

Kurzes Lehrbuch  
der  
**Elektrotechnik**  
von  
Dr. Adolf Thomälen

Kurzes Lehrbuch  
der  
**Elektrotechnik.**

Von

**Dr. Adolf Thomälen,**  
Elektroingenieur.

Fünfte, verbesserte Auflage.

Mit 408 in den Text gedruckten Figuren.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH  
1912

Alle Rechte, insbesondere das der  
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

ISBN 978-3-662-35703-3

ISBN 978-3-662-36533-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-36533-5

Softcover reprint of the hardcover 5th edition 1912

## Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den allgemein verständlichen Darstellungen und den Spezialwerken. Es will den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt machen, sondern ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen aneignen, mit deren Hilfe er sich die Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik erklären kann. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf rechnerischem und zeichnerischem Wege zu verfolgen. Dabei sind die Rechnungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben sowie das Eingehen auf Einzelheiten der Ausführung verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender und konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

---

## Vorwort zur fünften Auflage.

Die vorliegende fünfte Auflage erfuhr gegenüber der vorhergehenden im wesentlichen eine Erweiterung durch Abschnitte über Doppelschlußmotoren, Drehstrom-Reihenschlußmotoren, Regelsätze mit Hintermotor und Frequenzwandler.

Die Abschnitte 10 und 26 sind geändert, indem die elektrische Arbeit zur Ableitung der Einheit der Stromstärke benutzt wurde.

Abschnitt 85 wurde durch ein Diagramm über den Reihenschlußtransformator bei konstanter Stromstärke erweitert.

Die Abschnitte über Kraftflüsse und Amperewindungen der Wechselstrommaschine wurden umgearbeitet.

Bei den Diagrammen für das Verhalten von Wechselstromgeneratoren und -Motoren bei Veränderung der Erregung wurde die frühere Darstellung, die das Ergebnis zufällig erscheinen ließ, durch eine neue ersetzt.

Auf die Behandlung des Zweiphasenmotors wurde verzichtet, da das Prinzip des Drehfeldes sich weit besser durch die Darstellung des Dreiphasenmotors ergibt.

Die Tatsache, daß bei Dreiphasenstrom die Leistung in allen Zeitpunkten einer Periode konstant ist, wurde in Abschnitt 111 abgeleitet. Die Erkenntnis, daß auch das Drehmoment konstant ist, führte zu einer wesentlichen Vereinfachung der Entwicklung in Abschnitt 116.

Der Ossannasche Kreis wurde, entsprechend der vom Verfasser in der ETZ 1911, S. 131 gegebenen Darstellung mit Hilfe von zwei Proportionen aus dem Heylandschen Kreise abgeleitet. Damit kehrt der Verfasser grundsätzlich zu der in der ersten Auflage gegebenen Entwicklung, die er wegen der Umständlichkeit der analytischen Darstellung verlassen hatte und die seitdem durch Stehr-Pichelmayer vereinfacht worden ist, zurück.

Im Diagramm für den Einphasenmotor sind anstatt der entgegengesetzt rotierenden Amperewindungen die entsprechenden Kraftflüsse eingeführt. Dadurch wurden die einzelnen Größen, die früher schwer faßbar waren, mit einem Schlage reell. Zugleich ergab sich die längst vermutete einfache Lösung für das Verhalten des Einphasenmotors dadurch, daß ein gegenüber dem Drehstrommotor vergrößerter primärer Streufaktor eingeführt wird.

Auch die Darstellung in Abschnitt 129 wurde vereinfacht.

Die Bezeichnungen für die Formelgrößen wurden entsprechend den Vorschlägen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen geändert. Dabei konnte in letzter Stunde noch auf die internationale Vereinbarung hinsichtlich der Bezeichnungen  $E$ ,  $I$  und  $R$  Rücksicht genommen werden. Leider fehlt es immer noch an einer einheitlichen, für Gleichstrom und Wechselstrom gleichmäßig geltenden Bezeichnung für die Spannung. Auch ist die beachtenswerte Neuerung, daß bei der Stromstärke der Momentanwert durch kleine Buchstaben und der konstante bzw. der Effektivwert durch große Buchstaben bezeichnet wird, nicht ganz frei von Bedenken, da eine ähnliche Unterscheidung, wie sie bei der Stromstärke gemacht wird, auch bei Spannung, Kraftfluß usw. nicht zu umgehen sein wird und sich dann schwer durchführen läßt.

Der Verlagsbuchhandlung spricht der Verfasser auch diesmal wieder seinen Dank für ihr Entgegenkommen aus, wesentlich auch für die Bereitwilligkeit, die durch die Änderung der Bezeichnungen nötig gewordenen Bildstöcke herzustellen.

Schlachtensee, im Dezember 1911.

**Ad. Thomälen.**

# Inhaltsverzeichnis.

## Erstes Kapitel.

	Seite
1. Der elektrische Strom . . . . .	1
2. Die elektromotorische Kraft . . . . .	3
3. Das Ohmsche Gesetz . . . . .	5
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters . . . . .	9
5. Die Kirchhoffschen Regeln . . . . .	11
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife . . . . .	14
7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen . . . . .	17
8. Die Wheatstonesche Brücke . . . . .	19
9. Spannungsmessung durch Kompensation . . . . .	21
10. Elektrische Arbeit und elektrische Leistung . . . . .	22
11. Die Potentialdifferenz . . . . .	25
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme . . . . .	27

## Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse . . . . .	30
14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse . . . . .	33
15. Die Polarisaton . . . . .	36
16. Die Akkumulatoren . . . . .	40
17. Die chemischen Vorgänge in Elementen . . . . .	43
18. Die Voltmeter . . . . .	46

## Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke . . . . .	48
20. Die magnetische Feldstärke . . . . .	49
21. Die magnetischen Kraftlinien . . . . .	51
22. Das magnetische Potential . . . . .	53
23. Eisen im magnetischen Feld . . . . .	56
24. Der Erdmagnetismus . . . . .	58

## Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes . . . . .	59
26. Die elektromotorische Kraft der Induktion . . . . .	63
27. Mechanische und elektrische Arbeit . . . . .	67
28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife . . . . .	70
29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft . . . . .	71
30. Die Magnetisierungskurven . . . . .	73
31. Der magnetische Widerstand . . . . .	77
32. Die Selbstinduktion . . . . .	84
33. Die gegenseitige Induktion . . . . .	90
34. Die Hysterisis . . . . .	93
35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten . . . . .	96
36. Wirbelströme . . . . .	99

<b>Fünftes Kapitel.</b>		Seite
37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem . . . . .		102
38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft . . . . .		103
39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl . . . . .		106
40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand . . . . .		108
41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung . . . . .		110
42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität . . . . .		112
<b>Sechstes Kapitel.</b>		
43. Zweipolige Ringwicklung . . . . .		114
44. Zweipolige Trommelwicklung . . . . .		120
45. Ringanker mit Parallelwicklung . . . . .		125
46. Trommel mit Parallelwicklung . . . . .		128
47. Ring mit Reihenwicklung . . . . .		134
48. Trommel mit Reihenwicklung . . . . .		138
49. Ringanker mit Reihen-Parallelwicklung . . . . .		142
50. Trommel mit Reihen-Parallelwicklung . . . . .		146
<b>Siebentes Kapitel.</b>		
51. Die Erregung der Dynamomaschinen . . . . .		150
52. Die Feldmagnete . . . . .		154
53. Die Bürstenstellung . . . . .		157
54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung . . . . .		159
55. Funkenfreie Kommutierung . . . . .		163
56. Spannungsteilung . . . . .		172
<b>Achtes Kapitel.</b>		
57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung . . . . .		175
58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung . . . . .		182
59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe . . . . .		184
60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung . . . . .		189
61. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen . . . . .		199
<b>Neuntes Kapitel.</b>		
62. Drehrichtung der Motoren . . . . .		204
63. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors . . . . .		208
64. Der Nebenschlußmotor . . . . .		212
65. Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors . . . . .		215
66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren . . . . .		226
67. Beispiel . . . . .		230
68. Die Regelung von Hauptstrommotoren . . . . .		233
<b>Zehntes Kapitel.</b>		
69. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft . . . . .		238
70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke . . . . .		243
71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes . . . . .		244
72. Das Vektordiagramm . . . . .		248
73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion . . . . .		255
74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom . . . . .		259

	Seite
75. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung . . . . .	265
76. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung . . . . .	267
77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung . . . . .	268
78. Die Kapazitätsspannung . . . . .	275
79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung . . . . .	277
80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom . . . . .	279
81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung . . . . .	281

### Elftes Kapitel.

82. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator . . . . .	283
83. Der Magnetisierungsstrom . . . . .	285
84. Der Hysteresisstrom . . . . .	287
85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung . . . . .	290
86. Der Transformator bei induktiver Belastung . . . . .	298
87. Berücksichtigung der Streuung . . . . .	301

### Zwölftes Kapitel.

88. Aufbau der Synchronmaschinen . . . . .	307
89. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld . . . . .	310
90. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung	312
91. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Ankerwicklung . . . . .	315

### Dreizehntes Kapitel.

92. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine . . . . .	319
93. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine . . . . .	323
94. Das Diagramm der Amperewindungen . . . . .	325
95. Berechnung der Ankerrückwirkung . . . . .	327
96. Ermittlung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung durch den Versuch	329
97. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalls . . . . .	331
98. Berücksichtigung der primären Streuung . . . . .	334

### Vierzehntes Kapitel.

99. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung . . . . .	338
100. Die synchronisierende Kraft des Ankers . . . . .	343
101. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen . . . . .	347
102. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung . . . . .	351
103. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen . . . . .	357
104. Selbsttätige Spannungsregelung und Compoundierung . . . . .	363

### Fünfzehntes Kapitel.

105. Synchronmotoren . . . . .	368
106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung .	370
107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung	375

### Sechzehntes Kapitel.

108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor . . . . .	377
109. Die Dreieckschaltung . . . . .	380
110. Die Sternschaltung . . . . .	383
111. Die Leistung des Dreiphasenstromes . . . . .	387
112. Wirkungsweise des Rotors . . . . .	391

**Siebzehntes Kapitel.**

	Seite
113. Die verteilten Wickelungen . . . . .	395
114. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen . . . . .	399
115. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes . . . . .	405
116. Das Drehmoment des Drehstrommotors . . . . .	409
117. Berechnung der Schlüpfung . . . . .	412
118. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft . . . . .	416

**Achtzehntes Kapitel.**

119. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung . . . . .	420
120. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors . . . . .	424
121. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm . . . . .	430
122. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment . . . . .	433
123. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste . . . . .	435
124. Bequemste Form des Kreisdiagramms . . . . .	439
125. Praktisches Beispiel . . . . .	443
126. Streuungsfaktor . . . . .	447

**Neunzehntes Kapitel.**

127. Die Zerlegung der Wechselerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen . . . . .	455
128. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors . . . . .	458
129. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses . . . . .	461
130. Einphasige Kommutatoren . . . . .	464
131. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom . . . . .	469
132. Der Repulsionsmotor . . . . .	473
133. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor . . . . .	479
134. Doppelschlußmotoren . . . . .	487

**Zwanzigstes Kapitel.**

135. Der Drehstrom-Kollektormotor . . . . .	492
136. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors . . . . .	495
137. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors . . . . .	497
138. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor . . . . .	498
139. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler . . . . .	501

**Einundzwanzigstes Kapitel.**

140. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers . . . . .	504
141. Spannungsregelung beim Einankerumformer . . . . .	507
142. Der Effektverlust im Einankerumformer . . . . .	510
143. Der Kaskadenumformer . . . . .	514

**Anhang.** Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen . . . . . 516

**Bezeichnungen** . . . . . 527

**Sachregister** . . . . . 530

## Erstes Kapitel.

1. Der elektrische Strom. — 2. Die elektromotorische Kraft. — 3. Das Ohmsche Gesetz. — 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. — 5. Die Kirchhoffschen Regeln. — 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. — 7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen. — 8. Die Wheatstonesche Brücke. — 9. Spannungsmessung durch Kompensation. — 10. Elektrische Arbeit und elektrische Leistung. — 11. Die Potentialdifferenz. — 12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

### 1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens im Elektromagneten, die Zersetzung von Flüssigkeiten usw. der Wirkung des elektrischen Stromes zu.

Die Elektrizität, mit der man es hier zu tun hat, ist ihrem Wesen nach dieselbe wie die statische oder Reibungselektrizität. Es empfiehlt sich daher, von der statischen Elektrizität auszugehen. Eine mit Seide geriebene Glasstange zeigt sich elektrisch, d. h. sie zieht kleine, leichte Körper an. Ebenso wird eine mit Wolle geriebene Harzstange elektrisch, aber entgegengesetzt wie die Glasstange. Dieser Gegensatz besteht vor allem darin, daß Glas- und Harzelektrizität sich gegenseitig neutralisieren, d. h. daß zwei Körper, die mit Glas- und Harzelektrizität in gleicher Menge geladen sind, bei gegenseitiger Berührung unelektrisch werden. Infolgedessen hat man die Glaselektrizität positiv, die Harzelektrizität negativ genannt. Der Ausgleich zwischen beiden erfolgt in derselben Weise, wie der Ausgleich zwischen Wärme und Kälte oder zwischen Überdruck und Unterdruck. Ähnlich wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt, oder wie nach unserer Vorstellung die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, fließt auch die Elektrizität vom höheren, positiven Niveau zum niederen, negativen Niveau. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es gleichgültig, ob sich der Ausgleich zwischen den Klemmen eines Elementes bzw. einer Dynamomaschine vollzieht, oder zwischen zwei Metallkugeln, die mit ungleichnamiger Elektrizität statisch geladen sind.

Es muß jedoch der Unterschied zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Dynamomaschinen erzeugten strömenden Elektrizität ins Auge gefaßt werden. Die Elektrizitätsmenge, die beispielsweise auf einer Leydener Flasche gesammelt und durch den Funken zur Entladung gebracht wird, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabel-

netz einer Stadt fließt. Dagegen ist die Spannung, die wir hier zunächst nur als ein Ausgleichsbestreben auffassen wollen, bei der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Dynamomaschinen. Man erkennt dies daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem faßt man bei der Reibungselektrizität in der Regel einen plötzlichen, dagegen bei der strömenden Elektrizität einen gleichmäßig dauernden Ausgleich der ungleichnamigen Elektrizitätsmengen ins Auge.

Wir gehen nun von der Vorstellung aus, daß beim elektrischen Strome nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann bestimmt als die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Die Stromstärke auf der Einheit der Fläche nennt man die Stromdichte. Um die Stromstärke zu messen, benutzt man die elektrolytische Wirkung des Stromes. Man nennt also z. B. einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet.

Nach der Festsetzung des deutschen Reichsgesetzes hat derjenige Strom die Einheit der Stärke, welcher in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Diese Stromstärke wird mit „ein Ampere“ bezeichnet. Die Stromdichte wird dann in Ampere pro Quadratmillimeter gemessen.

Die Erfahrung ergibt, daß die magnetischen Wirkungen zweier Ströme in demselben Verhältnisse zueinander stehen wie die elektrolytischen Wirkungen, so daß man, wie es allgemein in der Praxis geschieht, auch die magnetische Wirkung zum Messen der Stromstärke benutzen kann. Instrumente, in denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf Eisen oder auf eine andere Stromspule wirkt, heißen Stromzeiger oder Amperemeter. Wird die magnetische Wirkung des Stromes zum Messen schwacher Ströme benutzt, so heißen die Instrumente Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die in einer Sekunde durch den Querschnitt geht, wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, heißt ein Coulomb. Nehmen wir z. B. an, daß die Stromstärke einer Glühlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen in einer Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die Elektrizitätsmenge, die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden durch den Querschnitt fließt, gleich  $0,5 \cdot 3600$  oder 1800 Coulomb. Bezeichnet allgemein

- $Q$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb,
- $I$  die Stromstärke in Ampere,
- $t$  die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist dann gleich 3600 Coulomb.

## 2. Die elektromotorische Kraft.

Wir haben schon die Vorstellung erwähnt, daß die Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt. Die Niveaudifferenz wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch galvanische Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chromelement besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure ( $CrO_3$ ) und Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) tauchen. Die Untersuchung des Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Niveaudifferenz, und wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle  $C$  zum Zink  $Zn$  (Fig. 1).

Nun findet trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität statt, solange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt, also gleichsam wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder auf das hohe Niveau gehoben, indem es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird. Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den inneren Widerstand des Elementes und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft. Wir vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser vom niederen zum höheren Niveau emporhebt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der bei offenem Element gemessenen Niveaudifferenz oder Spannung.

Es fragt sich nun, wie man die Größe dieser Spannung bestimmen, d. h. eine Spannung messen oder mehrere Spannungen untereinander vergleichen kann. Zu diesem Zwecke könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblattelektroskops verwenden. Man mißt jedoch bequemer die Spannung durch den Strom, den sie verursacht. Wenn z. B. bei zwei kommunizierenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichsleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene, unveränderliche Größe ist, so ist die in der Zeiteinheit fließende Wasser-

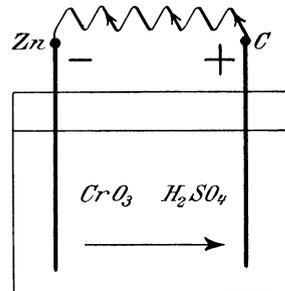


Fig. 1. Chromelement.

menge dem Drucke oder der Niveaudifferenz proportional. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichsleiter, z. B. die Kupferwicklung eines Galvanometers, nacheinander an die zu vergleichenden Elemente oder an die zu messenden Spannungen. Die größere oder geringere Stromstärke im Galvanometer ist uns dann ein Maß für den größeren oder geringeren elektrischen Druck, d. h. für die Spannung oder die elektromotorische Kraft.

Dabei ergibt sich nun, daß die Spannung oder die elektromotorische Kraft eines Elementes eine fast unveränderliche Größe ist, die vor allem von der Größe des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Wasserbehälter. Durch diesen ist ein für allemal eine gegebene Niveaudifferenz geschaffen, die durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist, und es ist dabei gleichgültig, ob der Behälter groß oder klein ist, sofern er nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich davon ab, ob an den Verbrauchsstellen viele oder wenige Wasserhähne aufgedreht werden. Ebenso ist nicht die Stromstärke, sondern nur die elektromotorische Kraft eines Elementes eine konstante Größe, die sich durch ein Elektroskop auch dann feststellen läßt, wenn das Element nicht benutzt wird. Die Stromstärke hängt dagegen ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgend eine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die in der Praxis gebrauchte Einheit ist halb so groß wie die Spannung des oben erwähnten Chromsäureelementes und wird ein Volt genannt. Dann ergibt sich für die gebräuchlichen Elemente folgende Tabelle:

Bezeichnung	Zusammensetzung	Spannung in Volt
Chrom-Element . .	Zink und Kohle in Schwefelsäure und Chromsäure	2
Daniell-Element . .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung	1,07
Bunsen-Element .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kohle in konzentrierter Salpetersäure	1,8—1,9
Leclanché-Element	Zink und von Braunstein umgebene Kohle in Salmiaklösung	1,4
Weston-Element .	Cadmium-Amalgam und Quecksilber, das mit Quecksilberoxydulsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,019

Das Zink beziehungsweise das dem Zink chemisch nahestehende Cadmium bildet in diesen Elementen den negativen Pol, und der Strom fließt außen vom positiven Pol zum Zink.

### 3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir denselben Ausgleichsleiter nacheinander an verschiedene elektromotorische Kräfte legen, so ist die Stromstärke, die in dem Leiter auftritt, wie wir schon sahen, der elektromotorischen Kraft proportional. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die nach Material, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke verschieden ist, und schließen daraus, daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegenseetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch ein Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand ist und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohres ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Bezeichnet also

$E$  die elektromotorische Kraft in Volt,  
 $I$  die Stromstärke in Ampere,  
 $R$  den Widerstand des ganzen Stromkreises,

so folgt 
$$I = \frac{E}{R}. \quad (2)$$

Diese Gleichung wird das Ohmsche Gesetz genannt; sie ist das Grundgesetz für die Elektrotechnik. Man sollte eigentlich hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Proportionalitätsfaktor vermuten. Dieser fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im geeigneten Maß eingesetzt wird, das nun nicht mehr willkürlich gewählt werden kann, sondern mit Notwendigkeit aus den Einheiten für die elektromotorische Kraft und die Stromstärke folgt. Setzen wir nämlich in Gleichung (2)  $I = 1$  und  $E = 1$ , so wird auch  $R = 1$ . Das heißt: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom ein Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Durch den Versuch ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt.

Ist z. B. die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine 115 Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ergibt sich

$$E = 115 \text{ Volt}, \quad R = 0,05 + 1,1 = 1,15 \text{ Ohm},$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Ampere.}$$

Die gesetzliche Festlegung der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings auf andere Weise als oben angegeben ist. So wird zum Beispiel im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere gesetzlich als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber in einer Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Daraus folgt dann: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom ein Ampere erzeugt.

Wir formen nun die Gleichung (2) um und erhalten:

$$R = \frac{E}{I}.$$

Diese Gleichung ist der rechnerische Ausdruck für die schon früher erwähnte Tatsache, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz Verwendung einer großen elektromotorischen Kraft dennoch nur eine geringe Stromstärke auftritt. Der Widerstand ist also eigentlich nichts anderes als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke. Man würde fehlgehen, wenn man den Widerstand als einen Gegendruck auffassen wollte. Vielmehr erhält man den Druck oder die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke multipliziert.

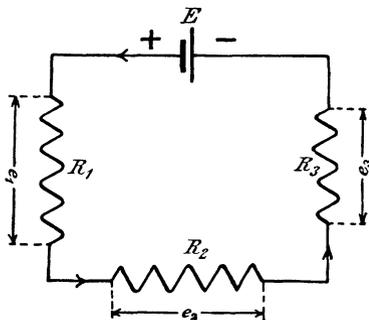


Fig. 2.  
Reihenschaltung von Widerständen.

Durch weitere Umformung von Gleichung (2) ergibt sich nämlich

$$E = I \cdot R.$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand  $R$  bei dem Strome  $I$  verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht bloß für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom  $I$  durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  (Fig. 2). Bezeichnen wir die Klemmenspannungen an den Widerständen der Reihenfolge nach mit  $e_1$ ,  $e_2$  und  $e_3$ , so ergibt der Versuch:

$$\begin{aligned} e_1 &= I \cdot R_1 & R_1 &= \frac{e_1}{I} \\ e_2 &= I \cdot R_2 & R_2 &= \frac{e_2}{I} \\ e_3 &= I \cdot R_3 & R_3 &= \frac{e_3}{I}. \end{aligned}$$

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung eines stärkeren Elementes macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmenspannung  $e_1$  zu der Stromstärke  $I$  immer einen unveränderlichen Wert, vorausgesetzt, daß Länge, Querschnitt, Material und Temperatur dieselben geblieben sind. Dieses unveränderliche Verhältnis nennen wir eben den Widerstand  $R_1$ . Dieser ist im Grunde genommen nichts anderes als eine Größe, durch die der Spannungsverlust in einem Leiter proportional der Stromstärke gesetzt wird, nach der Gleichung

$$e_1 = I \cdot R_1.$$

Bezeichnet allgemein  $e$  die Klemmenspannung an den Enden eines Widerstandes  $R$ , so folgt

$$e = I \cdot R.$$

Beispielsweise liege ein Widerstand von einem Ohm in Reihe mit zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen an einer Netzspannung von 110 Volt. Die Stromstärke sei gleich 15 Ampere. Dann beträgt der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand  $1 \cdot 15 = 15$  Volt und die Spannung an den beiden Bogenlampen zusammen beträgt 95 Volt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Ohmschen Gesetzes die Wirkungsweise der Strom- und Spannungszeiger darzulegen. Beide Arten von Instrumenten beruhen auf den magnetischen Wirkungen des Stromes und messen daher, streng genommen, beide eine Stromstärke. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und Ausführung.

Stromzeiger liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die im Instrumente entwickelte Wärme und der Spannungsverlust sehr gering.

Soll dagegen ein Instrument als Spannungszeiger dienen, so gibt man ihm viele Windungen eines dünnen Drahtes und legt es, meist unter Zuschaltung eines unveränderlichen Widerstandes, an die zu messende Spannung, also z. B. in Fig. 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch

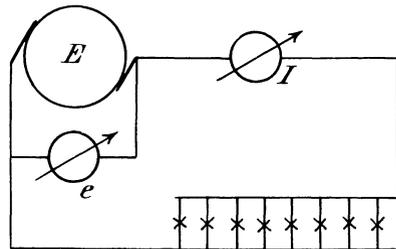


Fig. 3.

Schaltung von Strom- und Spannungszeiger.

liegt der Spannungszeiger zugleich im Nebenschluß zu dem Widerstand, dessen Klemmenspannung gemessen werden soll. Der Strom, der dabei in den Spannungszeiger fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Dieser Verlust wird aber verschwindend gering, wenn man dem Spannungszeiger einen großen Widerstand gibt. Man erreicht dadurch zugleich, daß das Einschalten des Spannungszeigers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Natürlich hat man dabei zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und dies führt dann zur Verwendung eines dünnen Drahtes.

In Wirklichkeit arbeitet ein Spannungszeiger ebenfalls als Stromzeiger, indem der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird. Multipliziert man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Spannungszeigers, so erhält man die Spannung an den Enden des Instrumentes, die natürlich gleich auf der Teilung aufgetragen ist. Die grundsätzliche Gleichheit der Stromzeiger und Spannungszeiger ist am

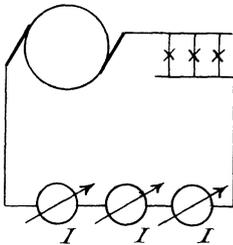


Fig. 4.  
Eichung von Stromzeigern.

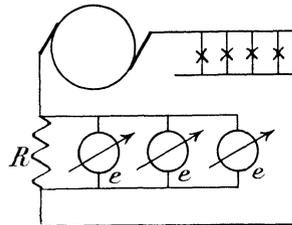


Fig. 5.  
Eichung von Spannungszeigern.

besten daraus ersichtlich, daß es Instrumente gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Schaltet man z. B. einen Stromzeiger, bei dem ein Tausendstel Ampere einen Grad Ausschlag hervorruft, als Spannungszeiger, indem man gleichzeitig seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von  $\frac{1}{1000} \cdot 1000 = 1$  Volt.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun von selbst, daß zwei oder mehr Stromzeiger, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Fig. 4). Dagegen sind zwei oder mehr Spannungszeiger, die miteinander zu vergleichen sind, parallel zu schalten. Sie sind sämtlich mit ihren Klemmen an die Enden des Widerstandes  $R$  zu legen, dessen Klemmenspannung gemessen werden soll. In Fig. 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die vorgeschalteten Lampen dazu dienen, einen größeren oder geringeren Betrag der Maschinenspannung zu vernichten und so die Spannung am Widerstand  $R$  zu regulieren.

Vor allen Dingen muß man sich hüten, zwei Spannungszeiger, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamt-

spannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungszeiger in ungleicher Weise auf beide Instrumente verteilt.

Strom- und Spannungszeiger können auch zur Widerstandsmessung verwendet werden. Besonders sehr kleine oder sehr große Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und der Stromstärke. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines ruhenden Elektromotors und mißt die Klemmenspannung an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand  $R_a$  gegeben durch die Gleichung:

$$R_a = \frac{e}{I} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgend eines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Es ist indessen zu beachten, daß das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke nur dann gleich dem Widerstande ist, wenn in dem untersuchten Zweige keine elektromotorische Kraft wirksam ist. Andernfalls gestaltet sich die Rechnung nicht so einfach.

#### 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Der Widerstand eines Leiters, den wir bisher als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke bezeichnet haben, steht in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Leiters und ist außerdem wesentlich vom Material und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig. Bedeutet

$l$  die Länge des Leiters in m,  
 $q$  den Querschnitt in qmm,  
 $\rho$  einen konstanten Faktor,

so ergibt der Versuch: 
$$R = \rho \cdot \frac{l}{q}. \quad (3)$$

Der Widerstand eines Leiters ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt. Der Faktor  $\rho$  ist bei den einzelnen Materialien verschieden. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (3)  $l=1$  und  $q=1$  gesetzt wird. Dann wird  $R=\rho$ , d. h. der Koeffizient  $\rho$  ist der Widerstand eines Leiters aus dem betreffenden Material von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt. Man nennt diese Größe den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, beobachtet man bei einem beliebigen Drahte die Größen  $R$ ,  $l$  und  $q$  und berechnet daraus  $\rho$ . Die Messung ergibt folgende Werte:

Kupfer bei 15° . . . . .	$\varrho = 0,017,$
Quecksilber . . . . .	$= 0,94 = \frac{1}{1,063},$
Neusilber (Nickelin) . . . . .	$= 0,2-0,4,$
Kohle . . . . .	$= 100-1000,$
Schwefelsäure 25—30 % . . . . .	$= 14000.$

Das Nickelin wird wegen seines hohen spezifischen Widerstandes zur Herstellung von Widerständen, die zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung dienen, verwendet.

Dagegen stellt man die Wickelungen der Maschinen und die Leitungen aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, her, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, also die Hin- und Rückleitung zusammen  $l = 2 \cdot 20 = 40$  m und der Querschnitt  $q = 50$  qmm, so erhalten wir den Widerstand der Hin- und Rückleitung zu

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Bei einer Stromstärke  $I = 60$  Ampere ergibt sich dann der Spannungsverlust in der Zuleitung zu

$$I \cdot R = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist keine ganz unveränderliche Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man bezeichnet als den Temperaturkoeffizienten die Widerstandszunahme, die ein Ohm bei einem Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also

$R_1$  den Anfangswiderstand bei der Temperatur  $\vartheta_1,$   
 $R_2$  den Endwiderstand " " "  $\vartheta_2,$   
 $\Delta\varrho$  den Temperaturkoeffizienten,

so folgt:  $R_2 = R_1 [1 + \Delta\varrho (\vartheta_2 - \vartheta_1)]$

$$\text{oder} \quad \Delta\varrho = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (\vartheta_2 - \vartheta_1)}. \quad (4)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt den Wert  $\Delta\varrho = 0,004$ , d. h. der Widerstand des Kupfers wächst bei einem Grad Temperaturerhöhung um 0,4 %. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa  $0,4 \cdot 50 = 20$  %. Deswegen rechnet man den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers zu rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten 0,004 läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Der Widerstand der

Magnetwicklung sei z. B. bei  $15^{\circ}$  gleich 50 Ohm und der Magnetstrom nach mehrstündigem Betriebe gleich 2 Ampere. Die Klemmenspannung an den Enden der Magnetwicklung sei 114 Volt. Dann ergibt sich der Magnetwiderstand während des Betriebes zu  $\frac{114}{2} = 57$  Ohm, und es wird:

$$R_1 = 50, \quad R_2 = 57, \quad \mathcal{I}_1 = 15, \quad \Delta \varrho = 0,004.$$

Wir erhalten dann aus Gleichung (4):

$$0,004 = \frac{57 - 50}{50 (\mathcal{I}_2 - 15)}.$$

Daraus ergibt sich

$$\mathcal{I}_2 = 50^{\circ}.$$

Die Temperaturerhöhung beträgt also  $35^{\circ}$ .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für genaue Widerstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt. Dieser ist 0,0002—0,0004. Der Widerstand des Manganins, einer Legierung aus Kupfer und Mangan, ist so gut wie unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Der Widerstand einer Kohlenfadenglühlampe ist also während des Brennens geringer, als wenn die Lampe ausgeschaltet ist. Bei der beträchtlichen Temperaturänderung, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. der Widerstand ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Zuweilen ist es vorteilhaft, das Leitvermögen, d. h. den umgekehrten Wert des Widerstandes, in die Rechnung einzuführen. Das spezifische Leitvermögen des Kupfers ist z. B.  $1 : 0,017 = 59$  oder rund  $= 60$ . Allgemein ist das Leitvermögen eines Leiters, dessen Widerstand  $R$  ist, gleich  $1/R$ .

## 5. Die Kirchhoffschen Regeln.

### a) Erste Kirchhoffsche Regel.

Die Erfahrung ergibt: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden Ströme als negativ ein, so ergibt sich für jeden Verzweigungspunkt:

$$\Sigma I = 0.$$

Diese Regel ist von grundsätzlicher Wichtigkeit für das Verständnis des elektrischen Stromes. Die Auffassung vieler Anfänger, daß die Elektrizität längs des ganzen Verlaufes von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Vielmehr fließt, wenn wir von Ladungserscheinungen absehen, die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und von da aus durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern ein und dieselbe Elektrizitätsmenge wird durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt, ohne daß sie sich irgendwo staut oder irgendwo verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt zum niederen Niveau und wird von dort aus, indem sie verdunstet, wieder zum höheren Niveau geschafft. Wenn man dennoch in der Praxis von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß

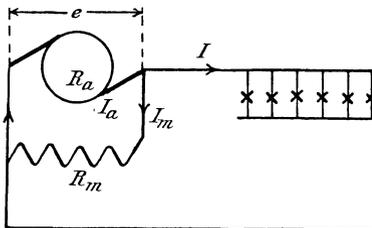


Fig. 6. Stromverteilung bei einer Nebenschlußmaschine.

der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine sei z. B.  $e = 220$  Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Fig. 6)  $I = 100$  Ampere und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung  $R_m = 50$  Ohm. Gesucht wird der Ankerstrom  $I_a$ .

Zunächst ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz

$$I_m = \frac{e}{R_m} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Ampere.}$$

Die erste Kirchhoffsche Regel ergibt dann:

$$I_a = I + I_m = 100 + 4,4 = 104,4 \text{ Ampere.}$$

b) Zweite Kirchhoffsche Regel.

In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke mal Widerstand gleich der Summe in demselben Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte:

$$\sum I \cdot R = \sum E.$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und elektromotorischen Kräfte als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder der elektromotorischen Kraft im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn man dann in der Rechnung für diese Größe ein negatives Ergebnis erhält, so heißt dies, daß die wirkliche Richtung der vorläufig angenommenen entgegengesetzt ist.

Eine Maschine liefere z. B. eine elektromotorische Kraft  $E = 116$  Volt und sei gegen eine Akkumulatorenbatterie von 50 Elementen à 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Fig. 7). Die elektromotorische Gegenkraft der Batterie ist dann  $E_b = 50 \cdot 2 = 100$  Volt. Der Maschinenwiderstand sei  $R_a = 0,1$  Ohm, der Batteriewiderstand  $R_b = 0,18$  Ohm und der Leitungswiderstand  $R_l = 0,12$  Ohm. Gesucht wird die Stromstärke  $I$ , sowie die Klemmenspannung der Maschine und der Batterie.

Verfolgen wir den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$I \cdot R_a + I \cdot R_b + I \cdot R_l = E - E_b$$

$$\text{oder} \quad I = \frac{E - E_b}{R_a + R_b + R_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$I \cdot R_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0 \text{ Volt}$$

$$I \cdot R_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ ,,}$$

$$I \cdot R_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ ,,}$$

$$\text{dazu die elektromotorische Gegenkraft } E_b = 100,0 \text{ ,,}$$

$$\text{Summe: } 116,0 \text{ Volt.}$$

Wie man sieht, wird die elektromotorische Kraft von 116 Volt aufgebraucht, um die elektromotorische Gegenkraft der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Um nun die Klemmenspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Zweiges ist, zu ermitteln, haben wir zu beachten, daß von der elektromotorischen Kraft der Maschine ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand

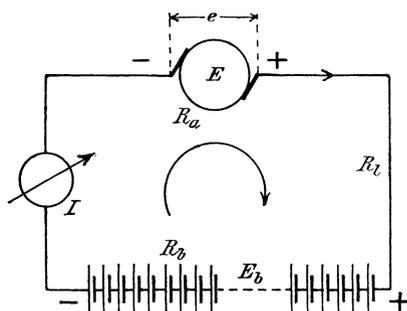


Fig. 7.  
Schaltung beim Laden einer Batterie.

zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für den äußeren Zweig. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, dem Niveauunterschied entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sowie aber Wasser verbraucht wird, tritt wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden ein Druckverlust auf, und der Druck an der Verbrauchsstelle ist dann geringer als der ursprüngliche Niveauunterschied.

Wir ziehen also zur Berechnung der Maschinenspannung  $e$  den inneren Spannungsverlust von der elektromotorischen Kraft ab und erhalten:

$$e = E - I \cdot R_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmenspannung  $e_b$  der Batterie eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft  $E_b$  zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch  $I \cdot R_b$  zu liefern. Wir erhalten also:

$$e_b = E_b + I \cdot R_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

Eine Probe unserer Rechnung erhalten wir dadurch, daß wir die Klemmenspannung der Maschine auch außen herum berechnen. Zu diesem Zwecke addieren wir den Spannungsverlust in der Leitung zur Klemmenspannung der Batterie und erhalten die Maschinenspannung, wie oben, zu

$$e = e_b + I \cdot R_l = 107,2 + 4,8 = 112.$$

## 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Die Hintereinanderschaltung mehrerer Widerstände ergibt einen Gesamt Widerstand, der gleich der Summe der einzelnen Widerstände ist, also größer als ein Einzelwiderstand ist. Dagegen ergibt die Parallel-

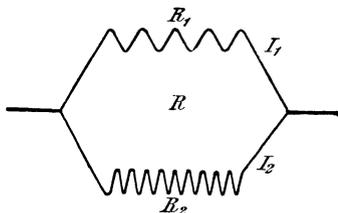


Fig. 8.

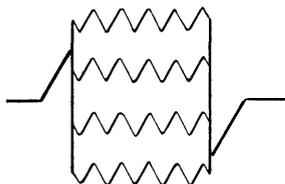


Fig. 9.

Parallelschaltung von Widerständen.

schaltung zweier Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ , wie sie in Fig. 8 gezeichnet ist, keinesfalls eine Vergrößerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom durch die Parallelschaltung bequemer geworden ist. Wohl aber ist, wie auch der Versuch ergibt, das Leitvermögen der Verzweigung gleich der Summe der Leitvermögen der parallelen Zweige. Sind also  $R_1$  und  $R_2$  die Einzel-

widerstände, so ist der Gesamtwiderstand  $R$  der Verzweigung durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Daraus ergibt sich:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (5)$$

Durch die Parallelschaltung von Widerständen wird es möglich, sehr kleine Widerstände, bei denen sonst eine genaue Abgleichung ausgeschlossen wäre, in einfacher Weise herzustellen. Man stellt sich zunächst einen etwas zu großen Widerstand  $R_1$  her und erniedrigt dessen Wert durch Parallelschaltung eines zweiten Widerstandes  $R_2$ .

Der Widerstand  $R_1$  sei z. B. 0,102 Ohm. Durch Parallelschaltung eines Widerstandes  $R_2$  sei der Gesamtwiderstand  $R$  auf 0,1 Ohm zu bringen.

Aus Gleichung (5) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot R_2}{0,102 + R_2},$$

also

$$R_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Gesetzt nun, man mache bei der Abgleichung dieser 5,1 Ohm einen Fehler von 2%, so daß der Widerstand  $R_2$  in Wirklichkeit nur 5 Ohm beträgt. Dann ergibt sich:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0,102 \cdot 5}{0,102 + 5} = 0,09996.$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04%.

Bei mehr als zwei parallel geschalteten Widerständen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben das Leitvermögen  $1/R$  der gesamten Verzweigung als die Summe der einzelnen Leitvermögen, d. h.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots$$

Daraus läßt sich dann der Gesamtwiderstand  $R$  berechnen. Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Die Ankerwicklung einer vierpoligen Maschine mit Parallelwicklung besteht z. B. aus 4 gleichen parallelen Abteilungen (Fig. 9). Ist bei einer solchen Ankerwicklung die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 qmm, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gegeben durch:

$$\rho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen parallelen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Wir berechnen nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Fig. 8 gezeichneten Verzweigung. Dabei beachten wir, daß die Klemmenspannung  $e$  sowohl am Widerstand  $R_1$  als am Widerstand  $R_2$  liegt. Ist  $I_1$  der Strom im Widerstande  $R_1$  und  $I_2$  der Strom im Widerstande  $R_2$ , so ergibt sich:

$$e = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2,$$

und daraus

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (6)$$

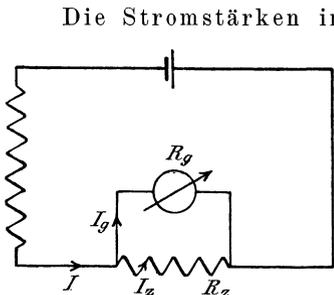


Fig. 10. Strommessung durch Galvanometer mit Abzweigung.

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel Gebrauch, wenn man mit einem empfindlichen Galvanometer, das nur für schwache Ströme gebaut ist, einen starken Strom messen will. Dabei legt man nach Fig. 10 in den Hauptstrom einen großen Widerstand und legt das Galvanometer in den Nebenschluß zu einem bekannten, kleinen Abzweigungswiderstand  $R_z$ . Ist  $R_g$  der Galvanometerwiderstand,  $I_g$  der Galvanometerstrom und  $I_z$  der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich (Fig. 10):

$$\frac{I_g}{I_z} = \frac{R_z}{R_g}$$

oder

$$\frac{I_g}{I_g + I_z} = \frac{R_z}{R_g + R_z}.$$

Nun ist nach Fig. 10 die Summe  $I_g + I_z$  nichts anderes als der Hauptstrom  $I$ . Daraus folgt dann:

$$I = I_g \cdot \frac{R_z + R_g}{R_z}.$$

Die Rechnung wird dabei am bequemsten, wenn man den Abzweigungswiderstand gleich  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{99}$  oder  $\frac{1}{999}$  des Galvanometerwiderstandes macht. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand  $R_g = 100$  Ohm und der Abzweigungswiderstand  $R_z = \frac{100}{999}$  Ohm, so ergibt sich:

$$I = I_g \cdot \frac{\frac{100}{999} + 100}{\frac{100}{999}} = 1000 I_g.$$

Der Hauptstrom ist also 1000 mal so stark wie der Galvanometerstrom. Es ist übrigens zu beachten, daß ein Widerstand im Hauptstrom nicht fehlen darf, da sonst die Spannung des Elementes unmittelbar an der Verzweigung liegen würde. Durch das Parallelschalten des Wider-

standes  $R_z$  würde dann unter Voraussetzung ungeänderter Klemmenspannung des Elementes der Galvanometerstrom überhaupt nicht beeinflußt werden.

## 7. Reihen- und Parallelschaltung von Elementen.

Bei der Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme des einen Elementes mit der negativen Klemme des anderen Elementes verbunden (Fig. 11). Dabei durchfließt derselbe Strom alle Elemente hintereinander, und alle elektromotorischen Kräfte wirken in derselben Richtung, so daß sich sowohl die elektromotorischen Kräfte als auch die inneren Widerstände der Elemente addieren. Ist nun der äußere Widerstand groß im Verhältnis zum Widerstand der Elemente, so hat der Batteriewiderstand selbst bei mehreren hintereinander geschalteten Elementen keinen besonderen Einfluß, während die im Stromkreise wirksame

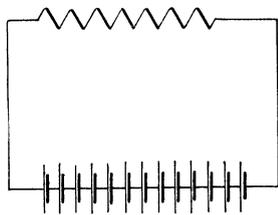


Fig. 11. Reihenschaltung von Elementen.

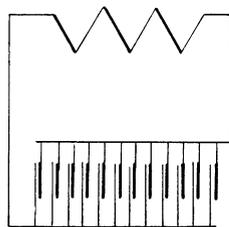


Fig. 12. Parallelschaltung von Elementen.

elektromotorische Kraft durch die Hintereinanderschaltung der Elemente auf einen hohen Betrag gebracht wird. Man verwendet daher die Reihenschaltung, wenn man bei einem großen äußeren Widerstande eine große Stromstärke erzielen will.

Bei der Parallelschaltung (Fig. 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Bei dieser Parallelschaltung ergibt sich am äußeren Widerstande nur eine geringe Spannung, da sich parallel geschaltete elektromotorische Kräfte ebensowenig addieren wie parallel geschaltete Drücke. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Wasserbehältern zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Wasserbehälters. Trotzdem gibt es viele Fälle, in denen die Parallelschaltung zur Erzielung einer hohen Stromstärke nötig ist. Dies ist der Fall, wenn der äußere Widerstand klein ist und daher einerseits keine hohe Spannung zur Erzielung eines starken Stromes nötig ist, andererseits der Batteriewiderstand gegenüber dem äußeren Widerstand stark ins Gewicht fällt.

Außer der Reihenschaltung und der Parallelschaltung kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Fig. 13), indem man einige

Elemente hintereinanderschaltet und mehrere derartige Zweige parallel-schaltet. Wir fragen uns, mit welcher Schaltung die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand ein Maximum wird. Es sei

- $R$  der äußere Widerstand,
- $R_b$  der Batteriewiderstand,
- $R_i$  der innere Widerstand eines Elementes,
- $x$  die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente,
- $E$  die elektromotorische Kraft eines Elementes,
- $z$  die Zahl der Elemente.

Dann ist die Anzahl der parallelen Zweige  $z/x$  und der Widerstand eines Zweiges gleich  $R_i \cdot x$ . Der Batteriewiderstand ist also:

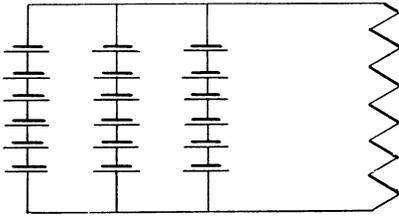


Fig. 13. Gemischte Schaltung von Elementen.

$$R_b = \frac{R_i \cdot x}{z/x} = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Da nun die elektromotorische Kraft der Batterie gleich der elektromotorischen Kraft eines Zweiges, also gleich  $E \cdot x$  ist, so ist die Stromstärke  $I$  in der gesamten Batterie nach dem Ohmschen Gesetz:

$$I = \frac{E \cdot x}{R + \frac{R_i \cdot x^2}{z}} = \frac{E}{\frac{R}{x} + \frac{R_i \cdot x}{z}}.$$

Die Stromstärke wird am größten, wenn der Nenner der rechten Seite am kleinsten wird. Betrachten wir  $x$  als Veränderliche und differenzieren wir den Ausdruck

$$f(x) = \frac{R}{x} + \frac{R_i \cdot x}{z},$$

so erhalten wir:

$$f'(x) = -R \cdot x^{-2} + \frac{R_i}{z}.$$

Der Wert von  $x$ , für welchen der Nenner der Gleichung für  $I$  ein Minimum wird, ergibt sich dann, indem wir den obigen Differentialquotienten gleich Null setzen. Wir erhalten dann:

$$R = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nun nichts anderes dar als den inneren Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl am größten wird.

### 8. Die Wheatstonesche Brücke.

Außer durch Messung der Spannung und Stromstärke werden Widerstände auch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke (Fig. 14) bestimmt.

Das Element  $E$ , dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt und nicht unveränderlich zu sein braucht, liegt an den Enden  $A$  und  $B$  eines mit einer Teilung versehenen blanken Meßdrahtes, auf dem der Schleifkontakt  $C$  verschoben werden kann. Parallel zu dem Drahte liegt mit Hilfe möglichst widerstandsfreier Verbindungen ein Stromzweig, der aus dem unbekanntem zu messenden Widerstande  $x$  und aus einem bekannten Widerstande  $R$  besteht. Ein Galvanometer liegt mit dem einen Ende am Schleifkontakt  $C$ , mit dem anderen Ende am Verbindungspunkt der Widerstände  $x$  und  $R$ .

Man verschiebt nun den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist. Dann fließt der Strom  $I_1$  durch die Widerstände  $a$  und  $b$  und der Strom  $I_2$  durch die Widerstände  $x$  und  $R$ . Wir verfolgen nun den linken unteren Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in Richtung des punktierten Pfeiles, und beachten dabei, daß in diesem Kreise keine elektromotorische Kraft enthalten ist, und daß der Galvanometerstrom gleich Null ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$I_1 \cdot a + 0 - I_2 \cdot x = 0.$$

Ebenso ergibt sich im rechten unteren Stromkreis:

$$I_1 \cdot b - I_2 \cdot R + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{R}.$$

In dieser Gleichung bedeutet das Verhältnis  $a : b$  zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber unmittelbar das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Man kann dieses Ergebnis auch ohne die Kirchhoffsche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableiten, der sich in zwei nebeneinander liegende, senkrechte Rohre verzweigt. Wenn man von irgend einem Punkte des ersten Rohres eine wagerechte Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch die Verbindungsleitung kein Strom, weil kein Niveauunterschied an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstoneschen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so ist zwischen den Punkten  $C$  und  $D$  kein Niveauunterschied,

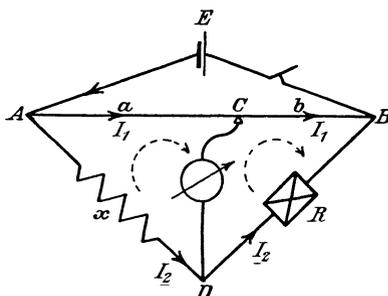


Fig. 14.

Schema der Wheatstoneschen Brücke.

und der Spannungsverbrauch von  $A$  bis  $C$  ist gleich dem von  $A$  bis  $D$ . Daraus folgt die Gleichung:

$$I_1 \cdot a = I_2 \cdot x.$$

Ebenso ergibt sich:

$$I_1 \cdot b = I_2 \cdot R.$$

Daraus folgt sofort:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{R}.$$

Man kann auch statt der Drahtlängen  $a$  und  $b$  Spulenwiderstände anwenden. Die Messung eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen würden die Zuleitungswiderstände erhebliche Meßfehler verursachen. Man kann diese zum Teil vermeiden, indem man das Element unmittelbar an die Enden der Widerstände  $x$  und  $R$  legt und statt des Meßdrahtes Spulenwiderstände  $a$  und  $b$  benutzt, die so groß sind, daß ihr Zuleitungswiderstand nicht in Betracht kommt.

Auf diese Weise sind eine Reihe von Fehlerquellen beseitigt. Dagegen läßt sich der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen  $x$  und  $R$  bei der gewöhnlichen Brücke nicht vermeiden. Legt man in Fig. 14 das Galvanometer unmittelbar an das Ende von  $x$ , so wird  $R$  um den Betrag der Zuleitung zwischen  $x$  und  $R$  vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen unmittelbar an  $R$ , so mißt man  $x$  zu groß.

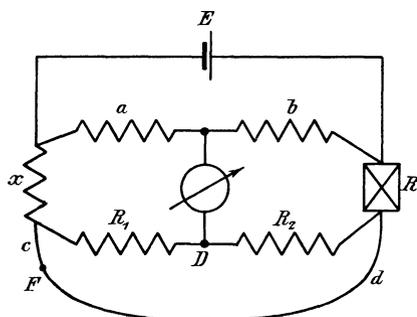


Fig. 15. Schema der Thomsonschen Doppelbrücke.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer durch zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  an  $x$  und  $R$  zugleich anzuschließen, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Fig. 15). Dabei bleiben die Widerstände  $x$  und  $R$  durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Ferner ist darauf zu achten, daß je zwei Zuleitungen unmittelbar zu jedem Ende des Widerstandes  $x$  und des Widerstandes  $R$  geführt werden. Die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  sind so zu wählen, daß sie sich wie  $a : b$  verhalten. Der Punkt  $D$  hat dann dasselbe Niveau wie der Punkt  $F$ , der den Widerstand der Verbindungsleitung zwischen  $x$  und  $R$  im Verhältnis  $c : d = R_1 : R_2 = a : b$  teilt. Wir können also das Galvanometer unter Weglassung der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  statt an  $D$  unmittelbar an den Punkt  $F$  gelegt denken und erhalten, wenn das Galvanometer durch Veränderung des Widerstandes  $R$  stromlos geworden ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{R + d}.$$

Da nun  $c : d = a : b$  ist, so muß notwendig auch das Verhältnis  $x : R$  genau gleich  $a : b$  sein. Da hierbei der Widerstand der Zuleitung

herausgeschafft ist, so ist es möglich, sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, mit großer Genauigkeit zu messen.

### 9. Spannungsmessung durch Kompensation.

Ein Element  $E$  liege an den Enden eines mit einer Teilung versehenen Meßdrahtes. An den Anfang  $A$  des Meßdrahtes und einen Schleifkontakt sei unter Zwischenschaltung eines Ballastwiderstandes ein Normalelement  $E_0$  angeschlossen, und zwar so, daß die elektromotorischen Kräfte  $E$  und  $E_0$  gegeneinander geschaltet sind. Die elektromotorische Kraft  $E$  braucht in ihrer Größe nicht bekannt zu sein. Sie darf sich aber während des Versuches nicht ändern und muß größer sein als die elektromotorische Kraft  $E_0$  des Normalelementes. Als Element  $E$  kann ein Bunsenelement, als Normalelement  $E_0$  ein Daniellelement verwendet werden.

Man verschiebt nun den Schleifkontakt nach  $C$ , bis das Galvanometer stromlos ist, wobei man zuletzt den Ballastwiderstand kurz schließt. Nun ersetzt man das Normalelement durch das unbekannte zu messende Element mit der elektromotorischen Kraft  $x$ , wobei die elektromotorischen Kräfte  $E$  und  $x$  wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach  $C'$  verschoben ist.

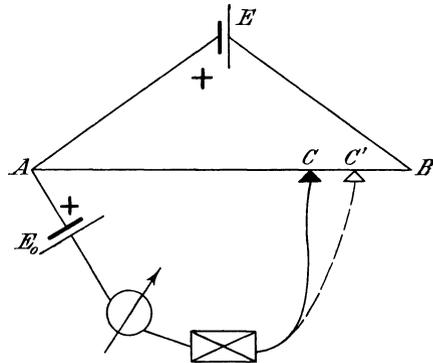


Fig. 16. Schema für Spannungsmessung durch Kompensation.

Um dann aus den gemessenen Längen  $AC$  und  $AC'$  auf das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte  $E_0$  und  $x$  schließen zu können, beachten wir, daß die Klemmenspannung des Elementes  $E$  längs des ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An den Enden des halben Meßdrahtes herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Demnach verhält sich, auch ohne daß der untere Zweig angeschlossen wird, die Spannung zwischen  $A$  und  $C$  zur Spannung zwischen  $A$  und  $C'$  wie die Drahtlänge  $AC$  zur Drahtlänge  $AC'$ . Nun hält die Spannung zwischen  $A$  und  $C$  der elektromotorischen Kraft  $E_0$  das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen  $A$  und  $C'$  der elektromotorischen Kraft  $x$  das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, wenn wir statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{E_0}{x}.$$

Man sieht deutlich, wie die Spannung längs des ganzen Widerstandes  $AB$  verbraucht wird.

Das beschriebene Verfahren bietet das bequemste Mittel zur Eichung von Instrumenten. Man kann wohl sagen, daß fast alle Instrumente nach dieser Methode geeicht werden. Man ersetzt dabei den Meßdraht durch genau abgegliche Widerstände, die elektromotorische Kraft  $E$  durch eine Akkumulatorenbatterie und nimmt als Normalelement ein Weston-element (Kompensationsapparat nach Feußner).

In ähnlicher Weise wie oben ergibt sich die Klemmenspannung  $e$  des Elementes  $E$ , die an den Punkten  $A$  und  $B$  liegt, nach der Gleichung:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{e}{E_0}.$$

Man muß dabei allerdings im Auge behalten, daß  $e$  nicht die elektromotorische Kraft des Elementes  $E$  ist, sondern nur dessen Klemmenspannung. Diese ist, da das Element  $E$  nicht stromlos ist, wie die Elemente  $x$  und  $E_0$ , um den Spannungsverlust im Innern kleiner als die elektromotorische Kraft  $E$ .

## 10. Elektrische Arbeit und elektrische Leistung.

Eine vom Strome durchflossener elektrischer Leiter wird erwärmt. Der Versuch ergibt, daß die entwickelte Wärme dem Produkt aus Spannung, Stromstärke und Zeit proportional ist. Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so stellt das Produkt  $e \cdot I \cdot t$  eine elektrische Arbeit dar.

Die Einheit der elektrischen Arbeit wird geleistet, wenn ein Volt den Strom ein Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Diese Einheit bezeichnet man mit „1 Joule“. Ist also  $A$  die elektrische Arbeit in Joule, so wird

$$A = e \cdot I \cdot t \text{ Joule.} \quad (7)$$

In Wirklichkeit liegt nun die Sache nicht derartig, daß die Einheiten des Volt und des Ampere etwa willkürlich gewählt sind, und daß sich aus ihnen die Einheit der elektrischen Arbeit ergibt. Die Sache liegt vielmehr umgekehrt. Die Einheit der elektrischen Arbeit, des Joule, ist zuerst bestimmt, und zwar auf folgende Weise:

Als Einheit der Kraft dient in der Wissenschaft allgemein das Dyn: Ein Dyn ist die Kraft, die der Einheit {der Masse, d. h. 1 ccm Wasser, in einer Sekunde die Geschwindigkeit 1 cm/sek. erteilt. Wirkt diese Kraft über den Weg von 1 cm, so wird die Einheit der Arbeit geleistet. Diese heißt ein Zentimeterdyn oder Erg.  $10^7$  Erg faßt man unter der Bezeichnung ein Joule zusammen. Dieses ist die Einheit der elektrischen Arbeit:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Zentimeterdyn oder Erg.}$$

Die Einheiten des Volt und des Ampere, wie sie in Abschnitt 1 und 2 genannt sind, sind nun so gewählt, daß Gleichung (7) erfüllt ist.

Da nun das Joule durch das Erg, d. h. durch die mechanischen Einheiten des Dyn und des Zentimeters bestimmt ist, läßt sich seine Beziehung zu der praktischen Arbeitseinheit, dem Meterkilogramm, leicht ermitteln. Da nämlich das Gewicht von 1000 ccm Wasser = 1 kg ist, so ist 1 kg die von der Erde ausgeübte Kraft, die der Masse von 1000 ccm Wasser in einer Sekunde die Geschwindigkeit 981 cm/sek. erteilt. Demnach ist:

$$1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn.}$$

Demnach ist 1 mkg = 981 000 Meterdyn =  $9,81 \cdot 10^7$  Zentimeterdyn. Nun sind  $10^7$  Zentimeterdyn oder Erg zu einem Joule zusammengefaßt. Demnach ist:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule}$$

$$\text{oder} \quad 1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} = 0,102 \text{ mkg.} \quad (\text{a})$$

Daraus läßt sich nun die vom Strome entwickelte Wärme  $Q$  in Grammkalorien berechnen. Eine Grammkalorie ist die Wärmemenge, durch welche 1 g Wasser um einen Grad erwärmt wird. Diese Wärmemenge ist nach dem mechanischen Wärmeäquivalent =  $0,427 \text{ mkg}$ . Demnach ist:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{0,427 \cdot 9,81} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Bei einem Betrage von  $e \cdot I \cdot t$  Joule wird also die vom Strome entwickelte Wärme

$$Q = 0,24 \cdot e \cdot I \cdot t \text{ Grammkalorien.} \quad (8)$$

Das in Gleichung (8) ausgesprochene Gesetz heißt das Joulesche Gesetz. Seine Richtigkeit läßt sich leicht durch den Versuch prüfen, indem man eine abgemessene Menge Wasser mittels einer im Wasser liegenden Platinspirale, deren Enden zum Zwecke der Stromzuführung mit starken Kupferdrähten versehen sind, durch den Strom erwärmt. Das innere Glasgefäß in Fig. 17, das das Wasser enthält, wird am besten auf Korkschnitten angeordnet und durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man leitet nun einen Strom durch die Spirale und bestimmt die Temperaturerhöhung  $\mathcal{S}_2 - \mathcal{S}_1$ , die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann berechnet man die Wärmemenge in Grammkalorien, indem man das Wassergewicht  $G$  in Gramm mit der Temperaturerhöhung  $\mathcal{S}_2 - \mathcal{S}_1$  multipliziert.

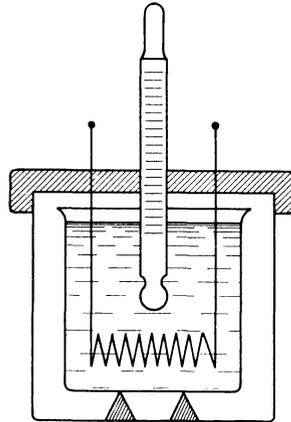


Fig. 17.  
Kalorimeter zur Bestimmung der  
Jouleschen Konstanten.

Man findet, wenn man den Versuch mit einiger Vorsicht ausführt, die Gleichung (8) erfüllt. Es empfiehlt sich, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu beendigen, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann strömt in der zweiten Hälfte des Versuches ebensoviel Wärme von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und Fehler durch Wärmeverluste heben sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß die Größe  $G$  durch das eigentliche Wassergewicht in Gramm und den Wasserwert des inneren Glases gebildet wird. Man ermittelt diesen, indem man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19, multipliziert.

Wir gehen nun dazu über, in einigen praktischen Beispielen die elektrische Arbeit zu berechnen.

Liefert z. B. eine Dynamo bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere durch 10 Stunden, also durch 36000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule,}$$

das entspricht  $396 \cdot 0,102 = 40,5 \cdot 10^6$  mkg.

Liefert ferner ein Daniellelement eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Ampere bei einer Klemmenspannung von 1 Volt, so ergibt sich die geleistete elektrische Arbeit  $A$  zu:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um  $\frac{1980}{9,81}$  mkg zu leisten, d. h. 200 kg ein Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit. Stellt das Produkt  $e \cdot I \cdot t$  die elektrische Arbeit in Joule dar, so ist das Produkt  $e \cdot I$  die elektrische Leistung in Joule pro Sekunde. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Diese Einheit der elektrischen Leistung ist gleich einem Joule in der Sekunde und heißt 1 Watt.

$$1 \text{ Watt} = \frac{1 \text{ Joule}}{\text{sek.}} = \frac{10^7 \text{ Erg.}}{\text{sek.}}$$

Bezeichnet also  $P$  die elektrische Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$P = e \cdot I. \quad (9)$$

Die Beziehung des Watt zum Sekundenmeterkilogramm ergibt sich aus Gleichung (a), wonach ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist. Daraus folgt:

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 9,81 \text{ Watt.} \quad (b)$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

Ein 10 pferdiger Elektromotor mit dem Wirkungsgrad 0,85 verbraucht also eine elektrische Leistung:

$$P = \frac{10 \cdot 736}{0,85} = 8700 \text{ Watt.}$$

Bei einer Spannung von 220 Volt verbraucht er dann einen Strom:

$$I = \frac{8700}{220} = 39,6 \text{ Ampere.}$$

Die Einheiten des Watt und des Joule sind für die Praxis zu klein. Man gebraucht daher größere Einheiten, und zwar:

$$1 \text{ Kilowatt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 1000 \text{ Watt,}$$

$$1 \text{ Kilowattstunde} \quad . \quad . \quad . \quad = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Wattsekunden oder Joule.}$$

## 11. Die Potentialdifferenz.

Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Der Vergleich trifft auch bei der elektrischen Arbeit in hohem Maße zu. Man erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der heruntergefallenen Wassermenge in Kilogramm mit der Fallhöhe in Metern multipliziert. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, indem wir das Produkt  $e \cdot I \cdot t$  bilden, da das Produkt  $I \cdot t$  die Elektrizitätsmenge ist, die während der Zeit  $t$  vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist, während  $e$  die Spannung oder Niveaudifferenz darstellt.

Daraus ergibt sich nun eine genauere Bestimmung der bisher mit  $e$  bezeichneten und mit Niveaudifferenz oder Spannung benannten Größe. Setzen wir nämlich in der Gleichung

$$A = e \cdot I \cdot t$$

das Produkt  $I \cdot t$  gleich Eins, also gleich einem Coulomb, so wird  $A = e$ . D. h. in Worten: Die Spannung  $e$  in Volt ist die Arbeit, gemessen in Joule, die geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau fließt. Indem dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm eine potentielle Energie, eine Arbeitsfähigkeit inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine potentielle Energie besitzt, die um so größer ist, je größer die Niveaudifferenz ist. Man spricht daher auch von einer elektrischen Potentialdifferenz und bestimmt sie als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Umgekehrt hätten wir die Potentialdifferenz definieren können als die Arbeit in Joule, die wir leisten müssen, um ein Coulomb positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen. Die Aufgabe, die Elektrizität vom niederen zum höheren Niveau zu führen, schrieben wir in Abschnitt 2 der elektromotorischen Kraft zu. Elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz oder Spannung sind also in gewissem Sinne ein und dasselbe und werden in demselben Maße gemessen.

Die obige Bestimmung der Potentialdifferenz deckt sich mit der Bestimmung, die aus der Elektrostatik bekannt ist. In Fig. 18 sei z. B. eine Kugel mit positiver Elektrizität statisch geladen. Auf dem Punkte  $A$  in der Umgebung der Kugel befinde sich außerdem ein kleiner, frei beweglicher Körper, der mit der Einheit positiver Elektrizität geladen ist. Dieser wird, da gleichnamige Elektrizitäten sich abstoßen, von der großen Kugel theoretisch bis ins Unendliche abgestoßen. Wir erhalten die Arbeit, die dabei geleistet wird, wenn wir an jedem Punkte des Weges das

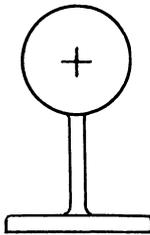


Fig. 18.

Abstoßung einer gleichnamigen Elektrizitätsmenge.

Produkt aus der Kraft, die dort wirkt, und dem unendlich kleinen Teil des Weges, längs dessen die Kraft wirkt, bilden und alle Produkte summieren. Diese Arbeit wird entweder in mechanische Arbeit umgesetzt, indem der abgestoßene kleine Körper einen Widerstand überwindet, oder dem kleinen

Körper wird eine kinetische Energie mitgeteilt. Die Arbeit, die die elektrischen Kräfte leisten, indem sie die Einheit der positiven Elektrizität bis ins Unendliche abstoßen, ist dann das Potential im Punkte  $A$ .

Während sich ferner der kleine Körper in  $A$  befindet, besitzt er dem Punkte  $B$  gegenüber eine Arbeitsfähigkeit, d. h. eine potentielle Energie, vergleichbar einem hochgehobenen Gewichte. Das Potential in  $A$  ist also höher als in  $B$ , d. h. es besteht eine Potentialdifferenz oder Niveaudifferenz zwischen beiden Punkten. Diese ist gleich der Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität von  $A$  nach  $B$  getrieben wird.

Es ist nun in bezug auf die geleistete Arbeit gleichgültig, ob die Einheit der Elektrizität, die von  $A$  nach  $B$  getrieben wird, sich auf einem kleinen Körper befindet und mit diesem fortgetrieben wird, oder ob sich die Einheit der Elektrizität, wie bei der strömenden Elektrizität, längs eines Leiters bewegt. Natürlich müssen wir bei dem in Fig. 18 dargestellten Falle als Einheit der Elektrizität das Coulomb und als Einheit der Arbeit das Joule annehmen, um die Potentialdifferenz in Volt zu erhalten.

## 12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung  $e = I \cdot R$  die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$P = e \cdot I = I^2 \cdot R.$$

Der Effektverbrauch in einem Nutzwiderstand, z. B. einer Glühlampe, ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional. Das gleiche gilt auch für den Effektverlust in den elektrischen Leitungen. Setzen wir z. B. den Fall, daß 10000 Kilowatt, das sind etwa 13600 PS., auf 150 km einfache Entfernung zu übertragen seien.\*) Wir können diese Leistung mit hoher Stromstärke und niederer Spannung oder niederer Stromstärke und hoher Spannung übertragen. Allgemein ergibt sich bei einer Gesamtleistung von 10000 Kilowatt =  $10^7$  Watt:

$$I = \frac{P}{e} = \frac{10^7}{e}. \quad (\text{a})$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000, 10000 und 100000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 100000, 10000, 1000 und 100 Ampere.

Lassen wir nun in der Zuleitung einen Verlust von 10%, d. h. von 1000 Kilowatt =  $10^6$  Watt zu, so ergibt sich der Leitungswiderstand  $R_l$  aus der Gleichung:

$$I^2 \cdot R_l = 10^6 \text{ Watt}$$

oder

$$R_l = \frac{10^6}{I^2}.$$

Die Länge der Hin- und Rückleitung zusammen ist  $l = 300000$  m und der spezifische Widerstand des Kupfers gleich 0,017. Aus Gleichung (3) auf S. 9 ergibt sich dann unter Benutzung des obigen Wertes für  $R_l$ :

$$q = \frac{e \cdot l}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 300000}{10^6/I^2} = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2.$$

Der Kupferquerschnitt muß also bei gegebenem Effektverlust in der Leitung dem Quadrate der Stromstärke direkt proportional gewählt werden. Er ist also nach Gleichung (a) dem Quadrate der Spannung umgekehrt proportional. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

$e$	$I$	$q = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2$
100	100000	$50 \cdot 10^6$ qmm
1000	10000	$50 \cdot 10^4$ „
10000	1000	$50 \cdot 10^2$ „
100000	100	50

\*) Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß die Übertragung durch eine Hin- und Rückleitung geschieht, während bei hoher Spannung tatsächlich meist Drehstrom mit drei Leitungen benutzt wird.

Wegen der Kosten ist nur die letzte Anordnung, wie sie in einzelnen Fällen bereits ausgeführt ist, möglich.

Die Rücksicht auf die Verluste in der Zuleitung resp. auf den Kupferquerschnitt der Anlage führt in städtischen Netzen häufig zum Dreileitersystem. Das Wesen dieses Systems soll an einem Beispiel deutlich gemacht werden. Eine Metallfadenlampe sei so gebaut, daß sie mit 0,25 Ampere gerade normal brennt, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 440 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmenspannung von  $440 \cdot 0,25 = 110$  Volt, damit ein Strom von 0,25 Ampere hindurchfließt. Es sollen nun 400 Lampen auf eine Entfernung von 2 km gespeist werden, wobei in der Zuleitung ein Verlust von 10 % zugelassen werden möge. Gesucht wird der Querschnitt der Leitung bei einer Betriebsspannung von 110 und 220 Volt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen parallel (Fig. 19).

