}{3} = 66,66 \text{ Ampère.}$$

Auf eine Lampe entfällt somit ein Strom

$$\frac{66,66}{100} = 0,67 \text{ Ampère.}$$

Nehmen wir nun an, es würden in der einen Gruppe 70 Lampen abgeschaltet. Der Gesamtwiderstand beträgt alsdann unter derselben Vernachlässigung wie oben

$$R_1 = \frac{150}{100} + \frac{150}{100 - 70} = 6,5 \text{ Ohm,}$$

der Gesamtstrom  $J_1$  somit

$$J_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{200}{6,5} = 30,76 \text{ Ampère.}$$

Auf eine Lampe der einen Gruppe entfällt demnach ein Strom von

$$\frac{J_1}{100} = 0,31,$$

auf eine der zweiten Gruppe hingegen von

$$\frac{J_1}{30} = 1,02 \text{ Ampère.}$$

Bei der angenommenen Belastungsänderung wird also die Stromverteilung derart verändert, daß auf eine Lampe der einen Gruppe weniger als die Hälfte des normalen Stromes und auf eine der zweiten Gruppe fast das Doppelte derselben entfällt, so daß ein Teil der Lampen kaum leuchten und ein Teil übermäßig und schädlich beansprucht wird.

#### 4. Mehrleitersysteme.

Die zwingende Notwendigkeit, bei der Versorgung größerer Beleuchtungsgebiete hohe Spannungen anzuwenden, um nicht an dem durch die Anwendung niedriger Spannungen bedingten Aufwande an Leitungsmaterial wirtschaftlich zu scheitern, hat in der direkten Verteilung zu den sogenannten Mehrleitersystemen geführt. Allerdings hätten diesem Zwecke allein auch die bereits genannten gemischten Systeme entsprochen, aber die mit denselben stets verknüpfte gegenseitige Abhängigkeit der Lampen gestattete ihre Anwendung nur in besonderen vereinzelt Fällen.

Die unterste Stufe der Mehrleitersysteme bildet das sogenannte

##### a) Dreileitersystem.

Man kann sich dasselbe durch die Hintereinanderschaltung zweier Zweileitersysteme entstanden denken, wobei die zwei benachbarten Hauptleiter zu einem gemeinsamen Mittelleiter verschmolzen

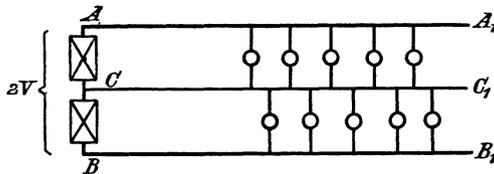


Fig. 19.

sind. Zwei Dynamomaschinen, jede für die einfache Verbraucher-spannung, werden hintereinander geschaltet. Von den beiden freien Klemmen A und B der Maschinen (Fig. 19) gehen die Hauptleitungen A A<sub>1</sub> und B B<sub>1</sub> aus, sodaß zwischen ihnen die doppelte Maschinen-

spannung herrscht. Von der gemeinschaftlichen Mittelklemme C wird eine dritte Leitung, der sogenannte neutrale- oder Mittelleiter  $C C_1$  abgeführt, sodaß zwischen diesem und je einer Hauptleitung die Hälfte der Gesamtspannung, d. h. also die einfache Maschinen- spannung herrscht.

Die Verbraucher werden zwischen den Mittelleiter und je eine Hauptleitung parallel eingeschaltet. Sind beide Hälften des Leitungssystems vollkommen gleich und gleichartig belastet, so ist der Mittelleiter stromlos; sind aber auf einer Seite mehr Abnehmer eingeschaltet als auf der anderen, so liefert die eine Maschine mehr Strom als die andere, und diese Differenz wird der betreffenden Hälfte durch den Mittelleiter zugeführt.

Die Querschnittsberechnung wird für die beiden Hauptleitungen ganz so durchgeführt wie für das Zweileitersystem. Da die Spannung doppelt so groß und die Gesamtstromstärke gleich der Hälfte der für die einfache Parallelschaltung von gleich viel Konsumenten notwendigen ist, so reduzieren sich die Querschnitte der Hauptleiter beim Dreileitersysteme auf ein Viertel. Der Aufwand an Leitungsmetall für die Hauptleitungen wird also gegenüber dem Zweileitersysteme im Verhältnisse 1:4 stehen, und bei gleichen Anlagekosten wird man daher mittels des Dreileitersystemes ein beträchtlich größeres Gebiet beherrschen können. Das oben genannte Verhältnis wird allerdings durch den Aufwand für den Mittelleiter etwas ungünstiger gestaltet. Der Querschnitt des letzteren wird um so größer sein müssen, je größer die möglichen Belastungsunterschiede zwischen den beiden Hälften des Leitungssystems sind, je größer mit anderen Worten die Löschung ist. Bei der Dimensionierung des Mittelleiters wird man sich daher stets Klarheit darüber verschaffen müssen, welche ungünstigste Grenze die Belastungsunterschiede in jedem gegebenen Falle erreichen können, worauf wir bei der Frage der Lösbarkeit nochmals gründlicher zurückkommen werden.

Bei der praktischen Ausführung des Dreileitersystems sondert man sämtliche Verbraucher der Anlage in zwei Hälften und verteilt dieselben möglichst gleichmäßig zu beiden Seiten des Mittelleiters. Dabei ist zu beachten, daß es im Betriebe auf die Zahl der z. B. auf beiden Seiten gleichzeitig brennenden Lampen ankommt. Um unerwünscht großen Belastungsschwankungen wirksam zu begegnen, werden öfters Einrichtungen getroffen, welche ge-

statten, einzelne Gruppen von Lampen vom zeitweilig stärker belasteten Teile auf die schwächer belastete Seite umzuschalten, um so die stärksten Unterschiede möglichst auszugleichen.

Das Dreileitersystem bildete bezüglich der Größe des versorgbaren Gebietes einen entschiedenen Fortschritt gegenüber dem Zweileitersystem.

Unter Hinzurechnung der Kosten der Isolation und Leitungsverlegung erspart man bei Anwendung des Dreileitersystems unter gewöhnlichen Verhältnissen beiläufig ein Drittel der Leitungskosten gegenüber der einfachen Parallelschaltung. Mit gleichen Kosten der Leitung kann man daher mit dem Dreileitersystem eine um etwa die Hälfte größere Entfernung beherrschen.

Bei der Beleuchtung größerer Städte, oder bei einiger Entfernung der Stromquelle vom Beleuchtungsgebiete genügen jedoch auch die so erreichbaren Entfernungen bei weitem nicht.

Man versuchte daher die Spannung zwischen den Hauptleitungen noch weiter zu erhöhen, ohne jedoch die Gebrauchsspannung zu steigern. Zu diesem Zwecke wurde das Dreileitersystem erweitert, indem man drei, vier oder mehr Maschinen hintereinander schaltete und von denselben in analoger Weise die Leitungen abführt wie beim Dreileitersystem. Auf diese Weise entsteht bei  $n-1$  Maschinen das  $n$ -Leitersystem oder im allgemeinen die Mehrleitersysteme, von denen aber nur praktische Bedeutung erlangt hat das

**b) Fünfleitersystem.**

Beim Fünfleitersystem wird die durch die Fig. 20 dargestellte Anordnung eingehalten.

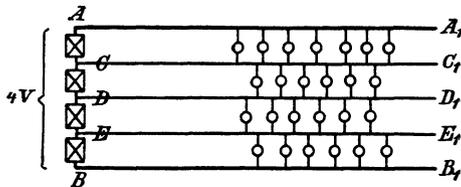


Fig. 20.

Es sind vier Stromquellen von der Gebrauchsspannung hintereinander geschaltet, z. B. vier Maschinen, oder meistens zwei Maschinen mit je zwei Kommutatoren; von den äußeren Klemmen

führen die Außenleiter  $AA_1$  und  $BB_1$ , von den drei inneren gemeinschaftlichen Klemmen die sog. Mittelleiter  $CC_1$ ,  $DD_1$ ,  $EE_1$  durch das Versorgungsgebiet. Die Spannung zwischen den beiden Außenleitern ist gleich der vierfachen Gebrauchsspannung, während zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Leitern die einfache Gebrauchsspannung herrscht. Da die Spannung zwischen den Außenleitern das Vierfache der bei dem Zweileitersystem angewendeten beträgt, wird der Querschnitt derselben gegenüber den Leitungen des letzteren auf  $\frac{1}{16}$  reduziert. Hierzu treten jedoch noch die drei Mittelleiter, für deren Dimensionierung ganz analoge Gesichtspunkte maßgebend sind, wie wir sie beim Dreileitersystem erörtert haben. Den wesentlichen Ersparnissen an Leitungsmetall, welche durch Anwendung des Fünfleitersystemes erzielt werden, steht jedoch der Nachteil einer schwierigen Regulierung gegenüber. Dieser Umstand zwingt oft dazu, entweder im Versorgungsgebiete selbst eine eigene Ausgleichsstation aufzustellen, oder aber die größeren Anschlüsse ebenfalls als Mehrleitersysteme auszuführen. Da wir es hier nur mit den Leitungen zu tun haben, gehen wir auf die Verwendung sog. Spannungsteiler und Zusatzmaschinen zur Spannungsteilung nicht näher ein. Auf die Verwendung von Akkumulatoren-Batterien zur Spannungsteilung kommen wir bei den indirekten Systemen zurück.

Mehrleitersysteme sind ebenso wie bei Gleichstrom auch bei Wechselstromverteilungen anwendbar. Dabei kann hier leicht ein  $n$ -Leitersystem von einer Stromquelle gespeist werden, indem die Wicklung eines Transformators so unterteilt wird, daß sie eine beliebige Zahl von Leitern mit Strom versorgt. Mit derartigen Abzweigungen in der Mitte der Sekundärspule waren bereits Transformatoren (der Firma Ganz & Co.) von Mitte der achtziger Jahre an versehen, sodaß von ihnen aus ein Dreileitersystem sekundär verlegt werden konnte.

Es ist auch ohne Komplikationen möglich, von einem Wechselstromgenerator eine Reihe von getrennten Stromkreisen zu versorgen, indem man an verschiedenen Stellen der Wicklung abzweigt. Diese Lösung (entsprechend I, Fig. 149, S. 234), die ebenfalls in den achtziger Jahren zur Teilung des Lichts angewendet wurde, ergibt aber Systeme, deren Ströme und Spannungen sich in der Phase entsprechend den räumlichen Winkeln im Generator unterscheiden. Solche Systeme nennt man

**5. Mehrphasensysteme.**

Stellt man die Mehrleitersysteme bildlich durch in einer Ebene liegenden Anordnungen dar, so sieht man sofort, daß bei  $n$ -Leitern höchstens zwischen  $(n-1)$  Kombinationen zweier Leiter gleiche Spannungen möglich sind. Bei Mehrphasensystemen dagegen, die

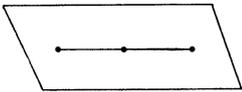


Fig. 21.  
Ebenes Dreileitersystem  
(Einphasenstrom).

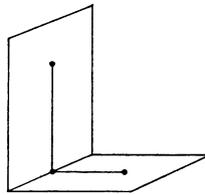


Fig. 22.  
Räumliches Vierleitersystem  
(Verkettetes  
Zweiphasensystem).

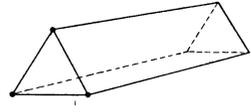


Fig. 23.  
Räumliches Dreileitersystem  
(Dreiphasen-,  
Dreieckschaltung).

bildlich durch räumliche Anordnung darstellbar sind, können  $n$ -Kombinationen von je zwei Leitern gleiche Spannung ergeben. Dies geschieht namentlich bei den verketteten, symme-

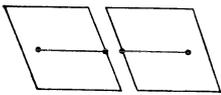


Fig. 24.  
Ebenes Vierleitersystem.  
(Einphasensystem).

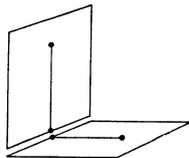


Fig. 25.  
Räumliches Vierleitersystem  
(Unverkettetes  
Zweiphasensystem).

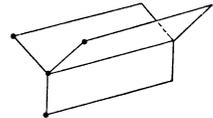


Fig. 26.  
Räumliches Vierleitersystem  
(Dreiphasen-,  
Sternschaltung).

trischen und vollkommenen Mehrphasensystemen, welche in zweierlei Schaltung möglich sind (vergl. I, S. 231 ff.), nämlich in Stern- und Polygonschaltung. Bei Sternschaltung mit neutralem Leiter treten außer den  $n$  gleichen Spannungen zwischen den Hauptleitern noch  $n$  geringere Spannungen zwischen den  $n$ -Leitern und

dem Mittelleiter auf, welche bei den praktischen Anwendungen häufig allein benutzt werden. Von den symmetrischen und vollkommenen Systemen hat nur das Dreiphasensystem in beiden Schaltungen allgemeine Anwendung erlangt. Außerdem kommen noch gelegentlich das Sechshephasensystem und das Vierphasensystem zur Speisung von rotierenden Umformern von der Sekundärseite primär drei- oder zweiphasig gespeister Transformatoren zur Anwendungen.

**a) Ströme und Spannungen beim Zweiphasensystem.**

Man unterscheidet zwischen verketteten und unverketteten Zweiphasensystemen.

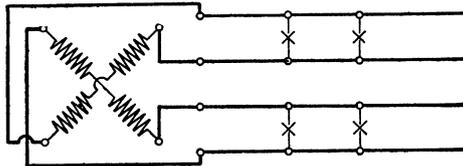


Fig. 27.

Das unverkettete Zweiphasensystem (Fig. 27) besteht aus zwei elektrisch getrennten Einphasensystemen. Bei gleicher Belastung der beiden getrennten Stromkreise führen die vier Leiter

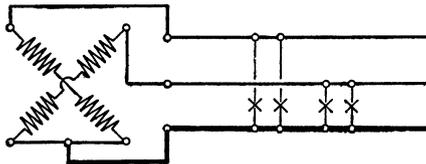


Fig. 28.

gleich starke Ströme  $J$ . Bezeichnet  $E$  die Spannung jeder Leitung an der Stromquelle,  $R$  den Widerstand jedes Leiters, so ist die Lampenspannung  $E' = E - 2 R J$ . Diese Differenz ist (nach I, Fig. 24, S. 64 ff.) im allgemeinen eine geometrische, wird aber bei induktionsfrei gedachter Leitung und Belastung eine algebraische. Der Spannungsabfall ist dann

$$v = E - E' = 2 R J,$$

der Effektverlust im ganzen vierdrähtigen System  $4 R J^2$ .

Das verkettete Zweiphasensystem (Fig. 28) entsteht aus dem vierdrähtigen unverketteten Zweiphasensystem durch Zusammenlegung zweier Leiter, die verschiedenen Stromkreisen angehören, zu einem gemeinsamen Leiter. Es ist gebräuchlich, diesen gemeinsamen Draht als Rückleiter zu bezeichnen, obwohl dieser Ausdruck nicht sehr glücklich gewählt ist. Zum Unterschied von ihm nennen wir die beiden anderen Drähte Hauptleiter. Ist  $R_1$  der Widerstand des Rückleiters,  $R$  der Widerstand eines jeden der beiden Hauptleiter,  $E$  die Spannung zwischen jedem der Hauptleiter und dem Rückleiter am Generator und  $E'$  diese Spannung an den Verbrauchern, so ist beim Strom  $J$  in jedem Hauptleiter der Strom im Rückleiter  $J_1 = J \sqrt{2} / 45^\circ$ , also um  $\sqrt{2}$  mal größer und um  $45^\circ$  gegen  $J$  verschoben, und

$$E = [E' + J R + J_1 R_1].$$

Diese Gleichung deutet die in I, Fig. 249 (S. 342) durchgeführte geometrische Addition an. Der Spannungsabfall ist gleich der algebraischen Differenz  $E - E'$ , die bei induktionsfreier Leitung und Belastung mit großer Annäherung

$$E - E' \sim J (R + R_1)$$

wird. In diesem Falle ist dann der Effektverlust in den drei Leitungen

$$2 R J^2 + R_1 J_1^2 = 2 J^2 (R + R_1).$$

Macht man also alle drei Leiter gleich stark, so wird  $R_1 = R$  und der Effektverlust ebenso groß wie beim unverketteten System; macht man hingegen die Stromdichte in den Leitungen gleich groß, also  $R = R_1 \sqrt{2}$ , dann wird wegen des größeren Materialaufwandes der Effektverlust

$$2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) J^2 R = 3,4 J^2 R.$$

**b) Ströme und Spannungen beim Dreiphasensystem.**

Das Dreiphasensystem kann als Dreiecks- (Fig. 31) oder als Sternschaltung und zwar mit (Fig. 29) oder ohne (Fig. 30) Nullleiter ausgeführt werden.

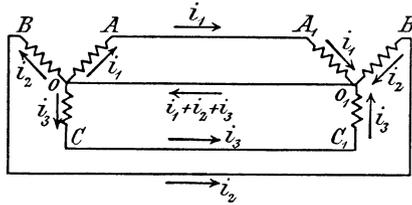


Fig. 29.

Wir können in beiden Fällen (wie überhaupt bei allen symmetrischen  $n$ -Phasensystemen) bei gleichmäßiger Belastung aller Phasen alle Betrachtungen auf einen der Hauptleiter beziehen,

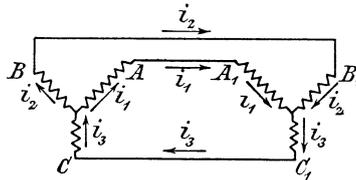


Fig. 30.

dessen Spannung  $E_s$  gegen einen gedachten oder wirklich vorhandenen neutralen oder Nulleiter unter der Bezeichnung Sternspannung als Rechnungsgröße eingeführt wird. Dadurch gewinnt man die Möglichkeit, die Stern- und Polygonschaltung des  $n$ -Phasensystems gemeinsam betrachten zu können. Die Spannung zwischen zwei Hauptleitern ist dann bei beiden Schaltungen

$$E = 2 E_s \sin \frac{\pi}{n}$$

oder für das Dreiphasen-(Drehstrom-)system mit

$$n = 3, \quad E = E_s \sqrt{3}.$$

Die Ströme in den Hauptleitern sind bei Sternschaltung der Empfänger (Fig. 29 u. 30)  $A_1 O_1$ ,  $B_1 O_1$  und  $C_1 O_1$  gleich den Strömen  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  in diesen Empfängern, bei Dreieckschaltung der Empfänger Fig. 31 sind sie gleich den Resultierenden  $i_{1,2}$ ,  $i_{3,1}$ ,  $i_{2,3}$  aus diesen Strömen. Sind die abgenommenen Ströme in beiden Fällen einander gleich, also  $i_1 = i_2 = i_3 = J$ , so führt im ersten Fall der Nulleiter (bei sinusförmig verlaufenden Spannungen) keinen Strom, im zweiten Fall führen die Hauptleiter die ver-

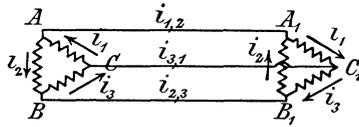


Fig. 31.

ketteten Ströme

$$i_{1,2} = i_{3,1} = i_{2,3} = J\sqrt{3};$$

in diesem Fall ist also pro Hauptleiter vom Widerstand  $R$  der Spannungsverlust  $J\sqrt{3}R$  und der Effektverlust  $3J^2R$ , also bei

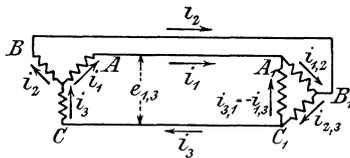


Fig. 32.

Dreieckschaltung 3 mal so groß als bei Sternschaltung. Dieser Satz gilt für gleiche Abzweigströme  $J$  unabhängig von der Spannung; sollen aber die Abnehmer in beiden Fällen dieselben sein, d. h. auch gleiche Spannung erfordern, dann wird die Sternspannung ( $A_1 O_1$ ) in Fig. 29. u. 30 gleich der verketteten Spannung in Fig. 31 sein müssen. Letztere stellt dann ein System dar, das mit  $\sqrt{3}$  mal kleinerer Spannung und  $\sqrt{3}$  mal größerem Strom arbeitet. Sind die Ströme  $J$  in den Hauptleitungen und die Sternspannungen  $E_s$  beider Schaltungsarten gleich, dann ist für beide der Spannungsverlust pro Hauptleiter  $JR$ , der Effekterlust  $J^2R$  und die Spannung zwischen zwei Hauptleitern  $E_\Delta = E_s$  bei Dreieck-,  $E_Y = E_s/\sqrt{3}$  bei Sternschaltung, während die Ströme in den Ver-

brauchsapparaten  $J_{\Delta} = \frac{J}{\sqrt{3}}$  bei Dreieck- und  $J_Y = J$  bei Sternschaltung sind.

Diese Überlegungen sind natürlich unabhängig von der Schaltung des Generators, der in den Figuren durch A B C dargestellt ist. Es sind beliebige Kombinationen möglich. So kann Fig. 32 so aufgefaßt werden, als ob links der im Stern geschaltete Generator eine im Dreieck verbundene Abnehmergruppe speise, oder ob rechts der Generator  $A_1 B_1 C_1$  angebracht wäre, der nach links hin z. B. einen in Stern geschalteten Motor mit Strom versorgt. Die Richtungen der Pfeile beziehen sich nur auf den Zustand in einem beliebig gewählten Moment.

Die Ausgleichsleitung  $O O_1$  (Fig. 29) ist auch bei gleicher Belastung aller drei Hauptleitungen nur dann stromlos, wenn die Spannungen rein sinusförmig verlaufen; in diesem Falle kann der neutrale Leiter auch fortgelassen werden. (Fig. 30.) Sind die Spannungen nicht sinusförmig, dann führt der Mittelleiter die Summe aller Oberschwingungen, deren Ordnungszahl ein Vielfaches von 3 ist<sup>6)</sup>. Solche starke Ausgleichsströme können z. B. auftreten, wenn der Generator mit stark deformierter Kurve der EMK einen Synchronmotor mit anderer Kurvenform der EMK antreibt, in welchem Falle die Weglassung des neutralen Leiters ein direkter Vorteil ist. Denn der Verlust, der aus diesem Grunde (oder auch wegen unsymmetrischer Belastung der Hauptleiter) auftritt, muß besonders berücksichtigt werden, wie dies später bei Besprechung der asymmetrischen Belastung noch geschehen wird.

Die Schaltungen, die man am häufigsten findet, sind Sternschaltung beim Generator, Stern- oder Dreieckschaltung beim Transformator, Sternschaltung bei Motoren und Abzweigung zwischen je zwei Hauptleitern, also Dreieckschaltung bei Lampen. Die neutrale Leitung wird dabei trotz Sternschaltung des Generators, der Transformatoren und Motoren bei Zentralen mit gemischtem Licht- und Kraftbetrieb in vielen Fällen nicht ausgeführt, ohne daß Schwierigkeiten aufträten. Die Wickelungen der Motoren und Transformatoren wirken dann zum Teil als spannungsausgleichende Drosselspulen.

<sup>1)</sup> E. Müllendorf, ETZ. 1892, S. 48.

<sup>2)</sup> Ebenda S. 49. Diese Bezeichnung führt jedoch irre, da nur die Ströme und nicht deren Momente reduziert sind. Die erste Behandlung

dieses Stoffes verdankt man G. Santarelli, la lumière électr., 1890, No. 23, S. 457.

<sup>3)</sup> J. Heubach, ETZ. 1895, S. 786.

<sup>4)</sup> Maréchal, Distribution sur les grands Boulevards; Maréchal, L'éclairage à Paris, S. 198.

<sup>5)</sup> R. V. Picou, La Distribution de l'Électricité, S. 65; ferner Fr. B. Crocker, El. World XXIX, No. 2, Principles of electrical distribution.

<sup>6)</sup> E. Rosenberg, ETZ. 1901, S. 357.

## Zweites Kapitel.

# Zulässiger Spannungs- und Energieverlust in den Leitungen.

---

### **1. Die Rücksichtnahme auf die Funktion der Lampen.**

Vom theoretischen Standpunkte aus betrachtet, wäre jenes Leitungssystem vollkommen, welches die Gleichheit der Spannungen an den Klemmen aller Lampen oder sonstigen eingeschalteten Apparate sichert. In der Praxis ist die vollkommene Erfüllung dieser Forderung unmöglich.

In erster Linie ist es gar nicht möglich, Lampen von absoluter Gleichheit zu erhalten. Selbst wenn dieselben noch so sorgfältig sortiert werden, sind die Widerstände der einzelnen Lampen einer Sorte, und daher auch die zum Betriebe mit gleicher Leuchtkraft erforderlichen Spannungen an den Klemmen derselben nicht vollkommen gleich. Ebenso schreitet die im Laufe der Zeit eintretende Abnahme der Leuchtkraft und die Trübung der Lampen nicht bei allen gleichmäßig fort, sodaß, selbst bei anfänglicher Gleichheit, bald Unterschiede in den Lampen sich bemerkbar machen müssen.

Die oben aufgestellte theoretische Forderung ist somit schon infolge der normalen Beschaffenheit der Lampen unerfüllbar.

Ferner ist es aber auch nicht möglich, die Leitungen so einzurichten, daß gar keine Unterschiede in den Spannungen an den einzelnen Punkten und somit auch in den Betriebszuständen der Lampen vorhanden wären.

Diesen Unvollkommenheiten gegenüber kommt uns unser Auge selbst zu Hilfe. Die Empfindlichkeit desselben ist nämlich eine beschränkte, sodaß es kleine Unterschiede in der Lichtstärke nicht mehr wahrnimmt. Da die Differenzen in der Lichtstärke gleicher Lampen in den Spannungsunterschieden ihren Grund haben, so werden letztere zwischen solchen Grenzen vollkommen statthaft sein, innerhalb welcher die durch sie herbeigeführten Änderungen der Lichtstärke nicht wahrgenommen werden können.

Die Praxis hat gelehrt, daß die genannten Grenzen durch beiläufig 2 bis 3% der normalen Lampenspannung gegeben sind, und daß dieser Wert auch noch überschritten werden kann, wenn die Lampen nicht gleichzeitig übersehen werden können.

Wenn daher eine Beleuchtungsanlage derart ausgeführt wird, daß die maximal möglichen Spannungsunterschiede innerhalb der angedeuteten Grenzen liegen, so muß dieselbe unter sonst richtigen Verhältnissen als zweckentsprechend bezeichnet werden.

Der erörterte Gesichtspunkt gibt eine der wichtigsten Bedingungen für die Dimensionierung der Leitungen, denn durch ihn ist die Wahl des größten zulässigen Spannungsgefälles für ein Leitungsstück ohne künstliche Regulierung bestimmt.

Ist in einer Anlage stets dieselbe Anzahl von Lampen in Betrieb, oder mit anderen Worten: ist die Belastung konstant, so hat man einfach festzusetzen, daß das größte Spannungsgefälle, welches in der Leitung vorkommen kann, die als zulässig erachtete Grenze nicht überschreite. Durch diese Annahme sind die Dimensionen bestimmt, sobald die Stromverteilung bekannt ist.

Nicht so einfach gestaltet sich die Wahl des Spannungsgefälles, wenn die Belastung veränderlich ist, d. h. wenn die Zahlen der zu verschiedenen Zeiten eingeschalteten Lampen verschieden sind. In diesem Falle muß das Spannungsgefälle so gewählt werden, daß die Spannungsunterschiede auch bei den verschiedensten Belastungen die als zulässig erachtete Grenze nicht überschreiten.

Es ist somit im Zusammenhange mit dieser Frage ein Begriff zu erörtern, der bei der Dimensionsbestimmung von maßgebender Bedeutung ist. Denken wir uns zu diesem Zwecke vorderhand ein Leitungssystem gegeben, welches so dimensioniert ist, daß ein bestimmtes maximales Spannungsgefälle eintritt, wenn alle Lampen eingeschaltet sind.

Um die Aufgabe zu veranschaulichen, betrachten wir den allereinfachsten Fall, welcher durch Fig. 33 dargestellt ist.

Dem Punkte B, in welchem  $i$  Ampère abzweigen, werde der Strom durch den Leitungsstrang AB vom Widerstande  $r$  zugeführt. Die Spannung  $V$  in A werde beständig konstant gehalten, die Spannung in B muß somit betragen:

$$V_1 = V - ir = V - v.$$

Denken wir uns nun in B so viele Lampen abgeschaltet, daß nur  $\frac{i}{n}$  Ampère den Leiter durchfließen. Die Spannung in B wird

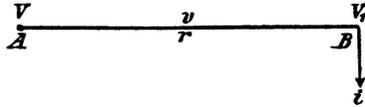


Fig. 33.

dann sein:

$$V'_1 = V - \frac{i}{n} r = V - \frac{v}{n}.$$

Man sieht, daß im zweiten Falle die Spannung in B größer als früher, und zwar um so größer sein muß, je größer  $n$  ist, d. h. je mehr Lampen ausgeschaltet werden. Wenn wir nun festsetzen, daß die Spannungsänderung zwischen der vollen und der geringsten Belastung eine bestimmte Größe nicht überschreiten darf, so wird die Anzahl der Lampen bestimmt sein, welche man im Maximum abschalten darf. Wir sehen also, daß die Belastung unter gegebenen Verhältnissen nur eine bestimmte maximale Veränderung erleiden darf. Die Grenzen, innerhalb welcher die Belastung schwanken darf, geben gewissermaßen ein Maß der Elastizität des Leitungsnetzes.

Wir können diese Veränderungsfähigkeit daher auch als Belastungs-Elastizität, oder aber mit einem der Beleuchtungstechnik entsprechenden Worte als Löscharkeit bezeichnen<sup>1)</sup>.

Verlangt man eine bestimmte Löscharkeit, so wird man das Spannungsgefälle entsprechend wählen müssen; denn wir ersehen aus der Gleichung

$$V'_1 = V - \frac{v}{n},$$

daß die Spannungsänderung von der Größe des für die volle Belastung gewählten Spannungsgefälles  $v$  abhängt. Je kleiner  $v$  ist, desto geringer wird der Einfluß der Abschaltung auf den Wert von  $V_1$  sein, desto kleiner wird also die Spannungsänderung ausfallen. Das Leitungssystem wird also um so elastischer, bezw. die Löscharkeit wird um so größer, je kleiner man das Spannungsgefälle  $v$  annimmt.

Wir haben bisher nur den Einfluß der Abschaltung in einem einzigen Punkte betrachtet, ohne die Wirkung derselben auf andere Abnahmestellen zu berücksichtigen, und wir können daher die hierbei in Rede stehende Löscharkeit als örtliche Löscharkeit bezeichnen.

Die durch die örtliche Löscharkeit bedingte Wahl des Spannungsgefälles ist jedoch nicht allein maßgebend, denn die Veränderungen in einem Punkte beeinflussen auch die Spannungen in anderen Punkten der Leitungsanlage. Zur Verdeutlichung dessen betrachten wir wieder das einfachste Beispiel, wie es durch Fig. 34 dargestellt wird.

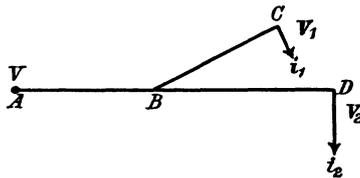


Fig. 34.

Den Punkten C und D werden von dem Punkte A aus, in welchem die Spannung  $V$  konstant gehalten wird, die Ströme  $i_1$ , bezw.  $i_2$  zugeführt.

Durch den Strom  $i_1$  werde im Leiter AB das Spannungsgefälle  $v_1$ , im Leiter BC  $v'_1$  hervorgerufen; durch den Strom  $i_2$  sei in AB  $v_2$ , und in BD  $v'_2$  veranlaßt.

Die Spannungen  $V_1$  und  $V_2$  in C, bezw. D sind somit

$$V_1 = V - [v_1 + v'_1 + v_2]$$

$$V_2 = V - [v_2 + v'_2 + v_1].$$

Werden nun so viele Lampen abgeschaltet, daß in C nur  $\frac{i_1}{n_1}$  und in D  $\frac{i_2}{n_2}$  Ampère abgenommen werden, so ergeben sich die

Spannungen  $V'_1$  und  $V'_2$  in C, bzw. D:

$$V'_1 = V - \left[ \frac{v_1 + v'_1}{n_1} + \frac{v_2}{n_2} \right]$$

$$V'_2 = V - \left[ \frac{v_2 + v'_2}{n_2} + \frac{v_1}{n_1} \right].$$

Man sieht deutlich, daß die Abschaltung in dem einen Zweige auch Änderungen in den übrigen nach sich zieht. Die Löschbarkeit wird daher in jedem Zweige nur so weit ausgedehnt werden können, als sie mit den Löschbarkeiten in den übrigen Zweigen nicht im Widerspruch steht.

In einer gegebenen Leitungsanlage wird es eine bestimmte Belastung geben, bei welcher die maximalen Spannungsunterschiede gerade die zulässige Grenze erreichen, ohne sie jedoch zu überschreiten.

Der Vergleich dieser Belastung mit der vollen liefert uns dann ein Maß für die der ganzen Leitungsanlage eigene Belastungselastizität oder Gesamtlöschbarkeit.

Die vorhergegangenen Gleichungen führen ferner zu dem Schlusse, daß die Gesamtlöschbarkeit um so größer sein wird, je kleiner der in Prozenten der Grundspannung ausgedrückte maximale Spannungsabfall gewählt wird.

Die Rücksicht auf die Löschbarkeit ist von maßgebender Bedeutung bei der Berechnung ausgedehnterer Netze, deren Belastung großen Schwankungen ausgesetzt sein kann.

Abweichend von den bisher in Betrachtung gezogenen Fällen, kann es in der Praxis vorkommen, daß die Wahl des Spannungsgefälles verschlossen ist und ein größerer Spannungsabfall zugelassen werden muß, als den erörterten Bedingungen entsprechen würde. In solchen Fällen müssen besondere Auskunftsmittel in Anwendung gebracht werden, etwa wie in nachstehend angeführtem Beispiele.

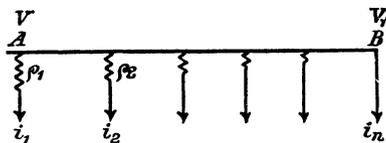


Fig. 35.

Es sei (Fig. 35) eine Anzahl von Stromabnehmern  $i_1, i_2 \dots i_n$  durch die Leitung A B zu speisen, welche aus irgend einem Grunde so dimensioniert ist, daß der Spannungsabfall von A bis B den zulässigen Wert erheblich überschreitet. Bei starker Löschung würden dann die Stromabnehmer  $i_1, i_2 \dots$  nahe an A zu hohe Spannung erhalten.

Um dies zu verhindern, legen wir in die einzelnen Abzweigungen regelbare Widerstände  $q_1, q_2, q_3 \dots$ , welche derart berechnet sind, daß das größte Spannunggefälle von den Klemmen des ersten bis zu denen des letzten Stromabnehmers stets auf den als zulässig erkannten Wert eingestellt werden kann.

## 2. Rücksichtnahme auf die Wirkung der Motoren.

### a) Bei Gleichstrombetrieb.

Die Motoren sind im allgemeinen weniger empfindlich auf geringe Veränderungen der ihnen zugeführten Klemmenspannung, als die Glühlampen. Sie würden also kaum so enge Grenzen für den zulässigen Spannungsverlust erheischen, wie ein ausschließlich Lampen speisendes Netz. Sind jedoch Lampen und Motoren gleichzeitig von ein und demselben Netze abgezweigt, so wird die Gegenwart der Motoren noch weitere beachtenswerte Anforderungen an die örtliche und gesamtliche Lösbarkeit stellen. Um die Richtigkeit dieser Behauptungen zu beweisen, vergleichen wir das Verhalten einer Gruppe von Lampen, die an ein und demselben Punkt einer Leitung abgezweigt werden und denen infolge der unvollkommenen Belastungselastizität der Zuleitung zu einer bestimmten Zeit  $t_1$  die normale Spannung  $E_1$ , zu einer anderen Zeit  $t_2$  die Spannung  $E_2$  als Klemmenspannung am gemeinsamen Anschlußpunkt zur Verfügung steht. Dann ist zur Zeit  $t_1$ : der Strom  $J_1 = E_1/R_1$ , die Leistung  $A_1 = E_1^2/R_1$ , zur Zeit  $t_2$ : der Strom  $J_2 = E_2/R_2$ , die Leistung  $A_2 = E_2^2/R_2$ . Die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  sind aber selbst Funktionen des Stromes, somit auch der Spannung, und zwar nehmen sie bei Kohlenglühlampen und Nernstlampen mit wachsender Spannung ab, bei Osmiumlampen und normal betriebenen Bogenlampen mit wachsender Spannung zu. Läßt man die Bogenlampen beiseite, so folgt, daß eine Abweichung um  $p\%$

von der mittleren Spannung  $E_1$  bei konstantem  $R_1$  die Leistung um den Betrag  $100 \{(1 + p)^2 - 1\} \sim 2 p\%$  verändern würde. Bei Kohleglühlampen wird für  $E_2 \geq E_1$  der Widerstand  $R_2 \leq R_1$ , also die Veränderung der von den Lampen aufgenommenen Leistung ebenfalls  $> 2 p\%$  sein und da die Lichtausbeute proportional der Leistung steigt, wird eine Veränderung der Spannung um  $p\%$  eine entsprechende Veränderung der Lichtstärke um mehr als  $2 p n\%$  zur Folge haben.  $n$  ist von der Größenordnung 3 für alle Glühlampen; die Gesamtänderung ist also für Kohleglühlampen von der Größenordnung  $6 p\%$ , für Nernstlampen etwas größer, für Osmiumlampen etwas kleiner, weil hier der Metallfaden positiven Temperaturkoeffizienten aufweist, also mit wachsender Spannung im Widerstand wächst. Wählt man  $p$  gleich  $2-3\%$ , so wird also die Schwankung in der Lichtstärke etwa  $10-12\%$  oder in runden Zahlen  $2-3$  Kerzen bei 16-kerzigen Glühlampen. Das ist eben noch erträglich, wenn die Schwankungen nicht plötzlich und nicht häufig auftreten. Wollte man aber in solchen Fällen, wo die Gleichförmigkeit der Lichtlieferung weniger ins Gewicht fällt,  $p$  größer als  $2-3\%$  nehmen, so würde darunter die Haltbarkeit des Fadens umsomehr leiden, je größer der negative Temperaturkoeffizient des Leuchtfadenmaterials ist. Es würden also insbesondere die Nernstlampen sehr empfindlich sein gegen Spannungsschwankungen, wenn nicht durch die Verwendung eines in der Lampe selbst angebrachten Vorschaltwiderstandes aus Eisen, der hohen positiven Temperaturkoeffizienten aufweist, diese Empfindlichkeit annähernd auf denselben Wert verringert würde, der bei den Kohleglühlampen vorhanden ist. Osmiumlampen, oder allgemein Lampen mit Metallfäden, haben geringere Empfindlichkeit gegen Spannungsschwankungen und lassen somit, soweit nur dieser Gesichtspunkt für die Lebensdauer in Betracht kommt, etwas höhere Werte von  $p$  zu.

Bei den Motoren aller Stromarten entfällt zunächst der eine Gesichtspunkt, nach dem die Größe des zulässigen Spannungsabfalls mit Rücksicht auf die Haltbarkeit des Anschlußobjekts zu beschränken ist. Betrachtet man wieder für einen Punkt einer Leitung, an welchem die Spannung um den kleinen Betrag  $p\%$  von ihrem Normalwert  $E_1$  abweichen kann, den Einfluß dieser Schwankung der Spannung auf einen dort angeschlossenen Nebenschlußmotor. Um die Betrachtung nicht zu sehr zu verwickeln,

nehmen wir an, daß die Magnete soweit gesättigt sind, daß durch eine Veränderung der Stromstärke in der Nebenschlußwicklung um  $p\%$  die Feldstärke nur unerheblich geändert wird. Sonach ändert sich die Gegen-EMK  $e$  im Anker des Motors direkt wie seine Geschwindigkeit  $v$ . Bei Leerlauf wird der Motor die kleine Stromstärke  $i$  aufnehmen, bei Belastung die größere Stromstärke  $J_1$ . Folglich ist für diese Belastung die mechanische Leistung:

$$P_1 v_1 = (J_1 - i) e_1$$

und der Strom

$$J_1 = \frac{E_1 - e_1}{R}$$

$P_1$  bedeutet hierin die auf den Ankerdurchmesser reduzierte Zugkraft,  $v_1$  seine Geschwindigkeit. Wenn nun die Betriebsspannung  $E_1$  auf den Wert  $E_2 = (1 + p) E_1$  anwächst, wird zunächst, solange noch  $e_1$  konstant ist, der Strom  $J_2 = (1 + p) J_1$  werden und somit auch das Produkt  $P_1 v_1$  angenähert in demselben Verhältnis anwachsen. Nun müssen wir 2 Fälle unterscheiden, je nachdem die von dem Motor geforderte Zugkraft konstant bleibt, oder sich innerhalb weiter Grenzen ändert. Im ersten Falle, bei konstantem  $P_1$ , wird  $v_1$  im Verhältnis  $(1 + p) : 1$  anwachsen,  $e_1$  also im selben Verhältnis und die von  $J_1$  auf  $J_2$  angewachsene Stromstärke wird wieder auf ihren Anfangswert zurückgehen. Als bleibende Einwirkung der Änderung der Betriebsspannung von  $E_1$  auf einen um  $p\%$  größeren Wert wird also nach einem Stromstoß von etwa  $p\%$  der Strom unverändert bleiben, und die Geschwindigkeit von  $v_1$  auf  $v_2 = v_1 (1 + p)$ , also um etwa  $p\%$  anwachsen. Genauer genommen wird aber auch diese Wirkung nur selten in voller Größe erzielt werden, weil bei den bisherigen Überlegungen das Feld als konstant angenommen wurde und die Trägheit des Motorankers und der von ihm angetriebenen Wellen und Maschinen nicht in Betracht gezogen wurde. Beide Ursachen wirken dem Anwachsen der Geschwindigkeit etwas entgegen, sodaß die Geschwindigkeitsvariation kleiner als  $p\%$  werden wird.

Für den zweiten Fall wird die Überlegung besser in umgekehrter Reihenfolge angestellt, indem man den Einfluß der starken Veränderung der Zugkraft auf die Leitungsspannung  $E_1$  untersucht. Angenommen, der Motor liefe fast leer mit der Geschwindigkeit  $v_1$

und soll nunmehr plötzlich die große Zugkraft  $P_2$  liefern. Der Strom wächst dann plötzlich von  $J_1$  auf  $J_2 = a \cdot J_1$  und die Spannung müßte von  $E_1$  auf  $E_2$  anwachsen, wenn  $v_1$  und  $e_1$  dieselben Werte beibehalten sollen.

$$J_2 = a J_1 = \frac{E_2 - e_1}{R} \quad \text{oder} \quad E_2 = e_1 + a J_1 R.$$

Da aber nun  $E_1$  zur Verfügung steht, wird die Gegen-EMK auf den Wert

$$e_2 = [e_1 - (a - 1) J_1 R] = E_1 - a J_1 R$$

abnehmen, solange das Feld konstant bliebe. Letzteres und die Klemmenspannung  $E_1$  werden aber auch sinken und somit den Stromstoß noch weiter vergrößern, wenn nicht die Regulierung eingreift, weil nämlich von der Stromquelle mit der Spannung  $E_0$  bis zum Anschlußpunkte des Motors ein zusätzlicher Spannungsverlust auftritt. Dieser zusätzliche Spannungsverlust beträgt  $(a - 1) J_1 W$ , wenn  $W$  den Widerstand der Zuleitung bedeutet. Nimmt nun nach Beendigung des Arbeitsvorganges die Zugkraft auf ihren Anfangswert ab, so sinkt auch der Strom, und die Klemmenspannung, die Gegen-EMK und die Geschwindigkeit des Motors nehmen wieder zu. Will man für den maximalen Stromstoß die relative Schwankung des Spannungsverlustes von der Quelle mit konstanter Spannung  $E_0$  bis zum Anschlußpunkt des Motors, also den Wert

$$p = \frac{(a - 1) J_1 W}{E_1}$$

klein halten, so muß man entweder den Stromstoß, also den Wert  $a$  klein halten, oder man muß den Widerstand  $W$  der Zuleitung so gering bemessen, daß  $p$  trotzdem nicht zu hohe Werte erreicht. Wählt man für diese stark wechselnden Zugkräfte Hauptstrommotoren, deren Feld annähernd mit  $J_2$  proportional wächst, so kann man auch hierdurch schon den Wert  $a$  verringern. Gleiches läßt sich auch durch Verwendung entsprechender Anlaßvorrichtungen erzielen. Die Praxis hat gelehrt, daß bei Parallelschaltungsanlagen für reinen Motorbetrieb  $p$  bis zu 10–20 % gewählt werden darf, daß dieser Wert für die Motorenleitungen aber beträchtlich verringert werden muß, wenn diese Leitungen an ein Beleuchtungsnetz angeschlossen sind. Man wird deshalb bei Zentralstationen,

deren Netze vornehmlich dem Lichtbetrieb zu dienen haben, die Motoren einer vorherigen Kontrolle in Bezug auf die Größe ihres Anlaufstroms und ihrer Anlaufrückwirkung unterwerfen, wird eventuell allmähliche Einschaltung und Abstellung fordern und den Anschluß störender Motoren untersagen. Man wird ferner bei großen Motoren besondere Maßregeln verwenden, indem man bei direkten Systemen etwa besondere Leitungen zu diesen Motoren zieht, oder bei indirekten Systemen besondere Umformer aufstellt. Die Störung wird nach den Erläuterungen der Fig. 34 theoretisch stets vorhanden sein, man kann sie jedoch auf ein praktisch vernachlässigbares Maß herabdrücken, wenn man sorgfältig konstruierte Motoren verwendet, stark belasteten Anlauf vermeidet, verhältnismäßig große Maschineneinheiten und kleinen Spannungsverlust wählt. Ein Netz mit relativ hoher Motorenbelastung muß eben wie ein solches mit bedeutend erhöhter örtlicher und gesamter Löscharbeit beziehungsweise Ausschaltbarkeit behandelt und mit besonders kleinen Differenzen in den Spannungsgefällen ausgestattet werden.

Würde diese Lösung zu teure Leitungen ergeben, so bliebe noch der mehrfach mit Erfolg verwendete Ausweg, die Kraft- und Lichtleitungen vollkommen getrennt zu verlegen. Man kann dann die Lichtleitungen für ihre Belastung mit ungefähr 2—3 % Abfall rechnen, die Kraftleitungen für Motorenbelastungen mit rund 5—7 % und es ist ohne weitere Ableitung einzusehen, daß dadurch eine wesentliche Ersparnis an Leitungsmaterial und gleichzeitig ein besserer Lichtbetrieb erzielbar ist, besonders wenn auch die Dynamos für Kraft- und Lichtbetrieb getrennt sind.

Ähnliche Lösungen erfordert insbesondere auch der Betrieb eines Lichtnetzes und einer Bahnlinie von einer Zentrale aus. Früher verstand es sich von selbst, daß man für das Lichtnetz eine Zweileiteranlage mit 110 Volt oder eine Dreileiteranlage mit  $2 \times 110$  Volt errichtete und für die Straßenbahn ein besonderes Netz mit 500 Volt Betriebsspannung verlegte. Heute aber kann bei Verwendung eines Dreileiternetzes mit  $2 \times 240$  Volt Betriebsspannung sehr wohl die Frage erwogen werden, in welcher Weise Licht- und Bahnnetz kombiniert werden können und sollen.

Hier wäre zunächst zu unterscheiden, ob die Lichtanlage den Hauptteil und die Bahnanlage nur einen Nebenteil des Gesamtbetriebes bedeutet, oder ob beide etwa gleichwertig sind, oder ob

die Bahnanlage die meiste Beachtung erfordert und dem Lichtbetrieb nur untergeordnete Bedeutung zukommt. Alle 3 Fälle sind denkbar und in der Praxis vorhanden. Im ersten Falle könnte man bei einer bedeutenden Lichtanlage und einem ganz untergeordneten Bahnbetrieb für letzteren ebenfalls das Dreileitersystem mit  $2 \times 240$  Volt ausführen, wobei man jeden Motor zwischen einen Außenleiter und den Mittelleiter schaltet, die beiden freien Pole der in Serie geschalteten Generatoren mit den beiden Arbeitsdrähten verbindet und den gemeinsamen Pol als Mittelleiter des Systems mit den Schienen verbindet und erdet. Dieses System wäre ausführbar, wenn die Bahnlinie so unbedeutend wäre, daß sie nicht durch niedrige Betriebsspannung zu teure oder zu starken Verlust verursachende Leitungen erhielte. Man könnte dann event. die kurze Bahnlinie direkt an das Leitungsnetz hängen, hätte aber ein kompliziertes und keineswegs billiges Auskunfts-mittel gewählt. Häufiger ist der Fall, daß man die Bahnleitungen, die fortwährende, unregelmäßige Schwankungen des Stromes durch ihre wandernde Belastung aufweisen, gesondert ausgebildet; also die Speiseleitungen und Arbeitsleitungen für Bahnen von jenen für Lichtbetrieb vollkommen trennt und die Dynamos in der Spannung etwas erhöhbar anordnet, sodaß man sie z. B. mit 500—550 Volt für Bahnbetrieb, mit 450—480 Volt für Lichtbetrieb laufen lassen kann. Diese Anordnung ist auch dann noch anwendbar, wenn die beiden Betriebe angenähert gleiche Bedeutung besitzen. Die Bahnlinien arbeiten dann mit der höheren Spannung in normaler Anordnung, also mit nur einem Fahrdrachtsystem, die Lichtleitungen arbeiten mit der niedrigen Spannung in einem Dreileitersystem mit etwa  $2 \times 220$  Volt Betriebsspannung.

Überwiegt die Bahnlinie sehr stark an Bedeutung, so bildet man ihr Leitungssystem vollkommen getrennt aus und führt entweder die Beleuchtungsleitungen und Maschinen vollkommen getrennt und mit anderer Spannung aus, oder man hängt rotierende Umformer an das Netz der Bahnleitungen und speist von ihren Dynamoseiten aus die Lichtleitungen mit entsprechender Spannung, event. unter Zuhilfenahme von Akkumulatoren.

Noch andere Lösungen ergeben sich, wenn man die Straßendynamos oder die an ihre Leitungen angeschlossenen Umformer auch ein- oder mehrphasige Wechselströme abgeben läßt.

Es ist klar, daß alle diese Lösungen verschiedene Anforder-

ungen in Bezug auf Spannungsverlust und Ausschaltbarkeit des Netzes stellen.

### b) Bei Wechselstrombetrieb.

Die Überlegungen, die bisher angeführt worden sind und auf Grund deren man bei Gleichstrombetrieb die Erfordernisse der angeschlossenen, beliebig abschaltbaren Stromverbraucher durch zweckmäßige Festsetzung des maximalen Spannungsverlustes berücksichtigen kann, gelten im ganzen auch bei Wechselstrombetrieb; doch ist hier noch auf die wattlosen Komponenten der Belastungsströme Rücksicht zu nehmen. Betrachten wir die Verhältnisse bei einem asynchronen Drehstrommotor, indem wir das Heylanddiagramm für ihn entwerfen (Fig. 36). Es sei  $\overline{a b}$  der Magnetisierungsstrom  $i_m$ ; der Kreisdurchmesser  $\overline{b d}$  folgt dann aus der Beziehung  $\overline{a b} = \tau \cdot \overline{b d}$ , worin  $\tau$  den Streukoeffizienten bedeutet. Wissen wir z. B., daß der betrachtete Motor als maximalen Leistungsfaktor den Wert  $\cos \varphi = \beta$  aufweist, so ist der Primärstrom für die entsprechende Belastung Tangente an den Kreis und somit ist

$$\beta = \frac{1}{1 + 2\tau}$$

oder

$$\tau = \frac{1 - \beta}{2\beta}$$

Im vorliegenden Falle, der einem 4 PS.-Motor für 220 Volt und 1000 Umdrehungen bei Leerlauf mit 50 Perioden entspricht, war  $\tau = 0,13$ , also  $\beta = 0,795$ . Bei Leerlauf verbraucht der Motor den Strom  $\overline{a C_0}$ , bei normaler Belastung den Strom  $\overline{a C_2}$  und bei maximaler Belastung einen solchen gleich  $\overline{a C_3}$ . Ein verlust- und reibungsloser Motor würde bei Leerlauf den Strom  $\overline{a b}$ , bei Anlauf (mit kurzgeschlossenem Rotor) den Strom  $\overline{a d}$  aufnehmen; durch die Verluste wird der Leerstrom um eine Wattkomponente, von  $\overline{a b}$  auf  $\overline{a C_0}$  vergrößert, der Anlaufstrom auf den Wert  $\overline{a C_4}$  verkleinert. Dieser Punkt läßt sich aus den Daten des Motors in einer hier nicht näher zu erläuternden Weise ermitteln und entspricht einem neuen Mittelpunkte  $m$  für einen Kreisbogen durch  $b$  und  $d$ , an welchen die Linie  $\overline{d C_4}$  Tangente ist. Somit ist im Punkte  $C_4$  die Leistung Null. Für alle anderen Punkte  $C_1, C_2, \dots, C_n$  des Grundkreises ergibt sich die vom Motor

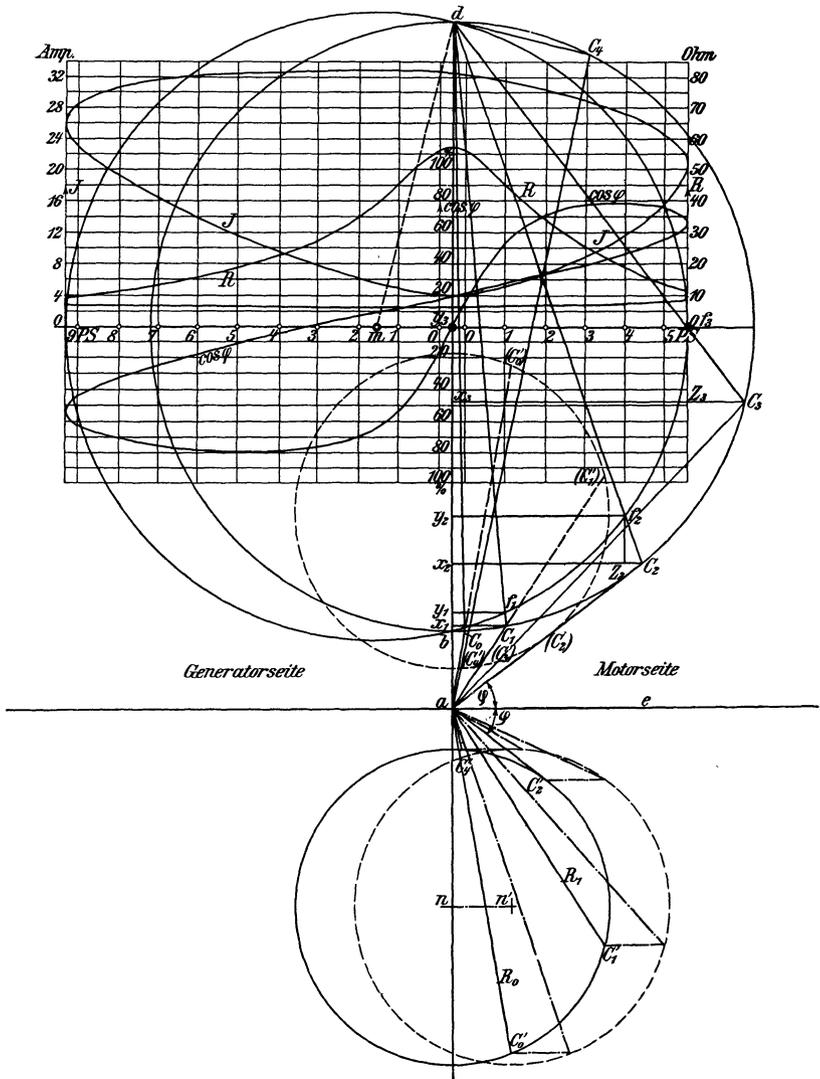


Fig. 36.

abgegebene Leistung, indem man den betreffenden Punkt  $C_n$  mit  $d$  verbindet und vom Schnittpunkt  $f_n$  dieser Geraden  $C_n d$  mit dem Leistungskreis Senkrechte  $y_n f_n$  auf  $a d$  fällt.

Werden die Strecken  $\overline{f_n y_n}$  in entsprechendem Maßstab gemessen, so stellen sie die mechanische Leistung des Motors (plus Hysteresisverluste) dar; die Abstände  $C_n x_n$  messen die entsprechenden Leistungsaufnahmen des Motors, die kleinen Dreiecke  $C_n f_n Z_n$  entsprechen den Ohmschen Verlusten in den Motorwicklungen. Aus diesem Diagramm können wir nun für die Leitungsbemessung eine Reihe von wichtigen Schlüssen ziehen, indem wir entweder nur die Ströme und ihre Verschiebung  $\varphi_n$  gegen die Klemmenspannung  $E_1$  des Motors, oder den Richtungswiderstand  $\mathfrak{R}_n$  desselben näher betrachten. Letzteren erhalten wir aus der Beziehung

$$J_n = \frac{E_1}{\mathfrak{R}_n}$$

als den zu  $J_n$  reziproken Wert durch Inversion oder Abbildung mittels reziproker Radien. So entspricht dem Strom  $a \overline{C_2}$  unter dem Winkel  $\varphi$  in Fig. 36 der Richtungswiderstand  $\mathfrak{R}_2$ , unter demselben Winkel  $\varphi$  nach der entgegengesetzten Richtung von  $E_1$  aus aufgetragen. Damit wäre jedoch nicht angedeutet, daß der Richtungswiderstand gegen die Spannung voreilt. Während nämlich die Endpunkte C des Primärstroms für die festliegend gedachte Spannung  $E_1$  der Reihe nach die Punkte  $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_n, d$  durchläuft und der Strom J damit immer höhere Werte annimmt, die etwa bei  $C_2$  die günstigste, d. h. kleinste Verzögerung gegen die Spannung aufweisen, durchläuft der Endpunkt des dem Motor äquivalenten Richtungswiderstandes der Reihe nach die Punkte  $C'_0, C'_1, C'_2, C'_3, C'_4, d'$  und der Richtungswiderstand selbst wird kleiner und kleiner, wobei er etwa bei  $C'_2$  die günstigste, d. h. kleinste Voreilung gegen den Strom aufweist. Wenn wir die Inversion also so zeichnen, wie es in Fig. 36 geschehen ist, so bedeutet die horizontale Grundlinie  $a e$  für den oberen Teil des Diagramms die Spannung  $E_1$ , gegen die der Strom zurückbleibt, für den unteren Teil des Diagramms den Strom J, gegen den der Richtungswiderstand, also auch die Spannung voreilt. Hätten wir den inversen Kreis  $C'_0 C'_1 C'_2 d'$  nach oben gezeichnet, wie das punktiert angedeutet ist, so wäre die Doppeldeutigkeit des Diagrammdrehsinns entfallen.

Bei Leerlauf entspricht der betrachtete Motor einem Richtungswiderstand

$$\mathfrak{R}_0 = 57,5 / \underline{80^\circ 15'}$$

dessen Leistungsfaktor  $\cos \varphi_0 = 0,16$ , dessen Verschiebung also  $\varphi_0 = 80^\circ 15'$  ist. Im Verlauf des normalen Betriebes nimmt  $\mathfrak{R}$  folgende Werte an:

Leerlauf	$\mathfrak{R}_0 = 57,5$	$\cos \varphi_0 = 0,16$	$\varphi_0 = 80^\circ 15'$
$\frac{1}{4}$ Belastg. 1 PS.	$\mathfrak{R}_1 = 46,3 (6,77)$	$\cos \varphi_1 = 0,53 (0,18)$	$\varphi_1 = 58^\circ (79^\circ 45')$
$\frac{1}{1}$ - 4 PS.	$\mathfrak{R}_2 = 19,5 (7,3)$	$\cos \varphi_2 = 0,79 (0,47)$	$\varphi_2 = 38^\circ 50' (61^\circ 48')$
max. - 5,54 PS.	$\mathfrak{R}_3 = 7,0$	$\cos \varphi_3 = 0,67$	$\varphi_3 = 47^\circ 50'$
Anlauf	$\mathfrak{R}_4 = 7,0$	$\cos \varphi_4 = 0,21$	$\varphi_4 = 77^\circ 45'$

Die theoretischen Grenzwerte für verlustlosen Anlauf mit  $\mathfrak{R}_3 = 6,75 / \underline{90^\circ}$  und verlustlosen Leerlauf mit  $\mathfrak{R}_{00} = 58,5 / \underline{90^\circ}$  Ohm sind praktisch nicht erreichbar.

Der Verlauf des Richtungswiderstandes und des entsprechenden Stromes ist in Fig. 36 in Abhängigkeit von der Belastung dargestellt worden, indem man als Abszissen die tatsächlichen Leistungen, als Ordinaten die Größe des Richtungswiderstandes  $\mathfrak{R}$  und den  $\cos \varphi$  auftrug. Man erkennt, daß die Kurve des Richtungswiderstandes nach Unterschreitung des Wertes  $\mathfrak{R}_3$  für maximale Belastung einen Wendepunkt durchläuft, jenseits dessen stabiler Betrieb nicht mehr möglich ist. Es gibt deshalb für jede Belastung, mit Ausnahme der maximalen, je 2 zusammengehörige Werte von  $\mathfrak{R}$ ,  $J$  und  $\cos \varphi$ , von denen der eine dem stabilen, der andere Wert dem instabilen Betriebszustand entspricht.

Ergänzt man die sämtlichen dem Motorbetrieb entsprechenden Halbkreise zu vollen Kreisen, so entspricht dem links von der Grundlinie  $a\bar{d}$  liegenden Teil der Betrieb des Motors mit negativer mechanischer Leistungsabgabe, also positiver Leistungsaufnahme oberhalb seiner asynchronen Umdrehungszahl als synchron laufender Drehstromgenerator. Man kann dann auch in der hier geschilderten Weise die Inversion vornehmen, den Halbkreis des Richtungswiderstandes mit dem Mittelpunkte  $n$  zum Vollkreis ergänzen und den Verlauf der absoluten Werte von  $\mathfrak{R}$  und  $J$  und ihres Leistungsfaktors für alle denkbaren Betriebszustände des Motors aufzeichnen. Man erhält dann die in Fig. 36 dargestellten geschlossenen Kurven vierten Grades für  $\mathfrak{R}$  und  $\cos \varphi$  und kann aus der Figur auch ablesen, daß auch der Betrieb mit negativer Schläpfung oder als asynchroner Generator theoretisch in einen

stabilen und in einen unstabilen Zustand zerfällt, sowie daß die Betriebszustände mit negativer und positiver Schlüpfung (bezw. mit positivem und negativem Leistungsfaktor) durch zwei Stadien getrennt sind, in denen der Motor sowohl elektrische, als auch mechanische Leistung aufnimmt. Der absolute Wert des Richtungs-

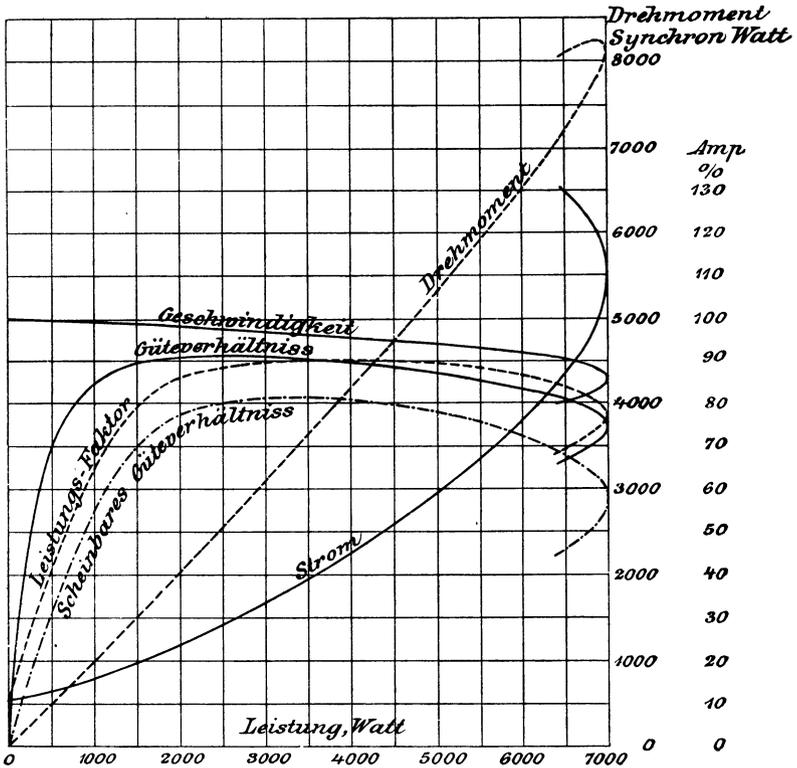


Fig. 37.

widerstandes bleibt stets positiv, solange man den verlustlosen Motor betrachtet.

Der hier untersuchte Motor kann als ein typischer Vertreter der Induktions- oder asynchronen Motoren angesehen werden. Bei guten Drehstrommotoren beträgt der Leistungsfaktor bei Leerlauf etwa 0,15—0,30, bei halber Belastung etwa 0,6—0,8, bei voller

Belastung etwa 0,75—0,9. Die Figuren 37 und 38 stellen nach Steinmetz etwa die besten Werte dar, die sich überhaupt erreichen lassen, und zeigen deutlich, da sie sich auf denselben Motor einmal für Drehstrom, dann für Einphasenstrom gewickelt, beziehen, daß der Einphasenmotor stärkere Ströme und geringeren Leistungsfaktor bei sonst gleichen Verhältnissen erfordert. Will man den Stromstoß beim Anlassen von a  $C_4$  Fig. 36 auf a  $C_3$  z. B. verringern, so muß man nur für die Zeit des Anlassens in den mit Schleifringen

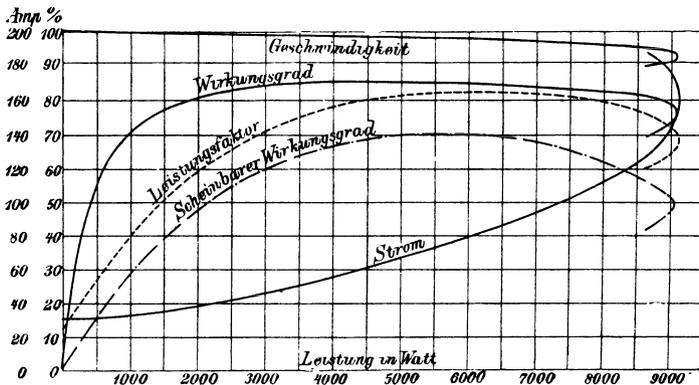


Fig. 38.

versehenen Rotor soviel zusätzlichen Widerstand einschalten, daß sich  $C_4$  mit  $C_3$  deckt, m also entsprechend nach links rückt und der gesamte Richtungswiderstand des Motors von  $\mathfrak{R}_4$  auf  $\mathfrak{R}_3$  anwächst.

Um nun zu untersuchen, welche Einwirkung der Motorbetrieb auf den Spannungsabfall in einer Leitung hat, kann man auf verschiedene Weise vorgehen. Man kann entweder den Strom oder den Richtungswiderstand des Motors in zwei Komponenten spalten und nun für die Wattkomponente und für die wattlose den Abfall getrennt ermitteln und beide superponieren, wie in I, S. 303 erläutert oder man kann direkt nach I, S. 64 ff., S. 94, etc. die Richtungswiderstände des Motors und der Leitung graphisch addieren. Wenn die Leitung z. B. 10 Ohm induktionsfreien Widerstand hätte, würde der ganze untere Kreis um einen entsprechenden Betrag  $nn'$  nach rechts verschoben werden, wie punktiert angedeutet. Eine Inversion,

um aus dem Diagramm des resultierenden Richtungswiderstandes von Motor plus Leitung das veränderte Heylanddiagramm zu erhalten, ist aber nur bei sehr kleinen Leitungswiderständen noch zulässig. Das Heylanddiagramm ist eben selbst nur bei kleinen Widerständen und Verlusten, also bei guten Motoren, gültig und richtig; bei sehr hohen Widerständen ergibt es nicht mehr zutreffende Resultate.

Sind Motoren und Lampen gleichzeitig von einem Netz abgezweigt, so hat man nach den I, S. 116—125 gegebenen Methoden die Parallelschaltung der Richtungswiderstände beider Arten von Stromabnehmern zu ermitteln und findet dann nach I, S. 225 und 298, daß die resultierende Verschiebung geringer geworden ist, als

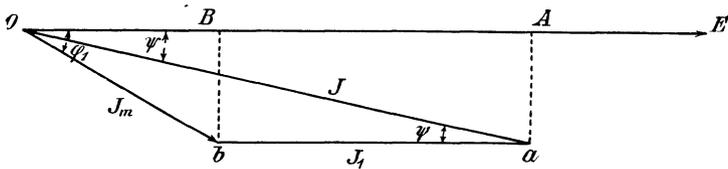


Fig. 39.

bei reinem Motorenbetrieb. Wenn (Fig. 39) an einem Punkte  $J_1$  Ampère für Glühlampen mit  $\cos \varphi_0 = 1$ ,  $J_m$  Ampère für Motoren mit  $\cos \varphi = 0,7$  im Mittel abgenommen werden, so beträgt der resultierende Strom, wie aus dem Dreieck  $O a b$  hervorgeht,

$$J = \sqrt{J_1^2 + J_m^2 + 2 J_m \cdot J_1 \cdot \cos \varphi}$$

und der Leistungsfaktor, wie Dreieck  $O A a$  zeigt,

$$\cos \psi = \frac{J_m \cos \varphi + J_1}{J} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{W_m \operatorname{tg} \varphi}{W_m + W_1} \right)^2}}$$

$$\text{oder } \operatorname{tg} \psi = \frac{\overline{A a}}{\overline{O B + B A}} = \frac{W_m \operatorname{tg} \varphi}{W_m + W_1}$$

Dabei bedeuten  $W_m = J_m \cdot E \cos \varphi$  und  $W_1 = J_1 E$  die von den Motoren und Lampen aufgenommenen Leistungen<sup>2)</sup>. Für den speziellen Wert von  $\varphi = 45^\circ$  für Motoren, also  $\cos \varphi (= \sin \varphi)$

= 0,707, ist die resultierende Verzögerung  $\psi$  von  $J$  gegen  $E$  für verschiedene Verteilung der Gesamtbelastung auf Licht und Motoren leicht zu berechnen.

Bei $W_m =$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$	von $W_1$ beträgt
$\operatorname{tg} \psi$ . .	0,091	0,2	0,333	0,429	0,5	
$\cos \psi$ . .	0,996	0,981	0,949	0,919	0,894	

Trotzdem aber bei Verwendung derselben Leitung für Motoren und Lampen die Verschiebung zwischen dem resultierenden Strom  $J$  und der Spannung  $E$  kleiner als bei reiner Motorenbelastung mit demselben Strom  $J$  wird, muß der prozentische Spannungsabfall  $p$  bei gemischter Belastung doch kleiner gewählt werden, als bei reinem Motorenbetrieb, weil nunmehr die Lampen, als die empfind-

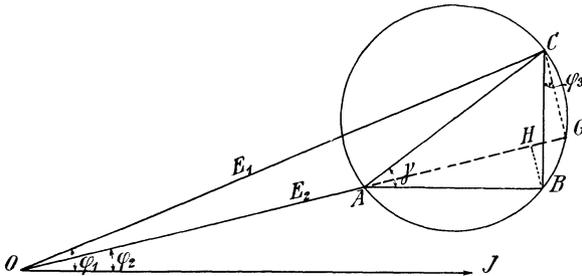


Fig. 40.

lichsten unter den Stromabnehmern, für die Wahl des zulässigen Abfalls ausschlaggebend sind.

Für induktive Leitungen läßt sich<sup>3)</sup> der prozentische Spannungsabfall graphisch ermitteln, indem man zu der in I. S. 64 gegebenen Figur 40 über  $\overline{AC} = JR$  einen Kreis schlägt (Fig. 40) und die punktierte Hilfslinie  $\overline{AG}$  als Verlängerung von  $OA$  und  $BH \parallel CG \perp OG$  zieht. Es ist dann:

$$E_2 = \overline{OA} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{CG}^2} \mp \overline{AG},$$

wobei das Additionszeichen vor dem letzten Glied gilt, wenn Winkel  $\varphi_2$  größer als  $\frac{\pi}{2} - \gamma$  ist. Setzt man nun  $\overline{CG} = v_k E_1$ ,  $\overline{AG} = u_k E_1$ , so folgt

$$E_2 = E_1 (\sqrt{1 + v_k^2} \mp u_k)$$

und somit

$$p = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 \pm u_k - \sqrt{1 - v_k^2}$$

Da  $v_k$  selten größer als 0,3 sein wird, kann man hierfür auch schreiben

$$p = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 \pm u_k - \left(1 - \frac{v_k^2}{2}\right) = \pm u_k + \frac{v_k^2}{2}.$$

Will man diese Entwicklung an die in I, S. 64 gegebene Formel 14)

$$E_1 = \sqrt{E_2^2 + (\Re J)^2 + 2 E_2 J (R \cos \varphi_2 + L \omega \sin \varphi_2)}$$

anlehnen, so muß man

$$\Re J = \overline{AC} = \sqrt{\overline{AG}^2 + \overline{CG}^2}; \quad R J \cos \varphi_2 = \overline{AH}; \quad J L \sin \varphi_2 = \overline{HG}$$

und  $\overline{AG} = \mu_k E_2$ ,  $\overline{CG} = \nu_k E_2$  setzen.

Dann folgt

$$E_1 = E_2 \sqrt{(1 + \mu_k)^2 + \nu_k^2}$$

und die Spannungserhöhung somit

$$p' = \frac{E_1 - E_2}{E_2} = \sqrt{(1 + \mu_k)^2 + \nu_k^2} - 1$$

oder wegen der Kleinheit von  $\mu_k$ :

$$p' = \pm \mu_k + \frac{\nu_k^2}{2}.$$

Das doppelte Vorzeichen gilt wieder für

$$\varphi_2 \geq \gamma.$$

Dieselben Beziehungen gelten aber, wenn dem Motor oder der gemischten Belastung der Richtungswiderstand  $\Re$  in irgend welcher Form vorgeschrieben ist, wenn z. B.  $\overline{AB}$  den ohmschen Verlust in der induktionsfreien Leitung plus jenem in der Bewicklung eines Transformators,  $\overline{CB}$  den induktiven Verlust oder die Kurzschlußspannung des Transformators darstellen. Letzteren muß man sich für diese Darstellung auf das Übersetzungsverhältnis 1 reduziert denken. Wenn sein Übersetzungsverhältnis  $n:1$  ist und seine Primär- und Sekundärwiderstände  $\Re_1$  und  $\Re_2$  sind, hat man nur

$$\overline{AB} = \Re i_1 = (\Re_1 + n^2 \Re_2 + W) \frac{J}{n}$$

$$\overline{BC} = e_{s,1}$$

zu machen.  $J$  stellt hierin den Sekundärstrom des Transformators,  $e_s$  seine Kurzschlußspannung dar. Um sie zu messen, schließt man den Transformator sekundär auf einen Strommesser von möglichst geringem Widerstand kurz und ermittelt die primäre

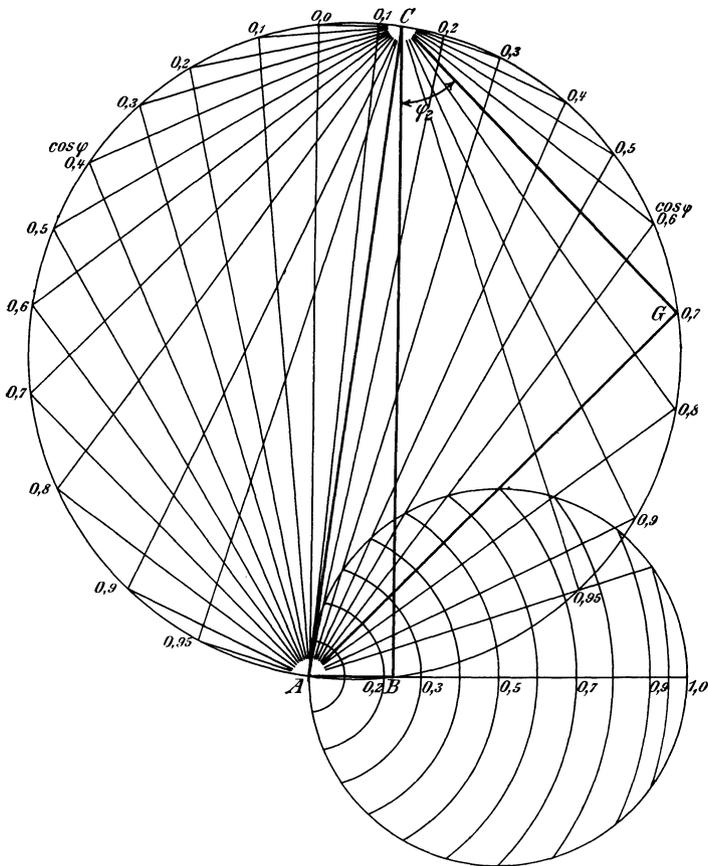


Fig. 41.

Spannung, die gerade ausreicht, um bei normaler Periodenzahl den Strom  $J$  in dem sekundär angelegten Ampèremeter hervorzurufen. Die Konstruktion oder die Formel ergibt dann den Spannungsabfall zwischen der primären Klemmenspannung des Transformators  $E_1$  und dem  $n$ -fachen Betrag der Sekundärspan-

nung  $E_2$ , also den Spannungsabfall im Transformator unter der Einwirkung der induktiven Sekundärbelastung  $J$  Ampère. Es sei z. B. bei einem 60 KW.-Transformator für 3000 Volt primär der ohmsche Widerstand der Primärspule  $R_1 = 0,9$  Ohm, der Sekundärspule  $R_2 = 0,0036$  Ohm,  $n = 15$ ,  $J$  bei voller Belastung 300 Ampère,  $E_1$  3000 Volt,  $E_2$  bei Leerlauf 200 Volt und die Kurzschlußspannung 255 Volt oder 8,5 % von  $E_1$ . Reduziert man alles auf die sekundäre Spannung, so ist der ohmsche Verlust

$$\overline{A B} = \left( \frac{R_1}{n^2} + R_2 \right) J = \left( \frac{0,9}{15^2} + 0,0036 \right) 300 = 2,28 \text{ Volt,}$$

der induktive Verlust

$$\overline{B C} = \frac{e_{s,1}}{n} = \frac{255}{15} = 17 \text{ Volt.}$$

Man zeichnet nun das rechtwinklige Dreieck  $\overline{A B C}$  (Fig. 41), schlägt über  $\overline{A C}$  einen Kreis und zieht von  $A$  aus unter dem Winkel  $\varphi$  gegen  $\overline{A B}$  die Gerade  $\overline{A G}$ . Um die Konstruktion für alle Werte von  $\varphi$  durchführen zu können, verwendet man die in der Figur ausgedrückte bekannte Hilfskonstruktion und zieht durch  $A$  die Strahlen  $\overline{A G}$  unter den Winkeln  $\varphi$ , deren Cosinuswerte 0,95, 0,9, 0,8, . . . betragen. Dann mißt man z. B. für  $\cos \varphi = 0,9$  aus der Figur  $\overline{A G} = 9,4$  Volt,  $\overline{C G} = 14,3$  Volt, und somit, da die in der Figur nicht angedeutete Leerlaufspannung  $\overline{O C} = E_2 = 200$  Volt konstant gehalten wird, berechnet sich die Klemmenspannung für voreilenden Strom zu:

$$e = \sqrt{\overline{O C}^2 + \overline{C G}^2} + \overline{A G} = 204,6 \text{ Volt,}$$

für nacheilenden Strom zu

$$e = \sqrt{\overline{O C}^2 + \overline{C G}^2} - \overline{A G} = 190,1 \text{ Volt.}$$

Kapp<sup>4)</sup> hat ein Näherungsverfahren angegeben, das mit dem hier durchgeführten innerhalb der praktischen Grenzen und bis  $\cos \varphi = 0,5$  etwa übereinstimmt. Es besteht darin (Fig. 42), daß man das Dreieck  $\overline{o O S}$ , dessen Seite  $\overline{o S} = \overline{A B}$ ;  $\overline{O S} = \overline{B C}$  entsprechen, zeichnet und aus den Mittelpunkten  $o$  und  $O$  Kreise mit dem Radius  $E_2 = 200$  Volt schlägt. Irgend ein unter dem Winkel  $\varphi$  gegen den Stromvektor  $\overline{O A} \parallel \overline{o S}$  gezogener Strahl  $\overline{O E}$  würde also nach Richtung und Größe genommen bis zu dem

Kreise mit dem Mittelpunkt  $o$  die sekundäre Klemmenspannung, durch den Abstand der beiden Kreise den Spannungsabfall darstellen. Letzterer ist im vorliegenden Falle positiv, solange der Strom verzögert oder gleichphasig oder wenig voreilend gegen die Spannung ist. Am Schnittpunkt der beiden Kreise, der voreilendem Strom ( $\varphi$  negativ,  $\cos \varphi = 0,92$ ) entspricht, ist also der Abfall gleich null, für noch größere Voreilung wird der Abfall in eine Spannungserhöhung umgewandelt, wie die in die Figur eingetragenen Werte der Klemmenspannung erkennen lassen.

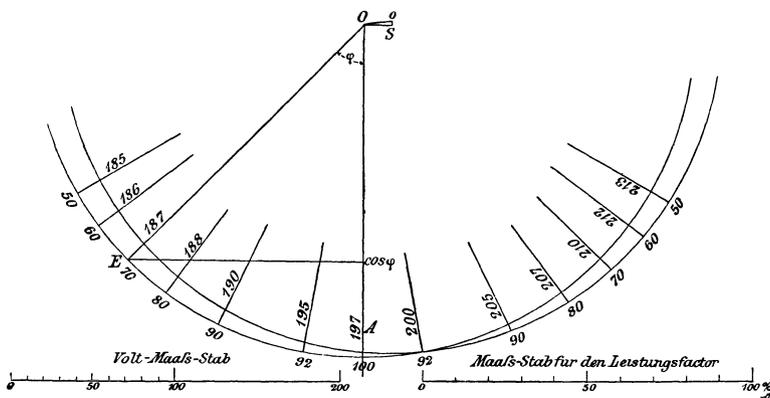


Fig. 42.

Man kann hieraus die praktische Folgerung ziehen, daß Transformatoren für Motorenbetrieb, also induktive Belastung, vor allem kleine Kurzschlußspannung haben müssen, da diese den maximalen Wert des Spannungsabfalls ergibt. Dieser maximal mögliche Wert tritt für  $\varphi = \gamma$  auf und ist gleich der Kurzschlußspannung  $\frac{e_{s,1}}{n}$  reduziert auf den Sekundärkreis. Für induktionsfreie Belastung ist die Kurzschlußspannung von geringerem Einfluß und der Spannungsabfall ist dabei nur unwesentlich größer, als dem ohmschen Verluste entspricht. Beim Betrieb von übererregten Synchronmotoren oder schwach belasteten Kabelnetzen mit großer Kapazität kann sogar eine scheinbare Erhöhung des Übersetzungsverhältnisses eintreten, wie z. B. seinerzeit bei den Ferrantikabeln in Deptford beobachtet wurde<sup>5)</sup>.

Aus diesen Gründen wird man von Transformatoren verlangen müssen, daß sie mit Rücksicht auf die Ausschaltbarkeit der Motoren bei gemischtem Licht- und Kraftbetrieb in den ohmschen Verlusten bei mittleren Größen 2—3 % und in der Kurzschlußspannung 6—10 % nicht übersteigen. Bei größeren Transformatoren dürften 1,5—2 % ohmscher und 5—6 % induktiver Abfall etwa die erreichbaren unteren Grenzwerte darstellen. Je größer der Abfall im Transformator an sich schon ist, desto sorgfältiger muß der Abfall der Leitung bemessen werden, und desto kleiner muß der Anlaufstrom des Motors werden. Die zulässigen Werte ergeben hier einen untrennbaren Zusammenhang zwischen den Ausführungs-details, der Bemessung des Spannungsabfalls und der Regulierung. Wir wenden uns deshalb kurz dieser zu.

### 3. Rücksichtnahme auf die Regelung.

Wir haben bisher stillschweigend die Spannung am Anfang der Leitung als konstant angenommen und nur die Überlegungen erörtert, nach denen hierbei der Spannungsabfall zu bemessen ist. Nun ist klar, daß wir größeren Abfall nehmen dürfen, wenn entweder die Lastveränderung oder Löschung, absolut genommen, gering ist, oder wenn wir sie dadurch scheinbar verringern, daß wir ihre Wirkung auf die Veränderung der Spannung ganz oder teilweise neutralisieren. Ist z. B. nur ein Abnehmer am Ende einer Leitung vorhanden, so können wir ihm offenbar bei ganz beliebigem Spannungsabfall  $v$  stets ganz konstante Spannung  $E_2$  zuführen, wenn es uns gelingt, durch passende Regulierung die Spannung  $E_1$  am Anfang der Leitung stets auf dem Wert  $E_1 = E_2 + v$  zu erhalten. Dieser Fall z. B. tritt auf, wenn ein Netz auf der Spannung  $E$  erhalten werden soll, und durch eine einzige Speiseleitung mit dem Abfall  $v$  Strom aus einer Quelle mit der Spannung  $E_1$  zugeführt wird. Wir werden diesen Sonderfall noch bei Besprechung der Speiseleitungen zu verallgemeinern haben, können aber jetzt schon aus ihm entnehmen, daß bei der Festsetzung der zulässigen Größe des Spannungsabfalls auch die Art und Güte der erreichbaren oder in einem gegebenen Falle zur Verfügung stehenden Regulierung mit von ausschlaggebender Bedeutung ist.

In Fig. 43 ist als Beispiel der Leitungsplan einer ländlichen Wirtschaft gegeben. Die Dynamo wird in einem kleinen Sägewerk aufgestellt und es werden von da aus die benachbarte Mühle e und ein Stall d, wie die entfernte Gebäudegruppe mit Strom versehen. Im Wirtschaftsgebäude b befindet sich ein 2-pferdiger Motor, welcher jedoch nur tagsüber in Verwendung kommt. Die

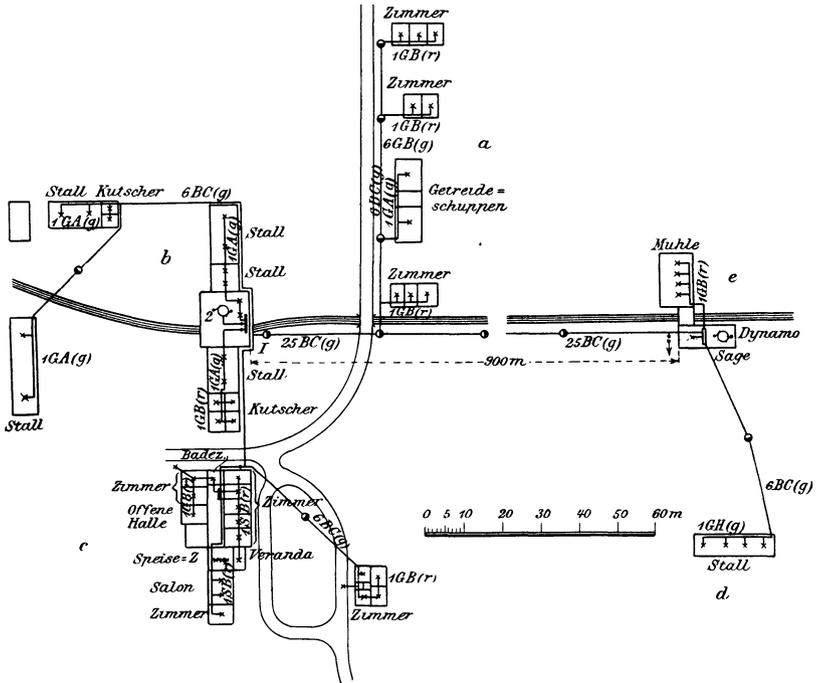


Fig. 43.

einfache Leitungslänge der Hauptleitung von der Schalttafel bis zum Stall b beträgt 900 m.

An diese Leitung werden insgesamt 50 Stück 16-kerzige 60 Watt-Glühlampen angeschlossen. Nehmen wir die Spannung der Lampen, deren 40 gleichzeitig funktionieren, mit 220 Volt an und lassen wir in der Hauptleitung einen Spannungsverlust von 13 Volt zu, dann berechnet sich der Querschnitt dieser Hauptleitung mit

$$\frac{900 \cdot 10,9}{30 \cdot 13} = 25 \text{ mm}^2.$$

Die Spannung in I wird mittels Prüfdrähten, die vom Punkte I zur Hauptschalttafel zurückführen, gemessen und auf konstanter Höhe von 222 Volt erhalten, sodaß die Maschinenspannung bei Vollast der Hauptleitung 235 Volt betragen wird. Auf die Verteilungsleitungen entfallen dann 2 Volt als disponibler Spannungsverlust.

Die Freileitungen sind im vorliegenden Falle mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit zu bemessen; die Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker besagen nämlich, daß bei Niederspannung der geringst zulässige Querschnitt bei Freileitungen  $6 \text{ mm}^2$  beträgt, weshalb diese Dimension auch beibehalten werden soll. Die Lampen in den Gebäuden d und e sind ebenfalls für 220 Volt bestimmt. Da jedoch die Maschinenspannung mit der Zunahme der Belastung der Hauptleitung bis 235 Volt gesteigert wird, muß die Überspannung von etwa 13 Volt vermittelst eines regelbaren Widerstandes zeitweise vernichtet werden. Dieser Vorgang ist hier um so einfacher, als die Objekte d (Stall) und e (Mühle) keine Löschung besitzen; alle Lampen sind entweder ein- oder ausgeschaltet.

Die Aufgabe der Leitungsrechnung im engeren Sinne besteht darin, für eine Anzahl gegebener Abzweigstellen, an denen Richtungswiderstände oder ohmsche Widerstände angebracht sind, die Stromverteilung zu ermitteln, und an Hand dieser Ermittlung die Querschnitte der Zuleitungen zu den einzelnen Abzweigstellen so festzusetzen, daß die Unterschiede zwischen den Spannungen der einzelnen Abnehmer bei allen vorkommenden Belastungsänderungen innerhalb der zulässigen Grenzen bleiben. Nun hängen aber die Einzelwerte der Spannungen an den verschiedenen Abzweigstellen nicht nur von der jeweiligen Belastung oder der Größe des ihr entsprechenden Richtungswiderstands, vom Querschnitt und von der Anordnung der Leitung, sondern auch von der Größe und der Konstanz der Spannung am Anfang der Leitung ab. Wenn in einem bestimmten Falle die Leitung bei allen vorkommenden Ab- und Zuschaltungen nur Spannungsänderungen von  $\pm 2\%$  aufweist, kann das ganze System doch nur dann befriedigend arbeiten, wenn die Stromquelle selbsttätig oder durch Nachregelung ihre Klemmenspannung bei allen Ab- und Zuschaltungen annähernd konstant hält. Variiert sie aber beispielsweise um  $\pm 10\%$ , so wird die Gesamtschwankung bis zu  $\pm 12\%$  betragen können und



$\overline{Z_2 Z_3} = J \mathfrak{R}_3$  Volt abermals als ohmscher und induktiver Abfall im Richtungswiderstand  $\mathfrak{R}_3$  des synchronen Umformers verloren geht. Der Restbetrag  $\overline{P Z_3}$  bleibt dann als Gegen-EMK des Umformers noch bestehen und der gesamte Abfall in der Leitung im weiteren Sinne könnte durch die Gerade  $\overline{O Z_3}$  dargestellt werden.

Nimmt man nun an, daß der Umformer mit ungesättigtem Magnetfeld arbeitet, so kann man in diesem Diagramm die Strecke  $\overline{P Z_3}$  in anderm Maßstab auch als proportional der Erregung  $i$  der Magnete ansehen und erkennt dann, daß bei konstanter Generatorspannung  $E$  zwei Lagen  $OP$  und  $OP'$  des Spannungsvektors für eine bestimmte Leistung möglich sind, von denen die eine, der kleineren Erregung  $i_1$  (proportional  $\overline{P Z_3}$ ) entsprechende, um den Winkel  $\psi$  gegen den Strom voreilt, die andere, der größeren Erregung  $i'$  (proportional  $\overline{P' Z_3}$ ) entsprechende, um den Winkel  $\varphi$  gegen den Strom verzögert ist. Die Leistungen, welche der Umformer dabei aufnimmt, nämlich  $e \cdot J \cdot \cos \psi$  und  $e \cdot J \cdot \cos \varphi$  sind einander gleich, also auch durch das Rechteck  $\overline{A B D Z_2}$  dargestellt. In Generator und Leitung geht die dem Rechteck  $O C Z_2 D$  entsprechende Leistung verloren.

Wenn man also einem Umformer phasenverspätete Ströme zuführt, wird er durch die Ankerrückwirkung der wattlosen Komponenten entmagnetisiert und seine Klemmenspannung wird verkleinert auf den Wert  $e$ . Führt man ihm phasengleiche Ströme zu, d. h. liegt der Vektor der Generatorspannung in der Richtung  $\overline{O X}$ , so wird seine Klemmenspannung den normalen Wert  $e'' = \overline{P'' Z_2}$  entsprechend der Erregung  $i''$  haben, und sendet man voreilende Ströme in den Anker des Umformers, so magnetisiert deren wattlose Komponente ihn bis zur Klemmenspannung  $e'$ . Die Klemmenspannung steht aber in einem bestimmten für den ganzen Belastungsbereich nahezu konstanten Verhältnis zur Spannung des vom Kommutator abzunehmenden Gleichstroms. Wir haben also in der Erzeugung wattloser Ströme ein Mittel, um die Spannung auf der Gleichstromseite zu verändern, und können bei passender Abgleichung der Verhältnisse konstante oder mit wachsender Belastung sogar steigende Gleichspannung am Verbrauchsorte erzielen, trotzdem wir den umzuformenden Drehstrom längs einer Fernleitung aus einem Generator beziehen. Wir müssen dabei den Umformer mit einer Hauptschlußwicklung versehen, so daß seine Erregung mit wachsender Belastung steigt, und nun in die

Leitung soviel Induktanz einschalten, daß bei Leerlauf der stark verzögerte Strom denselben Spannungsabfall in ihr hervorruft, wie der mit  $E$  phasengleiche oder  $E$  etwas voreilende Strom bei voller Belastung des Umformers auf der Gleichstromseite. Dann wird mit wachsender Belastung des Umformers der von ihm aufgenommene Drehstrom um immer kleinere Winkel  $\psi$  gegen die Generatorspannung  $E$  zurückbleiben, unter dem Einfluß der durch die Kompoundspule auf  $i''$  verstärkten Erregung allmählich mit  $E$  phasengleich werden und schließlich bei voller Belastung vor  $E$  hereilen. In manchen Fällen kann zur Erreichung dieser Regulierung, die ohne ein Eingehen auf das Verhalten aller Teile des Leitungskreises überhaupt nicht verständlich wäre, schon die Induktanz der Leitung selbst ausreichen. In dem Richtungswiderstand  $\mathfrak{R}$  der Leitung sind die entsprechenden Werte des zuweilen erforderlichen spannungserhöhenden Transformators am Anfang und des bei Verwendung hoher Wechselspannungen stets erforderlichen spannungserniedrigenden Transformators am Ende der Leitung einzuschließen. Dieselbe Art der Regulierung ist auch bei Synchronmotoren möglich, die mit kompondierten Gleichstrommaschinen direkt gekuppelt sind.

Das Beispiel zeigt zunächst die Notwendigkeit, auf die Verhältnisse der Leitung im weiteren Sinne bei Bemessung des als zulässig zu erachtenden Spannungsabfalls einzugehen. Außerdem läßt es erkennen, daß insbesondere die Größe des bei Belastung auftretenden Abfalls der Stromquelle von erheblichem Einfluß ist.

Eine Quelle ohne Abfall gibt es nicht. Die Akkumulatoren können infolge ihres geringen inneren Widerstandes während längerer Zeit praktisch als Quelle konstanter Spannung gelten. Bei fortschreitender Entladung sinkt ihre Spannung allmählich etwas unter den normalen Wert, und der automatisch oder von Hand betriebene Zellschalter muß dann durch Zufügung neuer Zellen die Spannung in kleinen Sprüngen (von etwa 2 Volt pro Zelle) von Zeit zu Zeit etwas über den normalen Wert erhöhen.

Bei Gleichstrommaschinen mit Nebenschlußwicklung beträgt der Abfall zwischen Leerlauf und voller Belastung etwa 5 bis 15 %, wenn die Maschine mit Selbsterregung, und etwas weniger, wenn sie mit Fremderregung von einer Batterie oder andern

Quelle konstanter Spannung ohne Nachregulierung betrieben wird. Auch hier wird die Regulierung im allgemeinen eine nachhinkende sein und die Spannung, nachdem sie etwas unter den normalen Wert gesunken ist, durch verstärkte Erregung wieder auf oder etwas über diesen Wert erhöht werden. Die Anordnung einer Kompoundwicklung würde diesen Regulierungsvorgang vermindern oder überflüssig machen; doch bringt sie andere Schwierigkeiten, besonders bei der Parallelschaltung und der Anwendung von Akkumulatoren, mit sich, sodaß in Deutschland nur verhältnismäßig wenige größere Maschinen mit Kompoundwicklungen ausgerüstet sind. In England und Amerika dagegen wird die kompoundierte Gleichstrommaschine mit Vorliebe verwendet und in der Regel so angeordnet, daß sie bei voller Belastung, besonders beim Betriebe von Motoren oder Bahnanlagen, um etwa 10 % überkompoundiert ist. Während bei Leerlauf in der Zentrale die Spannung z. B. auf 500 Volt gehalten wird, steigt sie bei voller Belastung auf 550 Volt und es ist ohne weiteres klar, daß in diesem Fall der Verlust in der Leitung zu den Abnahmestellen größer gewählt werden kann, als unter sonst gleichen Umständen ohne diese Überkompoundierung.

Bei Wechselstrommaschinen tritt außer dem ohmschen noch ein induktiver Abfall auf, sodaß der Gesamtabfall außer von der Stromstärke auch noch von dem Leistungsfaktor abhängig ist. Die Nachregulierung erfolgt zeitweilig nach den Angaben des Stationsvoltmeters, das entweder die mittlere Netzspannung oder die Zentralenspannung anzeigt. Im ersteren Falle sind besondere Voltmeterleitungen in entsprechender Anordnung erforderlich<sup>6</sup>). Im letzteren Falle kann man, bei kleinen Leitungsverlusten (2 bis 3 %), nur die Spannung in der Zentrale konstant halten, bei mäßigen Verlusten (5 %) die mittlere Netzspannung annähernd dadurch konstant halten, daß man nach den Angaben des Ampèremeters mit wachsender Belastung die Zentralenspannung allmählich (um etwa 2 bis 3 %) erhöht. Dieses rohe Verfahren ist deshalb praktisch mit ziemlichem Erfolg anwendbar, weil bei größeren Netzen erfahrungsgemäß die Art und Größe der Belastung und damit auch ihr resultierender Leistungsfaktor zu bestimmten Zeiten sich regelmäßig wiederholen. Der Schaltbrettwärter erlangt also ziemlich rasch eine angenäherte Kenntnis der Zeit und Größe des auftretenden Bedarfs an Regulierung. Obwohl die Kompoun-

dierung von ein- und mehrphasigen Wechselstrommaschinen möglich ist und an verschiedenen Orten durchgeführt wurde, hat sie bis jetzt größere Verbreitung noch nicht erlangt<sup>7)</sup>.

Bei Transformatoren, deren Abfall wir aus einigen einfachen Messungen zu konstruieren vermochten, ist eine Nachregelung dadurch möglich, daß man einige Windungen des sekundären oder primären Kreises ein- oder abschaltet. Es ist dadurch das Übersetzungsverhältnis in weiten Grenzen regelbar. Schließlich sind noch eine ganze Reihe von Regelungsverfahren angegeben und verwendet worden, die vom Standpunkt der Leitungsrechnung aus als eine Schaffung neuer Quellpunkte bezeichnet werden können.

Wir haben bisher fast nur von Leitungen mit einer Zentrale, also einem einzigen Quellpunkt und einer Reihe von Sinkpunkten oder Abnehmern gesprochen. Schon die Anwendung von Transformatoren ändert das Bild; jeder Transformator ist mit seiner primären Spule ein Sinkpunkt für das Primärnetz, mit seiner sekundären Spule ein Quellpunkt für das Sekundärnetz. Ähnliches gilt von allen den Verfahren, die angewendet sind zur „Auffrischung“ oder Erhöhung der Spannung an einzelnen vorgeschobenen Punkten, also von Speiseleitungen, auf die wir sogleich noch eingehen werden, von vorgeschobenen Akkumulatorenbatterien, von Zusatz- und sogenannten Leichter Maschinen (Boosters). Rotierende Umformer, wie sie besonders in der amerikanischen Praxis in ausgedehntem Maße bei Straßenbahnnetzen angewendet werden, gleichen den ruhenden Umformern. Sie sind Sinkpunkte für das primäre Netz, an das sie unter Vermittlung von Transformatoren, ev. von solchen mit regelbaren Spulen, angeschlossen werden, und sie sind Quellen für das Bahnnetz, das sie mit konstanter oder bei wachsender Stromstärke steigender Spannung speisen. Wir haben damit eine Lösung berührt, die erforderlich ist, wenn die Last nicht nur zeitlich, sondern auch örtlich veränderlich ist.

#### 4. Last örtlich und zeitlich veränderlich.

Dieser Fall tritt bei allen Bahnen oder anderen Anlagen mit beweglichen Stromabnehmern, also bei Schiebebühnen, fahrbaren Kranen und dergleichen auf. Welchen Einfluß die Veränderung in der Lage eines Stromabnehmers haben kann, ersieht man am deutlichsten aus dem allgemeinen Verfahren, das wir I, S. 277 dargestellt haben. Das dort in den Figuren 196 bis 199 angeführte Beispiel könnte auch aufgefaßt werden als das Rückleitungsnetz einer mit 4 Wagen laufenden Bahnlinie, die an der Stelle O gespeist wird. Das dort erörterte Verfahren kann dann dazu dienen, bei 500 Volt Betriebsspannung in den ungünstigsten Stellungen der Fig. 196 die Stromverteilung und den Spannungsabfall in der Schienenrückleitung, oder allgemein die ungünstigste Stellung eines Wagens oder den höchsten Verlust überhaupt zu ermitteln. Wenn z. B. an der Stelle A (Fig. 197) 100 Amp. abgenommen werden, beträgt der Verlust in der Schienenrückleitung mit den in der Fig. 196 angegebenen Widerständen 1,92 Volt, bei Abnahme von 100 Amp. im Punkt B Fig. 198 erreicht er 2,08 Volt, u. s. w. Nun werden aber beim Bahnbetriebe nicht nur die Stellen, sondern auch die Größen der Abnahmen erheblich variieren, ein Fall, der durch die Art der dort angegebenen Buchung auch vollkommen zu erledigen ist. Wir kommen auf den Bahnbetrieb noch einmal zurück.

Bei einer Kranbahn liegen die Verhältnisse abermals anders. Angenommen zunächst, die Stromstärke sei konstant und ebenso die Geschwindigkeit der Längsbewegung des Krans, dann wird mit allmählicher Weiterbewegung desselben der Widerstand einfach proportional der Zeit wachsen, wie bei einem Bahnbetrieb mit nur einem einzigen Wagen (Pendelwagenverkehr). Der Motorwiderstand wird dann proportional der Zeit allmählich geradlinig wachsen bis zu einem Grenzwert am Ende der Kranbahn. Nun vollzieht sich aber der Kranbetrieb durchaus nicht mit konstanter Stromstärke oder Geschwindigkeit. Es wird vielmehr zuerst beim Anfahren die Masse des Krahn beschleunigt werden müssen, was einen heftigen Stromstoß bei kleinem Widerstand der Leitung

zum Kran bewirkt, dann wird mit wachsendem Leitungswiderstand, also fortschreitender Bewegung durch Betätigung des Rheostathebels der Strom allmählich abnehmen, ev. stoßweise bei Einschaltung einzelner Widerstandsstufen wieder anwachsen, weitere Sprünge beim Anheben der Last, bei der Ingangsetzung der Katze u. s. w. aufweisen und nach wenigen Minuten auf Null herabsinken, um sodann dasselbe Spiel mit veränderten Werten der Ströme und Stromstöße und des Bahnwiderstandes wieder zu beginnen. Die Motoren des Krans als Stromabnehmer werden beliebige Spannungsverluste innerhalb der praktisch brauchbaren Grenzen (10—20%) ohne wesentlichen Nachteil ertragen müssen. Der Kran, ein Aufzug oder dergleichen, als Ganzes genommen, wird aber wegen seiner zeitlich und örtlich veränderlichen Last sehr hohe Anforderungen an die Leitung und die Regulierung stellen, wenn er zusammen mit Lichtquellen an ein gemeinsames Netz oder an eine gemeinsame Stromquelle angeschlossen wird. Dies ist häufig bei Fabrikanlagen der Fall. Aber es wird sich dann infolge der unvollkommenen Regulierung des Generators oder des ihn antreibenden Motors selbst bei sehr geringen Spannungsverlusten eine Spannungsschwankung in den mit dem Kran parallel geschalteten Lichtquellen (besonders in den Glühlampen der Bureauräume) kaum vermeiden lassen, wenn man nicht eine sehr große Pufferbatterie dem Generator parallel geschaltet hat oder bei Drehstrombetrieb sehr große Schwungmassen und eine tadellos regulierende Dampfmaschine und Dynamo zur Verfügung hat.

Ein Fall unbeabsichtigter Veränderung in der Belastungsgröße, der bei einer Leitungsdimensionierung ebenfalls in Betracht gezogen werden muß, kann durch zufälliges Abschmelzen von Sicherungen in mehrfach zusammenhängenden Leitungen vorkommen. Dieser Fall kann natürlich bei Gleichstrom- und Wechselstromanlagen auftreten und ist bei letzteren, wenn die Abschmelzung nur unipolar (einseitig) erfolgt durch die dann auftretende asymmetrische Belastungen und dadurch besonders in eisengepanzten Kabeln hervorgerufene Induktion besonders wichtig. Wenn beispielsweise in einer einfach geschlossenen oder Ringleitung eine Sicherung angewendet ist und zum Schmelzen kommt, kann es sich ereignen, daß alle oder fast alle Abnehmer noch mit Strom versorgt werden, der Spannungsabfall aber plötzlich auf etwa das Doppelte des normalen Wertes steigt. Bei Transformatoren mit primär und sekundär zusammen-

hängenden Netzen kann dieser Fall besonders verhängnisvoll werden. Angenommen, es schmilzt etwa infolge eines Kurzschlusses eine Sekundärsicherung des Transformators. Dadurch werden nun andere Transformatoren gezwungen, sekundär mehr zu liefern und primär mehr aufzunehmen. Es ereignet sich dann, daß auch bei einzelnen oder vielen dieser Transformatoren die Sicherungen nacheinander in kurzen Intervallen durchschmelzen, je nachdem die Transformatoren vorübergehend erhebliche Überlastungen ertragen können. Man erkennt, daß die Sorge einer wirklich guten Leitungsberechnung im weiteren Sinne sich auch auf die Bemessung und Anordnung der Sicherungen zu erstrecken hat und daß in solchen Fällen, wie sie hier geschildert wurden, also bei mehrfach verketteten Netzgebilden, der Spannungsabfall relativ niedrig zu wählen ist, damit nicht bei zufälligen Störungen das zulässige Maß in Spannung und Strom überschritten wird. Was hier für Transformatoren geschildert wurde, gilt in genau derselben Weise auch für andere Speisevorrichtungen oder Quellpunkte, also insbesondere auch für Speiseleitungen selbst. Wir wenden uns nunmehr diesen zu.

## 5. Verteilung mittels Speiseleitungen.

Die Bedingung, daß das größtmögliche Spannungsgefälle in einer Leitung, bzw. einem Leitungsnetze, nur ein sehr kleiner Prozentsatz der Lampenspannung sein darf, beschränkt die Entfernungen, bis auf welche man noch Lampen in Parallelschaltung direkt speisen kann; denn mit dem Steigen der Entfernung bei gleichem Verlustsatze wachsen die Querschnitte und damit das erforderliche Leitungsmetall derart, daß die Grenze einer wirtschaftlichen Ausführung bald erreicht wird.

Um das Versorgungsgebiet einer Zentrale demnach zu vergrößern, wendet man die Verteilung mittels eigener Speiseleitungen oder Feeder an.

Die hierbei verwendete Anordnung besteht darin, daß man ein eigenes Verteilungsnetz B (Fig. 45) errichtet, von welchem die Abzweigungen zu den einzelnen Lampen ausgehen, während von der Stromquelle aus gesonderte Speiseleitungen F zu einzelnen

Punkten  $M$  des Verteilungsnetzes, den sogenannten Verteilungszentren, führen.

Dieser Grundsatz wird in zweifacher Weise zur Ausführung gebracht. Entweder sieht man lauter einzelne getrennte Verteilungsnetze vor, zu welchen je ein Feeder führt, oder man richtet ein Gesamtverteilungsnetz ein, dem sich in mehreren, von einander ziemlich gleichweit entfernten Punkten die möglichst gleich und zeitlich gleichartig belasteten Speiseleitungen anschließen.

Anstatt nun die Spannung an den Klemmen der Stromquelle konstant zu halten, reguliert man sie so, daß die Spannung

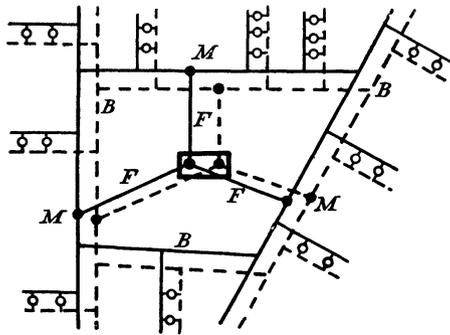


Fig. 45.

an den Verteilungszentren konstant bleibt. Zur Kontrolle der letzteren führen von diesen Punkten Prüfdrähte zur Stromquelle zurück, wo die Spannung gemessen wird.

Durch die Anwendung der Speiseleitungen ist es möglich, ein größeres Verbrauchsgebiet in wirtschaftlicherer Weise zu versorgen als bisher. Man wird die Anordnung etwa so treffen, daß im eigentlichen Verteilungsnetze etwa nur Unterschiede von etwa 2% der Spannung auftreten können. Läßt man in den Abzweigungen zu den Lampen beispielsweise noch eine Gefälle von 1% zu, so beträgt der größtmögliche Spannungsunterschied der Lampen 3%.

In den Speiseleitungen kann man hingegen ein Gefälle von 10%, ja sogar bis 20% zulassen, wenn nur die Spannung an den Verteilungszentren konstant gehalten wird.

Die Zulässigkeit hoher Spannungsgefälle in den Speiseleitungen bietet die Möglichkeit, geringere Querschnitte und daher weniger

Leitungsmetall anzuwenden, und die Folge hiervon ist, daß man größere Entfernungen wirtschaftlich beherrschen kann, als mittels des einfachen Zweileitersystemes.

Bei der Dimensionierung der Speiseleitungen ist die Berechnung auf Grund der Wirtschaftlichkeit, wie wir sie noch später allgemein erörtern werden, am Platze. Ist das Gesamtgefälle gegeben, so wird man die Querschnitte der Speise- und der Verteilungsleitungen ganz so berechnen, wie es bereits für verästelte Leitungen dargelegt worden ist, d. h. man wird wenn möglich jene Lösung suchen, welche das Minimum an aufzuwendendem Kupfer bedingt.

### 6. Ausgleichsleitungen<sup>8)</sup>.

Die Berechnung der Netze auf maximal zulässigen Spannungsverlust reicht jedoch in vielen Fällen nicht aus; es müssen vielmehr die so berechneten Leitungen für die nach Zeit und even-

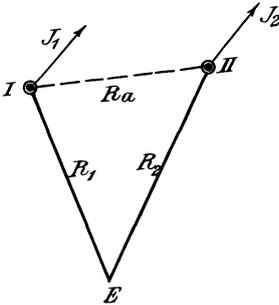


Fig. 46.

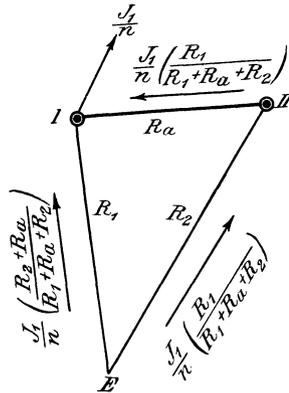


Fig. 47.

tuell auch Ort veränderliche Belastung noch auf Ausgleich geprüft werden. Unsere Betrachtungen sollen schrittweise erfolgen, sodaß wir vorerst den einfachen Fall mit zwei Speisepunkten I, II behandeln (Fig. 46). Die Zentrale möge die Spannung E konstant halten und die Widerstände der Speiseleiter  $R_1$  und  $R_2$  seien derart berechnet, daß bei Vollast der Verlust bis zu den Speise-

punkten I und II  $J_1 R_1 = J_2 R_2 = V$  sei, sodaß  $E - V = E_1$  die Knotenspannung ergibt. Denken wir uns nun die Stromabnahme  $J_1$  auf  $\frac{J_1}{n}$  vermindert, während  $J_2$  sich unverändert erhält, so wird in II die unveränderte Spannung  $E_2$  verbleiben, während I eine Erhöhung seiner Spannung um

$$\left(J_1 - \frac{J_1}{n}\right) R_1 = J_1 R_1 \left(\frac{n-1}{n}\right) = V \frac{n-1}{n}$$

erleiden wird. Wird nun I mit II durch den spannungs- und stromausgleichenden Widerstand  $R_a$  verbunden, so steigt der im

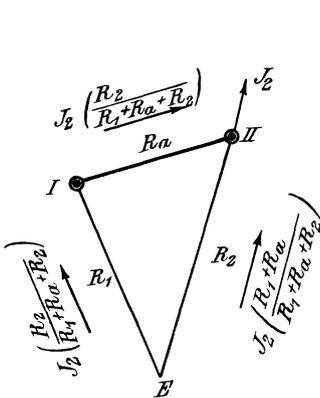


Fig. 48.

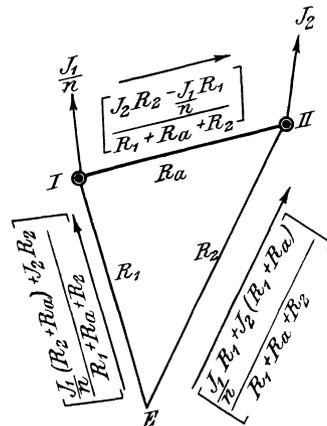


Fig. 49.

Speiseleiter  $R_1$  zufließende Strom  $\frac{J_1}{n}$  an, wodurch die Spannung des Knotens I herabgedrückt, jene des Knotens II gesteigert wird. Es gilt nun, den Zusammenhang zwischen den so hervorgerufenen Spannungsmodifikationen und dem sie verursachenden Ausgleichswiderstand festzustellen.

Die Stromverteilung ermittelt man in einfacher Weise durch Superposition, indem man die Ströme  $J_2$  und  $\frac{J_1}{n}$  nacheinander wirken läßt und die hierbei sich ergebenden Strombilder aufeinander legt (Fig. 47—49).

Die Spannung in I berechnet sich nach bereits Erörtertem zu

$$E - \left[ \frac{J_1 (R_2 + R_a) + J_2 R_2}{(R_1 + R_a + R_2)} \right] R_1$$

und jene in II zu

$$E - \left[ \frac{J_1 R_1 + J_2 (R_1 + R_a)}{(R_1 + R_a + R_2)} \right] R_2$$

und demnach der Spannungsabfall in I II als die Differenz jener beiden

$$\left[ \frac{J_2 R_2 - \frac{J_1}{n} R_1}{R_1 + R_a + R_2} \right] R_a = V \left( \frac{n-1}{n} \right) \frac{R_a}{R_1 + R_a + R_2} = v \cdot \cdot A)$$

Um die Verhältnisse klarer überblicken zu können, betrachten wir ein Zahlenbeispiel. Die Spannung der Zentrale betrage  $E = 110$  Volt, ferner sei  $J_1 = 100$  Ampère,  $J_2 = 160$  Ampère,  $V = 10$  Volt. Dann ist

$$R_1 = \frac{V}{J_1} = \frac{10}{100} = 0,1 \Omega$$

$$R_2 = \frac{V}{J_2} = \frac{10}{160} = 0,0625 \Omega.$$

Angenommen, daß die Belastung des Knotens I von 100 Ampère auf  $\frac{100}{4} = 25$  Amp. herabfiele und kein Ausgleichsleiter vorhanden wäre, so würde die Spannung in I auf  $110 - 25 \cdot 0,1 = 107,5$  Volt fallen, während die in II noch immer 100 Volt betragen würde.

Das Gefälle zwischen I und II gibt  $107,5 - 100 = 7,5$  Volt.

Nun soll ein Ausgleichswiderstand von  $R_a = 0,1$  Ohm zur Wirkung gelangen. Die Spannung in I wird dann betragen

$$110 - \left[ \frac{\frac{100}{4} (0,0625 + 0,1) + 160 \cdot 0,0625}{0,1 + 0,1 + 0,0625} \right] 0,1 = 104,66 \text{ Volt.}$$

Die Spannung in II:

$$110 - \left[ \frac{\frac{100}{4} \cdot 0,1 + 160 (0,1 + 0,1)}{0,1 + 0,1 + 0,0625} \right] 0,0625 = 101,79 \text{ Volt.}$$

Die Spannungsdifferenz zwischen I und II beläuft sich auf

104,66 — 101,79 = 2,9 Volt. Dieselbe ergäbe sich auch unmittelbar aus der Formel A) mit

$$v = 10 \cdot \frac{4 - 1}{4} \cdot \frac{0,1}{0,1 + 0,1 + 0,0625} = 2,9 \text{ Volt.}$$

Nehmen wir dagegen für den Ausgleichsleiter den Wert von  $R_a = 0,05$  Ohm an, dann haben wir für den Speisepunkt I

$$110 - \left[ \frac{\frac{100}{4}(0,0625 + 0,05) + 160 \cdot 0,0625}{0,1 + 0,05 + 0,0625} \right] 0,1 = 104 \text{ Volt}$$

und für den Speisepunkt II

$$110 - \left[ \frac{\frac{100}{4} \cdot 0,1 + 160(0,1 + 0,05)}{0,1 + 0,05 + 0,0625} \right] 0,0625 = 102,21 \text{ Volt,}$$

während darnach die Spannung zwischen I II sich auf 104 — 102,2 = 1,8 Volt beläuft.

Vor allem ersieht man aus diesem Beispiele, daß die Spannungsdifferenz an den Enden des Ausgleichsleiters sich nicht proportional mit dem Ausgleichswiderstand ändert. Im ersten Falle war  $R_a = 0,1$  Ohm und  $v = 2,9$  Volt. Im zweiten, bei der Hälfte des Widerstandswertes, nämlich 0,05 Ohm, war  $v = 1,8$  Volt. Die Hälfte des früheren Spannungsverlustes betrüge hingegen 1,45 Volt. Dieser Spannungsverlust verläuft eben als Funktion des Ausgleichswiderstandes  $R_a$ , wie Formel A) besagt, nach einer Hyperbel.

Wir hatten nämlich

$$v = V \frac{n - 1}{n} \frac{R_a}{R_1 + R_a + R_2}.$$

Da  $V$ ,  $n$ ,  $R_1$  und  $R_2$  als gegeben zu betrachten sind, so verwandelt sich die obige Gleichung in

$$v = C_1 \frac{R_a}{R_a + C_2},$$

wobei  $C_1$  das Ansteigen der Spannung im Speisepunkte I bedeutet, wenn der Ausgleichsleiter  $R_a$  nicht vorhanden, resp. sein Wert unendlich groß wäre. Für  $R_a = 0$  ist  $v = 0$  und die Hyperbel hat demnach den in Fig. 50 dargestellten Verlauf. Die negativen Ausgleichswiderstände beziehen sich auf den Fall, wo zwischen I II eine erzeugende elektromotorische Kraft auftreten würde.

Bisher wurde vorausgesetzt, daß die Spannung  $E$  der Zentrale konstant gehalten wird. Drückt man diese Spannung um einen Betrag herab und bleibt dabei die Belastung der Knoten dieselbe, so wird die Spannung der Speisepunkte I, II natürlich um denselben Betrag sinken, wobei  $v$ , die Differenz der Knotenspannungen I, II, auch unverändert bleibt. In unserem Beispiele für  $R_a = 0,1$  Ohm ergab sich bei 110 Volt Zentralenspannung die Spannung für den Speisepunkt I zu 104,66 Volt, für II zu 101,79 Volt. Sinkt nun die Zentralenspannung um 1,8 Volt auf  $110 - 1,8 = 108,2$  Volt, dann haben wir im Knoten-

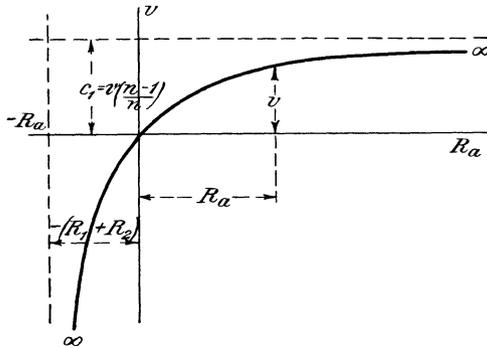


Fig. 50.

punkte II die ursprüngliche Spannung von 100 Volt, während jene im Speisepunkte I 102,9 Volt beträgt, demnach um  $v = 2,9$  Volt höher ist als in II.

Worin liegt nun der Vorteil eines Ausgleichleiters? Ohne ihn könnte im berechneten Zahlenbeispiele die Spannung von 107,5 Volt des Knotens I nur mit Zuhilfenahme eines Feederreostaten auf einen zulässigen Betrag herabgedrückt werden, wenn die ganz entsprechende Spannung des Knotens II auf 100 Volt konstant erhalten werden soll. Bei Anwendung eines Ausgleichsleiters hingegen kann die Spannungsdifferenz  $v$  bei konstant bleibender Spannung des Knotens II durch Regulierung der Zentralenspannung auf der zulässigen Höhe erhalten werden. Es ist klar, daß die Regulierung statt auf 100 Volt im Knoten II auch auf die mittlere Spannung durchgeführt werden kann, wobei in unserem Falle die Zentralenspannung  $108,2 - \frac{2,9}{2} = 106,75$  Volt,

die Spannung in I 101,45 Volt und in II 98,55 Volt beträgt. Aus der Formel

$$v = V \frac{n-1}{n} \frac{R_a}{R_1 + R_a + R_2}$$

ist ersichtlich, daß es für  $v$  und  $R_a$  gleichgültig ist, ob die Last des Knotens I ( $J_1$ ) oder jene des Knotens II ( $J_2$ ) auf den  $n$ -ten Teil herabgedrückt wird.  $J_1$  und  $J_2$  kommen nämlich in der oben genannten Formel gar nicht vor.