Bei 400 Lampen à 0,25 Ampere ist der Gesamtstrom  $I = 0,25 \cdot 400 = 100$  Ampere. Die gesamte übertragene Leistung ist:

$$P = e \cdot I = 110 \cdot 100 = 11\,000 \text{ Watt.}$$

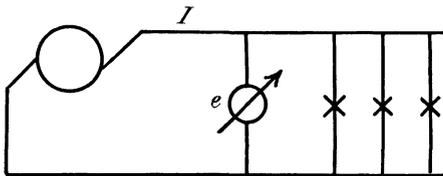


Fig. 19. Glühlampen im Zweileitersystem.

Bei 10 % Verlust werden in der Leitung 1100 Watt in Wärme umgesetzt. Dann ergibt sich, wenn  $R_l$  den Widerstand der Leitung bedeutet:

$$I^2 \cdot R_l = 100^2 \cdot R_l = 1100$$

oder

$$R_l = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge  $l$  ist 2.2000 m, also 4000 m. Aus der Gleichung

$$R_l = \frac{e \cdot l}{q}$$

ergibt sich dann:

$$q = \frac{e \cdot l}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ qmm.}$$

2. Fall. Wir wählen eine Betriebsspannung von 220 Volt und schalten zu diesem Zwecke zwei Maschinen à 110 Volt hintereinander (Fig. 20).

Wenn wir nun ebenfalls je zwei Lampen hintereinander schalten, so bekommt jede Lampe eine Spannung von 110 Volt. Wir haben dann bei 400 Lampen nur 200 Zweige à 0,25 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke  $I = 200 \cdot 0,25 = 50$  Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$P = e \cdot I = 220 \cdot 50 = 11\,000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10 %, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$I^2 \cdot R_l = 50^2 \cdot R_l = 1100,$$

demnach 
$$R_l = \frac{1100}{50^2} = 0,44$$

und 
$$q = \frac{e \cdot I}{R_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ qmm.}$$

Der Kupferquerschnitt ist also durch das Verdoppeln der Netzspannung 4 mal so klein geworden. Um nun auch im 2. Fall zu ermöglichen, daß alle Lampen unabhängig von den anderen ein- und ausgeschaltet

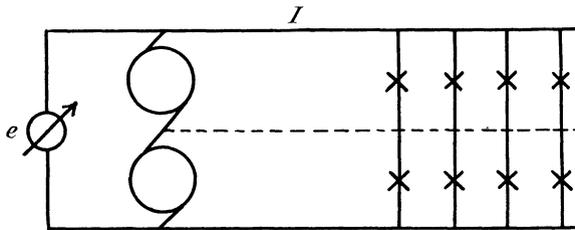


Fig. 20. Glühlampen in einem Dreileitersystem.

werden können, ist eine Ausgleichsleitung, ein Nulleiter, vom Verbindungspunkt der Maschinen nach den Verbindungspunkten je zweier Lampen geführt. Dieser Leiter hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz der drei Leiter ist die Ersparnis an Kupfer bedeutend.

Umgekehrt ergibt sich, daß man bei ein und demselben Kupferquerschnitt bei gleichen prozentischen Verlusten die 4fache Leistung übertragen kann, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Das obige Beispiel ist deswegen im einzelnen durchgerechnet, da es im Anfang erfahrungsgemäß schwer wird, den Unterschied zwischen einer Kraftübertragung bei höherer oder niedriger Spannung greifbar zu fassen. Man sieht in dem obigen Beispiel deutlich, daß in den beiden Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und jede Lampe den gleichen Strom erhält, also gleich hell brennt. Die Leistung ist also in beiden Fällen gleich.

## Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse. — 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 15. Die Polarisaton. — 16. Die Akkumulatoren. — 17. Die chemischen Vorgänge in Elementen. — 18. Die Voltameter.

### 13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse.

Man unterscheidet elektrische Leiter erster und zweiter Klasse. Die Leiter erster Klasse sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Dazu gehören die Metalle und die Kohle. Die Leiter zweiter Klasse sind solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse und bezeichnet die betreffenden Leiter als Elektrolyte. Zu ihnen gehören die Basen, Säuren und Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand.

Man bezeichnet den Apparat, in dem die Zersetzung vor sich geht, als Zersetzungs-Zelle und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, durch welche der Strom zugeführt und abgeleitet wird, als die Elektroden. Die positive Elektrode, die den Strom zuführt, heißt die Anode, die negative Elektrode, an welcher der Strom aus der Flüssigkeit austritt, heißt die Kathode.

Die Bestandteile, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, treten an den Elektroden auf, indem der eine Teil mit dem Strom zur Kathode und der andere Teil gegen den Strom zur Anode wandert. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer.

Nach der neueren Auffassung findet die Spaltung in die Ionen nicht erst durch den elektrischen Strom statt, sondern sie ist schon vorher vorhanden. Zu dieser Anschauung führte unter anderem die Beobachtung des osmotischen Druckes, d. h. des Druckes, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht. Im allgemeinen ergibt sich, daß stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gelöst enthalten, den gleichen osmotischen Druck besitzen. Sonderbarerweise zeigen jedoch gerade die Elektrolyte eine Abweichung von diesen Gesetzen. So z. B. ist der osmotische Druck von Salzsäure doppelt so groß und der von Schwefelsäure dreimal so groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste nun Arrhenius in genialer Weise durch die Annahme, daß bei den

Elektrolyten das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf osmotischen Druck dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle, so daß wieder eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit für alle Lösungen besteht. Beispielsweise ist dann das Molekül der Salzsäure ( $HCl$ ) in die beiden Ionen  $H$  und  $Cl$  zerfallen, während das Molekül der Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) in drei Ionen  $H$ ,  $H$  und  $SO_4$  zerfallen ist.

In bezug auf Gefrierpunktserniedrigung und Siedepunktserhöhung zeigen die Elektrolyte das gleiche abweichende Verhalten gegenüber anderen Lösungen, wie in bezug auf den osmotischen Druck, wodurch die Anschauung, daß in einem Elektrolyten freie Ionen vorhanden sind, eine weitere Stütze erhält. Das Vorhandensein dieser freien Ionen bedingt geradezu die Leitfähigkeit der Elektrolyte.

Die positiv geladenen Ionen heißen Kathionen. Sie werden beim Stromdurchgang von der negativen Kathode angezogen, wandern in der positiven Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die anderen Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Es ist übrigens nicht ganz einfach, diese Anschauungen mit der sonst herrschenden Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach der elektrische Strom nur durch das Fließen der positiven Elektrizität verursacht wird. Man wird am besten beide Vorstellungen ruhig nebeneinander bestehen lassen.

Zu den Kathionen gehören die Ionen derjenigen Elemente, die durch ihr allgemeines chemisches Verhalten als Metalle charakterisiert sind. Die Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold, zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus. Sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Basen, z. B. Natronlauge ( $NaOH$ ), Kalilauge ( $KOH$ ), gelöschter Kalk ( $Ca[OH]_2$ ). Der basische Charakter dieser Metallhydroxyde zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren.

Die Metalle zeigen nun das besondere Verhalten, daß ihre Ionen immer mit dem Strome zur Kathode wandern. Sie sind also elektropositiv, d. h. die Träger der positiven Elektrizität (Kationen). Auch der Wasserstoff wandert mit dem Strome zur Kathode, er ist also ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er chemisch durch Metalle vertreten werden kann.

Zu den Nichtmetallen gehören Chlor, Brom, Jod, Stickstoff, Sauerstoff, Schwefel, die dadurch charakterisiert sind, daß sie, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität sind. Endlich bilden ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren, z. B. Salzsäure ( $HCl$ ), Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salpetersäure ( $HNO_3$ ), Phosphorsäure ( $H_3PO_4$ ). Die Säuren sind dadurch

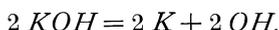
charakterisiert, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und die Basen unter Salzbildung neutralisieren.

Chlor, Brom, Jod und Fluor wandern gegen den Strom, sie gehören also ohne weiteres zu den Anionen; ferner gehören zu den Anionen noch die Hydroxylgruppe  $OH$  der Basen, sowie die Säureradikale  $SO_4$ ,  $PO_4$ ,  $NO_3$  usw.

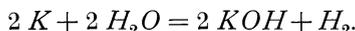
Wir gehen nun dazu über, die Vorgänge bei der Elektrolyse durch einige Beispiele deutlich zu machen.

### 1. Elektrolyse von Basen.

Die Zersetzung von Kalilauge ( $KOH$ ) erfolgt nach der Gleichung:



Dabei wandert das Metall Kalium mit dem Strome und veranlaßt an der Kathode das Auftreten von Wasserstoff nach der Gleichung:



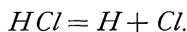
Die Hydroxylgruppe  $OH$  dagegen, die gegen den Strom wandert, veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:



Das Ergebnis ist also dasselbe, wie wenn allein Wasser zersetzt wäre. Tatsächlich ist jedoch, da reines Wasser ein vollkommener Nichtleiter ist, primär die Kalilauge zersetzt.

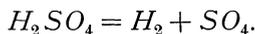
### 2. Elektrolyse von Säuren.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei der Zersetzung der Salzsäure ( $HCl$ ). Diese erfolgt nach der Gleichung:

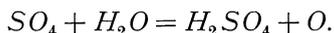


Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf. Wir haben es dabei also nur mit einem primären Vorgang zu tun.

Die Zersetzung der Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) geschieht primär nach der Gleichung:



Dabei tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf. Das Säureradikal  $SO_4$  wandert dagegen zur Anode und zerfällt dort, falls die Anode aus Kohle oder Platin besteht, nach der Gleichung:

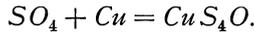



---

\*) Zwei Atome Sauerstoff schließen sich zu einem Molekül ( $O_2$ ) zusammen. Will man das zum Ausdruck bringen, so hat man alle 3 Gleichungen mit 2 zu multiplizieren. Der Einfachheit wegen ist hier und im folgenden nicht auf die Bildung des Moleküls Rücksicht genommen.

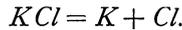
Das Ergebnis ist also dasselbe, als wenn Wasser allein zersetzt worden wäre.

Besteht die Anode aus Kupfer, so löst die Gruppe  $SO_4$  das Kupfer zu Kupfersulfat nach der Gleichung:



### 3. Elektrolyse von Salzen.

Bei der Zersetzung von Chlorkaliumlösung ( $KCl$ ) tritt zunächst folgender Vorgang ein:



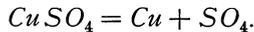
Dabei wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode. Dort bildet sich durch einen sekundären Vorgang, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch ein Diaphragma, d. h. durch eine trennende Schicht, wie z. B. eine poröse Tonzelle, getrennt, so sind die Endprodukte Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne Diaphragma, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein. In kalter Lösung entsteht bei diesem tertiären Vorgang unterchlorigsaures Kali ( $KClO$ ) nach der Gleichung:



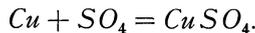
Arbeitet man jedoch mit heißer Lösung, so bildet sich chlorsaures Kali ( $KClO_3$ ) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ( $CuSO_4$ ). Das schwefelsaure Kupferoxyd oder Kupfersulfat wird nach folgender Gleichung zerlegt:



Das Kupfer wandert mit dem Strome zur Kathode und verkuft die Elektrode. Die Gruppe  $SO_4$  wandert dagegen zur Anode. Besteht diese aus Platin oder Kohle, so wird, wie oben, Sauerstoff frei. Besteht aber die Anode aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, indem sich wieder Kupfersulfat bildet, nach der Gleichung:



## 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge ist, wie Faraday ermittelte, proportional der Stromstärke und der Zeit, also proportional der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Bedeutet also

$m$  die Gewichtsmenge in Milligramm,

$I$  die Stromstärke in Ampere,

$t$  die Zeit in Sekunden,  
 $c$  einen Proportionalitätsfaktor,

so ergibt sich durch den Versuch:

$$m = c \cdot I \cdot t.$$

Der Faktor  $c$  ist bei den einzelnen Ionen verschieden. Um diesen Faktor, durch welchen die elektrolytisch abgeschiedene Menge bestimmt wird, zu ermitteln, leiten wir unter Benutzung von Platinelektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salzsäure ( $HCl$ ), Kupfervitriol ( $CuSO_4$ ), Kupferchlorid ( $CuCl_2$ ) und Kupferchlorür ( $CuCl$ ) (Fig. 21). Der Versuch werde so lange fortgesetzt, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen, bei denen in Klammern die Atomgewichte angegeben sind. Unter dem Atomgewicht versteht man die kleinste relative Gewichtsmenge eines Elementes, bezogen auf Wasserstoff, die mit

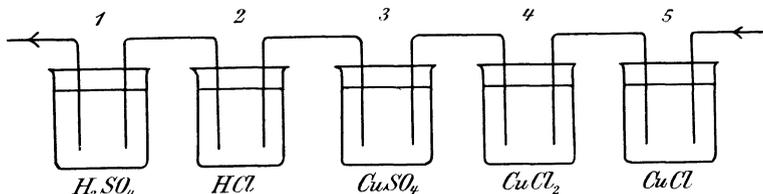


Fig. 21. Hintereinanderschaltung von verschiedenen Zersetzungszellen.

anderen Elementen eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure ( $HCl$ ) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Wir erhalten:

In der 1. Zelle ( $H_2SO_4$ ):

2 mg Wasserstoff ( $H = 1$ ),      16 mg Sauerstoff ( $O = 16$ ).

In der 2. Zelle ( $HCl$ ):

2 mg Wasserstoff ( $H = 1$ ),      70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

In der 3. Zelle ( $CuSO_4$ ):

63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ),      16 mg Sauerstoff ( $O = 16$ ).

In der 4. Zelle ( $CuCl_2$ ):

63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ),      70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

Bis dahin ist alles regelmäßig. Man hätte aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können, indem in der zweiten Zelle ebensoviel Wasserstoff gebildet wird wie in der ersten, in der dritten ebensoviel Sauerstoff wie in der ersten und in der vierten ebensoviel Kupfer wie in der dritten. Es scheint sich aus den Versuchen die Regel zu ergeben, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen

eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet.

Bei der fünften Zelle mit dem Kupferchlorür ( $CuCl$ ) finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Da im Kupferchlorür 63,2 Teile Kupfer auf 35,4 Teile Chlor kommen, so wissen wir nicht im voraus, ob wir 63,2 mg Kupfer erhalten, wie in der dritten und vierten Zelle, woraus sich 35,4 mg Chlor ergeben, oder 70,8 mg Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, was einer Ausbeute von 126,4 mg Kupfer entspricht. Der Versuch entscheidet für den zweiten Fall, d. h. wir erhalten:

In der 5. Zelle ( $CuCl$ ):

126,4 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ),      35,4 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

Man erhält also bei der Elektrolyse einer Kupferchlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Kupferchloridlösung.

Allgemein ergibt sich eine einfache Gesetzmäßigkeit in der Weise, daß für die elektrolytisch abgeschiedenen Gewichtsmengen nicht das Atomgewicht, sondern das Äquivalentgewicht, d. h. das Atomgewicht dividiert durch die Wertigkeit, maßgebend ist. Unter Wertigkeit versteht man die Anzahl der Wasserstoffatome, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure ( $HCl$ ) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es im Chlorkalium ( $KCl$ ) ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser ( $H_2O$ ) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, durch die sich die Elemente aneinander hängen. So bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir im obigen Beispiel in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe  $SO_4$  getrennt, also zwei Bindungen oder Wertigkeiten gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Wertigkeiten oder Arme gelöst sind, und man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Bindungen, oder er scheidet überall äquivalente Gewichtsmengen aus. Das Faradaysche Gesetz ergibt sich dann, indem das Atomgewicht mit  $a$  und die Wertigkeit mit  $k$  bezeichnet wird, mit Hilfe eines durch den Versuch ermittelten Proportionalitätsfaktors zu

$$m = 0,010386 \cdot \frac{a}{k} \cdot I \cdot t. \quad (10)$$

Da das Produkt  $I \cdot t$  eine Elektrizitätsmenge darstellt und der Quotient  $\frac{a}{k}$  das Äquivalentgewicht bedeutet, so können wir dem Faradayschen Gesetz noch eine andere Form geben: Äquivalente Gewichts-

mengen verschiedener Ionen befördern überall die gleiche Elektrizitätsmenge, d. h. sie haben den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt die Gewichtsmenge eines Elementes in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde, d. h. durch ein Coulomb, ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Dieses ergibt sich nach Gleichung (10) auf S. 35 zu  $0,010386 \cdot \frac{a}{k}$ . Dies ist also die Gewichtsmenge, die bei ihrer Wanderung die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb befördert.

Das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers ergibt sich bei dem Atomgewicht 107,6 und der Wertigkeit 1 zu  $\frac{0,010386 \cdot 107,6}{1} = 1,118$  und das des Kupfers zu  $\frac{0,010386 \cdot 63,2}{2} = 0,328$ .

Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergibt sich dann das ausgeschiedene Gasvolumen: Ein Ampere liefert in einer Sekunde 0,174 ccm trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Die einzelnen Volumina des bei der Wasserzersetzung ausgeschiedenen Wasserstoffs und Sauerstoffs verhalten sich nach dem Avogadro'schen Gesetz wie die Anzahl der Moleküle. Da beim Wasserstoff und Sauerstoff jedes Molekül aus zwei Atomen besteht, so verhalten sich die Raumteile der Gase wie die Anzahl der Atome im Wasser, also nach der Formel  $H_2O$  wie 2 zu 1.

## 15. Die Polarisation.

Zersetzt man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmenspannung von 2—3 Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man (Fig. 22) eine höhere Spannung, z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes daran, so stellt sich von selbst eine Klemmenspannung im Betrage von 2—3 Volt her. Ist in Fig. 22  $E$  die elektromotorische Kraft der Maschine,  $R$  der Vorschaltwiderstand einschließlich Widerstand der Maschine und der Zuleitung und  $e_1$  die Klemmenspannung der Zersetzungszelle, so ergibt sich die Stromstärke zu

$$I = \frac{E - e_1}{R}.$$

Es ist nun auffällig, daß die Klemmenspannung der Zersetzungszelle zwar von außenher an die Zelle gelegt wird, und daß sie es ist, die den Strom durch die Zelle treibt, daß aber ihre Größe von der Zelle bestimmt wird. Sie erscheint also als Funktion der Zersetzungszelle, die

wir nicht willkürlich ändern können, die also z. B. wesentlich dieselbe bleibt, auch wenn wir durch Änderung der Größen  $E$  und  $R$  die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar ziemlich dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, verändern. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmenspannung an den Enden eines Metallwiderstandes, durch das Produkt aus der Stromstärke  $I$  und dem inneren Widerstand  $R_i$  gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der aus der Stromstärke und dem innern Widerstand berechnete Wert.

Das wird erklärlich durch die Beobachtung, daß die Zersetzungszelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch das im Nebenschluß zur Zersetzungszelle liegende Voltmeter sendet. Sie arbeitet dann wie eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame elektromotorische Kraft ist die elektromotorische Kraft der Polarisation. Sie ist nur so lange wirksam,

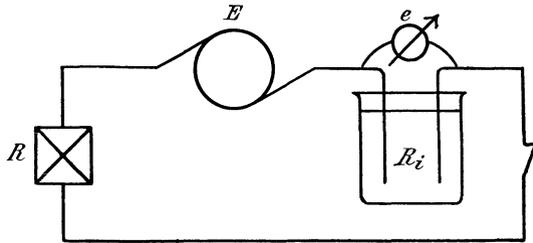


Fig. 22. Hintereinanderschaltung von Stromquelle, Zersetzungszelle, Widerstand.

wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht. Seine elektromotorische Kraft, die wir mit  $E_1$  bezeichnen wollen, ist dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet.

Nun ist dieses Element schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmenspannung  $e_1$  hatte dabei eine zweifache Aufgabe, nämlich den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die elektromotorische Kraft  $E_1$  der Polarisation zu überwinden. Für die Klemmenspannung der Zersetzungszelle ergibt sich dann die Gleichung:

$$e_1 = E_1 + I \cdot R_i.$$

Unter der elektromotorischen Kraft der Polarisation verstehen wir also die elektromotorische Kraft, die durch die chemische Veränderung der Elektroden der Zersetzungszelle entstanden ist. Ist, wie gewöhnlich, die Polarisation sehr groß gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch, so ist die Klemmenspannung fast nur bedingt durch den Wert von  $E_1$  und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie wird uns das Auftreten der Polarisation noch deutlicher. Multiplizieren wir nämlich die obige Gleichung mit  $I$ , so erhalten wir:

$$e_1 \cdot I = E_1 \cdot I + I^2 \cdot R_i.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt  $e_1 \cdot I$  die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und der Ausdruck  $I^2 \cdot R_i$  den Effektverbrauch durch Joulesche Wärme dar. Wir kommen dadurch zu dem Ergebnis, daß die durch das Produkt  $E_1 \cdot I$  dargestellte Leistung bei der Wasserzersetzung verbraucht sein muß. Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das bei der Wasserzersetzung entwickelte Knallgas ein Kapital von Arbeit, eine potentielle Energie darstellt. Wenn wir es zur Explosion bringen, so wird Wärme entwickelt oder Arbeit geleistet, die gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit ist.

Es läßt sich nun nachweisen, daß die Polarisation für gleiche Elektrolyte und Elektroden stets den gleichen Wert hat. Die im Knallgase aufgespeicherte Energie ist proportional der Menge des entwickelten Knallgases, also proportional der bei der Wasserzersetzung durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Ist  $c$  ein konstanter Proportionalitätsfaktor, der im besonderen nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu:

$$A = c \cdot I \cdot t.$$

Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit:

$$A = E_1 \cdot I \cdot t.$$

Aus der Gleichheit beider Arbeiten folgt  $E_1 = c$ , d. h. die elektromotorische Kraft der Polarisation ist für gleiche Zersetzungszellen konstant. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt. Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert, da ihre Größe durch den Verbrennungswert oder Arbeitswert der Endprodukte gegeben ist. Sie ist z. B., wenn Kupfer und Sauerstoff unter Anwendung von Platinelektroden aus Kupfersulfat ausgeschieden werden, eine andere, als wenn Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt wird. Dies steht in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß die Verbrennungswärme, die bei Wiedervereinigung der Endprodukte entwickelt wird, in beiden Fällen verschieden ist.

Wir gehen nun dazu über, auf Grund des Gesetzes von der Erhaltung der Energie die elektromotorische Kraft der Polarisation vorauszurechnen.

Nach der Faradayschen Regel wird durch 1 Coulomb das  $0,010386 \cdot 10^{-3}$  fache des Grammäquivalents zerlegt, wobei unter Grammäquivalent das Molekulargewicht in Gramm dividiert durch die Wertigkeit zu verstehen ist. Für ein Grammäquivalent sind also erforderlich

$$I \cdot t = \frac{1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} \text{ Coulomb.}$$

Demnach ist die dabei aufgewendete Arbeit:

$$E_1 I \cdot t = \frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}}.$$

Ist nun  $x$  die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu  $x : 0,24$ . Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für diese Arbeit erhalten wir:

$$\frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} = \frac{x}{0,24}$$

oder

$$E_1 = \frac{x}{23000}.$$

Beispielsweise gilt die chemische Energiegleichung



d. h. bei Bildung eines Grammmoleküls Wasser werden 68000 gkal. frei. Bei Bildung eines Grammäquivalents werden also  $x = 34000$  gkal. frei. Demnach ist die Polarisation bei Wasserzerersetzung:

$$E_1 = \frac{34000}{23000} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniellelement als Stromquelle kein Wasser zersetzen. Dabei muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene elektromotorische Gegenkraft auch unter Berücksichtigung des Ohmschen Spannungsverlustes höher ist als der theoretisch berechnete Wert, und daß die vorstehenden Erörterungen nur den Zweck haben, die wesentlichste Ursache der Polarisation zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, in welchem die Polarisation Null wird, weil die Elektroden bei der elektrochemischen Zersetzung unverändert bleiben und die Endprodukte daher kein Kapital von aufgespeicherter Arbeit darstellen. Zersetzt man nämlich Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dabei dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich Null, und die Klemmenspannung ist vollständig gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch. Dasselbe Ergebnis erhält man aus der Überlegung, daß die Arbeit zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode die gleiche ist wie zur Lösung des Kupfers an der Anode, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

## 16. Die Akkumulatoren.

Die ersten von Planté hergestellten Akkumulatoren enthielten Bleiplatten, die als Elektroden für die Zersetzung von verdünnter Schwefelsäure dienten, wobei sie oberflächlich chemisch verändert, d. h. formiert wurden. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faureverfahren Nuten- oder Gitterplatten aus Blei, deren Zwischenräume mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgefüllt waren (Fig. 23). Jetzt verwendet man als positive Platten Bleigitter, die durch einen starken Strom in kurzer Zeit formiert, d. h. oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt werden. Die negativen Platten bestehen ebenfalls aus Bleigittern, enthalten aber weitere Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgefüllt sind. Diese negativen Platten werden nach Aufstellung der Batterie durch eine erste ununterbrochene 40 stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt.

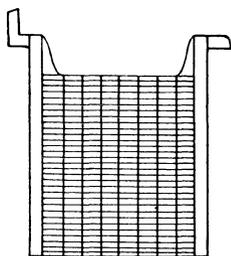


Fig. 23.

Platte eines Akkumulators.

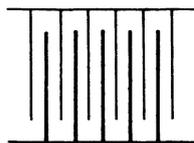


Fig. 24.

Plattenanordnung beim Akkumulator.

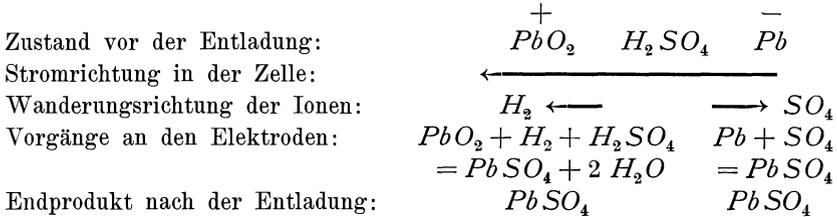
Bei der Zusammensetzung der Zellen werden die Platten mit ihren Nasen auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten einer Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet (Fig. 24).

Ein Akkumulator, der nach dem Plantéverfahren hergestellt wird, ist nichts anderes als eine Zersetzungszone, in der Schwefelsäure zwischen Bleielektroden zersetzt wird. Wir gehen der Einfachheit von einer solchen Zersetzungszone aus. In dieser wird an der negativen Platte Wasserstoff frei, und die negative Platte wird in diesem Falle nicht verändert. An der positiven Platte tritt dagegen Sauerstoff auf, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd ( $PbO_2$ ) bildet. Dadurch wird aus der Zersetzungszone ein galvanisches Element, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht. Seine elektromotorische Kraft beträgt 2 Volt. Sie wirkt schon während des Stromdurchganges, d. h. während der Ladung, dem Strome oder der Klemmenspannung entgegen.

Trennt man nun die Batterie von der Stromquelle und schaltet die Batterie auf einen Verbrauchskörper, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, an welcher er bei der Ladung eingetreten war. Nun bezeichnet man als positive Klemme bei einer Zersetzungszone diejenige, an welcher der Strom eintritt, dagegen bei

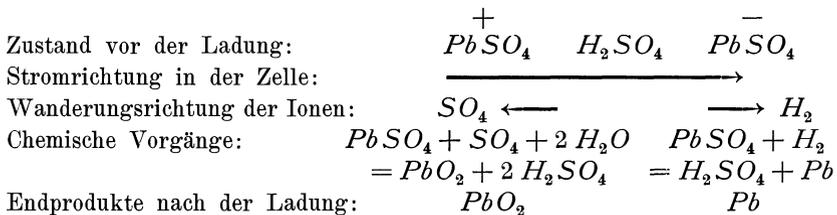
einer Stromquelle diejenige, an welcher der Strom austritt. Demnach ist beim Akkumulator die positive Klemme bei der Entladung dieselbe wie bei der Ladung.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also während der Entladung zu schwefelsaurem Blei: die positive dadurch, daß das Bleisuperoxyd durch Wasserstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd reduziert wird, die negative dadurch, daß das Blei durch Sauerstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd oxydiert wird. Das Ergebnis ist also, daß das Bleisuperoxyd der positiven Platte gleichsam seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte abgibt. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Energie, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Quelle der Wärmeenergie ist. Hat schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben und ist die negative Platte dadurch oxydiert, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können.

Der entladene Akkumulator werde nun wieder als Zersetzungszelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, und aus der Zersetzungszelle ist wieder eine Stromquelle, ein Element geworden.

Es darf allerdings nicht unerwähnt bleiben, daß neben den Oxydations- und Reduktionsvorgängen die Änderungen der Säuredichte bei den Arbeitsvorgängen beteiligt sind. Das spezifische Gewicht der Säure wird bei der Entladung geringer, bei der Ladung größer.

Der Prozeß der Ladung besteht nicht etwa, wie beim Kondensator, in der Aufspeicherung von Elektrizität, sondern in einer chemischen Um-

wandlung der sogenannten aktiven Masse. Wenn man trotzdem von der Kapazität des Akkumulators spricht, so versteht man darunter etwas anderes als die Kapazität eines Kondensators. Die Kapazität eines Kondensators bedeutet die Elektrizitätsmenge, die durch die Einheit der Spannung auf den Kondensator gedrückt wird, und die der Kondensator bei der Entladung wieder liefert. Dagegen bedeutet die Kapazität des Akkumulators die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Akkumulators in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung, wie beim Kondensator, ist dabei nicht die Rede.

Die Kapazität ist durch das Gewicht der aktiven Masse gegeben, sie ist also theoretisch unabhängig davon, ob mit starkem Strom eine kurze Zeit oder mit schwachem Strom eine längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen worden ist. Man kann also innerhalb der Betriebsgrenzen die Stromstärke bei der Entladung willkürlich wählen und wird dabei eine kürzere oder längere Zeit der Entladung erhalten.

Praktisch findet man allerdings, daß die Kapazität bei Entladung mit starkem Strom bedeutend kleiner ist, als bei Entladung mit schwachem Strom. Das erklärt sich einfach dadurch, daß die aktive Masse bei starkem Strom nur oberflächlich umgewandelt wird und an dem ganzen Vorgang nur teilweise teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu den Amperestunden bei der Ladung. Theoretisch müßte dieses Verhältnis gleich Eins sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der aktiven Masse bestehen und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten aktiven Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator ein wenig. Dies liegt weniger an einer mangelhaften Isolation, als an Selbstentladung durch Lokalströme, wie sie an einer und derselben Platte durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung oder ungleiche Säuredichte auftreten können. Endlich wird der Wirkungsgrad auch deswegen geringer als 1, weil ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Amperestunden nutzlos zur Gasentwicklung verwendet wird. Wenn nämlich gegen Ende der Ladung die aktive Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen, d. h. die Gasentwicklung beginnt. Wenn man jedoch die Ladung unterbricht, bevor eine stärkere Gasentwicklung auftritt (Kochen des Akkumulators), so wird der Wirkungsgrad verhältnismäßig hoch und übersteigt meist den Wert 0,9.

Von größerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln, beobachten wir die Klemmenspannung während der Ladung und Entladung mit normalem Strom und tragen die Zeit als Abszisse und die

Klemmenspannung als Ordinate auf (Fig. 25 a und b). Die Klemmenspannung beträgt im Anfang der Ladung etwa 2,1 Volt und steigt wegen der an den Elektroden haftenden Gasblasen am Ende der Ladung auf 2,6 Volt. Wenn diese Spannung erreicht ist, wird die Ladung gewöhnlich unterbrochen. Bei der Entladung beträgt die Klemmenspannung anfangs etwa 1,9 Volt und sie fällt am Schluß auf 1,8 Volt. Eine weitere Entladung würde die Platten verderben, und die Spannung würde auch sehr bald stark sinken.

Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist, als die mittlere Spannung bei der Entladung. Ist  $E_1$  die elektromotorische Gegenkraft und  $R_i$  der innere Widerstand, so ergibt sich bei der Ladung die Klemmenspannung  $e$  durch die Gleichung:

$$e = E_1 + I \cdot R_i,$$

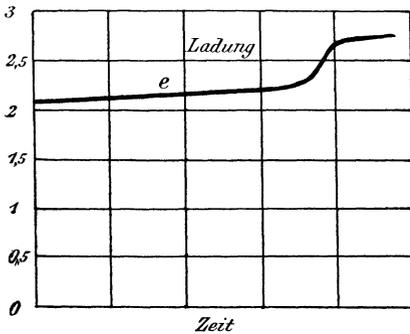


Fig. 25 a. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Ladung.

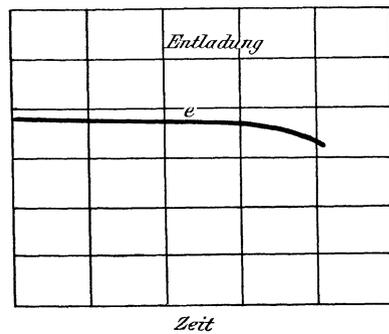


Fig. 25 b. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Entladung.

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$e = E_1 - I \cdot R_i.$$

Die mittlere Klemmenspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die elektromotorische Kraft bei der Entladung kleiner ist als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert der elektromotorischen Kraft bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden ist also, da zu den schon früher erwähnten Verlusten noch der Verlust durch Joulesche Wärme hinzukommt, kleiner als der in Amperestunden. Er ist etwa 0,8—0,9.

## 17. Die chemischen Vorgänge in Elementen.

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Man beobachtet nun bei offenem Element durch ein Elektrometer, daß sich das

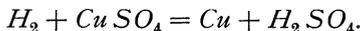
Kupfer positiv, das Zink negativ geladen zeigt. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Blasen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, bestehend aus Wasserstoff, Schwefelsäure, Zink, dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Element entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Stromstärke allmählich, d. h. das Element polarisiert sich. Da man ein Interesse daran hat, Elemente von unveränderlicher elektromotorischer Kraft zu besitzen, so gilt es, die durch den freien Wasserstoff verursachte Polarisation zu verhindern. Dies geschieht, indem der Wasserstoff im Augenblick des Entstehens gebunden wird, oder indem statt des Wasserstoffes ein Metall ausgefällt wird.

Das Daniellelement besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten: Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine poröse Tonzelle voneinander getrennt sind:

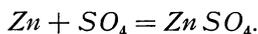


Eine Kupferplatte, die in das Kupfervitriol taucht, bildet den positiven Pol, eine Zinkplatte, die in die Schwefelsäure taucht, den negativen Pol.

Der Strom, den das Element erzeugt, fließt im Element vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus nach der Gleichung:



Das Zink wird dagegen durch die Gruppe  $\text{SO}_4$ , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ( $\text{ZnSO}_4$ ) gelöst.



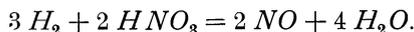
Da dies ein Oxydationsprozeß ist, so wird dabei eine der Stromarbeit entsprechende Energie geliefert. Diese umfaßt die Arbeit im äußeren Kreise, die Joulesche Wärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Energie. Man kann auch einfacher die gesamte, vom Element gelieferte elektrische Energie auffassen als die Differenz der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Energie.

Da, wie man sieht, die Elektroden unverändert bleiben, so tritt eine Polarisation nicht ein, und die elektromotorische Kraft bleibt bei der Stromlieferung unverändert. Sie beträgt 1,07 Volt, vorausgesetzt, daß man es mit reinen Materialien zu tun hat. Die Stromstärke ist je nach dem äußeren Widerstand verschieden. Wenn wir den inneren Widerstand, der sich nach der Größe des Elementes richtet, im Mittel zu 0,5 Ohm rechnen, so würde bei Kurzschluß eine Stromstärke von  $1,07 : 0,5 = 2,14$  Ampere durch das Element fließen.

Das Bunsenelement besteht aus Kohle in starker Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch ein Diaphragma getrennt:



Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Die Gruppe  $SO_4$  löst wieder, wie beim Daniellelement, das Zink unter Bildung von Zinksulfat. Auf der andern Seite wird der mit dem Strom wandernde Wasserstoff an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden nach der Gleichung:

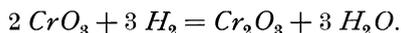


Das dabei frei werdende Stickoxyd ( $NO$ ) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickend riechendem Stickstoffdioxid ( $NO_2$ ). Die elektromotorische Kraft des Bunsenelementes ist 1,8—1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als der des Daniellelementes.

Das Chromsäureelement besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat ( $K_2CrO_4$ ,  $CrO_3$ ):



Das Element enthält keine Tonzelle. Die Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe  $SO_4$  löst das Zink, während der an der Kohle entstehende Wasserstoff durch Sauerstoff aus dem doppelchromsauren Kali gebunden wird. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure ( $CrO_3$ ), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird, entsprechend der Gleichung:

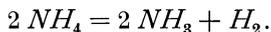


Die rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich wird dadurch die elektromotorische Kraft, die ursprünglich 2 Volt betrug, geringer, so daß das Element bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz unveränderlich ist.

Das Leclanchéelement besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen:

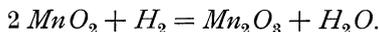


Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink, ein Vorgang, bei welchem ebenso wie bei einem Oxydationsvorgang Energie frei wird. Auf der andern Seite wandert die Gruppe  $NH_4$ , die sich wie ein Metall verhält, mit dem Strom, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden

würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd ( $MnO_2$ ), eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, gibt ihren Sauerstoff unter Bildung von Manganoxyd ( $Mn_2O_3$ ) an den Wasserstoff ab, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder der Chromsäure wird der Braunstein bei stärkerem Strom den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden können. Die elektromotorische Kraft ist infolgedessen nur im stromlosen Zustand 1,4 Volt und sinkt, wenn ein stärkerer Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz unveränderlich.

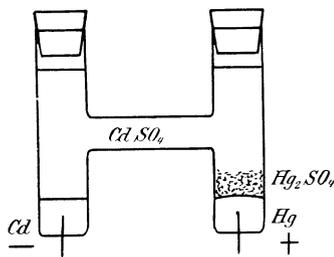
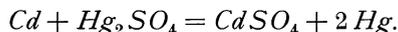


Fig. 26. Weston-Element.

Das Westonelement\*) (Fig. 26) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind, und das als positive Elektrode Quecksilber ( $Hg$ ), als negative Elektrode ein Kadmiumamalgam mit 12—13 % Kadmium ( $Cd$ ) enthält. Als Flüssigkeit dient eine konzentrierte Kadmiumsulfatlösung ( $CdSO_4$ ), deren Konzentration

durch beigegebene Kadmiumsulfatkristalle aufrecht gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strome. Es muß nun verhindert werden, daß es sich mit der positiven Elektrode legiert, und daß dadurch beide Elektroden mehr und mehr gleich werden. Deshalb befindet sich über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat ( $Hg_2SO_4$ ), Kadmiumsulfatkristallen und metallischem Quecksilber. Die Kadmium-Ionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumsulfat nach der Gleichung:



Die positive Elektrode bleibt also, was sie war, nämlich metallisches Quecksilber, und die Polarisation ist vermieden. An der negativen Elektrode wird Kadmium von der Gruppe  $SO_4$  gelöst.

Die elektromotorische Kraft ist konstant 1,019 Volt (Normalelement). Allerdings soll das Element nur ganz schwache Ströme liefern.

## 18. Die Voltmeter.\*)

Die gesetzliche Bestimmung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltmeter. Als Kathode dient ein Platintiegel, der eine Lösung von 20—40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ( $AgNO_3$ ) in 100 Teilen

\*) Vergl. Wiedemannsche Annalen 1898, S. 926.

\*\*) Vergl. die Bestimmungen des deutschen Reichsgesetzes, ETZ 1901, S. 435.

Wasser enthält, während die Anode durch einen Stab aus reinem Silber gebildet wird. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 ccm der Lösung ausgeschieden sind, und auf der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber pro Quadratcentimeter niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünfteil Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere auf dem Quadratcentimeter betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen und nach dem Versuche mit chlorfreiem, destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung weißes, unlösliches Chlorsilber nach der Gleichung:



Nach dem Auswaschen wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Exsikkator erkalten und wägt 10 Minuten nach der Abkühlung. Bezeichnet

$m_1$  das Gewicht des Tiegels in Milligramm vor dem Versuch,

$m_2$  " " " " " " " nach " "

$t$  die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich, da ein Ampere in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt:

$$I = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.}$$

Die Berührung des inneren Tiegels mit der Hand ist streng zu vermeiden, da der Silber-Niederschlag sonst nicht fest haftet. Auch empfiehlt es sich, vor Ausführung des Versuches den Tiegel zu glühen, damit etwaige Verunreinigungen organischer Natur zerstört werden. Dabei ist jedoch zu beachten, daß das Glühen nur dann vorgenommen werden darf, wenn der Tiegel keine Spur von Silber enthält, da sich sonst eine leicht schmelzende Platin-Silber-Legierung bildet. Auch darf zum Ausglühen nur eine nicht leuchtende Flamme, und zwar die Spitze einer solchen Flamme, benutzt werden, da der Tiegel sonst unter Bildung von Kohlenstoff-Platin brüchig wird.

## Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke. — 20. Die magnetische Feldstärke. — 21. Die magnetischen Kraftlinien. — 22. Das magnetische Potential. — 23. Eisen im magnetischen Feld. — 24. Der Erdmagnetismus.

### 19. Die magnetische Polstärke.\*)

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Fähigkeit wurde zuerst an Eisenerzen beobachtet, die bei der Stadt Magnesia gefunden wurden. Daher nennt man Stahl, der Eisen anzieht, magnetisch. Taucht man einen solchen Stahlstab in Eisenspäne, so bemerkt man, daß die Eisenspäne besonders an den Enden des Stabes haften (Fig. 27).

Man bezeichnet diese Stellen, an denen die Anziehungskraft am stärksten ist, als die Pole des Magneten. Näherungsweise können wir bei langen und dünnen Magneten annehmen, daß die magnetische Anziehungskraft von zwei Punkten ausgeht, die sich in der Nähe der Enden des Stabes befinden. Diese Punkte sind in Fig. 27 mit  $N$  und  $S$  bezeichnet. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

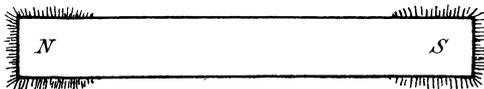


Fig. 27. Eisenfeilspäne an den Polen eines Magneten.

Näherungsweise können wir bei langen und dünnen Magneten annehmen, daß die magnetische Anziehungskraft von zwei Punkten ausgeht, die sich in der Nähe der Enden des Stabes befinden. Diese Punkte sind in Fig. 27 mit  $N$  und  $S$  bezeichnet. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

Ein um eine vertikale Achse drehbarer Magnet stellt sich so, daß einer von den beiden Polen nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt diesen Pol den Nordpol des Magneten, den entgegengesetzten Pol den Südpol.

Nähert man zwei Magnete einander, so beachtet man, daß zwei gleichnamige Pole sich abstoßen, zwei ungleichnamige sich anziehen. Daraus folgt, daß im geographischen Norden ein physikalischer Südpol und im geographischen Süden ein physikalischer Nordpol liegt.

Die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, wurde zuerst von Coulomb gemessen. Er hängte einen langen, dünnen Magneten an einem Metallfaden auf, so daß seine magnetische Achse sich in horizontaler Richtung befand. Durch Verdrehung des Aufhängefadens entfernte er nun den Nordpol dieses Magneten von dem Südpol eines anderen Magneten mit

\*) Vergl. über Magnetismus und Elektromagnetismus: Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. 2. Aufl. 1892.

vertikaler Achse. Da die Kraft, die ein gedrehter Faden ausübt, proportional dem Verdrehungswinkel ist, so konnte Coulomb das Verhältnis zwischen der Entfernung der Magnetpole und der Kraft, mit der sie sich anziehen, feststellen. Es ergab sich, daß diese Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Außerdem wird die Kraft doppelt so groß, wenn man durch Verdoppelung der Magnetstäbe die magnetische Menge oder Polstärke verdoppelt. Bezeichnet also:

- $f$  die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken,  
 $m_1$  „ Polstärke des einen Poles,  
 $m_2$  „ Polstärke des anderen Poles,  
 $r$  „ Entfernung,

so ergibt sich: 
$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (11)$$

Wir sollten wieder, wie beim Ohmschen Gesetz, hinter dem Gleichheitszeichen einen Proportionalitätsfaktor erwarten. Er fällt aber weg, wenn wir die Einheit für die Polstärke so wählen, daß sie zu den Einheiten der Kraft und der Länge paßt. Die Einheit der Länge ist das Zentimeter und die Einheit der Kraft ist, wie auf S. 22 angegeben, das Dyn, d. h. die Kraft, die der Masse von 1 ccm Wasser in jeder Sekunde die Geschwindigkeitszunahme 1 cm pro Sekunde erteilt.

Setzen wir also in Gleichung (11)  $f = 1$  Dyn und  $r = 1$  cm, und nehmen wir an, es sei  $m_1 = m_2$ , so wird  $m_1 = m_2 = 1$ , d. h. der Pol hat also die Stärke 1, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir messen demnach die Stärke eines Poles oder die Menge seines Magnetismus durch die Kraft, die er in der Einheit der Entfernung auf den Pol 1 ausübt.

## 20. Die magnetische Feldstärke.

Das magnetische Feld ist die Umgebung des Magneten oder überhaupt jeder Ort, wo magnetische Wirkungen, wie z. B. Ablenkungen von Magnetnadeln, auftreten. Diese Wirkungen ergeben sich bei einem Magneten aus der gemeinsamen Wirkung der beiden Pole. In dem Punkte  $A$  (Fig. 28) in der Umgebung eines Magneten befindet sich z. B. ein freibeweglicher Nordpol, dessen zugehöriger Südpol so weit entfernt sei, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird der Nordpol in  $A$  von dem Nordpol  $N$  in der Richtung  $AB$  abgestoßen und von dem Südpol  $S$  in der Richtung  $AC$  angezogen. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen. In Fig. 28 verhalten sich z. B. die Entfernungen von  $A$  bis zu den beiden Polen wie 2:1, also verhalten sich die entsprechenden Kräfte wie 1:4. Aus den beiden Kräften  $AB$  und  $AC$  in Fig. 28 ergibt sich dann zeichnerisch nach dem Parallelogramm

der Kräfte die Resultierende  $AD$ , die uns die Richtung und Größe der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle angibt.

Bringen wir nun eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel in das magnetische Feld, so greift die von unserem Magnetstab ausgehende magnetische Kraft an den Enden der Nadel an und dreht die Nadel, bis die magnetische Achse mit der Kraftrichtung zusammenfällt. In dieser Stellung ist die Nadel im Gleichgewicht. Die magnetische Achse einer in jeder Richtung drehbaren Magnetnadel zeigt uns also die Richtung der magnetischen Kraft an jeder Stelle des magnetischen Feldes an.

Um nun ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes zu gewinnen, bringen wir einen bestimmten Pol  $m$  an die betreffende Stelle und ermitteln die Kraft, mit der er angezogen oder abgestoßen wird. Diese Kraft ist einerseits proportional der Polstärke  $m$ , auf die das magnetische Feld wirkt, andererseits aber proportional der Feldstärke. Bezeichnen wir also diese Feldstärke mit  $\mathfrak{S}$ , so erhalten wir:

$$f = m \cdot \mathfrak{S}. \quad (12)$$

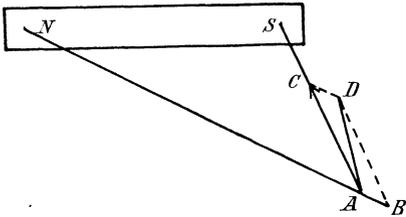


Fig. 28. Resultierende magnetische Kraft zweier Pole.

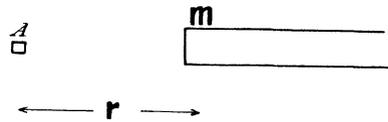


Fig. 29. Ermittlung der Feldstärke in der Umgebung eines Magnetpols.

Setzen wir in dieser Gleichung  $m = 1$ , so folgt  $\mathfrak{S} = f$ . Die Feldstärke  $\mathfrak{S}$  bezeichnet also die Kraft in Dyn, die an der betreffenden Stelle auf den Pol 1 ausgeübt wird. Die Einheit der Feldstärke hat dann das Feld, das auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

In Fig. 28 wurde die Kraft in dem Punkte  $A$  von den beiden Polen  $N$  und  $S$  ausgeübt. Wir betrachten jetzt in Fig. 29 den Fall, in welchem der eine Pol unseres Magneten sehr weit entfernt ist. Dann können wir bei Berechnung der Feldstärke seine Wirkung, die dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist, vernachlässigen. Um dann die Feldstärke in einem beliebigen Punkt  $A$  in der Entfernung  $r$  vom Magnetpol  $m$  zu bestimmen, bringen wir auf den Punkt  $A$  einen Pol von der Stärke 1. Dann ergibt sich nach Coulomb eine Kraft:

$$\mathfrak{S} = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}. \quad (13)$$

Dabei haben wir für diese Kraft direkt die Bezeichnung  $\mathfrak{S}$  statt der Bezeichnung  $f$  eingeführt, da wir es mit der auf den Pol 1 wirkenden Kraft, d. h. mit der Feldstärke zu tun haben.

Wir bringen nun eine Magnetonadel, deren Polstärke gleich  $m$  und deren Achse gleich  $l$  ist, in ein gleichförmiges magnetisches Feld von der Stärke  $\mathfrak{H}$  (Fig. 30). Die magnetische Kraft des Feldes sei von oben nach unten gerichtet. Die Achse der Nadel stehe senkrecht auf dieser Richtung. Dann wirkt auf den Nordpol die Kraft  $f_1 = m \cdot \mathfrak{H}$  am Hebelarm  $l/2$  und ebenso auf den Südpol  $S$  die Kraft  $f_2 = m \cdot \mathfrak{H}$  am Hebelarm  $l/2$ . Wir erhalten also ein gesamtes Drehmoment:

$$(f_1 + f_2) \cdot l/2 = 2 m \cdot \mathfrak{H} \cdot l/2 = \mathfrak{H} \cdot m \cdot l.$$

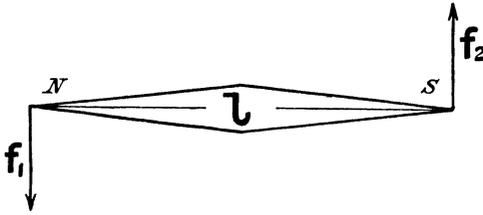


Fig. 30. Magnetonadel in einem gleichförmigen Felde.

Da die Kraft in Dyn und die Länge in Zentimeter gemessen ist, so erhalten wir das Drehmoment in Zentimeterdyn.

Das Drehmoment besteht aus zwei Größen, von denen die erste durch das äußere Feld  $\mathfrak{H}$  und

die zweite durch die magnetischen Eigenschaften der Nadel, nämlich durch das Produkt aus Polstärke mal Achse gegeben ist. Man nennt dieses Produkt  $m \cdot l$  das magnetische Moment der Nadel.

## 21. Die magnetischen Kraftlinien.

Wir haben bisher die alte Anschauung zugrunde gelegt, wonach an den punktförmigen Polen eines Magnetstabes eine gewisse Menge von Magnetismus vorhanden ist und von den beiden Polen Wirkungen in die Ferne ausgehen. Nun hat man es in Wirklichkeit niemals mit punktförmigen Polen zu tun, und die Wirkungen in die Ferne werden jetzt in der Naturwissenschaft nicht mehr anerkannt. Dennoch ist die alte Anschauung von großem Wert, weil sie die magnetischen Erscheinungen, die durch den Versuch gefunden werden, auf einfache Weise erklärt und in mathematische Form bringt. Zu einem innerlichen Verständnis der magnetischen Erscheinungen kommen wir aber erst durch Faradays geniale Kraftlinientheorie. Nach Faraday gibt es keine Wirkung in die Ferne, und die Kraft in der Umgebung eines Magneten tritt nicht erst auf, wenn ein anderer Pol hingebraht wird, auf den sie wirkt. Vielmehr ist die Umgebung des Magneten dauernd in einem besonderen Zustand, indem sie gleichsam selbst magnetisiert ist. Diese anschauliche Vorstellung, wonach von den Polen eine „Kraftströmung“ ausgeht, welche die Umgebung des Magneten erfüllt, erklärt die magnetischen Erscheinungen ebensogut, wenn nicht noch besser, wie die alte Theorie, und die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der mathematischen Forschung und der anschaulichen Vorstellung erhöht unser Vertrauen zu der Zuverlässigkeit beider Methoden.

Die Grundlage für Faradays Anschauung bildet ein einfacher Versuch, dessen selbständige Wiederholung jedem zu empfehlen ist. Streut man durch ein Sieb Eisenfeile auf einen Magneten, indem man die Unterlage etwas erschüttert, so ordnen sich die Eisenfeile in eigentümlichen Kurven an (Fig. 31). Indem nämlich die Eisenfeilspäne während des Herunterfallens selbst magnetisiert werden, richten sie sich wie eine Magnetnadel, so daß ihre Längsrichtung mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Dabei zieht ein Eisenteilchen das andere an, und es entstehen Kurven, die die Richtung der magnetischen Kraft viel deutlicher angeben, als es durch die Zeichnung in Fig. 28 geschah. Wir nennen diese Kurven Kraftlinien und betrachten sie willkürlich als vom Nordpol ausgehend und in den Südpol einmündend.

Eine Magnetnadel stellt sich so ein, daß ihre Achse eine Tangente an die Kraftlinie bildet, und daß ihr Nordpol nach der positiven Richtung der Kraftlinien zeigt. Ein frei beweglicher Nordpol  $n$ , dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, bewegt sich in Richtung der Kraftlinie (Fig. 31). Die Kraftlinie ist also bestimmt als die Bahn eines frei beweglichen Nordpols. Obgleich sie im Grunde nichts anderes ist als die Richtung der magnetischen Kraft, so gewöhnt man sich schließlich und vielleicht nicht mit Unrecht daran, den Kraftlinien eine wirkliche Existenz zuzuschreiben.

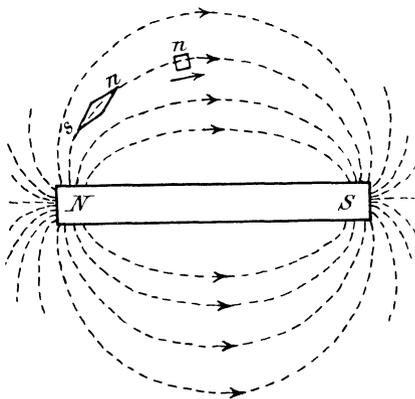


Fig. 31. Magnetische Kraftlinien.

Die Kraftlinie gibt nun nicht nur ein Bild von der Richtung der magnetischen Kraft, sondern sie gestattet auch, die Stärke der Kraft, also die magnetische Feldstärke, sehr bequem zu ermitteln. Wir betrachten zu dem Zwecke die Kraftströmung, die von einem punktförmigen Pol  $m$  ausgeht. Sie dringt strahlenförmig in den ganzen Raum und durchsetzt eine Reihe von konzentrischen Kugelflächen von innen nach außen (Fig. 32). Da die Kugeloberflächen sich wie die Quadrate der Halbmesser verhalten, so ist die Kraftlinienzahl, die auf ein Quadratcentimeter der Kugelfläche kommt, dem Quadrate des Halbmessers  $r$  umgekehrt proportional. Da sie außerdem mit der Stärke des Poles  $m$  wächst, so ist sie dem Ausdruck  $m/r^2$ , d. h. nach Gleichung 13 auf S. 50 der Feldstärke an der betreffenden Kugeloberfläche proportional.

Der Proportionalitätsfaktor wird gleich Eins, wenn wir die Einheit für die Kraftlinie passend wählen. Als Einheit für die Kraftlinie wählen wir daher die Kraftströmung, die auf einem Quadratcentimeter eines Feldes vorhanden ist, in welchem die Einheit

der Polstärke die Kraft ein Dyn erfährt. Dadurch werden die Kraftlinienzahl auf einem Quadratcentimeter und die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  nicht nur einander proportional, sondern auch zahlenmäßig einander gleich.

Ist z. B. die Feldstärke in dem Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine gleich 7000, so bedeutet dies ebensowohl, daß auf die Einheit der Polstärke 7000 Dyn ausgeübt werden, als auch, daß aus jedem Quadratcentimeter der Nordpolfläche 7000 Kraftlinien austreten. Bei einer Polfläche von 400 qcm ergibt sich dann die Gesamtzahl der vom Nordpol austretenden Kraftlinien zu:

$$N = 7000 \cdot 400 = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Allgemein ist der gesamte aus einer Fläche austretende Kraftfluß das Produkt aus der Kraftliniendichte  $\mathfrak{H}$  und der Fläche  $Q$ , die der Kraftfluß senkrecht durchsetzt, d. h.:

$$N = \mathfrak{H} \cdot Q. \quad (14)$$

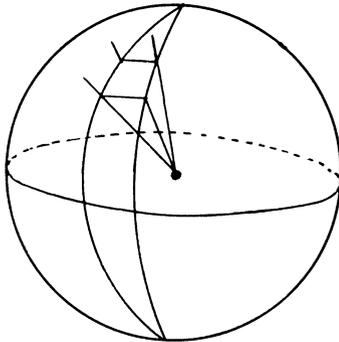


Fig. 32. Durchdringung einer Kugelfläche durch Kraftlinien eines im Mittelpunkt angeordneten Pols.

Daraus ergibt sich eine weitere einfache Bestimmung der Kraftlinieneinheit. Der von einem Pol  $m$  ausgehende Kraftfluß  $N$  durchdringt in der Entfernung 1 cm vom Pol eine Kugeloberfläche von  $4\pi$  qcm. Die Kraftlinienzahl auf einem Quadratcentimeter ist also dort  $\frac{N}{4\pi}$ . Da nach dem Coulombschen Gesetz die Feldstärke an der Oberfläche in unserm Falle gleich  $\frac{m \cdot 1}{1^2}$  ist, so ergibt sich durch Gleichsetzung:

$$\frac{N}{4\pi} = \frac{m \cdot 1}{1^2}.$$

Die Kraftlinienzahl des Poles  $m$  ist demnach:

$$N = 4\pi \cdot m. \quad (15)$$

Ist  $m = 1$ , so wird  $N = 4\pi$ , d. h.: der Pol 1 sendet  $4\pi$  Kraftlinien aus, oder: eine Kraftlinie ist der  $4\pi$ te Teil der vom Pol Eins ausgehenden Kraftströmung.

## 22. Das magnetische Potential.

Im vorigen Abschnitt ergab sich, daß ein frei beweglicher Nordpol sich im magnetischen Feld längs einer Kraftlinie bewegt. Bilden wir nun an jeder Stelle das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol wirkt, und dem unendlich kleinen Weg, über den sie wirkt, und summieren die Produkte, so erhalten wir die Arbeit, die vom magnetischen Feld bei der

Bewegung geleistet wird. Diese wird entweder dazu verbraucht, um einen mechanischen Widerstand zu überwinden, wobei sie sich in mechanische Arbeit umsetzt, oder sie setzt sich in kinetische Energie um.

Wenn wir andererseits einen Nordpol  $n$  (Fig. 33) entgegen der Kraftlinie von  $S$  nach  $N$  bewegen, so haben wir dabei die entgegengerichteten Kräfte des magnetischen Feldes zu überwinden, indem der Nordpol zugleich vom Südpol  $S$  angezogen und vom Nordpol  $N$  abgestoßen wird. Wir müssen also eine mechanische Arbeit aufwenden, die sich als die Summe aus den einzelnen Produkten aus Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke ergibt. Diese Arbeit ist dann als potentielle Energie aufgespeichert, um wieder frei zu werden, wenn der Nordpol unter dem Einfluß des Feldes zurückgetrieben wird. Dabei wird dann entweder wieder mechanische Arbeit geleistet, oder dem Pol  $n$ , den wir uns auf einem Eisenkörper befindlich denken, wird eine kinetische Energie mitgeteilt. Die Verhältnisse liegen also ganz ebenso, wie wenn wir ein Gewicht hochheben und dabei die entgegengerichtete Schwerkraft überwinden. Die dabei geleistete und als potentielle Energie aufgespeicherte Arbeit wird wieder frei, wenn das Gewicht vom höheren zum niederen Niveau herunterfällt.

Wir haben also zwischen den verschiedenen Punkten einer Kraftlinie eine magnetische Niveaudifferenz oder magnetische Potentialdifferenz. Wir bestimmen diese, ähnlich wie in Abschnitt 11, als die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die positive Einheit der magnetischen Menge, also die Einheit der Polstärke, vom niederen zum höheren Niveau zu führen. Umgekehrt ist sie auch bestimmt als die Arbeit, die von den Kräften des Feldes geleistet wird, wenn die Einheit der Polstärke vom höheren zum niederen Niveau getrieben wird. Bezeichnen wir das Niveau des Nordpols als positiv, so haben wir das Niveau des Südpols als negativ einzuführen, und das Niveau oder das Potential in der Mitte der Kraftlinie ist gleich Null.

Bei der Bewegung des Nordpols  $n$  von  $C$  nach  $D$  in Fig. 33 ist es nun gleichgültig, ob wir den Pol auf geradem Wege, d. h. längs der Kraftlinie, oder auf einem Umwege bewegen. Dies folgt aus dem Gesetze von der Erhaltung der Energie. Die Arbeit, die man aufwendet, den Nordpol von  $C$  nach  $D$  zu führen, ist unabhängig vom Wege, weil sie als potentielle Energie aufgespeichert ist und ihr Betrag allein durch die

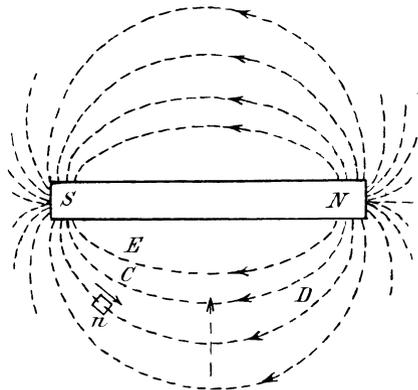


Fig. 33. Bewegung eines Nordpols entgegen der Kraftlinie.

Anfangs- und Endlage gegeben ist. Sie wird in allen Fällen in gleichem Betrage wieder gewonnen, wenn der Pol  $n$  unter dem Einfluß der Kräfte des magnetischen Feldes wieder von  $D$  nach  $C$  zurückgetrieben wird.

Auf der anderen Seite ist zur Bewegung des Poles  $n$  von  $C$  nach  $E$  keine Arbeitsleistung erforderlich, da die Bewegung senkrecht zur Kraftrichtung erfolgt. Zwischen den Punkten  $C$  und  $E$  herrscht also keine Niveaudifferenz. Derartige Punkte gleichen Potentials liegen übrigens nicht bloß in der Ebene, sondern auch im Raume. Sie bilden eine sog. Niveaufläche, die überall senkrecht auf der Kraftrichtung steht, und auf der eine Verschiebung ohne Arbeitsleistung erfolgt.

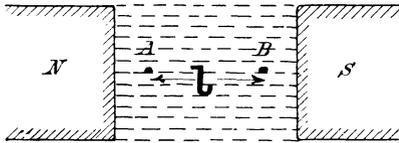


Fig. 34. Gleichförmiges Feld zwischen ungleichnamigen Polflächen.

Wir bringen nun die positive Einheit der Polstärke in ein gleichförmiges Feld, dessen Kraftlinien sämtlich parallel laufen. Wenn wir dann den Pol entgegen der Kraftlinie bewegen (Fig. 34), so ist die Kraft, die auf ihn wirkt,

längs des ganzen Weges  $l$  die gleiche. Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten  $A$  und  $B$ , deren Entfernung  $l$  ist, berechnet sich dann durch das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, mal dem Weg, sie ist also gleich  $\mathfrak{S} \cdot l$ .

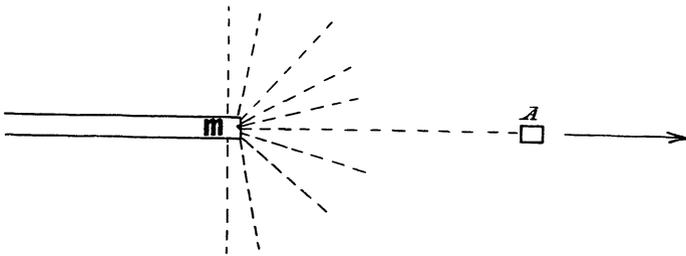


Fig. 35. Abstoßung zwischen gleichnamigen Polen.

Bisher haben wir immer nur von Potentialdifferenzen gesprochen und gehen jetzt dazu über, das magnetische Potential selbst zu definieren. Wir denken uns also einen punktförmigen Nordpol  $m$ , dessen Südpol unendlich weit entfernt gedacht werden möge (Fig. 35). Die Kraftlinien dieses Poles dringen strahlenförmig in den Raum, und unter ihrem Einfluß wird ein in  $A$  befindlicher Nordpol in der Richtung des Pfeiles in die Unendlichkeit getrieben. Die Kraft, die dabei auf ihn wirkt, nimmt längs des ganzen Weges mit dem Quadrate der Entfernung ab und wird schließlich gleich 0. Die gesamte Arbeit, die dabei frei wird, wenn der Pol 1 vom Punkte  $A$  in die Unendlichkeit getrieben wird, würde die Potentialdifferenz zwischen  $A$  und der Unendlichkeit sein. Man nennt sie das Potential des Punktes  $A$  oder das Potential des Poles  $m$  im Punkte  $A$ . Die Höhe des Potentials berechnet sich auf folgende Weise:

Ist  $x$  der Abstand des beweglichen Poles 1 vom Pol  $m$  in einem beliebigen Zeitpunkt der Bewegung, so ist die auf den beweglichen Pol ausgeübte Kraft gleich  $\frac{m \cdot 1}{x^2}$  Dyn. Die Arbeit längs des Weges  $dx$  ist dann:

$$dA = \frac{m \cdot 1}{x^2} \cdot dx.$$

Ist ferner  $r$  der Abstand des beweglichen Poles 1 vom Pol  $m$  im Anfang der Bewegung, also im Punkte  $A$ , so ist die ganze Arbeit, die geleistet wird, wenn der Pol 1 in die Unendlichkeit getrieben wird:

$$A = \int_r^{\infty} \frac{m}{x^2} \cdot dx = \left[ -\frac{m}{x} \right]_r^{\infty} = \frac{m}{r}.$$

Diese Arbeit ist also das Potential im Punkte  $A$ . Für einen unendlich entfernten Punkt ergibt sich aus der obigen Gleichung das Potential Null.

Es könnte nun auffallen, daß das Potential oder Niveau des unendlich entfernten Punktes das gleiche ist wie das des Mittelpunktes einer Kraftlinie, für das wir oben ebenfalls den Wert 0 fanden. Tatsächlich würde es aber in dem durch Fig. 33 dargestellten Falle gelingen, einen Pol ohne Arbeitsleistung aus der Unendlichkeit in Richtung des punktierten Pfeiles auf die Mitte einer Kraftlinie zu bringen, da die Bewegung immer senkrecht zu den resultierenden Kraftlinien beider Pole geschieht. In der Regel hat man übrigens nicht mit dem Potential, sondern nur mit Potentialdifferenzen oder Niveaudifferenzen zu rechnen.

### 23. Eisen im magnetischen Feld.

Streuen wir Eisenfeilspäne auf einen Magneten, in dessen Nähe sich ein Eisenstück befindet, so sehen wir, daß das ursprüngliche Feld des Magneten eine Veränderung erfahren hat, indem das Eisenstück die Kraftlinien in sich hineinzieht (Fig. 36). An dem Ende des Eisenstückes, das dem Magnetpol zugekehrt ist, treten zahlreiche Kraftlinien auf, während das magnetische Feld an anderen Stellen geschwächt wird. Man kommt dadurch zu der Vorstellung, daß Pole im Eisen erzeugt oder „induziert“ werden. Das Vorzeichen des induzierten Poles ist dem Vorzeichen des induzierenden, gegenüberliegenden Magnetpoles entgegengesetzt. Aus der Ungleichnamigkeit der gegenüberliegenden Pole erklärt sich dann die früher besprochene Erscheinung, daß Eisen von einem Magneten angezogen wird.

Zu demselben Ergebnis gelangt nun auch die Kraftlinientheorie. Diese schreibt dem Eisen eine besondere Leitfähigkeit für Kraftlinien zu, so daß diese mit besonderer Vorliebe durch das Eisen verlaufen. Die Anziehung des Eisens durch den Pol führt uns dann zu der Annahme, daß die Kraftlinien nicht unnötig einen langen Weg machen, wenn sie sich einen kürzeren Weg schaffen können, daß sie sich also wie ein gespanntes, in sich geschlossenes Gummiband zusammenzuziehen suchen. Dabei müssen

wir ihnen dann aber weiter eine Abneigung gegen großes Gedränge zuschreiben, da sie sich sonst ja alle dicht am Magneten entlang den kürzesten Weg vom Nordpol  $N$  zum Südpol  $S$  suchen würden. Sie stoßen sich also gegenseitig senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ab und verhalten sich in dieser Hinsicht wie zwei parallele Magnetstäbe, die sich abstoßen, wenn ihre Nordpole ebenso wie die Südpole nebeneinander liegen.

Durch die Annahme, daß die Kraftlinien mit Vorliebe durch Eisen verlaufen, weil sie von diesem Material besser geleitet werden als von der Luft, macht es deutlich, daß die Kraftlinien des Poles  $N$  in Fig. 36 zahlreich in die gegenüberliegende Seite des Eisens eintreten. Diese Seite erscheint daher als ein Südpol, in den die Kraftlinien nach unserer früheren Festsetzung eintreten. Die entgegengesetzte Seite des Eisens erscheint dann als ein Nordpol, weil die Kraftlinien aus ihr austreten.

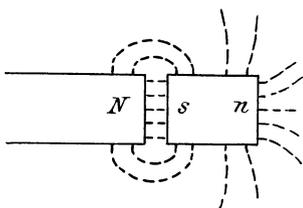


Fig. 36. Eisen im magnetischen Feld.