Betrachten wir nun ein Netz mit drei Speisepunkten I, II, III (Fig. 51) mit den drei Ausgleichsleitungen  $R_{12}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{13}$  und den Speiseleitungen  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  und sei wie zuvor  $J_1 R_1 = J_2 R_2 = J_3 R_3 = V$ , wobei  $J_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  die maximalen Belastungen der Speisepunkte bedeuten. Ändert sich die Belastung der Knoten, dann werden sich auch die Spannungen der Knotenpunkte ändern, sofern die Spannung der Zentrale C konstant erhalten wird. Nach der in I. Kap. 3 entwickelten Spannungsmethode erhalten wir, indem wir die Spannung der Zentrale einfachheitshalber als Null annehmen, das folgende Gleichungssystem:

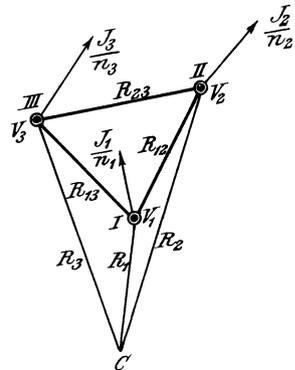


Fig 51.

$$\left. \begin{array}{l} \text{für I:} \quad \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_{12}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{13}} = -\frac{J_1}{n_1} \\ \text{für II:} \quad \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_1}{R_{12}} + \frac{V_2 - V_3}{R_{23}} = -\frac{J_2}{n_2} \\ \text{für III:} \quad \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_3 - V_1}{R_{13}} + \frac{V_3 - V_2}{R_{23}} = -\frac{J_3}{n_3} \end{array} \right\} \dots M)$$

Sind  $\frac{J_1}{n_1}$ ,  $\frac{J_2}{n_2}$ ,  $\frac{J_3}{n_3}$ , ferner  $R_1, R_2, R_3, R_{12}, R_{13}, R_{23}$  gegeben, dann läßt sich  $V_1, V_2$  und  $V_3$ , demnach auch  $(V_1 - V_2)$ ,  $(V_1 - V_3)$  und  $(V_2 - V_3)$  bestimmen. Handelt es sich um die Dimensionierung der Ausgleichswiderstände  $R_{12}$ ,  $R_{13}$  und  $R_{23}$ , dann müssen  $\frac{J_1}{n_1}$ ,  $\frac{J_2}{n_2}$ ,  $\frac{J_3}{n_3}$ ,  $R_1, R_2, R_3$ , ferner  $V_1, V_2$  und  $V_3$  gegeben sein, um aus M) die Ausgleichswiderstände ermitteln zu können. In der Praxis sind jedoch die Spannungen  $V_1, V_2$  und  $V_3$  nicht ge-

geben. Für diese haben wir die folgenden Bedingungsgleichungen:

$$(V_1 - V_2)_{\max} = (V_1 - V_3)_{\max} = (V_2 - V_3)_{\max} = v.$$

Die Schwierigkeit in der Dimensionierung der Ausgleichswiderstände  $R_{12}$ ,  $R_{13}$  und  $R_{23}$  liegt nun in dem Umstande, daß die Maxima der Spannungsdifferenzen zwischen den Speisepunkten nicht gleichzeitig auftreten. Wird z. B. bei Vollast von II gleich  $J_2$  und III gleich  $J_3$  der Knoten I auf  $\frac{J_1}{n_1}$  entlastet, so kann trotz  $(V_1 - V_2)_{\max} = (V_1 - V_3)_{\max} = v$  gleichzeitig  $(V_2 - V_3)$  sehr gering und zufälligerweise auch 0 sein. Nehmen wir nun diesen Fall an, dann können wir aus M)  $R_{12}$  und  $R_{13}$  ermitteln. Substituieren wir in das Gleichungssystem M) die obigen Werte, dann erhalten wir:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{V_1}{R_1} + \frac{v}{R_{12}} + \frac{v}{R_{13}} = -\frac{J_1}{n_1} \\ \frac{V_2}{R_2} - \frac{v}{R_{12}} + 0 = -J_2 \\ \frac{V_2}{R_3} - \frac{v}{R_{13}} + 0 = -J_3 \\ V_1 - V_2 = v \end{array} \right\} \dots \dots \dots M_1)$$

Das System  $M_1)$  enthält vier unabhängige Gleichungen mit vier Unbekannten:  $\frac{1}{R_{12}}$ ,  $\frac{1}{R_{13}}$ ,  $V_1$  und  $V_2$ , woraus sich die gesuchten Widerstände  $R_{12}$  und  $R_{13}$  berechnen lassen.

Wiederholen wir diese Rechnung für den Knoten II mit  $\frac{J_2}{n_2}$  Belastung bei Vollast der übrigen, dann ergeben sich  $R_{23}$  und  $R_{12}$ . In gleicher Weise finden sich für  $\frac{J_3}{n_3}$ ,  $J_1$  und  $J_2$  die Werte  $R_{13}$  und  $R_{23}$ . Wir erhalten demgemäß im allgemeinen für je einen Ausgleichsleiter zwei Widerstandswerte, sofern  $n_1$ ,  $n_2$  und  $n_3$  ungleich sind. Von diesen zwei Werten des Ausgleichsleiters wird dann der vom geringeren Widerstand beibehalten.

Die entwickelte Methode ließe sich auch auf Netze mit  $n$  Speisepunkten, demnach mit  $\frac{n(n-1)}{2}$  Ausgleichsleitern, verallgemeinern. Da jedoch in praktischen Netzen die Verteilungs-

leiter selbst zum Teil den Ausgleich versehen, wird man im allgemeinen von einer derartigen umfangreichen Rechnung Abstand nehmen können.

Die entwickelte Methode soll an einem Zahlenbeispiele mit drei Speisepunkten erläutert werden. Das Verteilungsnetz ist für eine Vollast von 100 Ampère in I, von 120 Ampère in II und 150 Ampère in III dimensioniert. Die Speiseleitungen C I, C II und C III sind auf 12 Volt Verlust berechnet, wobei die Normalspannung der Speisepunkte 100 Volt beträgt. Für die Speiseleitungen finden sich dann:

$$R_1 = \frac{12}{100} = 0,12 \Omega, \quad R_2 = \frac{12}{120} = 0,1 \Omega,$$

und

$$R_3 = \frac{12}{150} = 0,08 \Omega.$$

Die Belastung des Netzes ist derartig, daß bei Vollast zweier Knoten der dritte mit der Hälfte seiner Maximalbelastung beansprucht wird. Es sind drei Ausgleichsleitungen zu legen, welche derart dimensioniert werden sollen, daß auch bei dieser Belastung zwischen den Speisepunkten höchstens 1 Volt Spannungsdifferenz auftreten kann. Für die Belastung

$$\frac{J_1}{2} = \frac{100}{2} = 50, \quad J_2 = 120 \quad \text{und} \quad J_3 = 150 \text{ Amp.},$$

$v = 1$  Volt und  $R_1 = 0,12 \Omega$ ,  $R_2 = 0,1 \Omega$  und  $R_3 = 0,08 \Omega$  haben wir aus  $M_1$ )

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{0,12} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13}} &= -50 \\ \frac{V_2}{0,1} - \frac{1}{R_{12}} &= -120 \\ \frac{V_2}{0,08} - \frac{1}{R_{13}} &= -150 \\ V_1 - V_2 &= 1 \end{aligned}$$

die Werte  $R_{12} = 0,074 \text{ Ohm}$ ,  $R_{13} = 0,0592 \text{ Ohm}$

$$V_1 = -9,65 \text{ Volt} \quad \text{und} \quad V_2 = -10,65 \text{ Volt.}$$

Für die Belastung

$$J_1 = 100, \quad J_2 = \frac{120}{2} = 60 \quad \text{und} \quad J_3 = 150 \text{ Amp.}$$

finden wir aus

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{0,12} - \frac{1}{R_{12}} &= -100 \\ \frac{V_2}{0,1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23}} &= -60 \\ \frac{V_1}{0,08} - \frac{1}{R_{23}} &= -150 \\ V_2 - V_1 &= 1 \end{aligned}$$

die Widerstände  $R_{12} = 0,074 \Omega$  und  $R_{23} = 0,0493 \Omega$ .

Es erübrigt noch, den in Fig. 52 dargestellten Fall, bei welchem der Ausgleichsleiter zugleich die Verteilung besorgt, zu untersuchen. Dieser ist dadurch gekennzeichnet, daß zwischen den Speisepunkten I und II in a ein Abnehmer J vorhanden ist. Es sei  $I II = L$  Meter und  $I a = l$  Meter.

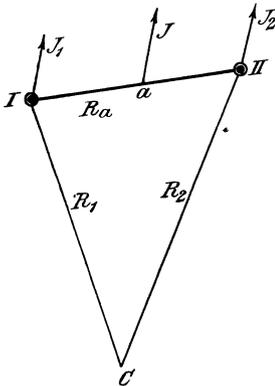


Fig. 52.

Werfen wir die Stromabnahme J auf die Speisepunkte, dann wird in I  $J_1 + J \frac{L-l}{L}$ , in II  $J_2 + J \frac{l}{L}$  abgenommen. Die Speiseleitungen sind demnach derart zu dimensionieren, daß

$$\left( J_1 + J \frac{L-l}{L} \right) R_1 = \left( J_2 + J \frac{l}{L} \right) R_2 = V$$

sei. Vermindert sich nun bei Vollast des zweiten Speisepunktes die eigentliche Belastung des ersten von  $J_1$  auf  $\frac{J_1}{n}$ , dann ist  $R_a$  derart zu bestimmen, daß bei Belastung des ersten Knotens mit

$$\left( \frac{J_1}{n} + J \frac{L-l}{L} \right)$$

und des zweiten mit

$$\left( J_2 + J \frac{l}{L} \right)$$

die Spannungsdifferenz zwischen I, II einen zulässigen Betrag, gleich  $v$  Volt, nicht überschreite. Aus dieser Bedingung findet sich ein Wert für  $R_a$  und, da  $L$  gegeben ist, auch der Querschnitt des Ausgleichsleiters. Da jedoch dieser auch ein Verteilungsleiter ist,

muß der bereits gefundene Querschnitt dahin kontrolliert werden, ob der Spannungsverlust in I a bzw. in II a die für die Verteilungsleiter zulässigen  $v'$  Volt nicht etwa überschreitet. Ist dies der Fall, so muß der berechnete Ausgleichsleiterquerschnitt entsprechend vergrößert werden.

Wenn die Belastungsänderungen der Speisepunkte so vor sich gehen, daß dabei das gegenseitige Verhältnis der Lasten dasselbe bleibt, so kann die so entstandene Spannungsschwankung (Erhöhung) durch alleinige Regulierung der Zentralenspannung eliminiert werden, wobei nach erfolgter Regulierung die Speisepunkte die gleiche Spannung haben. Wenn jedoch die gleichzeitige Belastungsveränderung (Verminderung) in den Abnehmern nicht proportional vor sich geht, dann müssen in den einzelnen Speiseleitungen entweder Widerstandsregler angebracht werden, oder es müssen Ausgleichsleitungen vorgesehen werden. In einem Netze, welches genügend belastungsveränderlich oder löschar ist, reguliert man in der Zentrale auf eine konstante mittlere Netzspannung der Speisepunkte. Die dabei auftretenden Spannungsdifferenzen zwischen den Speisepunkten werden die zulässige Spannungsdifferenz  $v$ , welche eben für die Berechnung der Ausgleichsleiter angenommen wurde, nicht überschreiten dürfen. Vorsichtige Praktiker werden allerdings bei Glühlampen lieber die Regulierung auf den Speisepunkt mit der niedrigsten Spannung vornehmen lassen.

Die Messung der mittleren Netzspannung kann mit ausreichender Genauigkeit mittels eines einzigen Voltmeters mit hohem Zusatzwiderstande bewerkstelligt werden.

### **7. Asymmetrische Belastung des Dreileiter-(Gleichstrom)-Systems.**

Werden die beiden Hälften des Dreileitersystems in gleicher Weise nach Ort und Zeit belastet, dann führt der Mittel- oder Nulleiter keinen Strom. Bei ungleichmäßiger Belastung der zwei Netzhälften führt der Mittelleiter die Differenz der Belastungen und der Spannungsabfall im Mittelleiter fällt der stärker belasteten Netzhälfte als Spannungsverlust, der schwächer belasteten als Spannungsgewinn zu.

Um die Funktion des Mittelleiters bei ungleichmäßiger Belastung klar überblicken zu können, sei das folgende Zahlenbeispiel gewählt.

Es mögen zwei Luster, I und II, mittels einer 60 m langen Leitung an ein Netz mit  $100 + 100 = 200$  Volt Spannung angeschlossen werden (Fig. 53). Jeder Luster enthält 20 Stück 16-kerzige Glühlampen, welche in zwei Gruppen geschaltet sind. Wir nehmen den Querschnitt der Seitenleiter mit  $4 \text{ mm}^2$ , jenen des Mittelleiters mit  $2,5 \text{ mm}^2$  an. Sind beide Luster eingeschaltet, dann ist der Mittelleiter stromlos und es berechnet sich dann der Spannungsverlust in den Außenleitern zu  $\frac{10 \cdot 60}{30 \cdot 4} = 5$  Volt, wovon 2,5 Volt auf

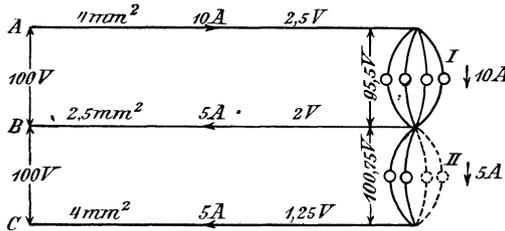


Fig. 53.

den einen, 2,5 Volt auf den anderen entfallen, sodaß die Lampenspannung  $100 - 2,5 = 97,5$  Volt beträgt.

Wird nun eine Gruppe eines Lusters ausgeschaltet, dann führt der Mittelleiter die Differenz der Belastung der zwei Netzhälften, hier  $10 - 5 = 5$  Ampère. Bezeichnen wir die Spannungsabfälle in den Leitungen A, B, C mit  $v_A$ ,  $v_B$ ,  $v_C$ , dann ergibt sich

$$v_A = \frac{10 \cdot 60}{60 \cdot 4} = 2,5 \text{ Volt}, \quad v_B = \frac{5 \cdot 60}{60 \cdot 2,5} = 2 \text{ Volt},$$

$$v_C = \frac{5 \cdot 60}{60 \cdot 4} = 1,25 \text{ Volt}.$$

Da im vorliegenden Falle die erste Netzhälfte die stärker belastete ist, bedeutet für dieselbe das Spannungsgefälle im Mittelleiter  $v_B = 2$  Volt einen Spannungsverlust und die Spannung am Ende der ersten Netzhälfte beträgt  $100 - (v_A + v_B) = 100 - (2,5 + 2) = 95,5$  Volt. Die zweite Netzhälfte ist die

schwächer belastete und bedeutet demnach für dieselbe das Spannungsgefälle im Mittelleiter  $v_B = 2$  Volt eine Spannungssteigerung, sodaß die Spannung am Ende der zweiten Netzhälfte  $100 - (v_C - v_B) = 100 - (1,25 - 2) = 100,75$  Volt beträgt, gegenüber 100 Volt am Anfange der Leitung.

Aus dem angeführten Beispiel ist klar zu ersehen, daß beim ungleich belasteten Dreileitersystem die Spannung am Ende der schwächer belasteten Netzhälfte höher sein kann als am Anfang derselben Netzhälfte. Dies wird immer zutreffen, wenn das Spannungsgefälle im Mittelleiter dasjenige im Außenleiter der schwächer belasteten Netzhälfte übertrifft.

Wenn wir demnach für eine angenommene ungleiche Belastung den Querschnitt des Mittelleiters im Dreileitersystem verringern, d. h. seinen Widerstand erhöhen, dann wird die Spannung der stärker belasteten Netzhälfte fallen, jene der schwächer belasteten steigen. Den Grenzfall bildet der unterbrochene (ausgeschaltete) Mittelleiter und dann verhalten sich die Spannungen an den Enden der zwei Netzhälften umgekehrt wie die betreffenden Belastungen.

Würde z. B. bei der in Fig. 53 dargestellten Belastung der Mittelleiter unterbrochen, dann würden die Lampen des ersten Lusters mit denen des zweiten in Serie geschaltet werden. Der Widerstand der ersteren beträgt etwa  $\frac{100}{10} = 10$  Ohm, jener der letzteren  $\frac{100}{5} = 20$  Ohm, also der Widerstand beider in Serie 30 Ohm und der hindurchfließende Strom  $\frac{200}{30} = 6,67$  Amp. Der Spannungsverlust in den Außenleitern berechnet sich dann zu  $\frac{6,67 \cdot 60}{30 \cdot 4} = 3,3$  Volt, also die Spannung am Ende der Leitung  $200 - 3,3 = 196,7$  Volt, welche sich auf die Serie in geradem Verhältnis zu ihren Einzelwiderständen verteilen. Also  $e_I : e_{II} = 10 : 20$ , wobei  $e_I + e_{II} = 196,7$ . Daraus ergibt sich  $e_I = 65,5$ ,  $e_{II} = 131$  Volt. Demnach würden die Lampen des ersten Lusters zufolge der Unterbrechung des Mittelleiters die Spannung von 65,7 Volt, die Lampen des zweiten hingegen 131 Volt bekommen, was ein rasches Zugrundegehen dieser Lampen zur Folge hätte.

Den Mittelleiter mit einer Schmelzsicherung zu versehen, stünde daher in Widerspruche mit seinem Zwecke, da ja der

Mittelleiter eben deshalb vorhanden ist, um den Ausgleichstrom unter allen Umständen zu führen. Die Sicherheitsvorschriften des V. D. E. verbieten demnach das Anbringen von Schmelzsicherungen ebenso, wie anderer selbsttätiger Stromunterbrecher im Mittelleiter.

Wir sahen, daß die im Mittelleiter entstehende Spannungsdifferenz für die stärker belastete Netzhälfte als Spannungsverlust, für die schwächer belastete als (zusätzlicher) Spannungsgewinn auftritt. Dieser Einfluß soll nun analytisch erörtert werden.

Die zugeführte Spannung betrage  $V$  Volt, der Widerstand der Außenleiter  $R$ , der des Mittelleiters  $r$  und der Widerstand der Konsumenten  $\varrho_1$  und  $\varrho_2$  (Fig. 54).

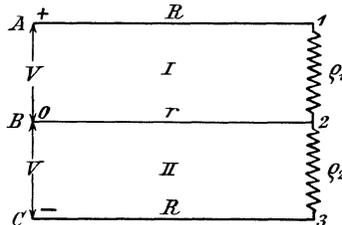


Fig. 54.

Wirkt nun die Spannung  $V$  nur in der ersten Netzhälfte, dann fließt durch  $R$ ,  $\varrho_1$  und  $r$  der Strom

$$J_1 = \frac{V}{R + r + \varrho_1}.$$

Wirkt die Spannung  $V$  nur in der zweiten Netzhälfte, dann fließt durch  $r$ ,  $\varrho_2$  und  $R$  der Strom

$$J_2 = \frac{V}{R + r + \varrho_2}.$$

Wirkt endlich die Spannung  $V$  in beiden Netzhälften gleichzeitig, dann fließt in  $\overline{A1}$  der Strom  $J_1$ , in  $\overline{3C}$  der Strom  $J_2$  und in  $\overline{2B}$  der Strom  $J_1 - J_2$ .

Das Spannungsgefälle in  $\overline{A1}$  und  $\overline{B2}$  ist

$$v_1 = J_1 R + (J_1 - J_2) r \dots \dots \dots 1)$$

Das Spannungsgefälle in  $\overline{B2}$  und  $\overline{C3}$  ist

$$v_2 = -(J_1 - J_2) r + J_2 R \dots \dots \dots 2)$$

Wenn nun  $\varrho_1 < \varrho_2$  ist, dann wird  $(J_1 - J_2) > 0$ , also jedenfalls  $v_1 > 0$ . Dagegen kann unter derselben Bedingung  $v_2 \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0$  sein.

Im letzten Fall,  $v_2 < 0$ , beträgt dann die Spannung zwischen den Punkten 2 und 3:  $V + v_2$  gegenüber der Anfangsspannung  $V$ .

Aus der Differenz von 1) und 2) geht auch hervor, daß bei gegebenen Belastungen  $J_1$  und  $J_2$  die Ungleichheit größer wird mit zunehmendem  $r$ , also mit kleinerem Querschnitt des Mittelleiters. Die größte Spannungssteigerung tritt ein bei  $r = \infty$ .

Es erübrigt noch für ein gegebenes  $R$  und  $r$  bei veränderlicher Belastung das Spannungsbild zu betrachten. Sinkt etwa  $\varrho_1$  bei konstant bleibendem  $\varrho_2$ , dann wird  $v_1$ , wie aus Gleichung 1) hervorgeht, wachsen, da  $J_1$  die Größe  $\varrho_1$  im Nenner enthält. Für  $\varrho_1 = 0$ , also bei einem Kurzschluß am Ende der ersten Netzhälfte, beträgt dann

$$v_1 = V \frac{R + \varrho_2}{R + r + \varrho_2}$$

und

$$v_2 = V \left( \frac{R + r}{R + r + \varrho_2} - \frac{r}{R + r} \right).$$

Das rätselhafte Aufblitzen von Lampen bei Dreileitersystemen ist demnach den zeitweiligen Stromüberlastungen, etwa durch Kurzschlüsse in einer Netzhälfte, zuzuschreiben. Dieses Aufleuchten wird desto stärker erfolgen, je größer der Widerstand des neutralen Leiters ist, wie sich aus der Diskussion des letzten Ausdruckes ergibt<sup>9)</sup>.

Das Spannungsdiagramm einer ungleich belasteten Dreileiterstrecke ist in den Figuren 55, 56 und 57 dargestellt, wobei die gebrochenen Linien I, II, III den Verlauf des Spannungsfalles in den Leitern A, B und C veranschaulichen. Trägt man nämlich (Fig. 56) die Ströme  $J_1$  bis  $J_5$  in einem beliebigen einheitlichen Maßstab als Kräfte auf, dann ergeben sich unter Benützung eines Polabstandes  $q\varrho$  die Linien I und III (Fig. 55) als zugehörige Seilpolygone.

In gleicher Weise konstruiert man (Fig. 57) das Strom-(Kräfte-)polygon für den Leiter B, indem man die Ströme  $J_1$  bis  $J_5$ , beim Punkte 1 beginnend, ihrer Richtung nach aufträgt, im letzten Punkt 5 den Polabstand  $q'\varrho$  ansetzt und das zugehörige

Spannungs-(Seil-)polygon, Linie II, zeichnet. Die vertikalen Abstände zwischen I und II bedeuten die Spannungen der oberen Netzhälfte, die Abstände zwischen II und III die Spannungen der unteren Netzhälfte<sup>10)</sup>. (Über die hier angegebene graphische Methode s. Bd. I, S. 288.)

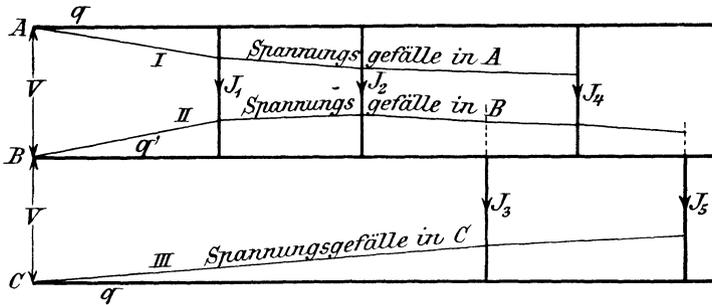


Fig. 55.

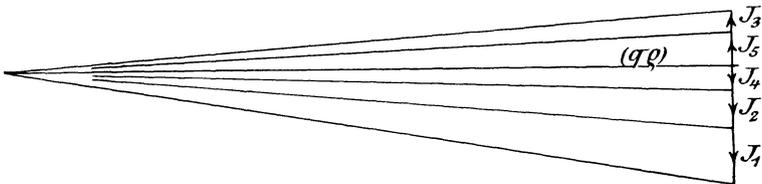


Fig. 56.

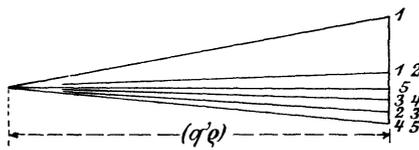


Fig. 57.

### 8. Erdung des Mittelleiters bei Dreileiteranlagen.

Wenn in einem Leitungssystem alle Leitungen vollkommen isoliert sind, werden Stromübergänge zur Erde nicht stattfinden können. Nun ist dieser Zustand aber auf die Dauer in einem Betriebe nicht aufrecht zu erhalten. Die zahlreichen Muffen, Ver-

bindungskästen, Hausanschlüsse und Anschlußteile im Hause werden den Isolationswert der ganzen Anlage erheblich herabdrücken, selbst wenn das Kabelnetz an sich gut isoliert ist. So ergab sich bei Messung an einem Außenleiter nach Abnahme aller Hausanschlüsse ein Isolationswiderstand von wenigen tausend Ohm pro km Kabel; als aber der feuchtgewordene Endverschluß in dem Warmhause eines Gärtners entfernt wurde, zeigte das Kabel einen Isolationswiderstand von mehreren tausend Megohm pro km. Ein einziger schadhafter Endverschluß oder ein mangelhaft isolierter Hausanschluß genügt also, um den Isolationswiderstand eines ganzen Kabelnetzes sehr wesentlich herunter zu drücken.

Jeder Isolationsfehler im Außenleiter eines Dreileiterkabels wird nun Stromfäden nach dem Mittelleiter senden und da dieser selbst, auch wenn er anfangs vollkommen isoliert verlegt war, im Laufe der Zeit kleinere oder größere Isolationsfehler aufweisen wird, wird das Erdreich an verschiedenen Stellen von vielen schwachen Stromfäden durchzogen werden. Im ganzen Gebiet dieses Spannungsausgleichs werden also schwache Stromfelder vorhanden sein, die jedoch bei ordnungsgemäß ausgeführten Hausanschlüssen und gut isolierten Kabeln zu schwach sind, um bei den benachbarten Fernsprechleitungen die Anrufklappen auszulösen oder den Wecker zum Ansprechen zu bringen<sup>11)</sup>. Die bei ordnungsmäßig ausgeführten Hausanschlüssen unvermeidliche Herabminderung der Gesamtisolierung reicht also nicht aus, Telephonstörungen zu bewirken. Treten jedoch in einem Außenleiter und in einem isolierten Mittelleiter an einer oder mehreren Stellen Fehler auf, so nimmt die Zahl und Stärke der Stromfelder mit der Zahl der Fehler zu und es werden Telephonstörungen durch Klappenfall in großem Umfang eintreten. Und tritt schließlich zwischen einem ursprünglich isolierten Mittelleiter und einem schadhaft gewordenen Außenleiter ein Kurzschluß auf, so wird das Dreileitersystem einseitig belastet, der Mittelleiter selbst weist infolge des ihn durchfließenden Stromes einen Spannungsabfall auf und es werden in der Nähe der Kurzschlußstelle plötzlich Verdichtungen des Stromfeldes auftreten. Die Telephonstörungen brauchen hierbei nicht notwendig einen großen Umfang anzunehmen. Die Größe der Störung durch Klappenfall hängt hier vielmehr ganz davon ab, wie die Kurzschlußstelle zu den Erdleitungen der Fernsprechanschlüsse gelegen ist. Dagegen kann

hier, ehe der Kurzschluß sich ausgebildet hat, eine andere, unangenehmere Art der Telephonstörung sich bemerkbar machen. Wenn nämlich die Stromfelder schwach, aber dauernd von solcher Stärke sind, daß sie ausreichen, um die Klappen zur Auslösung zu bringen und die Spulen magnetisiert zu halten, dann entsteht der sogenannte Dauerstrom, der eine Verständigung schon deshalb unmöglich macht, weil in einem großen Fernsprechamte nicht leicht festzustellen ist, ob die Relais durch Erdströme oder durch die normale Benutzung magnetisiert sind. Sind schließlich bei isoliertem Mittelleiter Fehler an einem Außenleiter vorhanden, so werden sie einerseits starke Telephonstörungen, andererseits infolge des durch die Erde vermittelten Kurzschlusses mit der ganzen Spannung zwischen den Außenleitern heftige thermische Erscheinungen an den der Kurzschlußstelle benachbarten Metallmassen hervorrufen.

Ist nun der ganze Mittelleiter blank verlegt, so entfällt zunächst der überaus störende Dauerstrom bei Telephonanlagen, da jeder Erdschluß eines Außenleiters in einen Kurzschluß ausartet.

Es werden infolge des dabei auftretenden Stromstoßes mehr Klappenfälle erfolgen, als beim Kurzschluß eines isolierten Mittelleiters, aber diese sind dem Dauerstrom gegenüber als das kleinere, weniger störende Übel zu betrachten. Die Wirkungen des Erdschlusses beider Außenleiter auf Telephonstörungen sind natürlich von der Art der Verlegung des stellenweise oder überall an Erde liegenden Mittelleiters fast unabhängig, während die thermischen Wirkungen auf den vierten Teil verringert werden, sobald der Mittelleiter durchweg blank an Erde liegt.

Im Berliner Lichtnetz, das anfänglich mit 110 Volt als Zweileiteranlage betrieben und dann unter Verwendung des stellenweise schadhafte negativen Leiters als Mittelleiter in ein Dreileiternetz umgewandelt wurde, betrug im Jahre 1893 die Gesamtlänge der Leitungen etwa 700 km, die Gesamtfläche des Beleuchtungsgebietes etwa 7 qkm und der Isolationswiderstand des ganzen Netzes etwa 13 Ohm, entsprechend einem dauernden Stromübergang von etwa 8 Ampère von jedem Außenleiter nach der Erde. Diesen Zahlen kommt absoluter Wert nicht zu; sie sind nur beispielsweise angeführt, um zu zeigen, welche Werte noch vorkommen können.

Da nun beim blanken Mittelleiter die Gefahren eines Kurzschlusses, soweit Anschmelzungen der Kabel, Muffen oder benachbarten Rohre und Kabelleitungen in Betracht kommen, entsprechend der um die Hälfte verringerten Maximalspannung, auf ein Viertel reduziert sind, da ferner beim Erdschluß eines Außenleiters und blankem Mittelleiter nur ein kleineres Gebiet mit Telephonstörungen durch Auslösen der Klappen heimgesucht wird und Störungen durch lang andauernde, schwache Erdströme (mit einer Spannung von etwa 1—2 Volt), wie sie beim isolierten Mittelleiter vorkommen können, nicht auftreten, hat der Berliner Magistrat die Erdung des Mittelleiters seit 1894 vorgeschrieben. Der Verband deutscher Elektrotechniker hat in Anerkennung der oben auseinandergesetzten Erwägungen seit 1899 bestimmt<sup>12)</sup>, daß, entgegen den Gepflogenheiten mancher anderen Länder, der neutrale Mittelleiter von Gleichstromdreileiteranlagen geerdet werden muß, sofern die effektive Gebrauchsspannung zwischen den zwei Außenleitern 500 Volt nicht überschreitet. Gleichzeitig ist festgesetzt worden, daß die neutralen oder Nulleitungen, wie überhaupt alle betriebsmäßig geerdeten Leitungen keine Sicherungen erhalten dürfen<sup>13)</sup>.

Diese Bestimmung ist nötig. Denn sonst wäre es nicht sicher zu vermeiden, daß bei einem Kurzschluß zwischen einem Außenleiter und einem Mittelleiter die Sicherung in diesem abschmilzt. Tritt z. B. der Kurzschluß zwischen dem positiven und dem Mittelleiter auf und schmilzt die Sicherung im + Leiter, so wird die — Hälfte des Systems ruhig weiter arbeiten und Strom zu liefern vermögen. Schmilzt aber die Sicherung im Mittelleiter, so ist zwar die Wirkung des Kurzschlusses auf die Dynamo aufgehoben, er selbst kann aber bestehen bleiben. Die Lampen der negativen Hälfte würden mit der doppelten normalen Spannung beansprucht werden können und deshalb explosionsartig zu Grunde gehen. Ist aber nach dem Durchschmelzen der Mittelleitersicherung der Kurzschluß behoben, so treten trotzdem störende Erscheinungen zutage. Die Gesamtspannung  $2E$  verteilt sich jetzt auf die hintereinander geschalteten Glühlampengruppen in solcher Weise, daß der sie durchfließende Strom  $J$  den Widerständen proportionale Spannungsgefälle in ihnen erzeugt. Verhalten sich die Widerstände wie  $1:2$ , so durchfließt bei normalem Betrieb ein Strom  $J_1 - J_2 = \frac{1}{2}J_1$  den Mittelleiter im Sinne des

schwächeren Stromes  $J_2$ . Jetzt aber wird der resultierende Strom offenbar  $\frac{2E}{3R} = \frac{2}{3} J_1$ .

Die Lampen des stärker belasteten Stranges werden im vorliegenden Falle also zu dunkel brennen, die der schwächer belasteten Netzhälfte werden überanspruchert werden und vielleicht zu Grunde gehen. Um allen diesen Möglichkeiten tunlichst aus dem Wege zu gehen, werden Sicherungen im Mittelleiter nicht angeordnet. Immerhin können Unterbrechungen des Mittelleiters auch dadurch zustande kommen, daß Kabel oder Muffen schadhaft werden und bei dem hierbei auftretenden Kurzschluß der Mittelleiter auf ein Stück durchgebrannt wird<sup>14</sup>). In einem solchen Falle würde bei isoliertem Mittelleiter der Übergangswiderstand zu dem als nahezu widerstandslos anzusehenden Erdreich mit seinen Rohr- und Metallmassen, von da zum anderen Ende des durchgebrannten Mittelleiters so groß werden, daß die soeben geschilderten Erscheinungen in verringertem Maße auftreten könnten. Beim blanken Mittelleiter jedoch sind uns verschiedene Fälle bekannt, wo Dreileiteranlagen trotz des durchgebrannten Mittelleiters, wenigstens auf der unbeschädigten Netzhälfte, gut arbeiteten, während der andere Außenleiter durch Kurzschluß und nachfolgende Unterbrechung ausgeschaltet war. Beim blanken Mittelleiter sind eben die Übergangswiderstände zur Erde erheblich kleiner als bei dem mangelhaft isolierten.

Wichtig ist die Überlegung, daß der Mittelleiter in seiner ganzen Länge nur bei durchweg gleicher und an gleicher Stelle liegender Belastung beider Netzhälften stromlos wird, sonst aber nur streckenweise keinen Strom führt. Da dieser Zustand aber nie dauernd erreichbar ist, wird der Mittelleiter, falls er selbst zu einem Netze verzweigt ist, in einzelnen Teilen stromlos sein, in anderen Strom zur Zentrale führen, in anderen Strom von ihr entnehmen. Es ist also nötig, das Mittelleiternetz in bekannter Weise einer Kontrolle über seine Strom- resp. Spannungsverteilung zu unterziehen und jedenfalls dafür zu sorgen, daß die Spannungsverluste im Mittelleiter klein werden. In einem blanken Mittelleiter, der ein reich besetztes und mit Erdleitung versehenes Telephongebiet durchzieht, müßte man dafür sorgen, daß die Verluste ganz besonders klein werden. Nimmt man als oberen Grenzwert des Verlustes in den Außenleitern  $p\%$  der

Spannung  $2E$  an, als maximale Differenz der Belastung der beiden Netzhälften  $d\%$  an, so würde bei vollkommen gleicher Länge und gleichem Querschnitt von Mittelleiter und Außenleitern der Verlust im Mittelleiter  $\frac{p \cdot d \cdot E}{10\,000}$  Volt sein, bei halbem Querschnitt des Mittelleiters also kleiner als  $\frac{p \cdot d \cdot E}{5\,000}$  Volt.  $p$  wird kaum jemals größer als  $10\%$  (außer bei Speiseleitungen, die man nur selten mit Mittelleiter ausrüstet) sein;  $d$  beträgt bei großen und gut geleiteten Zentralen mit Dreileiteranschlüssen für alle großen und mittleren Abnehmer und mit Umschaltern von einer Netzhälfte auf die andere nur etwa  $2-5\%$ , bei mittleren und kleinen Zentralen etwa  $10-20\%$ . Bei einer Anlage mit  $2 \times 250$  Volt,  $p = 5\%$ ,  $d = 10\%$ , wird also bei halbem Querschnitt des Mittelleiters sein Verlust schon  $5 \cdot 10 \cdot 500 : 5000 \leq 5$  Volt sein. Dieser Wert ist wegen der ungünstigen Annahme für  $p$  und  $d$  hoch, eigentlich zu hoch. Nun tritt bei einem gut disponierten Netz der Maximalwert von  $d$  niemals bei voller, sondern stets bei schwacher Belastung auf; dann ist aber  $p$  niemals  $5\%$ , sondern bei normalen Anlagen etwa  $2\%$  bei voller, etwa  $0,5\%$  bei  $\frac{1}{4}$  Belastung. Unter diesen Annahmen sinkt der Verlust im Mittelleiter auf etwa  $0,5$  Volt und damit schwindet die Möglichkeit des Auftretens von störenden Erdströmen aus ihm oder nach ihm fast vollständig.

Die Art der Ausführung des blanken Mittelleiters im ganzen Netz ist verschieden. Man kann ihn bis in die Häuser selbst einführen, darf aber dann dort auch für ihn keine Sicherungen anbringen; oder man kann ihn nur noch als Verteilungsdraht benutzen, indem man in die Häuser selbst zwei getrennte Zweileiteranschlüsse einführt, den Mittelleiter also in zwei parallele Teile spaltet. Diese können dann in normaler Weise zweipolig gesichert werden; oder man kann ihn im Innern der Häuser isoliert und ohne Sicherung verlegen, läuft dann aber Gefahr, daß bei Änderungen oder Erweiterungen die Leitungen zufällig vertauscht und die einpoligen Sicherungen im Mittelleiter untergebracht werden.

Auch die Anordnung des blanken Mittelleiters im Netz kann verschiedenartig sein. Man kann ein dem Außenleiternetz völlig kongruentes Netz verlegen, das dann mit Querschnitten von  $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$  der Außenleiter versehen, für die dünneren Querschnitte aber schon

deshalb verstärkt wird, weil man Drähte unter  $10 \text{ mm}^2$  nicht gern blank in den Erdboden legt. Unter  $4 \text{ mm}^2$  verzinkt darf man ihn nicht wählen. Oder man kann ein besonderes Netz ausbilden, das einfacher als jenes der Außenleiter ist und dessen einzelne Stränge jeweils mehreren Außenleitern entsprechen. Man kann insbesondere die Speiseleitungen zu den einzelnen Speisepunkten nur als Zweileiterkabel durchführen und das Mittelleiternetz dann mit einer starken, blanken Kabelleitung oder mit mehreren blanken Kabeln oder Drähten an die neutrale Schiene der Zentrale anschließen. Dann erfordert dieses Netz natürlich besondere Rechnung unter der Annahme der maximal in ihm auftretenden Belastung, die weder zeitlich noch örtlich mit der maximalen Belastung der Außenleiter zusammenfallen wird. In der Praxis wird diese Berechnung des Abfalls im Mittelleiter wohl meistens unterlassen. Dies erscheint erklärlich, wenn man bedenkt, daß die Annahme der möglichen Löschungen und Abschaltungen im Netz erforderlich ist, um die Maximalbelastung des Mittelleiternetzes ermitteln zu können. Man scheut diese immerhin unsicheren Annahmen und begnügt sich damit, die Querschnitte des Netzes in ein bestimmtes Verhältnis zu denen des Außenleiters zu bringen.

Theoretisch ist das Problem der Ermittlung der genauen Stromverteilung im Mittelleiternetz für jede beliebige Stromverteilung in den Außenleitern lösbar. Man hat nur jeden Außenleiter mit dem Mittelleiter als Zweileiternetz zu behandeln und die so erhaltenen, für jede beliebige Stromverteilung leicht zu ermittelnden Strombilder einander zu superponieren. Die resultierende Stromverteilung dieser Netze gibt, für den Strom in dem gemeinsamen Leiter genommen, dessen Stromverteilung. Es ist interessant zu bemerken, daß bei diesen Zweileiternetzen im allgemeinen, aber recht häufig auftretenden Falle die beiden Leiter, also der eine Außenleiter und der Mittelleiter, weder gleichen Verlauf noch gleichen Querschnitt noch gleiche Stromverteilung haben werden. Es ist das ein Fall, der fast nur noch bei Bahnleitungen vorkommt, deren durch die Schienen gebildetes Rückleiternetz zu ähnlichen Betrachtungen Veranlassung gibt, wie der hier betrachtete blanke, an die Erde gelegte Mittelleiter.

### 9. Asymmetrische Belastung des Dreiphasensystems<sup>15)</sup>.

Es sind hier zwei Fälle zu behandeln, die Dreieckschaltung der Abnehmer und die Sternschaltung mit neutralem Leiter.

#### a) Das Dreiphasensystem ohne Nulleiter (Dreieckschaltung).

Fließt jeder der drei Leitungen 1, 2, 3 (Fig. 58) vom Widerstand  $R$  derselbe Strom  $J$  zu, dann ist der Spannungsverlust pro Draht  $RJ$  und pro Phase  $RJ\sqrt{3}$ . Um diesen Betrag ist die Spannung zwischen  $1'2'$ ,  $2'3'$ ,  $3'1'$  kleiner als bei vollkommen unbelasteter Leitung. Wird jedoch nur die Belastung einer Phase geändert, dann übt diese Änderung wegen der Verkettung

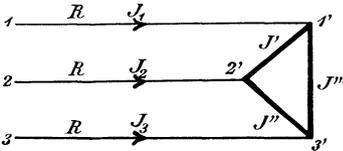


Fig. 58.

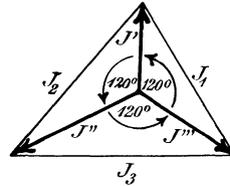


Fig. 59.

der Ströme auch auf die anderen Phasen zurück. Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß die Belastungsströme  $J'$ ,  $J''$  und  $J'''$  mit den zugehörigen Spannungen  $1'2'$ ,  $2'3'$  und  $3'1'$  phasengleich sind und daß die Dreiphasenquelle groß genug ist, sodaß auch bei unsymmetrischer Belastung der Leitung der Phasenabstand von  $120^\circ$  zwischen den ihr zugeführten (aufgeprägten) Spannungen aufrecht erhalten bleibt. Fig. 59 zeigt dann das Diagramm der beliebig angenommenen ungleichen Belastungsströme  $J'$ ,  $J''$ ,  $J'''$ , Fig. 60 das zugehörige Diagramm der Spannungsverluste. Der Spannungsverlust in jeder Hauptleitung ergibt sich durch Zerlegung der Werte  $J'R = \overline{oa}$ ,  $J''R = \overline{ob}$ ,  $J'''R = \overline{oc}$  zu  $J_1R = ac = \overline{oI}$ ,  $J_2R = \overline{ba} = \overline{oII}$ ,  $J_3R = \overline{cb} = \overline{oIII}$ , und der Verlust in jeder Phase durch geometrische Addition der Spannungsverluste in den zwei zugehörigen Leitungen. Es stellt

demnach in Fig. 60  $\overline{I\text{II}}$  den Spannungsabfall in Phase 1,2,  $\overline{II\text{III}}$  den in Phase 2,3 und  $\overline{I\text{III}}$  den in Phase 1,3 dar. An Hand dieser Diagramme lassen sich nun leicht die Verhältnisse überblicken, wenn die Belastung noch unsymmetrischer wird. Nimmt z. B. der Belastungsstrom  $J'$  allmählich bis auf Null ab, dann schrumpft das Strombild allmählich auf das stumpfwinklige Dreieck  $abc$  zusammen; in der Leitung 2 fließt dann  $J''$ , in 1 der Strom  $J'''$ , in 3 der Strom  $J_3$ . Da mit stetig abnehmendem  $J'$  das Stromdreieck der drei Hauptleiterströme immer

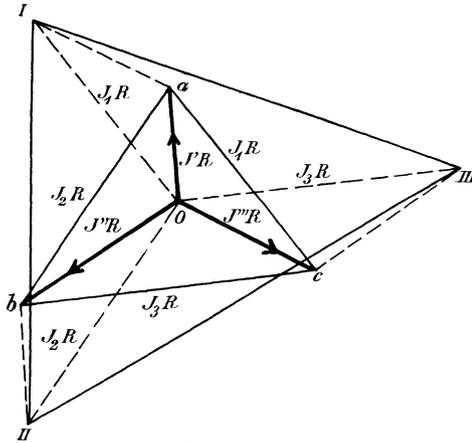


Fig. 60.

kleiner wird, muß auch das zugehörige Spannungsdreieck immer kleiner werden. Der maximale Spannungsabfall tritt hier also bei symmetrischer Vollbelastung auf. Bei unsymmetrischer Belastung, die in der Praxis z. B. dann auftritt, wenn bei Verwendung dreier im Dreieck geschalteter Einphasentransformatoren die Belastung des einen abgeschaltet wird, ist der Spannungsabfall geringer als bei symmetrischer Vollbelastung.

Sieht man nun von der vorher angenommenen Beschränkung ab, so ist es von Wichtigkeit festzustellen, welche Größenordnung diese Asymmetrien im praktischen Betrieb erreichen können. Mit einer modernen Maschine, die bei Abschaltung der vollen induktionsfreien Belastung und bei unveränderter Erregung nur um

etwa 5—10% in der Spannung steigt, werden einseitige Asymmetrien von etwa 20—30% der vollen Belastung nur unwesentliche Spannungsverschiebungen zur Folge haben. Asymmetrische induktive Belastungen mit starken Verschiebungen würden stärker wirken, kommen aber selten vor, da dreiphasige Motoren, welche die wichtigste induktive Belastung von Drehstromnetzen bilden, theoretisch vollkommen symmetrische Belastungen darstellen und praktisch sich diesem Ideal bis auf wenige Prozent nähern.

### b) Das Dreiphasensystem mit Nulleiter (Sternschaltung).

Bei symmetrischer Belastung ist der neutrale Leiter stromlos; bei asymmetrischer tritt in ihm Strom und Spannungsverlust auf. Der Einfachheit halber nehmen wir seinen Widerstand gleich dem

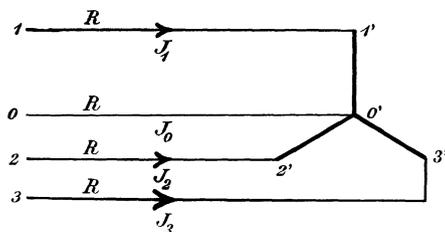


Fig. 61.

$R$  der Hauptleiter 1, 2, 3 (Fig. 61). Die dabei erhaltenen Resultate gelten dann sinngemäß verändert auch für andere Widerstände des Nulleiters.

Nimmt die Belastung der ersten Phase, also hier (Fig. 62) der Strom  $J_1$  auf  $J'$  ab, so wächst der Strom im Mittelleiter von 0 auf  $J_0 = J_1 - J'$ ; dementsprechend tritt in ihm ein Spannungsverlust ( $-J_0 R$ ) auf. Der Verlust in dem Hauptleiter 1 ist dann  $J' R$ , während die Verluste in den beiden andern Hauptleitern, welche wir dauernd vollbelastet annehmen, gleichbleiben. Der Spannungsabfall in der Phase I ist dann (Fig. 63)  $\varepsilon_1 = J' R - J_0 R$ , während der Spannungsabfall in den beiden anderen Phasen durch Zusammensetzung von  $-J_0 R$  mit  $J_2 R$ , resp. mit  $J_3 R$  sich zu  $\varepsilon_2$  und  $\varepsilon_3$  ergibt. Nimmt  $J_1$  weiter ab, so wird für  $J' = \frac{J_1}{2}$

(in Fig. 63 punktiert angedeutet) der positive Abfall im Hauptleiter gleich dem negativen Abfall im Rückleiter oder die Spannung zwischen  $O'$  und  $1'$  gleich der Spannung zwischen  $O$  und  $1$ . In dem Maße, wie  $J'$  weiter abnimmt, rückt der Strom im Mittelleiter  $J_0$  im Strombild von  $O$  nach  $M$ , während gleichzeitig im Spannungsbild der Spannungsverlust im Haupt-

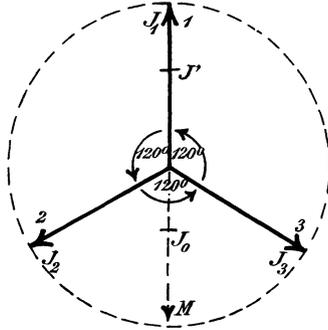


Fig. 62.

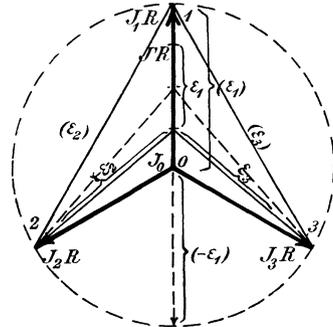


Fig. 63.

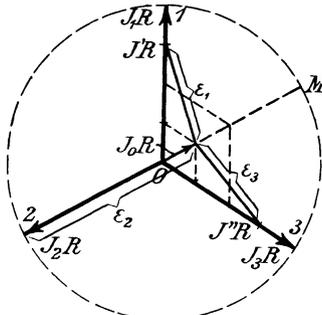


Fig. 64.

leiter 1 ab-, im Mittelleiter zunimmt. Für  $J' = 0$  ist der Verlust im Mittelleiter gleich der geometrischen Summe der Verluste ( $\epsilon_2$ ) und ( $\epsilon_3$ ) in den beiden vollbelasteten Hauptleitern. Die Spannung der entlasteten Phase  $O1$  steigt dann um den Betrag ( $\epsilon_1$ ) an. Bei Entlastung einer Phase steigen also die Verluste in den beiden anderen und im Nulleiter, und es kann vorkommen, daß die Spannung der entlasteten Phase am Ende der Leitung niedriger, gleich oder höher ist als bei Leerlauf.

Werden nun bei Vollast der zweiten Phase die erste und dritte allmählich entlastet, dann nimmt der Mittelleiterstrom  $J_0$  allmählich zu und der durch ihn verursachte Spannungsverlust fällt in die Richtung  $O M$  (Fig. 64). Die Spannungsverluste  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_3$  in der ersten und dritten Phase ergeben sich geometrisch aus  $J' R$  und  $J_0 R$ , bzw.  $J'' R$  und  $J_0 R$ . Der Spannungsverlust  $\varepsilon_2$  in der zweiten Phase steigt durch die Entlastung in den beiden anderen Phasen um den Betrag  $J_0 R$  an und erreicht bei vollkommener Ausschaltung der beiden Phasen den doppelten Wert wie bei symmetrischer Belastung aller drei Phasen, weil der Mittelleiter jetzt ebensoviel Spannung verzehrt als der Hauptleiter 3. Für halbe Belastung der ersten und dritten Phase ist das Diagramm in Fig. 64 wieder punktiert eingetragen.

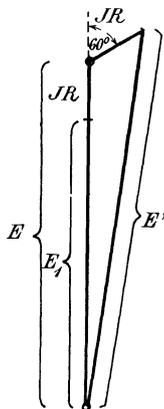


Fig. 65.

Um zu untersuchen, wie dieses Verhalten auf die Spannungen der anderen Phasen einwirkt, muß man (Fig. 65) für eine der entlasteten Phasen den Spannungsverlust  $J R$  geometrisch mit der Spannung  $E$  am Anfang der Phase zusammensetzen. Man erhält dann die Spannung am Ende der Phase  $E'$ , die größer als  $E$  und gegen  $E$  verschoben ist, weil  $J R$  unter  $60^\circ$  gegen  $E$  geneigt ist. Bei symmetrischer Belastung wäre die Endspannung  $E_1$  kleiner als  $E$  gewesen. Bei vollkommener Entlastung zweier Phasen wird

also die Spannung am Ende der Leitungen der entlasteten Phasen höher als die Spannung am Anfang derselben Leitungen, weil der neutrale Leiter negatives Spannungsgefälle für diese Leitungen aufweist.

Zum Schlusse einiges über die Erdung des neutralen Punktes bei Drehstromanlagen. Die bisherige Praxis mußte meist notgedrungen wegen der Beeinflußung der Schwachströme von der Erdung absehen, für welche namentlich bei niedrigvoltigen Anlagen alle Gründe sprachen, die wir schon für Gleichstrom anführten. Hierzu kommt noch die geringere Inanspruchnahme der Isolierung aller Anschlußobjekte und der Leitung gegen Stromdurchschlag, wegen der geringeren Sternspannung. Im gleichen Maße werden die physiologischen Gefahren bei Berührung und Ableitung zur Erde vermindert. Der Fehler in einer der Phasen

macht sich in der beziehlichen Sicherung erkenntlich. Ist jedoch der neutrale Punkt nicht geerdet, dann muß noch ein zweiter Fehler in einer andern Phase gleichzeitig auftreten um das Abschmelzen der Sicherung herbei zu führen. Der Wattverlust durch dielektrische Hysteresis bei Kabelnetzen wird durch die Erdung des neutralen Punktes nicht unwesentlich vermindert<sup>16)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Der Ausdruck „Löschbarkeit“ sollte wieder seine alte Bedeutung für „Entlastbarkeit“ annehmen, wie sie sich im Worte „löschen“ für Schiffslast bewahrt hat.

<sup>2)</sup> J. Rodet, L'Industrie électr. 1896, p. 223.

<sup>3)</sup> Arnold-la Cour, „Die Wechselstromtechnik“, herausgegeben von E. Arnold, I. Bd. „Theorie der Wechselströme und Transformatoren“ von J. la Cour, 1902, S. 79 ff.

<sup>4)</sup> Gisbert Kapp, Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom. 1. Aufl. 1895, S. 118.

<sup>5)</sup> Cl. Feldmann, „Wechselstromtransformatoren“. 1. Aufl., S. 111.

<sup>6)</sup> Vergl. Handbuch der el. Bel. II. Aufl., S. 320.

<sup>7)</sup> Vergl. E. Kolben, ETZ. 1903, S. 844. Heyland ebenda S. 917, 1043.

<sup>8)</sup> C. Dihlmann, Berechnung von Leitungsnetzen für elektrische Zentralanlagen (graphisch). ETZ. 1889, S. 148.

Lietke, Dr. Arth., Über die Berechnung des Ausgleiches bei Leitungsnetzen elektr. Zentralanlagen. ETZ. 1892, S. 426.

C. Hochenegg, Anordnung und Bemessung elektrischer Leitungen, 2. Auflage, 1897, S. 35 (1. Auflage 1893).

Dr. J. Teichmüller, Die elektrischen Leitungen, 1899, S. 162. Ausgleichsleitungen. ETZ. 1901, Heft 11, 12, 13.

S. W. Edelstein, E.T.Z. 1901, S. 391; Erwiderung hierauf S. 574.

<sup>9)</sup> Boulton, El. Review, Bd. 32, S. 112.

E. Lohr, ETZ. 1895, S. 753.

<sup>10)</sup> C. Hochenegg, Anordnung und Bemessung elektrischer Leitungen, 2. Aufl., S. 53.

<sup>11)</sup> C. Grawinkel, ETZ. 1893, S. 92.

<sup>12)</sup> Bezüglich weiterer Einzelheiten vergl. D. Kallmann, ETZ. 1893, S. 155, 239; 1895, S. 211. C. Grawinkel, ETZ. 1892, S. 634; 1893, S. 62 u. a. m.

<sup>13)</sup> Vergl. Dr. C. L. Weber, Erläuterungen zu den Vorschriften für die Errichtung von elektrischen Starkstromanlagen. S. 88, 159, 199.

<sup>14)</sup> Szapiro, ETZ. 1897, S. 175

<sup>15)</sup> Ch. Pr. Steinmetz, Die Anwendung komplexer Größen in der Elektrotechnik. ETZ. 1893, Heft 46, S. 653

J. Rodet, De l'asymétrie des conducteurs dans les circuits à courants triphasés. *l'Industrie électrique* 25./XI. 96. No. 118.

H. Cohen, ETZ. 1897, S. 316 und Szapiro, ETZ. 1898, S. 405.

Teichmüller-Theorie der elastischen Drehstromleitungen. ETZ. 1902, Heft 1 und 2.

H. Galusser und Hausmann, Theorie und Berechnung elektrischer Leitungen. Springer 1904, S. 56.

<sup>16)</sup> Paul Humann, ETZ. 1904, S. 359.

---

## Drittes Kapitel.

# Erwärmung der elektrischen Leiter.

---

### 1. Abhängigkeit der Erwärmung von der Stromstärke und dem Drahtdurchmesser der Leitungsdrähte.

Da zur Zeit der internationalen Elektrizitätsausstellung in München im Jahre 1881 der wissenschaftlichen Prüfungskommission derselben keine brauchbaren Messungen über die Erwärmung eines blanken, in freier Luft ausgespannten Drahtes durch den Strom bekannt waren, so versuchte Professor Dr. Dorn<sup>1)</sup> auf theoretischem Wege wenigstens zu einer Schätzung der eintretenden Erwärmung zu gelangen.

Bedeute E den Emissionskoeffizienten, d. h. die Anzahl Grammkalorien, welche 1 Quadratcentimeter der Oberfläche des Drahtes an eine um 1<sup>o</sup> kältere Umgebung abgibt, und T die Temperaturerhöhung des Drahtes gegen seine Umgebung, so ist die in einer Sekunde an die letztere abgegebene Wärmemenge innerhalb gewisser Grenzen proportional der Temperaturerhöhung, dem Emissionskoeffizienten und der Oberfläche eines Stückes von 1 cm Länge, also gleich  $T \cdot E d \pi$  in Grammkalorien.

Setzt man die sekundliche Wärmezufuhr und Wärmeabgabe nach Eintritt des Gleichgewichtszustandes einander gleich und vernachlässigt die Zunahme, welche der spezifische Widerstand  $\rho$  mit steigender Erwärmung erfährt, so erhält man die Beziehung

$$0,24 \cdot \frac{J^2 \rho}{q} = T E d \pi,$$

wobei J die Stromstärke in Ampère, q den Querschnitt des Leiters in Quadratmillimeter bedeutet, woraus sich die Temperatur-

erhöhung

$$T = a \cdot \left(\frac{q}{d}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{E}\right) \left(\frac{J}{q}\right)^2 = b \cdot \left(\frac{\rho}{E}\right) \cdot \left(\frac{J}{q}\right)^2 \cdot d \dots \dots \dots 1)$$

ergibt und a und b reine Zahlenwerte sind, welche nicht von dem Material oder einer anderen Eigenschaft des Leiters abhängen. Zur Erreichung einer konstanten Temperaturerhöhung darf also die Stromdichte  $\left(\frac{J}{q}\right)$  für Drähte mit verschiedenen Durchmessern keineswegs konstant sein.

Aus Formel 1) ergibt sich

$$T = K \cdot \frac{J^2}{d^3} \dots \dots \dots 2)$$

oder für ein bestimmtes T

$$J = C \cdot d^{3/2} = C \cdot d \sqrt{d} \dots \dots \dots 3)$$

worin K und C experimentell zu bestimmende Konstante sind, welche von den Materialkonstanten  $\rho$  und E abhängen.

Für diese Konstanten waren die widersprechendsten Angaben vorhanden, weil die Experimentatoren unter ungleichen Verhältnissen an Drähten verschiedener Oberflächenbeschaffenheit experimentierten und außerdem von einander abweichende Erwärmungen als zulässig erachteten.

Mag der Widerspruch in diesen Angaben ihre allgemeine Annahme verhütet haben, oder neigte der Praktiker mehr zur Rechnung mit dem Querschnitte hin, dessen er bei der Ermittlung des Spannungsverlustes und des Leitungsgewichtes bedurfte, als zur Verwendung der  $3/2$ -ten Potenz des Durchmessers: soviel ist gewiß, daß bis vor einem Jahrzehnt ganz allgemein die Sicherheit der Leitungen in Bezug auf Erwärmung nach einer Anzahl Ampère pro qmm geschätzt wurde, und daß städtische, zum Teil unter wissenschaftlicher Oberleitung ausgearbeitete Installationsnormen die Vorschrift enthielten: „Die Belastung der Drähte darf 2 Ampère pro qmm nicht übersteigen“, ohne daß irgend welche Einschränkung in Bezug auf den Maximalquerschnitt gegeben war, für welchen diese Beziehung noch gelten sollte. Dieser Zustand hat sich bei Leitungsdrähten seit Einführung der deutschen Sicherheitsvorschriften wesentlich gebessert.

## **2. Die Erwärmung isolierter, in Holzleisten verlegter Drähte.**

Diese jetzt durch die Sicherheitsvorschriften verpönte Verlegungsart hatte in den achtziger Jahren weite Verwendung gefunden; ihr galten daher die ersten Experimente, welche Kenelly<sup>2)</sup> unternahm, um den Feuerversicherungsgesellschaften zuverlässige Daten zu liefern. Sie mögen hier Aufnahme finden, da die Folgerungen auch für die weit verbreiteten Leitungen in Isolierrohren zutreffend sind.

Die Temperaturerhöhung wurde aus der Zunahme des Widerstandes bestimmt, nachdem der konstante Versuchstrom die praktisch nicht mehr ansteigende Temperaturerhöhung hervorgerufen hatte. Hierfür wurde bei blanken Drähten etwa 2 Minuten, bei in Holzleisten verlegten Drähten etwa 10 Minuten als hinreichend gefunden, da die bei längerer Dauer des Stromdurchganges bewirkte weitere Widerstandserhöhung von so geringem Betrage (3% der gesamten Erhöhung etwa) war, daß für praktische Zwecke die erreichbare Genauigkeit in keinem Verhältnisse zu der mehr aufgewandten Zeit stand.

Bei den Messungen an in Holzleisten verlegten Drähten betrug die Länge der am Boden des Versuchsraumes befestigten Leisten etwa 6 Meter. Die Beobachtungen wurden für die verschiedenen Drahtstärken bis zur Erreichung einer Temperaturerhöhung von 100° C. fortgeführt. Die erhaltenen Resultate sind in Fig. 66 graphisch niedergelegt. Die Abszissen bedeuten die Drahtdurchmesser in mm, als Ordinaten sind die Stromstärken in Ampère aufgetragen. So sind elf regelmäßig verlaufende Kurven erhalten worden, deren jede der beigeschriebenen Temperaturzunahme  $T$  in ° C. entspricht. Es ist leicht einzusehen, daß ein einfaches und doch sich den Beobachtungen eng anschließendes Gesetz nicht zu finden ist, weil eben die Wärmeabgabe in sehr komplizierter Weise erfolgt. So erfolgt ein Teil der Wärmeabgabe durch die Ableitung seitens der isolierenden Hülle des Drahtes; dann tritt Wärmeleitung, Strahlung und Konvektion durch die zwischen Draht und Holz eingeschlossene Luft auf; außerdem findet Wärmeabgabe mittels direkter Leitung durch die hölzerne

Leiste und die Wand, an welcher dieselbe befestigt ist, statt, während Konvektion und Strahlung einen weiteren Betrag von Wärme von der freien Oberfläche abführen, die von der Luft

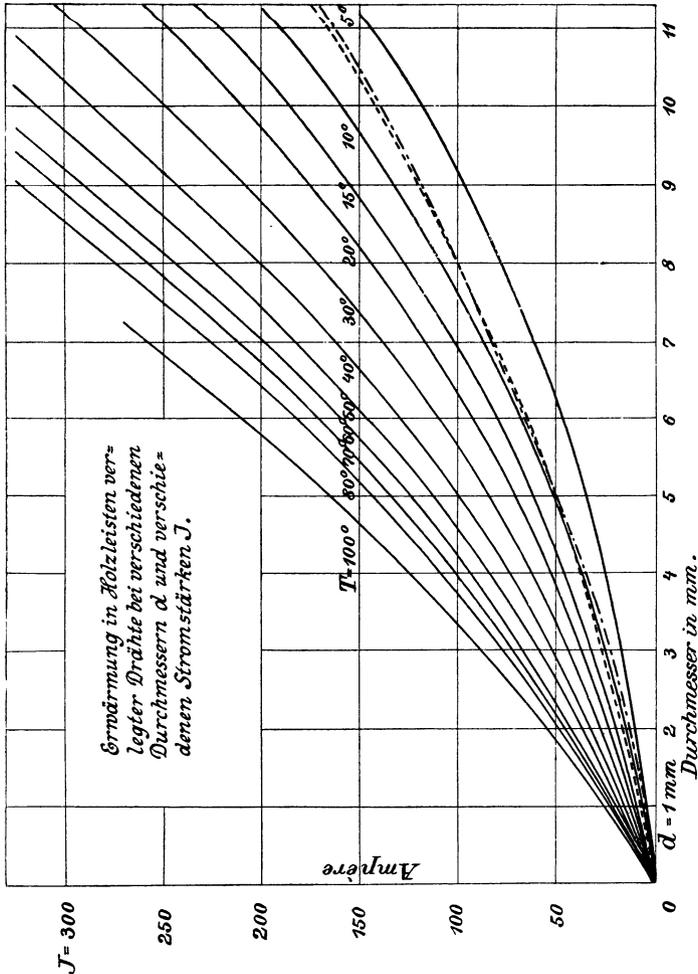


Fig. 66.

bestrichen wird. Nur bei der einfachsten Form einer Leiste, wobei dieselbe, den Draht stramm umfassend, von zylindrischer Form und an allen Stellen dem Zutritte der Luft ausgesetzt ist,

wird das Gesetz der Abhängigkeit der Temperaturzunahme von dem Durchmesser des Drahtes für einen bestimmten Strom eine logarithmische Beziehung zwischen den Durchmessern der Holzleiste und des Drahtes ergeben.

Für die Kurven der als zulässig erachteten Temperaturzunahme von  $10^{\circ}$  C. unter dem dauernden Einflusse des normalen Stromes läßt sich jedoch ein annähernd richtiges, einfaches Gesetz dann finden, wenn man sich mit der Übereinstimmung begnügt, welche Fig. 65 zwischen der dem experimentell gefundenen (—) und der dem empirischen Gesetze entsprechenden (— . — . —) Kurve für  $10^{\circ}$  C. erkennen läßt.

Die dieser letzten Kurve entsprechende und von Kennelly für isolierte und in Holzleisten verlegte Drähte vorgeschlagene Formel für die Beziehung zwischen dem zulässigen Strome  $J$  und dem in mm ausgedrückten  $d$  des Drahtes ist

$$J = 4,375 d^{3/2} \text{ oder } d = 0,374 J^{2/3}.$$

Nach den Sicherheitsvorschriften für die Einrichtung elektrischer Starkstromanlagen, herausgegeben vom Verband Deutscher Elektrotechniker, dürfen isolierte Kupferleitungen, die im Innern von Gebäuden an Isolatoren und Isolierrollen oder in Rohren an oder in den Wänden verlegt sind, dauernd mit den in umstehender Tabelle verzeichneten Stromstärken belastet werden.

Die verzeichneten Stromstärken beziehen sich sowohl auf Niederspannungs-, wie auch auf Hochspannungsleitungen. Auf Freileitungen und unterirdisch verlegte Kabel und Drähte finden die vorstehenden Zahlenbestimmungen keine Anwendung<sup>3)</sup>.

Wie aus obiger Tabelle ersichtlich, werden für Drähte bis zu  $50 \text{ mm}^2$  Querschnitt höhere Stromstärken zugelassen, als sie die Kennellysche Formel bestimmt. Dies ist auf Grund besonderer Versuche der Firma Siemens und Halske und der Berliner Elektrizitätswerke als zulässig erkannt worden. Für die stärkeren Querschnitte wird man stets verseilte Litzen in Form isolierter Kabel verwenden. Da aber hier keine Einheitlichkeit in der Art der Herstellung der Querschnitte herrscht, kann man den äußeren Durchmesser der kupfernen Kabelseele nicht allgemein gültig ermitteln. Deshalb entfiel auch in der verzeichneten Tabelle die Ermittlung der Konstante  $C$  aus den zulässigen Strömen.

Querschnitt in Quadrat- millimetern	Betriebsstrom- stärke in Ampère	Konstante C in $J = Cd^{3/2}$	Stromdichte $\frac{J}{q}$
0,75	4	4,1	5,3
1	6	5	6
1,5	10	6,1	6,7
2,5	15	6,3	6
4	20	5,9	5
6	30	6,5	5
10	40	5,9	4
16	60	6,3	3,8
25	80	6	3,2
35	90	5,2	2,6
50	100	4,4	2
70	130	—	1,9
95	165	—	1,8
120	200	—	1,7
150	235	—	1,6
185	275	—	1,5
240	330	—	1,4
310	400	—	1,3
400	500	—	1,2
500	600	—	1,2
625	700	—	1,1
800	850	—	1,05
1000	1000	—	1

### 3. Über den Einfluss der Isolierhülle.

Schon Forbes hat angedeutet und Oehlschläger experimentell nachgewiesen, daß ein isolierter Draht unter Umständen mehr Wärme an die Umgebung abgeben kann und sich somit bezüglich der Erwärmung unter günstigeren Verhältnissen befindet, als ein blanker Draht unter sonst gleichen Bedingungen<sup>4)</sup>. So gibt z. B. nach den Angaben Bellmers<sup>5)</sup> ein wagrechtes Kupferrohr von 100 mm Durchmesser bei einem Temperaturunterschiede von 85° gegenüber der Umgebung an die letztere um beiläufig 39% mehr Wärme ab, wenn es mit einer Gipschülle von 20 mm Dicke umkleidet ist,

als wenn es unbekleidet bleibt; und erst bei einer 40 mm dicken Gipsumhüllung ist die Wärmeabgabe gleich derjenigen im nackten Zustande des Rohres. Es läßt sich einsehen, daß ähnliche Erscheinungen auch bei entsprechend isolierten Leitungsdrähten eintreten können. Übrigens gelangt man auf einfachem Wege unmittelbar zu demselben Schlusse.

Nennen wir zu diesem Behufe:

$r_1$  den Halbmesser des blanken,  $r_2$  den Halbmesser des isolierten Drahtes,  $\rho$  den spezifischen Widerstand des Drahtmaterials,  $E$  den Emissionskoeffizienten der Isolierung, d. h. die Wärmemenge in Grammkalorien, welche 1 qcm der Oberfläche bei einem Temperaturunterschied von  $1^\circ$  C. gegenüber der Umgebung in der Zeiteinheit abgibt,  $K$  die spezifische Wärmeleitfähigkeit des Isoliermaterials,  $t_1$  die Temperatur der inneren Fläche der Isolierschicht in  $^\circ$  C.,  $t_2$  die Temperatur der äußeren Fläche derselben,  $t_0$  die Temperatur der Luft, und betrachten wir eine unendliche dünne konzentrische Schicht  $dr$  der Isolierhülle im Abstände  $r$  vom Mittelpunkte des Drahtes, so läßt sich die in der Zeiteinheit durch diese Schicht hindurchgeleitete Wärmemenge  $W$  durch den Ausdruck darstellen:

$$W = \frac{2 r \pi K (-\overline{dt})}{\overline{dr}}$$

oder

$$-\overline{dt} = \frac{W}{2 K \pi} \cdot \frac{\overline{dr}}{r}$$

woraus durch Integration zwischen den Grenzen  $t_1$  und  $t_2$  bzw.  $r_1$  und  $r_2$  erhalten wird

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{2 \pi K} \log \text{nat.} \frac{r_2}{r_1}.$$

Die Wärmeemission an der Oberfläche der Isolierhülle stellt sich durch die Gleichung dar:

$$W = 2 r_2 \pi \cdot E (t_2 - t_0)$$

aus welcher wir mit Berücksichtigung der vorhergegangenen Gleichung die schon von Péclet angegebene Beziehung erhalten:

$$W = \frac{2 \pi \cdot E (t_1 - t_0)}{\frac{1}{r_2} + \frac{E}{K} \log \text{nat} \frac{r_2}{r_1}}$$

Um nun deutlich ersehen zu können, daß unter Umständen in der Tat die in Rede stehende Erscheinung eintreten kann, ist der obige Ausdruck in Fig. 67 für einige bestimmte Werte des Verhältnisses  $\frac{E}{K}$ , wie sie bei gebräuchlichen Materialien auftreten, graphisch dargestellt, und zwar gelten die Kurven für einen

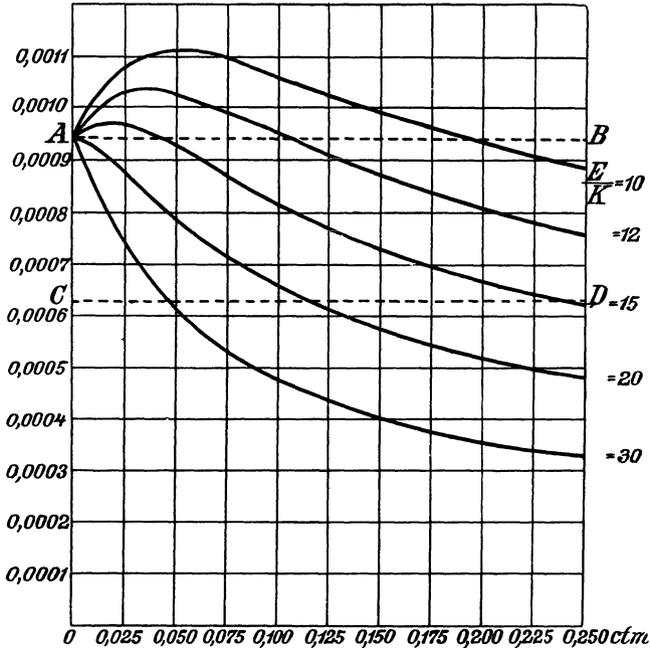


Fig. 67.

Kupferdraht von 1 mm Durchmesser. Die Abszissen bedeuten die Dicke der Isolierschicht in cm, die Ordinaten die pro cm Länge abgegebene Wärmemenge in Grammkalorien pro Sekunde.

Die zur Abszissenachse parallelen Geraden AB und CD stellen die Wärmeabgabe des nackten Drahtes mit matter und mit glänzender Oberfläche dar. Die einzelnen Kurven zeigen uns deutlich den Einfluß der Isolierhülle. So ersehen wir z. B. aus dem Verlaufe der Kurve für  $\frac{E}{K} = 10$ , daß der mit der entsprechenden Isoliermasse umkleidete Draht beträchtlich mehr

Wärme abgibt, als der nackte, solange die Dicke der Isolierschicht ungefähr 0,19 cm nicht überschreitet, während darüber hinaus das umgekehrte Verhältnis eintritt. Die Möglichkeit der Kühlung durch die Isolierhülle ist somit klar ersichtlich. Im übrigen erkennt man aus den Kurven, daß der Einfluß der Isolierung einmal von der Dicke der Schicht und dann auch in hohem Grade von dem Verhältnis des Emissionskoeffizienten zum Wärmeleitvermögen der Isolationsmasse abhängt.

#### **4. Die Erwärmung nackter Leitungen in ruhiger Luft.**

Den Koeffizienten E für die Wärmeabgabe für 1 qcm Drahtoberfläche und 1 °C. Temperaturerhöhung entnahm Forbes den sorgfältigen Experimenten, welche D. Mc. Farlane und Nichol an polierten Kupferkugeln von 2 cm Durchmesser in freier Luft anstellten. Mc. Farlane fand, daß die Wärmeabgabe E pro Sekunde und Grad Temperaturunterschied zwischen dem Metall und der umgebenden Luft für größere Temperaturunterschiede zunimmt.

Mc. Farlanes empirische Formeln lauten:

$$E = 0,000168 + 1,98 \cdot 10^{-6} t - 1,7 \cdot 10^{-8} t^2 \text{ für blankes Kupfer.}$$

$$E = 0,000238 + 3,06 \cdot 10^{-6} t - 2,6 \cdot 10^{-8} t^2 \text{ für geschwärztes Kupfer.}$$

Kennelly suchte die gesamte Wärmeabgabe nach den auf die Ausstrahlung und die Konvektion entfallenden Teilbeträgen zu trennen, um den Einfluß beider Faktoren einzeln bestimmen zu können.

Den darauf bezüglichen Untersuchungen über die Abkühlung blanker Luftleitungen wurden vier Drähte von 0,904 mm, 1,473 mm, 2,79 mm und 3,416 mm Durchmesser und ein flaches Band von 25,4 mm Breite und 0,165 mm Dicke unterworfen.

In manchen Fällen stieg der Emissionskoeffizient viel rascher als die Temperatur an, sodaß seine pro 1 °C. genommenen Werte bei 100° C. doppelt so groß waren, als bei 20° C. Temperaturzunahme, und daß bei 50° C. dieser Koeffizient pro 1° C. von 0,00019 Kalorien für das breite, dünne Kupferband bis zu 0,001346 Kalorien für den dünnsten Kupferdraht variierte, wenn die Oberflächen beider vollkommen blank waren.

Die Versuche ergaben weiter, daß für das mit der Breitseite hochkant gestellte und in horizontaler Ebene verlegte Band, dessen Oberfläche pro cm Länge 5,11 qcm war, der Emissionskoeffizient, der natürlich sowohl in Kalorien als in Watt ausgedrückt werden kann, 0,24 Watt bei 50° Temperaturerhöhung betrug, während er sich für den dünnsten Draht, dessen Oberfläche pro cm Länge nur 0,284 qcm war, gleich 0,08 Watt ergab. Bezieht man die beiden Resultate auf die Einheit der Oberfläche, statt auf die Längeneinheit, so erhält man 0,07 Watt, bezw. 0,28 Watt, sodaß die gesamte Wärmeabgabe des dünnen Drahtes etwa sechsmal jene des Bandes bei gleicher Temperaturzunahme übersteigen würde. Auf Grund dieses Widerspruches ergibt sich, daß die Konvektion nicht, wie die Radiation, der Oberfläche proportional, sondern in beiden Fällen nahezu gleich war. Denn wenn auch die Konvektion proportional der Oberfläche gewesen wäre, so konnte der bloße Unterschied der Gestalt der beiden Oberflächen von sehr annähernd gleicher Beschaffenheit keine genügende Erklärung der so weit auseinander liegenden Werte ergeben.

Nimmt man also die Konvektion für Draht und Band gleich an, so erhält man für jedes Paar korrespondierender Temperaturzunahmen ein Paar simultaner Gleichungen, aus welchen Radiation und Konvektion für jedes Paar sich unabhängig ergeben müssen. Die auf diese Weise für die Radiation erhaltenen Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Temperaturzunahme in ° C.	Radiation pro qcm		Abweichung zwischen diesen Werten
	aus den Experimenten	nach Dulong und Petit	
10	0,004765	0,005473	— 0 0007
20	0,01057	0,01138	— 0,0008
30	0,01720	0,01776	— 0,0006
40	0,02466	0,02466	0,0000 Minimum
50	0,03212	0,03210	+ 0,00002
60	0,04103	0,04013	+ 0,0009
70	0,04995	0,04881	+ 0,0011
80	0,05927	0,05817	+ 0,0011
90	0,06796	0,06827	— 0,0003
100	0,07790	0,07919	— 0,0013 Maximum

Die Richtigkeit dieser Annahmen wird wohl genügend durch die Übereinstimmung der auf Grund derselben aus den Experi-

menten ermittelten Werte der Radiation mit jenen Werten bewiesen, welche aus Dulong und Petit's<sup>6)</sup> 1817 angestellten Untersuchungen über Wärmestrahlung erhalten worden sind.

Die Radiation für blankes Kupfer in Watt ergab sich demnach pro qm:

$$R = 0,05625 (1,0077)^t [1,0077^T - 1],$$

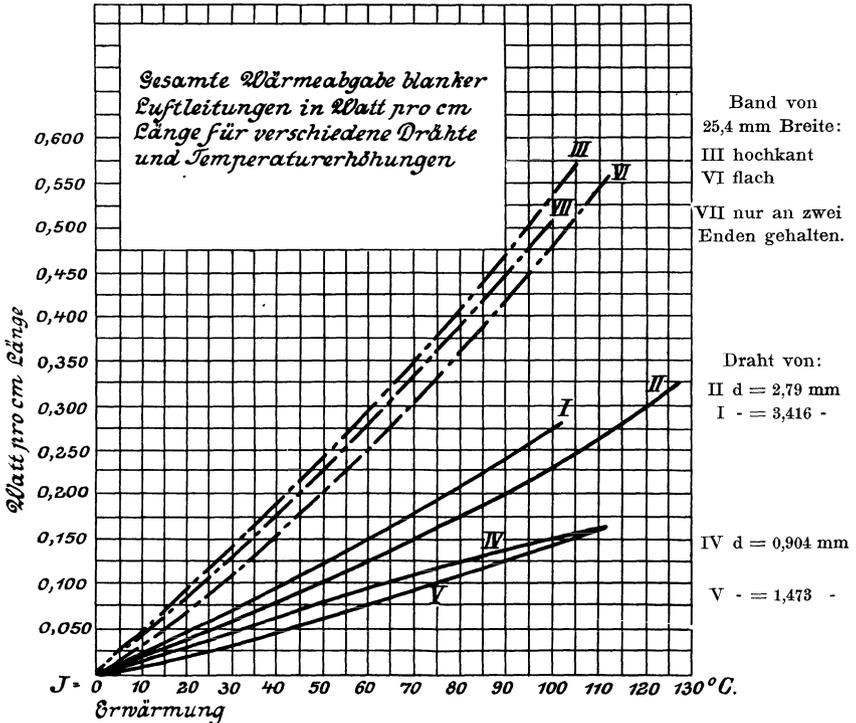


Fig. 68.

wobei  $t$  die Temperatur der Umgebung,  $T$  die Temperaturzunahme des erwärmten Körpers bedeutet.

Die von 1 qm blanken Kupfers bei 100° C. Erwärmung pro Sekunde ausgestrahlte Wärmemenge berechnet sich als äquivalent etwa 800 Watt.

Das System simultaner Gleichungen, welches die Werte der Radiation ergab, liefert uns auch die Konvektion für Draht und Band und ihre Abhängigkeit von der Temperaturzunahme.

In den Kurven des Diagramms Fig. 68 sind die totalen Wärmeverluste, in jenen des Diagramms Fig. 69 die Wärmeverluste durch Radiation allein in gleichen Maßstäben in ihrer Abhängigkeit von der Temperaturerhöhung dargestellt. Die Differenz jedes Paares korrespondierender Punkte der totalen Wärmeabgabe und der gesamten Radiation ergibt die Werte der totalen Konvektion, welche

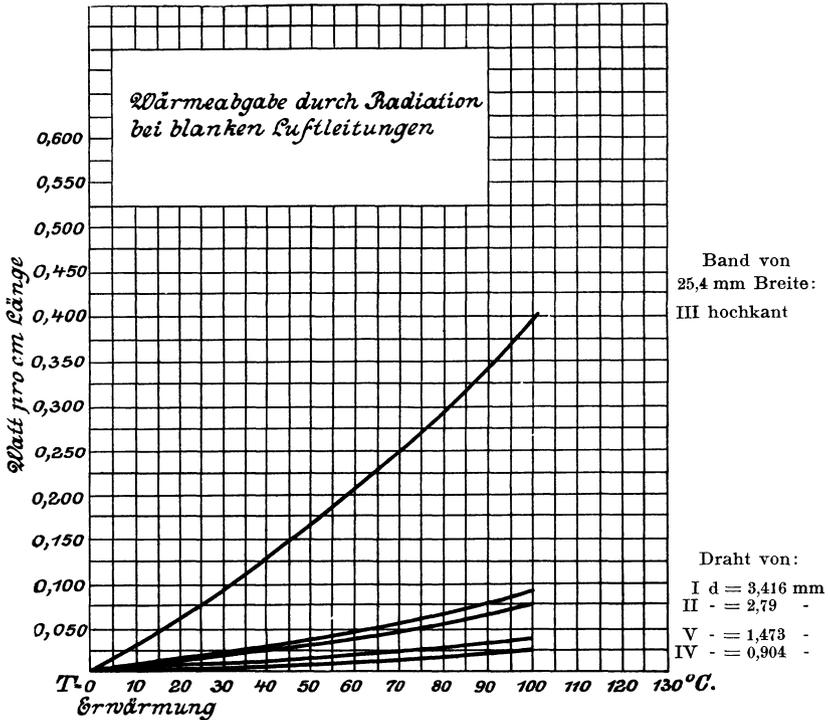


Fig. 69.

im Diagramme Fig. 70 der Deutlichkeit halber auch in fünffach vergrößertem Maßstabe dargestellt sind. Charakteristisch dafür, daß die Konvektion fast vollkommen unabhängig von der Oberfläche auch experimentell gefunden wurde, ist der Umstand, daß die Kurve III, welche bei den Diagrammen Fig. 68 und Fig. 69 weit außerhalb der übrigen liegt, hier mitten zwischen diese fällt, und daß z. B. die Veränderung des Durchmessers der Drähte von 0,904 mm auf 3,476 mm, also um beinahe das Vierfache, die Kon-

vektion nur um etwa 20% erhöht. Als Mittelwert, der für die Praxis vollkommen genügend genau ist, nimmt Kennelly die Konvektion in ruhiger Luft = 0,00175 Watt pro Centimeter Länge und 1° C. Temperaturerhöhung an.

Einige an dem Bande in verschiedenen Lagen angestellte

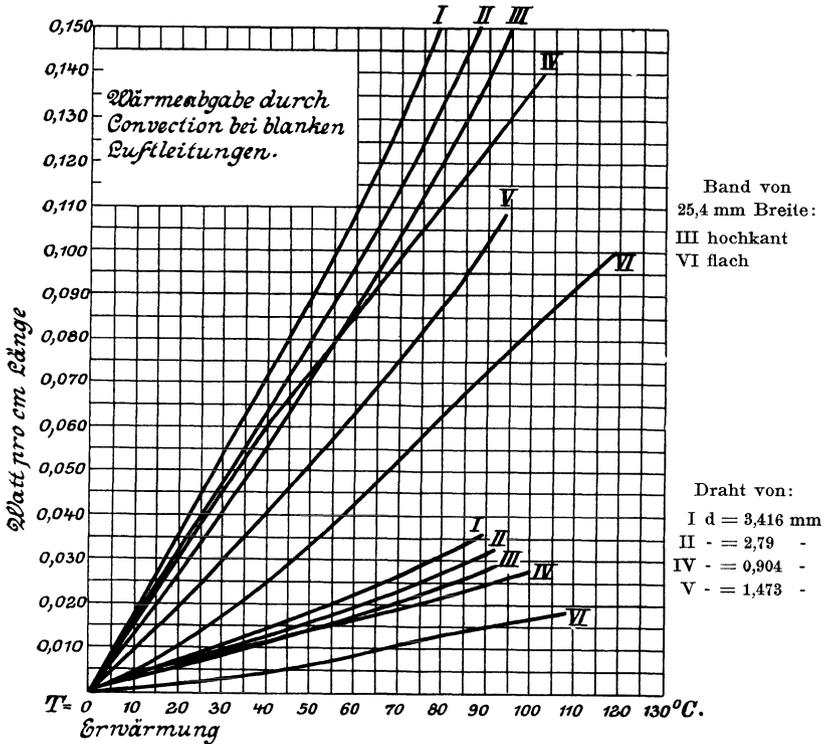


Fig. 70.

Experimente gaben schließlich noch interessante Daten über die Änderung der Konvektion. Bei den oben angeführten Versuchen mit den Streifen waren die beiden Enden derselben horizontal und flachliegend festgehalten, dabei aber drehten sich in der frei-hängenden Mitte die 7,62 m langen Streifen um etwa 40° aus der horizontalen Stellung (Kurve VII, Fig. 68). Nun wurden zwei solche Streifen in Stützen, welche in einer horizontalen Ebene angeordnet und je zwei und ein halb Meter voneinander entfernt waren, derart

befestigt, daß der eine Streifen hochkant stand (Kurve III, Fig. 68), während der andere überall flach auf den Stützen lag (Kurve VI, Fig. 68). Der Strom wurde durch die hintereinander geschalteten Streifen gesandt. Bei dem flachliegenden Bande ergab sich hierbei für 101 Ampère eine Temperaturerhöhung von  $120^{\circ}$ , während die Erwärmung bei dem hochkant gestellten Streifen nur  $102,5^{\circ}$  betrug. Nach Vertauschung der beiden Stellungen erreichte der vorher hochkant stehende, jetzt flachliegende Streifen  $120,5^{\circ}$  bei 100 Ampère, während der andere um  $101,3^{\circ}$  C. erwärmt wurde, was praktisch dasselbe Resultat genannt werden mag.

Kennel's nächstfolgende Experimente bezogen sich auf den Einfluß, welchen verschiedene Oberflächenbeschaffenheit auf die Radiation ausübt. Es ergab sich, daß die Temperaturerhöhung in ruhender Luft durch einen schwarzen, durch Bestreichen mit Schwefelkupfer (Cu S) hervorgerufenen Überzug für Band und Draht um etwa 30 % erniedrigt wurde, während ein dichter Überzug von Schellack und Lampenruß eine um 50 % geringere Temperaturzunahme bewirkte. Dies weist darauf hin, daß für blanke Leitungen von beträchtlichem Durchmesser, welche im Innern der Zentralstationsgebäude häufig verlegt werden und ihre Wärme meistens durch Radiation verlieren, ein schwarzer Anstrich von günstigem Einfluß ist.

Nimmt man unter sonst gleichen Umständen die Konvektion für den blanken und den angestrichenen oder geschwärzten Draht als gleich groß an, und setzt man die Radiation für blankes Kupfer = 1, so ist die Radiation:

a) für die Drähte	b) für das Band
mit dünner Lage braunen Schellackfirnisses } = 1,6	mit dicker Lage braunen Schellackfirnisses } = 1,8
- dicker Lage Schwefelkupfer } = 2,3	- ziemlich unvollkommener und dünner Lage Cu S } = 1,5
- dicker Lage Lampenruß, der mit Melasse aufgetragen ist } = 2,0	- Lampenruß von rauchender Kerze } = 1,4
	- dünner Lage Schellackfirniß und Lampenruß } = 2,0

Die letzten Zahlen zeigen deutlich den vorteilhaften Einfluß eines gut anliegenden Anstriches, welcher die Radiation auf 2 brachte, während die lose aufliegende Rußschicht nur 1,4 ergab. Im allgemeinen können wir die Radiation eines mit einem guten

schwarzen Anstrich versehenen Drahtes doppelt so groß als die des blanken Drahtes annehmen.

Kennelly faßt die Ergebnisse seiner Untersuchungen über blanke oder geschwärzte Drähte in ruhender Luft, wie folgt, zusammen:

Sei  $d$  der Durchmesser des Drahtes, welcher für die Ableitung in cm ausgedrückt werden möge,

$T$  die Temperaturerhöhung in  $^{\circ}\text{C}$ .,

$\rho$  der Widerstand eines Cubikcentimeters bei  $^{\circ}\text{C}$ .,

$t$  die Temperatur der Umgebung und somit

$\theta = T + t$  die vom Drahte erreichte Endtemperatur,

und  $m = 1$  für glänzendes Kupfer } der Oberflächenkoeffizient  
 $m = 2$  - geschwärztes - } für Radiation allein,

dann ist die durch den Strom  $J$  Ampère in 1 cm Länge entwickelte Energie

$$\frac{4 J^2 \rho (1 + 0,00388 \theta)}{\pi d^2} \text{ in Watt pro cm Länge.}$$

Die durch Konvektion abgegebene Wärmemenge ist

$$0,00175 T \text{ in Watt pro cm Länge}$$

und die durch Radiation allein abgegebene Wärmemenge beträgt

$$d m \pi R_T \text{ in Watt pro cm Länge,}$$

für welche Beziehung der Wert von

$$R_T = 0,0687 [1,0077^T - 1]$$

aus der im folgenden gegebenen Tabelle zu entnehmen ist.

Tabelle der Radiation in Watt pro qcm für blankes Kupfer.

Temp.- Zun. $T$ in $^{\circ}\text{C}$ .	$(1,0077)^T - 1$	$R_T = \text{Radiation}$	Temp.- Zun. $T$ in $^{\circ}\text{C}$ .	$(1,0077)^T - 1$	$R_T = \text{Radiation}$
10	0,0797	0,00543	60	0,5844	0,0398
20	0,1658	0,0113	70	0,7108	0,0484
30	0,2587	0,0176	80	0,8471	0,0577
40	0,3591	0,0245	90	0,9944	0,0678
50	0,4675	0,0319	100	1,1534	0,0786

Da für den Gleichgewichtszustand Wärmezufuhr und Wärme-



so folgt aus vorstehender Gleichung

$$\begin{aligned} \text{für blanke Drähte: } m &= 1, \quad J = 28,9 \, d \cdot \sqrt{\frac{570 \, d \, \pi \, R_T + T}{1 + 0,00388 \, \theta}} \\ \text{- geschwärzte - } \quad m &= 2, \quad J = 28,9 \, d \cdot \sqrt{\frac{1140 \, d \, \pi \, R_T + T}{1 + 0,00388 \, \theta}}. \end{aligned}$$

Aus diesen Beziehungen ist die vorstehende Fig. 71 soweit bestimmt worden, als sie für praktische Zwecke Interesse hat.

Die Vorschriften des V. D. E. bestimmen für blanke Leitungen in geschlossenen Räumen, daß bis 50 qmm Querschnitte die Werte der Tabelle auf Seite 112 gelten sollen. Blanke Kupferleitungen über 50 und unter 1000 qmm Querschnitt können mit 2 Ampère für den Quadratmillimeter belastet werden. Maßgebend für die Bestimmung war (nach Dr. Weber), daß hier nicht die Gefahr des Weichwerdens der Isolation vorlag und bei diesen größeren Querschnitten häufig eine vom Kreis wesentlich abweichende Querschnittsform benützt wird, z. B. die Form des Rechteckes bei Leitungsschienen, welche für die Radiation erheblich günstiger ist, da bekannterweise der Kreis für denselben Querschnitt unter allen geometrischen Figuren den kleinsten Umfang hat. Trotzdem ist diese Vorschrift insofern etwas von den übrigen abweichend, als sich auf Grund einer Vergleichung zwischen den zulässigen Werten nach Fig. 71 und nach den Verbandsvorschriften als Temperaturerhöhungen blanker, massiver Kupferstangen folgende Werte ergeben:

Durchmesser d mm . .	6	8	10	12	15	18	20	22	25
Temperaturerhöhung T bei 2 Amp./mm <sup>2</sup> }	10°	10°	14°	18°	20°	25°	30°	35°	40°.

Es ist also hier das Prinzip verlassen worden, daß die Temperaturzunahme 10° bei dauerndem Betriebe mit der zulässigen Stromstärke nicht übersteigen soll. Aber das ist hier umsoweniger bedenklich, als bei den großen Querschnitten entweder die zulässige Stromstärke nicht dauernd erreicht wird, wie z. B. bei Steigleitungen oder Sammelschienen von Lichtwerken, oder aber, falls sie längere Zeit hindurch wirkt, der Querschnitt den durch die Verbandsvorschriften angegebenen untersten Grenzwert mit Rücksicht auf den Spannungsverlust übersteigen muß. Trifft beides nicht zu, so wird man dem Querschnitt dadurch größere Ober-

fläche verleihen, daß man ihn rechteckig ausbildet oder aus einzelnen dünnen Drähten oder Bändern in entsprechender Weise aufbaut. Dies geschieht z. B. besonders bei den Sammelschienen für sehr große Stromstärken heute fast allgemein. Auch durch Schwärzung könnte man, wenn zweckdienlich, hier günstigere Werte von  $T$  erzielen.

### 5. Erwärmung der Luftleitungen im Freien.

Schon bei seinen Versuchen im geschlossenen Zimmer fand Kennelly, daß eine sanfte, rechtwinklig zur Drahtlänge verlaufende Bewegung eines Fächers eine deutlich erkennbare Widerstandsverringerung des Drahtes hervorrief. Diese Bemerkung über die beträchtliche Erhöhung der Konvektion auch schon durch geringe Luftströmungen ließ schließen, daß die Erwärmung im Freien aufgehängter Leitungen für gleiche Stromstärken und Durchmesser eine geringere sein muß, als im Zimmer. Die diesbezüglichen Versuche wurden an neun Drähten vorgenommen, welche, etwa 1,8 m vom Boden und 0,3 m von einander entfernt, von Isolatoren getragen wurden. Die Drähte befanden sich im Freien und das Wetter war verhältnismäßig ruhig.

Versuche zeigten, daß die Gesamtkonvektion im Freien  $0,00175 + 0,013 d$  Watt pro cm Länge und  $1^{\circ}$  C. Temperaturerhöhung betrug. Setzt man dies in die Gleichung für den Gleichgewichtszustand der Wärmezu- und abfuhr ein, so wird unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen und für den in cm ausgedrückten Durchmesser

$$\frac{4 J^2 \varrho (1 + 0,00388 \vartheta)}{\pi d^2} = (0,00175 + 0,013 d) T + d m \pi R_T$$

woraus

$$J = 0,886 d \sqrt{\frac{d m \pi R_T + 0,00175 T + 0,013 d T}{\varrho (1 + 0,00388 \vartheta)}}.$$

Setzt man wieder

$$\varrho = 1,65 \cdot 10^{-6},$$

so folgt für blankes Kupfer, wo

$$m = 1 \quad J = 28,9 \sqrt{\frac{570 d \pi R_T + 7,4 d \cdot T + T}{1 + 0,00388 \vartheta}},$$

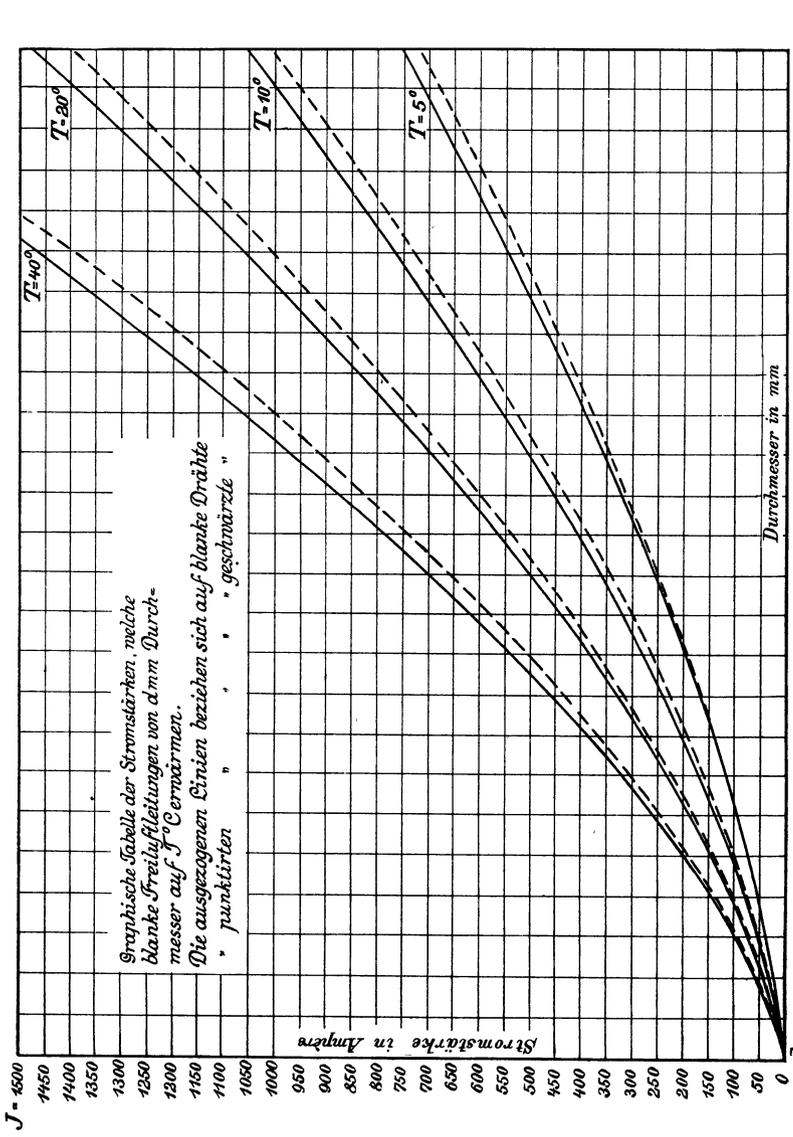


Fig. 12.

für geschwärztes Kupfer

$$m = 2 \quad J = 28,9 \sqrt{\frac{1140 d \pi R_T + 7,4 d \cdot T + T}{1 + 0,00388 \theta}}$$

Kennellys Versuchsergebnisse sind in der Fig. 72 zur Darstellung gebracht.

Da nun die Verbandsvorschriften hier keinerlei Festsetzungen getroffen haben, können die Werte dieser Figur dazu dienen, jene Erwärmung zu veranschaulichen, welche bei dauerndem Betrieb mit aus anderen Erwägungen festgesetzten und als zulässig erachteten Stromstärken bei mittleren Witterungsverhältnissen und Windbewegungen eintreten wird.

Sofern es sich nicht um dauernde Belastung mit einer bestimmten Stromstärke handelt, wie dies namentlich bei Seriensystemen vorkommt, können vorübergehend stärkere Ströme in allen bisher besprochenen Fällen durch die Leiter gesandt werden. Dies ist z. B. von Wichtigkeit für Leitungen, an welche Motoren oder Bogenlampen angeschlossen sind. Bei diesen Anschlußobjekten treten im Moment des Anlassens Stromstöße auf, die je nach der Art des Apparates, der Konstruktion der Anlaßvorrichtung und der Geschicklichkeit, mit der sie bedient werden, zuweilen erheblich größer sein können, als der normale Dauerstrom. Es ist dann in allen diesen Fällen die Leitung nur für den Dauerstrom zu bemessen, da der vorübergehende Stromstoß nur einen geringen Mehrbetrag an Wärme zu liefern vermag, selbst wenn er den Betriebsstrom um das Doppelte oder Dreifache übertraf. Diese Betrachtungen führen uns zur Erörterung der intermittierenden oder aussetzenden Betriebsweise, die besonders bei unterirdischen Kabelleitungen deshalb von Wichtigkeit ist, weil hier die Festsetzungen bis auf weiteres vom Verbands Deutscher Elektrotechniker noch offen gelassen wurden, die Erwägungen verwickelter und in ihrem Einfluß auf die Ökonomie einer Leitungsanlage von größerer Bedeutung sind, als bei den bisher behandelten Innen- und Luftleitungen.

## 6. Erwärmung unterirdisch verlegter Kabel bei Dauerbetrieb mit konstanter Stromstärke.

Bei der Untersuchung der Wärmeerscheinungen an Kabeln betrachten wir zunächst die Wärmeströmung zwischen zwei konzentrischen Zylindern.

Wenn A und B (Fig. 73 u. 74) die Querschnitte zweier unendlich langen konzentrischen Zylinder darstellen, die auf der konstanten Differenz thermischen Potentials erhalten werden, so wird, falls der ringförmige Raum zwischen beiden Zylindern mit einem homogenen Material vom spezifischen Widerstande  $\sigma$  ausgefüllt ist, der

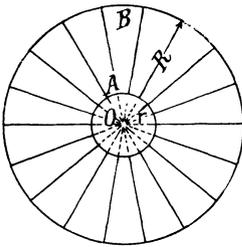


Fig. 73.

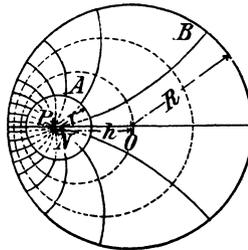


Fig. 74.

Widerstand S dieses Raumes für den laufenden cm der Zylinder ausgedrückt durch die Beziehung

$$S = \frac{\sigma}{2\pi} \log \text{nat} \frac{D}{d}.$$

Hierin bedeuten D und d die Durchmesser der Zylinder in cm. Der thermische Energiestrom wird dann sein:

$$F = \frac{V}{S} = \frac{2\pi V}{\sigma \log \text{nat} \frac{D}{d}}.$$

Der thermischen Potentialdifferenz entspricht hier der Temperaturüberschuß  $\tau$  und dem Gleichgewichtszustande entspricht der Wärmestrom nach dem Ohmschen Gesetz für den ther-

mischen Kreis

$$F = \frac{\tau}{S}$$

in Grammkalorien pro Sekunde oder in Watt.

Da nun beim thermischen Gleichgewichtszustande die pro cm Länge zugeführte Wärmemenge  $J^2 \frac{\rho}{q}$  der abgeführten Wärmemenge  $F$  gleich sein muß, gilt

$$J = \sqrt{\frac{2 \pi T}{\sigma \rho \lg \text{nat} \frac{D}{d}}} q,$$

worin  $\rho$  den spez. elektrischen Widerstand,  $q$  den Querschnitt des Leiters in  $\text{cm}^2$  bedeutet. Die Gleichung stellt die Beziehungen für ein Kabel dar, dessen Außenhülle z. B. durch einen Strom fließenden Wassers auf konstanter Temperatur gehalten wird. Sie nimmt für Kabel gleicher Bauart, bei denen  $\sigma$  und das Verhältnis  $\frac{D}{d}$  als konstant angesehen werden könnten, die Form

$$J = K_1 \sqrt{T q} = K_2 d \sqrt{T}$$

an und besagt, daß unter diesen einschränkenden Bedingungen die für eine bestimmte Temperaturerhöhung erforderlichen Stromstärken proportional dem Durchmesser der Kabelader wachsen, daß also  $\frac{J}{d}$  und nicht  $\frac{J}{q}$  konstant sein muß.

Diese Ableitung gilt auch für konzentrische Kabel, deren Außenleiter auf konstanter Temperatur gehalten wird, und läßt erkennen, daß zur Erzeugung des Wärmegefälles der Innenleiter stets wärmer sein muß, als der äußere. Bei drei konzentrischen Kabeln für 2000 Volt Betriebsspannung mit 5 mm Isolation unter dem innern und 3,5 mm über dem äußern Leiter ergab sich die Temperaturzunahme des Innenleiters um  $\sqrt{2}$ -mal größer als diejenige des Außenleiters<sup>7)</sup>.

Sind nun die Zylinder nicht mehr konzentrisch, hat man also in Erde verlegte oder verseilte Kabel, so lassen sich die anschaulichsten Lösungen durch Anwendung des Prinzips der Abbildung erreichen<sup>8)</sup>.

Ist in einem bestimmten Falle der Mittelpunkt  $N$  (Fig. 74) des inneren Zylinders  $A$  mit dem Abstand  $h$  vom Mittelpunkte  $O$

der Hülle B verschoben und geht die Strömung von A nach B, so sind diese beiden Zylinder notwendigerweise Niveauflächen. Die anderen Niveauflächen sind dann ebenfalls eine Reihe exzentrischer Zylinderflächen mit dem Pol P, der auf der Mittellinie  $\overline{ON}$  liegt. Die Energie- oder Strömungsfäden sind Zylindersegmente, die die zylindrischen Niveauflächen rechtwinklig durchschneiden. Der Widerstand S pro cm Länge der exzentrischen Zylinderflächen ist dann

$$S = \frac{\sigma}{2\pi} \log \text{nat} \frac{1}{A} \frac{1 + \sqrt{1 + A^2 B}}{1 + \sqrt{1 + B}}$$

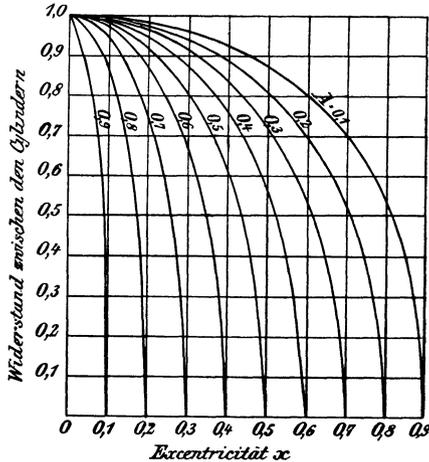


Fig. 75.

worin  $A = \frac{r}{R}$ ,  $B = \frac{4x^2}{[(1+A)^2 - x^2][(1-A)^2 - x^2]}$  gesetzt ist und  $x = \frac{h}{R}$  die Exzentrizität bedeutet<sup>9)</sup>.

Fig. 75 stellt die relativen Werte der Widerstände dar und gestattet, für irgend eine Exzentrizität  $x$  und ein Durchmesser- verhältnis  $A = \frac{r}{R}$  den Widerstand exzentrischer Zylinder auf jenen konzentrischer umzuwandeln, für welche  $x = \text{Null}$  ist.

Ist z. B.  $A = 0,3$ ;  $x = 0,55$ , so folgt aus der Fig. 75, daß der Widerstand der exzentrischen Zylinder 0,641 desjenigen für konzentrische Zylinder ist.

Nun kann die Erdoberfläche als die Zylinderfläche B der Fig. 74 aufgefaßt werden, so daß ein in die Erde versenktes Kabel A ganz in derselben Weise betrachtet werden kann, wie der eben geschilderte Fall. Man kann sich auch für die rein theoretische Betrachtung die Erdoberfläche durch ein negatives Spiegelbild des Kabels ersetzt denken und hierfür die Energieströmung ermitteln.

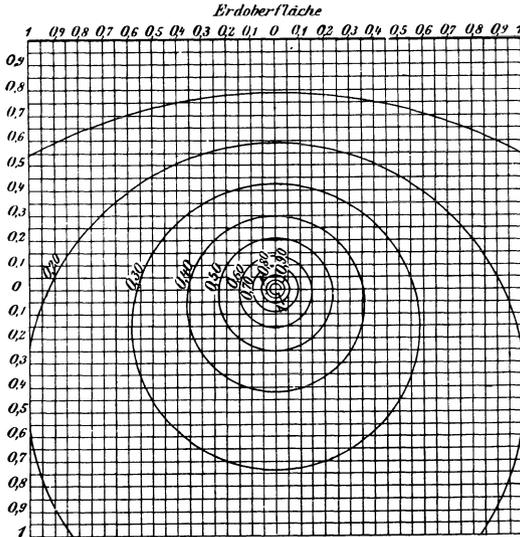


Fig. 76.

Berechnung der Isotherme in Prozenten der Hüllentemperatur:

95 90 85 80 75 70 65 60 55 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5

Horizontaler Abstand der Isotherme,

gemessen von der Kabelachse aus in Kabeldurchmessern:

0,63 0,784 0,976 1,21 1,5 1,8 2,3 2,9 3,6 4,5 5,6 7,1 8,9 11,2 14,2 18,4 24,3 33,8 53,9

Fig. 76 und die ihr entsprechende Tabelle stellen<sup>10)</sup> den Fall eines Kabels dar, dessen Achse um den 40-fachen Betrag seines Radius unter die Erdoberfläche versenkt ist. Wählt man die Temperatur der Kabelhülle als Einheit, so deuten die exzentrischen Kreise die Isothermen von 95% bis herab zu 10% dieser Einheitstemperaturen an. Die in Fig. 76 angegebenen

Längenmaßstäbe beziehen sich auf die Tiefe der Kabelachse unter der Erdoberfläche als Längeneinheit. Die Zahlen der Tabelle ergeben sich daher aus der Figur durch Multiplikation der Abszissen mit 20.

Aus der Tabelle und Fig. 76 läßt sich nun aber auch erkennen, daß ein guter Wärmeleiter, der in die Bahn einer dieser Isothermen eingebracht wird, die Temperatur dieser Isotherme annehmen muß, unter der Voraussetzung, daß seine Einführung die ursprüngliche Isotherme nicht wesentlich beeinflusst. Dies gilt z. B. für die praktisch häufig vorkommenden Fälle, daß zwei oder mehrere Kabel nebeneinander in denselben Graben gelegt werden. Die bloße Gegenwart mehrerer Kabel, von denen nur eines stromführend zu sein braucht, verursacht Temperaturzunahmen auch in den stromlosen Kabeln und drückt dadurch bis zu einem gewissen Betrage den maximalen Strom herab, den die Kabelgruppe zu führen vermag. Nimmt man z. B. an, daß jedes Kabel sich um  $25^{\circ}$  erwärmen darf, und hat man ermittelt, daß das zuerst eingeschaltete Kabel die anderen um  $5^{\circ}$  erwärmt, auch wenn sie stromlos sind, so darf man die anderen Kabel nur so weit belasten, daß sie selbst durch Eigenwärme noch um  $20^{\circ}$  zunehmen.

Ein Versuch dieser Art wurde bei einem Drehstromkabel vorgenommen. Wenn eine Ader stromführend war, erwärmte sie sich um  $32,6^{\circ}$ . Die Ader hatte etwa 15 mm Durchmesser und die Achsen der beiden anderen Adern lagen in 23 mm Entfernung. Das Verhältnis des Abstandes der durch die Mitte der anderen Adern gelegten Isotherme zum Kabeldurchmesser war also 1,535 und die Isotherme selbst sollte nach der Tabelle etwas weniger als 75 % von  $32,6^{\circ}$  aufweisen. Beobachtet wurden in den stromlosen Adern Temperaturzunahmen von  $24,5^{\circ}$ , d. h. etwas mehr als 75 %, in guter Übereinstimmung mit dieser Erklärung.

Betrachtet man eine Ader dieses Drehstromkabels, so ist das Verhältnis

$$x = \frac{h}{R} = \frac{1,3}{3,65} = 0,356$$

$$A = \frac{r}{R} = \frac{0,75}{3,65} = 0,21$$

und somit der Widerstand  $S'$  des exzentrischen Zylinders = 91 % desjenigen  $S$  für konzentrische Zylinder. Diese Korrektion kann

also hier nicht mehr vernachlässigt werden. Rechnet man nun für dieses Kabel den Wärmewiderstand und daraus  $\sigma$  aus, so erhält man

$$B = 0,76, \quad S' = 147, \quad S = 162, \quad \sigma = 670$$

Wir hatten für konzentrische Kabel  $\sigma = 550$  etwa gefunden, Kennelly gibt für andere Kabel 730 an.

Für ein verseiltes Zweileiter- und Dreileiterkabel sind die Strömungs- und Niveaulinien in Fig. 77 u. 78 dargestellt. Letztere Figur ist für die von  $A_1$  und  $A_3$  nach  $B_1$  und  $B_3$  ausgehenden Strömungs- und die entsprechenden Niveaulinien symmetrisch zu ergänzen.

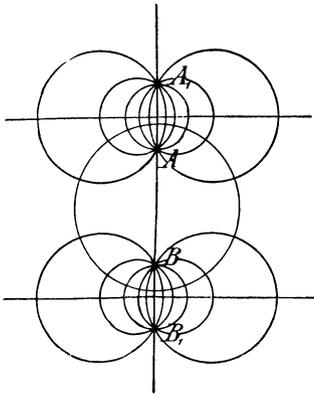


Fig. 77.

Versucht man nun, an Hand der hier entwickelten Strömungsvorgänge praktische Folgerungen für die zulässigen Betriebsstärken der Kabel zu ziehen, so stößt man insofern auf einige Schwierigkeiten, als noch wenig Versuchsmaterial vorliegt und die maximal zulässige Betriebsstromstärke erheblich von der Art und Dicke der Isolationschichten abhängt, die den Leiter umgeben. Sind diese verschiedener Art, so werden die Temperaturgefälle vom

Kupferleiter zur Hülle ebenfalls verschieden sein, und da im allgemeinen jedes individuelle Kabel eine Reihe verschiedener Isolationschichten, beispielsweise eine imprägnierte Schicht faserigen Materials, dann einen Bleimantel, darüber eine Schicht anderen Isoliermaterials, eine Eisenbewehrung und abermals eine Isolierschicht aus Hanf oder Jute enthält, wird es schwer sein, einheitliche und allgemein gültige Beziehungen aufzustellen, solange nicht erheblich mehr Versuchsergebnisse unter genauer Angabe des Aufbaues der Kabel vorliegen. Selbst bei Benutzung der einfachen Beziehung  $J = K_2 d \sqrt{\tau}$  für einen bestimmten Wert von  $\tau$  ergeben sich Schwierigkeiten, weil man je nach der Art der Verseilung und Verlitung für einen bestimmten Querschnitt verschiedene Werte von  $d$  erhalten wird. Es ist deshalb zweck-

mäßig, nach der Beziehung

$$J = \sqrt{\frac{\tau q}{K_1}}$$

zu rechnen.

Versuche ergaben<sup>11)</sup>, daß die Konstante  $K_1$  für Einleiterkabel durchschnittlich 0,018 beträgt, sodaß

$$J = \sqrt{\frac{\tau q}{0,018}} = 7,5 \sqrt{\tau q}.$$

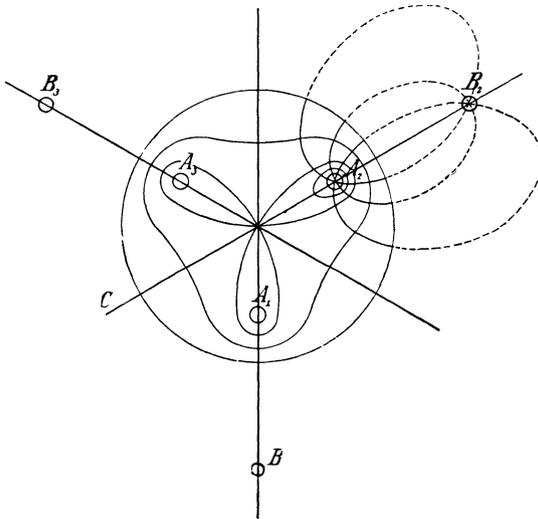


Fig. 78.

Für konzentrische und zweifach verseilte Kabel, gibt Humann laut seinen Versuchen die Konstante  $K_1 = 2 \times 0,018 = 0,036$ , für bikonzentrische und Drehstromkabel  $3 \times 0,018 = 0,054$  und für vierfach verseilte Kabel  $4 \times 0,018 = 0,072$  an.

Die Stromstärke für ein konzentrisches oder ein zweifach verseiltes Kabel berechnet sich demnach aus

$$J = \frac{7,5}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau q},$$

für ein bikonzentrisches oder ein Drehstromkabel aus

$$J = \frac{7,5}{\sqrt{3}} \sqrt{\tau q}$$

und für ein vierfach verseiltes Kabel aus

$$J = \frac{7,5}{\sqrt{4}} \sqrt{\tau q} = \frac{7,5}{2} \sqrt{\tau q}.$$

Auf Grund einer Temperaturzunahme von  $15^{\circ}$  können in Erde verlegte Kabel dauernd mit den in nachstehender Tabelle verzeichneten Stromstärken belastet werden.

Belastungstabelle für Niederspannungskabel.

Querschnitt eines Leiters mm <sup>2</sup>	Stromstärke eines Leiters							
	Einfachkabel		konzentrische und zweifach verseilte Kabel		bikonzentrische und dreifach verseilte Kabel		vierfach verseilte Kabel	
	total	pro mm <sup>2</sup>	total	pro mm <sup>2</sup>	total	pro mm <sup>2</sup>	total	pro mm <sup>2</sup>
16	116	7,25	82	5,12	67	4,19	58	3,63
25	145	5,8	103	4,12	83	3,32	72	2,90
35	172	4,91	122	3,47	99	2,83	86	2,46
50	206	4,12	145	2,90	118	2,36	103	2,06
70	243	3,47	172	2,46	139	1,99	121	1,73
95	283	2,98	200	2,11	162	1,70	142	1,50
120	318	2,65	225	1,88	182	1,52	159	1,33
150	356	2,37	252	1,68	204	1,36	178	1,19
185	395	2,14	280	1,51	226	1,22	197	1,07
240	450	1,88	318	1,33	258	1,07	225	0,94
310	512	1,65	362	1,17	293	0,94		
400	580	1,45	411	1,03	333	0,83		
500	650	1,30	459	0,92				
625	725	1,16						
800	822	1,03						
1000	918	0,92						

Die verzeichneten Stromstärken gelten nur für in Erde verlegte Kabel, während in freier Luft verlegte Kabel bei den verzeichneten Stromstärken sich statt um  $15^{\circ}$  um etwa  $30^{\circ}$  erwärmen würden. Aus dieser Ursache wären die Querschnitte in freier Luft verlegter Kabel etwa zu verdoppeln. Auch sind die verzeichneten Stromstärken zu reduzieren, wenn mehrere Kabel in einem gemeinsamen Graben verlegt werden<sup>12)</sup>.

Wenn wir annehmen, daß sich das n-fache Kabel höchstens um  $30^{\circ}$  C. erwärmen darf, so kann aus dieser Annahme die

Schmelzstromstärke  $J_m$  der Sicherungen ermittelt werden. Diese berechnet sich aus

$$J_m = \frac{7,5}{\sqrt{n}} \sqrt[3]{30 q}.$$

Die Erfahrung lehrt aber zum Glück der wenig rechnenden Praxis, daß die obige Temperaturerhöhung bei weitem ohne Schaden überschritten werden kann. Wohl sinkt schon bei  $15^\circ$  Temperaturerhöhung die Isolation eines Kabels auf etwa den hundertsten Teil, aber man weiß, daß bei Hochspannungskabel oft mit diesem Sinken der Durchschlagswiderstand sich hob — der wichtigste Faktor bei der Beurteilung des Kabels.

## 7. Erwärmung der Kabel bei aussetzendem Betrieb.

Es ist klar, daß ein Lichtkabel im Netze in der Regel nur ganz kurze Zeit mit der maximalen Stromstärke beansprucht wird. Die Dauer dieser maximalen Beanspruchung wird selten mehr als vier Stunden betragen, und da hierauf eine längere Periode der

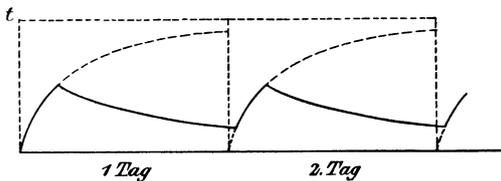


Fig. 79.

Abkühlung folgt, wird die maximal zulässige Temperaturerhöhung bei einem Lichtkabel erst bei ziemlich starker Überlastung oder gar nicht eintreten, und es wird beispielsweise der in Fig. 79 angedeutete Verlauf der Temperaturüberschüsse des Kabels unter der Annahme konstanter Bodentemperatur auftreten. Daraus folgt, daß man vorübergehend ein Lichtkabel, besonders ein solches von kleinem Querschnitt, wesentlich stärker als mit den bekannten 2 A pro qmm beanspruchen kann, ohne daß Unzuträglichkeiten irgend welcher Art auftreten.

Anders liegt der Fall für ein Kabel, das die Zentrale mit einer Akkumulatorenunterstation verbindet und das beispielsweise

durch 20 Stunden gleichmäßig belastet ist und nur während 4 Stunden sich wieder abkühlen kann. Hier wird man das Kabel verhältnismäßig schwächer beanspruchen müssen und sich trotzdem der zulässigen Maximaltemperatur mehr nähern, wie dies Fig. 80 schematisch anzudeuten versucht. Solche Kurven werden also im Verein mit den Erwärmungslinien, der Verlegungsart und Verwendungsweise der Kabel die Beurteilung der maximalen Erwärmung für eine bestimmte Inanspruchnahme oder der maximalen Beanspruchung für eine bestimmte Erwärmung gestatten. Dabei muß nur noch beachtet werden, daß die Leiter eines mehrfach geschlossenen Netzes nicht notwendigerweise maximalen Strom dann führen, wenn das Maximum der Stromabgabe stattfindet, sondern

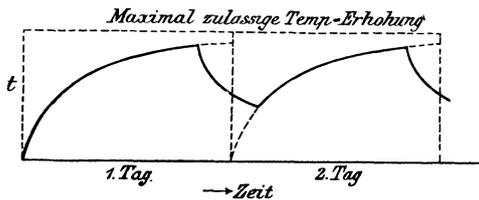


Fig. 80.

daß vielmehr für jeden Netzteil die maximale Beanspruchung nur bei einer bestimmten Belastung auftritt, die unter Umständen einer recht kleinen Stromabgabe des Gesamtnetzes entsprechen kann.

Versuchen wir uns nun über den Verlauf der Kurven Fig. 79 und 80 klar zu werden, indem wir ihre Gleichungen ermitteln.

Wird ein Kabel pro Längeneinheit mit einer bestimmten Leistung  $\frac{J^2 \rho}{q}$  belastet, so entwickelt sich in der Zeit  $dt$  in dieser Längeneinheit die Wärmemenge  $\frac{J^2 \rho}{q} \cdot dt$ . Gleichzeitig wird aber in der Zeit  $dt$  von dem erwähnten Leiter an seine Umgebung die Wärmemenge  $O E \tau dt$  abgegeben, worin  $O$  die Oberfläche pro cm Länge,  $E$  den Wärmeemissionskoeffizienten des Leiters und  $\tau$  seinen variablen Temperaturüberschuß über die Umgebung bedeutet. Die Differenz der zugeführten und der durch Wärmeleitung und -ausstrahlung abgeführten Wärmemenge wird dazu verwendet, das Kabel mit der Wärmekapazität  $W$  in der

Zeit  $dt$  um den Betrag  $d\tau$  zu erwärmen oder abzukühlen. Es gilt also die Beziehung

$$\frac{J^2 \rho}{q} - O E \tau dt = W \cdot d\tau. \dots\dots\dots 1)$$

Nach Erreichung des stationären Zustandes muß offenbar die maximale Temperatur  $\tau_{\max}$  so groß sein, daß die zugeführte und die abgekühlte Wärmemenge einander gleich sind. Es muß also dann

$$\frac{J^2 \rho}{q} = \tau_{\max} O \cdot E \dots\dots\dots 2)$$

und somit

$$(\tau_{\max} - \tau) dt = \frac{W}{O E} d\tau$$

oder

$$t = \frac{-W}{O E} \log \text{nat} (\tau_{\max} - \tau) + \text{Konstante}$$

sein.

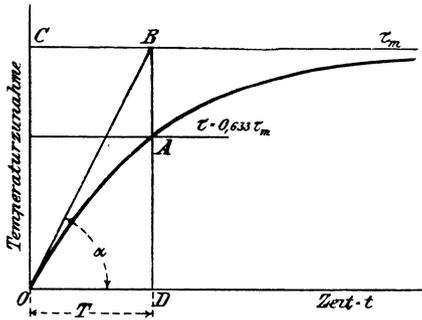


Fig. 81.

Die Integrationskonstante ergibt sich, wenn wir festsetzen, daß für den Beginn der Erwärmung, also für  $t = 0$  auch  $\tau = 0$  sein soll, zu: Konstante  $= \frac{W}{O E} \log \text{nat} \tau_{\max}$ , sodaß also die Gleichung der Erwärmungskurve

$$t = \frac{W}{O E} \log \text{nat} \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau} \dots\dots\dots 3)$$

und ihr Verlauf durch Fig. 81 dargestellt wird. Setzt man in Gleichung 1) das zweite Glied gleich Null, so bleibt unter Berücksichtigung von Gleichung 2)

$$\tau = t \frac{J^2 \rho}{q W} = \left( \frac{O E}{W} \right) \tau_{\max} t = \frac{\tau_{\max} t}{\tau} \dots\dots 4)$$

und da in allen diesen Gleichungen  $W$ ,  $O$  und  $E$  Konstante sind, kann auch das Verhältnis  $\frac{W}{OE}$  gleich einer Konstanten  $T$  gesetzt werden. Die Bedeutung von  $T$  folgt nun aus 4), wenn man  $\tau_{\max} = T$  setzt. Es wird dann  $T = t$ , d. h. gleich jener Zeit, nach deren Ablauf der Leiter die maximale Endtemperatur ohne jede Wärmeabgabe erreichen müßte.  $T$  kann deshalb die thermische Zeitkonstante des Leiters genannt werden. Ohne jene Abkühlung würde also die Temperaturkurve des Leiters die Gerade  $OB$  sein; durch die Wirkung der Wärmeabführung aber geht sie in die gebogene Kurve  $OA$  über und erreicht zur Zeit  $t = T$  den Punkt  $A$ , für den

$$\log \text{nat} \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau} = 1 \text{ oder } \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau} = e$$

ist. Hieraus folgt für die dem Punkt  $A$  entsprechende Temperatur

$$\tau = \tau_m \cdot \frac{e - 1}{e} = 0,633 \tau_m.$$

Eine weitere Definitionsbeziehung für  $T$  ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{dt}{d\tau} = \cotg \alpha = T.$$

Auf diese Beziehung hat schon Lambert 1744 hingewiesen, indem er  $T$  nach der geometrischen Bedeutung als Subtangente der Erwärmung (oder Erkaltung) bezeichnete. Darnach stellt  $T$  für die Abkühlung jene Zeit dar, in welcher der Leiter seinen ganzen Temperaturüberschuß verlieren würde, wenn er durchweg die Erkaltungsgeschwindigkeit des ersten Zeiteilchens beibehielte. Die Abkühlungskurve Fig. 82 ist offenbar das genaue Spiegelbild der Erwärmungskurve und ihre Gleichung ergibt sich, wenn man in Gleichung 1) die zugeführte Wärmemenge  $= 0$  setzt und für den Grenzwert  $\tau = 0$  die Zeit  $t = \infty$  einführt, zu

$$t_1 = T \log \text{nat} \frac{\tau_m}{\tau} \quad . . . . . 5)$$

worin  $\tau_m$  die Ausgangstemperatur für den Beginn der Abkühlung bedeutet.

Wenn nun die Belastung so schwankt, daß sie während einer Zeit  $a = (t - t_1)$ , Fig. 82, von  $\tau_1$  auf  $\tau$  ansteigt, dann während einer Zeitdauer  $b$  von  $\tau_2$  auf  $\tau_3$  fällt, um darauf dasselbe Spiel wieder von neuem zu beginnen, so wird offenbar, wenn die Perioden

a und b sich regelmäßig wiederholen, nach Erreichung des stationären Zustandes die Temperatur zu Beginn der Erkaltung  $\tau_2 = \tau$  am Ende der Erwärmung und analog  $\tau_3 = \tau_1$  sein müssen. Bis zum Eintritt des stationären Zustandes wird auch bei diesem

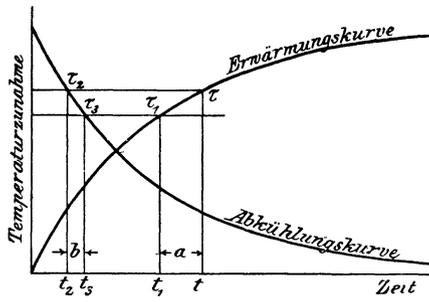


Fig. 82.

periodischen Betrieb mit intermittierender Belastung die Temperatur während jeder Periode a ansteigen, während jeder Periode b abfallen, wie Fig. 83 dies andeutet; aber es wird doch im ganzen

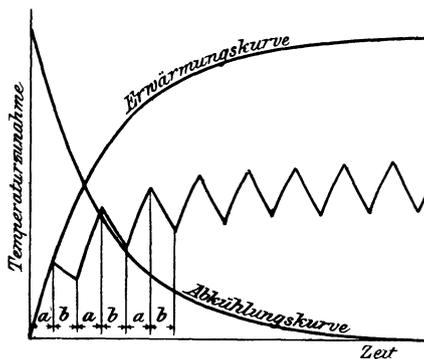


Fig. 83.

die Temperatur deshalb etwas ansteigen, weil die Zunahme anfangs steiler, die Abkühlungen anfangs flacher verlaufen als nach Erreichung des stationären Zustandes. Die einzelnen Abschnitte der Zickzacklinie sind Teile der Erwärmungs- und Abkühlungskurven und ergeben sich leicht, wenn man mit einer Schablone diese Kurven parallel zu sich selbst verschiebt und jeweilig die

Stücke zwischen den Grenzl意思en der Betriebsperioden zeichnet<sup>13)</sup>. Nach Erreichung des stationären Zustandes gelten also die Gleichungen

$$t = T \log \text{nat} \frac{\tau_m}{\tau_m - \tau} \quad \text{und} \quad t_1 = T \log \text{nat} \frac{\tau_m}{\tau_m - \tau_1}$$

oder

$$a = t - t_1 = T \log \text{nat} \frac{\tau_m - \tau_1}{\tau_m - \tau} \quad . . . . . 6)$$

und

$$t_2 = T \log \text{nat} \frac{\tau_m}{\tau_2} \quad \text{und} \quad t_3 = T \log \text{nat} \frac{\tau_m}{\tau_3}$$

oder

$$b = t_3 - t_2 = T \log \text{nat} \frac{\tau_2}{\tau_3} \quad . . . . . 7)$$

Zieht man aus Gleichung 6) und 7) die Temperaturen  $\tau_1$  und  $\tau_3$  heraus und setzt sie entsprechend Fig. 83 einander gleich, so kann man die Beziehung ableiten

$$\frac{b}{T} = - \log \text{nat} \left[ \frac{\tau_m}{\tau} - \epsilon^{\frac{a}{T}} \left( \frac{\tau_m}{\tau} - 1 \right) \right] \quad . . . . . 8)$$

Hierin bedeutet  $\tau_m$  die maximale Übertemperatur, welche der Leiter annehmen müßte, wenn er nicht intermittierend, sondern dauernd mit der hohen Stromstärke  $J_m$  ( $q$  als konstant angenommen) betrieben würde.  $\tau$  aber bedeutet die Temperatur, mit welcher zur Zeit  $t$  die Erwärmung bei aussetzendem Betrieb unterbrochen wird und die Abkühlung beginnt. Diese Temperatur  $\tau$  kann nun offenbar auch für den aussetzenden Betrieb gleich derjenigen Übertemperatur gesetzt werden, die für den Leiter oder hier speziell das Kabel bei normaler Dauerbelastung als zulässig erachtet wurde. Das Verhältnis  $\frac{\tau_n}{\tau \cdot p}$  wird also die beiden Endtemperaturen für Überlastung und normale Dauerlast im Verhältnis  $p$  angeben und es wird somit

$$\frac{\tau_m}{\tau} = p = \frac{\text{Überlast}}{\text{Normale Dauerlast}} \quad . . . . . 9)$$

und

$$\frac{b}{T} = - \log \text{nat} \left[ p - \epsilon^{\frac{a}{T}} (p - 1) \right]$$

oder

$$\frac{a}{P} = \frac{1}{1 - \frac{T}{a} \log \text{nat} \left[ p - \varepsilon \frac{a}{T} \cdot (p - 1) \right]} \dots 10)$$

Diese Gleichung gibt die Beziehung zwischen der zulässigen Überlastung eines intermittierend, d. h. während a Stunden betriebenen, während b Stunden ruhenden und abkühlenden Kabels oder Leiters, der Belastungszeit a und der Periode P = (a + b) an.

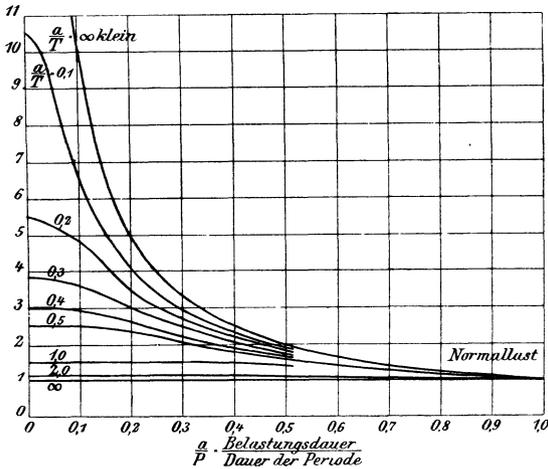


Fig. 84.

Die Werte p der Gleichung 10) sind in Fig. 84 für verschiedene Verhältnisse  $\frac{a}{T}$  und  $\frac{a}{P}$  dargestellt und es ist nun nur noch erforderlich, aus dieser allgemeingültigen Beziehung die für Kabel in mittlerem Boden gültigen Verhältnisse herauszugreifen. Nun kann man aber aus Gleichung 3) ableiten, nach welcher Zeit die Temperatur des Kabels bis auf n% an den theoretischen Endwert  $\tau_m$  herangekommen ist. Setzt man nämlich  $n = 100 \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\tau_m}\right)$  in Gleichung 3) ein, so folgt

$$t = T \log \text{nat} \frac{100}{n} \dots 11)$$

und somit für

$$\begin{array}{cccccccc} n & = & 10 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0,5\% \\ \frac{t}{T} & = & 2,3 & 3,0 & 3,22 & 3,51 & 3,91 & 4,6 & 5,3. \end{array}$$

Das Kabel wird also seine Endtemperatur bis auf 2—3% nach 3,5 bis 4 mal T erreicht haben. Daraus ergibt sich für ein unverlegtes Kabel (im Zimmer) T = 1 Stunde, für ein in Sandboden verlegtes Kabel T = 6 bis 7 Stunden.

Für ein verlegtes Kabel, dessen thermische Zeitkonstante 6 Stunden beträgt und das täglich nur 3 Stunden belastet wird, wäre  $\frac{a}{T} = 0,5$ ;  $\frac{a}{p} = \frac{3}{24} = 0,125$ ;  $p = 2,5$ . Das Kabel dürfte also während dieser Zeit mit 2,5-facher Belastung oder mit  $\sqrt{2,5} = 1,6$ -facher Stromstärke betrieben werden, ohne sich mehr zu erwärmen, als bei Dauerbetrieb mit einfacher Stromstärke. Ein einfaches Kabel von 200 qmm Querschnitt, das bei Dauerbetrieb mit 2,6 Ampère pro qmm sich um 30° erwärmt, würde also dieselbe Endtemperatur nach 3 Stunden annehmen, wenn es mit  $2,6 \times 1,6 = 4,1$  Ampère pro qmm betrieben wird. Nehmen wir T = 6 an, so betragen für intermittierenden Betrieb mit der p-fachen Überlast während a Stunden täglich und vollkommener Abkühlung während 24—a Stunden die Werte von p

$$\begin{array}{cccccc} \text{für } a = & 1/2 & 1 & 3 & 6 & 12 & 24 \text{ Stunden} \\ p = & 10 & 5 & 2,5 & 1,5 & 1,1 & 1 \end{array}$$

Der wirkliche Betrieb wird sich nun nicht so abspielen, sondern die Belastung wird zwischen einem maximalen und einem minimalen Wert in mehr oder weniger regelmäßiger Weise schwanken. Aber auch dann kann man an Hand obiger Werte leicht zu einer Schätzung von p gelangen.

Bei der Querschnittsbestimmung der Leitungen spielen außerdem die mechanischen Eigenschaften des Materials — es kommen nur Kupfer und Aluminium in Betracht — eine wichtige Rolle. Diese und ähnliche auf die Verlegung bezügliche Fragen, wollen wir hier als in das Gebiet des allgemeinen Leitungsbaues gehörig nicht behandeln. Wir verweisen diesbezüglich auf die ausführliche Behandlung in unserem „Handbuch der elektrischen Beleuchtung“ und wenden uns zum Studium der wirtschaftlichen Fragen, soweit diese die Bemessung des Querschnittes unmittelbar betreffen.

<sup>1)</sup> Offiz. Bericht über die Intern. Elektrizitätsausstellung in München 1881, 2. Teil, S. 15.

<sup>2)</sup> A. E. Kennelly, El. World 14, S. 357, 1899.

<sup>3)</sup> Dr. C. L. Weber, Erläuterungen zu den Vorschriften für die Er- richtung elektrischer Starkstromanlagen. Sechste Ausgabe, 1904.

<sup>4)</sup> Vergl. auch d. Notiz ü. Bottolmeys Arbeiten, The Electr. 24, S. 158, 1889.

<sup>5)</sup> H. Bellmer, Zeitschr. d. Ver. Deutscher Ingen. No. 53, 1887.

<sup>6)</sup> Dulong und Petit, Ann. de Chim. et de Phys., Band 7, 1817. Vergl. auch das Stefan-Boltzmannsche Gesetz der Gesamtstrahlung in Otto Lummers Vortrag über die Ziele der Leuchttechnik, ETZ. 1902, S. 806.

<sup>7)</sup> J. Herzog und Cl. Feldmann, Über die Erwärmung elektr. Leitungskabel, ETZ. 1900, S. 783.

<sup>8)</sup> Zum eingehenden Studium desselben können wir Prof. Holzmüllers Werke „Ingenieur-Mathematik“ II, (S. 224) und besonders „Isogonale Verwandtschaften“ empfehlen.

<sup>9)</sup> Siehe Bd. I, S. 359 die analoge Formel für die Kapazität verseilter Kabel.

<sup>10)</sup> A. E. Kennelly, El. World 22, S. 183, 201, 1903.

<sup>11)</sup> K. Wilkens, ETZ. 1900, S. 413, 691. Dr. R. Apt, ETZ. 1903, S. 613. J. Herzog u. Cl. Feldmann, ETZ. 1900, S. 783. Paul Humann, ETZ. 1903, S. 599.

<sup>12)</sup> Die ETZ. 1904 enthält Seite 464 einen für den Elektriker-Kongreß desselben Jahres bestimmten Vorschlag für die Belastung von Einfach-Gleichstromkabeln bis 700 Volt mit und ohne Prüfdraht. Danach wäre die zulässige Stromstärke gegeben durch die Formel

$$J = C \sqrt{\frac{q T}{\lg \frac{4l}{d}}},$$

worin  $C = 15,55$  ist, ein Mittelwert aus einer größeren Zahl von Versuchen,  $q$  der Querschnitt des Kupferleiters,  $T$  die zulässige Übertemperatur von  $25^{\circ} \text{C.}$ ,  $l$  die Verlegungstiefe bis 70 cm,  $d$  der Durchmesser des Kupferleiters in mm.

Daraus errechnet sich z. B. für  $q = 16 \text{ mm}^2$   $J = 140 \text{ Amp.}$ , für  $q = 1000 \text{ mm}^2$   $J = 1350 \text{ Amp.}$  Die so gefundenen Stromstärken dürfen auf keinen Fall überschritten werden und gelten, solange nicht mehr als zwei Kabel dicht nebeneinander im gleichen Graben in der üblichen Verlegungstiefe liegen. Mittelleiter werden hierbei nicht als Kabel angesehen. Bei ungünstigen Verhältnissen wird empfohlen, auf  $\frac{3}{4}$  des berechneten Stromes herabzugehen.

<sup>13)</sup> Vergl. El. World 22. Juli 1899, S. 141. Ferner E. Oelschläger, Die Berechnung von Widerständen, Motoren und dergl. für aussetzende Betriebe, ETZ. 1900, S. 1058.

## Viertes Kapitel.

# Die wirtschaftlichen Rücksichten bei Berechnung elektrischer Leitungen.

---

Die Fortleitung und Verteilung der elektrischen Energie verursacht in den Leitungen einen Energieverlust, welcher von der Dimensionierung der Leitungen abhängt und durch reichliche Dimensionierung herabgedrückt werden kann. Da einerseits der Energie ein den Marktverhältnissen angepaßtes Geldäquivalent entspricht, andererseits die Unkosten der Leitungsanlage, bestimmt durch die Verzinsung, Amortisation und Instandhaltung derselben, von den Dimensionen der Leitungen abhängig sind, taucht ungezwungen die Frage auf, welcher Energieverlust zuzulassen sei, damit die Betriebskosten der Leitungsanlage ein Minimum betragen. Diese Betriebskosten bestehen aus einem dem Energieverluste entsprechenden Betrage und aus den Unkosten der Leitungsanlage. Diese letzteren setzen sich wieder zusammen aus der Verzinsung und Amortisation des Anlagekapitales und den Unterhaltungskosten der Leitungsanlage.

Die Frage der Wirtschaftlichkeit tritt in der Technik, wie in allen Fragen des menschlichen Lebens, immer in den Vordergrund. Der Ingenieur hat bei seinen Berechnungen neben der mechanischen Dynamik auch die Dynamik des Geldes in Betracht zu ziehen. Letztere hat ein Hauptgesetz, welches besagt, daß das in geschäftlicher Bewegung befindliche Kapital unter günstigen Verhältnissen imstande sei, sich zu vermehren. Die Aufgabe des Ingenieurs bezieht sich demnach sowohl auf die rein technische Lösung der Probleme als auch auf die Bestimmung der für das Anlage-

kapital günstigsten Verhältnisse. So bestimmt z. B. beim Projektieren eines Kunstkanals das Gefälle bei gegebenem Wasserquantum und bekannter Bodenstruktur den Querschnitt des Kanals. Je größer das Gefälle im Kanal angenommen wird, desto größer wird die Geschwindigkeit des Wassers und desto kleiner kann der Querschnitt des Kanals angenommen werden. Die Steigerung des Verlustgefälles reduziert demnach die Kosten des Kanals, hingegen haben wir weniger Energie am Ende des Kanals verfügbar, und somit steigen die Unterhaltungskosten für den Kanal mit zunehmender Wassergeschwindigkeit. In solchem Falle hat der Projektierende jenes Gefälle zu bestimmen, welches die minimalen Betriebskosten bedingt.

Die wirtschaftlichen Rücksichten bei Berechnung elektrischer Leitungen beziehen sich auf jenen Energieverlust in der Leitung, bzw. auf jenen Querschnitt derselben, bei welchem die Betriebskosten der Anlage ein Minimum werden. Da die zu lösende Aufgabe in mannigfaltigen Formen erscheint, wollen wir die am häufigsten vorkommenden Fälle einzeln behandeln und dann erst die allgemeine Lösung geben.

Von einer bereits vorhandenen Zentrale aus sollen an einen Konsumenten in einer Entfernung von  $L$  Metern  $W_2$  Watt abgegeben werden. Die Spannung  $V_1$  Volt an den Klemmen der Maschine sei bekannt. Unbekannt ist die in die Leitung zu befördernde Energie  $W_1$ , die Stromstärke  $J$ , und zu ermitteln ist der Energieverlust  $w$  in der Leitung in der Weise, daß die Betriebskosten  $K$  der Leitung ein Minimum seien.

$$K = w T P_1 + (a + b q) L p \dots \dots \dots 1)$$

In Gleichung 1) bezeichnet  $T$  die Zeit in Stunden, während welcher der Konsument jährlich  $W_2$  Watt abnimmt,  $P_1$  in Pfennigen die effektiven Selbstkosten der erzeugten Arbeitseinheit in Wattstunden,  $q$  den Querschnitt der Leitung,  $a + b q$  die Kosten der Leitung in Pfennigen pro laufenden Meter, wobei  $a$  und  $b$  durch die Spannung  $V_2$  und die Verlegungsart der Leitung bestimmte Konstanten sind, die wir später folgen lassen werden, und endlich  $p$  die Prozente des in Pfennigen ausgedrückten Anlagekapitals  $(a + b q) \cdot L$  der Leitung für Verzinsung, Amortisation und Instandhaltung. Die Gleichung 1) enthält nebst den als konstant zu betrachtenden Größen  $T$ ,  $P_1$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $L$  und  $p$  noch die Variablen  $w$  und  $q$ .

Diese sind aber keine unabhängigen Variablen, denn es läßt sich  $q$  durch  $w$  und die bekannten Größen  $W_2$  und  $V_1$  ausdrücken. Aus den Beziehungen

$$\frac{J^2 2 L \rho}{q} = w, \quad J = \frac{W_1}{V_1} = \frac{W_2 + w}{V_1}$$

ergibt sich nämlich

$$q = \left( \frac{W_2 + w}{V_1} \right)^2 \cdot \frac{2 L \rho}{w} \quad \dots \dots \dots 2)$$

Substituieren wir diesen Wert in Gleichung 1), differenzieren  $K$  nach  $w$  und setzen

$$\frac{dK}{dw} = 0 \quad \dots \dots \dots 3)$$

so erhalten wir jenen Wert des Energieverlustes  $w$ , bei welchem die Betriebskosten der zu projektierenden Leitung ein Minimum sind. Diesen Wert des Energieverlustes wollen wir den rationalen Energieverlust nennen und mit  $[w]$  bezeichnen und den hierdurch bedingten Querschnitt den rationalen Querschnitt nennen und mit  $[q]$  bezeichnen. Aus dieser Definition ergibt sich, daß das Wort „rationell“ sich immer auf die Kosten bezieht.

Aus Gleichung 3) folgt

$$[w] = W_2 \sqrt{\frac{2 L^2 b \rho p}{2 L^2 b \rho p + P_1 T V_1^2}} \quad \dots \dots \dots 1)$$

und aus Gleichung 2)

$$[q] = \left( \frac{W_2 + [w]}{V_1} \right)^2 \cdot \frac{2 L \rho}{[w]} \quad \dots \dots \dots II)$$

Substituieren wir  $[w]$  und  $[q]$  in Gleichung 1), so erhalten wir die minimalen Betriebskosten  $[K]$ .

Nachdem wir nun den rationalen Energieverlust  $[w]$  und den rationalen Querschnitt  $[q]$  ermittelt haben, ist zu erwägen, ob die Abgabe der Energiemenge  $W_2$  in der Entfernung  $L$  ökonomisch ist. Sie wird es dann sein, wenn die Einnahmen für Strom die Selbstkosten übertreffen.

Sei  $P_2$  der Betrag in Pfennigen, den der Konsument pro Wattstunde bezahlt, so besteht der Zusammenhang;

$$W_2 T P_2 - \{a + b [q]\} L p + (W_2 + [w]) T P_1 = N \quad \dots \dots \dots III)$$

Ist  $N = 0$ , so ist die Einnahme gleich den Ausgaben; ist  $N$  negativ, so sind die Ausgaben größer als die Einnahme. Die Stromlieferung wäre demnach in beiden Fällen unwirtschaftlich, obwohl wir den rationellen Querschnitt und dementsprechend die minimalen Betriebskosten in Erwägung gezogen haben. Ist dagegen  $N$  positiv, dann übertrifft die Einnahme die Ausgaben und die Stromlieferung an den betreffenden Konsumenten ist nutzbringend.

Die hier angeführte Methode soll durch ein Beispiel erläutert werden:

Eine Zentrale, welche mit 240 Volt Klemmenspannung arbeitet, beabsichtigt an ein Gut Energie zu liefern. Die Kosten der 600 Meter belaufenden Zuleitung soll die Zentrale tragen. In dem Gebäude werden 150 Stück 16-kerzige Glühlampen installiert, welche pro Kerze 3,5 Watt verbrauchen. Demnach beträgt der Gesamtverbrauch  $3,5 \times 16 \times 150 = 8400$  Watt während 1000 Stunden im Jahre.

Die Leitung sei an imprägnierten Holzmasten auf Glocken geführt. Dann werden bei den gegenwärtigen Marktpreisen die Kosten ( $a + b q$ ) des laufenden Meters der Luftleitung  $70 + 2,85 q$  betragen, nämlich  $a = 70$  Pfennige,  $b = 2,85$  Pfennige, wobei  $a$  die Kosten der Holzmaste, der Porzellanglocken samt Eisenstützen und die Montage,  $b$  den Kupferpreis darstellt.

Die Zentrale arbeitet mit Dampfmaschinen, die Kessel werden mit Kohle geheizt. Die Selbstkosten einer Wattstunde, bezogen auf die Schalttafel der Zentrale, stellen sich dabei auf 0,01 Pfennig. Die Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung betrage 8% der Investitionssumme der Leitung. Demnach ist in dem geschilderten Falle  $L = 600$  m,  $W_2 = 8400$  Watt,  $V_1 = 240$  Volt,  $T = 1000$  Stunden,  $P_1 = 0,01$  Pfennig,  $a = 70$  Pfennige,  $b = 2,85$  Pfennige,  $p = 0,08$ ,  $\rho = 0,017$ .

Diese Werte, in I) eingesetzt, ergeben für den rationellen Energieverlust

$$\begin{aligned} [w] &= 8400 \sqrt{\frac{2 \cdot 600^2 \cdot 2,85 \cdot 0,017 \cdot 0,08}{2 \cdot 600^2 \cdot 2,85 \cdot 0,017 \cdot 0,08 + 0,01 \cdot 1000 \cdot 240^2}} \\ &= 8400 \sqrt{\frac{2790}{2790 + 576\,000}} = 583 \text{ Watt} \end{aligned}$$

Demnach etwa 7% von 8400 Watt. Der rationelle Quer-

schnitt aus II):

$$[q] = \left( \frac{8400 + 583}{240} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot 600 \cdot 0,017}{583} = 49 \text{ qmm}$$

Wir runden diesen Querschnitt auf 50 qmm ab. Die Anlagesumme der Leitung beträgt demnach

$$(70 + 2,85 \cdot 50) \cdot 600 = 127\,500 \text{ Pfennige} = 1275 \text{ Mark.}$$

Die minimalen Betriebskosten der Leitung betragen

$$[K] = 583 \cdot 1000 \cdot 0,01 + 127\,500 \cdot 0,08 = 16\,030 \text{ Pfennige} = 160,3 \text{ Mark.}$$

Würden wir den rationellen Querschnitt verdoppeln, dann wären die Betriebskosten

$$K = \frac{583}{2} \cdot 1000 \cdot 0,01 + (70 + 2,85 \cdot 100) \cdot 600 \cdot 0,08 = 19\,955 \text{ Pfennige} \\ = 199,55 \text{ Mark} > [K].$$

Halbieren wir den rationellen Querschnitt, dann sind die Betriebskosten

$$K = 2 \cdot 583 \cdot 1000 \cdot 0,01 + (70 + 2,85 \cdot 25) \cdot 600 \cdot 0,08 = 18\,440 \text{ Pfennige} \\ = 184,4 \text{ Mark} > [K].$$

Der Konsument, hier die Gutsverwaltung, zahlt für die konsumierte Hektowattstunde 5 Pfennige, also 0,05 Pfennige für die konsumierte Wattstunde. Die Bruttoeinnahme dieser Stromlieferung beträgt demnach

$$8400 \cdot 1000 \cdot 0,05 = 420\,000 \text{ Pfennige} = 4200 \text{ Mark.}$$

Die Gesamtausgaben belaufen sich unter Beibehaltung des rationellen Energieverlustes und Querschnittes auf

$$(70 + 2,85 \cdot 50) \cdot 600 \cdot 0,08 + (8400 + 583) \cdot 1000 \cdot 0,01 = \\ 100\,030 \text{ Pfennige} \sim 1000 \text{ Mark.}$$

Der jährliche Gewinn beträgt demnach  $4200 - 1000 = 3200$  Mark.

Um zu illustrieren, welchen Einfluß die Entfernung des Konsumenten auf die Dimensionen der Leitung und auf die Rentabilität der Stromlieferung ausübt, wollen wir das vorstehende Beispiel unter der Voraussetzung behandeln, daß das Gut von der Zentrale nicht 600 m, sondern 2000 m entfernt läge.

Der rationelle Energieverlust berechnet sich, wie folgt:

$$[w] = 8400 \sqrt{\frac{2 \cdot 2000^2 \cdot 2,85 \cdot 0,017 \cdot 0,08}{2 \cdot 2000^2 \cdot 2,85 \cdot 0,017 \cdot 0,08 + 0,01 \cdot 1000 \cdot 240^2}}$$

$$= 1900 \text{ Watt.}$$

Demnach 22,6 % von 8400 Watt.

Der rationelle Querschnitt:

$$[q] = \left( \frac{8400 + 1900}{240} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot 2000 \cdot 0,017}{1900} = 66 \text{ mm}^2$$

Die Anlagekosten der Leitung betragen daher

$$(70 + 2,85 \cdot 66) 2000 = 516 200 \text{ Pfennige} = 5162 \text{ Mark.}$$

Die minimalen Betriebskosten werden

$$[K] = 1900 \cdot 1000 \cdot 0,01 + 516 200 \cdot 0,08 = 60 296 \text{ Pfennige} \sim 603 \text{ Mark.}$$

Die Gesamtausgaben sind also

$$60 296 + 8400 \cdot 1000 \cdot 0,01 = 144 296 \text{ Pfennige} = 1443 \text{ Mark.}$$

und der jährliche Gewinn

$$4200 - 1443 = 2757 \text{ Mark.}$$

Die Stromlieferung wäre demnach bei den angenommenen Verhältnissen auch noch auf eine Entfernung von 2000 m rentabel. Der berechnete rationelle Querschnitt darf jedoch im vorliegenden Falle nur als untere Grenze dienen, da sich hierbei ein Spannungsverlust von 18 % der 240 Volt ergäbe, was einen zu großen Regulierzwang zur Erhaltung konstanter Spannung erheischen würde.

In Fällen, wo der Konsument auch die Kosten der Leitungen zu tragen hat, was bei Hausinstallationen (sogenannten sekundären Installationen) zutrifft, und der Konsument den Energieverlust in den Anschlußleitungen mitkauft, tritt die Frage des rationellen Energieverlustes und Querschnittes auf. Von dem früher behandelten unterscheidet sich dieser Fall lediglich darin, daß hier der Energieverlust zum Kaufpreise und nicht mit den Erzeugungskosten in Rechnung gestellt wird.

Die Betriebskosten einer solchen Anschlußleitung ergeben sich aus den Energiekosten und den Kosten für Amortisation, Verzinsung des Kapitals und Instandhaltung der Leitung.

$$K = \frac{J^2 \cdot 2 L \varrho}{q} \cdot T \cdot P_2 + (a + b q) L \cdot P,$$

worin  $P_2$  den Kaufpreis einer Wattstunde und die übrigen Buchstaben die bereits bekannten Größen bezeichnen.

Daraus ergibt sich der rationelle Querschnitt

$$[q] = J \sqrt{\frac{2 \varrho T P_2}{b p}} \dots \dots \dots \text{IV)}$$

Die Gleichung besagt, daß der rationelle Querschnitt von der Länge der Leitung unabhängig ist.

Beispiel: In der Küche eines ausgedehnten Wohngebäudes, welches an ein 100 Volt-Stadtnetz angeschlossen werden soll, sind 2 Stück 32-kerzige Glühlampen angebracht, welche pro Lampe 1 Ampère konsumieren. Die Küche ist von der Anschlußstelle 45 m entfernt. Der Konsument bezahlt 0,05 Pfg. für die Wattstunde und die jährliche Brenndauer der beiden Lampen beträgt je 1000 Stunden. Die Leitung wird auf Porzellanrollen montiert und besitzt eine Paragummiband-Isolation, wobei in dem Ausdrucke  $(a + b q)$  für die Kosten des laufenden Meters der Leitung  $b = 2,9$  Pfg. beträgt; die Kosten für Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung betragen 10 % der Leitungskosten.

Dementsprechend berechnet sich

$$[q] = 2 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,017 \cdot 1000 \cdot 0,05}{2,9 \cdot 0,1}} = 4,85 \text{ mm}^2.$$

Um einen prägnanten Vergleich machen zu können, nehmen wir an, daß wir die Leitung auf den zulässigen Spannungsverlust von 3 %, hier 3 Volt, dimensioniert hätten und zwar mit einem Querschnitt von 1 mm<sup>2</sup>, da

$$\frac{45 \cdot 2}{30 \cdot 1} = 3 \text{ Volt.}$$

Die Leitung würde hierbei inklusive Porzellanrollen, Dübeln, Gips, Kleinmaterialien und Montage etwa 11 Mark kosten und die Kosten für Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung würden pro Jahr 10 % von 11 Mark, d. i. 1,10 Mk. betragen.

Demgegenüber werden in der Leitung 2 Amp.  $\times$  3 Volt = 6 Watt und während 1000 Stunden im Jahre 6000 Wattstunden = 60 Hektowattstunden vernichtet. Für diese Energie bezahlt der

Konsument  $60 \times 5 = 300$  Pfg. = 3 Mk. Die sämtlichen Betriebskosten der Leitung betragen also pro Jahr  $1,10 + 3 = 4,10$  Mk.

Da die normalen Querschnitte 1, 1,5, 2,5, 4, 6 etc. mm<sup>2</sup> sind, runden wir den rationellen Querschnitt  $[q] = 4,85$  mm<sup>2</sup> auf 4 mm<sup>2</sup> ab und führen die obige Berechnung für diesen Querschnitt durch, wobei wir die Querschnitte 1,5 und 2 mm<sup>2</sup> außer Betracht lassen, um das Resultat auffälliger zu gestalten.

Die 4 mm<sup>2</sup>-Leitung würde inkl. Porzellanrollen, Dübeln, Gips, Kleinmaterialien und Montage etwa 18 Mk. kosten, für Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung wären pro Jahr 10% von 18 Mk., demnach 1,8 Mk. zu veranschlagen. Demgegenüber würden in der Leitung nur  $2 \text{ Amp.} \times \frac{3}{4} \text{ Volt} = 1,5$  Watt und während 1000 Stunden im Jahre 1500 Wattstunden = 15 Hektowattstunden vernichtet. Für diese Energie bezahlt der Konsument  $15 \times 5 = 75$  Pfg. = 0,75 Mk. Die gesamten Betriebskosten betragen also bei der 4 mm<sup>2</sup>-Leitung pro Jahr  $1,8 + 0,75 = 2,55$  Mk., gegen 4,10 Mk. bei der 1 mm<sup>2</sup>-Leitung. Bei Anwendung des rationellen Querschnittes ersparen wir daher jährlich  $4,10 - 2,55 = 1,55$  Mk. Auch dürfen wir nicht außer acht lassen, daß wir dabei statt 3 Volt nur 0,75 Volt Leitungsverlust haben.

Aus dem berechneten Beispiel geht deutlich hervor, daß es bei Hausanschlußleitungen und Lampen für lange Brenndauer gänzlich unmotiviert wäre, allein mit Rücksicht auf den zulässigen Spannungsverlust die dünnsten Querschnitte zu wählen. Im Gegenteil. Es wäre in solchen Fällen zu empfehlen, den Querschnitt der betreffenden Leitung auch aus wirtschaftlichen Rücksichten zu verstärken<sup>1)</sup>.

Die zwei behandelten, von einander verschiedenen Fälle bezogen sich auf die Berechnung von Leitungen, welche nur einen Bestandteil eines Netzes bilden. In den folgenden wollen wir eine Fernleitung mit Rücksicht auf die Wirtschaftlichkeit der Gesamtanlage berechnen.

In einer Entfernung von  $L$  Metern von der Verbrauchsstelle sei eine Wasserkraft mit einer Leistung  $W_1$  Watt vorhanden. Zu ermitteln ist der rationelle Querschnitt, bezw. der rationelle Energieverlust bei einem Minimum der Betriebskosten für die Leitung. Diese bestehen hier aus den Betriebskosten für die Erzeugung der in der Fernleitung in Wärme umgesetzten elektrischen Energie, vermehrt um die Kosten der Amortisation, Ver-

zinsung und Instandhaltung der Fernleitung, und ferner aus dem Betrage für Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung jenes Teiles der Zentrale, welcher ausschließlich zur Erzeugung der in der Fernleitung zu vernichtenden elektrischen Energie dient.

Bezeichnen wir nun mit  $P'_1$  die Betriebskosten für die in der Zentrale erzeugten Watt, mit  $A$  die Anlagekosten der Zentrale für 1 Watt, mit  $p'$  den Betrag für Amortisation, Verzinsung und Instandhaltung der Zentrale, ausgedrückt in Prozenten, dann ergeben sich als Betriebskosten der Fernleitung

$$K = w T P'_1 + w A p' + (a + b q) L p.$$

Substituieren wir

$$q = \left( \frac{W_1}{V_1} \right)^2 \cdot \frac{2 L \varrho}{q},$$

dann erhalten wir

$$K = a L p + (T P'_1 + A p') w + 2 L^2 \varrho p b \left( \frac{W_1}{V_1} \right)^2 \frac{1}{w} \quad . \quad V)$$

Bevor wir auf die Ermittlung des rationellen Energieverlustes eingehen, sei betont, daß die Übertragung der disponiblen Energie  $W_1$  mit verschiedenen Spannungen  $V_1$ , demnach bei verschiedenen Stromstärken  $W_1 : V_1$  erfolgen könnte. Da jedoch sowohl die Kosten  $(a + b q) L$  der Fernleitung und die Instandhaltung derselben, als auch die Kosten der Zentrale und endlich auch die Betriebskosten pro erzeugtem Watt von der Wahl der Spannung in der Zentrale abhängig sind, werden auch die Betriebskosten der Leitung im gegebenen Falle sich nicht nur nach dem Energieverlust, sondern auch nach der gewählten Spannung richten.

Bestimmt man nun für verschiedene Spannungen, denen entsprechende Werte der in Gl. V) vorkommenden Größen zugehören, aus dieser Gleichung den rationellen Energieverlust und Querschnitt, sowie die minimalen Betriebskosten, dann wird sich unter allen Spannungswerten einer ergeben, für den die minimalen Betriebskosten einen kleinsten Wert annehmen.

Für den Fall einer bekannten primären Energie haben wir die Leitungsanlage bereits auf Wirtschaftlichkeit berechnet. Es möge jedoch auch untersucht werden, bei welcher Spannung und bei welchem Energieverluste in der Leitung die Betriebskosten der gesamten Anlage ein Minimum werden. Die Gesamtbetriebskosten werden ausgedrückt durch

$$K = W_1 A p' + w T P'_1 + (a + b q) L p.$$

Substituieren wir

$$q = \left(\frac{W_1}{V_1}\right)^2 \cdot \frac{2L\varrho}{w},$$

dann ergibt sich aus  $\frac{dK}{dw} = 0$ .

$$[w] = \left(\frac{W_1}{V_1}\right)L\sqrt{\frac{2\varrho p b}{T P'_1 + A p'}}$$

und

$$[q] = \left(\frac{W_1}{V_1}\right) \frac{2L\varrho}{[w]}.$$

Hoehenegg nennt  $\sqrt{\varrho p b}$  die Leitungszahl und  $\sqrt{T P'_1 + A p'}$  die Betriebszahl.

Auch hier findet sich unter mehreren Spannungen eine, für welche die minimalen Betriebskosten einen kleinsten Betrag erreichen.

Der Umstand, daß die in der Kraftanlage disponible Energie einer Wasserkraft entstammt, hat auf die eigentliche Berechnung keinen Einfluß. Wir haben den Fall einer Wasserkraft darum herausgehoben, damit wir der Rechnung ein praktisches Gewand geben. Charakteristisch für den behandelten Fall ist, daß die erzeugte Energie bekannt bzw. gegeben ist. Dies trifft jedoch nicht nur bei einer Wasserkraftanlage zu, sondern in jedem Falle, wo die Antriebskraft für andere Zwecke bereits geschaffen ist. So möchte z. B. eine Fabrik, welche nur tagsüber arbeitet, ihre maschinelle Einrichtung auch während der Nacht ausnützen und beabsichtigt, zur Beleuchtung der anliegenden Ortschaft Strom zu liefern. Hierbei darf jedoch bei Berechnung der Fernleitung auf Wirtschaftlichkeit nur ein Bruchteil von den Anlagekosten der maschinellen Anlage zu Lasten der elektrischen Anlage geschrieben werden.

Handelt es sich hingegen darum, die Zentrale derart zu bauen, daß am Ende der Fernleitung  $W_2$  Watt disponibel seien, dann betragen die Betriebskosten der Leitungsanlage

$$K = w(T P'_1 + A p') + \frac{2L^2\varrho p b}{w} \left(\frac{W_2 + w}{V_1}\right)^2 + a p L$$

und die Betriebskosten der Gesamtanlage

$$K_1 = (W_2 + w) A p' + w T P'_1 + \frac{2L^2\varrho p b}{w} \left(\frac{W_2 + w}{V_1}\right)^2.$$

Auch hier findet sich in bekannter Weise eine günstigste Spannung bei minimalen Betriebskosten.

Die Behandlung des gestellten Problems läßt erkennen, daß die Berechnung von Leitungen auf Grund rein technischer Forderungen allein eine einseitige ist und erst durch Prüfung der wirtschaftlichen Frage eine vollständige werden kann. Die Geschicklichkeit des projektierenden Ingenieurs (im echten Sinne des Wortes) liegt eben darin, daß er den vielen widersprechenden Bedingungen in möglichst ausreichender Weise Genüge leistet, die auftretenden Umstände mit dem richtigen Gewichte an der richtigen Seite in die Wagschale setzt.

Im Anschluß daran wollen wir, um die Bedeutung der erörterten Gesichtspunkte für den projektierenden Ingenieur in ihrer praktischen Anwendung zu zeigen, eine interessante Darstellung Semenzas<sup>2)</sup> wiedergeben.

Der Wert allgemeiner Formeln zur Lösung des wirtschaftlichen Problems für Leitungen ist vielleicht zweifelhaft, wo eigentlich jeder einzelne Fall eine spezielle Behandlung erheischen würde, je nachdem z. B. die Energiemenge am Ende einer Leitung eine bestimmte ist oder nicht, oder bestehende Anlagen Modifikationen erfahren, etwa indem eine Erweiterung durch Akkumulatoren vorgenommen wird oder Dampfmaschinen als Ergänzung oder Reserve einer Wasserkraftanlage in Frage kommen.

Wie bereits erwähnt, entspricht jedem Wert der für die Anlage gewählten Spannung ein Wert des ökonomischen Verlustes. Der gefundene ökonomische Querschnitt muß jedoch nicht immer der zweckentsprechendste sein: er kann durch den zulässigen Spannungsabfall, die Stromdichte, Anzahl der Drähte und andere Umstände beeinflußt werden.

In einer den speziellen Fällen angepaßten graphischen Behandlung gibt Semenza zunächst den Fall, daß eine hydro-elektrische Anlage  $W_1$  Kilowatt auf eine Entfernung von  $L$  Metern übertragen soll, wobei  $V$  die gewählte Spannung,  $X$  der zulässige Energieverlust in Prozenten,  $\rho$  der spez. Widerstand des Leiters ist, sodaß sich der Querschnitt  $q$  des Leiters aus der Formel ergibt:

$$q = \rho \cdot L \cdot \frac{W_1}{V^2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{1}{X} \cdot \dots \cdot 1)$$

Die Kosten  $C$  des Kupfers ergeben sich daraus zu

$$C = n L^2 \rho \gamma p \cdot \frac{W_1}{V^2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{1}{X},$$

wenn  $n$  die Anzahl der Drähte (z. B.  $n = 3$  bei Drehstrom),  $\gamma$  das spezifische Gewicht des Kupfers und  $p$  die Kosten desselben pro kg bedeuten.

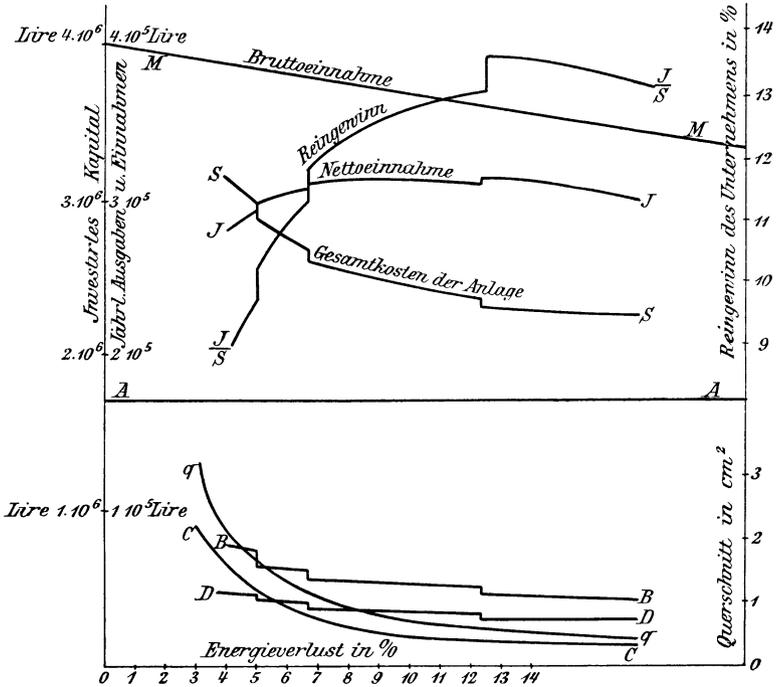


Fig. 85.

Unter der Annahme verschiedener Werte des prozentuellen Verlustes  $X$  zeichnen wir (Fig. 85) die Kurve für die Querschnitte  $q$ , indem wir als Ordinaten die durch die Formel 1) gewonnenen Werte auftragen; ferner die horizontale Gerade, welche den Kosten  $A$  (in Lire) der Anlage unter Ausschluß der Leitung entspricht; weiter für die Kosten  $B$  der Leitung (mit Ausschluß des Drahtes) die gebrochene Linie, welche aus jener der Querschnitte abgeleitet werden kann und jedesmal einen Sprung zeigt, so oft es geboten ist, die Anzahl der Drähte zu ändern, und schließlich für die Kosten des Kupfers eine Kurve  $C$ .

Die Summe der Ordinaten von A, B und C wird nun eine Linie S geben, welche das in dem Unternehmen investierte Kapital als Funktion des zulässigen Verlustes X darstellt.

Die Bruttoeinnahmen  $PW_2 = PW_1(1 - X)$  werden durch eine geneigte Gerade MM wiedergegeben. Der Wert D (allgemeine Betriebskosten des Unternehmens) wird im allgemeinen eine aus S abgeleitete Linie liefern, und zwar durch Multiplikation der Ordinaten von S mit einem gewissen Koeffizienten für Verzinsung, Amortisation, Instandhaltung und Betrieb.

Schließlich erhält man für die dem Kupfer zuzuschreibenden Betriebskosten eine Linie  $E = aC$ , deren Ordinaten proportional sind jenen der Kupferkostenkurve C, im Verhältnis des Prozentsatzes a für Verzinsung, Amortisation und Instandhaltung des Kupfers.

Durch Subtraktion der Ordinaten der Kurven D und E von denen der Linie MM erhalten wir die Nettoeinnahme

$$J = PW_2 - D - E.$$

Nun bleibt nur noch die Kurve des Verhältnisses (J : S), das ist die gesuchte Kurve, zu zeichnen. Dieselbe zeigt ein Maximum für den Wert  $X = 0,12$ , welcher auch rechnerisch einfach ermittelt werden kann, wenn man in die Formel für den Reingewinn

$$\frac{J}{S} = \frac{PW_2 - D - E}{A + B + C}$$

einsetzt

$$W_2 = W_1(1 - X),$$

und

$$E = aC = \frac{aC}{X},$$

da ja in C alle Größen bis auf X Konstante darstellen.

Dann findet sich aus

$$\frac{d}{dX} \left( \frac{J}{S} \right) = 0$$

der gesuchte Wert von X, zu welchem das Maximum von  $\frac{J}{S}$  gehört.

Aus dem Verlauf der Kurve  $\frac{J}{S}$  ist ersichtlich, daß ihr Maximum sich nur wenig ändert, wenn wir an Stelle von  $X = 0,12$

den Wert  $X = 0,15$  nehmen, in welchem Falle eine beträchtliche Kapitalsersparnis eintritt.

Dem untersuchten Fall liegen folgende Annahmen zu Grunde:

$$W_1 = 2000 \text{ Kilowatt,}$$

$$V = 20\,000 \text{ Volt,}$$

$$L = 50 \text{ Kilometer,}$$

$$A = 1,7 \text{ Millionen Lire,}$$

$$\text{Leistungsfaktor} = 0,80,$$

$$\text{Amortisation und Instandhaltung des Kupfers} = 0,10,$$

$$\text{Jährlicher Ertrag pro Kilowatt } P = 200 \text{ Lire,}$$

$$\text{Kosten des Kupfers pro kg } p = 2 \text{ Lire.}$$

Die Aufstellung basiert auf der Voraussetzung, daß die Energie im Pauschale verkauft wird.

Im allgemeinen ist jedoch der Preis, zu welchem das Kilowattjahr abgegeben wird, nicht bekannt und dann kann die Untersuchung in der Absicht geführt werden, die jährlichen Kosten des am Ende der Leitung abgenommenen Kilowatts minimal zu gestalten. Diese Frage ist in Fig. 86 graphisch behandelt.

$$W_1 = 10\,000 \text{ Kilowatt}$$

$$A = 5 \text{ Millionen Lire}$$

$$V = 40\,000 \text{ Volt}$$

$$B = 2 \quad - \quad -$$

$$L = 120 \text{ Kilometer}$$

$$D = 0,1 \quad - \quad -$$

$$\text{Volle Amortisation der Anlage } b = 0,12,$$

$$\text{Volle Amortisation des Kupfers } a = 0,08.$$

Es handelt sich dabei stets um eine Dreiphasenanlage. Die jährlichen Beträge für Amortisation und Verzinsung sind  $b(A+B) + aC$  und die Kosten des Kilowattjahres am Ende der Linie

$$Q = \frac{b(A+B) + aC + D}{W_2}.$$

Unter Benutzung von  $C = \frac{c}{X}$ ,  $W_2 = W_1(1 - X)$  und  $b(A+B) + D = M$  findet sich zu einem bestimmten Wert von  $X$  ein Minimum von  $Q$ .

Zur graphischen Durchführung zeichnen wir nun die Kurven für

a) die Querschnitte  $q$ ,

b) die jährlichen Kupferkosten  $aC$ ,

c) die Amortisationssumme der Anlagekosten  $bA$ , eine horizontale Gerade,

- d) den Amortisationsbetrag für die Leitungskosten  $bB$ ,  
 e) die Summe aus dem unter c) genannten Betrage und den  
 allgemeinen Betriebskosten  $bA + D$ .

Durch Summierung der Ordinaten von  $bA + D$ ,  $aC$  und  $bB$  gelangen wir zur Kurve der jährlichen Betriebskosten.

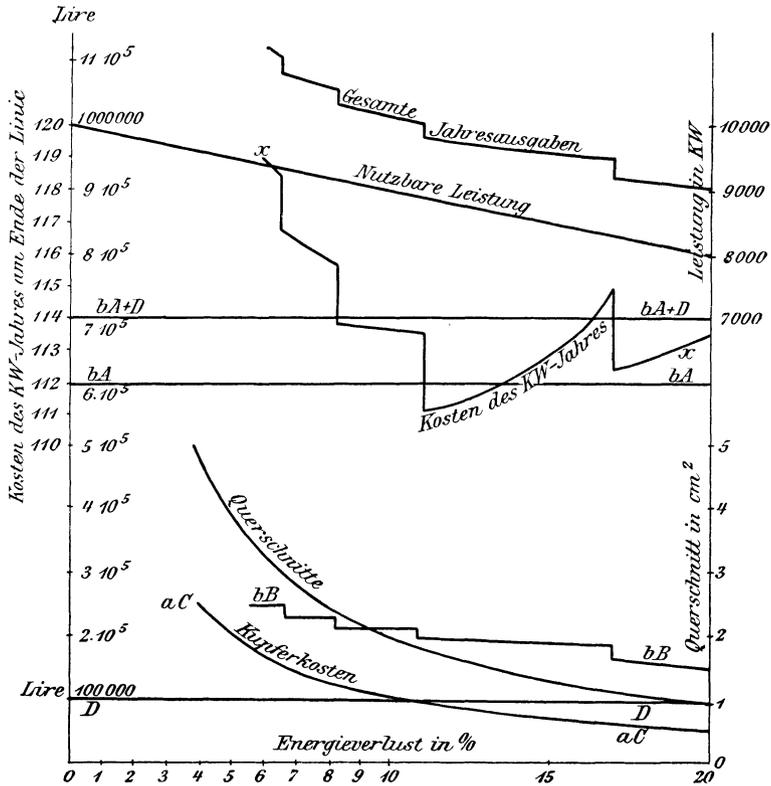


Fig. 86.

Schließlich zeichnen wir die geneigte Linie der nutzbaren Leistung  $W_2 = W_1(1 - X)$  und erhalten weiterhin die gesuchte Linie  $xx$  für die jährlichen Kosten der ankommenden Kilowatt.

Das Minimum fällt hier auf den Wert von etwa 10% für den Verlust und mit Rücksicht auf den Verlauf der Kurve ist es nicht zweckmäßig, sich davon zu entfernen.

Ein anderer, häufig vorkommender Fall wäre der, daß eine bestimmte Energiemenge am Ende der Leitung verlangt wird und dagegen an der Erzeugungsstelle eine nicht-beschränkte Menge derselben vorhanden ist. In diesem Falle ist  $W_2$  gegeben. Der Preis des Kilowattjahres an der Erzeugungsstelle sei  $P$ . Dann sind die Kosten pro abgegebenem Kilowattjahr

$$S = \frac{P W_1 + b B + D + a C}{W_2}.$$

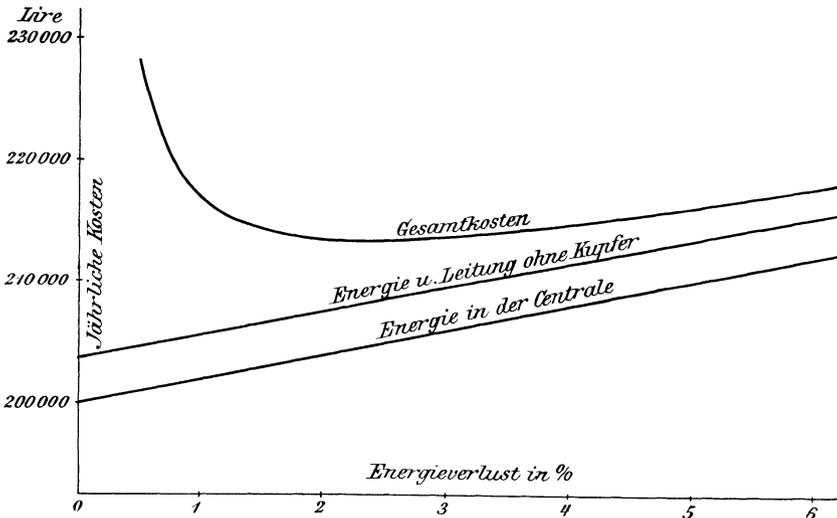


Fig. 87.

Daraus findet sich in ähnlicher Weise wie früher zu einem Werte von  $X$  ein Minimum von  $S$ .

Als Beispiel diene eine kurze Gleichstromübertragung von 2000 Volt mit der Bestimmung, 1000 Kilowatt auf 2 km zu übertragen. Angenommen, es seien

$B = 20\,000$  Lire,  $D = 10\,000$  Lire,

die Kosten des Kilowattjahres am Ursprung der Linie  
200 Lire,

volle Amortisation der Anlage  $b = 0,12$ ,

volle Amortisation des Kupfers  $a = 0,08$ ,

dann erhalten wir das Diagramm (Fig. 87), welches sich als sehr einfach erweist, wenn der Wert  $B$  konstant erhalten werden kann.

Nun soll noch der Fall einer Anlage, die teils mit Wasser-, teils mit Dampfkraft betrieben wird, untersucht werden.

Wenn im ganzen 4000 Kilowatt benötigt werden, aber nur 3000 Kilowatt von der Wasserkraft verfügbar sind, müssen 1000 + w Kilowatt mittels Dampf erzeugt werden, wobei w die in der Leitung verlorene Leistung bedeutet. Nehmen wir an, daß diese Dampf-erzeugung auf der Empfängerstation vor sich geht. Welches wird bei gegebenen Kosten der verschiedenen Elemente derjenige Wert von w sein, bei dem die größte Betriebsersparnis erzielt werden wird?

Wir zeichnen in Fig. 88, die Linie a a der wahrscheinlichen Ausnützung, indem wir als Abszissen die Kilowatt und als Ordinaten die Stunden auftragen.

Von den Anlagekosten der Dampfzentrale kommt bei der Berechnung nur ein Teil des Betrages in Frage, welcher zur Erzeugung der über 1000 Kilowatt liegenden Energie notwendig ist; denn der andere Teil muß auf jeden Fall fortbestehen. Die Kosten der Zusatz-Dampfanlage werden nun durch die Linie b b dargestellt, deren Ursprung bei der Abszisse 3000 liegt. Die Ordinaten der Kurve wachsen mit abnehmenden Abzissen, beziehungsweise die der Kurve b b entsprechenden Abszissen, welche unten verzeichnet sind, nehmen von ihrem Nullpunkt (3000) nach links zu. Die Zusatzanlagekosten verursachen eine jährliche Zusatzauslage für Verzinsung, Amortisation und Instandhaltung: eine Ausgabe, welche gleichfalls das Gesetz der Linie b b befolgt, und durch die Linie c c dargestellt ist.

Die Kosten der Kohle können als proportional zur Anzahl der Zusatz-Kilowattstunden angenommen werden. Da aus der Kurve a a die Anzahl der jährlichen Kilowattstunden bekannt und der Preis der Kohle gegeben ist, kann eine Summenlinie d d gezeichnet werden, welche die jährliche Auslage für Kohle in Funktion von der Anzahl der Zusatz-Kilowattstunden angibt. Die Summe der Ordinaten c c und d d stellt die jährliche Gesamtausgabe für die Dampfanlage dar.

Was die hydraulische Anlage anbelangt, so ist es mit den vorhergehend dargelegten Methoden leicht, eine Kurve zu gewinnen, welche die jährliche Gesamtauslage für die hydraulische Anlage in Funktion von den Kilowatt am Ende der Leitung angibt; diese Kurve nähert sich asymptotisch der im Punkte 3000 gezeichneten Ordinate.

Die Summe der Ordinaten dieser Kurve mit jenen der Kurve der Anlagekosten liefert uns die Kurve der Gesamtauslage, welche im vorliegenden Falle ein Minimum für den Wert von 350 Kilowatt der Zusatz-Dampfanlage aufweist.

Die erste Studie über die „Ökonomie der metallischen Leiter“ ist im Jahre 1881 von Sir William Thomson veröffentlicht worden<sup>3)</sup>. Dieselbe erstreckte sich übrigens nur auf den Fall, daß die Kosten

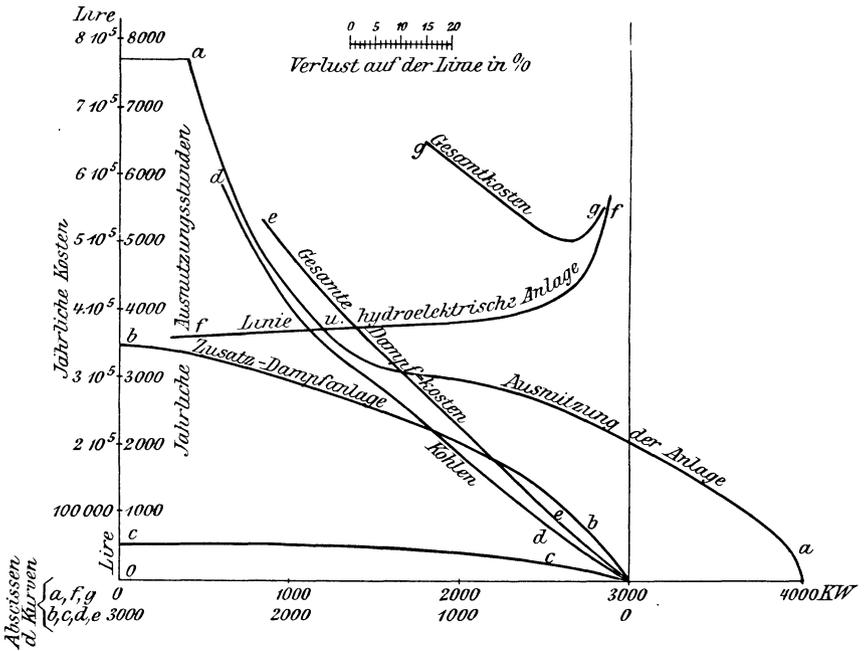


Fig. 88.

der Leitungsanlage dem Gewichte des aufgewendeten Leitungsmaterials proportional sind, und besagte, es sei jener Leitungsquerschnitt als wirtschaftlich zu bezeichnen, für welchen die jährlichen Zinsen und Amortisationskosten des Anlagekapitals gleich seien den Kosten des jährlichen Energieverlustes.

Dieser Grundsatz hat unter dem Namen „Regel von Thomson“ eine weite Verbreitung gefunden.

Es ist jedoch zu bemerken, daß diese Regel in ihrer vorstehend angegebenen Form nur in den allerseltensten Fällen an-

wendbar ist. Aber auch in ihrer Erweiterung besitzt sie nicht dadurch ihren hauptsächlichsten Wert, daß sie uns eine unmittelbar anwendbare Rechnungsmethode liefert; ihre tatsächliche Bedeutung liegt vielmehr nur in der durch sie veranlaßten Aufhellung der Gesichtspunkte, auf welche man im wirtschaftlichen Interesse Rücksicht zu nehmen hat<sup>4)</sup>.

### 1. Zur Kostenberechnung elektrischer Leitungen.

In den Formeln für die Berechnung elektrischer Übertragungen auf Wirtschaftlichkeit der Anlagen haben wir die Kosten der Leitungen ausgedrückt durch

$$k = (a + b q) \cdot L,$$

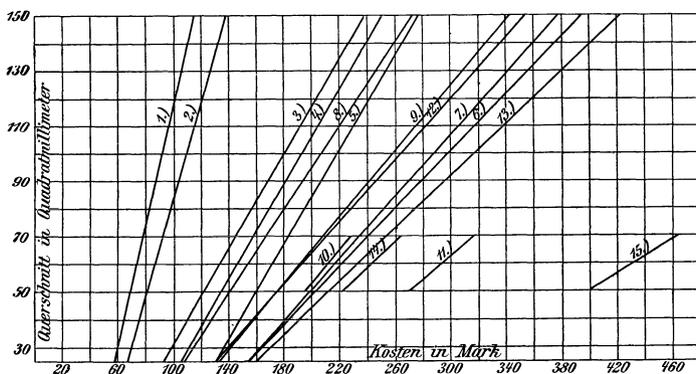


Fig. 89.

wobei

- q den Querschnitt der Leitungen in Quadratmillimeter,
- L die Länge der Leitungen in Meter,
- a und b Zahlenwerte bedeuten.

Leo Cohn<sup>5)</sup> hat für verschiedene in Erde verlegte Kabelleitungen und für verschiedene Spannungen die Werte a und b aus den Preislisten der Firmen berechnet, wobei ein Rohkupferpreis von rund 1000 Mk. pro Tonne angenommen wurde.

Für L ist die Gesamtlänge der Kabel einzusetzen, also wenn z. B. 5 Kabel in einem Graben liegen, so ist L gleich der fünf-

fachen Länge des Grabens. Bei den Erd- und Pflasterarbeiten wurde eine Verlegungstiefe von 0,6 m angenommen.

Die Aufzeichnung von Kurven zeigte nun, daß die lineare Gleichung nur für Querschnitte gilt, die größer sind als 25 qmm. Für kleinere Querschnitte wird  $b$  größer und  $a$  kleiner. Ferner stellt sich heraus, daß für Spannungen höher als 3000 Volt die obige Gleichung nur erfüllt ist für Querschnitte, die zwischen 50 und 70 qm liegen.

In nebenstehenden Schaulinien (Fig. 89), wobei die Kosten in Mark als Abszisse, der Leiterquerschnitt als Ordinate gezeichnet wurde, beziehen sich die Kurven auf zwei in einem Graben verlegte Kabel, falls die Straße gepflastert oder chaussiert ist und zwar:

Kurve 1.	Einfaches Bleikabel: unarmiert . . . .	3000 Volt
- 2.	- - - - - armiert . . . .	1000 -
- 3.	Konzentrisches Doppelkabel: unarmiert .	1000 -
- 4.	- - - - - armiert . .	1000 -
- 5.	- - - - - . .	3000 -
- 6.	Konzentrisches Dreileiterkabel: armiert .	1000 -
- 7.	- - - - - .	2000 -
- 8.	Verseiltes Zweileiterkabel: armiert . . .	1500 -
- 9.	- - - - - . . .	3000 -
- 10.	- - - - - . . .	5000 -
- 11.	- - - - - . . .	10000 -
- 12.	Verseiltes Dreileiterkabel: armiert . . .	1500 -
- 13.	- - - - - . . .	3000 -
- 14.	- - - - - . . .	5000 -
- 15.	- - - - - . . .	10000 -

## 2. Die Ermittlung des jährlichen Energieverlustes im Leitungsnetze.

Wenn wir für ein bestimmtes Kabel vom Widerstande  $R$  den im Laufe eines Jahres durch den beständig wechselnden Konsumstrom  $i$  bewirkten Energieverlust ermitteln wollen, so müssen wir eigentlich den Wert des Integrales  $\int i^2 dt$  bestimmen. Da es sich jedoch hier um die Vorherbestimmung von Leitungsnetzen, also nur um die Schätzung künftiger Betriebsresultate handelt, so genügt es, wenn wir überschlägig annehmen, daß

in  $t_1$  Stdn. der ganzen Betriebsperiode  $T$  der Strom  $i_1$  für  $n_1$  Normallampen,  
 -  $t_2$  - - - - - - - - -  $i_2$  -  $n_2$  -  
 -  $t_3$  - - - - - - - - -  $i_3$  -  $n_3$  -

das Kabel durchfließt.

Der gesamte Energieverlust wird dann sein

$$R(i_1^2 t_1 + i_2^2 t_2 + i_3^2 t_3 + \dots) = R i^2 (n_1^2 t_1 + n_2^2 t_2 + n_3^2 t_3 + \dots)$$

und der in Klammern eingeschlossene variable Teil desselben wird einer fiktiven Stromstärke  $J_N$  oder Lampenzahl  $N$  entsprechen, welche sich aus den Definitionsgleichungen

$$J_N^2 T = i_1^2 t_1 + i_2^2 t_2 + i_3^2 t_3 + \dots$$

bezw.

$$N^2 T = n_1^2 t_1 + n_2^2 t_2 + n_3^2 t_3 + \dots$$

ergeben.

Unsere Aufgabe wird sich also darauf reduzieren, für diese fiktive Lampenzahl  $N$ , welche bei dauernder Einschaltung während der ganzen Betriebsperiode  $T$  denselben Energieverlust hervorrufen würde, welcher unter dem Einflusse des beständig an Stärke wechselnden Stromes  $i$  im Kabel auftritt, genügend enge Grenzwerte<sup>6)</sup> zu finden.

Zu einem praktischen Maximalwerte von  $N$  gelangen wir, wenn wir die Definitionsgleichung für  $N$  in der Form

$$N^2 T = n_1^2 t_1 + n_2^2 t_2 + n_3^2 t_3 + \dots = n_1 \cdot n_1 t_1 + n_2 \cdot n_2 t_2 + n_3 \cdot n_3 t_3 + \dots$$

schreiben und statt der einzelnen Faktoren  $n_1, n_2, n_3, \dots$  die Zahl der maximal gleichzeitig brennenden Lampen,  $n_{\max}$ , einführen:

$$N_{\max}^2 T = n_{\max} \cdot (n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots) \quad \dots \quad 1)$$

Der in Klammern gesetzte Ausdruck ist aber nichts anderes als die Gesamtzahl der in der Betriebsperiode  $T$  gelieferten Lampenbrennstunden; er mag deshalb ersetzt werden durch den Ausdruck

$$M T = n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots, \quad \dots \quad 2)$$

in welchem  $M$  jene fiktive Lampenzahl bedeutet, welche bei ununterbrochener Funktion während der ganzen Betriebsperiode  $T$  die tatsächlich auftretende Zahl der Lampenbrennstunden ergeben würde.

Aus den Gleichungen 1) und 2) folgt

$$N_{\max}^2 T = n_{\max} \cdot (MT)$$

oder

$$N_{\max} = \sqrt{M n_{\max}}$$

als der obere Grenzwert von N.

In ähnlicher Weise würde sich der untere Grenzwert von N aus der Beziehung

$$N_{\min}^2 T = n_{\min} \cdot (MT)$$

finden lassen.

Während aber  $n_{\max}$  in den meisten Fällen genau gegeben sein wird, da das Kabel für eine bestimmte Zahl maximal gleichzeitig brennender Lampen dimensioniert werden soll, werden zur Schätzung von  $n_{\min}$  nur wenige Anhaltspunkte gegeben sein. Damit wir nun diesen Wert nicht vollkommen willkürlich wählen, wird es sich empfehlen, denselben in Beziehung zur Zahl der Lampenbrennstunden zu bringen und z. B.

$$n_{\min} = \frac{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots} = \frac{MT}{t}$$

zu wählen.

In dieser Gleichung wäre eigentlich  $t = T$  zu setzen, so daß  $N_{\min} = M$  werden würde; da aber der Hauptteil der Lampenbrennstunden während der in der gesamten Betriebszeit T enthaltenen Abend- und Nachtstunden t geliefert wird, so wird man einen zweiten Minimalwert von N aus der Gleichung

$$N_{\min}^2 T = n_{\min} \cdot (MT) = \frac{M^2 T^2}{t},$$

$$N_{\min} = M \sqrt{\frac{T}{t}}$$

erhalten. Dieser Wert wird etwas größer als der erste sein, wird also etwas engere Grenzen für N ergeben. Für die Praxis genügt es vollkommen,  $t = \frac{T}{2}$  zu setzen, so daß die praktischen Grenzwerte von N sein werden:

$$N_{\max} = \sqrt{M n_{\max}}$$

$$N_{\min} = M \sqrt{\frac{T}{t}} = M \sqrt{2}$$

Zum besseren Verständnis der Formeln wollen wir die Ermittlung der Grenzwerte für den Fall eines Kabels durchführen, welches gleichzeitig maximal 200 Lampen speiste und dabei 960 Lampenbrennstunden in 24 Stunden ergab. Wir fassen hierbei nur eine tägliche Betriebsperiode ins Auge, für welche  $T = 24$  Stunden ist.

Es ist dann

$$M = \frac{960}{24} = 40 \text{ Lampen}$$

und die gelieferte Licht- oder Strommenge wird dieselbe sein, als ob während des ganzen Tages 40 Lampen in Funktion gewesen wären.

Der Energieverlust aber ist so groß, als ob während der ganzen 24 Stunden  $N$  Lampen eingeschaltet gewesen wären, wobei  $N$  nicht größer sein kann, als

$$N_{\max} = \sqrt{M n_{\max}} = \sqrt{40 \cdot 200} = 89 \text{ Lampen}$$

und nicht kleiner sein kann als

$$N_{\min} = M\sqrt{2} = 40\sqrt{2} = 56 \text{ Lampen.}$$

Tatsächlich könnten z. B. geleuchtet haben:

200	Lampen	während	$\frac{1}{2}$	Stunde,	entsprechend	100	Lampenbrennstunden
180	-	-	2	Stunden,	-	360	-
130	-	-	2	-	-	260	-
60	-	-	2	-	-	120	-
30	-	-	4	-	-	120	-

Es wären dann in Summa also 960 Lampenbrennstunden

geliefert worden und der wahre Wert von  $N$  hätte sich aus der Beziehung

$$N = \sqrt{\frac{200^2 \cdot 0,5 + 180^2 \cdot 2 + 130^2 \cdot 2 + 60^2 \cdot 2 + 30^2 \cdot 4}{24}} = 73 \text{ Lampen}$$

ergeben.

Sollten die auf die beschriebene Weise gefundenen Grenzen zu weit sein, so erlauben oft die Verhältnisse, die Lampen der betreffenden Leitung in zwei Gruppen zu teilen und aus irgend welchen Angaben die Werte  $N_1$ ,  $N_2$  und  $M_1$ ,  $M_2$  für diese Gruppen zu berechnen. Es läßt sich dann zeigen, daß der gesamte Strom

proportional der Lampenzahl

$$M = M_1 + M_2$$

ist, und daß der gesamte Energieverlust proportional der Lampenzahl  $N$  ist, welche, je nachdem die beiden Gruppen gleichzeitig oder nacheinander brennen, zwischen den Grenzen

$$N_{\max} = N_1 + N_2$$

und

$$N_{\min} = M_1 + M_2 \sqrt{\frac{T}{t}}$$

liegt, wenn wir der Einfachheit halber voraussetzen, daß die Zeitdauer  $t$  für beide Gruppen den nämlichen Wert besitzt.

Wir wollen hier jedoch nicht näher auf diese Methode der Ermittlung der Grenzwerte eingehen, sondern beschreiben im folgenden ein anderes Näherungsverfahren zur Ermittlung des jährlichen Energieverlustes an Hand von Dr. K. Streckers Entwicklungen<sup>7)</sup>.

Dieses Verfahren geht davon aus, daß man zunächst

$$\Sigma (i^2 t) = i_{\max} \Sigma \left[ \left( \frac{i}{i_{\max}} \right)^2 t \right]$$

setzt,  $t =$  einer Stunde nimmt und nun für alle Betriebsstunden das Verhältnis der wirklichen Abgabe zur maximalen ermittelt.

Das Verhältnis  $\left( \frac{i}{i_{\max}} \right)$  läßt sich mit ziemlicher Annäherung an die Wirklichkeit dadurch ermitteln, daß man an Hand der Betriebsberichte von Elektrizitätswerken anderer Städte mit ähnlichen Konsumverhältnissen einen mutmaßlichen Betriebsverlauf für einzelne charakteristische Tage aufstellt, für jede Stunde das Quadrat des Verhältnisses  $\left( \frac{i}{i_{\max}} \right)$  ermittelt und schließlich die Summe aller Quadrate bildet.

Zur Erläuterung dieser Methode wählen wir als Beispiel jene in den vier Figuren (90 bis 93) dargestellten Betriebskurven, welche O. v. Miller und W. H. Lindley<sup>8)</sup> in ihrem Gutachten über das Elektrizitätswerk der Stadt Frankfurt am Main der Rentabilitätsberechnung zu Grunde legten. Wir setzen dabei der Einfachheit halber den Maximalstrom  $i_{\max}$  für 21000 Normallampen

gleich der Einheit und erkennen aus der Tabelle und den Kurven, daß dieser Strom nur am Tage des Maximalkonsums während einer Stunde das Kabel durchfließt.

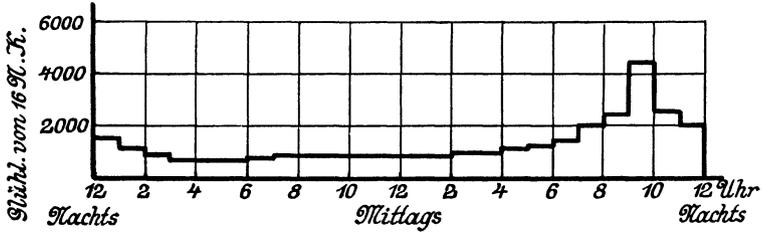


Fig. 90.

Zeit	Maximal- konsum 24. Dezember		Winter- monate: November, Dezember, Januar		Frühjahr und Herbst: Februar, März, April und August, Sep- tember, Oktober		Sommer- monate Mai, Juni, Juli			
	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$		
Morgen	12-1	0,170	0,0289	0,100	0,0100	0,085	0,0072	0,070	0,0049	
	1-2	0,120	0,0144	0,070	0,0049	0,050	0,0025	0,050	0,0025	
	2-3	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,040	0,0016	0,040	0,0016	
	3-4	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010	
	4-5	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010	
Tag	5-6	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010	
	6-7	0,260	0,0676	0,140	0,0196	0,040	0,0016	0,036	0,0013	
	7-8	0,440	0,1936	0,350	0,1225	0,050	0,0025	0,041	0,0017	
	8-9	0,170	0,0289	0,125	0,0156	0,045	0,0020	0,041	0,0017	
	9-10	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017	
	10-11	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017	
	11-12	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017	
	Abend	12-1	0,120	0,0144	0,100	0,0100	0,040	0,0016	0,041	0,0017
		1-2	0,155	0,0240	0,120	0,0144	0,040	0,0016	0,041	0,0017
		2-3	0,155	0,0240	0,125	0,0156	0,050	0,0025	0,043	0,0018
		3-4	0,240	0,0570	0,200	0,0400	0,060	0,0036	0,043	0,0018
		4-5	0,670	0,4489	0,580	0,3364	0,080	0,0064	0,050	0,0025
5-6		0,910	0,8281	0,730	0,5329	0,155	0,0240	0,055	0,0030	
6-7		1,000	1,0000	0,750	0,5625	0,350	0,1255	0,065	0,0042	
7-8		0,900	0,8100	0,730	0,5329	0,490	0,2401	0,095	0,0090	
8-9		0,620	0,3844	0,540	0,2916	0,345	0,1190	0,160	0,0256	
9-10		0,490	0,2401	0,410	0,1681	0,285	0,0812	0,210	0,0441	
10-11		0,380	0,1444	0,320	0,1024	0,150	0,0225	0,120	0,0144	
11-12		0,320	0,1024	0,220	0,0484	0,100	0,0100	0,095	0,0090	
		6,994	4,5240	6,207	2,8854	2,695	0,6620	1,515	0,1406	

Es ist also für das ganze Jahr und  $t = 1$  Stunde

$$\sum \left( \frac{i}{i_{\max}} \right) t = 1 \cdot 6,994 + 91 \cdot 6,207 + 181 \cdot 2,695 + 92 \cdot 1,515 \sim 1200 = J T_M$$

$$\sum \left( \frac{i}{i_{\max}} \right)^2 t = 1 \cdot 4,5240 + 91 \cdot 2,8854 + 181 \cdot 0,6620 + 92 \cdot 0,1406 \sim 400 = J^2 T_N.$$

Die Lampenbrenndauer hätte also für die maximal gleichzeitig brennenden Lampen 1200 Stunden betragen, der Energie-

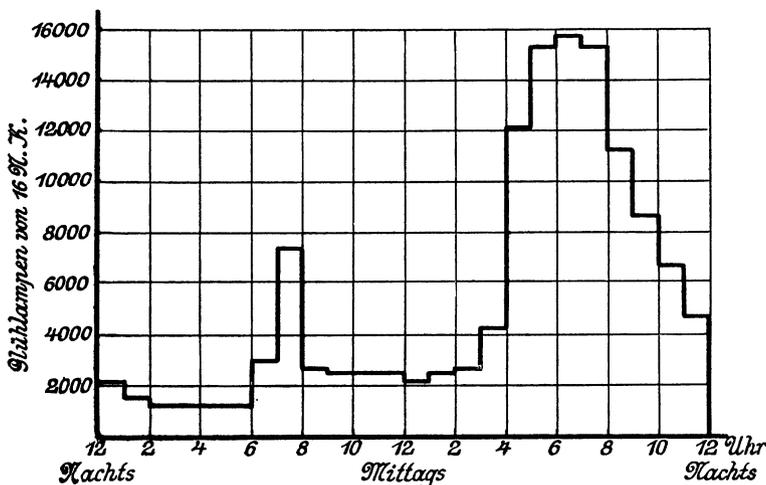


Fig. 91.

verlust hätte aber denselben Betrag erreicht, wenn die maximal gleichzeitig brennenden Lampen 400 Stunden in Betrieb gewesen wären.

Wir hatten hier  $J = 1$  gesetzt und die Stundenzahlen  $T_M$  und  $T_N$  ermittelt.

Wollen wir die Resultate dieses Verfahrens mit jenen des zuerst erörterten vergleichen, so müssen wir in den Beziehungen

$$\sum \left( \frac{i}{i_{\max}} \right) = 1200 = J T_M = J_M \cdot T,$$

$$\sum \left( \frac{i}{i_{\max}} \right)^2 = 400 = J^2 T_N = J_N^2 \cdot T$$

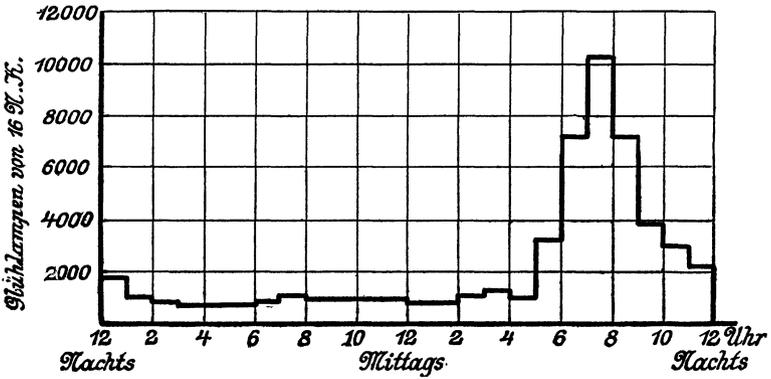


Fig. 92.

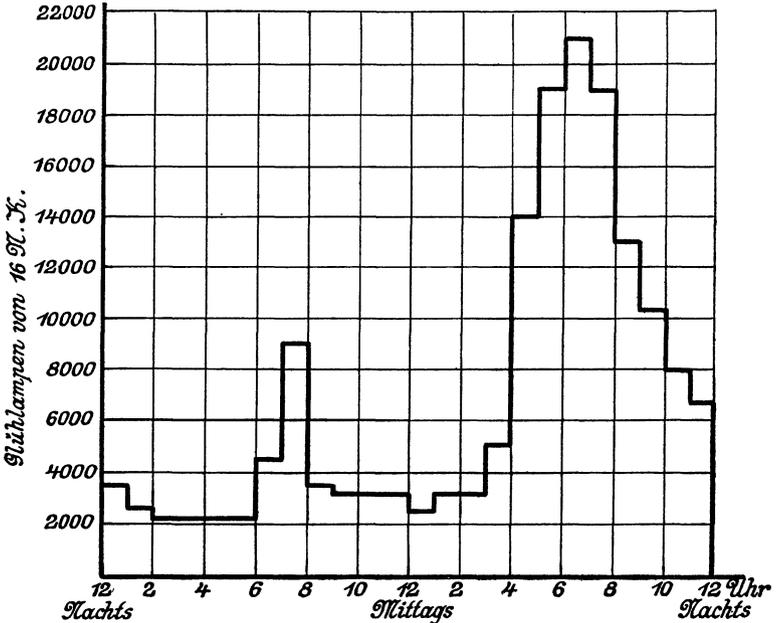


Fig. 93.

$T = 24.365$  Stunden jährlich wählen und erhalten dann

$$J_M = \frac{1200}{24 \cdot 365} = 0,137$$

$$J_N = \sqrt{\frac{400}{24 \cdot 365}} = 0,22.$$

Das zuerst angeführte Verfahren aber hätte ergeben als oberen Grenzwert:

$$J_N = \sqrt{i_{\max} \cdot J_M} = \sqrt{1 \cdot 0,137} = 0,370$$

als unteren Grenzwert:

$$J_N = J_M \sqrt{2} = 0,137 \sqrt{2} = 0,194.$$

Man erkennt die Übereinstimmung der beiden Methoden, bemerkt aber auch, daß die Ermittlung der im Kabel nutzlos verausgabten Energie so sehr auf einer mehr oder weniger glücklichen Schätzung beruht, daß es sehr wohl zweckmäßig erscheint, sie graphisch nach den Methoden der Graphostatik zu lösen. Es gilt hier alles, was wir auf Seite 26, II über die linearen und quadratischen Strommomente und ihren gegenseitigen Zusammenhang sagten und die hier erörterten Methoden werden durch jene erst völlig ergänzt. Die Aufgabe, aus den Momentan-Wirkungsgraden der Stromverteilung den jährlichen durchschnittlichen zu bestimmen, spielt bei allen Systemfragen eine wichtige Rolle<sup>9)</sup>. Sie tritt in verschiedenster Weise auf. Bei den Kraftübertragungen z. B. bei der Untersuchung, ob Arbeitsmaschinen Einzel- oder Gruppenantrieb zu erhalten haben

### 3. Verschiedenheitsfaktor der Leitungen.

Wenn die Zentrale dauernd mit der maximalen Belastung in vollem Betriebe wäre, so gäbe dies für die Ausnützung den günstigsten und gleichzeitig auch den einfachsten Fall. Man würde dann sagen, die Zentrale sei voll ausgenützt oder ihr Benützungsfaktor sei gleich 1. Tatsächlich werden sich die Verhältnisse aber in den meisten Fällen bedeutend ungünstiger stellen. Es werden die Maschinen viel länger laufen müssen, als bei fortwährend gleichmäßiger maximaler Belastung zur Leistung der gleichen Arbeitsmenge gebraucht würde. Um ein Bild der tatsächlichen Verhältnisse zu erhalten, kann man die gesamte, im Jahre abgegebene Arbeitsmenge in Kilowattstunden gleichmäßig über eine Anzahl von Stunden so verteilt denken, als wenn während dieser Zeit die Maschinen voll belastet liefen, während sie in der übrigen Zeit des Jahres ruhen. Ist diese Zeit =  $t$ , die Gesamtzahl der im Jahre abgegebenen Kilowattstunden =

KWSt und die Maschinenleistung bei Vollbelastung = P, demnach

$$t = \frac{\text{KWSt}}{P},$$

dann heißt das Verhältnis dieser Zeit zur Gesamtstundenzahl des Jahres = 8760, der Benützung- oder Belastungsfaktor der Maschinen. Es ist also

$$f = \frac{t}{8760} = \frac{\text{KWSt}}{8760 \cdot P}.$$

Andererseits kann der Belastungsfaktor f auch dargestellt werden durch das Verhältnis der Leistung  $P_0$ , welche, über die 8760 Stunden des Jahres gleichmäßig abgegeben, die Jahresarbeit W ergeben würde, zu der Vollbelastung P. Denn es ist

$$P_0 = \frac{\text{KWSt}}{8760}$$

und

$$f = \frac{P_0}{P} = \frac{\text{KWSt}}{8760 P}.$$

In ganz gleicher Weise kann man für jeden einzelnen Abnehmer und für jeden Leitungsstrang den Benützungsfaktor darstellen. Indem man die vom Abnehmer gebrauchten Kilowattstunden entweder durch die installierten Kilowatt  $P_i$ , oder durch die maximal gleichzeitig verbrauchten Kilowatt P dividiert, erhält man entweder

$$t_i = \frac{\text{KWSt}}{P_i},$$

die Brenndauer oder Benützungszeit pro maximale installierte, oder

$$t = \frac{\text{KWSt}}{P},$$

die Brenndauer oder Benützungszeit pro maximale gleichzeitig gebrauchte Kilowatt. Für die Leitungsrechnung kommt eigentlich bloß der Wert t in Betracht. Hierbei ergibt sich aber eine weitere Schwierigkeit. Mit wachsender Ausdehnung des Netzes werden die maximalen Anforderungen der Konsumenten an die Zentrale in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge immer verschiedenartiger werden, sodaß die Summen ihrer maximalen Entnahmen  $P_1 + P_2 + \dots$  je nach dem Grade dieser Verschiedenheit immer mehr von der tatsächlichen maximalen Abgabe der Zentrale P verschieden sein

werden. Man nennt nach Wright<sup>10)</sup> das Verhältnis

$$K = \frac{\sum P_n}{P}$$

den Verschiedenheitsfaktor. Da die Lichtleistung sich in der Mehrzahl der Fälle nur auf wenige Stunden im Tage zusammendrängt, sodaß die Maxima bei den meisten Konsumenten zeitlich annähernd zusammenfallen, wird im allgemeinen bei Zentralen mit überwiegendem Lichtbetrieb eine Erhöhung des Verschiedenheitsfaktors günstig auf die Ausnützung wirken. Wenn alle Konsumenten ihre Lampen gleichzeitig ein- und ausschalten, so wird der Verschiedenheitsfaktor = 1 sein. In praktischen Fällen über-

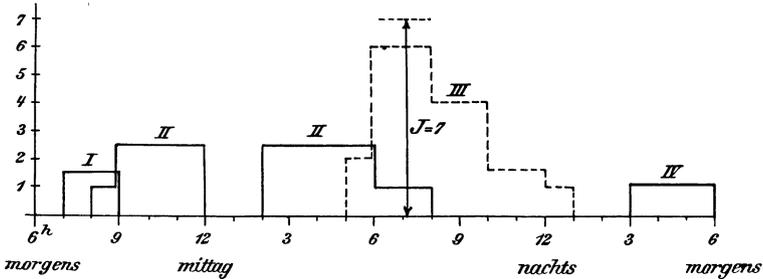


Fig. 94.

steigt er nicht häufig den Wert  $k = 1,2-1,3$ . Das nachfolgende, besonders günstig gewählte Beispiel soll den Begriff noch weiter klar machen.

Von einer Leitung wurde abgenommen (Fig. 94):

Von 7—9 Uhr morgens Strom für Bureaureinigung (Kurve I);

Von 8—12 und 2—8 Uhr Motorenstrom, entsprechend Kurve II;

Von 5 Uhr nachmittags bis 1 Uhr nachts Lichtstrom (Kurve III);

Von 3—6 Uhr morgens für einen Nachtbetrieb (Bäcker etc. nach Kurve IV).

Diese Leitung wird für die Zentrale besonders wirtschaftlich arbeiten, da ihr Verschiedenheitsfaktor wegen

$$\sum i_n = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 1,5 + 2,5 + 6,0 + 1,0 = 11; \quad J = 7;$$

$$k = \frac{11}{7} = 1,57,$$

also außergewöhnlich hoch ist.

Da man bei einer Vorausberechnung einer Leitung in der Regel keine bindenden Annahmen über die Konsumenten hat, muß man sowohl ihren Strombedarf als auch die ungefähre Zeit ihrer Benutzung auf Grund praktischer Erfahrungen an ähnlichen Fällen schätzen. Es ist aber wichtig zu betonen, daß der Berechnung des wirtschaftlichen Querschnittes oder Spannungsverlustes nicht die Summe der Maximalwerte der Ströme  $\Sigma i$ , sondern die maximale auftretende Summe gleichzeitiger Stromentnahmen, das ist

$$J = \frac{\Sigma i}{k}$$

zugrunde zu legen ist.

Bei Wechselstromleitungen sind die vorkommenden Summen natürlich als geometrische aufzufassen.

#### **4. Über die Wirtschaftlichkeit der Kompensierung mittels übererregter Synchronmotoren.**

Es ist bereits im I. Teil, S. 73, 161 darauf hingewiesen, daß man die wattlosen, nacheilenden Ströme durch übererregte Synchronmotoren oder übererregte rotierende Umformer ganz oder teilweise kompensieren kann. Diese Kompensierung kann in verschiedener Art vorteilhaft wirken. Es kann entweder die gleiche Energie wie ohne Kompensierung mit geringerem Verlust übertragen werden, oder mit gleichem Verlust wie bisher eine größere Energiemenge übertragen werden. Bei Neuanlagen kann zur Übertragung bestimmter Energiemengen der Kupferaufwand reduziert werden, und endlich kann der Fall vorkommen, daß man bei vergrößerter Energieabgabe durch die Kompensierung mit einer bestehenden Generatoranlage auskommen kann, während ohne die Kompensierung die Anlage vergrößert werden müßte. Der letzte Punkt kann hier außer Betracht bleiben, da er nicht eigentlich in die Leitungsberechnung hineinspielt.

Nehmen wir die zu übertragende Leistung<sup>11)</sup>, den Spannungsverlust  $v$  in der Leitung und damit die Anfangs- und Endspannungen  $E_1$  und  $E_2$  und die Wattkomponente  $J_w$  des zu einer einzigen Abnahme zusammengefaßten Belastungsstromes als konstant an, so können durch Einschaltung eines entsprechenden Motors Erspar-

nisse an Anlagekapital und Betriebskosten eintreten. Wir wollen diese Ersparnisse einzeln betrachten.

a) Ersparnis an Leitungskosten.

Durch Konstanthaltung des Verlustes ergibt sich die Möglichkeit, bei teilweiser oder vollständiger Kompensierung der wattlosen Komponente  $J_0 = J_w \cdot \operatorname{tg} \varphi$  mehr oder weniger an Kupfer zu sparen. Wenn  $c$  die Kosten des Leitungsmaterials pro übertragenes Kilovoltampère bedeuten, sind die Auslagen für die Linie ohne Kompensierung

$$c \cdot \frac{E_2 J_w}{\cos \varphi} \cdot 10^{-3}$$

mit Kompensierung

$$c \cdot \frac{E_2 J_w}{\cos \varphi} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(J_w + i_w)^2 + (J_w \operatorname{tg} \varphi - i_0)^2}{\left(\frac{J_w}{\cos \varphi}\right)^2},$$

wenn der am Ende angeschlossene Motor einen Strom  $i$  aufnimmt, dessen voreilende wattlose Komponente  $i_0$  und dessen zur Deckung der Leerverluste erforderliche Wattkomponente  $i_w$  ist. Die Ersparnis an Anlagekapital ist daher

$$K_1 = c \cdot \frac{E_2 J_w}{\cos \varphi} \cdot 10^{-3} (1 - n^2 \cdot \cos^2 \varphi),$$

wenn zur Abkürzung

$$n^2 = \left(1 + \frac{i_w}{J_w}\right)^2 + \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{i_0}{J_w}\right)^2 = \left(\frac{J'}{J_w}\right)^2$$

gesetzt wird, worin  $J'$  den gesamten die Leitung durchfließenden Strom bedeutet.

Wird nun das Anlagekapital zu 5 % verzinst und mit 3 % abgeschrieben, so sind die jährlichen Ersparnisse  $0,08 K_1$ .

b) Durch den Anschluß eines Motors mit  $i E_2 \cdot 10^{-3}$  Kilovoltampère (scheinbarer) Leistung tritt eine Verringerung der vom Generator zu liefernden Stromstärke von  $\frac{J_w}{\cos \varphi}$  auf  $J' = n J_n$  ein.

Wenn also ein Kilovoltampère beim Generator  $c_1$  Mark kostet, beträgt die Ersparnis an Anlagekosten

$$K_1 = c_1 \frac{E_1 J_w}{\cos \varphi} (1 - n \cos \varphi) \cdot 10^{-3}$$

und die Ersparnis an jährlichen Kosten  $0,15 K_1$ , wenn das Kapital mit 5% verzinst und mit 10% abgeschrieben wird. Man kann auch schreiben

$$K_1 = c_1 E_1 J_w \left( \frac{1}{\cos \varphi} - n \right) \cdot 10^{-3} .$$

c) Der Motor selbst bringt Mehrauslagen, also negative Ersparnisse an Anlagekapital in der Höhe

$$-K_2 = c_2 \cdot E_2 \cdot i \cdot 10^{-3} ,$$

wenn der Preis des Kilovoltampère beim Motor  $c_2$  Mark beträgt. Die jährlichen Mehrauslagen werden also bei 5% Verzinsung und 10% Abschreibung  $0,15 K_2$  sein, wozu noch die Ausgaben für die vom Motor während  $h$  Stunden jährlich verbrauchte Arbeit kommen. Hier dürfen offenbar nur die reinen Betriebsselbstkosten der Zentrale,  $m$  pro Kilowattstunde, also die Auslagen für Öl, Kohlen, Kondenswasser und event. Wartung des Motors, nicht aber für Löhne und Gehälter in der Zentrale in Rechnung gestellt werden, da die Zentrale den Motor ja nur in ihrem eigenen Interesse verwendet und Mehrauslagen an anderen Stellen für ihn nicht entstehen. Die jährlichen Mehrauslagen werden also als negative Ersparnisse einzuführen sein mit dem Betrage

$$-0,15 K_2 - E_2 i_w \cdot m \cdot h \cdot 10^{-3} .$$

d) Daraus ergibt sich eine Gesamtersparnis an Anlagekosten

$$K = \left[ c E_2 J_w \left( \frac{1}{\cos \varphi} - n^2 \cos \varphi \right) + c_1 \cdot E_1 J_w \left( \frac{1}{\cos \varphi} - n \right) - c_2 \cdot E_2 i_w \right] \cdot 10^{-3}$$

und eine jährliche Ersparnis an Betriebskosten

$$K' = \left[ 0,08 c E_2 J_w \left( \frac{1}{\cos \varphi} - n^2 \cos \varphi \right) + 0,15 c_1 E_1 J_w \left( \frac{1}{\cos \varphi} - n \right) - 0,15 c_2 E_2 i - E_2 \cdot i_w \cdot m \cdot h \right] \cdot 10^{-3} ,$$

worin

$$n^2 = \left( 1 + \frac{i_w}{J_w} \right)^2 + \left( \operatorname{tg} \varphi - \frac{i_0}{J_w} \right)^2 = \left( \frac{J'}{J_w} \right)^2$$

bedeutet.

Bevor wir dazu übergehen, ein Zahlenbeispiel durchzuführen, wollen wir den Einheitspreis  $c$  pro Kilovoltampère übertragener Leistung aus den Dimensionen der Leitung und dem Kupfer- oder Aluminiumpreis  $b$  pro kg ermitteln.

Ist  $\gamma$  das spezifische Gewicht des Leitermaterials,  $k$  seine Leitfähigkeit,  $b$  sein Preis pro kg und  $l$  die Leitungslänge, so ist für Einphasenstrom, Zweileitersystem,  $c = 2l \cdot q \cdot \gamma \cdot b$ , wenn  $q$  den Querschnitt pro übertragenes Kilovoltampère bedeutet. Dieser Querschnitt berechnet sich zu

$$q = \frac{2l \cdot J_2 \cdot 10^3}{k \cdot v} = \frac{2l \cdot J_2 \cdot 10^3}{k \cdot p \cdot E_1},$$

wo  $J_2 = \frac{10^3}{E_2}$  = Strom pro übertragenes KVA., und da  $E_1$  angenähert gleich  $(1 + p) E_2$  ist, zu

$$q = \frac{2l}{k \cdot E_1^2} \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6.$$

Es ist also

$$c = 4 \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{l^2}{E_1^2} \cdot b \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6.$$

Für Drehstrom ohne Nulleiter ist

$$c' = 3 l q \gamma b$$

und

$$q = \frac{l J_2 10^3}{k p \cdot E_1 / \sqrt{3}} = \frac{l}{k E_1^2} \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6,$$

wenn

$$J_2 = \frac{10^3}{E_2 \sqrt{3}}$$

der Strom pro übertragenes KVA. ist. Daraus folgt hier

$$c' = 3 \frac{\gamma}{k} \cdot \frac{l^2}{E_1^2} \cdot b \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6 = \frac{3}{4} c.$$

Hat man statt eines blanken Leiters ein isoliertes Kabel, dessen Preis pro kg nicht mehr  $b q$  ist, sondern angenähert durch  $(a + b q)$  dargestellt werden kann, so wäre  $c = l(a + b q)$  und somit

$$\text{für einphasige Kabel } c = l \left( a_1 + \frac{l}{k E_1^2} \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6 \cdot b_1 \right)$$

$$\text{für dreiphasige Kabel } c' = l \left( a_3 + \frac{l}{k E_1^2} \cdot \frac{1 + p}{p} \cdot 10^6 \cdot b_3 \right),$$

wobei in roher Annäherung

$$a_1 = a_3, \quad b_1 = 2b, \quad b_3 = 3b$$

gesetzt werden kann.

Setzt man für blankes Kupfer

$$\gamma = 8,9, \quad k = 55, \quad b = 2 \text{ Mark pro kg,}$$

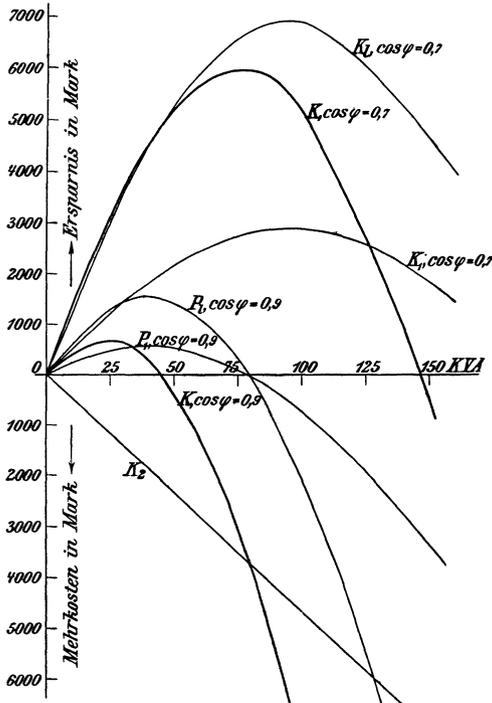


Fig. 95.

so folgt

$$\text{für Einphasenstrom } c = 1,3 \frac{l^2}{E_1^2} \cdot \frac{1+p}{p} \cdot 10^6$$

$$\text{für Drehstrom } c' = 0,97 \frac{l^2}{E_1^2} \cdot \frac{1+p}{p} \cdot 10^6.$$

e) Zahlenbeispiel. Es seien über eine Dreiphasenleitung von  $l = 10$  km Länge 100 Kilowatt zu übertragen. Die verkettete Spannung am Ende der Leitung sei  $E_2 = 3000$  Volt, der prozentische Spannungsverlust  $p = 0,1$ . Für die übrigen Konstanten

sollen folgende Werte gelten:

$$c = 0,975 \cdot \frac{10^2}{3000^2} \cdot \frac{1,1}{0,1} \cdot 10^6 = 119 \text{ Mark}$$

$$c_1 = c_2 = 80 \text{ Mark}$$

$$J_w = \frac{100\,000}{3000 \sqrt{3}} = 19,2 \text{ Ampère}$$

$$m = 0,07 \text{ Mark pro KWSt.}$$

$$h = 3000 \text{ und } 2000 \text{ Stunden.}$$

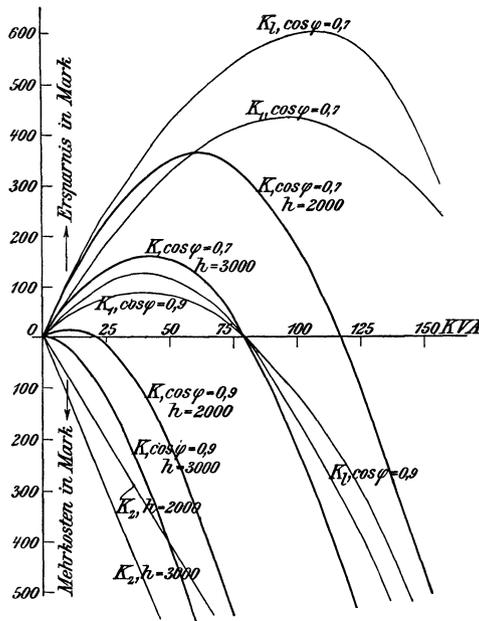


Fig. 96.

Zur vollständigen Kompensation des wattlosen Stromes brauchte man bei

$$\begin{aligned} \cos \varphi = 0,9: J_o &= J_w \operatorname{tg} \varphi = 9,3 \text{ Amp.}, i_o = 9,3 \text{ Amp.}, i = \frac{i_o}{0,95} = 9,8 \text{ Amp.} \\ \cos \varphi = 0,7: &= 19,6 \quad - \quad = 19,6 \quad - \quad = 20,6 \quad - \end{aligned}$$

also Motoren von  $300 \sqrt{3} \cdot 9,8 = 51$ , bzw.  $3000 \sqrt{3} \cdot 20,6 = 107 \text{ KVA}$ .

Wir wollen jedoch, um den günstigsten Motor zu erhalten, Motoren mit verschiedener Leistung, alle leerlaufend, untersuchen, und zwar solche von 25, 50, 75, 100, 150 KVA, um auf diese Weise

die in den Figuren 95 und 96 niedergelegten Kurven zu erhalten. Unter Annahme der Leistungsfaktoren  $\cos \varphi = 0,9$  und  $\cos \varphi = 0,7$  sind in Fig. 95 die Anlagekosten und -ersparnisse, in Fig. 96 die Betriebskosten und -ersparnisse für eine Benutzungsdauer  $h$  von 2000 und von 3000 Stunden im Jahre graphisch dargestellt.

Die Kurven zeigen unter den früher verwendeten Bezeichnungen die Ersparnisse  $K$  und  $K_1$  an Leitung und Generator und die Mehrkosten  $K_2$  für verschieden große Motoren und lassen erkennen, daß die resultierenden Anlagekosten, Fig. 95,  $K$  bei  $\cos \varphi = 0,9$  für den 25 KVA-, bei  $\cos \varphi = 0,7$  für den 75 KVA-Motor, also etwa bei Dreiviertel-Kompensation, am günstigsten werden, während die jährlichen Betriebskosten, Fig. 96, unter Benutzung der hier angenommenen Zahlenwerte bei  $\cos \varphi = 0,9$  eine nennenswerte Ersparnis überhaupt nicht zeigen, bei  $\cos \varphi = 0,7$  aber etwa in der Nähe der vollen Kompensation minimal werden. Die wachsende Betriebsdauer des Motors drückt dabei die Größe des günstigsten Motors mehr und mehr herab, weil die direkten Betriebskosten  $K_2$  mit wachsender Benutzungsdauer  $h$  immer mehr überwiegen. Je billiger also die Kilowattstunde erzeugt werden kann (je kleiner  $m$  ist), desto vorteilhafter wird sich die Kompensation erweisen; Gleiches gilt für abnehmenden Leistungsfaktor, also für zunehmende Motorbelastung. Bei halber Motor- und Lichtbelastung ( $\cos \varphi = 0,9$ ) dürfte sich die Kompensation nur in seltenen Fällen, etwa bei Wasserkraften, wo  $m$  klein wird, als wirtschaftlich erweisen. Bei  $\cos \varphi = 0,7$  erreicht die maximale Ersparnis an Leitungsmaterial fast 7000 Mark, die maximale Ersparnis am Generator fast 3000 Mark, beide etwa für einen Motor von 90—100 KVA; die höchste Gesamtersparnis beträgt aber nur etwa 6000 Mark und tritt für den 75 KVA-Motor ein. Man wird also für die einzelnen Fälle nicht einfach und einwandfrei feststellen können, welcher Motor der günstigste ist. Dazu kommt noch, daß man fast niemals konstante Belastung hat und daß auch der Leistungsfaktor während der 24 Stunden des Tages wechselt. Alle diese Verhältnisse können in ähnlicher Weise untersucht werden, und man könnte auch noch in Erwägung ziehen, welchen Einfluß die Verwendung von Kabeln und die teilweise Belastung des Motors ausüben. Die ersteren werden wegen der konstanten  $a$  in der Formel für den Preis des kg die Leitungsmaterialersparnisse noch weiter herabdrücken, weil hier eine Verringerung des Kupfers

weniger ausmacht, also die Kompensation fragwürdig erscheinen lassen, solange  $\cos \varphi$  nicht klein ist. Die teilweise Belastung aber wird, wenn die vom Motor mechanisch abgegebene Energie verkauft werden kann, die Kompensation günstig beeinflussen. Auf Grund ähnlicher Erwägungen kann man auch die Tatsache erklären, daß in deutschen Zentralen synchrone Motoren, in amerikanischen rotierende Umformer gerne aufgestellt werden, wenn starke Motorbelastung vorhanden ist.

Umgekehrt kann man bei Hochspannungslinien mit 60000 Volt so starke voreilende Kondensatorströme erhalten, daß es wünschenswert erscheint, sie durch nacheilende wattlose Ströme leerlaufender Induktionsmotoren zu kompensieren. Es lassen sich dann ganz ähnliche Erwägungen aufstellen; nur wird diese Kompensation fast stets vorteilhaft sein, weil die Wirkungen bei der nicht kompensierten Linie recht stark sind und leerlaufende Induktionsmotoren als Leistungsfaktor etwa  $\cos \varphi = 0,2$  bis  $0,3$  aufweisen. Man kann also mit relativ kleinen Motoren viel erreichen, muß aber die Motoren mit Transformatoren an das Netz anschließen, wenn man nicht überhaupt stark streuende Transformatoren oder Drosselspulen verwenden will.

In einem geschlossenen Netz kann man niemals alle wattlosen Ströme durch einen Motor kompensieren. Man müßte nämlich, wie ohne weiteres einzusehen ist, jeden einzelnen Abnehmer kompensieren, was zur Zeit, solange billige Kondensatoren für große Leistungen nicht zu haben sind, nicht möglich ist. Jeder synchrone Motor kann mit seinem wattlosen Strom nur die Teile eines Stranges beeinflussen, die zwischen ihm und der Stromquelle liegen; die hinter ihm liegenden Teile nur mittelbar durch Verdrängerung des Abfalles. Wird er in der Zentrale selbst aufgestellt, so kann er nur die Generatoren, nicht aber den Strom im Netz beeinflussen.

---

<sup>1)</sup> Ayrton, Remarks on economy in house wiring. Journal of the Proceedings Inst. of Electr. Engineers. Lond., Vol. XXV, 121.

<sup>2)</sup> G. Semenza, L'Electricita No. 12, 22. März 1903; No. 6, 12. Februar 1904, und Atti della A. E. J. Vol. VII, fus. 6°.

<sup>3)</sup> W. Thomson, British Ass. Reports, S. 518 u. 526, 1881.

<sup>4)</sup> A. Beringer, Kritische Vergleichung der elektrischen Kraftübertragung 1883.

Waltenhofen, Zeitschrift für Elektrotechnik. Wien 1884, S. 70.

A. Beringer, Die Dimensionierung elektrischer Leitungen. „Zeitschrift für Elektrotechnik“, Wien 1884, S. 449. Ferner „Zeitschrift für Elektrotechnik“, Wien 1884, S. 164.

Ayrton und Perry, „Journal of the Society of Telegraph-Engineers and Electricians“, 1886, Bd. XV, S. 120.

Hamilton Kilgour, „El. Engineer“, London 1890, Bd. 6, S. 496. „ETZ.“ 1891, S. 124.

Prof. Anthony, „El. Engineer“, London 1894, 31. Okt.; „Zeitschrift für Elektrotechnik“, Wien 1895, S. 95.

Prof. Anthony, auch Edward P. Burch, „Electric Railway Gazette“ 1895, S. 60 und „L'éclairage électr.“, Bd. 5, S. 117; ferner Hospitalier, „L'industrie électr.“ 1894 und „The Electrician“, London 1894, Bd. 34, S. 235.

Kapp, „Elektrische Kraftübertragung“ 1891.

C. Hoehenegg, Über Berechnung elektrischer Glühlichtleitungen. „Zeitschrift für Elektrotechnik“, Wien 1887, S. 11.

C. Hoehenegg, Anordnung und Bemessung der elektrischen Leitungen. 1893 und 1897.

Anthony-Thomson-Regel, Ec. él., Bd. 2, S. 318; Ztschr. Wien 1895, S. 95.

Siehe Note 1).

J. Teichmüller, Berechnung der Leitungen auf Wirtschaftlichkeit der Anlage. ETZ. 1902, Heft 21.

<sup>5)</sup> Leo Cohn, Beitrag zur Kostenberechnung elektrischer Leitungen. ETZ. 1902.

<sup>6)</sup> A. T. Snell, Journ. Soc. Tel. Eng. and El. 14, S. 389. 1885.

<sup>7)</sup> Vergl. Grawinkel und Strecker, Hilfsbuch für die Elektrot. 3. Aufl. S. 383, 1893.

<sup>8)</sup> Elektrizitätswerk Frankfurt a. Main. Gutachten und Projekte von O. von Miller und W. H. Lindley. Beilage 9a. 1892.

<sup>9)</sup> Herzog-Feldmann, Handbuch S. 535, wo die Methode von W. Lynen: „Ein Beitrag zur Bestimmung der Betriebskosten bei einem Elektr.-Werk“ erläutert wird. (Ztschr. d. Vereins deutscher Ing. 1895.)

<sup>10)</sup> Herzog-Feldmann, ebenda. S. 569.

<sup>11)</sup> Blondel, Moteurs synchrones à courants alternatifs. Paris, Gauthier-Villars; Théorie des Moteurs synchrones. Paris, A. Lahure, 1895. Auch Ernst J. Berg hat diese Verhältnisse für verschiedene Fälle eingehend untersucht. El. World 28, pag. 622, 656, 723, 1896.

## Fünftes Kapitel.

# Berechnung der Leiter für die indirekten Systeme.

---

Das Wesen der indirekten Verteilungsarten wird dadurch gekennzeichnet, daß die Stromerzeuger in einem eigenen und die Konsumenten in einem zweiten, von dem ersteren elektrisch getrennten Stromkreise angeordnet sind. Man nennt den ersteren den primären, den letzteren den sekundären Stromkreis. Die Verbindung beider wird durch eigene Zwischenapparate hergestellt. Es sind dies entweder Akkumulatoren oder Transformatoren.

### 1. Verteilung mittels Akkumulatoren.

Die Verteilung mittels Akkumulatoren erscheint je nach den Bedürfnissen in mannigfaltigen Ausführungsformen.

Da die Akkumulatoren eine Aufspeicherung der elektrischen Energie ermöglichen, brauchen die Stromerzeuger und die Lampen nicht gleichzeitig in Betrieb zu sein<sup>1)</sup>.

Die von den primären Stromquellen erzeugte elektrische Energie wird den Akkumulatoren zugeführt und in ihnen in Form chemischer Energie aufgespeichert. Zu einer beliebigen anderen Zeit wird diese Energie wieder in elektrische umgesetzt und den Konsumenten zugeführt, wobei die Akkumulatoren die Rolle einer primären Stromquelle spielen. Die Verteilung kann demnach eigentlich nur mit Rücksicht auf den Umstand, daß der Strom nicht unmittelbar den Stromerzeugern entnommen wird, als indirekte bezeichnet werden.

Die primären Stromerzeuger, das sind die Maschinen, dienen entweder nur zum Laden der Akkumulatoren und diese letzteren allein geben den Nutzstrom ab, oder die Primärmaschinen laden die Akkumulatoren und liefern gleichzeitig auch direkt Strom ins Gebrauchsnetz.

Die letztere Anwendungsart ist in den Fällen am Platze, in welchen zu verschiedenen Tageszeiten ein sehr verschiedener Strombedarf zu decken ist. Während des stärksten Bedarfes speisen die Maschinen alsdann sowohl die Akkumulatoren, als auch den Konsum, in den übrigen Zeiten aber übernehmen die Akkumulatoren allein die Versorgung des letzteren. Es können die verschiedensten Kombinationen in der Anordnung und in den relativen Größen der Betriebselemente gedacht werden. An dieser Stelle wäre im besonderen nur noch die Anordnung der Leitungen, sowie die Bestimmung ihrer Dimensionen zu erörtern. Diese Fragen bedürfen aber nach dem Vorausgegangenen keiner besonderen Beantwortung, da sich die Anordnung der an die Akkumulatoren angeschlossenen Leitungen von den bisher besprochenen nicht unterscheidet und für die Bestimmung der Dimensionen ebenfalls die zur Genüge erörterten Gesichtspunkte maßgebend sind.

Zu betonen wäre nur, daß man bei Verwendung sog. vorgeschobener Akkumulatorenstationen unter Umständen erheblich an Leitungsmaterial sparen kann, indem man z. B. die Zentrale an einer Stelle unterbringt, wo Kondenswasser in genügenden Mengen leicht zu beschaffen ist, wo die Kohlenzufuhr bequem erfolgt, oder ganz allgemein, wo man beim späteren Betrieb gewisse Vorteile genießt. Wenn diese Vorteile genügend groß sind, kann man die Zentrale mit einfachen Speiseleitungen nach dem Zweileitersystem mit der vorgeschobenen Unterstation verbinden, kann in diesen Speiseleitungen erhebliche Verluste zulassen und von der Unterstation aus ein Dreileitersystem mit normalen Verlusten ausgehen lassen. Die Spannungsteilung wäre dann an der Batterie selbst oder mittels Ausgleichsmaschinen vorzunehmen, die ebenfalls an die Fernleitung zur Zentrale angeschlossen sind und entsprechend reguliert werden. Dem Vorteil der Kupferersparnis, der sich aus der größeren Annäherung der Unterstation an den Schwerpunkt des Verteilungsgebietes ergibt, steht als Nachteil der Energieverlust in den Zuleitungen während der Ladeperiode und in den elektrischen Sammlern selbst gegen-

über. Es ist dann Sache einer wirtschaftlichen Rechnung, die Vor- und Nachteile gegen einander abzuwägen. Im allgemeinen wird man nach den heutigen Anschauungen finden, daß das System unwirtschaftlicher arbeitet, als eines der anderen indirekten Systeme mit gleicher räumlicher Anordnung der Zentrale und der Unterstation, weil man in der Wahl der Zentralenspannung nicht frei ist und nicht die Betriebsverluste im Jahresmittel zu groß werden. Eines der schönsten Beispiele für eine Station, dieser Art war die von Schuckert 1891 erbaute Dreileiteranlage in Düsseldorf, deren 3 Unterstationen in 2, 3 und 2,7 km Entfernung von der Zentrale durch je zwei Zweileiterkabel mit 279, 376 und 726 mm<sup>2</sup> Querschnitt mit ihr verbunden waren. Zu jeder Unterstation führten also vier Kabel, von denen je 2 parallel geschaltet waren. Der maximale Verlust betrug 25 %. Man ist jedoch beim weiteren Ausbau der Zentrale dazu übergegangen, die Verteilungsspannung von 2.110 auf 2.220 Volt zu erhöhen, den Mittelleiter zu erden und in der erweiterten Primärstation Drehstrommaschinen für 6000 Volt aufzustellen, die ihre Leistung zum Teil an Transformatoren, zum Teil an Motorgeneratoren abgeben, deren Gleichstromteil die Akkumulatoren mit Strom versorgt. Trotz der Einfügung eines weiteren Übertragungsgliedes ließen sich hier noch Vorteile erzielen.

Ein anderer Punkt, der bei der Leitungsrechnung für Akkumulatoren gewisse Beachtung verdient, ist die Bemessung der Querschnitte der Zellenschalterleitungen. Die maximale Stromstärke tritt hier nur bei der maximalen Entladespannung, d. h. dann auf, wenn der größte Teil der Schaltzellen eingeschaltet ist. Je weniger Strom die Batterie abgibt, um so weniger Zellen werden in der Regel auch auf der Entladeseite eingeschaltet. Es folgt hieraus, daß nur die letzten Zellenschalterleitungen mit dem maximalen Entladestrom beansprucht werden, während die nach der Mitte der Batterie hin gelegenen Zellenschalterleitungen eine geringere Stromstärke führen.

Man kann deshalb die Querschnitte abstimmen und dadurch unter Umständen eine nicht unerhebliche Kupferersparnis erzielen.

Figur 97 zeigt die 2.134 Zellen einer Batterie für eine Dreileiterzentrale mit geerdetem Mittelleiter und 52 Schaltzellen auf jeder Seite. Die 134 Zellen geben, entladen auf je 1,87 Volt, noch die maximale Betriebsspannung von 250 Volt, die

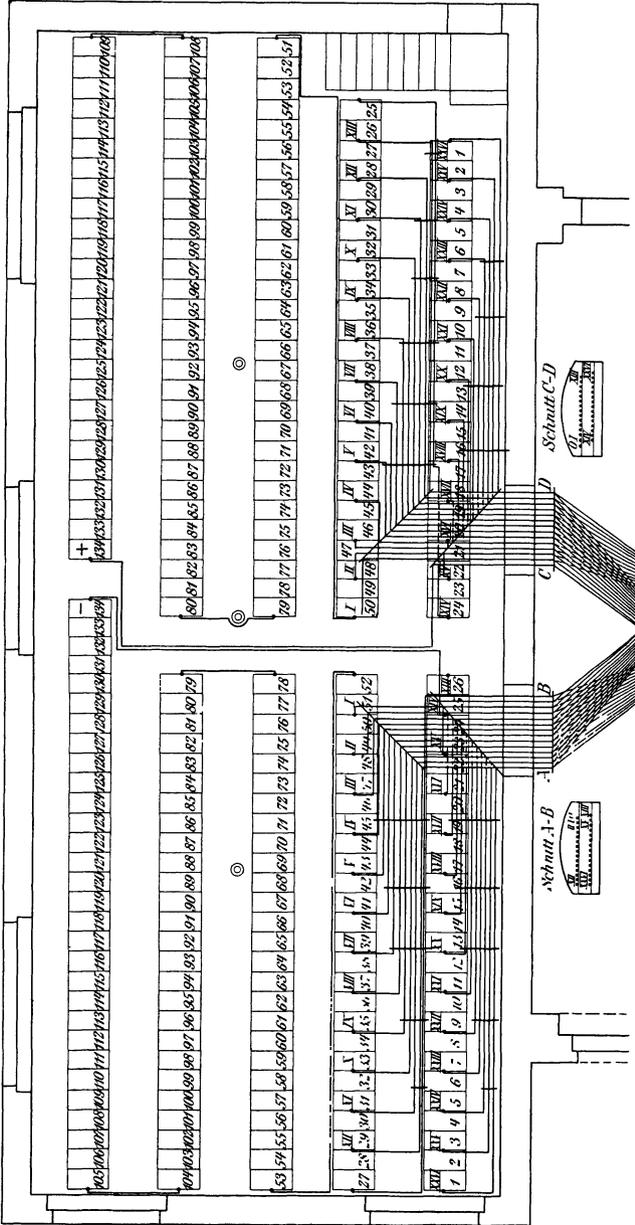


Fig. 97.

134 — 52 = 82 Zellen geben bei voller Ladung mit der maximalen Spannung von 2,68 Volt pro Zelle noch die Betriebsspannung von 220 Volt, die als minimale bei nahezu völligem Leerlauf anzusehen ist. Um nicht zu viele Leitungen zu erhalten, sind je 2 Zellen zusammengefaßt, sodaß von jeder Batteriehälfte 27 Leitungen von minimal etwa 6, maximal etwa 20 m Länge ausgehen. Der maximale Entladestrom der Batterie beträgt 270 Ampère, sodaß für den längsten Zellschalterdraht der Spannungsverlust bei 177 mm<sup>2</sup> Querschnitt nicht größer werden kann als

$$\frac{20 \cdot 270}{60 \cdot 177} \cong 0,5 \text{ Volt.}$$

Die kürzeren Zellschalterleitungen weisen noch weniger auf und da außerdem nach der Mitte der Batterie hin die Stromstärken abnehmen, hat man dort die Leitungen vierfach abgestuft, indem man Rundkupfer von 15, 14, 13 und 12 mm Durchmesser verwandte. Bei der konstruktiven Durchführung der Zellschalterleitungen ist auf möglichst kleine Leitungslängen hinzuwirken. Die Dimensionierung von Zellschalterleitungen gestaltet sich bei mittleren und großen Batterien zu einer wichtigen Frage der Ökonomie und soll hier nach Emil Hunkes klassischer Lösungsweise<sup>2)</sup> vorgeführt werden.

## 2. Dimensionierung von Zellschalterleitungen.

Bei Zellschalterleitungen, bei denen, wie bereits gezeigt, viele Leitungen parallel gezogen sind, während immer nur eine Leitung der Stromführung dient, spielt der Kupferwert, und damit die Amortisations- und Verzinsungskosten, bei mittleren und größeren Batterien etwa von 500 Ampèrestunden aufwärts eine wesentlich größere Rolle, als der Effektverlust, weshalb die Querschnittsgröße möglichst kärglich zu wählen ist.