Beim Übergang der Kraftlinien aus einem Medium in das andere zeigt sich allgemein die Erscheinung, daß die Tangenten der Einfallswinkel sich wie die Leitfähigkeiten der betreffenden Medien verhalten. Bei der großen Leitfähigkeit des Eisens treten die Kraftlinien daher aus der Luft fast senkrecht in Eisen ein.

Die Magnetisierung des Eisens ist um so stärker, je besser es die Kraftlinien leitet. Beispielsweise ist sie unter sonst gleichen Verhältnissen bei Schmiedeeisen oder weichem Stahl stärker als bei dem hartem Gußeisen oder bei gehärtetem Stahl. Diese Erscheinung führt uns zu der zuerst von

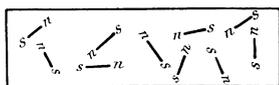


Fig. 37.

Eisenmoleküle vor der Magnetisierung.



Fig. 38.

Eisenmoleküle während der Magnetisierung.

Weber ausgesprochenen Annahme, daß der Vorgang der Magnetisierung ähnlich ist wie der bei dem Richten der Eisenfeilspäne beobachtete Vorgang. Man nimmt an, daß die kleinsten Teilchen, die sog. Moleküle des Eisens oder Stahls, von Natur magnetisch sind, daß sie aber wirt durcheinander liegen (Fig. 37). Sie können also nach außen keine Wirkung ausüben, so daß das [Eisen unmagnetisch erscheint. Bei Annäherung eines Magneten (Fig. 38) werden die Moleküle dann gleichgerichtet, zeigen also an den Endflächen „freien“ Magnetismus, während sich ihre Wirkungen mehr in der Mitte gegenseitig aufheben. Es ist leicht einzusehen, daß die kleinsten Teile im weichen Schmiedeeisen sich leichter richten lassen als im harten Stahl.

Eine Bestätigung findet die Anschauung vom Molekularmagnetismus durch die Erscheinung, daß Schmiedeeisen nur vorübergehend, Stahl da-

gegen dauernd magnetisch wird. Beim weichen Schmiedeeisen kehren die kleinsten Teile nach Entfernung des induzierenden Poles fast vollständig wieder in ihre frühere Lage zurück, und es bleibt nur ein geringer remanenter Magnetismus zurück. Dagegen verharren die kleinsten Teile des harten Stahls, nachdem sie einmal gerichtet sind, in ihrer neuen Lage, und der Stahl wird dauernd magnetisch. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet in der Mitte der Achse unmagnetisch ist, und daß man trotzdem, wenn man ihn senkrecht zur Achse durchbricht, an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet.

Die beste Bestätigung der Weberschen Anschauung ist die bei der Ummagnetisierung des Eisens beobachtete Wärmeentwicklung. Diese erklärt sich aus der Theorie des Molekularmagnetismus einfach in der Weise, daß bei der Ummagnetisierung eine Umdrehung der kleinsten Teile stattfindet. Diese kann nun nicht ohne Reibung erfolgen, da die Eisenteilchen in ihrer früheren Lage zurückzubleiben suchen und sich einer Änderung widersetzen. Man bezeichnet diese Erscheinung daher als magnetische Reibung oder als Hysterisis, d. h. als ein Zurückbleiben. Die beim Ummagnetisieren aufgewendete Arbeit setzt sich in Wärme um. Sie ist der Anzahl der Polwechsel und der Menge des Eisens proportional, und außerdem von der Stärke der Magnetisierung und der Härte des Eisens abhängig.

## 24. Der Erdmagnetismus.

Die Lage der magnetischen Pole der Erde fällt nicht mit den geographischen Polen zusammen. Die magnetische Achse einer Magnetnadel stellt sich also nicht genau in die geographische Nord-Süd-Richtung, sondern sie bildet mit dieser Richtung den sog. „Deklinationwinkel“. Die Deklination ist in Deutschland eine westliche. Andererseits bildet die magnetische Achse einer in jeder Richtung beweglichen Magnetnadel im allgemeinen ebenfalls mit der wagerechten einen Winkel, den man als Inklinationwinkel bezeichnet. Bei den gewöhnlichen, in horizontaler Richtung schwingenden Magnetnadeln kommt daher nur ein Teil der erdmagnetischen Kraft, nämlich die sog. Horizontalkomponente, zur Geltung. Ihr Betrag ist gegenwärtig in Berlin 0,19, d. h. auf die Einheit der Polstärke wirkt in wagerechter Richtung eine Kraft von 0,19 Dyn.

## Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. — 26. Die elektromotorische Kraft der Induktion. — 27. Mechanische und elektrische Arbeit. — 28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife. — 29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft. — 30. Die Magnetisierungskurven. — 31. Der magnetische Widerstand. — 32. Die Selbstinduktion. — 33. Die gegenseitige Induktion. — 34. Die Hysteresis. — 35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten. — 36. Wirbelströme.

### 25. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes.

Der Versuch ergibt, daß eine Magnetenadel in der Nähe eines Stromleiters aus ihrer Nord-Süd-Richtung abgelenkt wird. Wir schließen daraus, daß der elektrische Strom in seiner Umgebung ein magnetisches Feld erzeugt. Die Richtung der Kraftlinien dieses Feldes läßt sich

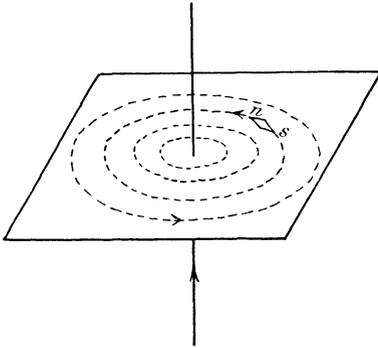


Fig. 39.

Kraftlinien eines geraden Stromleiters.

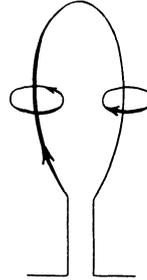


Fig. 40.

Kraftlinien einer Schleife.

ermitteln, indem man eine kleine Magnetenadel in Richtung ihrer Achse weiter bewegt, oder indem man Eisenfeilspäne auf eine Ebene streut, die von dem Leiter senkrecht durchsetzt wird. (Fig. 39). Die Eisenspäne ordnen sich in Kreisen an, die den Stromleiter zum Mittelpunkt haben. Die vom Strome erzeugten Kraftlinien sind also geschlossene Kurven. Ein frei beweglicher Nordpol, dessen Südpol weit entfernt ist, umkreist den Leiter in Richtung der Kraftlinie. Diese Richtung steht senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. Sie ergibt sich aus der sog. Ampereschen Schwimmerregel: Schwimmt man mit dem Strome und sieht nach einer Magnetenadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Die Anwendung dieser Regel bei einer Stromschleife ergibt, daß die von der Stromschleife erzeugten Kraftlinien sämtlich von der einen Seite in die Ebene der Schleife eindringen. Sie treten auf der anderen Seite aus der Ebene heraus, um sich dann außenherum zu schließen (Fig. 40). Die Stromschleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Südpol an der Seite liegt, an welcher die Kraftlinien eintreten, und deren Nordpol an der Seite liegt, an welcher die Kraftlinien aus der Ebene der Schleife austreten. Sehr bequem ist dann die Regel: Man

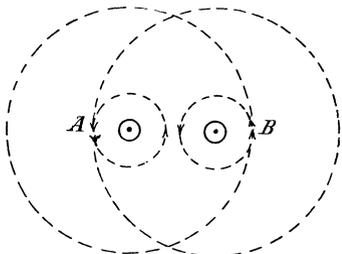


Fig. 41. Kraftlinien zweier im gleichen Sinne durchflossener Leiter.

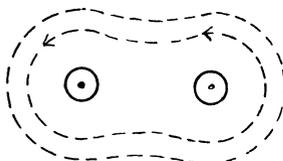


Fig. 42. Resultierender Kraftfluß zweier, im gleichen Sinne durchflossener Leiter.

sehe auf die Ebene der Windung. Fließt der Strom im Sinne des Uhrzeigers, so hat man einen Südpol vor sich. Fließt er entgegengesetzt dem Uhrzeiger, so hat man einen Nordpol vor sich.

Um die Kraftlinienverteilung bei einer Spule zu bestimmen, betrachten wir zunächst zwei parallele Leiter, welche die Papierebene senkrecht durchdringen und von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden (Fig. 41 und 42). Die Punkte in den Querschnitten der Leiter deuten die Spitze eines Strompfeiles an. Der Strom fließt also von hinten nach vorne und erzeugt Kraftlinien, die entgegen dem Uhrzeiger verlaufen.

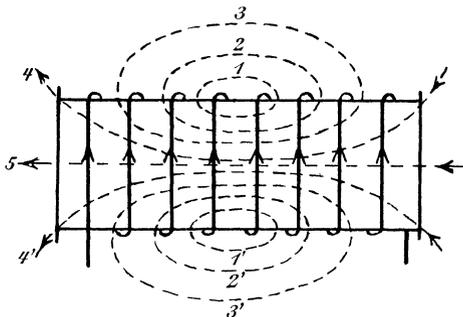


Fig. 43. Kraftlinien einer Spule.

Wie sich aus Fig. 41 ergibt, heben sich die von beiden Leitern erzeugten Kraftlinien mitten zwischen den beiden Leitern gegenseitig auf, während sie sich außen, z. B. bei *A* und *B*, addieren. Die Kraftlindichte ist also außen größer, als wenn nur ein einzelner Leiter vorhanden wäre. Das Ergebnis ist, daß ein von beiden Strömen erzeugter Kraftfluß beide Leiter gemeinsam umschlingt, was auch durch den Versuch mit Eisenspänen bestätigt wird (Fig. 42).

Winden wir jetzt die Drähte einer Spule (Fig. 43), so dringen die Kraftlinien, wie in Fig. 40, durch die Ebenen der einzelnen Schleifen. Sie

vereinigen sich aber jetzt zu langen Kraftlinien, die mehr oder weniger die ganze Spule durchdringen, im Innern der Spule wesentlich parallel zur Achse verlaufen und sich außenherum schließen. Die Kraftlinien 1 und 1' in Fig. 43 sind also durch die beiden mittelsten Windungen geschaffen, die Kraftlinien 2 und 2' durch die 4 mittelsten Windungen, die Kraftlinien 3 und 3' durch die 6 mittelsten Windungen. Endlich werden die aus den Stirnflächen austretenden Kraftlinien 4, 5 und 4' von sämtlichen Windungen erzeugt.

Eine solche stromdurchflossene Spule verhält sich in mancher Beziehung wie ein Magnet, indem die Kraftlinien, wie beim Magneten, zum großen Teil aus der Stirnfläche austreten, während ein Teil sich schon auf dem Wege über die Mantelfläche schließt. Die Spule unterscheidet sich jedoch dadurch von einem Magneten, daß ihre Kraftlinien geschlossene Kurven sind, d. h. quellenfrei sind, während die des Magneten von den mehr oder weniger punktförmigen Polen ausgehen. Man bezeichnet die stromdurchflossene Spule als ein Solenoid und bringt dadurch die „Quellenfreiheit“ der Kraftlinien zum Ausdruck.

Die positive Richtung der Kraftlinien innerhalb des Solenoids bestimmt sich nach der Ampèreschen Schwimmerregel, wobei man das Gewicht nach dem Innern der Spule zu wenden hat. In Fig. 43 ergibt sich z. B. eine Kraftlinienrichtung von rechts nach links.

Aus der Erscheinung, daß ein stromdurchflossener Leiter Kraftlinien erzeugt, erklären sich nun auch die mechanischen Kräfte, die von ihm ausgeübt werden. Beispielsweise sucht ein Eisenkern eine solche Lage anzunehmen, daß er von einem Höchstwert der Kraftlinien durchflossen wird. Er wird daher in die Spule hineingezogen. Auf dieser Erscheinung beruhen die gewöhnlichen Instrumente zum Messen von Strömen oder Spannungen.

Auch zwei Stromleiter üben eine mechanische Kraft aufeinander aus. Werden z. B. parallele Stromleiter von gleichgerichteten Strömen durchflossen, so erzeugen sie nach Fig. 42 Kraftlinien, die die Leiter gemeinsam umschließen. Die Kraftlinien, die nach S. 56 das Bestreben haben, sich wie ein gespanntes Gummiband zusammenzuziehen, bewirken, daß die Stromleiter aneinander genähert werden. Parallele Stromleiter ziehen also einander an, wenn sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden.

Werden dagegen die beiden parallelen Stromleiter, wie in Fig. 44, von entgegengesetzten Strömen durchflossen, was durch Zeichnung des Schaftes und der Spitze des Strompfeiles im Querschnitt der Leiter angedeutet ist, so ergibt die Ampèresche Schwimmerregel, daß die von beiden Leitern erzeugten Kraftlinien innen gleichgerichtet sind, sich aber außen aufheben. Die Kraftlinien innen suchen sich nun möglichst viel Platz zu schaffen und drängen dabei die beiden Leiter auseinander.

Parallele Leiter stoßen also einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden.

Auf der genannten dynamischen Wirkung paralleler Stromleiter beruhen die zur Messung von Strömen und Spannungen verwendeten Dynamometer, bei denen der Strom hintereinander eine feste und eine bewegliche Spule durchfließt. Auch die Wattmeter sind in ähnlicher Weise eingerichtet, indem eine vom Strome durchflossene feste Spule auf eine bewegliche, an die Spannung angeschlossene Spule eine mechanische Kraft ausübt. In allen genannten Instrumenten sucht sich die bewegliche Spule so zu stellen, daß die positive Richtung der von ihr erzeugten Kraftlinien in die positive Richtung der Kraftlinien der festen Spule fällt.

Von besonderer Wichtigkeit ist die magnetische Wirkung, die von geraden Stromleitern und einem homogenen Feld auf einander ausgeübt wird. In Fig. 45 durchdringt ein gerader Stromleiter,

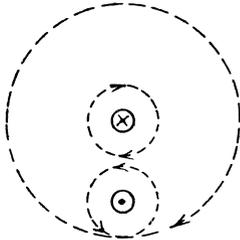


Fig. 44. Kraftlinien zweier in ungleichem Sinne durchflossener Leiter.

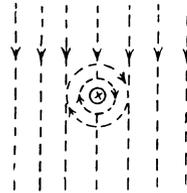


Fig. 45. Kraftlinien eines im magnetischen Feld liegenden Stromleiters.

der von vorne nach hinten durchflossen wird, senkrecht die Papierebene. Die Kraftlinien des Magnetfeldes verlaufen parallel zur Papierebene von oben nach unten. Wie man sieht, schwächen die vom Strome erzeugten Kraftlinien das Feld links und verstärken es rechts. Da nach der Faradayschen Anschauung die Kraftlinien einen Druck senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ausüben und sich gegenseitig Platz zu machen suchen, so wird auf den Leiter unter den vorliegenden Verhältnissen eine Kraft ausgeübt, die nach links gerichtet ist.

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus der Ampereschen Schwimmerregel. Wir formen diese für den vorliegenden Fall in folgender Weise um:

Schwimmen wir mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, von wo die Kraftlinien herkommen, so sucht der Strom den Nordpol nach links zu treiben. Steht der Pol fest und ist der Leiter beweglich, so weicht der Leiter nach rechts aus.

Die Richtung der Kraft steht wieder senkrecht auf einer durch Leiter und Kraftlinie gelegten Ebene.

In Fig. 46 befinde sich z. B. ein im Sinne des Pfeiles durchflossener Leiter vor einem hinter der Papierebene liegenden Nordpol, dessen Kraftlinien aus der Papierebene heraustreten. Schwimmen wir

nun mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts in Richtung des punktierten Pfeiles. Ebenso befindet sich in Fig. 47 ein stromdurchflossener Leiter vor einem Südpol, in den die Kraftlinien eintreten, so daß sie von vorn nach hinten in die Papierebene hineindringen. Wir schwimmen nun wieder in Richtung des Stromes, also in Fig. 46 mit den Füßen links und mit dem Kopfe rechts. Wir sehen dann nach dem Nordpol, von wo die Kraftlinien herkommen, also nach der Richtung vor der Papierebene. Dann bewegt sich der

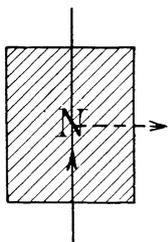


Fig. 46. Kraftwirkung eines Poles auf einen Stromleiter.

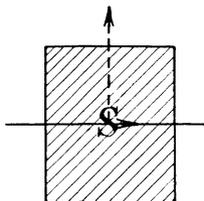


Fig. 47. Kraftwirkung eines Poles auf einen Stromleiter.

Leiter nach unserer rechten Hand, also in Richtung des punktierten Pfeiles nach oben.

Befindet sich ferner der stromdurchflossene Leiter in wagerechter Lage in einer senkrechten Ebene und treten die Kraftlinien senkrecht

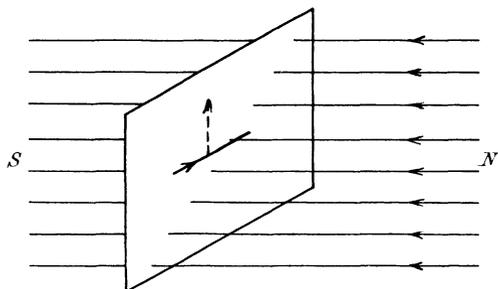


Fig. 47a. Kraftwirkung zwischen Stromleiter und gleichförmigem Feld.

von rechts nach links in diese Ebene hinein (Fig. 47 a), so denken wir uns rechts, von wo die Kraftlinien herkommen, einen Nordpol befindlich. Schwimmen wir nun in Richtung des Stromes und sehen nach diesem Nordpol, so würde derselbe sich nach unserer linken Hand, also nach unten

bewegen. Steht er fest und ist der Leiter beweglich, so erfolgt die Bewegung nach unserer rechten Hand, also nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

## 26. Die elektromotorische Kraft der Induktion.

Die Erfahrung ergibt, daß in einer Windung eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, sobald und solange sich die Stärke des Kraftflusses, der die Windung durchsetzt, ändert. Die elektromotorische Kraft, die auf diese Weise „induziert“ wird, hat eine solche Richtung,

daß der von ihr erzeugte Strom der Änderung des Kraftflusses entgegenwirkt.

Obgleich in allen Fällen zunächst eine elektromotorische Kraft und erst in zweiter Linie ein Strom erzeugt wird, so soll doch der Kürze wegen im folgenden von „induzierten Strömen“ gesprochen werden.

In Fig. 48 werde eine Schleife an der Stirnfläche eines hinter der Papierebene liegenden Nordpols vorbei bewegt. Der Kraftfluß, der die Windung durchsetzt, durchdringt die Papierebene von hinten nach vorne und nimmt während der Bewegung zu. Nach der obigen Regel wird also ein Strom induziert, dessen Kraftlinien die Fläche der Windung von vorne nach hinten durchdringen. Daraus ergibt sich mit Hilfe der Ampèreschen Schwimmerregel die in Fig. 48 gezeichnete Richtung des Stromes.

In Fig. 49 ändert sich die Kraftlinienzahl, welche die Windung durchsetzt, für einen Augenblick gar nicht, und die induzierte elektro-

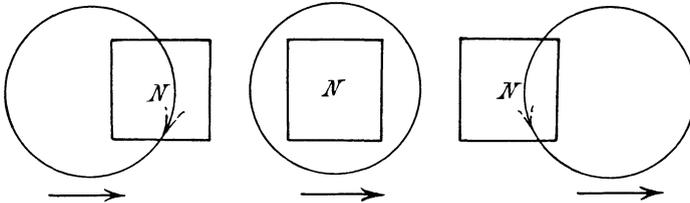


Fig. 48.

Fig. 49.

Fig. 50.

Induzierung einer elektromotorischen Kraft durch Bewegung einer Schleife vor einem Pol.

motorische Kraft ist gleich Null. Das ist immer der Fall in dem Augenblick, in welchem eine Windung den Höchstwert der Kraftlinienzahl umfaßt.

In Fig. 50 endlich hat der induzierte Strom eine solche Richtung, daß er der Abnahme der durch die Windung tretenden Kraftlinienzahl entgegenwirkt.

Es ist bemerkenswert, daß der in Fig. 48 und 50 gezeichnete Strompfeil zwar beide Male vor dem Nordpol von oben nach unten gerichtet ist, daß aber in Fig. 48 die Schleife im Sinne des Uhrzeigers, in Fig. 50 entgegen dem Uhrzeiger durchflossen wird. Der Strom hat also in dem in Fig. 49 gezeichneten Zeitpunkt seine Richtung gewechselt.

Die Größe der induzierten elektromotorischen Kraft ist, wie der Versuch ergibt, proportional der Änderungsgeschwindigkeit der Kraftlinienzahl, die durch die Fläche der Schleife tritt, d. h. proportional dem Quotienten  $\frac{dN}{dt}$ . Um den Proportionalitätsfaktor gleich Eins werden zu lassen, messen wir die elektromotorische Kraft in einem noch näher zu bestimmenden, sog. absoluten Maß. Um gleichzeitig auch die Richtung der elektromotorischen Kraft in den Rechnungen zum Ausdruck zu bringen, rechnen wir einen Strom als positiv, wenn er Kraftlinien erzeugt, die denen des Magnet-

feldes gleichgerichtet sind. Außerdem geben wir der elektromotorischen Kraft dasselbe Vorzeichen wie dem von ihr erzeugten Strom. Da die elektromotorische Kraft einen Strom erzeugt, welcher der Zunahme  $dN$  der Kraftlinien entgegenwirkt, so hat sie entgegengesetztes Vorzeichen wie die Zunahme der Kraftlinien. Bei  $\xi$  hintereinander geschalteten Windungen wird also die elektromotorische Kraft im absoluten Maß

$$E = - \xi \cdot \frac{dN}{dt}.$$

Die Gleichung gilt auch, wenn die Kraftlinienzahl, die durch die Fläche tritt, abnimmt. In diesem Falle ist  $dN$  negativ, und die elektromotorische Kraft wird dadurch positiv. Dies bedeutet, daß der induzierte Strom Kraftlinien erzeugt, die innerhalb der Schleife mit dem ursprünglichen Magnetfeld gleichgerichtet sind.

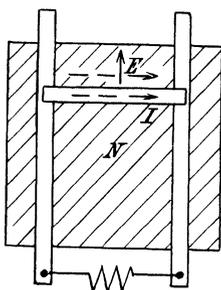


Fig. 51. Induzierung von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters vor einem Pol.

Aus der Gleichung für  $E$  ergibt sich nun die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft. Diese wird in einer Windung induziert, wenn sich die umfaßte Kraftlinienzahl um eine Kraftlinie in einer Sekunde ändert. Für praktische Zwecke ist diese absolute Einheit viel zu klein. Man faßt daher  $10^8$  solcher Einheiten unter der Bezeichnung 1 Volt zusammen. Dies ist die auf S. 4 eingeführte praktische Einheit der elektromotorischen Kraft. Die elektromotorische Kraft in Volt ergibt sich dann nach der Gleichung:

$$E = - \xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}. \quad (16)$$

Besonders anschaulich wird die Induzierung der elektromotorischen Kraft in dem durch Fig. 51 dargestellten Falle. Dort wird ein bisher stromloser, stabförmiger Leiter von der Länge  $l$  in Richtung des ausgezogenen Pfeiles mit der Geschwindigkeit  $v = \frac{ds}{dt}$  cm/sek an zwei Gleitschienen entlang bewegt. Die Gleitschienen sind unten metallisch durch einen Widerstand verbunden. Der Leiter schneide bei seiner Bewegung die Kraftlinien des magnetischen Feldes  $\mathfrak{H}$ , die von einem hinter der Papierebene liegenden Nordpol ausgesandt werden, also von hinten nach vorne die Papierebene durchdringen.

Die elektromotorische Kraft wird auch in diesem Falle durch Änderung des Kraftflusses, der durch die Ebene einer Schleife tritt, induziert. Der Vorgang läßt sich jedoch anschaulicher darauf zurückführen, daß Kraftlinien von einem Leiter geschnitten werden. Diese Vorstellung ist daher im folgenden zugrunde gelegt.

Wenn der Leiter in der Zeit  $dt$  den Weg  $ds$  zurücklegt, so ist die von ihm beschriebene Fläche gleich  $l \cdot ds$ , und die Zunahme der Kraftlinien, die durch die Fläche der Windung treten, ist:

$$dN = \mathfrak{S} \cdot l \cdot ds.$$

Demnach erhalten wir, da die Windungszahl  $\xi$  gleich 1 ist, die elektromotorische Kraft im absoluten Maß zu:

$$E = - \frac{dN}{dt} = - \mathfrak{S} \cdot l \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Wenn wir für  $\frac{ds}{dt}$  die Geschwindigkeit  $v$  einführen und von Berücksichtigung des Vorzeichens absehen, indem wir die Richtung der Geschwindigkeit unbestimmt lassen, so wird

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn der Leiter von der Länge 1 cm senkrecht durch ein Feld von der Stärke Eins mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek hindurchschneidet.

Die elektromotorische Kraft in Volt wird dann:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}. \quad (17)$$

Erfolgt die Bewegung nicht senkrecht zu einer durch Leiter und Kraftlinien gelegten Ebene, oder liegt der Leiter nicht senkrecht zu den Kraftlinien, so sind für die Geschwindigkeit  $v$  und die Länge  $l$  die senkrechten Komponenten einzuführen.  $l$  bezeichnet bei mehreren hintereinander geschalteten Leitern die Gesamtlänge des induzierten Leiters in Zentimetern.

Wir sind jetzt in der Lage, die elektromotorische Kraft einer Maschine in einfacher Weise zu berechnen. Gesucht wird z. B. der Höchstwert der elektromotorischen Kraft einer Wechselstrommaschine, d. h. die elektromotorische Kraft in dem Augenblick, in welchem die Drähte des Ankers gerade vor der Polmitte liegen. Dabei sei die Drahtzahl gleich 400, die Länge eines induzierten Drahtes gleich 30 cm und die Feldstärke vor der Polmitte gleich 5000. Dann ergibt sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20 m/sek = 2000 cm/sek eine elektromotorische Kraft:

$$E = 5000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Richtung der elektromotorischen Kraft ergibt sich in Fig. 51 aus der Zu- und Abnahme der umfaßten Kraftlinien. Einfacher folgt sie bei einem geraden Leiter aus der Faradayschen Schwimmerregel: Schwimmt man in Richtung der Kraftlinien und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts.

Fig. 52 zeigt die Anwendung dieser Regel. Die Kraftlinien treten von rechts nach links in eine senkrechte Ebene ein. In dieser Ebene wird ein Leiter  $l$  nach unten bewegt. Schwimmen wir also von rechts nach links mit dem Gesicht nach unten, so zeigt der ausgestreckte rechte Arm die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft an. Diese ist von vorne nach hinten gerichtet, wie durch den punktierten Pfeil angedeutet ist.

## 27. Mechanische und elektrische Arbeit.

Durch Änderung des Kraftflusses in einer Schleife oder Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld werde eine elektromotorische Kraft induziert. Diese ergibt sich nach dem vorigen Abschnitt im absoluten Maß zu

$$E = - \frac{\xi \cdot dN}{dt}.$$

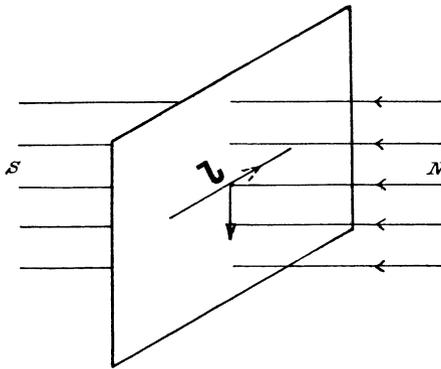


Fig. 52.

Erzeugung von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld.

Wir nehmen nun an, daß während der Zeit, in welcher die elektromotorische Kraft induziert wird, ein Strom in der Spule oder in dem Stromleiter fließt. Dann wird eine Arbeit geleistet, die das Produkt aus der elektromotorischen Kraft, der Stromstärke und der Zeit ist.

Wir wollen die Arbeit im absoluten Maß, d. h. nach S. 22 im Zentimeterdyn oder Erg messen. Als Einheit für die Stromstärke wählen wir diejenige, die bei der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft in einer Sekunde die Arbeit ein Erg leistet. Wir nennen dies die absolute Einheit der Stromstärke. Ist dann  $I$  die Stromstärke im absoluten Maß, so wird die elektrische Arbeit  $dA$  in der Zeit  $dt$ :

$$dA = E \cdot I \cdot dt = - \xi \cdot I \cdot dN. \quad (18)$$

Wir können nun zwei Fälle unterscheiden. Im ersten Falle haben die elektromotorische Kraft und die Stromstärke gleiche Richtung, wie es z. B. der Fall war, als wir in Fig. 51 die Gleitschienen unten durch einen Widerstand verbanden. Die gezeichnete Anordnung stellt dann einen Generator dar, in welchem der Strom von der induzierten elektromotorischen Kraft erzeugt wird und mit ihr gleichgerichtet ist. Die elektrische Arbeit der Spule oder des Leiters ist dann positiv, d. h. sie wird von der Spule oder dem Leiter erzeugt.

Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit ist dazu ein Aufwand von mechanischer Arbeit nötig. Dies ist besonders deutlich in dem durch Fig. 51 dargestellten Falle, in welchem ein stromführend gewordener Leiter durch ein Magnetfeld bewegt wird. Wenn wir nach der Ampere'schen Regel die Richtung der Kraft feststellen, die von dem Magnetfeld und dem Stromleiter aufeinander ausgeübt werden, so findet man, daß diese Kraft den Stromleiter in Fig. 51 nach unten zu bewegen sucht, sich also der Bewegung, durch welche die elektromotorische Kraft induziert wird, widersetzt (Lenz'sches Gesetz).

Wir können die zwischen Stromleiter und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Kraft in Fig. 51 leicht berechnen. Wird nämlich ein Stromleiter von der Länge  $l$  cm in der Zeit  $dt$  um die Strecke  $ds$  senkrecht durch ein homogenes Feld von der Stärke  $\mathfrak{H}$  weiterbewegt, so ist die gleichförmige, induzierte elektromotorische Kraft nach S. 66:

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v = \mathfrak{H} \cdot l \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Die elektrische Arbeit während der Zeit  $dt$  ist also:

$$dA = E \cdot I \cdot dt = \mathfrak{H} \cdot I \cdot l \cdot ds \text{ Zentimeterdyn.}$$

Da  $ds$  der Weg in Zentimetern ist, so ist  $= \mathfrak{H} \cdot I \cdot l$  die Kraft in Dyn, die wir bei der Bewegung aufzuwenden haben, d. h. die Kraft  $f$ , mit welcher der Stromleiter sich der Bewegung widersetzt. Wir erhalten also:

$$f = \mathfrak{H} \cdot I \cdot l \text{ Dyn.} \quad (19)$$

Aus Gleichung (19) ergibt sich nun in besonders deutlicher Weise eine weitere Definition der absoluten Einheit der Stromstärke. Die absolute Einheit der Stromstärke fließt in demjenigen Leiter, welcher, senkrecht zu den Kraftlinien eines Feldes von der Stärke Eins liegend, pro Zentimeter Länge die Kraft ein Dyn erfährt. Da diese Einheit für praktische Zwecke zu groß erscheint, so hat man ihren zehnten Teil als Einheit gewählt und mit 1 Ampere bezeichnet. Dies ist die auf S. 2 eingeführte praktische Einheit der Stromstärke. Die Zahl der Ampere ist also zehnmal so groß wie die gleichwertige Zahl der absoluten Einheiten. Ist  $I$  die Stromstärke in Ampere, so nimmt Gleichung (19) die Form an:

$$f = \mathfrak{H} \cdot \frac{I}{10} \cdot l.$$

Wir betrachten jetzt den Fall, in welchem der Strom entgegengesetzte Richtung hat wie die induzierte elektromotorische Kraft.

In Fig. 53 werde dem stabförmigen Leiter von der Länge  $l$ , der auf den Gleitschienen vor dem Nordpol eines Magneten liegt, von außen durch ein Element ein Strom  $I$  zugeführt, der im Leiter in derselben Richtung fließt wie in Fig. 51. Anstatt nun, wie in Fig. 51, den Leiter entgegen der von ihm und dem Magnetfeld ausgeübten Kraft nach oben

zu führen, überlassen wir ihn sich selbst, so daß er sich entsprechend der Ampereschen Schwimmerregel nach unten bewegt, wobei er Kraftlinien schneidet. Die dabei induzierte elektromotorische Kraft wirkt jetzt nach der Faradayschen Regel im bewegten Leiter von rechts nach links, also in Richtung des punktierten Pfeiles dem Strome entgegen, so daß wir sie als eine elektromotorische Gegenkraft bezeichnen können. Der Strom wird in unserem Falle durch die Differenz der Spannung des Elementes und der elektromotorischen Gegenkraft erzeugt. Indem von der Spannung des Elementes der Betrag  $E$  zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft verbraucht wird, leistet das Element in der Zeit  $dt$  die elektrische Arbeit  $E \cdot I \cdot dt$ . Diese setzt sich um in die mechanische Arbeit des Stromleiters, der längs des Weges  $ds$  die Kraft  $f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l$  ausübt. (Prinzip des Elektromotors.)

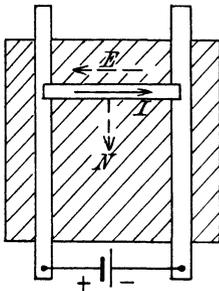


Fig. 53. Mechanische Arbeitsleistung eines Stromleiters.

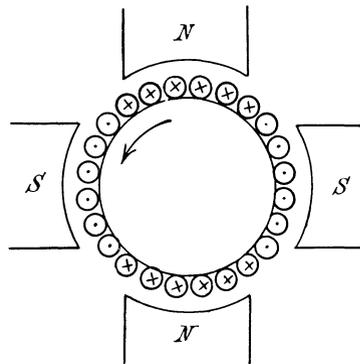


Fig. 54. Stromverteilung in einem vierpoligen Elektromotor.

Das Drehmoment eines solchen Elektromotors ergibt sich aus Gleichung (19) auf folgende Weise: Für  $I$  ist die Stromstärke im Ankerdraht, und zwar im absoluten Maß einzusetzen,  $l$  ist die gesamte, vor den Polen liegende Drahtlänge in Zentimeter. Die Zugkraft  $f$  in Dyn hat man nach S. 23 mit  $\frac{1}{981000}$  und mit dem Radius in Meter zu multiplizieren, um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten.

Ist z. B. in Fig. 54

die Feldstärke vor den Polen  $\mathfrak{S} = 7000$ ,

die Stromstärke in einem Leiter 14 Ampere, also  $I = 1,4$  absolute Einheiten,

die Anzahl der Leiter = 944,

die Ankerlänge  $b = 24$  cm,

der Radius  $r = 0,2$  m

und liegen  $\frac{2}{3}$  aller Leiter vor den Polen, so ist die vor den Polen liegende Leiterlänge:

$$l = \frac{2}{3} \cdot 944 \cdot b = 15\,000 \text{ cm.}$$

Demnach ist die Zugkraft, entsprechend Gleichung (19):

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l = 1,47 \cdot 10^8,$$

und das Drehmoment:

$$M_d = \frac{f \cdot r}{981000} = 30 \text{ mkg.}$$

Es sei schon hier darauf hingewiesen, daß sich rechnerisch das Drehmoment aus der Stromstärke ergibt, daß aber praktisch die Stromstärke sich umgekehrt aus dem Drehmoment ergibt, indem der Motor so viel Strom aufnimmt, wie durch das Drehmoment der Last gefordert wird.

## 28. Die Feldstärke innerhalb einer Schleife.

Um die Kraft zu ermitteln, die ein Strom  $I$  auf einen Nordpol 1 im Mittelpunkt der Stromschleife vom Radius  $r$  cm ausübt, bestimmen wir umgekehrt die Kraft, die der Pol auf die Schleife ausübt. Von den Kraftlinien, die er strahlenförmig in den Raum sendet, kommen für uns nur die in Betracht, die in der Ebene der Windung liegen (Fig. 55). Da alle Teile des Leiters mit diesen Kraftlinien einen rechten Winkel bilden und das vom Pol erzeugte Feld an allen Teilen des Leiters nach S. 50 die Stärke  $\frac{1}{r^2}$  hat, so gilt Gleichung (19) auf S. 68. Darin ist für  $l$  der Wert  $2 r \pi$  einzuführen. Die vom Pol und der Windung gegenseitig aufeinander ausgeübte Kraft ist also nach Gleichung (19):

$$f = \frac{1}{r^2} \cdot I \cdot 2 r \pi = \frac{2 \pi I}{r} \text{ Dyn.}$$

Diese Kraft, die senkrecht zur Ebene der Schleife gerichtet ist, ist nach dem Gesetz der Wirkung und Gegenwirkung gleich der von der Windung auf den Pol 1 ausgeübten Kraft, die wir früher als Feldstärke  $\mathfrak{S}$  bezeichnet haben. Diese ergibt sich also im Mittelpunkt der Schleife zu

$$\mathfrak{S} = 2 \pi \cdot \frac{I}{r}.$$

Diese Gesetzmäßigkeit wird in der Tangentenbussole zur Strommessung benutzt. Bringen wir in die Mitte der Stromschleife eine Magnetnadel, deren magnetische Achse sehr klein ist gegenüber dem Halbmesser der Schleife, so können wir die Pole der Nadel in allen Stellungen derselben als im Mittelpunkt der Schleife befindlich ansehen. Wir stellen nun die Windung senkrecht, und zwar so, daß ihre Ebene in die Nord-Südrichtung des Erdmagnetismus fällt. Dann stellt sich die magnetische Achse der Nadel bei stromloser Schleife in die Ebene der Windung. Wird

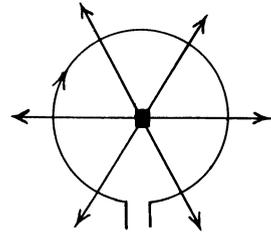


Fig. 55.  
Kraftwirkung einer Schleife  
auf einen Pol im Zentrum.

nun die Schleife vom Strom durchflossen, so wird die Nadel um den Winkel  $\alpha$  abgelenkt und kommt durch die Entgegenwirkung der Horizontalkraftlinien  $\mathfrak{S}_e$  des Erdmagnetismus und der vom Strome erzeugten Kraftlinien zur Ruhe. In Fig. 56 ist die Windung von oben gesehen gezeichnet und der Deutlichkeit wegen die Nadel unverhältnismäßig groß angenommen. Auf einen Pol  $m$  der Nadel übt die Horizontalfeldstärke der Erde die Kraft  $m \cdot \mathfrak{S}_e$  aus, wovon in Richtung der Drehung nur die Komponente  $m \cdot \mathfrak{S}_e \cdot \sin \alpha$  zur Geltung kommt. Dagegen übt der Strom nach der obigen Gleichung für  $\mathfrak{S}$  die Kraft  $f = m \cdot \mathfrak{S} = m \cdot \frac{2\pi I}{r}$  aus, wovon in Richtung der Drehung nur die Komponente  $m \cdot \frac{2\pi I}{r} \cdot \cos \alpha$  zur Geltung kommt. Da Gleichgewicht herrscht, so heben sich die Komponenten in Richtung der Drehung auf, und es wird:

$$m \cdot \mathfrak{S}_e \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{I}{r} \cdot 2\pi \cdot \cos \alpha.$$

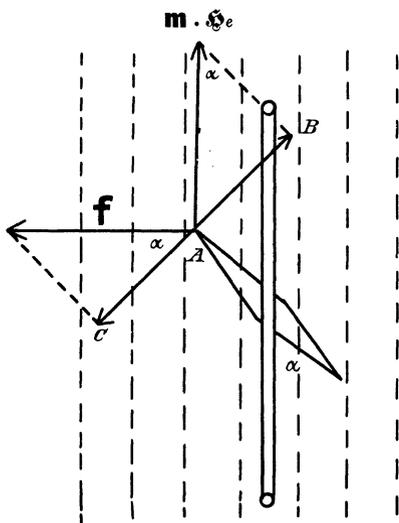


Fig. 56.

Schematische Darstellung einer Tangentenbussole.

Aus dieser Gleichung hebt sich  $m$  heraus. Da auch die magnetische Achse gar nicht in das Gesetz eingeht, so ist der Ausschlag von der Beschaffenheit der Magnetnadel unabhängig. Lösen wir die obige Gleichung für  $I$  auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{\mathfrak{S}_e \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha.$$

Da die Anzahl der Amperere 10 mal so groß ist wie die Anzahl der absoluten Einheiten, so ergibt sich:

$$I = \frac{10 \cdot \mathfrak{S}_e \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha \text{ Amp.}$$

Ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus für einen Ort bekannt, so läßt sich aus ihr in Verbindung mit den Werten von  $r$  und  $\alpha$  die Stromstärke berechnen. Umgekehrt läßt sich mit Hilfe eines geeichten Stromzeigers die Horizontalkomponente bestimmen.

## 29. Das Linienintegral der magnetischen Kraft.

In dem vorigen Abschnitt, in welchem wir es nur mit einer einzigen Windung zu tun hatten, ließ sich die Feldstärke im Innern der Windung leicht ermitteln. Um das gleiche für die in Fig. 57 gezeichnete ringförmige

Spule zu tun, lassen wir zunächst eine einzelne Windung vom Strom  $\mathbf{I}$  durchflossen sein, z. B. die unterste Windung, und ermittelt die Arbeit, die wir aufwenden müssen, um den Nordpol 1 längs des Weges  $\mathcal{L}$  von  $B$  nach  $A$  zu führen. Die Punkte  $A$  und  $B$  sollen dabei unendlich nahe an der Fläche der Windung liegen. Befindet sich der Pol 1 bei  $B$ , so sendet er die Hälfte seines Kraftflusses, also  $2\pi$  Kraftlinien, durch die Fläche der Windung, und zwar von links nach rechts. Befindet er sich bei  $A$ , so sendet er denselben Betrag  $2\pi$  durch die Fläche von rechts nach links.

Die Änderung der umfaßten Kraftlinien  $\int_{-2\pi}^{+2\pi} dN$  ist also  $4\pi$ .

Wir nehmen nun an, daß der Strom  $\mathbf{I}$  während des Vorganges konstant gehalten wird. Die elektrische Arbeit, die durch die Gesamtänderung des Kraftflusses erzeugt wird und einen gleichwertigen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert, ergibt sich dann nach Gleichung (18) auf S. 67, indem die Windungszahl  $\xi$  gleich Eins gesetzt und der Einfachheit wegen auf das Vorzeichen keine Rücksicht genommen wird, zu:

$$A = \int_{-2\pi}^{+2\pi} \mathbf{I} \cdot dN = 4\pi \mathbf{I}.$$

Dies ist die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den Nordpol 1 entgegen den Kraftlinien der Windung einmal auf dem punktierten Wege von  $B$  nach  $A$  zu führen, wobei es schließlich nach der ganzen Art unserer Beweisführung gleichgültig ist, auf welchem Wege dies geschieht. Man nennt diese Arbeit das Linienintegral der magnetischen Kraft.

Lassen wir nun alle  $\xi$  Windungen vom Strome  $\mathbf{I}$  durchflossen sein, so ist die zu leistende Arbeit  $\xi$  mal so groß, d. h. sie wird gleich  $4\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{I}$ . Wir können dieses Ergebnis auch noch auf andere Weise ausdrücken. Die Kurve  $\mathcal{L}$ , längs welcher der Pol geführt wird, umfaßt eine in unserm Falle kreisförmige Fläche, die von allen Windungen, also von  $\xi \cdot \mathbf{I}$  Strömen durchsetzt wird. Daraus folgt: Die Arbeit längs einer geschlossenen Kurve oder das Linienintegral der magnetischen Kraft ist gleich  $4\pi \xi \cdot \mathbf{I}$ , also gleich dem  $4\pi$ fachen der von der Kurve umschlossenen Ströme.

Dieses Gesetz ist in zweifacher Beziehung von außerordentlicher Wichtigkeit. Zunächst geht daraus hervor, daß die Bewegung eines Poles gegenüber einer Stromwindung oder einer Stromspule grundsätzlich etwas anderes ist, als die Bewegung eines Poles gegenüber einem Magneten. Im letzteren Falle wird mechanische Arbeit aufgewendet und

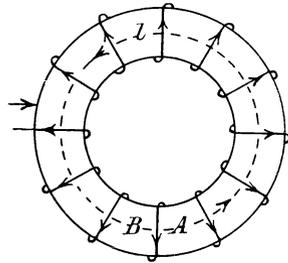


Fig. 57. Arbeit bei der Bewegung eines Pols innerhalb einer ringförmigen Spule.

dafür potentielle Energie aufgespeichert bzw. mechanische Arbeit unter Verringerung der potentiellen Energie gewonnen. Dagegen setzt sich die mechanische Arbeit bei Bewegung eines Poles gegenüber einem Stromleiter nicht in potentielle Energie, sondern in elektrische Arbeit um, wie man leicht erkennt, wenn man die durch Bewegung des Poles im Leiter induzierte elektromotorische Kraft ins Auge faßt.

In zweiter Linie gibt uns das Linienintegral der magnetischen Kraft die Möglichkeit, die Feldstärke innerhalb einer ringförmigen Spule zu berechnen. Die Arbeit  $4\pi \cdot \xi \cdot I$  wird längs des Weges  $l$  geleistet, wobei an allen Stellen des Weges die gleiche Kraft angewendet werden muß. Wir erhalten nun die Kraft  $\mathfrak{H}$  auf den Pol 1, oder die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter, wenn wir die Arbeit durch den Weg dividieren. Dadurch ergibt sich, wenn  $I$  die Stromstärke in Ampere ist:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot I}{l} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot I}{l}. \quad (20)$$

Die Gleichung erhält dadurch besondere Bedeutung, weil sie es gestattet, die Amperewindungen  $\xi \cdot I$  zu berechnen, die nötig sind, um in dem Luftweg von der Länge  $l$  ein Feld von der Stärke  $\mathfrak{H}$  zu erzeugen. Die Gleichung gilt auch angenähert für gerade Spulen, vorausgesetzt, daß die Länge groß ist gegenüber dem Durchmesser. Für  $l$  in Gleichung (20) ist dann die Länge der Spule einzusetzen.

### 30. Die Magnetisierungskurven.

Die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter wird unter sonst gleichen Umständen außerordentlich vermehrt, wenn sich Eisen statt Luft in der Spule befindet. Man nennt eine derartige Spule mit Eisenkern einen Elektromagnet. Man kann sich vorstellen, daß die Kraftlinien, die in der Spule ohne Eisen entstehen, eine weit größere Kraftlinienzahl im Eisen erzeugen oder induzieren. Daher wird die Feldstärke oder Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter in der Luft auch magnetisierende Kraft genannt, während man die Kraftlinienzahl auf dem Quadratcentimeter im Eisen als magnetische Induktion bezeichnet. Im Unterschied von der magnetisierenden Kraft, die wie die Feldstärke mit dem Buchstaben  $\mathfrak{H}$  bezeichnet wird, wird für die magnetische Induktion die Bezeichnung  $\mathfrak{B}$  gewählt. Dabei ist zu beachten, daß die Induktion  $\mathfrak{B}$  die ohne das Eisen in der Luft vorhandenen und die im Eisen neugeschaffenen Kraftlinien umfaßt.

Die Erscheinung, daß unter sonst gleichen Verhältnissen eine viel größere Kraftlinienzahl im Eisen auftritt als in der Luft, führt dazu, daß man dem Eisen eine größere magnetische Leitfähigkeit zuschreibt als der Luft. Man bezeichnet diese mit dem Buchstaben  $\mu$ . Die Leitfähigkeit  $\mu$  gibt also an, wie vielmal mehr Kraftlinien im Eisen entstehen,

als unter sonst gleichen Verhältnissen in der Luft, oder wie vielmal besser das Eisen die Kraftlinien leitet, als es die Luft tut.

Daraus folgt dann:

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} \quad (21)$$

oder

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}.$$

Für die Luft ergibt sich demnach die Leitfähigkeit 1, so daß  $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$  wird. Übrigens verhält sich der luftleere Raum in magnetischer Beziehung wie die Luft.

Der Wert der Leitfähigkeit  $\mu$  hängt zunächst von der Eisensorte ab. Bei ausgeglühtem Ankerblech oder weichem Dynamogußstahl kann  $\mu$

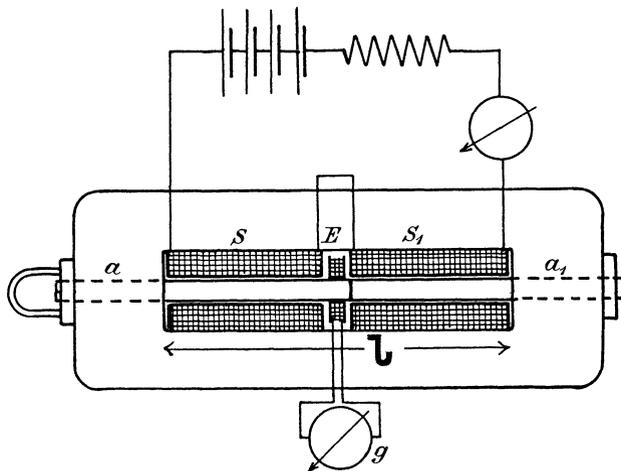


Fig. 58. Hopkinson'scher Apparat zur Eisenuntersuchung.

den Wert 3000 übersteigen. Außerdem ändert sich die Leitfähigkeit  $\mu$  bei ein und derselben Eisensorte wesentlich mit dem Grade der Magnetisierung.

Die Ermittlung der Leitfähigkeit erfolgt in der Weise, daß man mit einer Hilfsspule durch die im Eisen erzeugten Kraftlinien hindurchschneidet (Fig. 58). Zu diesem Zwecke wird ein zu untersuchender, zweiteiliger Eisenstab durch die Löcher  $a$  und  $a_1$  des massiven eisernen Rahmens, sowie durch die magnetisierenden Spulen  $S$  und  $S_1$  und durch eine Hilfsspule  $E$  hindurchgesteckt. Durch die Spulen  $S$  und  $S_1$  wird ein Strom  $I$  geleitet und mit Hilfe der bekannten Windungszahlen und der Länge  $l$  des Eisenstabes die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi \cdot \xi \cdot I}{l}$$

berechnet. Dabei ist für  $l$  nur der zwischen dem Rahmen oder Joch liegende Teil des Eisenstabes einzusetzen, da die Kraftlinien sich sofort

nach Eintritt in das Joch nach beiden Seiten hin teilen. Der in den Löchern  $a$  und  $a_1$  befindliche Teil des Eisenstabes wird also überhaupt nicht von allen Kraftlinien durchflossen. Er wird ebenso vernachlässigt, wie der Weg der Kraftlinien durch das Joch selbst, das ebenfalls keinen erheblichen Widerstand für die Kraftlinien darstellt.

Man zieht nun die eine Hälfte des Eisenstabes aus dem Rahmen so weit heraus, daß die mit einer Feder verbundene Hilfsspule  $E$  aus dem Bereich der Kraftlinien herausgezogen wird. Dabei schneidet die Hilfsspule alle Kraftlinien, die im Eisen vorhanden waren. Die elektromotorische Kraft, die dabei induziert wird, ruft einen Stromstoß und Ausschlag in einem sog. ballistischen Galvanometer  $g$  hervor. Der Größe des Ausschlages ist dann die Anzahl der Kraftlinien proportional. Man verändert nun den magnetisierenden Strom und erhält auf diese Weise

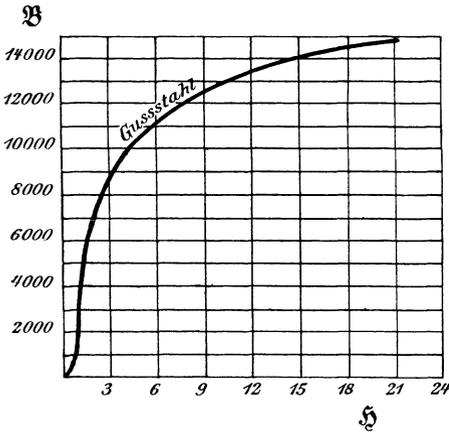


Fig. 59.  
Magnetisierungskurve von Gußstahl.

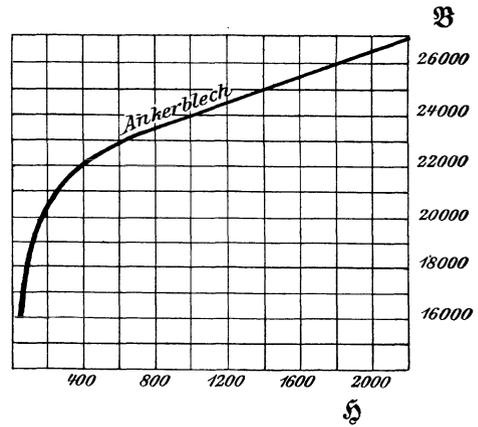


Fig. 60.  
Magnetisierungskurve von Ankerblech.

eine Reihe von zusammengehörigen Werten von  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{B}$ . So ergab die Untersuchung von Grusonstahl durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt folgende Werte (vergl. Fig. 59).

$\mathfrak{H} = 0,9$	$\mathfrak{B} = 1130$	$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = 1260$
1,55	5200	3350
2,7	8160	3020
3,75	9480	2530
8,55	12440	1460
18,1	14510	800
34,5	15710	460
82,7	17150	210
145,3	18200	130.

Auffallend ist dabei die geringe Leitfähigkeit bei schwacher Magnetisierung. Durch kleine magnetisierende Kräfte werden also die kleinsten

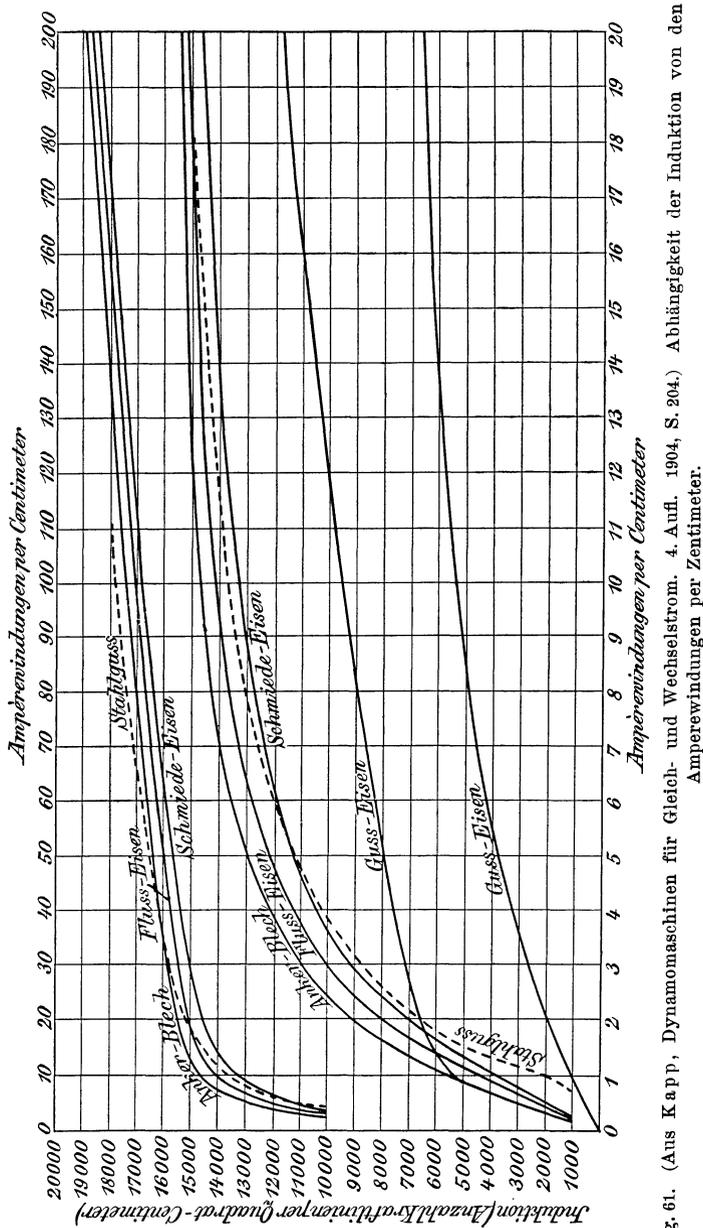


Fig. 61. (Aus Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. 4. Aufl. 1904, S. 204.) Abhängigkeit der Induktion von den Amperewindungen per Zentimeter.

Teile des Eisens nur wenig gerichtet. Bei stärkerer Magnetisierung, also von  $\mathfrak{H} = 5000$  bis  $\mathfrak{H} = 9000$ , zeigt die Tabelle annähernd Proportionalität zwischen der magnetisierenden Kraft  $\mathfrak{H}$  und der Induktion  $\mathfrak{B}$ . Schließlich bewirkt eine noch weiter fortgesetzte Verstärkung des magnetisierenden

Stromes kaum mehr eine Verstärkung der Kraftlinienzahl im Eisen. Das Eisen ist, wie man sagt, gesättigt. Ein bestimmter Wert läßt sich allerdings für den Punkt, bei welchem die Sättigung eintritt, nicht angeben.

Tragen wir nun die magnetisierende Kraft  $\mathfrak{H}$  als Abszisse und die Induktion  $\mathfrak{B}$  als Ordinate auf, so erhalten wir die sog. Magnetisierungskurve, wie sie für den erwähnten Gußstahl in Fig. 59 gezeichnet ist. Daneben ist in Fig. 60 die Magnetisierungskurve für Ankerblech in ihrem oberen Verlauf gezeichnet, der deswegen von besonderer Wichtigkeit ist, weil man, um einen funkenlosen Gang der Dynamomaschinen zu erzielen, die Ankerzähne so hoch wie möglich sättigt. Die Kurve entspricht der folgenden Zahlenreihe:\*)

$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}$	$\mu$
100	18 700	187
300	21 300	71
500	22 500	45
700	23 100	33

Bei noch höherer Magnetisierung ist im vorliegenden Falle die Zunahme der Induktion etwa proportional der Zunahme der magnetisierenden Kraft.

Zur Vorausberechnung der Amperewindungen, die zur Erzeugung des erforderlichen Kraftflusses von Dynamomaschinen nötig sind, hat man zu einer bestimmten Induktion  $\mathfrak{B}$  den zugehörigen Wert von  $\mathfrak{H}$  aus der Tabelle oder Kurve zu entnehmen und ihn nach Gleichung (20) auf S. 73 mit  $0,4\pi$  zu dividieren. Bezeichnet man die Amperewindungen  $\xi \cdot I$  mit  $X$ , so erhält man die für ein Zentimeter des Kraftlinienweges erforderlichen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$\frac{X}{l} = \frac{\xi \cdot I}{l} = \frac{\mathfrak{H}}{0,4\pi} = 0,8 \mathfrak{H}.$$

Um die Berechnung etwas einfacher zu gestalten, sind in Fig. 61 nicht die Werte der magnetisierenden Kraft  $\mathfrak{H}$ , sondern die damit proportionalen Werte  $\frac{X}{l}$  als Abszissen aufgetragen. Man kann dann ohne weiteres bei einer gegebenen Induktion die für ein Zentimeter nötigen Amperewindungen aus den Kurven entnehmen.

Fig. 61 zeigt, daß Schmiedeeisen und Gußstahl bis zu einer Induktion von  $\mathfrak{B} = 14\,000$  eine sehr geringe magnetisierende Kraft erfordern. Wesentlich ungünstiger verhält sich das Gußeisen. Es ist daher erklärlich, daß das Magnetgestell größerer Maschinen jetzt trotz des höheren Preises und trotz der größeren Bearbeitungskosten aus Gußstahl hergestellt wird.

### 31. Der magnetische Widerstand.

Wir betrachten im folgenden einen Eisenring, dessen Leitfähigkeit derartig groß sein möge, daß so gut wie alle von der Spule in Fig. 62 erzeugten

\*) Vergl. ETZ 1901, S. 769.

Kraftlinien durch den Ring verlaufen. Für einen solchen Ring ist es gleichgültig, ob die Amperewindungen auf den ganzen Umfang verteilt sind oder, wie in Fig. 62, auf einen Teil des Umfangs zusammengedrängt sind. In beiden Fällen ergibt sich nach Gleichung (20) und (21) auf S. 73 und 74:

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = \frac{\mu \cdot 0,4 \pi \cdot \xi \cdot I}{l},$$

wobei  $l$  jetzt nicht mehr die Länge der Spule, sondern die mittlere Länge des Kraftlinienweges in Zentimetern bedeutet.

Ist nun  $Q$  der Eisenquerschnitt in Quadratcentimetern, gemessen senkrecht zu den Kraftlinien, so ist die gesamte Kraftlinienzahl gegeben durch die Gleichung:

$$N = \mathfrak{B} \cdot Q = \frac{\mu \cdot 0,4 \pi \cdot \xi \cdot I \cdot Q}{l},$$

oder, wenn wir  $\xi \cdot I = X$  setzen:

$$N = \frac{X}{\frac{0,4 \pi \cdot \mu \cdot Q}{l}}. \quad (22)$$

Der Nenner der rechten Seite hat eine ähnliche Form wie der Ausdruck für den elektrischen Widerstand in der Gleichung  $R = \rho \cdot \frac{l}{q}$ . Die Übereinstimmung wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das Leitvermögen der umgekehrte Wert des Widerstandes ist, und wenn wir in Gleichung (22) das Produkt  $0,4 \pi \cdot \mu$  zusammenfassen und als spezifisches Leitvermögen bezeichnen. Dann entspricht die Größe  $\frac{1}{0,4 \pi \cdot \mu}$  dem spezifischen Widerstand  $\rho$ .

Demnach stellt uns der Ausdruck  $\frac{l}{0,4 \pi \cdot \mu \cdot Q}$  einen Widerstand, und zwar einen magnetischen Widerstand dar. Dieser ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Leitvermögen und dem Querschnitt des Kraftlinienweges.

Wir gelangen auf diese Weise zu der Vorstellung, daß die Kraftlinien in ähnlicher Weise durch den magnetischen Widerstand getrieben werden, wie der elektrische Strom durch den elektrischen Widerstand getrieben wird. Um diesen Vergleich noch deutlicher zu machen, spricht man von einem Kraftlinienfluß. Der Druck, der diesen Kraftlinienfluß durch den magnetischen Kreis treibt, wird von den Amperewindungen  $X$  ausgeübt. Wir können diese also mit der elektromotorischen Kraft vergleichen, die den elektrischen Strom durch den ganzen Kreis treibt.

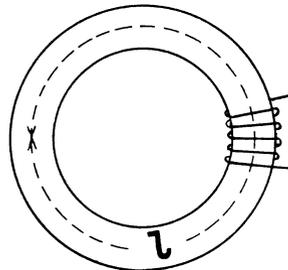


Fig. 62. Kraftlinienverlauf bei geschlossenem Eisenweg.

Vielleicht wird das noch deutlicher, wenn wir die aus Gleichung (20) auf S. 73 abgeleitete Beziehung

$$\mathfrak{S} \cdot \mathcal{L} = 0,4 \pi X$$

ins Auge fassen. Da  $\mathfrak{S}$  die Kraft ist, die auf den Pol 1 wirkt, so stellt das Produkt  $\mathfrak{S} \cdot \mathcal{L}$  die Arbeit dar, die aufgewendet werden muß, um in der Luft den Pol 1 entgegen den Kraftlinien längs des ganzen Weges  $\mathcal{L}$  zu führen. Das ist aber dasselbe, was wir im Abschnitt 22 als die magnetische Potentialdifferenz kennen gelernt haben. Wir können also die Größe  $X$  als den magnetischen Druck oder als die magnetische Spannung auffassen. Indem wir sie mit einer elektromotorischen Kraft vergleichen, nennen wir sie die magnetomotorische Kraft und erhalten so das in Gleichung (22) gegebene Gesetz in der Form:

$$\text{Kraftlinienfluß} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}}.$$

Dieses Gesetz ist von bahnbrechender Bedeutung für die Berechnung der Dynamomaschinen und Motoren geworden. Man muß jedoch im Auge behalten, daß jeder Vergleich hinkt und daher eine Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Verhältnisse nur in gewissem Sinne richtig ist. Zunächst bezeichnet man zwar die Gesamtzahl  $N$  der Kraftlinien als den Kraftlinienfluß, aber das ist nur ein bloßer Name, der den Vergleich mit dem elektrischen Strom etwas passender macht. Tatsächlich fließen die Kraftlinien nicht, sondern sie sind, nachdem sie einmal geschaffen sind, in Ruhe. Man könnte einwenden, daß auch die ganze Auffassung vom Fließen der Elektrizität eine bloße Vorstellung ist. Es bleibt aber der wichtige Unterschied, daß beim sog. elektrischen Strom eine Arbeit geleistet werden muß, um die Elektrizität durch den Widerstand des Leiters zu treiben, eine Arbeit, die sich dann in Joulesche Wärme umsetzt, während die Aufrechterhaltung eines Kraftlinienflusses keine Arbeit erfordert. Der Effektverlust in der Magnetwicklung einer Dynamomaschine ist z. B. nicht darauf zurückzuführen, daß ein Betrag von Arbeit etwa in Magnetismus umgewandelt wird. Vielmehr setzt sich die in der Magnetwicklung der Dynamomaschine verbrauchte Leistung in Joulesche Wärme um. Ist  $I_m$  der Magnetstrom und  $R_m$  der Widerstand der Magnetwicklung, so ist die in Wärme umgesetzte Leistung gleich  $I_m^2 \cdot R_m$ . Dieser Verbrauch an Leistung wäre auch derselbe, wenn sich bei gleicher Stromstärke statt des Eisens Luft innerhalb der Spulen befände, wenn also außerordentlich wenig Kraftlinien erzeugt würden. Aus diesem Grunde ist es auch nicht geradezu ein Arbeitsverlust, wenn sich z. B. ein Teil der Kraftlinien einer Dynamomaschine am Anker vorbei durch die Luft schließt und daher nicht ausgenutzt wird.

Endlich aber muß darauf hingewiesen werden, daß der elektrische Widerstand wesentlich nur von Länge und Querschnitt des Leiters ab-

hängig ist, während der magnetische Widerstand außerdem noch vom Sättigungsgrad des Eisens abhängt.

Ein Beispiel möge die Anwendung des obigen Gesetzes für Magnetismus auf die Berechnung von Dynamomaschinen zeigen. Der magnetische Kreis sei aus einzelnen Teilen zusammengesetzt, die nach Länge, Querschnitt und Material verschieden sind (Luft, Schmiedeeisen, Gußeisen). Außerdem möge ein Teil der Kraftlinien durch Streuung verloren gehen, d. h. einen Seitenweg durch die Luft einschlagen, so daß ein Teil des magnetischen Kreises eine größere Kraftlinienzahl führt, als die anderen Teile. Gesucht werden die Amperewindungen, die nötig sind, um die Kraftlinien durch den ganzen Kreis zu treiben.

Um die Aufgabe zu lösen, dividiert man die Kraftlinien, die einen bestimmten Teil des magnetischen Kreises durchfließen, durch den Querschnitt dieses Teiles. Man erhält so die magnetische Induktion oder die Anzahl der Kraftlinien auf einem Quadratcentimeter dieses Teiles:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{N_1}{Q_1}.$$

Aus der Magnetisierungskurve für das betreffende Material ergibt sich der entsprechende Wert von  $\left(\frac{X}{l_1}\right)$ , d. h. die Amperewindungen, die nötig sind, um den der Induktion  $\mathfrak{B}_1$  entsprechenden Kraftfluß durch ein Zentimeter des betreffenden Materials zu treiben. Dies gleiche Verfahren ist bei den übrigen Teilen des magnetischen Kreises durchzuführen. Für die Luft gilt die Grundgleichung:

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 0,8 \mathfrak{G}_l \cdot l_l.$$

Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = \left(\frac{X}{l}\right)_1 \cdot l_1 + \left(\frac{X}{l}\right)_2 \cdot l_2 \dots + 0,8 \mathfrak{G}_l \cdot l_l.$$

Gegeben sei zum Beispiel das Eisengestell einer Dynamomaschine durch die Angaben:

Ankerdurchmesser . . . . .	$d$	= 20 cm,
Wellendurchmesser . . . . .	$d_w$	= 3 "
Ankerlänge in Richtung der Achse . . . . .	$b$	= 20 "
Länge des Kraftlinienweges im Anker . . . . .	$l_a$	= 20 "
Winkel der Polbohrung . . . . .	$\beta$	= 120°,
Abstand zwischen Anker- und Magneteisen . . . . .		0,4 cm,
Querschnitt der Magnetkerne und des Jochs . . . . .	$Q_m$	= 400 qcm,
Länge des Kraftlinienweges in den Magneten . . . . .	$l_m$	= 110 cm.

Der Anker sei aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander isoliert sind, und der Raumverlust durch diese Papierisolation betrage 15 0/0. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Wie in Fig. 63 angedeutet ist, geht ein Teil der in den Magneten

erzeugten Kraftlinien durch Streuung verloren. Wir nehmen daher an, daß die Kraftlinien  $N_m$  in den Magneten schätzungsweise 20 % größer sind, als die Kraftlinien im Anker. Das heißt:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Gesucht werden die Amperewindungen, die erforderlich sind, um im Anker einen Kraftfluß  $N = 2,5 \cdot 10^6$  zu erzeugen.