Wie bereits bewiesen, sind bei dem wirtschaftlich günstigsten Querschnitte die Kosten für Energieverbrauch und für die Verzinsung und Amortisation einander gleich. Bezüglich der Querschnitte lassen sich nun noch folgende Unterschiede machen:

I. Alle Leitungen erhalten denselben Querschnitt, gleichgültig, ob Einfach- oder Doppelzellschalter.

II. Die Leitungen erhalten verschiedene Querschnitte, wobei ein Unterschied zwischen Einfach- und Doppelzellenschaltern zu machen ist.

a) Die Querschnitte sind proportional den Zeiten, während welcher sie eingeschaltet sind, also jede Leitung verursacht denselben Teil des Gesamtenergieverlustes. Dieser Fall kommt nur annähernd in der Praxis vor.

b) Man läßt 2 oder auch 3 verschiedene Querschnitte zu.

Fall I. Es bedeuten:

$q$  = Querschnitt eines Leiters in Quadratmillimetern.

$l$  = Länge eines Leiters in Metern.

$k$  = spezifische Leitfähigkeit des Leitungsmaterials, für Kupfer = 50.

$n$  = Anzahl der Zellschalterleitungen.

$m$  = Anzahl der täglichen Ladungen und Entladungen (bei 1 tägl. Ladung und 1 Entladung ist  $m = 2$ ).

$i$  = normale Entladestromstärke in Ampère bei  $3\frac{1}{2}$ -stündiger Entladung.

$s$  = spezifisches Gewicht des Leitungsmaterials = 8,9 für Kupfer.

$P$  = Selbstkostenpreis der elektrischen Energie ab Schaltbrett = 0,05 bis 0,20 Mark für 1 KW-Stunde.

$Q$  = Verzinsungs- und Amortisationsquote der Leitungen (ohne Montage, Isolatoren und Gestänge) 5 bis 8%.

$K$  = Preis des Leitungsmaterials mit 1,60 Mark für Kupfer angenommen.

Der Effektverlust eines Leiters bei 1 Ladung oder 1 Entladung beträgt

$$i^2 \cdot w \cdot t = \frac{i^2 \cdot l}{q \cdot k} \cdot 3,5 \text{ Wattstunden}$$

und der Strompreis pro Jahr demnach

$$A_1 = i^2 \cdot \frac{l}{q \cdot k} \cdot \frac{P}{1000} \cdot 3,5 \cdot m \cdot 365 \dots \dots 1)$$

Amortisation und Verzinsung pro Jahr ist gleich Materialpreis  $\times Q$ . Da  $l$  in Metern,  $q$  in Quadratmillimetern, so gibt  $\frac{q \cdot l \cdot s}{1000}$  das Gewicht einer Leitung in Kilogramm an. Die Kosten aller Leitungen

$$= \frac{q \cdot l \cdot s \cdot n}{1000} \text{ K.}$$

Also

$$A_2 = \frac{q \cdot l \cdot s}{1000} \cdot K \cdot n \cdot Q \dots\dots\dots 2)$$

Die Formeln 1) und 2) einander gleich gesetzt und für s = 8,9, k = 50, gibt den erforderlichen Querschnitt pro Strom-einheit

$$\frac{q}{i} = 1,7 \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{P \cdot m}{K \cdot Q}} \dots\dots\dots 3)$$

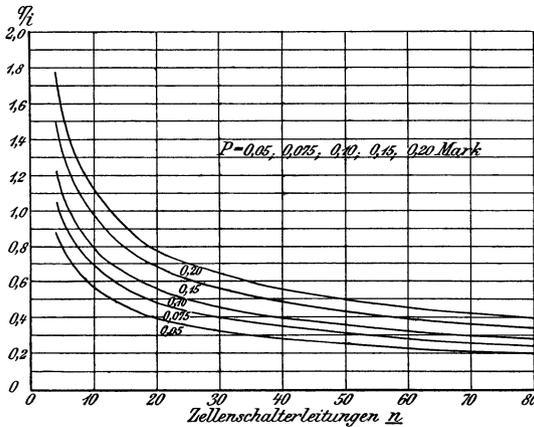


Fig. 98.

In Fig. 98 sind nun die Zellschalterleitungen n als Abszissen und die nach Formel 3) berechneten Werte  $\frac{q}{i}$  bei den verschiedenen Selbstkosten der elektrischen Energie P = 0,05, 0,075, 0,10, 0,15, 0,20 als Ordinaten aufgetragen worden, wenn für m = 2, K = 1,60 und Q = 0,06 eingesetzt sind.

Fall II. Es sollen die Querschnitte der einzelnen Leitungen proportional der Belastungsdauer sein. Da die Verluste in jedem Leiter aus der Zeit und der Belastung pro Einheit Querschnitt resultieren, so ergibt sich, daß die Verluste in den einzelnen Zellschalterleitungen einander gleich sein müssen.

Bezeichnet

$q_1, q_2 \dots$  = Querschnitte der einzelnen Leitungen.

$q_{\max}$  = Querschnitt der stärksten Leitung.

$t_1, t_2 \dots =$  Zeiten, während welcher die einzelnen Leitungen beim Laden oder Entladen eingeschaltet sind.

$t_{\max} =$  Zeit für die stärkste Leitung.

Es ist dann der Energieverlust in einer Leitung pro Jahr:

$$= i^2 t \cdot 365 \cdot \frac{l}{q \cdot k} \cdot m.$$

Strompreis

$$a_1 = i^2 \cdot 365 \cdot \frac{t \cdot l}{q \cdot k} \cdot \frac{P}{1000} \cdot m.$$

Für alle Leitungen zusammen beträgt der Strompreis

$$\begin{aligned} A_1 = \Sigma a_1 &= i^2 \cdot 365 \cdot \frac{P}{1000} \cdot \frac{l}{k} \cdot m \left( \frac{t_1}{q_1} + \frac{t_2}{q_2} + \dots \right) = \\ &= i^2 \cdot 365 \cdot \frac{P}{1000} \cdot \frac{l}{k} \cdot m \Sigma \frac{t}{q}. \end{aligned}$$

Nach der oben aufgestellten Forderung, daß die Verluste in allen Leitungen gleich groß sein sollen, also die Querschnitte proportional den Zeiten, während welcher die Leitungen eingeschaltet sind, ist

$$\begin{aligned} \frac{t_1}{q_1} &= \frac{t_2}{q_2} \dots = \frac{t_{\max}}{q_{\max}} \\ \Sigma \frac{t}{q} &= n \cdot \frac{t_{\max}}{q_{\max}}. \end{aligned}$$

Ferner ist auch  $\Sigma t = 3,5$  Stunden, da ja eine Batterie von  $3\frac{1}{2}$ -stündiger Entladezeit angenommen wurde.  $\Sigma t$  als Vielfaches von  $t_{\max}$ , also

$$\Sigma t = \gamma t_{\max} \quad (\gamma > i), \quad \gamma t_{\max} = 3,5,$$

in obige Formel eingesetzt, ergibt

$$A_1 = \Sigma a_1 = i^2 \cdot 365 \cdot \frac{P}{1000} \cdot \frac{l}{k} \cdot m \cdot n \cdot \frac{3,5}{\gamma \cdot q_{\max}} \dots 4)$$

Dann ist die Amortisation und Verzinsung hierfür zu berechnen. Kupferpreis pro Leitung

$$= q \cdot l \cdot s \cdot \frac{K}{1000}$$

und jährliche Abschreibung für alle Leitungen

$$\Sigma a_2 = l \cdot s \cdot \frac{K}{1000} \cdot Q \Sigma q.$$

$\Sigma t$  war gleich  $\gamma \cdot t_{\max}$ , folglich muß auch  $\Sigma q = \gamma \cdot q_{\max}$  sein.

$$A_2 = \Sigma a_2 = l \cdot s \cdot \frac{K}{1000} Q \cdot \gamma \cdot q_{\max} \dots 5)$$

Die Formeln 4) und 5) vereinigt und umgeformt:

$$\frac{q_{\max}^2}{i^2} = \frac{365 \cdot 3,5}{k \cdot s} \cdot \frac{n}{\gamma^2} \frac{P \cdot m}{K \cdot Q}$$

Das Verhältnis von  $q_{\max}$  zu der Summe aller  $q$  (ebenso  $\frac{t_{\max}}{\Sigma t}$ ) muß nun notgedrungen abhängig sein von der absoluten Anzahl

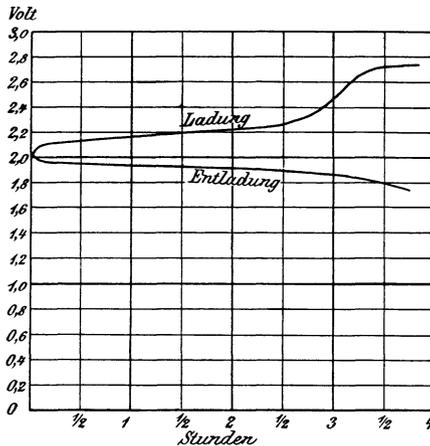


Fig. 99.

der Zellschalterleitungen. Man kann also  $\gamma = \frac{n}{\delta}$  setzen. Hieraus leitet sich dann ab (für  $k$  und  $s$  wieder die Werte für Kupfer eingesetzt):

$$\frac{q_{\max}}{i} = 1,7 \frac{\delta}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{P \cdot m}{K \cdot Q}} \dots 6)$$

Aus den Kapazitätskurven lassen sich die Zeiten, während welcher die einzelnen Leitungen Strom führen, und damit die Werte  $\gamma$  und  $\delta$  ermitteln.

Fig. 99 gibt die allen folgenden Berechnungen zu Grunde liegende Lade- und Entladekurve eines Akkumulators an.

Fig. 100 liefert ein Bild für die Entladeverhältnisse einer Batterie von 110 Volt Betriebsspannung für einen Einfachzellenschalter. Die Stammbatterie hat  $\frac{110}{2,05} = 54$  Zellen (2,05 Volt = höchste Entladespannung).

$$\text{Schaltzellen} = \frac{110}{1,81} - 54 = 7.$$

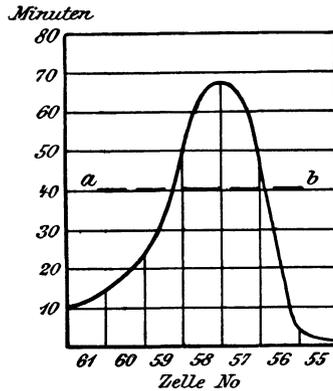


Fig. 100.

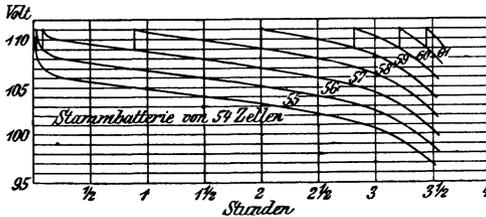


Fig. 101.

Die nach Fig. 100 gefundenen Zeiten, während welcher die einzelnen Leitungen eingeschaltet sind, sind in Fig. 101 als Ordinaten aufgetragen, während die Abszissen die Leitungen bedeuten. Da die Anfangs- und Endabszissen die erste und letzte Zellen-schalterleitung darstellen, so ist das Abszissenstück gleich der Zahl der Schaltzellen, hier 7.

Die Kurve, Fig. 101, stimmt mit den aus anderen Schaltzellen-zahlen gefundenen ziemlich überein. Es braucht also bei einer

anderen Schaltzellenzahl nur die Teilung in eine Anzahl gleicher Teile ( $n = 7$ ) geschehen, wenn  $n$  die Anzahl der Zellschalterleitungen ist, um für jeden Fall die Kurve Fig. 101 verwenden zu können. Jedoch der Maßstab der Ordinaten ändert sich entsprechend, sodaß die Summe aller Ordinaten gleich 3,5 Stunden ist. Die aus dieser Kurve Fig. 101 und ähnlichen für andere Schaltzellenzahlen berechneten Werte für  $\delta$  bei verschiedenen  $n$  sind in Kurve E Fig. 102 aufgetragen.

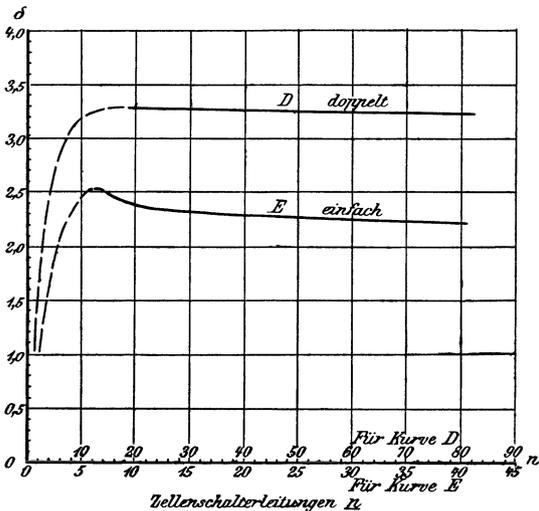


Fig. 102.

Mit diesen Werten für  $\delta$  sind nun die einzelnen Querschnitte pro Stromeinheit, also die Werte  $q_{\max}/i$  berechnet worden, und in einer der Fig. 98 analogen Weise als Kurve B in Fig. 103 aufgetragen, wobei für  $m, Q, K$  die oben angegebenen Werte und für  $P = 0,10$  angenommen sind. Aus dem so gefundenen  $q_{\max}$  und der Kurve Fig. 101 sind dann die übrigen Leitungsquerschnitte zu bestimmen.

Bei den Doppelzellschalterleitungen ist der Gang der Berechnungen genau derselbe. In Fig. 104 ist das oben für Einfachzellschalter angegebene Beispiel für Doppelzellschalter aufgezeichnet. Hierbei ist angenommen, daß auf eine gewöhnliche Entladung ein Aufladen der Batterie mit normaler Strom-

stärke und ein gleichzeitiges Entladen mit halber Stromstärke erfolgt. Es wechselt also eine  $3\frac{1}{2}$ -stündige Entladung mit einer 7-stündigen Ladung und gleichzeitiger halber Stromentnahme ab. Höchste Ladespannung ist 2,72 Volt, sodaß die Stammbatterie jetzt

$$\frac{110}{2,72} = 41 \text{ Zellen}$$

besitzt.

$$\text{Schaltzellen} = 61 - 41 = 20,$$

$$\text{Zellenschalterleitungen} = 21.$$

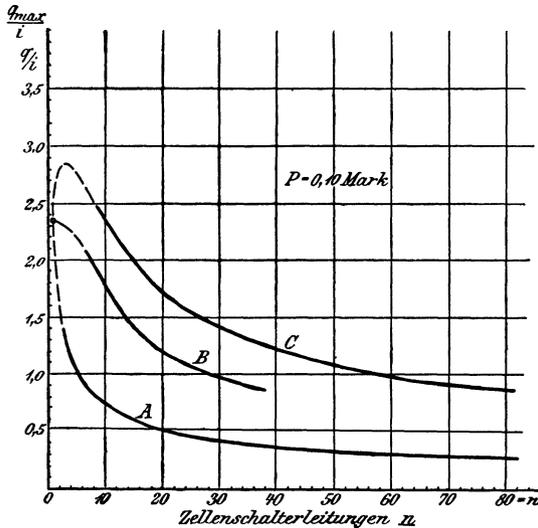


Fig. 103.

Die zwischen den einzelnen Kurven angegebenen Zahlen bedeuten die Schaltzellen 42 bis 61. Unterhalb der Kurve A ist die Stammbatterie. Bis zur 54. Zelle einschließlich sind die Ladekurven normal für 7 Stunden bis zur 111 Volt-Linie gültig. Über dieser Linie werden die Zellen mit dem normalen Strome geladen. Es kommt demnach nur die halbe Ladezeit wie unter der 111 Volt-Linie in Frage. Bei den Zellen 55 bis 61 verkürzen sich noch die Ladezeiten um die der normalen Entladung entsprechenden Kapazitätsrückstände, welche sich aus Fig. 100 entnehmen lassen. Die punktiert gezeichnete Linie der höchsten Ladespannung würde gelten, wenn die Ladung mit dem 7-stündigen

Ladestrom für sämtliche Zellen vollendet wäre, oder, wenn ohne gleichzeitige Stromentnahme die ganze Batterie mit dem  $3\frac{1}{2}$ -stündigen, also normalen Ladestrome aufgeladen würde. (Es ist hierbei der Einfachheit wegen angenommen, daß der Ampèrewirkungsgrad der Batterie gleich 1 ist, und daß, um als Abszissen die Zeiten und nicht die Ampèrestunden auftragen zu können, die Ladung mit derselben Stromstärke erfolgt, wie die normale  $3\frac{1}{2}$ -stündige Entladung.)

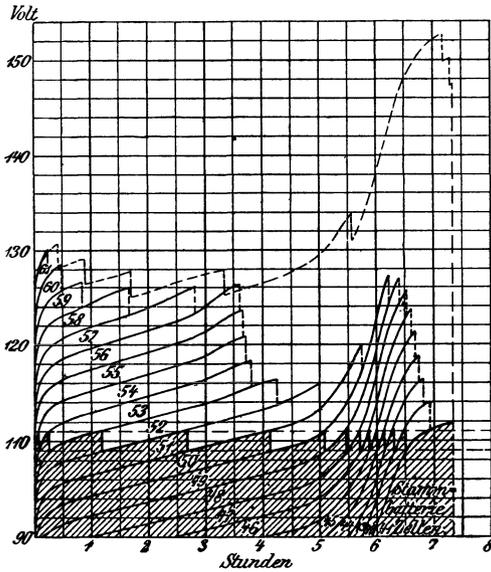


Fig. 104.

Man sieht aus Fig. 104, daß eine derartige Ladung bei gleichzeitiger Entladung mit halber Stromstärke sich mit der verhältnismäßig niedrigen Spannung von 130 Volt, d. h. = 2,14 Volt pro Zelle erzielen ließe, während eine normale Ladung ca. 153 Volt, d. h. 2,51 Volt pro Zelle beanspruchen würde. Die maximale Ladespannung  $2,72 \cdot 61 = 167$  Volt kommt demnach nur bei einem ersten Aufladen der ganzen Batterie und demgemäß bei geringer Stromstärke in Frage.

Aus der Fig. 104 lassen sich nun wieder die Zeiten, während welcher die Zellschalterleitungen Strom führen, entnehmen. Ob

diese Werte dem Lade- oder Entladehebel entnommen werden, ist gleichgültig. Für Entladung ist die Benutzungsdauer der einzelnen Leitungen, der halben Stromstärke entsprechend, natürlich doppelt so groß und müssen für die Zellen 54 bis 61 aus Fig. 100, resp. Fig. 101 ergänzt werden. In Fig. 105 sind diese Zeiten für die einzelnen Leitungen aufgetragen. Die aus Fig. 105 und ähnlichen Kurven (für andere Schaltzellenzahlen) berechneten Werte für  $\delta$  sind in Fig. 101 Kurve D und für  $\frac{q_{\max}}{i}$  bei Doppelzellenschaltern in Fig. 103 gebracht. Es sind nur für  $P = 0,1$  die Kurven A, B, C aufgetragen. A ist die schon in Fig. 98 ent-

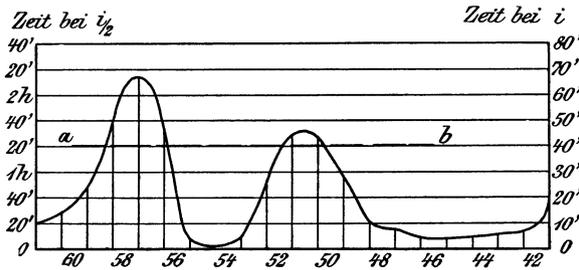


Fig. 105.

haltene Kurve  $\frac{q}{i}$ , wenn alle Zellschalterleitungen denselben Querschnitt erhalten; B die entsprechende Kurve  $\frac{q_{\max}}{i}$  für Einfachzellenschalter und C für Doppelzellenschalter bei verschiedenen Leitungsquerschnitten.

Im Falle 2a sind die kleinsten Querschnitte trotz der kurzen Zeit, während welcher sie den vollen Strom führen können, ohne daß die Spannung zu tief sinken würde, doch praktisch unbrauchbar, hauptsächlich deshalb, weil schon nach wenigen Minuten die volle zulässige Erwärmung überschritten würde. Außerdem würde in diesen dünnen Leitungen der Spannungsabfall so groß ausfallen, daß er praktisch unzulässig wäre. Drittens ist noch die absolute Sammelschienenspannung zu berücksichtigen. Da die Spannung an den Verteilungsspeisepunkten konstant gehalten werden soll, so muß, wie bereits besprochen, die Sammelschienenspannung in der Station bei größerer oder kleinerer Stromentnahme ent-

sprechend erhöht oder erniedrigt werden. Ein Blick auf die Fig. 104 zeigt sofort, daß, wenn statt 110 Volt 115 oder 105 Volt an der Batterie gehalten werden muß, sich die Zeiten, während welcher die einzelnen Zellschalterleitungen eingeschaltet sind, ein wenig verändern. Es müßten deshalb die kleineren Querschnitte um einen bestimmten Prozentsatz vergrößert werden.

Fall 2b. Aus allen diesen Gründen sind nun 2 verschiedene Querschnitte  $q_1$  und  $q_2$  angenommen und zwar sei  $q_1 = \frac{q_2}{p}$ ,  $p < 1$ . Die für sämtliche Leitungen vom Querschnitte  $q_1$  gegebene Stundenzahl in Prozenten von der Gesamtstundenzahl aller Leitungen (3,5) sei  $\alpha$ , für die Leitungen vom Querschnitte  $q_2$ :  $1 - \alpha$ . Ferner seien  $\beta$  (in Prozenten von  $n$ ) Leitungen vom Querschnitte  $q_1$  und  $1 - \beta$  Leitungen vom Querschnitte  $q_2$  vorhanden.

Die Energieverluste in den Zellschalterleitungen sind dann für eine Ladung oder Entladung

$$i^2 \left( \frac{1}{q_1 k} \alpha + \frac{1}{q_2 k} (1 - \alpha) \right) \cdot 3,5$$

und die jährlichen Kosten dieser Verluste bei  $m$  täglichen Ladungen oder Entladungen

$$A_1 = i^2 \cdot m \cdot \frac{1}{k} \cdot 3,5 \cdot \frac{P}{1000} \cdot 365 \cdot \left( \frac{\alpha}{q_1} + \frac{1 - \alpha}{q_2} \right)$$

oder für  $q_2 = p \cdot q_1$

$$A_1 = i^2 \frac{1}{q_1 k} 3,5 \cdot 365 m \cdot \frac{P}{1000} \cdot \left( \alpha + \frac{1 - \alpha}{p} \right) \cdot \dots \cdot 7)$$

Es sind  $\beta$  Leitungen vom Querschnitte  $q_1$  und  $1 - \beta$  Leitungen vom Querschnitte  $q_2$  vorhanden. Die Kosten aller Leitungen betragen hiernach

$$[\beta \cdot q_1 l \cdot n + (1 - \beta) \cdot q_2 l \cdot n] s \frac{K}{1000}$$

und die jährliche Amortisation und Verzinsung

$$A_2 = s \cdot n \cdot l \cdot \frac{K}{1000} \cdot Q q_1 [\beta + (1 - \beta) \cdot p] \cdot \dots \cdot 8)$$

Beide Gleichungen 7) und 8) vereinigt und umgeformt geben

$$\frac{q_1}{i} = 1,7 \cdot \sqrt{\frac{\alpha + \frac{1 - \alpha}{p}}{\beta + (1 - \beta) p}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{m P}{K Q}} \cdot \dots \cdot 9)$$

Für  $p$ , d. h.  $\frac{q_2}{q_1}$  ist 0,75 angenommen. Es sollen aber alle über 0,6  $q_{\max}$  (Fig. 102 und Fig. 105 über Linie  $\overline{a\ b}$ ) liegenden Leitungen den Querschnitt  $q_1$ , die übrigen den Querschnitt  $q_2$  erhalten. Der Unterschied zwischen 0,75 und 0,6 ist hauptsächlich wegen der schwankenden Sammelschienenspannung angenommen.

Die Werte

$$\sqrt{\frac{\alpha + \frac{1-\alpha}{p}}{\beta + (1-\beta) \cdot p}} = x$$

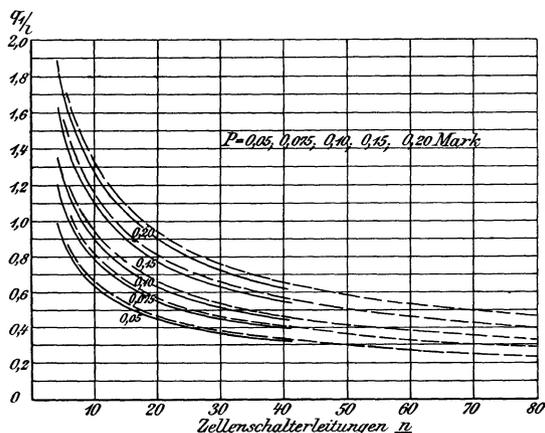


Fig. 106.

sind nun für eine große Anzahl von Leitungen bei Einfach- und Doppelzellenschaltern ermittelt worden, wobei die Größen  $\alpha$  und  $\beta$  aus den Fig. 101 und 105 und ähnlichen bestimmt wurden, bei  $p = 0,75$ . Es haben alle über der Linie  $\overline{a\ b}$  liegenden Zellen-schalterleitungen den Querschnitt  $q_1 = \frac{q_2}{0,75}$  erhalten. Diese Werte von  $x$  für Einfachzellenschalter schwanken zwischen 1,13 und 1,15, im Mittel  $x_e = 1,14$ , für Doppelzellenschalter zwischen den Werten 1,18 und 1,19, im Mittel  $x_d = 1,19$ . Unter Berücksichtigung dieser Faktoren  $x_e$  und  $x_d$  sind, in einer Fig. 98 analogen Weise  $\frac{q_1}{i}$  als Ordinaten zu  $n$  in der Fig. 106 aufgetragen worden. (Die aus-

gezogenen Kurven für Einfach-, die gestrichelten für Doppelzellschalter.)

Es erübrigt nun nur noch für jede beliebige Zellenleiterzahl anzugeben, wie viele und welche Leitungen den Querschnitt  $q_1$  erhalten müssen. Hierzu dienen die graphischen Tabellen Fig. 107 und Fig. 108. Die wagerechten Reihen geben die Zellenleiterzahlen an, und in jeder Reihe sind die Leitungen vom Querschnitte  $q_2$  schraffiert, während diejenigen vom Querschnitte  $q_1$  weiß gelassen sind. Die Leitung 1 ist die am äußersten Ende,

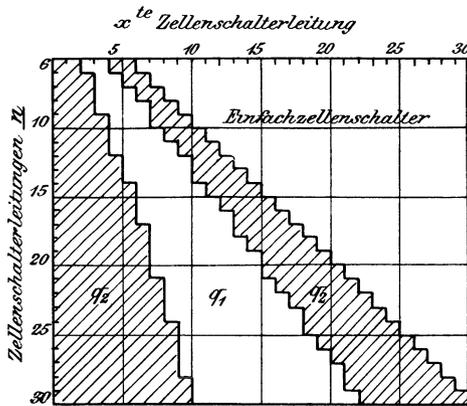


Fig. 107.

also nicht an der Stammbatterie liegende. Es bedeutet je ein kleines Quadrat eine Leitung.

Zum Schlusse sei ein Berechnungsbeispiel angeführt. Sammelschienenspannung  $2 \times 250$  Volt, Doppelzellschalter, Entladestromstärke der Batterie = 700 Ampère bei  $3\frac{1}{2}$ -stündiger Entladung. Die Anzahl der Akkumulatorenzellen für eine Netzhälfte ist  $\frac{250}{1,82} = 137$ . Die Anzahl der Schaltzellen =  $137 - \frac{250}{2,73} = 46$ . Es erhält also jede Batterie 47 Zellschalterleitungen. Die Selbstkosten des Stromes seien 0,15 M. pro 1 KW, der Kupferpreis = 1,60 M. pro Kilogramm. Aus Fig. 106 ermittelt sich dann für  $n = 47$ ,  $P = 0,15$

$$\frac{q_1}{i} = 0,495,$$

also  $q_1 = 346$  qmm und  $q_2 = 260$  qmm, während nach Fall 1, Fig. 98  $\frac{q}{i} = 0,415$ , also  $q = 290$  qmm ist.

Nach Fig. 108, horizontale Linie 47 findet man, daß vom Außenleiter ab gerechnet die Leitungen 1 bis 8, 14 bis 23, 28 bis 47 den Querschnitt  $q_2$  und die Leitungen 9 bis 13, 24 bis 27 den Querschnitt  $q_1$  erhalten müssen. Die Summe der Querschnitte aller Leitungen nach Fall 1 beträgt 136,2 qcm, nach Fall 2b 130 qcm; die

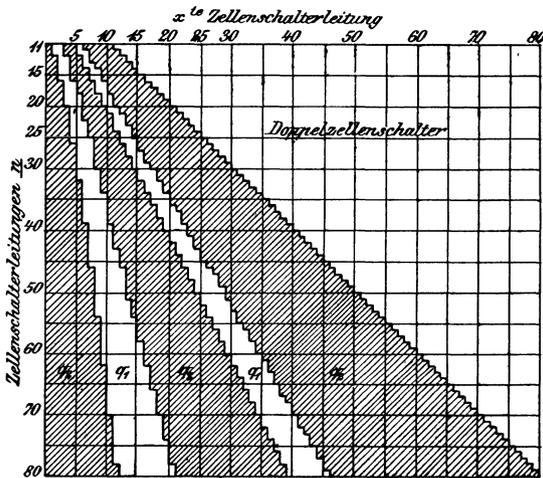


Fig. 108.

Gesamtkosten sind also in beiden Fällen annähernd gleich groß (im Fall 2b 4 bis 6% kleiner); der Vorteil bei Fall 2b liegt hauptsächlich darin, daß der Querschnitt von 343 qmm bezüglich Erwärmung noch genügen wird, während ein Querschnitt von 290 qmm schon unangenehme Erwärmungen verursachen könnte für eine Zeitdauer von  $14\frac{1}{2}$  Minuten =  $t_{\max}$ . Die größte Zeitdauer, während welcher eine Leitung vom Querschnitte  $q_2$  eingeschaltet ist, beträgt  $8\frac{1}{2}$  Minuten, für welche Zeit ein Querschnitt von 260 qmm wohl auch noch genügen würde. Es ergibt sich hieraus, daß in allen Fällen (dasselbe Resultat ergibt auch Fall 2a) die Gesamtanlagekosten fast gleich groß sind; da aber besonders bei einer großen Zellenleiterzahl die nach obigen Formeln berechneten Querschnitte

für die Erwärmung leicht zu klein ausfallen, lassen sich bei zwei verschiedenen Querschnitten die berechneten Dimensionen viel eher erreichen, ohne daß die Erwärmung zu groß würde. Noch besser würde man allerdings auskommen können, wenn z. B. drei verschiedene Querschnitte verwandt würden.

### 3. Die Vorteile hoher Spannungen.

Die elektrische Leistung wird durch das Produkt aus den Werten der Spannung und Stromstärke dargestellt, wie I, S. 217 bereits auseinandergesetzt wurde. Man kann daher bei gleichbleibender Leistung diese Faktoren ändern, wenn nur ihr Produkt gleich bleibt. Von diesem Umstande kann bei der Übertragung der elektrischen Energie ein vorteilhafter Gebrauch gemacht werden, wie folgende Betrachtung zeigt.

Denken wir uns, es sei die Leistung von  $W$  Watt durch eine Leitung vom Widerstande  $r$  zu übertragen. Die Stromstärke sei  $J$ , die Spannung  $E$ , sodaß also  $W = J E$  ist. Das Spannungsgefälle in der Leitung wird alsdann  $v = J r$  betragen, und der Energieverlust in der Leitung infolge der Umsetzung eines Teiles der Energie in Wärme:  $w = J^2 r$ .

Nun denken wir uns dieselbe Energiemenge durch dieselbe Leitung übertragen, die angewendete Spannung sei aber jetzt  $nV$ , die Stromstärke somit  $\frac{J}{n}$ , sodaß wieder

$$W = n E \cdot \frac{J}{n} = J E$$

ist.

Dann hat sich der Spannungsverlust auf  $\frac{1}{n}$  seines früheren Wertes verringert,

$$v_1 = \frac{J}{n} r = \frac{v}{n},$$

und der Effektverlust hat quadratisch mit der Verringerung der Stromstärke abgenommen auf

$$w_1 = \left( \frac{J}{n} \right)^2 r = \frac{w}{n^2}.$$

Diese Beziehungen gelten zunächst für Gleichstrom oder für Wechselstrom mit rein induktionsfreier Belastung. Ist der Strom  $J_\omega$  gegen  $E$  verschoben um den Winkel  $\varphi$ , so ist  $W_\omega = J_\omega E \cos \varphi$ ; der Strom  $J_\omega$  für die Übertragung derselben Leistung also im Verhältnis  $\frac{1}{\cos \varphi}$  größer als zuvor. Die Verhältnisse bleiben aber insofern vollkommen unverändert, als auch hier bei Erhöhung der Spannung um das  $n$ -fache, unter Beibehaltung desselben Leistungsfaktors und derselben Leistung und Leitung, der Spannungsverlust  $n$ -mal, der Effektverlust  $n^2$ -mal kleiner wird.

Noch eindringlicher tritt dieser Vorteil der Erhöhung der Betriebsspannung zutage, wenn wir statt der absoluten Werte des Spannungsabfalls die relativen Werte  $p = \frac{v}{E}$  einführen.

Die praktische Bedingung lautet nämlich, daß die Spannungs-differenzen zwischen den verschiedenen Punkten eines Leitungs-netzes relativ zu den Spannungen klein sein, bezw. eine festge-setzte Grenze nicht überschreiten sollen. Es sollen also nicht so sehr die absoluten Spannungsverluste an verschiedenen Punkten des Netzes klein, bezw. unter einer von vornherein gesetzten max. Grenze auch bei allen Belastungsschwankungen bleiben, als vielmehr die relativen oder prozentischen Spannungsverluste unter einem max. Grenzwert liegen. Bei der mittleren Spannung  $E$  ist der Spannungsverlust

$$v = J \cdot r = E p.$$

Bei der mittleren Spannung  $E_1 = n E$  ist der Spannungs-verlust

$$v_1 = \frac{J}{n} r_1 = n E p = n v.$$

Bei gleicher Länge der Leitung und gleicher zu übertragender Leistung ergeben sich also gleiche relative Verluste, wenn bei der  $n$ -mal höheren Spannung der Widerstand

$$r_1 = \frac{n v_1}{J} = \frac{n^2 v}{J} = n^2 r$$

$n^2$ -mal größer als zuvor genommen wird.

Bei gleichem prozentuellen Spannungsverlust nimmt also der erforderliche Leitungsquerschnitt in quadratischem Verhältnis mit der wachsenden Spannung ab. Diese Beziehung gilt ganz all-

gemein und für alle Systeme, jedoch nur so lange, als durch die Erhöhung der Spannung nicht wattlose Ladeströme oder dunkle Entladungen von beträchtlicher Größe auftreten, die unter Umständen eine unvorhergesehene Erhöhung des Aufwandes an Leitungsmaterial bedingen können.

Auf diesen Punkt kommen wir im 7. Kapitel noch einmal zurück. Für Leitungen bis zu etwa 10 — 20 km Entfernung zwischen Quelle und letztem Sinkpunkt und für Spannungen bis etwa 10 000 Volt gilt die Beziehung stets; für höhere Spannungen oder größere Entfernungen ist die Größe des Ladestromes zu ermitteln und ev. mit in Rechnung zu ziehen.

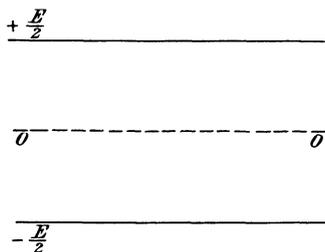


Fig. 109.

Wir wollen hier, um alle Verhältnisse mit einer Gleichung behandeln zu können, stets nur einen Draht einer Leitung ins Auge fassen, indem wir uns beispielsweise beim Zweileitersystem (Fig. 109) die Hälfte der Leistung von einem Draht übertragen denken; da aber die physikalischen Grundlagen fordern, daß der Strom in beiden Drähten gleich sei, denken wir uns das System durch eine fiktive Null- oder neutrale Leitung in zwei Hälften derart zerlegt, daß die eine Leitung gegen diese neutrale das Potential  $+\frac{E}{2}$ , die andere gegen sie das Potential  $-\frac{E}{2}$  aufweist. Dann kann man, gleichgültig, ob Gleichstrom oder Wechselstrom übertragen wird, wobei im letzteren Falle  $E$  den Effektivwert der mit Periodengeschwindigkeit wechselnden Potentiale bedeutet, sich vorstellen, daß jeder Abzweigung die halbe Leistung von jedem der Drähte zugeführt wird. Die Rechnung ergibt den Querschnitt jedes Drahtes nach der in I, S. 62 abgeleiteten Beziehung

$$f = \frac{l W_1}{k p E_1^2 \cos \varphi_1} = \frac{l J_1}{k p E_1 \cos \varphi_1} = \frac{l W_1}{k a E_1^2} \text{ qmm,}$$

die für reinen Wattstrom oder Gleichstrom übergeht in

$$f = \frac{l W_1}{k p E_1^2} = \frac{l J_1}{k a E_1} \text{ qmm.}$$

Hierin bedeutet  $W_1$  die Leistung pro Draht am Anfang der Leitung von der Länge  $l$  Meter,  $E_1$  die Anfangsspannung pro Draht,  $k$  die Leitfähigkeit des Leitungsmaterials,  $a = p \cdot \cos \varphi_1$  den prozentischen Effektverlust.

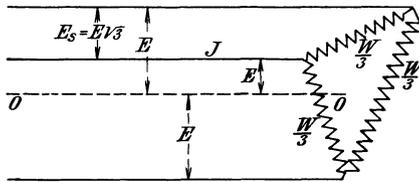


Fig. 110.

Die Bedeutung dieser Berechnung pro Draht tritt klar zutage, wenn man etwa ein Dreiphasensystem (Fig. 110 und 111) betrachtet, bei dem der neutrale Leiter vorhanden sein oder auch nur hinzu-

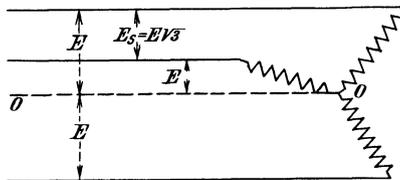


Fig. 111.

gedacht werden kann. Es entfällt dann auf jeden Draht ein Drittel der Leistung, die Spannung zwischen jedem Draht und der neutralen Leitung ist  $\frac{E_s}{\sqrt{3}}$ , der Strom in jeder Leitung  $J$ . Da bei Sternschaltung (Fig. 111) dann auch in jedem Verbraucher der Strom  $J$  unter der Spannung  $E$  fließt, so konsumiert jedes Drittel des Verbrauchers  $\frac{E_s J}{\sqrt{3}}$  der Leistung  $E_s J \sqrt{3}$ . Bei Dreieckschaltung

der Verbraucher, Fig. 110, fließt in jedem Drittel des Verbrauchers der Strom  $\frac{J}{\sqrt{3}}$  unter der Spannung  $E_s$ , sodaß man ebenfalls das Drittel  $\frac{E_s J}{\sqrt{3}}$  der Gesamtleistung  $E_s J \sqrt{3}$  erhält.

Nennen wir allgemein die Spannung zwischen einem Draht und der gedachten oder vorhandenen neutralen Leitung die Sternspannung  $E$  des Systems, so entfällt bei einem ganzperiodigen  $n$ -Phasensystem (Fig. 112), bei dem  $n$  Phasen über einen Phasenwinkel  $2\pi$  verteilt sind, auf jede der  $n$  Phasen der Strom  $J$  und die Sternspannung

$$E = \overline{OA} = \overline{OB} = \frac{E_s}{2 \sin \frac{\pi}{n}},$$

und die Leistung

$$W_s = \frac{W}{n}.$$

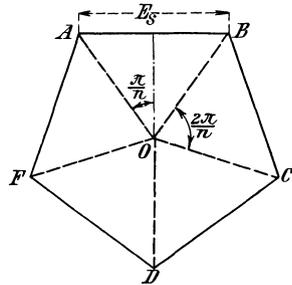


Fig. 112.

Unsere Beziehung lautet dann allgemein

$$f = \frac{l W_s}{k p E^2 \cos \varphi} = \frac{l W_s}{k a E^2} = \frac{4 l W \cdot \sin^2 \frac{\pi}{n}}{n k a E_s^2}$$

und zeigt, daß bei jedem beliebigen System der Materialaufwand umgekehrt proportional der Leitfähigkeit  $k$ , dem prozentischen Effektverlust  $a = p \cos \varphi$  und dem Quadrat der Sternspannung und direkt proportional der Leitungslänge  $l$  und der Leistung  $W_s$  pro Draht sich ändert.

Gleichzeitig zeigt die Formel auch, wie sich der Materialaufwand zur Übertragung der gleichen Leistung  $W$  bei gleicher Netzspannung  $E_s$  über dieselbe Strecke  $l$  mit verschiedener Phasenzahl  $n$  verändert. Dieser Materialaufwand

$$Q = \gamma l f n = \frac{4 \gamma l^2 W}{k a E_s^2} \sin^2 \frac{\pi}{n}$$

ist unter sonst gleichen Verhältnissen (gleiches  $k$  und  $a$ ) proportional  $\sin^2 \frac{\pi}{n}$ .

Für Gleichstrom- oder Wechselstrom-Zweileiter ist

$$n = 2, \quad \sin \frac{\pi}{n} = 1$$

also

$$Q_g = \frac{4 \gamma l^2 W}{k a E_s^2}.$$

Für ein  $n$ -Phasensystem mit  $n$  Leitungen ist daher

$$Q_n = Q_g \sin^2 \frac{\pi}{n}.$$

Für Drehstrom ist demnach

$$n = 3, \quad \sin \frac{\pi}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$Q_3 = \frac{3}{4} Q_g;$$

für Zweiphasenstrom mit 4 Leitungen ist

$$n = 4, \quad \sin \frac{\pi}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad Q_4 = \frac{1}{2} Q_g$$

und für ein Neunphasensystem mit 9 Leitungen, das allerdings praktisch nicht verwendet wird, wäre

$$n = 9, \quad \sin \frac{\pi}{n} = \sin 20^\circ = 0,342, \quad Q_9 = 0,119 Q_g.$$

Nicht anzuwenden ist die Formel für alle tatsächlich ausgeführten neutralen Leiter, wie sie beim Drei- oder Mehr-Leitersystem für Gleichstrom oder bei Drehstrom ausgeführt werden. Für diese Leitungen bestimmt sich der Querschnitt ausschließlich auf Grund der Erwägungen über die Unsymmetrie in den Belastungen pro Phase, während die obige Formel für gleichmäßig in allen Phasen belastete Systeme gilt, bei denen die neutralen Leiter (wenn von Oberschwingungen bei Drehstrom z. B. abgesehen wird) stromlos sind und daher auch fortfallen könnten.

In Erwägung der angeführten Tatsachen wäre es folgerichtig, in allen Fällen möglichst hohe Spannungen anzuwenden, soweit nicht Erwägungen anderer Art, z. B. Ladeströme dem entgegenstehen.

Dieses Streben nach Erhöhung der Betriebsspannung läßt sich jedoch nur insoweit verwirklichen, als es mit den Eigenschaften der Verteilungsarten in Einklang zu bringen ist.

Hierbei stößt man auf einen grundsätzlichen Unterschied zwischen den direkten und den indirekten Verteilungsarten.

Die ersteren bedingen die Führung aller Leitungen durch das eigentliche Verbrauchsgebiet, in welchem, einmal infolge der mannigfaltigen Verhältnisse der Baulichkeiten, dann infolge der vielfachen Verästelungen der Leitungen und dergl., gerade die größten Schwierigkeiten in Bezug auf Verlegung und zuverlässige Isolierung zu überwinden sind.

Bei der Parallelschaltung tritt überdies und vor allem die Natur der Konsumenten der Verwendbarkeit hoher Spannungen entgegen. Die Spannung unserer heutigen Glühlampen ist höchstens 220 Volt, meist nur 100 bis 120 Volt, da höhere Spannungen mit der Haltbarkeit der Lampen nicht in Einklang zu bringen sind. Da nun bei der Parallelschaltung alle Lampen unter annähernd derselben Spannung stehen, so ist dadurch auch die zwischen den Leitungen erforderliche Spannung bestimmt. Bei der reinen Parallelschaltung kann dieselbe die Höhe der Lampenspannung nur um den Betrag des Spannungsverlustes in Speise- und Verteilungsleitungen überschreiten.

Wie dennoch der Vorteil höherer Spannungen ausgenutzt werden kann, haben wir bei den Mehrleitersystemen erörtert. Doch sind auch hier den verwendbaren Spannungen verhältnismäßig enge Grenzen gezogen.

Ganz verschieden und bedeutend günstiger gestalten sich die Verhältnisse bei der indirekten Verteilung. Hier führt der sekundäre Kreis, in dem die Verbrauchsstellen liegen, nur den Strom von der gewöhnlichen Gebrauchsspannung, sodaß also die oben erwähnten Schwierigkeiten nicht in Betracht kommen. Der primäre Kreis hingegen, welcher den Strom hoher Spannung führt, ist von den Konsumentenkreisen vollständig getrennt und der Ort seiner Verlegung ist durch die Lage der letzteren nicht bedingt. Er kann daher stets so gewählt werden, daß er alle Bedingungen erfüllt, welche einer sicheren und leichten Isolierung und dauerndem Schutze der Leitung entsprechen, und dabei allen Unberufenen unzugänglich ist.

#### 4. Verteilung mittels Transformatoren.

Die direkten Verteilungssysteme sind demnach in der Höhe der anwendbaren Spannung an relativ enge Grenzen gebunden. Die Vorteile der hohen Spannung können dabei nur in sehr beschränktem Maße ausgenützt werden, und die Übertragung der elektrischen Energie auf größere Entfernungen wird wirtschaftlich zur Unmöglichkeit. Die Grenze der mittels der direkten Verteilungssysteme wirtschaftlich beherrschbaren Entfernungen wird schon in jeder größeren Stadt überschritten, wenn die Kraftquelle nicht inmitten derselben, sondern außerhalb des Beleuchtungsgebietes gelegen ist. In solchen Fällen kann man der hohen Spannung nicht entraten. Da aber an den Verbrauchsstellen nur die durch die Natur der Lampen und Motoren und die Rücksicht auf die Sicherheit gebotene Spannung herrschen darf, so bleibt als einzige Lösung die indirekte Verteilung.

Bei dieser wird der von der Stromquelle gelieferte Strom mit hoher Spannung und daher großer Ökonomie durch den unzugänglich verlegten und von den Verbrauchsstellen vollkommen getrennten Primärkreis in das Beleuchtungsgebiet geführt. Hier werden mit Hilfe von Transformatoren Ströme von der niedrigeren Gebrauchsspannung und entsprechend höherer Intensität erzeugt, welche von den Sekundärkreisen aus den Lampen und kleineren Motoren zugeführt werden, während man große Motoren unter Umständen direkt an die Hochspannung anschließen kann. Die Spannung im Primärkreise hat bei einer ausgeführten Anlage bereits 60000 Volt erreicht; sie wird im allgemeinen um so höher gewählt werden, je länger die zu versorgenden Strecken sind. Für die sekundären Kreise gelten dieselben Rücksichten wie für die direkte Verteilung und ihre Berechnung geschieht nach den im vorhergehenden erörterten Grundsätzen.

Die Schaltung der Transformatoren im Primärstromkreise kann eine zweifache sein; sie können entweder in Serien- oder in Parallelschaltung betrieben werden. Dem ersten Falle würde jener Transformator am vollkommensten entsprechen, welcher bei konstanter Stromstärke im Primärkreise auch einen konstanten Strom im Sekundärkreise liefert, während im zweiten Falle derjenige Transformator am Platze ist, welcher trotz der Änderungen der

Belastung bei konstanter Spannung an den Primärklemmen auch die Konstanz der Spannung an den Sekundärklemmen sichert. Die Herstellung von Transformatoren der ersten Art stößt auf Schwierigkeiten, wenn nicht auch der Sekundärkreis konstante Stromstärke führen soll, während solche der zweiten Art in großer Vollkommenheit hergestellt werden.

### a) Serienschaltung von Wechselstromtransformatoren.

Diese historisch an erster Stelle stehende Schaltung der Transformatoren, welche 1883 von Gaulard und Gibbs auf der Turiner Ausstellung vorgeführt wurde, ist dadurch gekennzeichnet, daß die

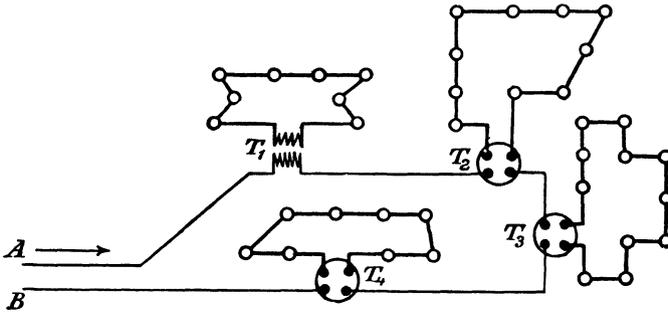


Fig. 113.

Primärwindungen sämtlicher Transformatoren hintereinander in den Primärstromkreis eingeschaltet sind. Die Sekundärwindungen sind mit den ihnen zugeteilten Lampengruppen verbunden.

Fig. 113 stellt eine derartige Anordnung dar. AB ist der primäre Stromkreis.

Da der Betrieb mit konstanter Stromstärke im primären Stromkreise erfolgt, muß bei ruhenden Spulen auch im sekundären Kreise die Stromstärke konstant gehalten werden, während die Spannung sich je nach der Anzahl der eingeschalteten Transformatoren und nach der Belastung der einzelnen Sekundärstromkreise ändert und dementsprechend so reguliert werden muß, daß die Abnehmer in ihrer normalen Funktion erhalten bleiben. Es ist einleuchtend, daß diesen Verhältnissen nur dann in einfacher und natürlicher Weise entsprochen wird, wenn auch die Abnehmer in

den Sekundärkreisen hintereinander geschaltet sind. Man hat jedoch auch für einzelne Fälle Transformatoren mit beweglichen Sekundärspulen verwendet, die von konstanter Spannung auf konstantem Strom oder umgekehrt transformieren.

### b) Parallelschaltung von Wechselstromtransformatoren.

Dem Zwecke einer wirklichen Stromverteilung, wie sie in den überwiegend meisten Fällen notwendig ist, d. h. unter Anwendung der Parallelschaltung in den Sekundärstromkreisen, hat nur die Paral-

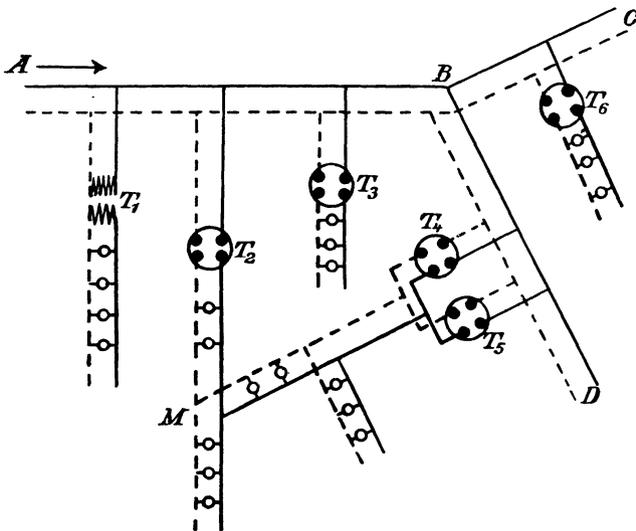


Fig. 114.

lelschaltung der Transformatoren genügt, welche zuerst 1885 durch das System Zipernowsky-Déri-Bláthy in die Praxis eingeführt worden ist. Die Transformatoren müssen derart gebaut sein, daß sie die Spannung an den Sekundärklemmen annähernd konstant halten, wenn die Spannung an den Primärklemmen konstant bleibt. Solche Transformatoren sind dann selbstregulierend, indem die Primärspule nur soviel Strom aufnimmt, als der Anzahl der in den Sekundärkreis jeweilig eingeschalteten Lampen entspricht.

In Fig. 114 ist eine Parallelschaltungsanlage schematisch dargestellt.

A B C D stellt die Primärleitung dar, welche den hochgespannten Strom dem Beleuchtungsgebiete zuführt. An geeigneten Stellen sind die Primärwindungen der Transformatoren  $T_1, T_2, \dots$  parallel abgezweigt. Die Sekundärspulen senden den Strom entweder in einzelne getrennte Netze, wie  $T_1, T_3, T_6$ , oder es werden mehrere Sekundärspulen parallel geschaltet, die ein sekundäres Netz M gemeinsam versorgen, wie  $T_2, T_4, T_5$ . Im ersteren Falle unterscheidet sich die Berechnung der Primärleitung bei richtiger Interpretation durch nichts von derjenigen, welche für die direkte Verteilung erörtert worden ist.

Die Primärleitung ist wieder eine offene oder geschlossene und wird dementsprechend berechnet, wobei die Orte, an welchen die Transformatoren, bzw. Unterstationen, eingeschaltet sind, als Stromabnahmestellen und deren primärer Strombedarf als Abnahme anzusehen sind. Der primäre Strombedarf ergibt sich aus dem sekundären unter Berücksichtigung des Umsetzungsverhältnisses und des inneren Verlustes der Transformatoren. Die sekundären Netze werden ebenso nach den bereits bekannten Gesichtspunkten berechnet, wobei die Sekundärspulen der Transformatoren als Stromquellen zu betrachten sind.

Um einen allgemeinen Überblick über die Faktoren zu vermitteln, welche bei Wechselstromtransformatoren in Rechnung zu ziehen sind, führen wir zum Zwecke der Durchführung eines Beispiels einige Angaben über mehrere Typen Transformatoren an.

Normale sekundäre Leistung in Watt . . . . .	1000	2500	5000	10000
Energieverlust im primären Widerstande in %	1	0,8	0,6	0,65
Energieverlust im sekundären Widerstande in %	1	1	1,1	1
Magnetisierungsarbeit in % . . . . .	6	3,6	3,0	2,2
Wirkungsgrad bei Vollbelastung . . . . .	92,7	94,8	95,4	96,2

Bei einem Windungsverhältnisse von 18:1 ergeben sich für die oben angeführten Typen der Reihe nach folgende Spannungen und Stromstärken:

Spannung	primär	1940 Volt,	sekundär	105 Volt
Stromstärke	-	0,59 Ampère,	-	10 Ampère
	-	1,43	-	25
	-	2,85	-	50
	-	5,65	-	100

Die Primärstromstärken für volle nicht induktive Belastung berechnen sich wie folgt.

Die größte Type soll sekundär liefern

$$105 \text{ Volt} \cdot 100 \text{ Ampère} = 10\,500 \text{ Watt.}$$

Da die primär aufzuwendende Gesamtenergie die sekundäre Leistung, den Energieverlust in beiden Spulen und die Magnetisierungsarbeit bestreiten muß, berechnet sich dieselbe als Summe folgender Größen:

Sekundär geforderte Leistung . . . . .	10 500 Watt
Energieverlust in der prim. Spule 1 % =	105 -
- - - sek. - 1 % =	105 -
Magnetisierungsarbeit . . . . .	2,2 % = <u>230 -</u>
	10 940 Watt.

Da aber die Primärspannung 1940 Volt beträgt und bei Vollbelastung die Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung vernachlässigbar ist, muß der Primärstrom sich ergeben als Quotient aus der primären Gesamtenergie, geteilt durch die primäre Spannung:

$$J_{\text{prim}} = \frac{10940}{1940} = 5,65 \text{ Ampère.}$$

Es sei beispielsweise in einem Kurorte, dessen Situation durch die Planskizze Fig. 115 dargestellt ist, eine Anzahl größerer Gebäude, wie das Kurhaus, Gasthöfe und dergl., außerdem ein außerhalb des Ortes gelegener Ausflugsort zu beleuchten und zu diesem Zwecke eine mehrere Kilometer entfernte Wasserkraft auszunützen.

Der Lichtbedarf der einzelnen Objekte sei derart, daß man demselben entsprechend folgende Transformatorgrößen wählen kann:

Gebäude A	Transformator für	5 000 Watt
- B	- -	10 000 -
- C	- -	5 000 -
- D	- -	2 500 -
- E	- -	2 500 -
- F	- -	10 000 -
- G	- -	5 000 -
- H	- -	2 500 -
- J	- -	5 000 -

Setzen wir voraus, daß Transformatoren der angeführten Art mit der normalen Spannung von 1940 Volt an der Primär- und



Fig. 115.



Spannungsunterschiede in den Abzweigungspunkten des Hauptstranges von a bis d  $1\frac{1}{2}\%$  der normalen Primärspannung, also ungefähr 30 Volt nicht überschreiten dürfen.

Dieser Bedingung zufolge ergibt sich für den Strang a d ein Querschnitt:

$$f = \frac{2 \cdot (18,49 \cdot 680 + 14,21 \cdot 400 + 8,56 \cdot 30 + 7,13 \cdot 120 + 4,28 \cdot 120)}{57 \cdot 30} = 24$$

wofür wir einen 6 mm starken Draht wählen.

Dieser Wahl zufolge wird der größte Spannungsabfall auf der Strecke a d noch unter den angenommenen  $1\frac{1}{2}\%$  der normalen Primärspannung bleiben. Die Abzweigungen a B, b C u. s. w. sind nun ebenfalls so zu dimensionieren, daß die Spannungen an den Primärklemmen der Transformatoren nicht um mehr als  $1\frac{1}{2}\%$  der normalen Primärspannung untereinander abweichen. Diesem Zwecke würden in unserem Falle äußerst dünne Drähte genügen; aus praktischen Gründen und mit Rücksicht auf die Materialfestigkeit dürfen dieselben nicht unter 3 mm Durchmesser angenommen werden.

Um die Spannung am Transformator in A wenig verschieden von der an den übrigen Transformatoren zu erhalten, müßte die Stärke des Leitungsdrahtes von a aus gegen A größer sein als 6 mm. Es wird sich jedoch empfehlen, den Querschnitt des ganzen Stranges bis zur Zentrale gleich dem des übrigen Hauptstranges zu wählen und eine ev. zu hoch ausfallende Spannung in A durch eine einfache Regulierung entsprechend zu ändern.

Um nun die Spannung zu bestimmen, welche am Ursprunge der Leitung, d. h. in der Zentrale, herrschen muß, wollen wir annehmen, daß die normale Spannung von 1940 Volt beiläufig im Schwerepunkte des innerhalb der Ortschaft gelegenen Leitungssystems, d. h. etwa in F, erhalten werden soll. Auf Grund dieser Annahme und der Leitungsdimensionen können wir die Spannungen in allen übrigen Punkten bestimmen. In A beträgt dieselbe 1993, in der Zentrale 2069 Volt. Letztere Zahl gibt uns in Verbindung mit dem Werte der gesamten Primärstromstärke die Größe der von der Zentrale zu liefernden Arbeitsleistung an. Diese beläuft sich auf

$$26,99 \text{ Amp.} \cdot 2069 \text{ Volt} = 55800 \text{ Watt.}$$

Untersuchen wir die Spannungsverteilung in den übrigen Teilen der Leitung, so finden wir, daß die Spannung am Transformator B

1954 Volt und an dem am weitesten davon entfernten, innerhalb der Ortschaft gelegenen Transformator J 1936 Volt beträgt, daß also der größte Unterschied 18 Volt, d. h. noch weniger als 1 % der normalen Spannung ist. Selbst der Unterschied der Spannungen an den über  $2\frac{1}{2}$  km voneinander entfernten Transformatoren A und J beläuft sich nur auf 57 Volt, d. i. 3 % der Grundspannung.

Wir haben in dem vorgeführten Beispiele nur die Berechnung der Primärleitung in Betracht gezogen. Die Berechnung der an die einzelnen Transformatoren angeschlossenen Sekundärkreise bedarf keiner weiteren Erörterung, da dieselbe einfach nach den Grundsätzen der direkten Verteilung durchzuführen ist, wobei man die Sekundärklemmen der Transformatoren als Klemmen von Stromquellen mit konstanter Spannung zu betrachten hat.

### c) Sekundär zusammenhängendes Netz.

Ganz anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn die Transformatoren nicht nur primär, sondern auch sekundär zusammenhängend sind. In diesem Falle wird mit veränderlicher Belastung der Sekundärleitungen von den sekundären Klemmen der Transformatoren eine veränderliche Leistung entnommen und es kann dabei in ungünstigen Fällen sich ereignen, daß einzelne Transformatoren überansprucht werden. Um dies einzusehen, denken wir uns den einfachsten Fall, daß zwei Transformatoren  $T_1$ ,  $T_2$  sekundär eine Leitung a b mit Strom versorgen; die in Fig. 117 als Drehstromtransformatoren in Sternschaltung angedeuteten Stromwandler können dann schematisch dargestellt werden, wie Fig. 118 andeutet, und die Gesamtbelastung der Leitung a b kann in ihrem Schwerpunkt zusammengefaßt gedacht werden. Dann wird dem Abzweigpunkt c von  $T_1$  der Strom  $J_1$ , von  $T_2$  der Strom  $J_2$  zufließen, sodaß die Vektorgleichung  $J_1 + J_2 = J$  gilt. Nur wenn  $T_1$  und  $T_2$  zwei gleich große Transformatoren mit gleichen elektrischen Eigenschaften sind, wenn sie gleiche Primärspannung erhalten, und wenn c mitten zwischen a und b liegt, wird  $J_1 = J_2$  werden. Bleiben sonst alle Bedingungen bestehen, und rückt nur der Schwerpunkt der Belastung näher an  $T_1$  heran, so wird  $J_1$  steigen und wenn c mit a zusammenfällt, wird  $T_1$  praktisch allen Strom liefern, sodaß  $J_1$  nahezu  $= J$  wird. Ist nun  $T_1$  ein kleiner,

$T_2$  ein großer Transformator, so wird sich die Belastung auf die beiden Transformatoren im allgemeinen nicht im Verhältnis ihrer Leistungen sondern so verteilen, daß der durch jeden Zweigstrom ( $J_1, J_2$ ) in dem zugehörigen Transformator und dem Leitungsabschnitt bis zur Konsumstelle (c) hervorgerufene Spannungsab-

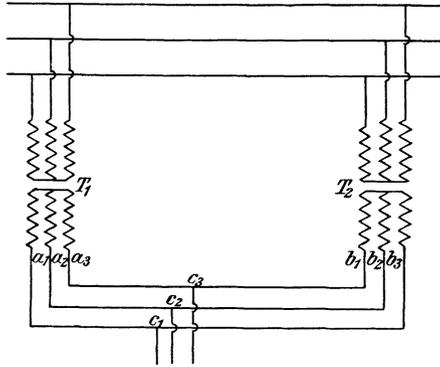


Fig. 117.

fall derselbe ist. Da wir die primäre Klemmenspannung für beide Transformatoren zunächst noch als gleich ansehen, können wir auch den prozentischen Spannungsabfall

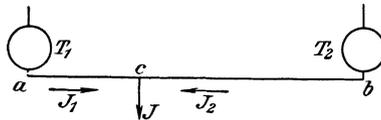


Fig. 118.

$$p = \pm u_k + \frac{v_k^2}{2}$$

in Betracht ziehen, indem wir nach den auf Seite 64 gegebenen Ableitungen (s. Fig. 40, S. 63)

$$\begin{aligned} \overline{CG} &= v_k \cdot E_1 & \overline{AB} &= (R_1 + R_2 + r) \frac{J}{n} = \frac{J}{n} \\ \overline{AG} &= u_k \cdot E_1 & \overline{BC} &= e_s \end{aligned}$$

setzen, worin  $R_1, R_2$  Primär- und Sekundärwiderstand des Transformators,  $r$  den Widerstand des zugehörigen Leitungsabschnittes,  $J$  den zugehörigen sekundären Teilstrom bedeuten, und alles auf

den Primärkreis reduziert ist. Reduziert man alle Werte auf den Sekundärkreis, sowie für den ersten Transformator

$$p_1 = \left( \frac{R'_1}{n^2} + R'_2 + r_1 \right) J_1 + \frac{e'_s{}^2}{2n^2} = (\varrho_1 + \Delta_1) J_1$$

$$p_2 = \left( \frac{R''_1}{n^2} + R''_2 + r_2 \right) J_2 + \frac{e''_s{}^2}{2n^2} = (\varrho_2 + \Delta_2) J_2$$

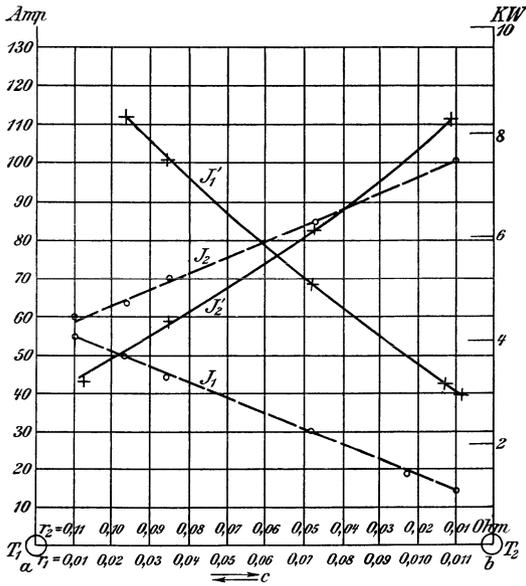


Fig. 119.

oder

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\varrho_2 + \Delta_2}{\varrho_1 + \Delta_1}$$

worin  $\varrho$  den reduzierten Klammersausdruck,  $\Delta$  den Wert  $\frac{e_s^2}{2n^2 J}$  bedeutet. Wir untersuchten das vorliegende Problem an 2 Transformatoren für 2 KW Leistung und für 10 KW Leistung experimentell. Die beiden Transformatoren für 72 Volt sekundär arbeiteten dabei auf eine gemeinsame Leitung von 0,12 Ohm Widerstand und es war leicht, die Belastungen so zu verteilen, wie die Kurven  $J_1$  und  $J_2$  der Fig. 119 es darstellen. Für  $r_1 = 0,01$ ,  $r_2 = 0,11$  leistet der 2-KW-Transformator rund

4 Kilowatt, der 10-KW-Transformator ebenfalls. Werden 2 Transformatoren von je 10 KW Leistung parallel geschaltet, so wird ihre Leistung, wie die Kurven  $J'_1$  und  $J'_2$  erkennen lassen, gleich, wenn  $c$  mitten zwischen  $a$  und  $b$  liegt. Sonst wächst  $J'_1$  mit abnehmendem  $r_1$ , während  $J'_2$  abnimmt. Sind nun außerdem noch die Primärspannungen verschieden, so wird der Spannungsunterschied, reduziert im Umsetzungsverhältnis, einen Ausgleichsstrom durch das Sekundärnetz von den Punkten, wo der Transformator an höhere Primärspannung angeschlossen ist, nach den Punkten hintreiben, wo infolge der größeren Primärverluste auch niedrigere Sekundärspannung herrscht. Bei den in der Regel kleinen Primärverlusten werden auch die Differenzen zwischen ihnen klein, und deshalb ist dieser Ausgleichsstrom im Sekundärnetz in der Regel gegenüber den eigentlichen Belastungsströmen vernachlässigbar. Immerhin können Fälle eintreten, z. B. bei teilweiser Abschaltung von Transformatoren, wo auch der Ausgleichsstrom einzelne Transformatoren überlastet. Er kann mit genügender Annäherung als Korrektionsgröße der vorher auf Grund der Annahme gleicher Primärspannungen berechneten superponiert werden.

Sollen gleichgroße Transformatoren, welche in einer Unterstation eine sog. Bank bilden, gleiche Leistungen bei veränderlicher Belastung abgeben, so werden ihre Leitungen oft in der Seite 15 beschriebenen gegenläufigen Schaltungsweise ausgeführt.

#### **d) Günstigste Anzahl der Transformatorenstationen.**

Bei einem sekundär zusammenhängenden Netz wird man so vorgehen, daß man sich nach praktischen Gesichtspunkten das ganze Beleuchtungsgebiet in Bezirke einteilt und für jeden dieser Bezirke eine Transformatorenunterstation mit einem oder mehreren Transformatoren vorsieht. Für die Wahl der Orte sind außer rein technischen Gesichtspunkten, vor allem dem, daß die Station möglichst nahe dem Schwerpunkt des zu versorgenden Distrikts liegen und auch noch für bestimmte Strecken- oder Transformatorauschaltungen auf anderen Strecken ausreichen muß, auch häufig rein örtliche Rücksichten maßgebend. Es steht etwa der Keller eines Schulhauses zur Verfügung oder es darf an bestimmten Stellen ein Schalthäuschen nicht erbaut werden, sodaß eine weniger günstige gewählt werden muß, u. s. w. Im allgemeinen

wird man Straßenkreuzungen oder öffentliche Plätze bevorzugen, an denen mehrere Straßen zusammenstoßen, wird einzelne hervorragende Anschlußobjekte, z. B. Theater, Rathaus oder dergl., selbst zu einer Unterstation ausbilden oder von mehreren Seiten an das Netz derart anschließen, daß auch im Fall des Versagens einer Unterstation ein Teil der Beleuchtung noch von der anderen Seite her Strom erhalten kann, und wird somit im wesentlichen eine Reihe lokaler und allgemeiner Rücksichten so mit den technischen Anforderungen in Einklang zu bringen haben, daß eine möglichst günstige Lösung sich ergibt.

Es liegt auf der Hand, daß man durch Vermehrung der Unterstationen die Kosten der Leitung vermindern kann, da jeder an das Sekundärnetz gehängte Transformator für dieses Netz eine Stromquelle repräsentiert. Auf der anderen Seite wird man durch Erhöhung der Zahl der Transformatoren die für diese verauslagten Kosten erhöhen, und es läßt sich deshalb für jeden bestimmten Fall eine günstigste Anzahl von Transformatorstationen ermitteln, bei welcher die gesamten Anlagekosten für Leitung und Transformatoren ein Minimum werden<sup>4)</sup>. Betrachtet man einen einfachen Leitungsstrang von der Länge  $L$ , und der Gesamtbelastung  $W$ , über welche  $n$  Transformatorstationen gleichmäßig verteilt sind, deren Entfernung von einander also  $l = \frac{L}{n}$  und deren Belastung  $w = \frac{W}{n}$  beträgt, und setzt man die Kosten für die Leitung pro laufenden Meter ( $a f + b$ ) und den Preis des Transformators inkl. Aufstellung und Anschlußkosten  $A w + B$ , so ergibt sich für die wirtschaftlichste Entfernung

$$l = c \sqrt[3]{\frac{E^2 \alpha B}{a w}},$$

wenn der zulässige relative Effektverlust mit  $\alpha$  bezeichnet wird.

Die Konstante  $c$  beträgt für Einphasenstrom  $\sqrt[3]{k} = 3,25$

für Dreiphasenstrom  $\sqrt[3]{\frac{4k}{3}} = 4,24$ .

Ist z. B. für eine Drehstromleitung  $E = 120$  Volt,  $w = 50$  Watt (entsprechend einer Lampe pro laufenden Meter),  $d = 2$ ,  $B = 1000$ ,  $\alpha = 0,02$  (2% Effektverlust) und  $a = 0,04$ , so ist  $l = 222$ , und die Leistung eines Transformators  $= wl = 11,1$  KW.

In Fig. 120 stellt die stark abfallende Kurve die Leitungskosten dar die mit der dritten Potenz der Länge  $l$  steigt, also mit der dritten Potenz der Zahl der Transformatorstationen abfällt, während die ansteigende Kurve die Transformatorkosten abbildet. Die Summationskurve, die Gesamtkosten haben offenbar ein Minimum, das in dem vorliegenden Fall, für den auf 10 km 500 Lampen, also bei 50 Watt pro Lampe  $W = 2,5$  gerechnet und  $A = 65,5$ ,  $B = 820$ ,

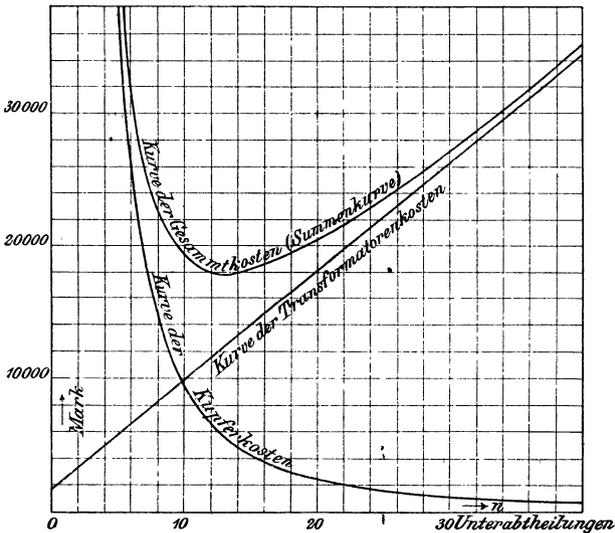


Fig. 120.

$a = 0,027$  angenommen ist, bei 12—14 Unterstationen mit Transformatoren von ca. 2 KW eintritt. Es ist hier jedoch zu betonen, daß man, strenge genommen, zweierlei Betrachtungen anstellen müßte, nämlich einmal das Minimum der Anlagekosten und dann das Minimum der jährlichen Betriebskosten in Betracht zu ziehen hätte. Diese beiden Minima werden durchaus nicht zusammenfallen, da die kleinen Transformatoren während der 8760 Stunden des Jahres dauernd mit einem höheren Ummagnetisierungsverlust arbeiten werden, sodaß der Gesamtwirkungsgrad und damit die jährlichen Betriebskosten für den vorliegenden Fall voraussichtlich günstiger werden, wenn man weniger Unterstationen mit größeren Transformatoren wählt. Es hat keinen Zweck, diese Verhältnisse

eingehend für ein bestimmtes Beispiel durchzurechnen, da die Lage des wirtschaftlich günstigsten Punktes von der Benutzungsdauer der Transformatoren, von den Selbstkosten der KWSt und schließlich in hohem Maße davon abhängt, ob man die Transformatoren während des größten Teils des Jahres durch automatische Schalter oder von Hand ausschaltet, sobald die gesamte Leistung der Linie entsprechend gesunken ist.

#### e) Wahl der Transformatorengröße.

Damit hängt auch die Frage nach der Wahl der in Bezug auf die maximale Beanspruchung günstigsten Größe der Transformatoren zusammen. Ohne ein zusammenhängendes Sekundärnetz muß jeder Transformator seine normale Belastung und gelegentliche Überlastungen ohne Schädigungen allein zu ertragen vermögen. Wenn das Sekundärnetz aber zusammenhängt, werden bei Löschungen oder Einschaltungen die Maxima der Belastungen für einzelne Transformatorstationen unregelmäßig, je nach der Art des primären und sekundären Netzes, wandern und zuweilen auch dann auftreten, wenn die gesamte Anlage nicht maximal belastet ist. Man wird deshalb gut tun, die Transformatoren in Unterstationen so zu bemessen, daß sie den an sie herantretenden maximalen Beanspruchungen während der Dauer der Vollbelastung von vielleicht 1—2 Stunden bei Lichtzentralen gewachsen sind und auch weitere vorübergehende Stromstöße, die beim Abschmelzen von Sicherungen oder anderen Störungen auftreten können, noch auszuhalten vermögen. Hier kommt nun der günstige Umstand in Betracht, daß der Betrieb in Unterstationen, soweit die Transformatoren in Betracht kommen, als ein intermittierender aufzufassen ist, bei welchem in der Mehrzahl der Fälle kurze Perioden starker Beanspruchung mit langen Perioden abwechseln, innerhalb deren die Transformatoren schwach belastet sind oder nur durch ihre Eisenverluste erwärmt werden. Man muß sich nur versichern, daß die Transformatoren Überlastungen etwa bis zu 50 % auf die Dauer einer oder zweier Stunden vertragen können, und sie dann nicht entsprechend der maximalen Leistung der Unterstation, sondern kleiner, vielleicht  $\frac{2}{3}$  bis  $\frac{3}{4}$  so groß wählen. Dadurch kann man erreichen, daß der Jahreswirkungsgrad steigt, und daß, besonders wenn noch automatische Ausschaltung oder Handausschaltung während der Sommermonate vorgesehen wird, erhebliche Betriebs-

sparnisse erzielt werden. Die einzige Schwierigkeit liegt dann darin, daß die während der Dauer der maximalen Belastung etwas überanspruchten Transformatoren größere Spannungsabfälle aufweisen werden. Aber diesem Übelstand steht mildernd gegenüber, daß bei Zentralen mit gemischtem Motoren- und Lichtbetrieb der Leistungsfaktor gegen Abend zunimmt, daß also hohe Belastung mit kleiner Verschiebung zusammenfällt. — Sollte das noch nicht ausreichen, um die Nutzspannung in der kurzen Zeit des maximalen Betriebes genügend konstant zu halten, so könnte man nach den Angaben des Zentralen-Ampèremeters oder einer Spannungsrückleitung die Zentralenspannung um ein wenig, etwa 1 %, erhöhen<sup>5)</sup>. Man sieht, wie hier die Fragen der eigentlichen Leitung und der Leitung im weiteren Sinne in einander übergreifen.

### 5. Rotierende Umformer.

Es ist oft erforderlich, hochgespannten Mehr- oder Einphasenstrom in Gleichstrom umzuwandeln. Die nächstliegende Lösung ist die Kupplung zweier besonderen Maschinen, von denen die eine als Motor die andere als Generator arbeitet, d. h. die Verwendung eines sog. Motorgenerators. Für die Berechnung der primären Wechselstromleitungen ist der Motorteil des Aggregats offenbar nur als ein mit Richtungswiderstand behafteter Abnehmer zu behandeln, und es ergeben sich nur insofern Unterschiede zwischen dem synchronen und dem asynchronen Motorgenerator, als ersterer durch Übererregung auf  $\cos \varphi = 1$  angenähert eingestellt werden kann, während letzterer zwischen halber und voller Belastung etwa  $\cos \varphi = 0,8—0,95$ , bei Leerlauf oder Anlauf etwa  $0,2—0,3$  aufweist. Der Gleichstromteil tritt für sein Netz als Stromquelle auf und bietet somit für die Netzberechnung ebenfalls keine neuen Gesichtspunkte dar. Ähnliches gilt auch für den Fall, daß ein zur Spannungsumformung in einem Gleichstromnetz dienender Motorgenerator aus zwei Gleichstrommaschinen verschiedener Spannung oder ein zur Umformung der Periodenzahl in einem Wechselstromnetz verwendeter Motorgenerator aus zwei Wechselstrommaschinen verschiedener Periodenzahl vorhanden ist. Die erste Lösung verwendet Thury für Seriensysteme, indem er z. B. 3—6 Generatoren in der Zentrale und eine entsprechende Anzahl Motoren

von je 2000 Volt Gleichspannung in Serie schaltet und von den gekuppelten Dynamos Licht- und Kraftstrom mit niedriger Spannung in Parallelschaltung der Abnehmer abnimmt. Obwohl durch dieses System, bei dem man bis 12000 Volt bereits gegangen ist, große Verteilungsgebiete mit mäßigem Materialaufwand bestrichen werden können, hat es sich bisher der Regelungsschwierigkeiten halber nur vereinzelt eingeführt.

Es gibt aber noch eine weitere Lösung, den Einankerumformer, mit nur einer Bewicklung, welcher für Wechselstromumformung durch Schleifringe Wechselstrom zugeführt und von deren Kommutator Gleichstrom abgenommen werden kann. Eine solche Maschine nennt man einen rotierenden Umformer. Da sie nur eine Wicklung und ein gemeinsames Feld besitzt, sind die Gleichstrom- und die Wechselstromspannung fest aneinander gekuppelt; man kann nicht die eine verändern, ohne gleichzeitig die andere zu verändern, und man kann auch nicht allgemein konstatieren, daß etwa durch Verstärkung der Erregung die Spannung des Umformers erhöht wird. Denn es wird dabei im allgemeinen nur die Phasenverschiebung des vom Umformer aufgenommenen Stromes gegen seine Klemmenspannung verändert, bei Verstärkung der Erregung also z. B. von der anfänglichen Verzögerung auf Null gebracht oder in Voreilung verwandelt, wie beim Synchronmotor; und erst durch die von diesem Strome herrührende Ankerreaktion wird die Veränderung der beiden Spannungen an den Schleifringen und am Kollektor bewirkt. Wir werden auf diesen Punkt noch ausführlicher zurückkommen müssen, wollen aber zunächst das Verhältnis der Spannungen für reine Wattströme ermitteln. Zu diesem Zweck fassen wir die Mitte zwischen zwei Gleichbürsten ins Auge und betrachten sie als einen fiktiven neutralen Punkt. Die Spannungsdifferenz zwischen diesem neutralen Punkt und jeder Bürste ist gleich der halben Gleichstromspannung und auch gleich dem Maximalwert der Sternspannung für jede Art von  $n$  Phasenumformer. Man erkennt das besonders deutlich bei der 2-poligen Anordnung, für welche die Wicklung schematisch durch einen Kreis mit dem Durchmesser  $E_g$  dargestellt werden kann. Dann ist  $E_{s, \max} = \frac{E_g}{2}$ , der Effektivwert  $E_s$  bei Sinusform  $1/\sqrt{2}$  mal so klein, somit  $E_s = \frac{E_g}{2\sqrt{2}}$  und die verkettete Spannung  $E_n = 2 E_s \sin \frac{\pi}{n} = \frac{E_g}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n}$ .

Daher wird

$$\text{für Einphasenstrom } n = 2 \quad E_2 = \frac{E_g}{\sqrt{2}} = 0,707 E_g$$

$$\text{für Dreiphasenstrom } n = 3 \quad E_3 = \frac{E_g}{2\sqrt{2}} \sqrt{3} = 0,612 E_g$$

$$\text{für Zweiphasenstrom } n = 4 \quad E_4 = \frac{E_g}{2} = 0,500 E_g.$$

Die Gleichspannung ist also immer höher als jene des Wechselstroms. Umgekehrt wird im allgemeinen beim Mehrphasenumformer ( $n > 2$ ) der Gleichstrom geringere Intensität besitzen als der Wechselstrom. Denn wenn von Verlusten abgesehen wird, müssen Gleichstrom- und Wechselstromleistung einander gleich sein. Es muß also

$$n J E_s = E_g J_g$$

sein, worin  $J$  den verketteten Strom bezeichnet, der von den Schleifringen abgenommen werden kann oder wegen  $E_s = \frac{E_g}{2\sqrt{2}}$

$$J = \frac{2\sqrt{2}}{n} J_g.$$

Hieraus ergibt sich

$$\text{für das Einphasensystem } J = \sqrt{2} J_g = 1,414 J_g$$

$$\text{für das Dreiphasensystem } J = \frac{2\sqrt{2}}{3} J_g = 0,943 J_g$$

$$\text{für das Zweiphasensystem } J = \frac{\sqrt{2}}{2} J_g = 0,707 J_g.$$

Da nun in den Windungen der Gleich- und der Wechselstrom einander entgegengesetzt laufen, so haben die Ankerströme ganz eigentümliche Form, die Ankerspulen erwärmen sich (in einem bestimmten Moment betrachtet) ungleich und zwar am stärksten an den Schleifringanschlüssen, und die Gesamterwärmung ist bei gleichen Dimensionen und Leistungen kleiner als bei einer Gleichstrommaschine. Umgekehrt kann man also aus einer solchen Armatur mehr Leistung entnehmen und zwar bei Drehstrom etwa 25 %, bei Zweiphasenstrom,  $n = 4$ , etwa 50% mehr, bei Einphasenstrom,  $n = 2$ , dagegen 20 % weniger als bei Gleichstrom. Überhaupt ist der Einphasenumformer wegen seiner oszillierenden Armaturreaktion zum Funken geneigt und gegenüber den mehrphasigen Umformern minderwertig. Für einphasigen Wechsel-

strom nimmt man deshalb mit Vorliebe Motorgeneratoren, wie z. B. in Frankfurt a. M., Köln und Düsseldorf.

Die Erwärmungsgrenze ist aber bei rotierenden Umformern allein maßgebend, da sie für die Wattkomponenten der Wechselströme keine Armaturreaktion besitzen. Dagegen wird ein um  $90^\circ$  verzögerter Strom gerade in Phase mit dem Felde liegen, also magnetisierend wirken, ein um  $90^\circ$  voreilender Strom in der Phase dem Felde entgegengesetzt sein und daher das Feld schwächen. Da das Feld immer der zugeführten Spannung entsprechen muß, wird bei Schwächung der Erregung soviel nachteiliger Strom entstehen, daß seine Armaturreaktion gerade wieder das erforderliche Feld herstellt. Umgekehrt werden bei stärkerer Erregung voreilende Ströme im Umformeranker fließen, die das zu starke Feld wieder auf den normalen Betrag abschwächen. Man kann also durch Veränderung der Erregung eines Umformers nur die Phase seines Ankerstromes, nicht aber die Klemmenspannung auf der Gleichstromseite direkt beeinflussen.

Dagegen ist es möglich, dies indirekt dadurch zu erzielen, daß man in die Zuleitung zum Motor Induktanz verlegt. Erregt man dann schwach, so werden nachteilige Ströme entstehen, die in der Drosselspule oder Induktanz der Leitung einen Abfall hervorrufen. Dadurch sinkt die Klemmenspannung auf der Wechselstromseite und die ihr proportionale Klemmenspannung auf der Gleichstromseite. Bei Erhöhung der Erregung steigen beide Spannungen an den Klemmen des Umformers, weil der Verlust in der Drosselspule oder induktiven Zuleitung jetzt negativ, d. h. zu einer Zusatzspannung geworden ist.

Versieht man einen weit von der Zentrale entfernten Umformer mit einer Kompoundwicklung, so wird mit wachsender Belastung der Gleichstromseite die Erregung des Feldes um den Betrag der Ampèrewindungen des Hauptschlusses zunehmen. Man kann dann eine automatische Kompoundierung für eine gegebene maximale Belastung und Leitung auf der Gleichstromseite hervorrufen, indem man die Zuleitung auf der Wechselstromseite mit entsprechender Drosselung versieht und den Nebenschluß so einstellt<sup>6)</sup>, daß er bei Leerlauf und schwacher Belastung nachteilige Ströme aufnimmt; die Ströme werden dann in der induktiven primären Zuleitung einen starken Spannungsabfall hervorrufen. Mit wachsender Belastung steigt die Felderregung durch die Hauptschlußspule, die Nacheilung der primären Ströme nimmt mehr und mehr ab,

erreicht bei mittlerer bis normaler Belastung den Grenzwert  $\varphi = 0$  und geht schließlich in Voreilung über. Während der ganzen Zeit kann dann je nach der Wahl der Verhältnisse der Spannungsabfall in den primären Zuleitungen annähernd konstant geblieben oder sogar (durch die Voreilung) trotz wachsender Primärströme kleiner geworden sein. Die Gleichstromseite des Umformers wird dann also ihr Leitungsnetz trotz des Verlustes in der langen Primärzuleitung mit konstanter oder bei Belastung steigender Spannung versorgen können. Solche kompondierte Umformer von je 1500 KW normaler, 2250 KW maximaler Leistung sind von der General Electric Co. für die Manhattan Elevated Railway geliefert worden; ihr Hauptschlußfeld und die Zuleitungen sind so bemessen, daß sie von 575 Volt leer auf 625 Volt bei voller Belastung überkompoundieren. Jeder Umformer erhält Strom aus 3 Wechselstromtransformatoren, die in Dreieckschaltung angeordnet primär 11000 Volt aufnehmen, sekundär 390 Volt abgeben. Die Sekundärkreise besitzen einige regelbare Windungen, damit alle Gleichstromdynamos trotz verschiedener Spannungsverluste bis zu den einzelnen Unterstationen gleiche Spannung abgeben können. Das Pendeln der auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite parallel geschalteten Umformer, das bei plötzlichen Belastungsschwankungen auftreten könnte, ist durch geeignete Vorrichtungen verhütet.

## **6. Vergleich verschiedener Verteilungsarten in Bezug auf die erforderliche Menge an Leitungsmetall.**

Die Betrachtung der verschiedenen Verteilungsarten legt die Frage nahe, welche von ihnen am vorteilhaftesten angewendet wird.

Die Beantwortung dieser Frage fordert die Rücksichtnahme auf eine Reihe von Momenten, deren gegenseitiges Gewicht sich von Fall zu Fall ändert. Es muß daher jedes einzelne Moment besonders abgewogen werden; dann müssen erst alle gewissermaßen summiert und daraus muß die Entscheidung abgeleitet werden.

In vielen Fällen treten allerdings ein oder mehrere Momente so charakteristisch in den Vordergrund, daß die Entscheidung ohne weiteres auf ein bestimmtes System fallen muß.

In dem vorliegenden Abschnitt soll vor allem eines aus der

Reihe der Momente, welche mit den erforderlichen Dimensionen der Leitungen zusammenhängen, nämlich die Menge des aufzuwendenden Leitungsmetalle, für die verschiedenen Systeme besprochen werden. Da die Berechnung einer Zweileiteranlage für Gleichstrom den einfachsten Fall darstellt, wollen wir ihn allen Ermittlungen als Vergleichsbasis zu grunde legen. Die Formeln dafür sind natürlich identisch mit jenen für eine induktionsfreie Wechselstromleitung, die induktionsfreie Abnehmer mit Strom versorgt. Wir betrachten zunächst nur

**a) Die Leitungen für die Gleichstromsysteme.**

In den folgenden Ausdrücken sollen bezeichnet werden:

mit  $l$  die einfache Länge der Leitung,

- $f$  ihr Querschnitt,
- $k$  die spezifische Leitfähigkeit des Leitermaterials,  $k = 55-60$  für Kupfer;  $\doteq 32-36$  für Aluminium,
- $p$  der in der Hauptleitung als zulässig erachtete maximale Spannungsverlust, ausgedrückt in Prozenten der Betriebsspannung  $E$ ,
- $a$  der in der Leitung als zulässig erachtete maximale Effektverlust, ausgedrückt in Prozenten des zu übertragenden Effektes  $W$ , der bei Gleichstromsystemen  $= W = E J$ , bei Wechselstromsystemen  $W = E J \cos \varphi$  ist,
- $J$  der Strom, der am Ende der Leitung als einzige Abnahme auftritt;
- $Q$  die Menge des Leitungsmetalle. Die Größen  $E$ ,  $J$ ,  $f$  und  $Q$  erhalten, je nachdem sie für das Zwei-, Drei-, Fünf-, allgemein  $n$ -Leitersystem, gelten, die Zeiger 2, 3, 5 oder  $n$ .

Dann gilt zunächst allgemein für alle Gleichstromsysteme, daß  $a = p$ .

a) Für das Zweileitersystem gelten die Beziehungen:

$$f_2 = \frac{2lJ}{k p E} = \frac{2lW}{k a E^2} \text{ und } Q_2 = 2l f_2 = \frac{4J}{k p E} l^2 = \frac{4W}{k a E^2} l^2 \dots 1)$$

b) Für das Dreileitersystem berechnen sich die Querschnitte der Außenleiter

$$f_3 = \frac{2lJ_3}{k p E_3} = \frac{2lW}{k a E_3^2} \dots \dots \dots 2)$$

Die Formel ist also genau dieselbe wie zuvor, weil die Außenleiter des Dreileitersystems eben nur ein Zweileiter-

system bilden. Der Vorteil liegt nur darin, daß man mit gleicher Spannung an den zwischen Mittel- und Außenleiter eingeschalteten Objekten, also z. B. mit Glühlampen für  $E = 110$  oder  $220$  Volt, auf die doppelte Betriebsspannung zwischen den Außenleitern  $E_2 = 2 E$  kommt. Man kann somit bei gleicher Größe der zu übertragenden Leistung  $W$  den Strom halbieren  $J_3 = \frac{J}{2}$  oder den Kupferaufwand für die Außenleiter bei gleicher Länge und gleichem prozentischen Verlust  $a = p$  auf ein Viertel seines früheren Wertes  $Q_2$  reduzieren.

Man hat also für die Außenleiter des Dreileitersystems

$$J_3 = \frac{J}{2}, E_3 = 2 E, f_3 = \frac{2 l \frac{J}{2}}{k p 2 E} = \frac{f}{4}, Q_3 = \left( \frac{Q_2}{4} + \text{Mittelleiter} \right) . 3)$$

Nimmt man den Mittelleiter, je nach den maximalen Strömen, die er zu führen hat, gleich

$\frac{1}{4}$ vom Querschnitt der Außenleiter, so wird	$Q_3 = 2 l \frac{f}{4} + l \cdot \frac{f}{16} = \frac{9}{16} l f = 0,281 Q_2$
$\frac{1}{2}$ - - - - -	$Q_3 = 2 l \frac{f}{4} + l \frac{f}{8} = \frac{5}{8} l f = 0,312 Q_2$
$\frac{3}{4}$ - - - - -	$Q_3 = 2 l \frac{f}{4} + l \frac{3 f}{16} = \frac{11}{16} l f = 0,344 Q_2$
$\frac{4}{4}$ - - - - -	$Q_3 = 2 l \frac{f}{4} + \frac{l f}{4} = \frac{3}{4} l f = 0,375 Q_2$

c) Für das Fünfleitersystem erhalten wir unter denselben Bedingungen

$$J_5 = \frac{J}{4}, E_5 = 4 E, f_5 = \frac{f}{16}, Q_5 = \left( \frac{Q_2}{16} + \text{Mittelleiter} \right) . 4)$$

Nimmt man den Mittelleiter zu

$\frac{1}{4}$ der Außenleiter, so wird	$Q_5 = l f \left( 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{1}{64} \right) = \frac{11}{64} l f = 0,086 Q_2$
$\frac{1}{2}$ - - - - -	$Q_5 = l f \left( 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{2}{64} \right) = \frac{14}{64} l f = 0,109 Q_2$
$\frac{3}{4}$ - - - - -	$Q_5 = l f \left( 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{3}{64} \right) = \frac{17}{64} l f = 0,133 Q_2$
$\frac{4}{4}$ - - - - -	$Q_5 = l f \left( 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{4}{64} \right) = \frac{20}{64} l f = 0,156 Q_2$

Da die Metallmenge umgekehrt proportional dem Quadrat der Betriebsspannung  $E$  wächst, wird sie beim Fünfleiter schon recht klein gegenüber dem Drei- und Zweileitersystem. Trotzdem hat

sich das Fünfleitersystem nicht im Großen einzuführen vermocht, sondern ist auf wenige Ausführungen beschränkt geblieben, weil andere Momente, insbesondere die Rücksicht auf die erschwerte Regelung und den schwierigeren Ausgleich, hier mehr Beachtung verdienen als die Materialersparnis.

Die Erhöhung der Spannung ist bei den direkten Systemen auf mäßige Werte beschränkt, bei den indirekten Systemen dagegen, sofern es sich um Wechselstromsysteme handelt, praktisch unbeschränkt. Von indirekten Gleichstromsystemen könnte man noch die Thury'schen Anlagen anführen, bei denen Generatoren von je maximal 2000 Volt und Motoren in Serie geschaltet sind.

### b) Leitungen für die Wechselstromsysteme.

Hier ist nach Gleichung 11, I, Seite 61

$$p = a \cos \varphi \quad \text{oder} \quad a = \frac{P}{\cos \varphi}.$$

Es kommen hier 2 Arten von Erwägungen in Betracht, je nachdem wir nur die effektive Spannung an den Konsumstellen, oder aber auch die maximal zwischen irgend zwei benachbarten Leitungspunkten oder zwischen einer Leitung und Erde auftretenden Spannungsunterschiede ins Auge fassen. Das letztere ist nämlich dann notwendig, wenn es sich um Hochspannungssysteme und Fernleitungen handelt, bei denen die Isolationsmaterialien durch diesen Maximalwert nicht bis zur Durchschlagsgrenze beansprucht werden dürfen. Um alle Betrachtungen einheitlich durchführen zu können, rechnen wir für alle Systeme den Materialaufwand pro Draht des gleichmäßig und maximal belasteten Systems, indem wir für eventuell tatsächlich vorhandene Ausgleichs- oder neutrale Leitungen besondere Erwägungen anstellen.

*Vergleich auf Basis gleicher Verbrauchsspannung.*

a) Beim Zweileitersystem gilt (Fig. 121) die Beziehung

$$f = \frac{2l \cdot J}{k \cdot p \cdot E \cdot \cos \varphi} = \frac{2l W}{k a E^2}, \quad \dots \dots \dots 5)$$

die offenbar für  $\cos \varphi = 1$  mit Gleichung 1) übereinstimmt.

Rechnen wir nun pro Draht, indem wir als Sternspannung  $E_s = \frac{E}{2}$ , als Leistung pro Draht  $W_s = \frac{W}{2}$  einführen, so ist

$$f' = \frac{2l W}{k a E^2} = \frac{l W_s}{k a E_s^2}; \quad Q'_2 = 2l f' = \frac{4 W}{k a E^2} \cdot l^2 = Q_2 \quad 5a)$$

Der Materialaufwand  $Q'_2$  für Wechselstrom ist also derselbe wie für Gleichstrom, wenn die Effektverluste  $a$  gleich sind. Bei gleichen Spannungsverlusten dagegen wird

$$f' = \frac{f}{\cos \varphi} \text{ und } Q'_2 = \frac{Q_2}{\cos \varphi},$$

vorausgesetzt, daß  $W$ ,  $E$  und  $l$  dieselben sind.  $E$  bedeutet hierin den Effektivwert der Wechselspannung, also jene Größe, die für die Verteilungsleitungen maßgebend ist. Für diese Leitung muß der Vergleich für diesen Effektivwert, also für gleiche Spannungen an den Verbrauchsapparaten durchgeführt werden.

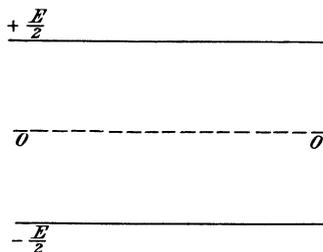


Fig. 121.

Für ein Drei-, Vier-, Fünfleitersystem, allgemein ein  $n$ -Leitersystem, gelten auf Grund ähnlicher Betrachtungen ebenfalls dieselben Gleichungen 3) und 4) wie für Gleichstrom. Für das  $n$ -Phasensystem gilt die allgemeine Gleichung

$$f' = \frac{l W_s}{k a E_s^2} = \frac{l W}{n k a E_s^2} \dots \dots \dots 6)$$

worin

$$E_s = \frac{E}{2 \sin \frac{\pi}{n}}; W_s = \frac{W}{n}$$

bedeutet.

Das Einphasensystem erscheint in unserer Darstellung mit der Phasenzahl  $n = 2$ , das sog. verkettete Zweiphasensystem mit  $n = 4$  behaftet, weil wir unter einem  $n$ -Phasensystem ein System gleich großer und gegen einander um den Phasenwinkel  $\frac{2\pi}{n}$

verschobener Vektoren verstehen. Das verkettete Zweiphasensystem ist also als unvollkommenes Vierphasensystem anzusehen, das unverkettete als Vereinigung zweier Wechselstromsysteme (mit  $n = 2$ ), die zwei unverkettete, um  $90^\circ$  in der Phase differierende Kreise bilden. (Vergl. S. 38 u. 39, Fig. 27 u. 28.)

b) Beim Drehstrom- oder Dreiphasensystem, bei dem  $E_s = \frac{E}{\sqrt{3}}$  und  $n = 3$ , wird also der Querschnitt pro Draht

$$f'_3 = \frac{1 W}{k \cdot a E^2} = \frac{f'}{2}; \quad Q'_3 = 3 l f'_3 = \frac{3 W}{k a E^2} = \frac{3}{4} Q_2 \quad . \quad 7)$$

Diese Gleichung gilt für die Hauptspannung  $E$ , also für Dreieckschaltung oder für Sternschaltung mit einem Ausgleichsleiter, der die neutralen Punkte miteinander verbindet und wobei die Lampen und Motoren zwischen Außenleiter und neutralem Leiter eingeschaltet sind. Dabei wird allerdings der Materialaufwand um den Betrag des Mittelleiters vergrößert.

Eine dreimal größere Materialersparnis tritt natürlich dann ein, wenn die Sternspannung selbst  $E_s = E$  gewählt wird. Dann ist die Systemspannung  $\sqrt{3}$  mal größer als vorher und deshalb

$$f''_3 = \frac{f'}{6}; \quad Q''_3 = 3 l f''_3 = \frac{1}{4} Q_2 \quad . \quad . \quad . \quad 7a)$$

Wählt man hier den zuweilen durchgeführten neutralen Leiter  $= \frac{f''_3}{2}$ , so wird

$$Q''_3 = 3,5 l f''_3 = 0,292 Q_2,$$

wählt man ihn  $= f''_3$ , so wird

$$Q''_3 = 4,0 l f''_3 = 0,333 Q_2.$$

Das System ist damit 3-phasig geblieben, aber vierdrätig geworden.

c) Beim Vierphasensystem wird  $W_s = \frac{W}{4}$ ,  $E_s = \frac{E}{2}$ , also der Querschnitt halb so groß als beim Einphasensystem. Da aber jetzt doppelt so viele Drähte verlegt werden müssen, wird der Kupferaufwand genau so groß werden wie bei diesem System.

Das Vierphasensystem in Sternschaltung mit neutralem Leiter (Fig. 122) kann als Vereinigung zweier Dreileitersysteme angesehen werden und unter Verwendung des neutralen Leiters für beide Systeme eine erhebliche Materialersparnis geben, wenn man die Verbrauchsspannung auf das Doppelte vergrößert, also als Sternspannung jetzt  $E$  nimmt.

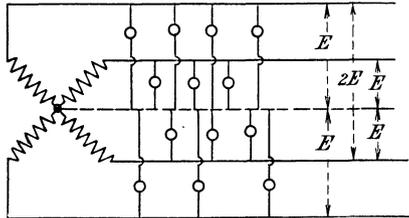


Fig. 122.

Die Belastung ist dabei jeweils zwischen 2 um  $180^\circ$  auseinander stehende Außenleiter und den neutralen Leiter (vom gleichen Querschnitt) geschaltet und der Materialaufwand ist somit

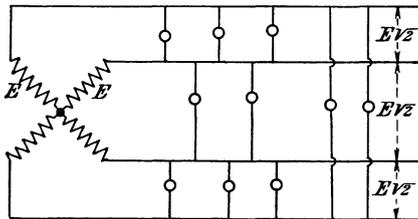


Fig. 123.

$\frac{5}{16} Q_2 = 0,3125$ . Schaltet man aber (Fig. 123) die Belastung nicht im Stern wie hier, sondern im Polygon, sodaß sie zwei in der Phase um  $90^\circ$  auseinander liegende Leiter überbrückt, so ist die Verbrauchsspannung  $\sqrt{2}$  mal größer. Es ist somit bei diesem Vierphasensystem mit vier Drähten der Materialaufwand

$$f'_4 = \frac{l W}{4 \cdot k \cdot a E^2} = \frac{f'}{8}; Q'_4 = 4 l \cdot f'_4 = \frac{W}{k a E^2} l^2 = \frac{1}{4} Q_2 \quad 8)$$

Dadurch, daß wir die Belastung auf 4 Phasen statt auf 2 verteilt haben, ist sie pro Phase halbiert; gleichzeitig ist die Ver-

brauchsspannung um  $\sqrt{2}$  größer geworden. Der Querschnitt beider Systeme ist also derselbe. Das erstere verbraucht aber einen Draht mehr, also

$$Q''_4 = 51f'_4 = \frac{5}{16} Q_2 \dots \dots \dots 9)$$

Beim verketteten Zweiphasensystem mit 3 Drähten (Fig. 124, welche eine vereinfachte Darstellung von Fig. 28 gibt), liegen die Verhältnisse für die zwei Außenleiter ähnlich. Die Sternspannung ist hier gleich der Verbrauchsspannung, die Spannung zwischen den Außenleitern also  $\sqrt{2}$  E. Im gemeinsamen Mittelleiter fließt aber ein  $\sqrt{2}$  mal größerer Strom. Will man in ihm also dieselbe Stromdichte haben, so muß sein Querschnitt  $\sqrt{2}$  mal größer werden.

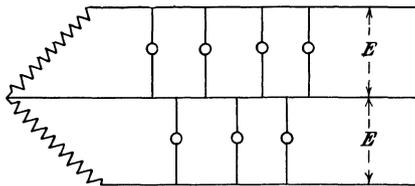


Fig. 124.

Das System ist dann auch noch ein Vierphasensystem, sodaß  $W_s = \frac{W}{4}$ ; aber es ist ein unvollkommenes. In dem gemeinsamen Rückleiter tritt ein  $\sqrt{2}$  mal so großer Verlust  $a' \sqrt{2}$  auf, als in jedem der Außenleiter und es muß deshalb der Querschnitt jedes Außenleiters

$$f'_4 = \frac{1 W_s}{k a' E_s} = \frac{1 W}{4 k \frac{a}{2 + \sqrt{2}} \cdot E^2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{8} f' \dots 10)$$

werden, da auf jeden nur der Verlust

$$a' = \frac{a}{(2 + \sqrt{2})}$$

kommen darf, wenn der Gesamtverlust a derselbe wie bisher sein soll. Daraus folgt für den Materialaufwand

$$Q'''_4 = 21f'_4 + 1f'_4 \sqrt{2} = \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{16} Q_2 = 0,729 Q_2 \dots 11)$$



Während also bei dem monzyklischen System die Regelung so gedacht ist, daß der Lichtstromkreis die Motoren, die bereits mit normaler Geschwindigkeit laufen, speist, und die Motorleitung wesentlich nur beim Anlauf in Anspruch genommen wird, soll umgekehrt das Steinmetzsche polyzyklische System (Fig. 127)

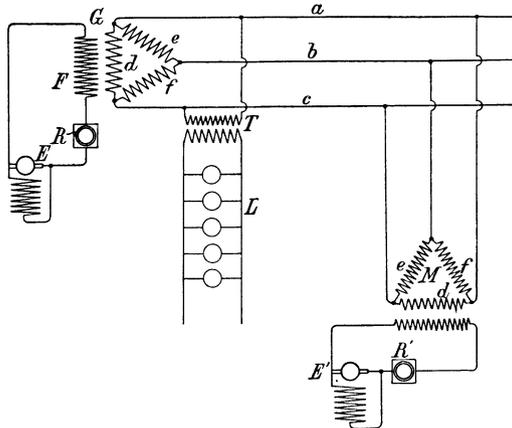


Fig. 127.

durch die Rückwirkung des mit Gleichstrom aus der Dynamo E' erregten Motors M reguliert werden. Der Materialaufwand wird hier ebenfalls gleich dem des Wechselstromnetzes gleicher effektiver

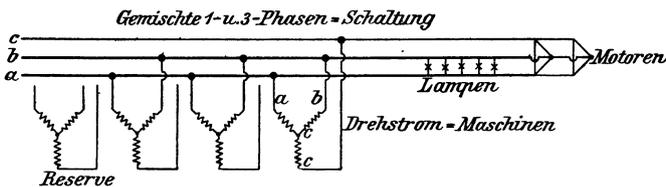


Fig. 128.

Spannung, vermehrt um einen Betrag für den dritten Leiter, dem man hier je nach der Größe der Motoren M  $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{1}$  der Außenleiter verleihen wird.

Ähnliches gilt bezüglich des Materialaufwandes für das in Dresden angewendete System, das von Ganz & Co. unter D.R.P. 54 patentiert, aber nachträglich von Ulbricht<sup>8)</sup> unabhängig gefunden worden war, und dessen Schema durch Fig. 128 den Anschluß von

Lampen an eine Phase und Motoren an alle 3 Phasen eines Drehstromnetzes darstellt. (Zum Vergleich ist in Fig. 129 ein vereinfachtes Schema der Dresdner Anlage, in Fig. 130 ein solches des Steinmetzchen Systems dargestellt.) Man erkennt, daß die Unterschiede sich wesentlich auf die Belastung des Generators

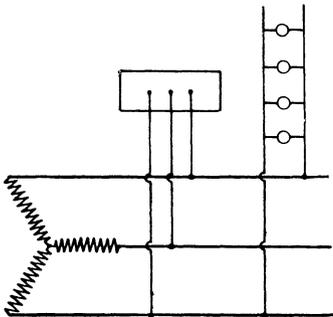


Fig. 129.

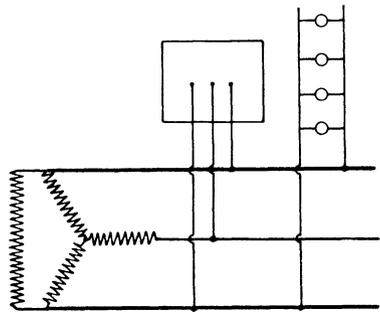


Fig. 130.

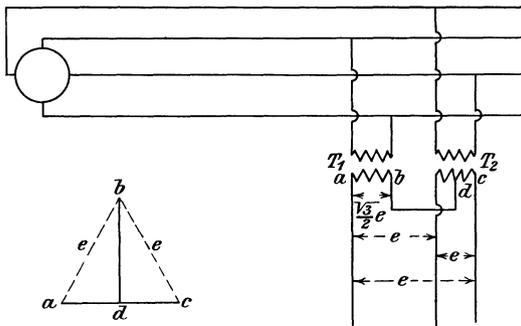


Fig. 131.

beziehen, die in Fig. 129 unsymmetrisch, in Fig. 130 symmetrisch ist, und daß man bei passender Verwendung der Motoren und Lampen mit beiden Systemen annähernd dasselbe erreichen kann<sup>9)</sup>.

Das Scottsche System (Fig. 31), bei welchem Zweiphasen in Dreiphasenstrom umgewandelt wird, bietet für die Leitungsrechnung keine besonderen Gesichtspunkte dar, da die Leitungen, die von den Sekundärkreisen der Transformatoren ausgehen, ein normales Dreiphasensystem, die primären Zuleitungen ein normales Vierphasensystem bilden. Die Sekundärspule des Transformators  $T_1$

mit der Spannung  $\frac{\sqrt{3}}{2} e$  ist an die Mitte d der Sekundärspule der anderen Transformatoren angeschlossen, sodaß die Spannungen durch das beigezeichnete Schema dargestellt werden.

e) Polyzyklische Systeme. Die Bezeichnung mono- und polyzyklisch ist zuerst von Steinmetz für die früher beschriebenen Systeme in einer Bedeutung angewendet worden, die mit dem durch Helmholtz in die theoretische Elektrizitätslehre eingeführten mechanischen Begriff des Monozykels und Polyzykels nichts gemein hat. Die Steinmetzsche Bezeichnung erschwert aber auch die Verwendung derselben Bezeichnung in einer dritten Bedeutung, wonach als polyzyklisch solche Übertragungssysteme bezeichnet werden, bei denen die Superposition mehrerer Ströme von verschiedener Frequenz- oder Zykelzahl die Leitungen durchfließt. Man könnte diese von Bedell und Arnold beschriebenen Systeme deshalb vielleicht besser als mehrperiodige Leitungssysteme bezeichnen.

Die erste Beschreibung des Bedellschen Systems bezog sich auf die Verwendung ein und derselben Leitung für Gleich- und Wechselstrom. Ist die Stärke des Gleichstroms  $J_g$ , der Effektivwert des Wechselstroms  $J_w$ , so beträgt der Effektivwert der resultierenden Stromstärke

$$J = \sqrt{J_g^2 + J_w^2},$$

der Effektverlust im Widerstand  $R$  der Leitung also  $J^2 R$ , die übertragene Leistung bei einer effektiven Spannung  $E$  für beide Stromarten aber

$$W = E(J_g + J_w \cos \varphi) = W_g + W_w.$$

Es ist somit der relative Effektverlust  $a = \frac{R J^2}{W}$ , während er bei Gleichstrom oder Wechselstrom allein

$$a = \frac{R_1 J_g^2}{W} = \frac{R_2 J_w^2}{W}$$

gewesen wäre. Soll der Effektverlust minimal und für alle Fälle gleich sein, so muß  $J_g = J_w$  und  $R = 2 R_1 = 2 R_2$  sein. Es werden also bei gleichen Effektivwerten des Gleich- und Wechselstromes 50% an Kupfer gespart<sup>10</sup>).

Die über die Leitungen gemeinsam geführten Gleich- und Wechselströme müssen für die Verbrauchsapparate wieder getrennt

werden. Dies ist durch die Schaltungsanordnung auch möglich und es muß betont werden, daß die Ersparnis an Leitungsmaterial nur von dieser und nicht von der gleichzeitigen Verwendung von Gleichstrom und Wechselstrom herrührt. Um nämlich die beiden Stromarten getrennt in die Verbrauchsapparate leiten zu können,

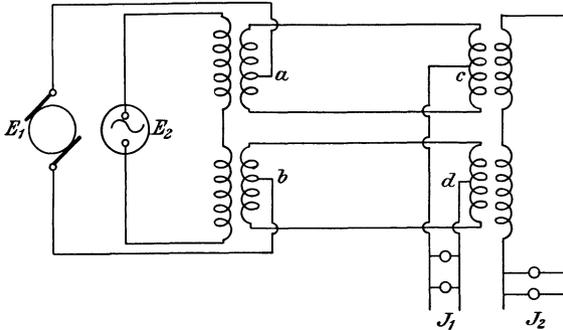


Fig. 132 a.

sind Differentialschaltungen nötig, welche auch bei reinem Gleichstrombetrieb die gleiche Kupferersparnis ergeben würden. Um dies zu erkennen, braucht man nur die Bedellsche Schaltung für

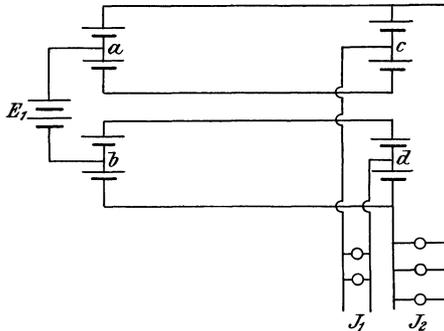


Fig. 132 b.

Fernleitungen (Fig. 132 a) mit der entsprechenden Gleichstromschaltung (Fig. 132 b) zu vergleichen. Man erkennt dann, daß die Gleichspannung  $E_1$  den Mitten a und b der Sekundärspulen der Transformatoren am Anfang der Leitung zugeführt und von den Mitten c d dieser Spulen am Ende der Leitung abgenommen wird.

Die von Bedell später auch für die Übereinanderlagerung

von Wechselströmen angegebenen Schaltungen lassen sich wie von Arnold<sup>4)</sup> gezeigt wurde, dem allgemeinen Prinzip unterordnen, daß man stets zwischen dem primären und sekundären neutralen Punkt eines Mehrphasensystems eine beliebige EMK, die eine Gleichspannung oder eine Wechselfspannung hervorruft, legen kann, sodaß die in den Leitungen des Mehrphasensystems fließenden Ströme einander nicht beeinflussen und an der Sekundärstelle wieder

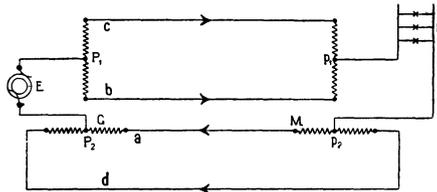


Fig. 133.

getrennt werden können. Das allgemeine Schema hierfür zeigt Fig. 133 für direkte Verteilung aus einem Zweiphasengenerator G mit den 2 Phasen  $P_1$  und  $P_2$ , zwischen deren neutralen Punkten die Gleich-

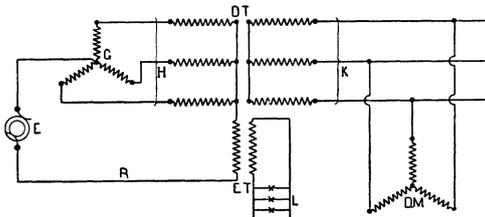


Fig. 134.

stromquelle E eingeschaltet ist. Der Zweiphasengenerator betreibt durch die Leitungen a b c d den Zweiphasenmotor  $M_1$ , von dessen neutralen Punkten  $p_1, p_2$  die mit Gleichstrom betriebenen Lampen L abgezweigt sind. Für indirekte Verteilung stellt Fig. 134 die Superposition einphasigen Wechselstroms aus dem Generator E mit dem Einphasentransformator E T als Abnehmer und Drehstroms aus dem Generator G mit dem Transformator D T und dem Motor D M als Abnehmer dar.

Der Wert dieser Schaltungen liegt darin, daß man in einer Leitung Mehrphasenstrom von niedriger Periodenzahl für Motoren-

betrieb, und Einphasenstrom von hoher Periodenzahl für Lichtbetrieb, eventuell auf Gleichstrom für Bahnzwecke, elektrochemische Apparate und Akkumulatoren übertragen kann. Derartige Übertragungssysteme, die die Leitung für mehrere Stromkreise von ver-

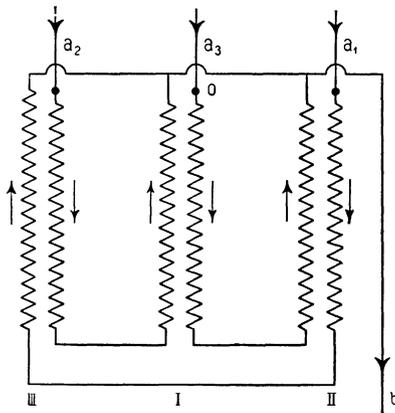


Fig. 135.

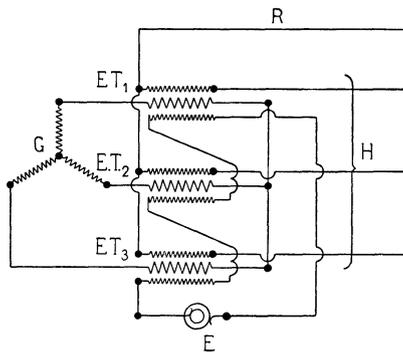


Fig. 136.

schiedener Perioden- oder Zykelzahl bilden, haben von Arnold den Namen polyzyklische Systeme erhalten. Diese Systeme haben aber den Nachteil, daß der zu superponierende Strom in den Windungen des anderen Systems einen beträchtlichen Spannungsabfall erleidet, der durch seine Leitung und Verwendung gar nicht bedingt ist. Um diesen ungünstigen Umstand zu vermeiden, haben

Arnold, Bragstadt und Lacour zwei Methoden angegeben, die den Inhalt der Patente D.R.P. 131 550 und 127 792 bilden.

Die eine Methode ordnet die Wicklungen des einen Systems derart an, daß sie für den zu superponierenden Einphasenstrom bifilar sind, das heißt, daß dieser Strom in unmittelbar benachbarten Leiterstücken Hin- und Rückleitung findet, sodaß keine wesentlichen magnetischen Felder, und daher kein merklicher induktiver Spannungsabfall stattfinden kann. Fig. 135 zeigt die Anordnung für dreiphasige Systeme.

Die zweite Methode (Fig. 136) besteht darin, die Ströme beider Systeme nicht durch Leitung, sondern durch Induktion zu superponieren. Sie benutzt hierzu an der Generatorstation Transformatoren, welche zwei primäre induzierende Wicklungen haben, welche von den beiden zu superponierenden Strömen durchflossen werden und die in der einen sekundären Wicklung beide Stromarten induzieren und analog an der Verbrauchsstation Transformatoren mit einer primären Wicklung, welche in den beiden sekundären Wicklungen die beiden Stromarten induzieren, welche in den an die Wicklungen angeschlossenen unabhängigen Verbrauchskreisen konsumiert werden.

### c) Zusammenstellung der Ergebnisse.

Stellen wir die Resultate dieser Untersuchung unter Annahme gleicher Verbrauchsspannung  $E$  zusammen, indem wir als Vergleichsbasis das Zweileitersystem für Gleichstrom mit dem Materialaufwand 100 einsetzen, so stellen sich die Verhältniszahlen wie folgt:

Zur Übertragung gleicher Leistung auf gleiche Entfernung mit gleichem Effektverlust oder Wirkungsgrad sind bei gleicher Verbrauchsspannung  $E$  erforderlich:

Bezeichnung des Systems	Drahtzahl	Maximalspannung		Materialaufwand
Bei Gleichstrom oder Einphasenstrom . . . . .	2	E	—	100
Bei Gleichstrom oder Einphasen-Dreileiter . . . . .	3	2 E	Mittelleiter $\frac{1}{2}$	31,25
Bei Gleichstrom oder Einphasen-Dreileiter . . . . .	3	2 E	- $\frac{1}{1}$	37,5
Bei Dreiphasenstrom, $\Delta$ -Schaltung . . . . .	3	E	—	75,0

Bezeichnung des Systems	Draht- zahl	Maximal- spannung		Material- aufwand
Bei verkettetem Zweiphasen- strom, dreidrätig . . .	3	$E\sqrt{2}$	Rückleiter $\sqrt{2}$	72,9
Bei Dreiphasenstrom, Stern- schaltung mit Nulleiter . .	4	$E\sqrt{3}$	Nulleiter $\frac{1}{2}$	29,17
do. . . . .	4	$E\sqrt{3}$	- $\frac{1}{1}$	33,3
Bei Zweiphasenstrom, unver- kettet . . . . .	4	E	—	100
Bei Vierphasenstrom, Stern- schaltung mit Nulleiter . .	5	$E\sqrt{2}$	Nulleiter $\frac{1}{2}$	28,125
do. . . . .	5	$E\sqrt{2}$	- $\frac{1}{1}$	31,25
Bei Fünfleiter, Gleichstrom oder Einphasenstrom . .	5	4 E	- $\frac{1}{2}$	10,93
Bei Fünfleiter, Gleichstrom oder Einphasenstrom . .	5	4 E	- $\frac{1}{1}$	15,625

In Bezug auf Materialersparnis sind also die (ebenen) Mehrleitersysteme den Mehrphasensystemen überlegen, weil bei ihnen der Effektivwert der maximalen Spannung zwischen irgend zwei Drähten des Systems, wie die mit Maximalspannung überschriebene Spalte der vorstehenden Tabelle erkennen läßt, höher ist als bei diesen. Zwischen Gleichstrom und Wechselstrom ist in dieser Beziehung kein Unterschied vorhanden, weil der Vergleich auf Basis gleichen Effektivverlustes und gleichen Effektivwertes der Verbrauchsspannung angestellt wurde.

**d) Vergleich auf Basis gleicher Maximalspannung  
zwischen zwei Drähten.**

Wenn es sich um Fernleitungen für hohe Spannungen handelt, ist für die Wahl und damit die Kosten der Isolierung und der Isolationsmaterialien die maximale Potentialdifferenz  $E_0$  zwischen 2 Drähten des Systems maßgebend. Damit verschwindet natürlich die Überlegenheit der Mehrleitersysteme vollständig und bliebe als günstigstes System das Zweileitersystem, wenn es für Hochspannungen praktisch in Betracht käme; dasselbe System hätte mit Wechselstrom betrieben bei gleicher Effektivspannung eine  $\sqrt{2}$  mal größere Maximalspannung, also bei gleicher Maximalspannung für dieselbe Leistung und Leitungslänge und

denselben Effektverlust einen doppelt so hohen Kupferaufwand. Daraus ergibt sich folgende Tabelle, die ohne weiteres verständlich ist.

Bezeichnung des Systems	Drahtzahl	Verbrauchsspannung	Materialaufwand
Einphasensystem . . . . .	2	$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$	100
Gleichstrom, Zweileiter . . . . .	2	$E \sqrt{2} = E_0$	50
Drehstrom . . . . .	3	$E \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{E_0}{\sqrt{3}}$	75
Zweiphasen, Rückleiter $\sqrt{2}$ fach . . . . .	3	$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$	145,7
Zweiphasen, unverkettet . . . . .	4	$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$	100

Nach dieser Zusammenstellung erscheint das Drehstromsystem als das günstigste. Seine Überlegenheit ergibt sich aber besonders in dem Falle, der hier nirgends in den Tabellen Platz finden konnte, daß man die Verbrauchsspannung nicht auf dem Werte  $E$  konstant hält, wie bei  $\Delta$ -Schaltung der Verbraucher, sondern durch Sternschaltung der Abnahmestellen auf den Wert der Maximalspannung erhöht. In diesem Falle ist der Kupferaufwand, verglichen mit dem Einphasensystem, nur

$$\frac{75}{(\sqrt{3})^2} = 25.$$

Diese Zahl wäre also eigentlich noch zu den Werten der früheren Tabellen hinzuzufügen, obwohl bei ihr die Materialersparnis nur wieder durch eine Erhöhung der Betriebsspannung (oder durch die Weglassung des neutralen Ausgleichsleiters) erzielt worden ist.

In der letzten Tabelle ist nur die Zahl für das verkettete Zweiphasensystem nicht ganz einfach festzustellen. Für gleiche Maximalspannung  $E_0$  wird der Materialaufwand für jeden Außenleiter  $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$  mal so groß, als für jeden Leiter des Einphasensystems mit gleicher Maximalspannung; der Mittelleiter ist für gleiche Stromdichte  $\sqrt{2}$  mal stärker zu nehmen.

Der Gesamtaufwand wird also

$$\frac{2(2 + \sqrt{2})}{4} + \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \sqrt{2} = \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{4} = 1,457 \text{ mal}$$

so groß als beim Einphasensystem.

Die besonderen Systeme sind in diese Aufstellung nicht aufgenommen worden, doch ergeben sich die für sie maßgebenden Gesichtspunkte leicht aus den angeführten Erwägungen.

<sup>1)</sup> Emil Hunke, Dimensionierung von Zellschalterleitungen. ETZ. 1901, S. 1006.

<sup>2)</sup> Dr. R. Haas, Der günstigste Abstand von Transformatoren. ETZ. 1896, S. 130 und J. Pojatz, ETZ. 1896, S. 329.

<sup>3)</sup> Herzog und Feldmann, Handbuch der elektrischen Beleuchtung, S. 310.

<sup>4)</sup> C. P. Steinmetz, Der rotierende Umformer. Voitsche Sammlung elektrotechnischer Vorträge.

<sup>5)</sup> Vergl. hierzu C. Steinmetz, ETZ. 1895, S. 586; P. Stort, ETZ. 1895, S. 346, 587.

<sup>6)</sup> Vergl. Ulbricht, ETZ. 1895, S. 401, 435; Görges, ETZ. 1895, S. 389.

<sup>7)</sup> Vergl. hierzu auch J. Rodet, Industrie él. Nr. 90, S. 402, 1895.

<sup>8)</sup> Bedell, El. Review, 6. Juli 1900. Rundschau, ETZ. 1900, S. 877. Mc. Allister, El. Review, 14. März 1903. U. St. Patent 645 907 u. 647 741. Vergl. auch Helios E. A. G., Verfahren zur Herstellung und Verteilung kombinierter Wechsel- und Gleichströme, D.R.P. 104 473 vom 2. VIII. 1899.

<sup>9)</sup> Weaver, Bell, Kennelly, Steinmetz, El. World 23, p. 111 u. 112, 1893. Emmet, El. Rev. 34, p. 399.

Ferner: C. Steinmetz, Alt. Curr. Phen. II. Aufl., S. 393. (Deutsche Ausgabe S. 425.) ETZ. 1894, S. 160. G. Kapp, Journ. Inst. El. Eng. No. 108, S. 555.

## Sechstes Kapitel.

# Dimensionierung geschlossener Leitungsnetze.

---

1. Die Aufgabe der Dimensionierung eines geschlossenen Leitungsnetzes führt zu einer relativ einfachen Lösung, wenn wir sie auf die Dimensionierung offener Leitungen zurückführen. Zu diesem Zwecke denken wir uns das Netz in lauter offene Teile zerlegt. Der Weg, den wir hierbei einschlagen, ist gerade demjenigen entgegengesetzt, den wir zur Bestimmung der Stromverteilung benutzt haben.

Dort waren die Dimensionen des Netzes gegeben und die Stromverteilung zu ermitteln; hier hingegen nehmen wir die Stromverteilung von vornherein an und bestimmen die Dimensionen darnach.

Im ersteren Falle haben wir behufs Ermittlung der Stromverteilung die Schnittpunkte gesucht, jetzt nehmen wir umgekehrt die letzteren an. Die Frage ist nun: wie sollen wir diese Schnittpunkte wählen? Die natürlichste Annahme ist wohl die, daß jeder Stromabnehmer auf dem kürzesten Wege seinen Strom zugeführt erhält.

Führen wir diesen Grundsatz für alle Stromabnehmer durch, so erhalten wir in jeder Masche des Netzes zwei aufeinander folgende Abnahmepunkte, denen ihre Ströme in entgegengesetzten Richtungen zugeführt werden, und ein zwischen den beiden Punkten liegendes stromloses Stück, welches als Ersatz des Schnittpunktes zu betrachten ist, sodaß die beiden genannten Punkte in einen zusammengedrückt gedacht werden können und dann tatsächlich

einem Schnittpunkte entsprechen. In diesen Punkten denken wir uns das Netz getrennt und erhalten so lauter offene Stränge, deren Dimensionen wir nach den Grundsätzen der offenen Leitungen leicht berechnen können, wenn das maximale Spannungsgefälle angenommen wird. An den Enden zweier Stränge, welche aus der Auflösung eines Schnittpunktes hervorgegangen sind, müssen wir natürlich gleiche Spannungen voraussetzen, denn sonst wäre ja der betreffende Punkt kein Schnittpunkt. Wenn wir vorderhand von allen anderen praktischen Bedingungen absehen und

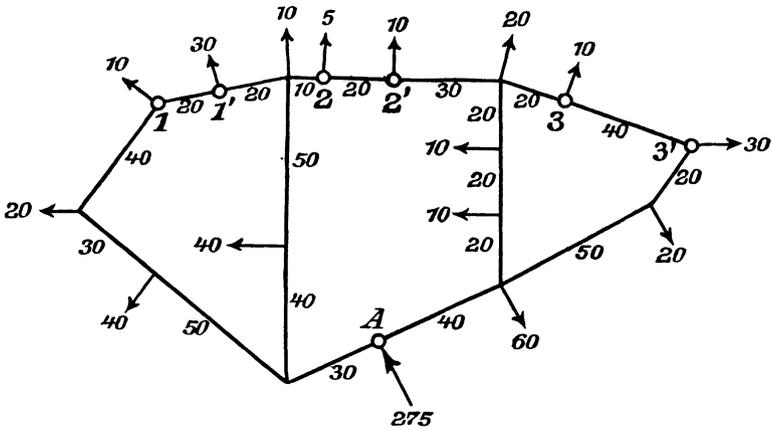


Fig. 137.

voraussetzen, daß in allen Schnittpunkten die gleiche geringste Spannung herrsche, welche wir im Netze überhaupt zulassen, oder mit anderen Worten, wenn wir für alle offenen Stränge denselben maximalen Spannungsabfall annehmen, so werden wir jedenfalls die kleinsten Querschnitte erhalten, vorausgesetzt, daß dieses Gefälle auch längs jedes Leiters ökonomisch verteilt wird.

Es seien die Gestalt des Netzes und die Stromabnehmer nach Ort und Größe gegeben, wie es z. B. in Fig. 137 dargestellt wird.

Bei A sei die Stromzuführungsstelle. Schreitet man von diesem Punkte aus zu den einzelnen aufeinander folgenden Abnahmestellen und vergleicht für jede die Längen der Wege, auf welchen man von A aus zu denselben gelangen kann, so erreicht man in jeder Masche einen Punkt, bis zu welchem der Weg von der einen Seite, und einen darauffolgenden Punkt, bis zu welchem

der Weg von der anderen Seite aus am kürzesten ist. So ergeben sich im Netze die Punkte 1 und 1', 2 und 2', 3 und 3'. In diesen Punkten denken wir uns das Netz aufgeschnitten, und erhalten dann zwei offene Stränge (Fig. 138 und Fig. 139).

Nehmen wir an, daß an den Enden der letzteren gleiche Spannungen herrschen, so ergeben sich die stromlosen Verbindungsstücke 11', 22', 33', die wir in der ersten Rechnung vernachlässigen.

Die Berechnung der so erhaltenen offenen Leitungen unterliegt nun keiner Schwierigkeit mehr.

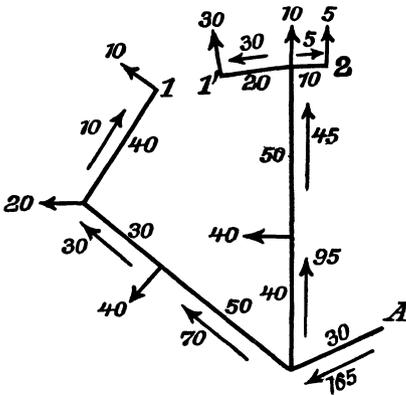


Fig. 138.

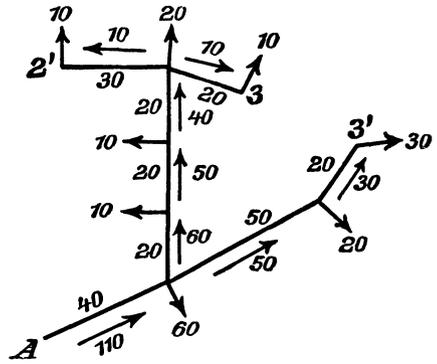


Fig. 139.

Die gewonnenen Werte werden jedoch noch nicht diejenigen sein, welche den Aufgaben des Netzes vollkommen entsprechen; man wird dieselben vielmehr noch mit Rücksicht auf eine Reihe praktischer Bedingungen modifizieren müssen. Vor allem wird man viele Abstufungen in den Querschnitten der Leiter möglichst vermeiden. Ferner wird man die Lösbarkeit und die damit verbundenen Änderungen in der Strömung in Betracht ziehen und dementsprechend einzelne Querschnitte ändern. Der größte Zwang zu dieser Änderung tritt natürlich nächst den angenommenen Schnittstellen ein. Ebenso wichtig ist die Rücksichtnahme auf die Sicherheit des Betriebes. Zu diesem Zwecke muß ein gewisses Zirkulationsprinzip eingehalten werden, d. h. das Netz muß möglichst so vorgesehen werden, daß wenigstens ein gewisser Teil von Stromabnehmern auch dann gespeist werden kann, wenn ein Teil des Netzes aus irgend einem Grunde unter-

brochen werden sollte, ohne daß in einem solchen Falle eine Überlastung der übrigen Teile des Netzes eintreten kann. Niemals darf ferner außer acht gelassen werden, daß die als zulässig erachtete Erwärmungsgrenze selbst bei der ungünstigsten Belastung, die in einem Zweige auftreten kann, nicht überschritten werden darf.

2. Zur Feststellung der Bedingung, welche die Querschnitte erfüllen müssen, damit die Menge des aufzuwendenden Leitermetalles ein Minimum werde, betrachten wir einen Knoten eines Netzes mit seinen Leitern, wie Fig. 12, S. 18, jedoch mit einer Stromabnahme  $J$  im Knoten B.

Es seien die Längen  $l_0, l_1, l_2$  der einzelnen Leitungsstränge, die Ströme  $i_0, i_1, i_2$  in denselben und die Spannungen  $V_0, V_1, V_2$  an den äußeren Enden der Äste gegeben; man bestimme die Querschnitte  $f_0, f_1, f_2$  so, daß das Volumen des aufzuwendenden Leitermetalles ein Minimum werde.

Bezeichnen wir mit  $V$  die unbekanntete Spannung im Knoten B, so gelten folgende Gleichungen:

$$V_0 - V = \frac{i_0 l_0}{k f_0} \quad \text{oder} \quad V_0 - V - \frac{i_0 l_0}{k f_0} = 0$$

$$\text{analog} \quad V - V_1 - \frac{i_1 l_1}{k f_1} = 0$$

$$\text{und} \quad V - V_2 - \frac{i_2 l_2}{k f_2} = 0.$$

Da in diesen drei Gleichungen vier Unbekannte erscheinen, nämlich  $f_0, f_1, f_2$  und  $V$ , so bedürfen wir zur eindeutigen Bestimmung derselben noch einer Bedingungsgleichung. Wir erhalten dieselbe aus der Forderung, daß das Volumen

$$K = l_0 f_0 + l_1 f_1 + l_2 f_2$$

ein Minimum werden soll.

Führen wir die entsprechenden Rechnungen durch, so ergibt sich unabhängig von der Knotenlast die Schlußgleichung

$$\frac{f_0^2}{i_0} - \frac{f_1^2}{i_1} - \frac{f_2^2}{i_2} = 0.$$

Es ist sofort einzusehen, daß wir zu demselben Ergebnisse gelangen, wenn wir beliebig viele Zweige von B ausgehend annehmen; ferner ist ohne weiteres klar, daß die positiven Glieder den Zweigen

entsprechen, welche dem Punkte B die Ströme zuführen, und die negativen Glieder denjenigen, welche die Ströme von B wegführen.

Was für die einzelnen Knoten gilt, bleibt auch für das ganze Netz bestehen; wir gelangen daher, wie Giorgio Santarelli<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, zu dem allgemeinen Satze:

Die Menge des aufzuwendenden Leitermetalles wird in einem Leitungsnetze dann ein Minimum, wenn für jeden Knotenpunkt die Bedingungsgleichung

$$\sum \left( \frac{f^2}{i} \right) = 0$$

erfüllt ist.

Alle diese rechnerischen und praktischen Rücksichtnahmen, deren gegenseitiges Gewicht sich nicht leicht durch exakte Formeln ausdrücken läßt, und deren Abwägung ganz von dem Geschicke und der Erfahrung des Projektierenden abhängt, rufen Veränderungen der ursprünglich berechneten Querschnittswerte hervor, sodaß die letzteren eigentlich nur als Hauptgerippe für den ganzen Rechnungsgang dienen.

Das nach den erwähnten Gesichtspunkten berechnete und modifizierte Netz fordert nun eine genaue Kontrolle. Zu diesem Zwecke berechnet man die Strom- und Spannungsverteilung, und kontrolliert nach derselben, ob tatsächlich alle maßgebenden Bedingungen erfüllt werden. Insbesondere wird man nachsehen, ob das größte, im Netze vorkommende Spannungsgefälle unter der zulässigen Grenze liegt, und ob nicht bei der voraussichtlichen Löschung einzelne Leiterstücke überlastet werden.

Sind aus praktischen Rücksichten noch einige Abänderungen notwendig, so wird man dieselben vornehmen; eine darauffolgende neue Berechnung der Stromverteilung gibt dann die Kontrolle, ob man bereits am Ziele ist, oder noch weitere Verbesserungen vorzunehmen hat.

Man kann in Erwägung ziehen, daß die schließliche Spannungsverteilung derart sein muß, daß bis zum fernsten Punkte das größte und bis zu jedem anderen Punkte ein um so kleineres Spannungsgefälle stattfindet, je näher derselbe der Stromquelle liegt.

Wir können in dieser Hinsicht schon von vornherein eine entsprechende Annahme machen, indem wir bei der Berechnung der einzelnen offenen Stränge nicht gleiche maximale Gefälle bis zu deren Enden voraussetzen, sondern dieselben proportional der Entfernung von der Stromquelle annehmen.

Es bedarf keiner weiteren Erklärung, daß der angedeutete Rechnungsgang derselbe bleibt, wenn anstatt einer Stromzuführungsstelle deren mehrere vorhanden sind. Man wird die Auflösung des Netzes in Bezug auf mehrere Ausgangspunkte vorzunehmen haben. Solange nur wenige Speisepunkte in Frage kommen, ist dies noch leicht möglich. Wenn jedoch viele zu beachten sind, wird die Lösung bedenklich. Es ist daher die Prüfung der gewählten Querschnitte umso dringlicher. Wir wollen nun einen diesbezüglichen allgemeinen Lehrsatz anführen.

3. Der Wert der Minima-Regeln wird bei praktischen Anwendungen durch zwei Umstände wesentlich beeinflußt.

Die Querschnitte der im Handel gangbaren Leitungsdrähte und -kabel aus Kupfer unterliegen bestimmten Stufungen, und zwar setzen die Sicherheitsvorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker die nachstehende Querschnittsreihe fest: 0,75, 1, 1,5, 2,5, 4, 6, 10, 16, 25, 35, 50, 70, 95, 120, 150, 210, 300, 500, 625, 800, 1000.

Diese Querschnittsstufen üben unter Umständen starken Einfluß dahin aus, daß sie das Resultat der genauen Rechnung wesentlich verwischen und neuerliche lästige Proberechnungen mit den Kombinationen der Nachbarstufen erheischen. Die Frage, welche Veränderungen in der Spannungs- resp. Stromverteilung eines Netzes auftreten, wenn ein oder mehrere Leiter desselben sich verändern, hängt mit der vorliegenden Frage direkt zusammen. Wir haben sie bereits bei den Ausgleichsleitern angetroffen. Für die Praxis genügt es zu beachten, wie der in Betracht gezogene Leiter durch die voraussichtliche Löschung beeinflußt wird. — Ist es ein Hauptleiter, der jeder Laständerung im gleichen Sinne folgt, so ist die Querschnittsänderung empfindlich. In Querleitern, jenen Brücken zwischen den Hauptleitern, übt die Stufe dagegen geringen Einfluß auf den momentanen Strom- und Spannungszustand aus.

Der zweite Grund liegt in dem Umstande, daß es sich in der Praxis nicht um das Leitermetall, sondern um die Gesamtkosten der verlegten Leitungen handelt. In diesem Falle lassen sich, wie wir bereits im Kapitel über Ökonomie erfahren haben, diese Kosten annähernd in der Form  $a + b f$  darstellen. Für die hier behandelte Minima-Aufgabe, sowie für die identischen bei offenen Leitungen (II, S. 18 ff.) wird die erste Konstante  $a$ , mit der Leiterlänge multipliziert, als feste Kosten auftreten, die auf die Querschnitts-

veränderung ohne Einfluß bleibt; während die zweite Konstante  $b$  mit der zugehörigen Stromstärke gerade so erscheint, als ob das Leitermetall verschiedenwertig geworden wäre. Es muß für diese Fälle in allen mathematischen Ausdrücken  $b$  i statt  $i$  substituiert werden. Auf diese Weise erfahren erst diese Formeln ihre allgemeine praktische Verwertbarkeit.

4. Bestimmung der günstigsten Zahl von Speisepunkten eines Verteilungsnetzes. Wird für einen gegebenen Konsum  $A$ , den wir uns annähernd gleichförmig über eine Fläche  $O$  derart verteilt denken können, daß  $\sigma = \frac{A}{O}$  die mittlere Konsumdichte darstellt, die Zahl der Speisepunkte vermehrt, so werden die Kosten für die Verteilungsleitungen abnehmen. Umgekehrt würden bei einer Verminderung der Zahl der Speisepunkte zwar die Auslagen für das Verteilungsnetz wachsen, die Kosten der Stromzuführung durch die Speiseleitungen aber abnehmen. Es wird also zwischen den beiden Grenzfällen mit sehr vielen oder sehr wenigen Speisepunkten eine bestimmte Zahl von Speisepunkten geben, für welche die Gesamtkosten der Leitungsanlage ein Minimum werden. Bei einem beliebigen Netz mit unregelmäßig gestalteter Konfiguration und unregelmäßig verteiltem Konsum ist die Aufgabe der direkten mathematischen Behandlung nicht zugänglich. Sengel<sup>2)</sup> hat nun regelmäßige, aus Quadraten, gleichseitigen Dreiecken und gleichseitigen Sechsecken aufgebaute Netze untersucht und hat derartig übereinstimmende Ergebnisse für die günstigste Zahl der Speisepunkte erhalten, daß die Formeln auch auf unregelmäßig gestaltete Leitungsnetze anwendbar erscheinen.

Nennt man  $S$  die Anzahl der Speisepunkte, so ist die Zahl  $n_1$  der auf einen Speisepunkt entfallenden Polygonseiten abhängig von der Zahl  $n$  der zwischen zwei Speisepunkten liegenden Polygonseiten und der Gestalt der Polygone. Man kann allgemein  $n_1 = f(n)$  und somit  $S = \frac{N}{f(n)}$  setzen, wenn  $N$  die Gesamtzahl der Polygonseiten eines Netzes und  $f(n)$  eine gewisse Funktion von  $n$  bedeutet.

Für ein Leitungsnetz mit quadratischen Elementen, Fig. 140, ist

$$n_1 = f(n) = 2(n+1)n - \frac{4n}{2} = 2n^2$$

bei gleichseitigen Dreieckselementen, Fig. 141, ist

$$n_1 = f(n) = \frac{6}{3} \left( 3n \frac{n+1}{2} - \frac{3}{2} n \right) = 3n^2$$

bei gleichseitigen Sechseckselementen, Fig. 142, ist

$$n_1 = f(n) = 0,75 \cdot 2n^2.$$

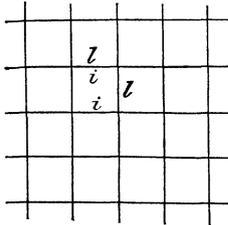


Fig. 140.

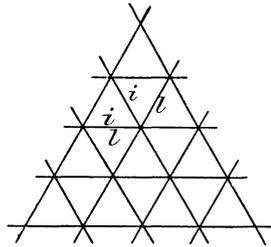


Fig. 141.

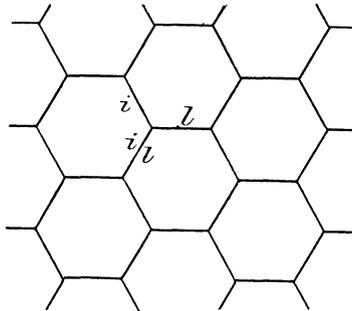


Fig. 142.

Die Länge jeder Polygonseite sei  $l$ , ihre Belastung, die gleichmäßig auf die ganze Länge verteilt zu denken ist, sei  $i$  Ampère, ihr Querschnitt  $q$ . Für die Speiseleitungen sollen die entsprechenden großen Buchstaben  $L$ ,  $J$  und  $Q$  die einfache Länge, die Belastung und den Querschnitt bezeichnen. Die Verluste in Volt seien  $\varepsilon_1$  für die Speiseleitung,  $\varepsilon_2$  für die Verteilungsleitung; beide bezogen auf die einfache Länge  $L$ , bzw.  $l$ .

Die Lösung der Aufgabe geht darauf hinaus, die Gesamtkosten des Netzes, bezogen auf die einfache Länge, zu ermitteln und die Bedingungen für ein Minimum derselben aufzusuchen.

Die Durchführung der Rechnung erfolge zunächst unter Voraussetzung einer Gleichstromverteilung, d. h. einer Leitungsanlage mit besonderen Speiseleitungen, und zwar bei oberirdischer Verlegung der Leitungen.

Die Gesamtkosten setzen sich zusammen aus den Kosten für Kupferaufwand der Speise- und Verteilungsleitungen, aus den Montagekosten für Speise- und Verteilungsleitungen, einschl. der Isolatoren, und der Kosten für die Speisepunkte sowie den Anschluß der Speiseleitungen in der Zentrale. Die Kosten für das Leitungsgestänge und sonstige Leitungsunterstützungen dürften auch bei verschiedenen Speisepunktanordnungen stets den gleichen Betrag aufweisen und fallen somit als konstanter Faktor aus der Rechnung heraus.

Für verschiedene Werte von  $n$  läßt sich das auf einen Speisepunkt entfallende Kupfervolumen  $V_2$  der Verteilungsleitungen, bezogen auf die einfache Länge, durch den Ausdruck  $\frac{i l^2}{\epsilon_2 \cdot k} \alpha$  darstellen, wobei  $\alpha$  einen von  $n$  und der Netzanordnung abhängigen Zahlenkoeffizienten bedeutet. Bezeichnet  $\gamma$  das spez. Gewicht des Kupfers und  $c$  den Preis eines kg Kupfers in Mark, so betragen die gesamten Kupferkosten der Verteilungsleitungen, stets bezogen auf einen Außenleiter,

$$C_2 = \frac{V_2 \cdot \gamma \cdot c}{1000} S = \frac{i l^2}{\epsilon_2 \cdot k} \alpha \frac{\gamma \cdot c}{1000} \frac{N}{f(n)}.$$

Es bezeichne ferner  $A$  den gesamten Konsum des Netzes, und  $a$  den auf eine Polygonseite entfallenden Konsum in Watt,  $e$  sei die Netzspannung an den Verbrauchsstellen, und  $\sigma$  bedeute, wie erwähnt, die Flächendichte.

Es kann alsdann gesetzt werden:

$$\begin{aligned} A &= N \cdot a = N \cdot i \cdot e, \\ a &= \beta \cdot l^2 \cdot \sigma, \\ N &= \frac{A}{\beta \cdot l^2 \cdot \sigma}, \end{aligned}$$

wobei  $\beta$  einen von der gewählten symmetrischen Netzanordnung abhängigen Zahlenwert besitzt.

Wird noch schließlich der prozentuale Gesamtspannungsverlust  $p$  in den Verteilungsleitungen eingeführt, sodaß  $\epsilon_2 = \frac{e \cdot p}{200}$

wird, so ergibt sich

$$C_2 = \frac{A L^2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot c}{5 e^2 f(n) \cdot p \cdot k}.$$

Bezeichnet  $m$  die Kosten für die Verlegung eines Meters Draht einschl. der Isolatoren, so betragen die gesamten Montagekosten für die Verteilungsleitungen

$$M_2 = N \cdot l \cdot m = \frac{A \cdot m}{\beta \cdot l \cdot \sigma}.$$

Die Kosten für den Kupferaufwand in den Speiseleitungen ergeben sich zu

$$C_1 = \frac{A L^2 \cdot \gamma \cdot c}{e \cdot \epsilon_1 \cdot k \cdot 1000}.$$

Die Verlegungskosten für die Speiseleitungen belaufen sich auf

$$M_1 = S \cdot L m = \frac{A \cdot L \cdot m}{\beta l^2 \cdot \sigma \cdot f(n)}.$$

Bezeichnet  $s$  die Kosten eines Speisepunktes einschl. des Anschlusses der Speiseleitungen in der Zentrale, so betragen die diesbezüglichen Gesamtkosten, bezogen auf einen Außenleiter,

$$P_1 = \frac{S \cdot s}{2} = \frac{A \cdot s}{2 \beta l^2 \sigma f(n)}.$$

Für die Gesamtkosten der Leitungsanlage ausschl. der Leitungsträger erhalten wir sonach den Ausdruck:

$$K = \frac{A L^2 \cdot \gamma \cdot c}{e \cdot \epsilon_1 \cdot k \cdot 1000} + \frac{A \cdot L \cdot m}{\beta \cdot l^2 \cdot \sigma \cdot f(n)} + \frac{A \cdot s}{2 \beta l^2 \sigma \cdot f(n)} + \frac{A L^2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot c}{5 e^2 f(n) \cdot p \cdot k} + \frac{A \cdot m}{\beta \cdot l \cdot \sigma}, \quad . \quad 1)$$

der zu einem Minimum wird für

$$\frac{dK}{dl} = -\frac{A(2Lm + s)}{\beta l^3 \sigma f(n)} + \frac{0,4 A \cdot l \alpha \gamma c}{e^2 \cdot p \cdot k \cdot f(n)} = 0$$

oder 
$$l = \sqrt[4]{\frac{(2Lm + s) p k}{0,4 \beta \cdot \sigma \cdot \alpha \gamma c}} \dots \dots \dots 2)$$

Die Entfernung zweier Speisepunkte ist dann  $n$  mal größer, nämlich  $l_1 = n l$ , und ihre Anzahl betrage

$$S = \frac{A}{\beta l^2 \sigma f(n)} = \frac{A}{e f(n)} \sqrt{\frac{0,4 \alpha \gamma c}{(2Lm + s) p k \beta \sigma}} \dots \dots 3)$$

Die Gleichung gibt direkt die gesuchten Werte, sobald die Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $f(n)$  für das gegebene Netz ermittelt sind. Für  $f(n)$  ist die allgemeine Beziehung für die 3 untersuchten Elementformen schon angegeben worden.  $\beta$  ist der Definition nach,

$$\beta = \frac{A}{N \cdot l^2 \sigma} = \frac{O}{N \cdot l^2},$$

eine rein geometrische Größe, die für quadratische, regelmäßig drei- und sechseckige Elemente der Reihe nach  $\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 0,5$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{6} = 0,289$ ;

bezw. 0,866 ist. Die Größe  $\alpha$  ist dagegen für jede Konfiguration und Zahl der Elemente des Netzes verschieden und muß für die drei Netzarten für verschiedene Werte von  $n$  durchgeführt werden. Die Berechnung des Verteilungsnetzes kann bei gegebenem Spannungsabfall entweder mit durchgehend gleichem Querschnitt, oder, zur Erzielung eines möglichst geringen Kupferaufwandes, mit der Belastung entsprechend abgesetzten Querschnitten erfolgen. Um in letzterem Falle die Zahl der verschiedenen Querschnitte möglichst zu beschränken, sei die Annahme gemacht, daß die einzelnen geradlinig verlaufenden Leitungsstrecken in ihrem ganzen Zuge stets den gleichen Querschnitt beibehalten. Die Bestimmung des Verhältnisses der aufeinander folgenden Querschnitte zur Erzielung eines Kupferminimums ist bei den einfachen Stromverzweigungen ohne weiteres möglich. Es sei daher durchgehends die Annahme gemacht, daß die verschiedenen aufeinander folgenden Querschnitte im Verhältnis 1:2 abgestuft seien. Der hierbei berechnete Materialaufwand liegt dem minimalen für die Zwecke dieser Rechnung genügend nahe.

Um den Gang der Rechnungen zu zeigen, wählen wir den einfachen Fall quadratischer Elemente für  $n = 1$  bis  $n = 3$  Quadratseiten zwischen zwei benachbarten durch von Kreisen umgebene Punkte angedeuteten Speisestellen.

Es ist für  $n = 1$  (Fig. 143 a) die Zahl der auf einen Speisepunkt entfallenden Polygonseiten  $n_1 = 2n$ , der Querschnitt wegen der Speisung von 2 Seiten und der gleichmäßig verteilt angenommenen Belastung  $i$  wird  $q = \frac{1}{8} \cdot \frac{il}{\epsilon^2 k}$ , das entsprechende (halbe) Volumen pro Speisepunkt  $V_2 = 2 \cdot q \cdot l = 0,25 \frac{il^2}{\epsilon^2 k}$  und somit  $\alpha = 0,25$ .

Für  $n = 2$  (Fig. 143 b) ist  $n_1 = 8$ .

Den Querschnitten  $q_1$  und  $q_2$  entsprechen die Leitungswiderstände pro Quadratseite  $r_1$  und  $r_2$ .  $\epsilon_a$  und  $\epsilon_b$  bezeichnen die Spannungsabfälle in den Knotenpunkten a und b.

Dann ist offenbar  $\epsilon_b = \frac{3}{2} \cdot i r_2$

$$\epsilon_a = \epsilon_2 = \frac{3}{2} i r_2 + \frac{1}{2} i r_1.$$

Setzt man die Querschnitte  $q_2 = q_1$ , so wird

$$V_2 = \frac{16 i l^2}{\epsilon_2 k} \quad \text{oder} \quad \alpha = 16,$$

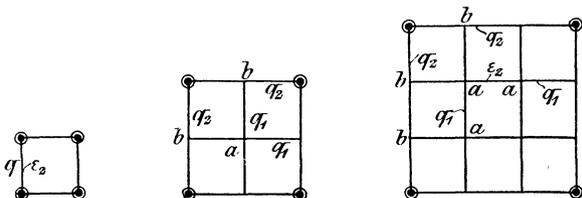


Fig. 143 a, b, c.

wählt man  $q_2 = 2 q_1$ , so ergibt sich angenähert

$$V_{2 \min} = \frac{15 i l^2}{\epsilon_2 k} \quad \text{oder} \quad \alpha_{\min} = 15;$$

das theoretische Kupferminimum ergibt sich für  $q_2 : q_1 = \sqrt{3}$  zu

$$V_{2 \min} = \frac{14,9 i l^2}{\epsilon_2 k}.$$

Für  $n = 3$  (Fig. 143 c) ergibt sich aus der Figur  $n_1 = 18$ , ferner ist  $\epsilon_b = 4 i r_2$ ,  $\epsilon_a = 4 i r_2 + i r_1$ , und somit  $\epsilon_2 = 4 i r_2 + 1,125 i r_1$ .

Für gleiche Querschnitte  $q_2 = q_1$  wird

$$V_2 = 92,25 \frac{i l^2}{\epsilon_2 \cdot k}, \quad \alpha = 92,25.$$

Für  $q_2 = 2 q_1$  ergibt sich

$$V_{2 \min} = 74,5 \frac{i l^2}{\epsilon_2 \cdot k}, \quad \alpha_{\min} = 74,5.$$

Das theoretische Kupferminimum beträgt  $73,5 \frac{i l^2}{\epsilon_2 \cdot k}$  für  $q_2 = 2,67 q_1$ .

Führen wir die Rechnungen weiter durch bis  $n = 5$  und bilden wir die zur Berechnung von  $l_1$  und  $S$  in Gleichung 3) und 4) erforderlichen Größen, so erhalten wir die folgenden Tabellen für quadratische Leitungselemente:

a) für abgestufte Querschnitte:

$$\begin{array}{rcccccc}
 n = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \alpha_{\min} = & 0,25 & 15,0 & 74,5 & 266,5 & 610,0 \\
 n \sqrt{\frac{1}{0,4 \beta \cdot \alpha}} = & 2,12 & 1,52 & 1,53 & 1,48 & 1,50 \\
 \frac{1}{f(n)} \sqrt{\frac{0,4 \cdot \alpha}{\beta}} = & 0,222 & 0,433 & 0,430 & 0,457 & 0,445
 \end{array}$$

b) für durchweg gleiche Querschnitte:

$$\begin{array}{rcccc}
 n = & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \alpha = & 16,0 & 92,25 & 342,0 & 905,0 \\
 n \sqrt{\frac{1}{0,4 \beta \cdot \alpha}} = & 1,50 & 1,45 & 1,39 & 1,36 \\
 \frac{1}{f(n)} \sqrt{\frac{0,4 \alpha}{\beta}} = & 0,447 & 0,477 & 0,517 & 0,538
 \end{array}$$

Die Werte für  $n = 2$  bis  $n = 5$  sind unter einander nahezu gleich, unterscheiden sich dagegen wesentlich von den Werten für  $n = 1$ . Eine Erklärung hierfür ist darin zu suchen, daß die Werte  $n = 2$  bis  $n = 5$  sich auf Leitungsnetze mit Stromverzweigung beziehen, während für  $n = 1$  eine Stromverzweigung nicht stattfindet. Die gute Übereinstimmung der letzten 4 Werte ergibt Unabhängigkeit der Entfernung der Speisepunkte, bzw. ihrer Zahl von der Zahl der Netzmaschen. Bilden wir die Mittelwerte aus den letzten 4 Zahlen, so erhalten wir für abgestufte Querschnitte und  $n = 2$  bis 5

$$l_1 = \left. \begin{array}{l} 2,4 \\ 1,5 \end{array} \right\} \sqrt[4]{e^{-\frac{(2Lm+s)p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}}} \dots \dots \dots 3a)$$

$$S = \left. \begin{array}{l} 0,22 \\ 0,44 \end{array} \right\} \frac{A}{e} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{(2Lm+s)p \cdot k \sigma}}, \dots \dots \dots 4a)$$

für durchweg gleiche Querschnitte und  $n = 2$  bis  $5$

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 2,1 \\ 1,4 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \frac{(2 L m + s) p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 3a)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,22 \\ 0,49 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{(2 L m + s) p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 4a)$$

wobei der obere Zahlenwert sich auf Netze ohne Stromverzweigung bezieht.

In ganz analoger Weise kann man nun auch die aus gleichseitigen Dreiecken und Sechsecken gebildeten Netze behandeln, wobei die Konstanten der letzten Gleichungen fast unverändert bleiben, wenn man bei den sechseckigen Elementen als Speisepunktentfernung  $l_1$  nicht die gebrochene Linie längs der Polygonseiten, sondern die geradlinige Entfernung auffaßt. Es ist nämlich die Zahlenkonstante in den Gleichungen 3) und 4) bei Dreieckselementen

ohne Stromverzweigung	( $n = 1$ )	} $\left. \begin{matrix} 2,2 \\ 1,7 \end{matrix} \right\}$	} $\left. \begin{matrix} 2,2 \\ 1,5 \end{matrix} \right\}$
mit	-	( $n > 1$ )	} $\left. \begin{matrix} 0,24 \\ 0,41 \end{matrix} \right\}$
			} $\left. \begin{matrix} 0,24 \\ 0,49 \end{matrix} \right\}$

bei Sechseckselementen

ohne Stromverzweigung	( $n = 1$ od. $2$ )	} $\left. \begin{matrix} 2,0 \\ 1,5 \end{matrix} \right\}$	} $\left. \begin{matrix} 2,0 \\ 1,4 \end{matrix} \right\}$
mit	-	( $n > 2$ )	} $\left. \begin{matrix} 0,24 \\ 0,40 \end{matrix} \right\}$
			} $\left. \begin{matrix} 0,24 \\ 0,43 \end{matrix} \right\}$

wobei die Zahlen links sich auf minimale Werte von  $\alpha$ , entsprechend abgestuften Querschnitten des Verteilungsnetzes, die Zahlen rechts sich auf durchweg gleiche Querschnitte dieses Netzes beziehen.

Bildet man einen Gesamtmittelwert aus allen für  $l_1$  und  $S$  ermittelten Zahlenkoeffizienten, so ergibt sich:

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 2,1 \\ 1,5 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \frac{(2 L m + s) p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 5)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,23 \\ 0,44 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{(2 L m + s) p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 6)$$

oder nach Verschiebung der Zahlenkoeffizienten

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e} \sqrt{\frac{10 \left( L m + \frac{s}{2} \right) p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 7)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{10 \left( L m + \frac{s}{2} \right) p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 8)$$

wobei die obere Zahl für Netze ohne Stromverzweigung und die untere Zahl für Netze mit Stromverzweigung Gültigkeit hat.

Treten an Stelle der Freileitungen Kabel, so treten an Stelle der Koeffizienten  $\gamma$  und  $c$  zwei Koeffizienten  $a$  und  $b$  auf.

Eine bestimmte Länge  $l$  eines Kabels von  $q$  Quadratmillimeter kostet nämlich  $l a + l b q$ . Die gleiche Länge einer Freileitung kostet  $\frac{l \cdot q \cdot \gamma \cdot c}{1000}$ . An Stelle von  $\gamma \cdot c$  ist daher  $1000 b$  zu setzen.

Ferner tritt die Konstante  $a$ , die in gleicher Weise wie die Montagekosten die Rechnung beeinflusst, zu dem Faktor  $m$  hinzu.

Für Kabel nehmen daher die Formeln die Gestalt an:

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e} \sqrt{\frac{L \left( m + a + \frac{s}{2L} \right) p \cdot k}{100 \cdot b \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 9)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e} \sqrt{\frac{100 b}{L \left( m + a + \frac{s}{2L} \right) p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 10)$$

Die Kosten für die Kabelgräben sind ebenso wie die Kosten für das Gestänge bei Freileitungen als unabhängig von der Zahl der Speisepunkte zu betrachten und treten daher in obigen Formeln nicht auf.

Sind die beiden Seiten einer Straße mit Leitungen belegt, so wird der gesamte Kupferquerschnitt stets denselben Wert ergeben wie bei einseitiger Verlegung. Die veränderlichen Kostenbeträge bleiben sonach dieselben bei einfacher wie doppelter Verlegung, und in den Ausdrücken für  $l_1$  und  $S$  tritt hierdurch eine Änderung nicht ein.

Die Erweiterung eines Zweileiternetzes zu einem Dreileiternetz verändert die Form der abgeleiteten Gleichung für  $l_1$  und  $S$

nicht. Denn werden, wie es fast ausschließlich geschieht, die Nulleiter der Speise- und Verteilungsleitungen zu einem besonderen Mittelleiternetz zusammengelegt, so bleiben die Querschnitte dieses letzteren ganz unabhängig von der Zahl der Speisepunkte und den Querschnitten der Verteilungsleitungen. Auch wenn Speise- und Verteilungsleitungen mit je einem Mittelleiter, dessen Querschnitt in konstantem Verhältnis zu dem Querschnitt der Außenleiter steht, versehen werden, so bleibt das Verhältnis zwischen den veränderlichen Kostenbeträgen der Speise- und Verteilungsleitungen stets das gleiche. Es behalten die abgeleiteten Werte von  $l_1$  und  $S$  auch in diesem Falle ihre Gültigkeit. Als Spannung  $e$  bei Dreileiteranlagen ist natürlich die Spannung zwischen den Außenleitern in die obigen Formeln einzuführen.

Bei Wechsel- und Drehstromanlagen in Verbindung mit Transformatoren erfolgt die Zuführung der primären Energie in wesentlich anderer Weise als bei Gleichstromnetzen. Die primären Verteilungsleitungen bilden ein aus wenigen großen Maschen bestehendes Verteilungsnetz, an welches die Transformatoren entweder unmittelbar oder durch kurze Verbindungsleitungen angeschlossen sind. Die Gesamtkosten der Primärleitungen bleiben daher von der Zahl der Transformatorstationen nahezu unabhängig. Andererseits treten die Kosten für die Transformatoren und deren Stationen hinzu.

Die Kosten eines Transformators entsprechen nun wieder etwa dem Ausdruck  $f + g \cdot t$ . Hierin bedeutet  $t$  die Leistung des Transformators in Kilowatt,  $f$  und  $g$  sind zwei Zahlenwerte. Die Kosten einer Transformatorstation einschließlich Schaltanlage und gesamter Montage sind von der Größe des Transformators innerhalb enger Grenzen allerdings unabhängig und mögen durch  $h$  bezeichnet sein. In dem Ausdruck  $h$  sei ferner der mittlere Kostenbetrag der Anschlußleitung zwischen dem primären Verteilungsnetz und den nicht unmittelbar an diesem gelegenen Transformatoren enthalten.  $f + h$  bilden einen konstanten von der Leistung unabhängigen Betrag einer Transformatorstation und treten an Stelle von  $s$ . Der für das ganze Netz gebildete Ausdruck  $\Sigma g t$  ist gleich  $g \cdot A$  und sonach unabhängig von der Zahl der Transformatoren und tritt als solcher in den Formeln für  $l_1$  bzw.  $S$  nicht auf. Hat ferner der Wechselstrom eine Phasenverschiebung von  $\varphi^0$ , so ist, wenn  $p$  den prozentualen Wattverlust bedeutet, an Stelle von  $e$  zu setzen  $e \cdot \cos \varphi$ .

Unter Voraussetzung von Freileitungen für das sekundäre Verteilungsnetz ergibt sich bei einphasigem Wechselstrom

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \cdot \cos \varphi} \sqrt[4]{\frac{5(f+h)p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 11)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e \cdot \cos \varphi} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{5(f+h)p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 12)$$

Ist das sekundäre Netz nach dem Dreileitersystem ausgebildet mit einem Querschnitt des Mittelleiters gleich dem halben Außenleiterquerschnitt, so ist an Stelle von  $\gamma$  der Wert  $\gamma' = \frac{5}{4} \gamma$  zu setzen.

Die Formeln gelten sowohl für oberirdisch als unterirdisch verlegtes Primärnetz.

Die Verwendung von Kabeln für das Sekundärnetz ergibt:

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \cdot \cos \varphi} \sqrt[4]{\frac{(f+h)p \cdot k}{100 \cdot b \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 13)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e \cdot \cos \varphi} \sqrt{\frac{100 b}{(f+h)p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 14)$$

Es ist hierbei die Verwendung von Zweifachkabeln vorausgesetzt, sodaß  $b$  dem Preise des ganzen Kabels entspricht.

Diese Formeln gelten ohne weiteres auch für Dreileiteranlagen mit  $2\frac{1}{2}$ -fach Kabeln. Es erhält nur  $b$  einen entsprechend etwas höheren Wert.

Bei Drehstromanlagen ist zu berücksichtigen, daß für gleiche Verbrauchsspannung und gleiche Energieverluste der Kupferquerschnitt nur 75% des bei Gleichstrom, bezw. einphasigem Wechselstrom erforderlichen Kupferquantums beträgt. Es ergibt sich so nach für Freileitungen

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \cdot \cos \varphi} \sqrt[4]{\frac{6,67(f+h)p \cdot k}{\gamma \cdot c \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 15)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e \cdot \cos \varphi} \sqrt{\frac{\gamma \cdot c}{6,67(f+h)p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 16)$$

und für Kabel durch Einsetzung von  $3 \gamma \cdot c = 1000 b$

$$l_1 = \left. \begin{matrix} 1,4 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \sqrt[4]{e \cdot \cos \varphi} \sqrt[4]{\frac{(f+h)p \cdot k}{50 \cdot b \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 17)$$

$$S = \left. \begin{matrix} 0,5 \\ 1,0 \end{matrix} \right\} \frac{A}{e \cdot \cos \varphi} \sqrt{\frac{50 b}{(f+h)p \cdot k \cdot \sigma}} \dots \dots \dots 18)$$

Die mäßigen Unterschiede in den Zahlenkoeffizienten der nach den drei Netzanordnungen erhaltenen Ausdrücke für  $l_1$  und  $S$  und der Umstand, daß es für das Ergebnis belanglos ist, ob die Verteilungsleitungen für geringsten Kupferaufwand oder für durchgehends gleichen Querschnitt berechnet werden, lassen die Annahme zu, daß die abgeleiteten Formeln auch für beliebig gestaltete Netze praktisch brauchbare Werte ergeben.

Die Anwendung der Formeln wird sich am zweckmäßigsten so gestalten, daß die Zahl  $S$  der Speisepunkte berechnet wird; denn es ist leichter, eine bestimmte Zahl von Speisepunkten in ein Netz einzutragen, als die Lage der Speisepunkte durch ihren Abstand zu bestimmen. In der Regel werden die Speisepunkte sich so verteilen, daß eine Stromverzweigung zwischen den Speisepunkten eintritt. Es wird sonach von vornherein meistens mit dem Zahlenkoeffizient 1,0 zu rechnen sein.

Die Form des Ausdruckes für  $S$  läßt erkennen, in welcher Weise die einzelnen Faktoren die Bemessung von  $S$  beeinflussen. Die Zahl der Speisepunkte ist direkt proportional dem Konsum  $A$  und umgekehrt proportional der Verbrauchsspannung  $e$ . Alle übrigen Größen treten nur mit ihrem Wurzelwert in dem Ausdrucke für  $S$  auf. Für ein gegebenes Netz sind die Größen  $\gamma$ ,  $c$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $p$ ,  $k$ ,  $f$ ,  $h$ ,  $b$ ,  $d$  als konstant anzunehmen, dagegen ändern sich  $L$  und  $\sigma$  von Punkt zu Punkt. Zur Erzielung genauer Resultate ist das Netz in einzelne Bezirke so einzuteilen, daß innerhalb derselben die Unterschiede zwischen den Werten für  $L$  und  $\sigma$  möglichst gering bleiben. Für  $L$  ist alsdann die längs der kürzesten Leitungstrace gemessene Entfernung zwischen der Zentrale und dem Konsumschwerpunkt der einzelnen Bezirke einzuführen. Bei Bildung des Wertes von  $\sigma$  ist zu berücksichtigen, daß die Verbrauchsstellen, welche unmittelbar an einen Speisepunkt angeschlossen sind, eine Belastung der Verteilungsleitungen nicht ergeben und somit auf die Bemessung der letzteren ohne Einfluß sind. Es bleiben daher bei Bestimmung von  $\sigma$  alle in unmittelbarer Nähe von solchen Punkten gelegene größere Konsumstellen unberücksichtigt, die sich von vornherein zur Anlage eines Speisepunktes eignen.

Im allgemeinen ergeben sich für die verschiedenen Werte von  $S$  in den einzelnen Bezirken gebrochene Zahlen, deren Summe die Gesamtsumme der Speisepunkte darstellt. Die errechnete Zahl von Speisepunkten ist nun so auf das Netz zu verteilen, daß die



$m = 0,4 \text{ M.}$ , und die Kosten für den Anschluß einer Speiseleitung in der Zentrale und im Netze mögen sich auf  $s = 200 \text{ M.}$  belaufen. Die Leitungsfähigkeit des Kupfers sei zu  $k = 57$  angenommen.

Zur Berechnung von  $L$  und  $\sigma$  werde das Netz in 6 Bezirke A bis F eingeteilt, die zu folgenden Zahlen führen:

Bezirk . . . . .	A	B	C	D	E	F
Konsum A in Watt . . . . .	113 000	52 000	70 000	131 000	61 000	103 000
Oberfläche O in Quadratmeter . . . . .	150 000	120 000	240 000	165 000	180 000	145 000
$\sigma = \frac{A}{O}$ . . . . .	0,75	0,43	0,29	0,80	0,34	0,71
Länge der Speiseleitung L in Meter	1 150	750	1 050	400	1 300	750

Die Einführung obiger Werte in die Gl. 9) und 10) ergibt:

$l_1$ in Meter . . . . .	230	250	300	190	300	220
S . . . . .	2,65	1,97	2,76	4,78	2,00	2,99

Die Summe für S ergibt als Gesamtzahl der Speisepunkte 17,15. Die Verteilung derselben geht aus Fig. 144 hervor (I bis XVII).

In den Konsumzahlen A sind die der größeren Verbrauchsstellen a, b und c nicht mit enthalten, weil die Größe der Abnahme die Anlage von Speisepunkten an diesen Stellen von vornherein als zweckmäßig erscheinen läßt, eine Annahme, die, wie sich aus der Verteilung der Speisepunkte ergibt, als zutreffend sich erweist.

Die zweite Berechnung beziehe sich auf eine Wechselstrom-Transformatorenverteilung, ebenfalls mit  $2 \times 110$  Volt sekundärer Verbrauchsspannung. Der prozentuale Wattverlust  $p$  betrage wiederum 1,5 % und es sei ferner eine mittlere Phasenverschiebung von  $\cos \varphi = 0,9$  angenommen. Für ein  $2\frac{1}{2}$ -fach konzentrisches Kabel erhält a den Wert 2,2 und b den Wert 0,081. Die Kosten eines einphasigen Wechselstromtransformators können im Mittel zu  $300 + 45 \cdot t$  gesetzt werden (für einen Drehstromtransformator entsprechend  $400 + 55 \cdot t$ ). Die Herstellung einer Transformatorstation einschließlich der Schaltanlage verursache eine Ausgabe von 1100 M., für den Anschluß einer Transformatorstation an das primäre Verteilungsnetz mögen im Mittel 400 M. (100 m Entfernung) in Ansatz gebracht werden, sodaß die Summe  $f + h$  den Wert von 1800 M. erhält. Die Einteilung des Netzes in die 6 Bezirke bleibe die gleiche, wobei wiederum die Konsumstellen a, b und c, deren Größe die Aufstellung je eines besonderen

Transformators rechtfertigt, in den Verbrauchssummen A nicht miteingerechnet sind. Durch Einführung der Zahlenwerte für die Konstanten und Variablen in den Gl. 13) und 14) ergibt sich:

Bezirk . . . . .	A	B	C	D	E	F
$l_1$ in Meter . . . . .	180	200	225	175	220	180
S . . . . .	4,76	2,89	4,25	5,33	3,80	4,47

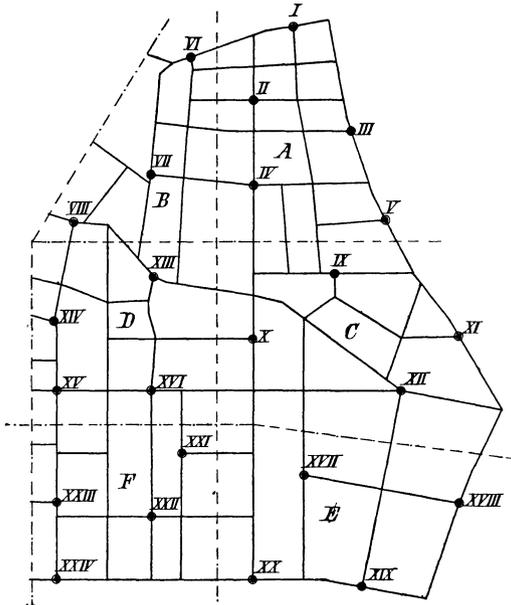


Fig. 145.

Die Zahl der Transformatoren für das ganze Netz beträgt 26,0. Es sind jedoch, wie Fig. 145 zeigt, nur 24 Speisepunkte eingezeichnet, und zwar aus dem Grunde, weil bei Eintragung sämtlicher Transformatoren sich stellenweise Leitungsstrecken ohne Stromverzweigung zwischen den Speisepunkten ergeben hätten, für welchen Fall der kleinere Zahlenkoeffizient 0,5 hätte in Betracht kommen müssen.

Tritt bei Berechnung eines Netzes das Minimum der Anlagekosten gegenüber der Forderung nach möglichst gutem Ausgleich durch die Verteilungsleitungen zurück, so muß die berechnete Zahl der Speisepunkte eine Verkleinerung erfahren.

Die im ersten Bande betrachtete Aufgabe, die Strömung und die Spannungsverteilung der Netze zu ermitteln, bleibt also auch für die Dimensionierung derselben als wichtigste erhalten. Es mag daher hier der Platz sein, die dort gebrachten Ergebnisse zusammenzufassen und durch praktische Beispiele zu erläutern. Wir benutzen diese Gelegenheit, um über die Transfigurierung weitere Beweise und neuere Erweiterungen vorzubringen. Desgleichen schieben wir für das I, S. 284 gegebene Näherungsverfahren zur Auflösung von linearen Gleichungen ein zweites ein. Ebenso lassen wir noch einige neue Verfahren zur exakten Bestimmung folgen.

### 1. Die Befreiung zwei- und mehrfacher Knoten von ihren Stromentnahmen.

Es sei, Fig. 146 (vergl. I, S. 242), A B ein Leiter eines Netzes, an dessen Endknoten die Spannungen  $V_1$  und  $V_2$  herrschen und in welchem bei C unter der Spannung V eine Stromentnahme i stattfindet. Der Widerstand des ganzen Leiters sei r, die Teil-

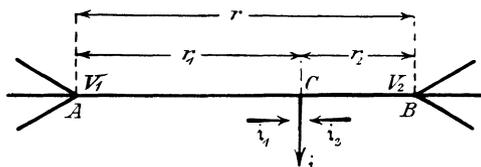


Fig. 146.

widerstände  $r_1$  und  $r_2$ . Heißen die Leiterströme beziehlich  $i_1$  und  $i_2$ , so muß bei Gleichgewicht in der Strömung (und ohmsche Widerstände für die praktischen Fälle vorausgesetzt)  $i = i_1 + i_2$  sein. Da ferner für die Spannung  $V = V_1 - i_1 r_1 = V_2 - i_2 r_2$  gilt, so resultiert für den Leiterstrom

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i \cdot \frac{r_2}{r} + \frac{V_1 - V_2}{r} \\ i_2 &= i \cdot \frac{r_1}{r} + \frac{V_1 - V_2}{r} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots D)$$

Das Vorderglied bedeutet jene Stromstärke, welche im Leiter A B auftreten würde, wenn die Spannungen in A und B gleich wären, wobei diese Punkte als zusammenfallend gedacht

werden könnten. Das zweite Glied stellt aber den Leiterstrom von A nach B im entlasteten Zustande dar, man könnte ihn als Leerlaufstrom bezeichnen.

Fassen wir  $i \cdot \frac{r_2}{r}$  und  $i \cdot \frac{r_1}{r}$  als Komponentenströme von  $i$  auf, so können wir diese als in A und B wirkend ansehen, ohne außerhalb des Leiters AB im Netze eine Zustandsänderung herbeizuführen<sup>3</sup>). Bezeichnet  $R$  den Widerstand der Parallelschaltung von  $r_1$  und  $r_2$ , also  $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ , so läßt sich dieser Kompo-

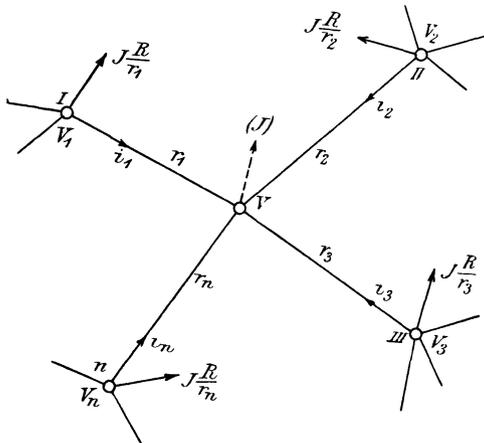


Fig. 147.

nentenstrom auch in der Form  $i \cdot \frac{R}{r}$  ausdrücken, welche eine Erweiterung auf mehrfache Knoten sofort zuläßt. (Vergl. I, S 268 ff.)

Die Gleichung I) zeigt uns, daß die Stromverteilung sich aus zwei Strombildern zusammensetzt. Einmal ohne Stromabnehmer mit ungleichen Spannungen, dann mit Abnehmern und gleichen Spannungen. Ebenso decken sich die Spannungs- resp. Strombilder in ganzen Netzen bei sukzessivem Wirken von verschiedenen Abnehmern oder Spannungen. Dieses wichtige Prinzip der Superposition drückt sich in dem linearen Zusammenhang der beziehlichen Größen aus. Es rührt von Smaasen, Helmholtz u. a. her und eröffnet durch seine klare Erkenntnis eine tiefe Einsicht in die uns beschäftigenden Probleme.

Dieser Komponentensatz bleibt für mehrfache Knoten erhalten; Fig. 147 erklärt diesen Fall und die gewählten Bezeichnungen.

Die Einzelströme, welche dem mit der Abnahme  $J$  belasteten Knoten in den Leiter  $r_1$  bis  $r_n$  zufließen, sind

$$J_1 = \frac{V_1 - V}{r_1}, J_2 = \frac{V_2 - V}{r_2}, \dots, J_n = \frac{V_n - V}{r_n}.$$

Für den Abnehmer gilt

$$J = J_1 + J_2 + \dots + J_n = \frac{V_1}{r_1} + \frac{V_2}{r_2} + \dots + \frac{V_n}{r_n} - V \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \right).$$

Bezeichnet  $R$  den resultierenden Widerstand der Parallelschaltung aus  $r_1, r_2 \dots r_n$ , so berechnet sich die Mittelknotenspannung

$$V = \left( \frac{V_1}{r_1} + \frac{V_2}{r_2} + \dots + \frac{V_n}{r_n} - J \right) R.$$

Substituieren wir diesen Wert in  $J_1 = \frac{V_1 - V}{r_1}$ , so erhalten wir

$$J_1 = \frac{V_1}{r_1} - \frac{R}{r_1} \left( \frac{V_1}{r_1} + \frac{V_2}{r_2} + \dots + \frac{V_n}{r_n} \right) + J \frac{R}{r_1}$$

und analoge Ausdrücke für  $J_2 \dots J_n$ .

Die Ströme  $J_1 \dots J_n$  bestehen also je aus den Leerlaufströmen  $i_1 \dots i_n$ , die von den Spannungen in  $1 \dots n$  und den Widerständen  $r_1 \dots r_n$  abhängen und aus den Komponentenströmen  $J \frac{R}{r_1} \dots J \frac{R}{r_n}$ , welche nur durch den Abnehmer des Mittelknotens und durch die Widerstände der Schenkel bestimmt werden und von den Knotenspannungen unabhängig sind. Demnach können die Ströme  $J \frac{R}{r_1} \dots J \frac{R}{r_n}$ , die Komponenten der Mittelknotenbelastung, auf die Knoten  $1 \dots n$  geworfen werden, ohne die Spannung dieser Knoten hierdurch zu ändern<sup>4</sup>).

## 2. Widerstandstreue Umbildung oder Transfiguration der Netze<sup>5)</sup>.

Die Umbildung von Netzen oder deren Teilstücken in der Weise, daß die Strom- und Spannungsvorgänge in den unberührten Netzresten unverändert bleiben, ist ein wichtiger Behelf zu Netzuntersuchungen, wie wir dies bereits im I. Bd. (III. Kap. S. 205 und IV. Kap. S. 264) auseinandergesetzt haben.

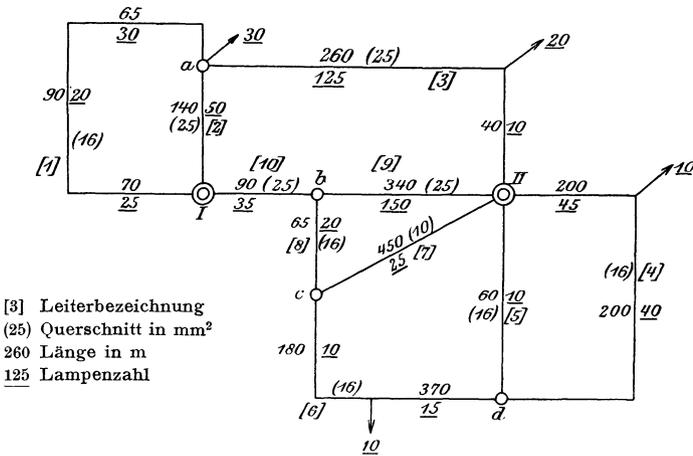


Fig. 148.

Die nächstliegende und einfachste Form der Umbildung von Netzen besteht darin, Leiter, welche zwischen zwei Knoten parallel geschaltet sind, durch einen äquivalenten Widerstand zu ersetzen, mit andern Worten: Zweiecke in Netzen aufzulösen<sup>6)</sup>.

Wir geben nachstehend ein Beispiel reiner Parallel-Transformation eines Netzes, bei welchem die Nützlichkeit dieser Vereinfachung zur Berechnung der Stromverteilung deutlich zu erkennen ist.

Die Fig. 148 veranschaulicht ein Gleichstrom-Zweileiternetz mit einer Spannung von 220 Volt in den Speisepunkten *I* und *II*. Die den Leitern beigegefügt Lampenzahlen sind auf die zugehörigen Längen gleichmäßig verteilt.

Die Querschnitte wurden in bekannter Weise bei offenem Netz berechnet unter der Annahme von ca. 80 % gleichzeitig brennender 60-wattiger Lampen und eines Spannungsverlustes von 2 %, d. i. 4,4 Volt in den Verteilungsleitungen. Daraus ergab sich für den vorliegenden Zweck die vereinfachte Formel

$$q = \frac{0,01 \sum n l}{6},$$

n Lampenzahl, l Länge.

Unter Zugrundelegung der so berechneten Querschnitte gibt die nachstehende Tabelle eine Zusammenstellung der Leitfähigkeiten und Widerstände der einzelnen Netzleiter.

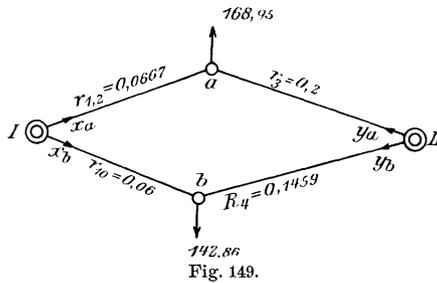
Leiter	q	L	$\frac{q}{L}$	$\frac{1}{r}$	r
[1]	16	225	0,071	4,266	0,2344
[2]	25	140	0,179	10,718	0,0933
[3]	25	300	0,083	5	0,2
[4]	16	400	0,040	2,4	0,4167
[5]	16	60	0,267	16	0,0625
[6]	16	550	0,029	1,746	0,5729
[7]	10	450	0,022	1,333	0,75
[8]	16	65	0,246	14,771	0,0677
[9]	25	340	0,074	4,411	0,2267
[10]	25	90	0,278	16,667	0,06

Nun soll die Aufgabe gelöst werden, die Stromverteilung ohne Aufstellung der Gleichungen für die Spannungsdifferenzen zu finden. Da das Netz 4 Knotenpunkte besitzt, würden 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten erforderlich sein. Statt dessen kann das vorliegende Netz vermöge seiner besonderen Gestaltung derart behandelt werden, daß man die einzelnen Leiter in Parallel- bzw. Hintereinanderschaltung so zusammenfaßt, daß schließlich nur zwei, zwischen den Feederpunkten I und II parallel geschaltete Zweige resultieren. Man schaltet also die Widerstände  $r_1$  und  $r_2$  parallel in einen einzigen Widerstand, er sei  $r_{1,2}$ . Dann ergibt sich für den oberen Teil des Netzes nur ein Widerstand zwischen den Punkten I und II. Analog ersetzt man die Widerstände  $r_4$  und  $r_5$  durch einen einzigen  $r_{4,5}$ . Dieser hintereinander geschaltet mit  $r_3$  liefert einen neuen Widerstand, etwa  $R_1$ , welcher wieder mit  $r_7$  parallel geschaltet wird zu einem Widerstand  $R_2$  u. s. w.

Das nachstehende Schema mag den ganzen Vorgang veranschaulichen.

$$\underbrace{r_1 \parallel r_2}_{r_{1,2}} \quad \underbrace{r_4 \parallel r_5}_{r_{4,5}} + r_6 = \underbrace{R_1 \parallel r_7}_{R_2 + r_8} = \underbrace{R_3 \parallel r_9}_{R_4}.$$

Das Netz nimmt dann schließlich die in Fig. 149 gegebene Gestalt an.



Die Berechnung der Widerstände gibt folgende Werte:

$$\frac{1}{r_{1,2}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 4,266 + 10,718 = 14,984$$

$$r_{1,2} = 0,0667$$

$$\frac{1}{r_{4,5}} = \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} = 2,4 + 16 = 18,4$$

$$r_{4,5} = 0,0543$$

$$R_1 = r_{4,5} + r_6 = 0,0543 + 0,5729 = 0,6272$$

$$\frac{1}{R_1} = 1,594$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_7} = 1,594 + 1,333 = 2,927$$

$$R_2 = 0,3416$$

$$R_3 = R_2 + r_8 = 0,3416 + 0,0677 = 0,4093$$

$$\frac{1}{R_3} = 2,443$$

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{r_9} = 2,443 + 4,411 = 6,854$$

$$R_4 = 0,1459.$$

Nun werden in allen Leitern sämtliche Stromabnahmen (resp. Lampenzahlen) auf die Speise- und Knotenpunkte verlegt.

Leiter [1]. Die auf den Knotenpunkt a entfallende Abnahme ist

$$n_a = \frac{1}{225} (25 \cdot 35 + 20 \cdot 115 + 30 \cdot 192,5) = \frac{8950}{225} = 39,78.$$

Die auf den Speisepunkt I entfallende Abnahme

$$n_I = (25 + 20 + 30) - 39,78 = 35,22$$

Leiter [2].  $n_a = n_I = 25$

$$\begin{aligned} \text{Leiter [3]. } n_a &= \frac{1}{300} (10 \cdot 20 + 20 \cdot 40 + 125 \cdot 170) = \frac{22250}{300} \\ &= 74,17 \end{aligned}$$

$$n_{II} = (125 + 20 + 10) - 74,17 = 80,83$$

$$\begin{aligned} \text{Leiter [4]. } n_d &= \frac{1}{400} (45 \cdot 100 + 10 \cdot 200 + 40 \cdot 300) = \frac{18500}{400} \\ &= 46,25 \end{aligned}$$

$$n_{II} = (45 + 10 + 40) - 46,25 = 48,75$$

Leiter [5].  $n_d = n_{II} = 5$

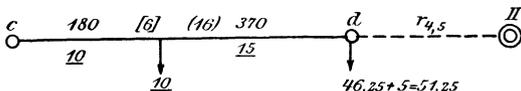


Fig. 150.

Nun folgt der Leiter mit dem Widerstand  $R_1$ , der sich in folgender Weise zusammensetzt (Fig. 150):

$$r_6 = 0,5729 \quad r_{4,5} = 0,0543$$

$$\begin{aligned} n_c &= \frac{1}{0,5729 + 0,0543} \left[ 51,25 \cdot 0,0543 + 15 \left( 0,0543 + \frac{185}{60 \cdot 16} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 10 \left( 0,0543 + \frac{370}{60 \cdot 16} \right) + 10 \left( 0,0543 + \frac{460}{60 \cdot 16} \right) \right] \\ &= \frac{16,220}{0,6272} = 25,86 \end{aligned}$$

$$n_{II} = (51,25 + 15 + 10 + 10) - 25,86 = 60,39$$

Leiter [7].  $n_c = n_{II} = 12,5$

Leiter mit dem Widerstand  $R_3$  (Fig. 151):

$$r_3 = 0,0677 \quad R_2 = 0,3416$$

$$n_b = \frac{1}{0,0677 + 0,3416} [38,36 \cdot 0,3416 + 20(0,3416 + 0,0339)]$$

$$= \frac{20,614}{0,4093} = 50,36$$

$$n_{II} = (20 + 38,36) - 50,36 = 8$$

Leiter [9].  $n_b = n_{II} = 75$

Leiter [10].  $n_b = n_I = 17,5$ .

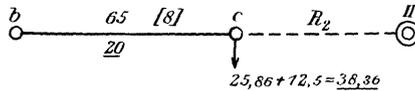


Fig. 151.

Summiert man nun die Abnahmen in den Punkten I, II, a und b, dann ergibt sich

$$n_I = 77,72$$

$$n_{II} = 290,47$$

$$n_a = 168,95$$

$$n_b = 142,86$$

Gesamtsumme 680,

übereinstimmend mit der Summe der im Netz eingetragenen Abnahmen.

In dem vereinfachten Netzbild, Fig. 149, wird nun die Stromverteilung bestimmt, indem man die einzigen vorhandenen Abnahmen in den Punkten a und b auf die entsprechenden Leiter verteilt und in jedem einzelnen Leiter diejenige Komponente der Abnahme, welche für den jeweiligen Leiter in der vorhergegangenen Rechnung auf den zugehörigen Speisepunkt geworfen wurde, dazu addiert. Die Ersatzwiderstände werden wieder in ihre parallel geschalteten Zweige mit den darauf entfallenden Strömen (Lampenzahlen) aufgelöst und so das vereinfachte Netzbild schrittweise in das ursprünglich gegebene wieder zurückgeführt.

Die Rechnung soll den angegebenen Vorgang zahlenmäßig erläutern.

Der durch den Leiter  $r_{1,2}$  zugeführte Teil der Abnahme beträgt

$$x_a = 168,95 \cdot \frac{0,2}{0,0667 + 0,2} = 126,69.$$

Im Leiter  $r_3$  somit  $y_a = 168,95 - 126,69 = 42,26$ .  $x_a$  zerfällt in zwei parallel geschaltete Teile:

$$n_1' = 126,69 \cdot \frac{0,0933}{0,0933 + 0,2344} = 36,11$$

$$n_2' = 126,69 - 36,11 = 90,58.$$

Im Leiter [3] ist  $n_3' = y_a = 42,26$ .

Addiert man nun zu  $n_1'$  und  $n_2'$  die zugehörigen Werte von  $n_I$  und zu  $n_3'$  den zugehörigen Wert von  $n_{II}$ , dann kann die Stromverzweigung für die obere Netzhälfte bereits endgültig angegeben werden.

$$n_1 = 36,11 + 35,22 = 71,33$$

$$n_2 = 90,58 + 25 = 115,58$$

$$n_3 = 42,26 + 80,83 = 123,09.$$

In gleicher Weise ergibt sich die Stromverteilung für den unteren Netzteil folgendermaßen:

$$x_b = 142,86 \cdot \frac{0,1459}{0,1459 + 0,06} = 101,23$$

$$y_b = 142,86 - 101,23 = 41,63$$

$$n_{10}' = x_b = 101,23$$

$$n_{10} = 101,23 + 17,5 = 118,73$$

Zerlegung von  $y_b$  in die beiden parallel geschalteten Teile:

$$n_9' = 41,63 \cdot \frac{0,4093}{0,4093 + 0,2267} = 26,81$$

$$n_{R_3}' = 41,63 - 26,81 = 14,82$$

$$n_9 = 26,81 + 75 = 101,81$$

$$n_{R_3} = 14,82 + 8 = 22,82.$$

Da die den Leiter  $R_3 = r_8 + R_2$  durchfließende Abnahme 22,82 die Leiter  $r_8$  und  $R_2$  hintereinander durchfließt, so ist  $r_8$  für die Rechnung ohne weiteren Einfluß; es handelt sich nur darum, die den Leiter  $R_2$  durchfließende Abnahme 22,82 auf die parallel geschalteten Zweige  $r_7$  und  $R_1$  zu verlegen.

$$n_7' = 22,82 \cdot \frac{0,6272}{0,6272 + 0,75} = 10,38$$

$$n_{R_1} = 22,82 - 10,38 = 12,44$$

$$n_7 = 10,38 + 12,5 = 22,88$$

$$n_{R_1} = 12,44 + 60,39 = 72,84.$$

Zerlegung von  $n_{R_1}$  auf die parallelen Zweige  $r_4$  und  $r_5$ :

$$n_5' = 72,83 \cdot \frac{0,4167}{0,4167 + 0,0625} = 63,36$$

$$n_4' = 72,83 - 63,36 = 9,47$$

$$n_5 = 63,36 + 5 = 68,36$$

$$n_4 = 9,47 + 48,75 = 58,22.$$

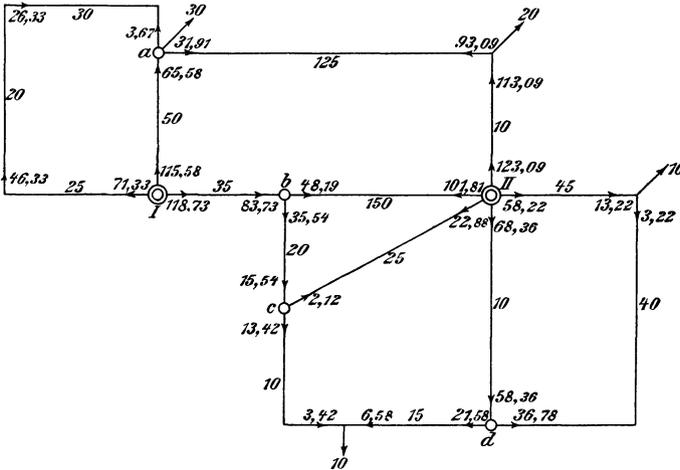


Fig. 152.

Damit ist die Stromverteilung für das gesamte Netz gefunden; sie ist in Fig. 152 dargestellt. —

Wollen wir die allgemeine Aufgabe lösen, ein Widerstandspolygon A, B, C... in einen Stern O derart zu verwandeln, daß nach außen hin keine Strom- und Spannungsänderung eintritt, so können wir uns in jedem Leitungsstücke einen Punkt vom Spannungswerte  $V$  des zu bildenden Knotens O aufgesucht denken und diese Äquivalenzpunkte zusammenlegen. Werden dann, Fig. 153, die nachbarlichen Widerstandswerte durch das äquivalente Stück

ersetzt, so erhält man den widerstandstreuen Stern<sup>7)</sup>. Führt man diesen Gedanken für ein beliebiges Vieleck durch, so zeigt sich, daß die neugebildeten Schenkelwiderstände des Sternes immer von den Werten der Spannungen der Knoten A, B, C... abhängen. Nur beim Dreieck ergibt sich die wertvolle Eigenschaft, daß eine von diesen Werten unabhängige Umbildung möglich ist. Dieselbe ist von Kenelly angegeben worden<sup>8)</sup>.

Sollen zwei Netzstücke für dieselben Knoten A, B, C... bei den beliebigen, unveränderten Spannungen  $V_1, V_2, V_3 \dots$  in Bezug auf das übrige Netz ersetzbar sein, so genügt es, wenn die

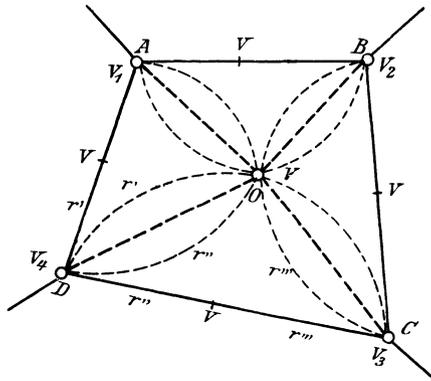


Fig. 153.

Widerstände der beiden Netzstücke zwischen je zwei Knoten A B, A C, B C... gleich sind. Man denke sich nämlich die Strombilder bei Einzelwirkung von  $V_1, V_2$ , aber  $V_3 = V_4 = \dots = 0$ , ferner  $V_2, V_3$ , aber  $V_1 = V_4 = \dots = 0$  u. s. w. vorerst gebildet und dann übereinander gelegt. Für die Dreieck- und Sternform ergibt dies folgendes (Fig. 154 und 155): Die Knoten A und B mögen die Spannungen  $V_1$  und  $V_2$ , der Knoten C die Spannung  $V_3 = 0$  haben. Dann müssen die Widerstände  $c$  und  $(a + b)$  parallel geschaltet den Widerstand  $(\alpha + \beta)$  des Sternes liefern.

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{a + b} = \frac{1}{\alpha + \beta} \quad \text{oder} \quad \alpha + \beta = c \cdot \frac{a + b}{a + b + c} \quad \dots 1)$$

Ebenso muß gelten, wenn zwischen A und C die Spannungen  $V_1$  und  $V_3$  bei  $V_2 = 0$  für beide Widerstandsformen gleich sein

sollen:

$$\alpha + \gamma = b \frac{c + a}{a + b + c} \quad \dots \quad 2)$$

Aus der Differenz von 1) und 2) folgt:

$$\beta - \gamma = a \frac{c - b}{a + b + c} \quad \dots \quad 3)$$

Da aber zwischen C und B bei Wirkung von  $V_3$  und  $V_2$  bei  $V_1 = 0$  gleichfalls gilt:

$$\beta + \gamma = a \frac{b + c}{a + b + c}, \quad \dots \quad 4)$$

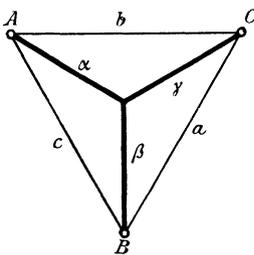


Fig. 154.

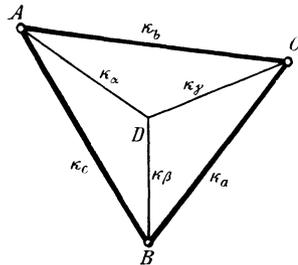


Fig. 155.

so findet sich durch Addition von 3) und 4)

$$\beta = \frac{a c}{a + b + c} \quad \dots \quad \text{II)}$$

Der Schenkelwiderstand ist gleich dem Produkte der Nachbarwiderstände, geteilt durch die Summe der Dreieckwiderstände.

Fürs Gedächtnis mag noch die Formel dienen<sup>9)</sup>

$$\alpha a = \beta b = \gamma c = \frac{a b c}{a + b + c}.$$

Auch die graphische Betrachtung lehrt Gleiches, wenn man sich darauf stützt, daß bei einem Winkel (Fig. 156) die Schenkelwiderstände  $r_1$  und  $r_2$  parallel geschaltet den Mittelstrahl ergeben, wobei die Widerstände in den bezüglichen Seitenmaßstäben abzulesen sind. Nehmen wir jedoch der Übersichtlichkeit wegen an, daß die gegebenen Widerstände des Dreieckes  $a b c$  derartige sind,

daß sie, mit gleichgroßer Einheit gemessen, Längen ergeben, die ein wirkliches Dreieck zeichnen lassen, also die Summe zweier Seiten größer als die dritte ist, so lesen sich alle obigen Betrachtungen aus der Fig. 157 wie folgt heraus: für das erste Stadium  $V_3 = 0$  muß  $c$  mit  $a + b$  parallel geschaltet werden. Wir schlagen also

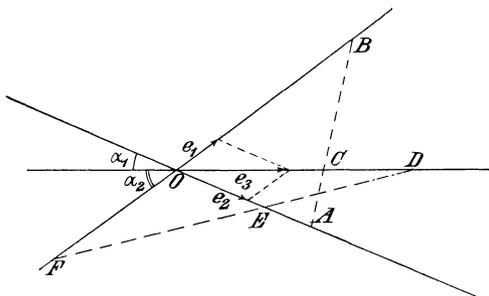


Fig. 156.

die Seite  $a = \overline{BC}$  in die Verlängerung von  $c = \overline{AB}$ , ziehen  $\overline{CC'}$ , halbieren den Winkel bei A und erhalten damit den Schnittpunkt M und durch die Parallele  $\overline{MX}$  zu  $\overline{AC}$  den gesuchten

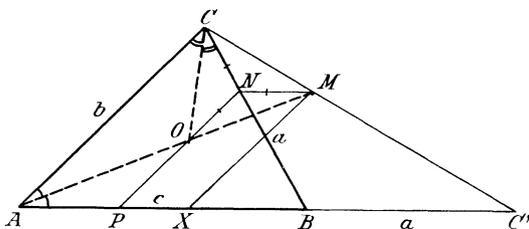


Fig. 157.

Widerstand  $\overline{MX} = \overline{AX}$ . Zieht man  $\overline{MN}$  parallel zu  $\overline{AB}$  bis zum Schnittpunkte N mit  $\overline{BC}$  und  $\overline{NP}$  parallel zu  $\overline{AC}$ , so muß  $\overline{NP}$  die Winkelhalbierende  $\overline{AM}$  im Mittelpunkt O des eingeschriebenen Kreises treffen. Der Konstruktion nach müssen nämlich die Winkel  $\angle NMO$  und  $\angle NOM$ , ferner Winkel  $\angle NMC$  und  $\angle NCM$  gleich sein. Zieht man dann  $\overline{CO}$ , so halbiert die Gerade den Dreieckswinkel bei C. Man sieht also, daß die Seitenparallelen durch den Mittelpunkt des Inkreises die Schenkelwiderstände bestimmen. Um aus einer Stern- auf die äquivalente Dreiecksform

zu kommen, dient die aus II leicht ableitbare Formel

$$k_a = \frac{k_\beta k_\gamma}{k_a + k_\beta + k_\gamma}$$

und analoge Ausdrücke für  $k_b$  und  $k_c$ , wobei die  $k$  die Leitfähigkeiten der beziehlichen Widerstände bedeuten.

### Beispiele zur Transfigurierung.

Es sei das in Fig. 158 dargestellte Netz mit 3 Speisepunkten I, II, III gleicher Spannung und mit 4 Knoten A, B, C, D gegeben, in welchen die Entnahmen  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  und  $J_0$  erfolgen.

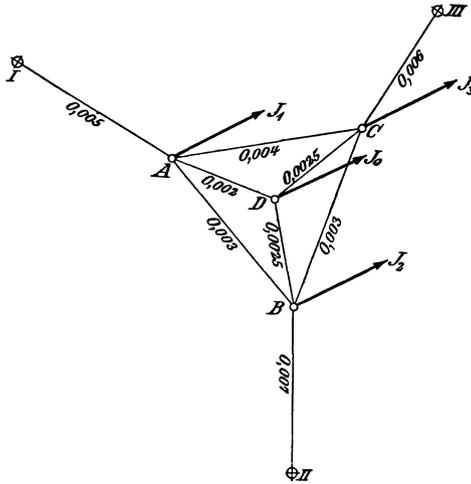


Fig. 158.

Entlasten wir den Knoten D von seiner Last  $J_0$ , indem wir seine Nachbarknoten A, B und C mit den Komponentenströmen

$$J_A = J_0 \cdot \frac{0,00077}{0,002} = 0,385 J_0 :$$

$$J_B = J_0 \cdot \frac{0,00077}{0,0025} = 0,308 J_0$$

und

$$J_C = J_0 \cdot \frac{0,00077}{0,0025} = 0,308 J_0$$

beschweren, wobei der Zähler 0,00077 den Widerstand der Parallelschaltung von  $AD = 0,002$ ,  $BD = 0,0025$  und  $CD = 0,0025$

bedeutet, demnach gleich

$$1 : \left( \frac{1}{0,002} + \frac{1}{0,0025} + \frac{1}{0,0025} \right)$$

ist. Die in den Eckpunkten vereinigten Ströme (Fig. 159) mögen heißen:  $J_1 + J_A = J'$ ;  $J_2 + J_B = J''$  und  $J_3 + J_C = J'''$ .

Der Stern (0,002, 0,0025, 0,0025) in Fig. 158 wird nun durch das Dreieck (0,0065, 0,0065, 0,0081) in Fig. 159 ersetzt, indem

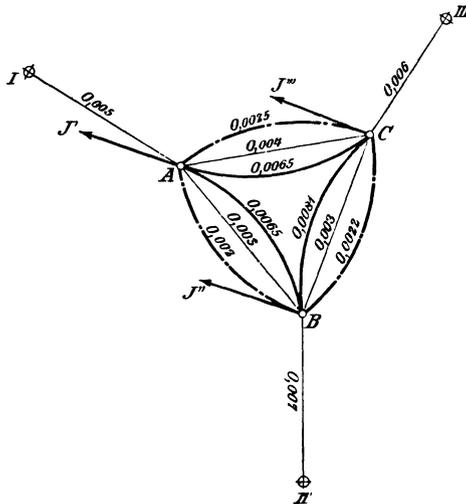


Fig. 159.

seine Seiten

$$\frac{\frac{1}{0,002} + \frac{1}{0,0025} + \frac{1}{0,0025}}{\frac{1}{0,002} \cdot \frac{1}{0,0025}} = 0,0065$$

u. s. w. berechnet werden.

Die parallelen Zweige (0,004, 0,0065), (0,003, 0,0065), (0,004, 0,0081) werden nun durch die äquivalenten 0,0025, 0,002, 0,0022 und das aus diesen neuerdings gebildete Dreieck (0,0025, 0,002, 0,0022) in Fig. 159 durch den Stern 0,0007, 0,0008, 0,0006) in Fig. 160 widerstandstreu ersetzt.

Werfen wir nun den Strom  $J'$  auf die Knoten I und P, ebenso  $J''$  auf II und P und  $J'''$  auf III und P, so erhalten wir für die

Komponenten:

$$J'_I = J' \frac{0,0007}{0,005 + 0,0007} = 0,123 J' ; J'_P = J' - 0,123 J' = 0,877 J'$$

$$J''_{II} = J'' \frac{0,0008}{0,007 + 0,0008} = 0,102 J'' ; J''_P = J'' - 0,102 J'' = 0,892 J''$$

$$J'''_{III} = J''' \frac{0,0006}{0,006 + 0,0006} = 0,09 J''' ; J'''_P = J''' - 0,09 J''' = 0,91 J'''.$$

Und daher:

$$J_P = 0,877 J' + 0,892 J'' + 0,91 J'''.$$

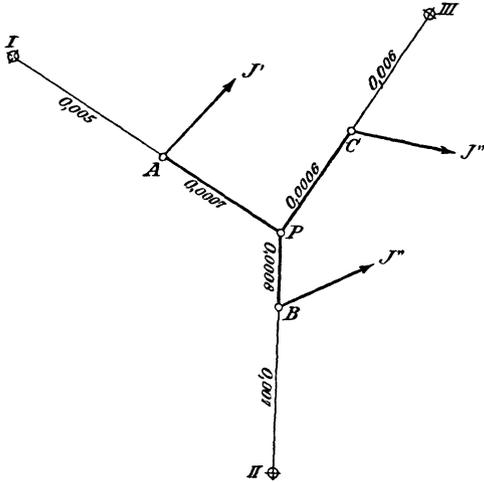


Fig. 160.

Jetzt vermag man die Speisepunkte I, II, III zusammenzulegen, wodurch sich der Ersatzleiter der Parallelschaltung von  $(0,005 + 0,0007)$ ,  $(0,007 + 0,0008)$ ,  $(0,006 + 0,0006)$  zu  $0,0022$  ergibt und die in den Leitern I P, II P und III P fließenden Ströme resultieren:

$$J_P \frac{0,0022}{0,0057} = 0,37 J_P;$$

$$J_P \frac{0,0022}{0,0078} = 0,29 J_P;$$

$$J_P \frac{0,0022}{0,0066} = 0,33 J_P.$$

Die in den Leitern I A, II B, III C fließenden Ströme sind demnach:

$$(0,37 J_P + 0,123 J'), (0,29 J_P + 0,102 J''), (0,33 J_P + 0,09 J''')$$

und wenn man statt  $J'$ ,  $J''$ ,  $J'''$  die Werte

$$J' = J_1 + 0,385 J_0, J'' = J_2 + 0,308 J_0, J''' = J_3 + 0,308 J_0,$$

sowie statt  $J_P = 0,877 J_1 + 0,892 J_2 + 0,910 J_3 + 0,893 J_0$

substituiert, erhält man für die gesuchten Ströme:

$$J_{IA} = 0,447 J_1 + 0,330 J_2 + 0,337 J_3 + 0,337 J_0$$

$$J_{IIB} = 0,254 J_1 + 0,359 J_2 + 0,264 J_3 + 0,290 J_0$$

$$J_{IIIC} = J_1 + J_2 + J_3 + J_0 - J_{IA} - J_{IIB}$$

in Abhängigkeit von den veränderlichen Belastungen  $J_0$ ,  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ . Selbstverständlich kann man diesen einmaligen Rechnungsgang durch die Superposition von vier Einzelwirkungen ersetzen, wie ja auch die Ausdrücke deutlich zeigen<sup>10)</sup>.

Es sei hier hervorgehoben, daß die Leiterströme als lineare Ausdrücke der Belastungen erscheinen, sodaß man die in der Praxis so wichtigen Fragen des Belastungsbildes bei Löschung von Lampen oder allgemeiner bei veränderlicher Last nach Stärke und Ort vollkommen beantworten kann. Rechnet man die Spannungswerte einzelner Knoten als Funktion der Lasten aus, so ergibt sich darnach ebenfalls eine lineare Funktion der Entnahmen, wie wir schon nach dem Prinzip der Superposition voraussehen konnten.

Als Beispiel für die Anwendung der Transfiguration auf ein größeres Netz geben wir das Wechselstrom-Primärnetz der Stadt Cöln (Fig. 161). Die den Leitungssträngen beige-schriebenen Zahlen bedeuten die Längen der betreffenden Leiter in m, beziehungsweise ihre Querschnitte in mm<sup>2</sup>. Die den Pfeilen beige-setzten Zahlen geben die Primärstromstärken der in den betreffenden Punkten als Stromabnehmer wirkenden Transformatoren, bzw. Transformatorgruppen an. Im Interesse der deutlicheren Darstellung und einfacheren Rechnung sind hierbei die sämtlichen kleineren Stromabnahmen eines Kabelstückes zu einer einzigen resultierenden Stromabnahme zusammengefaßt, welche im Schwerpunkte des Kabelstückes angreift. Diese Abnahmen sind sodann nach dem Komponentensatz auf die Knotenpunkte verlegt, sodaß wir zur



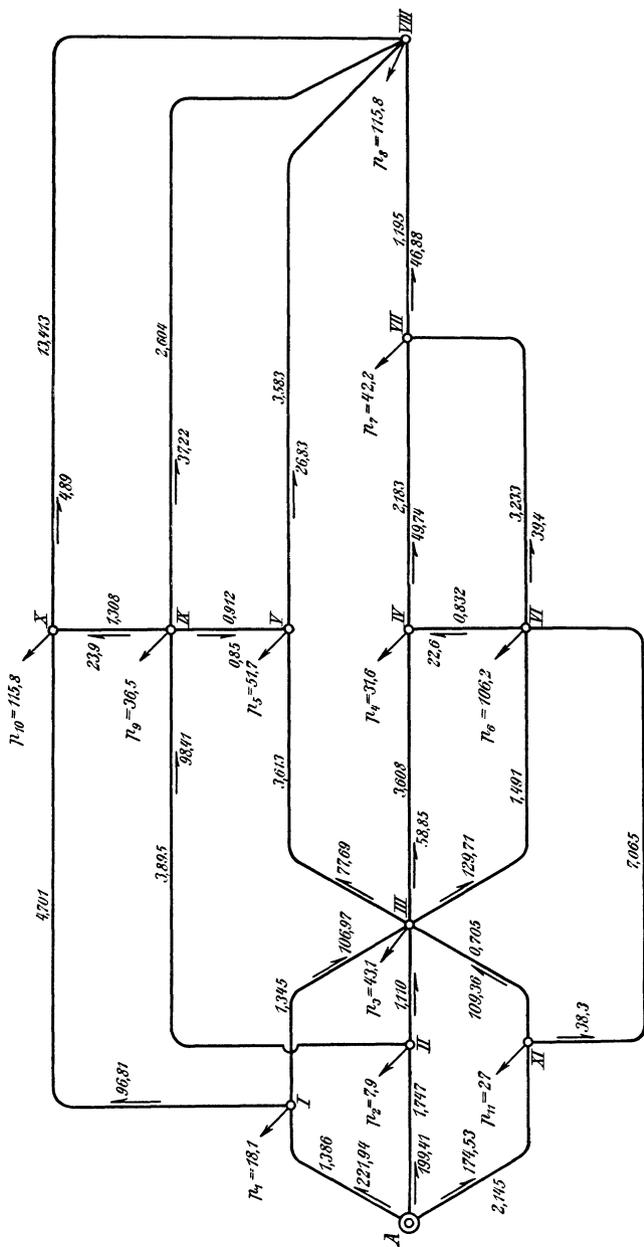


Fig. 162.

Durchführung der Transfiguration Fig. 162 benützen, in welcher nur die Knoten belastet erscheinen. Die den Leitern beigefügten Zahlen bedeuten, bis auf einen konstanten Faktor, Widerstände; es sind die Quotienten aus Länge und Querschnitt.

Die Grundsätze der Transfiguration nach den Darlegungen des I. Bandes und der in diesem Abschnitt gegebenen Zusammenfassung als bekannt voraussetzend, geben wir im nachstehenden, auch mit Rücksicht auf einen ungestörten Überblick, die einzelnen Schritte der Transfiguration und die zugehörigen Rechnungen in einer übersichtlichen Zusammenstellung. In einem zweiten Teile der Rechnung folgt sodann die Bestimmung der Stromverteilung, wobei aus den den einzelnen Schritten vorangestellten Schlagworten deutlich zu erkennen ist, wie bei der Stromberechnung die Stufen der Transfiguration in engem Anschluß an die physikalische Vorstellung in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen werden. Vorhandene Differenzen in den Dezimalstellen der Stromzahlen haben wir nicht beseitigt, um ohne Zwang den Grad der erreichten Genauigkeit erkennen zu lassen.

Die Vorgänge der Rechnungen sind in den Figuren 163 bis 166 veranschaulicht.

#### a) Transfiguration des Netzes.

Zu Fig. 164.

Dreieck VIII IX X transfiguriert in Stern a.

$$\begin{aligned} a X &= \frac{13,413 \cdot 1,308}{13,413 + 1,308 + 2,604} = \frac{17,544}{17,325} = 1,013 \\ a IX &= \frac{1,308 \cdot 2,604}{17,325} = \frac{3,406}{17,325} = 0,197 \\ a VIII &= \frac{2,604 \cdot 13,413}{17,325} = \frac{34,927}{17,325} = 2,016. \end{aligned}$$

Abnahme in X (115,8) zerlegt in I (20,53) und in a (95,27).

$$\begin{aligned} 115,8 \cdot \frac{1,013}{4,701 + 1,013} &= 20,53 \\ 115,8 - 20,53 &= 95,27. \end{aligned}$$

Dreieck IV VI VII transfiguriert in Stern b.

$$\begin{aligned} b IV &= \frac{0,832 \cdot 2,183}{0,832 + 2,183 + 3,233} = \frac{0,832 \cdot 2,183}{6,248} = 0,291 \\ b VI &= \frac{0,832 \cdot 3,233}{6,248} = 0,431 \\ b VII &= \frac{3,233 \cdot 2,183}{6,248} = 1,13. \end{aligned}$$



Abnahme in VII (42,2) zerlegt in b (21,69) und in VIII (20,51).

$$42,2 \cdot \frac{1,195}{2,325} = 21,69$$

$$42,2 - 21,69 = 20,51.$$

Abnahme in IV (31,6) zerlegt in III (2,36) und in b (29,24).

$$31,6 \cdot \frac{0,291}{3,899} = 2,36$$

$$31,6 - 2,36 = 29,24.$$

Dreieck III VI b transfiguriert in Stern c.

$$c \text{ III} = \frac{3,899 \cdot 1,491}{5,821} = 0,999$$

$$c \text{ VI} = \frac{1,491 \cdot 0,431}{5,821} = 0,110$$

$$c \text{ b} = \frac{0,431 \cdot 3,899}{5,821} = 0,289.$$

Abnahme b (50,93) zerlegt in c (45,3) und in VIII (5,63).

$$50,93 \cdot \frac{2,325}{2,614} = 45,3$$

$$50,93 - 45,3 = 5,63.$$

Abnahme VI (106,2) zerlegt in XI (1,63) und in c (104,57).

$$106,2 \cdot \frac{0,11}{7,175} = 1,63$$

$$106,2 - 1,63 = 104,57.$$

Dreieck III XI c transfiguriert in Stern d.

$$d \text{ III} = \frac{0,705 \cdot 0,999}{8,879} = 0,079$$

$$d \text{ XI} = \frac{0,705 \cdot 7,175}{8,879} = 0,570$$

$$d \text{ c} = \frac{0,999 \cdot 7,175}{8,879} = 0,807.$$

Abnahme c (149,87) zerlegt in d (114,52) und in VIII (35,35).

$$149,87 \cdot \frac{2,614}{3,421} = 114,52$$

$$149,87 - 114,52 = 35,35.$$

Abnahme XI (28,63) zerlegt in d (22,62) und in A (6,01).

$$28,63 \cdot \frac{2,145}{2,715} = 22,62$$

$$28,63 - 22,62 = 6,01.$$

Zu Fig. 164.

Stern VIII transfiguriert in Dreieck a V d.

$$a V = \frac{\frac{1}{2,016} + \frac{1}{3,583} + \frac{1}{3,421}}{\frac{1}{2,016} \cdot \frac{1}{3,583}}$$

$$= \frac{1,067}{0,496 \cdot 0,279} = 7,710$$

$$a d = \frac{1,067}{0,496 \cdot 0,2923} = 7,361$$

$$V d = \frac{1,067}{0,279 \cdot 0,2923} = 13,083.$$

Abnahme VIII (177,29) zerlegt in a (82,39), V (46,36) und d (48,55).

$$i_a = \frac{177,29}{1,067} \cdot \frac{1}{2,016} = 82,39$$

$$i_V = \frac{177,29}{1,067} \cdot \frac{1}{3,583} = 46,36$$

$$i_d = \frac{177,29}{1,067} \cdot \frac{1}{3,421} = 48,55.$$

Dreieck a IX V transfiguriert in Stern e.

$$e a = \frac{0,197 \cdot 7,710}{8,819} = 0,172$$

$$e IX = \frac{0,197 \cdot 0,912}{8,819} = 0,0204$$

$$e V = \frac{7,710 \cdot 0,912}{8,819} = 0,797.$$

Dreieck III V d transfiguriert in Stern f.

$$f III = \frac{0,079 \cdot 3,613}{16,775} = 0,017$$

$$f V = \frac{3,613 \cdot 13,083}{16,775} = 2,818$$

$$f d = \frac{13,083 \cdot 0,079}{16,775} = 0,0616.$$

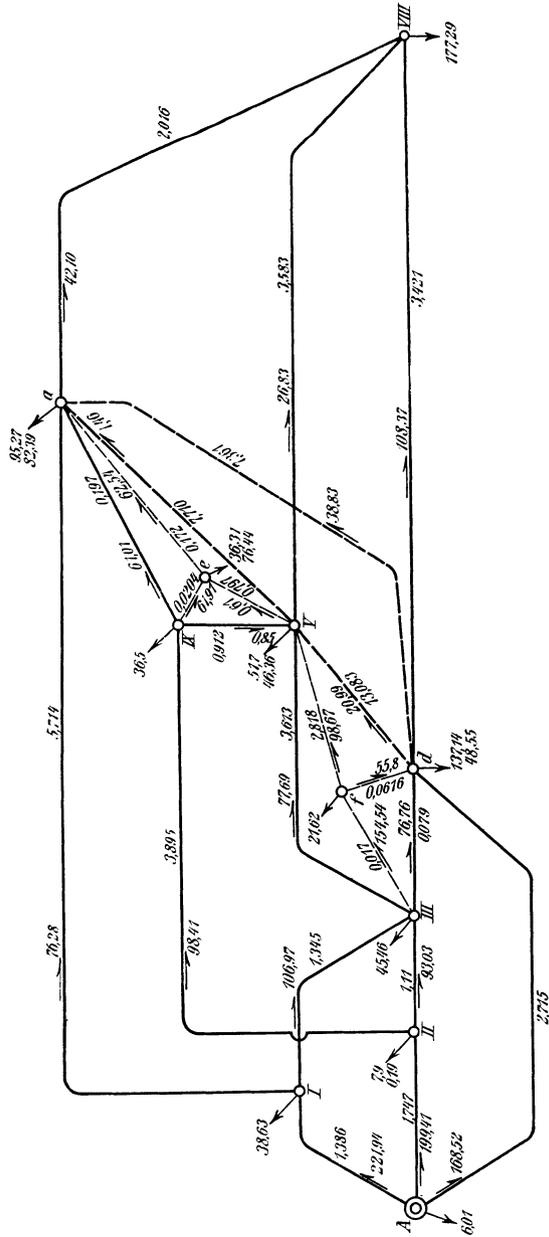


Fig. 164.

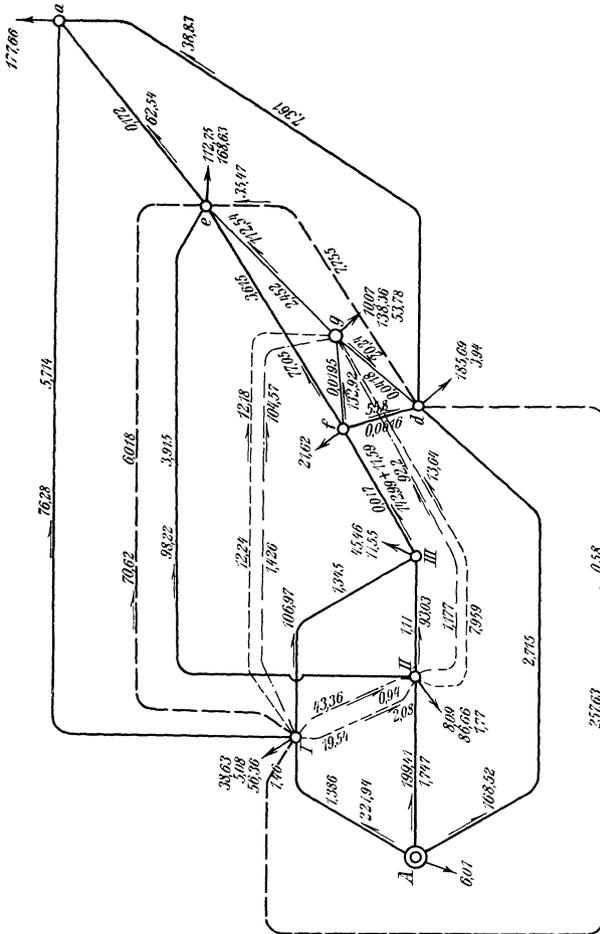


Fig. 165.

Abnahme IX (36,5) zerlegt in II (0,19) und in e (36,31).

$$36,5 \cdot \frac{0,0204}{3,915} = 0,19$$

$$36,5 - 0,19 = 36,31.$$

Abnahme V (98,06) zerlegt in f (21,62) und in e (76,44).

$$98,06 \cdot \frac{0,797}{3,615} = 21,62$$

$$98,06 - 21,62 = 76,44.$$

Zu Fig. 165.

Stern a transfiguriert in Dreieck I e d.

$$I e = \frac{6,125}{0,175 \cdot 5,814} = 6,018$$

$$e d = \frac{6,125}{5,814 \cdot 0,136} = 7,755$$

$$d I = \frac{6,125}{0,136 \cdot 0,175} = 257,63.$$

Abnahme a (177,66) zerlegt in I (5,08), e (168,63) und d (3,94).

$$i_I = \frac{177,66}{6,125} \cdot \frac{1}{5,714} = 5,08$$

$$i_e = \frac{177,66}{6,125} \cdot \frac{1}{0,172} = 168,63$$

$$i_d = \frac{177,66}{6,125} \cdot \frac{1}{7,361} = 3,94.$$

Dreieck d e f transfiguriert in Stern g.

$$g d = \frac{0,0616 \cdot 7,755}{11,432} = 0,0418$$

$$g e = \frac{7,755 \cdot 3,615}{11,432} = 2,452$$

$$g f = \frac{3,615 \cdot 0,0616}{11,432} = 0,0195.$$

Abnahme f (21,62) zerlegt in g (10,07) und in III (11,55).

$$21,62 \cdot \frac{0,017}{0,0365} = 10,07$$

$$21,62 - 10,07 = 11,55.$$

Stern e transfiguriert in Dreieck I II g.

$$I II = \frac{0,829}{0,166 \cdot 0,255} = 19,54$$

$$II g = \frac{0,829}{0,255 \cdot 0,408} = 7,959$$

$$g I = \frac{0,829}{0,408 \cdot 0,166} = 12,24 .$$

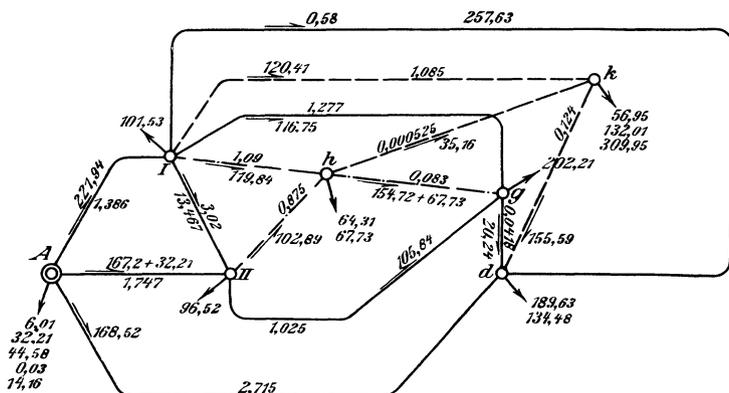


Fig. 166.

Abnahme e (281,38) zerlegt in I (56,36), II (86,66) und g (138,36).

$$i_I = \frac{281,38}{0,829} \cdot \frac{1}{6,018} = 56,36$$

$$i_{II} = \frac{281,38}{0,829} \cdot \frac{1}{3,915} = 86,66$$

$$i_g = \frac{281,38}{0,829} \cdot \frac{1}{2,452} = 138,36 .$$

Stern III transfiguriert in Dreieck I II g.

$$I II = \frac{29,042}{0,744 \cdot 0,901} = 43,36$$

$$II g = \frac{29,042}{0,901 \cdot 27,397} = 1,177$$

$$g I = \frac{29,042}{27,397 \cdot 0,744} = 1,426 .$$

Abnahme III (57,01) zerlegt in I (1,46), II (1,77) und g (53,78).

$$i_I = \frac{57,01}{29,042} \cdot 0,744 = 1,46$$

$$i_{II} = \frac{57,01}{29,042} \cdot 0,901 = 1,77$$

$$i_g = \frac{57,01}{29,042} \cdot 27,397 = 53,78.$$

Zu Fig. 166.

Parallele Zweige des Dreiecks I II g durch äquivalente Leiter ersetzt.

$$I II = \frac{19,54 \cdot 43,36}{19,54 + 43,36} = 13,467$$

$$II g = \frac{7,959 \cdot 1,177}{9,136} = 1,025$$

$$g I = \frac{1,426 \cdot 12,24}{13,666} = 1,277.$$

Äquivalentes Dreieck I II g transfiguriert in Stern h.

$$h I = \frac{13,467 \cdot 1,277}{15,769} = 1,09$$

$$h II = \frac{13,467 \cdot 1,025}{15,769} = 0,875$$

$$h g = \frac{1,277 \cdot 1,025}{15,769} = 0,083.$$

Abnahme II (96,52) zerlegt in A (32,21) und in h (64,31).

$$96,52 \cdot \frac{0,875}{2,622} = 32,21$$

$$96,52 - 32,21 = 64,31.$$

Abnahme in g (202,21) zerlegt in d (134,48) und in h (67,73).

$$202,21 \cdot \frac{0,083}{0,1248} = 134,48$$

$$202,21 - 134,48 = 67,73.$$

Dreieck h I d transfig. in Stern k.

$$k h = \frac{1,09 \cdot 0,1248}{258,84} = 0,000525$$

$$k I = \frac{1,09 \cdot 257,63}{258,84} = 1,085$$

$$k d = \frac{0,1248 \cdot 257,63}{258,84} = 0,124$$

Abnahme I (101,53) zerlegt in A (44,58) und in k (56,95).

$$101,53 \cdot \frac{1,085}{2,471} = 44,58$$

$$101,53 - 44,58 = 56,95.$$

Abnahme h (132,04) zerlegt in A (0,03) und in k (132,01).

$$132,04 \cdot \frac{0,000525}{2,6225} = 0,03$$

$$132,04 - 0,03 = 132,01.$$

Abnahme d (324,11) zerlegt in A (14,16) und in k (309,95).

$$324,11 \cdot \frac{0,124}{3,839} = 14,16$$

$$324,11 - 14,16 = 309,95.$$

Probe:

Summe der Abnahmen in k . . . . .	498,91
- - - - - A . . . . .	96,99
	595,9,

übereinstimmend mit der Summe der Knotenbelastungen im Ausgangsbilde Fig. 162.

**b) Berechnung der Stromverteilung.**

Zu Fig. 166.

Ströme in den drei zwischen A und k parallel geschalteten Leitern

$$i_1 + i_2 + i_3 = 498,91$$

$$i_1 \cdot 2,471 = i_2 \cdot 2,6225$$

$$i_2 \cdot 2,6225 = i_3 \cdot 2,839$$

Daraus  $i_1 = 177,36$ ,  $i_2 = 167,17$ ,  $i_3 = 154,36$ .

Einführung des Knotens d.

$$i_{Ad} = 154,36 + 14,16 = 168,52$$

$$i_{dk} = 154,36 - 309,95 = -155,59.$$

Einführung des Knotens h.

$$i_{Ah} = 167,17 + 0,03 = 167,2$$

$$i_{hk} = 167,17 - 132,01 = 35,16.$$

Einführung des Knotens I.

$$i_{AI} = 177,36 + 44,58 = 221,94$$

$$i_{Ik} = 177,36 - 56,95 = 120,41.$$

Ströme des Sternes k umgewandelt in die des Dreiecks h I d.

$$i_{Ih} = \frac{120,41 \cdot 1,085 - 35,16 \cdot 0,000525}{1,09} = 119,84$$

$$i_{Id} = \frac{120,41 \cdot 1,085 + 155,59 \cdot 0,124}{257,63} = 0,58$$

$$i_{hd} = \frac{35,16 \cdot 0,000525 + 155,59 \cdot 0,124}{0,1248} = 154,72.$$

Einführung des Knotens g.

$$i_{hg} = 154,72 + 67,73 = 222,45$$

$$i_{gd} = 154,72 - 134,48 = 20,24.$$

Einführung des Knotens II.

$$i_{AII} = 167,20 + 32,21 = 199,41$$

$$i_{IIh} = 167,20 - 64,31 = 102,89.$$

Ströme des Sternes h umgewandelt in die des Dreiecks I II g.

$$i_{Ig} = \frac{119,84 \cdot 1,09 + 222,45 \cdot 0,083}{1,277} = 116,75$$

$$i_{IIg} = \frac{102,89 \cdot 0,875 + 222,45 \cdot 0,083}{1,025} = 105,84$$

$$i_{I II} = \frac{119,84 \cdot 1,09 - 102,89 \cdot 0,875}{13,467} = 3,02$$

Zu Fig. 165.

Zerlegung der Ströme des Dreiecks I II g in die der parallel geschalteten Zweige.

$$116,75 \cdot \frac{1,426}{13,666} = 12,18 \quad 116,75 - 12,18 = 104,57$$

$$105,84 \cdot \frac{1,177}{9,136} = 13,64 \quad 105,84 - 13,64 = 92,2$$

$$3,02 \cdot \frac{43,36}{62,90} = 2,08 \quad 3,02 - 2,08 = 0,94.$$

Ströme des (inneren) Dreiecks I II g umgewandelt in die Ströme des Sternes III.

$$i_{I III} = 104,57 + 0,94 + 1,46 = 106,97$$

$$i_{IIIg} = 104,57 + 92,2 - 53,78 = 142,99$$

$$i_{III II} = 92,2 - 0,94 + 1,77 = 93,03.$$

Belastung im Knoten III 57,01.

Ströme des (äußeren) Dreiecks IIIg umgewandelt in die des Sternes e.

$$\begin{aligned} i_{Ie} &= 12,18 + 2,08 + 56,36 = 70,62 \\ i_{ge} &= 12,18 + 13,64 - 138,36 = -112,54 \\ i_{IIe} &= 13,64 - 2,08 + 86,66 = 98,22. \end{aligned}$$

Belastung im Knoten e 281,38.

Einführung des Knotens f.

$$\begin{aligned} i_{III f} &= 142,99 + 11,55 = 154,54 \\ i_{fg} &= 142,99 - 10,07 = 132,92. \end{aligned}$$

Ströme des Sternes g umgewandelt in die des Dreiecks def.

$$\begin{aligned} i_{de} &= \frac{112,54 \cdot 2,452 - 20,24 \cdot 0,0418}{7,755} = 35,47 \\ i_{fd} &= \frac{132,92 \cdot 0,0195 + 20,24 \cdot 0,0418}{0,0616} = 55,8 \\ i_{fe} &= \frac{132,92 \cdot 0,0195 + 112,54 \cdot 2,452}{3,615} = 77,05. \end{aligned}$$

Ströme des Dreiecks Ide umgewandelt in die des Sternes a.

$$\begin{aligned} i_{Ia} &= 70,62 + 0,58 + 5,08 = 76,28 \\ i_{da} &= 35,47 - 0,58 + 3,94 = 38,83 \\ i_{ea} &= 70,62 + 35,47 - 168,63 = -62,54. \end{aligned}$$

Belastung im Knoten a 177,65.

Zu Fig. 165.

Einführung des Knotens V.

$$\begin{aligned} i_{fV} &= 77,05 + 21,62 = 98,67 \\ i_{Ve} &= 77,05 - 76,44 = 0,61. \end{aligned}$$

Einführung des Knotens IX.

$$\begin{aligned} i_{IIIX} &= 98,22 + 0,19 = 98,41, \\ i_{IXe} &= 98,22 - 36,31 = 61,91. \end{aligned}$$

Ströme des Sternes f umgewandelt in die des Dreiecks III V d.

$$\begin{aligned} i_{III V} &= \frac{154,54 \cdot 0,017 + 98,67 \cdot 2,818}{3,613} = 77,69 \\ i_{III d} &= \frac{154,54 \cdot 0,017 + 55,8 \cdot 0,0616}{0,079} = 76,76 \\ i_{dV} &= \frac{98,67 \cdot 2,818 - 55,8 \cdot 0,0616}{13,083} = 20,99. \end{aligned}$$

Ströme des Sternes e umgewandelt in die des Dreiecks a IX V.

$$i_{IXa} = \frac{61,91 \cdot 0,0204 + 62,54 \cdot 0,172}{0,197} = 61,01$$

$$i_{Va} = \frac{0,61 \cdot 0,797 + 62,54 \cdot 0,172}{7,71} = 1,46$$

$$i_{IXV} = \frac{61,91 \cdot 0,0204 - 0,61 \cdot 0,797}{0,912} = 0,85.$$

Ströme des Dreiecks a V d umgewandelt in die des Sternes VIII.

$$i_{aVIII} = 1,46 + 38,83 - 82,39 = -42,10$$

$$i_{V VIII} = 1,46 - 20,99 + 46,36 = 26,83$$

$$i_{d VIII} = 38,83 + 20,99 + 48,55 = 108,37.$$

Belastung im Knoten VIII 177,30.

Zu Fig. 163.

Einführung des Knotens XI.

$$i_{AXI} = 168,52 + 6,01 = 174,53$$

$$i_{XI d} = 168,52 - 22,62 = 145,9.$$

Einführung des Knotens c.

$$i_{dc} = 108,37 + 114,52 = 222,89$$

$$i_{c VIII} = 108,37 - 35,35 = 73,02.$$

Ströme des Sternes d umgewandelt in die des Dreiecks III XI c.

$$i_{IIIc} = \frac{76,76 \cdot 0,079 + 222,89 \cdot 0,807}{0,999} = 186,12$$

$$i_{XIc} = \frac{145,9 \cdot 0,57 + 222,89 \cdot 0,807}{7,175} = 36,67$$

$$i_{XI III} = \frac{76,76 \cdot 0,079 - 145,9 \cdot 0,57}{0,705} = -109,36.$$

Einführung des Knotens VI.

$$i_{XIVI} = 36,67 + 1,63 = 38,3$$

$$i_{VIc} = 36,67 - 104,57 = -67,9.$$

Einführung des Knotens b.

$$i_{cb} = 73,02 + 45,3 = 118,32$$

$$i_{b VIII} = 73,02 - 5,63 = 67,39.$$

Ströme des Sternes c umgewandelt in die des Dreiecks III VI b.

$$i_{III\ b} = \frac{186,12 \cdot 0,999 + 118,32 \cdot 0,289}{3,899} = 56,49$$

$$i_{III\ VI} = \frac{186,12 \cdot 0,999 + 67,9 \cdot 0,11}{1,491} = 129,71$$

$$i_{VI\ b} = \frac{118,32 \cdot 0,289 - 67,9 \cdot 0,11}{0,431} = 62,02.$$

Einführung des Knotens IV.

$$i_{III\ IV} = 56,49 + 2,36 = 58,85$$

$$i_{IV\ b} = 56,49 - 29,24 = 27,25.$$

Einführung des Knotens VII.

$$i_{b\ VII} = 67,39 + 21,69 = 89,08$$

$$i_{VII\ VIII} = 67,39 - 20,51 = 46,88.$$

Ströme des Sternes b umgewandelt in die des Dreiecks IV VI VII.

$$i_{VI\ VII} = \frac{62,02 \cdot 0,431 + 89,08 \cdot 1,13}{3,233} = 39,40$$

$$i_{IV\ VII} = \frac{27,25 \cdot 0,291 + 89,08 \cdot 1,13}{2,183} = 49,74$$

$$i_{VI\ IV} = \frac{27,25 \cdot 0,291 - 62,02 \cdot 0,431}{0,832} = -22,60.$$

Einführung des Knotens X.

$$i_{IX} = 76,28 + 20,53 = 96,81$$

$$i_{X\ a} = 76,28 - 95,27 = -18,99.$$

Ströme des Sternes a umgewandelt in die des Dreiecks VIII IX X.

$$i_{IX\ X} = \frac{61,01 \cdot 0,197 + 18,99 \cdot 1,013}{1,308} = 23,9$$

$$i_{IX\ VIII} = \frac{61,01 \cdot 0,197 + 42,10 \cdot 2,016}{2,604} = 37,22$$

$$i_{X\ VIII} = \frac{18,99 \cdot 1,013 - 42,10 \cdot 2,016}{13,413} = -4,89.$$

### 3. Vierecks-Transfigurierung.

Die bisherigen Betrachtungen haben sich nur auf ohmsche Widerstände bezogen. Sie gelten jedoch dem Wortlaute nach auch für induktive Widerstände, soferne man die Werte der letzteren als Richtungszahlen (oder komplexe Zahlen) und die Operationen des Addierens etc. im erweiterten Sinne auffaßt. So z. B. würde das Gesetz der Superposition unverändert bleiben, soferne man die Zusammensetzung wie bei Kräften in der Mechanik verstünde. Es ist das große Verdienst von Ch. P. Steinmetz, diese Gebiete in die praktische Elektrotechnik eingeführt zu haben.

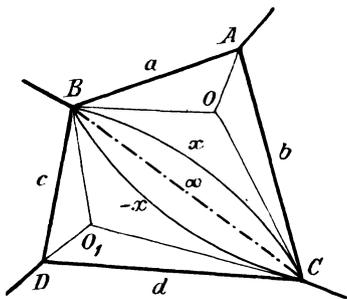


Fig. 167.

Es gelten nach Vorhergehendem also die Transfigurationsgesetze auch für Widerstände mit negativen Zeichen (wohin auch die graphische Lösung Fig. 156, S. 279 hinweist, indem der Mittelstrahl den Nebenwinkel zwischen  $r_1$  und  $r_2$  teilt. Vgl. I, S. 114).

Dies vorausgeschickt, läßt sich die Frage der Transfigurierung des einfachen Viereckes durch Einfügung einer Hilfsdiagonale auf die Dreiecks-Transfigurierung zurückführen. Fig. 167 stellt ein Viereck dar mit den Eckspannungen A, B, C, D und den Widerständen a, b, c, d. Die nachträglich eingefügte Diagonale  $\overline{BC}$  von unendlich großem Widerstande kann durch zwei parallel geschaltete Widerstände  $x$  und  $-x$  ersetzt werden, denn es ist  $\frac{1}{\infty} = \frac{1}{x} + \frac{1}{-x}$ . Dadurch zerfällt das Viereck in die beiden Dreiecke a, b, x und c, d,  $-x$ , welche in die Sterne O und  $O_1$  transfigurierbar sind.

Die Spannungen in den Punkten  $O$  und  $O_1$  sind von der Wahl des Widerstandes  $x$  abhängig, und zwar betragen diese Spannungen

$$O = \frac{Ax + Bb + Ca}{x + b + a} \quad \text{und} \quad O_1 = \frac{D(-x) + Bd + Cc}{-x + c + d}.$$

Wenn die Werte  $O$  und  $O_1$  einander gleich gesetzt werden, so können diese Punkte zusammenfallen und es wird aus dem Vierecke tatsächlich der gewünschte Stern entstehen, aber zugleich ergibt sich ein ganz bestimmtes  $x$  in Abhängigkeit von den Eckspannungen, was bei der unbeschränkten Transfigurierung ausgeschlossen sein soll. In diesem Sinne ist daher diese Transfigurierung unmöglich.

#### 4. Gleichungsmethoden.

Die Aufgabe, Strom und Spannungsverteilung in geschlossenen Netzen durch Auflösung von Gleichungen, entweder nach der Strom- oder nach der Spannungsmethode zu ermitteln, haben wir bereits im ersten Band eingehend erörtert. Es erübrigt nur bezüglich der Strommethode folgenden Satz hinzuzufügen:

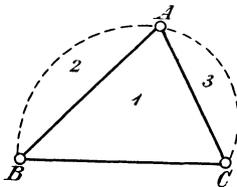


Fig. 168.

Die Zahl der Schnitte ist gleich der Zahl der Maschen plus der um Eins verminderten Zahl der Speisepunkte.

Beweis: Jedes Netz mit mehreren Stromzuführungen kann durch Hilfsleiter in ein Netz mit nur einem Speisepunkt verwandelt werden, indem die verschiedenen Speisepunkte  $N$  von einem einzigen aus durch  $N - 1$  Leiter verbunden gedacht werden. (I, 3. Kap.) Dadurch entstehen  $N - 1$  Hilfsmaschen zu den gegebenen  $n$  Maschen. Daher die Zahl der Schnitte  $n + N - 1$ . So ist z. B. in Fig. 168 die Zahl der Speisepunkte  $N = 3$ , die Zahl der gegebenen Maschen  $n = 1$ , also die Zahl der erforderlichen Schnitte  $1 + 3 - 1 = 3$ .

Wir geben im Nachstehenden als Beispiel für die Berechnung eines Netzes nach der Strommethode das bereits nach der Transfigurationsmethode S. 283 behandelte Leitungsnetz von Köln. Zu dem Zweck gehen wir von jenem Netzbild aus (Fig. 169), in welchem nach Berechnung der auf die Leiterenden entfallenden Komponentenströme nur die Knoten I bis XI mit den Abnahmen  $p_1$  bis  $p_{11}$  belastet sind, und wollen diese allgemeine Bezeichnung aus einem später zu erläuternden Grunde beibehalten.