Zu dem Zwecke berechnen wir zunächst den Querschnitt und die Länge für jeden einzelnen Teil des Kraftlinienweges. Der Querschnitt des Ankers senkrecht zur Kraftlinienrichtung ergibt sich, wenn wir die Differenz  $d - d_w$  mit der Ankerlänge  $b$  und außerdem wegen der Papierisolation mit 0,85 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$Q_a = b(d - d_w) \cdot 0,85 = 290 \text{ qcm}, \quad l_a \text{ gegeben} = 20 \text{ cm}.$$

Der Querschnitt der Luft  $Q_l$  ergibt sich, wenn wir die Mantelfläche des Ankers im Verhältnis  $\beta : 360$  verkleinern. Es ist dabei selbstverständlich, daß nur die Fläche der Bohrung eines Poles als Luftquerschnitt einzusetzen ist. Es ergibt sich also:

$$Q_l = d \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{\beta}{360} = 420 \text{ qcm}.$$

Die Länge des Kraftlinienweges  $l_l$  in der Luft erhalten wir, wenn wir den Abstand des Anker-eisens vom Magneteisen mit 2 multiplizieren, da ja die Kraftlinien beim Eintritt in den Anker und beim Austritt eine Luftstrecke durchdringen. Es ergibt sich also:

$$\begin{aligned} l_l &= 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ cm}, \\ Q_m \text{ gegeben} &= 400 \text{ qcm}, \\ l_m \text{ „} &= 110 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Ferner ergibt sich noch:

$$N_m = 1,2 N = 3 \cdot 10^6.$$

Stellen wir diese Ergebnisse zusammen, so erhalten wir:

$$\begin{array}{lll} N = 2,5 \cdot 10^6 & & N_m = 3 \cdot 10^6 \\ Q_a = 290, & Q_l = 420, & Q_m = 400, \\ l_m = 20, & l_l = 0,8, & l_m = 110. \end{array}$$

Dann ergibt sich:

$$\mathfrak{B}_a = \frac{N}{Q_a} = 8600, \quad \mathfrak{B}_l = \frac{N}{Q_l} = 5960, \quad \mathfrak{B}_m = \frac{N_m}{Q_m} = 7500.$$

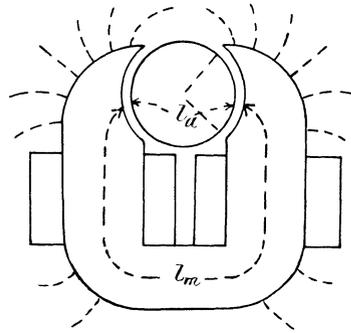


Fig. 63. Kraftfluß bei hufeisenförmigem Magnetgestell.

Aus der Magnetisierungskurve für Ankerblech in Fig. 61 auf S. 76 ergibt sich für eine Induktion  $\mathfrak{B}_a = 8600$  eine Amperewindungszahl für ein Zentimeter:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_a = 2.$$

Dies sind die Amperewindungen, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß  $N$  durch ein Zentimeter des Ankereisens zu treiben oder im Anker die Kraftliniendichte  $\mathfrak{B}_a$  zu erzeugen. Die ganzen für den Anker nötigen Amperewindungen ergeben sich also zu:

$$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 40.$$

Ebenso findet man aus der Magnetisierungskurve für Gußeisen zu einer Induktion  $\mathfrak{B}_m = 7500$  einen Wert:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_m = 40.$$

Daraus folgen dann die Amperewindungen  $X_m$ , die den Kraftlinienfluß  $N_m$  durch das Magnetgestell längs des Weges  $l_m = 110$  cm treiben, zu:

$$X_m = \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400.$$

Die Amperewindungen  $X_l$  für die Luft folgen endlich aus der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 3820.$$

Daraus ergibt sich:

$$\Sigma X = X_a + X_m + X_l = 8260.$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen à 1 Ampere oder 4130 Windungen à 2 Ampere auf den Magnetschenkeln liegen, vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Maschine vorläufig außer Betracht bleibt. In Wirklichkeit bilden übrigens noch die Zähne des Ankers oder die Polkerne der Magnete besondere Teile des magnetischen Kreises, für welche die Amperewindungen dann ähnlich wie oben zu berechnen sind.

Ein anderes Beispiel für die Anwendung des „sog.“ Ohmschen Gesetzes für Magnetismus ist die Berechnung der Streuung. Gerade diese Rechnung dient dazu, es deutlich zu machen, daß die Amperewindungen als magnetische Potentialdifferenz aufzufassen sind. Die Verhältnisse liegen hier gerade so wie beim elektrischen Strom. Die Isolation einer elektrischen Anlage ist z. B. niemals ganz vollkommen. Die Spannung, die den Strom durch die Motoren und Lampen treibt, treibt auch parallel dazu einen Strom, der für den wirtschaftlichen Betrieb verloren ist, durch den Widerstand der Isolation. Ähnlich treibt der magnetische Druck an den Polköpfen einer Maschine einerseits den nutzbaren Kraftlinienfluß durch den Anker und andererseits einen seitlichen Streufluß durch die Luft.

Dieser magnetische Druck berechnet sich aus den Amperewindungen  $X_a + X_z + X_l$ , die nötig sind, um den Kraftlinienfluß durch den Anker, die Zähne und die Luftstrecke zwischen Anker und Magneten zu treiben.

Bei der in Fig. 64 gezeichneten mehrpoligen Wechselstrommaschine sei z. B. für ein Polpaar die Summe  $X_a + X_z + X_l = 6200$ . Die Länge des Ankers in Richtung der Achse betrage 30 cm, die Breite der Polköpfe in radialer Richtung 2,5 cm und der Abstand der Polköpfe voneinander  $l_{s_1} = 6,5$  cm. Der Einzelquerschnitt des Streufeldes zwischen einem Nordpol und einem Südpol ist dann  $30 \cdot 2,5 = 75$  qcm. Da nun die von einem Nordpol ausgehenden Kraftlinien nach rechts und links hinüber zum Südpol verlaufen, so ist der Gesamtquerschnitt des Streufeldes vorläufig gleich  $2 \cdot 75 = 150$  qcm zu setzen. Nehmen wir nun schätzungsweise an, daß sich der Querschnitt in der Mitte infolge der in Fig. 64 angedeuteten Ausbreitung der Kraftlinien verdoppelt, so ergibt sich der mittlere Querschnitt des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu:

$$Q_{s_1} = \frac{150 + 300}{2} = 225 \text{ qcm.}$$

Setzen wir jetzt die Werte  $Q_{s_1} = 225$  und  $l_{s_1} = 6,5$  in Gleichung (22) auf S. 78 ein und berücksichtigen wir, daß die Leitfähigkeit  $\mu$  der Luft gleich 1 ist, so erhalten wir den zwischen den Polköpfen verlaufenden Streufluß  $N_{s_1}$  zu

$$N_{s_1} = \frac{6200}{\frac{6,5}{0,4 \pi \cdot 1 \cdot 225}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Zu dem Streufluß zwischen den Polköpfen kommt nun noch der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Magnetschenkel. Der Abstand der Seitenflächen sei im Mittel  $l_{s_2} = 10$  cm und die radiale Länge der Schenkel gleich 16 cm. Bei einer Ankerlänge von 30 cm ist dann der beiderseitige Querschnitt für die Streulinien, die von den Seitenflächen eines Nordpols nach links und rechts hin verlaufen:

$$Q_{s_2} = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ qcm.}$$

Der magnetische Druck ist dabei an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich Null. Wir können also für den magnetischen Druck  $X$  einen mittleren Wert, nämlich 3100, einführen und erhalten den Streufluß zwischen den Seitenflächen zu:

$$N_{s_2} = \frac{X}{\frac{l_{s_2}}{0,4 \pi \cdot Q_{s_2}}} = \frac{3100}{\frac{10}{0,4 \pi \cdot 960}} = 0,37 \cdot 10^6.$$

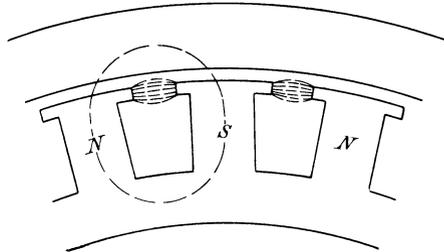


Fig. 64. Kraftfluß einer mehrpoligen Wechselstrommaschine.

Der gesamte Streufluß ergibt sich dann zu:

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} = 0,27 \cdot 10^6 + 0,37 \cdot 10^6 = 0,64 \cdot 10^6.$$

Nehmen wir z. B. an, daß der durch den Anker tretende nutzbare Kraftlinienfluß  $N = 3 \cdot 10^6$  ist, so führt das Joch die Kraftlinienzahl:

$$N_m = N + N_s = 3,64 \cdot 10^6,$$

und das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu den Kraftlinien im Anker ergibt sich zu:

$$\frac{N_m}{N} = \frac{3,64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} = 1,2.$$

### 32. Die Selbstinduktion.

Eine elektromotorische Kraft der Induktion kommt stets dann zustande, wenn sich der von den Windungen umfaßte Kraftfluß ändert. Das geschieht auch, wenn der die Kraftlinien erzeugende Strom zunimmt oder abnimmt. Man bezeichnet diesen Vorgang als Selbstinduktion.

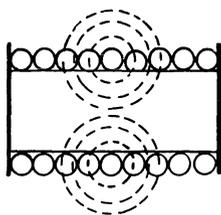


Fig. 65. Bildung des Kraftflusses einer Spule.

Der Vorgang der Selbstinduktion beruht auf der Änderung des Kraftflusses, der durch die Ebene einer Windung tritt. Will man auch hier, wie auf S. 65, annehmen, daß die elektromotorische Kraft durch Schneiden von Kraftlinien induziert wird, so muß man sich nach Fig. 65 vorstellen, daß die Kraftlinien, die sich z. B. beim Entstehen eines Stromes bilden, den Leiter erst als Kreis mit kleinem Durchmesser umgeben und sich dann, ähnlich wie bei einem ins Wasser geworfenen Stein, vergrößern. Dabei schneiden sie durch die benachbarten Windungen hindurch. In Fig. 65 ist dies für die Kraftlinien der mittelsten Windung angedeutet.

Die induzierte elektromotorische Kraft ist nach Abschnitt 26 so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des Kraftflusses entgegenwirkt. Sie ist also, wenn der Strom und dadurch der Kraftfluß zunimmt, dem Strome entgegengerichtet, dagegen dem abfallenden Strome gleichgerichtet.

Wir wollen annehmen, daß der von  $\xi$  Windungen erzeugte Kraftfluß in seiner vollen Stärke alle  $\xi$  Windungen durchsetzt, und daß die Leitfähigkeit  $\mu$  des im Innern der Spule vorhandenen Eisenkerns konstant ist. Nimmt dann der Augenblickswert  $i$  des Stromes um den Betrag  $di$  zu, so ist die Zahl der neu erzeugten Kraftlinien nach S. 78:

$$dN = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{\xi \cdot di}{l} \cdot \mu \cdot Q.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wird dann nach dem allgemeinen Induktionsgesetz:

$$E_s = - \xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir den obigen Wert von  $dN$  ein, und setzen wir

$$L = 4\pi \cdot \frac{\xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}, \quad (23)$$

so wird:

$$E_s = - L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (24)$$

Man bezeichnet die Größe  $L$  als den Selbstinduktionskoeffizienten oder als die Induktivität. Die Einheit dafür ist 1 Henry. Dies ist die Induktivität einer Spule, in der ein Volt induziert wird, wenn der Strom gleichmäßig um 1 Ampere in 1 Sekunde wächst.

Nun ist  $\frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot \mu \cdot Q}{l}$  die von dem Strome 1 Ampere erzeugte Kraftlinienzahl. Wenn wir diese mit der Windungszahl  $\xi$  multiplizieren, erhalten wir die Summe der Kraftlinien, welche die Windungsfläche der Spule durchsetzen, wenn die Stromstärke 1 Ampere beträgt. Unter Windungsfläche ist dabei das Produkt aus den Windungen und dem Querschnitt der Spule zu verstehen. Daraus folgt nach Gleichung (23):

Die Induktivität in Henry ist der die Windungsfläche durchsetzende, vom Strome 1 Ampere erzeugte Kraftfluß, multipliziert mit  $10^{-8}$ .

Andererseits ist  $\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}$  die von einer Amperewindung erzeugte Kraftlinienzahl. Um also die Induktivität  $L$  zu berechnen, kann man auch den Kraftfluß einer Amperewindung mit dem Quadrate der Windungszahl und mit  $10^{-8}$  multiplizieren. Daraus läßt sich z. B. die Induktivität einer in die Nuten eines Ankers (Fig. 89) eingebetteten Windung berechnen. Es sei

- die Ankerlänge einer Maschine . . . . .  $b = 30$  cm,
- „ Windungszahl einer Spule. . . . .  $\xi = 2$ ,
- „ Stromstärke . . . . .  $I = 50$  Amp.,
- „ Zeit der Kommutierung . . . . .  $t = 0,004$  Sek.

Der Strom werde von  $+50$  Ampere in  $-50$  Ampere kommutiert. Gesucht wird die Induktivität der Windung unter der praktisch meist zutreffenden Annahme, daß ein Zentimeter eines in Eisen eingebetteten Leiters 6 Kraftlinien erzeugt. Die nicht in Eisen eingebetteten Stirnverbindungen der Windung mögen vernachlässigt werden.

Da eine Windung aus zwei Leitern von der Länge  $b$ , die in Eisen eingebettet sind, besteht, so ergibt sich die Zahl der von einer Amperewindung erzeugten Kraftlinien zu  $6 \cdot 2b = 360$ . Demnach wird:

$$L = 360 \cdot \xi^2 \cdot 10^{-8} = 1440 \cdot 10^{-8}.$$

Da der Strom von 50 Ampere in der Zeit  $t$  vom Werte  $+I$  auf den Wert  $-I$  kommutiert wird, so ergibt sich die mittlere Selbstinduktion zu:

$$E_{s \text{ mittel}} = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2I}{t} = 0,36 \text{ Volt.}$$

Der Einfluß der Selbstinduktion zeigt sich beim Schließen des Stromes darin, daß der Strom erst allmählich zu seiner vollen Stärke anwächst. Ebenso verlangsamt die Selbstinduktion bei Schwächung des Stromes den Abfall des Stromes.

Eine beträchtliche Größe erreicht die Selbstinduktion, wenn der Stromkreis von Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann zieht sich die sehr bedeutende Kraftlinienzahl des Eisens ganz plötzlich zusammen und schneidet durch die vielen Windungen des Elektromagneten hindurch. In der Grundgleichung (16) auf S. 65

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}$$

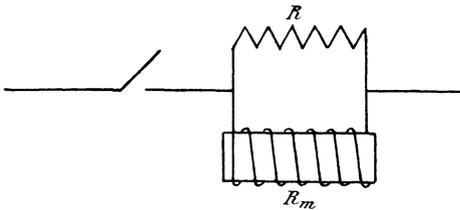


Fig. 66. Widerstand parallel zu einem Elektromagneten.

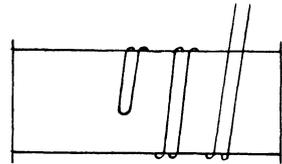


Fig. 67. Bifilare Wickelung.

ist dann auf der rechten Seite der Zähler sehr groß und der Nenner sehr klein. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es mit einer bedeutenden Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zu tun. Diese Funkenbildung ist schließlich in einer Beziehung von Vorteil, da sie den Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht hält und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion dadurch verringert wird.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion unterbricht man den Magnetstrom von Maschinen und Motoren oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet, wie in Fig. 66, vor dem Ausschalten einen Widerstand  $R$  parallel zur Magnetwicklung  $R_m$ . Wenn dann der Strom unterbrochen wird, so verschwindet der Strom und die Kraftlinienzahl in dem Elektromagneten nicht plötzlich, da das Abnehmen der Kraftlinienzahl in der Magnetwicklung eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion erzeugt, die dem abnehmenden Strom gleichgerichtet ist. Diese treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den parallel geschalteten Widerstand  $R$ , und

die Spule des Elektromagneten wird nicht plötzlich, sondern ganz allmählich stromlos.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Selbstinduktion eines Apparates ganz aufzuheben. Es gibt z. B. eine Anordnung der Wheatstoneschen Brücke, bei welcher als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates und als Meßinstrument im Brückenzweig ein Telephon benutzt wird. In diesem Falle würde eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand abhängt, sondern auch von der Selbstinduktion, die zeitweise den Strom verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach dieser Methode untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen dabei natürlich ebenfalls induktionsfrei sein. Man erreicht das, indem man den aufzuwickelnden Draht in der Mitte umbiegt und dann zweifädig (bifilar) aufwickelt (Fig. 67). Dabei werden zwei benachbarte Windungen in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß sie zusammen keine magnetische Wirkung ausüben.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den zeitlichen Verlauf der Stromstärke beim Anwachsen und Abfallen des Stromes zu ermitteln.

An eine Spule mit dem Widerstand  $R$  und der Induktivität  $L$  werde die konstante Spannung  $E$  gelegt. Dann wird der Endwert  $I$  der Stromstärke, der sich zu  $E/R$  ergibt, erst allmählich erreicht, da die Selbstinduktion das Anwachsen des Stromes verlangsamt. Es sei nun  $i$  der Augenblickswert des Stromes zur Zeit  $t$ , und  $di$  die Zunahme der Stromstärke in der Zeit  $dt$ . Dann ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel

$$E - L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Das negative Vorzeichen auf der linken Seite rührt daher, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegenwirkt. Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{R}{L} \cdot dt = \frac{di}{\frac{E}{R} - i} = \frac{di}{I - i}.$$

Durch Integration erhalten wir, wenn wir die Integrationskonstante gleich  $\ln C$  setzen:

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \ln(I - i) + \ln C = \ln[C(I - i)],$$

d. h., wenn wir die Basis 2,71828 des natürlichen Logarithmensystems mit  $\varepsilon$  bezeichnen:

$$\varepsilon^{-R \cdot \frac{t}{L}} = C(I - i).$$

Um die Integrationskonstante zu bestimmen, beachten wir, daß für  $t = 0$  auch  $i = 0$  ist. Wenn wir diese beiden Werte in die darüber stehende Gleichung einsetzen, erhalten wir:

$$C = \frac{1}{I}.$$

Demnach wird die Gleichung für den zeitlichen Verlauf der Stromstärke

$$\varepsilon^{-R \cdot \frac{t}{L}} = 1 - \frac{i}{I}$$

oder 
$$i = I - I \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Wenn wir die Zeit  $t$  als Abszisse und die Stromstärke  $i$  als Ordinate auftragen, erhalten wir die Kurve in Fig. 67 a. Für  $t = \frac{L}{R}$  wird  $i = I - \frac{I}{\varepsilon} = 0,63 I$ . Die Größe  $\frac{L}{R}$  gibt also die Zeit an, in welcher

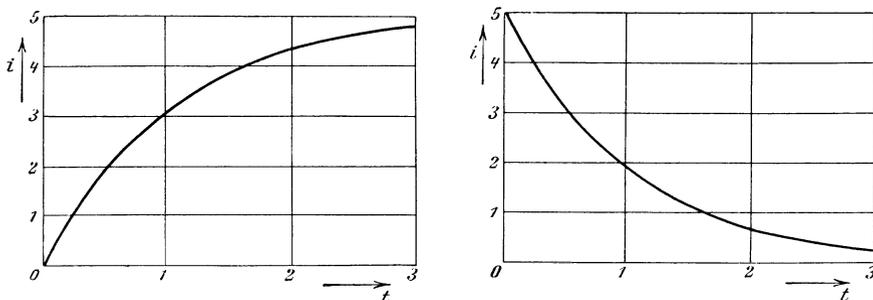


Fig. 67 a und b. Zeitlicher Verlauf des Stromes:  
a) beim Einschalten, b) bei Abnahme der elektromotorischen Kraft.

der Strom auf das 0,63 fache seines Endwertes gestiegen ist. Man bezeichnet daher die Größe  $\frac{L}{R}$  als die Zeitkonstante.

Wir ermitteln nun andererseits die Stromkurve, für Fall, daß der Strom vom Werte  $I$  auf Null abnimmt. Dabei wollen wir annehmen, daß der Widerstand  $R$  konstant bleibt und die Abnahme der Stromstärke dadurch zustande kommt, daß die elektromotorische Kraft plötzlich Null geworden ist. Dann gilt die Gleichung:

$$-L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Da  $di$  in unserm Falle negativ ist, so wird die linke Seite positiv, d. h. die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hat gleiche Richtung mit dem abfallenden Strom. Auf ähnliche Weise wie oben erhalten wir

$$\frac{R}{L} \cdot dt = -\frac{di}{i}$$

oder durch Integration:

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \ln i + \ln C = \ln(C \cdot i),$$

d. h. 
$$\varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t} = C \cdot i.$$

Für  $t = 0$  wird  $i = I$ , d. h.

$$C = \frac{1}{I}.$$

Demnach wird die Gleichung der Stromkurve bei abfallendem Strome

$$i = I \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}.$$

Tragen wir wieder die Zeit  $t$  als Abszisse und die Stromstärke  $i$  als Ordinate auf, so erhalten wir die Kurve in Fig. 67 b. Für  $t = \frac{R}{L}$  wird  $i = \frac{I}{\varepsilon} = 0,37 I$ ; die Zeitkonstante  $\frac{L}{R}$  gibt also in diesem Falle an, wann der Strom auf das 0,37fache des Anfangswertes gefallen ist. Die Kurven in Fig. 67 a und b werden Spiegelbilder, wenn man die eine Kurve um  $180^\circ$  dreht. Die Kurven sind für  $I = 5$  und  $\frac{L}{R} = 1$  gezeichnet.

Wir haben nun noch die Arbeitsvorgänge ins Auge zu fassen, von denen das Entstehen und Verschwinden eines Kraftflusses begleitet ist. Wenn der Strom in einer Spule anwächst, so wird nach S. 84 eine elektromotorische Kraft  $\mathbf{E}$  der Selbstinduktion induziert, die dem Strome entgegenwirkt. Indem die Klemmenspannung diese elektromotorische Kraft überwindet, leistet sie eine elektrische Arbeit.

Der Momentanwert des Stromes ist dabei mit  $i$  bezeichnet, während der Endwert weiter unten mit dem Buchstaben  $I$  bezeichnet ist. Diese Arbeit wird als magnetische Energie aufgespeichert (potentielle Energie) und setzt sich bei Unterbrechung des Stromes wieder in Wärme um (Funkenbildung).

Die allgemeine Gleichung für die elektrische Arbeit

$$dA = \mathbf{E} \cdot i \cdot dt = -\xi \cdot dN \cdot i$$

gilt auch für die Arbeit beim Entstehen und Verschwinden eines Kraftlinienflusses. Dabei sind alle Größen im absoluten Maß gemessen.

Bei Zunahme des Kraftflusses haben die Größen  $dN$  und  $i$  gleiches Vorzeichen, und die von der Spule geleistete elektrische Arbeit ist nach der obigen Gleichung negativ. Es wird also elektrische Arbeit zugeführt. Bei Abnahme des Kraftflusses wird  $dN$  negativ, hat also entgegengesetztes Vorzeichen wie der Strom  $i$ , so daß die elektrische Arbeit positiv ist. Es wird dabei elektrische Energie von der Spule geliefert unter Abnahme von potentieller Energie.

Die potentielle Energie, die aufgespeichert wird, wenn der Strom von Null bis zum Betrage  $I$  wächst, ergibt sich zu

$$A = \int_0^I \xi \cdot dN \cdot i \text{ Erg.}$$

Wenn wir annehmen, daß die magnetische Leitfähigkeit konstant ist, so wird die Abhängigkeit des Kraftflusses  $N$  von den Stromwindungen  $\xi \cdot i$  durch die Gerade in Fig. 68 dargestellt. Das Produkt  $\xi \cdot dN \cdot i$  ist dann gleich einem Flächenstreifen in Fig. 68. Die Summe aller Flächenstreifen ist gleich dem Dreieck  $OCB$ , also gleich dem Produkt  $\frac{\xi \cdot I \cdot N}{2}$ , wobei  $N$  der vom Strome  $I$  erzeugte Kraftfluß ist. Wir setzen nun nach S. 22 ein Erg gleich  $10^{-7}$  Joule und eine absolute Stromeinheit gleich 10 Ampere. Bezeichnet dann  $A$  die Arbeit in Joule und  $I$  den Endwert der Stromstärke in Ampere, so wird die Arbeit in Joule

$$A = \frac{\xi \cdot I \cdot N}{2 \cdot 10} \cdot 10^{-7} \text{ Joule.}$$

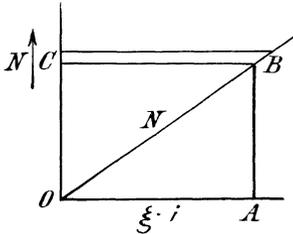


Fig. 68. Arbeit bei Magnetisierung, dargestellt durch Flächenstreifen.

Nun ist nach S. 85 das  $10^{-8}$ fache der beim Strome 1 Ampere die Windungsfläche durchsetzenden Kraftlinien, d. h. in unserm Falle der Ausdruck  $\frac{\xi \cdot N}{I} \cdot 10^{-8}$ , gleich der Induktivität  $L$ . Demnach wird:

$$A = \frac{L \cdot I^2}{2} \text{ Joule.}$$

### 33. Die gegenseitige Induktion.

Wir betrachten nun die Vorgänge, die auftreten, wenn ein Leiter die Kraftlinien eines zweiten Stromleiters schneidet (Fig. 69). Im primären Leiter fließt z. B. ein Strom von rechts nach links. Die Kraftlinien dieses Leiters, wie sie sich aus der Ampereschen Schwimmerregel ergeben, sind in der Figur gezeichnet. Sie dringen bei  $A$ ,  $B$  und  $C$  von hinten nach vorne durch die Papierebene.

Wenn nun der sekundäre Leiter von unten nach oben in Richtung des Pfeiles bewegt wird, so schneidet er bei  $A$ ,  $B$  und  $C$  durch die Kraftlinien des primären Leiters. Um die Richtung der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu bestimmen, schwimmen wir in Richtung der Kraftlinien, also von hinten nach vorne, und sehen nach der Bewegungsrichtung des Leiters, also nach oben. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts, also in Richtung des punktierten Pfeiles im Leiter  $II$ .

Daraus folgt die Regel: Bei Annäherung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären Strome entgegengesetzt.

Ebenso ergibt sich: Bei Entfernung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären Strome gleichgerichtet.

Auch hier wieder erhalten wir eine Bestätigung durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz, das nur ein besonderer Teil des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit ist. Sind nämlich die Enden des Leiters *II* in Fig. 69 leitend verbunden, so kommt ein Strom zustande, der dem primären Strom entgegengesetzt ist. Nach den Regeln des Abschnittes 25 über die dynamische Wirkung paralleler Ströme stoßen sich dann die beiden Leiter gegenseitig ab und hindern dadurch die Bewegung. Die bei der Bewegung geleistete Arbeit setzt sich dann im sekundären Leiter in Joulesche Wärme um.

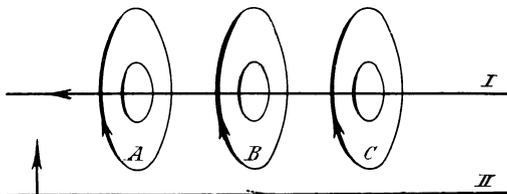


Fig. 69. Gegenseitige Induktion bei Annäherung zweier gerader Leiter.

Es ist nun nicht nötig, daß beide Leiter

mechanisch genähert werden. Vielmehr wird eine elektromotorische Kraft auch durch eine Zunahme und Abnahme des primären Stromes induziert, da seine Kraftlinien auch hierbei durch den sekundären Leiter hindurchschneiden (gegenseitige Induktion). In Fig. 70 wachse z. B. ein Strom im primären Leiter allmählich an. Nach der schon auf S. 84 gegebenen Darstellung entstehen dann seine Kraftlinien, indem sie in der in Fig. 70 gezeichneten Weise aus dem Leiter heraustreten und allmählich wachsen, bis sie dann den sekundären Leiter von oben nach unten schneiden. Es ist also, als ob der sekundäre Leiter von unten nach oben bewegt und die beiden Leiter einander genähert würden. Die induzierte elektromotorische Kraft ist demnach, ebenso wie die Selbstinduktion im primären Leiter, dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet. Dagegen ist sie dem abfallenden primären Strom gleichgerichtet.

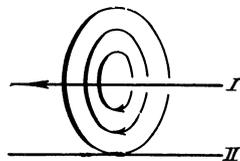


Fig. 70.

Kraftlinien, aus dem primären Leiter austretend, den sekundären schneidend.

Einfacher kommt man zum Ziele, wenn man von der Zu- und Abnahme eines Kraftflusses ausgeht, der von einer primären Spule erzeugt und von einer sekundären Spule umfaßt wird. Im Grunde unterscheidet sich der Vorgang bei der gegenseitigen Induktion in keiner Weise von dem Vorgang der Selbstinduktion. An Stelle von  $\xi^2$  in Gleichung (23) auf S. 85 tritt jetzt einfach das Produkt  $\xi_1 \cdot \xi_2$ , wo  $\xi_1$  die primäre Windungszahl ist, welche die Kraftlinien erzeugt, und  $\xi_2$  die sekundäre Win-

dungszahl ist, die von den Kraftlinien geschnitten wird. Die gegenseitige Induktivität ist dann entsprechend Gleichung (23) auf S. 85:

$$M = \frac{4\pi \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}.$$

Ähnlich wie in Abschnitt 32 ergibt sich der Koeffizient der gegenseitigen Induktion auch als das  $10^{-9}$ fache der Kraftlinien, die von der Windungsfläche der einen Spule umfaßt werden, wenn in der andern Spule der Strom 1 Ampere fließt.

Ist  $i_1$  der Augenblickswert des primären Stromes, so wird die induzierte elektromotorische Kraft  $E_2$  in der sekundären Spule

$$E_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

Durch die gegenseitige Induktion wird es möglich, Gleichstrom in Wechselstrom umzuformen. Der Induktionsapparat (Fig. 71) enthält

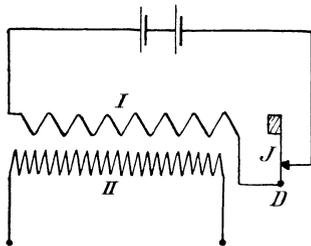


Fig. 71.

Schaltung des Induktionsapparates.

eine von einem Gleichstrom durchflossene primäre Spule, deren eines Ende an die Stromquelle angeschlossen ist, während das andere Ende mit dem Drehpunkt  $D$  der Feder  $I$  verbunden ist. Durch eine Kontaktspitze  $J$  ist die Feder mit der Stromquelle leitend verbunden. Sobald der Strom geschlossen wird, wird die Spule magnetisch und zieht ein an der Feder befestigtes Eisenstück und damit die Feder selbst an. Dadurch wird der Strom unterbrochen, die

Spule wird unmagnetisch, die Feder geht zurück und schließt wieder den Strom. Wir haben also in der primären Spule einen intermittierenden, d. h. unterbrochenen Gleichstrom. Über die primäre Spule ist nun eine sekundäre Spule geschoben, die in Fig. 71 der Deutlichkeit wegen neben der primären gezeichnet ist. Indem die primären Kraftlinien entstehen und verschwinden, treten sie in die sekundäre Spule ein und wieder heraus. Sie schneiden also die sekundären Windungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung und induzieren dadurch elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Sind die Klemmen der sekundären Spule leitend verbunden, so entstehen im sekundären Kreise Wechselströme. Diese wachsen von Null an bis zu einem größten Wert, nehmen dann bis auf Null ab und ändern darauf ihre Richtung. Sie sind also zeitlich wechselnd in ihrer Stärke und in ihrer Richtung. Durch Erhöhung der sekundären Windungszahl und durch möglichst plötzliches Unterbrechen des primären Stromes läßt sich die sekundäre elektromotorische Kraft derartig steigern, daß eine Luftstrecke von bedeutender Länge durchschlagen wird.

Die gegenseitige Induktion bei Transformatoren und Motoren wird in späteren Abschnitten behandelt werden.

### 34. Die Hysteresis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man läßt dann den magnetisierenden Strom von Null an allmählich zunehmen, wodurch die Werte der magnetisierenden Kraft  $\mathfrak{H}$  und der Induktion  $\mathfrak{B}$  gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die magnetisierende Kraft  $\mathfrak{H} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot I}{l}$  als Abszisse und die Induktion  $\mathfrak{B}$  als Ordinate auf, so erhält man die Kurve  $OA$  in Fig. 72.

Schwächt man nach Erreichung einer willkürlichen Induktion  $AG = \mathfrak{B}_{max}$  den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist die Induktion für einen gleichen Wert der magnetisierenden Kraft bei abnehmender Magnetisierung größer als bei ansteigender Magnetisierung. Trägt man wieder die magnetisierende Kraft als Abszisse und die zugehörige Induktion als Ordinate auf, so erhält man die Kurve  $AB$ . Dieses Verhalten des Eisens läßt darauf schließen, daß von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückbleibt. Man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben.

Für eine magnetisierende Kraft  $\mathfrak{H} = 0$  ist die Induktion gleich  $OB$ . Dies ist die Kraftliniendichte des remanenten Magnetismus. Hysteresis und remanenter Magnetismus sind also in gewissem Sinne ein und dasselbe. Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß

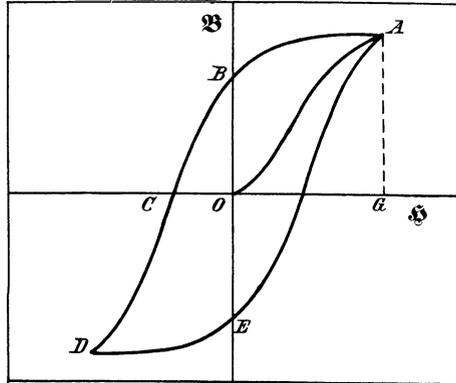


Fig. 72. Hysteresisschleife.

die einmal gerichteten Eisenteilchen infolge einer mechanischen Reibung in ihrer neu angenommenen Lage zu verharren suchen.

Keht man nun die Richtung des Stromes um, so ist ein bestimmter Betrag an magnetisierender Kraft nötig, um den remanenten Magnetismus zu vernichten. Man nennt diesen Betrag, der in Fig. 72 durch die Abszisse  $OC$  gegeben ist, die Koerzitivkraft. Man sieht deutlich, daß die Eisenteilchen sich einer Ummagnetisierung widersetzen. Erst wenn die magnetisierende Kraft über den Betrag  $OC$  gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die Kurve  $CD$  entspricht dann wieder der ansteigenden und die Kurve  $DE$  der abfallenden Magnetisierung. Die Ordinate  $OE$  ist wieder der remanente Magnetismus usw.

Für den früher erwähnten Grusonstahl ergaben sich z. B. bei der Untersuchung durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt folgende Werte:

Abnehmende Induktion		Ansteigende Induktion	
$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}$
145,3	18250	— 2,2	— 6240
62,7	16800	— 5,9	— 11060
24,2	15590	— 11,9	— 13460
3,2	13080	— 34,2	— 15710
0	10200	— 61,6	— 16680
— 1,25	6110	— 145,3	— 18250
— 1,5	0		

Es läßt sich nun zeigen, daß die von den beiden Ästen eingeschlossene Fläche in bestimmter Beziehung zu der bei einer vollen Periode durch die Reibung der Eisenmoleküle verbrauchten Arbeit steht.

Nach S. 89 ist nämlich die bei der erstmaligen Magnetisierung von der Spule erzeugte elektrische Arbeit  $dA = -\xi \cdot i \cdot dN$ . Die von der Spule verbrauchte Arbeit hat das entgegengesetzte Vorzeichen, ist also:

$$dA = \xi \cdot i \cdot dN. \quad (a)$$

Wenn  $\mathfrak{B}$  die Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter bedeutet, so wird:

$$dN = d\mathfrak{B} \cdot Q.$$

Ferner ist nach S. 77:

$$\xi \cdot i = \frac{\mathfrak{H} \cdot l}{4\pi}.$$

Wir dividieren nun auf beiden Seiten der Gleichung (a) durch das Volum  $Q \cdot l$  in Kubikcentimetern. Dann erhalten wir die für ein Kubikcentimeter aufgewendete Arbeit, die elektrisch zugeführt und in potentielle Energie umgesetzt wird, zu:

$$\frac{dA}{Q \cdot l} = \frac{1}{4\pi} \cdot \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}. \quad (b)$$

Da das Produkt  $\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$  gleich einem der schmalen Flächenstreifen in Fig. 72a ist, so ist  $\int \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$  gleich der ganzen schraffierten Fläche. Diese stellt uns also, durch  $4\pi$  dividiert, den Arbeitsverbrauch in Erg für ein Kubikcentimeter dar.

Wenn die Kraftlinien abnehmen, so wird  $dN$  und dadurch die Arbeit negativ, d. h. von der Arbeit wird der Teil wiedergewonnen, der durch die Fläche in Fig. 72b gegeben ist. Nach Umkehrung des Stromes wird die aufgespeicherte Arbeit wieder positiv und entspricht der Fläche in Fig. 72c. Davon wird der Betrag wiedergewonnen, der durch die Fläche in Fig. 72d dargestellt ist.

Das Ergebnis ist also: Die für ein Kubikcentimeter und für eine Periode zur Ummagnetisierung aufgewendete Arbeit im absoluten Maß ist nach Gleichung (b) gleich dem  $4\pi$ ten Teil der Fläche, die zwischen den beiden Ästen der Hysteresisschleife liegt.

Wiewohl nun dieses Gesetz für die Erkenntnis des Wesens der Hysterisis von Bedeutung ist, so sieht man doch in der Praxis davon ab, den Hysterisisverlust durch Aufnahme der Hysterisisfläche mittels des ballistischen Galvanometers zu ermitteln. Abgesehen davon, daß die Methode zu zeitraubend ist, hat man es sich zur Regel gemacht, die Eisensorten unter denselben Verhältnissen zu untersuchen, denen sie bei dem Betriebe unterworfen sind. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch ein Wattmeter, in dem die elektrodynamische Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft.

Rechnerisch ergibt sich der Hysterisisverlust durch die von Steinmetz gefundene Beziehung, daß der Arbeitsverlust in Erg für ein

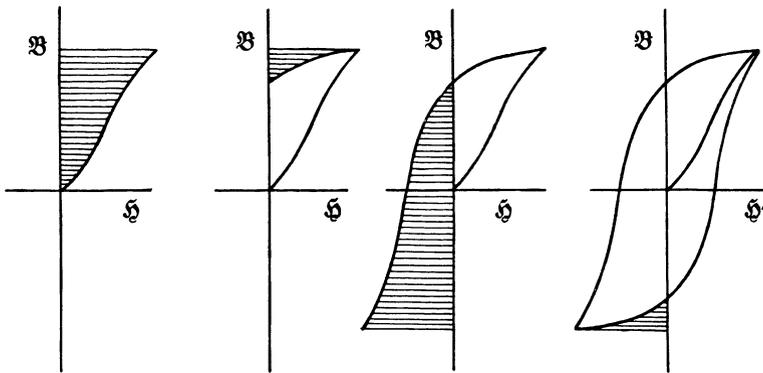


Fig. 72 a.

Fig. 72 b.

Fig. 72 c.

Fig. 72 d.

Arbeit bei Magnetisierung von Eisen, dargestellt durch Flächenstreifen.

Kubikzentimeter und für eine Periode proportional der 1,6 ten Potenz der größten Induktion ist. Ist  $\eta_h$  ein unveränderlicher Faktor, der für verschiedene Eisensorten verschieden ist, und ist  $V$  das Eisenvolumen in Kubikzentimetern, so ergibt sich:

$$\frac{A}{V} = \eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \text{ Erg/ccm.}$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich tatsächlich bis zu einer Induktion  $\mathfrak{B}_{max} = 7000$  als wesentlich richtig ergeben. Der Wert  $\eta_h$  liegt bei den gebräuchlichen Eisensorten zwischen 0,001—0,004.

Ist  $G$  das Eisengewicht in Kilogramm, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 das Volum in Kubikzentimetern zu  $V = G \cdot 1000/7,7$ . Demnach erhalten wir die bei  $\nu$  Perioden in der Sekunde aufgewendete Leistung in Erg pro Sekunde zu:

$$\eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot \nu.$$

Nun ist nach Seite 24:

$$1 \frac{\text{Erg}}{\text{sek.}} = 10^{-7} \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 10^{-7} \text{ Watt.}$$

Wir erhalten also für  $G$  Kilogramm des Eisens den Effektverlust in Watt zu:

$$P_h = \frac{\eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \cdot G \cdot \nu \cdot 10^{-4}}{7,7} \text{ Watt.}$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Rechnung mit dem Steinmetzschen Koeffizienten  $\eta_h$  mehr ab. Wenn man nämlich den Forderungen der Praxis Rechnung trägt und den Hysteresisverlust mittels eines Wechselstromes bestimmt, so tritt die neue Schwierigkeit auf, daß dann zugleich andere Verluste, nämlich die durch Wirbelströme verursachten, mit gemessen werden. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Wattverbrauch für ein Kilogramm Eisen bei 50 Perioden in der Sekunde und bei einer höchsten Induktion von 10000 anzugeben. Diese Verlustziffer ist bei den gebräuchlichen Eisenblechen von 0,5 mm Stärke 3—4 Watt für ein Kilogramm Eisen. Durch Verwendung von Eisenblechen, die mit Silicium legiert sind, läßt sich der Eisenverlust wesentlich herabsetzen.

Wenn das Eisen längere Zeit einer höheren Temperatur ausgesetzt wird, so nimmt die Verlustziffer bei den gewöhnlichen Blechen zu (Altern des Eisens). Bei legierten Blechen bleibt die Verlustziffer jedoch konstant.

### 35. Arbeitsleistung eines Elektromagneten.

Wir haben in Abschnitt 27 einen Fall behandelt, in welchem die ganze zugeführte elektrische Arbeit in mechanische Arbeit umgesetzt wird. Andererseits wurde bei dem in Abschnitt 32 behandelten Falle die ganze zugeführte elektrische Arbeit während der Bildung des Kraftflusses in magnetische (potentielle) Energie umgesetzt.

Besondere Verhältnisse treten auf, wenn gleichzeitig eine mechanische Arbeitsleistung und eine Änderung der potentiellen Energie stattfindet, wie das beim Hub eines Elektromagneten der Fall ist. \*)

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Leitfähigkeit des Eisens bei dem in Fig. 73 a gezeichneten Elektromagneten konstant sei, und betrachten zunächst den Fall, daß die Wickelung an einer konstanten Spannung liegt. Dann ist die Stromstärke vor und nach dem Hube dieselbe. Der einfache Luftabstand sei vor dem Hube  $\frac{l_1}{2}$ , nach dem Hube  $\frac{l_2}{2}$ , so daß der Hubweg gleich  $\frac{l_1 - l_2}{2}$  ist. Die Magnetisierungskurven sind bei der konstanten Leitfähigkeit durch Gerade gegeben. Tragen wir die Stromwindungen  $\xi \cdot i$  als Abszisse und den erzeugten Kraftfluß  $N$  als

\*) Vergl. Emde, ETZ 1908, S. 817.

Ordinate auf, so erhalten wir in Fig. 73 b als Magnetisierungskurve vor dem Hube die untere Gerade, nach dem Hube infolge des verringerten Luftabstandes die obere Gerade. Der Kraftfluß nach beendetem Hube ist von  $N_1 = DE$  auf  $N_2 = CE$  gewachsen.

Damit ist aber gleichzeitig die magnetische (potentielle) Energie des Elektromagneten gewachsen. Sie ist nach S. 90 vor dem Hube gleich der Fläche  $OAD = OED$ , nach dem Hube gleich der Fläche  $OBC = OEC$ , hat also während des Hubes um den Betrag, welcher der Fläche  $ODC$  entspricht, zugenommen.

Die Hubarbeit wird also nicht etwa durch Abnahme der magnetischen (potentiellen) Energie gedeckt. Es ergibt sich vielmehr, daß während des Hubes die potentielle Energie zunimmt und außerdem mechanische Arbeit geleistet wird. Eine beiden Energien entsprechende Arbeit muß also während des Hubes in Form von elektrischer Energie

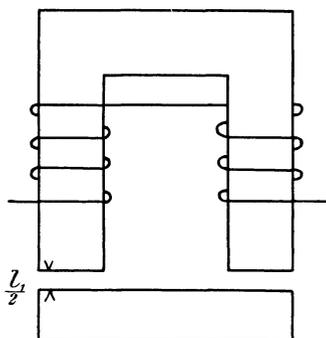


Fig. 73 a. Elektromagnet vor dem Anziehen.

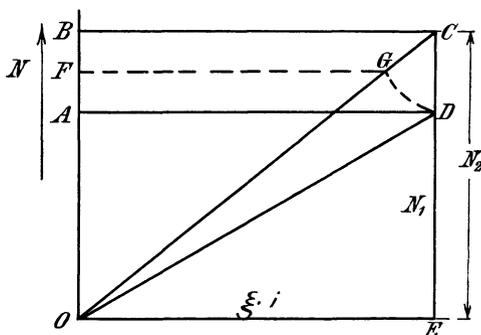


Fig. 73 b. Änderung des Stromes beim Anziehen des Elektromagneten (Wicklung an konstanter Gleichstromspannung).

zugeführt werden. Dies erklärt sich auf die Weise, daß, wenn der Kraftfluß während des Hubes anwächst, eine elektromotorische Gegenkraft induziert wird, die ähnlich wie auf S. 69 von der Klemmenspannung überwunden werden muß. Die Stromstärke nimmt dabei vorübergehend etwas ab und sinkt beispielsweise bis zum Augenblick, in dem der Anker den Elektromagneten berührt, vom Betrage  $AD = OE$  auf den Betrag  $FG$ . Sie steigt nach beendetem Hube wieder auf den Betrag  $BC$ .

Der Augenblickswert der elektromotorischen Gegenkraft ist  $-\xi \cdot \frac{dN}{dt}$ , d. h. die entgegengerichtete Klemmenspannung der Spule ist, abgesehen vom Ohmschen Spannungsverbrauch, gleich  $\xi \cdot \frac{dN}{dt}$ . Wenn wir diesen Wert mit dem jeweiligen Strom  $i$  und der Zeit  $dt$  multiplizieren, erhalten wir die elektrisch zugeführte Arbeit während der Zeit  $dt$  zu  $\xi \cdot i \cdot dN$ . Die ganze elektrisch zugeführte Arbeit ist dann  $\int \xi \cdot i \cdot dN$ , das ist in unserm Falle die Fläche  $ADGCB$ .

Wenn wir im besonderen Falle annehmen, daß die Fläche  $DGC$  sehr klein ist oder durch Konstanthalten des Stromes während des Hubes gleich Null gemacht wird, so wird die elektrisch zugeführte Arbeit gleich der Fläche  $ABCD$ , also doppelt so groß wie die aufgespeicherte Energie, die durch die Fläche  $ODC$  gegeben war. Wir erhalten dann das bemerkenswerte Ergebnis, daß die Hubarbeit gleich der Zunahme der aufgespeicherten Energie ist, falls die Leitfähigkeit des Eisens konstant ist.

Wir wollen jetzt den Fall setzen, daß der Kraftfluß  $OA$ , wie es z. B. bei Wechselstrom-Elektromagneten der Fall ist, während des Hubes infolge Änderung des Stromes konstant bleibt. Gleichzeitig nehmen wir an, daß der magnetische Widerstand des Eisens gegenüber dem der Luftstrecke verschwindend gering sei. Dann stellt die Gerade  $OD$  in Fig. 73 c die Magnetisierungskurve für die größere Luftstrecke  $l_1$  vor dem Hube dar, während die Gerade  $OB$  die Magnetisierungskurve für den kleineren Luftabstand  $l_2$  nach dem Hube angibt. Da die Kraftlinienzahl sich nach unserer Annahme während des Hubes nicht ändert, so wird die elektromotorische Gegenkraft, sowie die elektrisch zugeführte Arbeit  $\int \xi \cdot i \cdot dN$  gleich Null.

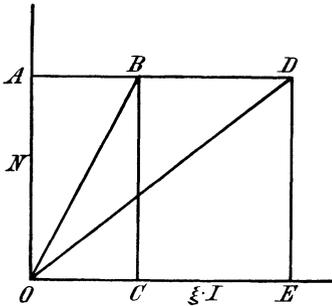


Fig. 73 c. Änderung des Stromes während des Anziehens eines Elektromagneten, dessen Kraftfluß konstant gehalten wird.

Da also keine elektrische Arbeit zugeführt wird, so wird jetzt die geleistete mechanische Arbeit durch Abnahme der potentiellen Energie gedeckt. Diese war vor dem Versuch gleich der Fläche  $OAD$ , nach dem Versuch gleich der Fläche  $OAB$ , also ist die mechanische Arbeit  $A_1$  gleich der Differenz, nämlich gleich der Fläche  $OBD$ . Diese Fläche ist aber gleich  $\frac{1}{2} N \cdot \overline{BD}$ . Ist  $\mathfrak{B}$  die Kraftliniendichte im Luftraum und  $Q_1$  der Einzelquerschnitt der Luftstrecke, so wird  $N = \mathfrak{B} \cdot Q_1$ . Demnach wird die mechanische Arbeit:

$$A_1 = \frac{1}{2} N \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \mathfrak{B} \cdot Q_1 \cdot \overline{BD}.$$

Diese Beziehung kann uns dazu dienen, die Zugkraft eines Elektromagneten bei gegebener Kraftliniendichte zu ermitteln. Wir wenden dazu Gleichung (20) auf S. 73 auf die beiden Stromwindungen  $OC$  und  $OE$  an, die beide die gleiche Kraftliniendichte  $\mathfrak{B}$  erzeugen. Da die Leitfähigkeit der Luft  $\mu$  gleich 1 ist, so wird:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{G} = \frac{4\pi \cdot OC}{l_2} = \frac{4\pi \cdot OE}{l_1}.$$

Daraus folgt die Hubhöhe zu:

$$\frac{l_1 - l_2}{2} = \frac{2\pi(OE - OC)}{\mathfrak{B}} = \frac{2\pi}{\mathfrak{B}} \cdot BD.$$

Dividieren wir die mechanische Arbeit  $A_1$  durch die Hubhöhe  $\frac{l_1 - l_2}{2}$ , und berücksichtigen wir, daß der Kraftfluß sich nach unserer Voraussetzung während des Hubes nicht ändert, so erhalten wir die in unserm Falle während des Hubes konstante Kraft  $f$  in Dyn. Um die Zugkraft  $F$  in  $\text{kg}^*$  zu erhalten, haben wir noch mit 981 000 zu dividieren, d. h. es wird:

$$F = \frac{A_1}{\frac{(l_1 - l_2)}{2} \cdot 981\,000} = \frac{\mathfrak{B}^2 \cdot Q_1 \cdot 2}{8\pi \cdot 981\,000}.$$

Bezeichnen wir jetzt bei einem Hufeisenmagneten das Doppelte des Einzelquerschnittes mit  $Q$ , so nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$F = 4 \mathfrak{B}^2 \cdot Q \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (25)$$

Ist z. B. der Einzelquerschnitt  $Q_1 = \frac{Q}{2} = 10$  qcm und die Induktion  $\mathfrak{B} = 18000$ , so ergibt sich:

$$F = 4 \cdot 18000^2 \cdot 20 \cdot 10^{-8} = 260 \text{ kg}^*.$$

Die Zugkraft ist übrigens infolge der Streuung meist größer, als nach Gleichung (25) berechnet ist. Es läßt sich leicht ableiten, daß Gleichung (25) auch für einen Elektromagneten mit einer einzigen Luftstrecke gültig ist, wobei  $Q$  den Einzelquerschnitt der Luftstrecke bedeutet.

### 36. Wirbelströme.

Mit dem Namen Foucault- oder Wirbelströme bezeichnet man Ströme, die nicht in einer vorgeschriebenen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie werden z. B. induziert, wenn Kraftlinien massive Leiter schneiden, lassen sich aber in ihrer Bahn nicht genau verfolgen. Nur so viel läßt sich sagen, daß die elektromotorische Kraft, die sie erzeugt, senkrecht zur Kraftlinienrichtung und senkrecht zur Bewegungsrichtung steht. Ist z. B. eine Kupferwindung (Fig. 74) auf einen massiven Eisenzylinder gewickelt, und wird dieser so gedreht, daß der obere Leiter aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht induzierte elektromotorische Kraft in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche elektromotorische Kraft wird aber auch in dem darunter liegenden Eisen induziert. Infolgedessen entstehen im Eisen Stöme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind. Diese würden eine starke Erwärmung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Fig. 74 als eine kurzgeschlossene Dynamomaschine betrachtet,

deren Drehung einen Arbeitsverlust verursacht, weil der induzierte Strom der Bewegung entgegenwirkt.

Man kann den Arbeitsverbrauch durch Wirbelströme in einfacher Weise dadurch zeigen, daß man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen eines anfangs noch nicht erregten Elektromagneten hin und her pendeln läßt. Sobald der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die induzierten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die lebendige Kraft setzt sich dabei in Joulesche Wärme im Kupfer um.

Da Wirbelströme unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit bedeuten, so wird es notwendig, den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammensetzen, wie es der untere Teil des Ankers in Fig. 74 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander isoliert. Allgemein gilt die Regel, daß man Metallmassen

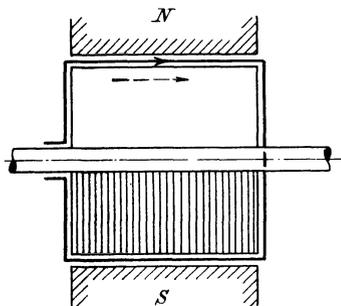


Fig. 74.

Massiver und geblätterter Eisenkern.

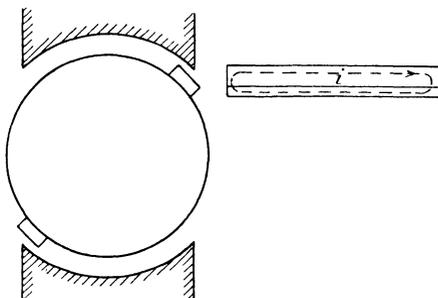


Fig. 75.

Wirbelströme in massiven Leitern.

senkrecht zum induzierten Leiter zu unterteilen hat, um den Wirbelströmen die Bahn zu unterbrechen.

Bei Nutenankern ist es meist auch nötig, die Polschuhe aus Blechen zusammensetzen. Die Kraftlinien haben nämlich das Bestreben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen (vergl. Fig. 129) und werden durch den Zahn, der aus der Polecke austritt, zeitweise mitgenommen. Bei dieser Bewegung der Kraftlinien werden Wirbelströme in den Polecken induziert. Fig. 129 zeigt zugleich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die Kraftliniendichte im Poleisen gegenüber dem Zahn eine größere ist als gegenüber der Nut und die Orte der größten und kleinsten Kraftliniendichte sich bei der Drehung des Ankers verschieben.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Fig. 75 in einer übertriebenen Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise die eine Kante des Stabes noch im Kraftlinienfeld, während die andere Kante sich nicht

mehr im Bereiche des Poles befindet. Der Deutlichkeit wegen ist der von der Seite gesehene Stab auf der rechten Seite der Figur herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters induzierte elektromotorische Kraft erzeugt in diesem Teile des Leiters einen Strom, der in der Hauptsache durch die Stirnverbindungen und das äußere Netz weiterfließt, der sich aber zum Teil in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst schließt.

Man vermeidet die Wirbelströme im Ankerkupfer, indem man die Polecken abschrägt oder abrundet, oder indem man den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des magnetischen Feldes.

Bei den gegenwärtig allgemein verwendeten Nutenankern ist die Wirbelstrombildung im Ankerkupfer indessen sowieso sehr gering. Die Kraftlinien verlaufen nach Fig. 129 fast vollständig durch die Zähne des Ankers und werden, wie wir es oben bereits bei Betrachtung der Polecke sahen, bei der Drehung ein wenig mitgenommen und dadurch gedehnt. Schließlich schneiden sie dann mit großer Geschwindigkeit durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und induzieren alle Teile des Ankerleiters gleichzeitig, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. So beruht die Wirkung von Wirbelstrombremsen auf der magnetischen Kraft, die von den Polen eines Elektromagneten auf die bei der Bewegung in einer Eisenscheibe induzierten Wirbelströme ausgeübt wird.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Galvanometerdämpfung, indem man den beweglichen Magneten eines Galvanometers innerhalb eines massiven Kupferstückes aufhängt. Der Magnet stellt sich dann aperiodisch, d. h. ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Instrument aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, so geschieht die Dämpfung in ähnlicher Weise, indem man die Galvanometerspule kurz schließt. Die in der Spule durch die Schwingungen induzierten Ströme bringen das Galvanometer dann oft augenblicklich zur Ruhe. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen in linearen Stromleitern zu tun.

---

## Fünftes Kapitel.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem. — 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. — 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl. — 40. Dimension und Einheit für Spannung, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand. — 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung. — 42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität.

### 37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem.

Das „sog.“ absolute Maßsystem beruht auf den drei Einheiten: Zentimeter, Gramm und Sekunde. Die Einheit der Länge im absoluten Maßsystem ist das Zentimeter. Dieses ist bestimmt als der 100. Teil eines in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes, während das Meter selbst willkürlich ungefähr gleich dem 10 millionsten Teil des durch Paris gehenden Erdquadranten gewählt ist. Für die im absoluten Maß gemessenen Größen führen wir durchweg fette Buchstaben ein. Wir bezeichnen daher die Länge in Zentimetern mit dem Buchstaben  $l$ , dagegen die Länge in Metern mit dem gewöhnlichen Buchstaben  $L$ .

Die Einheit der Masse im absoluten Maßsystem ist das Gramm. Dieses ist bestimmt als die Masse eines Kubikzentimeters Wasser bei  $4^{\circ}$  C. oder besser als die Masse, die so viel wiegt wie 1 ccm Wasser von  $4^{\circ}$  C. Das Gewicht eines Körpers in Gramm gibt also ohne weiteres seine Masse im absoluten Maß an.

So einfach das ist, so bietet es doch im Anfang einige Schwierigkeiten, weil man sonst in der Technik gewohnt ist, das 1000fache eines Grammes nicht als Masseneinheit, sondern als Krafteinheit zu verwenden. Infolgedessen erhält man bekanntlich im technischen Maß die Masse eines Körpers, indem man das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere dividiert. Wiegt z. B. ein Körper 9,81 kg, so ist seine Masse im gewöhnlichen technischen Maß gleich  $9,81 : 9,81$ , d. h. eine technische Masseneinheit. Im Gegensatz dazu ist die Masse desselben Körpers, wenn sie im absoluten Maß gemessen wird, zahlenmäßig gleich seinem Gewicht in Gramm, also gleich  $9,81 \cdot 1000 = 9810$  g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten.

Bei genauer Betrachtung ist indessen diese Schwierigkeit nicht größer, als wenn man sagt, daß  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  ist. Wenn man die erste

Schwierigkeit überwunden hat, erscheint sogar die Wahl des Grammes als Masseneinheit besonders einfach, weil man es bei dem Kubikzentimeter Wasser wirklich mit einem Stoff, also mit einer Masse zu tun hat. Allerdings muß man nun im absoluten Maßsystem darauf verzichten, die Kräfte in einem so praktisch naheliegendem Maß zu messen, wie im technischen Maßsystem. — Wir bezeichnen die in Gramm gemessene Masse mit dem Buchstaben  $M$ .

Als Einheit der Zeit ist die Sekunde gewählt. Sie ist bestimmt als der 86400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit dem Buchstaben  $t$ .

Es ergibt sich nun, daß die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit usw., sich als Funktionen oder Dimensionen der Länge, Masse und Zeit darstellen lassen. Da der Ausdruck „Dimension“ im Anfang Schwierigkeiten macht, so soll er an einigen besonders einfachen Fällen deutlich gemacht werden. Eine Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, ebenso der Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil ihr Betrag sich rechnerisch ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit dividieren. In derselben Weise können wir die meisten vorkommenden Größen als Funktionen der Länge ( $L$ ), der Masse ( $M$ ) und der Zeit ( $T$ ) darstellen. Die Dimension der Fläche ist z. B.  $L^2$ , die des Raumes  $L^3$  und die der Geschwindigkeit  $L T^{-1}$ .

Weiter ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern daß sie mit Notwendigkeit aus den gewählten Einheiten des Zentimeters, des Grammes und der Sekunde folgen. So z. B. ergibt sich mit Notwendigkeit die Einheit der Fläche als ein Quadratzentimeter, die Einheit des Raumes als ein Kubikzentimeter und die Einheit der Geschwindigkeit als ein Zentimeter in der Sekunde. Wir stellen uns nun im folgenden die Aufgabe, die Dimensionen der verschiedenen Größen abzuleiten, ihre Einheiten im absoluten Maß daraus zu folgern und diese Einheiten mit den praktischen Einheiten zu vergleichen.

### 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft.

#### a) Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist bestimmt als das Verhältnis des Weges zur Zeit oder als der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Es ergibt sich also:

$$\text{Dimension der Geschwindigkeit: } \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}.$$

Bezeichnet  $v$  die Geschwindigkeit im absoluten Maß, so erhalten wir:

$$v = \frac{l}{t} \text{ cm/sek.}$$

Die absolute Einheit der Geschwindigkeit ist ein Zentimeter in der Sekunde oder per Sekunde, oder kürzer 1 cm/sek. Da das Wort „per“ gleichbedeutend mit „durch, d. h. dividiert durch“ ist, so gibt die Bezeichnung „Zentimeter per Sekunde“ uns ohne weiteres an, welches die Funktion der Geschwindigkeit ist, oder wie man die Geschwindigkeit aus den Zentimetern und den Sekunden berechnet.

Beispiel: Der Durchmesser des Ankers einer Wechselstrommaschine sei gleich 1,6 m und die Drehzahl in der Minute gleich 300. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$\text{Ankerumfang} \dots\dots\dots 1,6 \cdot \pi = 5 \text{ m,}$$

$$\text{Weg in der Minute} \dots\dots\dots 5 \cdot 300 = 1500 \text{ m.}$$

Drücken wir nun den Weg in Zentimetern und die Zeit in Sekunden aus, so erhalten wir:

$$l = 1500 \cdot 100 = 150\,000 \text{ cm,} \quad t = 60 \text{ sek.}$$

Demnach ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{150\,000}{60} = 2500 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

#### b) Beschleunigung.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}}.$$

Dabei ist die Dimension der Geschwindigkeitszunahme die gleiche wie die der Geschwindigkeit, nämlich  $L \cdot T^{-1}$ . Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Beschleunigung: } \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}.$$

Bezeichnet  $v_1$  die Anfangsgeschwindigkeit,  $v_2$  die Endgeschwindigkeit, und ist die Beschleunigung gleichförmig, so ergibt sie sich im absoluten Maß zu:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

Die absolute Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um die absolute Einheit, d. h. um 1 cm/sek wächst.

Beispiel: Die Anfangsgeschwindigkeit sei 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 Sek. 29,43 m in der Sekunde. Wie groß ist die Beschleunigung im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm/sek}, \quad t = 3.$$

Demnach:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}.$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erkennt, daß man das Ergebnis im absoluten Maß erhält, wenn man die einzelnen Werte in der Rechnung im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in Zentimetern anzugeben ist, auch nicht in Zentimetern in der Sekunde, sondern, wenn man genau sein will, in Zentimetern durch Sekundequadrat. Ebenso wenig wie wir eine Fläche in Zentimetern messen, ebensowenig dürfen wir eine Beschleunigung durch die Anzahl der Zentimeter in der Sekunde ausdrücken, da dieses Maß nur für die Geschwindigkeit gilt. Es ist auch z. B. 1 PS nicht gleich 75 mkg, sondern 75 mkg in der Sekunde. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung, da man nur solche Größen miteinander vergleichen kann, deren Dimensionen gleich sind. Ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen auf beiden Seiten einer Gleichung nicht übereinstimmen. Es ist also sehr wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen eine strenge Gewissenhaftigkeit übt und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

### c) Kraft.

Die Kraft ist in der Mechanik bestimmt als das Produkt aus Masse und Beschleunigung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}.$$

Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Kraft: } M \cdot L \cdot T^{-2} = L \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Ist  $f$  die Kraft und  $M$  die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$f = M \cdot a.$$

Die absolute Einheit ist also die Kraft, die der absoluten Masseneinheit oder einem Kubikzentimeter Wasser die Beschleunigung  $1 \text{ cm/sek}^2$  erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn.

Beispiel: Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde ein Kilogramm-gewicht anzieht?

Wir erhalten:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}, \quad 9,81 \text{ m/sek}^2 = 981 \text{ cm/sek}^2.$$

Demnach ergibt sich im absoluten Maß:

$$M = 1000, \quad a = 981.$$

Also:  $f = 981\,000 \text{ Dyn.}$

Das Kilogrammgewicht oder die technische Einheit der Kraft ist also gleich 981 000 Dyn. Wenn wir nun für das Kilogrammgewicht die Bezeichnung  $\text{kg}^*$  einführen, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981\,000 \text{ Dyn,} \\ 1 \text{ Dyn} &= \frac{1}{981\,000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. \end{aligned}$$

Von dem mechanischen Kraftbegriff unterscheidet sich der astronomische. Das Gesetz über die Schwerkraft lautet nämlich in seiner einfachsten Form:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

wo  $f$  die Kraft,  $m$  die Masse und  $r$  die Entfernung bedeutet. Daraus ergibt sich die Dimension der Kraft im astronomischen Maß zu  $\text{M}^2 \cdot \text{L}^{-2}$ . Es wäre nicht zulässig, beide Dimensionen der Kraft einander gleich zu setzen (vergl. die verschiedenen Dimensionen der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen und im absoluten Maß auf S. 109. Jedenfalls zeigt der Unterschied zwischen der Dimension der Kraft im absoluten und astronomischen Maßsystem, daß die Dimensionen nicht von vornherein im Wesen der betreffenden Größe begründet sind, oder daß sie wenigstens ihr Wesen nicht vollständig erschöpfen.

### 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl.

#### a) Polstärke.

Die Polstärke oder die Menge des nach außen wirkenden, freien Magnetismus wird gemessen durch die vom Pol unter bestimmten Verhältnissen ausgeübte Kraft. Nach dem Coulombschen Gesetz ist die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo  $m_1$  und  $m_2$  die Polstärken der beiden Pole und  $r$  die Entfernung zwischen beiden Polen ist. Sehen wir jetzt, wo es sich noch nicht um Zahlenwerte handelt, von den Indizes ab und schreiben:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

so erhalten wir:

$$m = r \sqrt{f}.$$

Um also die Dimension der Polstärke zu finden, haben wir aus der Dimension der Kraft die Wurzel zu ziehen und das Ergebnis mit der Dimension der Entfernung  $r$ , d. h. mit einer Länge zu multiplizieren. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Polstärke: } \text{L} \cdot \sqrt{\text{L} \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2}} = \text{L}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{T}^{-1}.$$

Nach dem Coulombschen Gesetz hat ein Pol die Einheit der Polstärke, wenn er auf den gleichen Pol in der Entfernung von einem Zentimeter die Kraft 1 Dyn ausübt.

b) Feldstärke.

Die Kraft, die von einem magnetischen Feld auf einen Pol ausgeübt wird, ist nach Gleichung (12) auf S. 50 um so größer, je größer die Feldstärke und je größer die Polstärke ist. Ist also  $\mathfrak{S}$  die Feldstärke, so wird:

$$f = m \cdot \mathfrak{S}.$$

Daraus folgt:

$$\mathfrak{S} = \frac{f}{m}.$$

Man muß sich gewöhnen, derartige Gleichungen in Worten zu lesen. Die Feldstärke  $\mathfrak{S}$  ist die Kraft, bezogen auf die Poleinheit, oder die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Ihre Dimension ergibt sich also, wenn wir die Dimension der Kraft durch die Dimension der Polstärke dividieren. Wir erhalten dann:

$$\text{Dimension der Feldstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das mit der Kraft 1 Dyn auf den Pol 1 wirkt.

Beispiel: Auf den Nordpol von 100 absoluten Einheiten wirke in einem magnetischen Felde die Kraft 20 Dyn. Wie stark ist das Feld?

Wir erhalten:

$$\mathfrak{S} = \frac{f}{m} = \frac{20}{100} = 0,2.$$

c) Die Kraftlinienzahl.

Nach Abschnitt 21 ist die Anzahl der Kraftlinien auf einem Quadratcentimeter gleich der Feldstärke. Die Kraftlinienzahl  $N$  ist dann das Produkt aus der Feldstärke mal der Fläche:

$$N = \mathfrak{S} \cdot Q.$$

Wir erhalten also die Dimension der Kraftlinien, wenn wir die Dimension der Feldstärke mit der Dimension einer Fläche multiplizieren:

$$\text{Dimension der Kraftlinien: } L^2 \cdot L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Kraftlinie ist dann auf einem Quadratcentimeter vorhanden, wenn auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausgeübt wird. Es fällt nun auf, daß die Dimension der Kraftlinien die gleiche ist wie die Dimension der Polstärke. Das stimmt damit überein, daß man die Kraftlinien-

zahl eines Poles unmittelbar ermittelt, indem man nach S. 53 die Polstärke mit  $4\pi$  multipliziert:

$$N = 4\pi m.$$

Wenn also die Kraftlinienzahl und die Polstärke sich nur durch den konstanten Faktor  $4\pi$  unterscheiden, so sind ihre Dimensionen gleich. Eine Kraftlinie ist dann einfach bestimmt als der  $4\pi$ te Teil der vom Pol 1 ausgehenden Kraftströmung.

#### 40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand.

##### a) Elektromotorische Kraft.

Die elektromotorische Kraft ist bestimmt als die Anzahl der Kraftlinienschnitte in der Sekunde. Demnach folgt:

$$\text{Dimension der elektromotorischen Kraft: } L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird induziert, wenn eine Kraftlinie in der Sekunde geschnitten wird. Das  $10^8$ fache der absoluten Einheit nennen wir 1 Volt.

1 Volt =  $10^8$  Kraftlinienschnitte in der Sekunde =  $10^8$  absolute Einheiten.

Bezeichnet also  $E$  die elektromotorische Kraft in Volt und treten  $dN$  Kraftlinien in der Zeit  $dt$  in eine Spule von  $\xi$  Windungen, so ergibt sich:

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}$$

oder nach Gleichung (17) auf S. 66:

$$E = \mathfrak{S} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$$

##### b) Stromstärke.

Im Felde  $\mathfrak{S}$  wird auf den Leiter von der Länge  $l$ , der vom Strome  $I$  durchflossen wird, eine Kraft ausgeübt, die sich nach Gleichung (19) auf S. 68 zu

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l$$

berechnet. Wir erhalten dann die Stromstärke im absoluten Maß zu

$$I = \frac{f}{\mathfrak{S} \cdot l}.$$

Die Dimension der Stromstärke ergibt sich dadurch aus den Dimensionen der Kraft, der Feldstärke und der Länge zu:

$$\text{Dimension der Stromstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot L} = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Stärke hat der Strom, der, 1 cm im Felde 1 durchfließend, die Kraft 1 Dyn ausübt. Der zehnte Teil dieser absoluten Einheit ist willkürlich als praktische Einheit gewählt und 1 Ampere genannt.