Da das vorliegende Netz aus zehn geschlossenen Maschen besteht, so haben wir nach der Strommethode, wenn wir von weiteren Hilfsmitteln absehen, zur Berechnung der Stromverteilung zehn lineare Gleichungen mit zehn Unbekannten auszuwerten. Die Gleichungen ergeben sich nach der Maschen- oder Schnittmethode, indem wir für jede der zehn Maschen die stets zu erfüllende Bedingung ausdrücken, daß das Spannungsgefälle zwischen zwei Punkten jeder Masche für zwei entgegengesetzt gerichtete Stromwege gleich sein muß. Danach erhalten wir folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} & \frac{132 + 110}{185} x_4 + \frac{132 + 180,5}{120} x_1 = \\ & \frac{380,2 + 591,9 + 90 + 293,2 + 254,2}{120} (p_8 - x_1 - x_2 - x_3) \quad . \quad 1) \\ & \frac{44 + 124,7}{185} (p_9 + x_1 - x_4 - x_5) + \frac{132 + 180,5}{120} x_1 = \frac{123,7 + 279,3}{120} x_2 \quad 2) \\ & (301,8 + 131,8) (p_5 + p_9 + x_1 + x_2 - x_4 - x_5) + (123,7 + 279,3) x_2 = \\ & (223 + 210) (p_4 + x_6 + x_7) + (167 + 95) x_6 + 143,4 x_3 \quad . \quad 3) \\ & \frac{167 + 95}{120} x_6 = \frac{108,4 + 45,6}{185} x_7 + \frac{243 + 145}{120} (p_7 + x_3 - x_6) \quad 4) \\ & \frac{223 + 210}{120} (p_4 + x_6 + x_7) + \frac{108,4 + 45,6}{185} x_7 = \\ & \frac{170,98 + 104,9}{185} (p_6 + p_7 + x_3 - x_6 - x_7 - x_8) \quad . \quad . \quad 5) \\ & \frac{95 + 60}{220} x_9 + \frac{170,98 + 104,9}{185} (p_6 + p_7 + x_3 - x_6 - x_7 - x_8) = \\ & \left( \frac{320,34 + 335,06 + 104}{120} + \frac{44 + 44,4}{185} \right) x_8 \quad . \quad . \quad 6) \\ & 384,3 (p_2 + x_5 + x_{10}) + 244,3 x_{10} = \\ & (213,3 + 258,6) (p_{11} + x_8 + x_9) + (95 + 60) x_9 \quad . \quad . \quad 7) \end{aligned}$$

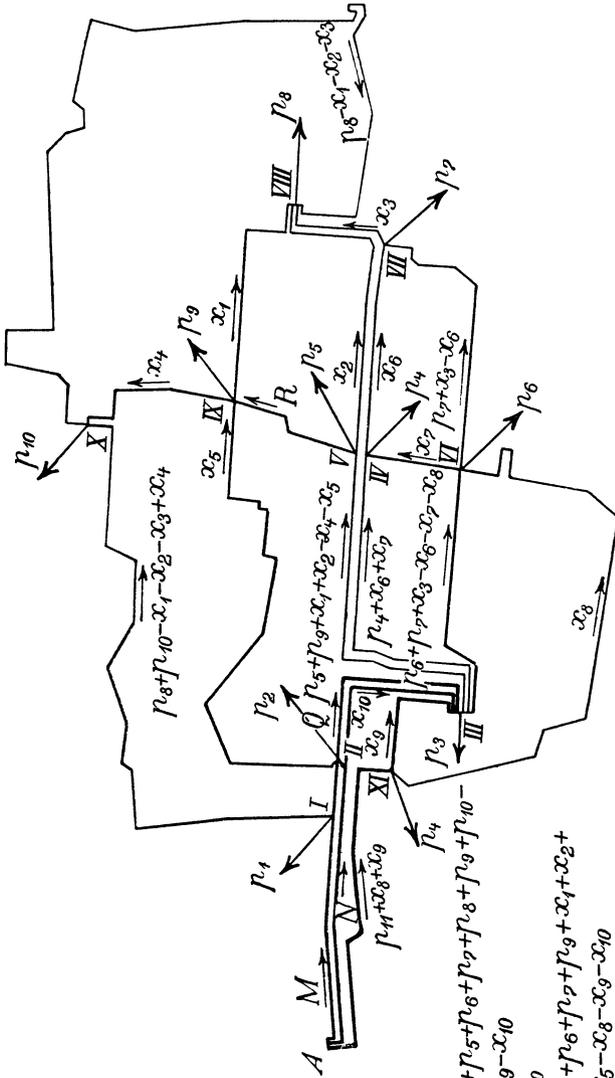


Fig. 169.

$$\begin{aligned}
 M &= p_4 + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{18} + p_{19} + p_{10} - \\
 &\quad - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10} \\
 N &= p_2 + x_5 + x_{10} \\
 Q &= p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_9 + x_1 + x_2 + \\
 &\quad + x_3 - x_4 - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10} \\
 R &= p_9 + x_1 - x_4 - x_5
 \end{aligned}$$

$$304,85(p_1 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10}) + (134 + 162)(p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_9 + x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10}) = 384,3(p_2 + x_5 + x_{10}) + 244,3 x_{10} \quad . \quad 8)$$

$$\frac{115,3 + 541,05 + 213,4}{185}(p_8 + p_{10} - x_1 - x_2 - x_3 + x_4) + \frac{132 + 110}{185} x_4 = \frac{134 + 162}{220}(p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_9 + x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10}) + \frac{301,8 + 131,8}{120}(p_5 + p_9 + x_1 + x_2 - x_4 - x_5) + \frac{44 + 124,7}{185}(p_9 + x_1 - x_4 - x_5) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

$$\frac{304,85}{220}(p_1 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} - x_5 - x_8 - x_9 - x_{10}) + \frac{115,3 + 541,05 + 213,4}{185}(p_8 + p_{10} - x_1 - x_2 - x_3 + x_4) + \frac{132 + 110}{185} x_4 = \frac{384,3}{220}(p_2 + x_5 + x_{10}) + \frac{435,3 + 285,25}{185} x_5 \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Aus den vorstehenden Gleichungen erhalten wir unter Zugrundelegung des Stromschemas (Fig. 170) die Werte sämtlicher Leiterströme des Netzes, ausgedrückt als Funktionen der Knotenpunktsbelastungen. So ergibt sich z. B. für den Strom im Leiter XI VI, wenn wir die Richtung von XI nach VI als positiv bezeichnen, der Ausdruck:

$$\text{Strom XI VI} = 0,0153 p_1 + 0,0188 p_2 + 0,0225 p_3 + 0,1106 p_4 + 0,0472 p_5 + 0,1371 p_6 + 0,0957 p_7 + 0,0721 p_8 + 0,0465 p_9 + 0,0420 p_{10} - 0,0478 p_{11}.$$

Dieser Ausdruck gilt ganz allgemein, welche Belastung auch immer in den Knoten herrschen mag. Wenn sich also die letztere auch vollkommen ändert, so bedarf es nicht mehr der Aufstellung und Auswertung neuer Gleichungen; man hat vielmehr nur die neuen Werte der Knotenpunktsbelastungen in den ein für allemal aufgestellten Ausdruck einzusetzen und daraus den Zahlenwert zu bestimmen. Da das Gesagte für alle Leiter des Netzes gilt, so sind durch die ermittelten Ausdrücke die Beziehungen zwischen den irgendwie sich gestaltenden Knotenpunktsbelastungen und der sich daraus ergebenden Stromverteilung im ganzen Netze ein für allemal festgelegt. — Wir nennen diese Ausdrücke die

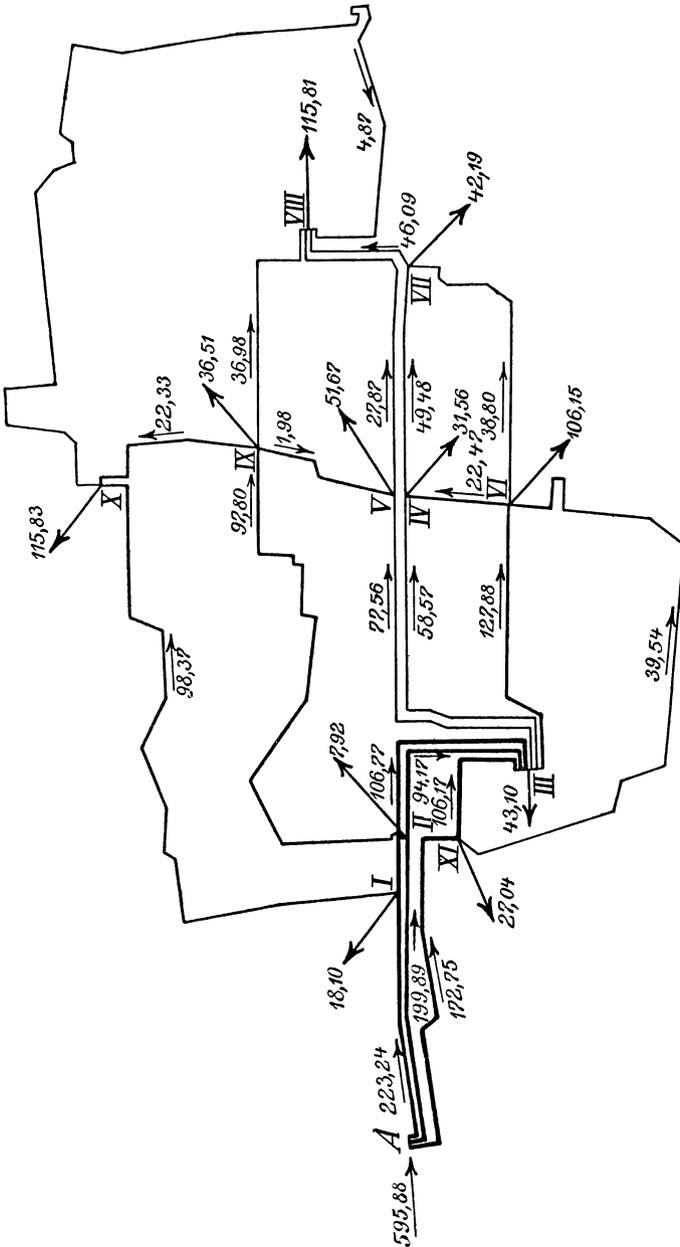


Fig. 170.

### Stromrelationen des Leitungsnetzes.

In der nachstehenden Tafel sind die Stromrelationen für das Leitungsnetz von Köln zusammengestellt. Die erste Spalte links enthält die Bezeichnung der einzelnen Leiter des Netzes, die Zahlen in den übrigen Spalten sind die Koeffizienten der am Kopfe der Tafel angeführten Knotenpunktsbelastungen.

Die Reihenfolge in der Bezeichnung der Enden der einzelnen Leiter gibt die Richtung an, welche für die betreffenden Ströme als die positive angenommen wird.

Ergibt sich also beispielsweise der Strom im Leiter I III als positiv, so bedeutet dies, daß er in der Richtung von I nach III fließt.

Setzen wir in die Tafel der Stromrelationen die der angenommenen Belastung des Netzes entsprechenden Zahlenwerte der Knotenbelastungen (s. Fig. 170), so erhalten wir die gesuchte Stromverteilung.

Der Übergang von dieser ideellen Stromverteilung zu der wirklichen, wie sie den tatsächlich eingeschalteten Stromabnehmern entspricht, ist nun äußerst einfach zu bewerkstelligen. Wir haben nur für jeden Leiter die Zerlegung der in demselben liegenden Stromabnahmen vorzunehmen und die so erhaltenen Komponenten sinngemäß zu den in Fig. 170 eingeschriebenen Stromwerten zu addieren. — Nehmen wir als Beispiel den Leiter I III heraus! Die in demselben befindliche Stromabnahme von 10 Ampère zerlegt sich in zwei Komponenten, deren eine im Betrage von

$$\frac{162}{134 + 162} \times 10 = 5,47 \text{ Ampère}$$

in der Richtung von I gegen  $a_3$  fließt. Diese Komponente addiert sich zu dem ideellen Strome in I III, sodaß sich in der Strecke I  $a_3$  ein Strom von  $106,77 + 5,47 = 112,24$  Ampère ergibt. In  $a_3$  werden 10 Ampère abgenommen, im Leiterstück  $a_3$  III fließt somit ein Strom von  $112,24 - 10 = 102,24$  Ampère gegen III weiter. In gleicher Weise fortfahrend, wobei man aus vielen, sich von selbst ergebenden Vereinfachungen der Rechnung Vorteil zieht, erhält man sämtliche Werte der tatsächlichen Stromverteilung, wie sie in Fig. 171 schematisch veranschaulicht wird.

Tafel der Stromrelationen des Leitungsnetzes der Stadt Köln a. Rh.

Leiter	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>9</sub>	P <sub>10</sub>	P <sub>11</sub>
A I	0,6385	0,2396	0,3524	0,3500	0,3678	0,3458	0,3582	0,3674	0,3723	0,4259	0,2697
A II	0,1896	0,5557	0,3307	0,3312	0,3607	0,3278	0,3408	0,3509	0,3705	0,3324	0,2642
A XI	0,1719	0,2047	0,3169	0,3188	0,2715	0,3264	0,3010	0,2820	0,2572	0,2417	0,4861
I III	—	0,3086	0,1855	0,2670	0,1841	0,2739	0,2284	0,1922	0,1446	0,0592	0,2363
II III	0,1429	—	0,3623	0,2427	0,1111	0,2309	0,1896	0,1383	0,0578	0,0810	0,2254
XI III	0,1566	0,1859	0,2944	0,2082	0,2243	0,1893	0,2053	0,2099	0,2107	0,1997	—
XI VI	0,0153	0,0188	0,0225	0,1106	0,0472	0,1371	0,0957	0,0721	0,0465	0,0420	—
III V	0,0036	0,0138	—	0,0312	0,3553	0,0183	0,1128	0,1945	0,2453	0,1938	—
III IV	—	0,0014	—	0,2863	0,0582	0,1666	0,1768	0,1204	0,0593	0,0518	0,0009
III VI	—	0,0063	—	0,4003	0,1060	0,5292	0,3337	0,2255	0,1085	0,0943	0,0128
IV VI	—	0,0075	—	0,5123	—	0,0594	0,2310	—	0,0600	—	0,0186
IV VII	0,0038	0,0074	—	0,2014	0,1175	—	0,3386	0,2333	0,1193	0,1047	—
VI VII	0,0088	0,0067	—	—	0,0938	0,1027	0,2676	0,1847	0,0950	0,0834	—
VII VIII	0,0076	0,0141	—	0,2028	0,2112	—	0,3938	0,4180	0,2143	0,1881	—
V VIII	—	0,0001	—	0,0707	0,1672	0,0571	0,1457	0,2198	—	0,0454	—
V IX	0,0037	0,0182	—	0,0395	—	0,0388	—	0,0248	0,2907	0,2114	—
II IX	0,0467	—	0,0333	0,0885	0,2496	0,0769	0,1512	0,2126	0,3127	0,2514	0,0288
IX VIII	—	0,0019	—	0,1060	—	0,0515	0,0881	0,2950	—	0,0966	0,0209
I X	—	0,0579	0,0431	0,0831	0,1837	0,0719	0,1298	0,1749	0,2277	0,3667	0,0334
X IX	—	0,0523	0,0355	0,0570	0,1766	0,0500	0,0828	0,1073	0,2356	—	0,0268
X VIII	—	0,0056	0,0076	0,0261	0,0073	0,0219	0,0470	0,0674	—	0,0079	0,0066

Σ\*



Neben der Stromverteilung ist die Spannungsverteilung im Netze von Interesse. Dieselbe ergibt sich unmittelbar aus den Stromrelationen, denn diese bestimmen ja jene Leiterströme, welche nur von den Spannungsunterschieden zwischen den einzelnen Leiterenden, d. i. von den Spannungen in den Knotenpunkten und von den Leiterwiderständen abhängen. Die der angenommenen Belastung entsprechende Spannungsverteilung berechnen wir somit aus der in Fig. 170 dargestellten ideellen Stromverteilung. Da es zum Zwecke des Vergleiches der Spannungen in den einzelnen Punkten ganz gleichgültig ist, mit welcher Grundspannung im Netze gearbeitet wird, so ermitteln wir einfach die Spannungsgefälle, welche, von A aus gerechnet, bis zu den einzelnen Knotenpunkten eintreten, und erhalten folgende — auf eine Dezimalstelle abgerundete — Werte:

Knoten	Spannungsgefälle in Volt	Knoten	Spannungsgefälle in Volt
A	—	IV	22,0
I	10,3	IX	24,2
II	11,6	V	24,3
XI	12,4	X	25,2
III	15,0	VII	25,6
VI	21,4	VIII	27,4 { (maximales Gefälle).

In Bezug auf die Grundspannung von 2030 Volt beträgt somit das maximale Spannungsgefälle bei der zugrunde gelegten Vollbelastung nicht vollends 1,4%.

Ein Blick auf den vorgeführten Rechnungsgang zeigt uns, daß wir zu den Werten der Strom- und Spannungsverteilung, welche der gegebenen maximalen Belastung des Netzes entsprechen, um vieles rascher gelangt wären, wenn wir in die eingangs aufgestellten zehn Gleichungen sofort die gegebenen Zahlenwerte eingesetzt hätten. Die so gewonnenen Werte hätten jedoch nur Gültigkeit, so lange die angenommene Belastung des Netzes besteht; für jeden Hinzutritt oder Wegfall eines Stromabnehmers aber müßte die ganze Rechnung neuerdings angestellt werden.

Für jedes Elektrizitätswerk, dessen Versorgungsgebiet einer Veränderung und insbesondere einer Weiterentwicklung der Stromabnahme unterworfen ist, besteht jedoch das Bedürfnis, die durch Belastungsänderungen hervorgerufenen Strom- und Spannungsände-

rungen in allen Leitern des Netzes auf einfache Weise verfolgen und in Evidenz halten zu können.

Diesem Zwecke dienen ein für allemal die Stromrelationen, wie sie in der vorausgegangenen Tafel für das Kölner Leitungsnetz aufgestellt sind. Der Gebrauch dieser Tafel ist ein sehr einfacher und bequemer. Tritt z. B. in irgend einem Leiter ein neuer Stromabnehmer hinzu, so zerlegt man die neue Stromabnahme in ihre auf die beiden Enden des betreffenden Leiters entfallenden Komponenten, multipliziert jede mit dem ihrem Knotenpunkte entsprechenden Koeffizienten der Tafel und addiert die so erhaltenen Beträge zu dem bisherigen ideellen Strome des in Rede stehenden Leiters. Der Übergang zu dem wirklichen Strome ergibt sich dann nach dem Vorausgeschickten von selbst. Ebenso verfährt man mit allen übrigen Leitern des Netzes.

Es bedarf keiner weiteren Erklärung, daß man die Operationen, mittels welcher man die Stromwerte aus den Stromrelationen bestimmt, in sehr einfacher und übersichtlicher Weise auf graphischem Wege durchführen kann.

#### **Strommaxima.**

Um die größte Beanspruchung der einzelnen Leiterteile des Netzes, welche möglicherweise auftreten kann, zu beurteilen, genügt die Kenntnis der einer gegebenen Vollbelastung entsprechenden Stromverteilung noch nicht. Da die Einflüsse der einzelnen Abnehmer auf einen bestimmten Leiter in Bezug auf die Richtung der durch erstere hervorgerufenen Ströme teils positiv, teils negativ sind, so muß jedenfalls eine der beiden Gruppen von Stromabnehmern, welche ihren Einfluß auf den Leiter in dem gleichen Sinne geltend machen, einen größeren Strom erzeugen, als wenn sämtliche Stromabnehmer eingeschaltet sind. Man hat daher die den beiden Abnehmergruppen entsprechenden Summenströme getrennt zu bestimmen; der größere derselben gibt uns alsdann den Maximalstrom und somit die Maximalbeanspruchung des in Untersuchung stehenden Leiters an. In der Praxis wird man natürlich nicht vollständige Löschung haben, sondern nur nach einem gewissen Prozentsatz. —

Die Schwierigkeiten, welche in der Behandlung und Auflösung von vielen Gleichungen mit vielen Unbekannten liegen, namentlich wenn die Koeffizienten nicht mehr ganzzahlig sind, sind bekannt.

Schon i. J. 1833 behandelt Gauß<sup>11)</sup> die Aufgabe der Stromverteilung und gebraucht bereits die Ausdrücke: Leitungsnetz und Knotenpunkt. Die von Gauß gegebenen Gleichungen, welche außer den Widerständen die Spannungen der Knotenpunkte enthalten, hat Gundelfinger<sup>12)</sup> in geeigneter Weise umgeformt. Die Bestimmung der Potentiale erfolgt sodann in umgekehrter Ordnung, indem die letzte der transformierten Gleichungen nur mehr eine Unbekannte enthält, die vorletzte außer dieser eine zweite u. s. w.

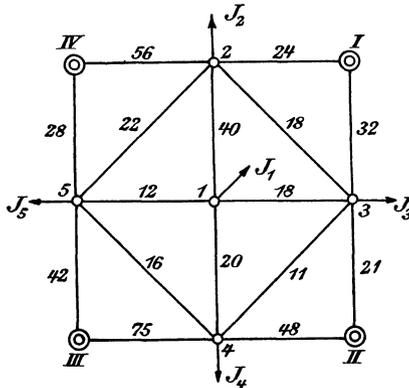


Fig. 172.

Die Praxis, deren Bedürfnisse der Aufnahme und Weiterbildung exakter Methoden nicht günstig waren, hat sich bis nun mit größerer Vorliebe den Auflösungen von Gleichungen nach Näherungsmethoden zugeneigt, wenn nur der Zweck mit einem zulässigen Grade von Genauigkeit, resp. genügender Konvergenz zu erreichen war.

Unter diesen Näherungsverfahren, von denen das im ersten Bande gegebene Seidelsche durch uns am bekanntesten wurde, verdient eine andere Methode Beachtung, welche Gerling<sup>13)</sup> zu Ausgleichsrechnungen verwendete.

Es würde zu weit führen, das Näherungsverfahren Gerlings an dieser Stelle abzuleiten, weshalb wir uns darauf beschränken wollen, an einem Beispiel den Rechnungsgang zu zeigen.

Im vorstehenden Netz (Fig. 172)<sup>14)</sup> mit den vier Speisepunkten gleicher Spannung I bis IV seien die fünf Knotenpunkte 1 bis 5 mit Belastungen  $J_1$  bis  $J_5$  versehen, und zwar seien

$$J_1 = 100, J_2 = 130, J_3 = 110, J_4 = 150, J_5 = 100 \text{ Amp.}$$

Die den einzelnen Leitern beigeetzten Zahlen bedeuten ihre Leitfähigkeiten  $k$ .

Nun können nach Bd. I, S. 187 ff. zwischen den Belastungen  $J$  und den unbekanntem Knotenspannungen  $V$  lineare Funktionen aufgestellt werden, in welchen die Leitfähigkeiten als Koeffizienten auftreten.

Bezeichnet  $k_{p,q}$  die Leitfähigkeit jenes Leiters, welcher den Knoten  $p$  mit dem Knoten  $n$  verbindet,  $k_{p,p}$  die Summe der Leitfähigkeiten aller im Knoten  $p$  zusammentreffenden Leiter, dann bestehen zwischen den unbekanntem Spannungen  $V$  und den bekannten Knotenbelastungen  $J$  folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} k_{11} V_1 - k_{12} V_2 - \dots - k_{1,n-1} V_{n-1} - k_{1n} V_n &= J_1 \\ -k_{21} V_1 + k_{22} V_2 - \dots - k_{2,n-1} V_{n-1} - k_{2n} V_n &= J_2 \\ &\dots \dots \dots \\ -k_{n1} V_1 - k_{n2} V_2 - \dots - k_{n,n-1} V_{n-1} + k_{nn} V_n &= J_n. \end{aligned}$$

Für unser Beispiel:

$$\begin{aligned} 90 V_1 - 40 V_2 - 18 V_3 - 20 V_4 - 12 V_5 - 100 &= 0 \\ -40 V_1 + 160 V_2 - 18 V_3 - \quad - 22 V_5 - 130 &= 0 \\ -18 V_1 - 18 V_2 + 100 V_3 - 11 V_4 \quad - 110 &= 0 \\ -20 V_1 \quad - 11 V_3 + 170 V_4 - 16 V_5 - 150 &= 0 \\ -12 V_1 - 22 V_2 \quad - 16 V_4 + 120 V_5 - 100 &= 0. \end{aligned}$$

Beziehen wir nun sämtliche Spannungen auf eine Basisspannung Null in den Speisepunkten, dann kommt nur der Unterschied zwischen der Spannung der Speisepunkte und der der Knotenpunkte in Betracht, und dieser Spannungsunterschied wird in der Praxis meist als prozentueller Betrag der Speisepannung angenommen. Setzen wir im vorliegenden Beispiel in den Verteilungsleitungen einen Verlust von 2% voraus, also auf 100 Volt etwa  $V_1' = V_2' = \dots = V_5' = 2$ , dann sind diese Werte bereits als erste Näherungswerte zu betrachten, nach deren Einsetzung in das symmetrische Gleichungssystem wir sofort die entsprechenden Bedingungen erhalten.

$$\begin{aligned}
90 v_1 - 40 v_2 - 18 v_3 - 20 v_4 - 12 v_5 - 100 &= 0 \\
-40 v_1 + 160 v_2 - 18 v_3 &\quad - 22 v_5 - 60 = 0 \\
-18 v_1 - 18 v_2 + 100 v_3 - 11 v_4 &\quad - 4 = 0 \\
-20 v_1 &\quad - 11 v_3 + 170 v_4 - 16 v_5 + 96 = 0 \\
-12 v_1 - 22 v_2 &\quad - 16 v_4 + 120 v_5 + 40 = 0 \\
-80 v_2 - 53 v_3 - 123 v_4 - 70 v_5 + 28 &= 0.
\end{aligned}$$

Die letzte Gleichung, die sogenannte Hilfsgleichung, entsteht dadurch, daß man die fünf Gleichungen addiert und den entstehenden Summanden das entgegengesetzte Vorzeichen erteilt. Im übrigen dient die Hilfsgleichung, wie wir sehen werden, nur zur Kontrolle, indem die Summe der Einsetzungswerte unter Benutzung der Hilfsgleichung Null werden muß.

Von den Näherungswerten

$$\begin{aligned}
v_1 &= + \frac{100}{90} = +1,11 & v_4 &= - \frac{96}{170} = -0,56 \\
v_2 &= + \frac{60}{160} = +0,37 & v_5 &= - \frac{40}{120} = 0,33 \\
v_3 &= + \frac{4}{100} = +0,04
\end{aligned}$$

ist nun  $v_1 = +1,1$  der größte. Dieser wird in sämtliche Gleichungen eingesetzt und führt zu neuen Absolutgliedern, mit deren Hilfe dann unter den nächsten Näherungswerten wieder der größte berechnet und in die Gleichungen eingesetzt wird. Die algebraische Summe dieser neuen Werte mit den vorher gewonnenen Absolutgliedern liefert die neuen Absolutglieder u. s. w., bis die Korrekturen die gewünschte Grenze der Genauigkeit erreicht haben.

$v_1 = + \frac{100}{90} = 1,1$	$v_2 = + \frac{104}{160} = +0,65$	$v_4 = - \frac{74}{170} = -0,43$
+ 99    - 1	- 26    - 27	+ 8,6    - 18,4
- 44    - 104	+ 104    0	0        0
- 19,8    - 23,8	- 11,7    - 35,5	+ 4,73    - 30,77
- 22    + 74	0        + 74	- 73,10    + 0,9
- 13,2    + 26,8	- 14,3    + 12,5	+ 6,88    + 19,38
0        + 28	- 52        - 24	+ 52,89    + 28,89
0        0	0        0	0        0

$v_3 = + \frac{30}{100} = + 0,3$	$v_1 = + \frac{23,8}{90} = + 0,26$	$v_5 = - \frac{16,26}{120} = - 0,13$
— 5,4 — 23,8	+ 23,4 — 0,4	+ 1,56 + 1,16
— 5,4 — 5,4	— 10,4 — 15,8	+ 2,86 — 12,94
+ 30 — 0,77	— 4,68 — 5,45	0 — 5,45
— 3,3 — 1,2	— 5,2 — 7,6	+ 2,08 — 5,52
0 + 19,38	— 3,12 + 16,26	— 15,6 + 0,66
— 15,9 + 12,99	0 + 12,99	+ 9,1 + 22,09
0 0	0 0	0 0

$v_2 = + \frac{12,94}{160} = + 0,08$	$v_3 = + \frac{6,89}{100} = + 0,07$	$v_4 = + \frac{6,29}{170} = + 0,037$
— 3,2 — 2,04	— 1,26 — 3,30	— 0,74 — 4,04
+ 12,8 — 0,14	— 1,26 — 1,40	0 — 1,40
— 1,44 — 6,89	+ 7,00 + 0,11	— 0,407 — 0,297
0 — 5,52	— 0,77 — 6,29	+ 6,29 0
— 1,76 — 1,10	0 — 1,1	— 0,592 — 1,692
— 6,4 + 15,69	— 3,71 + 11,98	— 4,551 + 7,429
0 0	0 0	0 0

$v_1 = + \frac{4,04}{90} = + 0,045$	$v_2 = + \frac{3,2}{160} = + 0,02$	$v_5 = + \frac{2,672}{120} = 0,022$
+ 4,05 + 0,01	— 0,8 — 0,79	— 0,264 — 1,054
— 1,80 — 3,2	+ 3,2 0	— 0,484 — 0,484
— 0,81 — 1,07	— 0,36 — 1,467	0 — 1,467
— 0,9 — 0,9	0 — 0,9	— 0,352 — 1,252
— 0,54 — 2,232	— 0,44 — 2,672	+ 2,64 — 0,032
0 + 7,429	— 1,6 + 5,829	— 1,54 + 4,289
0 0	0 0	0 0

$v_3 = + \frac{1,467}{100} = + 0,014$	$v_1 = + \frac{1,306}{90} = + 0,014$	$v_4 = + \frac{1,686}{170} = + 0,009$
— 0,252 — 1,306	+ 1,26 — 0,046	— 0,18 — 0,226
— 0,252 — 0,736	— 0,56 — 1,296	0 — 1,296
+ 1,4 — 0,067	— 0,252 — 0,319	— 0,099 — 0,418
— 0,154 — 1,406	— 0,28 — 1,686	+ 1,53 — 0,156
0 — 0,032	— 0,168 — 0,200	— 0,144 — 0,344
— 0,742 + 3,547	0 + 3,547	— 1,107 + 2,440
0 0	0 0	0 0

Somit ergeben sich:

$V_1 = 2$	$V_2 = 2$	$V_3 = 2$	$V_4 = 2$	$V_5 = 2$
+ 1,1	+ 0,65	+ 0,3	- 0,43	- 0,13
+ 0,26	+ 0,08	+ 0,07	+ 0,037	+ 0,022
+ 0,045	+ 0,02	+ 0,014	+ 0,009	1,892
+ 0,014	2,75	2,384	1,616	
<hr style="width: 100%;"/>				
3,419				

Nachdem die Netze entweder für einen gewissen Konsum schon als gegeben zu betrachten sind oder, wie das in der Praxis häufig der Fall ist, die Leistungsfähigkeit eines bereits vorhandenen Netzes zu bestimmen ist, wobei dann die zulässige Abnahme veränderlich erscheint, so liegt das Bedürfnis vor, die Rechnung so durchzuführen, daß die Spannungen in den Knoten oder die Stromstärken in den Leitern als lineare Funktionen der beliebig veränderlichen Belastungen in den Knotenpunkten aufgestellt werden. Das bedingt aber, wie wir gelegentlich der Auflösung der Gleichungen für das Kölner Netz bereits betont haben, auch bei den Näherungsverfahren eine so oftmalige Rechnung, als Änderungen in den konstanten Gliedern, bezw. in der Belastung eintreten, resp. Gleichungen aufgestellt werden, was jedenfalls sehr mühsam ist. Ein weiterer Nachteil der Näherungsmethoden liegt darin, daß die Genauigkeit des Resultates nicht genügend gut verfolgt werden kann. Die Auflösung mittels Determinanten bietet wieder bei einer großen Zahl von Gleichungen und nicht ganzzahligen Koeffizienten erhebliche Schwierigkeiten, sodaß die neueren analytischen Bestrebungen, zurückgreifend auf Kirchhoff<sup>15)</sup>, eine Vereinfachung in der Arbeit der Determinantenauflösung herbeizuführen suchen, wofür wir zunächst als Beleg anführen ein

Verfahren von W. Feußner zur Bestimmung  
der Stromstärke in netzförmig verzweigten Leitern<sup>16)</sup>.

Es möge zunächst an die bekannten Eigenschaften der Kirchhoffschen Gleichungen und der bei ihrer Lösung zu bildenden Determinanten erinnert werden.

Wenn das Netz aus  $n$  Drähten von den Widerständen  $w_1, w_2 \dots w_n$  mit  $m$  Verzweigungspunkten und beliebig verteilten elektromotorischen Kräften  $E$  besteht, die Stromstärken in den einzelnen Drähten durch  $i_1, i_2 \dots i_n$  bezeichnet werden und  $a, b,$

c... solche Zahlen aus der Reihe 1...n sind, daß die ihnen entsprechenden Drähte einen geschlossenen Kreis in dem Netz bilden, so bestehen nach dem ersten Kirchhoffschen Satze für  $\mu = n - m + 1$  solcher Kreise  $\mu$  Gleichungen von der Form

$$w_a i_a + w_b i_b + w_c i_c + \dots = E_a + E_b + E_c + \dots, \quad . \quad 1)$$

wobei in jedem Kreis sowohl die  $i$  als die  $E$  in derselben, übrigens beliebigen Umlaufsrichtung positiv zu rechnen sind. Es bestehen ferner nach dem zweiten Kirchhoffschen Satze, wenn  $i_\alpha, i_\beta, i_\gamma \dots$  die Stromstärken der in einem Verzweigungspunkt zusammen-treffenden Drähte bezeichnen,  $m - 1$  Gleichungen von der Form

$$i_\alpha + i_\beta + i_\gamma + \dots = 0, \dots \dots \dots 2)$$

wobei die  $i$  der nach dem Verzweigungspunkt hin gerichteten Ströme mit dem einen, die der weggerichteten mit dem entgegen-gesetzten Vorzeichen zu versehen sind. Die  $w_1, w_2 \dots w_n$  sowie die  $E$  sind als gegeben anzusehen, während die  $i_1, i_2 \dots i_n$  die gesuchten, durch diese  $n$  linearen Gleichungen eindeutig bestimmten Größen sind.

Nach bekannten Regeln ergeben sich die Werte der  $i$  als Brüche, deren Nenner und Zähler gewisse aus den Konstanten der Gleichungssysteme 1) und 2) gebildete Determinanten sind. Sämtliche  $i$  haben einen und denselben Nenner, nämlich die aus den Koeffizienten der  $i$  auf den linken Seiten der Gleichungen 1) und 2) gebildete Determinante. Bezeichnen wir durch  $\epsilon_{11}, \epsilon_{12} \dots \epsilon_{nn}$  Größen, die je nach den Umständen  $+1, -1$  oder  $0$  bedeuten, so können wir diese Determinante, die wir durch  $N$  bezeichnen wollen, schreiben:

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{11} w_1 & \epsilon_{12} w_2 & \epsilon_{13} w_3 & \dots & \epsilon_{1n} w_n \\ \epsilon_{21} w_1 & \epsilon_{22} w_2 & \epsilon_{23} w_3 & \dots & \epsilon_{2n} w_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \epsilon_{\mu 1} w_1 & \epsilon_{\mu 2} w_2 & \epsilon_{\mu 3} w_3 & \dots & \epsilon_{\mu n} w_n \\ \epsilon_{(\mu+1) 1} & \epsilon_{(\mu+1) 2} & \epsilon_{(\mu+1) 3} & \dots & \epsilon_{(\mu+1) n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \epsilon_{n1} & \epsilon_{n2} & \epsilon_{n3} & \dots & \epsilon_{nn} \end{vmatrix} = N.$$

Ihre möglichst einfache Berechnung bildet den ersten Teil unserer Aufgabe.

Die Gestalt der Determinante zeigt, daß  $N$  eine homogene Funktion  $\mu$ -ten Grades der  $w$  ist, in der jedes einzelne  $w$ , da es nur in einer und derselben Kolumne der Determinante vorkommt, immer nur linear enthalten ist.

Der Zähler irgend eines  $i$ , z. B. von  $i_h$ , wird aus  $N$  dadurch erhalten, daß die  $h$ -te Kolumne durch die rechten Seiten der Gleichungen 1) und 2) ersetzt wird; die letzten  $m - 1$  Glieder dieser Kolumne werden also Null, die ersten  $\mu$  dagegen algebraische Summen der in den entsprechenden Kreisen enthaltenen  $E$ . Entwickeln wir die Determinante, so ergibt sich der Zähler von  $i_h$  als homogene lineare Funktion der  $E$  und die Koeffizienten derselben sind homogene Funktionen  $\mu - 1$ . Grades der  $w$ , worin die einzelnen  $w$  nur linear vorkommen;  $w_h$  jedoch kommt in den Koeffizienten überhaupt nicht vor, denn in  $N$  konnte es nur in den  $\mu$  ersten Gliedern der  $h$ -ten Kolumne enthalten sein, und diese sind durch die  $E$  ersetzt. Dieses Ergebnis bezüglich der Gestalt des alle  $i$  vertretenden  $i_h$  läßt sich auch so aussprechen: Wenn in einem beliebigen Drahtnetz elektromotorische Kräfte beliebig verteilt sind, so ist die Stromstärke in jedem einzelnen Draht die algebraische Summe der Stromstärken, welche jede einzelne elektromotorische Kraft allein wirkend darin erzeugt. Dieser Satz, den man als den von der Übereinanderlagerung elektrischer Ströme bezeichnet, ist also nichts von den Kirchhoffschen Sätzen Verschiedenes, sondern bildet einen untrennbaren Bestandteil derselben. Die allgemeine Aufgabe ist damit auf die einfachere zurückgeführt, die Stromstärken in einem beliebigen Netz bei der Wirkung nur einer elektromotorischen Kraft  $E$  zu bestimmen. Mit dieser beschäftigen wir uns daher im folgenden.

Bestimmung der Nenner. Wir haben schon oben gesehen, daß sämtliche  $i$  einen und denselben Nenner  $N$  erhalten. Der Einfachheit des Ausdruckes halber wollen wir ihn das  $N$  des betreffenden Netzes nennen.

Es werde nun der Widerstand eines Drahtes  $a$  durch  $w_a$  bezeichnet, der des übrigen Netzes (ohne  $a$ ) zwischen den Endpunkten von  $a$  durch  $W_a$ , welches demnach unabhängig von  $w_a$  und eine Funktion der Widerstände der übrigen Drähte ist.

Nehmen wir  $E$  in  $a$  an, so ist

$$i_a = \frac{E}{w_a + W_a} \dots \dots \dots 3)$$

Da aber jedes  $i$  ein Bruch mit dem Nenner  $N$  sein muß, so muß eine Erweiterung des Bruches in 3) ihn in diese Form bringen; d. h. es muß sein

$$i_a = \frac{N_a E}{(w_a + W_a) N_a}$$

worin

$$(w_a + W_a) N_a = N \dots \dots \dots 4)$$

Nach dem oben über  $N$  Gesagten folgt aus Gleichung 4), daß  $N_a$  eine homogene Funktion  $\mu - 1$ . Grades der Widerstände ohne  $w_a$  ist; ferner daß  $W_a$  ein Bruch ist mit dem Nenner  $N_a$  und einem Zähler, den wir durch  $N_{a'}$  bezeichnen wollen, und der eine homogene Funktion  $\mu$ -ten Grades der Widerstände ohne  $w_a$  ist. Wir haben also

$$W_a = \frac{N_{a'}}{N_a} \dots \dots \dots 5)$$

und

$$N = w_a N_a + N_{a'} \dots \dots \dots 6)$$

$N$  geht dadurch in  $N_{a'}$  über, daß  $w_a = 0$  gemacht wird; es ist also  $N_{a'}$  das  $N$  eines Netzes, das aus dem gegebenen dadurch entsteht, daß  $a$  entfernt und seine beiden Anknüpfungspunkte am Netz aufeinander gelegt werden. Verwandelt sich dabei das vorher vollkommene Netz in ein unvollkommenes, so ist  $N_{a'}$  das Produkt der  $N$  der Teilnetze. Denn je nachdem man  $E$  in einem Draht annimmt, der nach der angegebenen Änderung zu dem einen oder anderen Teilnetz gehört, muß das  $N$  des ursprünglichen Netzes in das  $N$  dieses Teilnetzes übergehen. Damit das aber möglich sei, muß  $N_{a'}$  aus dem Produkt der  $N$  sämtlicher Teilnetze bestehen. Daß es auch keinen weiteren Faktor enthalten kann, geht aus der Vergleichung seines Grades mit dem dieses Produktes hervor.

Wird ferner  $w_a = \infty$  gesetzt, was gleichbedeutend mit Entfernung des Drahtes  $a$  ist, so bleiben in Zähler und Nenner der  $i$  nur die mit  $w_a$  behafteten Glieder stehen. Nach 6) ist also

$N_a$  das  $N$  eines Netzes, das aus dem gegebenen durch Wegnahme von  $a$  entsteht. Ist das ein unvollkommenes, so ist aus dem gleichen Grunde wie vorhin  $N_a$  das Produkt der  $N$  der Teilnetze. Das Gesagte läßt sich in dem Satz zusammenfassen:

Das  $N$  eines beliebigen gegebenen Netzes ist eine Summe, deren einer Summand der Widerstand  $w_a$  eines beliebigen Drahtes  $a$  des Netzes multipliziert mit dem (durch  $N_a$  bezeichneten)  $N$  eines Netzes ist, das aus dem gegebenen durch Wegnahme von  $a$  entsteht, und dessen anderer Summand das (durch  $N_{a'}$  bezeichnete)  $N$  eines Netzes ist, das aus dem gegebenen durch Wegnahme von  $a$  und Zusammenlegung der beiden Netzpunkte entsteht, die  $a$  verband.

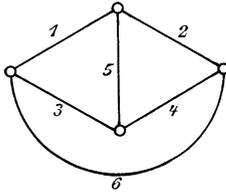


Fig. 173.

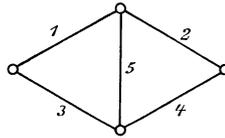


Fig. 174.

Durch wiederholte Anwendung dieses Satzes wird die Bildung des Nenners der  $i$  für ein gegebenes Netz auf die Betrachtung immer einfacherer Netze zurückgeführt und so in regelmäßigem Fortschreiten der gesuchte Ausdruck gebildet. Es tritt kein überflüssiges Glied auf, wie das bei der Berechnung der Determinante in der gewöhnlichen Weise häufig so lästig ist, und es ist hier aus der Bildungsweise von  $N$  von vornherein klar, daß es kein mit dem negativen Vorzeichen versehenes Glied enthalten kann, was bei dem anderen Verfahren keineswegs sofort einleuchtet.

Um zu zeigen, wie einfach auf diese Weise die betreffenden Ausdrücke gebildet, ja häufig ohne jede Rechnung unmittelbar hingeschrieben werden können, soll als Beispiel das  $N$  der Wheatstoneschen Drahtverbindung (Fig. 173) bestimmt werden.

Nach Gleichung 6) kann hier gesetzt werden

$$N = w_6 N_6 + N_{6'}.$$

Darin kommt  $N_6$  dem durch Wegnahme von 6,  $N_{6'}$  dem durch Wegnahme von 6 und Vereinigung seiner Endpunkte aus Fig. 173

entstehenden Netz zu, das erstere entspricht also der Fig. 174, das letztere der Fig. 175.

Weiter ist nach Gleichung 6)

$$N_6 = w_5 N_{65} + N_{65'},$$

worin  $N_{65}$  der Fig. 176,  $N_{65'}$  der Fig. 177 entspricht, sodaß folgt

$$N_{65} = w_1 + w_2 + w_3 + w_4, \quad N_{65'} = (w_1 + w_3)(w_2 + w_4).$$

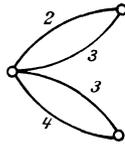


Fig. 175.

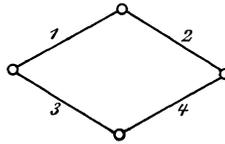


Fig. 176.

Ferner ist

$$N_{6'} = w_5 N_{6'5} + N_{6'5'},$$

worin  $N_{6'5}$  der Fig. 178,  $N_{6'5'}$  der Fig. 179 entspricht, also

$$N_{6'5} = (w_1 + w_2)(w_3 + w_4),$$

$$N_{6'5'} = w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2).$$

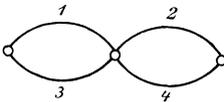


Fig. 177.

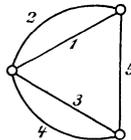


Fig. 178.

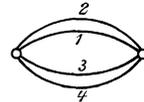


Fig. 179.

Damit ergibt sich

$$N = w_6 w_5 (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + w_6 (w_1 + w_3)(w_2 + w_4) + w_5 (w_1 + w_2)(w_3 + w_4) + w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2).$$

Das auseinandergesetzte Verfahren würde zur Bildung des  $N$  eines jeden Netzes genügen, doch kann man zur Erleichterung derselben noch eine Anzahl von Sätzen ableiten, welche lauten:

I. Der Widerstand eines beliebig verzweigten (vollkommenen) Netzes zwischen zwei Punkten A und B wird erhalten, indem man das  $N$  dieses Netzes dividiert in das  $N$  eines Netzes, das aus ihm durch Vereinigung der Punkte A und B hervorgeht.

II. Das  $N$  eines (vollkommenen) Netzes, das in Teilnetze mit oder ohne Verbindungsdrähte zerlegt werden kann, ist eine Summe, deren erster Summand aus dem Produkt der Summe der Widerstände der zusammengehörigen Verbindungsdrähte mit den  $N$  aller Teilnetze besteht, während die folgenden Summanden Produkte derselben  $N$  sind, worin jedesmal das  $N$  eines Teilnetzes durch dasjenige desselben Netzes mit vereinigten Berührungspunkten ersetzt ist.

Wenn also z. B. ein Netz durch Wegnahme eines Drahtes  $a$  in ein unvollkommenes aus drei Teilnetzen mit den Verbindungsdrähten  $b$  und  $c$  bestehendes übergeht und wenn wir die  $N$  der Teilnetze durch  $N_I$ ,  $N_{II}$  und  $N_{III}$ , die der aus ihnen durch Zusammenlegen der Verbindungspunkte entstehenden durch  $N_I'$ ,  $N_{II}'$  und  $N_{III}'$  bezeichnen, so ist

$$N = (w_a + w_b + w_c) N_I N_{II} N_{III} + N_I' N_{II} N_{III} + \\ N_I N_{II}' N_{III} + N_I N_{II} N_{III}'.$$

III. Wenn zwei Verzweigungspunkte unmittelbar, ohne Berührung anderer verbunden sind, nennen wir das eine Strecke des Netzes, und je nachdem sie durch einen, zwei, drei u. s. w. Drähte gebildet wird, heißt sie eine eindrätige, zweidrätige ... oder einfache, zweifache ... Strecke. Wir können nun den folgenden Satz, worin die Widerstände der Drähte mit denselben Buchstaben wie diese selbst bezeichnet sind, aussprechen:

Wenn in einem Netz die Strecken  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ... durch  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ... Drähte gebildet werden, so wird das  $N$  dieses Netzes aus dem des entsprechenden Netzes mit nur einfachen Strecken dadurch erhalten, daß die  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ... durch die Produkte  $a_1$  ...  $a_a$ ,  $b_1$  ...  $b_\beta$ ,  $c_1$  ...  $c_\gamma$  ... ersetzt und die von  $a$  freien Glieder mit der Summe der Kombinationen  $\alpha - 1$ . Klasse der  $a$ , die von  $b$  freien mit der Summe der Kombinationen  $\beta - 1$ . Klasse der  $b$  etc. multipliziert werden.

Damit ist die Behandlung der Netze mit mehrfachen Strecken auf die entsprechender mit nur einfachen Strecken zurückgeführt.

IV. Um von einfacheren Netzen zu zusammengesetzteren überzugehen, kann der folgende Satz benutzt werden:

Wenn zu einem bekannten Netz ein  $p$ -facher Verzweigungspunkt hinzugefügt wird, dessen Drähte beliebige Ausgangspunkte

an dem Netz haben, so ist das  $N$  des neuen Netzes eine Summe, deren Summanden aus sämtlichen Kombinationen  $p - 1$ .,  $p - 2$ . . . bis 0. Klasse der Widerstände der neuen Drähte bestehen, welche multipliziert sind: die Kombination  $p - 1$ . Klasse mit dem  $N$  des ursprünglichen Netzes und jede folgende Kombination mit dem  $N$  eines Netzes, das aus dem ursprünglichen durch die Vereinigung der Ausgangspunkte aller in der Kombination nicht vorkommenden Drähte erhalten wird.

Wenn also z. B. zu einem bekannten Netz ein vierfacher Verzweigungspunkt hinzugefügt wird, in dem die vier Drähte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  zusammenlaufen, deren Widerstände ebenso bezeichnet werden mögen und die von den Punkten A, B, C, D des Netzes herkommen, und wenn das  $N$  eines Netzes, das aus dem ursprünglichen durch Vereinigung der Punkte A und B entsteht, durch  $N_{\overline{AB}}$  bezeichnet wird, und entsprechend in den andern Fällen, so ist, wenn wir  $N$  auf das ursprüngliche Netz beziehen, während das des neuen durch  $\mathfrak{N}$  bezeichnet wird:

$$\begin{aligned} \mathfrak{N} = & (\alpha\beta\gamma + \alpha\beta\delta + \alpha\gamma\delta + \beta\gamma\delta)N + \alpha\beta N_{\overline{CD}} + \alpha\gamma N_{\overline{BD}} + \alpha\delta N_{\overline{BC}} \\ & + \beta\gamma N_{\overline{AD}} + \beta\delta N_{\overline{AC}} + \gamma\delta N_{\overline{AB}} \\ & + \alpha N_{\overline{BCD}} + \beta N_{\overline{CAD}} + \gamma N_{\overline{DAB}} + \delta N_{\overline{ABC}} + N_{\overline{ABCD}} \end{aligned}$$

Zur Bildung des Zählers endlich dient der folgende Satz<sup>17)</sup>:

V. Um den Zähler des Bruches zu bilden, welcher mit der EMK  $E$  multipliziert die Stromstärke  $i_k$  in dem Draht  $k$  angibt, hat man, wenn sich  $E$  in  $a$  befindet, sämtliche geschlossene Kreise  $K_1, K_2 \dots K_g$  zu benutzen, welche die beiden Drähte  $a$  und  $k$  zugleich enthalten. Man entferne zuerst sämtliche Drähte des Kreises  $K_1$  und vereinige die auf ihm liegenden Verzweigungspunkte zu einem einzigen. Das  $N$  des so entstehenden Netzes ist der Beitrag von  $K_1$  zum Zähler von  $i_k$ . Ebenso verfähre man mit den übrigen Kreisen  $K_2 \dots K_g$ . Bezüglich des Vorzeichens wähle man beliebig eine Richtung des Drahtes  $k$  als die positive; stimmt die Richtung des Stromes, welchen  $E$  in einem der Kreise  $K$  für sich allein erzeugen würde, hiermit überein, so hat der von diesem Kreis gelieferte Beitrag das positive, wenn nicht, das negative Vorzeichen zu erhalten.

Wenn mehrfache Strecken in dem Netz vorkommen, so ist in dem Zähler mit ihnen ebenso zu verfahren, wie es in Satz III

bezüglich des  $N$  vorgeschrieben ist. Ausgenommen sind jedoch die Strecken, welche die EMK und den zu bestimmenden Strom enthalten; sind diese mehrdrätig, so ist der Zähler mit dem Produkt der Widerstände aller darin vorkommenden Drähte außer  $a$  und  $k$  (die  $E$  und den Strom  $i_k$  führen) zu multiplizieren.

Als Beispiel möge zunächst das Netz der Wheatstoneschen Brücke dienen. Befindet sich die EMK in 6 (Fig. 180 a), und

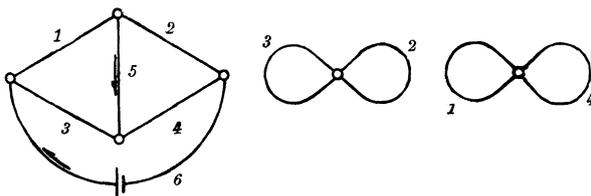


Fig. 180 a, b, c.

soll die Stromstärke in 5 bestimmt werden, so sind die beiden geschlossenen Kreise 6 1 5 4 und 6 3 5 2 zu benutzen. Wenn der Strom in 6 und die positive Richtung in 5 durch die beigezeichneten Pfeile bezeichnet sind, hat der Beitrag des ersten Kreises zum Zähler das positive, der des zweiten das negative Vorzeichen zu erhalten. Entfernen wir nun die Drähte des ersten Kreises und vereinigen die auf ihm liegenden Verzweigungspunkte, hier die sämtlichen des Netzes, in einen einzigen, so entsteht aus dem Übriggebliebenen das Netz Fig. 180b; ebenso liefert der zweite Kreis das Netz Fig. 180c. Das  $N$  des ersten ist  $w_2 w_3$ , das des zweiten  $w_1 w_4$ , also ergibt sich der mit  $E$  zu multiplizierende Faktor des Zählers zu  $w_2 w_3 - w_1 w_4$ .

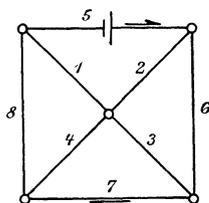


Fig. 181.

Als weiteres Beispiel soll für das durch Fig. 181 dargestellte Netz, wo die EMK in 5 liegen mag, die Stromstärke in 7 bestimmt werden. Die zu benutzenden Kreise sind in diesem Fall: 5 6 7 8, 5 6 7 4 1, 5 2 3 7 8. Sie liefern nur positive Glieder, die nach Satz V unmittelbar hingeschrieben werden können. Es ergibt sich so:

$$i_7 = \frac{w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2) + w_2 w_3 w_8 + w_1 w_4 w_6}{N} \cdot E.$$

Als weiterer Beitrag für das erwähnte Bestreben, das Rechnen mit Determinanten zu umgehen, diene die folgende

Rekursive Methode von P. M. Verhoeckx zur Bestimmung der Knotenspannungen in geschlossenen Netzen<sup>18)</sup>.

Wir gehen von einem Netz mit  $n$  belasteten Knoten aus, deren Spannungen  $V_1 \dots V_n$  unbekannt seien. Nachdem wir zunächst die allgemeinen Formeln zur Bestimmung der Knotenspannungen abgeleitet haben werden, wollen wir zeigen, wie man, mit einem einzigen Knotenpunkt beginnend, schrittweise weitergeht, indem man unter Benützung der berechneten Werte immer einen neuen Knoten hinzunimmt.

Wir beginnen wieder mit den schon auf S. 312 gegebenen Gleichungen, in denen die  $k$  die daselbst mitgeteilte Bedeutung haben.

$$\left. \begin{aligned} k_{11} V_1 - k_{12} V_2 - \dots - k_{1, n-1} V_{n-1} - k_{1n} V_n &= J_1 \\ -k_{21} V_1 + k_{22} V_2 - \dots - k_{2, n-1} V_{n-1} - k_{2n} V_n &= J_2 \\ \dots &\dots \\ -k_{n1} V_1 - k_{n2} V_2 - \dots - k_{n, n-1} V_{n-1} + k_{nn} V_n &= J_n \end{aligned} \right\} . \text{ I)}$$

Nun können aber die Knotenspannungen  $V$  nach dem Gesetze der Superposition von Spannungen (Bd. I, S. 189) auch als lineare Funktionen der Knotenbelastungen  $J$  dargestellt werden, sodaß wir ein neues, zu I reziprokes Gleichungssystem bilden können:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= e_{11} J_1 + e_{12} J_2 + \dots + e_{1, n-1} J_{n-1} + e_{1n} J_n \\ V_2 &= e_{21} J_1 + e_{22} J_2 + \dots + e_{2, n-1} J_{n-1} + e_{2n} J_n \\ \dots &\dots \\ V_n &= e_{n1} J_1 + e_{n2} J_2 + \dots + e_{n, n-1} J_{n-1} + e_{nn} J_n \end{aligned} \right\} . \text{ II)}$$

$e_{p q}$  kann allgemein definiert werden als Knotenspannung des  $p$ -ten Knotens, wenn der  $q$ -te Knoten mit der Stromeinheit belastet, alle übrigen Knoten dagegen unbelastet sind.

Die Aufgabe besteht nun darin, die Größen  $e$  des Gleichungssystems II) als Funktionen der Koeffizienten  $k$  des Systems I) zu bestimmen, wodurch dann die gesuchten Knotenspannungen  $V$  in Abhängigkeit von den gegebenen Leitfähigkeiten und Knotenbelastungen gefunden sind. Diese Form hat zugleich den Vorteil, daß die Maxima der Ströme in den Leitern unmittelbar bestimmt werden können.



Unter denselben Belastungsbedingungen wie früher folgt auch hier

$$e'_{pq} = \frac{\Delta_{pq}}{\Delta},$$

wobei  $\Delta$ , die Determinante des Systems I', nichts anderes ist als die Subdeterminante zum Element  $k_{nn}$  aus der Determinante  $D$  des Systems I); und  $\Delta_{pq}$  bedeutet die Subdeterminante zum Element  $k_{pq}$  aus  $\Delta$  selbst.

Es ist also:

$$\begin{array}{rcl} e'_{11} & = & \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \left| \cdot k_{1n} \right. \\ e'_{12} & = & \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \left| \cdot k_{2n} \right. \\ & \vdots & \left| \vdots \right. \\ e'_{1,n-1} & = & \frac{\Delta_{1,n-1}}{\Delta} \left| \cdot k_{n-1,n} \right. \end{array}$$

Die vorstehenden Gleichungen werden mit den nebengesetzten Größen  $k$  multipliziert und addiert:

$$\begin{aligned} k_{1n} e'_{11} + k_{2n} e'_{12} + \dots + k_{n-1,n} e'_{1,n-1} &= \\ \frac{1}{\Delta} (k_{1n} \Delta_{11} + k_{2n} \Delta_{12} + \dots + k_{n-1,n} \Delta_{1,n-1}) &= \frac{D_{1n}}{\Delta}. \end{aligned}$$

Es ist nämlich aus den beiden nachstehenden Determinanten

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_{11} & -k_{12} & \dots & -k_{1,n-1} \\ -k_{21} & k_{22} & \dots & -k_{2,n-1} \\ & & \dots & \\ -k_{n-1,1} & -k_{n-1,2} & \dots & k_{n-1,n-1} \end{vmatrix}$$

$$D_{1n} = \begin{vmatrix} -k_{21} & k_{22} & \dots & -k_{2,n-1} \\ -k_{31} & -k_{32} & \dots & -k_{3,n-1} \\ & & \dots & \\ -k_{n1} & -k_{n2} & \dots & -k_{n,n-1} \end{vmatrix},$$

da  $k_{pq} = k_{qp}$  ist, ohne weiteres zu ersehen, daß

$$k_{1n} \Delta_{11} + k_{2n} \Delta_{12} + \dots + k_{n-1,n} \Delta_{1,n-1} = D_{1n}$$

ist, indem man einerseits die zu den Elementen der 1. Horizontalreihe gehörigen Subdeterminanten von  $\Delta$  mit  $k_{1n}, k_{2n}, \dots, k_{n-1,n}$  multipliziert, andererseits  $D_{1n}$  nach den Elementen der letzten Horizontalreihe entwickelt.



Nun folgt aus (I)

$$V_1 - V'_1 = \frac{V_n \begin{vmatrix} k_{1n} & -k_{12} & \dots & -k_{1,n-1} \\ k_{2n} & k_{22} & \dots & -k_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n-1,n} & -k_{n-1,2} & \dots & k_{n-1,n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_{11} & -k_{12} & \dots & -k_{1,n-1} \\ -k_{21} & k_{22} & \dots & -k_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k_{n-1,1} & -k_{n-1,2} & \dots & k_{n-1,n-1} \end{vmatrix}}$$

Für  $V_n$  setzen wir seinen, aus I) sich ergebenden Wert ein:

$$V_1 - V'_1 = \frac{\begin{vmatrix} k_{11} & -k_{12} & \dots & J_1 \\ -k_{21} & k_{22} & \dots & J_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k_{n1} & -k_{n2} & \dots & J_n \end{vmatrix}}{D} \cdot \frac{D_{1n}}{\mathcal{A}}$$

Für  $J_1 = 1$  und  $J_2 = \dots = J_n = 0$  findet sich

$$V_1 - V'_1 = \frac{D_{1n}}{D} \cdot \frac{D_{1n}}{\mathcal{A}} = e_{11} - e'_{11}.$$

Letzteres aus der ersten Gleichung von (II).

Wir schreiben nun

$$e_{11} - e'_{11} = \frac{D_{1n}}{\mathcal{A}} \cdot \frac{D_{1n}}{D} = \frac{c_{1n}^2}{\mathcal{A}}$$

$\frac{D}{\mathcal{A}} = C_n$  gesetzt, berechnet sich in folgender Weise:

$$D = -k_{1n} D_{1n} - k_{2n} D_{2n} - \dots - k_{n-1,n} D_{n-1,n} + k_{nn} \mathcal{A}$$

$$\frac{D}{\mathcal{A}} = -k_{1n} \frac{D_{1n}}{\mathcal{A}} - k_{2n} \frac{D_{2n}}{\mathcal{A}} - \dots - k_{n-1,n} \frac{D_{n-1,n}}{\mathcal{A}} + k_{nn}$$

$$C_n = -k_{1n} c_{1n} - k_{2n} c_{2n} - \dots - k_{n-1,n} c_{n-1,n} + k_{nn} \quad \text{IV)}$$

Somit ist

$$e_{11} - e'_{11} = \frac{c_{1n}^2}{C_n}$$

und ebenso finden sich die weiteren Differenzen entsprechender  $\varrho$ , indem man  $J_2 = 1$  und die übrigen  $J$  gleich Null setzt u. s. w.

Wir erhalten auf diese Weise folgende

Formeln zur Berechnung der  $\varrho$ :

$$\left. \begin{aligned} \varrho_{11} &= \varrho'_{11} + \frac{c_{1n}^2}{C_n}, \quad \varrho_{12} = \varrho'_{12} + \frac{c_{1n} \cdot c_{2n}}{C_n}, \quad \dots \quad \varrho_{1n} = \frac{c_{1n}}{C_n} \\ \varrho_{22} &= \varrho'_{22} + \frac{c_{2n}^2}{C_n}, \quad \dots \quad \varrho_{2n} = \frac{c_{2n}}{C_n} \\ &\dots \dots \dots \\ \varrho_{nn} &= \frac{1}{C_n} \end{aligned} \right\} \text{V)}$$

Die stufenweise Berechnung hat in der Weise zu erfolgen, daß man bei einem einzigen Knoten beginnt, also  $n = 1$  nimmt. Gegeben ist  $k_{11}$ . Aus IV) findet sich

$$C_1 = k_{11}$$

und aus V)

$$\varrho_{11} = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{k_{11}}.$$

Übergehend auf 2 Knoten,  $n = 2$ , haben wir gegeben  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{22}$  und haben den eben gefundenen Wert  $\varrho_{11}$  als  $\varrho'_{11}$  einzuführen.

Aus Gl. III)  $c_{12} = k_{12} \varrho'_{11}$

Aus Gl. IV)  $C_2 = -k_{12} c_{12} + k_{22}$

Somit aus Gl. V)  $\varrho_{11} = \varrho'_{11} + \frac{c_{12}^2}{C_2}$

$$\varrho_{12} = \frac{c_{12}}{C_2}$$

$$\varrho_{22} = \frac{1}{C_2}.$$

Für  $n = 3$  benützen wir die soeben berechneten Werte von  $\varrho$  als  $\varrho'_{11}$ ,  $\varrho'_{12}$ ,  $\varrho'_{22}$  und gewinnen aus den Gleichungen III, IV, V neue Werte  $\varrho_{11}$ ,  $\varrho_{12}$ ,  $\varrho_{13}$ ,  $\varrho_{22}$ ,  $\varrho_{23}$ ,  $\varrho_{33}$  u. s. w.

Das vorstehend entwickelte analytische Verfahren kann mittels Additions-Polygonen auch graphisch und zwar ebenfalls stufenweise durchgeführt werden, doch ist damit kein besonderer Vorteil zu erzielen. Um den Rechnungsgang der besprochenen rekursiven

Methode anschaulich zu zeigen, wollen wir ihn an dem bereits Seite 311 ff. verwerteten Beispiel (Fig. 172) auseinandersetzen. Nach der gegebenen Ableitung können wir uns auf die rein ziffermäßige Angabe der Rechnung beschränken.

1 Knoten;  $n = 1$ .

$$k_{11} = 40 + 18 + 20 + 12 = 90$$

$$C_1 = k_{11} = 90$$

$$e_{11} = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{90} = 0,0111.$$

2 Knoten;  $n = 2$ .

$$k_{12} = 40; k_{22} = 160$$

$$c_{12} = 40 \cdot 0,0111 = 0,444$$

$$C_2 = -40 \cdot 0,444 + 160 = 142,2$$

$$e_{11} = 0,0111 + \frac{0,444^2}{142,2} = 0,0125$$

$$e_{12} = \frac{0,444}{142,2} = 0,00312$$

$$e_{22} = \frac{1}{142,2} = 0,00703.$$

3 Knoten;  $n = 3$ .

$$k_{13} = 18; k_{23} = 18; k_{33} = 100$$

$$c_{13} = 18 \cdot 0,0125 + 18 \cdot 0,00312 = 0,2812$$

$$c_{23} = 18 \cdot 0,00312 + 18 \cdot 0,00703 = 0,1827$$

$$C_3 = -18 \cdot 0,2812 - 18 \cdot 0,1827 + 100 = 91,65$$

$$e_{11} = 0,0125 + \frac{0,2812^2}{91,65} = 0,01336$$

$$e_{12} = 0,00312 + \frac{0,2812 \cdot 0,1827}{91,65} = 0,00368$$

$$e_{13} = \frac{0,2812}{91,65} = 0,003068$$

$$e_{22} = 0,00703 + \frac{0,1827^2}{91,65} = 0,00739$$

$$e_{23} = \frac{0,1827}{91,65} = 0,00199$$

$$e_{33} = \frac{1}{91,65} = 0,01091.$$

4 Knoten;  $n = 4$ .

$$\begin{aligned}
 k_{14} &= 20; \quad k_{24} = 0; \quad k_{34} = 11; \quad k_{44} = 170 \\
 c_{14} &= 20 \cdot 0,01336 + 11 \cdot 0,003068 = 0,3009 \\
 c_{24} &= 20 \cdot 0,00368 + 11 \cdot 0,00199 = 0,0955 \\
 c_{34} &= 20 \cdot 0,003068 + 11 \cdot 0,01091 = 0,1814 \\
 C_4 &= -20 \cdot 0,3009 - 11 \cdot 0,1814 + 170 = 161,99 \\
 e_{11} &= 0,01336 + \frac{0,3009^2}{161,99} = 0,013919 \\
 e_{12} &= 0,00368 + \frac{0,3009 \cdot 0,0955}{161,99} = 0,003857 \\
 e_{13} &= 0,003068 + \frac{0,3009 \cdot 0,1814}{161,99} = 0,003405 \\
 e_{14} &= \frac{0,3009}{161,99} = 0,001857 \\
 e_{22} &= 0,00739 + \frac{0,0955^2}{161,99} = 0,007446 \\
 e_{23} &= 0,00199 + \frac{0,0955 \cdot 0,1814}{161,99} = 0,002097 \\
 e_{24} &= \frac{0,0955}{161,99} = 0,000589 \\
 e_{33} &= 0,01091 + \frac{0,1814^2}{161,99} = 0,011113 \\
 e_{34} &= \frac{0,1814}{161,99} = 0,00112 \\
 e_{44} &= \frac{1}{161,99} = 0,006173.
 \end{aligned}$$

5 Knoten;  $n = 5$ .

$$\begin{aligned}
 k_{15} &= 12; \quad k_{25} = 22; \quad k_{35} = 0; \quad k_{45} = 16; \quad k_{55} = 120 \\
 c_{15} &= 12 \cdot 0,013919 + 22 \cdot 0,003857 + 16 \cdot 0,001857 = 0,2816 \\
 c_{25} &= 12 \cdot 0,003857 + 22 \cdot 0,007446 + 16 \cdot 0,000589 = 0,2195 \\
 c_{35} &= 12 \cdot 0,003405 + 22 \cdot 0,002097 + 16 \cdot 0,00112 = 0,1049 \\
 c_{45} &= 12 \cdot 0,001857 + 22 \cdot 0,000589 + 16 \cdot 0,006173 = 0,134 \\
 C_5 &= -12 \cdot 0,2816 - 22 \cdot 0,2195 - 16 \cdot 0,134 + 120 = 109,65 \\
 e_{11} &= 0,013919 + \frac{0,2816^2}{109,65} = 0,014642 \\
 e_{12} &= 0,003857 + \frac{0,2816 \cdot 0,2195}{109,65} = 0,004421
 \end{aligned}$$

$$e_{13} = 0,003405 + \frac{0,2816 \cdot 0,1049}{109,65} = 0,003674$$

$$e_{14} = 0,001857 + \frac{0,2816 \cdot 0,134}{109,65} = 0,002201$$

$$e_{15} = \frac{0,2816}{109,65} = 0,00257$$

$$e_{22} = 0,007446 + \frac{0,2195^2}{109,65} = 0,007885$$

$$e_{23} = 0,002097 + \frac{0,2195 \cdot 0,1049}{109,65} = 0,002307$$

$$e_{24} = 0,000589 + \frac{0,2195 \cdot 0,134}{109,65} = 0,000857$$

$$e_{25} = \frac{0,2195}{109,65} = 0,00200$$

$$e_{33} = 0,011113 + \frac{0,1049^2}{109,65} = 0,011213$$

$$e_{34} = 0,00112 + \frac{0,1049 \cdot 0,134}{109,65} = 0,001248$$

$$e_{35} = \frac{0,1049}{109,65} = 0,000957$$

$$e_{44} = 0,006173 + \frac{0,134^2}{109,65} = 0,006337$$

$$e_{45} = \frac{0,134}{109,65} = 0,00122$$

$$e_{55} = \frac{1}{109,65} = 0,00912.$$

Somit lauten die gesuchten linearen Funktionen der V:

$$V_1 = 0,01464 J_1 + 0,00442 J_2 + 0,00367 J_3 + 0,00220 J_4 + 0,00257 J_5$$

$$V_2 = 0,00442 J_1 + 0,00789 J_2 + 0,00231 J_3 + 0,000857 J_4 + 0,00200 J_5$$

$$V_3 = 0,00367 J_1 + 0,00231 J_2 + 0,01121 J_3 + 0,00125 J_4 + 0,000957 J_5$$

$$V_4 = 0,00200 J_1 + 0,000857 J_2 + 0,00125 J_3 + 0,00634 J_4 + 0,00122 J_5$$

$$V_5 = 0,00257 J_1 + 0,00200 J_2 + 0,000957 J_3 + 0,00122 J_4 + 0,00912 J_5.$$

Die praktischen Netze sind durchwegs unvollkommene Netze in dem Sinne, daß nicht alle Knoten untereinander verbunden sind, sondern nur derart, wie es den Straßenkreuzungen entspricht. Aus diesem Grunde kann man auch meistens transfigurieren und im Falle auftretender Schwierigkeiten im vorhinein oder nach einigen Transfigurationsschritten die Arbeit vermindern durch Benutzung eines Verfahrens, welches wir im nachstehenden angeben:



die Differenz daher

$$(a_I - a_{II}) + (b_I + b_{II}) J_x = J_x \cdot \varrho,$$

woraus sich der fragliche Strom  $J_x$  berechnet.

Nach denselben Erkenntnissen behandelt man kompliziertere Fälle.

In Fig. 184 ist ein Netz dargestellt, welches aus den Netzteilen I und II besteht, welche untereinander durch zwei Leiter, deren Widerstände  $\varrho_x$  und  $\varrho_y$  betragen, verbunden sind. Durch-

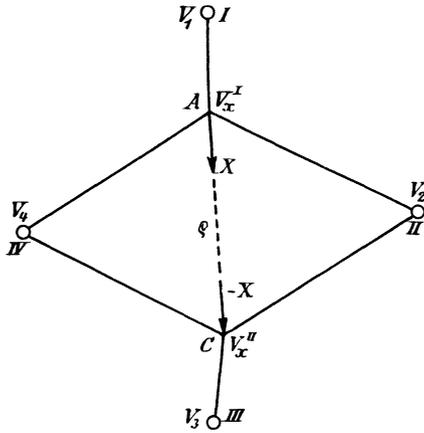


Fig. 183.

schneiden wir diese Leiter, dann müssen als Ersatz für den Netzteil I die Ströme  $J_x$  und  $J_y$ , für den Netzteil II die Ströme  $-J_x$  und  $-J_y$  in Rechnung gezogen werden. Da die Knotenspannungen lineare Funktionen der Knotenbelastungen sind, können die Spannungen in den vier Verbindungsknoten folgenderweise dargestellt werden:

$$\left. \begin{aligned} V_x^I &= A_1^I J_x + B_1^I J_y + C_1^I \\ V_y^I &= B_2^I J_x + A_2^I J_y + C_2^I \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{I)}$$

$$\left. \begin{aligned} V_x^{II} &= A_1^{II} (-J_x) + B_1^{II} (-J_y) + C_1^{II} \\ V_y^{II} &= B_2^{II} (-J_x) + A_2^{II} (-J_y) + C_2^{II} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{II)}$$

wobei sich die Konstanten A, B, C aus den bezüglichen Widerstandswerten der Leiter des Netzes zusammensetzen.  $A_1^I$  ist bei-

spielsweise numerisch gleich der Spannung im Knotenpunkte  $X^I$ , wenn alle übrigen Knoten des Netzteiles I, demnach auch  $Y^I$ , unbelastet wären und  $J_x$  gleich der Stromeinheit wäre. So stellt ferner  $B_2^I$  den Spannungswert im Knoten  $Y^I$  dar, sofern in diesem die Stromeinheit abgenommen wird, während alle übrigen Knoten unbelastet blieben. Aus den Gleichungen I) und II) ergibt sich:

$$J_x \varrho_x = (A_1^I + A_1^{II}) J_x + (B_1^I + B_1^{II}) J_y + (C_1^I - C_1^{II})$$

$$J_y \varrho_y = (B_2^I + B_2^{II}) J_x + (A_2^I + A_2^{II}) J_y + (C_2^I - C_2^{II})$$

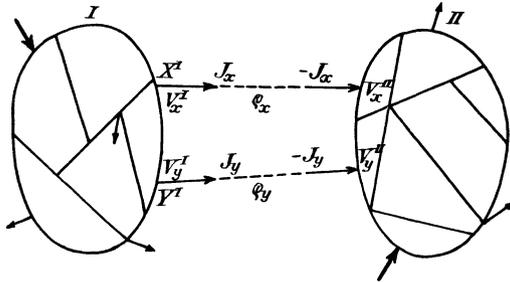


Fig. 184.

und endlich

$$\left. \begin{aligned} (\varrho_x - A_1^I - A_1^{II}) J_x - (B_1^I + B_1^{II}) J_y &= C_1^I - C_1^{II} \\ - (B_2^I + B_2^{II}) J_x + (\varrho_y - A_2^I - A_2^{II}) J_y &= C_2^I - C_2^{II} \end{aligned} \right\} \cdot M$$

Aus M) berechnen sich nun linear  $J_x$  und  $J_y$ , wobei die Koeffizienten zur Diagonale symmetrisch sind.

Sind mehr als zwei Verbindungswiderstände vorhanden, so steigt entsprechend die Zahl dieser Gleichungen. Werden einige dieser Widerstände Null, so heißt dies, die Netze hängen mit Knoten direkt zusammen oder deutlicher: die Trennung der Netze in Teilstücke erfolgte in mehrfachen Knoten. Ja, diese Methode bleibt im Wesen völlig ungeändert, wenn statt der Verbindungsleiter  $\varrho$  ganze Netzstücke eingesprengt sind.

Die Entstehung der Netzgebilde kann man sich auf zwei gegensätzliche Weisen erklären<sup>20)</sup>. Die erste greift vorerst auf die Knoten und sieht in den Leitern nur die Verbindungen dieser Knoten, welche entweder gegebene Speisepunkte sind, also versehen mit bekannter Spannung, oder freie Knoten, denen

die Spannung durch die Strömung von den ersteren aufgedrückt wird. Die zweite Bildung nimmt zunächst selbständige Maschen an und denkt sich in diesen Ströme kreisen. Durch Aneinandersetzen dieser Maschen entstehen die Knoten mit ihren Spannungen. Diesen Vorgängen entspricht die analytische Rechnungsweise nach der Strom- und Spannungsmethode. Bei ersterer sucht man unmittelbar die Ströme in den Leitern, bei letzterer die Spannungen in den Knoten. Die Auflösung der hierbei auftretenden linearen Gleichungen führte, wie gezeigt, zu Determinanten, deren Auswertung umständlich wird. Unsere hier vorgebrachte Methode der Transfiguration entspricht einer physikalischen Elimination von Unbekannten aus mangelhaften linearen Gleichungen. Geht man vom Dreieck zum Stern über, so öffnet man eine Masche; transformiert man den Stern in ein Dreieck, so läßt man einen Knoten, also seine unbekante Spannung, verschwinden. In dieser Art genügt die Transfigurierung der Strom- und Spannungsmethode. Die Transfigurierung wird aber infolge ihrer Bedürfnislosigkeit zur Vereinfachung gegebener Netze sicherlich immer angewendet werden. Da die praktischen Netze den Netzverbund zwischen den Knoten doch nur unvollkommen enthalten können, so reicht sie namentlich mit dem Prinzip der Netzspaltung zur Lösung aus, sodaß sie, wie wir hoffen, in der Praxis Eingang und Anwendung finden wird.

1) G. Santarelli, La lim. él. XXXVI., S. 450, 1890.

2) A. Sengel, ETZ. 1899, S. 807, 826.

3) J. Herzog, Die Stromverteilung in Leitungsnetzen. ETZ. 1893, 6. Januar.

4) Prof. J. Teichmüller hat diesen unseren Satz in der ETZ. 1903, S. 339 als neu bezeichnet.

5) Beide Ausdrücke sind von uns i. J. 1900, ETZ. S. 167 zum erstenmal eingeführt worden. Die deutsche Bezeichnung wurde von den Deutschen wie üblich übergangen, die zweite fremdsprachige dagegen, als vermeintlich von Kenelly herrührend, selbstredend rasch aufgenommen.

6) Otto Frick, Z. f. E. 1894, S. 265, 289, 318, behandelt bereits diese Umbildung von Zweiecken. Seine Behauptung, daß sie in allen Fällen genügt, wo die Leitungen keine geschlossene Figur bilden, ohne daß in einem Punkte von den diese Figur bildenden Leitungen ein Speisepunkt sich befindet, trifft nicht zu.

7) Herzog - Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze. I. Bd., 2. Aufl., S. 212.

<sup>8)</sup> A. E. Kenelly, On the determination of current strength in three pointed star resistance systems. *El. World and Eng.* 1899, Vol. XXXIV, No. 8, S. 268 und derselbe: The Equivalence of triangles an threepointed stars in conducting networks. *El. World and Eng.*, Vol. XXXIV, No. 12, S. 413.

Herzog-Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze. I. Bd., 2. Aufl., S. 209 ff. und S. 264 ff.

<sup>9)</sup> J. K. Sumec, *Z. f. E.* 1903, 1. November.

<sup>10)</sup> Herzog-Feldmann, *ETZ.* 1903, S. 172.

<sup>11)</sup> Gauß' Werke, V. Bd., S. 601 ff.

<sup>12)</sup> Herr Professor Gundelfinger hatte die Güte, uns bereits i. J. 1890 in einem Briefe vom 3. Mai die Gaußsche Methode und seine eigene Umformung mitzuteilen.

<sup>13)</sup> Chr. L. Gerling, Die Ausgleichsrechnungen der praktischen Geometrie. 1843, S. 386 ff.

<sup>14)</sup> P. M. Verhoeckx, Une méthode analytique et graphique pour le calcul des réseaux fermés. *L'Ecl. él.* 1904, Tome XXXIX, No. 16 und 17.

<sup>15)</sup> Kirchhoff, *Pogg. Ann.* 72, 1847.

<sup>16)</sup> W. Feußner, Über Stromverzweigung in netzförmigen Leitern. *Ann. d. Phys.* 1902, No. 13.

<sup>17)</sup> Derselbe, *Marburger Sitzungsberichte* 1904.

<sup>18)</sup> Siehe Note 14).

<sup>19)</sup> Die Anregung zu dieser Methode kam von der im Brückenbau verwendeten Hennebergschen Methode des Ersatzstabes.

<sup>20)</sup> Herzog-Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze. I. Bd., 2. Aufl., S. 192.

## Siebentes Kapitel.

### Dimensionierung von Fernleitungen.

---

Wenn wir an Hand der im fünften Kapitel des ersten Teils gegebenen Entwicklungen die Dimensionierung einer Fernleitung für einen bestimmten Spannungs- oder Leistungsverlust vornehmen wollen, müssen wir versuchen, die in I, S. 329 (und 318) niedergelegten Beziehungen

$$\begin{aligned} J &= i \cos \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} + e \sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{C}}} \sin \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} \quad . . . 1) \\ &= i \cos j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} - j e \sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{C}}} \sin j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} = i \mathfrak{A} - e \mathfrak{C} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} E &= e \cos \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} + i \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{R}}} \sin \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} \quad . . . . 2) \\ &= e \cos j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} - j i \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{R}}} \sin j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} = e \mathfrak{A} - i \mathfrak{B} \end{aligned}$$

zwischen den Spannungen und Strömen  $e$  und  $i$  am Ende und  $E$  und  $J$  am Anfang der Fernleitung in eine bequemere Form umzugestalten. Dies ist aber nur ein Teil der Aufgabe.

Die Vereinfachung könnte vielleicht nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen oder für Fernleitungen bis zu einer gewissen Länge möglich sein. Um Unsicherheiten zu vermeiden, wollen wir hier unter Leitungslänge stets den Abstand zwischen dem Quellpunkt oder der Erzeugerstelle und dem entferntesten Sinkpunkt oder Abnehmer verstehen. Bei Einphasen oder allgemein zweidrähtigen Leitungen ist also die Drahtlänge doppelt, bei Drehstromleitungen dreimal so groß als die Leitungslänge.

Die Aufgabe muß also verallgemeinert werden und es ist insbesondere auch zu untersuchen, wie die Wellenfortpflanzung im allgemeinen sich längs solcher Fernleitungen vollzieht und wie insbesondere die Rechnung sich gestaltet, wenn die Abnehmer gegen die Spannung  $e$  phasenverschobene Ströme  $i$  aus der Leitung entnehmen.

Schließlich ist dann noch erforderlich, eine Beziehung für den Querschnitt der Leitung aufzustellen und die sich hierbei ergebende transzendente Gleichung so zu behandeln, daß sie mit verhältnismäßig einfachen Mitteln zu lösen ist.

Die Gesamtaufgabe dieses Kapitels ist also eine dreiteilige und wir wenden uns zuerst zur

### 1. Verallgemeinerung der Gleichungen.

Nennen wir

$R$  den effektiven Widerstand, entsprechend allen EMKen in Phase mit  $J$ ,

$L$  die effektive Induktanz, entsprechend allen EMKen senkrecht zu  $J$ ,

$A$  die effektive Ableitung, entsprechend allen Strömen in Phase mit  $V$ ,

$C$  die effektive Kapazität, entsprechend allen Strömen senkrecht zu  $V$ ,

dann gelten nach den I, S. 25 gegebenen Ableitungen die Differentialgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V}{\partial x} &= R J + L \frac{\partial J}{\partial t} \\ -\frac{\partial J}{\partial x} &= A V + C \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{3)}$$

wobei der Abstand  $x$  positiv in Richtung wachsender Entfernung von der Quelle zu nehmen ist. Diese beiden Differentialgleichungen sind vollkommen identisch gebaut und in Bezug auf  $J$  und  $V$  vollkommen symmetrisch; sie können somit für  $J$  und  $V$  nur Lösungen ergeben, die sich ausschließlich durch ihre durch die Grenzbedingungen bestimmbaren Integrationskonstanten von einander unterscheiden.

Differenziert man partiell nach  $x$ , so erhält man nach Einsetzung der Werte  $\frac{\partial J}{\partial x}$  und  $\frac{\partial V}{\partial x}$  aus 3)

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} &= R A V + [R C + L A] \frac{\partial V}{\partial t} + C L \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} &= R A J + [R C + L A] \frac{\partial J}{\partial t} + C L \frac{\partial^2 J}{\partial t^2}.\end{aligned}$$

Für den vorliegenden Zweck sind die folgenden Lösungen genügend allgemein:

$$\left. \begin{aligned}V &= (K_1 \cdot \cos m x + K_2 \sin m x) e^{j \omega t} \\ J &= (K'_1 \cdot \cos m x + K'_2 \sin m x) e^{j \omega t}\end{aligned} \right\} \dots \dots 4)$$

worin  $K_1, K_2, K'_1, K'_2$  Integrationskonstanten sind, die durch die Grenzbedingungen bestimmt werden, und  $\omega = 2 \pi \sim$  ist.

Es ist also:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial t} &= j \omega V; & \frac{\partial J}{\partial t} &= j \omega J \\ -\frac{\partial V}{\partial x} &= (R + j \omega L) J = \mathfrak{S} J; & -\frac{\partial J}{\partial x} &= (A + j \omega C) V = \mathfrak{R} V \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \mathfrak{R} \mathfrak{S} V; & \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} &= \mathfrak{R} \mathfrak{S} J \\ -m^2 &= \mathfrak{R} \mathfrak{S} & \text{und} & \quad m = +j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{S}} = \alpha + j \beta.\end{aligned}$$

Wir erhalten also, wie in I, S. 399 die Beziehungen:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} [V(A^2 + \omega^2 C^2)(R^2 + \omega^2 L^2) + (A R - \omega^2 L C)]}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} [V(A^2 + \omega^2 C^2)(R^2 + \omega^2 L^2) + (A R - \omega^2 L C)]}$$

die für sehr kleine Werte von  $\frac{R}{\omega L}$  und für  $A = 0$  übergehen in

$$\begin{aligned}\alpha &= \omega \sqrt{C L} \\ \beta &= \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}.\end{aligned}$$

Wir haben nun die Konstanten  $K_1, K_2, K'_1$  und  $K'_2$  der Gleichungen 4) zu bestimmen, wobei wir als Identität  $V \equiv E$  setzen.

Wenn am Anfang der Leitung die EMK  $\mathfrak{E}_1 = E_1 \cdot \epsilon^{j \omega t}$  herrscht, so gilt für diesen Punkt  $x = 0$ ,

$$\mathfrak{E}_1 = E_1 \epsilon^{j \omega t} = [E]_{x=0} = K_1 \epsilon^{j \omega t}$$

also

$$K_1 = E_1.$$

Da nun

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= (-m K_1 \sin m x + m K_2 \cos m x) \epsilon^{j \omega t} = \mathfrak{E} J \\ &= \mathfrak{E} (K'_1 \cos m x + K'_2 \sin m x) \epsilon^{j \omega t} \end{aligned}$$

folgt

$$\mathfrak{E} K'_1 = m K_2$$

und

$$\mathfrak{E} K'_2 = -m K_1 = -m E_1.$$

Wir haben also für die Vektoren  $\mathfrak{J}$  und  $\mathfrak{E}$  die folgenden Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{J} &= \frac{m}{\mathfrak{E}} (K_2 \cos m x - E_1 \sin m x) \epsilon^{j \omega t} \\ \mathfrak{E} &= (E_1 \cos m x + K_2 \sin m x) \epsilon^{j \omega t} \end{aligned} \right\} \dots 5)$$

Um noch die Konstante  $K_2$  zu bestimmen, bilden wir für das Ende der Leitung, wofür  $x = l =$  der Leitungslänge ist,

$$\frac{\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{J}_2} = \mathfrak{B}_2 = \frac{\mathfrak{E}}{m} \frac{E_1 \cos m l + K_2 \sin m l}{-E_1 \sin m l + K_2 \cos m l}$$

und daraus

$$K_2 = E_1 \cdot \frac{\mathfrak{B}_2 \sin m l + \frac{\mathfrak{E}}{m} \cos m l}{\mathfrak{B}_2 \cos m l - \frac{\mathfrak{E}}{m} \sin m l}.$$

Führt man noch die Bezeichnung

$$- \frac{\mathfrak{E}}{m} = j \sqrt{\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{R}}} = n$$

ein, so wird

$$K_2 = E_1 \frac{\mathfrak{B}_2 \cdot \sin m l - n \cos m l}{\mathfrak{B}_2 \cos m l + n \sin m l} = \frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{R}_1} E_1.$$

Dies gibt, eingesetzt in die Gleichungen 5) für  $\mathfrak{J}$  und  $\mathfrak{E}$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{J} &= - \frac{E_1}{n \mathfrak{R}_1} (\mathfrak{B}_1 \cos m x - \mathfrak{R}_1 \sin m x) \epsilon^{j \omega t} \\ \mathfrak{E} &= \frac{E_1}{\mathfrak{R}_1} (\mathfrak{R}_1 \cos m x + \mathfrak{B}_1 \sin m x) \epsilon^{j \omega t} \end{aligned} \right\} \dots 5a)$$

$\mathfrak{B}_1$  und  $\mathfrak{N}_1$  sind Richtungsgrößen, in denen die komplexe Größe  $m = \alpha + j\beta$  in den Winkelfunktionen enthalten ist. Nun ist aber

$$\left. \begin{aligned} 2 \sin m l &= \varepsilon^{\beta l} (\sin \alpha l + j \cos \alpha l) + \varepsilon^{-\beta l} (\sin \alpha l - j \cos \alpha l) \\ 2 \cos m l &= \varepsilon^{\beta l} (\cos \alpha l - j \sin \alpha l) + \varepsilon^{-\beta l} (\cos \alpha l + j \sin \alpha l) \end{aligned} \right\} 6a)$$

also

$$2 \mathfrak{B}_1 = \begin{cases} \varepsilon^{\beta l} \{ [-n \cos \alpha l + \mathfrak{B}_2 \sin \alpha l] + j [\mathfrak{B}_2 \cos \alpha l + n \sin \alpha l] \\ + \varepsilon^{-\beta l} \{ [-n \cos \alpha l + \mathfrak{B}_2 \sin \alpha l] - j [\mathfrak{B}_2 \cos \alpha l + n \sin \alpha l] \end{cases}$$

und

$$2 \mathfrak{N}_1 = \begin{cases} \varepsilon^{\beta l} \{ [\cdot \mathfrak{B}_2 \cos \alpha l + n \sin \alpha l] - j [-n \cos \alpha l + \mathfrak{B}_2 \sin \alpha l] \\ + \varepsilon^{-\beta l} \{ [\cdot \mathfrak{B}_2 \cos \alpha l + n \sin \alpha l] + j [-n \cos \alpha l + \mathfrak{B}_2 \sin \alpha l] \}. \end{cases}$$

Man sieht, daß die Ausdrücke einander ähnlich gebaut sind. Schreibt man einzelne Vektoren statt der Größen in den eckigen Klammern, um die Übersicht zu erleichtern, so erhält man folgendes Bild:

$$\left. \begin{aligned} 2 \mathfrak{B}_1 &= \varepsilon^{\beta l} \{ \mathfrak{G} + j \mathfrak{H} \} + \varepsilon^{-\beta l} \{ \mathfrak{G} - j \mathfrak{H} \} \\ 2 \mathfrak{N}_1 &= \varepsilon^{\beta l} \{ \mathfrak{H} - j \mathfrak{G} \} + \varepsilon^{-\beta l} \{ \mathfrak{H} + j \mathfrak{G} \} \end{aligned} \right\} \dots 6b)$$

Ganz analog können die Winkelfunktionen von  $m x$  in Gl. 5a) behandelt werden. Man erhält dabei ganz analog wie oben:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S} &= -\frac{E_1}{2n \mathfrak{N}_1} \left[ \varepsilon^{\beta x} \{ \mathfrak{D} - j \mathfrak{F} \} + \varepsilon^{-\beta x} \{ \mathfrak{D} + j \mathfrak{F} \} \right] \varepsilon^{j \omega t} \\ \mathfrak{G} &= \frac{E_1}{2 \mathfrak{N}_1} \left[ \varepsilon^{\beta x} \{ \mathfrak{F} + j \mathfrak{D} \} + \varepsilon^{-\beta x} \{ \mathfrak{F} - j \mathfrak{D} \} \right] \varepsilon^{j \omega t} \end{aligned} \right\} \dots 7)$$

worin

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D} &= \mathfrak{B}_1 \cos \alpha x - \mathfrak{N}_1 \sin \alpha x \\ \mathfrak{F} &= \mathfrak{N}_1 \cos \alpha x + \mathfrak{B}_1 \sin \alpha x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 8)$$

bedeutet.

Die Wellen bestehen also aus zwei Komponenten, von denen die Amplitude der einen mit dem Faktor  $\varepsilon^{-\beta x}$  mit wachsendem  $x$ , also nach dem Ende der Leitung hin abnimmt, während die Amplitude der anderen mit dem Faktor  $\varepsilon^{\beta x}$  nach dem Ende der Leitung hin zunimmt. Die letztere kann als reflektierte Welle aufgefaßt werden.

Die beiden Komponenten der gesamten Welle, nämlich die vom Generator ausgehende und die vom Abnehmer reflektierte Welle, sind im allgemeinen Falle nicht von gleicher Größe. Sie können vielmehr, da sie für  $\mathfrak{J}$  die Form  $(\mathfrak{D} - j\mathfrak{F})$  und  $(\mathfrak{D} + j\mathfrak{F})$  besitzen, als Spiegelungen gegen die reelle Ebene betrachtet werden. Ebenso entsprechen die beiden Komponenten  $(\mathfrak{F} + j\mathfrak{D})$  und  $(\mathfrak{F} - j\mathfrak{D})$  der Spannung  $\mathfrak{E}$  einander derart, daß die eine durch Spiegelung gegen die reelle Ebene in die andere übergeht.

Wollte man den Reflexionswinkel ermitteln, so müßte man überall die reellen von den imaginären Teilen trennen; die langen Rechnungen sollen hier jedoch nicht durchgeführt werden, da die für unsere Zwecke erforderlichen Schlüsse schon aus den vorhandenen Gleichungen gezogen werden können.

Die Gleichungen 7) und 8) lassen erkennen, daß die Länge  $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$  eine komplette Wellenlänge ist. Im Abstände  $\lambda$  wiederholen sich die Phasen der Komponenten von  $\mathfrak{J}$  und  $\mathfrak{E}$ , und im Abstand  $\frac{\lambda}{2}$  sind sie einander gerade entgegengesetzt. Wir haben also bei sehr langen Leitungen die bemerkenswerte Eigenschaft, daß in Punkten, die um je eine halbe Wellenlänge voneinander entfernt sind, in einem bestimmten Moment die Ströme in entgegengesetzten Richtungen fließen und die Spannungen einander entgegengesetzte Richtung besitzen.

Die Wellenlänge der Bewegung ist also  $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ , die Geschwindigkeit ihres Fortschreitens

$$v = \lambda \omega = \frac{\omega}{\alpha}$$

Wenn  $A = 0$  und  $R$  sehr klein gegen  $\omega L$  geht letztere Beziehung über in

$$v = \frac{1}{\sqrt{CL}}$$

An jeder Abzweigstelle treten Reflexionserscheinungen auf und die einzelnen Leiterstücke führen jenen Strom und besitzen in einem bestimmten Augenblick jene Spannung, die sich aus der Übereinanderlagerung der einzelnen vom Generator ausgehenden und von den hinter dem Leiterstück liegenden Abzweigstellen reflektierten Wellen ergeben. Das Prinzip der Superposition ist

hier aber nicht mehr streng gültig, wenn wir es auch verwenden müssen, um uns die verwickelten Erscheinungen annähernd vorstellen zu können. Es ist nicht mehr gültig, weil die einzelnen Erscheinungen nicht unabhängig voneinander sind.

Wir müssen also so vorgehen, daß wir zunächst wie bisher nur einen Abnehmer betrachten und seine Rückwirkung auf die ebenfalls mit Richtungswiderstand behaftete Stromquelle dadurch vollständig außer acht lassen, daß wir wie bisher die Spannung  $\mathfrak{E}$  am Anfang der Leitung als gegeben ansehen.

Längs der Leitung werden dann  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{J}$  von Punkt zu Punkt verschiedene Werte aufweisen und die Phasendifferenz  $\varphi$  zwischen  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{J}$  wird ebenfalls<sup>1)</sup> von Punkt zu Punkt um einen Mittelwert  $\varphi_\infty$  variieren, den sie für eine unendlich lange Leitung annehmen würde.

Dieser Wert ergibt sich, wenn wir bedenken, daß für eine unendlich lange Leitung in Richtung der bis auf  $x = \infty$  zunehmenden Länge Strom und Spannung immer kleiner werden. Bei  $x = \infty$  ist  $\mathfrak{J} = 0$ ,  $\mathfrak{E} = 0$ . Der Richtungswiderstand  $\mathfrak{B}_\infty = \lim_{x=\infty} \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{J}}$  am Ende der  $\infty$  langen Linie ergibt sich aus 7) wegen  $e^{-\beta x} = 0$  und  $\frac{\mathfrak{H} + j\mathfrak{D}}{\mathfrak{D} - j\mathfrak{F}} = j$  zu

$$\mathfrak{B}_\infty = -jn = j \cdot \frac{(R + jL\omega)}{\alpha + j\beta} = P + jQ,$$

worin  $P = \frac{R\beta - L\omega\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}$  und  $Q = \frac{R\alpha + L\omega\beta}{\alpha^2 + \beta^2}$  und somit

$$\operatorname{tg} \varphi_\infty = \frac{Q}{P} = \frac{R\alpha + L\omega\beta}{R\beta - L\omega\alpha},$$

also konstant für alle Punkte in endlicher Entfernung vom Anfang der  $\infty$  langen Leitung. Der Winkel  $\varphi_\infty$  wird = 0, wenn  $-(\alpha R) = \beta L\omega$ . Strom und Spannung decken sich also mehr und mehr, wenn<sup>2)</sup>

$$-(\alpha : \beta) = L\omega : R$$

oder

$$A : C\omega = R : L\omega,$$

und er wird = 45°, wenn

$$R\alpha + L\omega\beta = R\beta - L\omega\alpha$$

oder

$$\alpha : \beta = (R - L\omega) : (R + L\omega),$$

woraus

$$AR + \omega^2 LC = 0.$$

Es müssen also in diesem Fall zwei von den vier Leitungs-  
konstanten = 0 sein, entweder A und L, was bei gut isolierten  
konzentrischen oder verseilten Kabeln annähernd zutrifft, oder  
A und C, was bei Hochspannungsluftlinien in roher Annäherung  
zutrifft. R kann nie = 0 werden. Es kommen also nur die  
beiden erwähnten Kombinationen in Betracht.

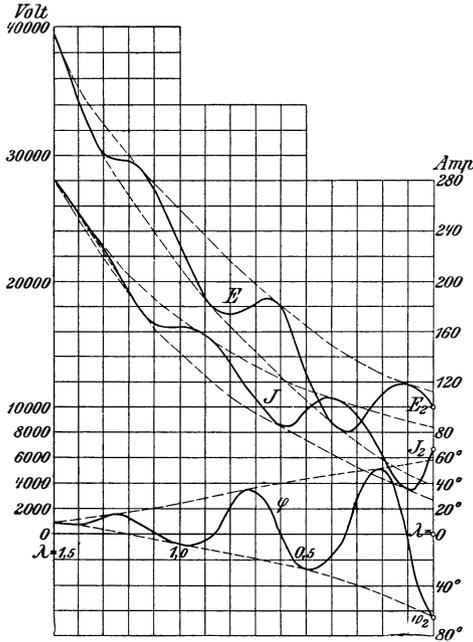


Fig 185.

Fig. 185 stellt nach Steinmetz das Verhalten einer Fernleitung  
dar, die am Ende  $J_2 = 65$  Ampère bei einem Leistungsfaktor  
von 0,385, entsprechend einer Verzögerung um  $\varphi_2 = 67^\circ 20'$  und  
einer Spannung von  $E_2 = 10000$  Volt abgibt, wobei die Leitungs-  
konstanten für die Längeneinheit, ein km,

$$\begin{aligned} R &= 1 & A &= 2 \cdot 10^{-5} \\ L \omega &= 4 & C \omega &= 20 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Es ist dann also

$$-\alpha = 28,36 \cdot 10^{-3} \qquad \beta = 4,95 \cdot 10^{-3}$$

und die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{6,28}{28,36 \cdot 10^{-3}} = 221,5 \text{ km.}$$

Die Gleichungen für den Strom und die Spannung im Punkt  $\xi$ , gerechnet vom Ende der Leitung aus, lauten

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &= \varepsilon^{\beta \xi} [(47,3 \cos \alpha \xi + 27,4 \sin \alpha \xi) + j(27,4 \cos \alpha \xi - 47,3 \sin \alpha \xi)] \\ &\quad - \varepsilon^{-\beta \xi} [(22,3 \cos \alpha \xi + 32,6 \sin \alpha \xi) - j(32,6 \cos \alpha \xi - 22,3 \sin \alpha \xi)] \\ \mathfrak{U} &= \varepsilon^{\beta \xi} [(6450 \cos \alpha \xi + 4410 \sin \alpha \xi) + j(4410 \cos \alpha \xi - 6450 \sin \alpha \xi)] \\ &\quad + \varepsilon^{-\beta \xi} [(3530 \cos \alpha \xi + 4410 \sin \alpha \xi) - j(4410 \cos \alpha \xi - 3530 \sin \alpha \xi)] \end{aligned}$$

und ergeben für  $1\frac{1}{2}$  Wellenlängen den in Fig. 185 dargestellten Verlauf der Effektivwerte. Man erkennt, daß die Effektivwerte nur die halbe Wellenlänge der Momentanwerte besitzen, da sie nach Verlauf von  $\frac{\lambda}{2}$  schon wieder dieselbe Phase erreichen, und daß diese Werte selbst, sowie ihre Phasendifferenz  $\varphi$  stark oszillieren.

Nun sind die Verhältnisse hier stark übertrieben dargestellt. Es sind die Linienkonstanten ungünstig gewählt, wie sich besonders bei Betrachtung von  $A = 2 \cdot 10^{-5}$ , entsprechend einem Isolationswiderstand  $\frac{1}{A} = 50000$  Ohm pro km oder 226 Ohm für eine Wellenlänge von 221,5 km, ergibt. Man würde eine Hochspannungslinie für 10000 Volt Endspannung niemals so mangelhaft isoliert ausführen, da, abgesehen von allen sonstigen Dingen, der Effektverlust durch Ableitung pro km schon mindestens 2 KW betrüge. Ferner würde man praktisch niemals einen so geringen Leistungsfaktor dauernd zulassen. Beide Verhältnisse wirken hier aber in Steinmetzens Beispiel zusammen, um die Wirkung der Oszillationen besonders deutlich hervorzuheben.

Bei induktiver Belastung schwankt der Winkel der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung zwischen Nach- und Voreilung hin und her, um sich schließlich mit wachsender Länge der Linie dem Grenzwert für die unendlich lange Leitung

$$\operatorname{tg} \varphi_{\infty} = \frac{R \cdot \alpha + L \omega \beta}{R \cdot \beta - L \omega \alpha} = -0,073; \quad \varphi_{\infty} = -4,2^{\circ}$$

zu nähern. Die Amplituden der Oszillationen nehmen aber nicht nur bei der Phasenverschiebung zwischen  $J$  und  $E$ , sondern auch

beim Strom und der Spannung selbst vom Empfänger nach dem Generator hin ab. Bei rein wattloser Belastung sind die Oszillationen am stärksten, bei induktionsfreier verschwinden sie fast vollständig. Es wird sich also empfehlen, bei langen Leitungen die Empfänger tunlichst in Bezug auf die Entnahme wattloser Ströme aus der Leitung zu kompensieren. Beim Anschluß asynchroner Motoren kann dies dadurch geschehen, daß man entweder die Motoren selbst nach einer der neuerdings bekannt gewordenen Methoden<sup>3)</sup> kompensiert, oder daß man entsprechend übererregte Synchronmotoren oder synchrone rotierende Umformer zu ihnen parallel schaltet. Bei sehr hoher Kapazität der Fernleitung kann aber auch der Fall eintreten, daß man die wattlosen voreilenden Ladeströme der Leitung dadurch kompensieren muß, daß man in annähernd regelmäßigen Abständen wattlose nacheilende Ströme aus der Leitung entnimmt. Dies kann dadurch geschehen, daß man leer laufende asynchrone Motoren unter Zwischenschaltung von Transformatoren oder nur stark streuende Drosselpulen oder Transformatoren von der Fernleitung abzweigt. Als günstigster Abstand, der praktisch wieder nahezu der gleichmäßigen Entnahme entspräche, dürfte für diese Abzweigstellen wieder  $\frac{1}{16}$  Wellenlänge in Betracht kommen. Das gäbe hier nur Entfernungen von etwa 14 km. Aber wir werden sogleich bei Betrachtung der wirklichen Verhältnisse erkennen, daß die Wellenlängen in der Regel etwa achtmal größer sind, und diese Abzweigstellen also auch etwa nur alle 100 km anzuordnen wären.

## 2. Vereinfachung der Gleichungen.

Um die Gleichungen vereinfachen zu können, ermitteln wir zunächst für die Drahtdurchmesser  $d$  und die Entfernungen  $D$  der Drähte von einander, welche praktisch in Betracht kommen, die wirklichen Werte der Leitungs-, Wellenlängen- und Dämpfungskonstanten.

Die Ableitung  $A$  werde zunächst  $= 0$  gesetzt. Sie wird bei Luftleitungen für Höchstspannungen stets sehr klein sein. Ihr wirklicher Wert ergibt sich jedoch nicht allein aus dem Isolationswiderstand, sondern aus allen Stromwerten in Phase mit der Spannung, also aus den Effektverlusten durch dielektrische Hysterisis in den Isolatoren, dunkle Entladungen u. s. w.; wir werden ihn später gesondert betrachten.

Nehmen wir eine zweidrätige Leitung an, so sind die Werte von  $L$  aus I, Seite 334 und von  $C$  aus I, Seite 354 zu verdoppeln, da die dort gegebenen Werte alle pro km Draht festgelegt sind. Ebenso ist der Wert von  $R$  für 2 km Draht = 1 km Leitung zu nehmen. Bei einer Leitfähigkeit des Kupfers von 57,5 bezogen auf Quecksilber und  $\sim = 100$  sekundlichen Perioden berechnet sich  $\alpha$  und  $\beta$

$$-\alpha = \sqrt{\frac{\omega C}{2} (V R^2 + \omega^2 L^2 + \omega L)}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega C}{2} (V R^2 + \omega^2 L^2 - \omega L)}$$

wie folgt.

Wellenlängenkonstante  $\alpha$  mal 1000.

Durchm. d in mm	Entfernung der zwei Drähte D in cm			
	D = 50	100	150	200
4	3,78	3,65	3,62	3,58
6	3,29	3,23	3,20	3,18
8	3,14	3,09	3,06	3,05
10	3,09	3,06	3,05	3,04

Dämpfungskonstante  $\beta$  mal 1000.

Durchm. d in mm	Entfernung der zwei Drähte D in cm			
	D = 50	100	150	200
4	2,29	2,10	2,01	1,95
6	1,28	1,14	1,07	1,04
8	0,788	0,704	0,662	0,631
10	0,543	0,476	0,437	0,421

Zwischen  $d = 4$ - und  $10$ -mm-Kupferdrähten, die 50 bis 200 cm von einander entfernt sind, variiert also  $\alpha$  nur um etwa 25 %. Und zwar ist  $\alpha_{\min} = 3,04 \cdot 10^{-3}$ , also

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = 2065 \text{ km}; \quad v = \sim \lambda = 206500 \text{ km/sek.},$$

$\alpha_{\max} = 3,78 \cdot 10^{-3}$ , also

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = 1660 \text{ km}; \quad v = \sim \lambda = 166000 \text{ km/sek.}$$

Nimmt man für  $d = 4 \text{ mm}$ ,  $D = 150 \text{ cm}$  die Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  aus der Tabelle, so folgt, daß die angenäherte Beziehung für das Verhältnis der Ströme  $\frac{J'_2}{J'_1}$  bei Kurzschluß oder für das Verhältnis der Spannungen  $\frac{V'_2}{V'_1}$  bei Leerlauf

$$\frac{J_2}{J_1} = 2 \epsilon^{-\beta l}; \quad \frac{V_2}{V_1} = 2 \epsilon^{-\beta l}$$

nur für große Längen als beiläufig richtig angesehen werden kann, während für Längen von einigen 100 km wegen der Oszillation des richtigen Ausdruckes

$$\frac{V_2}{V_1}, \text{ bzw. } \frac{J_2}{J_1} = \frac{2}{\sqrt{\epsilon^{2\beta l} + \epsilon^{-2\beta l} + 2 \cos 2\beta l}}$$

diese Werte anfangs zu groß, dann zu klein sind.

Für  $l = 100 \quad 200 \quad 300 \quad 500 \quad 1000 \text{ km}$   
 ist nämlich  $2 \epsilon^{-\beta l} = 1,64 \quad 1,34 \quad 1,10 \quad 0,736 \quad 0,270$   
 und  $\frac{J_2}{J_1} = 1,04 \quad 1,17 \quad 1,27 \quad 0,834 \quad 0,267$ .

Bei vollständigem Leerlauf würde also die Endspannung bei 200 km Leitungslänge (400 km Drahtlänge) um 17 % höher sein als die Anfangsspannung, bei 500 km Leitungslänge etwa um 17 % niedriger. Im ersteren Falle überwiegt der Ladestrom, im letzteren der durch ihn verursachte Spannungsverlust.

Bei Verwendung von Aluminium kommen in der Regel Kabel aus einzelnen Drähten zur Verwendung. Doch sind hier der Einfachheit halber massive Drähte angenommen worden, ohne daß auf die Veränderungen von  $R$  und  $L$  Rücksicht genommen worden wäre. Der Fehler ist gering; er kann praktisch nur dadurch in Betracht kommen, daß die Durchmesser  $d$  der Kabel tatsächlich etwas größer ausfallen als die der massiven Drähte von gleichem Querschnitt. Setzt man die Leitfähigkeit des Aluminiums = 36, so folgt für  $\sim = 100$  Perioden bei

mm	D = 50		100		150		200 cm	
	C =	L =	C =	L =	C =	L =	C =	L =
d = 12	0,0125	1,868	0,0108	2,147	0,0101	2,308	0,0095	2,423
14	0,0130	1,807	0,0113	2,085	0,0104	2,246	0,0098	2,362
16	0,0133	1,754	0,0117	2,030	0,0106	2,192	0,0101	2,309
18	0,0138	1,707	0,0120	1,984	0,0108	2,147	0,0103	2,261
20	0,0142	1,665	0,0122	1,942	0,0110	2,104	0,0105	2,219

worin C in Mikrofarad, L in Millihenry pro km Leitung (= 2 km Draht) ausgedrückt ist. Daraus folgt

mm	D = 50		100		150		200 cm	
	$10^3 \alpha$	$10^3 \beta$						
d = 12	3,24	0,694	3,09	0,552	3,06	0,512	3,05	0,500
14	3,22	0,500	3,09	0,442	3,05	0,420	3,05	0,392
16	3,21	0,388	3,08	0,358	3,04	0,327	3,05	0,294
18	3,20	0,342	3,07	0,274	3,04	0,255	3,04	0,245
20	3,20	0,241	3,06	0,223	3,04	0,212	3,04	0,207

Die Wellenlängen sind also hier durchweg von der Größenordnung 2000 km bei  $\sim = 100$  Perioden.

Wir gehen von der zweiten Schreibweise der Gleichungen 1) und 2)

$$J = i \cos j \sqrt{\Re \mathfrak{C}} - j e \sqrt{\frac{\Re}{\mathfrak{C}}} \sin j \sqrt{\Re \mathfrak{C}} \dots \dots \dots 1)$$

$$E = e \cos j \sqrt{\Re \mathfrak{C}} - j i \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} \sin j \sqrt{\Re \mathfrak{C}} \dots \dots \dots 2)$$

aus und setzen wieder

$$\begin{aligned} \Re &= (A + j C \omega) l \\ \mathfrak{C} &= (R + j L \omega) l \end{aligned}$$

also

$$m l = j \sqrt{\Re \mathfrak{C}} = (\alpha + j \beta) l = l \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{j \vartheta},$$

wenn  $\text{tg } \vartheta = \frac{\alpha}{\beta}$  gesetzt wird.

Dann lassen sich die Gleichungen, da

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\Re}{\mathfrak{C}}} &= -j \frac{m l}{\mathfrak{C}} = j \frac{\Re}{m l} \\ \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} &= j \frac{\mathfrak{C}}{m l} = -j \frac{m l}{\Re}, \end{aligned}$$

auf die Form

$$J = i \cos m l + e \Re \frac{\sin m l}{m l} \dots \dots \dots 1a)$$

$$E = e \cos m l + i \mathfrak{C} \frac{\sin m l}{m l} \dots \dots \dots 2a)$$

bringen.

Wenn es uns nun gelingt, die Länge  $l$  so festzusetzen, daß bis auf praktisch vernachlässigbare Größen

$$\begin{aligned} \cos m l &= 1 \\ \frac{\sin m l}{m l} &= 1, \end{aligned}$$

dann würden bis zu dieser Länge die Gleichungen übergehen in

$$\left. \begin{aligned} J &= i + e \mathfrak{R} \\ E &= e + i \mathfrak{S} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 9)$$

Nun läßt sich schreiben

$$\begin{aligned} \cos(\alpha l + j \beta l) &= a_1 \epsilon^{j \varphi_1} \\ \sin(\alpha l + j \beta l) &= b_1 \epsilon^{j \psi_1} \\ \frac{\sin(\alpha l + j \beta l)}{(\alpha l + j \beta l)} &= \frac{b_1}{l \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cdot \epsilon^{j(\psi_1 - \varphi_1)}, \text{ wobei } \operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{\beta}{\alpha}, \end{aligned}$$

wenn man die Richtungsgrößen in der Exponentialform ausdrückt. Die Amplituden  $a_1$  und  $b_1$  berechnen sich zu

$$\begin{aligned} a_1 &= \sqrt{\frac{1}{2} (\cos \operatorname{hyp} 2 \beta l + \cos 2 \alpha l)} = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon^{2 \beta l} + \epsilon^{-2 \beta l} + 2 \cos 2 \alpha l} \\ b_1 &= \sqrt{\frac{1}{2} (\cos \operatorname{hyp} 2 \beta l - \cos 2 \alpha l)} = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon^{2 \beta l} + \epsilon^{-2 \beta l} - 2 \cos 2 \alpha l}, \end{aligned}$$

und die Winkel  $\varphi_1$  und  $\psi_1$  ergeben sich aus den Hilfsformeln

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= -\operatorname{tg} \operatorname{hyp} \beta l \cdot \operatorname{tg} \alpha l \\ \operatorname{tg} \psi_1 &= \frac{\operatorname{tg} \operatorname{hyp} \beta l}{\operatorname{tg} \alpha l}. \end{aligned}$$

Wir wollen ein Beispiel zahlenmäßig durchführen und wählen dazu  $d = 10$  mm Kupferdraht,  $D = 200$  cm, indem wir versuchsweise  $l = 100$  km setzen. Es ist dann für  $\sim = 100$

$$\begin{aligned} \alpha l &= 3,04 \cdot 10^{-3} \cdot l = 0,304 \\ \beta l &= 0,421 \cdot 10^{-3} \cdot l = 0,042. \end{aligned}$$

Aus den Tafeln der Hyperbelfunktionen findet sich

$$\operatorname{tg} \operatorname{hyp} \beta = 0,042.$$

Ferner ist  $\alpha$  in Graden gemessen

$$\alpha_1 = 17^\circ 25', \quad \text{also} \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = 0,313$$

und somit

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= -0,01315 & \varphi_1 &\doteq 0^\circ 45' \\ \operatorname{tg} \psi_1 &= 0,1304 & \psi_1 &\doteq 7^\circ 26' \\ \operatorname{tg} \vartheta_1 &= \frac{\beta_1}{\alpha_1} = 0,1381 & \vartheta_1 &\doteq 7^\circ 52'. \end{aligned}$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{1}{2} (\cos \operatorname{hyp} 0,084 + \cos 34^\circ 50')} = \sqrt{\frac{1}{2} (1,0035 + 0,8208)} = 0,955$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{1}{2} (\cos \operatorname{hyp} 0,084 - \cos 34^\circ 50')} = \sqrt{\frac{1}{2} (1,0035 - 0,8208)} = 0,302$$

$$1/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = 1/\sqrt{0,304^2 + 0,042^2} = 0,307.$$

Es wäre also hier bei  $l = 100$  km,  $\sim = 100$  sekundl. Perioden

$$\frac{b_1}{1/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{0,302}{0,307} = 0,985$$

oder bis auf 1,5 % gleich 1, und der Winkel  $(\psi_1 - \vartheta_1) = -0^\circ 26'$ , also sein  $\cos$  praktisch gleich 1.

In ähnlicher Weise läßt sich zeigen, daß für alle Kupferdrähte von  $d = 4$  bis 10 mm und alle Distanzen  $D = 50$  bis 200 cm, sowie für alle Aluminiumdrähte bis  $d = 20$  mm und die erwähnten Achsenabstände die angenäherten Gleichungen 9) bei 100 Perioden bis zu 100 km Leitungslänge gültig sind.

Dies war auch nach Pupins Auseinandersetzungen zu erwarten, da die Wellenlängen zwischen 1600 und 2000 km etwa liegen und 100 km etwa einem Sechzehntel der Wellenlänge entsprechen. Man kann nun aber sofort weiter schließen, daß mit praktisch genügender Annäherung jede Fernleitung mit gleichförmig verteilter Ableitung, Induktanz und Kapazität ersetzt werden kann durch Gruppen, die alle 100 km angebracht sind und aus

$$\begin{aligned} \text{einer Ableitung} &= 100 \text{ A} \\ \text{„ Kapazität} &= 100 \text{ C} \\ \text{„ Induktanz} &= 100 \text{ L} \\ \text{einem Widerstand} &= 100 \text{ R} \end{aligned}$$

bestehen, von denen die A und C parallel zwischen den Drähten, die L und R in Serie zu der sonst widerstands-, induktions- und kapazitätslosen Leitung geschaltet sind.

Hier findet sich ein Sprung in den Überlegungen. Wir haben nämlich noch nachzuweisen, daß die vereinfachten Gleichungen 9)

auch noch bei den praktisch in Betracht kommenden Werten der bisher = 0 angenommenen Ableitung  $A$  gültig sind. Zu diesem Zweck müssen wir die Größe dieser Ableitung und die Ursachen, durch welche sie hervorgerufen wird, etwas genauer untersuchen. Dies gibt Veranlassung zu einer besonderen Digression.

### 3. Über die Ursachen und die Größe der Ableitung.

Wir haben  $A$  definiert als die Leitfähigkeit, die mit der Spannung multipliziert sämtliche Ströme in Phase mit der Spannung ergibt; es ist also  $A$  der Quotient aus dem Effektverbrauch, der von unvollkommener Isolation, dunklen Entladungen, elektrostatischer Influenzwirkung und dielektrischer Hysteresis herrührt, geteilt durch die Spannung.

Nach den Vorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker muß für Mittelspannungen bis 1000 Volt der Isolationswiderstand von Freileitung bei Regenwetter mindestens 100000 Ohm für das Kilometer einfacher Länge betragen. Bei Hochspannungsanlagen ist ein bestimmter Isolationswiderstand überhaupt nicht vorgeschrieben; an seine Stelle tritt in den Vorschriften die Prüfung mit 3000 Volt Überspannung auf Durchschlag. Nun ist es aber gebräuchlich für unterirdisch zu verlegende Kabel bei 2000—5000 Volt Betriebsspannung etwa 500—1000 Megohm pro km unverlegten Kabels und etwa 5—10 Megohm pro km nach der Verlegung einschließlich aller Abzweigungen zu fordern, während man naturgemäß für Freileitungen, die hier zunächst ausschließlich in Betracht kommen, in Anbetracht der hohen Spannungen (10 bis 50 000 Volt) und der Leichtigkeit der Erzielung guter Isolation, mindestens dieselben Werte fordern wird. Darnach wäre  $A_1$  etwa gleich 1 bis 2 mal  $10^{-7}$  zu setzen.

Bei den erwähnten Höchstspannungen von 20—60 000 Volt sieht man die Leitungen und Isolatoren im Dunklen leuchten. Es treten also, wie schon Schneller vor Inbetriebnahme der Lauffener Anlage voraussagte<sup>4)</sup>, dunkle Entladungen auf, die nach I, S. 355, bei 34 000 Volt und 50 Perioden pro Isolator je nach dem Wetter 1—9 Watt betragen können. Rechnet man 30—35 m Draht pro Isolator, so ergäbe das pro km Drahtlänge etwa 30—300 Watt, pro km zweidrähtiger Leitung in runder Zahl etwa  $\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$ , pro

km dreidrähtiger Leitung in runder Zahl etwa 1 Kilowatt Verlust an den Glocken bei 34 000 Volt. Rechnen wir pro km Draht 300 Watt bei 30 000 Volt, so entspräche das einem Wattstrom von 0,01 Ampère und einem Wert der Ableitung  $A_2 = 0,01/30\ 000 = 3,3 \cdot 10^{-7}$ .

An den Drähten selbst treten bis zu einer bestimmten Spannung, die als die kritische bezeichnet worden ist, nur sehr geringe

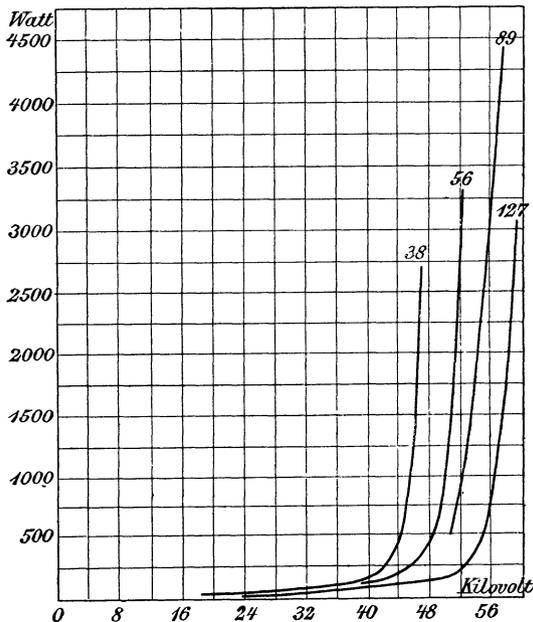


Fig. 186.

Effektverluste durch dunkle Entladungen auf. Diese Verluste wachsen bei gleicher Länge der Leitung mit abnehmendem Durchmesser der Drähte und abnehmender Distanz zwischen den Drähten einer Leitung. Die Erscheinung ist dieselbe wie bei Hochspannungsproben im Dunkeln überhaupt. Mit wachsender Spannung entsteht ein zischendes und krachendes Geräusch und von einer bestimmten Spannung an beginnen die Drähte unter starkem Geräusch und lebhafter, am Geruch merkbarer Ozonbildung der ganzen Länge nach bläulich zu leuchten. An einzelnen Stellen, wo Staubteilchen oder Unebenheiten sich befinden, zeigen sich

innerhalb der bläulichen Lichthülle glänzende weiße bis gelbe Punkte oder Blitze<sup>5)</sup>. Es ist also ähnlich den Erscheinungen an evakuierten Röhren eine kritische Spannung vorhanden, bei welcher der zwischen zwei Drähten auftretende Verlust sehr rasch anwächst. Für 2 Drähte von 1,8 km Länge mit 38, 56, 89 und 127 cm Achsenabstand ergaben sich die in Fig. 186 angedeuteten Verluste bei Spannungen bis zu 60 000 Volt. Die Verluste scheinen von der Periodenzahl nahezu unabhängig zu sein, nehmen aber mit abnehmendem Drahtdurchmesser stark zu, sodaß nach den Erfahrungen der amerikanischen Praxis Drähte unter  $\frac{3}{8}$  Zoll oder etwa 10 mm Durchmesser für die zur Zeit in Betracht kommenden Höchstspannungen von 50—60 000 Volt nicht verwendet werden sollten. Natürlich tritt rings um diese Drähte ein starkes elektrostatisches Feld auf. Scott maß mittels einer Funkenstrecke, die an eine parallel zur Arbeitsleitung verlegte tote Leitung angeschlossen wurde, etwa  $\frac{1}{10}$  der Betriebsspannung als Wert der durch elektrostatische Influenz in der toten Arbeitsleitung hervorgerufenen Spannung. Die vier Drähte bildeten dabei die Kanten eines Parallelepipeds mit 122 cm Achsenabstand zwischen je 2 zusammengehörigen Drähten und 53 cm Achsenabstand zwischen Arbeits- und toter Leitung. Wurde die Funkenstrecke zwischen einen der toten Drähte und dem darüber liegenden Draht der Arbeitsleitung eingeschaltet, so zeigte sich

bei einer Arbeits- spannung von	Überschlagen bei	entsprechend einer induzierten Spannung von
17 500 Volt	3,2 mm Funkenstrecke	6 000 Volt
33 000 „	6,4 „ „	12 000 „
41 000 „	9,6 „ „	16 000 „
49 000 „	12,7 „ „	20 000 „

Es ist also wesentlich und unerlässlich, daß die Drähte einer solchen Hochspannungsleitung spiralig verdrillt werden, sodaß jeder Draht des einen Kreises zu jedem Draht des anderen Kreises dieselbe relative Lage hat und die Wirkungen der statischen Induktion sich aufheben. Wir haben I, S. 346 ff. nachgewiesen, daß dabei gleichzeitig auch die gegenseitige Induktion minimal wird.