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} \text{ absolute Einheit.}$$

Die Zahl der Ampere ist also immer 10 mal so groß wie die Zahl der gleichwertigen absoluten Einheiten.

Gesetzlich ist das Ampere bestimmt als die Stromstärke, die in der Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

#### c) Elektrizitätsmenge.

Da die Stromstärke die Elektrizitätsmenge ist, die in der Sekunde durch den Querschnitt fließt, so ist die Elektrizitätsmenge das Produkt aus der Stromstärke und der Zeit. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Elektrizitätsmenge: } L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}.$$

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge ist diejenige, die in einer Sekunde durch den Querschnitt fließt, wenn die Stromstärke gleich der absoluten Einheit ist. Der zehnte Teil, der also dem Ampere entspricht, ist die praktische Einheit und heißt 1 Coulomb.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} \text{ absolute Einheit.}$$

Bezeichnet nun  $Q$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb und  $I$  die Stromstärke in Ampere, so ergibt sich:

$$Q = I \cdot t.$$

Von der Einheit des Coulomb leiten sich dann folgende Einheiten ab:

$$1 \text{ Mikrocoulomb} = \frac{1}{10^6} \text{ Coulomb} = 10^{-6} \text{ Coulomb,}$$

$$1 \text{ Amperestunde} = 3600 \text{ Coulomb.}$$

Anders ergibt sich die Dimension der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen Maß. Nach dem Coulombschen Gesetz für Elektrizität ist die Kraft, mit der zwei Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo  $m_1$  und  $m_2$  die Elektrizitätsmengen im elektrostatischen Maß sind. Die elektrostatische Einheit ist dabei die Elektrizitätsmenge, die auf die gleiche Elektrizitätsmenge in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit ist  $3 \cdot 10^9$  mal so klein wie ein Coulomb, d. h.  $3 \cdot 10^{10}$  mal so klein wie die absolute Einheit der strömenden Elektrizität. Die Dimension der Elektrizitätsmenge im statischen Maß ist:

$$\dim m = \dim r \sqrt{f} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheiten der Elektrizitätsmenge im statischen und dynamischen Maß unterscheiden sich also nicht bloß durch den Faktor  $3 \cdot 10^{10}$ , sondern auch in der Dimension durch den Faktor  $L \cdot T^{-1}$ , d. h. durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Das wird von besonderer Bedeutung durch den Versuch von Rowland: Erteilt man einem Ring, der pro Zentimeter Länge mit der statischen Einheit der Elektrizität geladen ist, eine Umfangsgeschwindigkeit von  $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}} = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$ , so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom mit der absoluten Einheit der Stromstärke. Dabei ist  $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$  zugleich die Geschwindigkeit des Lichts und der Elektrizität.

#### d) Der Widerstand.

Der Widerstand ist bestimmt als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke:

$$R = \frac{E}{I}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension des Widerstandes: } \frac{L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}} = L \cdot T^{-1}.$$

Die Dimension des Widerstandes ist also die gleiche wie die Dimension der Geschwindigkeit, und die absolute Einheit ist, so sonderbar es klingt, ein Zentimeter in der Sekunde. Dies ist der Widerstand, in dem die sehr kleine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft die verhältnismäßig große absolute Einheit der Stromstärke erzeugt. Das  $10^9$ fache dieser absoluten Einheit des Widerstandes nennt man ein Ohm. Dies ist der Widerstand, in dem ein Volt den Strom 1 Ampere erzeugt:

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ absolute Einheiten.}$$

Gesetzlich ist das Ohm bestimmt als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Aus der gesetzlichen Festsetzung des Ohm und des Ampere folgt dann die gesetzliche Bestimmung für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die, an den Enden von einem Ohm liegend, die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom von 1 Ampere an den Enden eines Widerstandes von einem Ohm schafft.

## 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung.

### a) Arbeit.

Mechanische Arbeit ist bestimmt als das Produkt aus Kraft und Weg. Daraus folgt ihre Dimension:

$$\text{Dimension der Arbeit: } L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet, wenn die Kraft ein Dyn längs des Weges von 1 cm Länge wirkt. Man nennt diese absolute Arbeitseinheit ein Zentimeterdyn oder ein Erg. Bezeichnet  $A$  die Arbeit in Erg und  $s$  den Weg in Zentimetern, so ergibt sich:

$$A = f \cdot s.$$

Beispiel: Wie groß ist die Arbeit in Erg, die geleistet wird, wenn ein Kilogrammgewicht einen Meter hoch gehoben wird?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, & 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm.} \\ f &= 981000, & s &= 100, \\ A = f \cdot s &= 981000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.} \end{aligned}$$

Ein Meterkilogramm oder die technische Arbeitseinheit ist also gleich  $9,81 \cdot 10^7$  Erg.

Wenn nun nach Abschnitt 10 das Produkt  $E \cdot I \cdot t$  die elektrische Arbeit darstellt, so muß es auch die Dimension der Arbeit haben. Das ergibt sich in der Tat, wenn man die Dimensionen der elektromotorischen Kraft, Stromstärke und Zeit miteinander multipliziert. Die absolute Einheit der elektrischen Arbeit ist natürlich ebenfalls das Erg.

Nun ist ein Volt gleich  $10^8$  absolute Einheiten und 1 Ampere gleich  $\frac{1}{10}$  absolute Einheit. 1 Joule oder das Produkt aus 1 Volt  $\times$  1 Ampere  $\times$  1 Sekunde ist also gleich  $10^8 \cdot 10^{-1}$  absoluten Arbeitseinheiten oder gleich  $10^7$  Erg:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg.}$$

Ferner ergab sich oben:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

#### b) Wärme.

Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so ist ihre Dimension dieselbe wie die der Arbeit. Da aber die Teilung des zur Messung der Wärme dienenden Thermometers willkürlich gewählt ist, so dürfen wir uns nicht wundern, wenn beim Jouleschen Gesetz ein konstanter Faktor auftritt, der z. B. bei den Gesetzen von Ohm und Coulomb durch die äußerst zweckmäßige Wahl der betreffenden Einheiten vermieden ist.

Als Einheit der Wärme sei die sog. „kleine Kalorie“ zugrunde gelegt, durch welche 1 g Wasser von 0 Grad auf einen Grad erwärmt wird. Ihre Beziehung zur mechanischen Arbeit ergibt sich aus dem durch den Versuch bestimmten mechanischen Wärmeäquivalent, wonach 1 kgal. = 427 mkg, also 1 gkal. = 0,427 mkg ist.

Da ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist, so erhalten wir:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule} = \frac{1}{0,24} \text{ Joule,}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Das ist nur ein anderer Ausdruck für das Joulesche Gesetz, wonach die Wärmemenge  $Q$  in Grammkalorien sich nach der Gleichung

$$Q = 0,24 E . I . t$$

ergibt.

c) Leistung.

Leistung oder Effekt ist die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit:

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}.$$

Daraus folgt:

$$\text{Dimension der Leistung: } L^2 . M . T^{-3}.$$

Die absolute Einheit der Leistung ist 1 Erg in der Sekunde. Diese Leistung ist außerordentlich klein, und man faßt daher  $10^7$  Erg in der Sekunde unter der Bezeichnung „ein Watt“ zusammen:

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg in der Sekunde} = 1 \text{ Joule in der Sekunde.}$$

Da nun die elektrische Arbeit in Joule gleich dem Produkt  $E . i . t$  war, so ist  $E . I$  die elektrische Leistung, gemessen in Joule in der Sekunde oder in Watt. Bezeichnet also  $P$  die Leistung in Watt, so erhalten wir:

$$P = E . I.$$

Beispiel: Wieviel Watt entsprechen einer Pferdestärke? Wir erhalten:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}},$$

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek}} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 . 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

## 42. Dimension und Einheit der Induktivität und Kapazität.

a) Die Induktivität.

Nach Abschnitt 32 ergibt sich die Induktivität in Henry zu:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}.$$

Wird in Gleichung (24) auf S. 85 die Stromstärke und die elektromotorische Kraft im absoluten Maße gemessen, so erhält man, da eine absolute Stromeinheit gleich 10 Ampere und die absolute Einheit der Spannung gleich  $10^{-8}$  Volt ist, als Induktivität im absoluten Maß die Größe  $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l}$ .

Da  $4\pi$ ,  $\xi$  und  $\mu$  reine Zahlen sind, so ergibt sich:

$$\text{Dimension der Induktivität: } \frac{L^2}{L} = L.$$

Die Dimension ist also eine Länge und die Einheit das Zentimeter. 1 Henry ist dann gleich  $10^9 \text{ cm} = \frac{1}{4}$  des Erdumfanges. Diejenige Spule hat den Wert 1 Henry, in der 1 Volt induziert wird, wenn die Stromstärke gleichmäßig in der Sekunde um 1 Ampere wächst.

#### b) Kapazität.

Ein Kondensator besteht aus zwei dicht gegenüberstehenden Metallplatten, die durch eine isolierende Schicht, das sog. Dielektrikum, voneinander getrennt sind. Werden beide Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle verbunden, so lädt sich der Kondensator, indem positive Elektrizität auf die eine Platte und negative auf die andere Platte fließt. Dieses Fließen dauert so lange, bis der Gegendruck des Kondensators der Spannung der Elektrizitätsquelle das Gleichgewicht hält. Die Elektrizitätsmenge  $Q$ , die dabei auf den Kondensator gedrückt wird, ist um so größer, je größer die Spannung der Stromquelle und je größer die Aufnahme-fähigkeit oder Kapazität des Kondensators ist. Diese Kapazität ist proportional der Fläche der Platten und umgekehrt proportional dem Abstand. Außerdem hängt sie von der Natur des Dielektrikums ab.

Es ergibt sich also die Beziehung:

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Spannung} \times \text{Kapazität.}$$

Die Dimension der Kapazität erhalten wir demnach, wenn wir die Dimension der Elektrizitätsmenge durch die der Spannung dividieren:

$$\text{Dimension der Kapazität: } \frac{L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{3}{2}} \cdot T^{-2}} = L^{-1} \cdot T^2.$$

Die absolute Einheit der Kapazität hat derjenige Kondensator, der durch die absolute Einheit der Spannung mit der absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge geladen wird. Nun ist die absolute Einheit der Spannung sehr klein, nämlich gleich dem 100millionsten Teil eines Volt. Dagegen ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge verhältnismäßig groß, nämlich gleich 10 Coulomb. Demnach müßte der Kondensator, der die absolute Einheit der Kapazität besitzen soll, unglaubliche Dimensionen besitzen, wenn er trotz einer großen Ladung einen ganz geringen Gegendruck ausüben soll. Man nimmt daher als praktische Einheit die Kapazität eines Kondensators, der durch 1 Volt mit einem Coulomb geladen wird. Man nennt diese Einheit ein Farad.

Bezeichnet also  $C$  die Kapazität in Farad und  $Q$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$C = \frac{Q}{E} \text{ Farad.} \quad (26)$$

Da ein Coulomb gleich  $10^{-1}$  absoluten Einheiten und ein Volt gleich  $10^8$  absoluten Einheiten ist, so ist ein Farad gleich  $10^{-9}$  absoluten Einheiten. Ein Mikrofarad ist gleich  $10^{-6}$  Farad.

## Sechstes Kapitel.

43. Zweipolige Ringwicklung. — 44. Zweipolige Trommelwicklung. — 45. Ring mit Parallelwicklung. — 46. Trommel mit Parallelwicklung. — 47. Ring mit Reihenwicklung. — 48. Trommel mit Reihenwicklung. — 49. Ringanker mit Reihen-Parallelwicklung. — 50. Trommel mit Reihen-Parallelwicklung.

### 43. Zweipolige Ringwicklung.\*)

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, wurden die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten und vor allem die Erscheinung der Induktion von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld bekannt. In dem Siemensschen

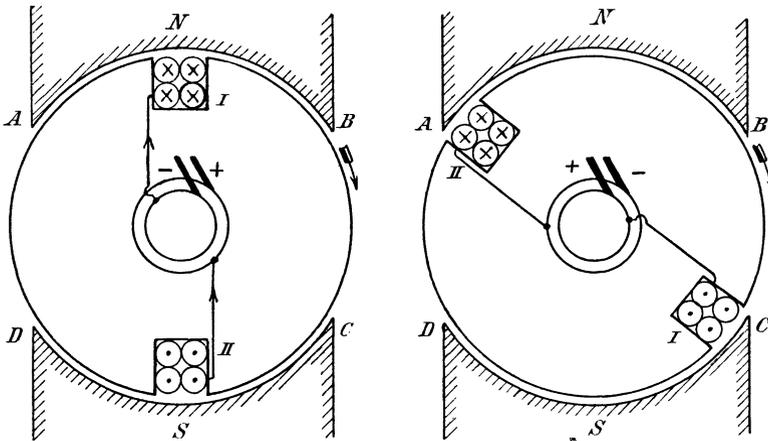


Fig. 76 a.

Fig. 76 b.

Siemensscher Doppel-T-Anker mit Schleifringen.

Doppel-T-Anker (Fig. 76 a und b) fand dies Gesetz eine seiner wichtigsten Anwendungen. Dieser Anker besteht aus einem Eisenzylinder, in dessen Nuten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht untergebracht ist. Die Enden der Spule sind zu zwei isoliert auf der verlängerten Achse sitzenden Schleifringen geführt, die in Fig. 76 a und b der Deutlichkeit wegen über-

\*) Über Ankerwicklungen siehe Arnold, Die Gleichstrommaschine Bd. I.

einander statt nebeneinander gezeichnet sind. Auf den Schleifringen schleifen die beiden feststehenden Federn, die mit den Klemmen des äußeren Stromkreises leitend verbunden sind.

Wird der Eisenzylinder zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in den Nuten liegenden Drähte durch die Kraftlinien hindurch, so daß in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert wird. In Fig. 76a befinden sich die Spulenseiten, d. h. die zu einer Gruppe vereinigten Drähte, gerade vor den Polen. Wie die Faradaysche Schwimmerregel (Abschnitt 26) ergibt, ist die induzierte elektromotorische Kraft bei der gegebenen Drehungsrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten gerichtet. Da sie gleichzeitig in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist, so addieren sich die in den beiden Teilen einer Windung induzierten elektromotorischen Kräfte. Ebenso addieren sich auch die elektromotorischen Kräfte aller einzelnen Windungen. Sind nun die Federn oder Bürsten außen durch einen Stromleiter miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, der vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist und dann in den äußeren Schleifring fließt. An der Bürste, die auf diesem Ring schleift, tritt der Strom im betrachteten Augenblick aus der Maschine aus. Wir bezeichnen sie daher mit positivem Vorzeichen. Der Strom fließt dann weiter durch das äußere Netz, von da durch die negative Bürste zum inneren Schleifring und auf die gerade vor dem Nordpol liegende Spulenseite zu.

Da die vom Nordpol austretenden Kraftlinien in gleichmäßiger Verteilung senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers eindringen, so ist die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  im Luftzwischenraum wesentlich gleichmäßig. Während also die Spulenseite sich vor dem Polbogen befindet, ist die elektromotorische Kraft nach Gleichung (17) auf S. 66:

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei haben wir für  $l$  die Gesamtlänge der vor beiden Polen liegenden Leiter in Zentimetern, und zwar ohne die Stirnverbindungen, einzusetzen, während  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit in Zentimetern in der Sekunde bedeutet.

Tritt nun die Spulenseite  $I$  bei  $B$  aus dem Bereiche des Poles heraus, so sinkt die elektromotorische Kraft ziemlich rasch auf Null. Sie bleibt dann Null, solange die Spulenseiten sich in dem Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt dann die Spulenseite  $I$  bei  $C$  in den Bereich des Südpoles (Fig. 76b), so wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, die von hinten nach vorn wirkt. Die Stromrichtung in der Spule ist also entgegengesetzt wie früher. Da sich hierdurch auch die Vorzeichen der Bürsten und die Stromrichtung im äußeren Kreise umkehren, so liefert die Maschine einen Wechselstrom. Sein Verlauf läßt sich darstellen, wenn man den Umfang  $ABCD$  als Abszisse und die elektromotorische Kraft, die an den einzelnen Punkten

des Umfanges induziert wird, als Ordinate aufträgt (Fig. 77). Dividieren wir dann noch die einzelnen elektromotorischen Kräfte durch den Gesamtwiderstand des Stromkreises, so erhalten wir den Strom in jedem Augenblick. Es ergibt sich deutlich, daß die Maschine Ströme liefert, die in

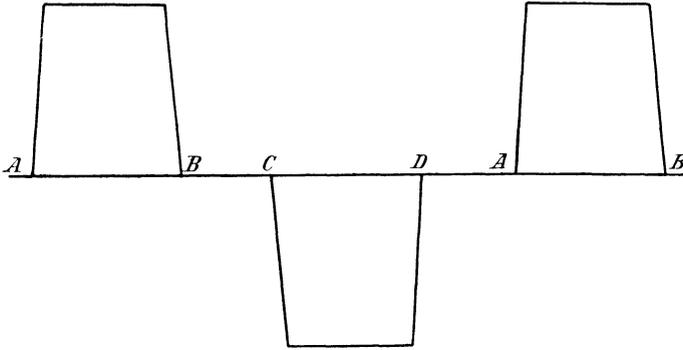


Fig. 77. Zeitlicher Verlauf des Stromes beim Doppel-T-Anker mit Schleifringen.

ihrer Richtung wechseln und außerdem noch zeitweise vollständig zu fließen aufhören.

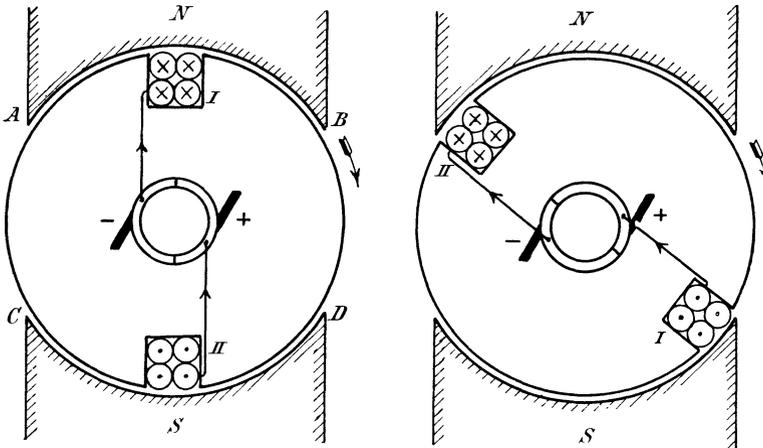


Fig. 78 a.

Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator.

Fig. 78 b.

Den Übergang zu den neueren Maschinen bildet die Anordnung in Fig. 78 a und b, bei der die Wicklung an zwei voneinander isolierte Hälften eines einzigen Schleifringes angeschlossen ist. In Fig. 78 a ergibt sich aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste die positive ist, weil der Strom dort aus der Maschine herausfließt. Sie bleibt auch die positive, nachdem die Spulenseite I in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Fig. 78 b).

Wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, daß die Isolation, die den Schleifring in zwei Hälften teilt, in der Windungsebene der Spulen liegt, so müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in dem Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht, angelegt werden. Dann werden in dem Augenblick, in welchem der Stromwechsel innerhalb der Spule stattfindet, gleichzeitig die Enden der Spule an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Netzes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe, so daß im äußeren Stromkreise aus dem Wechselstrom ein in seiner Stärke wechselnder Gleichstrom geworden ist (Fig. 79).

Damit nun der äußere Strom nicht nur in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke konstant bleibt, muß man den Schleifring in mehrere Teile teilen, d. h. einen mehrteiligen Kommutator anwenden. Das geschah zuerst im Jahre 1860 durch Pacinotti, und dann später, nachdem die Pacinottische Erfindung unbeachtet geblieben war, durch Gramme. Der Grammesche Ring besteht aus einem Hohlzylinder aus Eisen mit einer fortlaufenden, in sich geschlossenen Spiralwicklung

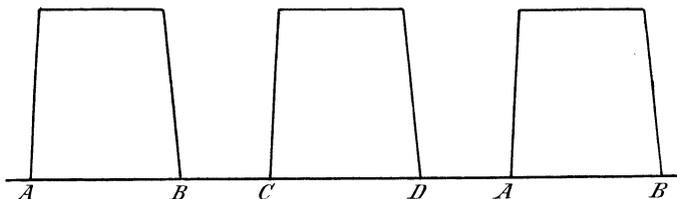


Fig. 79.

Zeitlicher Verlauf des Stromes beim Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Kommutator.

aus isoliertem Kupferdraht (Fig. 80). Die Art, wie die Wicklung gezeichnet ist, darf uns nicht verleiten, anzunehmen, daß wir es bei dem Ring mit einer geringen Ausdehnung in Richtung der Achse zu tun haben. Man sollte in der Tat lieber vom Grammeschen Hohlzylinder als vom Grammeschen Ring sprechen. In Fig. 80 besteht die Wicklung aus 8 Spulen von je 2 Windungen. Die Zahl der Spulen und der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Spulen liegen alle dicht nebeneinander. Sie sind sämtlich in gleichem Sinne gewickelt.

Auf der verlängerten Achse befindet sich der vierteilige Kollektor oder Kommutator aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist durch radiale Unterteilungen parallel zur Achse in ebenso viele voneinander isolierte Segmente geteilt, wie der Anker Spulen enthält. Die Isolation der Segmente wird am besten wieder, wie in Fig. 78 a und b, so gezeichnet, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen elektrisch miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem davor liegenden Kollektorsegment hin ab. Auf diese Weise wird die Zeichnung besonders einfach, und die fortlaufende, in sich geschlossene Spirale kommt deutlich

zum Ausdruck. Bei der praktischen Ausführung ergibt sich jedoch bei einer solchen Ausführung eine große Reihe von Lötstellen in der Ankerwicklung. Man zieht daher die Anordnung vor, bei der das Ende einer Spule unmittelbar zu einem Kollektorsegment geführt und dort mit dem Anfang der nächsten Spule vereinigt wird. Das Kollektorsegment bildet dann die Verbindung zwischen zwei nebeneinander liegenden Spulen.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines Elektromagneten gedreht, so schneiden die Drähte der Wicklung durch die Kraftlinien hindurch. Da die Kraftlinien durch das Eisen des Ringes vom Nordpol zum Südpol verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei von Kraftlinien ist, so finden die Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche vor den Polen statt. Schwimmen wir nun z. B. in Fig. 80 bei *A* vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also nach rechts,

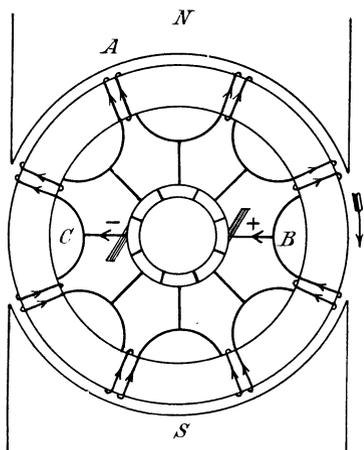


Fig. 80. Grammescher Ring, alle Spulen im Stromkreis.

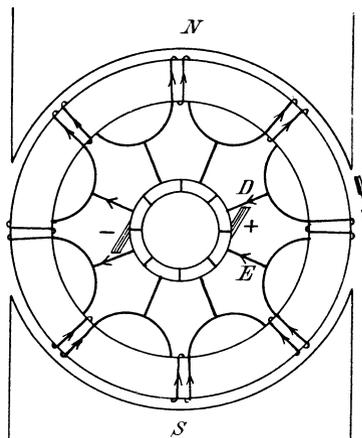


Fig. 81. Grammescher Ring, eine Spule durch die Bürsten kurz geschlossen.

so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, daß bei Rechtsdrehung eines Generators der Strom in allen vorderen Stirnverbindungen in der Richtung vom Südpol zum Nordpol fließt.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, hängt davon ab, daß wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle aus der Maschine herauszufießen. Die Pfeile in Fig. 80 zeigen, daß je eine elektromotorische Kraft in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stoßen, die sich entgegenwirken und gegenseitig aufheben. Legen wir aber bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch einen äußeren Leiter, so tritt

der Strom bei  $B$  aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äußeren Leiter und kehrt bei  $C$  wieder in die Maschine zurück, um auf zwei parallelen Wegen durch die Wicklung nach  $B$  weiterzuzießen. Wir haben also bei  $B$  die positive und bei  $C$  die negative Bürste. Vorausgesetzt, daß die Isolation zwischen den Kollektorsegmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet, liegen die Bürsten wieder auf einem zu den Kraftlinien senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone.

Ist die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang sehr groß, so liegen vor den Polen immer gleichviel Drähte, gleichgültig, welchen Zeitpunkt wir ins Auge fassen, und die elektromotorische Kraft ist praktisch in allen Augenblicken gleich groß. Der große Vorteil, der durch den Grammeschen Ring mit dem vierteiligen Kollektor gegenüber den früheren Maschinen erzielt ist, liegt auf der Hand.

Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt nun auch dann nicht ein, wenn infolge der Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Kollektorsegmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 81). Allerdings werden die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen und dadurch aus dem Stromkreise ausgeschaltet. Der Strom fließt z. B. in Fig. 81 unmittelbar von den Punkten  $D$  und  $E$  aus auf die positive Bürste zu. Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt aber dadurch nicht ein, weil die ausgeschalteten Spulen bei der theoretisch richtigen Bürstenstellung überhaupt keine Kraftlinien schneiden. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlicher Bedeutung, da die Zahl der Spulen, d. h. die Zahl der Kollektorsegmente, groß gewählt wird.

Die elektromotorische Kraft der Maschine ergibt sich nach Gleichung (17) auf S. 66 zu:

$$E = \mathfrak{L} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Da die elektromotorischen Kräfte in den beiden Ankerhälften sich nicht addieren, sondern parallel geschaltet sind, so bedeutet  $l$  die induzierte Leiterlänge vor einem einzigen Pol.

Es sei nun

$d$  der Ankerdurchmesser in Zentimetern,

$b$  die Ankerlänge in Zentimetern,

$\beta$  der Winkel der Polbohrung,

$N$  die Gesamtzahl der Kraftlinien eines Poles,

$z$  die Gesamtzahl der äußeren Leiter,

$n$  die Drehzahl in der Minute,

dann ergibt sich die Geschwindigkeit  $v$  zu

$$v = d \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Da die Anzahl der Leiter vor einem Pol gleich  $\frac{z \cdot \beta}{360}$  ist, so ist die induzierte Drahtlänge  $l$  vor einem Pol:

$$l = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Wir führen die Werte von  $l$  und  $v$  in die Gleichung für  $E$  ein und setzen den Kraftfluß  $N$  gleich der Feldstärke  $\mathfrak{S}$  mal der Polfläche, d. h.:

$$N = \mathfrak{S} \cdot d \cdot \frac{\pi \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Dadurch erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist z. B.  $N = 3 \cdot 10^6$ ,  $n = 1100$  und  $z = 200$ , so wird:

$$E = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1100}{60} \cdot 200 \cdot 10^{-8} = 110 \text{ Volt.}$$

Bei Berechnung des Ankerwiderstandes  $R_a$  ist zu beachten, daß die beiden Ankerhälften parallel geschaltet sind.

Bedeutet also

$l$  die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,

$q$  den Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern,

so ist der Widerstand eines der beiden Zweige gleich  $\varrho \cdot \frac{l/2}{q}$ . Der Widerstand der beiden parallelen Zweige ist halb so groß, ergibt sich also bei zweipoliger Wicklung zu:

$$R_a = \frac{\varrho \cdot l/2}{2q} = \frac{\varrho \cdot l}{4q}.$$

Der spezifische Widerstand  $\varrho$  des warmen Kupfers kann dabei zu 0,02 geschätzt werden.

#### 44. Zweipolige Trommelwicklung.

Bei Ringankern werden die Drähte auf der inneren Mantelfläche nicht zur Erzeugung der elektromotorischen Kraft ausgenutzt.

Die im Jahre 1872 von Hefner-Alteneck erfundene Trommelwicklung nützt den Draht besser aus und ist daher allgemein an die Stelle des Ringankers getreten. Wenn wir dennoch im folgenden vielfach auf den Ringanker zurückkommen, so geschieht dies, weil die Grundgesetze, die für die Trommelanker gelten, durch Betrachtung des einfacheren Ringankers wesentlich einleuchtender werden.

Bei der Trommelwicklung werden die Drähte auf der Mantelfläche vor dem Nordpol entlang und dann quer über die Stirnfläche zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte des Südpoles geführt. Je eine vor dem Nordpol und vor dem Südpol liegende Spulenseite gehören also zu einer Spule zusammen. Unter Spulenseite ist dabei eine gleichmäßig induzierte, hintereinander geschaltete, zusammengehörige Drahtgruppe zu verstehen. Das Ende der ersten Spule ist dann mit dem Anfang der

zweiten Spule zu verbinden, wobei aber zu beachten ist, daß die Wickelung auf dem ganzen Ankerumfang gleichmäßig verteilt werden muß.

Zu dem Zwecke teilen wir den Ankerumfang in eine beliebige Anzahl Teile (in Fig. 82a sind 8 Teile gewählt) und bezeichnen die Teilpunkte fortlaufend mit 1, 2, 3 usw. Die so bezeichneten Punkte stellen uns die Anfänge der Spulen dar. Wir führen nun den Draht bei 1 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten ihn eigentlich hinten zur diametral gegenüberliegenden Stelle weiterführen. Da diese aber durch den Anfang der fünften Spule besetzt ist, so führen wir die gestrichelte hintere Stirnverbindung von 1 aus nach dem neben Punkt 5 liegenden Punkte 1'. Bei 1' gehen wir auf der Mantelfläche von hinten nach vorn. Die Drähte 1-1' bilden dann mit den zugehörigen Stirn-

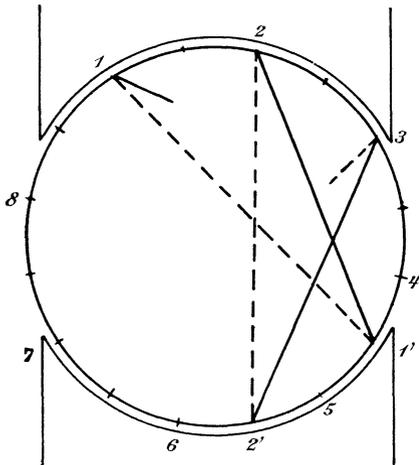


Fig. 82 a.

Schaltungsschema der zweipoligen Trommel. Fortlaufende Numerierung der Spulenanfänge.

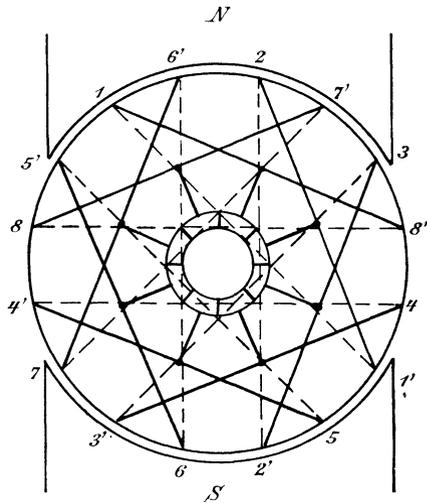


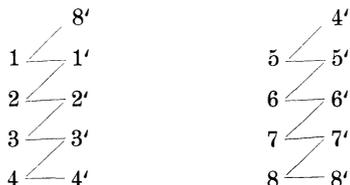
Fig. 82 b.

verbindungen eine Windung. Von 1' gehen wir dann vorn nach 1 zurück und wickeln die Spule 1-1', 1-1', 1-1' usw. zu Ende. Der Einfachheit wegen besteht in Fig 82a jede Spule nur aus einer Windung. Es hindert uns aber nichts, anzunehmen, daß jede Windung uns eine aus mehreren Windungen bestehende Spule darstellt.

Nachdem nun die erste Spule fertig gewickelt ist, gehen wir von 1' aus auf der vorderen Stirnfläche zum Punkte 2, d. h. zum Anfang der 2. Spule. Wir führen wieder den Draht bei 2 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten hinten nach dem Punkte 6 hin umbiegen. Da Punkt 6 besetzt ist, so führen wir den Draht in Richtung der punktierten Stirnverbindung nach dem Punkt 2' neben dem Punkte 6. Von 2' hinten geht die Wickelung weiter nach 2' vorn und dann nach Fertigstellung der Spule 2-2' auf der vorderen Stirnfläche nach 3 usw.

Wir haben am Schlusse, wie es in Fig. 82b und den folgenden Figuren geschehen ist, das Ende der ganzen Wickelung mit dem Anfang zu verbinden und so die Wickelung kurz zu schließen. Dann sind noch die Verbindungspunkte je zweier Spulen mit den Kollektorsegmenten zu verbinden. Wir zeichnen dabei am einfachsten die Isolation zweier Segmente gegenüber den Eckpunkten des regulären Achtecks, das von den vorderen Stirnverbindungen gebildet wird. Von dem Mittelpunkt jeder Stirnverbindung, die zwei verschiedene Spulen miteinander verbindet, führen wir dann einen Draht zum nächstliegenden Segment.

Wir können nun für die Wickelung folgendes Schema aufstellen, wobei die hinteren Stirnverbindungen durch die horizontalen Striche 1-1' usw., die vorderen Stirnverbindungen durch die schrägen Striche 1'-2 usw. dargestellt werden:



Wir bezeichnen nun mit  $y_1$  den Wicklungsschritt auf der hinteren Stirnfläche. Er gibt die Anzahl der Felder an, um welche die beiden Spulenseiten einer einzelnen Spule voneinander entfernt sind.

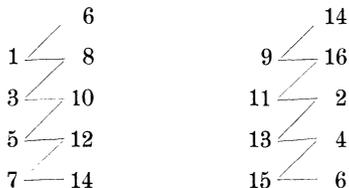
In unserem Falle ergibt sich, da das Feld 1' das 7. Feld ist, das man erreicht, wenn man von 1 aus nach 1' um je ein Feld weiter schreitet:

$$y_1 = 7.$$

Von 1' aus schreitet dann die Wickelung um 5 Felder nach 2 zurück; der Wicklungsschritt zurück auf der Kollektorseite, den wir mit  $y_2$  bezeichnen wollen, ergibt sich also zu:

$$y_2 = 5.$$

Hätten wir die 16 Felder fortlaufend numeriert (Fig. 83a), so wäre die Wickelung ebenfalls um  $y_1$  Schritte vorwärts und um  $y_2$  Schritte zurück zu führen, also von 1 nach  $1 + 7 = 8$  vorwärts und von 8 nach  $8 - 5 = 3$  zurück. Das ergibt dann für Fig. 83a das Schema:



In Wirklichkeit wird die Wickelung nicht in der beschriebenen Weise fortlaufend ausgeführt, sondern die einzelnen, aus mehreren

Windungen bestehenden Spulen werden auf einer Schablone fertig gewickelt, dann isoliert und endlich in die Nuten des Ankers eingelegt. Bei Stabwicklung werden die Stäbe in die Ankerknoten eingelegt und mit den Stirnverbindungen verlötet.

Es ist vorteilhaft, sich zu vergegenwärtigen, daß Ring- und Trommelwicklung sich grundsätzlich nicht voneinander unterscheiden. Bei beiden ist immer das Ende einer Spule an den Anfang der räumlich nächstfolgenden Spule angeschlossen. Nur liegen bei der Trommel die Anfänge etwas weiter auseinander und lassen zwischen sich den nötigen Platz für die Spulenden. Die Übereinstimmung zwischen Ring und Trommel wird noch deutlicher, wenn man bei Betrachtung der Trommel die Spulenden, also z. B. 1', 2' usw. in Fig. 82 b, als völlig gleichwertig mit den An-

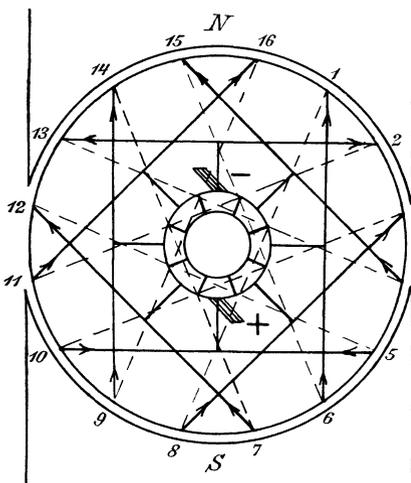


Fig. 83 a.

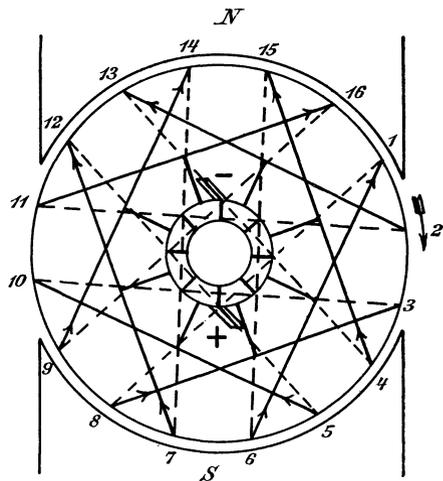


Fig. 83 b.

Zweipolige Trommel. Fortlaufende Numerierung der Spulenseiten.

fängen 1, 2, 3 usw. ansieht, weil sie fast dieselbe relative Lage zu einem Pol haben, wie der zugehörige Anfang. Die elektromotorischen Kräfte in zwei zusammengehörigen Spulenseiten sind also, abgesehen von einer verschwindenden Unsymmetrie, in jedem Augenblicke gleichwertig. Wir können demnach bei Betrachtung der Trommel die Spulenden vernachlässigen und dafür die Drahtzahl der Anfänge verdoppelt denken. Dann erhalten wir sofort auf der äußeren Mantelfläche die fortlaufend hintereinander geschalteten Spulenseiten des Ringankers.

Um nun den Verlauf der Ströme im Trommelanker zu bestimmen, betrachten wir zunächst den Anker in der in Fig. 83 a gezeichneten Stellung. Wir wissen aus dem vorigen Abschnitt, daß der Strom bei Rechtsdrehung des Ankers vor dem Nordpol von vorn nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorn fließt. Die Strompfeile in den vorderen Stirnverbindungen sind also vom Südpol nach dem Nordpol ge-

richtet. Wenn man demgemäß die Pfeile in die vorderen Stirnverbindungen hineinzeichnet, so sieht man deutlich, daß die elektromotorischen Kräfte in den Drähten einer Windung sowie in den verschiedenen Windungen sich im allgemeinen addieren. Nur in der Stirnverbindung 5, 10 stoßen die beiden elektrischen Drücke aufeinander, wir müssen daher die eine Bürste an das zugehörige Kollektorsegment anlegen. Da der Strom aus dieser Bürste in das äußere Netz fließt, so bezeichnen wir sie als positiv. Ebenso haben wir an das Segment, das an die Verbindungsstelle der Drähte 2, 13 angeschlossen ist, die negative Bürste zu legen.

Wie man sieht, teilt sich der aus dem Netz in die Maschine zurückfließende Strom an der negativen Bürste und fließt in 2 parallelen Zweigen auf die positive Bürste zu. Der Stromverlauf innerhalb der Maschine läßt sich also für den in Fig. 83 a gezeichneten Zeitpunkt auf folgende Weise darstellen:

$$- \left| \begin{array}{cccccccc} 2 & 11 & 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 & 3 & 10 \end{array} \right| +$$

Wir betrachten jetzt den Zeitpunkt, in dem je eine Bürste auf zwei Segmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 83 b). In diesem Augenblick ist einerseits die Spule 2, 11 durch die negative Bürste, andererseits die Spule 3, 10 durch die positive Bürste kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Wir zeichnen also keine Pfeile in die Stirnverbindungen der Drähte 2, 11, 3 und 10. Der Stromverlauf ergibt sich dann für den in Fig. 83 b gezeichneten Augenblick zu:

$$- \left| \begin{array}{cccccccc} 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 \end{array} \right| +$$

Wie man sieht, liegen die kurzgeschlossenen Spulen bei richtiger Bürstenstellung wieder in der neutralen Zone.

Wickelt man nun den Ankerumfang ab, so erhält man ein deutliches Bild des Stromverlaufes. In Fig. 84 ist der abgewickelte Ankerumfang genau für den in Fig. 83 a dargestellten Augenblick gezeichnet, in welchem die Bürsten nur auf je einem Segment aufliegen. Man stelle sich dabei vor, daß die Ankerwicklung in Richtung des oberen Pfeiles an den dahinterliegenden feststehenden Polen *N* und *S* vorbeibewegt wird, während der Kollektor gleichzeitig an den beiden Bürsten entlang gleitet. Nach  $\frac{1}{16}$  Umdrehung kommen die beiden Bürsten je auf zwei Segmente gleichzeitig zu liegen und schließen dadurch die in der neutralen Zone liegenden Spulen kurz.

Rollt man die ganze Figur 84 auf den Umfang einer Trommel auf, so erhält man ein Modell der sog. Mantelwicklung, bei der die früher auf der Stirnfläche liegenden Verbindungen mit auf dem Mantel der Trommel liegen. Der Kollektor erhält dabei fast den gleichen Durchmesser wie der Anker selbst.

Die elektromotorische Kraft des Trommelankers ist die gleiche wie die eines Ringankers mit derselben Zahl der äußeren Drähte.

Es zeigt sich jetzt, wie vorteilhaft es ist, für Trommel und Ring nicht die Windungszahl, sondern die äußere Drahtzahl  $z$  in die Gleichung für die elektromotorische Kraft einzuführen. Wir erhalten also auch für die zweipolige Trommelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

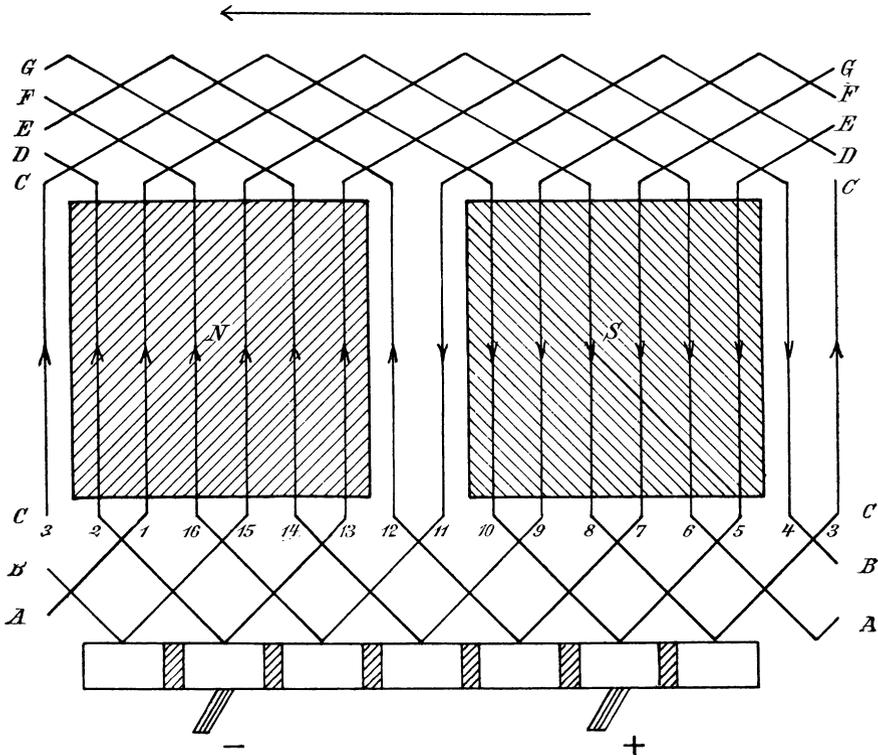


Fig. 84.  
Abwicklung des Mantels einer Trommel.

Auch die Gleichung für den Ankerwiderstand ist bei Ring und Trommel dieselbe.

### 45. Ringanker mit Parallelwicklung.

Mit zunehmender Größe der Maschine wird das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen, massiven Form in bezug auf Lüftung sehr ungünstig. Dazu kommt auch, daß die Anzahl der Amperestäbe vor einem Pol, d. h. das Produkt aus der Stromstärke eines Leiters und der Anzahl der vor einem Pol liegenden Leiter wegen der magnetischen Wirkung des Ankerstromes einen bestimmten Betrag nicht überschreiten darf. Endlich führt bei Maschinen mit hoher Strom-

stärke auch die Rücksicht auf funkenlosen Gang und auf die Vermeidung von Wirbelströmen im Ankerkopper dazu, den Anker unter Verwendung eines mehrpoligen Magnetgestells in verschiedene parallele Teile zu zerlegen.

Am einfachsten gestaltet sich die Parallelwicklung bei einem mehrpoligen Ringanker. Die Wicklung (Fig. 85) ist genau dieselbe wie für eine zweipolige Maschine, so daß sich ein solcher Anker ohne weiteres für verschiedene Polzahlen verwenden läßt. Das Magnetgestell ist so erregt, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Drehen wir wieder den Ring im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg. Man sieht, daß der Strom je von zwei Seiten auf die Punkte *A* und *B* zuströmt und von hier aus über den Kollektor zu den positiven Bürsten fließt. Beide

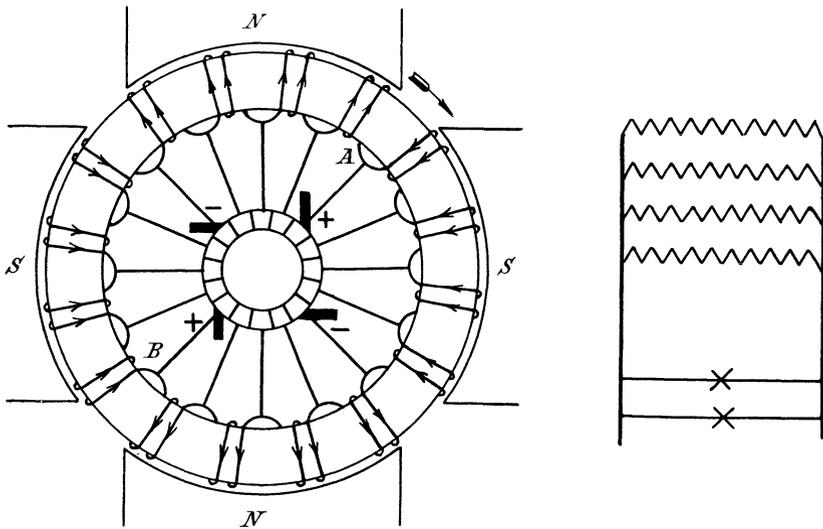


Fig. 85. Vierpoliger Ringanker.

positive Bürsten sind miteinander und mit der positiven Klemme des äußeren Netzes verbunden. Ebenso sind beide negativen Bürsten miteinander und mit der negativen Klemme des äußeren Netzes verbunden.

Wie man sieht, zerfällt der Anker in vier parallel geschaltete Abteilungen. Ist also:

$l$  die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,

$p$  die Zahl der Polpaare,

$q$  der Querschnitt des Drahtes oder Stabes in Quadratmillimetern,

so ergibt sich der Widerstand einer zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten liegenden Abteilung zu  $\frac{e \cdot l / 2p}{q}$ . Der ganze Ankerwiderstand bei  $2p$  parallelen Zweigen ist  $2p$  mal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{e \cdot l}{4p^2 \cdot q}$$

Die Parallelwicklung hat den Vorteil, daß der Ankerwiderstand sehr klein wird. Zugleich wird die Stromdichte, d. h. die Amperezahl, die auf ein Quadratmillimeter kommt, im einzelnen Draht verhältnismäßig gering, da ja der ganze Ankerstrom sich in  $2p$  Teile teilt. Sie ergibt sich bei Parallelwicklung zu  $\frac{I_a/2p}{q} = \frac{I_a}{2p \cdot q}$ . Ist z. B. bei einer Maschine für 110 Volt und für 100 Ampere Ankerstrom die gesamte aufgewickelte Drahtlänge gleich 200 m, der Drahtquerschnitt 10 qmm und die Polzahl gleich 4, d. h.  $p = 2$ , so ergibt sich:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 10} = 0,025.$$

Der Effektverlust durch Joulesche Wärme wird dann:

$$I_a^2 \cdot R_a = 100^2 \cdot 0,025 = 250 \text{ Watt.}$$

Das ist etwa 2,5% der Gesamtleistung. Der Spannungsverlust im Anker ergibt sich ferner zu:

$$I_a \cdot R_a = 100 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ Volt}$$

und die Stromdichte zu:

$$\frac{I_a}{2p \cdot q} = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \frac{\text{Ampere}}{\text{qmm}}.$$

Um die elektromotorische Kraft bei Ankern mit Parallelschaltung zu berechnen, hat man zu beachten, daß einerseits die Anzahl der Kraftlinienschnitte für einen Leiter und für eine Umdrehung  $p$  mal so groß ist wie bei zweipoliger Maschine mit der gleichen Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien. Andererseits ist aber die Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter  $p$  mal so klein wie bei der zweipoligen Maschine mit gleicher Drahtzahl. Demnach ergibt sich die elektromotorische Kraft der mehrpoligen Maschine mit Parallelwicklung, wenn  $N$  wieder die aus einem Nordpol austretende Kraftlinienzahl bedeutet, wie bei der zweipoligen Maschine zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei Parallelwicklung haben wir in jeder neutralen Zone eine Bürste, also allgemein  $2p$  Bürsten. Man kann nun alle Kollektorsegmente, die um einen Winkel von  $\frac{360}{p}$  Grad voneinander abstehen, verbinden (Äquipotential- oder Mordeyverbindungen). Diese Verbindungen werden in einigen Fällen zu dem Zwecke angebracht, um die Bürstenzahl zu verringern (vergl. Fig. 87). In den meisten Fällen wird man jedoch auch bei Maschinen mit Mordeyverbindungen mit Rücksicht auf die Stromdichte unter der Bürste die volle Bürstenzahl beibehalten. Die Mordeyverbindungen haben in diesem Falle die wichtige Aufgabe, Ungleichmäßigkeiten der Stromverteilung im Anker auszugleichen, so daß einzelne Bürsten nicht durch einen zu starken Strom belastet werden.

Die Verbindungen können an der dem Anker zugekehrten Seite des Kollektors vorgenommen werden. In Fig. 86 ist dies für eine sechspolige Maschine gezeichnet ( $p = 3$ ). Indem dabei je drei um  $\frac{360}{3} = 120^\circ$  voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden sind, ist gleichsam die Verbindung hergestellt, die sonst außen durch Verbindung der gleichnamigen Bürsten zu geschehen pflegt. Liegen die stark ausgezogenen und die schwach ausgezogenen, aus Blechen hergestellten Verbindungen in zwei getrennten Ebenen, so läßt sich die Schaltung leicht so ausführen, daß die einzelnen Verbindungen sich nicht berühren. Nun wird allerdings auf diese Weise nicht bloß eine Verbindung der drei Segmente geschaffen, an denen die Bürsten gerade anliegen, sondern auch alle anderen Seg-

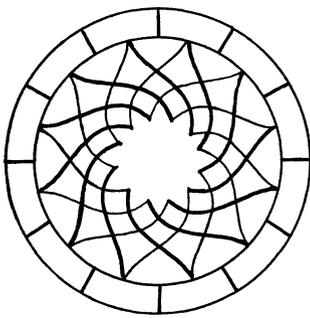


Fig. 86. Äquipotentialverbindungen.

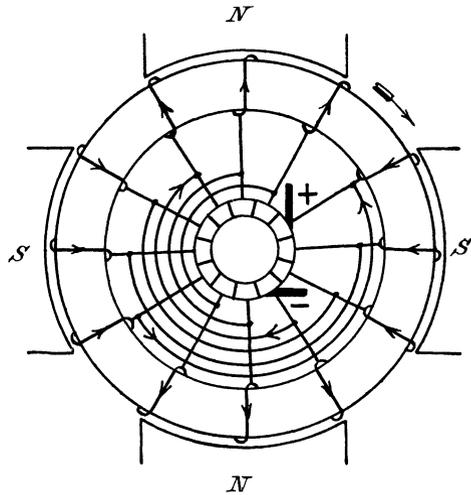


Fig. 87. Grammescher Ring mit Äquipotentialverbindungen.

mente sind je drei und drei miteinander verbunden. Es wird jedoch nur die Verbindung der Segmente, an denen die Bürsten gerade aufliegen, vom Strom durchflossen. Alle anderen Verbindungen sind stromlos, weil sie an Punkten gleichen Niveaus liegen. Das wird noch deutlicher durch Fig. 87, wo die Verbindungen unmittelbar an die zum Kollektor führenden Drähte angeschlossen sind.

## 46. Trommel mit Parallelwicklung.

(Schleifenwicklung.)

Bei der mehrpoligen Trommel mit Schleifenwicklung bildet ebenso wie bei der zweipoligen Trommelwicklung ein vor dem Nordpol liegender Leiter mit dem entsprechenden, vor dem nächsten Südpol liegenden Leiter eine Windung. Nach Fertigstellung der betreffenden Spule kehrt man, da zwischen den einzelnen Spulenanfängen

je ein Platz für ein Spulenende frei bleiben muß, zu der Stelle zurück, die dem Anfang die zweitnächste ist, und beginnt mit der zweiten Spule. Läßt man in Gedanken den Draht vor dem Südpol weg, so sieht man die grundsätzliche Gleichheit der Trommel- und Ringwicklung. Man erkennt daraus, daß die Schleifenwicklung, ebenso wie die Ringwicklung, zur Parallelschaltung führen muß.

Der Teil des Umfanges, der durch eine Windung umfaßt wird, d. h. der Abstand der beiden Spulenseiten einer einzelnen Windung, ist durch den Wicklungsschritt  $y_1$  auf der hinteren Stirnfläche gegeben. Der Schritt  $y_1$  muß ungefähr der Polteilung entsprechen, d. h. er wird bei  $s$  Spulenseiten ungefähr  $= \frac{s}{2p}$ . Der Schritt zurück, den wir mit  $y_2$  bezeichnen, ist dann  $y_1 - 2$ . Außerdem muß  $y_1$  eine ungerade Zahl sein, da man sonst, beispielsweise mit dem Draht 1 beginnend, nach dem Schritt  $y_1$  sofort wieder auf eine ungerade Zahl kommt und die Wicklung sich endlich schließt, ohne daß die geraden Zahlen berührt sind. Man könnte dann eine zweite Wicklung anbringen, die nur die Spulenseiten mit geraden Nummern umfaßt, jedoch sind solche mehrfach geschlossene Wicklungen in bezug auf funkenfreien Gang weniger günstig.

Eine weitere Bedingung, deren Erfüllung in bezug auf funkenlosen Gang von Vorteil ist, besteht darin, daß die Zahl der Spulen durch die Anzahl der Polpaare teilbar ist, d. h. daß  $\frac{s}{2}$  durch  $p$  teilbar ist.

Wenn der Wicklungsschritt eine Polteilung oder mehr umfaßt, erhält man eine Wicklung mit langen Spulen; umfaßt er weniger als eine volle Polteilung, so ergibt sich eine Wicklung mit kurzen Spulen.

#### a) Die Wicklung mit langen Spulen.

Bei der Wicklung mit langen Spulen umfaßt ein Spulenkopf mindestens eine volle Polteilung. In Fig. 88 sei z. B. die Polzahl gleich 4 und die Zahl der Spulenseiten gleich 16. Wir teilen dann den Ankerumfang in 16 Teile und benennen die Spulenseiten fortlaufend mit 1, 2, 3 usw. Wir führen dann die Wicklung auf der Mantelfläche bei 1 von vorn nach hinten, biegen hinten auf der Stirnfläche um und sollten nach dem Grundsatz der Trommelwicklung um etwa  $\frac{s}{2p}$ , d. h. um etwa

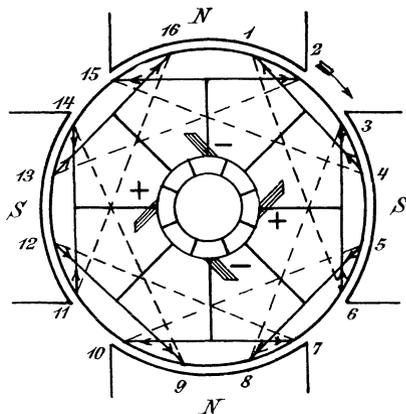
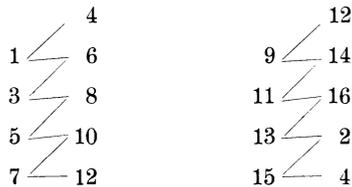


Fig. 88. Trommel mit Schleifenwicklung. Langer Wicklungsschritt, fortlaufende Numerierung.

4 Schritte weiterschreiten. Da ein gerader Schritt ausgeschlossen ist und wir lange Spulen wählen wollen, so nehmen wir  $y_1 = 5$ . Wir schreiten also von 1 um 5 Schritte weiter nach 6 und wickeln die Spule 1 6 fertig. Darauf gehen wir auf der vorderen Stirnfläche um den Schritt  $y_2 = y_1 - 2 = 3$  zurück und kommen so auf die Spulenseite 3. Diese bildet den Anfang der zweiten Spule und ist die zweitnächste, gerechnet vom Anfang der ersten Spule. Auf diese Weise fahren wir fort und schließen endlich die ganze Wickelung in sich kurz. Die Verbindungspunkte zweier Spulen, wie z. B. der Punkt zwischen 6 und 3, werden dann an den Kollektor angeschlossen. Entsprechend den 8 Spulen sind 8 Kollektorsegmente vorhanden.

Wir erhalten dann folgende Wicklungstabelle:



Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt nun wieder, daß der Strom bei der gezeichneten Drehrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg fließt. Wir erhalten dann für Fig. 88 folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 12 & 9 & 14 \\ 10 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 13 & 16 & 11 \\ 15 & 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} +$$

Die Fig. 88 bezieht sich auf glatte Anker oder auf Nutenanker mit einer Spulenseite in der Nut. Nun kommen glatte Anker neuerdings nicht mehr vor, da man auf deren Umfang nur eine beschränkte Drahtzahl unterbringen kann. Außerdem wird das Einlegen einer auf der Schablone gewickelten Spule in eine Nut bei Massenfabrikation billiger als das Wickeln des glatten Ankers, und die mechanische Befestigung der Drähte ist einfacher als bei glatten Ankern. Endlich fallen bei Nutenankern nach Abschnitt 36 die Wirbelströme im Ankerkupfer fast vollständig fort. Die neueren Maschinen besitzen daher alle Nutenanker, und zwar liegen bei diesen immer fast mehrere Spulenseiten, meist in zwei Lagen übereinander, in einer Nut. An und für sich gilt dann Fig. 88 und der dafür angegebene Wicklungsschritt auch für Nutenanker. Man müßte z. B. bei 2 Spulenseiten in der Nut die Spulenseite 2 nicht neben, sondern unter der Spulenseite 1 anordnen und die unten liegenden Spulenseiten beim Wicklungsschritt mitzählen. Dies gilt auch für mehr als zwei Spulenseiten in einer Nut.

Einfacher bezieht man bei Nuten mit zwei Spulenseiten den Wicklungsschritt nicht auf die Anzahl der Spulenseiten, sondern auf die Nuten. Man macht dabei die selbstverständliche Voraussetzung, daß von zwei zusammengehörigen Spulenseiten die eine oben und die andere unten liegt, wie wir es z. B. bei den Spulenseiten 1 und 1' in Fig. 89 sehen. Bei

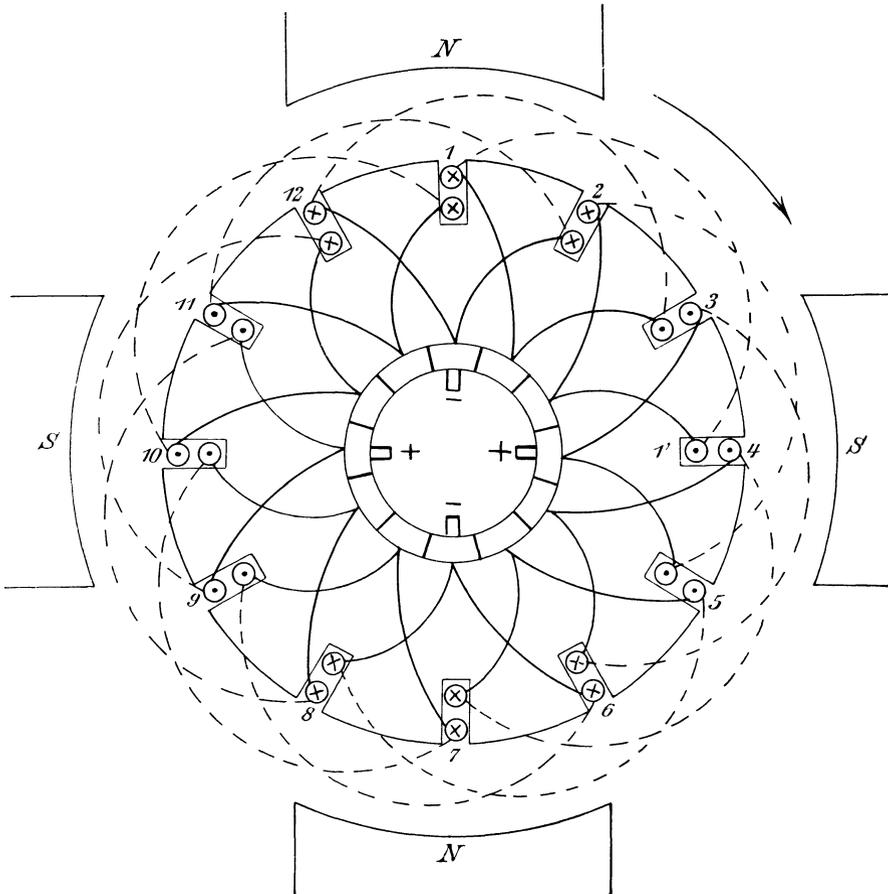


Fig. 89. Trommel mit Schleifenwicklung.

zwei Spulenseiten übereinander ist dann unter allen Umständen der Wicklungsschritt, bezogen auf die Spulenseiten, ungerade. Man hat nun, falls es sich nicht gerade um kurze Spulen handelt, einfach um so viel Nuten weiter zu schreiten, bis man an die genau entsprechende Stelle des nächsten Pols kommt. Der „Nutenschritt“ ist dann gleich der Polteilung. Man schreitet nach Fertigstellung der Spule 1 1' bis zu der Nut 2 zurück, die dem Anfang benachbart ist, usw. Dies ist in Fig. 89 für 4 Pole und 12 Nuten durchgeführt.

## b) Schleifenwicklung mit kurzen Spulen (Sehnenwicklung).

Bei der Schleifenwicklung mit kurzen Spulen ist der Wicklungsschritt  $y_1$  kleiner als die Polteilung. Ist z. B.  $s = 22$ ,  $p = 2$  (Fig. 90), so ist die Polteilung, gemessen in Wicklungsschritten, gleich  $22 : 4 = 5,5$ . Für eine Wicklung mit kurzen Spulen wählen wir daher  $y_1 = 5$ , wodurch sich  $y_2 = 5 - 2 = 3$  ergibt.

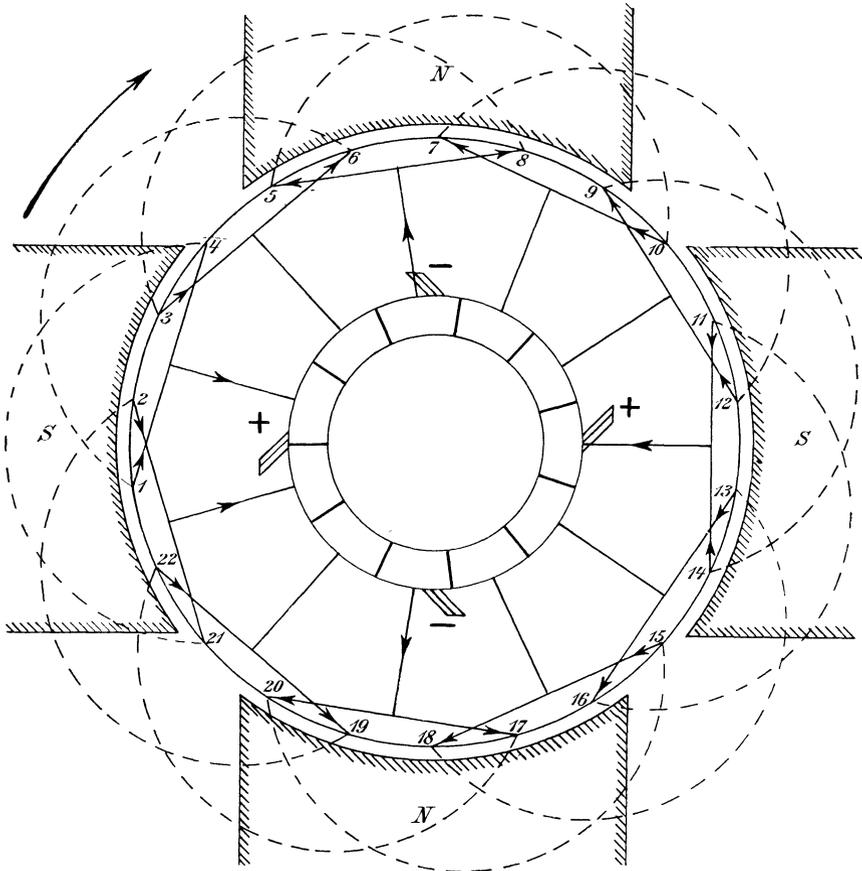


Fig. 90. Trommel mit Schleifenwicklung und verkürztem Wicklungsschritt.

Die Lage der Bürsten ergibt sich, wenn wir in die Drähte vor den Polen die entsprechenden Strompfeile hineinzeichnen. Wir finden dann, daß der Strom aus Draht 11 und 14 auf die Bürste rechts zufließt. Diese bezeichnen wir also mit + und ordnen die anderen Bürsten im Abstand von  $\frac{360}{2p}$  Grad an. Dabei schließt die linke Bürste die Spule 21, 4, die gerade in der neutralen Zone liegt, kurz. Es ergibt sich dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 5 & 10 & 7 & 12 & 9 & 14 \\ 8 & 3 & 6 & 1 & & \\ 20 & 15 & 18 & 13 & 16 & 11 \\ 17 & 22 & 19 & 2 & & \end{vmatrix} +$$

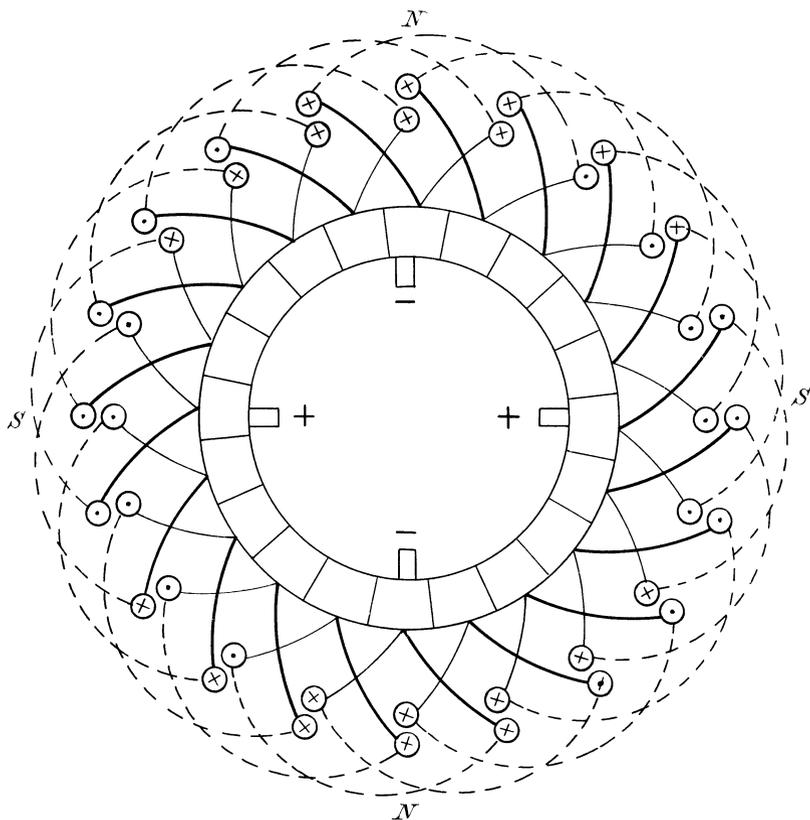


Fig. 91. Trommel mit Schleifenwicklung und verkürztem Wicklungsschritt. Nutenanker.

Besonders einfach wird wieder die Anordnung bei Nutenwicklung (Fig. 91), wenn von den beiden Seiten einer Spule die eine in der oberen und die andere in der unteren Lage liegt. Für die Nutenzahl  $S = 20$  erhalten wir bei 4poliger Wicklung und unverkürztem Wicklungsschritt einen „Nutenschritt“ von 5 Nuten vorwärts und 4 Nuten zurück. Wählen wir statt dessen die verkürzten „Nutenschritte“  $Y_1 = 3$  und  $Y_2 = 2$ , so erhalten wir die Wicklung in Fig. 91.

Bei Maschinen mit Wendepolen (vergl. Abschnitt 55) muß eine Windung möglichst eine volle Polteilung umfassen, die Sehnwicklung wird also dafür ungünstig.

### 47. Ring mit Reihenwicklung.

Bei der mehrpoligen Maschine mit Reihenwicklung zerfällt der Anker, wie bei der zweipoligen Maschine, nur in zwei parallele Abteilungen. Bezeichnet wieder  $N$  die Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien, so wird bei gleicher Drahtzahl  $z$  und gleicher Drehzahl  $n$  die induzierte elektromotorische Kraft  $p$  mal so groß wie bei der zweipoligen Maschine. Es ergibt sich also für Reihenwicklung:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Es ist nun bequem, bei Reihen- und Parallelwicklung dieselbe Gleichung für die elektromotorische Kraft zu benutzen. Bezeichnet zu dem Zwecke  $a$  die halbe Anzahl der parallelen Stromzweige, so ergibt sich sowohl für Reihen- als auch für Parallelwicklung:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (27)$$

Der Widerstand eines Reihenankers ist natürlich wie bei der zweipoligen Maschine:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4q}.$$

Allgemein können wir den Widerstand für Parallel- und Reihenwicklung in der Form schreiben:

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4a^2 \cdot q}, \quad (28)$$

wo  $2a$  die Zahl der parallelen Stromzweige ist. Man erkennt leicht aus den Gleichungen für die elektromotorische Kraft und den Widerstand, daß die Reihenwicklung sich für Maschinen mit hoher Spannung und niederer Stromstärke eignet.

Die Reihen-Ringwicklung erfolgt nach folgendem Grundsatz: Hinter eine vor dem Nordpol liegende Spule wird die fast gleichliegende Spule des nächsten Nordpols und die der folgenden Nordpole geschaltet. Der Wicklungsschritt  $y$  erfolgt also nicht vorwärts und zurück, sondern immer nur vorwärts (Wellenwicklung). Nach  $p$  Schritten von je  $y$  Spulenseiten gelangt man so einmal um den Umfang herum auf das Feld  $s \pm 1$ , das dem Anfang benachbart ist. Daraus folgt für glatte Reihen-Ringwicklung:

$$py = s \pm 1$$

oder

$$y = \frac{s \pm 1}{p}.$$

Damit die Wicklung einfach geschlossen wird, müssen  $y$  und  $s$  teilerfremd sein. Die Zahl  $s$  der Spulenseiten kann ungerade sein.

Bei der zweipoligen Ringwicklung wird hinter eine Spule unmittelbar die räumlich nächstfolgende geschaltet. Beim mehrpoligen Ring mit

Reihenwicklung erfolgt dieser Anschluß auch, aber unter Zwischenschaltung der entsprechenden Spulen vor den übrigen Polen. Dadurch ist die mehrpolige Wicklung auf die einfachere einpolige zurückgeführt. Bei einem vollen Umgang „schleicht“ die Wicklung gleichsam nur um einen Schritt vorwärts. Zwischen zwei benachbarte Segmente sind also  $p$  Spulen geschaltet.

Ist z. B.  $p = 2$  und  $s = 13$ , so wird  $y = 7$  oder 6. In Fig. 92 ist  $y = 6$  gewählt. Die Anfänge der Spulen sind vom Kollektor aus an der

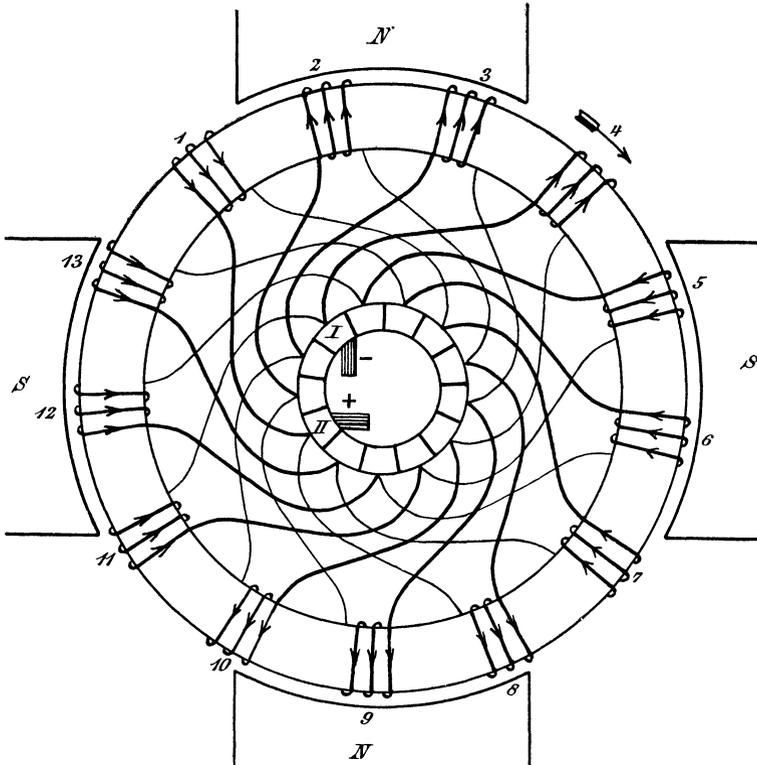
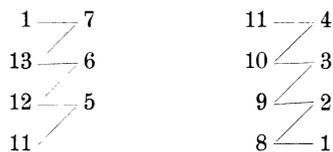


Fig. 92. Ringanker mit Reihenwicklung.

vorderen Stirnfläche des Ankers entlang geführt und die Enden der Spule auf der inneren Mantelfläche wieder von hinten nach vorn zurückgeführt. Jedes Kollektorsegment stellt wieder den Verbindungspunkt zweier Spulen dar und die Verbindung erfolgt nach dem Schema:



Wir zeichnen wieder in der bekannten Weise die Pfeile in die Drähte auf der Stirnfläche. Da in den Spulen 1 und 4 keine elektromotorische Kraft induziert wird, so lassen wir dort die Pfeile vorläufig weg. In allen anderen Spulen können wir über die Stromrichtung nicht zweifelhaft sein, und selbst Spule 7 betrachten wir noch als zum Südpol gehörig.

Wir legen jetzt wegen der Stromrichtung in Spule 11 die negative Bürste an Segment *I* und wegen der Stromrichtung in Spule 8 die positive Bürste an Segment *II*, wobei die Bürsten miteinander einen Winkel von genau  $90^\circ$  oder allgemein  $\frac{360}{2p}$  Grad bilden. Jetzt ist zugleich über die Stromrichtung in den Spulen 1 und 4 entschieden, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 11 & 5 & 12 & 6 & 13 & 7 & 1 \\ 4 & 10 & 3 & 9 & 2 & 8 \end{array} \right| +$$

Die zeitweise auftretende geringe Ungleichmäßigkeit in den Ankerabteilungen ist ohne wesentliche Bedeutung.

Es ergibt sich nun leicht, daß man die Bürsten mit demselben Rechte wie an Segment *I* und *II* auch an die gerade gegenüberliegenden Stellen hätte anlegen können. Dadurch hätte sich nur die Stromrichtung in den Spulen 4 und 1 geändert, die in der neutralen Zone liegen. Allgemein hätten wir das Bürstenpaar um den  $p$ ten Teil des Umfangs verschieben können. Von da aus aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man nun überhaupt auch bei Reihenwicklung  $p$  positive und  $p$  negative Bürsten verwendet, wobei dann die in der neutralen Zone liegenden Spulen durch die Bürsten kurzgeschlossen werden. Man kommt aber bei Reihenwicklung mit zwei Bürsten aus.

Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 92 gezeichneten Augenblick liegt die positive Bürste auf zwei Segmenten zugleich, und dadurch kommen die Spulen 1 und 7 in Reihe geschaltet zum Kurzschluß. Weil man nach dem Grundsatz der Reihen-Ringwicklung nach  $p$  Schritten wieder an die dem Ausgangspunkt benachbarte Stelle kommt, so liegen allgemein  $p$  Spulen zwischen zwei benachbarten Segmenten, und diese werden daher in Reihe geschaltet kurzgeschlossen, wenn die Bürste gleichzeitig zwei Lamellen berührt.

Will man immer nur eine Spule gleichzeitig zum Kurzschluß bringen, so macht man die Zahl der Segmente  $p$  mal so groß wie die Spulenzahl. Dann kann die Zahl der Spulen verhältnismäßig kleiner gewählt werden. Der Anfang und das Ende jeder Spule werden dabei je zu einem besonderen Kollektorsegment geführt. Die Verbindung der Spulen unter sich geschieht durch Verbindung der entsprechenden Kollektorsegmente, wobei man je  $p$  gleichliegende Segmente miteinander zu verbinden hat. Man erreicht dadurch dasselbe, wie wenn man die Spulen unter Anwendung des Wicklungsschrittes

$$y = \frac{s \pm 1}{p}$$

verbunden hätte. In Fig. 93 ist z. B.  $s = 7$  und  $p = 3$ . Die Zahl der Kollektorsegmente ist also 21. Entsprechend den drei Polpaaren sind je drei um  $120^\circ$  voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden. Diese Verbindung ist der Deutlichkeit wegen nur bei einigen Segmenten gezeichnet und bei den anderen durch gleiche Buchstabenbezeichnung ersetzt.

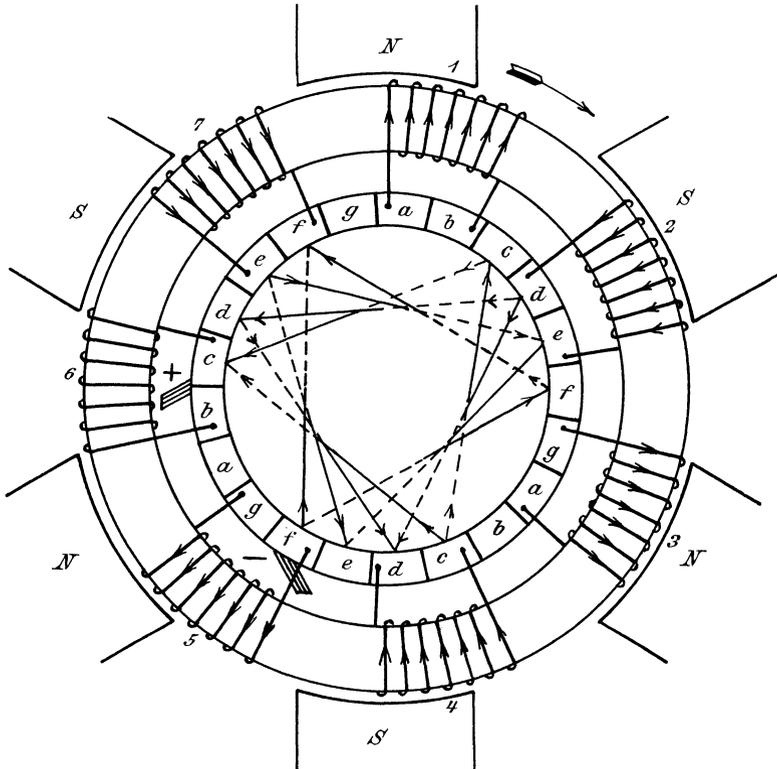


Fig. 93. Ringanker mit Reihenwicklung und vermehrter Segmentzahl.

Es sei nun die Spule 6, die genau in der neutralen Zone liegt, durch die positive Bürste kurzgeschlossen. Die negative Bürste liegt dann um  $60^\circ$  von der positiven entfernt. Dann ergibt sich aus den Strompfeilen in den Drähten auf der Stirnfläche folgendes Schema:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} +$$

Man sieht jetzt ganz deutlich, daß man  $p$  positive und  $p$  negative Bürsten anwenden kann, da immer  $p$  Segmente untereinander verbunden und gleichwertig sind.

Die Wirkungsweise der Wickelung wird besonders deutlich, wenn man sich die relative Lage der Spulen eines Ankerzweiges gegenüber den Polen klar macht. Spule 4 liegt z. B. am Anfang eines Südpoles, Spule 2 in der Mitte eines Südpoles, Spule 7 am Ende eines Südpoles. Alle drei Spulen sind also gleichwertig einer einzigen Spule von dreifacher Windungszahl, die sich über eine ganze Polteilung ausdehnt.

#### 48. Trommel mit Reihenwickelung.

Bei der Trommel mit Reihenwickelung bildet eine vor dem Nordpol liegende Spulenseite mit der zugehörigen Spulenseite des nächsten Südpoles eine Spule. Hinter diese Spule schaltet man, ohne sofort zum Anfangspunkt zurückzukehren, die ähnlich liegenden Spulen der folgenden Polpaare. Man kommt dann bei einem vollen Umgang auf die Spulenseite, die dem Anfang die zweitnächste ist. Hat man dabei nur einen Draht oder Stab in jeder Spulenseite, so verliert die Wickelung ihr spulenartiges Aussehen ganz und wird zu einer reinen Wellenwickelung (Fig. 94).

Aus dem Obigen ergibt sich dann für die Trommel mit Reihenwickelung:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2$$

oder: 
$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p}.$$

Beide Wickelungsschritte sind in gleichem Sinne fortlaufend (Wellenwickelung). Dabei müssen  $y_1$  und  $y_2$  ungerade Zahlen sein, da man bei geraden Werten von  $y_1$  und  $y_2$ , mit Spulenseite 1 anfangend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen würde. Der Fall, daß  $y_1$  ungerade und  $y_2$  gerade ist, wodurch  $y_1 + y_2$  ungerade würde, ist ausgeschlossen, da nach dem Grundsatz der Trommel zwischen einem Doppelschritt immer gleich viele Spulenanfänge und Spulenden liegen. Ferner muß  $s$ , wie bei jeder Trommelwickelung, eine gerade Zahl sein. Wird der Wickelungsschritt  $y_1 = y_2$  gewählt, so erhält man:

$$y = \frac{s \pm 2}{2p} \quad \text{oder} \quad 2py = s \pm 2.$$

Dabei ist  $s$  gerade und  $y$  ungerade.

Die Wahl eines verschiedenen Wertes von  $y_1$  und  $y_2$  kann dadurch veranlaßt sein, daß man nur bei ungleichem Wickelungsschritt ungerade Werte von  $y_1$  und  $y_2$  erhält. Ist z. B.  $s = 214$  und  $p = 6$ , so erhält man:

$$y_1 + y_2 = \frac{214 + 2}{6} = 36.$$

Nun darf man  $y_1$  nicht gleich  $y_2 = 18$  wählen, wenn man eine einfach geschlossene Wickelung erhalten will. Man kann aber  $y_1 = 17$  und  $y_2 = 19$  wählen.

In Fig. 94 ist eine Trommel mit Reihenwicklung für  $s = 14$  und  $p = 2$  gezeichnet. Dabei ergibt sich:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p} = \frac{14 \pm 2}{2} = 8 \text{ oder } 6.$$

Wir wählen  $y_1 + y_2 = 6$ , also  $y_1 = y_2 = 3$ .

Das Wicklungsschema ergibt sich dann zu 1—4—7—10—13—2 usw. Man führt also die Wicklung bei 1 von vorn nach hinten auf der Mantel-

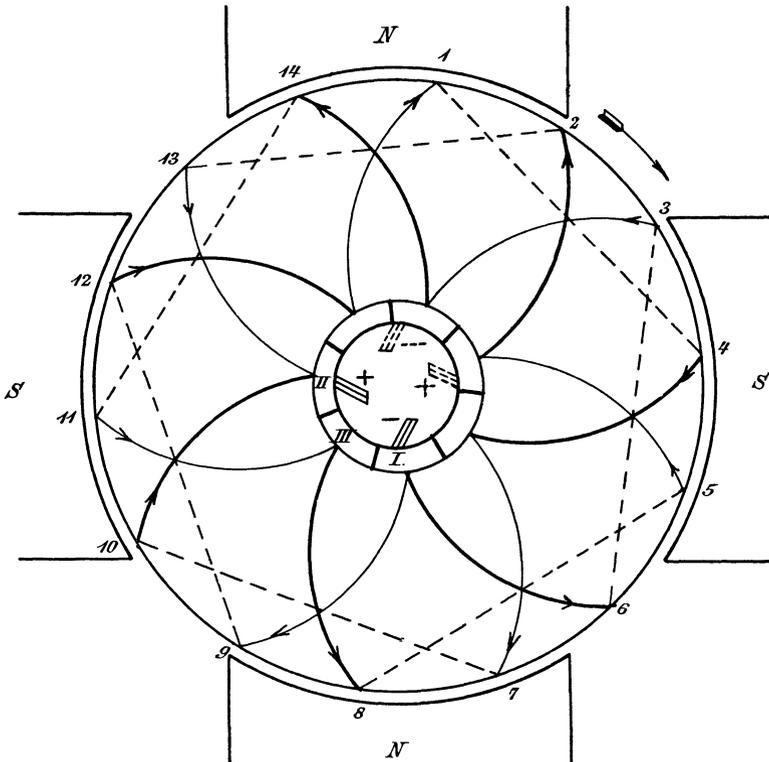


Fig. 94. Trommelanker mit Reihenwicklung.

fläche entlang, dann weiter auf der hinteren Stirnfläche nach 4, dort von hinten nach vorn und dann auf der vorderen Stirnfläche auf dem Umwege über ein Kollektorsegment nach 7. Die punktierten Verbindungen in Fig. 94 liegen auf der hinteren Stirnfläche.

Wir zeichnen nun wieder die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte, lassen jedoch die Strompfeile in den Drähten 13 und 6 vorläufig fort, da diese Drähte in der neutralen Zone liegen. Wir legen dann wegen der Stromrichtung in Draht 9 die negative Bürste an Segment I und die positive wegen der Stromrichtung in Draht 10 an Segment II. Dadurch ist aber die Stromrichtung in Draht 6 und 13 mitbestimmt, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|cccccc|} \hline 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ \hline 6 & 3 & 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 13 \\ \hline \end{array} +$$

Die ungerade Spulenzahl ergibt also zeitweise eine geringe Ungleichmäßigkeit.

Man hätte übrigens in unserm Falle auch wieder 4 Bürsten oder allgemein  $2p$  Bürsten anwenden können, deren Abstand gleich  $\frac{360}{2p}$  Grad ist. In Fig. 94 sind z. B. noch 2 Bürsten punktiert gezeichnet, die den

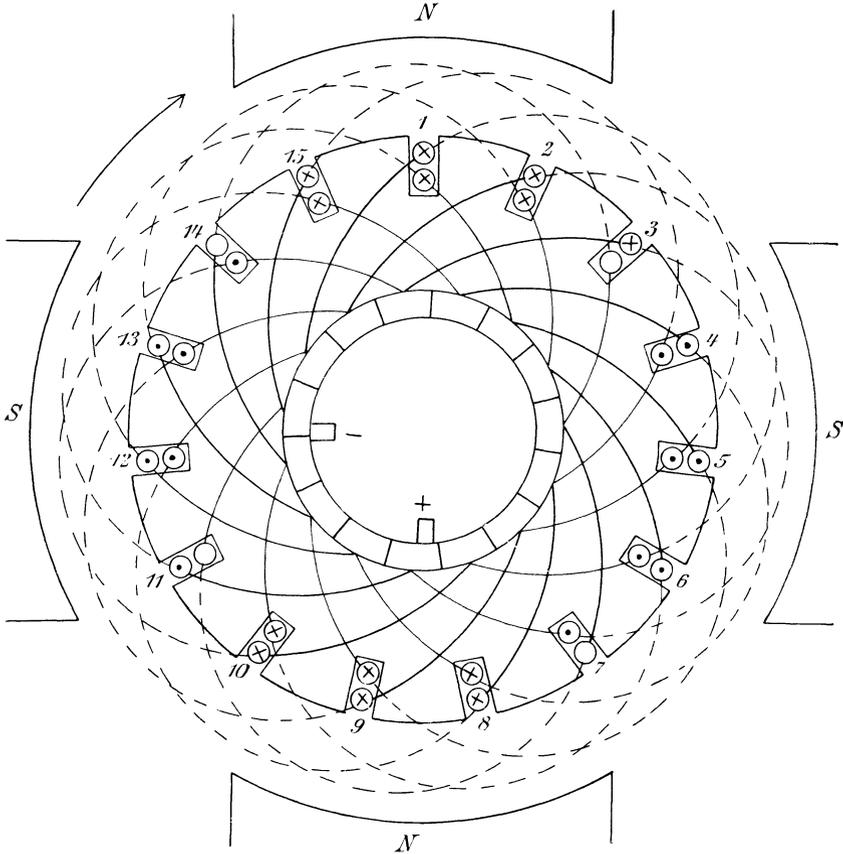


Fig. 95. Trommelanker mit Reihenwicklung. Nutenanker.

auf Segment *I* und *II* liegenden Bürsten genau gegenüber liegen. Dadurch werden im gezeichneten Augenblick die ohnehin wenig oder gar nicht induzierten Drähte 3 6 einerseits und 2 13 andererseits kurzgeschlossen, weil die gleichnamigen Bürsten miteinander verbunden sind. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|cccccc|} \hline 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ \hline 14 & 11 & 8 & 5 & & \\ \hline \end{array} +$$

Besonders einfach ist nun wieder die Nutenwicklung mit zwei Spulenseiten in der Nut. Bei einem vollen Umfang, also nach  $2p$  Schritten, kommt man dabei auf die dem Anfang benachbarte Nut. Dadurch erhält man das gleiche Ergebnis, wie wenn man bei glatter Wicklung auf die zweitnächste Spulenseite kommt. Bezeichnet  $Y_1$  und  $Y_2$  den Wicklungsschritt, bezogen auf die Nuten, und ist  $S$  die Nutenzahl, so erhält man aus der obigen Überlegung:

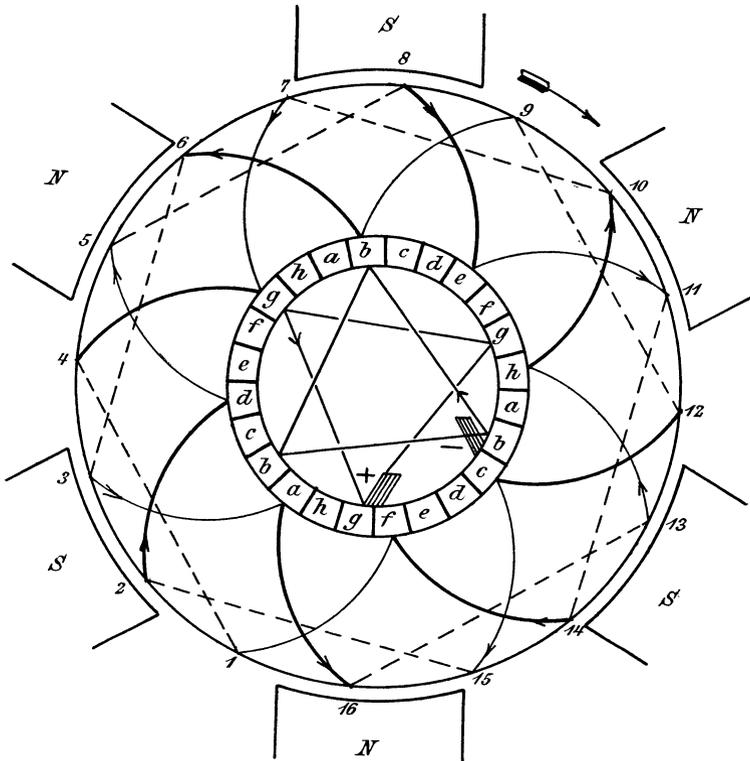


Fig. 96. Trommelanker mit Reihenwicklung und vermehrter Segmentzahl.

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm 1$$

oder:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S \pm 1}{p}$$

Ist also z. B.  $S = 15$  und  $p = 2$ , so erhält man:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{15 \pm 1}{2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Wir wählen

$$Y_1 = Y_2 = 4$$

und erhalten so die in Fig. 95 dargestellte Wicklung.

Bei der Trommel mit Reihenwicklung sind ebenso wie beim Ring mit Reihenwicklung zwischen zwei benachbarte Segmente immer  $p$  Spulen geschaltet. Will man im Interesse des funkenlosen Ganges vermeiden, daß beim Berühren zweier Lamellen durch eine Bürste so viele Spulen kurzgeschlossen werden, so macht man die Zahl der Segmente  $p$  mal so groß wie die Zahl der Spulen. Man verbindet dann alle Segmente miteinander, die um  $\frac{360}{p}$  Grade voneinander abstehen. Ist z. B., wie in Fig. 96,  $s = 16$  und  $p = 3$ , so ergibt sich nach S. 138:

$$y = \frac{16 + 2}{6} = 3.$$

Das Wicklungsschema ergibt sich also zu 1—4—7—10— usw. Von den Verbindungen innerhalb des Kollektors sind nur einzelne gezeichnet, die im dargestellten Augenblick gerade von Bedeutung sind. Die Verbindung der übrigen Segmente ist durch gleichmäßige Buchstabenbezeichnung deutlich gemacht.

Wir zeichnen nun die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte. Unter der Annahme, daß die in der neutralen Zone liegenden Spulen 1—4 und 9—12 gerade kurzgeschlossen sind, ergibt sich die gezeichnete Stellung der beiden Bürsten. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \quad \left| \begin{array}{cccccc} 6 & 3 & 16 & 13 & 10 & 7 \\ 15 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \end{array} \right| \quad +$$

Selbstverständlich läßt sich nun ohne weiteres die  $p$ fache Bürstenzahl verwenden, da ja je  $p$  Kollektorsegmente gleichwertig sind.

#### 49. Ringanker mit Reihen-Parallelwicklung.

Bisher haben wir eine Parallelwicklung kennen gelernt, die sich für Maschinen mit großer Stromstärke eignet, und eine wellenförmig angeordnete Reihenwicklung, die sich für Maschinen mit hoher Spannung eignet. Im allgemeinen wird man die Entscheidung, ob Reihen- oder Parallelwicklung zu wählen ist, davon abhängig machen, daß die Stromstärke im Ankerdraht einen passenden Wert erhalten muß. Ist z. B. der Ankerstrom 300 Ampere, so wird bei Reihenwicklung die Stromstärke in jedem Ankerzweig 150 Ampere. Das erscheint nach praktischen Erfahrungen zulässig, und man wird die Reihenwicklung in diesem Falle unbedingt vorziehen, weil dabei die Stabzahl kleiner und der Stabquerschnitt größer ist als bei der Parallelwicklung. Der Raumverlust durch Isolation des Ankerdrahtes wird also gering. Ist andererseits der Gesamtstrom 600 Ampere, so würde bei Reihenwicklung die Stromstärke im Ankerleiter zu groß werden, und man ist genötigt, Parallelwicklung anzuwenden.

Bei den bisher besprochenen Parallelwicklungen tritt aber eine Schwierigkeit auf, die dadurch veranlaßt wird, daß die einzelnen Anker-

abteilungen je vor einem besonderen Polpaar liegen. Sind nun die einzelnen Polpaare nicht völlig gleich in ihrer Stärke, so sind die in den einzelnen Abteilungen induzierten elektromotorischen Kräfte ungleich. Dadurch wird aber die Belastung der einzelnen Zweige, d. h. die Stromstärke, die hindurchfließt, sehr verschieden. In Fig. 97 werde z. B. in der oberen, aus zwei parallelen Zweigen gebildeten Abteilung eine elektromotorische Kraft  $E_1 = 115$  Volt induziert. In der unteren Abteilung werde infolge ungleicher Kraftlinienzahl der Polpaare nur eine elektromotorische Kraft  $E_2 = 114$  Volt induziert. Der Widerstand jedes Doppelzweiges sei  $R = 0,05$  Ohm. Wie groß wird der Strom in jedem der beiden Zweige, wenn der Gesamtstrom 100 Ampere beträgt?

Da die Klemmenspannung für beide Zweige dieselbe ist, so ergibt sich:

$$E_1 - I_1 \cdot R = E_2 - I_2 \cdot R = e$$

oder 
$$115 - I_1 \cdot 0,05 = 114 - I_2 \cdot 0,05,$$

demnach

$$I_1 - I_2 = 20.$$

Da der Gesamtstrom gleich 100 Ampere ist, so ergibt sich:

$$I_1 = 60 \text{ Ampere,}$$

$$I_2 = 40 \text{ Ampere.}$$

Da die verschiedene Belastung der einzelnen Stromzweige eine Funkenbildung am Kollektor zur Folge haben kann, so versieht man solche Schleifenwickelungen

oft mit Mordeyverbindungen, damit die Ungleichmäßigkeiten der verschiedenen Zweige sich schon innerhalb des Ankers ausgleichen können und wenigstens die Belastung der Bürsten überall die gleiche ist.

Die erwähnte Ungleichmäßigkeit der einzelnen Stromzweige läßt sich völlig beseitigen durch Anwendung der Arnoldschen Reihen-Parallelwicklung. Bei ihr verteilt sich jede Ankerabteilung auf die verschiedenen Pole, so daß eine Ungleichheit der Pole alle Ankerabteilungen gleichmäßig beeinflußt.

Die Reihen-Parallelwicklung ist eine Wellenwicklung, d. h. man schreitet immer in dem gleichen Sinne vorwärts, so daß man nach dem Wickeln einer Spule zu der entsprechenden Stelle des nächsten Polpaars weiter geht. Insofern unterscheidet sich eine Arnoldsche Wickelung nicht von der früher besprochenen Reihenwicklung. Dennoch aber zerfällt die Arnoldsche Wickelung in mehr als zwei parallele Zweige. Das wird dadurch erreicht, daß man nach einem vollen Umgang nicht zu einem dem Beginn benachbarten Spulenanzug kommt, wie bei der Reihenwicklung, sondern zu dem zweitnächsten bzw. drittnächsten usw.

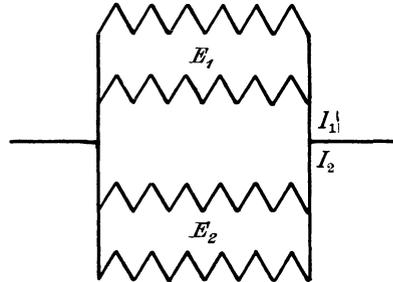


Fig. 97. Parallelschaltung von Zweigen mit ungleichen elektromotorischen Kräften.

Um das deutlich zu machen, gehen wir wieder auf eine zweipolige Wickelung zurück und untersuchen, welchen Einfluß es bei dieser hat, wenn wir bei der Wickelung eine Spule überschlagen (Fig. 98). Der Wickelungsschritt ist in unserm Falle gleich 2 und die Zahl der Spulen-seiten gleich 15.  $s$  und  $y$  haben also keinen gemeinsamen Teiler, und wir erhalten eine einfach geschlossene Wickelung, die aber elektrisch, statt wie früher in zwei Zweige, jetzt in vier parallele Zweige zerfällt. Die Bürsten sind dann so breit zu wählen, daß sie mehr als ein Segment

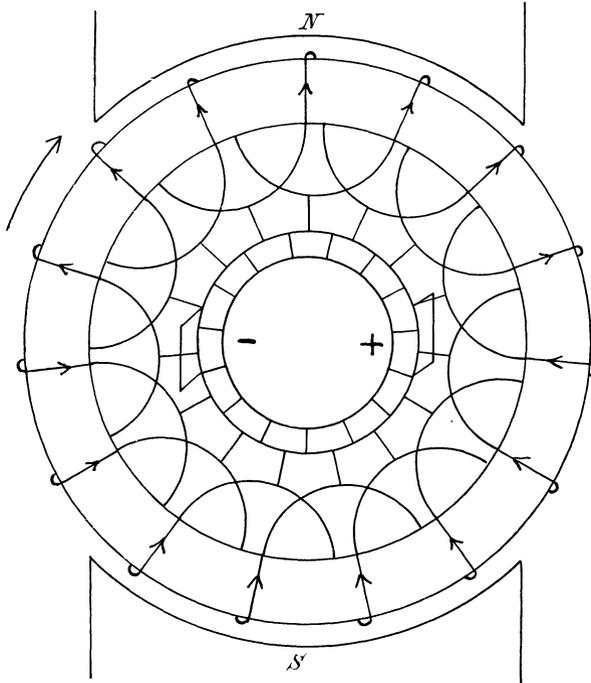


Fig. 98. Zweipoliger Ring mit mehr als zwei parallelen Zweigen.

bedecken. Hätten wir den Wickelungsschritt allgemein gleich  $a$  gemacht so zerfiel die Wickelung in  $2a$  parallele Zweige.

Daraus leiten wir dann für mehrpolige Maschinen mit Wellenwickelung die Regel ab: Kommt man nach einem Umgang zum  $a$ ten Spulen-anfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt die Wickelung in  $2a$  parallele Zweige. Man erkennt leicht, daß die früher besprochene Reihenwickelung nur ein besonderer Fall der Reihen-Parallelwickelung ist, indem nämlich dabei die Zahl  $a = 1$  ist.

Wir beschränken uns nun auf den einfachsten Fall, in welchem die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl ist ( $p = a$ ). Beim Ringanker mit Reihen-Parallelwickelung kommen wir dann nach einem

vollen Umgang, d. h. nach  $p \cdot y$  Spulenseiten, auf das  $p$ te Feld neben dem Anfang. Daraus folgt:

$$p \cdot y = s \pm p$$

oder

$$y = \frac{s}{p} \pm 1.$$

Dabei ist  $s$ , je nach den Umständen, gerade oder ungerade.  $s$  und  $y$  dürfen aber keinen gemeinsamen Teiler haben, wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll. In Fig. 99 ist  $s = 16$  und  $p = 2$ . Das ergibt

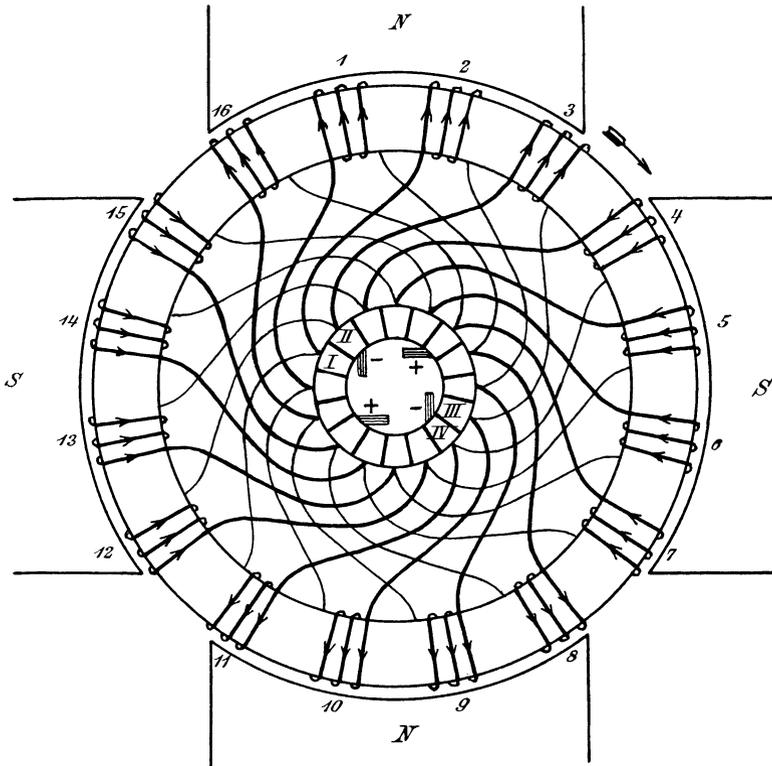


Fig. 99. Ringanker mit Reihen-Parallelwicklung.

$y = 9$  oder  $7$ . Gewählt ist  $y = 7$ . Dann ergibt sich das überaus einfache Wicklungsschema: 1—8—15—6— usw.

Die Verbindungen der Spulen untereinander liegen alle auf der vorderen Stirnfläche, aber in zwei verschiedenen Ebenen, so daß eine gegenseitige Berührung ausgeschlossen ist.

Zeichnen wir jetzt wieder die Strompfeile in die Ankerdrähte auf der vorderen Stirnfläche, so ergibt sich, daß der Strom einerseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 8 und 15, andererseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 16 und 7 zufließt. Daraus ergibt sich die

Lage der beiden positiven Bürsten, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|cccc|} \hline 11 & 2 & 9 & 16 \\ \hline 4 & 13 & 6 & 15 \\ \hline 12 & 5 & 14 & 7 \\ \hline 3 & 10 & 1 & 8 \\ \hline \end{array} +$$

Einen kleinen Zeitraum nach dem in Fig. 99 gezeichneten Augenblick liegen die vier Bürsten gleichzeitig je auf 2 Segmenten. Dadurch bilden z. B. die negativen Bürsten den kurzgeschlossenen Stromkreis:

$$\text{I, II, 3, III, IV, 11, I.}$$

Durch die negativen Bürsten sind also in diesem Augenblick die in der neutralen Zone liegenden Spulen 3 und 11 in Reihe geschaltet, in sich kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Allgemein werden durch die positiven und die negativen Bürsten gleichzeitig je  $p$  Spulen in Reihe geschaltet kurzgeschlossen. Da ein kurzgeschlossener Stromkreis an einer Stelle unterbrochen werden kann, ohne daß die leitende Verbindung zwischen den einzelnen Teilen aufhört, so kann man bei genügend breiten Bürsten je eine positive und negative Bürste weglassen. Der betreffende Strom fließt dann, statt zu dieser Bürste, durch die in der neutralen Zone liegenden Spulen zu den anderen Bürsten.

### 50. Trommel mit Reihen-Parallelwicklung.

Wir haben schon früher die grundsätzliche Gleichheit der Ring- und Trommelwicklung betont und benutzen sie auch hier, um die Formel für den Wicklungsschritt der Reihen-Parallelwicklung abzuleiten. Nach S. 144 ergab sich: Kommt man nach einem Umgang zum  $a$ ten Spulenanfange neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt der Anker in  $2a$  Zweige. Nun liegen bei der Trommel auf dem Raum, auf dem sich  $a$  Spulenanfänge befinden,  $2a$  Spulenseiten. Andererseits machen wir bei einem Umfang  $p$  mal den Schritt  $y_1 + y_2$ . Es ergibt sich also:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2a.$$

Da zwischen den beiden Spulenseiten ein und derselbe Spule immer eine gerade Anzahl von anderen Spulenseiten liegt, so ist  $y_1 + y_2$  gerade, also haben  $y_1 + y_2$  und  $s$  den gemeinsamen Teiler 2. Davon abgesehen, müssen  $y_1 + y_2$  und  $s$  teilerfremd sein. Außerdem müssen, wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll,  $y_1$  und  $y_2$  ungerade sein.

Ist der Wicklungsschritt hinten und vorn derselbe, so ergibt sich aus der obigen Formel:

$$y = \frac{s \pm 2a}{2p}.$$

Dabei müssen  $s$  und  $y$  teilerfremd sein. Wir beschränken uns nun wieder auf den Fall, in welchem  $p = a$  ist. Ist z. B.  $s = 24$ ,  $a = 3$  und  $p = 3$ , so ergibt sich  $y = 5$  oder 3. Der Wicklungsschritt 3 führt zu keiner einfach geschlossenen Wicklung, da in diesem Falle  $s$  und  $y$  einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Man würde z. B., von 1 anfangend, schon nach 8 Schritten wieder auf die Spulenseite 1 treffen. Wählen wir dagegen  $y = 5$ , so ergibt sich das Schema: 1—6—11—16— usw.

In Fig. 100 ist diese Wicklung gezeichnet, wobei wieder angenommen werden kann, daß jede Spule, z. B. 2, 7, aus mehreren Windungen

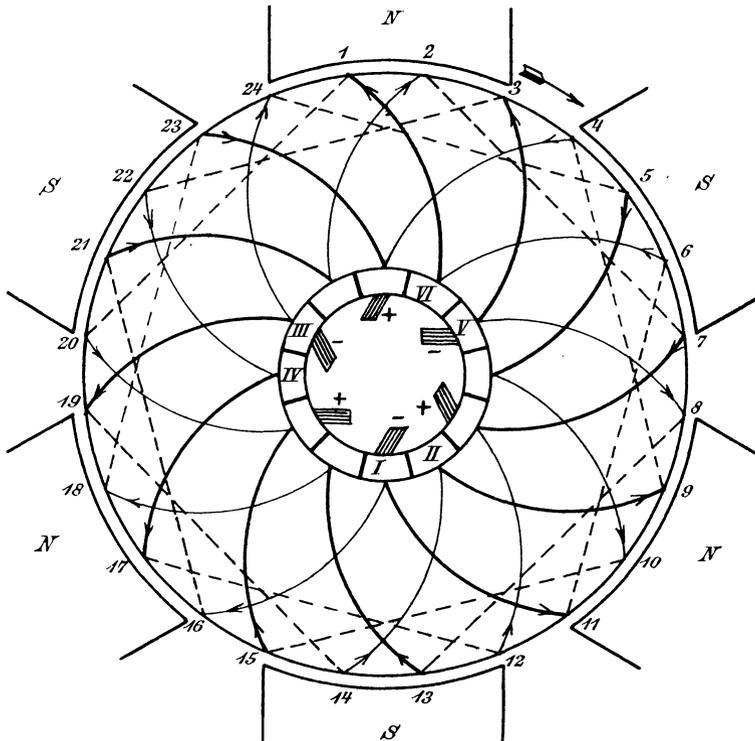


Fig. 100. Trommelanker mit Reihen-Parallelwicklung.

besteht. In der Zeichnung sind die auf der vorderen Stirnfläche liegenden Verbindungen ausgezogen, die auf der hinteren Stirnfläche sind punktiert. Die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche, durch die zwei Drähte unter sich und mit dem Kollektorsegment verbunden werden, liegen wieder in 2 verschiedenen Ebenen, und zwar liegen die stark ausgezogenen Verbindungen in einer vorderen, die schwach ausgezogenen in einer hinteren Ebene. Die Anzahl der Segmente ist halb so groß wie die der Spulenseiten. Zeichnen wir nun in der bekannten Weise die Strompfeile in sämtliche Verbindungen der vorderen Stirnfläche, so ergeben sich die Stellen, an denen die positiven Bürsten anliegen. Das sind die Punkte,

auf die der Strom von 2 Seiten zufließt. Ebenso ergeben sich die Orte für die negativen Bürsten als die, von denen der Strom nach 2 Spulenseiten wegfießt. Wir erhalten also folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|cccc|} \hline 11 & 6 & 1 & 20 \\ \hline 16 & 21 & 2 & 7 \\ \hline 8 & 13 & 18 & 23 \\ \hline 3 & 22 & 17 & 12 \\ \hline 24 & 5 & 10 & 15 \\ \hline 19 & 14 & 9 & 4 \\ \hline \end{array} +$$

Einen Augenblick später wird durch das Aufliegen der negativen Bürsten auf je 2 Segmenten folgender kurzgeschlossener Stromkreis hergestellt:

$$\text{I, II, 14, 19, III, IV, 22, 3, V, VI, 6, 11, I.}$$

Gleichzeitig werden auch drei Spulen durch die positiven Bürsten kurzgeschlossen. Die auf diese Weise kurzgeschlossenen Spulen liegen in der neutralen Zone. Allgemein werden durch gleichnamige Bürsten  $p$  Spulen oder  $2p$  Spulenseiten in Reihe kurzgeschlossen. Über die Weglassung je einer Bürste gilt also das beim Ringanker Gesagte.

Besonders einfach wird nun wieder die obige Wickelung, wenn man die Nuten fortlaufend numeriert und zwei Spulenseiten in der Nut annimmt. Dann lautet die Regel für die Reihen-Parallelwickelung: Kommt man nach einem vollen Umgang auf die  $a$ te Nut neben dem Anfang, so zerfällt der Anker in  $2a$  parallele Zweige. Ist also wieder  $Y_1$  und  $Y_2$  der Nutenschritt, so gilt für reine Parallelwickelung ( $p = a$ ) die Gleichung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm p$$

oder

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S}{p} \pm 1.$$

Ist z. B., wie in Fig. 101, die Spulenzahl gleich 12 und die Zahl der Polpaare  $p = 2$ , so ist die Nutenzahl  $S = 12$ , und wir erhalten für reine Parallelwickelung:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{12}{2} \pm 1 = 7 \text{ oder } 5.$$

Wir wählen  $Y_1 = 3$ ,  $Y_2 = 2$  und erhalten so die Wickelung in Fig. 101.

Wenn man bei der neutralen Zone anfangend nach einem Umgang schon in die Nähe der Polspitze kommt, so ergeben sich auch bei Reihen-Parallelwickelung Schwierigkeiten in bezug auf funkenlosen Gang. Es wird daher auch bei dieser Wickelung die Anbringung von Mordeyverbindungen nötig. Ist, wie in Fig. 101, die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl, d. h.  $a = p$ , so sind wegen der völligen

Symmetrie die Segmente gleichen Potentials leicht zu finden. Auch wenn  $p/a$  oder  $a/p$  eine ganze Zahl ist und die Zahl der Spulenseiten durch die Zahl der parallelen Stromzweige teilbar ist, ergibt sich eine völlige Symmetrie, wie sie wegen eines funkenlosen Ganges wünschenswert ist.

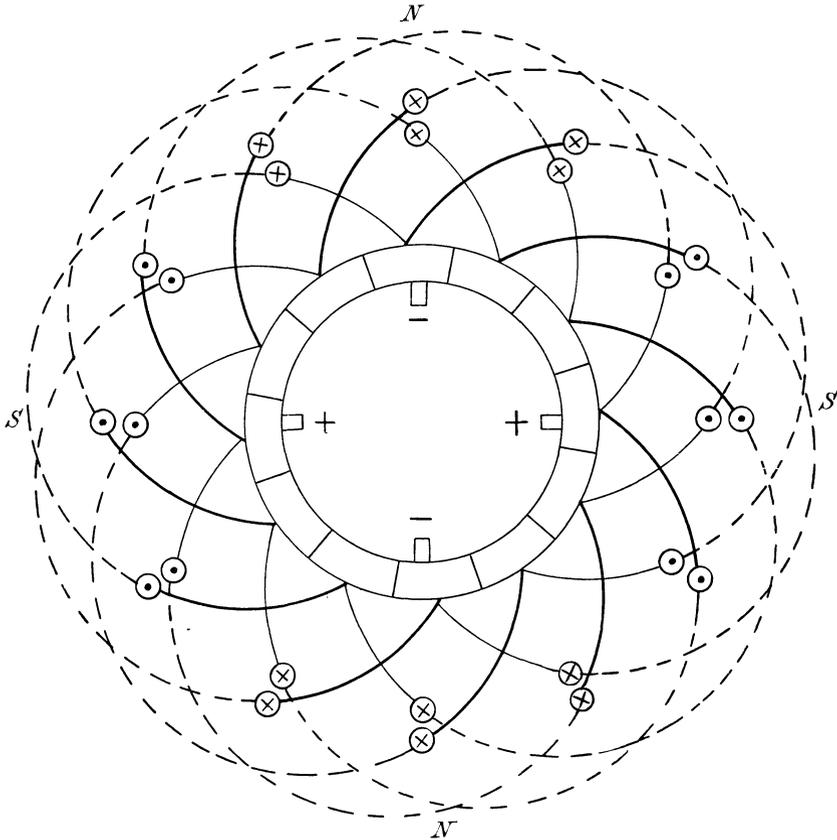


Fig. 101. Trommelanker mit Reihen-Parallelwicklung. Nutenanker.

Es ist sogar bei mehreren Spulenseiten in einer Nut wünschenswert, daß auch die Zahl der Nuten durch die halbe Zahl der parallelen Stromzweige teilbar ist, damit nicht Stäbe, die eine verschiedene Lage in den einzelnen Nuten haben, durch die Mordeyverbindungen verbunden zu werden brauchen.

## Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen. — 52. Die Feldmagnete. — 53. Die Bürstenstellung.  
— 54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung. — 55. Funkenfreie Kommutierung. —  
56. Spannungsteiler.

### 51. Die Erregung der Dynamomaschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch mechanische Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft erzeugt wurde, besaßen Stahlmagnete. Die erzeugte elektromotorische Kraft und die Stromstärke waren jedoch gering, da sich die Stahlmagnete nicht kräftig genug herstellen ließen.

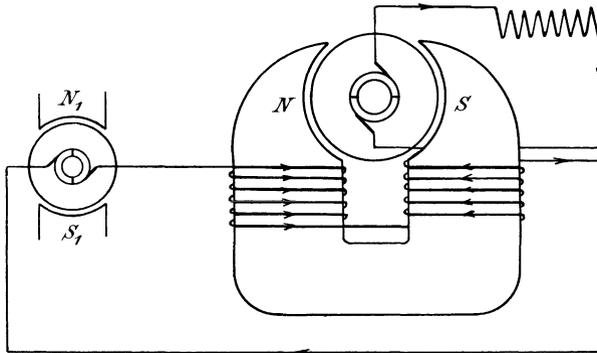


Fig. 102. Fremderregung durch Maschine mit Stahlmagneten.

Es war daher ein erheblicher Fortschritt, als Wilde in Manchester den in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiteiligem Kommutator erzeugten Gleichstrom zur Magnetisierung der Eisenschenkel einer zweiten Maschine benutzte. Er erreichte dadurch bei der zweiten Maschine eine sehr viel stärkere Kraftlinienzahl als bei Maschinen mit Stahlmagneten. In Fig. 102 ist eine solche Anordnung gezeichnet, wobei  $N_1$  und  $S_1$  die Stahlmagnete der Erregermaschine darstellen. Der Strom, den diese Maschine liefert, fließt durch die Schenkelwicklung einer größeren Maschine, deren Magnetgestell aus Schmiedeeisen oder Gußeisen besteht. Die Magnetspulen sind dabei derartig verbunden, daß sie sich in ihrer Wirkung unterstützen. In Fig. 102 ist z. B. das untere, vorne liegende Ende der linken Spule mit dem hinten liegenden unteren Ende der rechten Spule verbunden.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahrzehnte des letzten Jahrhunderts wurde jedoch erst möglich durch das im Jahre 1866 von Werner Siemens entdeckte dynamo-elektrische Prinzip. In einer Abhandlung, die Siemens im Januar 1867 der Berliner Akademie der Wissenschaften vorlegte, wies er nach, daß der remanente Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne, und daß dadurch der Technik die Mittel gegeben seien, „elektrische Ströme in unbegrenzter Stärke zu erzeugen“.<sup>\*)</sup>

Als Dynamomaschinen werden jetzt alle Maschinen bezeichnet, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld elektrische Energie erzeugt wird. Dynamomaschine und Generator sind also gleichbedeutend.

Der Vorgang der Selbsterregung der Gleichstrommaschinen vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur die Kraftlinien des remanenten Magnetismus geschnitten werden. Dadurch wird eine geringe elektromotorische Kraft und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem aber dieser Strom nach Fig. 103 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den remanenten Magnetismus. Dadurch wächst dann die Zahl der Kraftlinienschnitte in der Sekunde, also die elektromotorische Kraft, und dadurch wieder der Strom usw. So arbeitet sich die Maschine beim „Angehen“ selbst in die Höhe und schafft sich ihren Magnetismus selbst.

Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Kraftflusses und der induzierten elektromotorischen Kraft hängt von den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr dehnbarer Begriff ist. Der Strom wächst vielmehr nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke und dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der elektromotorischen Kraft ist, die bei den betreffenden Kraftlinien induziert wird, oder besser so lange, wie die erzeugte elektromotorische Kraft noch größer ist als der Ohmsche Spannungsverbrauch im Erregerstromkreis.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen erschwert, da die betreffende Kraftlinienzahl ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die elektromotorische Kraft und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die elektromotorische Kraft selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum mehr aufrecht zu halten, daß die elektromotorische Kraft und der Wider-

---

<sup>\*)</sup> Siehe Poggendorfs Annalen 1867, sowie „Wissenschaftliche und technische Arbeiten“ von Werner Siemens II., S. 234.

stand des Kreises ursprünglich gegeben sind, und daß sich die Stromstärke erst nach dem Ohmschen Gesetz aus beiden ableitet. Bei der Dynamomaschine ist die elektromotorische Kraft nicht allein eine Funktion der Maschine, die etwa durch eine unveränderliche Kraftlinienzahl, Drehzahl und Drahtzahl gegeben wäre. Vielmehr hängt sie außerdem noch ab von den Betriebsverhältnissen, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand, d. h. von dem Stromverbrauch.

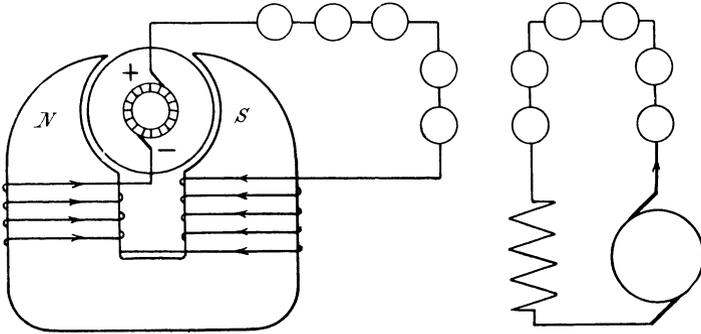


Fig. 103. Schema einer Hauptstrommaschine.

Die Magnetwicklung besteht bei der Hauptstrommaschine (Fig. 103) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Haupt-

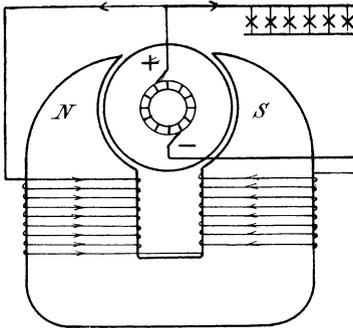


Fig. 104.  
Schema einer Nebenschlußmaschine.

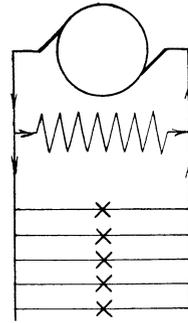


Fig. 105.

strom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind also hintereinander geschaltet.

Bei der Nebenschlußmaschine (Fig. 104 und 105) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die Magnetwicklung liegt unmittelbar an den Bürsten, sie ist also parallel zum äußeren Netz geschaltet. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

Die Compoundmaschine endlich ist eine Vereinigung von Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine (Fig. 106—109). Sie ist im wesentlichen eine Nebenschlußmaschine, deren Kraftfluß durch die Wirkung einer Haupt-

stromspule verstärkt wird. Die Wickelung ist also so anzuordnen, daß die Ströme in der Hauptstrom- und der Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Fig. 106 und 107 ist der Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt. Er liegt also parallel zum Widerstand der Hauptstromwicklung und dem äußeren Netz. In Fig. 108 und 109 ist der Nebenschluß dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt; er liegt also parallel zum äußeren Netz. Die Compoundwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des dadurch vergrößerten Spannungsverlustes im Anker die Klemmenspannung konstant zu halten.

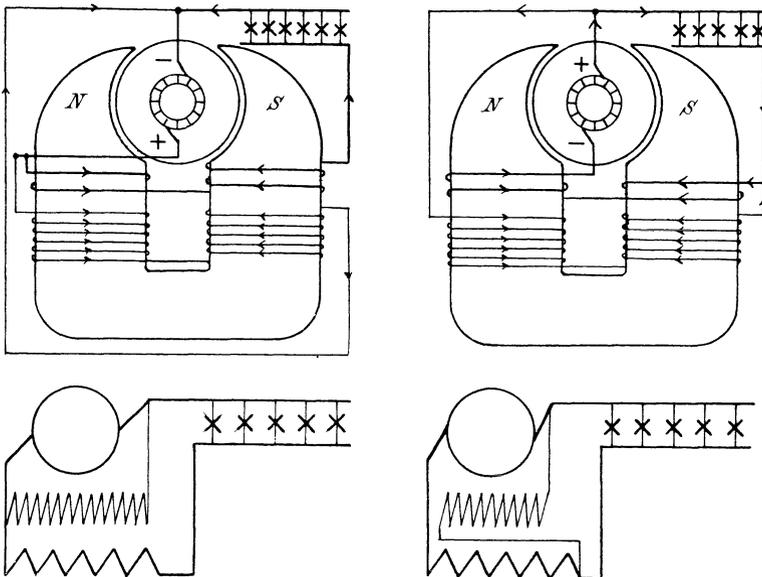


Fig. 106 und 107.

Fig. 108 und 109.

Schemas von Compoundmaschinen.

Von besonderer Wichtigkeit sind die Bedingungen, unter denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird. Das „Angehen“ wird erschwert bzw. verhindert:

- I. wenn die im ersten Augenblick induzierte elektromotorische Kraft zu gering ist, d. h.
  1. bei zu geringem remanenten Magnetismus,
  2. bei zu niedriger Drehzahl;
- II. wenn der erzeugte magnetisierende Strom zu gering ist, d. h.
  1. bei großem Übergangswiderstand der Bürsten,
  2. bei großem äußeren Widerstand der Hauptstrommaschine,
  3. bei großem Magnetwiderstand der Nebenschlußmaschine,
  4. bei sehr kleinem äußeren Widerstand der Nebenschlußmaschine, z. B. bei Kurzschluß, bei welchem die Spannung an den Klemmen und dadurch der Magnetstrom gleich Null wird;

III. wenn die erzeugten Kraftlinien den remanenten Magnetismus ungenügend oder gar nicht verstärken, d. h.

1. bei großem Luftabstand zwischen Anker und Polen,
2. durch falsche Schaltung der Magnetwicklung bei gegebener Drehrichtung,
3. durch Umkehrung der Drehrichtung bei gegebener Schaltung der Magnetwicklung.

Eine Umpolarisierung der Magnete hat keinen Einfluß auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

## 52. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen verschiedenen Materials. Als Material wird Ankerblech, Gußeisen, Dynamogußstahl und Flußeisen verwendet.

Das Ankerblech wird außer für den Anker meist auch für die Polschuhe verwendet, wenn es gilt, durch Unterteilung des Eisens den Verlust durch Wirbelströme zu vermeiden. Häufig werden nicht nur die Polschuhe, sondern auch die Polkerne aus Blechen zusammengesetzt. Bei der großen Leitfähigkeit des Ankerbleches kommt man dann mit einem geringen Polquerschnitt aus, was in bezug auf das Gewicht der Erregerwicklung von wesentlicher Bedeutung ist.

Gußeisen wurde früher fast allgemein als Material für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Leitfähigkeit kommt es indessen jetzt meist nur für mittlere und kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringen Herstellungskosten und der billige Preis des Gußeisens wiegen in vielen Fällen den Nachteil des durch die schlechte Leitfähigkeit veranlaßten größerer Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Der Dynamogußstahl hat das Gußeisen neuerdings fast überall verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil eines starken remanenten Magnetismus mit dem einer hohen magnetischen Leitfähigkeit, die sich von der des Schmiedeeisens kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen, als bei Gußeisen, und braucht dabei trotzdem verhältnismäßig wenig Amperewindungen auf den Schenkeln. Infolgedessen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bei Verwendung von Gußstahl bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die größere zulässige Kraftliniendichte, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen stehen der höhere Preis des Gußstahles und die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Gestell mit der Fundamentplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Was nun die Form des Magnetgestelles betrifft, so baute man, nachdem die erste Entwicklungszeit vorüber war, zuerst hufeisenförmige Magnetgestelle (Siemenstype). Man erkannte dabei bald, daß die zuerst teilweise gewählten langen Schenkel den Eisenweg für die Kraftlinien ganz unnütz verlängern. Ferner ergab sich, daß eine möglichst gefällige, dem Verlauf der Kraftlinien sich anschmiegende Form am günstigsten ist. Eine Kraftlinie bildet, solange sie in demselben Material verläuft, niemals Ecken. Die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Fig. 110 vergrößern z. B. unnützerweise das Eisengewicht der Maschinen und vermehren die seitlich austretenden Streulinien. Die Pole sind also in der Weise, wie es in Fig. 103 gezeichnet ist, abzurunden oder abzuschrågen.

Die neuerdings wegen ihrer vorzüglichen magnetischen Eigenschaften allgemein verwendete Form des Magnetgestelles ist die Lahmeyertype (Fig. 128). Fast alle mehrpoligen Magnetgestelle gehören dieser eisenumschlossenen Form an. In der Regel trägt dabei jeder Pol, wie in Fig. 128, eine Erregerspule, jedoch läßt sich die Erregung eines Polpaares auch durch eine einzige Erregerspule bewirken, indem man von den beiden Polen eines Polpaares nur den einen bewickelt. Die letztere Anordnung kann in Frage kommen, wo es sich, wie bei Straßenbahnmotoren, darum handelt, die eine Dimension der Maschine möglichst klein zu machen. Die Ungleichmäßigkeit der magnetischen Anordnung kann aber eine Funkenbildung am Kollektor verursachen.

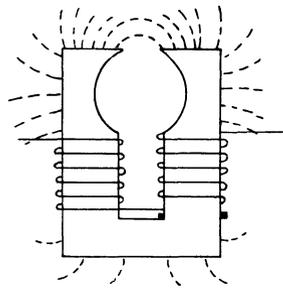


Fig. 110. Streußfuß bei ungünstiger Form des Magnetgestelles.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die verschiedenen Maschinenarten in bezug auf die Streuung zu vergleichen.

Unter den Streulinien versteht man die Kraftlinien, die sich unmittelbar zwischen den Polkernen oder den Polspitzen durch die Luft hindurch schließen, ohne den Anker zu durchsetzen. Infolge der Streuung ist die Kraftlinienzahl in den Magneten größer als die nutzbare Kraftlinienzahl im Anker. Die dadurch vergrößerte Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen größeren Aufwand von Amperewindungen auf den Magnetschenkeln als bei einer streuungslosen Maschine.

Das Verhältnis der Kraftlinien  $N_m$  in den Magneten zu den Kraftlinien  $N$  im Anker heißt der Streuungskoeffizient.

Um diesen Streuungskoeffizienten durch den Versuch zu ermitteln, wird eine Hilfsspule in der in Fig. 110 gezeichneten Weise um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem ballistischen Galvanometer geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes ziehen sich alle Kraftlinien zusammen und schneiden durch die Hilfsspule. Der Aus-

schlag des Galvanometers ist dann ein Maß für die Kraftlinienzahl. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Hilfsspule wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann ohne weiteres den Streuungskoeffizienten. Dieser ergibt sich bei der jetzt allein gebräuchlichen Lahmeyertype, bei welcher die Erregerspulen ganz nahe am Anker liegen und deshalb der Querschnitt des Streufeldes verhältnismäßig gering ist, den günstigen Wert 1,1—1,2.

Die Siemenstype (Fig. 103) ist in bezug auf Streuung wesentlich ungünstiger, weil die Magnetkerne sich verhältnismäßig nahe gegenüber stehen und außerdem große Flächen besitzen, die nach außen Streulinien ausstrahlen. Die Abrundung der Pole vermindert allerdings die Streuung etwas, weil der Weg für die Streulinien dadurch länger und unbequemer wird.

Nun muß man allerdings im Auge behalten, daß der angegebene Wert für die Streuungskoeffizienten nur eine rohe Annäherung darstellen kann. Zunächst kann nämlich die Streuung bei Maschinen ein und derselben Art verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes größer oder geringer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem Polquerschnitt, als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders groß, so sind zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes viele Amperewindungen nötig. Diese schaffen uns dann einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbaren Kraftfluß.

Diese Verhältnisse werden noch deutlicher, wenn man den Streufluß und den nutzbaren Kraftlinienfluß als zwei parallelgeschaltete Ströme auffaßt, die den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege umgekehrt proportional sind. Demnach ist das Verhältnis der Streulinien zu den nutzbaren Kraftlinien gleich dem Verhältnis des Widerstandes des nutzbaren Feldes zum Widerstand des Streufeldes. Wie man sieht, können Maschinen derselben Art eine ganz verschiedene prozentische Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert des Streuungskoeffizienten bei ein und derselben Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man je nach der Magneterregung eine verschiedene Kraftlinienzahl im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht konstant. Dazu kommt noch, daß die Amperewindungen des Ankers nach Abschnitt 54 einen je nach den Betriebsverhältnissen wechselnden magnetischen Gegendruck  $X_g$  darstellen, wodurch das Verhältnis der nutzbaren Kraftlinien zu den Streulinien stark beeinflusst wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Widerstand des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine

eine geometrische Ausmessung zuläßt. Ist  $Q_s$  der Querschnitt und  $l_s$  die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 31 der Widerstand  $W_s$  des Streufeldes zu:

$$W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s}. \quad (\text{a})$$

Sind nun die Amperewindungen  $X_a + X_z + X_l$  nötig, um den Kraftlinienfluß  $N$  durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch der Gegendruck  $X_g$  der Amperewindungen des Ankers zu überwinden, so ergibt sich die Zahl  $N_s$  der Streulinien nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus zu:

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s}.$$

Der Kraftfluß in den Magneten ist dann  $N_m = N + N_s$ . Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 31 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

### 53. Die Bürstenstellung.

Im 43. Abschnitt ergab sich, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt, in welcher daher die Bürsten anzuordnen sind. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Zuleitungen zum Kollektor mehr oder weniger gekröpft sind. Die Bürsten sind also ganz allgemein so zu stellen, daß der Übergang einer Spule von einer Ankerabteilung in die andere in der neutralen Zone erfolgt. Die neutrale Zone ist dabei der Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht. Bei falscher Bürstenstellung würde z. B. eine Ankerabteilung des Ringankers gleichzeitig vor ungleichnamigen Polen liegen. In den einzelnen Drähten einer Abteilung werden dann entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kräfte induziert, die sich zum Teil aufheben. Das hat dann einen Verlust an elektromotorischer Kraft zur Folge.

Dazu kommt noch, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Kollektorsegmenten steht, eine oder unter Umständen mehrere Spulen kurzschließt. Wenn nun dieser Kurzschluß nicht in der neutralen Zone, sondern in einem starken magnetischen Feld erfolgt, so wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine starke elektromotorische Kraft induziert. Diese erzeugt in dem geringen Spulenwiderstand während der Zeit des Kurzschlusses eine erhebliche Stromstärke. Wenn dann die Bürste im Laufe der Drehung von dem einen der kurzgeschlossenen Segmente abgleitet, so wird der Kurzschlußstrom unterbrochen, was eine starke Funkenbildung zur Folge haben kann. Im Interesse des funkenlosen Ganges ist es also ebenfalls nötig, daß die Bürsten wesentlich in der neutralen Zone stehen.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, und bei Maschinen, die nach S. 162 und 171 mit Wendepolen oder Kompensationswicklung versehen sind, senkrecht auf der Kraftlinienrichtung der Magnete steht.

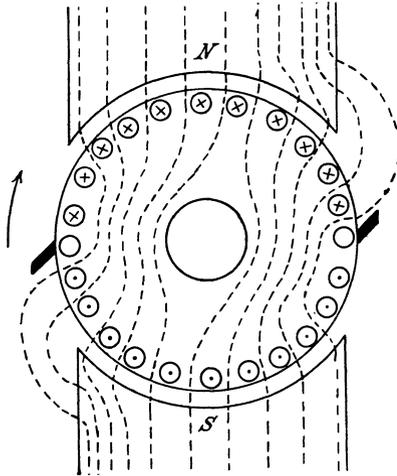


Fig. 111.  
Verzerrung des Feldes.

Sobald nämlich der Anker vom Strom durchflossen wird, erzeugt er selbst Kraftlinien, die den Anker in Richtung der Bürstendachse durchsetzen. Sie schwächen das Magnetfeld an den beiden Eintrittsstellen des Ankers und verstärken es an den beiden Austrittsstellen. Auf diese Weise wird das Magnetfeld in der durch Fig. 111 dargestellten Weise verzerrt.

Die Verzerrung des ursprünglichen Feldes ist in zweifacher Beziehung wichtig. Zunächst beeinträchtigt nämlich die Sättigung des Poleisens an den Austrittsstellen des Ankers die

Leitfähigkeit des Poleisens, so daß sich bei Belastung eine Abnahme der elektromotorischen Kraft gegenüber dem Leerlauf ergibt.

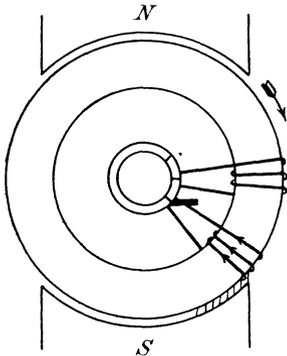


Fig. 112. Verschiebung der kurzgeschlossenen Spule in das aktive Feld.

Weiter aber ergibt sich aus dem Kraftfluß der Magnete und des Ankers ein resultierender Kraftfluß, auf dem dann die resultierende neutrale Zone senkrecht steht, d. h. die neutrale Zone und damit der richtige Bürstendurchmesser verschiebt sich in Richtung der Drehung. Würde man bei Belastung die Bürsten in der auf den Magnetkraftlinien senkrechten Richtung stehen lassen, so würde der Kurzschluß einer Spule durch die Bürsten an der Stelle erfolgen, an welcher das vom Anker erzeugte Feld am stärksten und das äußere Feld gleich Null ist. Es wird daher nötig, die Bürsten zunächst so weit zu verschieben,

daß das vom Anker erzeugte Feld, das immer die Richtung des Bürstendurchmessers besitzt, gerade durch das Feld der Magnete aufgehoben wird.

Im praktischen Betriebe wird es sogar mit Rücksicht auf die Selbstinduktion, welche die Umkehrung des Stromes in der kurzgeschlossenen

Spule verlangsamt, erforderlich, die Bürsten noch weiter in das aktive Feld vorzuschieben (Fig. 112). Dann wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine elektromotorische Kraft induziert, welche die Selbstinduktion aufhebt und die Kommutierung ohne Funkenbildung ermöglicht. Der geringe Verlust an elektromotorischer Kraft, der dadurch bedingt wird, ist ohne Bedeutung.

Bei Motoren sind die Bürsten aus den oben genannten Gründen entgegen der Drehungsrichtung zu verschieben. Nur wenn die Motoren für eine Umsteuerung eingerichtet sind, bleiben die Bürsten, event. unter Verwendung von Wendepolen, in der theoretischen neutralen Zone stehen.

### 54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung.

Stehen die Bürsten in der Nähe der Polspitzen, so zerfällt die ganze Ankerwicklung in 2 Teile, von denen der erste Teil innerhalb des Winkels  $\alpha$  der neutralen Zone und der zweite Teil innerhalb des Polbogens  $\beta$  liegt. Wie man aus Fig. 113 erkennt, wirken die innerhalb der neutralen Zone liegenden Windungen den Magnetwindungen direkt entgegen, indem sie die punktiert angedeuteten Kraftlinien zu erzeugen suchen. Der wirkliche resultierende Kraftfluß, der die Pole und den Anker durchsetzt, kommt dann durch die Differenz der Amperewindungen der Magnete und der entgegengerichteten Amperewindungen des Ankers zustande. Ist  $z$  die gesamte Drahtzahl, so liegt innerhalb eines Winkels  $\alpha$  die Drahtzahl

$\frac{z \cdot \alpha}{360}$  (Fig. 113). Das ist zugleich die Windungszahl innerhalb der neutralen Zone. Ist ferner  $2a$  die Anzahl der parallelen Strom-zweige, so ist  $\frac{I_a}{2a}$  der Strom in einem Ankerdraht, und der Betrag der Gegenampere-windungen  $X_g$  ist:

$$X_g = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot \alpha}{360}.$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für Reihen- und Parallelwicklung.