Genau zahlenmäßige Angaben über die Größe der Verluste  $A_3$  durch dunkle Entladungen u. s. w. liegen noch nicht vor; die Scottschen Angaben, die außerordentlich wertvoll und in gewissem Sinn epochemachend waren, sind nicht vollständig genug wieder-

gegeben, um aus ihnen Zahlenwerte errechnen zu können. Aber sie zeigen, daß bis etwa 40 000 Volt und bei Verwendung entsprechend starker Drähte auch noch etwas darüber hinaus, der Verlust ebenfalls klein sein wird, weil und sofern bis dahin die kritische Spannung noch nicht erreicht ist. Es wird also die Summe aller Zahlen, die sich aus  $(A_1 + A_2 + A_3)$  ergeben, etwa von der Größenordnung  $A = 10^{-6}$  sein.

Unter diesen Umständen läßt sich dann leicht zeigen, daß die früher abgeleiteten angenäherten Gleichungen 9) auch für die praktisch in Betracht kommenden Werte der Ableitung und Periodenzahlen bis zu 100 km Leitungslänge gültig sind.

Man kann dann jede längere Fernleitung durch eine Leitung ohne Induktion, Widerstand und Kapazität ersetzen, in welche etwa alle 100 km der Widerstand 100 R, und die Induktanz 100 L pro Draht eingeschaltet sind, während irgendwo zwischen diesen Abschnitten von je 100 km Leitungslänge, z. B. jeweilig am Ende derselben, die Ableitung 100 A und die Kapazität 100 C zwischen 2 Leitungen oder einer Leitung und Erde eingeschaltet sind. Im ersten Fall bedeutet C eben die Kapazität zwischen 2 Drähten, im andern zwischen einem Draht und der Erde. Auch sind die Spannungswerte entsprechend einzusetzen. Solche Leitungen lassen sich aber nach den in I, S. 310—318 gegebenen Erläuterungen auch graphisch behandeln.

Damit haben wir die Vereinfachungen durchgeführt und den Zusammenhang mit den früheren Ableitungen hergestellt. Bis zu 100 km gelten die Gleichungen 9), welche, in Worten ausgedrückt, folgende Sätze ergeben:

Bei Fernleitungen mit normaler Periodenzahl unter  $\sim = 100$  ist bis zu 100 km Leitungslänge der Strom am Anfang gleich dem Strom am Ende vermehrt um den Ladestrom  $e \mathfrak{R}$ , und die Spannung am Anfang gleich der Spannung am Ende vermehrt um den Verlust  $i \mathfrak{S}$  im Richtungswiderstand  $\mathfrak{S}$ .

Die Ableitungen gelten nur für sinusförmige Schwingungen der zugeführten Spannungen, die auch durch die Linie selbst nicht verändert werden. Wenn jedoch die Welle der zugeführten Spannung die dritte, fünfte, siebente u. s. w. Oberschwingung enthält, werden diese Einzelschwingungen durch die Leitung selbst in verschiedener Weise übertragen und die Wellen der Spannung

und des Stromes werden längs der Leitung deformiert. Man müßte also dann für die höchste der in Betracht kommenden Periodenzahlen dieser Oberschwingungen die Ableitung neu machen und die Länge  $l$  dann entsprechend reduzieren.

Die Verzerrung ist von Perrine<sup>6)</sup> beschrieben worden, und die Beobachtungen Prof. Farmers mittels des Oszillographen er-

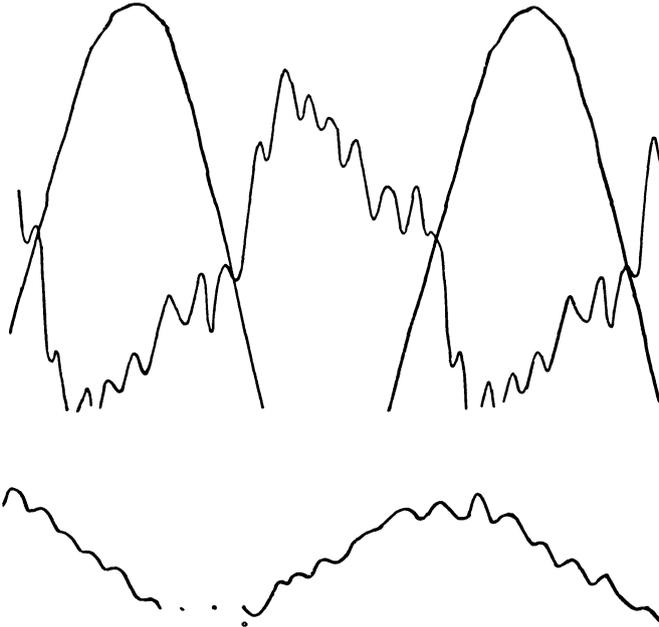


Fig. 187 a, b.

gaben in Übereinstimmung mit der Theorie, daß starke Kapazität die Wellenform abzuflachen strebt. Wenn also die Generatoren spitze Wellen mittels einer Linie mit großer Kapazität, also einfach mittels einer Fernleitung übertragen, wird die Wirkung der Leitung die Zacken der Wellenform teilweise glätten, wie Fig. 187 dies für eine Kabelleitung darstellt. Diese Linie der Independent Electric Light Co., San Francisco, nahm am Anfang eine annähernd sinusförmig verlaufende Spannung und unter ihrem Einfluß einen Ladestrom auf, dessen Zacken nach Zahl und Lage mit den Armaturnuten übereinstimmen (Fig. 187 a). Am entfernten Ende der Leitung waren die Zacken so weit verwischt, wie die Kurve (Fig. 187 b) dies andeutet.

Bei praktischen Anwendungen ergaben sich folgende beide Fälle: Bei einer Leitung von 140 Meilen = 225 km Länge ergaben sich keine Schwierigkeiten beim Betrieb eines synchronen Motors mit Wechselfolen oder mit Gleichpolen, weil in diesen beiden Fällen die Wellenformen gute, d. h. angenähert sinusförmige, waren. Bei einer andern Leitung von nur 45 Meilen Länge, die bei 60 Perioden mit 25 000 Volt betrieben werden sollte, nahm ein am Ende installierter Synchronmotor mit schlechter, sehr spitzer Wellenform bei Leerlauf den der vollen Belastung entsprechenden Strom und bei voller Belastung ein Vielfaches des normalen Stromes aus der Leitung auf. Die Schwierigkeit wurde überwunden, indem man eine Drosselspule parallel zur Leitung schaltete. Ähnliche Beispiele sind uns auch aus unserer eigenen Praxis bekannt.

Während man also bisher stets darauf bedacht sein mußte, die Induktanz und ihre Wirkungen durch Kapazität abzubalancieren, tritt hier bei hohen Spannungen und langen Linien der Fall ein, daß wir zu starke Kapazitätswirkungen durch Parallelschaltung von Drosselspulen beseitigen müssen. Nimmt man eine Leitung aus 2 Drähten von  $d = 12$  mm Durchmesser und mit  $D = 2$  m Achsenabstand als gegeben an, so beträgt bei 60 000 Volt und 50-sekundlichen Perioden der Ladestrom für je 200 km Leitungslänge (200 km Drahtlänge bei dieser 2-drähtigen Leitung)

$$J = 2\pi \cdot 50 \cdot 60000 \cdot (0,0095 \cdot 10^{-6}) \cdot 200 = 18 \text{ Ampère}$$

entsprechend einer scheinbaren Leistung von 2160 Kilovoltampère. Wenn auch die tatsächlich von der unbelasteten Leitung verzehrte Leistung nur wenige Prozent dieser scheinbaren Leistung betragen wird, müssen doch die in der Zentrale aufzustellenden Maschineneinheiten etwa 3000 Kilovoltampère entsprechen, wenn die Anlage einer Übertragung mit 60 000 Volt über 200 km Entfernung überhaupt gerechtfertigt erscheinen soll.

Aber auch dann noch werden Vorkehrungen getroffen werden müssen, um die Rückwirkung des starken Kondensatorstromes auf die Generatoren und Transformatoren abzuschwächen. Diese Rückwirkung wird sich darin äußern, daß der wattlose, der Spannung um  $90^\circ$  voreilende Kondensatorstrom eine Armaturreaktion hervorruft, die in Richtung des Hauptfeldes gelegen ist und dieses stärkt. Bei konstanter Erregung wird also die Spannung des Generators und aller damit verbundenen Stromabnehmer und Leitungen steigen,

wenn plötzlich die Fernleitung zugeschaltet wird. Das war z. B. bei dem im Jahre 1893 viel besprochenen Ferranti-Effekt<sup>7)</sup> der Fall; die Spannung längs der ganzen 16 km langen Linie Deptford-London stieg bei konstanter Erregung von 8000 Volt auf 10000 Volt, wenn die Kabelleitung mit starker Kapazität eingeschaltet wurde.

Umgekehrt wird bei konstant gehaltener Spannung die Erregung stark vermindert werden müssen, wenn eine Fernleitung mit großer Kapazität eingeschaltet wird. Dieses Phänomen trat zuerst bei der Lauffener Kraftübertragung deutlich zutage<sup>8)</sup>. Dort betrug bei 15 000 Volt Betriebsspannung die Erregung der Drehstromdynamo für 200 Kilovoltampère Leistung bei 55 Volt Klemmenspannung etwa 10 Ampère bei 20 Volt; wenn durch Umschaltung der Transformatoren die Leitungsspannung auf 25 000 Volt bei derselben Größe der Dynamospannung gebracht wurde, fiel trotz geringerer Tourenzahl die Erregung der Dynamo bei 55 Volt Klemmenspannung auf 3 Ampère bei 6 Volt.

Man vermag an diesen zwei klassischen Beispielen, denen sich eine große Reihe anderer, minder berühmt gewordener zur Seite stellen ließe, die Fruchtbarkeit des von uns eingeführten Begriffes der „Leitung im weiteren Sinn“ zu erkennen. Alle Kunst der Leitungsrechnung ist vergeblich, wenn nicht die Regulierung entsprechend eingreift, um die Einwirkung der wattlosen Ströme auf Generatoren und Transformatoren zu kompensieren oder zu beseitigen. Wenn eine Fernlinie zuweilen leer mit voreilendem und dann belastet mit nachteilendem Strom betrieben wird, werden bei Transformatoren und Generatoren (Vergl. Fig. 142 S. 66) die Streufelder zuweilen spannungserhöhend, zuweilen spannungsniedrigend wirken. Daneben her wird dann der zweite kleinere Effekt des Spannungsabfalls vom Anfang zum Ende der Linie sich geltend machen, der bei Fernleitungen meistens positiv sein wird, bei Leerlauf aber auch negativ sein kann. Dieser eigentümliche Fall, daß die Spannung der Leitung vom Anfang nach dem Ende hin zunimmt, tritt im allgemeinen nur bei der leerlaufenden oder schwach belasteten Linie auf und ist in diesem Kapitel (Seite 349) bereits theoretisch begründet und für einen bestimmten Fall ziffernmäßig festgelegt worden.

Beim Ferranti-Effekt verursachte die mißverständliche Aufbauschung dieser unbedeutenden Spannungszunahme, die etwa 18 Volt betragen haben mag, dadurch Verwirrung, daß man dieser

Erscheinung der Leitung im engsten Sinn nicht von den erwähnten Rückwirkungen auf die Generatoren und Transformatoren, also von den Erscheinungen an der Leitung im weiteren Sinn sorgfältig trennte.

Wenn eine Fernleitung der Leitungsrechnung und in logischem Zusammenhang damit auch dem Betriebe keine besonderen Schwierigkeiten darbieten soll, muß man überwiegende Kapazitätswirkungen durch passende Drosselspulen, die zweckmäßig auch etwa alle Sechzehntel Wellenlänge, also etwa alle 100 km eingeschaltet werden, kompensieren. Es ist dabei theoretisch gleichgültig, ob die Drosselspulen in den Kreis direkt oder durch Transformatoren, parallel oder in Serie zur Leitung geschaltet werden. Außerdem müssen Generatoren, synchrone Motoren und rotierende Umformer tunlichst sinusförmige Spannungswellen erzeugen und im Betriebe beibehalten.

#### **4. Über die Zulässigkeit der Superposition.**

Es ist hier hervorzuheben, daß wir bis jetzt streng genommen nur von einem Abnehmer am Ende der Leitung gesprochen haben und daß erst noch bewiesen werden muß, ob, falls mehrere Abnehmer vorhanden sind, die Superposition der Ströme oder Spannungen zulässig ist. Im allgemeinen ist das nicht der Fall. Denn jede Abzweigstelle zu einem neuen Abnehmer wird für die Wellen elektromagnetischer Energie einen neuen Reflexionspunkt bilden, und es müßte erst untersucht werden, ob die fortschreitenden und die reflektierten Wellen sich gegenseitig merklich beeinflussen oder ob sie praktisch als voneinander unabhängig betrachtet werden können. Nur in diesem Falle ist die Superposition der Ströme und Spannungen zulässig.

Wir können auch diese schwierige Betrachtung verhältnismäßig einfach umgehen, indem wir zunächst bei einigen typischen langen Leitungen untersuchen, ob beim Falle eines einzigen Abnehmers die strenge Methode praktisch merkbare Unterschiede gegen Näherungsmethoden ergibt, bei denen die verteilte Kapazität der Leitung durch punktweise konzentrierte Kapazitäten ersetzt wird. Wir wissen nämlich, daß in diesem Falle die Superposition zulässig ist.

Von den Näherungsmethoden, die hier in Betracht kommen, ist die einfachste und nächstliegende die, daß ein Kondensator am Ende oder am Anfang der Leitung untergebracht ist. Diese Methode wird bei längeren Leitungen, also bei solchen über 100 km Länge, nicht ganz zutreffende Werte ergeben, aber die wahren Werte werden der Lage und Größe nach zwischen den auf diese Weise erhaltenen Werten liegen, wie die Fig. 193 zum zweiten Beispiel später zeigen wird. Nimmt man den Kondensator am Ende der Leitung an, so wird der Ladestrom zu klein, weil der Kondensator an der niedrigsten Spannung liegt; es wird also der Gesamtstrom bei induktionsfreier Belastung zu groß, weil der Kondensatorstrom zu wenig verschoben ist. Nimmt man den Kondensator am Anfang an, so wird der Ladestrom offenbar zu groß; es läßt sich aber nicht allgemein sagen, ob und in welchem Sinne Gesamtstrom, Spannungsverlust und Anfangsspannung bei gegebener Endspannung durch diese Annahme verändert werden, weil alle diese Werte von einander und von den Phasenverschiebungen zwischen ihnen abhängig sind. Es läßt sich jedoch allgemein feststellen, daß der nächste, etwas schwierigere Fall, wo ein Kondensator in der Mitte angebracht ist, den wirklichen Werten des Stromes und der Spannung schon recht nahe kommen muß, und Gleiches gilt meistens noch mit genügender Annäherung von den von uns neu aufgestellten Sätzen, daß

$$E = e + i\mathfrak{C}; \quad J = i + e\mathfrak{R}$$

ist, oder daß bei beliebig langen Leitungen es stets genügt, mit einem Kondensator alle 100 km die Leitung zu überbrücken. Von den beiden soeben angeführten Gleichungen besagt die erste, daß der Kondensator am Anfang der Linie angebracht ist, und die zweite, daß der Kondensator am Ende angeschlossen ist. Die wahren Strom- und Spannungswerte werden also irgendwo zwischen diesen Fällen liegen, wie sich noch genauer durch analytische Betrachtungen bei den jetzt durchzuführenden Beispielen ergeben wird

### 1. Beispiel. Eine 200 km lange Leitung.

Wir nehmen zunächst eine 200 km lange Leitung aus 2 Kupferdrähten von 8 mm Durchmesser an, die in 75 cm Achsenabstand voneinander montiert sind und einem Abnehmer am Ende der

Leitung 20000 Volt mit 50 sekundlichen Perioden zuführen. Der Strom am Ende soll konstant 30 Ampère betragen und zunächst als gleichphasig mit der Endspannung angenommen werden. Die Gleichungen werden jedoch zuerst nur für einen beliebigen Strom  $i$  aufgestellt werden.

**a) Berechnung der Daten.**

Es ist die Leitungslänge  $l = 200$  km, der Drahtquerschnitt  $q = 50,27$  mm<sup>2</sup>, entsprechend  $d = 8$  mm, der ohmsche Widerstand  $R = 0,693$  Ohm, entsprechend  $k = 57,5$  und 2 km Draht,

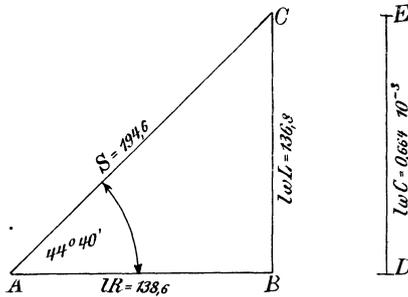


Fig. 188.

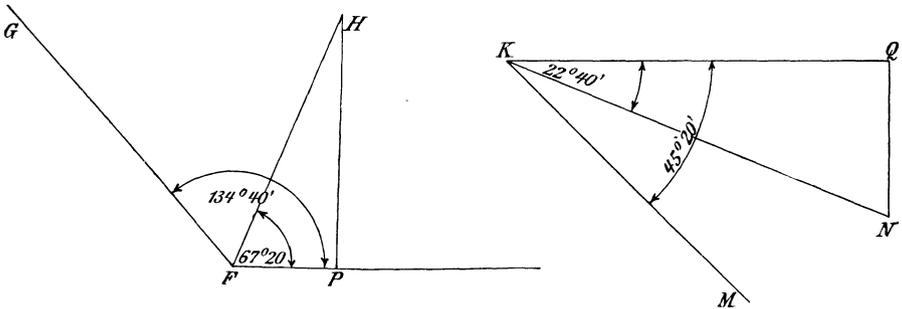


Fig. 189.

die Induktanz  $L = 2,174 \cdot 10^{-3}$  Henry für 2 km Draht, die Kapazität  $C = 0,01056 \cdot 10^{-6}$  Farad für 2 km Draht, und  $A = 0$ .

Es ist somit

$$\begin{array}{l} \omega L = 0,684 \quad \text{pro km Leitung} \quad | \quad lR = 138,6 = \overline{AB} \\ \omega C = 3,32 \cdot 10^{-6} \quad - \quad - \quad - \quad | \quad l\omega L = 136,8 = \overline{BC} \end{array}$$

$$S = 1 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 1 \cdot 0,973 = 194,6 = \overline{A C}$$

$$m_b = \frac{\omega L}{R} = 0,988 = \text{tg } (44^\circ 40').$$

Also:  $1 \omega C = 0,664 \cdot 10^{-3} = \overline{D E}$  (Fig. 188).

$$\mathcal{C} = 1(R + j \omega L) = 200(0,693 + j \cdot 0,684) = 200 \cdot 0,973 \text{ } /44^\circ 40' = \overline{A C}$$

$$\Re = 1(A + j \omega C) = 200(0 + j \cdot 3,32 \cdot 10^{-6}) = 200 \cdot 3,32 \cdot 10^{-6} \text{ } /90^\circ = \overline{D E}$$

$$\Re \mathcal{C} = 200^2 \cdot 3,23 \cdot 10^{-6} \cdot /134^\circ 40' = \overline{G F}$$
 (Fig. 189).

$$\frac{\mathcal{C}}{\Re} = 0,293 \cdot 10^6 \text{ } /45^\circ 20' = \overline{K M}$$

$$\sqrt{\Re \mathcal{C}} = 200 \cdot 1,80 \cdot 10^{-3} \text{ } /67^\circ 20' = 0,360 \text{ } /67^\circ 20' = 0,1386 + j \cdot 0,332 = \overline{F H}$$

$$= \overline{F P} + j \overline{P H}$$

$$\sqrt{\frac{\mathcal{C}}{\Re}} = 0,541 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{22^\circ 40'} = 541 \sqrt{22^\circ 40'} = 499 - j \cdot 208 = \overline{K N}$$

$$= \overline{K Q} + j \cdot \overline{Q N}$$

$$\Re \mathcal{C} = 0,1292 \text{ } /134^\circ 40' = -0,09055 + j \cdot 0,0921$$

$$1 + \Re \mathcal{C} = 0,90945 + j \cdot 0,0921 = 0,9142 \text{ } /5^\circ 48'$$

$$1 + \frac{\Re \mathcal{C}}{2} = 0,9547 + j \cdot 0,0460 = 0,9558 \text{ } /2^\circ 46'$$

$$1 + \frac{\Re \mathcal{C}}{6} = 0,98481 + j \cdot 0,0153 = 0,985 \text{ } /0^\circ 53'$$

$$\frac{\Re^2 \mathcal{C}^2}{24} = 0,000696 \text{ } /269^\circ 20'$$

$$\frac{\Re^2 \mathcal{C}^2}{120} = 0,000137 \text{ } /269^\circ 20'.$$

**b) Ein Kondensator am Ende.**

Aus der Figur 190 folgt:

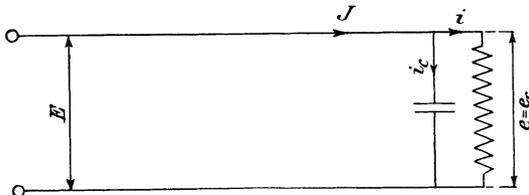


Fig. 190.

$$e_c = e,$$

$$i_c = e \cdot \Re,$$

$$J = i + i_c = i + e \Re,$$

$$E = e + J \mathcal{C} = e(1 + \Re \mathcal{C}) + i \mathcal{C}.$$

Setzt man die Zahlenwerte ein, so erhält man:

$$i_c = 20000 \cdot 200 \cdot 3,32 \cdot 10^{-6} / 90^\circ = 13,280 / 90^\circ = \overline{A_1 B_1} \text{ (Fig. 190),}$$

$$J = 30 + 13,28 / 90^\circ = 30 + j \cdot 13,28 = 32,8 / 23^\circ 53' = \overline{O B_1},$$

$$E = 20000 + 32,8 / 23^\circ 53' \cdot 194,6 / 44^\circ 40' = \overline{O D_1},$$

$$20000 + 6380 / 68^\circ 33' = 22346 + j 5942 = 23100 / 14^\circ 52'$$

oder

$$= 20000 \cdot (0,9095 + j \cdot 0,0921) + 30 \cdot 200 (0,693 + j \cdot 0,684) = 22348 + j \cdot 5946;$$

allgemein:

$$J = i + e \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} / 90^\circ$$

$$E = e \cdot 0,9142 / 5^\circ 48' + i \cdot 194,6 / 44^\circ 40'.$$

### c) Ein Kondensator am Anfang.

Aus der Figur 191 folgt:

$$e_c = E,$$

$$E = e + i \mathfrak{C},$$

$$i_c = E \cdot \mathfrak{R} = e \mathfrak{R} + i \mathfrak{R} \mathfrak{C},$$

$$J = i + i_c = e \mathfrak{R} + i(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{C}).$$

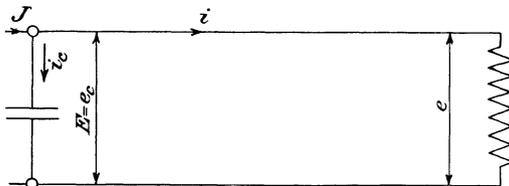


Fig. 191.

Setzt man die Zahlenwerte ein, so erhält man:

$$E = 20000 + 30 \cdot 200 \cdot 0,973 / 44^\circ 40' = 20000 + 5838 / 44^\circ 40',$$

$$= 24158 + j \cdot 4104 = 24500 / 9^\circ 40' = \overline{O D_2} \text{ (Fig. 191),}$$

$$J = 30 (0,9095 + j \cdot 0,0921) + 20000 \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} j,$$

$$J = 27,29 + 16,04 j = 31,68 / 30^\circ 25';$$

allgemein:

$$E = e + i \cdot 194,6 / 44^\circ 40',$$

$$J = i \cdot 0,9142 / 5^\circ 48' + e \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} / 90^\circ.$$

Stellt man die beiden Resultate zusammen, so erkennt man, daß

$$\text{die Lösung b) den Ausdruck } J = i + e \Re$$

$$\text{„ „ c) „ „ } E = e + i \Im$$

enthält. Nimmt man aber

**d) den Mittelwert der beiden Ausdrücke,**

so erhält man:

$$2J = [i + e \Re] + [e \Re + i(1 + \Re \Im)]$$

$$2E = [e(1 + \Re \Im) + i \Im] + [e + i \Im]$$

also

$$J = i \left( 1 + \frac{\Re \Im}{2} \right) + e \Re$$

und

$$E = e \left( 1 + \frac{\Re \Im}{2} \right) + i \Im.$$

Man sieht also, daß diese Werte eine vollkommene Annäherung an die Reihe für  $\cos \text{hyp}$  und  $\sin \text{hyp}$  bilden, sobald das Glied  $\frac{\Re \Im}{6}$  zu vernachlässigen ist, während oben der Fehler  $\frac{\Re \Im}{2}$  betrug.

$$E = 23\,252 + j \cdot 5023 = 23\,800 / 12^\circ 16'$$

$$J = 28,65 + j \cdot 14,66 = 32,24 / 27^\circ 9'$$

$$E = e \, 0,9571 / 2^\circ 54' + i \, 194,6 / 44^\circ 40'$$

$$J = i \, 0,9571 / 2^\circ 54' + 1 \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} / 90^\circ.$$

**e) Genaue Methode nach Kennelly.**

Es ist zu bilden:

$$E = e \cos \text{hyp} \sqrt{\Re \Im} + i \sqrt{\frac{\Im}{\Re}} \cdot \sin \text{hyp} \sqrt{\Re \Im}$$

und

$$J = i \cos \text{hyp} \sqrt{\Re \Im} + e \sqrt{\frac{\Re}{\Im}} \cdot \sin \text{hyp} \sqrt{\Re \Im}.$$

Nun kann  $\cos \text{hyp} \sqrt{\Re \Im}$  und  $\sin \text{hyp} \sqrt{\Re \Im}$  nach den Hilfsformeln

$$\cos \text{hyp} (a + j b) = \cos \text{hyp} a \cdot \cos b + j \sin \text{hyp} a \sin b$$

und

$$\sin \text{hyp} (a + j b) = \sin \text{hyp} a \cdot \cos b + j \cos \text{hyp} a \sin b$$

bestimmt werden.

Nun ist

$$\begin{aligned} \cos \text{hyp } 0,1386 &= 1,0096 & \cos 0,332 &= \cos 19^\circ 1' = 0,9454 \\ \sin \text{hyp } 0,1386 &= 0,1391 & \sin 0,332 &= \sin 19^\circ 1' = 0,3258 \\ \cos \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= 0,9544 + j \cdot 0,04531 = 0,9554 / 2^\circ 45' \\ \sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= 0,1315 + j \cdot 0,3289 = 0,354 / 68^\circ 10'. \end{aligned}$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} \cdot \sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= 0,354 \cdot 541 / 68^\circ 10' - 22^\circ 40' = 191,5 / 45^\circ 30' \\ \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} \cdot \sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= \frac{0,354}{541} / 68^\circ 10' + 22^\circ 40' = 6,54 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 50', \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} E &= e \cdot 0,9554 / 2^\circ 45' + i \cdot 191,5 / 45^\circ 30' \\ J &= i \cdot 0,9554 / 2^\circ 45' + e \cdot 0,654 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 50'. \end{aligned}$$

#### f) Näherungsmethode mit Reihenentwicklung.

Entwickelt man die Ausdrücke für den hyperbolischen Sinus und Cosinus in Reihen, so erhält man:

$$\begin{aligned} E &= e \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{4!} + \dots \right) + i \mathfrak{C} \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{3!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} + \dots \right) \\ J &= i \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{4!} + \dots \right) + e \Re \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{3!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} + \dots \right). \end{aligned}$$

Daher bekommt man in erster Annäherung:

$$E = e + i \mathfrak{C} \quad J = i + e \Re,$$

wie früher schon angegeben, und in zweiter Annäherung:

$$\begin{aligned} E &= e \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2} \right) + i \mathfrak{C} \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} \right) \\ J &= i \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2} \right) + e \Re \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} \right) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} E &= e \cdot 0,9558 / 2^\circ 46' + i \cdot 194,6 \cdot 0,985 / 44^\circ 40' + 0^\circ 53' \\ &= e \cdot 0,9558 / 2^\circ 46' + i \cdot 191,5 / 45^\circ 33' \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} J &= i \cdot 0,9558 / 2^\circ 46' + e \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} \cdot 0,985 / 90^\circ + 0^\circ 53' \\ &= i \cdot 0,9558 / 2^\circ 46' + e \cdot 0,664 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 53'. \end{aligned}$$

Man sieht also, daß dieses Resultat erst in der vierten Dezimalstelle und bei den Winkeln erst in den Einheiten der Minuten von dem genauen Resultat unter e) differiert, wie auch nach den Werten des dritten Reihengliedes, das in der Zusammenstellung unter a) enthalten war, vorausgesehen werden konnte.

Für die Methoden e) und f) ergeben sich also die übereinstimmenden Resultate:

$$E = 23\,118 + j \cdot 5020 = 23\,410 \text{ / } \underline{9^\circ 5'}$$

$$J = 28,43 + j \cdot 14,46 = 31,9 \text{ / } \underline{26^\circ 58'}$$

### g) Zusammenstellung und graphische Behandlung der Resultate.

Man erhält durch die fünf beschriebenen Rechenmethoden (b—f), von denen e eine präzise, die anderen Annäherungsmethoden sind, E und J in der Form

$$E = e \mathfrak{A} - i \mathfrak{B}$$

$$J = i \mathfrak{A}' - e \mathfrak{C},$$

worin  $\mathfrak{A}'$  und  $\mathfrak{A}$  sich umsoweniger unterscheiden werden, je genauer die Annäherung ist, während sie bei genauer Berechnung (e) natürlich übereinstimmen müssen. Die Werte von  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{A}'$ ,  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{C}$  sind in der nachfolgenden Tabelle der Übersichtlichkeit halber tabellarisch zusammengestellt.

	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{A}'$	$\mathfrak{C}$
b	0,9142 / $\underline{5^\circ 48'}$	194,6 / $\underline{44^\circ 40'}$	1,0 / $\underline{0^\circ}$	$0,664 \cdot 10^{-3}$ / $\underline{90^\circ}$
c	1,0 / $\underline{0^\circ}$	194,6 / $\underline{44^\circ 40'}$	0,9142 / $\underline{5^\circ 48'}$	$0,664 \cdot 10^{-3}$ / $\underline{90^\circ}$
d	0,9571 / $\underline{2^\circ 54'}$	194,6 / $\underline{44^\circ 40'}$	0,9571 / $\underline{2^\circ 54'}$	$0,664 \cdot 10^{-3}$ / $\underline{90^\circ}$
e	0,9554 / $\underline{2^\circ 45'}$	191,5 / $\underline{45^\circ 30'}$	0,9554 / $\underline{2^\circ 45'}$	$0,654 \cdot 10^{-3}$ / $\underline{90^\circ 50'}$
f	0,9558 / $\underline{2^\circ 46'}$	191,5 / $\underline{45^\circ 33'}$	0,9558 / $\underline{2^\circ 46'}$	$0,654 \cdot 10^{-3}$ / $\underline{90^\circ 53'}$

Wir wollen jetzt diese Fälle graphisch behandeln, wobei wir Spannung und Strom am Ende, also die Belastung in Kilovoltampère, konstant halten und nur die Verschiebung des Stromes gegen die Spannung, also den Leistungsfaktor, verändern.

Die sämtlichen Gleichungen enthalten e und i als Vektoren. Man könnte also den Einfluß einer Veränderung von  $\varphi_2$  auf E und J rechnerisch ermitteln, indem man für e und i die entsprechenden Zahlenwerte einsetzt. Einfacher und übersichtlicher läßt sich diese Untersuchung jedoch geometrisch in folgender Weise durchführen:

1. Wir nehmen einen Kondensator (Fig. 192) am Ende der Leitung an und tragen nun auf der horizontalen Achse  $\overline{OA} = i$  und  $\overline{OC} = e$  auf. Stellt dann  $\overline{AB}_1 \perp \overline{OA}$  den Wert  $e \Re$  dar, so ist  $\overline{OB}_1 = J$ . Auf diesem Strahl ist dann der ohmsche Verlust  $\overline{Oa}_1 = J(Rl)$  abzuschneiden und senkrecht dazu  $\overline{a_1 b_1} = J(\omega L l)$  abzutragen; dann ist  $\overline{Ob_1} = J \mathfrak{S}$  und, wenn  $\overline{OC} = e$  mit  $\overline{CD}_1 =$  und  $\parallel \overline{Ob_1}$  zusammengesetzt wird, ist  $E = \overline{OD}_1$ . Für irgend eine Verschiebung von  $i$  gegen  $e$  könnte die gleiche Konstruktion durchgeführt werden,

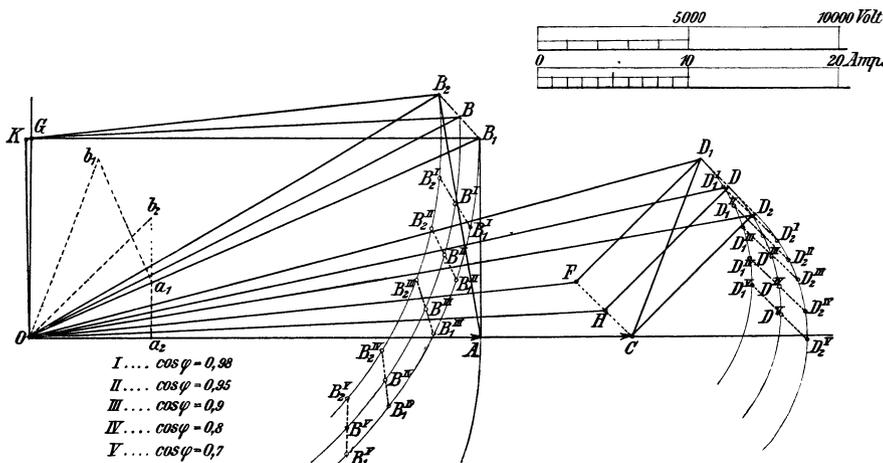


Fig. 192.

nur müßte dann  $\overline{OA}$  unter dem entsprechenden Winkel  $\varphi_2$  gegen  $\overline{OC}$  gezogen werden. Da aber

$$E = e(1 + \Re \mathfrak{S}) + i \mathfrak{S} \quad \text{und} \quad J = i + e \Re \text{ ist,}$$

kann man für konstante Werte von  $e$  und  $i$  den Einfluß einer Änderung ihrer relativen Phasenverschiebung auf  $E$  und  $J$  durch Drehung des entsprechenden Vektors erhalten. Denken wir uns z. B.  $e$  fest und  $i$  sich gegen  $e$  drehend, so beschreibt sein Endpunkt  $A$  einen Kreis um  $O$  mit dem Radius  $\overline{OA}$ . Es bleibt dann der Summand  $e(1 + \Re \mathfrak{S}) = \overline{OF}$  fest, während der Summand  $i \mathfrak{S} = \overline{FD}_1$  sich um den Mittelpunkt  $F$  auf einem Kreis mit dem Radius  $\overline{FD}_1$  dreht. In ähnlicher Weise liegt der Endpunkt  $B_1$  des Stromvektors  $J$  auf einem Kreis mit dem Radius  $\overline{GB}_1 = i$ , dessen Mittelpunkt  $G$  der Endpunkt des Vektors  $\overline{OG} = e \Re$  ist.

2. Liegt der Kondensator am Anfang der Leitung, so ist  $i \cdot (Rl) = \overline{O a_2}$  in Richtung von  $\overline{O A} = i$ ,  $i(\omega L l) = a_2 b_2 \perp \overline{O A}$ ,  $\overline{O b_2} = i \mathfrak{C} = \overline{C D_2}$ . Legt man  $\overline{C D_2} =$  und  $\parallel \overline{O b_2}$  an  $\overline{A C} = e$ , so erhält man  $\overline{O D_2} = E$ . Zieht man von A aus  $\overline{A B_2} = E \mathfrak{R} \perp \overline{O D_2}$ , so erhält man  $\overline{O B_2} = J$ . Da hier  $E = e + i \mathfrak{C}$ ,  $J = i(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{C}) + e \mathfrak{R}$  ist, liegt unter den gleichen Voraussetzungen wie bei 1. der Endpunkt  $D_2$  des Vektors E auf einem Kreisbogen mit dem Radius  $i \mathfrak{C} = \overline{C D_2}$  um den Endpunkt C von e, und der Endpunkt  $B_2$  des Vektors J auf einem Kreis mit dem Radius  $i(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{C}) = \overline{G B_2}$  um den Endpunkt G des Vektors  $\overline{O G} = e \mathfrak{R}$ .

3. Die genaue Methode ergibt nach Gl. 1) und 2) in abgekürzter Schreibung:

$$\begin{aligned} E &= e \mathfrak{A} - i \mathfrak{B} \\ J &= i \mathfrak{A} - e \mathfrak{C}. \end{aligned}$$

Hier sind die Werte  $e \mathfrak{A} = \overline{O H}$ ,  $-i \mathfrak{B} = \overline{H D}$ ,  $-e \mathfrak{C} = \overline{O K}$  und  $i \mathfrak{A} = \overline{K B}$  zu bestimmen, wobei K fast genau mit G, und H fast mit der Mitte der Strecke  $\overline{F C}$  zusammenfällt. Für beliebige Phasenverschiebung zwischen e und i liegt der Endpunkt D von E auf einem Kreis mit dem Radius  $\overline{H D} = -i \mathfrak{B}$  um den Endpunkt H des Vektors  $e \mathfrak{A} = \overline{O H}$ ; der Endpunkt B von J auf einem Kreis mit dem Radius  $\overline{K B} = i \mathfrak{A}$  um den Endpunkt K des Vektors  $-e \mathfrak{C} = \overline{O K}$ .

In der Figur erkennt man die geringen Abweichungen der durch die Weiser angedeuteten Näherungsverfahren 1) und 2) gegen einander und die fast vollkommene Übereinstimmung des Mittelwerts von 1) und 2) mit den genauen Werten.

## 2. Beispiel. Kraftübertragung der Bay Counties Power Company Kalifornien.

Diese Gesellschaft will bei 60000 Volt über etwa 250 Kilometer eine Leistung von zusammen 16000 PS. übertragen. Die Transformatoren sind vorläufig in Dreieck geschaltet und übersetzen von 2400 auf 24000 Volt. Bei Sternschaltung erhält man dann sofort 40000 Volt. Die neu aufzustellenden Transformatoren, die von Colgate am North Yuba River nach Oakland und die Ostküsten der Bai von San Franzisko Strom liefern sollen, erhalten drei Verbindungen für 40, 50 und 60000 Volt.

Die Linie besteht aus 2 Leitungen, die mit etwa 8 m Abstand

voneinander an besonderen Masten angeordnet sind. Jede Stangenreihe trägt einen etwa alle 1,5 km verdrehten Stromkreis und 3 m darunter einen Telephonkreis. Die eine Linie ist aus Aluminiumkabeln von 100 mm<sup>2</sup> Querschnitt hergestellt, die andere besteht aus Kupferkabel von gleicher Leitfähigkeit. Die Aluminiumleitung ist billiger in der Anschaffung, aber unsicherer. Deshalb hat man dort die zweite Leitung aus Kupfer hergestellt. Die Maste sind etwa 12 m hoch und in Abständen von etwa 40 bis 45 m angebracht. Die Linie läuft durch eine Reihe kleinerer Ortschaften und versorgt auch Abzweigungen, mit Umformern und Motorgeneratoren. Sie weist eine interessante Überspannung von 1600 m Spannweite auf, auf deren Details hier jedoch nicht eingegangen werden kann<sup>9)</sup>.

Die gegenseitige Induktion der beiden Leitungen aufeinander kann wegen der Verdrehung vernachlässigt werden, ebenso der induktive Einfluß auf die Telephonleitungen. Die Ableitung nehmen wir nach den früheren Auseinandersetzungen ebenfalls als praktisch belanglos an. Es ist jetzt nur noch die Kapazität einer Drehstromleitung genauer zu untersuchen. Zunächst wird die Gegenwart der zweiten Leitung und der Telephondrähte die Kapazität beeinflussen; doch läßt sich zeigen, daß diese Beeinflussung von geringer Bedeutung ist. Wir können sie hier um so eher außer acht lassen, als wir ohnehin nur die Aluminiumleitung der Durchrechnung unterziehen wollen. Um aber genügend große Verluste zu erhalten, denken wir uns diese Leitung mit 12000 Kilovoltampère = 115,3 Ampère bei 60000 Volt belastet.

Nimmt man, um die Formeln symmetrisch zu halten, die mittlere Entfernung der Leitungen von der Erde untereinander als gleich an, und setzt sie = L, beträgt die Entfernung der Leitungen voneinander D und ist ihr Durchmesser d, so gelten für die Potentiale gegen Erde die drei Gleichungen<sup>10)</sup>:

$$\begin{aligned} V_1 &= 2 q_1 \lg \text{nat} \frac{4h}{d} + 2 q_2 \frac{2h}{D} + 2 q_3 \frac{2h}{D} \\ V_2 &= 2 q_1 \lg \text{nat} \frac{2h}{D} + 2 q_2 \frac{4h}{d} + 2 q_3 \frac{2h}{D} \\ V_3 &= 2 q_1 \lg \text{nat} \frac{2h}{D} + 2 q_2 \frac{2h}{D} + 2 q_3 \frac{4h}{d}, \end{aligned}$$

in denen  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  die auf die Mitte der Leitungen konzentriert gedachten Ladungen bedeuten. Hieraus folgt

$$q_1 = 1/2 \frac{V_1 \lg \text{nat} \frac{8h^2}{dD} - (V_2 + V_3) \lg \text{nat} \frac{2h}{D}}{\lg \text{nat} \frac{2D}{d} \lg \text{nat} \left( \frac{2h}{D} \right)^2 \cdot \frac{4h}{d}}$$

und analoge Ausdrücke für  $q_2$  und  $q_3$ .

Da nun bei Drehstrom  $V_1 + V_2 + V_3 = 0$  ist, vereinfacht sich der Ausdruck in

$$q_1 = \frac{V_1}{2 \lg \text{nat} \frac{2D}{d}},$$

sodaß die Kapazität des ersten Leiters

$$C_1 = \frac{1}{2 \lg \text{nat} \frac{2D}{d}}$$

ist.

Die Kapazität eines jeden Drahtes einer Drehstromleitung ist also dieselbe wie die einer Doppelleitung von derselben Drahtlänge, also der halben Leitungslänge. Wenn wir die elektrostatischen Einheiten in elektromagnetische, die natürlichen Logarithmen in Briggsche umwandeln, ist die Kapazität in Mikrofarad pro km Draht also

$$C = \frac{0,02413}{\lg_{10} \frac{2D}{d}}.$$

Die Werte sind also eben so groß, als die in den Tabellen I, S. 354, bzw. II, S. 349 angegebenen<sup>11)</sup>.

#### a) Berechnung der Daten.

Nimmt man  $D = 2$  m an und ist das Aluminiumkabel aus 19 Drähten von 2,59 mm Durchmesser gebildet, so ist  $d = 5 \cdot 2,59 = 12,95$  mm  $q = 19 \cdot 5,268 = 100,1$  mm<sup>2</sup>, also

$$R = \frac{1000}{100 \cdot 36} = 0,278 \text{ Ohm pro km für } k_{Al} = 36;$$

$$L = (0,4605 \cdot \lg \frac{4000}{12,95} + 0,05) = 1,196 \text{ Millihenry pro km};$$

$$C = \frac{0,02413}{\lg_{10} \frac{4000}{12,95}} = 0,00969 \text{ Mikrofarad pro km.}$$

Es ist daher für  $l = 250$  km:

bei 50 Perioden:

$$l R = 250 \cdot 0,278 = 69,5 \text{ Ohm}$$

$$l \omega L = 250 \cdot 314 \cdot 1,1964 \cdot 10^{-3} = 93,9 \text{ Ohm}$$

$$l \omega C = 250 \cdot 314 \cdot 0,00969 \cdot 10^{-6} = 0,760 \cdot 10^{-3} \text{ Ohm}^{-1}$$

$$m_b = \frac{\omega L}{R} = 1,351$$

$$\mathcal{C} = 69,5 + j \, 93,9 \text{ Ohm} = 116,8 \text{ } / \underline{53^\circ 30'} \text{ Ohm}$$

$$R = j \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} = 0,760 \cdot 10^{-3} \text{ } / \underline{90^\circ} \text{ Ohm}^{-1}$$

$$R \mathcal{C} = 116,8 \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} \text{ } / \underline{53^\circ 30'} + 90^\circ = 0,0889 \text{ } / \underline{143^\circ 30'}$$

$$= -0,0714 + j \, 0,0529$$

$$1 + R \mathcal{C} = 1 + 0,0889 \text{ } / \underline{143^\circ 30'}$$

$$= 0,9286 + j \cdot 0,0529 = 0,9301 \text{ } / \underline{3^\circ 16'}$$

$$1 + \frac{R \mathcal{C}}{2} = 0,9643 + j \cdot 0,0264 =$$

$$1 + \frac{R \mathcal{C}}{6} = 0,9881 + j \cdot 0,0088 =$$

bei 25 Perioden:

$$l R = 69,5 \text{ Ohm}$$

$$l \omega L = 46,9 \text{ Ohm}$$

$$l \omega C = 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ Ohm}^{-1}$$

$$m_b = 0,676$$

$$\mathcal{C} = 69,5 + j \cdot 46,9 \text{ Ohm}$$

$$= 83,9 \text{ } / \underline{34^\circ 3'}$$

$$R = j \, 0,380 \cdot 10^{-3} = 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ } / \underline{90^\circ}$$

$$R \mathcal{C} = 83,9 \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ } / \underline{34^\circ 3'} + 90^\circ = 0,03185 \text{ } / \underline{124^\circ 3'}$$

$$= -0,01786 + j \, 0,02638$$

$$1 + R \mathcal{C} = 1 + 0,03185 \text{ } / \underline{124^\circ 3'}$$

$$= 0,9822 + j \cdot 0,0264 = 0,9825 \text{ } / \underline{1^\circ 32'}$$

$$1 + \frac{R \mathcal{C}}{2} = 0,9911 + j \cdot 0,0132$$

$$1 + \frac{R \mathcal{C}}{6} = 0,9970 + j \cdot 0,0044.$$

Ferner ist

$$i = \frac{12000 \cdot 1000}{60000 \sqrt{3}} = 115,3 \text{ Amp. pro Phase.}$$

**b) Ein Kondensator am Ende.**

Dann ist:

für 50 Perioden:

$$\begin{aligned}
 i_c &= e \mathfrak{R} = 34620 \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} = 26,35 \text{ / } 90^\circ \\
 J &= i + i_c = 115,3 + 26,35 \text{ / } 90^\circ \\
 &= 115,3 + j \cdot 26,35 = 118,1 \text{ / } 12^\circ 50' \\
 E &= e + J \mathfrak{C} = 34620 + 118,1 \cdot 116,8 \text{ / } 12^\circ 50' + 53^\circ 30' \\
 &= 34620 + 13790 \text{ / } 66^\circ 20' \\
 &= 40150 + j \cdot 12610 = 42090 \text{ / } 17^\circ 28'
 \end{aligned}$$

für 25 Perioden:

$$\begin{aligned}
 i_c &= 34620 \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ / } 90^\circ = 13,18 \text{ / } 90^\circ \\
 J &= i + i_c = 115,3 + 13,18 \text{ / } 90^\circ \\
 &= 115,3 + j \cdot 13,18 = 116,1 \text{ / } 6^\circ 40' \\
 E &= e + J \mathfrak{C} = 34620 + 116,1 \cdot 83,9 \text{ / } 6^\circ 40' + 34^\circ 3' \\
 &= 34620 + 9740 \text{ / } 40^\circ 43' \\
 &= 42000 + j \cdot 6360 = 42480 \text{ / } 8^\circ 39'
 \end{aligned}$$

allgemein: für beliebiges  $e$  und  $i$ :

für 50 Perioden:

$$\begin{aligned}
 i_c &= e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} \text{ / } 90^\circ \\
 J &= i + e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} \text{ / } 90^\circ \\
 E &= e(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{C}) + i \mathfrak{C} = e(1 + 0,0889 \text{ / } 134^\circ 30') + i \cdot 116,8 \text{ / } 53^\circ 30' \\
 &= e \cdot 0,9301 \text{ / } 3^\circ 16' + i \cdot 116,8 \text{ / } 53^\circ 30'
 \end{aligned}$$

für 25 Perioden:

$$\begin{aligned}
 i_c &= e \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ / } 90^\circ \\
 J &= i + e \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} \text{ / } 90^\circ \\
 E &= e(1 + 0,03185 \text{ / } 124^\circ 3') + i \cdot 83,9 \text{ / } 34^\circ 3' \\
 &= e \cdot 0,9825 \text{ / } 1^\circ 32' + i \cdot 83,9 \text{ / } 34^\circ 3'.
 \end{aligned}$$

**c) Ein Kondensator am Anfang.**

Dann ist:

für 50 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= e + i \mathfrak{C} = 34620 + 115,3 \cdot 116,8 \text{ / } 53^\circ 30' \\
 &= 34620 + 13470 \text{ / } 53^\circ 30' \\
 &= 42620 + j \cdot 10800 = 43970 \text{ / } 14^\circ 23'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_c &= E \mathfrak{R} = 43970 \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} / 90^\circ + 14^\circ 23' = 33,4 / 104^\circ 23' \\
 J &= i + i_c = 115,3 + 33,4 / 104^\circ 23' = 107,1 + j \cdot 32,4 \\
 &= 111,9 / 16^\circ 50'
 \end{aligned}$$

für 25 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= 34620 + 115,3 \cdot 83,9 / 34^\circ 3' = 34620 + 9660 / 34^\circ 3' \\
 &= \\
 &= 42620 + j \cdot 5410 = 42960 / 7^\circ 15' \\
 i_c &= 42960 \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} / 97^\circ 15' = 16,3 / 97^\circ 15' \\
 J &= 115,3 + 16,3 / 97^\circ 15' = \\
 &= 113,2 + j \cdot 16,2 = 114,4 / 8^\circ 10';
 \end{aligned}$$

für beliebiges e und i:

bei 50 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= e + i \mathfrak{S} = e + i 116,8 / 53^\circ 30' \\
 J_c &= E \mathfrak{R} = e \mathfrak{R} + i \mathfrak{R} \mathfrak{S} = e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} / 90^\circ + i 0,0889 / 134^\circ 30' \\
 J &= i + i_c = e \mathfrak{R} + i(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{S}) \\
 &= i(1 + \mathfrak{R} \mathfrak{S}) + e \mathfrak{R} = i(1 + 0,0889 / 134^\circ 30') + \\
 &\quad e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} / 90^\circ \\
 J &= i(0,9301 / 3^\circ 16' + e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} / 90^\circ)
 \end{aligned}$$

bei 25 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= e + i 83,9 / 34^\circ 3' \\
 i_c &= e \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} / 90^\circ + i 0,03185 / 124^\circ 3' \\
 J &= i(1 + 0,03185 / 124^\circ 3') + e \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} / 90^\circ \\
 J &= i \cdot 0,9825 / 1^\circ 32' + e \cdot 0,380 \cdot 10^{-3} / 90^\circ.
 \end{aligned}$$

**d) Ermittlung von E und J nach Gleichung 9).**

bei 50 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= e + i \mathfrak{S} = 34620 + 13470 / 53^\circ 30' \\
 &= 42620 + j \cdot 10800 = 43970 (14^\circ 23') \\
 &\quad \text{wie in c)} \\
 J &= i + e \mathfrak{R} = 115,3 + 26,25 / 90^\circ \\
 &= 115,3 + j \cdot 26,35 = 118,1 / 12^\circ 50' \\
 &\quad \text{wie in b)}
 \end{aligned}$$

bei 25 Perioden:

$$\begin{aligned}
 E &= 34620 + 9660 / 34^\circ 3' \\
 &= 42620 + j \cdot 5410 = 42960 / 7^\circ 15' \\
 &\quad \text{wie in c)} \\
 J &= 115,3 + 13,18 / 90^\circ \\
 &= 115,3 + j \cdot 13,18 = 116,1 / 6^\circ 40' \\
 &\quad \text{wie in b).}
 \end{aligned}$$

**e) Genaue Berechnung nach Kennelly.**

Es ist zu bilden

$$\begin{aligned}
 E &= e \cos \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} + i \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} \sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} \\
 J &= i \cos \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}} + e \sqrt{\frac{\Re}{\mathfrak{C}}} \sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}}.
 \end{aligned}$$

Es ist:

für 50 Perioden

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= \sqrt{0,0889 \cdot /143^\circ 30'} = 0,2982 / 71^\circ 45' = 0,0934 + j \cdot 0,2832 \\
 \frac{\mathfrak{C}}{\Re} &= \frac{116,8}{0,760 \cdot 10^{-3}} / 53^\circ 30' - 90^\circ = 0,1534 \cdot 10^6 / 36^\circ 30' \\
 \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} &= 0,3916 \cdot 10^3 / 18^\circ 15' = 391,6 \cdot / 18^\circ 15'
 \end{aligned}$$

für 25 Perioden

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= \sqrt{0,03185 / 124^\circ 3'} = 0,1785 / 62^\circ 2' = 0,0834 + j 0,1577 \\
 \frac{\mathfrak{C}}{\Re} &= \frac{83,9}{0,380 \cdot 10^{-3}} / 34^\circ 3' - 90^\circ = 0,2206 \cdot 10^6 / 55^\circ 57' \\
 \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} &= 0,4697 \cdot 10^3 / 27^\circ 58' = 469,7 / 27^\circ 58'.
 \end{aligned}$$

Nun kann  $\cos \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}}$  und  $\sin \text{hyp } \sqrt{\Re \mathfrak{C}}$  nach den Hilfsformeln bestimmt werden. Es ist:

bei 50 Perioden:	bei 25 Perioden:
$\cos \text{hyp } 0,0934 = 1,0044$ $\sin \text{hyp } 0,0934 = 0,0935$	$\cos \text{hyp } 0,0834 = 1,0035$ $\sin \text{hyp } 0,0834 = 0,0835$
$\cos 0,2832 = \cos 16^\circ 14' = 0,9602$ $\sin 0,2832 = \sin 16^\circ 14' = 0,2795$	$\cos 0,1577 = \cos 9^\circ 3' = 0,9875$ $\sin 0,1577 = \sin 9^\circ 3' = 0,1572$



**f) Näherungsmethode mit Reihenentwicklung.**

Entwickelt man, wie früher beschrieben,  $\cos \text{hyp}$  und  $\sin \text{hyp}$  in Reihen

$$\begin{aligned}\cos \text{hyp} \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{4!} + \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{6!} + \dots \\ \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\Re}} \sin \text{hyp} \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= \mathfrak{C} \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{3!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} + \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{7!} + \dots \right) \\ \sqrt{\frac{\Re}{\mathfrak{C}}} \sin \text{hyp} \sqrt{\Re \mathfrak{C}} &= \Re \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{3!} + \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} + \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{7!} + \dots \right)\end{aligned}$$

und bestimmt die Größe der ersten Glieder der Reihe, so erhält man für  $\sim = 50$ :

$$\begin{aligned}\frac{\Re \mathfrak{C}}{2} &= 0,00445 \quad / 143^\circ 30'; \quad \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} = 0,00148 \quad / 143^\circ 30' \\ \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{4!} &= \frac{0,007903}{24} \quad / 269^\circ 0' = 0,000329 \quad / 269^\circ 0' \\ \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} &= 0,000065 \quad / 269^\circ \\ \text{die 4. Glieder } \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{6!} \text{ resp. } \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{7!} &< \frac{0,000700}{720} < 0,000001\end{aligned}$$

für  $\sim = 25$ :

$$\begin{aligned}\frac{\Re \mathfrak{C}}{2} &= 0,01592 \quad / 124^\circ 3'; \quad \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} = 0,00531 \quad / 124^\circ 3' \\ \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{4!} &= \frac{0,001014}{24} \quad / 248^\circ 6' = 0,000042 \quad / 248^\circ 6' \\ \frac{\Re^2 \mathfrak{C}^2}{5!} &= 0,000008 \quad / 248^\circ 6' \\ \text{die 4. Glieder } \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{6!} \text{ resp. } \frac{\Re^3 \mathfrak{C}^3}{7!} &= \frac{0,0000320}{720} < 0,00000005.\end{aligned}$$

Man erhält daher in erster Annäherung (Fall 3)

$$E = e + i \mathfrak{C} \quad J = i + e \Re$$

in zweiter Annäherung

$$E = e \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2} \right) + i \mathfrak{C} \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} \right), \quad J = i \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{2} \right) + e \Re \left( 1 + \frac{\Re \mathfrak{C}}{6} \right)$$

Daher für 50 Perioden:

$$E = e(1 + 0,00445 / 143^\circ 30') + i \cdot 116,8 / 53^\circ 30'(1 + 0,00148 / 143^\circ 30')$$

$$= e(0,9642 + j 0,02645) + i 116,8 / 53^\circ 30' \cdot (0,9881 + j 0,00880)$$

$$E = e \cdot 0,9645 / 1^\circ 34' + i \cdot 116,8 \cdot / 53^\circ 30' \cdot 0,9881 / 31'$$

$$J = i \cdot 0,9645 / 1^\circ 34' + e \cdot 0,760 \cdot 10^{-3} / 90^\circ \cdot 0,9881 / 31'$$

$$E = e \cdot 0,9645 / 1^\circ 34' + 115,1 / 54^\circ 1'$$

$$J = i \cdot 0,9645 / 1^\circ 34' + e \cdot 0,751 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 31'$$

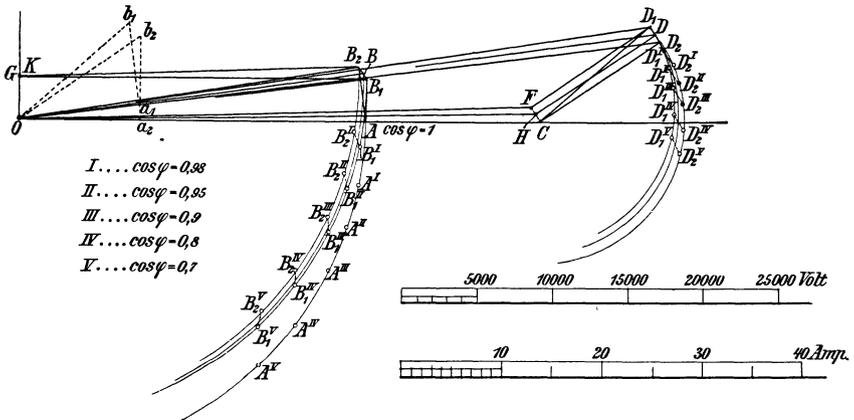


Fig. 193.

für 25 Perioden:

$$E = e(1 + 0,01592 / 124^\circ 3') + i \cdot 83,9 / 34^\circ 3'(1 + 0,00531 / 124^\circ 3')$$

$$= e(0,9911 + j 0,01319) + i 83,9 / 34^\circ 3' \cdot (0,9970 + j 0,00440).$$

$$E = e 0,9912 / 45' + i \cdot 83,9 / 34^\circ 3' \cdot 0,997 / 15'$$

$$J = i 0,9912 / 45' + e 0,380 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 0,997 / 15'$$

$$E = e \cdot 0,9912 / 45' + i \cdot 83,7 / 34^\circ 18'$$

$$J = i \cdot 0,9912 / 45' + e \cdot 0,379 \cdot 10^{-3} / 90^\circ 15'.$$

Die weiteren Glieder können als praktisch vollkommen belanglos vernachlässigt werden. Auch die zweite Korrektion übersteigt bereits die im allgemeinen erreichbare Genauigkeit der gegebenen Daten.



Demnach nimmt jetzt die Spannungsgleichung 8) die mit Fig. 24 und Gleichung 14, I, S. 64 übereinstimmende Form an:

$$E^2 = e^2 + (\bar{\mathcal{E}}i)^2 + 2e\bar{\mathcal{E}}i \cos(\varphi_2 - \gamma), \quad \dots \quad 9a)$$

worin  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{L\omega}{R} = m_b =$  dem Blondelschen Reaktanzfaktor ist. Damit dieser ursprünglich mit  $m$  bezeichnete Wert I, S. 64 nicht mit dem früher verwendeten Buchstaben ( $m = \alpha + j\beta$ ) verwechselt werde, ist hier der Index  $b$  zugefügt; er deutet das Blondelsche  $m_b = \frac{L\omega}{R}$  an. Drückt man nun den relativen Effektivverlust  $a$  aus durch

$$a \cdot i \cdot e \cdot \cos \varphi_2 = i^2 (Rl) \dots \dots \dots 10)$$

oder

$$a = \frac{i(Rl)}{e \cos \varphi_2},$$

worin  $W_2 = i e \cos \varphi_2$  die Leistung am Ende der Leitung,  $\varphi_2$  die Verschiebung von  $i$  gegen  $e$  bedeutet, und setzt man

$$E - e = v,$$

also

$$E + e = 2e + v,$$

so geht Gleichung 8a) über in:

$$\begin{aligned} E^2 - e^2 &= (2e + v)(v) = (iRl)^2 (1 + m_b^2) + 2eiRl (\cos \varphi_2 + m_b \sin \varphi_2) \\ 2ev + v^2 &= a^2 e^2 \cos^2 \varphi_2 (1 + m_b^2) + 2ae^2 \cos \varphi_2 (\cos \varphi_2 + m_b \sin \varphi_2) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} v &= -\left(\frac{v^2}{2e}\right) + ae \cos \varphi_2 \left[ \left(1 + \frac{a}{2} + \frac{am_b^2}{2}\right) \cos \varphi_2 + m_b \sin \varphi_2 \right] \\ v &= aeM - h, \dots \dots \dots 11) \end{aligned}$$

wenn

$$M \equiv \cos \varphi_2 \left[ \left(1 + \frac{a}{2} + \frac{am_b^2}{2}\right) \cos \varphi_2 + m_b \sin \varphi_2 \right]. \quad 12)$$

gesetzt wird. Die Größe  $h$  kann als Korrekptionsgröße aufgefaßt und in erster Annäherung  $= 0$  gesetzt werden, da dies nur einen zu großen Unterschied  $v$  zwischen den absoluten Werten der Anfangs- und Endspannung ergäbe. Der Fehler ist zudem nicht bedeutend, da  $v$  selten mehr als 20 % von  $e$  betragen und somit  $h$  in diesem Grenzfall nur  $= 2$ , d. h. 10 % von  $v$  und 2 % von  $e$  betragen wird; und da er zudem nach der sicheren Seite hin

liegt, kann bis zu  $v \leq 0,2 e$  unbedenklich  $h = 0$  gesetzt werden. Erforderlichenfalls kann dann die Endkorrektion  $h$  an den Ergebnissen der annähernden Rechnung noch angebracht werden.

Für alle Leitungssysteme gelten dann die einfachen Grundgleichungen:

für den Spannungsabfall in Volt

$$v = a \cdot e \cdot M, \dots \dots \dots 13)$$

für den Strom pro Draht, am Ende der Leitung in Ampère

$$i = \frac{W_2}{e} \cdot T, \dots \dots \dots 14)$$

für den Querschnitt der Leitung in Quadratmillimetern

$$q = \frac{l \cdot W_2}{a \cdot e^2} \cdot S, \dots \dots \dots 15)$$

worin  $l$  die Leitungslänge (nicht die Drahtlänge) in Metern,  $M$ ,  $T$  und  $S$  näher zu bestimmende Konstanten bedeuten.

Auch in dieser Form ist die Berechnung nur ein Näherungsverfahren, das aber noch anwendbar erscheint, wenn die Leitung länger als etwa 150 km und der von jedem einzelnen Abnehmer verbrauchte Strom  $J$  an ihrem Anfang nicht wesentlich größer ist als der entsprechende Strom  $i$  an der Abzweigstelle.

Unter diesen Voraussetzungen betrachten wir zunächst einmal die Konstanten der Gleichungen 13), 14) und 15).

#### a) Dimensionierung für bestimmten Effektverlust.

Die Konstante  $M$  ist durch Gleichung 12) bereits als Funktion des Drahtdurchmessers und der Periodenzahl (bzw. des Reaktanzfaktors  $m_b$ ), der Phasenverschiebung am Ende der Leitung und des relativen Verlustes  $a$  gekennzeichnet. Sie nimmt für Gleichstrom den Wert 1 an.

Die Konstante  $T$  ist abhängig von der Art der Last und dem System und nimmt für Zweileiter bei Gleichstrom ebenfalls den Wert 1 an. Sonst ist

$$\begin{aligned} \text{für Einphasen-Wechselstrom} \quad T &= \frac{1}{\cos \varphi_2} \\ - \text{Drehstrom} &= \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi_2} \\ - \text{vierdrähtiges Zweiphasensystem} &= \frac{1}{2 \cos \varphi_2} \end{aligned}$$

Die Konstante  $S$  schließlich ist eine Funktion des spezifischen Widerstandes  $\varrho$  und des Systems und beträgt

für Einphasenstrom 
$$S = \frac{2 \varrho}{\cos^2 \varphi_2}$$

- Drehstrom und vierdrähtiges Zweiphasensystem 
$$= \frac{\varrho}{\cos^2 \varphi_2}.$$

Damit ist die Lösung einer transzendenten Gleichung umgangen und die Leitungsrechnung mit praktisch genügender Genauigkeit auf bekannte Formeln auch für die Fernleitungen zurückgeführt.

Es ist jetzt leicht, für alle praktisch vorkommenden Fälle die Werte von  $M$ ,  $T$  und  $S$  tabellarisch zusammenzustellen.

Verteilungssystem	Licht		Licht und Motoren		Motoren	
	$\cos \varphi_2 = 0,95$		0,85		0,80	
Einphasenstrom	$S_{Cu} = 0,0372$	$T = 1,052$	$S_{Cu} = 0,0464$	$T = 1,176$	$S_{Cu} = 0,0520$	$T = 1,250$
Drehstrom, 3-drähtig	0,0186	$= 0,607$	0,0232	$= 0,679$	0,0260	$= 0,725$
Zweiphasen, 4-drähtig	0,0186	$= 0,526$	0,0232	$= 0,588$	0,0260	$= 0,625$

Für Gleichstrom oder einphasigen Wechselstrom mit  $\cos \varphi_2 = 1$  wäre  $S = 2 \cdot 0,1675 = 0,335$ ,  $T = 1$ ,  $M = 1$ . Wir verzichten hier darauf, die Werte von  $M$  tabellarisch zusammenzustellen, da wir ohnehin eine entsprechende Tabelle sogleich für gegebenen Spannungsverlust einzufügen gedenken und die in der amerikanischen Literatur<sup>12)</sup> gegebenen Werte von  $M$ , die angeblich von J. Berg herrühren sollen, nur als Funktionen von  $m_b$  und  $\varphi_2$  erscheinen, also nur für einen mittleren Wert von  $a$  ( $= 0,10$ ) gelten.

**b) Dimensionierung für bestimmten Spannungsverlust.**

Wir können die Spannungsgleichung 9a) auch so behandeln, wie auf S. 65 des ersten Teils, indem wir statt des relativen Effektivverlustes  $a$  den relativen Spannungsverlust  $p$  einführen. Wir definieren wie früher

$$p = \frac{(l \cdot R) \cdot i}{e + (lR)i}, \dots \dots \dots 16)$$

worin  $(Rl)$  der Widerstand pro Draht,  $i$  der Strom,  $e$  die Spannung pro Draht ist. Die Anfangsspannung pro Draht wäre dann bei Gleichstrom

$$\dot{E}_g = e + (lR)i;$$

wegen der Reaktanz ist sie jedoch zu erhöhen auf

$$E = K \cdot E_g,$$

worin  $K$  den Blondelschen Faktor der Spannungserhöhung bedeutet.

Dieser Zahlenfaktor, der eine Funktion von  $p$ ,  $m_b$  und  $\cos \varphi_2$  ist, läßt sich aus Gleichung 8a) ableiten, indem man sie durch  $(e + i l R)^2$  dividiert. Dies gibt

$$K^2 = \left( \frac{E}{e + i \cdot l R} \right)^2 = \left( \frac{e}{e + i \cdot l R} \right)^2 + p^2 (1 + m_b^2) + 2p \cdot \left( \frac{e}{e + i \cdot l R} \right) (\cos \varphi_2 + m_b \sin \varphi_2)$$

und da  $\frac{e}{e + i \cdot l R} = 1 - p$  ist, folgt

$$K = \sqrt{\left\{ (1-p) + p \cos \varphi + m_b p \sin \varphi \right\}^2 + \left\{ m_b p \cos \varphi - p \sin \varphi \right\}^2} \quad (17)$$

wie unter gleicher Bezifferung auf I, S. 65 angegeben.

Um die mühsamen Rechnungen zu vereinfachen, kann man sich der folgenden Tabellen bedienen, die für verschiedene Drahtdurchmesser  $d$  und Achsenabstände  $D$  die Werte von  $m_b$  für 50-sekundliche Perioden ( $\omega = 314$ ) und für verschiedene Werte von  $m_b$ ,  $p$  und  $\cos \varphi_2$  die Werte von  $K$  in Gleichung 17) angeben.

Tabelle der Werte des Reaktanzfaktors  $m_b = \frac{L \omega}{R}$   
für 50-sekundliche Perioden ( $\omega = 314$ ).

		Kupferdrähte			
		D = 50	100	150	200 cm
d = 4	$m_b = 0,261$	0,293	0,312	0,324	
6	0,553	0,623	0,663	0,697	
8	0,925	1,047	1,113	1,118	
10	1,375	1,575	1,690	1,770	

		Aluminiumdrähte (Kabel)			
		D = 50	100	150	200 cm
d = 12	m <sub>b</sub> = 1,15	1,32	1,41	1,49	
14	1,48	1,75	1,88	1,97	
16	1,92	2,22	2,40	2,52	
18	2,35	2,74	2,86	3,13	
20	2,88	3,37	3,66	3,86	

Die Gleichungen, aus denen sich die folgende Tabelle ergibt, lauten für

$$\begin{aligned} \cos \varphi = 0,7 : K &= \sqrt{1 + 2(p - p^2)(0,714 m_b - 0,3) + m_b^2 p^2} \\ 0,8 : &= \sqrt{1 + 2(p - p^2)(0,6 m_b - 0,2) + m_b^2 p^2} \\ 0,9 : &= \sqrt{1 + 2(p - p^2)(0,364 m_b - 0,1) + m_b^2 p^2} \\ 1,0 : &= \sqrt{1 + m_b^2 p^2} \end{aligned}$$

und die Werte der Tabelle lassen wie ersichtlich Interpolation leicht zu.

Die Korrektur K ist für die in der Tabelle aufgeführten Werte von p von der Größenordnung 1 % bis gegen m = 0,5. Dieser Wert kommt aber bei 50 Perioden nur für Drähte unter 6 mm Durchmesser in Betracht. Für die Fernleitungen, die aus den angeführten Gründen in der Regel mit stärkeren Drähten ausgestattet werden, liegt m bei  $\omega = 314$  zwischen 1 und 4, so daß also der Faktor der Spannungserhöhung K = 1,41 betragen kann. Wenn man also eine Fernleitung zu dimensionieren hat, wird man zunächst den Spannungsverlust p mit Rücksicht auf die Regulierung oder die Wirtschaftlichkeit entsprechend wählen, dann wie für Gleichstrom die Anfangsspannung E<sub>g</sub> und die Korrektur entsprechend K ermitteln und schließlich den Querschnitt berechnen nach der Beziehung

$$q = \frac{l \cdot i}{p \cdot (E_g \cdot K)} S \doteq \frac{l W_1}{p E^2} \cdot S, \dots 18)$$

die vollkommen analog der Gleichung 15) gebaut ist. W<sub>1</sub> bedeutet darin die am Anfang der Linie (mit der Leitungslänge l) aufgenommene Leistung, S = die Systemkonstante. Die Gleichung enthält eine gewisse Ungenauigkeit, insofern der Strom J am Anfang größer oder kleiner sein kann als der Strom i am Ende,

Tabelle der Werte von  $K$ .

Werte von $m_p$	$\cos \varphi = 0,7$				$\cos \varphi = 0,8$				$\cos \varphi = 0,9$				$\cos \varphi = 1$			
	Werte von p				Werte von p				Werte von p				Werte von p			
	0,05	0,10	0,125	0,15	0,05	0,10	0,125	0,15	0,05	0,10	0,125	0,15	0,05	0,10	0,125	0,15
0	0,985	0,972	0,966	0,961	0,990	0,982	0,978	0,974	0,995	0,991	0,989	0,987	1,000	1,000	1,000	1,000
0,25	0,994	0,989	0,987	0,985	0,998	0,996	0,995	0,994	1,000	1,001	1,001	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000
0,50	1,005	1,006	1,008	1,010	1,005	1,010	1,012	1,015	1,006	1,011	1,014	1,017	1,000	1,001	1,001	1,001
0,75	1,012	1,023	1,029	1,035	1,014	1,029	1,033	1,037	1,013	1,023	1,028	1,034	1,001	1,002	1,004	1,006
1,0	1,021	1,041	1,052	1,062	1,020	1,040	1,050	1,060	1,020	1,039	1,043	1,052	1,003	1,004	1,007	1,011
1,5	1,039	1,078	1,095	1,117	1,035	1,071	1,089	1,108	1,037	1,059	1,075	1,092	1,004	1,011	1,015	1,025
2,0	1,057	1,115	1,144	1,172	1,051	1,104	1,131	1,159	1,055	1,085	1,109	1,134	1,005	1,019	1,030	1,044
2,5	1,075	1,153	1,193	1,232	1,067	1,138	1,175	1,213	1,075	1,114	1,146	1,180	1,008	1,030	1,048	1,068
3,0	1,094	1,192	1,242	1,293	1,083	1,173	1,226	1,268	1,098	1,143	1,185	1,229	1,011	1,044	1,068	1,096
3,5	1,118	1,233	1,290	1,347	1,105	1,209	1,288	1,321	1,071	1,154	1,197	1,251	1,015	1,058	1,090	1,129
4,0	1,138	1,274	1,347	1,411	1,132	1,247	1,317	1,378	1,084	1,185	1,244	1,302	1,020	1,077	1,118	1,166

sodaß also  $W_1 \gtrless i E \cos \varphi_2$  sein kann. Auch wird J gegen E anders verschoben sein, als i gegen e. Alle diese Ungenauigkeiten sind jedoch zulässig, da es sich hier um eine Dimensionierungsformel handelt und man nachträglich, nachdem der Querschnitt festgesetzt ist, die wirkliche Strom- und Spannungsverteilung längs der Linie mit beliebiger Genauigkeit feststellen kann.

In Gleichung 18) ist

$$i = \frac{W_2}{e} \cdot T = J \cdot \frac{W_1}{E} T,$$

und S und T haben dieselbe Bedeutung wie früher. Am bequemsten rechnet man wohl nach Gleichung 15) und kontrolliert nur die Anfangsspannung E nach Gleichung 17) an Hand der Tabelle für K. Den Zusammenhang zwischen Spannungs- und Effektverlust kann man auch für lange Leitungen leicht aus den Gleichungen 13) und 16) berechnen. Es ist nämlich

$$p = \frac{v}{e + v} = \frac{a M - \frac{h}{e}}{1 + a M - \frac{h}{e}} \dots \dots \dots 19)$$

### 3. Beispiel.

Es seien 5000 Kilowatt bei  $\cos \varphi_2 = 0,8$  am Ende einer 500 km langen Drehstromlinie zu übertragen. Die Spannung zwischen zwei Drähten sei  $e = 60\,000$  Volt, die Zahl der sekundlichen Perioden 25, der als zulässig erachtete Effektverlust  $a = 30\%$ . Nimmt man die Leitung aus Aluminium, so wird die Systemkonstante

$$S_{A1} = \frac{e_{A1}}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{0,0278}{0,8^2} = 0,0435,$$

der Strom

$$i = \frac{W_2}{e} \cdot T = \frac{5000 \cdot 1000}{60\,000} \cdot 0,725 = 60 \text{ Ampère}$$

und der Querschnitt

$$q_{A1} = \frac{1 \cdot W_2}{a \cdot e^2} \cdot S = \frac{500 \cdot 1000 \cdot 5000 \cdot 1000}{0,3 \cdot 60\,000^2} \cdot 0,0435 = 100 \text{ mm}^2.$$

Damit ist die Querschnittsrechnung beendet. Nun muß nachgesehen werden, ob die Verhältnisse stimmen. Wir stellen den

Aluminiumleiter als Kabel aus 19 Drähten 2,59 mm her und erhalten  $d = 13$  mm Dicke. Als Achsenabstand wählen wir  $D = 2$  m. Dann berechnen wir  $L$  und  $R$ , oder entnehmen es aus Tabellen und erhalten dabei  $L = 1,196$  Millihenry,  $L\omega = 0,188$  Ohm,  $R = 0,278$  Ohm pro km Draht,  $m_b = \frac{L\omega}{R} = 0,676$ .

Es wird also hier

$$M = 0,8 \left[ \left\{ 1 + 0,15 + 0,15 \cdot 0,676^2 \right\} 0,8 + 0,676 \cdot 0,6 \right] = 1,105$$

somit annähernd

$$v \leq 0,3 \cdot 1,105 \cdot e = 0,33 e$$

die Korrektion

$$h = -\frac{v^2}{2e} = -\frac{0,33^2}{2} \cdot e = -0,055 e$$

und genauer

$$v = 0,275 e = 16\,500 \text{ Volt.}$$

Da

$$p = \frac{aM}{1 + aM} = \frac{0,3 \cdot 1,105 - 0,055}{1 + 0,3 \cdot 1,105 - 0,055} = 0,216$$

etwa ist, folgt

$$K = \sqrt{1 + 2(p - p^2)(0,6 m_b - 0,2) + m_b^2 p^2} = 1,045.$$

Man kann aus den Werten für  $M$  und  $K$  erkennen, daß diese Art der Berechnung vollkommen ausreichend ist, solange es sich um die Bemessung des Leitungsquerschnitts handelt. Sie wird aber nicht mehr ausreichend sein, wenn dann nach Festsetzung des Querschnitts der tatsächliche Verlust berechnet werden soll. Denn hier wird, wenn wir uns die 500 km lange Linie durch fünf Kondensatoren überbrückt denken, die alle 100 km abgezweigt sind, der Strom längs der Linie nicht konstant sein. Ist die Linie unbelastet, so nimmt der Strom vom Ende nach dem Anfang hin zu, ist sie aber induktiv belastet, so kann der Strom auch abnehmen. Jeder der Kondensatoren besitzt die Kapazität  $1C = 100 \cdot 0,00969$  Mikrofarad, sodaß  $\omega 1C = 152 \cdot 10^{-6}$ . Die Daten sind also genau dieselben wie im zweiten Beispiel bis auf die Leitungslänge.

Wir zeichnen für den Kettenleiter (Fig. 195) die Diagramme der Ströme und Spannungen nach I, S. 315, indem wir am Ende beginnen. Es ist gleichgültig, ob wir die verkettete oder die unverkettete Spannung einführen, wenn wir nur die Kapazität

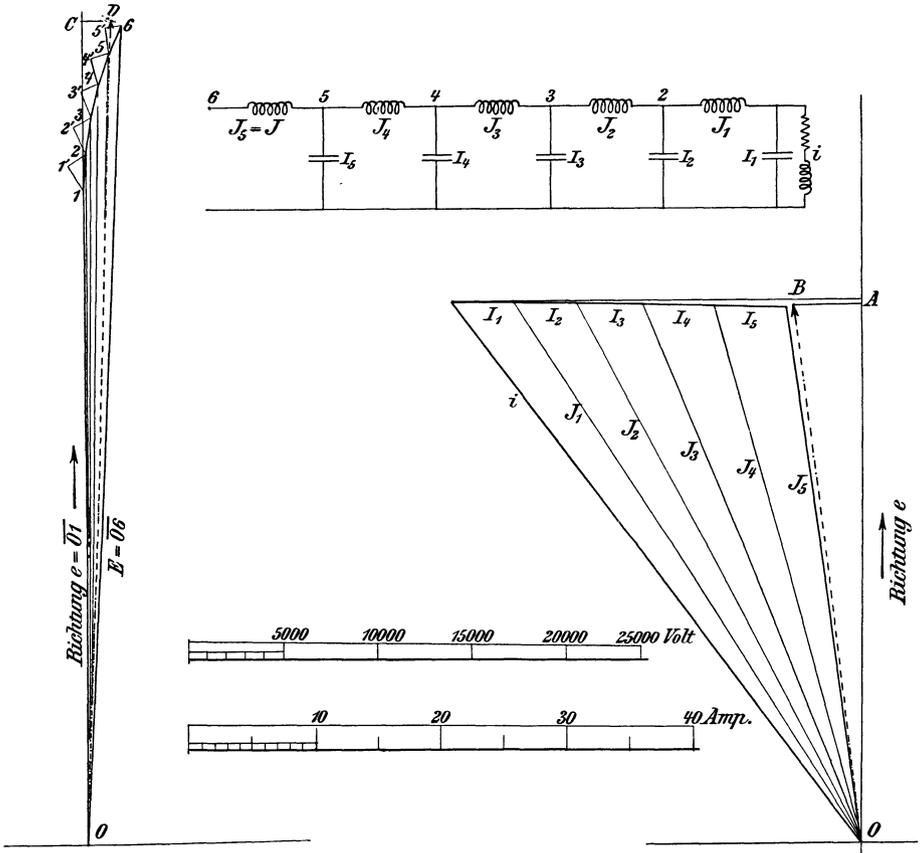


Fig. 195.

entsprechend definieren. Da wir die Kapazität pro Draht (entsprechend den Formeln und Tabellen) einführen wollen, müssen wir auch  $R$ ,  $L$  und  $e$  pro Draht wählen, also für  $e$  die Spannung des symmetrisch belasteten und vollkommen isoliert angenommenen Systems gegen einen fiktiven neutralen Leiter oder gegen Erde.  $e$  ist dann  $= 60000/\sqrt{3} = 34\ 641$  Volt zu setzen. Die Konden-

satoren sind am Ende jedes Abschnittes von 100 km angenommen; der letzte fällt also mit der Verbrauchsstelle i zusammen. Er verzehrt  $I_1 = 34\,640 \cdot 152 \cdot 10^{-6} = 5,26$  Ampère, die sich mit den 60 Ampère,  $\cos \varphi_2 = 0,8$  zusammensetzen zum Strom des ersten Abschnitts  $J_1 = 57$  Ampère. Der entsprechende Spannungsabfall ist  $= \overline{1,2}$ , die resultierende Spannung am Punkt 2 demnach  $\overline{0\,2} = 36\,400$  Volt und der Kondensatorstrom  $I_2 = 5,54$  Ampère. In derselben Weise ergibt sich

$$\begin{array}{lll} J_2 = 54,4 \text{ Ampère} & \overline{0\,3} = 38\,400 \text{ Volt} & I_3 = 5,84 \text{ Ampère} \\ J_3 = 51,8 & - & \overline{0\,4} = 40\,000 & - & I_4 = 6,08 & - \\ J_4 = 49,3 & - & \overline{0\,5} = 41\,700 & - & I_5 = 6,34 & - \\ J = J_5 = 47,8 & - & E = \overline{0\,6} = 43\,050 & - & . & \end{array}$$

Die genaue Methode hätte ergeben

$$\begin{aligned} J &= \overline{0\,B} = \overline{0\,A} - j \cdot \overline{A\,B} = 47,58 - j \cdot 6,08 = 47,89 / \overline{7^\circ 24'} \\ E &= \overline{0\,D} = \overline{0\,C} + j \cdot \overline{C\,D} = 43\,306 + j \cdot 1425 = 43\,330 / \overline{1^\circ 54'} \end{aligned}$$

Im vorliegenden Falle, in welchem die Daten schon aus Beispiel 2 bekannt waren und nur die Länge verdoppelt wurde, konnte man die komplizierte Berechnung umgehen. Es ist nämlich für  $l' = 2l$ ,  $\mathfrak{R}' = 2\mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{C}' = 2\mathfrak{C}$ . Daher

$$\sqrt{\mathfrak{R}'\mathfrak{C}'} = 2\sqrt{\mathfrak{R}\mathfrak{C}}; \quad \sqrt{\frac{\mathfrak{R}'}{\mathfrak{R}'}} = \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{R}}}$$

Nun ist

$$\cos \text{hyp } 2a = \overline{\cos \text{hyp}^2 a} + \sin \text{hyp}^2 a$$

und

$$\sin \text{hyp } 2a = 2 \cdot \sin \text{hyp } a \cdot \cos \text{hyp } a,$$

daher

$$\begin{aligned} \cos \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R}'\mathfrak{C}'} &= (0,9909 + j \cdot 0,01314)^2 + (0,08250 + j \cdot 0,1580)^2 \\ &= 0,9628 + j \cdot 0,0521 = 0,9642 / \overline{3^\circ 6'} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \sin \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R}'\mathfrak{C}'} &= 2 \cdot (0,9909 + j \cdot 0,01314) (0,08250 + j \cdot 0,1580) \\ &= 0,1593 + j \cdot 0,3153 = 0,3533 / \overline{63^\circ 12'} \end{aligned}$$

und

$$\sqrt{\frac{\mathfrak{C}'}{\mathfrak{R}'}} = 469,7 / \overline{27^\circ 58'}$$

wie früher. Daher

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\mathfrak{E}'}{\mathfrak{R}'}} \cdot \sin \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R}' \mathfrak{E}'} &= 469,7 \cdot 0,3533 / \underline{63^\circ 12' - 27^\circ 58'} \\ &= 165,95 / \underline{35^\circ 14'}\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\mathfrak{R}'}{\mathfrak{E}'}} \sin \text{hyp } \sqrt{\mathfrak{R}' \mathfrak{E}'} &= \frac{0,3533}{469,7} / \underline{63^\circ 12' + 27^\circ 58'} \\ &= 0,7522 \cdot 10^{-3} / \underline{91^\circ 10'}\end{aligned}$$

Es ist also

$$E = e \cdot 0,9642 / \underline{3^\circ 6'} + i \cdot 165,95 \cdot \underline{35^\circ 14'}$$

und

$$J = i \cdot 0,9642 / \underline{3^\circ 6'} + e \cdot 0,7522 \cdot 10^{-3} / \underline{91^\circ 10'}.$$

Beachtet man, daß

$$\mathfrak{E}' = 2 \mathfrak{E} = 167,8 / \underline{34^\circ 3'}$$

und

$$\mathfrak{R}' = 2 \mathfrak{R} = 0,760 \cdot 10^{-3} / \underline{90^\circ},$$

so erkennt man, daß die Vektorgleichungen  $E = e + i \mathfrak{E}$  und  $J = v + e \mathfrak{R}$  auch bei dieser 500 km langen Leitung allerdings bei 25 Perioden noch praktisch genügend genau stimmen. Für  $e = 34\,641$  und  $i = 60 / \underline{\varphi_2 = 0}$  ergibt die Einsetzung

$$E = 41\,484 + j \cdot 7431 = 42\,144 / \underline{10^\circ 10'} \text{ Volt}$$

$$J = 57,23 + j \cdot 29,18 = 64,24 / \underline{27^\circ 0'} \text{ Volt}$$

also einen Anfangsstrom  $J > i$ . Für  $i = 60$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,8$  ergeben sich die vorher angeschriebenen Werte, somit zwar ein kleinerer Anfangsstrom ( $J < i$ ), aber eine höhere Anfangsspannung; hier ist  $J < i$ , weil die nacheilende wattlose Komponente von  $i$  durch die Kapazität der Leitung fast vollkommen kompensiert wird.

Hat die Leitung mehrere Abzweigungen, so konstruiert man nach den Figuren 137—144, 212—217, 226—233 des ersten Teils.

**A n h a n g .**

Tabellen der Wellenlängen- und Dämpfungskonstanten  $\alpha$  und  $\beta$  für 50- und 25-sekundliche Perioden bei Kupfer- und Aluminiumdrähten.

**Kupferdrähte.**

$\alpha \cdot 10^3; \sim = 25$ Perioden						$\beta \cdot 10^3; \sim = 25$ Perioden				
d mm	D = 50	75	100	150	200 cm	D = 50	75	100	150	200 cm
4	1,58	1,53	1,50	1,46	1,43	1,38	1,33	1,29	1,25	1,22
6	1,18	1,14	1,12	1,09	1,08	0,896	0,856	0,822	0,793	0,767
8	0,99	0,96	0,95	0,93	0,92	0,633	0,579	0,573	0,548	0,528
10	0,89	0,88	0,86	0,85	0,85	0,470	0,439	0,421	0,396	0,381

$\alpha \cdot 10^3; \sim = 50$ Perioden						$\beta \cdot 10^3; \sim = 50$ Perioden				
d mm	D = 50	75	100	150	200 cm	D = 50	75	100	150	200 cm
4	2,37	2,31	2,26	2,22	2,19	1,83	1,76	1,70	1,64	1,59
6	1,88	1,85	1,82	1,79	1,77	1,12	1,06	1,01	0,962	0,933
8	1,69	1,67	1,65	1,63	1,62	0,740	0,694	0,652	0,621	0,597
10	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56	0,509	0,479	0,452	0,429	0,411

**Aluminiumleitungen.**

$\alpha \cdot 10^3; \sim = 25$ Perioden					$\beta \cdot 10^3; \sim = 25$ Perioden				
d	D = 50	100	150	200 cm	d	D = 50	100	150	200 cm
12	0,804	0,765	0,748	0,731	12	0,599	0,545	0,521	0,501
14	736	704	688	677	14	507	454	430	411
16	685	662	643	636	16	427	384	357	344
18	650	631	615	609	18	363	325	301	286
20	625	608	593	589	20	315	280	258	247

$\alpha \cdot 10^3; \sim = 50$ Perioden					$\beta \cdot 10^3; \sim = 50$ Perioden				
d	D = 50	100	150	200 cm	d	D = 50	100	150	200 cm
12	1,30	1,26	1,24	1,23	12	0,740	0,663	0,628	0,595
14	1,23	1,20	1,18	1,17	14	598	532	498	487
16	1,18	1,17	1,15	1,14	16	489	412	402	384
18	1,15	1,14	1,12	1,11	18	410	360	330	318
20	1,13	1,12	1,11	1,10	20	347	302	277	264

In der amerikanischen Literatur finden sich häufig Angaben über lange Hochspannungslinien mit hier wenig bekannten Maßeinheiten, deren Umrechnung durch die folgenden Angaben erleichtert werden soll. Man nennt

Mil = 0,001 Inch (Zoll) = 0,0254 mm

Circular mil = Kreis, dessen Durchmesser = 0,001 inch ist

Square mil = Quadrat, dessen Seite = 0,001 inch ist

also 1 circular mil = 0,0005067 mm<sup>2</sup>

oder 1 mm<sup>2</sup> = 1973,5 circular mils

$\frac{1}{3}$  Yard = 1 Fuß = 12 inches = 0,3048 m.

Die Nummern der B. u. S. G. (Drahtlehre nach Brown und Sharp) entsprechen folgenden Durchmessern in mm

B. u. S. G. Nr	0000	000	00	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Durchm. in mm	11,683	10,404	9,266	8,251	7,348	6,544	5,827	5,190	4,621	4,115	3,665	3,263

Die letzte Tabelle findet sich zusammen mit den englischen und französischen Drahtlehren in Uppenborns Kalender für Elektrotechniker zusammengestellt.

<sup>1)</sup> C. P. Steinmetz, Alternating Current Phenomena, III. Aufl., p. 163 ff., Fig. 86.

<sup>2)</sup>  $\alpha$  und  $\beta$  müssen stets entgegengesetztes Vorzeichen haben und zwar muß, da  $m = +j\sqrt{R \text{ } \textcircled{S}}$  gesetzt wurde,  $\alpha$  hier negativ sein. Vergl. hierüber und über die weitere Durchführung der hier nur angedeuteten mathematischen Operationen die aus dem Jahre 1903 stammende Diplomarbeit von Richard Kornfeld „Strom- und Spannungsverhältnisse in langen Leitungen“, Voitsche Sammlung elektrotechnischer Vorträge.

<sup>3)</sup> Methoden zur Kompensation der wattlosen Komponente der Statorströme bei Induktionsmotoren sind von Blondel, M. Leblanc, Bull. Soc. Intern. El. 15, p. 488, 1898, A. Heyland, ETZ. 1902, S. 28, 356, 533, 645 ... u. a. vorgeschlagen worden.

<sup>4)</sup> A. Schneller, ETZ. 1891, S. 108, 172; allerdings überschätzte Schneller die Größe des Effekts.

<sup>5)</sup> Kraftübertragung unter 40 000 Volt Spannung. ETZ. 1899, S. 118, 154. Nach C. F. Scott, Transact. Am. Jnst. El. Eng. 1898.

<sup>6)</sup> F. A. C. Perrine, El. World 38, p. 502, 1901. Transact. Am. Jnst. El. Eng. 18, S. 501. 1901.

<sup>7)</sup> Vergl. C. Feldmann, Wirkungsweise, Prüfung und Berechnung der Wechselstromtransformatoren, 1894, I. Teil, S. 116.

- <sup>8)</sup> M. v. Dolivo-Dobrowolsky, ETZ. 1891, S. 708.  
<sup>9)</sup> Details der Anlage finden sich El. World 37, S. 963. 1901.  
<sup>10)</sup> Dr. F. Breisig, ETZ. 1898, S. 772.  
<sup>11)</sup> Die Formel auf I, S. 354 bezieht sich auf 1 km Leitungslänge und lautet richtig

$$C = \frac{0,02413}{\lg_{10} \frac{2D}{d}}$$

die Werte der Tabelle beziehen sich ebenfalls auf 1 km Leitungslänge, das sind also 2 km Drahtlänge bei Doppelleitungen.

- <sup>12)</sup> M. A. Oudin, Standard polyphase apparatus and systems 1900, S. 221. Emmet, Alternate current wiring.
-

## Achtes Kapitel.

# Die Leitungen für elektrische Bahnen.

---

Die allgemeinen Gesichtspunkte, die für Bahnleitungen gelten, sind dieselben wie für andere Leitungen. Modifikationen werden nur durch die Eigenart des Betriebes hervorgerufen, da die Lasten und die Stromabnahmestellen beweglich sind und innerhalb bestimmter Intervalle sich längs der ganzen durch den Fahrdraht und die Schienenrückleitung gebildeten Strecke örtlich verschieben. Solche beweglichen Lasten sind auch im Vorhergehenden bereits behandelt worden (vergl. II, S. 75 und I, S. 277). Wir können uns deshalb hier darauf beschränken, nur die allgemeine Anordnung der Leitungen kurz zu schildern und dann das bei der Berechnung einzuschlagende Verfahren an einem einfachen Beispiel zu erläutern.

### **1. Anordnung der Kontakt- und Speiseleitungen.**

Es gibt zwei wesentlich verschiedene Methoden<sup>1)</sup> der Anordnung des Fahrdrahtes. Die eine (Fig. 196 a—d) besteht darin, den Kontakt draht der ganzen Länge des Geleises nach ununterbrochen zu führen, indem man ihn allein verwendet, oder ihm Strom durch eine (Fig. 196 b) oder mehrere einzelne oder untereinander verbundene Speiseleitungen zuführt. Diese Methode ist nur bei kleineren nicht verzweigten Bahnen anwendbar, wo Störungen und Unterbrechungen auf der Linie nicht wahrscheinlich sind, und wo eine kurz andauernde Unterbrechung auf der ganzen Strecke keine ersten Verkehrsstörungen herbeizuführen vermag.

Die zweite Methode besteht darin, daß der Fahrdraht in einzelne voneinander durch sogenannte Streckenisolatoren getrennte

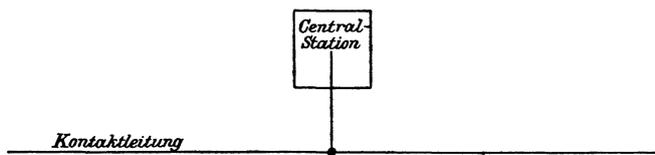


Fig. 196 a.

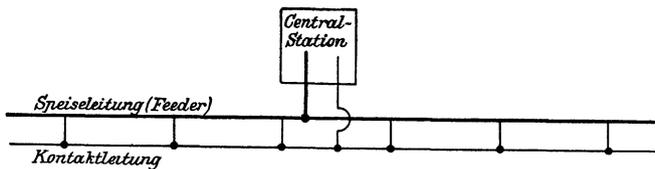


Fig. 196 b.

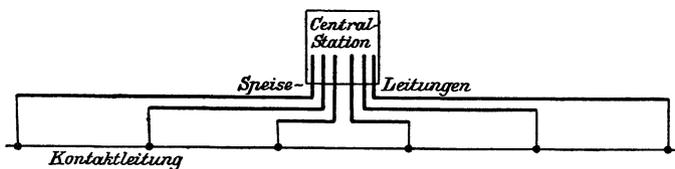


Fig. 196 c.

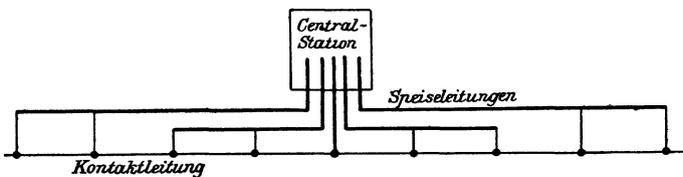


Fig. 196 d.

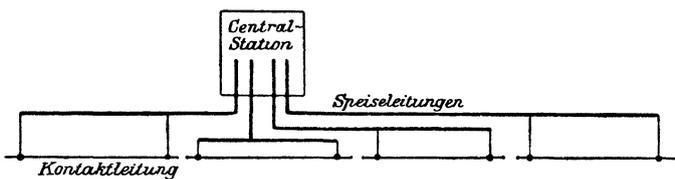


Fig. 197.

Abschnitte geteilt wird, die dann einzeln in derselben Weise gespeist werden können. Fig. 197 stellt z. B. den Fall dar, daß jeder Abschnitt am Anfang und Ende gespeist wird, Fig. 198 den Fall eines größeren Bahnnetzes, mit längeren Abteilungen der Kontaktleitung, bei dem besondere Speiseleitungen eine oder einige Hauptleitungen versorgen, die eventuell durch von Hand ein- und auszuschaltende Unterbrecher in mehrere Unterabteilungen zerlegt werden können und dann erst die Kontaktleitung speisen. Die Möglichkeit der Trennung und Kupplung der einzelnen Teile der Hauptleitungen und Fahrleitungen gestattet eine Erhöhung der Betriebssicherheit gegenüber Verkehrsstockungen oder schränkt

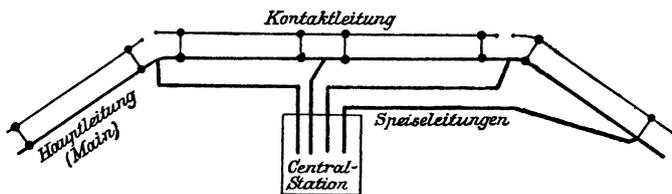


Fig. 198.

zum mindesten das durch die Stockung betroffene Gebiet erheblich ein. In dicht bebauten Straßen ordnet man solche Streckenaus-schalter in Entfernungen von 1—2 km an.

Diese Anordnungen sind prinzipiell für alle Arten von Bahnen gültig. Bei Gleichstrombetrieb, der in der Regel mit etwa 500 bis 600 Volt durchgeführt wird, versorgt die Zentrale die Speiseleitungen direkt mit Strom. Bei Wechsel- oder Drehstrombetrieb können weitere Entfernungen bei mäßigem Kupferaufwand dadurch überbrückt werden, daß man von der Zentrale aus mit hochgespanntem Strom (10—30000 Volt) Transformatoren versorgt, die entweder direkt aus ihren Sekundärkreisen mit (300—3000 Volt) die Fahrleitungen speisen, oder rotierende Umformer bzw. Motorgeneratoren betreiben, deren Gleichstromteil dann die Kontaktleitungen mit Gleichstrom versorgt. Die eingehende Betrachtung aller dieser Fälle<sup>2)</sup> würde über den Rahmen dieses Buches hinausgehen. Wir wollen hier nur die an die Leitungsberechnung unmittelbar anschließenden Fragen behandeln und zwar zunächst eingehend für Gleichstrom-, dann kurz für Drehstrombahnen.

## 2. Beispiel. Eine Gleichstrombahnlinie.

Um unsere Betrachtungen bequem durchführen zu können, fassen wir ein bestimmtes Beispiel ins Auge und zwar die Linien, welche in Fig. 199 schematisch angedeutet sind. Wir erkennen dort zwei vom gleichen Anfangspunkte *A* ausgehende Linien, von denen die eine *A B C D* doppelgleisig, die andere *A E C* eingleisig ausgeführt werden soll. Die erste dieser Linien erhält zur Stromzuführung entsprechend den zwei Gleisen auch zwei Fahrdrähte; die zweite soll zunächst nur mit einem Fahrdraht

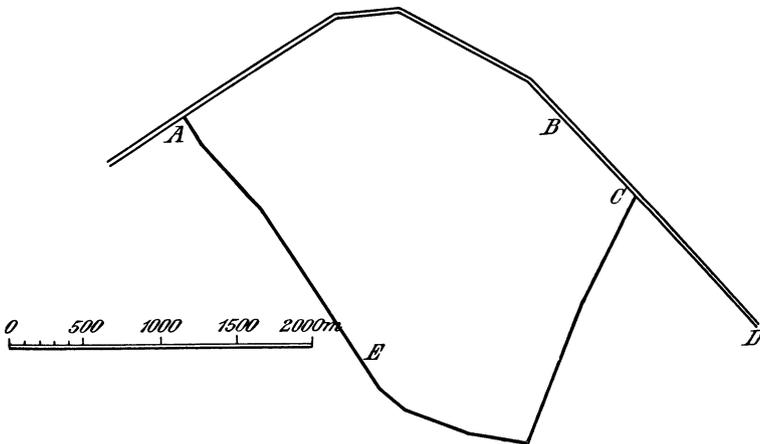


Fig. 199.

ausgerüstet werden. Für beide dienen die an den Schienenstößen durch entsprechende Schienenverbinder überbrückten Schienen der Gleise zur Rückführung des Stromes zur Zentrale, deren positiver Pol also an die Fahrdrähte und deren negativer an die Schienen angeschlossen werden soll. Da die beiden Strecken im Punkte *C* zusammentreffen, bildet die Schienenrückleitung eine geschlossene Masche mit einer Verlängerung *C D*.

Für die Strecke *A D* mit der Gesamtlänge 4,8 km ist 5 Minutenbetrieb, für die Nebenstrecke *A E C* von 5 km Länge 10 Minutenverkehr vorgesehen. Die Durchschnittsgeschwindigkeit soll auf beiden Strecken 12 km pro Stunde betragen. Wenn man nun noch die Aufenthalte am Anfang und Ende

jeder Strecke festsetzt, z. B. auf 6 Minuten für die doppelgleisige Hauptstrecke und auf 5 Minuten für die eingleisige Strecke, kann man die Gesamtzahl der für den Betrieb erforderlichen Wagen auf die einfachste Weise rechnerisch ermitteln. Übersichtlicher stellt jedoch ein graphischer Fahrplan alle in Betracht kommenden Verhältnisse dar.

**a) Aufstellung des graphischen Fahrplanes und des Betriebsprogrammes.**

Betrachten wir zunächst die Linie A B C D. Bei 12 km/Stde. Geschwindigkeit und 4,8 km Länge beträgt

die Dauer einer Hinfahrt . . .	$t_1 = \frac{4,8 \times 60}{12} = 24$ Minuten
die Dauer einer Rückfahrt ebenfalls	$t_3 = 24$ -
der Aufenthalt am Anfang und Ende	
je $t_2 = t_4 = 6$ Minuten . .	$t_2 + t_4 = 12$ -
die Zeit von einem bis zum nächsten Abgang desselb. Wagens v. Anfang A also	60 Minuten.

Und da bei Fünfminutenbetrieb in Intervallen von je 5 Minuten je ein Wagen vom Anfangspunkte abgehen soll, der erste aber erst nach 60 Minuten wieder zur Verfügung steht, müssen für diese Strecke im ganzen 12 Wagen vorhanden sein.

In ganz derselben Weise berechnet sich für die Linie A E C

die Dauer einer Hinfahrt zu $t_1 = \frac{5 \times 60}{12} = 25$ Minuten	
die Dauer einer Rückfahrt zu $t_3 = 25$ -	
die Aufenthalte am Anfang und Ende zu $2 \times 5$ . . . . .	
die volle Betriebsperiode also zu	60 Minuten

und somit bei 10 Minuten-Verkehr die Zahl der erforderlichen Wagen zu  $60 : 10 = 6$ .

Nun entwerfen wir den Fahrplan (Fig. 200 u. 201) für jede der beiden Strecken, indem wir in beliebigem Maßstabe die Länge der Strecke als Abszisse, die Zeit als Ordinate wählen. Der erste Wagen wird dann zur Zeit  $t = 0$  am Anfangspunkt der Linie ( $l = 0$ ) stehen. Nach  $t_1$  Minuten wird er am Ende ( $l = L$ ) angelangt sein, sich dort  $t_2$  Minuten aufhalten, nach weiteren  $t_3$  Minuten die Rückfahrt beendet haben und nach im ganzen ( $t_1 + t_2 + t_3 + t_4$ ) Minuten wieder am Punkte  $l = 0$  zur Wieder-

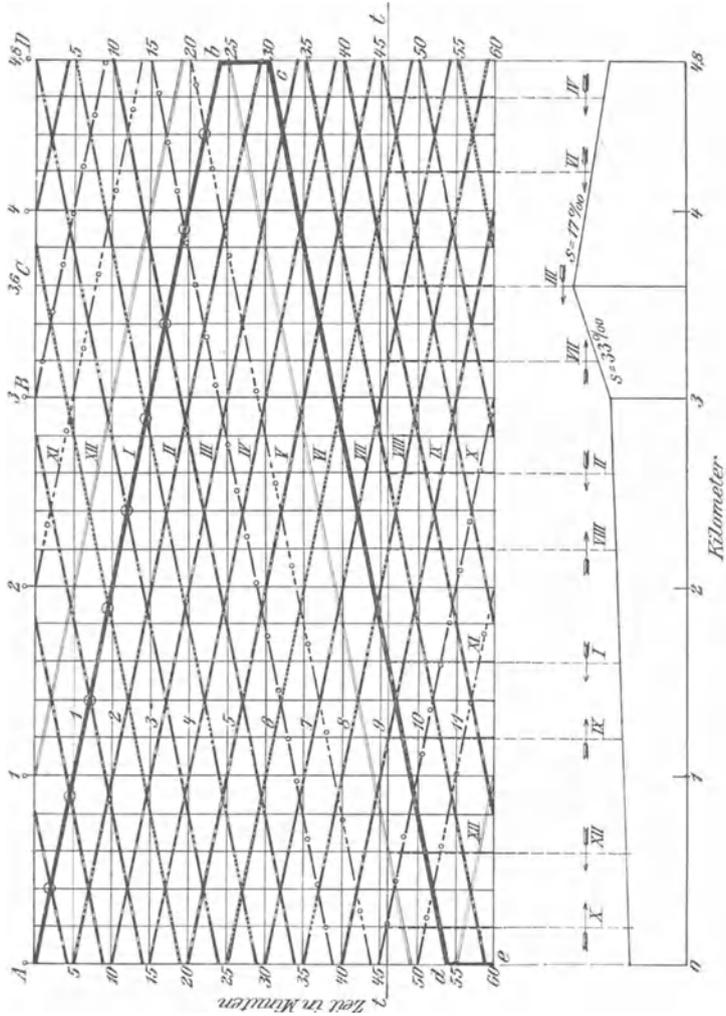


Fig. 200.

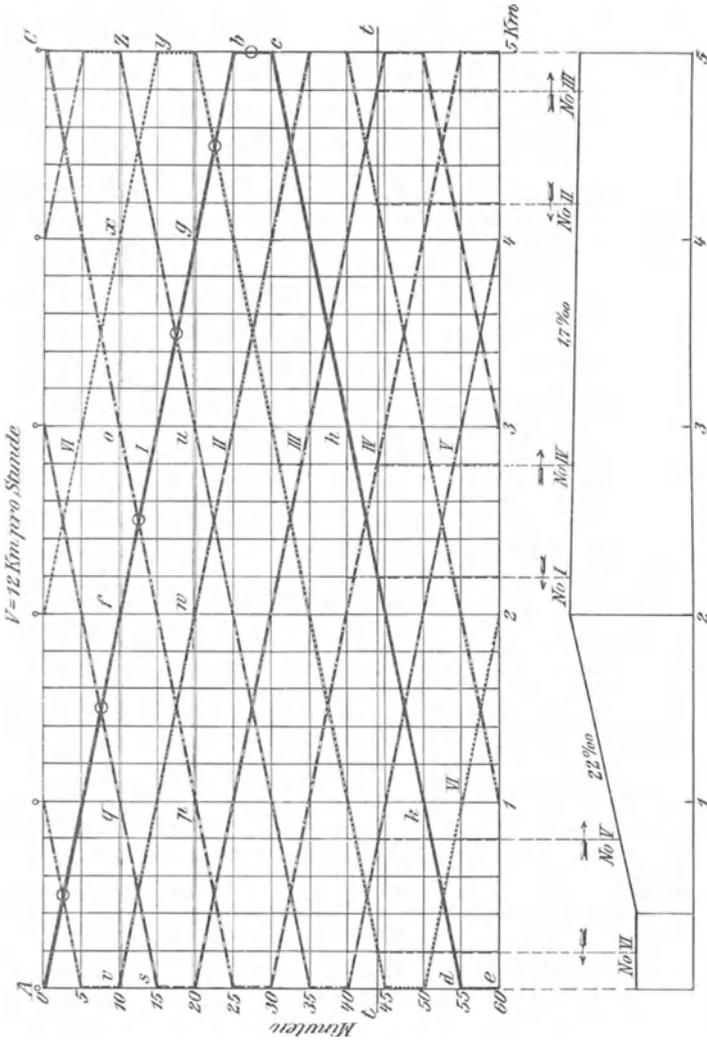


Fig. 201.

abfahrt bereit stehen. Diese ganze Erwägung ist auf der Annahme einer konstanten Durchschnittsgeschwindigkeit aufgebaut, und der Weg des ersten Wagens kann also durch eine gebrochene Gerade dargestellt werden, die für die Hinfahrt von  $t = 0$ ,  $l = 0$  ausgeht und bei  $t = t_1$ ,  $l = L$  endet, dann dem Aufenthalt am Ende entsprechend um das Stück  $t_2$  senkrecht abbiegt, und von da an symmetrisch zu dieser Halbperiode verläuft. Die Neigung der Linie gibt also in dem gewählten Maßstab ein Bild für die mittlere Geschwindigkeit. Wenn auf einer Strecke die Geschwindigkeit wechselte, z. B. innerhalb der Stadt 12 km pro Stde., außerhalb derselben aber 18 km pro Stde. betrüge, würde die Neigung der Fahrtrlinie des Wagens für Hin- und Rückfahrt an der Stelle des Geschwindigkeitswechsels eine Änderung erfahren.

Führen wir dieses Verfahren für die Strecke A B C D durch, indem wir die Zeiten nach abwärts, die Längen nach rechts wachsend auftragen. Dann ergibt der stark ausgezogene Linienzug A b c d e (Fig. 200) in dem gewählten Maßstab den ganzen Verlauf einer Betriebsperiode des ersten Wagens, also auch für irgend einen Moment (z. B. die 46. Minute nach seiner Abfahrt von A) seine Stellung auf der Strecke (in 1,6 km Entfernung vom Punkte e, der dem Anfang A wieder entspricht) oder für irgend einen Punkt der Strecke (z. B. eine in 3,6 km von A entfernt liegende Weiche) die zwei Zeiten (17 und 37 Minuten nach der Abfahrt von A), zu denen der Wagen auf der Hin- bzw. Rückfahrt diesen Punkt durchfahren muß. Da auf dieser Strecke alle 5 Minuten ein Wagen von A abgelassen wird, der mit dem ersten genau gleiche Durchschnittsgeschwindigkeit haben soll, werden wir einfach jetzt den Fahrplan vervollständigen können, indem wir durch  $t = 5, 10, 15 \dots 50, 55$  nach rechts abfallende Gerade, Parallele zu a b ziehen, welche den abfahrenden Wagen entsprechen, und ebenso durch  $t = 30, 35 \dots 55, 0, 5, \dots 20, 25$  auf der rechten Seite der Ordinatenachse nach links abfallende Gerade parallel  $\bar{c} \bar{d}$  zeichnen, die den heimfahrenden Wagen entsprechen. Dann erkennt man, daß der Wagen No. 1 auf seiner Heimfahrt von c aus der Reihe nach den Wagen No. 3, 4 . . . . 9, 10, 11, 12 begegnet, und ebenso auf der Hinfahrt 11 heimkehrende Wagen kreuzt.

Man kann also statt der vorhin angegebenen Rechnung für die Zahl der erforderlichen Wagen nun den graphischen Fahrplan entwerfen und erkennt dann auch, daß von den 11 Wagen die

auf einer Fahrt irgend einen gerade herausgegriffenen Wagen kreuzen, nur neun tatsächlich auf der Fahrt sind, während je einer am Anfang und Ende der Linie als Standwagen hält. Man erkennt auch, daß man nötigenfalls mit acht Wagen auskommen könnte, wenn man nicht den Aufenthalt von nur einer Minute, der sich zufällig aus dem Verhältnis zwischen Länge der Linie und mittlerer Geschwindigkeit ergibt, aus betriebstechnischen Gründen für zu kurz erachtete.

In ganz derselben Weise ist der Fahrplan für die Strecke A E C (Fig. 201) entworfen worden, bei dem schon das Bild den weiteren Abstand zwischen zwei Wagen greifbar zum Ausdruck bringt. Bei den Fahrplänen sind die Höhenprofile der Linien beigegefügt worden, sodaß man nunmehr für irgend einen beliebig herausgegriffenen Zeitpunkt auch feststellen kann, wo jeder einzelne Wagen nach seinem horizontalen Abstand (vom Anfangspunkte aus) und nach seinem vertikalen (von einer entsprechenden Null-ebene aus gerechnet) sich gerade befindet. Dies ist erforderlich für:

#### b) Die Ermittlung des Kraftbedarfes.

Die Leistung, welche erforderlich ist, um einen Wagen auf den Schienen fortzubewegen, kann für eine bestimmte Geschwindigkeit  $v$  in m pro Sekunde proportional dem Gewicht  $T$  des Wagens in Tonnen angenommen werden. Für eine horizontale Strecke wird der Proportionalitätsfaktor oder der Traktionskoeffizient  $r$  diejenige Zugkraft in kg darstellen, welche nötig ist, um eine Tonne des Wagengewichts in der Horizontalen mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortzubewegen;  $r$  wird von der Art und von der Verlegungsweise der Schienen abhängen, kann aber innerhalb der für Straßenbahnen praktisch in Betracht kommenden Grenzen als unabhängig von  $v$  angesehen und für Rillenschienen = 12—15, für Vignolschienen = 6—8 kg pro Tonne angenommen werden. Für die Bewegung auf horizontaler Strecke beträgt also die für die Fortbewegung des Wagens erforderliche Leistung in PS, gemessen an den Klemmen des Elektromotors mit dem Wirkungsgrad  $\eta$

$$PS_h = \frac{r T v}{75 \cdot \eta}.$$

Für  $T$  ist das Gewicht des Wagens in Tonnen, für den Wirkungsgrad einschließlich der Zahnräder am Motor etwa 0,7 — 0,8

zu setzen. Um aber den Mittelwert des beim Anfahren auftretenden zusätzlichen Verlustes zu erhalten, ist es üblich, zu  $PS_h$  einen Zuschlag zu machen, der für mittlere bis große Anlagen und geordneten Betrieb etwa 25 % beträgt. Es wird dann

$$PS_h = \frac{1,25 r T v}{75 \cdot \eta}.$$

Soll der Wagen aber auf einer Steigung von  $s$  ‰ mit der Geschwindigkeit  $v$  m/sek. bewegt werden, so tritt als reine Hubarbeit hierzu noch der Betrag

$$PS_v = \frac{s T v}{75},$$

sodaß nunmehr die Gesamtleistung in PS den Wert

$$PS = \frac{(1,25 r + s) T \cdot v}{75 \cdot \eta}$$

erreicht.

In unserem Falle sei das Gewicht des leeren Wagens 7 t, jenes des mit 30 Personen voll besetzten Wagens 9,25 t. Der Traktions- oder Reibungskoeffizient werde zu  $r = 12$  kg, der Gesamtwirkungsgrad  $\eta = 0,7$  angenommen. Da die Geschwindigkeit  $v = 12$  km pro Stunde und somit  $v = \frac{12}{3,6}$  m pro Sekunde beträgt, braucht der vollbesetzte Wagen

$$\begin{aligned} \text{auf horizontaler Strecke} & \dots \dots \dots \frac{15 \cdot 9,25 \cdot 12}{75 \cdot 0,7 \cdot 3,6} = 8,8 \text{ PS} \\ \text{auf einer Strecke von } 15 \text{ ‰ Steigung} & \frac{(1,25 \cdot 12 + 15) 9,25 \cdot 12}{75 \cdot 0,7 \cdot 3,6} = 17,6 - \end{aligned}$$

Auf ähnliche Weise kann der Kraftbedarf für jeden einzelnen Wagen ermittelt und durch Addition der gesamte Kraftbedarf aller fahrenden Wagen festgestellt werden. Dieser Bedarf ist natürlich zu den verschiedenen Zeitpunkten je nach der Stellung der Wagen verschieden. Man wird deshalb eine horizontale Schnittlinie an einer beliebigen Stelle durch den graphischen Fahrplan legen, für den entsprechenden Augenblick die Stellung jedes Wagens auf dem Höhenprofil und seinen Kraftbedarf feststellen und schließlich diese Schnittlinie  $t-t$  (die Zeitlinie) so lange parallel mit sich selbst verschieben, bis man den Maximalwert des gesamten Kraftbedarfs erreicht hat. Es ist im allgemeinen nicht nötig, hier mehrere Fälle wirklich durchzurechnen. Da

nämlich in dem Intervall der fahrplanmäßigen Wagenfolge die Stellungen sich alle wiederholen, genügt es, die Zeitlinie innerhalb dieses Intervalles (also bei der Hauptstrecke A B C D innerhalb 5, bei der anderen innerhalb 10 Minuten) zu verschieben und dann durch bloße Betrachtung zu überlegen, zu welcher Zeit die meisten Wagen sich auf Steigungen befinden oder anfahren.

Es ist dabei üblich, alle Steigungen unter  $12\text{‰}$  in der Rechnung zu vernachlässigen, indem man die rohe Annahme macht, daß für diese Steigungen die Mehrleistung beim Aufwärts- und die Minderleistung beim Abwärtsfahren einander gerade ausgleichen. Diese Annahme ist offenbar geeignet, die Maximalleistung etwas größer erscheinen zu lassen, als sie tatsächlich sein wird, und entspricht somit einem geringen weiteren Zuschlag zu den vorerwähnten  $25\text{‰}$ . Sie vereinfacht aber die Rechnung sehr bedeutend, und erscheint praktisch wohl zulässig.

Für die Strecke A B C D tritt der Maximalwert des Kraftbedarfs zur Zeit  $t = 46$  Minuten auf. Die Stellungen der Wagen sind dabei die folgenden:

Wagen No.	Abstand von A in m	Abstand zwischen 2 Wagen	Fahrtrichtung	Steigung in ‰
		200		
10	200	}	aufwärts	3
			400	
12	600	}	abwärts	3
			600	
9	1200	}	aufwärts	3
			400	
1	1600	}	abwärts	3
			600	
8	2200	}	aufwärts	3
			400	
2	2600	}	abwärts	3
			600	
7	3200	}	aufwärts	33
			400	
3	3600	}	abwärts	17
			600	
6	4200	}	aufwärts	17
			400	
4	4600	}	abwärts	17
			200	

Hieraus können wir nun den Kraftbedarf berechnen, indem wir alle Steigungen unter  $12\text{‰}$  vernachlässigen und statt des Zuschlages von  $25\text{‰}$  zu allen Wagen eine andere Methode anwenden,

die sich auch häufig in der Praxis findet. Wir denken uns zufällig in dem betrachteten Augenblick ( $t = 46'$ ) eine bestimmte Anzahl gleichzeitig anfahrend, wie das zufällige Verkehrs- oder Betriebsstörungen zur Folge haben können. Daraus ergibt sich das folgende Schema:

Wagen No.	Kraftbedarf	PS	Anfahrt	Gesamte Ampère bei 500 Volt, abgerundet	Entfernung von A m
10	$\frac{9,25 \cdot 12 \cdot 12}{3,6 \cdot 75 \cdot 0,7}$	= 7	3	15	200
12		7	—	10	600
9		7	3	15	1200
1		7	—	10	1600
8		7	3	15	2200
2		7	3	15	2600
7	$\frac{92,5 \cdot 12 \cdot (12 + 33)}{3,6 \cdot 75 \cdot 0,7}$	= 26	3	43	3200
3	$\frac{92,5 \cdot 12 \cdot (12 + 17)}{3,6 \cdot 75 \cdot 0,7}$	= 17	3	30	3600
6	auf 17‰ Gefälle	= 0	3	5	4200
4	auf 17‰ Steigung wie No. 3	= 17	3	30	4600
		102 PS	24 PS	188 Amp.	

Es wären also insgesamt 126 PS und 188 Ampère bei 500 Volt unter den ungünstigsten Umständen und bei durchweg vollbesetzten Wagen erforderlich.

Bei der Linie A E C entspricht die ungünstigste Wagenstellung dem Zeitpunkt  $t = 44$  Minuten. Dann ergibt sich folgendes Schema:

Wagen No.	Steigung	Abstand von A m	Abstand zweier Wagen in m	PS	Anfahrt	Gesamtampère bei 500 Volt
6	0	200	200	7	3	15
			600			
5	22	800	1400	20	3	34
1	0	2200	600	7	3	15
4	0	2800	1400	7	3	15
2	0	4200	600	7	3	15
3	0	4800	200	7	3	15
			600			
				55	18	109 Amp.
				73 PS.		

Man erkennt aus diesen Tabellen, daß der Zuschlag für ev. Anfahren hier in Anbetracht der verhältnismäßig kleinen Zahl von Wagen mehr als 25 % beträgt. Doch kommt man mit diesem Zuschlage aus, wenn man statt des maximalen Kraftbedarfes den mittleren berechnen will.