Der Einfluß der Gegen-Ampere-windungen des Ankers besteht darin, daß die Kraftlinien bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf geschwächt und dadurch die Spannung der Maschine vermindert wird. Man bezeichnet diesen Einfluß als die Ankerrückwirkung. Mit Rücksicht auf die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes sind beim Entwurf der Maschine die berechneten Amperewindungen für Anker-, Luft- und Magnetweg um den Betrag der Ankerrückwirkung  $X_g$  zu erhöhen. Dieser

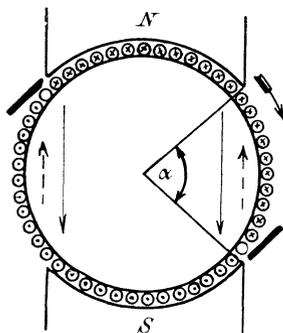


Fig. 113. Darstellung der Ankerrückwirkung bei einer Trommel.

Betrag macht in der Regel 10—15% der ganzen Magnetenergie aus, woraus aber nicht gefolgert werden darf, daß auch die elektromotorische Kraft um den gleichen Betrag gegenüber dem Leerlauf vermindert wird. Da die Maschinen nämlich meist mit Sättigung des Eisens arbeiten, also da, wo die Magnetisierungskurve flach verläuft, so entspricht einer verhältnismäßig großen Ankerrückwirkung doch nur ein geringer Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Belastung.

Wir betrachten jetzt die Wirkung der Amperewindungen, die innerhalb des Polbogens  $\beta$  liegen. Man nennt diese die Queramperewindungen, weil sie Kraftlinien erzeugen, die quer durch den Anker verlaufen. Die Querkraftlinien, die man auch als Streulinien bezeichnen kann, schließen sich auf dem in Fig. 114 und 115 gezeichneten Wege durch die Luft und das Poleisen. Am dichtesten sind sie an den Polecken, weil dort die ganzen vor dem Polbogen liegenden Amperewindungen wirk-

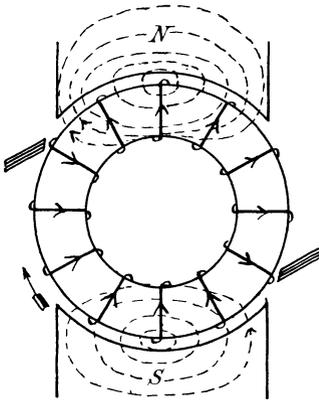


Fig. 114.

Querkraftlinien einer Gleichstrommaschine.

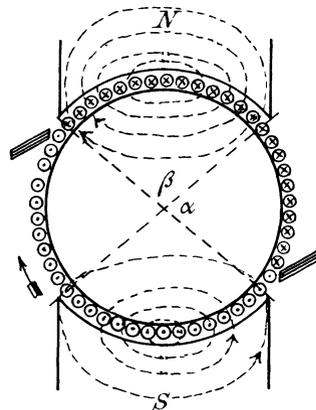


Fig. 115.

sam sind. Wie schon auf S. 158 angegeben ist, wirken sie den Magnetkraftlinien an der Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Die dadurch bewirkte ungleiche Verteilung des Feldes hat außer den oben besprochenen Wirkungen noch zur Folge, daß in den Spulenseiten, die sich gerade im stärksten Felde befinden, eine übermäßig große elektromotorische Kraft induziert wird. Infolgedessen kann zwischen den entsprechenden Segmenten des Kommutators ein Funke überschlagen, der Veranlassung zum sog. „Rundfeuer“ gibt.

Auch die Kommutierung wird durch die Quermagnetisierung erschwert. Gerade die Eintrittsstelle des Ankers ist von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zum funkenfreien Kommutieren nötige äußere Feld vorfinden muß (vergl. Abschnitt 55). Sind nun die Queramperewindungen zu beträchtlich, so wird das Feld

an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar negativ, und die Maschine kann dann kaum funkenfrei arbeiten. Man kann in roher Schätzung annehmen, daß beim Trommelanker eine Kraftliniendichte von 1500 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter zur funkenfreien Kommutierung vorhanden sein müssen.

Bezeichnet  $\mathfrak{B}_l$  die mittlere Kraftliniendichte in dem Luftzwischenraum und  $\mathfrak{B}_q$  die von den Querwindungen erzeugte Kraftliniendichte an den Polkanten, so ergibt sich an der Eintrittsstelle des Ankers eine resultierende Feldstärke:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_q.$$

Nun ist die wirksame magnetomotorische Kraft der Querwindungen:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{I_a}{2a}.$$

Da der magnetische Widerstand, den diese Querwindungen vorfinden, wesentlich durch die Luftstrecke gegeben ist, so erhält man nach Gleichung (20) auf S. 73:

$$\mathfrak{B}_q = \frac{0,4 \pi \cdot X_q}{l},$$

wo  $l$  der doppelte Luftabstand in Zentimetern ist.

Nun ist die magnetomotorische Kraft  $X_l$ , die nötig ist, um den Kraftfluß durch die Luftstrecke zu treiben, durch die Gleichung gegeben:

$$\mathfrak{B}_l = \frac{0,4 \pi \cdot X_l}{l}.$$

Man erhält also die tatsächlich an der Eintrittsstelle des Ankers vorhandene Kraftliniendichte zu:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_q = 0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l}.$$

Dann gilt die oben erwähnte empirische Bedingung für funkenlosen Gang eines Trommelankers:

$$0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l} \geq 1500.$$

Da mit Zunahme des Ankerstromes auch der Einfluß der Queramperewindungen wächst, so wird dadurch schließlich die Überlastungsfähigkeit der Maschine begrenzt. Diese ist nicht allein dadurch bestimmt, daß mit zunehmender Überlastung die Joulesche Wärme im Anker zu groß wird, sondern vor allen Dingen durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang. Es ist daher bei der Konstruktion vor allen Dingen die Quermagnetisierung zu beschränken, und zwar durch folgende Mittel:

1. Nach der obigen Gleichung für  $X_q$  ist ein kleiner Winkel  $\beta$  der Polbohrung von Vorteil. Im allgemeinen ist der Polbogen etwa  $\frac{2}{3}$  der Teilung.

2. Vorteilhaft ist ferner eine kleine Drahtzahl  $z$  auf dem Anker. Dies führt, damit die geforderte elektromotorische Kraft erreicht wird, zu großen Kraftlinienzahlen.

3. Die dadurch bedingte hohe Luftinduktion (8000—10 000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter bei größeren, langsam laufenden Maschinen) erfordert dann zugleich einen hohen Betrag an magnetomotorischer Kraft  $X_l$ . Dadurch wird die obige Ungleichung leichter erfüllt.

4. Eine Vergrößerung des Betrages von  $X_l$  wird auch durch eine Vergrößerung des doppelten Luftabstandes  $l_l$  erreicht. Dieses Mittel wirkt durchgreifend, da dadurch zugleich der Nenner in der obigen Ungleichung größer wird. Aber der Vorteil wird nur durch übermäßigen Aufwand an Amperewindungen auf den Magneten erkauft.

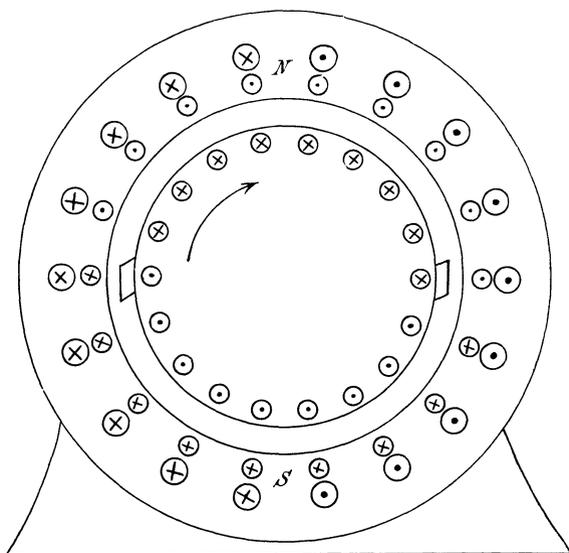


Fig. 116. Kompensationswicklung von Deri.

5. Besonders wichtig erscheint auch eine geringe Zahnbreite, bei welcher die Zähne stark gesättigt sind (18 000—24 000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter). Indem dadurch den Querkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers der Weg erschwert wird, wird ihre Bildung überhaupt gehindert.

6. Eine Aufhebung des Querfeldes an der Kommutierungsstelle erzielt man durch Wendepole, die gleichzeitig das für die Kommutierung erforderliche Feld schaffen, so daß eine Bürstenverschiebung nicht erforderlich ist (vergl. S. 171).

7. Bei Maschinen für besonders schwierige Betriebsbedingungen (stoßweise Belastung) muß verhindert werden, daß infolge der Quermagnetisierung die Kraftliniendichte an der Austrittsstelle des Ankers zu groß wird, was eine zu hohe Spannung pro Kollektorsegment und daher ein

Überschlagen der Spannung am Kollektor zur Folge haben kann (Rundfeuer). Man erreicht die Aufhebung der Quermagnetisierung durch eine Kompensationswicklung. Bei der von Deri angegebenen Art der Kompensation besitzt das Magnetgestell keine ausgeprägten Pole, sondern es wird, wie beim Induktionsmotor, durch einen Ring dargestellt, der eine Trommelwicklung trägt (Fig. 116). Diese Trommelwicklung ist in der Figur als die äußere gezeichnet. Die Achse des von ihr erzeugten Magnetfeldes verläuft senkrecht von oben nach unten. Die vom Ankerstrom durchflossene Kompensationswicklung ist ebenfalls auf dem feststehenden Teil, und zwar um  $90^\circ$  gegen die Magnetwicklung verschoben, angeordnet. Wie die Figur zeigt, hebt diese Wicklung die Wirkung des Ankerstromes bei allen Belastungszuständen genau auf. Dadurch, daß man die Achse der Kompensationswicklung in der Drehrichtung verschiebt, kann man zugleich eine Verstärkung des Hauptmagnetfeldes erzielen. Dadurch wird dann der Ohmsche Spannungsabfall bei Belastung ausgeglichen, so daß die Maschine als Compoundmaschine arbeitet.\*)

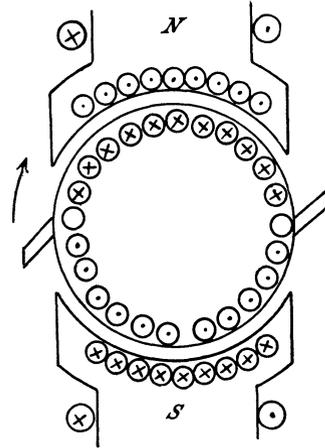


Fig. 117. Kompensation von Maschinen mit ausgeprägten Polen.

Die Kompensation läßt sich jedoch ebensowohl auch bei Maschinen mit ausgeprägten Polen ausführen (vergl. Fig. 117). In diesem Falle werden die Drähte der Kompensationswicklung in Nuten des Polschuhes untergebracht.

## 55. Funkenfreie Kommutierung.

Um die Bedingung für funkenfreien Gang zu ermitteln, behandeln wir nur den einfachsten Fall, in welchem eine Bürste gleichzeitig nicht mehr als zwei Lamellen kurzschließt. Der etwaige Einfluß des gleichzeitigen Kurzschlusses benachbarter Drähte durch eine zweite, ungleichnamige Bürste werde vorläufig vernachlässigt. Wir betrachten nun:

1. den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten, mit Vernachlässigung der Selbstinduktion;
2. den Einfluß der Selbstinduktion auf den Kurzschlußstrom;
3. die Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone;

\*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. I. 2. Aufl. 1906.

4. die Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion durch Verschiebung der Bürsten oder durch Wendepole.

1. Die Spule besitze keine Selbstinduktion. Ihr Widerstand, sowie der Widerstand der Zuleitungen zum Kollektor werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Die Bürsten mögen in der praktischen neutralen Zone stehen. Nach Fig. 118 sei:

- $I$  der Strom in einer Ankerabteilung,
- $i$  der zeitlich wechselnde Kurzschlußstrom,
- $i_1$  der Strom unter der auflaufenden Bürstenspitze,
- $i_2$  der Strom unter der ablaufenden Bürstenspitze,
- $R$  der Übergangswiderstand der Bürste,
- $R_1$  der Widerstand der auflaufenden Bürstenspitze,
- $R_2$  der Widerstand der ablaufenden Bürstenspitze,
- $t$  die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses,
- $t_k$  die Zeitdauer des Kurzschlusses.

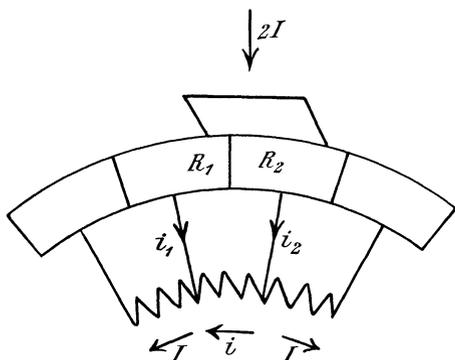


Fig. 118. Stromverlauf beim Kurzschluß einer Spule.

Wenn wir von dem Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so sind die Übergangswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  umgekehrt proportional der Berührungsfläche. Es ist also:

$$R_1 = R \cdot \frac{t_k}{t},$$

$$R_2 = \frac{R \cdot t_k}{t_k - t}.$$

Der Strom  $2I$  fließt aus dem Netz auf die Bürste und teilt sich dort in 2 ungleiche Teile. Durch den Widerstand  $R_2$  fließt nach Fig. 118 der Strom  $I$  der rechten Ankerhälfte und der Strom  $i$  der kurzgeschlossenen Spule. Die Richtung des letzteren ist in Fig. 118 so gezeichnet, wie sie vor Beginn der Kommutierung vorhanden war. Fig. 118 entspricht also der Zeit im Anfang der Kommutierung, während welcher der bisherige Strom in der betrachteten Spule abnimmt. Es ist dann:

$$i_1 = I - i, \quad i_2 = I + i.$$

Diese Gleichungen bleiben auch richtig, nachdem der Strom  $i$  seine Richtung umgekehrt hat, also negativ geworden ist. Da wir den Widerstand der kurzgeschlossenen Spule wegen seiner Kleinheit vernachlässigen, so ergibt die 2. Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreis (Fig. 118):

$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 = 0.$$

Wenn wir die obigen Werte für  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $R_1$  und  $R_2$  einsetzen und für  $i$  auflösen, erhalten wir:

$$i = I - 2I \cdot \frac{t}{t_k}. \quad (\text{a})$$

In Fig. 119 ist  $OG$  die Abszissenachse, und die Zeit  $t$  ist als Abszisse und der Augenblickswert des Kurzschlußstromes  $i$  als Ordinate aufgetragen. Aus Gleichung (a) erhalten wir:

$$\begin{aligned} t = 0, & \quad i = I, \\ t = \frac{t_k}{2}, & \quad i = 0, \\ t = t_k, & \quad i = -I. \end{aligned}$$

Auf diese Weise ergibt sich die gezeichnete Gerade. Zu einer beliebigen Zeit  $t = BC$  ist dann:

$$i = OC, \quad i_1 = I - i = AB, \quad i_2 = I + i = BD.$$

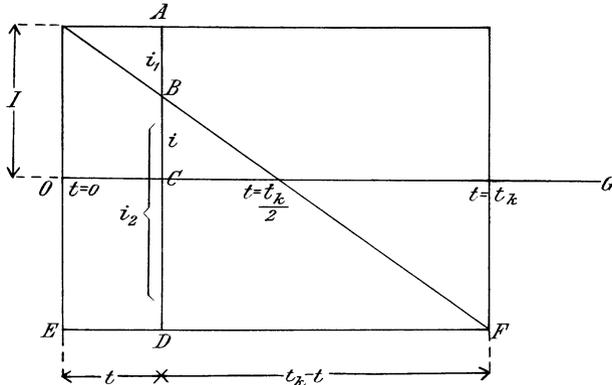


Fig. 119. Zeitlicher Verlauf des Kurzschlußstromes unter Vernachlässigung der Selbstinduktion.

Die Ordinaten zwischen der Wagerechten  $EF$  und der schrägen Geraden stellen uns also den Strom  $i_2$  in der ablaufenden Bürstenspitze dar. Nun ist die Berührungsfläche der ablaufenden Bürstenspitze proportional dem Werte  $t_k - t$ . Demnach ist die Stromdichte unter dieser Bürstenspitze proportional dem Verhältnis  $\frac{i_2}{t_k - t}$ . Da dieses Verhältnis nach der Figur konstant gleich  $\frac{2I}{t_k}$  ist, so folgt, daß die Stromdichte in allen Zeitpunkten des Kurzschlusses und auf der ganzen Bürstenfläche die gleiche ist. Eine schädliche Funkenbildung tritt dabei nicht auf, indem der Strom in der ablaufenden Lamelle proportional mit der abnehmenden Berührungsfläche abnimmt und zuletzt bis auf Null sinkt. Zugleich fließt am Ende des Kurzschlusses in der Spule schon der Strom  $-I$ , d. h. der Übergang in die neue Ankerhälfte erfolgt beim Aufhören des Kurzschlusses ohne Änderung in der Spule selbst.

2. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse wesentlich ungünstiger als oben angenommen wurde. Die kurzgeschlossene Spule erzeugt Kraftlinien, die beim Verschwinden des bisherigen Stromes und beim Entstehen des neuen Stromes durch die Spule selbst hindurchschneiden. Dadurch entsteht eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die das Abfallen des Stromes und ebenso das Anwachsen im entgegengesetzten Sinne verzögert. Die Kurve des Kurzschlußstromes verläuft dann nicht geradlinig, wie in Fig. 119, sondern konkav gegen die untere Horizontale, wie in Fig. 120. Der Kurzschlußstrom geht also nicht mehr zur Zeit  $\frac{t_k}{2}$ , sondern erst viel später durch Null hindurch.

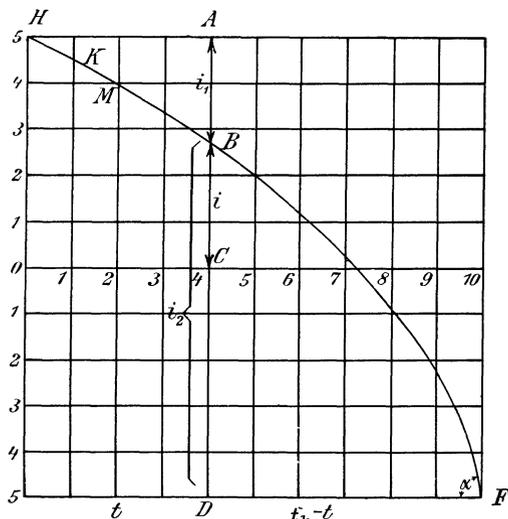


Fig. 120. Kurzschlußkurve mit Berücksichtigung der Selbstinduktion.

auf S. 85 den Wert  $-L \cdot \frac{di}{dt}$ , sowie für  $R_1$  und  $R_2$  die betreffenden Werte aus S. 164 ein und erhalten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{R \cdot t_k}{L} \left( \frac{i_2}{t_k - t} - \frac{i_1}{t} \right). \quad (29)$$

Dabei ist  $i_2 = I + i$  und  $i_1 = I - i$ . Die Kurzschlußkurve ergibt sich dann am besten graphisch. \*) Es sei z. B.:

$$t_k = 10, \quad I = 5, \quad L = 1, \quad R = \frac{1}{10}.$$

d. h.:

$$\frac{R \cdot t_k}{L} = 1.$$

\*) Vergl. Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. ETZ 1902, S. 865.

Um die Kurve des Kurzschlußstromes mit Berücksichtigung der Selbstinduktion zu zeichnen, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlußkreis mit Selbstinduktion auf. Dabei berücksichtigen wir, daß die Selbstinduktion  $E_s$  dem abfallenden Strome  $i$ , also auch in dem in Fig. 118 gezeichneten Augenblick dem Strome  $i_2$  gleichgerichtet ist. Wir erhalten also:

$$E_s = i_2 \cdot R_2 - i_1 \cdot R_1.$$

Wir setzen nun für  $E_s$  nach Gleichung (24)

Im Anfang des Kurzschlusses wird  $t = 0$  und der Strom in der ablaufenden Bürstenspitze ist gleich  $2I$ . Ferner ist für  $t = 0$  nach Fig. 120, wenn wir den Anfang der Kurve als geradlinig betrachten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{i_1}{t}.$$

Durch Einsetzung dieser Werte in Gleichung (29) erhalten wir:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{R \cdot t_k}{L} \left( \frac{2I}{t_k} - \frac{i_1}{t} \right)$$

oder, wenn wir für  $\frac{i_1}{t}$  auflösen und die angenommenen Zahlenwerte einsetzen:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{2I \cdot R}{L \left( 1 + \frac{R \cdot t_k}{L} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Wir ziehen also in Fig. 120 vom Punkt  $H$  aus mit der Neigung 1:2 gegen die Horizontale eine Gerade und wählen auf ihr willkürlich einen Punkt  $K$ , welcher der Zeit  $t = 1$  entspricht. Dafür wird:

$$i_1 = 0,5, \quad i_2 = 9,5, \quad t = 1, \quad t_k - t = 9.$$

Demnach wird nach Gleichung (29):

$$\frac{di}{dt} = 1 \left( \frac{9,5}{9} - \frac{0,5}{1} \right) = -0,555.$$

Dieser Wert ist die trigonometrische Tangente des Winkels, den die geometrische Tangente im Punkt  $K$  mit der Wagerechten bildet. Wir legen also durch  $K$  eine Gerade mit dem Gefälle 0,555:1 und wählen auf ihr wieder willkürlich einen Punkt  $M$ , für den  $t = 2$  ist. Dafür wird

$$i_1 = 1,055, \quad i_2 = 8,945, \quad t = 2, \quad t_k - t = 8.$$

Wir berechnen dann wieder  $\frac{di}{dt}$  nach Gleichung (29) und ziehen durch  $M$  die entsprechende Gerade. Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so unsere Kurve mit ziemlich großer Genauigkeit. Für eine beliebige Zeit  $t$  ist dann  $AB = i_1$ ,  $BC = i$ ,  $BD = i_2$ . Der Strom  $i$  wird schließlich negativ. Man sieht deutlich, daß die Änderung des Stromes im zweiten Teil des Kurzschlusses sehr schnell erfolgt.

3. Zur Aufstellung der Bedingung für funkenlosen Gang ermitteln wir die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze. An dieser wird für  $t = t_k$  der Übergangswiderstand unendlich groß, also der Strom  $i_2$  gleich Null. Da auch  $t_k - t$  gleich Null wird, so nimmt der Ausdruck  $i_2 : (t_k - t)$ , welcher der Stromdichte proportional ist, die Form  $0:0$  an.

Wir fassen nun zunächst einen Fall ins Auge, in welchem am Ende des Kurzschlusses der Differenzialquotient  $\frac{di}{dt}$  gleich dem Verhältnis der

Ordinate zu der von rechts an gemessenen Abszisse ist, so daß wir im letzten Teil der Kurve setzen können:

$$-\frac{di}{dt} (t=t_k) = \frac{i_2}{t_k - t}.$$

Diese Bedingung ist immer erfüllt, wenn die Kurzschlußkurve in ihrem letzten Teil gradlinig ist und die Abszissenachse unter einem spitzen Winkel schneidet, d. h. wenn die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze, die dem Quotienten  $\frac{i_2}{t_k - t}$  proportional ist, endlich bleibt.

Nun wird am Ende des Kurzschlusses:

$$\frac{i_1}{t} (t=t_k) = \frac{2I}{t_k}.$$

Setzen wir die obigen beiden Werte in Gleichung (29) auf S. 166 ein und formen wir um, so erhalten wir:

$$\frac{i_2}{t_k - t} (t=t_k) = \frac{2I \cdot R}{L \cdot \left(\frac{R \cdot t_k}{L} - 1\right)}.$$

Die Gleichung zeigt deutlich, daß die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze um so kleiner ist, je größer der Wert  $\frac{R \cdot t_k}{L} - 1$  ist.

Für  $\frac{R \cdot t_k}{L} = 1$  wird die Stromdichte unendlich groß. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also:

$$\frac{R \cdot t_k}{L} > 1. \quad (30)$$

Für  $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$  gibt die vorletzte Gleichung anscheinend einen negativen Wert der Stromdichte. Es ist jedoch zu beachten, daß in Gleichung (29) für  $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$  der Ausdruck  $-\frac{di}{dt}$  kleiner wird als  $\frac{i_2}{t_k - t}$ . Die obige, unserer Ableitung zugrunde liegende Annahme, daß beide Ausdrücke im letzten Teil der Kurve einander gleichgesetzt werden können, trifft also nicht mehr zu.

Wir betrachten nun den zweiten Fall, in welchem am Ende des Kurzschlusses der Ausdruck  $-\frac{di}{dt}$  nicht ebenso groß, sondern kleiner ist wie  $\frac{i_2}{t_k - t}$ . Dieser Fall kann nach Gleichung (29) nur eintreten, wenn beide Größen unendlich groß werden. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse, daß man für  $\frac{R \cdot t_k}{L} < 1$  eine unendliche Stromdichte an der ablaufenden Bürstenspitze erhält.

Multiplizieren wir die Ungleichung  $\frac{R \cdot t_k}{L} > 1$  mit  $2I$ , so erhalten wir:

$$2I \cdot R > \frac{2I \cdot L}{t_k}.$$

Darin stellt die linke Seite den Ohmschen Spannungsverlust im Übergangswiderstand der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte dar, während die rechte Seite nach S. 86 die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule angibt. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also, daß die Ohmsche Spannung größer sein soll als die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. Da nun der Ohmsche Verlust in einer Kohlenbürste in der Praxis immer etwa ein Volt beträgt, so folgt, daß die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, wenn nicht besondere Vorkehrungen zur Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion getroffen werden, kleiner sein muß als ein Volt.

Zur Berechnung der Induktivität  $L$  hat man die bei einem Ampere von der Spule erzeugten Kraftlinien mit der Windungszahl der Spule und gegebenenfalls mit der Anzahl der in Reihe kurzgeschlossenen Spulen zu multiplizieren. Falls gleichzeitig eine in derselben Nut liegende Spulenseite, der in demselben Sinne durchflossen wird, durch eine ungleichnamige Bürste kurzgeschlossen wird, so ist für die Drahtlänge innerhalb der Nut der doppelte Wert einzusetzen. Im übrigen wird die Berechnung dadurch verhältnismäßig einfach, daß man nach Hobart für ein Ampere und für ein Zentimeter Drahtlänge bei Einbettung in Eisen 4—6 Kraftlinien rechnet, während man für ein Ampere und für ein Zentimeter freier Länge 0,8 Kraftlinien annimmt.

Wie weit die Verhältnisse geändert werden, wenn eine Bürste gleichzeitig mehr als 2 Segmente überdeckt, läßt sich rechnerisch kaum verfolgen. Durch die breiten Bürsten wird allerdings die Kommutierungszeit verlängert. Gleichzeitig wächst aber in demselben Maße die Zahl der kurzgeschlossenen Spulen, d. h. der Kraftlinienfluß, der durch eine einzelne Spule hindurchschneidet. Man rechnet daher am einfachsten mit derselben Selbstinduktion und Kommutierungszeit wie bei schmalen Bürsten (vergl. auch Hobart, ETZ 1903, S. 821).

Die theoretisch abgeleitete Bedingung für funkenlosen Gang stimmt bei Kohlenbürsten gut mit den praktischen Erfahrungen überein. Bei Kupferbürsten, deren Widerstand immer sehr gering ist, ist die obige Bedingung oft nicht erfüllt, und man kann dann doch oft die Beobachtung machen, daß die Maschinen funkenfrei laufen. Dies erklärt sich wahrscheinlich daraus, daß schon durch eine ganz geringe, kaum sichtbare Funkenbildung der Übergangswiderstand der Kupferbürsten rasch wächst.

Aus Gleichung (30) folgt zunächst, daß zur Erzielung eines funkenlosen Ganges ein großer Übergangswiderstand der Bürsten vorteilhaft ist. Man gibt daher fast allgemein den Kohlenbürsten den Vorzug vor den Kupferbürsten. Nur bei Maschinen mit ganz geringer Spannung und hoher Stromstärke für elektrolytische Zwecke sind die Kohlenbürsten wegen des hohen Spannungsverlustes nicht verwendbar.

Ferner ergibt sich der ungünstige Einfluß einer hohen Drehzahl, da dadurch die Zeitdauer der Kommutierung zu klein wird. Der Bau von Turbogeneratoren für Gleichstrom machte daher anfangs gewisse Schwierigkeiten. Diese wurden früher noch dadurch vermehrt, daß man mit Rücksicht auf die großen Reibungsverluste auf die Anwendung von Kohlenbürsten verzichtete. Durch besondere Ventilation des Kommutators ist es indessen gelungen, aller Schwierigkeiten Herr zu werden. Wesentlich hat auch die Einführung der Wendepole (siehe unten) den Gleichstromturbogenerator lebensfähig gemacht.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es, daß die Induktivität der kurzgeschlossenen Spule genügend klein gehalten wird. Man verwendet daher offene Nuten und bei großen Maschinen nur einen Stab für die Spulenseite. Auch ist es vorteilhaft, wenn die von Bürsten ungleicher Polarität gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulenseiten nicht in derselben Nut liegen, da hierdurch die scheinbare Induktivität geradezu verdoppelt werden würde. In dieser Beziehung ist die Sehnenwicklung günstig gestellt.

4. Wir gehen nun zu dem Fall über, in welchem man den Kommutierungsvorgang dadurch erleichtert, daß man den Kurzschluß in einem magnetischen Feld von passender Stärke vor sich gehen läßt. Dazu verschiebt man bei Generatoren die Bürsten in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus (Fig. 112). Wir sahen schon früher, daß das äußere Feld dann eine elektromotorische Kraft erzeugt, welche die Selbstinduktion aufhebt. Dabei kommt alles darauf an, ein äußeres Feld von passender Stärke zu schaffen. In erster Linie erreicht man dies durch besondere Formen der Polschuhe. Unter allen Umständen muß der Übergang der Spulenseite aus der neutralen Zone in das aktive Feld ein ganz allmählicher sein. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Polschuhe, wie sie früher bei den Schuckertmaschinen üblich war, diente dazu, die Einstellung der Bürsten zu erleichtern. Dagegen ist die früher übliche Konstruktion mit zusammenhängenden Polen (Polbüchse von Dolivo Dobrowolsky) ziemlich aufgegeben. Sie ergibt zwar einen sehr allmählichen Übergang des äußeren Feldes in die neutrale Zone, aber das Kommutierungsfeld ändert sich gerade bei diesen Maschinen sehr stark durch die Quermagnetisierung. Die Konstruktion war also nur zulässig, solange man während des Betriebes die Bürsten verstellte; sie ist aber jetzt, wo die Maschinen zwischen Leerlauf und 25 % Überlastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeiten sollen, kaum mehr verwendbar.

In viel vollkommenerer Weise erreicht man die Aufhebung der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule durch Hilfspole, sog. Wendepole, die in der neutralen Zone angeordnet sind (Fig. 121). Sie werden derartig vom Hauptstrom umflossen, daß an der Kommutierungsstelle sowohl das vom Anker erzeugte Querfeld neutralisiert als auch das

zusätzliche „Kommutierungsfeld“ geschaffen wird. Die Amperewindungen auf je einem Wende-Polpaar müssen also größer sein, als die Amperewindungen des Ankers für ein Polpaar. Fig. 121 zeigt deutlich, wie die Amperewindungen der Hilfspole denen des Ankers entgegenwirken. Die vorzüglichen Erfolge bei Wendepolen beruhen darauf, daß mit der Belastung, d. h. zunehmender Stromstärke und wachsender Quermagnetisierung, gleichzeitig die magnetomotorische Kraft der vom Hauptstrom durchflossenen Wendepolwicklung wächst. Die Wendepole finden daher in neuerer Zeit mehr und mehr Anwendung.

Um den Einfluß des „Kommutierungsfeldes“ zu zeigen, greifen wir einen besonders einfachen Fall heraus. Wir wollen annehmen, daß unter

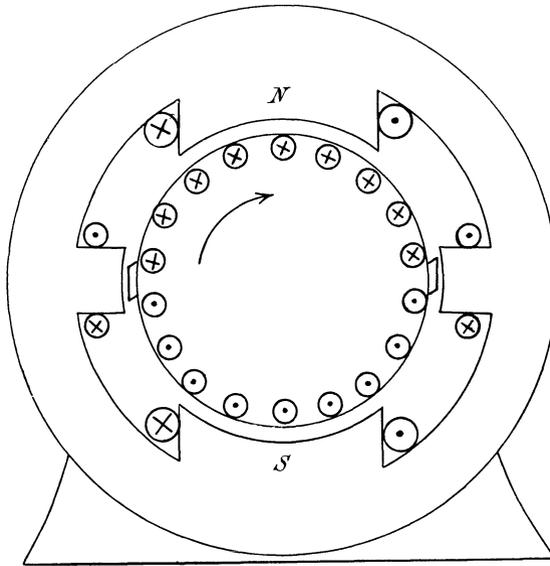


Fig. 121. Maschine mit Wendepolen.

der Entgegenwirkung der Selbstinduktion und der von außen induzierten elektromotorischen Kraft ein geradliniger Verlauf der Kurve zustande kommt, wie wir ihn oben wegen der gleichmäßigen Stromdichte unter der Bürste als günstig dargestellt haben. Dann ist der Wert von  $\frac{di}{dt}$  nach Fig. 119 gleich  $-\frac{2I}{t_k}$ , und es wird in jedem Augenblick:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2I}{t_k}.$$

Die von außen induzierte elektromotorische Kraft muß dann in jedem Augenblick ebenso groß sein, wie dieser Wert von  $E_s$ , d. h. um den geradlinigen Verlauf der Kurve und gleichmäßige Stromdichte unter der Bürste zu erreichen, muß der Kurzschluß während der ganzen Zeit  $t_k$  in einem gleichmäßigen äußeren Felde von passender Stärke statt-

finden.\*) Dabei kann theoretisch die Selbstinduktion beliebig hoch sein. Es ist indessen zu beachten, daß in den Fällen, in denen man zur Erzielung des Kommutierungsfeldes die kurzgeschlossene Spule in den Bereich des aktiven Magnetfeldes verschiebt, die Stärke des Kommutierungsfeldes sich infolge der Quermagnetisierung des Ankers mit der Belastung stark ändert. Wesentlich größere Werte der Selbstinduktion sind zuzulassen, wenn man Wendepole verwendet.

## 56. Spannungsteilung.

Der Vorteil der Spannungsteilung ist schon auf S. 28 gezeigt. Ebenso ist dort die erste und anschaulichste Methode der Spannungsteilung durch zwei hintereinander geschaltete Generatoren erwähnt worden. Da nun aber zwei kleine Maschinen teurer werden als eine einzige größere, so wird die beschriebene Art der Spannungsteilung selten mehr angewendet. Statt dessen ist eine Reihe von anderen Verfahren zur Anwendung gekommen.

Besonders einfach erreicht man eine Spannungsteilung, wenn eine Batterie parallel zur Maschine arbeitet. Man führt dann einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Allerdings hat man dabei den Nachteil, daß die beiden Batteriehälften oft in ungleicher Weise beansprucht werden.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, elektrisch hintereinander geschaltete Motoren als Spannungsteiler verwenden (Fig. 122). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften laufen beide Motoren leer, und die ganze Maschinenspannung verteilt sich bei gleicher Konstruktion und Erregung in gleicher Weise auf beide Motoren. Ist jedoch das Netz, wie in der Figur, ungleich belastet, so wirkt die Maschine *I* auf der stärker belasteten Seite als Generator, der den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In den Motor *II* fließt dann so viel Strom, wie nötig ist, um die Leerlaufarbeit der beiden Hilfsmaschinen und die Arbeitsleistung des Generators *I* zu liefern.

Um die Verhältnisse zu übersehen, machen wir die Annahme, daß der Ohmsche Widerstand beider Hilfsmaschinen zu vernachlässigen ist. Es sei  $I_0$  der Leerstrom jeder Hilfsmaschine bei gleichmäßiger Netzbelastung und  $e$  die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufleistung für die Zusatzmaschinen zusammen gleich  $2e \cdot I_0$ . Wird nun die Maschine *I* zum Generator und liefert sie einen Strom  $x$ , so ist ihre Leistung  $e \cdot x$ . Die als Motor laufende Maschine *II* verbraucht also die Leistung  $2e \cdot I_0 + e \cdot x$  bei einer Spannung  $e$ . Die Stromstärke in der Maschine *II* ist also  $2I_0 + x$ . Nach der 1. Kirchhoffschen Regel ist

---

\*) Vergl. Pichelmayr, ETZ 1903, S. 1081.

dann der Strom im Mittelleiter  $2I_0 + 2x$ . Das ist zugleich die Differenz der Ströme  $I_1$  und  $I_2$ . Daraus folgt:

$$I_1 - I_2 = 2I_0 + 2x$$

oder

$$x = \frac{I_1 - I_2}{2} - I_0.$$

Ist z. B.  $I_1 = 200$ ,  $I_2 = 150$ ,  $I_0 = 5$ , so wird der Strom des Generators  $I$ :

$$x = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20.$$

Die Maschine  $II$  verbraucht dann den Strom:

$$x + 2I_0 = 20 + 10 = 30$$

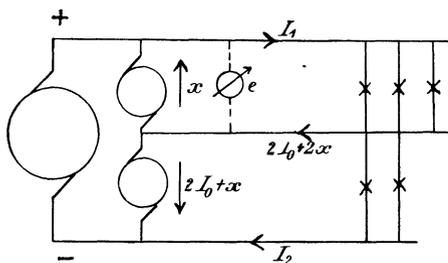


Fig. 122.

Stromverteilung bei Dreileitersystem.

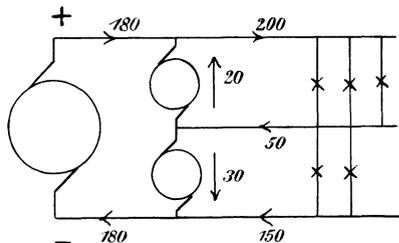


Fig. 123.

und die Stromstärke der Hauptmaschine wird nach Fig. 123 gleich 180 Ampere.

Wie sich in Abschnitt 27 ergab, wird in der als Motor laufenden Maschine eine elektromotorische Gegenkraft induziert, die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung ist. Da nun die Maschinen  $I$  und  $II$  in bezug auf Konstruktion, Erregung und Drehzahl gleich sind, so folgt, daß ihre elektromotorischen Kräfte dieselben sind. Demnach sind auch ihre Klemmenspannungen gleich, d. h. die Spannungsteilung ist vollkommen.

In Wirklichkeit wird das Ergebnis durch den Spannungsverlust im Anker beeinflußt, da die Klemmenspannung der als Generator laufenden Hilfsmaschine der Gleichung  $e = E - I_a \cdot R_a$  und die des Motors der Gleichung  $e = E + I_a \cdot R_a$  entspricht. Da die als Generator arbeitende Hilfsmaschine an der stärker belasteten Seite liegt, so hat diese Seite die geringere Spannung. Man kann den Unterschied verringern, wenn man jede Einzelmachine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregt, oder wenn man den Strom des Mittelleiters benutzt, um das Feld des Generators zu verstärken und das des Motors zu schwächen.\*)

\*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. II. 2. Aufl. 1907. S. 550.

Besonders einfach ist die Spannungsteilung mittels einer Drosselspule nach Dolivo Dobrowolsky (Fig. 124). Dabei werden zwei Punkte der Wickelung, die bei zweipoligen Maschinen um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. An diese wird eine sog. Drosselspule angeschlossen, die um einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wickelung der Drosselspule fließt dann ein Wechselstrom, dessen Kraftlinien beim Entstehen und Verschwinden durch die Windungen der Spule hindurchschneiden. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch induzierte elektromotorische Kraft dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordent-

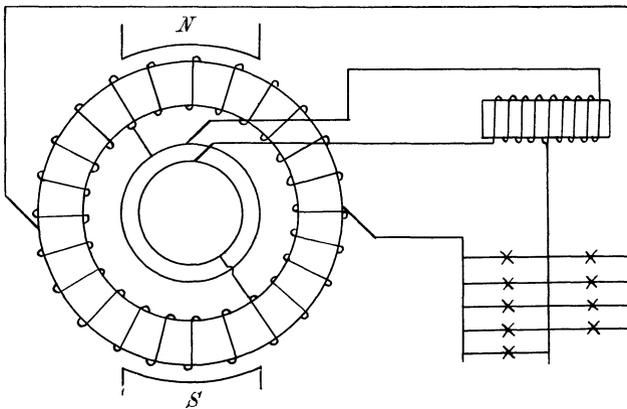


Fig. 124. Spannungsteilung durch Drosselspule.

lich gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist. Wenn nun der Mittelleiter an den Mittelpunkt der Drosselspule angeschlossen wird, so herrscht zwischen ihm und jedem Außenleiter die halbe Maschinenspannung.

Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel,<sup>\*)</sup> bei der drei, um  $\frac{2}{3}$  der Polteilung abstehende Punkte der Wickelung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen, die je mit einem der Schleifringe verbunden werden, eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vergl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

<sup>\*)</sup> ETZ 1898, S. 544.

## Achstes Kapitel.

57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung. — 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung. — 59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe. — 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung. — 61. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

### 57. Die fremderregte Maschine bei Veränderung der Drehzahl, Erregung und Belastung.

Wir betrachten eine Maschine, deren Schenkelwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist wird. (Fig. 125). Die Maschine

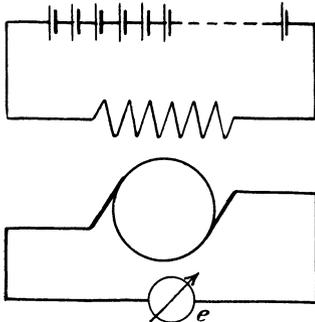


Fig. 125.

Schaltungsbild für konstant erregte Maschine bei Änderung der Drehzahl.

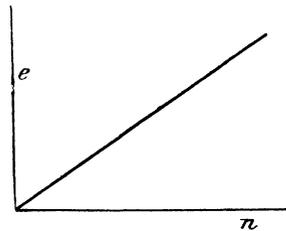


Fig. 126.

Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl bei konstanter Erregung.

laufe zunächst leer. Wir lassen die Erregung ungeändert und verändern nur die Drehzahl. Nach Gleichung (27) auf S. 134 ist die elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung  $n$  jetzt die einzige Veränderliche ist, so ist die elektromotorische Kraft proportional der Drehzahl. Wenn wir also die Drehzahl als Abszisse und die Spannung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Gerade in Fig. 126.

Wir verändern jetzt unsern Versuch, indem wir die Drehzahl ungeändert lassen und den Erregerstrom durch einen Vorschaltwiderstand verändern (Fig. 127a). Wir tragen dann den Erregerstrom  $I_m$  oder die

Amperewindungen der Magnete als Abszisse und die abgelesene Spannung als Ordinate auf (Fig. 127b) und erhalten so die Leerlaufcharakteristik. Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schließlich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Kraftlinien und der Spannung bewirkt.

Nun ist die Spannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft. Da diese der Kraftlinienzahl  $N$  proportional ist, so stellen uns die Ordinaten der Fig. 127b im passenden Maßstabe die Kraftlinien  $N$  dar. Wir können die Leerlaufcharakteristik daher mit Recht als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.

Zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufcharakteristik besteht jedoch ein wesentlicher Unterschied. Die Abszissen der Magnetisierungskurven sind die Amperewindungen für ein

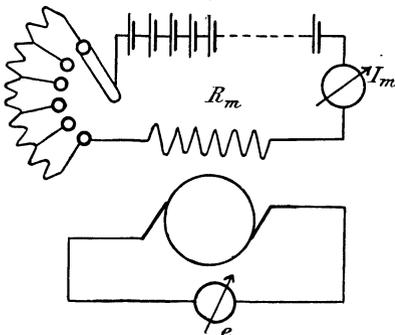


Fig. 127 a. Schaltungsdiagramm für Aufnahme der Leerlaufcharakteristik.

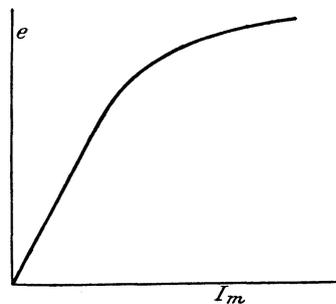


Fig. 127 b. Leerlaufcharakteristik.

Zentimeter des Kraftlinienweges, die der Charakteristik sind die Ampere-windungen für den ganzen Kraftlinienweg. Ferner geben uns die Ordinaten der Magnetisierungskurven die Kraftlinien für ein Quadrat-zentimeter, die der Charakteristik aber die gesamten Kraftlinien im Anker bezw. die induzierte Spannung.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufcharakteristik einer gegebenen Maschine vorauszuberechnen, und ermitteln dazu zunächst die Querschnitte der Kraftlinienpfade in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Nach der im Maßstabe 1:4 gezeichneten Fig. 128 und der im Maßstab 1:1 gezeichneten Fig. 129 sei:

- der Ankerdurchmesser . . . . .  $d = 15,0$  cm,
- der Durchmesser des inneren Hohlraumes (bei massiven Anker  
den Wellendurchmesser) . . .  $d_0 = 3,5$  „
- die Ankerlänge in Richtung der Achse . . . . .  $b = 11,0$  „
- die Nutentiefe . . . . .  $h_n = 2,0$  „
- die Nutenbreite . . . . .  $b_n = 0,5$  „

der Abstand zwischen Anker und Pol . . . . .	= 0,2 cm,
der Winkel der Polbohrung . . . . .	$\beta = 70^\circ$ ,
der Raumverlust durch Papierisolation . . . . .	= 15 ‰,
der Durchmesser der Polkerne . . . . .	= 7,4 cm,
der Einzelquerschnitt des Joches . . . . .	= 37 qcm,
die Nutenzahl . . . . .	$S = 36$ .

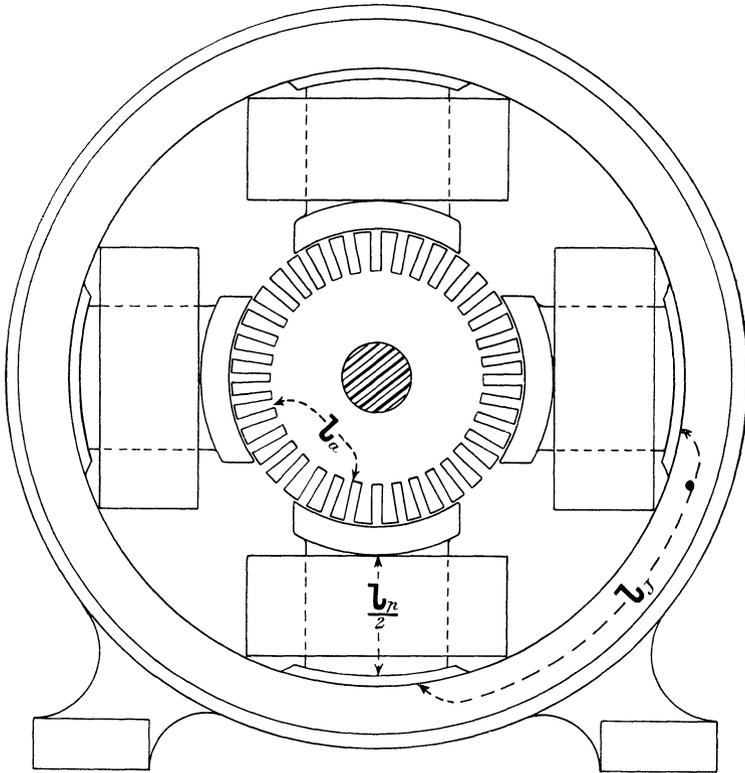


Fig. 128. Schnitzzeichnung einer vierpoligen Maschine.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien zu:

$$Q_a = 0,85 (d - d_0 - 2 h_n) \cdot b = 70 \text{ qcm.}$$

Den Zahnquerschnitt für die Kraftlinien erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und die Differenz mit  $\frac{b \cdot \beta}{360}$  multiplizieren. Berücksichtigen wir dann noch den Faktor 0,85 für die Papierisolation, so ergibt sich der Zahnquerschnitt zu:

$$Q_z = 0,85 \left[ (d - h_n) \pi - S \cdot b_n \right] \frac{b \cdot \beta}{360} = 41,5 \text{ qcm.}$$

Der Luftquerschnitt  $Q_l$  ergibt sich, da die Kraftlinien in der durch Fig. 129 dargestellten Weise in den Anker treten, als das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol. Ist also der doppelte Luftabstand

$$l_l = 0,4 \text{ cm},$$

so ergibt sich die Fläche der Polbohrung zu:

$$(d + l_l) \pi \cdot \frac{\beta \cdot b}{360} = 104 \text{ qcm.}$$

Andererseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten:

$$(d \pi - 36 \cdot b_n) \cdot \frac{b \cdot \beta}{360} = 62 \text{ qcm.}$$

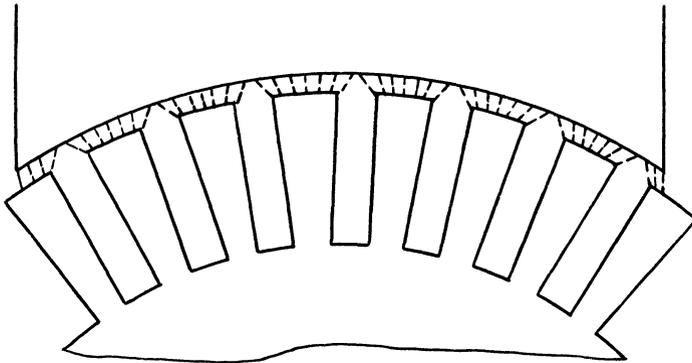


Fig. 129. Kraftflußverteilung im Luftraum.

Als Mittel aus den beiden ermittelten Werten erhalten wir:

$$Q_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ qcm.}$$

Der Querschnitt der runden Polkerne ergibt sich zu:

$$Q_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ qcm.}$$

Der Jochquerschnitt für den Kraftfluß eines Poles ist das Doppelte des Einzelquerschnittes, da der Kraftlinienfluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt. Wir erhalten so:

$$Q_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ qcm.}$$

Die Längen der Kraftlinienwege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für  $l_l$  der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für  $l_z$  die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet  $l_p$  die doppelte Länge eines Polkernes, da die Kraftlinien eines magnetischen Kreises durch den Nordpol und den Südpol verlaufen. Dagegen ist für  $l_J$  die einfache Länge eines Kraftlinien-

weges im Joch einzusetzen. Der Kraftlinienweg in den Polschuhen soll vernachlässigt werden. Dann ergeben sich die im folgenden zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polkerne (Schmiedeeisen)	Joch (Gußeisen)
$Q_a = 70$	$Q_z = 41,5$	$Q_l = 83$	$Q_p = 43$	$Q_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22.$

Wir gehen nun dazu über, die Amperewindungen für jeden einzelnen Teil des magnetischen Kreises zu bestimmen. Zu dem Zwecke wählen wir nacheinander beliebige Werte der Kraftlinienzahl  $N$  und dividieren sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten Induktionen  $\mathfrak{B}$  erhalten wir aus Fig. 61 die zugehörigen Amperewindungen für ein Zentimeter  $\left(\frac{X}{l}\right)$ . Diese haben wir mit der Länge des Kraftlinienweges zu multiplizieren, um die Amperewindungen für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises zu erhalten.

Bei Berechnung der für die Polkerne und das Joch nötigen Amperewindungen müssen wir berücksichtigen, daß die Kraftlinienzahl  $N_m$  in den Magneten wegen der Streuung größer ist als die Kraftlinienzahl  $N$  im Anker. Schätzungsweise sei:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

1. Anker.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
	$\mathfrak{B}_a = \frac{N}{Q_a} = \frac{N}{70} = 2850$	5700	7150	8550
$\left(\frac{X}{l}\right)_a$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,5	1,1	1,4	1,8
$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 7 \left(\frac{X}{l}\right)_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6

2. Zähne.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
	$\mathfrak{B}_z = \frac{N}{Q_z} = \frac{N}{41,5} = 4800$	9650	12000	14400
$\left(\frac{X}{l}\right)_z$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,8	2,3	4	9
$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z = 4 \left(\frac{X}{l}\right)_z =$	3,2	9,2	16	36.

3. Luft.

Für die Luft gilt die Grundgleichung (20) auf S. 73:

$$\mathfrak{B}_l = \mathfrak{G}_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l}$$

oder

$$X_l = \frac{\mathfrak{B}_l \cdot l}{0,4\pi} = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l.$$

Wir erhalten also:

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_l = \frac{N}{Q_l} = \frac{N}{83} = 2400$		4820	6020	7220
$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 0,32 \mathfrak{B}_l = 770$		1540	1930	2310.

4. Polkerne.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N = 0,24$		0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_p = \frac{N_m}{Q_p} = \frac{N_m}{43} = 5600$		11200	14000	16800
$\left(\frac{X}{l}\right)_p$ aus der Kurve für Schmiedeeisen = 1,6		5	14	100
$X_p = \left(\frac{X}{l}\right)_p \cdot l_p = 12,5 \left(\frac{X}{l}\right)_p = 20$		62,5	175	1250.

5. Joch.

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N = 0,24$		0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_J = \frac{N_m}{Q_J} = \frac{N_m}{74} = 3250$		6500	8100	9720
$\left(\frac{X}{l}\right)_J$ aus der Kurve für Gußeisen = 4,1		19	53	197
$X_J = \left(\frac{X}{l}\right)_J \cdot l_J = 22 \left(\frac{X}{l}\right)_J = 90$		418	1160	2350.

Zusammenstellung:

	$N = 0,2$	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$X_a = 3,5$		7,7	9,8	12,6
$X_z = 3,2$		9,2	16	36
$X_l = 770$		1540	1930	2310
$X_p = 20$		62,5	175	1250
$X_J = 90$		418	1160	2350
$X = X_a + X_z + X_l + X_p + X_J = 890$		2040	3290	5960.

Wir tragen nun die Kraftlinienzahl  $N$  als Ordinate und die entsprechenden Amperewindungen  $X_a$ ,  $X_z$ ,  $X_l$  usw. als Abszisse auf und erhalten so die Kurven in Fig. 130. Die Kurve  $X_l$  ist dabei eine Gerade. Da die Werte  $X_a$  und  $X_z$  in unserm Falle überhaupt kaum in Betracht kommen, so sind nur die Kurven für  $X_l$ ,  $X_p$ ,  $X_J$  und  $X$  gezeichnet. Aus der Figur ist sehr leicht zu erkennen, wieviel von der gesamten Magneterregung  $X$  für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises verbraucht wird. So z. B. ist für die Kraftlinienzahl  $OA$  die Erregung  $AE$  aufzuwenden. Davon entfällt auf die Polkerne der Betrag  $AB$ , auf das Joch der Betrag  $AC$  und auf die Luft der Betrag  $AD$ . Dabei ist die Bedingung erfüllt:

$$AB + AC + AD = AE.$$

Man sieht ferner, daß die Kurve für  $X$  sich anfangs der Geraden  $X_l$  anschmiegt, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens immer flacher verläuft.

Nun erhalten wir aus den Kraftlinien  $N$  unmittelbar die elektromotorische Kraft nach Gleichung (27) auf S. 134:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist also z. B. die Drehzahl  $n$  gleich 1665 und die Drahtzahl  $z$  auf dem Anker gleich 720, so erhalten wir bei Parallelwicklung:

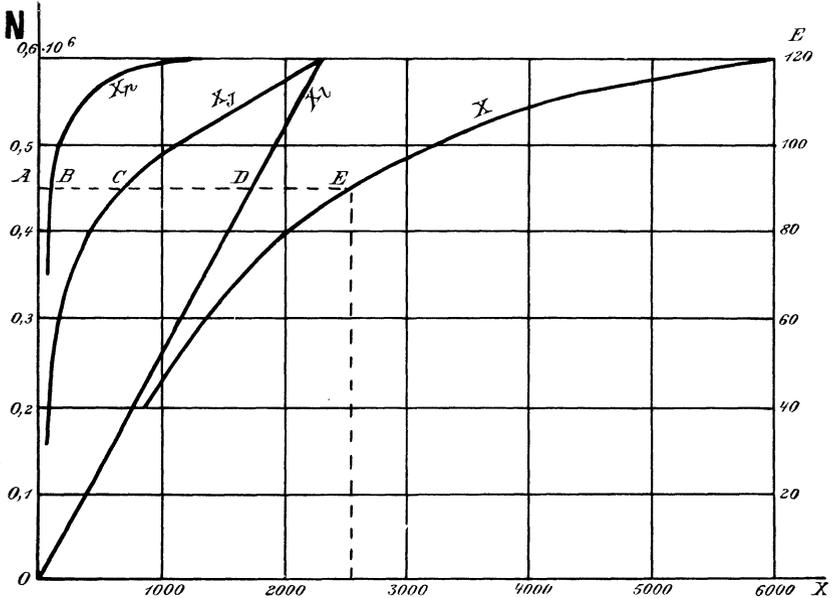


Fig. 130. Zusammensetzung der Gesamtcharakteristik aus den Charakteristiken der einzelnen Teile des magnetischen Kreises.

$$E = N \cdot \frac{1665}{60} \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 200 \cdot N \cdot 10^{-6}.$$

Die Ordinaten der Kurve  $X$  geben uns also in dem an der rechten Seite der Figur eingeschriebenen Maßstabe ohne weiteres die elektromotorische Kraft. Übrigens muß darauf hingewiesen werden, daß der Wert von  $X$  sich auf ein Polpaar bezieht, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und die Kraftlinienzahl eines Nordpoles mit dem Buchstaben  $N$  bezeichnet war. Die Amperewindungen auf allen Polpaaren sind also gleich  $p \cdot X$ .

Wir gehen jetzt dazu über, das Verhalten einer konstant erregten Maschine bei veränderter Belastung darzustellen. Wir lassen dabei die Drehzahl ungeändert und schließen die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch nebeneinander geschaltete

Glühlampen. Je mehr solcher Lampen wir einschalten, desto größer ist der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich, wenn auch in geringem Maße, die Klemmenspannung der Maschine. Während diese bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft war, ist sie bei Belastung um den Betrag des inneren Ohmschen Spannungsverlustes geringer geworden. Ist  $R_a$  der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmenspannung durch die Gleichung:

$$e = E - I \cdot R_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die elektromotorische Kraft infolge der ungeänderten Erregung unveränderlich, also durch die Gerade  $E$  in Fig. 131 gegeben. Der Ohmsche Spannungsverlust ist der Stromstärke, also der Abszisse proportional. Wir ziehen also die Gerade  $e$  so, daß die Tangente des Neigungswinkels  $\alpha$  der Gleichung entspricht:

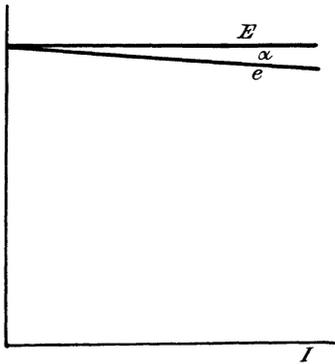


Fig. 131. Abhängigkeit der Spannung vom Strom bei konstanter Erregung.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I \cdot R_a}{I} = R_a.$$

Meist ist bei Zeichnung des Winkels  $\alpha$  ein verschiedener Maßstab der Ordinaten und Abszissen zu berücksichtigen. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Kurven  $E$  und  $e$  stellen den Ohmschen Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Ordinaten der geneigten Geraden uns die Klemmenspannung angeben. Bei der praktischen Ausführung verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Werte der Klemmenspannung abliest, zu diesen den Ohmschen Spannungsverlust im Anker hinzuzählt und so die elektromotorische Kraft berechnet.

Übrigens ist schon oben darauf hingewiesen worden, daß die Kurven durch die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Veränderung erfahren können. Dazu kommt, daß der Ankerwiderstand keine unveränderliche Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers, also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des remanenten Magnetismus ist in unserer Darstellung, wie auch in den folgenden Abschnitten, vernachlässigt.

## 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung.

Das Verhalten der fremderregten Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei ungeänderter Drehzahl und Erregung die elektro-

motorische Kraft von den Veränderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Schwieriger ist das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei diesen sowohl der magnetisierende Strom, als auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft von den Änderungen im äußeren Stromkreise abhängig sind.

Verhältnismäßig einfach liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, weil bei dieser der Ankerstrom zugleich der magnetisierende und der äußere Strom ist. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und Verbrauchskörpern ist das einfachste und nächstliegende, und die Dynamomaschinen wurden daher anfangs nur als Hauptstrommaschinen gebaut. Sie haben damals für hintereinander-

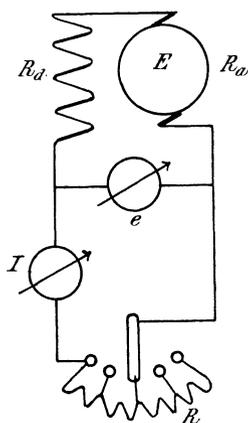


Fig. 132.

Schaltungsbild für Untersuchung einer Hauptstrommaschine.

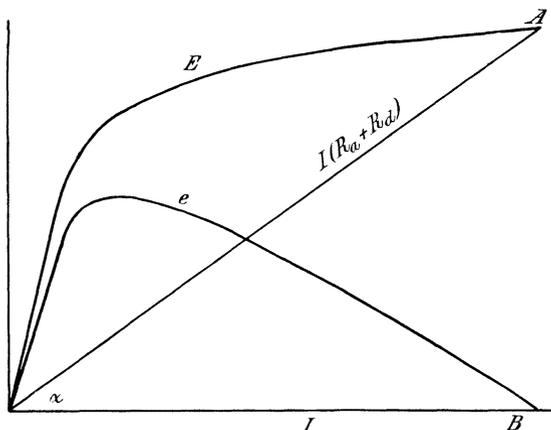


Fig. 133.

Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft und Klemmenspannung einer Hauptstrommaschine von der Stromstärke.

geschaltete Bogenlampen Verwendung gefunden, kommen jedoch bei der jetzt gebräuchlichen Parallelschaltung der Verbrauchskörper nicht mehr als Generatoren in Betracht. Als Motoren sind dagegen die Hauptstrommaschinen von außerordentlicher Wichtigkeit geblieben.

Wir betrachten im folgenden einen Hauptstromgenerator, der mit unveränderter Drehzahl angetrieben wird, und bei dem wir die Stromentnahme verändern (Fig. 132). Wir beobachten die Stromstärke und die Klemmenspannung und tragen die Stromstärke  $I$  als Abszisse und die Klemmenspannung  $e$  als Ordinate auf (Fig. 133). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Abszissenachse, so daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = R_a + R_d,$$

wobei  $R_d$  der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist. Die Ordinaten der Geraden stellen dann den Ohmschen Spannungs-

verlust ( $R_a + R_d$ ) im Innern der Maschine dar. Wenn wir die Ordinaten der Geraden zu den Ordinaten der Klemmenspannungskurve hinzuzählen, so erhalten wir die Kurve  $E$  der elektromotorischen Kraft. Diese Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine und stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft vom magnetisierenden Strom dar. Hätten wir statt der Stromstärke  $I$  das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl der Magnete als Abszisse aufgetragen, so hätten wir genau die im vorigen Abschnitt besprochene Magnetisierungskurve der Maschine erhalten (vergl. Fig. 130).

Wie man sieht, ist die elektromotorische Kraft gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf. Dies erklärt sich daraus, daß mit dem magnetisierenden Strom auch die Kraftlinienzahl gleich Null wird. Schließen wir jedoch die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, und dadurch kommt eine elektromotorische Kraft und ein Strom zustande. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto größer also auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, bis sie bei Kurzschluß ihren höchsten Wert erreicht. Zugleich wird bei Kurzschluß die Klemmenspannung gleich Null. Die ganze elektromotorische Kraft  $AB$  wird dann verbraucht, um den Strom  $OB$  durch den inneren Widerstand zu treiben. Der Punkt  $A$  ist dabei der Schnittpunkt der Geraden mit der Kurve  $E$ .

Die Klemmenspannung steigt mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung eines höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß nämlich einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an elektromotorischer Kraft durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine.

Das Verhalten der selbsterregenden Maschinen ist deswegen so bemerkenswert, weil die elektromotorische Kraft zwar nach dem Ohmschen Gesetz den Strom erzeugt, gleichzeitig aber der (magnetisierende) Strom die Kraftlinien und dadurch die elektromotorische Kraft schafft.

## 59. Die Nebenschlußmaschine und Compoundmaschine im Betriebe.

Man unterscheidet bei der Nebenschlußmaschine eine innere und eine äußere Charakteristik. Die innere oder statische Charakteristik wird ermittelt, indem man die Maschine leer mit unveränderter Drehzahl antreibt und den Magnetstrom durch einen Regulierwiderstand verändert. Man trägt dann den Magnetstrom  $I_m$  als Abszisse und die Klemmenspannung  $e$  als Ordinate auf. Die so gewonnene Kurve stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von dem magnetisierenden Strome dar. Sie verläuft also genau wie die Charakteristik der Hauptstrommaschine oder wie die Leerlaufcharakteristik der magnetelektrischen

Maschine. Wir gehen daher sofort zur Besprechung des Verhaltens der Nebenschlußmaschine bei Veränderung des äußeren Stromverbrauches über.

Bei der Hauptstrommaschine sind Magnetwicklung und äußeres Netz hintereinander geschaltet, und die elektromotorische Kraft ist in hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig. Dagegen liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine parallel zum äußeren Netz, also unmittelbar an den Bürsten der Maschine (Fig. 134a). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr unmittelbar auf die Kraftlinien zurück. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauches auf die Erregung und auf die elektromotorische Kraft ist vielmehr verhältnismäßig gering, und wir haben es in den Betriebsgrenzen mit einer verhältnismäßig unveränderlichen elektromotorischen Kraft zu tun. Das

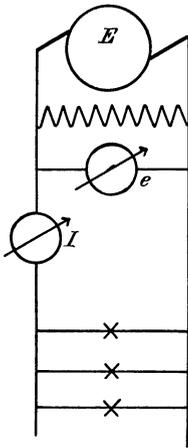


Fig. 134 a.  
Schaltbild für Untersuchung einer Nebenschlußmaschine bei Belastung.

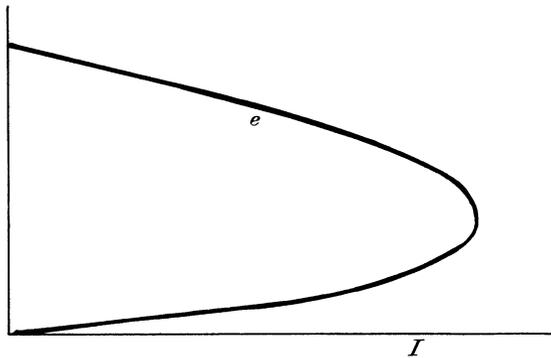


Fig. 134 b.  
Abhängigkeit der Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine von dem Stromverbrauch.

Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher ziemlich einfach, wiewohl ein genaues Verständnis des Verhaltens der Maschine nicht so leicht zu erhalten ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Zunächst bedingt eine Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches  $I$  auch eine Erhöhung des Ankerstromes  $I_a$  nach der Gleichung

$$I_a = I + I_m.$$

Infolgedessen wird auch der Ohmsche Spannungsverlust im Anker größer, und die Klemmenspannung fällt nach der Gleichung

$$e = E - I_a \cdot R_a.$$

Die Klemmenspannung ist also am größten bei Leerlauf und fällt mit zunehmender Belastung. Weil nun die Magnetwicklung unmittelbar an den Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmenspannung auch

der Magnetstrom geringer. Dadurch sinkt die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, und es wird dadurch die Klemmenspannung nochmals verringert. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der magnetelektrischen Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der magnetelektrischen Maschine. Man baut die Maschinen zu diesem Zwecke so, daß ein Teil des magnetischen Kreises, meist die Polkerne, stark gesättigt ist. Dann hat selbst eine verhältnismäßig starke Änderung der Erregung kaum einen Einfluß auf die Kraftlinien, und der Spannungsabfall bei Belastung ist dann nur gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch  $I_a \cdot R_a$ , wie bei der magnetelektrischen Maschine. Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen im Interesse des ruhigen Brennens der Lampen eine unveränderliche Klemmenspannung gefordert wird. Diese ist bei Glühlampen zunächst deshalb erforderlich, weil die Stromstärke jeder Lampe der darangelegten Spannung proportional ist und die in einer Sekunde verbrauchte Arbeit daher mit dem Quadrate der Spannung wächst. Dazu kommt noch, daß die Lampe bei normaler Spannung ein mehr gelbliches, bei übernormaler Spannung ein intensiv weißes Licht ausstrahlt. Geringe Spannungsänderungen haben also eine unverhältnismäßig große Lichtschwankung zur Folge. Derartige Lichtschwankungen werden aber vom Auge besonders unangenehm empfunden. Maschinen, die ohne parallel geschaltete Batterie auf ein Glühlampennetz arbeiten, müssen also einen geringen Spannungsabfall aufweisen. Etwa noch vorkommende Spannungsschwankungen lassen sich dann noch durch Veränderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis der Maschine ausgleichen.

Im Gegensatz zu Lichtmaschinen arbeiten Maschinen zum Laden von Akkumulatoren mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfang der Ladung, wo zur Überwindung der Gegenkraft der Batterie nur eine verhältnismäßig geringe Klemmenspannung nötig ist, ist ein Widerstand im Magnetkreis eingeschaltet, der dann im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird. Man verstärkt dadurch allmählich die Kraftlinien und die elektromotorische Kraft der Maschine und erreicht dadurch, daß die Stromstärke trotz der größer werdenden Gegenkraft der Batterie denselben Wert behält wie früher.