### c) Berechnung der Wagenkilometer und des mittleren Kraftbedarfes.

Um den mittleren Kraftbedarf festzustellen, müssen für jeden einzelnen Punkt des Betriebsintervalls  $t$  Sekunden zwischen zwei in gleicher Richtung aufeinander folgenden Wagen die erforderlichen Leistungen festgestellt, diese Werte addiert und die Summe durch  $t$  dividiert werden. Wenn man aber in Erwägung zieht, daß innerhalb dieses Betriebsintervalls immer nur andere Wagen an die Stelle des ersten treten, die dann ihrerseits genau dieselben Leistungen erfordern wie der erste Wagen an der betreffenden Stelle, so erkennt man, daß es genügt, nur einen einzigen Wagen die ganze Bahnstrecke durchlaufen zu lassen und die von ihm auf diesem Wege verbrauchte Arbeit durch die Zeit  $t$  des Betriebsintervalles in Sekunden zu dividieren, um die mittlere Leistung für diesen einen Wagen zu erhalten. Diese mittlere Leistung für den einen Wagen wird aber genau gleich sein der mittleren Leistung, die von allen Wagen verbraucht wird<sup>4)</sup>. Denn es werden z. B. für das Intervall  $t = 10$  Minuten bis  $t = 20$  Minuten in Fig. 201 die einzelnen Strecken

v w	von	Wagen	No. 2	=	A f	von	Wagen	No. 1
+ f g	-	-	- 1	=	f g	-	-	- 1
+ x y	-	-	- 6	=	g b	-	-	- 1
+ z u	-	-	- 5	=	c h	-	-	- 1
+ o p	-	-	- 4	=	h k	-	-	- 1
+ q s	-	-	- 3	=	k d	-	-	- 1

und somit ihre Summe = der Fahrt des Wagens 1 von  $t$  über  $b c d$  nach dem Endpunkte  $e$  sein, der wieder dem Anfangspunkt  $a$  entspricht. Man kann hiernach also folgende Regel aufstellen:

Um den für alle Wagen zusammen erforderlichen Arbeitsbedarf pro Sekunde, also die mittlere Leistung festzustellen, hat man nur die Arbeit, welche erforderlich ist, um einen Wagen einmal über die ganze Strecke hin- und einmal zurückzuführen, durch die Zeit in Sekunden zu dividieren, die zwischen zwei in gleicher Richtung fahrenden Wagen liegt.

Man kann dabei auch noch die bereits bei Feststellung des Maximalbedarfs verwendete Vereinfachung benutzen, daß man für einen Traktionskoeffizienten  $r = 12$  alle Steigungen bis  $12 \text{ ‰}$  vernachlässigt, indem man annimmt, daß der Mehraufwand in der einen Fahrtrichtung bei diesen Steigungen durch den Minderaufwand bei der Rückfahrt gerade ausgeglichen wird. Dies ist richtig, wenn die Verhältnisse des Gleises, die Bedienung der Fahrschalter und die Besetzung der Wagen für beide Fahrtrichtungen genau gleiche sind. Dies ist fast nie der Fall. Doch ist es allgemein gebräuchlich, diese Annahme zu machen, um auf Grund derselben bei der Wahl der Maschinengröße einen gewissen Sicherheitsfaktor zu haben. Um jedoch zu verhindern, daß die Maschinen dauernd mit nur teilweiser Belastung laufen und daß man bei allen bisher erwähnten Vernachlässigungen zu hohe Werte für die Arbeit erhält, pflegt man nur das Gewicht der leeren Wagen in Rechnung zu stellen. Dadurch gleicht man die bisher alle nach Seite der Vergrößerung liegenden Ungenauigkeiten teilweise wieder aus. Die Maschinensätze in der Zentrale sind zweckmäßig so zu disponieren, daß sich sowohl die mittlere als auch die maximale Leistung möglichst ohne Rest verteilen läßt, wobei dann noch, wenn finanzielle Rücksichten es zulassen, zur Aufnahme momentaner Stromstöße eine Batterie vorzusehen ist, die eventuell gleichzeitig auch z. B. auf die Dauer von  $1-1\frac{1}{2}$  Stunden für eines der Maschinenaggregate als Reservequelle einspringen kann. Der Moment des maximalen Strombedarfs wurde für jede der Linien einzeln bestimmt und wird für dieselben im allgemeinen verschieden ausfallen. Wenn man trotzdem den höchsten Gesamtbedarf einfach durch Addition der einzelnen Maximalwerte und Vernachlässigung der zeitlichen Verschiebung zwischen ihnen (des Verschiedenheitsfaktors) bestimmt, wird der Gesamtbedarf ebenfalls etwas höher berechnet werden, als er sich in der Wirklichkeit ergibt. Diese einfache Annahme wird trotzdem auf Grund der Überlegung gemacht, daß dem maximalen Kraftbedarf entsprechend die Speiseleitungen zu bestimmen sind, deren Bereich sich im allgemeinen den Betriebslinien anzupassen hat, namentlich wenn diese getrennt verlaufen. Auch der vorhin gewählte Zuschlag von 3 PS für die anlaufenden Wagen entspricht einem Sicherheitskoeffizienten für den Höchstwert der Leistung; aber der Zuschlag läßt sich in einfacher Weise rechnerisch überhaupt nicht vorausbestimmen. Denn

es müßten die Kontrollerstellungen, die durch sie bedingten Werte der Vorschaltwiderstände u. s. w. in Betracht gezogen werden, und die sich hierbei ergebenden verwickelten Rechnungen würden zu der erreichbaren Genauigkeit in keinem Verhältnis stehen. Die Größe dieses Zuschlages liegt also bis zu einem gewissen Grade in den Händen des projektierenden Ingenieurs, doch ist ihr Einfluß nach den praktischen Betriebsergebnissen nicht so groß, wie es auf den ersten Blick scheinen möchte. Die Schwankungen des Bedarfs gleichen sich um so mehr aus, je mehr Wagen auf der Strecke sind und je vorsichtiger das Fahrpersonal in Bezug auf die Bedienung der Kontroller verfährt; um so näher rücken einander also auch die Werte des maximalen und des mittleren Leistungs- oder Energiebedarfs.

Der letztere beträgt, wenn  $w$  den Weg des Wagens andeutet,

$$\text{für Steigungen und Gefälle bis } 12\% \quad A = \frac{1,25 \cdot (12 \pm s) \cdot T \cdot w}{\eta} \text{ kgm}$$

$$\text{für beide zusammen also} \quad . \quad . \quad . \quad A = \frac{30 \cdot T \cdot w}{\eta} \text{ kgm.}$$

Bei Steigungen über  $12\%$  hört die Anwendung dieser einfachen Formel natürlich auf, weil man bei diesen bei der Talfahrt bremsen muß und nicht aufspeichert. Würde man bei der Talfahrt die Arbeit wieder gewinnen und in der Pufferbatterie aufspeichern können, so wäre die Rechnung im gleichen Sinne weiter zu führen. Bei starkem Gefälle würde der Wagen selbst im Falle des Anfahrens keines besonderen Antriebes bedürfen; doch soll auch hier der Einheitlichkeit der Rechnung wegen die Anfahrt mit einer Zugkraft von 3 kg pro Tonne, entsprechend den  $25\%$  Zuschlag, selbst bei den stärksten Gefällen gerechnet werden. Für die Talfahrt ergibt sich demnach für Steigungen über  $12\%$

$$A = \frac{(0,25 \cdot 12) T \cdot w}{\eta} \text{ mkg,}$$

und für die Bergfahrt

$$A = \frac{(1,25 \cdot 12 + s) T \cdot w}{\eta} \text{ mkg,}$$

für beide zusammen also

$$A = \frac{(1,5 \cdot 12 + s) T \cdot w}{\eta} = \frac{(18 + s) T \cdot w}{\eta} \text{ mkg.}$$

Sind also auf einer Strecke von  $l = w_1 + w_2 + w_3 \dots$  km Länge die Strecke  $w_1$  horizontal, die Strecken  $w_2, w_3 \dots$  mit den Steigungen  $s_2, s_3 \dots$  behaftet, so ist die mittlere Arbeit für die Bewegung aller Wagen

$$A = \frac{[30 \cdot w_1 + (18 + s_2) w_2 + (18 + s_3) w_3 + \dots] \cdot T}{\eta} \text{ mkg,}$$

und der Verbrauch pro Wagenkilometer in Wattstunden also

$$= \frac{9,81 A}{\eta (w_1 + w_2 + w_3 + \dots)} = \frac{9,81 A}{\eta \Sigma w}.$$

Die mittlere Leistung ergibt sich aus diesem Ausdruck  $A$  in mkg pro Sekunde, wenn man ihn durch das Betriebsintervall  $\tau$  in Sekunden dividiert. Daraus kann man dann durch Division mit 75 die mittlere Leistung in PS, oder durch Multiplikation mit 9,81 in Watt (9,81 Watt = 1 mkg/sek) erhalten. Sie beträgt also bei  $T = 7$  Tonnen bei unserem Beispiel für die Strecke A B C D

$$PS_m = \frac{[30 \cdot 3000 + (18 + 33) 600 + (18 + 12) 1200] \cdot 7}{0,7 \cdot 75 \cdot 60 \cdot 5} = 75 \text{ PS}$$

für die Strecke A E C

$$PS_m = \frac{[30(3000 + 400) + (18 + 22) 1600] \cdot 7}{0,7 \cdot 75 \cdot 60 \cdot 10} = 38 \text{ PS.}$$

Für beide Strecken zusammen sind also im Mittel  $(75 + 38) = 113$  PS, maximal aber  $(102 + 24 + 55 + 18) = 199$  PS erforderlich. Man wird also hier zweckmäßig etwa zwei Dynamos aufstellen, die jede bei normaler Belastung etwa 70 PS effektiv und zwar an den Klemmen der Motoren abzugeben vermögen und die man vorübergehend auf 100 PS effektiver Leistung treiben kann. Außerdem wird man, wenn finanzielle Rücksichten dies zulassen, eine Puffer-Batterie aufstellen, die ebenfalls etwa 70 PS bei 1 stündiger Entladung, also

$$\frac{70 \cdot 736}{500} = 94 \text{ Ampère}$$

oder rund 100 Ampère 1 Stunde lang zu leisten vermag. Die Spannung ist hier näherungsweise um 10% höher, als an den Motorklemmen angenommen worden, und wäre eventl. zu korrigieren, wenn die spätere Rechnung dies erforderlich erscheinen läßt.

Ist nun auf beiden Strecken täglich  $B = 15$  Stunden lang  $\tau$ -Minuten-Betrieb, so werden pro Tag  $\frac{2 \cdot L \cdot B \cdot 60}{\tau}$  Wagenkilometer auf einer Strecke von  $L$  km Länge geleistet.

Dies ergibt für die Strecke A B C D

$$\text{pro Tag} = \frac{2 \cdot 4,8 \cdot 15 \cdot 60}{5} = 1728 \text{ Wagenkm.}; \text{ p. Jahr } 630720 \text{ Wagenkm.}$$

für die Strecke A C D

$$\text{pro Tag} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 60}{10} = 900 \quad - \quad ; \quad - \quad - \quad 328500 \quad -$$

$$\text{also total pro Tag: } 2628 \text{ Wagenkm.}; \text{ p. Jahr: } 959220 \text{ Wagenkm.}$$

Verbraucht werden hierbei an den Klemmen der Wagenmotoren  $113 \text{ PS} \times 15 \text{ Stunden} = 1695 \text{ PS-Stunden}$  oder  $1240 \text{ Kilowattstunden}$  und somit im Durchschnitt pro Wagenkilometer auf beiden Strecken

$$\frac{1240000}{2628} = 475 \text{ Wattstunden.}$$

#### d) Berechnung der Speiseleitungen.

Wir kennen nun aus der früheren Ermittlung des maximalen Kraftbedarfs die Stellung der einzelnen Wagen für den ungünstigsten Moment und den Strom, den der Wagenmotor an dieser Stelle dem Fahrdraht entnimmt.

Da wir nun weiter aus dem Betriebsprogramm wissen, daß der Verkehr auf der Linie A E C sich vollständig unabhängig von jenem auf der Linie A B C D abspielen soll, wird auch die Stromzuführung für beide Linien getrennt auszuführen sein. Wir ordnen deshalb zweckmäßig im Punkt C einen Streckenisolator an, den wir unter Umständen mit einem Schaltehebel so ausbilden können, daß für Notfälle die isolierende Unterbrechung bei C auch wieder leitend überbrückt werden kann. Dadurch wäre es möglich, den Fahrdraht der Nebenstrecke im Notfall auch als Reservespeiseleitung für die Hauptstrecke A B C D heranzuziehen.

Wir haben nun zunächst, indem wir die Wagen in den durch die Tabelle auf Seite 405 angegebenen Entfernungen und mit den dort verzeichneten Stromstärken als ruhende Abnehmer betrachten (Fig. 202), in bekannter Weise festzustellen, ob die zwei Fahrdrähte der Hauptstrecke von je 8 mm Durchmesser genügen, um den Spannungsabfall  $v$  in der Oberleitung unter  $50 \text{ Volt} = 10\%$

der Netzspannung auch bei der Maximalbelastung zu erhalten. Die Rechnung ergibt für die Strecke A B C D

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{57 \cdot 100} (30 \cdot 4600 + 5 \cdot 4200 + 30 \cdot 3600 + 43 \cdot 3200 + 15 \cdot 2600 + \\ &\quad 15 \cdot 2200 + 10 \cdot 1600 + 15 \cdot 1200 + 10 \cdot 600 + 15 \cdot 200) \\ &= \frac{5196}{57} \doteq 91 \text{ Volt.} \end{aligned}$$

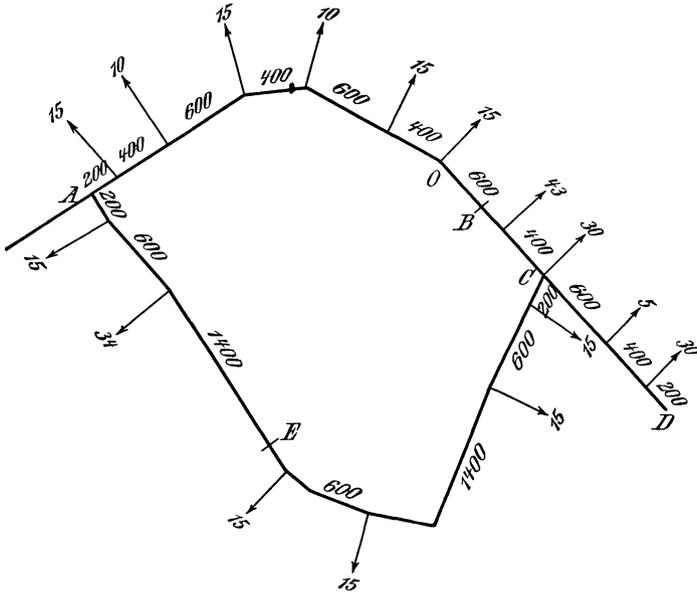


Fig. 202.

Der Spannungsabfall ist also wesentlich zu groß und wir müssen eine besondere Speiseleitung vorsehen. Dieselbe wird am besten etwa da angreifen, wo im Moment der Maximalbelastung der den meisten Strom erfordernde Wagen Nr. 7 steht. Wir finden aber durch Überlegung oder Rechnung sofort, daß es genügt, nach dem Standpunkt des Wagens 2 zu speisen, woselbst die Speiseleitung um 600 m kürzer ist und die  $\Sigma il$  gerade in zwei ungefähr gleiche Teile teilt. Denn es ist für die Strecke bis O:

$$\frac{\Sigma il}{100} = (15 \cdot 2 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 12 + 10 \cdot 16 + 15 \cdot 22 + 15 \cdot 26) = 1150$$

für die Strecke von O bis D:

$$\frac{\Sigma il}{100} = (43 \cdot 6 + 30 \cdot 10 + 5 \cdot 16 + 30 \cdot 20) = 1238$$

und es ist somit der Verlust 20,3, bzw. 23,5 Volt, sodaß also für den Verlust im Speisekabel selbst noch etwa 25—27 Volt übrig bleiben. Dieses Kabel ist deshalb mit 200 qmm Querschnitt und unter der Annahme ausreichend bemessen, daß es nur den Strom für die entferntere Abteilung zu führen hat, was richtig ist, sobald vor der Anschlußstelle des Speisekabels bei O ein Streckenisolator eingebaut wird. Denn es ist

$$v = \frac{(43 + 30 + 5 + 30) 2600}{57 \cdot 200} = 26,4 \text{ Volt.}$$

Für die Linie A E C ergibt sich aus:

$$v = \frac{1}{57 \cdot 50} (15 \cdot 200 + 34 \cdot 800 + 15 \cdot 2200 + 15 \cdot 2800 + 15 \cdot 4200 + 10 \cdot 4800) = 85 \text{ Volt,}$$

daß die ganze Strecke A E C mit Doppeldraht versehen werden muß, wenn der Verlust unter 50 Volt betragen soll.

Damit ist die Berechnung der Speiseleitungen für diesen Fall erledigt und wir kommen nunmehr zur

#### e) Berechnung der Schienenrückleitung.

Da die Schienen zur Rückleitung des Stromes dienen, ist es erforderlich, auch den in ihnen auftretenden Spannungsverlust zu ermitteln. Man kann dies nach der amerikanischen Praxis<sup>5)</sup> durch einen Zuschlag zum Widerstand des Fahrdrahtes tun, indem man diesen Zuschlag zwischen 20 und 70% je nach der Schwere der Schienen, der Ausdehnung und Belastung der Anlage bemißt. Als guter Mittelwert für Durchschnittsverhältnisse wird häufig ein Zuschlag von 40% genommen.

Dieses Verfahren kann offenbar für praktische Zwecke als zulässig erachtet werden. Aber es überläßt zumindest einen reichlichen Spielraum der Willkür und Erfahrung des projektierenden Ingenieurs, der in keinem Verhältnisse steht zu der erheblich größeren Sicherheit, die man durch eine einfache Berechnung des Widerstandes der Rückleitung erhalten könnte. Es tritt hier der allgemeine Grundsatz zutage, daß man überall rechnen soll, anstatt zu schätzen, wo die erzielbare größere Genauigkeit durch verhältnismäßig geringen Zeitaufwand erkaufte wird. Im vorliegenden Falle hat der Spannungsverlust in der Rückleitung sicherlich keinen hohen Wert. Der durch ihn bedingte Effektverlust wird also so gering sein, daß man seinethalben ruhig sich mit der Schätzung

begnügen könnte. Aber es ist bekannt, daß die Größe des Spannungsverlustes in den Schienen einen Anhalt ergibt über die Stärke der vagabondierenden Ströme in dem ihnen benachbarten Erdreich und damit indirekt einen Schluß über die möglicherweise auftretenden oder zu befürchtenden Störungen durch diese Ströme. Und aus diesem Grunde soll man diesen Verlust möglichst klein halten und so genau als möglich durch Rechnung vorausbestimmen.

In einzelnen Ländern sind Vorschriften über die Größe dieses Verlustes bereits vorhanden, in anderen sind sie in Vorbereitung. Ein vielfach als maximal angesehener Wert ist 7 Volt als maximale Differenz zwischen Anfang und irgend einem Punkt der Schienenrückleitung, gerechnet für die durchschnittliche Normalbelastung des Schienennetzes. Dieser Wert entspricht den englischen Vorschriften und soll zunächst für diese Rechnung auch als obere Grenze angesehen werden. Untersuchen wir nun den Verlust in unserem Falle.

Betrachten wir zunächst die Schienen. Der zu ihrer Herstellung verwendete weiche Schienenstahl ist ein verhältnismäßig guter Leiter. Bell-Rasch geben die Leitfähigkeit etwa  $= \frac{1}{7}$  jener des Kupfers an, was etwa  $k = 8,0$  entspräche; Schiemann rechnet als spez. Widerstand  $\rho = 0,11$ , entsprechend  $k = 9$  etwa. Von uns ausgeführte Messungen ergaben etwas ungünstigere Werte,  $k \cong 8$ . Da nun das spez. Gewicht etwa 7,75 ist, hat eine Schiene von  $q$  Quadratmillimeter Querschnitt und 1 m Länge das Gewicht  $g = \frac{q \cdot 7,75}{1000}$  kg und ihr Widerstand pro km ist

$$R = \frac{1000}{k q} = \frac{7,75}{8 g} = \frac{0,97}{g} \text{ Ohm pro km.}$$

Um nun eine runde, wenn auch etwas zu hohe Zahl zu haben, setzen wir in die einfache Beziehung für den Widerstand der Schiene pro km

$$R = \frac{\text{Spez. Gewicht des Stahls}}{k \times \text{Gewicht pro Meter}} = \frac{1}{g} \text{ Ohm pro km.}$$

Eine Schiene von 35 kg Gewicht pro m besitzt demnach pro km  $\frac{1}{35}$  Ohm, ein Gleis aus zwei solchen Schienen einen Widerstand von

$$R_g = \frac{1}{2 g} = \frac{1}{70} \text{ Ohm.}$$

Hierbei sind jedoch die Widerstände der Schienenstöße nicht berücksichtigt. Diese Widerstände werden selbst bei der besten Konstruktion immer nach der Sauberkeit der Ausführung erheblich von einander abweichende Werte aufweisen. Wenn man also auch Widerstände wesentlich unter 0,00005 Ohm beobachtet hat, dürfte es doch wünschenswert sein, etwa ein Zehntausendstel Ohm pro Kontakt am Schienenstoß für den Übergangswiderstand zu rechnen und außerdem den Kupferdraht zur Verbindung der Stöße mit einer mittleren Länge von etwa 30 cm und dem Querschnitt der Ausführung in Rechnung zu stellen. Dies gibt also, wenn wir den Kupferquerschnitt der Schienenverbinder mindestens = 50 mm<sup>2</sup> setzen (besser wären zwei parallel geschaltete Fahrdrabtabfallstücke von je 50 mm<sup>2</sup>) für den Widerstand pro km Schiene bei 12 m langen Schienen

$$\begin{aligned}
 2 \times 84 \text{ Übergangswiderstände zwischen Schiene und Draht } & \text{à } 0,0001 \text{ Ohm} \\
 & \cong 0,0168 \text{ Ohm} \\
 84 \text{ Schienenverbinder } & \text{à } 30 \text{ cm} = \frac{0,30 \cdot 84}{60 \cdot 50} = 0,0084 \text{ -} \\
 \text{Widerstand der Schiene selbst von } 35 \text{ kg Gewicht pro m} & \cong \frac{0,029}{0,054} \text{ Ohm.}
 \end{aligned}$$

Der Schienenwiderstand erscheint hier verdoppelt; der Widerstand des Gleises von 0,029 Ohm pro km erscheint aber trotzdem noch recht klein gegenüber dem Widerstand der doppelten Fahrdrähte mit 0,175 Ohm pro km. Die 35 kg Schiene entspricht eben auch einem Kupferleiter von etwa 610 mm<sup>2</sup>.

Die gesamte Rückleitung bildet hier eine geschlossene Masche. Die Maschenbildung ist charakteristisch für alle Rückleitungsnetze. Denn im allgemeinen werden die Schienen infolge ihrer durch die Anordnung und den Verlauf der Straßen bedingten Lage ein vielfach geschlossenes Netz mit zuweilen 20 und mehr Maschen bilden. Es ist dann für die Ermittlung der Stromverteilung in diesem geschlossenen Rückleitungsnetz zweckmäßig, sich der in den vorhergehenden Kapiteln erläuterten Transfigurationsmethoden zu bedienen, um allmählich von den zahlreichen Maschen auf den äquivalenten Leiter zu kommen und so mühsame und zeitraubende Arbeit zu sparen.

Im vorliegenden einfachen Falle kann man direkt die Stromverteilung wie folgt ermitteln.



Hieraus ist  $x = 64,5$  oder in ganzen Zahlen  $= 65$  Amp. C ist also ein wirklicher Schnittpunkt, die Stromverteilung (für den negativen Strom oder mit umgekehrten Richtungspfeilen) ist die in der Figur 203 dargestellte und für die Strommomente ergibt sich

$\frac{1}{100} \Sigma il$	$\frac{1}{100} \Sigma il$
auf dem Weg A B C	A E C
$2 \cdot 188 = 376$	$2 \cdot 109 = 218$
$4 \cdot 173 = 692$	$6 \cdot 94 = 564$
$6 \cdot 163 = 978$	$14 \cdot 60 = 840$
$4 \cdot 148 = 592$	$6 \cdot 45 = 270$
$6 \cdot 138 = 828$	$14 \cdot 30 = 420$
$4 \cdot 123 = 492$	$6 \cdot 15 = 90$
$6 \cdot 108 = 648$	$2 \cdot 0 = 0$
$4 \cdot 65 = 260$	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	$2402$
$2 \times 2433$	

Daraus folgt für den Spannungsverlust bis C

$$v = 100 \left( \frac{\Sigma il}{100} \right) \cdot \frac{R_g}{1000} = \Sigma il \cdot 0,0029 \text{ Volt}$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &\doteq 2,433 \cdot 2,7 = 6,57 \text{ Volt} \\ v_2 &\doteq 2,402 \cdot 2,7 = 6,49 \text{ - } \end{aligned} \right\}$$

Die geringe Ungenauigkeit rührt von der Abrundung bei der Festsetzung von  $x$  her. Der Maximalwert des Abfalles bei D ist noch um

$$\frac{(600 \cdot 35 + 400 \cdot 30)}{1000} \cdot \frac{0,027}{2} \doteq 0,45 \text{ Volt}$$

höher, also rund gleich 7,0 Volt bei maximaler Belastung, also noch innerhalb der hier als zulässig angenommenen Grenze. Die obige Rechnung ist offenbar äquivalent mit jener, welche den Schwerpunkt der Belastung aus dem Netz ermittelt. Seine Entfernung  $\lambda$  ist für die doppelgleisige Strecke A B C

$$\lambda_1 = \frac{\Sigma il}{\Sigma i} = \frac{486\,600}{188 \cdot 1000} = 2,6 \text{ km,}$$

für die eingleisige Strecke A E C

$$\lambda_2 = \frac{\Sigma il}{\Sigma i} = \frac{240\,200}{109 \cdot 1000} = 2,2 \text{ km.}$$

Daraus folgt

$$v_1 = \frac{2,6 \cdot 188 \cdot 0,027}{2} = 6,57 \text{ Volt}$$

$$v_2 = 2,2 \cdot 109 \cdot 0,027 = 6,49 \text{ -}$$

wie oben. Wir betrachten an dieses Beispiel anschließend

### 3. Allgemeine Gesichtspunkte für die Bemessung der Bahnspisekabel.

Da der Bahnbetrieb in der Regel mit Verlusten von 10 % zwischen verschiedenen Punkten des Fahrdrahtes arbeitet und wegen der Unempfindlichkeit der mit den Fahrschaltern regelbaren Hauptschlußmotoren arbeiten kann, entfällt hier für die Speiseleitungen die beim Lichtbetrieb in erster Linie maßgebende Rücksichtnahme auf möglichst genaue Konstanz der Spannung und es

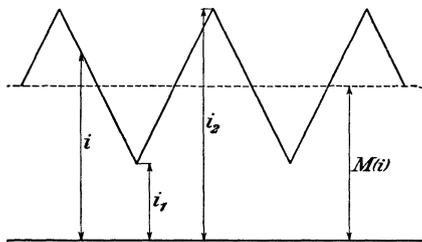


Fig. 204 a.

tritt an ihre Stelle als wichtigster Gesichtspunkt die Rücksichtnahme auf die Kosten des Betriebes. Dies ist einleuchtend, wenn man die lange Betriebsdauer der Straßenbahnen in Betracht zieht, die in der Regel 12 bis 15 Stunden täglich beträgt. Es wird daher bei Bahnen die Bemessung der Querschnitte in erster Linie nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten zu erfolgen haben.

Wir haben in dem früheren Beispiel die Speiseleitungen nur nach dem Maximalstrom bemessen, den sie zu führen haben. Wenn wir aber die Querschnitte so wählen wollen, daß die Summe der Kosten für den Effektverlust in den Leitungen und des Betrages für Verzinsung und Amortisation ein Minimum wird, dürfen wir die Schwankungen des von den Speiseleitungen geführten Stromes nicht mehr außer acht lassen.

Ist der Strom <sup>6)</sup> irgend eine Funktion  $i = f(t)$  der Zeit, so ist der Mittelwert  $M(i)$  stets kleiner als der Mittelwert der ins Quadrat erhobenen Momentanwerte  $M(i^2)$ , der mit dem Widerstand des Leiters multipliziert den Leistungsverlust ergibt. Es wird also

$$c = \frac{\sqrt{M(i^2)}}{M(i)}$$

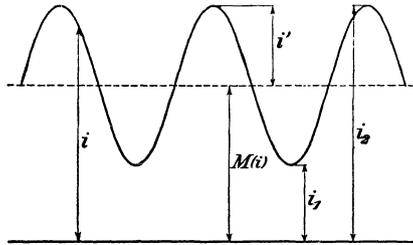


Fig. 204 b.

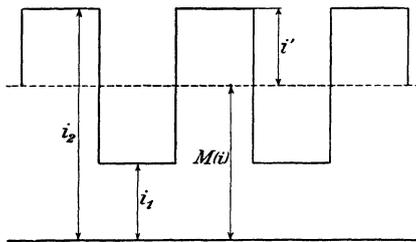


Fig. 204 c.

stets größer als 1 werden. Für Kurven mit regelmäßigem Verlauf läßt sich der Wert von  $c$  leicht rechnerisch ermitteln. Wenn wir die durch Gerade oder Sinuslinien begrenzten Kurven Fig. 204 a, 204 b und 204 c betrachten und den Momentanwert mit  $i$ , den Minimal- und Maximalwert mit  $i_1$  und  $i_2$  und die halbe Stromschwankung mit  $i'$  bezeichnen, ist der Linienwert des Stromes für alle drei Fälle

$$M(i) = \frac{i_1 + i_2}{2}.$$

Für die Dreieckskurve ist  $M(i^2) = \left\{ M(i) \right\}^2 + \frac{1}{3} i'^2$ ,

$$\text{also } c = \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left( \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} \right)^2}$$

Für die Sinuslinie ist  $M(i)^2 = \left\{ M(i) \right\}^2 + \frac{1}{2} i'^2$ ,

$$\text{also } c = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} \right)^2}$$

Für die Rechteckskurve ist  $M(i^2) = \left\{ M(i) \right\}^2 + i'^2$ ,

$$\text{also } c = \sqrt{1 + \left( \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} \right)^2}.$$

Ist in allen drei Fällen  $i_1 = 0$ , so folgt  $c = 1,15$ ;  $c = 1,23$ ;  $c = 1,41$ .

Bei praktischen Betrieben treten jedoch viel unregelmäßigere Schwankungen auf, wie Fig. 205 nach den alle 5 Sekunden an einer bestehenden Bahnanlage aufgenommenen Beobachtungen des Stromverlaufs einer durch eine besondere Speiseleitung mit Strom versorgten Teilstrecke erkennen läßt. Diese Teilstrecke, welcher der Strom durch ein Speisekabel von  $q = 240$  qmm Querschnitt und  $L = 5400$  m Länge zugeführt wurde, besaß eine einfache Länge von 1150 m und wies Steigungen bis zu 6% auf. Die mittlere Steigung betrug 5%. Die Teilstrecke wurde in einer Zeitspanne von  $7\frac{1}{2}$  Minuten von 2 Linien durchfahren, wobei jedoch die Wagen beider Linien von 10 Tonnen Gewicht bei mittlerer Besetzung unmittelbar aufeinander folgten und die Strecke aufwärts in  $6\frac{1}{2}$ , abwärts in  $5\frac{1}{2}$  Minuten durchliefen. Aus den abgelesenen Strömen wurden dann die Mittelwerte  $M(i)$  und  $\sqrt{M(i^2)}$  rechnerisch gebildet. Der Linienwert ergibt sich einfach, indem man die Fläche planimetriert und durch die Abszisse dividiert. Der Flächenwert ergibt sich, indem man die Kurve in schmale Streifen teilt, sodaß ihre Elemente als geradlinige Begrenzungen einer Trapezfläche angesehen werden können. Die mittlere Ordinate der Fläche eines solchen Trapezes ist

$$\frac{i_1 + i_2}{2} = M(i);$$

die mittlere Ordinate der quadrierten Fläche ist, wenn die Basis = 1 gesetzt wird,

$$M(i^2) = \frac{1}{3}(i_1^2 + i_2^2 + i_1 i_2) = \left\{ M(i) \right\}^2 + \frac{1}{12}(i_1 - i_2)^2.$$

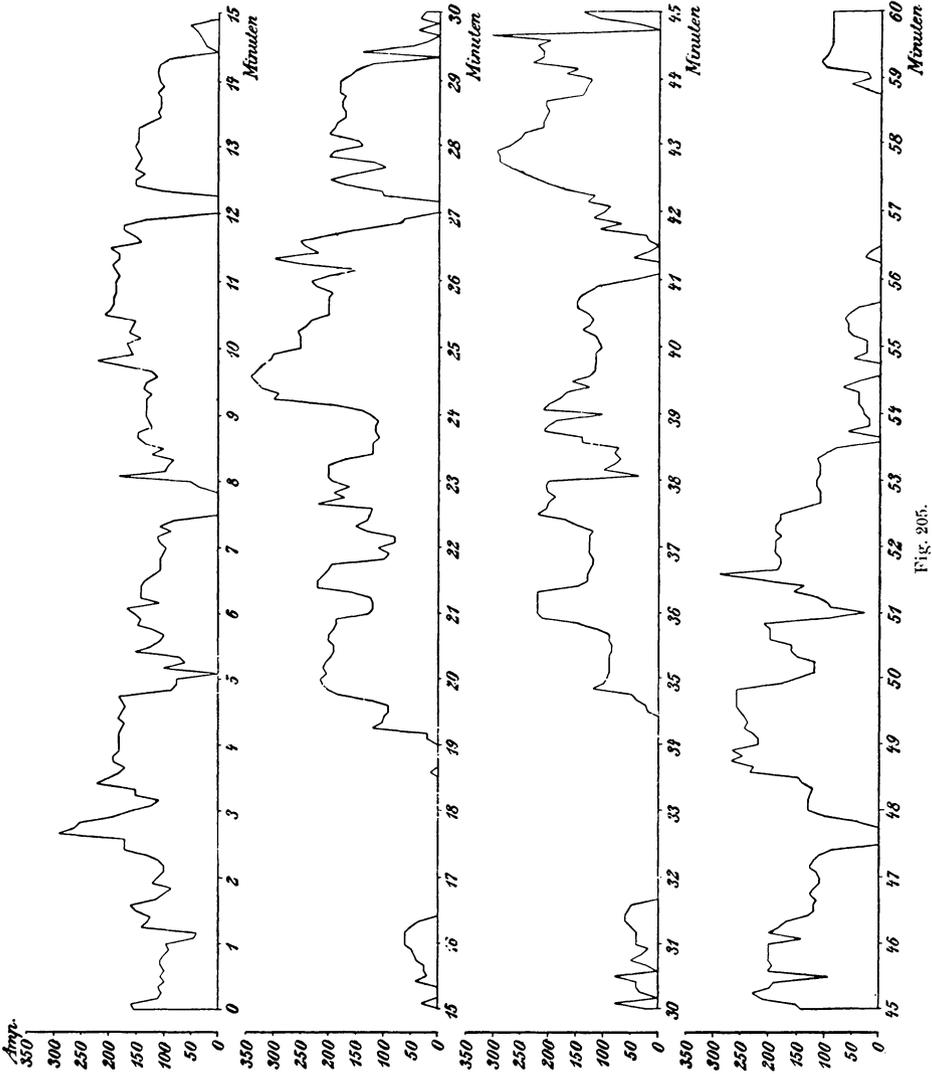


Fig. 205.

Das letzte Glied kann als Korrektionsglied angesehen und vernachlässigt werden, wenn es unterhalb einer bestimmten Grenze bleibt; hier ist es vernachlässigt worden, wenn  $i_1 - i_2 < 25$  Amp. war. Aus den 721 Beobachtungen folgte dann  $M(i) = 112,5$  A,  $\sqrt{M(i^2)} = 137,8$  A, also  $c = 1,225$ . Da nun die Effektverluste  $c^2$  proportional sind und  $c^2 = 1,5$  war, waren die Verluste um 50 % höher als sie bei dem konstant gehaltenen mittleren Strom  $M(i)$  aufgetreten wären. Der Verlust im Speisekabel von der Länge  $l$  m und dem Querschnitt  $q$  qmm während  $t$  Betriebsstunden ist nämlich  $\frac{M(i^2) \cdot l \cdot t}{q \cdot k}$  Wattstunden, wenn  $k$  die Leitfähigkeit des Kabelmaterials bedeutet. Kostet die Kilowattstunde  $m$  Mark, so sind also die Kosten des Arbeitsverlustes

$$x_1 = \left\{ M(i) \right\}^2 \cdot c^2 \cdot \frac{l \cdot t \cdot m}{q \cdot k \cdot 1000}.$$

Wenn der Preis des Kabels pro  $m$  durch  $(a + b q)$  ausgedrückt wird, und das Anlagekapital zu  $p$  % verzinst und abgeschrieben werden muß, betragen die jährlichen Ausgaben für Verzinsung und Abschreibung

$$K_2 = l(a + b q) \cdot \frac{p}{100},$$

die Gesamtkosten also

$$K = K_1 + K_2 = l \cdot \left[ \left\{ M(i) \right\}^2 \cdot \frac{c^2 \cdot t \cdot m}{q \cdot k \cdot 1000} + (a + b) q \cdot \frac{p}{100} \right].$$

Sie werden ein Minimum für den Wert des Querschnitts  $q$ , der

$$\frac{dK}{dq} = 0$$

entspricht. Dieser günstigste Querschnitt ist

$$q = M(i) c \sqrt{\frac{t \cdot m}{10 \cdot k \cdot p \cdot b}}$$

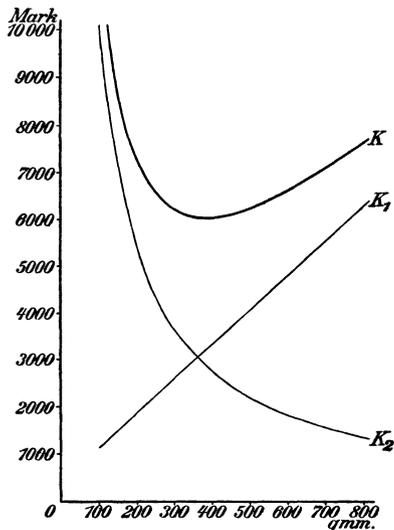


Fig. 206.

für ein Kabel und

$$q = M(i) c \sqrt{\frac{100 t \cdot m}{k \cdot p \cdot \gamma \cdot b_1}}$$

für eine oberirdische verlegte Leitung, deren Material das spez. Gewicht  $\gamma$  hat und  $b_1$  Mark pro kg kostet.

Bei der untersuchten Bahnlinie ergibt täglich 15 stündiger Betrieb  $t = 5500$  Stunden im Jahr. Die Selbstkosten der Kilowattstunde für die Bahn betragen 11 Pf.  $p$  war  $= 7\%$  und  $b = 0,0195$  bei  $k = 57$ . Dann folgt für den wirtschaftlichen Querschnitt

$$q = M(i) \cdot 1,225 \cdot \sqrt{\frac{5500 \cdot 0,11}{10 \cdot 57 \cdot 7 \cdot 0,0195}} = 3,42 M(i) = 385 \text{ qmm.}$$

Für  $M(i) = 112,5$  A und  $a = 0,97$  Mark sind für die betrachtete Bahnlinie auch die Kosten  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K$  bei anderen Querschnitten zusammengestellt in Fig. 206. Beim günstigsten Querschnitt sind die Gesamtkosten jährlich um 650 Mark geringer als bei dem verwendeten und die Spannungsverluste und Spannungsschwankungen um etwa 40 % niedriger.

#### 4. Über die Anordnung der Stromrückleitung.

Die Störungen, welche elektrische Bahnen mit Schienenrückleitung unter Umständen hervorrufen können, lassen sich in den meisten Fällen auf drei Ursachen zurückführen. Es sind das die Fernwirkung der Stromleitungen auf physikalische Feinmeßinstrumente<sup>7)</sup>, ferner die Erdströme, die dadurch entstehen, daß die Erde einen Nebenschluß zu den Schienenleitungen bildet, und schließlich die Erdströme, die dadurch hervorgerufen werden, daß zwei Straßenbahnstrecken, die von derselben Zentrale gespeist werden, verschiedene Spannungsverluste aufweisen, sodaß zwischen den beiden Strecken ausgleichende Erdströme auftreten.

In der Mitte der neunziger Jahre des vorigen Jahrhunderts traten zuerst Mitteilungen über die Einwirkungen dieser Erdströme auf Rohrleitungen aus Metall und Metallmassen in der Nähe des Schienenstrangs überhaupt an die Öffentlichkeit<sup>8)</sup> und kurz darauf ergaben sich auch eine Reihe von Vorschlägen zur Verminderung dieser Gefahren<sup>9)</sup>.

## a) Verlauf der Erdströme.

Wir wollen zunächst einen typischen Fall betrachten, indem wir das Erdreich als einen unbegrenzten Leiter von durchweg gleichförmiger und gegen die Schienen großer Leitfähigkeit betrachten. Der Wagen soll am Ende der Schienenleitung  $S$  stehen (Fig. 207) und durch die Kontaktleitung den Strom  $J_0$  aus der Dynamo  $D$  erhalten, und längs der ganzen Strecke  $l$  soll Überleitung von den Schienen nach der Erde hin stattfinden. Dieser Erdstrom verzweigt sich zum Teil im Erdreich, zum Teil fließt er durch Metallmassen, die sich im Erdreich befinden. Wenn dann  $W$  der Widerstand der Schienen,  $w$  der Übergangswiderstand von ihnen zur Erde  $E$ , beide bezogen auf dieselbe Längeneinheit, bedeuten,

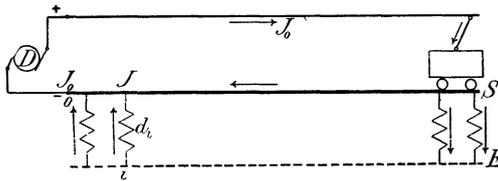


Fig. 207.

so ist der Stromübergang von den Schienen<sup>10)</sup> zur Erde in der Entfernung  $x$  von der Zentrale für das Schienenelement  $dx$

$$di = (V - V_E) \frac{dx}{w}, \quad \text{woraus} \quad V = w \cdot \frac{di}{dx} + V_E.$$

Der Maschinenstrom  $J_0$  verzweigt sich in einen Strom  $J$  durch die Schienen und einen Strom  $i$  durch die Erde, sodaß  $J = J_0 - i$  und  $dJ = -di$  ist. Der Spannungsabfall auf der Strecke  $dx$  in den Schienen ist offenbar  $-dV = J \cdot W \cdot dx$ , woraus

$$\frac{dV}{dx} = -JW.$$

Aus der oberen Gleichung folgt andererseits

$$\frac{dV}{dx} = w \cdot \frac{d^2i}{dx^2} = -w \frac{d^2J}{dx^2} = -JW$$

oder

$$\frac{d^2J}{dx^2} - J \frac{W}{w} = 0.$$

Die Integration dieser Differentialgleichung ergibt

$$J = C_1 \varepsilon^x \sqrt{\frac{W}{w}} + C_2 \varepsilon^{-x} \sqrt{\frac{W}{w}},$$

worin die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  aus der Bedingung folgen, daß  $J = J_0$  für  $x = 0$  und für  $x = 1$  sein muß.

Man erhält also

$$J = \frac{J_0}{1 + \varepsilon \sqrt{\frac{W}{w}}} \left( \varepsilon^x \sqrt{\frac{W}{w}} + \varepsilon^{(1-x)} \sqrt{\frac{W}{w}} \right)$$

und

$$i = J_0 \left[ 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon \sqrt{\frac{W}{w}}} \left( \varepsilon^x \sqrt{\frac{W}{w}} + \varepsilon^{(1-x)} \sqrt{\frac{W}{w}} \right) \right].$$

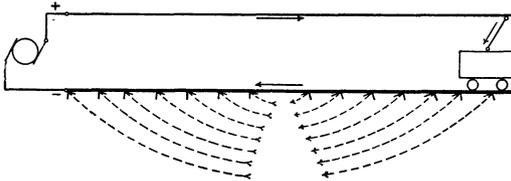


Fig. 208.

Der Strom in den Schienen nimmt also von Anfang und Ende der Linie nach der Mitte hin in Gestalt einer Kettenlinie ab, deren Durchhang dem ersteren entspricht; letzterer ist also in der Mitte am stärksten (Fig. 208). Entwickelt man in Reihen und vernachlässigt die Glieder höherer Ordnung, was für mäßige Werte von  $L$  und  $W/w$  zulässig ist, so geht die Kettenlinie in eine Parabel über und man erhält angenähert

$$J_0 = \left[ 1 + \frac{x(1-x)}{2} \cdot \frac{W}{w} \right]; \quad i = \frac{J_0 x(1-x)}{2} \cdot \frac{W}{w}$$

und den Maximalwert des Erdstroms

$$i_{\max} = \frac{J_0 l^2}{8} \cdot \frac{W}{w} \quad \text{für} \quad x = \frac{1}{2},$$

der Spannungsverlust in den Schienen, den wir früher so ermittelt haben, als ob die Erde überhaupt nicht mitleitete, wird jetzt etwas kleiner als früher, nämlich

$$v = - \int_0^1 dV = V_0 - V_1 = 2 J_0 \sqrt{\frac{W}{w}} \frac{e^1 \sqrt{\frac{W}{w}} + 1}{e^1 \sqrt{\frac{W}{w}} - 1}$$

oder angenähert

$$v = J_0 W l \left( 1 - \frac{l^2}{12} \cdot \frac{W}{w} \right).$$

Die Klammergröße kann als Korrektionsglied aufgefaßt werden und wäre für unseren Fall, wo  $l = 5 \text{ km}$  war

$$\frac{25}{12} \cdot \frac{1}{50} = 0,96$$

für  $w = 50 \text{ W}$ , wobei

$$i_{\max} = \frac{25}{8 \cdot 50} J_0 = \frac{J_0}{16}.$$

Der Spannungsverlust und mit ihm die Erdströme können offenbar verkleinert werden, wenn man nach der Mitte der Bahn hin ein Speisekabel legt, welches die Schienen teilweise vom Strom entlastet. Ein solches Kabel muß aber isoliert sein. Denn ein blankes Kabel würde nur eben so wirken wie eine Erhöhung des Schienenquerschnitts und da nach unseren Feststellungen  $1 \text{ km}$  Schiene von  $g \text{ kg}$  Gewicht pro laufenden Meter  $\frac{1}{g}$  Ohm Widerstand besitzt, wird erst ein Kabel von

$$q = \frac{1000 \text{ g}}{k} \text{ mm}^2$$

(oder für Kupfer mit  $k = 57$  von  $q = 17,5 \text{ g mm}^2$ ) Querschnitt die Leitfähigkeit einer Schiene mit vollkommenen Stößen besitzen. Ein Gleis mit widerstandslosen Stößen entspricht also einem Kupferkabel von  $35 \text{ g mm}^2$ , das pro km

$$\frac{8,9 \cdot 35}{1000} \text{ g} = 0,312 \text{ g Tonnen}$$

wiegt. Berücksichtigt man den Einfluß der Stöße (der allerdings nach von Gaisbergs Messungen am Hamburger Bahnnetz kaum merkbar war), so kann man vielleicht ein km Gleis dem Widerstand nach gleich einem Kabel von  $0,3 \text{ g Kilogramm}$  pro laufenden m setzen, wenn  $g$  das Gewicht einer Schiene pro laufenden m ist. Es ist dabei zu bemerken, daß die Schienen des Gleises in regelmäßigen Abständen eine leitende Querverbindung erhalten, und daß ein blankes Kabel, zumal wenn es als sogenanntes Rückspeisekabel, d. h. Speisekabel zur Entlastung der den negativen Strom heraus- oder den  $+$  Strom zur Zentrale zurück-

führenden Schienenstränge, mit stärkerem Spannungsabfall arbeitet, die Stromverteilung der Erdströme ungünstiger zu gestalten vermag. Die auf dem Mannheimer Verbandstag des V. D. E. im Juni 1903<sup>11)</sup> angenommenen Leitsätze betreffend den Schutz metalischer Rohrleitungen gegen Erdströme elektrischer Bahnen (die künftig nur als Leitsätze des V. D. E. bezeichnet werden sollen) besagen deshalb folgendes:

§ 5. Bei Bahnen nach dem Zweileitersystem ist das Gleis mit dem negativen Pol der Stromquelle zu verbinden. Wenn der Spannungsabfall in einer derartigen Verbindungsleitung 2 Volt übersteigt, so ist diese isoliert zu verlegen.

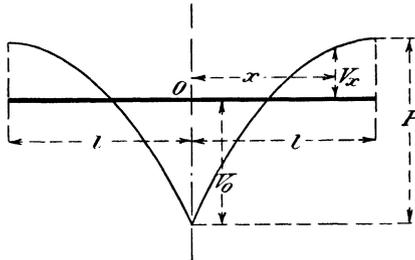


Fig. 209.

§ 6. Die Schienen müssen an den Stößen derart leitend verbunden werden, daß der Widerstand des verlegten Gleises durch die Stöße um nicht mehr als 0,03 Ohm per Kilometer einfaches Gleis vermehrt wird. Außerdem erhalten die zwei Schienen eines Gleises an jedem zehnten Stoß eine Querverbindung; bei Doppelseiten erhalten die zwei Gleise an jedem zwanzigsten Stoß eine Querverbindung. An sämtlichen Weichen und Kreuzungspunkten sind die Schienen durch besondere Verbindungen in gut leitenden Zusammenhang zu bringen.

Betrachtet man nun einen Schienenstrang von der doppelten Länge  $2l$ , (Fig. 209), der in der Mitte durch ein isoliertes Rückspeisekabel, das am Punkte  $O$  angeschlossen ist, auf das Potential  $V_0$  gebracht wird, so wird dieser Potentialwert ein negatives Maximum darstellen und unter den früheren Annahmen parabolisch auf den Wert  $V_x$  in der Entfernung  $x$  und den positiven Maximalwert  $P$  zunehmen.

Metallene Rohrleitungen, die durch ihren Zusammenhang mit einem größeren Rohrnetz das Potential Null erhalten, sind gefährdet, wenn sie in den Bereich negativer Erdpotentiale hineinragen, die am stärksten in der durch den Rückleitungspunkt 0 rechtwinklig zum Gleise liegenden Ebene auftreten. Ulbricht<sup>12)</sup> hat gezeigt, daß in diesem Falle, wenn mit  $2r$  der Abstand der äußeren Schienen (Fig. 210), mit  $d$  der Abstand in der durch den Rückspiseepunkt 0 senkrecht zum Gleis gelegten Ebene bezeichnet wird, der Potentialwert im senkrechten Abstand  $d$  von der Gleis-

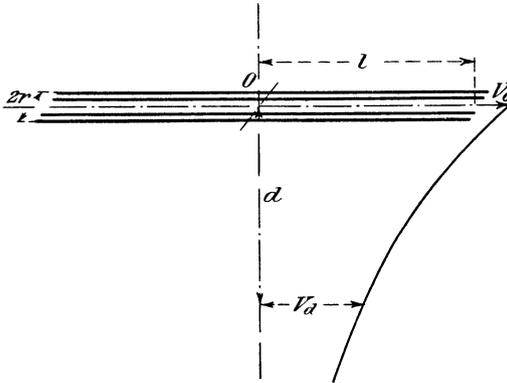


Fig. 210.

mitte angenähert gegeben ist durch

$$V_d = - \frac{W \cdot J l}{3} \cdot \frac{K_d}{K},$$

worin  $K_d$  nur von  $\frac{r+d}{1}$  abhängt und  $K = \frac{1}{3} \log \text{nat} \left( \frac{1}{5r} \right)$  ist.

Für

$\frac{r+d}{1} =$	0,0000	0,0001	0,001	0,01	0,1	1,0	10,0
-------------------	--------	--------	-------	------	-----	-----	------

ist

$K_d =$	$\infty$	2,551	1,783	1,026	0,348	0,012	0,0007.
---------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	---------

Da praktisch  $\frac{r}{1}$  zwischen  $\frac{1}{10000}$  und  $\frac{1}{100}$  liegen wird, liegt  $K$  zwischen 2,5 und 1.

Die Potentialveränderungen in der Erde gehen in der Nähe der Schienen verhältnismäßig rasch, dann in weiterer Entfernung langsamer vor sich.

Für eine zweigleisige Bahn von  $2l = 4000$  m Länge und der Gleisflächenbreite  $2r = 4$  m ist

für $d =$	0	20	200	2000 m	
$V_d$ gleich $V_0$	mal	1	0,57	0,196	0,0067,

wobei  $V_0$  für eine Belastung der Strecke mit 50 Amp. pro km und  $W = 0,01$  Ohm pro km die Größe

$$V_0 = - \frac{W \cdot J \cdot l}{3} = - \frac{0,5}{3} = - 0,167 \text{ Volt}$$

hätte.

Tritt ein Rohr mit der kleinen kreisrunden Fläche  $F$  im Abstand  $d$  vom Rückleitungspunkt  $O$  in das Bereich des negativen Potentials  $V_d$ , so geht durch diese Fläche mit dem Ausbreitungswiderstand  $\frac{4}{9} \frac{k}{\sqrt{F}}$  infolge der Potentialdifferenz  $V_d$  gegen das Rohr mit dem Potential Null der Strom  $\frac{9 V_d}{4 k}$ . Hierin bedeutet  $k$  die spezifische Leitfähigkeit des Erdbodens, die gleichmäßig angenommen war und beispielsweise gleich  $10^4$  Ohm pro  $\text{cm}^3$  gesetzt werden kann. Die Potentialdifferenz  $V_d$  wird elektrolytisch zur Wirkung kommen, sobald von dem isolierenden Überzug des Rohres sich ein Teil abgelöst hat. Die Stromdichte an der angegriffenen Stelle ist

$$\Delta = \frac{9}{4} \frac{V_d}{k \sqrt{F}}$$

oder für das vorige Beispiel bei

$$d = 20 \text{ m}, \quad V_0 = 0,9 \text{ Volt}, \quad V_d = 0,513,$$

$$\Delta = \frac{9}{4} \cdot \frac{0,513}{10^4 \sqrt{F}} = \frac{1,15}{10^4 \sqrt{F}} \text{ Amp.}$$

und in den 8760 Stunden des Jahres rund  $1/\sqrt{F}$  Ampèrestunden für  $1 \text{ cm}^2$  der Angriffsfläche.

**b) Gefährzustand und Gefahrzone.**

Die Leitsätze des V. D. E. geben zur Schätzung des Gefährzustandes und der Gefahrzone nicht einen bestimmten Wert des Spannungsverlustes in den Schienen, sondern setzen folgendes fest:

§ 3. Ein Gefährzustand besteht nicht bei Metallrohren, deren Verbindungsstellen den Strom schlecht leiten. Es besteht jedoch die Möglichkeit einer elektrolytischen Gefährdung bei kontinuierlich leitenden Metallrohren, und zwar in um so höherem Maße, je größer ihre Längserstreckung und je kleiner ihre Entfernung von den Gleisen, ferner, je größer die Potentialdifferenz im Boden entlang den Rohren ist.

§ 4. Die Gefährdung ist dagegen um so geringer, je weniger die chemische Beschaffenheit des Bodens elektrolytische Wirkungen begünstigt und je größer die Übergangswiderstände der Rohre und Gleise sind, ferner je geringer die Stromdichte an den stromaussendenden Stellen des Rohrmantels ist.

Als ungefährdet gelten alle Rohrkomplexe, deren nächster Punkt mindestens 1 km von den Gleisen entfernt ist. Ein parallel und dicht neben den Gleisen verlegtes Rohr gilt als ungefährdet, wenn seine Länge innerhalb dieser Nachbarzone nicht größer ist, als dem Spannungsabfall von 0,3 V, bezogen auf den Jahresdurchschnitt der Belastung in den gegenüberliegenden Punkten der Erde, dicht neben den Schienen gemessen, entspricht. Für Rohre, welche von dem Gleise weiter abliegen, kann diese Länge ohne Gefährdung um das Dreifache des Abstandes von den Gleisen vermehrt werden. Für Rohrkomplexe finden diese Leitsätze sinn-gemäße Anwendung. Als gefährdet gelten Rohre, deren Längsausdehnung die obigen Grenzen überschreitet oder die wegen Zusammenhang mit größeren Rohrkomplexen das Potential der letzteren in den Bereich negativer Erdpotentiale am Gleise hineinragen, insofern die in Betracht kommende Potentialdifferenz 0,3 V überschreitet.

Anmerkung. Eine Formel zur Vorausberechnung dieser vor-erwähnten Potentialdifferenz ergibt sich aus folgendem. Wird der Abstand des Rohres vom nächsten Schienenpunkte mit  $d$ , in Metern gemessen, bezeichnet, und ist  $V$  das durchschnittliche negative Potential an diesem Schienenpunkt, ferner  $V_d$  das Erdpotential in der Nähe des Rohres, so kann dessen Abhängigkeit von dem

Abstand  $d$  mit einiger Annäherung durch die Formel

$$V_d = \frac{a V}{1 + b d}$$

dargestellt werden.

Bei gleichmäßiger Bodenbeschaffenheit und ungehindertem Kontakt zwischen Schienen und Boden hat  $a$  die Größe 1. Bezeichnet ferner  $V_0$  das durchschnittliche negative Potentialmaximum im Gleise, wie es am Rückleitungspunkt auftritt, so ist das Erdpotential  $V_d$  in der Umgebung eines im Abstände  $d$  von den Gleisen in der senkrecht durch den Rückleitungspunkt gelegten Ebene befindlichen Rohres angenähert ausgedrückt durch

$$V_d = \frac{a_1 \cdot \Delta \cdot l}{1 + b d}.$$

Dabei ist  $\Delta$  die im Jahresdurchschnitt sich ergebende Stromdichte in Ampère für 1 qcm Schienenquerschnitt und  $l$  die Länge der freitragenden Gleisstrecke in Metern. Die Konstanten  $a$ ,  $a_1$  und  $b$  hängen von der Schienenleitung und den Gleisübergangswiderständen ab. Bei gleichmäßiger Bodenbeschaffenheit ist

$$a_1 = \frac{V_0}{\Delta \cdot l},$$

d. i. ungefähr 0,001;  $b$  ist ungefähr = 0,1.

Für eine zweigleisige, in gleichmäßig leitendem Boden liegende Bahn würde hiernach das Erdpotential im Abstände  $d = 10$  m von den Schienen gleich der Hälfte des am Rückleitungspunkt herrschenden negativen Potentialmaximums  $V_0$ , im Abstände von 100 m der elfte, im Abstände von 1000 m von den Gleisen nur noch der hundertste Teil sein.

§ 7. Um die in § 4 angegebene Potentialdifferenz von 0,3 V nicht zu überschreiten, ist darauf zu achten, daß das Produkt Stromdichte  $\Delta$  mal Länge  $l$  der freitragenden Gleisstrecke entsprechend klein ausfällt. Die Speisepunkte der Gleise sind möglichst entfernt von den zu schützenden Rohren, insbesondere von Kreuzungsstellen und an das Gleis heranreichenden Rohrausläufern anzulegen. Keinesfalls dürfen die Gleise mit den Rohren leitend verbunden sein oder besondere Erdableitungen erhalten.

Es ist jedoch zu betonen, daß die Leitsätze sich nur auf solche Gleisstrecken neu anzulegender elektrischer Gleichstrombahnen mit stromführenden Gleisen beziehen, bei denen nicht

durch Anwendung sehr gut entwässerter, daher schlecht leitender oder geradezu isolierender Unterbettung (z. B. Holzschwellen auf grobem Kies, Schienen in Asphaltbeton u. s. w.) eine erhebliche Erdstrombildung und somit auch eine gefährliche Stromüberleitung in fremden Eigentümern gehörige Metallröhren verhindert wird. Für schon bestehende Bahnstrecken und für mäßige Betriebs- oder Streckenerweiterung solcher kann von der Anwendung der Leitsätze abgesehen werden, wenn nicht unzweifelhaft festzustellen ist, daß wegen Nichtbefolgung dieser Leitsätze elektrolytische Schädigung fremden Eigentumes entstanden oder doch den örtlichen Verhältnissen nach mit Sicherheit zu erwarten ist.

Dagegen empfiehlt sich die Befolgung der Leitsätze bei Erweiterungen an bestehenden Bahnen, sofern dabei die bestehenden Werte von Stromdichte und Spannungsabfall um mehr als 30% überschritten werden.

#### **c) Mittel zur Verhütung der schädlichen Wirkungen.**

Die wesentlichsten Mittel sind im vorhergehenden bereits erwähnt worden.

Sie bestehen in tunlichst isolierter Verlegung der Schienen, die aber auf die Dauer weder durch Pech-, noch durch Teeranstrich zu erzielen ist, und vor allem in einer Erhöhung des Selbstschutzes der Rohrleitungen, etwa durch Einfügung isolierender Zwischenstücke. Hier kommen jedoch vor allem die elektrischen Methoden in Betracht, durch welche der Abfall in der Schienenrückleitung vermindert werden kann. Dies kann, wie schon erwähnt, geschehen durch Erniedrigung des Gleiswiderstandes unter Verwendung schwerer Schienen, durch isolierte Rückspeisekabel und durch Zusatzdynamos, welche so geschaltet sind, daß die zu schützenden Rohrmassen negativ gegen die Schienen werden, sodaß also im Fall der Elektrolyse das Metall nach den Rohren hin, nicht von ihnen weggeführt werden würde. Das erste Verfahren der Erhöhung des Schienenquerschnitts über den betriebsmäßig erforderlichen Wert ist teuer und wenig zweckmäßig. Dagegen finden isolierte Rückspeisekabel mehr und mehr Anwendung.

#### **d) Rückspeisekabel.**

Die Gesichtspunkte, die bei ihnen in Betracht zu ziehen sind, sind genau dieselben, wie sie bei Lichtleitungsnetzen erörtert wurden, oder wie sie im vorliegenden Kapitel für die positiven Speisekabel Erwähnung gefunden haben.

Man kann sich das ganze Bahnnetz zerlegt denken in zwei annähernd gleich konfigurierte Netze, von denen die Oberleitung durch die positiven Speiseleitungen Strom zugeführt erhält, während der zu geschlossenen Maschen zusammengefaßten Rückleitung durch negative Speiseleitungen Strom abgenommen, sozusagen abgesaugt und zur Zentrale zugeführt wird.

In Hamburg hat man isolierte Rückleitungen ungefähr im Umfang der Speisekabel für die oberirdischen Fahrdrähte verlegt und die Schienen außerdem alle 100 m durch Querverbindungen überbrückt. Nach v. Gaisbergs Ausführungen<sup>13)</sup> wurden die Rückleitungskabel zum Zweck der Verbindung mit den Schienen in Kabelbrunnen eingeführt, die in der Regel im Bürgersteig Platz fanden. Von hier aus erfolgte die Verbindung mit den Schienen durch blanke Kupferdrähte, welche bis zu den Schienen in mit Asphalt ausgegossene Holzkanäle eingelegt wurden. Letzteres hat den Zweck, zwischen den Schienen und der Kabelarmierung eine größere Schicht schlechtleitender Erde zu haben und dadurch einem Stromübergang von den Schienen auf die Kabelarmierung vorzubeugen. Das derzeitige Straßenbahnnetz und die Lage der Elektrizitätswerke sind aus dem Plan (Fig. 211) zu ersehen. In diesem sind die Anschlußpunkte der isolierten Rückleitungen an die Schienen zur Unterscheidung ihrer Zugehörigkeit zu den drei Elektrizitätswerken in der Carolinenstraße, in Barmbeck und an der Bille mit arabischen und römischen Zahlen bzw. mit Buchstaben bezeichnet.

Die Anordnung der Rückleitungspunkte im Schienennetz entspricht nach den bei der Projektierung angestellten Berechnungen der Bedingung in § 4 Absatz 3 der Leitsätze der Erdstromkommission, wonach die Spannungsunterschiede dicht neben den Gleisen, bezogen auf den Jahresdurchschnitt der Belastung, 0,3 V nicht überschreiten sollen. Eine Ausnahme bildet die vom Hamburger Bahnnetz nach Harburg abzweigende Strecke, deren Schienen größtenteils auf Holzschwellen und Kiesbettung verlegt sind und daher auch größere Spannungsunterschiede aufweisen dürfen.

Behufs Überwachung einer richtigen Stromverteilung auf die Rückleitungskabel werden mit Hilfe der Kabelprüfdrähte die Spannungsunterschiede zwischen den Rückleitungspunkten des Schienennetzes in den drei Elektrizitätswerken zeitweise gemessen, um erforderlichen Falles durch Drahtwiderstände, welche

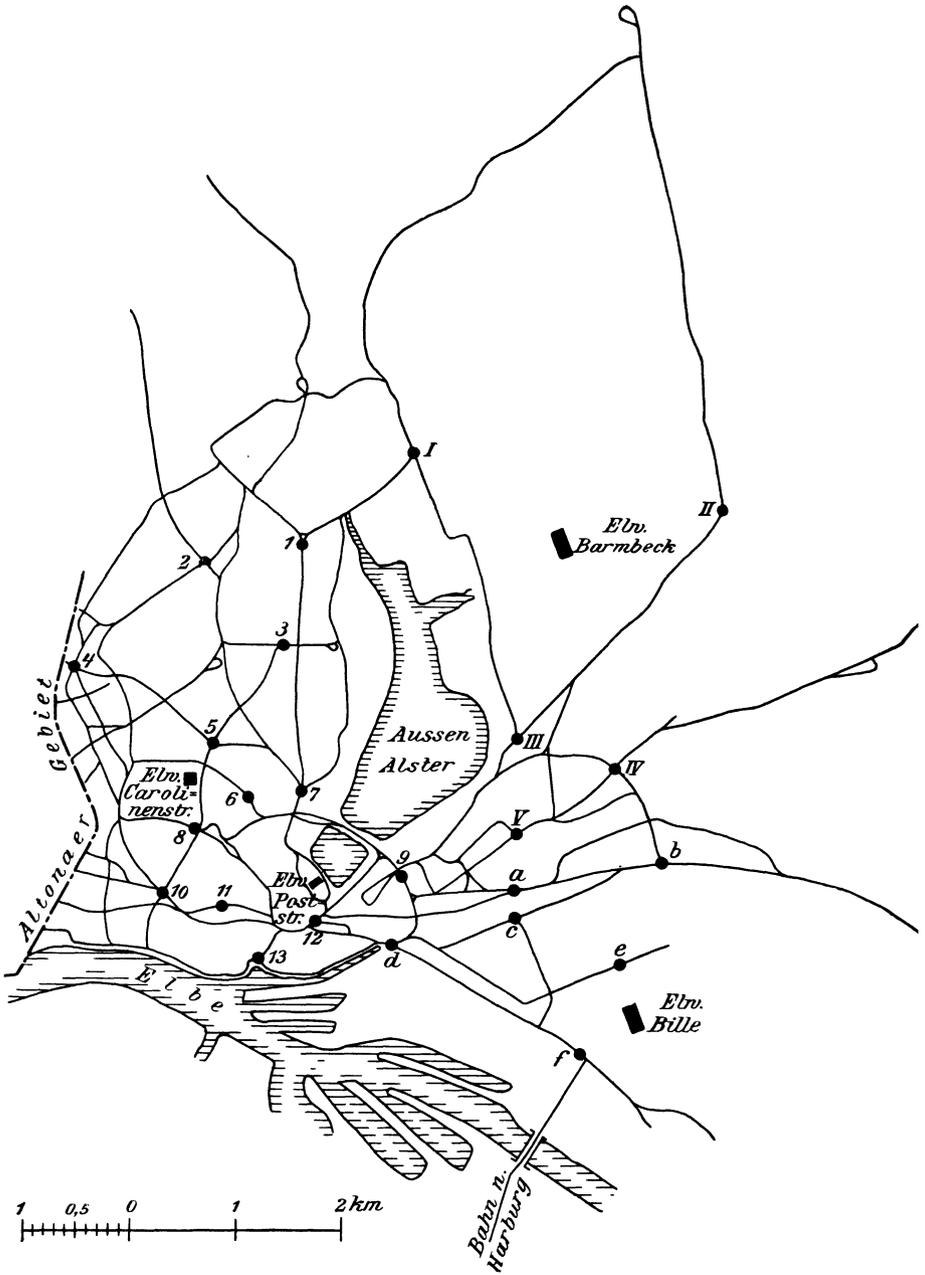


Fig. 211.

in die Rückleitungen eingeschaltet werden, die Stromverteilung zu ändern.

Als Auszug aus diesen Messungen sind die Spannungsunterschiede zwischen benachbarten Rückleitungspunkten in die beiden Pläne (Fig. 212 und 213) eingetragen worden. Für Punkt 8 im Gebiet des Elektrizitätswerks Carolinenstraße sind die Spannungen

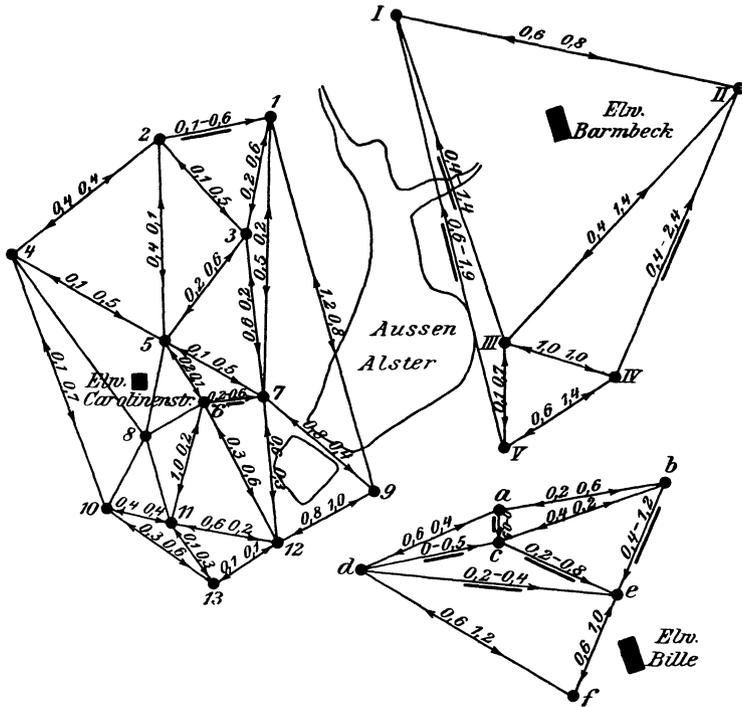


Fig. 212.

wegen Fehlens des Prüfdrahtes nicht gemessen. Die Pfeile neben den Voltzahlen beziehen sich auf die bei den Messungen gefundenen Polzeichen. Pfeile nach zwei Richtungen besagen, daß die Polzeichen in dem durch die Zahlen angegebenen Umfang zwischen + und - geschwankt haben, bei nur einem Pfeil, also unverändert gebliebenem Polzeichen, sind die gemessene höchste und niedrigste Spannung angegeben und unterstrichen. Fig. 212 stellt für die Versorgungsgebiete der Elektrizitätswerke in Barmbeck und an der

Bille den Zustand vor dem Einbauen von Drahtwiderständen in einige Rückleitungen dar; Fig. 213 die Messungsergebnisse, nachdem beim Barmbecker Werk in die Rückleitungen I und II, bzw. beim Werk an der Bille in die Rückleitungen e und f Widerstände eingeschaltet waren. Aus dem Vergleich der in die beiden Pläne eingetragenen Messungen ist die durch das Einschalten der

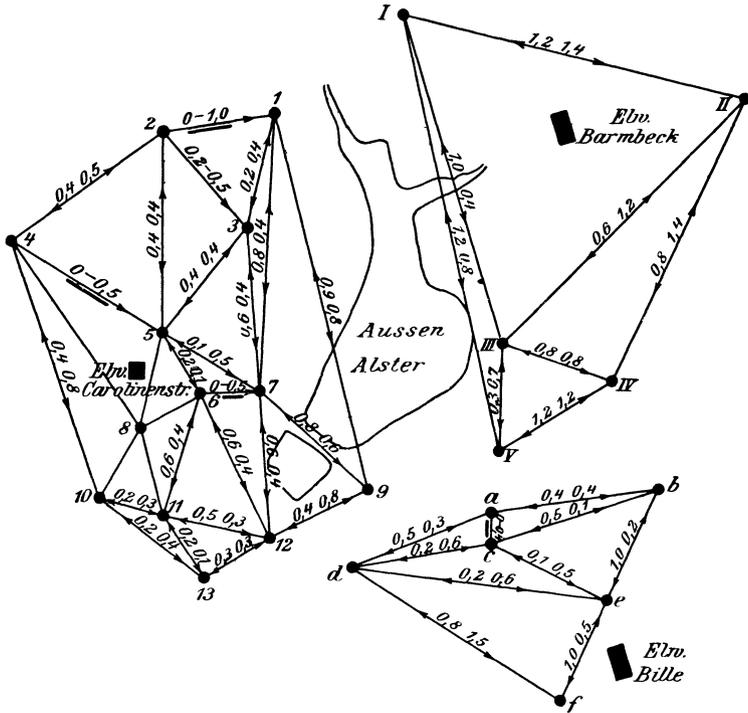


Fig. 213.

Widerstände eingetretene Verringerung der Spannungsunterschiede zwischen den in Frage kommenden Rückleitungspunkten namentlich im Gebiet des Elektrizitätswerks Barmbeck deutlich zu erkennen. Zu verschiedenen Tageszeiten vorgenommene Messungen haben ins Gewicht fallende Abweichungen nicht ergeben. Um zu zeigen, welche geringe Abweichungen periodisch vorgenommene Messungen bei unverändertem Zustand des Rückleitungsnetzes ergaben, wurden für das Gebiet des Elektrizitätswerks Carolinen-

straße, in welchem die Widerstände der Rückleitungen unverändert geblieben sind, in Fig. 212 die Messungsergebnisse von Anfang April und in Fig. 213 von Mitte Mai d. J. eingetragen.

Nach dem Vorerwähnten kann der Zustand der Rückleitungsnetze elektrischer Bahnen ohne viel Mühe durch zeitweise vorzunehmende Untersuchungen in den Hauptteilen überwacht werden. Ferner zeigt der Hamburger Straßenbahnbetrieb, in dessen Gebiet seit Anordnung der erforderlichen Sicherheitsmaßnahmen Rohrzerstörungen nicht mehr nachgewiesen werden konnten, daß die insbesondere seitens der Rohrnetzverwaltungen hinsichtlich der Rohrzerstörung durch Erdströme elektrischer Bahnen gehegten Befürchtungen jetzt als beseitigt gelten können.

#### e) Die Kappsche Methode der Absaugung durch Zusatzdynamo.

Wenn man nach Kapps Vorschlag (D. R. P. 88275 vom 3. 10. 1895) eine Zusatzdynamo Z D an einen Rückspeisepunkt anschließt, kann man bei entsprechender Erregung einen größeren oder kleineren Teil des Abfalls, der in den isoliert gedachten Schienen auftritt, kompensieren, ohne gleichzeitig einen entsprechenden Verlust in dem isolierten Rückspeisekabel mit entsprechenden Kosten aufwenden zu müssen. Man schaltet in jedes (Rückspeisekabel oder) Absaugekabel mit dem Strom  $J_K$  eine Zusatzdynamo Z D, deren Feld durch den Strom  $J_L$  in der entsprechenden positiven Speiseleitung erregt wird. Der Zweck dieser Anordnung ist, den negativen Spannungsverlust, der durch die Spannung der Sauge-dynamo repräsentiert wird, auch bei den Schwankungen des Speise- und Rückleitungsstromes möglichst genau dem positiven Spannungsverlust, der im Fahrdraht durch den Strom  $J_F$ , in der Schienenleitung durch  $J_S$  erzeugt wird, anzupassen (Fig. 214).

Für unser früheres Beispiel fanden wir unter der Annahme isolierter Schienen etwa 7 Volt maximalen und 5,6 Volt mittleren Abfall und daß die Schwerpunkte der Belastung in den Entfernungen  $\lambda_1 = 2,6$  und  $\lambda_2 = 2,2$  km lagen. Führen wir also dorthin Speisekabel mit dem Verlust Null, so halbieren wir die Strecken, reduzieren die Spannungsverluste in den Schienen auf etwa  $\frac{1}{4}$  und die Erdströme, wegen der kleineren Potentialdifferenzen und kleineren Längen, noch stärker. Ein solches verlustloses Kabel können wir repräsentieren durch eine Kappsche

Absaugedynamo, die gerade den Verlust im Kabel deckt. Ist dieser z. B. 20 Volt, so hätte die erste Zusatzmaschine

$$\frac{20 \times 188}{1000} = 3,7 \text{ KW,}$$

die zweite

$$\frac{20 \times 109}{1000} = 2,2 \text{ KW}$$

zu leisten. Die isolierten Speisekabel würden dabei sämtlichen Strom führen und die Schienen vollkommen entlasten bis zu den Anschlußpunkten in der Entfernung  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ . Ihr Querschnitt wäre allerdings 430 und 210 mm<sup>2</sup>. Die genauere Rechnung läßt

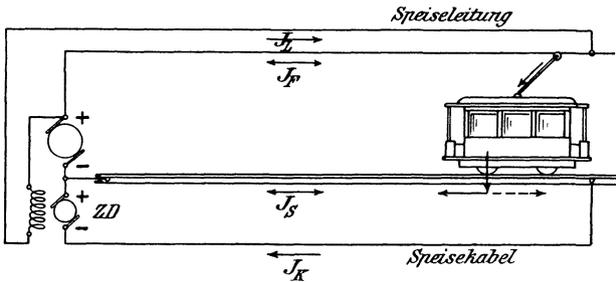


Fig. 214.

sich an Hand der früheren Erläuterungen leicht durchführen, indem man den Einfluß der neu eingefügten Speisepunkte, die Spannungen an ihnen und den Einfluß ihrer Veränderung durch Regulierung auf die Stromverteilung im geschlossenen Schienennetz ermittelt. Alle Grundlagen dafür haben wir in den früheren Kapiteln gegeben. Das Kappsche Verfahren der Schienentlastung durch eine absaugende Zusatzdynamo ist mehrfach mit vollem Gelingen angewendet worden. So z. B. in Bristol, in Dublin und in Schöneberg bei Berlin, wo wegen der großen Ausdehnung des Fahrdragnetzes 18 positive und nur 4 negative oder Schienenspeiseleitungen vorgesehen sind, sodaß die 4 Kappschen Zusatzdynamos den mehreren Speisepunkten entsprechenden Rückstrom aufnehmen müssen.

Betrachtet man die Schaltung der Fig. 214 genauer, so sieht man, daß die Zusatzdynamo mit der Hauptdynamo zusammen ein unsymmetrisches Dreileitersystem bildet, dessen Mittelleiter die

Schienen sind. Man kann die Störungen durch vagabundierende Ströme vollständig vermeiden, wenn man die Bahnlinie in Gestalt eines Dreileitersystems ausführt und beide Hälften stets vollkommen gleichmäßig belastet. Die letztere Bedingung ist nicht erfüllbar; das Dreileitersystem ist aber verschiedentlich angewendet worden, wo entsprechende Verhältnisse gegeben waren.

### **5. Leitungsberechnung bei Wechsel- und Drehstrombahnen.**

Die Elemente der Energieübermittlung bei diesen Anlagen bestehen aus den meist für hohe Spannungen, 6000—30000 Volt, bestimmten Primärleitungen, den Transformatoren und den sekundären oder Arbeitsleitungen, welche in der Regel bei Wechselstrom durch einen, bei Drehstrom durch zwei Fahrdrähte als Zuleitung und durch die Schienen als Rückleitung gebildet werden.

Die Grundlage zur Ermittlung der bis zu den jeweiligen Belastungspunkten auftretenden Spannungsabfälle und Energieverluste bildet auch hier das Belastungsdiagramm, das durch den Fahrplan, das Längenprofil und die Beschaffenheit der Strecke, das Gewicht und die Geschwindigkeit der Züge bestimmt ist.

Aus dem veränderlichen Charakter des Belastungsdiagrammes folgt ohne weiteres, daß eine genaue Berechnung dieser Verluste schwierig und zeitraubend, aber auch weniger wichtig ist als bei annähernder Konstanz der Belastung. Hier sind die einem örtlichen Punkt entsprechenden Werte zeitlich stark verschieden und die einem Zeitpunkt entsprechenden Werte örtlich nach unbestimmbaren Gesetzen verteilt. Glücklicherweise aber treten die höchsten Beanspruchungen nur vorübergehend beim Anfahren und während der Beschleunigungsperiode auf, sodaß ein Fehler in der Ermittlung des für den Effektverlust maßgebenden Faktors

$$c = \frac{\sqrt{M(i^2)}}{M(i)}$$

nicht allzu stark ins Gewicht fällt. Der Charakter und die Überlastungsfähigkeit der Motoren sind ähnlich den der Gleichstrommotoren und die bei ihnen auftretenden Unterschiede in den Phasenverschiebungen zwischen den Strömen einzelner Abzweigungen und

zwischen Strom und Spannung eines verschieden belasteten Motors können in erster Annäherung vernachlässigt werden, obgleich wir hier auch die Mittel und Wege angegeben haben, wie sie genau zu berücksichtigen wären, wenn man diese erhebliche Arbeit nicht für praktisch unnötig erachtete.

Man entwirft die primäre und sekundäre Leitungsanlage, indem man dabei auf die Schirmwirkung bei Wechselströmen achtet, für einen maximalen Spannungsverlust von je etwa 10 %, ordnet die Leitungen aber so an, daß diese Höchstwerte niemals gleichzeitig erreicht werden, sondern der maximal gleichzeitig auftretende Verlust etwa 9—10 % der transformierten Motorspannung ausmacht. Dies ist offenbar keine eindeutig bestimmte Aufgabe, sondern mehr eine Variationsrechnung, die der Geschicklichkeit und dem Gefühl im Erfassen der charakteristischen Fälle ein weites Feld läßt.

Die Speiseleitungen werden, soweit ihre Anzahl und der Spannungsverlust in Betracht kommen, wie die Speiseleitung für ein Transformatorennetz, soweit die Verluste und wirtschaftliche Rücksichten in Betracht kommen, wie die Speiseleitungen für ein mit Gleichstrom betriebenes Bahnnetz berechnet. Man wird jedoch in vielen Fällen den Faktor  $c$ , der das Verhältnis des Flächenwerts zum Linienwert des Stromes darstellt, nur annähernd ermitteln können, indem man als Linienwert einen durchschnittlichen Strom aus der Zahl der Tonnenkilometer und des mittleren Verbrauchs in Wattstunden pro Tonnenkilometer zugrunde legt.

In den Transformatoren treten wechselnde Verluste und Belastungen dadurch auf, daß sich die Last allmählich von der Anschlußstelle des einen Transformators längs der Fahrleitung zum Anschlußpunkt des nächsten Transformators vorschiebt. Bei gleichen Transformatoren mit gleichen primären Klemmenspannungen wird dann jeder die Hälfte der Last übernehmen, wenn diese in der Mitte zwischen den Anschlußstellen angreift, sonst wird immer der der Last am nächsten liegende Transformator am meisten zu ihrer Speisung herangezogen. Auch diese Verhältnisse haben wir auf Seite 216 ff. bereits betrachtet, doch liegt hier der Fall noch etwas komplizierter, weil hier die Verschiebung der Last nicht nur zufällig durch Zu- oder Abschaltungen wie beim Lichtnetz erfolgt, sondern den Zweck der ganzen Anlage bildet und deshalb genauer betrachtet werden muß.

Bei Vernachlässigung des durch den Erregerstrom hervorgerufenen Spannungsabfalls kann der gesamte Abfall in einem Transformator stets mit völlig ausreichender Genauigkeit proportional dem äquivalenten Richtungswiderstand  $r$  des Transformators gesetzt werden (vergl. Gl. 24) und 24a) I, S. 153—155). Dieser Richtungswiderstand wird nun bei den praktischen Berechnungen als Ohmscher Widerstand betrachtet, oder, was dasselbe ist, die für Richtungswiderstände aufgestellten Vektorgleichungen werden als algebraische aufgefaßt. Und in dieser Form leistet der Richtungswiderstand  $r$  gute Dienste sowohl bei der Berechnung der Kontaktleitungen als auch bei der Bestimmung des ungefähren Maßes, in welchem die Nachbartransformatoren an einer Belastung teilnehmen. Streng genommen, beteiligen sich sämtliche primär und sekundär parallel geschalteten Transformatoren an der Versorgung der in irgend einem Punkt konzentriert gedachten Belastung. Praktisch genügt es, die vier dem Belastungspunkt am nächsten liegenden Transformatoren in die Rechnung einzubeziehen, da die Transformatoren 5—20 km voneinander entfernt sind und die weiter abliegenden praktisch nur noch vernachlässigbare Ströme liefern. Wir nehmen also (Fig. 215) vier Transformatoren,  $T_1$  bis  $T_4$ , an, die primär dieselbe Klemmenspannung aus der Primärleitung erhalten und sekundär an die Arbeitsleitung so angeschlossen sind, daß die Widerstände der Arbeitsleitung zwischen je zwei Transformatoren gleich  $\mathfrak{R}$  sind. Diese Widerstände sind (wegen der Schienenrückleitung und der Induktanz der Fahrdrähte) streng genommen ebenfalls Richtungswiderstände und die Gleichungen demzufolge nur Vektorgleichungen. Wir schreiben sie auch in dieser Form, behandeln sie aber dann später doch nur als algebraische Gleichungen, wobei der Fehler in Bezug auf Effekt- und Spannungsverlust nach der sicheren Seite hin liegt.

Es soll nur an einer Stelle zwischen  $T_2$  und  $T_3$  die Belastung  $J$  auftreten, die von 2 um  $R_1$ , von 3 um  $R_2$  Ohm absteht. Gesucht sind die Belastungen der vier Transformatoren,  $(J_1 - x)$ ,  $(J_2 - y)$ ,  $x$  und  $y$ , deren äquivalente Richtungswiderstände  $r_1, r_2, r_3, r_4$  sind.

Da die Primärspannungen (praktisch) gleich angenommen wurden, verhält sich

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathfrak{R}_2 + \frac{r_3(r_4 + \mathfrak{R})}{r_3 + r_4 + \mathfrak{R}}}{\mathfrak{R}_1 + \frac{r_2(r_1 + \mathfrak{R})}{r_2 + r_1 + \mathfrak{R}}}.$$

Sind die vier Transformatoren von gleicher Leistung und Bauart, so kann man hierfür schreiben

$$\left| \frac{J_1}{J_2} = \frac{\mathfrak{R}_2 + \alpha}{\mathfrak{R}_1 + \alpha} \right|,$$

wobei

$$\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}, \quad J_1 + J_2 = J,$$

also

$$\left| \frac{J_1}{J_2} = \frac{(\mathfrak{R} + \alpha) - \mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_1 + \alpha} \right|.$$

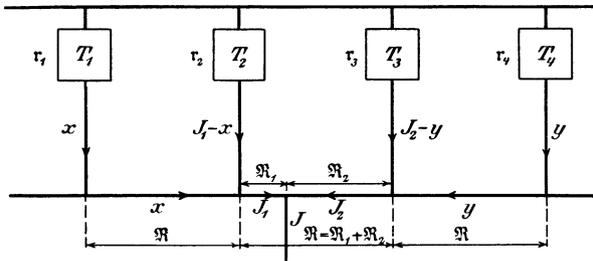


Fig. 215.

Hieraus läßt sich für  $\mathfrak{R}_1 = 0$  und  $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}$  (oder  $\mathfrak{R}_2 = 0$  der Wert von  $J_1$  berechnen. Trägt man Fig. 216 diese beiden Punkte a und b in ein Koordinatensystem ein, dessen Abszissen die Werte von  $\mathfrak{R}_1$  sind, so erhält man durch Verbindung von a und b die Gerade  $\overline{ab}$ , die in ihrem Abstand von der  $\mathfrak{R}_1$ -Achse die Werte für alle  $J_1$ , in dem Abstand von der  $\mathfrak{R}_2$ -Achse die Werte für alle  $J_2$  ergibt. Es ist dies eine von der früher in Fig. 119 gegebenen Darstellung etwas abweichende Art der graphischen Festlegung der Verhältnisse; die frühere Darstellung Fig. 119 wäre natürlich auch hier verwendbar. Für x und y ergeben sich die Vektorproportionen

$$\left| \frac{x}{J_1 - x} = \frac{r_2}{r_1 + \mathfrak{R}} \right| \quad \text{und} \quad \left| \frac{y}{J_2 - y} = \frac{r_3}{r_4 + \mathfrak{R}} \right|$$

oder

$$x = J_1 \frac{r_2}{r_1 + r_2 + \mathfrak{R}} = b J$$

und

$$y = b J_2.$$

Die Summe der Belastungen von  $T_1$  und  $T_4$  ergibt also eine konstante Größe, nämlich

$$x + y = J b$$

und analog ergibt die Belastung der beiden anderen Transformatoren eine konstante Größe, nämlich

$$(J_1 - x) + (J_2 - y) = J - (x + y) = J(1 - b).$$

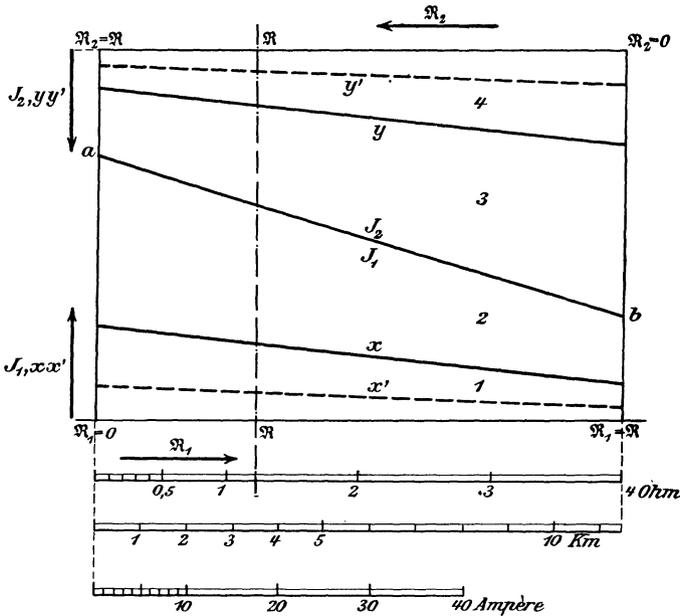


Fig. 216.

Das Beispiel entspricht dem Fall, daß die Transformatoren für je 60 KVA Wechselstrom bei 3000 Volt in Entfernungen von je 11,4 km von einander aufgestellt sind. Der Fahrdrabt aus 8 mm Kupfer hat dann zwischen 2 Stationen den Widerstand  $R = 4$  Ohm. Der Gesamtanfall der Transformatoren bei der in Betracht kommenden mittleren Phasenverschiebung beträgt auf den sekundären oder Arbeitskreis bezogen 100 Volt, sodaß  $r = \frac{100}{20} = 5$  Ohm ist.

Hieraus berechnet sich für  $J = 40$  Ampère

$$\alpha = \frac{5 \cdot 9}{14} = 2,5;$$

also

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{6,5 - \mathfrak{R}_1}{2,5 + \mathfrak{R}_1}.$$

Für  $\mathfrak{R}_1 = 0$  ergibt sich  $J_1 = 28,9$ ,  $J_2 = 11,1$  Ampère, entsprechend dem Punkt a von unten für  $J_1$  und von oben für  $J_2$  gerechnet. Analog ergibt sich  $x = \frac{5}{14} J_1 = 10,3$  Ampère,  $y = \frac{5}{14} J_2 = 3,96$  Ampère für  $\mathfrak{R}_1 = 0$ , oder  $x = 3,96$  und  $y = 10,3$  für  $\mathfrak{R}_2 = 0$ .

Hätte man die beiden nächsten Transformatoren gleicher Größe noch berücksichtigt, so hätte man für  $\mathfrak{R}_1 = 0$  ihre Ströme  $x' = \frac{5}{14} x = 3,68$  A und  $y' = \frac{5}{14} y = 1,41$  A gefunden. Die Linien, die diesen Korrekturen entsprechen, sind mit  $x'$  und  $y'$  bezeichnet und punktiert angedeutet worden. Man sieht, daß es genügt nur 4 Transformatoren in Betracht zu ziehen, da ja auch die Annahme der Größe und des Ortes der wandernden Belastung eine größere Genauigkeit nicht rechtfertigt.

Es genügt also zur Ergänzung des Diagrammes die Werte von  $x$  und  $y$  für  $\mathfrak{R}_1 = 0$  zu berechnen, um die weiteren Geraden einzeichnen zu können, welche die Belastung der 4 Transformatoren abgrenzen, während sich  $\mathfrak{R}_1$  von 0 bis  $\mathfrak{R}$  ändert.

Dieses Diagramm ergibt den Anteil, welcher von der Belastung auf jeden der vier Transformatoren entfällt, wenn sich ein Zug von der Transformatorstation 2 gegen 3 bewegt.

Sind die Entfernungen zwischen den Stationen, oder die Leistungsfähigkeiten der Transformatoren nicht gleich, so sind die Berechnungen umständlicher, aber in den meisten praktischen Fällen läßt sich die obige einfache Berechnung mit genügender Annäherung benützen.

Die Berechnung der Arbeitsstrecken unterscheidet sich wie bei allen Fahrdrathleitungen insofern von sonstigen Leitungsberechnungen, als hier der Leitungsquerschnitt sich gewöhnlich nicht als das Resultat der Rechnungen ergibt, sondern vielmehr

von vornherein festgestellt erscheint. Man benützt bei Dreiphasenanlagen gewöhnlich Kupferdrähte von  $50 \text{ mm}^2$ , bei schweren Betrieben Profildrähte von  $80 \text{ mm}^2$  Querschnitt; die beiden haben sich als Normalquerschnitte für allerlei Betriebe als ausreichend erwiesen. Die Rechnungen zielen nur auf die Feststellung der Entfernung der Transformatoren ab und lassen eventuell eine Abweichung von der für den Fahrdraht gewählten Betriebsspannung als wünschenswert erscheinen.

Die Grundlage der Rechnungen bildet der zulässige Spannungsabfall, dessen Höchstwert gewöhnlich zwischen 5 und 10% gewählt wird, und dessen Durchschnittswert etwa  $\frac{1}{2}$  bis  $\frac{3}{4}$  hiervon beträgt.

In derlei Berechnungen wird zwischen Stadtbahn- und Vollbahnbetrieben gewöhnlich ein Unterschied gemacht, indem bei ersteren der Betrieb zum überwiegenden Teile aus dem Anfahren und Auslaufen der Züge besteht. Da das Anfahren mit großer Beschleunigung erfolgt, stellt die hiebei aufgewendete Energie einen bedeutend größeren Wert dar, als sonst zur Beförderung der Züge erforderlich ist. Diese großen Stromstöße, welche sich an jeder der einander nahe liegenden Stationen rasch nacheinander wiederholen, lassen es als wünschenswert erscheinen, sämtliche Stationen von vornherein mit Transformatoren zu versehen. In diesem Falle beschränkt sich die Berechnung auf einzelne Kontrollfälle. Es ist aber durchaus nicht ausgeschlossen, daß man bei Stadtbahnen eine ähnliche Transformatorverteilung wie für Fernbetrieb mit Vorteil anwendet. In diesem Fall sind die Teile der Arbeitsleitungen mit einander durch die Transformatoren verbunden, während im ersteren Fall jedes Stationsintervall eine von allen anderen ständig isolierte Abteilung bildet. Für den Abfall in den Schienen ist eine besondere Rechnung erforderlich, wobei zu beachten ist, daß die Schienen nur so wirken, als ob nicht ihre Masse, sondern nur eine dünne äquivalente Schicht rings um den Schienenumfang homogen leitend wäre<sup>14)</sup>. Der Widerstand der Schienen wird bei 50 Perioden etwa auf das Achtfache, bei den für Bahnen verwendeten Frequenzen von 15 bis 20 sek. Perioden etwa auf das Vierfache des Schienenwiderstandes bei Gleichstrom erhöht.

Bei der Feststellung der Entfernungen der einzelnen Transformatorstationen ist auch darauf Rücksicht zu nehmen, daß durch Schadhafwerden eines Transformators die benachbarten nicht zu

stark überlastet werden und der Abfall etwa 12—13% nicht übersteigt.

Zur Berechnung der Arbeitsverluste in den Transformatoren und Fahrleitungen ist für jede Strecke mit der Fahrzeit  $T$  zwischen zwei Stationen der Wert

$$M(i^2) = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

zu bestimmen, der mit der Ohmschen Komponente des resultierenden Richtungswiderstandes multipliziert werden muß. Dieser resultierende Richtungswiderstand  $\mathfrak{B}$  muß die Strecken und die vier benachbarten Transformatoren einschließen und kann mit einem Fehler nach der sicheren Seite als rein Ohmscher Widerstand wie zuvor aufgefaßt werden. Ob man dies tut oder nicht, jedenfalls läßt sich  $\mathfrak{B}$  aus den im dritten Kapitel des ersten Teils entwickelten Lehren über den Kettenleiter (I, S. 170, Fig. 108 ff) genau ermitteln.

<sup>1)</sup> Vergl. E. Kolben, ETZ. 1892, S. 605. G. Rasch, ETZ. 1892, S. 703. M. Schiemann, Bau u. Betrieb elektrischer Bahnen. Leipzig 1898, Bell-Rasch, Stromverteilung für elektrische Bahnen. Berlin 1898.

<sup>2)</sup> Vergl. hierzu G. Rasch, Über Stromversorgung längerer Bahnlinien, ETZ. 1900, S. 1063.

<sup>3)</sup> Vergl. hierzu bezüglich der Grundlagen und Genauigkeit des Verfahrens: M. Corsepisus, Grundlagen für die Berechnung und den Bau von elektr. Bahnen. Stuttgart 1896; und Die elektr. Bahnen. Stuttgart 1900. E. C. Zehme, Die Betriebsmittel der elektr. Eisenbahnen. Wiesbaden 1903, S. 181. Müller und Mattersdorf, Die Bahnmotoren. Berlin 1903, S. 1 ff.

<sup>4)</sup> L. Schröder, ETZ. 1899, S. 111.

<sup>5)</sup> Vergl. Stromverteilung für elektrische Bahnen. Von Dr. L. Bell. Deutsch von Dr. G. Rasch. S. 49. Berlin 1898.

<sup>6)</sup> A. Sengel, Beitrag zur Berechnung von Speiseleitungen elektrischer Bahnen. ETZ. 1902, S. 335, 487.

<sup>7)</sup> Vergl. zu Störungen physik. Institute Meyer und Mützel, ETZ. 1894, S. 273, 411; Voller, ebd. 1895, S. 288; ferner die Diskussion im Elektrotechn. Verein Berlin, ETZ. 1895, S. 417, 443.

<sup>8)</sup> Vergl. zu Gefährdung von metall. Röhren G. Rasch, ETZ. 1895, S. 198 und 293; M. Kallmann, ETZ. 1899, S. 163, 427; ferner ETZ. 1898, S. 313 und S. v. Gaisberg, ETZ. 1903, S. 492.

<sup>9)</sup> G. Kapp, ETZ. 1896, S. 43 und ETZ. 1902, S. 19; G. Rasch, ETZ. 1896, S. 34, über Absaugedynamos; F. Natalis, ETZ. 1898, S. 168; A. P. Trotter und P. Cardew, Über Rückspeiseleitungen, ETZ. 1898, S. 310; J. Teichmüller, ETZ. 1900, S. 436, Vergleich der sämtlichen Methoden und Angaben über die Absaugung nach Kapp.

<sup>10)</sup> C. Michalke, ETZ. 95, S. 421.

<sup>11)</sup> ETZ. 1903, S. 376.

<sup>12)</sup> Zur Frage der Gefährdung von Metallrohrleitungen durch elektr. Bahnen. R. Ulbricht, ETZ. 1902, S. 212.

<sup>13)</sup> S. v. Gaisberg, ETZ. 1903, S. 492.

<sup>14)</sup> Vergl. Herzog und Feldmann, Über den Widerstand eiserner Wechselstromleiter. ETZ. 1900, S. 844, 861.

---

# Sach-Register,

beide Teile des Werkes umfassend.

- A**bleitung langer Leitungen II, 353.  
Absaugen durch Zusatzdynamo II, 436.  
Admittanz I, 55.  
Äquivalenter Widerstand I, 103, 116; II, 20, 440.  
Akkumulatoren II, 182.  
Aluminium, Kapazität und Induktanz II, 349.  
— Leitung aus II, 371, 391.  
— Reaktanzfaktor II, 384.  
Amerikanische Querschnittmaße II, 392.  
An- und Abswellen des Stromes I, 76, 372, 375.  
Anzahl der Gleichungen II, 301.  
— — Transformatorstationen II, 219.  
Asymmetrische Belastung bei Dreileiter II, 88.  
— — — Dreiphasen II, 100.  
Asynchronmotor I, 160; II, 56.  
Aufwand an Leitungsmaterial II, 12.  
Ausgleichsfaktor bei Mehrphasensystemen I, 232.  
Ausgleichsleitungen II, 79.  
Ausführung des blanken Mittelleiters II, 98.
- B**ahnen, Gefahrzone bei II, 429.  
— Kraftbedarf II, 402.  
— Wechselstrom für II, 438.  
Bahnleitungen I, 10; II, 394.  
Bahnspisekabel II, 410, 417.  
Belastung, veränderliche I, 277; II, 75, 394.  
Benützungsfaktor II, 172.  
Betriebszahl II, 158.  
Beziehungen zwischen Serien- und Parallelschaltung I, 126.  
— — Induktanz und Kapazität I, 128.  
— — Kirchhoffschen Gesetzen I, 201.  
— — Spannungs- und Strombildern I, 201, 295; II, 388.
- Bildung von Netzen I, 13, 191; II, 248, 321.  
Blanke Leitungen, Erwärmung II, 112.  
Blanker Mittelleiter II, 97.  
Brückenschaltung I, 195, 213; II, 323.  
Buchung der Abnahmeströme I, 283.
- D**ämpfungskonstante I, 400; II, 340, 391.  
Determinanten I, 177; II, 315.  
Diagramm des allgemeinen Transformators I, 135, 158.  
— zur Ermittlung des Spannungsabfalls I, 64, 67, 226, 288. II, 93, 104, 368.  
— der Induktanzen I, 336, 339, 341.  
— des Indukt.-Motors II, 56.  
— des Kettenleiters I, 226, 312; II, 388.  
— der langen Leitungen I, 313, 316, 325, 331; II, 368, 378, 388.  
— des Richtungswiderstands I, 52.  
— von Richtungswiderstand mit gegenseitiger Induktion I, 133.  
— der unverzweigten W.-S.-Leitung I, 64.  
— des W.-S.-Transformators I, 135, 163.
- Dimensionierung von offenen Leitungen II, 242.  
— — geschlossenen Netzen II, 246, 337.  
— — Fernleitungen II, 379.  
Drehstrombahnen II, 438.  
Drehstrominduktanz I, 335.  
Drehstromleitungen Kapazität, II, 370.  
Drehstromsystem I, 42, 233; II, 40, 100, 232, 242.  
Dreileitersystem II, 33, 88, 93, 229, 242, 261.
- E**ffektverlust bei Wechselstromleitung I, 63; II, 231.  
— zulässiger II, 44, 52.

- Einfluß der Isolierhülle auf Erwärmung II, 112.  
 — des Leistungsfaktors auf Querschnitt I, 63; II, 381.  
 — veränderl. Belastung I, 277; II, 394, 417.
- Eiserne Leiter, Widerstand ders. I, 390; II, 444.
- Energieverlust, jährlicher II, 163, 252, 418, 445.  
 — rationeller II, 146.
- Energieverteilung, Physikalische Grundlagen ders. I, 23, 50, 216.
- Entwicklung der Leitungsrechnung I, 15.
- Erdströme II, 423.
- Erdung des Mittelleiters II, 93.
- Ersatzschaltungen beim Induktionsmotor I, 156.  
 — langer Leitungen I, 318; II, 347, 356.  
 — beim Transformator I, 149; II, 440.  
 — bei Widerständen II, 274.  
 — zweier Leiter durch äquivalente Leiter I, 318.
- Erwärmung der Leiter II, 106.
- F**ahrplan, graphischer II, 398.
- Feussnersche Methode II, 315.
- Fiktive Leitungslänge II, 21.
- Formfaktor I, 37, 45.
- Fünfleitersystem II, 37, 229, 242.
- G**eschichtliches I, 3.  
 — zur Leitungsrechnung I, 15.
- Gefahrzone bei Bahnen II, 429.
- Gegenschaltung I, 214; II, 15.
- Gegenseitige Induktanz I, 130.  
 — — bei Verdrellung I, 346; II, 355.
- Gerlingsches Verfahren II, 311.
- Geschlossene Leitungsnetze I, 185, 190, 249, 303; II, 246.
- Gleichungen, lineare I, 284; II, 301, 312.
- Gleichungsmethode II, 301.
- Gleiswiderstand II, 397, 413.
- Graphischer Fahrplan II, 398.
- Graphisches Verfahren zur Ermittlung des Spannungsabfalls I, 64, 288, 290.  
 — — für resultierenden Widerstand I, 92, 95, 99, 108, 122.
- Gruppen in Serienschaltung II, 29.
- Günstigste Anzahl der Transformatorstation II, 219.  
 — — der Speisepunkte II, 252.  
 — Größe der Transformatoren II, 222.
- H**auptspannung bei Mehrphasen I, 40.  
 Hilfsgleichung nach Gerling II, 313.  
 Hintereinanderschaltung I, 83.  
 — v. Richtungswiderständen I, 85.  
 Hyperbelfunktion I, 329.
- I**maginäre Zahlen I, 86.
- Impedanz I, 26, 52.
- Impedanzfaktor I, 65.
- Induktanz I, 24, 57, 58.  
 — von Drehstromlinien I, 335.  
 — gegenseitige I, 132, 333.  
 — langer Leitungen I, 331.  
 — negative I, 56.  
 — Tabelle der I, 334.  
 — bei Zweiphasenlinien I, 341.
- Influenzlinie I, 279.
- J**oulesches Gesetz I, 31, 32.  
 Joulescher Verlust I, 61, 219.
- K**abel, dielektrische Hysteresis I, 364.  
 — Erwärmung derselben II, 127, 135.  
 Kapazität I, 24, 354.  
 — bei Drehstromleitungen II, 370.  
 — konzentrischer Kabel I, 356.  
 — verseilter Kabel I, 359.
- Kettenleiter, überbrückter I, 170, 224, 312, 314, 316; II, 380, 440.
- Kirchhoffsche Regeln I, 190, 201.  
 — Gesetze, Beziehungen zwischen ihnen I, 201.
- Klassifizierung elektrischer Anlagen I, 4.
- Knotenpunktsverlegung I, 240, 249, 265.
- Knotenpunkte, vielfache II, 321.
- Knotenspannung I, 185, 189; II, 324.
- Knotenvermehrung II, 320.
- Kondensator als Ersatz für verteilte Kapazität I, 360; II, 352.
- Kondensatorwirkung I, 56, 67.
- Kompensierung I, 67, 73, 161; II, 174.
- Konische Leiter II, 17.
- Konjugierte Richtungszahlen I, 95.
- Konvergenzmethode I, 235.
- Kosten elektrischer Leitungen II, 162.

- Kraftbedarf bei Bahnen II, 402, 406.
- L**ange Leitungen, Ladeströme I, 311.  
 — — Ableitung I, 320.  
 — — Dimensionierung II, 381, 383.  
 — — Verzerrung der Wellen I, 310; II, 338, 357.  
 — — Wellenfortpflanzung I, 386, 398.
- Länge der Wellen, II, 340, 348, 350.  
 Lauffener Phänomen II, 359.  
 Leiter, Erwärmung derselben II, 106.  
 — konische II, 17.  
 Leiterströme I, 191.  
 Leiterverbund I, 187.  
 Leitfähigkeit I, 28.  
 — resultierende I, 103.  
 Leistung bei Wechselströmen I, 49, 216.  
 — für Bahnen II, 394.  
 Leistungsfaktor I, 63; II, 381.  
 — bei gemischtem Motor- und Lichtbetrieb II, 61.  
 — Einfluß des I, 63, 70, 73, 298, 303; II, 61, 71, 381.
- Leitungsbau I, 11.  
 Leitungslänge, fiktive II, 21.  
 Leitungsnetze, siehe Netze.  
 Leitung im weiteren Sinne I, 15.  
 Leitungen, Kosten derselben II, 162.  
 — offene I, 170, 230.  
 — geschlossene I, 185, 190, 249, 303; II, 246.  
 — verzweigte I, 240; II, 17.
- Leitungszahl II, 153.  
 Lineare Gleichungen I, 284; II, 311.  
 Lösbarkeit II, 47.  
 Luftleitung, natürl. Schwingungsdauer I, 369.  
 — Ein- und Ausschalten ders. I, 370.  
 — Kurzschluß I, 376.
- M**aschen I, 13, 191, 218, 277; II, 301.  
 Maschenstrommethode I, 277; II, 302.  
 Materialaufwand bei verschiedenen Systemen II, 228, 242, 244, 249.  
 Maxwellsche Regel I, 196.  
 Mehrleitersysteme II, 33.  
 Mehrperiodische Systeme II, 238.  
 Mehrphasenströme, Definition I, 39.  
 Mehrphasensysteme I, 231.  
 — ausgeglichenes I, 232; II, 37, 224, 231.
- Methode der Netzspaltung II, 333.
- Methode von Feußner II, 315.  
 — von Verhoeckx II, 324.  
 Minimum des Metalls II, 19, 249.  
 — der Kosten II, 144, 252.  
 Mittelwerte bei Wechselstrom I, 48.  
 Monozyklisches System II, 235.  
 Motorenbetrieb II, 49, 70.
- N**äherungsverfahren für lange Leitungen I, 310, 327, 373.  
 — für lange Leitungen nach Breisig, I, 321.  
 — für lange Leitungen, neues II, 356, 361, 374.  
 — für offene Leitungen I, 170, 235.  
 — für verzweigte Leitungen I, 240.  
 — nach Gerling-Gauß II, 311.  
 — nach Gundelfinger-Gauß I, 287; II, 311.  
 — nach Kapp II, 66.  
 — nach Seidel-Mehmke II 235.
- Negative Induktanz I, 57.  
 — Widerstände I, 108, 114; II, 300.
- Netze, Entstehung der Maschen I, 13, 191.  
 — Jährlicher Energieverlust II, 163, 252, 418, 445.  
 — Vereinfachung, s. Transfiguration I, 206, 264; II, 270, 283, 300.  
 — Vermehrung II, 321.  
 — Verwandlung der I, 206, 264; II, 270, 283.
- Netzspaltung II, 333.  
 Netz-Stromrelationen II, 306.  
 Neutraler Leiter II, 33, 39, 93, 100, 102, 232, 261.
- O**ffene Leitung I, 170, 235; II, 8.  
 — — verzweigt, I, 240; II, 17, 23.
- Ohmsches Gesetz I, 27.  
 — — erweitertes I, 47.  
 Ohmsche Widerstände I, 84, 107.  
 Oszillationen bei Luftleitung I, 376.
- P**arallelschaltung I, 82; II, 8.  
 — Beziehung zur Serienschaltung I, 126.  
 — beim Kettenleiter I, 170.  
 — von Ohmschen Widerständen I, 107.  
 — — Richtungswiderständen I, 116; II, 440.  
 — — Serien II, 30.  
 — — Transformatoren II, 270, 440.

- Phasenverschiebung, Definition I, 36, 52, 58.  
 Phasenspannung, Definition I, 40.  
 Polygonschaltung, Definition I, 40, 233.  
 Polyzyklisches System I, 233; II, 236, 241.  
 Praktische Netze I, 236, 250; II, 27.  
 — Auflösung bei Gleichungen I, 284; II, 311.  
 Prinzip der Superposition I, 20, 44; II, 343.
- Q**uerschnitt bei gegebenem Effektverlust I, 63; II, 11.  
 — — langen Leitungen II, 381, 383.  
 — — rationeller II, 146.  
 — bei gegebenem Spannungsverlust I, 63; II, 11.  
 — — verschiedenen Verteilungsarten II, 229.
- R**eaktanz I, 52, 339.  
 Reaktanzfaktor I, 65; II, 383.  
 Rechnung mit imaginären Größen I, 86.  
 Reduziertes Strommoment II, 13.  
 Regulierung II, 67.  
 Reihenschaltung I, 83; siehe Serienschaltung.  
 Rekursive Methode II, 324.  
 Result. Leistungsfaktor bei gemischtem Betrieb II, 61.  
 — Leitfähigkeit I, 103.  
 — Richtungswiderstd. bei gegenseit. Induktanz I, 133, 140.  
 — Widerstand bei Parallelschaltg. II, 20.  
 — — parallelem Richtungswiderstand I, 103.
- Resonanz und Konsonanz I, 365.  
 Richtungswiderstand I, 26, 51, 90, 116, 133, 140, 155; II, 58, 440.  
 Rotierender Umformer II, 71, 223.  
 Rückleitung bei Bahnen II, 412.  
 Rückspeisekabel bei Bahnen II, 431.
- S**cheinbarer Richtungswiderstand I, 146.  
 Scheitelfaktor Definition I, 37, 45.  
 Schiefwinklige Reaktanz I, 339.  
 Schienenrückleitung II, 397, 412, 422.  
 Schienenverbinder II, 397.  
 Schirmwirkg. I, 387 (Skineffekt) II, 444.
- Schwerpunktsprinzip I, 240, 290; II, 26.  
 Schwingungsdauer bei Luftl. I, 369.  
 Scottsches System II, 237.  
 Seidels Näherungsverf. I, 285.  
 Seilpolygon für Spannungsabfall I, 290.  
 Sekundärnetz bei Transf. II, 216, 262, 440.  
 Serienschaltung I, 82; II, 5, 29.  
 — Beziehung zur Parallelsch. I, 126.  
 — von Richtungswiderstd. I, 85, 90.  
 — — R. L. C. I, 94.  
 — — Transformatoren II, 208.
- Spannungsmethode I, 249.  
 Spannungserhöhung bei Kondensatoren I, 73.  
 Spannung, verkettete, Definition I, 40.  
 Spannungsverlust, Definition I, 31.  
 Spaltung der Netze II, 333.  
 Spaltwiderstände I, 114.  
 Speiseleitungen II, 77.  
 — für Bahnen II, 394, 410, 417, 439.  
 — günstigste Anzahl II, 252.
- Sternschaltung, Definition I, 40, 233.  
 — II, 102.
- Strecke eines Netzes II, 321.  
 Strommaxima II, 310.  
 Strom (Schnitt)methode I, 252, II, 302.  
 Strommomente, lineare II, 22.  
 — quadratische II, 21.  
 Stromrelationen eines Netzes II, 306.  
 Stromverteilung I, 16, 201, 218, 303.  
 Superposition I, 20, 44, 189; II, 343, 360.  
 — von Spannungen und Strömen I, 189, 207, 247.
- Suszeptanz, Definition I, 55.  
 Symmetr. Mehrphasensysteme I, 232.  
 Synchronmotoren I, 67, 167; II, 70, 174.
- T**abelle der Belastung bei Kabeln II, 134.  
 — — B. u. S. Gänge II, 392.  
 — zur Berechnung langer Leitungen II, 385.  
 — der Dämpfungskonstante II, 348.  
 — — Erwärmung verlegter Leiter II, 112.  
 — — Funkenstreckenlänge II, 355.  
 — — Induktanzen I, 334; II, 349.  
 — — Indukt. bei Kabeln I, 363.  
 — — Kapazitäten I, 354; II, 349.  
 — — Radiation II, 116, 121.  
 — des Reaktanzfaktors II, 383.

- Teilnetze I, 249; II, 321, 318.  
 Temperaturkoeffizient I, 29.  
 Traktionskoeffizient II, 407.  
 Transfiguration I, 205, 264; II, 270.  
 — ganzer Netze II, 270, 283—300.  
 — eines Vierecks II, 300.  
 Transformatorenanl. II, 212, 439.  
 Transformatoren, günstigste Anzahl II, 219.  
 Transformatorendiagramm I, 135, 149, 158, 215; II, 66.  
 Transformatoren, Sek. Netz II, 216, 396, 439.  
 — Streufelder II, 359.  
 — Wahl der günstigsten Größe II, 222.  
**Überbrückter Parallelerleiter** I, 170, 312, 314, 316; II, 380, 440.  
**Übereinanderlagerung**, vergl. Superposition.  
 Umformer, rotier. II, 71.  
 Unendlich lange Leitungen II, 346.  
 Unsym. Belastung bei Dreil. II, 88.  
 — — — Dreiphasen II, 100.  
**Wagabundierende Ströme** II, 423, 429.  
 — — Verhütung ihrer Wirkgn. II, 431, 436.  
 Vektorprodukte I, 50, 207.  
 Veränderung der Belastung I, 277; II 75.  
 — — Konstanten I, 68.  
 Verbuchung der Abnahme etc. I, 283.  
 Verdrillung der Leitungen I, 346; II, 355.  
 Vergleich verschiedener Systeme II, 227, 382.  
 Verkettete Spannung, Definition I, 40, 233.  
 Verkettetes System II, 39.  
 Verlegung der Belastg. auf d. Knotenpunkte I, 240, 249, 265; II, 267.  
 Verteilung durch Akkum. II, 182.  
 Verteilungssysteme, Einteilung II, 4.  
 — Entwicklung II, 5.  
 — verschiedene II, 217.  
 Verteilung durch Transformatoren II, 208.  
 Verschiedenheitsfaktor II, 171.  
 Verzerrung der Wellen I, 310; II, 338, 357.  
 Verzögerung und Voreilung I, 52, 58.  
 Verzweigte Leitungen I, 240; II, 17.  
 Vielfache Knotenpunkte II, 321.  
 Vierecktransfig. II, 300.  
 Vierphasensystem I, 41; II, 39, 232.  
 Volumen an Leitungsmat. II, 12.  
 — minimales II, 19.  
 Vorteil hoher Spannungen I, 21, 71; II, 201.  
**Wattkomponenten** I, 27, 50.  
 Wattlose Komponenten I, 27, 50.  
 Wechselströme bei Bahnen II, 396.  
 — Grundlagen I, 33.  
 — Leistung I, 49.  
 — Mittelwerte I, 48.  
 — Netze I, 305; II, 213, 230.  
 — Richtungswiderstand I, 51.  
 Wellenfortpflanzung längs Drähten I, 24, 386, 398; II, 339.  
 Wheatstonesche Brücke I, 195, 213; II, 323.  
 Widerstand der Schienen II, 413.  
 Widerstandstreue Umbildung (Transfiguration) I, 206, 264; II, 270, 283, 300.  
 Widerstandsoperator I, 26.  
 Wirkung der Verdrillung I, 246; II, 355.  
 Wirtschaftliche Rücksichten II, 144, 174, 219, 222, 252, 417.  
**Zellenschalterleitungen** II, 187—200.  
 Zerspaltung in 3 Ströme I, 56.  
 — — 3 Spannung I, 54.  
 — der Netze II, 333.  
 Zufügung von Knoten II, 321.  
 Zulässiger Energieverlust II, 44, 52.  
 — Spannungsverlust II, 45, 87.  
 Zulässigkeit der Superposition b. lg. Leitungen II, 360.  
 Zusatzdynamos b. Bahnen II, 436.  
 Zweileitersystem II, 9, 228, 242, 246.  
 Zweiphasenlinien, Induktanz I, 341; II, 38.  
 Zyklenströme I, 218.

## Druckfehlerverzeichnis zum ersten Teil.

Seite	Zeile				
24	5	von oben	lies	(MMK) statt (EMK)	
26	5	- unten	-	$\Re$ - R	
36	2	- o.	-	$a' p'$ - $a' q'$	
48	4	- o.	-	$\omega t + \varphi$ - $\omega + \varphi$	
51	3	- u.	-	Fig. 13 - Fig. 12	
60	9	- u.	-	$\sqrt{(A F_1 - D_1 F_1 \cos \varphi_1)^2 + (D_1 F_1 \sin \varphi_1)^2}$	
60	5	- u.	-	A K statt A H	
61	7	- u.	-	$E_1'$ - $E_1$	
63	4	- o.	-	$p = a$ statt $p = g$	
64	7	- o.	-	$A C = J \cdot R$ statt $J \cdot R$	
65	2	- o.	-	$\sqrt{E_2^2 + \dots}$ - $\sqrt{E_2 + \dots}$	
77	7	- o.	-	$i - \frac{E}{R}$ statt $i - \frac{E}{R}$	
85	7	- o.	-	$E_1$ statt E und	
			-	$r_1 - (-r_2) = r_1 + r_2$ statt $r_1 + (-r_2) = r_1 - r_2$	
102	4	- o.	-	$j(20 \cdot 18,5 - 20 \cdot 18,5)$ statt $j(20 \cdot 18,5 - j \cdot 18,5)$	
123	3	- u.	-	d statt $\alpha$	
124	2	- o.	-	$J = \frac{E}{\Re} = \frac{200}{16,8} = 11,9$ statt	
			-	$J = \frac{E}{R} = \frac{200}{16,7} = 11,96$	
125	1	- u.	-	$\frac{14,5}{9,2}$ statt $\frac{14,2}{9,0}$	
138	8	- u.	-	$R_2$ - $R_1$	
146	15	- u.	unter der Wurzel soll stehen:		
				$\frac{(R_1 R_2 - \omega^2 L_1 L_2)^2 + \omega^2 (L_1 R_2 + L_2 R_1 - \omega M)^2}{R_1^2 - \omega^2 (L_1 - M)^2}$	
151	12	- o.	lies	$\Re_0$ statt $R_0$	
152	2	- u.	-	2000 - 200	
155	8	- o.	-	$\Re_2$ - $\Re_2^2$	
157	7	- o.	-	$L_2$ - $L^2$	
161	11	- u.	streiche	$A C$ } statt $J_m$ -	
	12	- u.	lies	$J_m = A C$ }	
162	15	- u.	-	$A_1$ statt $A_2$	
193	3	- o.	-	(1) - (1)	
193	5	- o.	-	(1 + 2) - (1 + 2)	
195	4	- o.	-	e - C	
195	7	- o.	-	$= e$ - $= 0$	

Druckfehlerverzeichnis zum ersten Teil.

Seite	Zeile				
196		in der Determinante $D_n$ , 2. Spalte, 5. Reihe	lies	$-1$	statt $-0$
197	18	von o.	lies	$(1 + 2 + 3 + 4)$	statt $(1 + 3 + 3 + 4)$
209	7	- o.	-	$\frac{A - C}{b}$	statt $\frac{A - C}{C}$
211	8	- u.	-	0	statt C
213	7	- o.	-	$K_a = \frac{K_\beta K_\gamma}{K_a + K_\beta + K_\gamma}$	
				statt $K_a = \frac{K_b K_c}{K_a + K_b + K_c}$	
218	13	- o.	-	Fig. 117	statt Fig. 132
251	9	- u.	-	76,19	- 63,25
	7	- u.	-	$76,19 + 8,33 = 84,52$	statt $63,25 + 8,33 = 71,68$
	5	- u.	-	$84,52 - 20 = 64,52$	- $71,68 - 20 = 51,68$
257	4	- u.	-	0,06	statt 0,006
262	in Gleichung b)	-	-	$x_2$	- x
265	Zeile 1 von	u.	-	0,015	- 0,0015
267	- 1 -	u.	-	24,25	statt 21,44
				8,75	- 8,5
				6,05	- 5,91
				} diese neuen Strom- werte sind auch in Fig. 182 einzutragen	
274	- 3 -	u.	-	Fig. 194	statt Fig. 192
275	- 10 -	u.	-	5,12	- 5,13
276	- 12 -	o.	-	Sternes	- Stromes
286	- 6 -	u.	-	$N_3$	statt $N_2$
295	in Figur 209	-	-	$I'$	- T
319	in Formel 10)	-	-	$= j \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{R}}} \sin j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}}$	
329	lies $J = \dots = i \cos j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} - j e \sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{C}}} \sin j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}}$				
	$E = \dots = e \cos j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}} - j i \sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{R}}} \sin j \sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{C}}$				
354	- C =	$\frac{0,02413}{2 D}$	Mikrofarad pro km Doppelleitung.		
		$\lg_{10} \frac{1}{d}$			
	Die Werte der Tabelle S. 354 stimmen hiermit überein.				
389	Zeile 3 von	u.	lies	versehen	statt vorstehen
	- 2 -	u.	-	eiserne	- einserne
	- 2 -	o.	-	$\frac{\rho l}{f}$	- $\frac{\rho l}{\mu f}$
	- 13 -	u.	-	$\frac{1}{48}$ und $\frac{1}{665}$	statt $\frac{1}{48}$ und $\frac{1}{665}$