Wir gehen nun dazu über, die äußere Charakteristik durch einen Versuch aufzunehmen, und verändern zu diesem Zwecke durch Einschalten von parallel liegenden Lampen den äußeren Stromverbrauch. Wir bemerken dann, daß die Stromstärke mit Vermehrung der parallel liegenden Lampen anfangs stark zunimmt, während die Klemmenspannung langsam abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Er-

wägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil der Kurve in Fig. 134b. Wenn wir jedoch die Zahl der parallel geschalteten Lampen übermäßig erhöhen, so wird schließlich die Stromstärke dadurch nicht mehr, wie wir erwarten sollten, vergrößert, sondern verringert. Dabei fällt zugleich die Klemmenspannung mehr und mehr, bis sie schließlich bei Kurzschluß, wenn nämlich beide Klemmen gleichsam zu einem einzigen Punkt vereinigt sind, naturgemäß gleich Null wird, wobei auch der Magnetstrom und die induzierte Kraftlinienzahl gleich Null werden. Hätte die Maschine keinen remanenten Magnetismus, so wäre auch die elektromotorische Kraft und der Ankerstrom bei Kurzschluß gleich Null.

Vielleicht wird dieses Verhalten der Nebenschlußmaschine noch deutlicher, wenn wir unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung die äußere Charakteristik aus der inneren ableiten. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb als Abszisse und die elektromotorische Kraft aus der inneren Charakteristik als Ordinate auf (Fig. 135). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Stromverbrauch verändern, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmenspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung:

$$e = I_m \cdot R_m.$$

Wir erhalten also als Kurve der Klemmenspannung die Gerade  $e$  in Fig. 135. Die Differenzen der Ordinaten der Kurven  $E$  und  $e$  ergeben uns dann den Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a = (I + I_m) \cdot R_a = I \cdot R_a + I_m \cdot R_a$ .

Bei Leerlauf wird der Magnetstrom gleich  $OC$  und der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist dann  $OC \cdot R_a = AB$ . Daraus folgt allgemein, daß die Differenzen der Ordinaten der Geraden  $OA$  und  $OB$  uns das Produkt  $I_m \cdot R_a$  darstellen. Die Differenz zwischen den Ordinaten der Kurve  $E$  und der Geraden  $OA$  ist dann das Produkt  $I \cdot R_a$ , stellt uns also im passenden Maßstab den äußeren Strom dar. Die Werte der Stromstärke sind in geändertem Maßstab in Fig. 135 als Ordinate aufgetragen und so die Kurve  $I$  gezeichnet. Für einen bestimmten Betriebszustand hat, wie die Figur zeigt, die Stromstärke einen größten Wert.

Da die Abszisse  $I_m$  in Fig. 135 der Klemmenspannung proportional ist, so ist die Kurve  $I$  bei passender Wahl des Maßstabes völlig identisch oder besser symmetrisch mit der Kurve  $e$  in Fig. 134b. Dabei entspricht der linke Teil der Fig. 135 dem unteren Teil von Fig. 134b, wo sich der Betriebszustand infolge sehr großer Zahl der parallelgeschalteten Lampen dem Kurzschluß nähert. Dagegen entspricht der rechte Teil von

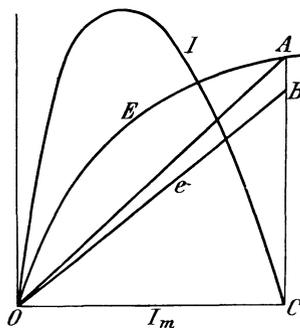


Fig. 135.

Abhängigkeit der Spannung und Stromstärke vom Magnetstrom bei der Nebenschlußmaschine.

Fig. 135 dem oberen Teil der Fig. 134 b, d. h. dem praktischen Betriebszustand, bei welchem die Spannung bei starker Änderung des Stromes nur wenig heruntergeht.

Anstatt, wie oben angegeben, die Spannung bei veränderter Belastung durch einen Regulierwiderstand im Magnetkreis konstant zu halten, kann man auch die Wirkung der Nebenschlußwicklung durch eine Hauptstromwicklung verstärken (Compoundmaschine). Solche Maschinen liefern bei wechselnder Belastung eine unveränderliche Klemmenspannung. Die Compoundmaschinen sind also an sich für Lichtenanlagen sehr geeignet. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei plötzlichen Belastungsschwankungen doch momentanen Schwankungen der Klemmenspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer augenblicklichen Änderung der Drehzahl der Antriebsmaschine, deren Regulator immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese Schwankungen der Drehzahl verursachen eine Änderung der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Erregerstrom der Nebenschlußwicklung und die Kraftlinienzahl. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer wie die Schwankungen der Drehzahl.

Ein zweiter Grund, welcher der Verwendung von Compoundmaschinen vielfach entgegensteht, liegt darin, daß sie ebensowenig wie Hauptstrommaschinen zum Laden von Akkumulatoren geeignet sind. Wenn nämlich die Drehzahl der Antriebsmaschine aus irgendeinem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt der Gegendruck der Batterie und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptstromwindungen der Magnete. Diese können dadurch umpolarisiert werden, und die elektromotorischen Kräfte der Maschine und der Batterie sind dann nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle einen gefährlichen Betrag.

Bei Verwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie ist diese Gefahr ausgeschlossen, denn dann liegt der positive Pol der Batterie immer am positiven Pol der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die elektromotorischen Kräfte der Batterie und Maschine bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine einfach als Motor, ohne daß die Stromstärke übermäßig ansteigt. Höchstens kann die Änderung in der Stromstärke eine Funkenbildung am Kollektor verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen Minimalauschalter mit einem Elektromagneten, dessen Wicklung vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die elektromotorische Gegenkraft der Batterie größer wird und der Hauptstrom abnimmt, so wird der Anker des Elektromagneten durch eine Feder angezogen, wodurch die Batterie abgeschaltet wird.

Will man also mit einer Compoundmaschine eine Batterie laden, so muß man die Compoundwindungen ausschalten und die Maschine als reine Nebenschlußmaschine arbeiten lassen.

### 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte unveränderliche Netzspannung wird im praktischen Betriebe meist durch Parallelschaltung von Maschine und Batterie erreicht. Daneben bietet die Batterie eine schätzenswerte Reserve, die es ermöglicht, die Maschine nur für einen mittleren und nicht für den höchsten Kraftverbrauch anzuschaffen, oder auch die Maschine zeitweise ganz abzustellen. Endlich verursacht die parallelgeschaltete Batterie eine unveränderte Belastung der Dynamomaschine auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien bei Straßenbahnen). Dadurch wird in Dampfzentralen der Dampfverbrauch unabhängig von den Änderungen im äußeren Netz, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

Die genannten Vorteile der Batterie beruhen auf den beiden wesentlichen Eigenschaften des Akkumulators, nämlich auf der vom Strome unabhängigen elektromotorischen Kraft und auf dem geringen inneren Widerstand. Wir untersuchen zunächst die Verhältnisse, die auftreten, wenn die Batterie sehr groß gewählt wird. In diesem Falle kann der Ohmsche Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt werden, und die Klemmenspannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Batterie. Die Maschine arbeitet dabei gleichsam mit Fremderregung, weil die Magnetwicklung nicht nur an den Bürsten der Maschine, sondern auch zugleich an der Batteriespannung liegt. Wir betrachten nun im folgenden den Einfluß einer Änderung des Stromverbrauches, der Magneterregung, der Batteriespannung und der Drehzahl der Maschine.

#### 1. Die Änderungen im Stromverbrauch.

Da die elektromotorische Kraft der Batterie sich im Laufe der Ladung und Entladung nur sehr langsam ändert, so können wir sie im betrachteten Zeitraum als konstant ansehen. Bei dem geringen inneren Spannungsverlust in der Batterie nehmen wir daher auch die Klemmenspannung  $e$  der Batterie als konstant an. Diese Klemmenspannung der Batterie ist gleichzeitig auch die Klemmenspannung der parallel zur Batterie geschalteten Maschine. Ist also  $E$  die elektromotorische Kraft der Maschine und bleibt die Erregung und die Drehzahl der Maschine ungeändert, so ist auch der Ankerstrom unveränderlich nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Trotz der Änderungen des äußeren Stromverbrauches sind also die Klemmenspannung und der Ankerstrom konstant. Wenn z. B.

die Batterie entladen wird (Fig. 136 a) und im äußeren Netz die Anzahl der parallel liegenden Glühlampen vergrößert wird, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Wird umgekehrt bei Ladung der Batterie (Fig. 136 b) die Anzahl der eingeschalteten Lampen vergrößert, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des von der Maschine gelieferten Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, in welchem die Stromquelle auch bei Änderungen im Stromverbrauch ein und denselben Strom liefert, den wir in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie kann sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauches willkürlich aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergeführt werden. Wir wollen zu diesem Zwecke annehmen, daß die Stromstärke im Batteriezweig gleich Null ist, indem Maschinen- spannung und elektromotorische Gegenkraft der Batterie sich genau auf-

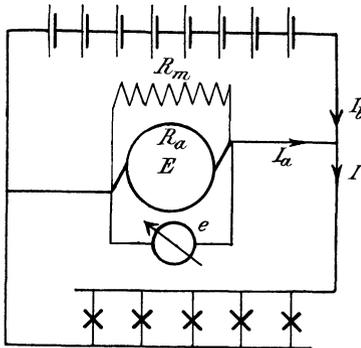


Fig. 136 a. Stromverlauf bei Entladung.

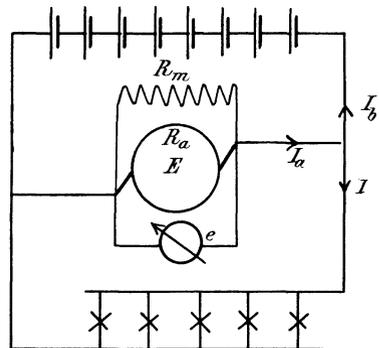


Fig. 136 b. Stromverlauf bei Ladung.

heben. Der Ankerstrom ist dann gleich dem Strom im äußeren Netz. Wird dann z. B. durch Ausschalten von Lampen der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Wird der äußere Stromverbrauch dagegen durch Einschalten von Lampen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wenn die Maschine so erregt wird, daß sie einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie bei Änderungen des äußeren Stromverbrauches dauernd aus der Entladung in Ladung über und umgekehrt.

Mit dem betrachteten Vorgang sind allerdings geringe Änderungen der Batteriespannung verbunden. Es sei  $E_b$  die elektromotorische Kraft der Batterie,  $I_b$  der Batteriestrom und  $R_b$  der Batteriewiderstand. Dann ist bei der Ladung die Klemmenspannung größer als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung

$$e = E_b + I_b \cdot R_b,$$

während bei der Entladung die Klemmenspannung kleiner ist als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung

$$e = E_b - I_b \cdot R_b.$$

Wir haben aber bei unserer Betrachtung den Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt, was mit Rücksicht darauf, daß wir dadurch eine sehr einfache Betrachtung gewonnen haben, die den Kern der Sache deutlich macht, gerechtfertigt erscheint.

Den wirklichen Verhältnissen kommen wir auf einem anderen Wege näher. In Fig. 137 stellt der Zweig *B* die Batterie im Zustand der Entladung und der Zweig *M* die Maschine dar. Die elektromotorischen Kräfte beider Zweige seien annähernd gleich. Bei Vergrößerung des Netzstromes fließt dann der Hauptteil des zusätzlichen Stromes durch den Zweig, der den geringsten

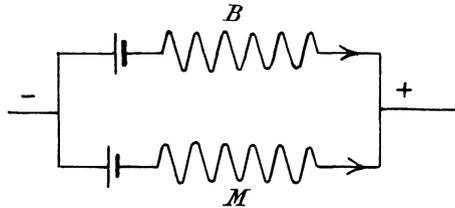


Fig. 137.

Widerstand hat, also durch die Batterie, während nur ein geringer Teil auf die Maschine entfällt, wie wir es bei der Parallelschaltung von Batterie und Maschine bezwecken. Die Pufferwirkung der Batterie wird also um so besser sein, je größer der Maschinenwiderstand ist, oder umgekehrt, je kleiner der Batteriewiderstand ist.

Eine vollkommene Pufferwirkung setzt theoretisch einen unendlich kleinen Batteriewiderstand voraus. Praktisch ist die Pufferwirkung mehr oder weniger unvollkommen, indem, wie wir eben sahen, Änderungen der Belastung zum Teil auf die Maschine entfallen. Es wird daher häufig

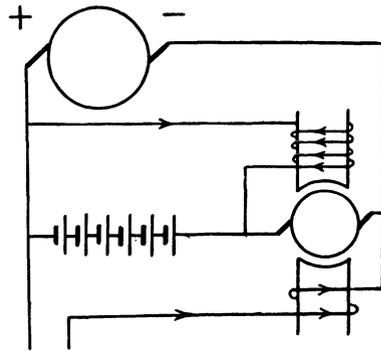


Fig. 138. Piranimaschine.

nötig, nach Pirani die Batterie dadurch zum besseren „Ansprechen“ zu bringen, daß man (Fig. 138) in den Batteriezweig eine Zusatzmaschine schaltet. Diese wird gleichzeitig, aber im entgegengesetzten Sinne, durch eine an der Batterie liegende Nebenschlußwicklung und durch eine vom Netzstrom gespeiste Hauptstromwicklung erregt. Die Nebenschlußwicklung wird so bemessen, daß bei mittlerer Netzbelastung die elektromotorische Kraft der Zusatzmaschine gleich Null ist, indem sich die magnetischen Wirkungen beider Wickelungen der Zusatzmaschine aufheben. Die elektromotorische Kraft der Batterie ist gleich der Klemmenspannung

gewählt. Bei mittlerem äußeren Stromverbrauch ist dann der Batteriestrom gleich Null. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptstromwicklung, und die elektromotorische Kraft der Zusatzmaschine wirkt dann in gleichem Sinne wie die der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die Spannung der Zusatzmaschine wirkt dann der Batterie entgegen. Sie addiert sich also zur Netzspannung, und die Batterie wird kräftig geladen. Man kann also, sofern die Batterie so bemessen ist, daß sie die zusätzlichen Stromstöße ganz aufnehmen kann, mit einem konstanten Maschinenstrom arbeiten.

In Wirklichkeit besitzt die Piranimaschine meist eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Zusatzmaschine mit den oben beschriebenen beiden Wickelungen versehen wird.

Durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Zusatzmaschine läßt sich der Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann je nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die zusätzlichen Stromstöße, statt sie ganz auf die Batterie zu übertragen, auch teilweise auf die Maschine entfallen lassen.

Ebenso kann man durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Erregermaschine den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den Zeitpunkten der Ladung mehr Energie zuführt als man in den Zeitpunkten der Entladung entnimmt.

## 2. Änderung der Magneterregung.

Wir betrachten zunächst den Fall, in welchem eine Batterie geladen werden soll, ohne daß Strom ins Netz geliefert wird. Man bringt zu diesem Zwecke durch Änderung der Erregung die Maschinenspannung auf einen solchen Betrag, daß sie die Batteriespannung um einige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar verbindet man die gleichnamigen Klemmen der Maschine und der Batterie. Da die elektromotorischen Kräfte der Maschine und Batterie sich dann entgegenwirken und die der Maschine erst nur wenig über die der Batterie überwiegt, so ist die Stromstärke noch gering. Man bringt dann durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag (vergl. die Gleichung für  $I_a$  auf S. 189). Der Ausschlag des Voltmeters ändert sich dabei so gut wie gar nicht, da die Maschinenspannung jetzt die gleiche ist wie die fast konstante Batteriespannung.

Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, die Erregung der Maschine, bis der Ankerstrom fast bis auf Null abgenommen hat und unterbricht dann die Verbindung zwischen Maschine und Batterie.

Wir betrachten nun weiter den Fall, in welchem eine Batterie, die parallel zur Maschine am Netz liegt, in den Zustand der Ladung übergeführt wird. Die elektromotorische Kraft der Batterie sei anfangs genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung, so daß der Batteriestrom noch Null ist. Der Maschinenstrom fließt also in seiner vollen Stärke ins Netz. Wir verstärken nun die Erregung der Maschine und dadurch den Ankerstrom, wobei die Netzspannung, die ja zugleich die Batteriespannung ist, sich kaum ändert. Da im äußeren Stromverbrauch, vorausgesetzt, daß die Zahl der Verbrauchskörper nicht erhöht wird, keine Änderung eintritt, so fließt die Zunahme des Maschinenstromes in die Batterie, wodurch diese geladen wird. Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, den Erregerstrom der Maschine, bis der Maschinenstrom gleich dem Netzstrom ist, wodurch der Batteriestrom zu Null wird. Die Batterie bleibt dann als Spannungsregulator am Netz liegen.

Ebenso wird durch Änderung der Maschinenerregung in den Zeiten starken Stromverbrauches, soweit es nötig ist, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie verteilt. Man reguliert die Magnet-erregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert (Entladung der Batterie).

### 3. Die Änderung der Batteriespannung.

Wir nahmen bisher an, daß die Batteriespannung konstant ist, und diese Annahme ist insofern richtig, als die Stromstärke kaum einen Einfluß auf die Spannung hat. Jedoch ist die Batteriespannung entsprechend der Lade- und Entladekurve allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die durch den Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, ist der Hebel des Zellschalters als Doppelhebel ausgebildet, dessen beide Teile voneinander isoliert und durch einen Zwischenwiderstand verbunden sind. In der Figur, die sich auf Entladung der Batterie bezieht, ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Wird der Zwischenwiderstand so bemessen, daß der Spannungsverlust in ihm bei normalem Strom gerade 1 Volt beträgt, so erfolgt die Erhöhung der Netzspannung ganz allmählich. Bei weiterer Rechtsdrehung liegen beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, von links aus gerechnet, und schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab, so daß das Netz dann unmittelbar an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt.

Bei der leitungsparenden Schaltung werden zwischen je zwei Kontakte des Zellschalters zwei Zellen geschaltet und in die Verbindungs-

leitung des Doppelhebels eine Hilfszelle gelegt, die so geschaltet wird, daß ihre Spannung der Batteriespannung entgegenwirkt. Dann ändert sich die Batteriespannung bei Betätigung des Zellschalters zunächst um die Spannung von 2—1 Zellen, d. h. um eine Zelle, und erst bei weiterer Betätigung des Zellschalters, bei welcher die Hilfszelle abgeschaltet wird, um zwei Zellen.

Bei der Ladung dient der Hebel wie in Fig. 140 als Ladehebel und schaltet dabei die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Da diese nämlich nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen sind, so sind sie eher voll geladen als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt.

Ein Einfachzellenschalter, wie er in Fig. 139 und 140 gezeichnet ist, läßt sich wohl zu einer bestimmten Zeit als Entladehebel sowie zum

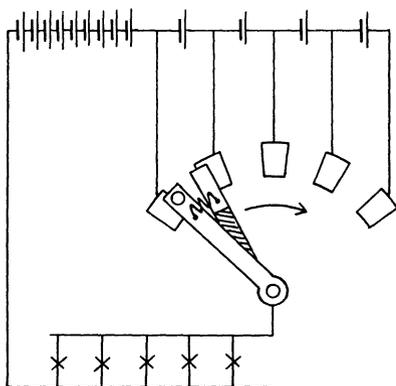


Fig. 139.

Entladung mit Einfachzellenschalter.

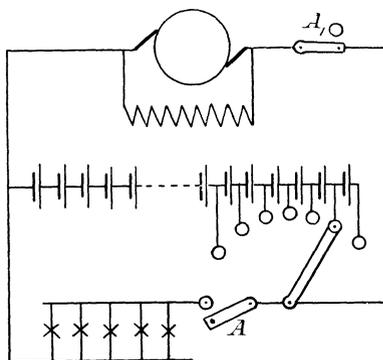


Fig. 140.

Schaltungsschema für Einfachzellenschalter.

Konstanthalten der Netzspannung und zu einer anderen Zeit als Ladehebel zum Abschalten der vollgeladenen Schaltzellen verwenden, aber nicht gleichzeitig für beide Zwecke. Soll also, wie dies im allgemeinen der Fall ist, auch während der Ladung das Netz gespeist werden, so ist man genötigt, einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Fig. 141). Dabei liegt das Netz dauernd am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung als auch während der Entladung als Spannungsregulator dient.

Der Ladehebel steht bei dem Doppelzellenschalter in Fig. 141 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb des Entladehebels. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings etwas stark beansprucht, da sie von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen werden.

Am Schlusse der Ladung stehen beide Hebel in Fig. 141 ganz nach links auf demselben Kontakt, wobei also Maschinenspannung, Batteriespannung und Netzspannung identisch sind. Will man dann mit der Ladung aufhören, so macht man durch Regulieren im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine unmittelbar am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregulator, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Ihre Spannung sinkt währenddessen allmählich und muß daher durch den Zellenwechsler konstant gehalten werden. Der von Hand oder automatisch betätigte Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt mittels eines Anschlagelades den Ladehebel mit. Grundsätzlich würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein, da beide Hebel des

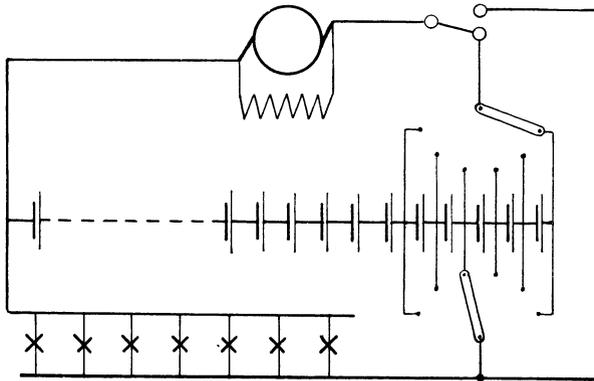


Fig. 141. Betrieb mit Doppelzellenschalter.

Zellenschalters bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. Praktisch ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleiffedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die einander entsprechenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen. Der Deutlichkeit wegen sind jedoch in Fig. 141 zwei Kontaktreihen gezeichnet.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist die Möglichkeit gegeben, während der Ladung das Netz mit konstanter Spannung zu speisen und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Dieser besteht darin, daß die Maschine zum Zwecke der Batterieladung für eine wesentlich höhere Spannung als die Netzspannung gebaut sein muß und doch während des eigentlichen Parallelarbeitens nur die Netzspannung liefert. Dabei wird sie nicht vollständig ausgenutzt und die

Anschaftungskosten sind unnötig groß. Beispielsweise muß die Maschine bei einer Netzspannung von 110 Volt für eine Spannung von 150 Volt gebaut sein. Dieser Nachteil wird nun vollständig vermieden bei Anwendung einer Zusatzmaschine, wobei man die Hauptmaschine nur für die Netzspannung baut, so daß eine wesentliche Erhöhung der Spannung dabei nicht möglich ist. Das bedeutet, daß das Magneteisen bei normalem Betrieb stark gesättigt ist, und daß ein größerer Regulierwiderstand bei der Konstruktion nicht vorgesehen ist. Eine solche Maschine besitzt verhältnismäßig geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

Bei Verwendung einer Zusatzmaschine (Fig. 142) liegt die Hauptmaschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch eine Zusatzmaschine

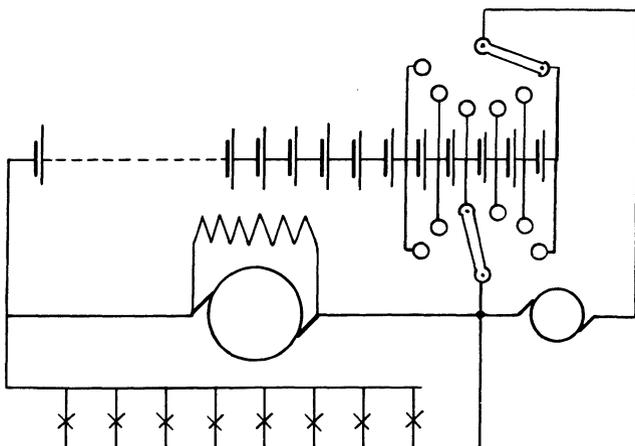


Fig. 142. Betrieb mit Doppelzellenschalter und Zusatzmaschine.

geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß der Ladestrom der Schaltzellen durch Regulieren der Zusatzmaschine gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom unmittelbar vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also stromlos, weil er, wie der Brückenzweig in der Wheatstoneschen Brücke, zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregulator.

Die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelzellenschalters folgt aus der Überlegung, daß die Spannung jeder Zelle am Ende der Ladung 2,7 Volt, am Ende der Entladung 1,8 Volt beträgt. Der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus  $110 : 2,7 = 40$  Zellen bestehen, und die ganze Batterie mit Einschluß der Schaltzellen muß  $110 : 1,8 = 60$  Zellen enthalten. Also müssen  $60 - 40 = 20$  Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellenschalter angeschlossen sein.

## 4. Die Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine.

Wir haben bisher mit einer unveränderlichen elektromotorischen Kraft der Maschine gerechnet und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Schwankung der Drehzahl der Betriebsmaschine auf den Ankerstrom der Dynamo hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Würde die Maschine ohne Batterie arbeiten, so hätte eine Schwankung der Drehzahl eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich Batteriespannung, also wesentlich unveränderlich. Dagegen ändert sich der Ankerstrom  $I_a$ , wenn sich die Drehzahl und dadurch die elektromotorische Kraft  $E$  der Maschine ändert, nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Nimmt z. B. die Drehzahl für einen Augenblick ab, so sinkt die elektromotorische Kraft  $E$  und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch  $I$  derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt, wenn der Ankerstrom heruntergeht, entsprechend weniger Strom in die Batterie. Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

Diese Überlegungen gelten für den Fall, daß die Spannungsschwankungen nicht übermäßig groß sind und die dadurch veranlaßten Stromschwankungen in der Batterie daher das zulässige Maß nicht übersteigen. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine sich jedoch in sehr weiten Grenzen ändert, so wird ein Parallelbetrieb mit Batterie mit den gewöhnlichen Maschinen unmöglich. Das ist z. B. der Fall, wenn zum Zweck der elektrischen Zugbeleuchtung die Dynamomaschinen von der Radachse der Bahnwagen aus angetrieben werden. In diesem Falle werden besondere Maschinen nötig, wie z. B. die Rosenberg-Maschine.

Die Rosenberg-Maschine (Fig. 143) wird vom Anker aus erregt. Obgleich dieser in Wirklichkeit nur eine einzige Wickelung mit 4 Bürsten besitzt, so können wir uns doch auf dem Anker zwei getrennte Wickelungen vorstellen. Die  $X$ -Wickelung ist in Fig. 143 innen gezeichnet und durch die Bürsten  $B_1 B_2$  kurz geschlossen. Es sei nun

$I_x$  der Strom in der  $X$ -Wickelung des Ankers,

$I_y$  der Strom in der  $Y$ -Wickelung des Ankers,

$I_1$  der konstante Magnetstrom.

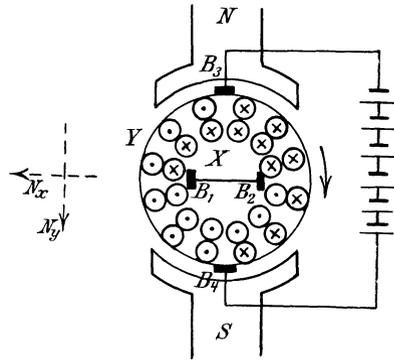


Fig. 143. Rosenberg-Maschine.

Der Strom  $I_x$  ist der Erregerstrom, der dadurch zustande kommt, daß die  $X$ -Wicklung die Kraftlinien eines senkrechten Hilfskraftflusses  $N_y$  schneidet. Dieser wird erzeugt durch die Entgegenwirkung des Stromes  $I_1$  auf den Polen und des Nutzstromes  $I_y$ , der die  $Y$ -Wicklung des Ankers durchfließt und von den Bürsten  $B_3 B_4$  abgenommen wird.

Da die Polwicklung an der Batteriespannung liegt, so ist der Strom  $I_1$  konstant. Es läßt sich nun beweisen, daß die Amperewindungen des Nutzstromes  $I_y$ , auch wenn die Drehzahl ins Ungemessene steigt, immer kleiner bleiben müssen als die konstanten Amperewindungen  $I_1$ . Dies beruht darauf, daß bei Gleichheit beider Amperewindungen der Kraftfluß  $N_y$  verschwinden und dadurch der induzierte Erregerstrom  $I_x$  gleich Null werden würde.

Deutlicher ergibt sich die Wirkungsweise durch die Rechnung. Der vom Strom  $I_x$  erzeugte Erregerkraftfluß  $N_x$  ist dem Strome  $I_x$  proportional:

$$N_x = c_1 \cdot I_x.$$

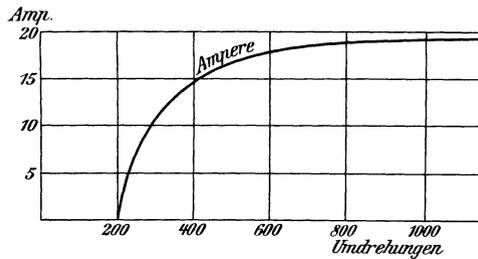


Fig. 144. Abhängigkeit der Stromstärke von der Drehzahl bei einer Rosenberg-Maschine.

Der Kraftfluß  $N_y$  ist der Differenz der Amperewindungen der Ströme  $I_1$  und  $I_y$  proportional:

$$N_y = c_2 I_1 - c_3 I_y.$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Strom  $I_x$  der elektromotorischen Kraft im Kurzschlußkreise proportional. Diese ist aber nach Gleichung (27) auf S. 134 proportional dem Kraftfluß  $N_y$  und der Drehzahl  $n$ , d. h.

$$I_x = c_4 \cdot N_y \cdot n.$$

Endlich ist, wenn wir den Ohmschen Spannungsverlust in der Nutzwicklung  $Y$  vernachlässigen, die konstante Batteriespannung  $e$  gleich der elektromotorischen Kraft in der Nutzwicklung  $Y$ , also nach Gleichung (27) proportional dem Kraftfluß  $N_x$  und der Drehzahl  $n$ , d. h.

$$e = c_5 \cdot N_x \cdot n.$$

Wir eliminieren  $I_x$  aus der ersten und dritten Gleichung und setzen in die sich so ergebende Gleichung für  $N_y$  den Wert aus der zweiten Gleichung

und für  $N_x$  den Wert aus der vierten Gleichung ein. Dadurch erhalten wir mit Hilfe von zwei Proportionalitätsfaktoren  $a$  und  $b$

$$I_y = a \cdot I_1 - \frac{b}{n^2}.$$

Wie man sieht, wird für genügend hohe Werte der Drehzahl das zweite Glied der rechten Seite verschwindend gering, d. h. der Strom der Maschine ist annähernd unabhängig von der Drehzahl. In Fig. 144 ist die Stromstärke als Funktion der Drehzahl aufgetragen, und zwar für die willkürlich gewählten Werte

$$a \cdot I_1 = 20 \quad \text{und} \quad b = 80 \cdot 10^4.$$

Damit nicht für ganz geringe Drehzahlen ein Rückstrom auftritt, ist zwischen Maschine und Batterie eine Aluminiumzelle eingeschaltet, bestehend aus einer Aluminium- und einer Eisenelektrode in einer ammoniakalischen Lösung. Eine derartige Zelle hat die Eigenschaft, den Strom nur in der Richtung vom Eisen zum Aluminium durchzulassen.

Es ist bemerkenswert, daß bei der Rosenberg-Maschine eine Umkehrung der Drehrichtung die Vorzeichen der Hauptbürsten  $B_3 B_4$  nicht verändert.

### 61. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

Die Verluste einer Dynamomaschine bestehen aus dem Leerlaufverlust und aus den Verlusten durch Joulesche Wärme. Der Leerlaufverlust  $P_0$  wird zunächst verursacht durch mechanische Reibung in den Lagern und an den Bürsten, wozu noch der Verlust durch Luftreibung kommt. Der letztere Verlust ist nicht unwesentlich, wenn die Maschine zur besseren Abführung der Wärme ventiliert gekapselt ausgeführt wird. Die Stirnseiten des umlaufenden Teiles werden dabei als Ventilatoren ausgebildet, und die durch eine Öffnung des Gehäuses angesaugte Luft streicht durch Zwischenräume des umlaufenden und feststehenden Teiles hindurch. Der Reibungsverlust ist natürlich unabhängig von der Erregung.

Zu den Reibungsverlusten kommt dann noch der Verlust durch Hysterese im Ankereisen. Dieser ist bei geringer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 10000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter im Ankereisen und von über 20000 Kraftlinien auf dem Quadratcentimeter in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden.

Endlich kommt noch der Verlust durch Wirbelströme im Ankereisen, Poleisen und Ankerkupfer, sowie in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Kraftliniendichte nicht bloß die elektromotorische Kraft, sondern auch die Strom-

stärke des Wirbelstromes wächst. Im allgemeinen kann bei gegebener Erregung und Drehzahl der Leerverlust als unveränderlich angesehen werden, d. h. er tritt bei Betrieb in gleicher Höhe auf wie bei Leerlauf.

Zu den Leerlaufverlusten kommt bei Betrieb noch der Kupferverlust im Anker  $I_a^2 \cdot R_a$  und der Kupferverlust in der Nebenschlußwicklung  $e \cdot I_m$ .

Allgemein ergibt sich der Wirkungsgrad als das Verhältnis der Nutzleistung  $e \cdot I$  zu der gesamten zugeführten Leistung. Die letztere wird zur Erzeugung der gesamten elektrischen Leistung  $E \cdot I_a$  und zur Deckung der Leerlaufleistung verbraucht.

Wir erhalten also den Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{e \cdot I}{E \cdot I_a + P_0} = \frac{e \cdot I}{e \cdot I + I_a^2 \cdot R_a + e \cdot I_m + P_0}$$

Für die Ermittlung des Wirkungsgrades einer ausgeführten Maschine stehen zwei Wege offen. Man kann die gesamte, mechanisch zugeführte Leistung experimentell ermitteln und dann die Nutzleistung durch diese Gesamtleistung dividieren. Man kann aber auch die Maschine leer als Motor laufen lassen, wobei der vom Anker aufgenommene Effekt gleich der Leerlaufleistung  $P_0$  ist. Dazu addiert man die Jouleschen Verluste in den Magneten, sowie den dem Betriebsstrom entsprechenden Verlust  $I_a^2 \cdot R_a$  und erhält so den Gesamtverlust bei Betrieb. Daraus ergibt sich dann der Wirkungsgrad.

Bei großer Belastung überwiegt der Verlust  $I_a^2 \cdot R_a$  durch Joulesche Wärme im Anker, und der Wirkungsgrad wird gering. Bei geringer Belastung überwiegt der konstante Verlust  $e \cdot I_m$  durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung und der Leerlaufverlust  $P_0$ , so daß der Wirkungsgrad wieder gering ist. Bei einer mittleren Belastung, bei der die veränderlichen Verluste durch Joulesche Wärme im Anker angenähert gleich den konstanten Verlusten werden, erreicht der Wirkungsgrad seinen Höchstwert.

Es ist bemerkenswert, daß die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Höchstwertes über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verläuft. Daher hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmenspannung von 110 Volt, die durch Änderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis konstant gehalten werde. Der Ankerwiderstand einschließlich der Bürsten sei 0,2 Ohm. Die Charakteristik der Maschine sei in Fig. 130 gegeben, und es mögen die Abszissen, durch 4000 dividiert, den Magnetstrom darstellen. Die Leerlaufverluste seien gleich 250 Watt. Sie sollen, da sie durch Änderung der Magneterregung nur zum Teil beeinflußt werden, als konstant angenommen werden. Die Bürsten mögen in der neutralen Zone stehen, so daß die Ankerrückwirkung gleich Null ist. Gesucht wird der Wirkungsgrad bei Ankerströmen von 25, 50 und 75 Ampere. Es ergibt sich

$I_a$ . . . . .	= 25	50	75
$I_a \cdot R_a$ . . . . .	= 5	10	15
$E = e + I_a \cdot R_a$ . . . . .	= 115	120	125
$I_m$ aus Fig. 130 . . . . .	= 1,2	1,5	1,9 <sup>*)</sup>
$I = I_a - I_m$ . . . . .	= 23,8	48,5	73,1
<hr/>			
$e \cdot I$ . . . . .	= 2620	5335	8040
$e \cdot I_m$ . . . . .	= 130	165	210
$I_a^2 \cdot R_a$ . . . . .	= 125	500	1120
$P_0$ . . . . .	= 250	250	250
<hr/>			
Gesamtleistung $\Sigma P$	= 3125	6250	9620
$\eta = \frac{e \cdot I}{\Sigma P}$ . . . . .	= 0,84	0,856	0,838

Wie man sieht ändert sich der Wirkungsgrad in der Nähe des Maximums selbst bei starken Änderungen der Belastung sehr wenig.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufverluste bei einer bestimmten konstanten Erregung durch einen Versuch zu trennen.

Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine zunächst unerregt lassen. Wir ziehen dann von der dem Motor zugeführten Leistung den im Motor in Joulesche Wärme umgesetzten Effekt  $e \cdot I_m + I_a^2 \cdot R_a$  ab. Die so ermittelte mechanische Leistung des Motors wird für die mechanische Reibung beider Maschinen und für Hysteresis und Wirbelströme in der ersten Maschine verbraucht. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite Maschine betriebsmäßig erregen, so daß sie als Generator leer läuft. Der Effektverbrauch in der ersten Maschine ist dann um den Hysteresis- und Wirbelstromverlust  $P_h + P_w$  in der zweiten Maschine größer geworden. Auf diese Weise läßt sich die für Reibung verbrauchte Leistung und die Summe der für Hysteresis und Wirbelstromverlust in jeder Maschine verbrauchte Leistung ermitteln. Um diese Summe in ihre beiden Teile zu zerlegen, wiederholt man den Versuch mit anderer Drehzahl, wobei natürlich die Erregung, d. h. die Kraftlinienzahl der Maschinen dieselbe bleiben muß. Die Veränderung der Drehzahl ist also nach S. 216 durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorzunehmen. Da der Effektverlust durch Hysteresis der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Drehzahl proportional ist, so ergibt sich die Summe aus Hysteresisverlust  $P_h$  und Wirbelstromverlust  $P_w$  zu:

$$P_h + P_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2.$$

Daraus folgt:

$$\frac{P_h + P_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n.$$

Tragen wir also in Fig. 145 die Drehzahl  $n$  als Abszisse und den Ausdruck  $\frac{P_h + P_w}{n}$  als Ordinate auf, so erhalten wir eine Gerade, deren

\*) Der Wert 1,9 ist durch Extrapolieren gewonnen.

Abschnitt  $c_1$  auf die Ordinatenachse uns den Hysterisisverlust bei einer Umdrehung in der Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Drehzahl zu multiplizieren, um den Hysterisisverlust zu erhalten, und können so die gesamte Leerlaufleistung in ihre Teile zerlegen.

Die gesonderte Ermittlung der Reibungsverluste kann auch durch den Auslaufversuch vorgenommen werden. Wir treiben dazu die normal-erregte Maschine mit einer übernormalen Drehzahl als Elektromotor an, unterbrechen dann den Ankerstrom und lassen die Maschine bei ungeänderter Magneterregung auslaufen, wobei die Verzögerung durch die bremsende Wirkung der Gesamtverluste  $P_0$  bewirkt wird. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten durch ein Tachometer die jeweilige Drehzahl und tragen die Zeit als Abszisse und die

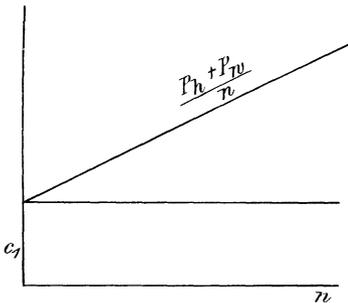


Fig. 145. Abhängigkeit des Verlustes pro Umdrehung von der Drehzahl und Trennung der Hysterisis und Wirbelstromverluste, Erregung konstant.

minutliche Drehzahl als Ordinate auf (Fig. 146 a). Anstatt der Umdrehungen pro Minute kann die damit proportionale Spannung an den Ankerbürsten beobachtet werden. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die Maschine mit gleichfalls unterbrochenem Magnetstrom auslaufen lassen, wobei nur die Reibungsverluste  $P_r$  bremsend wirken. Die Auslaufzeit wird jetzt größer, weil die bremsende Wirkung der Hysterisis und Wirbelströme fehlt. Durch Auftragen der Zeit als Abszisse und der Drehzahl als Ordinate ergibt sich die Kurve in Fig. 146 b.

Die Drehzahl  $n$  bei normalem Betrieb entspreche der momentanen Drehzahl  $AC$  und  $A'C'$  bei den Auslaufversuchen in Fig. 146 a und b.

Es läßt sich nun nachweisen, daß sich, wenn wir die Normalen  $AB$  und  $A'B'$  zeichnen, die Subnormalen  $BC$  und  $B'C'$  wie die Gesamtverluste  $P_0$  zu den Reibungsverlusten  $P_r$  verhalten.

Wir benutzen dazu die bekannte Beziehung, daß die kinetische Energie des rotierenden Ankers dem Quadrate der Drehzahl proportional ist. Es ist also, wenn  $K$  einen konstanten Faktor bedeutet, die kinetische Energie für die durch die Punkte  $A$  und  $A'$  gegebene Drehzahl:

$$A = K \cdot n^2.$$

Durch Differenzieren erhalten wir:

$$\frac{dA}{dt} = K \cdot 2n \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Dabei ist  $\frac{dA}{dt}$  nichts anderes als die durch die bremsende Wirkung der Verluste verursachte Energieänderung in der Zeiteinheit, d. h. die

beim Leerlauf mit der gleichen Drehzahl aufzuwendende Leistung. Wir erhalten also im ersten Falle, in welchem die Gesamtverluste  $P_0$  bremsend wirkten, nach Fig. 146 a, indem  $\frac{dA}{dt} = P_0$  und  $\frac{dn}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$  gesetzt wird:

$$P_0 = K \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Ebenso erhalten wir in dem zweiten Falle, in welchem nur die Reibungsverluste  $P_r$  bremsend wirken, entsprechend Fig. 146 b, indem  $\frac{dA}{dt} = P_r$  und  $\frac{dn}{dt} = \operatorname{tg} \alpha'$  gesetzt wird:

$$P_r = K \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha'.$$

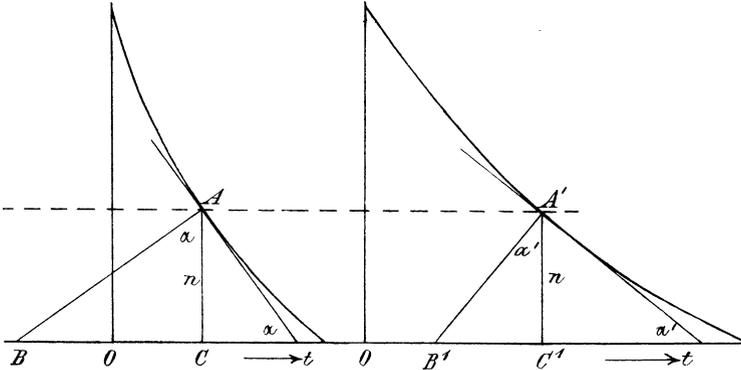


Fig. 146 a.

Auslaufkurve bei erregten Magneten.

Fig. 146 b.

Auslaufkurve bei unerregten Magneten.

Demnach wird:

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{B' C'}{B C}.$$

Da der Gesamtverlust  $P_0$  (ohne Joulesche Wärme) bei der Drehzahl  $n$  und der gegebenen Magneterregung durch einen Leerlaufversuch gemessen werden kann, so läßt sich der Reibungsverlust  $P_r$  leicht berechnen.

Hopkinson hat ein Verfahren angegeben, welches die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen miteinander und treibt die erste Maschine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die zweite Maschine als Generator an, und diese speist dann wieder durch ihren Strom den ersten Motor.

Die äußere Stromquelle und die zweite Maschine sind bei diesem Versuch auf den Motor parallel geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle nur den durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingten Effekt, der auf diese Weise leicht gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß die Drehzahl und die Stromstärke beider Maschinen dem gewöhnlichen Betriebszustand entsprechen.

## Neuntes Kapitel.

62. Drehrichtung der Motoren. — 63. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 64. Der konstant erregte Motor. — 65. Das Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors. — 66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren. — 67. Beispiel. — 68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

### 62. Drehrichtung der Motoren.

Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Konstruktion nicht von Gleichstromgeneratoren. Ein und dieselbe Maschine kann sogar in einem Augenblick als Generator und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten. Eine Maschine sucht sogar, während sie als Generator angetrieben wird, gleichzeitig als Motor zu arbeiten, indem sie ein Drehmoment ausübt, das dem von der Antriebsmaschine ausgeübten Drehmoment entgegenwirkt. Ebenso sucht eine als Motor laufende Maschine gleichzeitig als Generator zu wirken, indem sie eine elektromotorische Kraft erzeugt, die der darangelegten Klemmenspannung entgegenwirkt.

Uns interessieren bei den Motoren die mechanischen Größen, wie die Drehrichtung, das Drehmoment, die Drehzahl und die mechanische Leistung. Es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser Größen von den elektrischen und magnetischen Größen festzustellen.

Um die Drehrichtung eines Motors zu bestimmen, erinnern wir uns, daß die Drehung einer stromliefernden Dynamomaschine nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung induzierte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird z. B. die in Fig. 147a angedeutete Dynamomaschine im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten, vor dem Südpol von hinten nach vorn. Dieser Strom übt in Verbindung mit den Kraftlinien eine Kraft aus, deren Richtung wir nach der Ampereschen Schwimmerregel oder bequemer nach dem Lenzschen Gesetz bestimmen können. Diese Kraft sucht in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des punktierten Pfeiles, zu drehen.

Wenn wir nun die Antriebsmaschine abgestellt und den Anker derart von einer äußeren Stromquelle gespeist denken, daß die Strom-

richtung in der Anker- und Magnetwicklung die gleiche ist wie bei der als Generator arbeitenden Maschine, so folgt, daß die Maschine sich jetzt entgegen der früheren Drehrichtung drehen muß (Fig. 147 b). Wir schließen daraus:

Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Generator angetrieben wurde.

Aus dem Gesagten darf man nun aber nicht etwa die im Anfang naheliegende Folgerung ziehen, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie

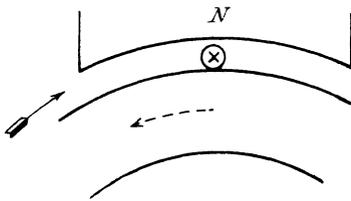


Fig. 147 a. Generator, dem mechanischen Antrieb entgegenwirkend.

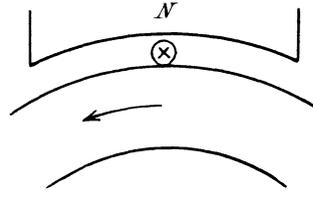


Fig. 147 b. Motor, infolge der elektromagnetischen Wechselwirkung umlaufend.

aus dem Zustand des Generators in den des Motors übergeht, ihre Drehrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker

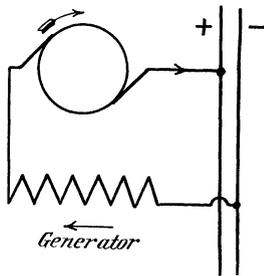


Fig. 148 a.

Hauptstrommaschine als Generator und Motor.

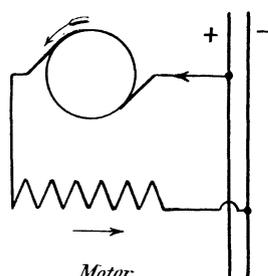


Fig. 148 b.

und den Magneten beim Motor die gleiche ist wie beim Generator. Wir wenden uns also jetzt den besonderen Fällen, nämlich dem Hauptstrom- und dem Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen an, daß die in Fig. 148 a angedeutete Hauptstrommaschine als Generator im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß sich dabei für die Bürste rechts ein positives Vorzeichen ergibt. Wir benutzen dann dieselbe Maschine als Motor und schließen sie zu diesem Zwecke der Deutlichkeit wegen genau in der früheren Weise ans Netz

an (Fig. 148b). Dann ergibt sich, daß der Motorstrom gegenüber dem Generatorstrom seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt hat. Die Drehrichtung ist also dieselbe, wie wenn der Strom in beiden Teilen die gleiche Richtung hat wie im Generator. Die Hauptstrommaschine läuft daher ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Generator, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen beim Übergang einer Hauptstrommaschine vom Betrieb als Generator in den Betrieb als Motor die Drehrichtung gleich bleiben, so hat man entweder den Anker oder die Magnete umzuschalten. Die Umschaltung der Magnetwicklung empfiehlt sich deswegen, weil dann die Stromrichtung in der Magnetwicklung ungeändert bleibt. Anderenfalls würde die Hysterisis des Eisens die Ummagnetisierung erschweren, so daß bei schwacher Magnetisierung unter sonst gleichen Umständen die Kraftlinienzahl wesentlich geringer sein würde als vorher.

Wir betrachten nun weiter den umgekehrten Fall, in welchem ein Hauptstrommotor in derselben Drehrichtung als Generator benutzt wird. Dieser Fall ist von praktischer Wichtigkeit, da die Bremsung von Hauptstrommotoren vielfach, wie z. B. bei Straßenbahnwagen, dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Generator auf Widerstände geschaltet wird. Dabei wird elektrische Energie erzeugt, durch welche eine gleichwertige kinetische Energie verbraucht wird. Man muß dazu allerdings eine Umschaltung der Maschine vornehmen, da diese sonst als Generator nicht „angehen“ würde. Solange sie nämlich als Motor läuft, ist ihre elektromotorische Kraft nach Abschnitt 27 dem Strome entgegengerichtet. Wenn wir sie nun auf Widerstände schalten und sich selbst erregen lassen, so hat bei der ungeänderten Drehrichtung und der ungeänderten Richtung der Kraftlinien, die beim Angehen durch den remanenten Magnetismus gegeben sind, auch die elektromotorische Kraft beim Angehen die gleiche Richtung wie früher. Sie erzeugt also einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt gerichtet ist. Die Folge ist, daß der remanente Magnetismus nicht verstärkt, sondern geschwächt wird und die Maschine nicht angeht. Man muß daher, wenn man von der Fahrt zur Bremsung übergehen will, die Magnete umschalten. Da der Stromkreis bei der Schaltung als Generator nur aus Anker, Magnetwicklung und Widerstand besteht, so kann man selbstverständlich auch statt der Magnete den Anker umschalten. Nur weil jetzt der Anker als Stromerzeuger gleichsam der beherrschende Teil ist, ist es passender, von Umschaltung der Magnete im Verhältnis zum Anker zu sprechen.

Wir betrachten nun die Verhältnisse beim Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Fig. 149a und b zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Generator und Motor derselbe bleibt, wenn wir die Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Dagegen hat

der Ankerstrom in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall dieselbe geblieben, so würde der Motor entgegengesetzt wie die Dynamomaschine laufen. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor im

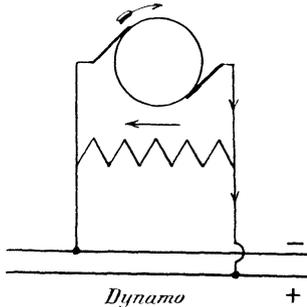


Fig. 149 a.

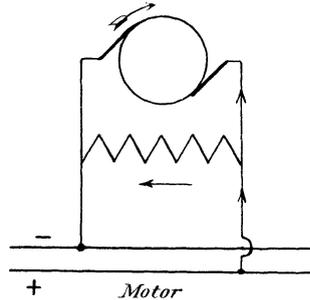


Fig. 149 b.

Nebenschlußmaschine als Generator und Motor.

gleichen Sinne wie als Dynamomaschine. Ein Nebenschlußgenerator, als Motor benutzt, läuft also mit den Bürsten, und ebenso: Ein Nebenschlußmotor kann ohne Änderung der Schaltung in der alten Drehrichtung als Generator angetrieben werden.

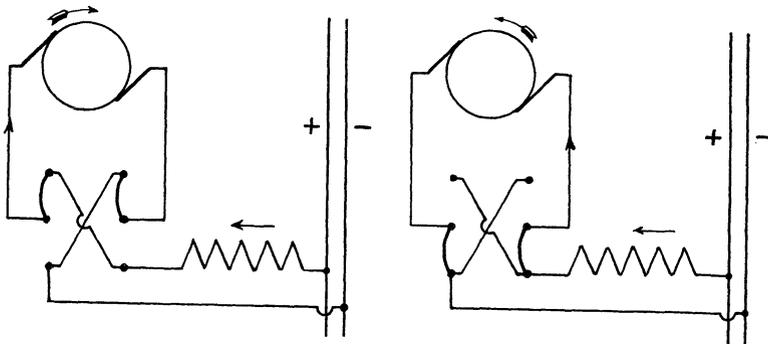


Fig. 150. Umsteuerung eines Hauptstrommotors.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Umsteuerung von Motoren zu erwähnen. Eine Vertauschung der Hauptleitungen ist ohne Einfluß auf die Drehrichtung, weil dabei der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt wird. Man muß also entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom umkehren. In der Regel kehrt man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysterisis den Ankerstrom um, wie es Fig. 150 für einen Hauptstrommotor zeigt.

### 63. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Es sei

- $\mathfrak{S}$  die Feldstärke im Luftzwischenraum,
- $b$  die Ankerlänge in Zentimetern,
- $d$  der Ankerdurchmesser in Zentimetern,
- $z$  die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
- $\beta$  der Winkel der Polbohrung,
- $I$  die Stromstärke im einzelnen Ankerdraht im absoluten Maß,
- $I_a$  der Ankerstrom in Ampere.

Dann ergibt sich die von den Kraftlinien auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (19) auf S. 68 zu:

$$f = \mathfrak{S} \cdot I \cdot l \text{ Dyn.}$$

Darin ist  $l$  die vor  $2p$  Polen liegende Drahtlänge, d. h.:

$$l = \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ cm.}$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir die Kraft  $f$  in Dyn mit 981 000 zu dividieren und mit dem Radius in Metern, also mit  $\frac{d}{2 \cdot 100}$  zu multiplizieren.

Wir erhalten also das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_d = \mathfrak{S} \cdot I \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{d}{2 \cdot 100} \cdot \frac{1}{981000}.$$

Nun ist die Kraftlinienzahl  $N$  eines Poles gleich der Polfläche mal der Feldstärke vor den Polen, d. h.:

$$N = \frac{d \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot \mathfrak{S}.$$

Andererseits ist, wenn der Anker in  $2a$  parallele Zweige zerfällt:

$$I = \frac{I_a}{10 \cdot 2a}.$$

Die Gleichung für das Drehmoment nimmt dann die Form an:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (31)$$

Für Reihenwicklung ist  $a$  gleich eins und für Parallelwicklung  $a$  gleich  $p$ .

Die obigen Gleichungen für  $M_d$  beziehen sich auf das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung des Motors erforderlich ist.

Die Bedeutung der für das Drehmoment abgeleiteten Gleichung ergibt sich erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagte die Gleichung, daß das vom Motor ausgeübte

Drehmoment der Kraftlinienzahl und dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustande entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Ergebnis, daß das Produkt  $N \cdot I_a$  sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir in den Motor einen willkürlichen Strom hineinschicken, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist nur der Fall, solange der Motor noch still steht und die Stromstärke, die beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes reguliert wird, noch nicht genügt, um den Motor zum Anziehen zu bringen. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß Gleichung (31) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Man fragt sich oft, warum man beim elektrischen Betrieb einen Regulator, der die Elektrizität mehr oder weniger drosselt, entbehren kann. Der Grund dafür liegt darin, daß nach S. 69 eine elektromotorische Gegenkraft entsteht, indem die Ankerdrähte des Motors ebenso wie die eines Generators durch die Kraftlinien der Magnete hindurchschneiden. Diese elektromotorische Kraft wird von der Drehzahl beeinflusst und übt dann, da sie dem Strome entgegenwirkt, in bezug auf den zufließenden Strom dieselbe drosselnde Wirkung aus, wie es der Regulator einer Dampfmaschine in bezug auf den zuströmenden Dampf tut.

Wird z. B. die Belastung des Motors vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Demnach findet eine vorübergehende Verzögerung statt, wodurch die Zahl der Kraftlinienschnitte und die elektromotorische Gegenkraft verringert wird. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor noch ausgeübte Drehmoment zu groß, so daß der Motor beschleunigt wird. Die dadurch vergrößerte elektromotorische Gegenkraft drosselt den Strom so weit ab, daß im Beharrungszustand wieder das ausgeübte Drehmoment gleich dem durch die Belastung erforderlichen Drehmoment ist. Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment an der Riemenscheibe mit Einschluß des Drehmomentes der Leerlaufreibung verstehen. Unter dieser Voraussetzung sind die beiden entgegengesetzten Drehmomente einander genau gleich, und es überwiegt nicht etwa, wie man im Anfang zu glauben geneigt ist, das Kraftmoment über das Lastmoment.

Die Drehzahl ergibt sich aus der elektromotorischen Gegenkraft nach Gleichung (27) auf S. 134:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da die an den Anker gelegte Netzspannung  $e$  sowohl die elektromotorische Gegenkraft  $E$  zu überwinden als auch den Ohmschen Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  zu decken hat, so folgt:

$$e = E + I_a \cdot R_a. \quad (\text{a})$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}. \quad (32)$$

Die Gleichung zeigt, daß eine Änderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht nur eine vorübergehende, sondern auch eine dauernde Änderung der Drehzahl mit sich bringt. Die Änderung ist nach Gleichung (32) bei Motoren mit konstantem Kraftfluß (Nebenschlußmotoren) sehr gering, sie ist aber groß, wenn sich mit dem Ankerstrom auch der Kraftfluß  $N$  ändert (Hauptstrommotoren).

Wir haben nun noch die Gleichung für die mechanische Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir bei der allgemeinen Besprechung der mechanischen Größen des Motors das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Die Wirkungsweise des Motors wird aber leichter verständlich, wenn man die Leistung erst nach Ermittlung des Drehmomentes betrachtet, weil sie sich aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Drehzahl ergibt.

Ist  $M_d$  das Drehmoment in mkg und

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

die Winkelgeschwindigkeit, so ist die mechanische Leistung in mkg/sek nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich  $M_d \cdot \omega$ . Um die mechanische Leistung  $P$  in Watt zu erhalten, haben wir den Ausdruck  $M_d \cdot \omega$  nach S. 23 noch mit 9,81 zu multiplizieren und erhalten:

$$P = M_d \cdot \omega \cdot 9,81 = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.}$$

Es ist nun für uns von Wichtigkeit, die mechanische Leistung auch durch elektrische Größen auszudrücken. Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Gleichung (a) mit  $I_a$  und erhalten:

$$e \cdot I_a = E \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt  $e \cdot I_a$  die auf den Anker übertragene Leistung dar, während das Produkt  $I_a^2 \cdot R_a$  uns die im Anker in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach muß das Produkt  $E \cdot I_a$  den Effektverbrauch für die mechanische Leistung des Motors darstellen. Diese schließt die Nutzleistung und den Leerlaufeffekt ein.

Wir haben nun sofort die Möglichkeit, die Richtigkeit unserer Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit zu prüfen. Der elektrische Effekt  $E \cdot I_a$  muß gleich der mechanischen Leistung sein, d. h. es muß die Gleichung erfüllt sein:

$$E \cdot I_a = M_a \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81.$$

Setzen wir für  $E$  und  $M_a$  die entsprechenden Werte aus Gleichung (27) auf S. 134 und Gleichung (31) auf S. 208 ein, so ergibt sich in der Tat, daß beide Seiten unserer Gleichung übereinstimmen.

Bei sehr kleinem Drehmoment, also bei geringem Ankerstrom, ist die Leistung gering. Mit zunehmender Belastung wird sie größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Drehzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ihren höchsten Wert erreicht, differenzieren wir

$$P = E \cdot I_a = e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$$

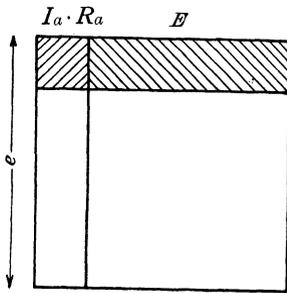


Fig. 151 a.

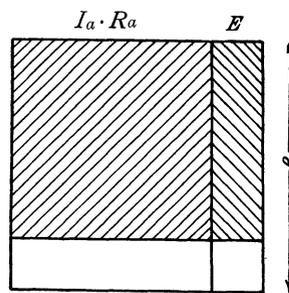


Fig. 151 b.

Graphische Darstellung der Gesamtleistung, mechanischen Leistung und Jouleschen Wärme im Anker eines Motors.

nach  $I_a$  und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann:

$$P' = e - 2 I_a \cdot R_a = 0$$

oder

$$I_a \cdot R_a = \frac{e}{2}.$$

Die Leistung ist also am größten, wenn die Hälfte der Netzspannung für den Ohmschen Spannungsverlust verbraucht wird. Für diesen Fall ist  $I_a \cdot R_a$  auch gleich  $E$ .

Das gleiche Ergebnis erhalten wir aus Fig. 151 a und b, wo die Klemmenspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Ohmschen Spannungsverbrauch und in die elektromotorische Gegenkraft zerlegt ist. Abgesehen vom Faktor  $R_a$  ist dann das schraffierte Rechteck gleich der mechanischen Leistung und das scharffierte Quadrat gleich dem Verlust durch Joulesche Wärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und für große Werte von  $I_a$  besonders klein ist. Das Rechteck wird am

größten, wenn es zu einem Quadrate wird, d. h. wenn  $I_a \cdot R_a = E$  ist. Unter dieser Bedingung hat also die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall weit außerhalb der Betriebsgrenzen, da der Motor die dabei auftretende hohe Stromstärke nicht aushält. Auch wird, da für  $E = I_a \cdot R_a$  die Hälfte der zugeführten Leistung in Joulesche Wärme umgesetzt wird, der Wirkungsgrad nur gleich 0,5.

#### 64. Der Nebenschlußmotor.

Der Nebenschlußmotor ist ein Motor, dessen Magnetwicklung an der konstanten Netzspannung liegt. Es soll zunächst das Verhalten dieses Motors vorausbestimmt werden, wenn sowohl die Magnetwicklung als auch der Anker unmittelbar, also ohne Zwischenschaltung von Widerständen, an die Netzspannung angeschlossen ist.

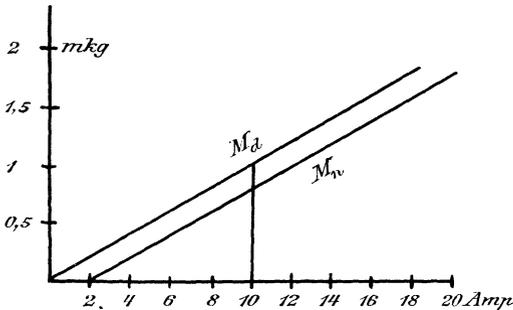


Fig. 152 a. Abhängigkeit des Drehmomentes von der Stromstärke beim Nebenschlußmotor.

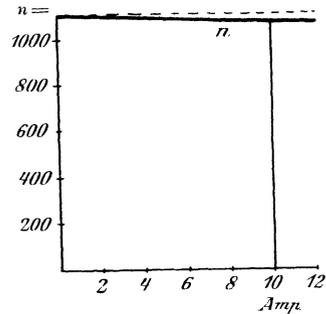


Fig. 152 b. Abhängigkeit der Drehzahl von der Belastung beim Nebenschlußmotor.

Das ganze Drehmoment unseres Motors ergibt sich nach Gleichung (31) auf S. 208 zu:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Magnetisierungsstrom und die Kraftlinienzahl in unserm Falle konstant sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und das ganze Drehmoment  $M_d$  als Ordinate auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Fig. 152 a.

Das nutzbare Drehmoment  $M_n$  ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysterisis und Wirbelströme aufgewendet werden muß. Ist also  $I_0$  der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment der Differenz  $I_a - I_0$  proportional. Wenn wir das nutzbare Drehmoment  $M_n$  als Ordinate auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die der ersten Geraden parallel ist und auf der Abszissenachse den Abschnitt  $I_0$  schneidet (Fig. 152 a).

Die Drehzahl ist nach Gleichung (32) auf S. 210:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot N \cdot z}$$

Da in dieser Gleichung die Kraftlinienzahl wieder konstant ist, so ist die Drehzahl der elektromotorischen Kraft  $e - I_a \cdot R_a$  proportional. Der Abfall der Umdrehungen gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Ohmschen Spannungsverlust  $I_a \cdot R_a$  proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und die Drehzahl als Ordinate auf, so erhalten wir die geneigte Gerade in Fig. 152 b. Da der Ohmsche Spannungsabfall immer sehr gering ist, so hat der konstant erregte Nebenschlußmotor zwischen Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Drehzahl. Er ist also besonders geeignet zum Antrieb von Transmissionen.

Die Nutzleistung in Pferdestärken ergibt sich entweder aus dem nutzbaren Drehmoment und der Winkelgeschwindigkeit zu  $\frac{M_n \cdot 2\pi \cdot n}{75 \cdot 60}$  oder aus der elektromotorischen Gegenkraft und dem Arbeitsstrom  $I_a - I_0$  zu  $\frac{E \cdot (I_a - I_0)}{736}$ .

Der Wirkungsgrad  $\eta$  des konstant erregten Nebenschlußmotors ist, wenn  $I$  die Summe des Ankerstromes  $I_a$  und des Magnetstromes  $I_m$  bezeichnet:

$$\eta = \frac{E \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot I} = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot (I_a + I_m)}$$

Beim Leerlauf, also für den Wert  $I_a = I_0$ , ist der Wirkungsgrad gleich Null. Er wird ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom  $I_a = \frac{e}{R_a}$ , den übrigens der Anker im allgemeinen nicht aushält, den Motor nicht zum Anziehen bringt.

Bei einer mittleren Belastung wird der Wirkungsgrad am größten. Dies wird auch dadurch erklärlich, daß bei sehr geringer Belastung die konstanten Verluste durch Leerlauf und durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung zu stark ins Gewicht fallen, während bei starker Überlastung die Jouleschen Verluste im Anker den Wirkungsgrad stark herabdrücken. Das Maximum des Wirkungsgrades liegt etwa bei dem Betriebszustand, bei welchem die Jouleschen Verluste im Anker  $I_a^2 \cdot R_a$  gleich den konstanten Verlusten  $e \cdot I_0 + e \cdot I_m$  durch Leerlauf und durch Joulesche Wärme in den Magneten sind.

Wir gehen nun dazu über, die bisherigen Ableitungen durch ein Zahlenbeispiel deutlich zu machen.

Es sei z. B. bei einem zweipoligen Motor ( $p = 1$ ,  $a = 1$ ):

$$\begin{array}{lll} e = 110 & N = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ R_a = 0,3 & I_m = 1 & I_0 = 2. \end{array}$$

Dann wird das gesamte Drehmoment:

$$M_a = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot I_a,$$

das nutzbare Drehmoment:

$$M_n = 0,1 (I_a - I_0) = 0,1 \cdot I_a - 0,2,$$

und die Drehzahl:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^3}{p/a \cdot N \cdot z} = 1100 - 3 I_a.$$

Ist z. B. das normale nutzbare Drehmoment gleich 0,8 mkg, so ist der normale Strom, für den der Motor gebaut ist, gleich 10 Ampere, das gesamte Drehmoment gleich 1 mkg und die Drehzahl gleich 1070. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3 0/10 (vergl. Fig. 152a und b).

Die Nutzleistung wird

$$E(I_a - I_0) = 856 \text{ Watt} = 1,16 \text{ PS.}$$

Der Wirkungsgrad wird dann bei 10 Ampere Ankerstrom:

$$\eta = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot (I_a + I_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Um die Stromstärke zu ermitteln, bei welcher der Wirkungsgrad am größten ist, berechnen wir die Summe der konstanten Verluste:

$$e \cdot I_0 + e \cdot I_m = 330.$$

Dann ist beim günstigsten Wirkungsgrad der Verlust  $I_a^2 \cdot R_a$  auch etwa gleich 330 Watt. Daraus erhalten wir:

$$I_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere.}$$

Der Ohmsche Verlust  $I_a \cdot R_a$  ist bei diesem Strome gleich 10 Volt und die elektromotorische Gegenkraft  $E$  gleich  $e - I_a \cdot R_a$  gleich 100 Volt. Andererseits ist der Nutzstrom  $I_a - I_0 = 31$  Ampere, also die Nutzleistung

$$E(I_a - I_0) = 100 \cdot 31 = 3100 \text{ Watt.}$$

Bei einem Gesamtverlust von zweimal 330 Watt wird also der Wirkungsgrad

$$\eta_{max} = \frac{3100}{3100 + 660} = 0,825.$$

Die Nutzleistung ist dabei  $3100 : 736 = 4,2$  PS. Die prozentische Abnahme der Drehzahl gegenüber dem absoluten Leerlauf ist nach Gleichung (32) S. 210 gleich dem prozentischen Spannungsverlust im Anker, also  $0,3 \cdot 33$  auf 110 oder 9 0/10.

Wie man sieht, tritt in unserm Beispiel der günstigste Wirkungsgrad bei einer Belastung auf, die wesentlich größer als die normale Belastung ist.

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, wie sich der Wirkungsgrad ändert, wenn wir den Motor im Vergleich zu dem Betriebszustand, in welchem der Wirkungsgrad am größten ist, nur zur Hälfte ( $I_a = 17$ ) oder auf das Doppelte belasten ( $I_a = 66$ ). Dafür ergibt sich:

$$\begin{array}{rcl}
 I_a & . . . . . & = 17 \text{ bzw. } 66 \text{ Ampere,} \\
 I = I_a + I_m & . . . . . & = 18 \quad \text{,,} \quad 67 \quad \text{,,} \\
 I_a - I_0 & . . . . . & = 15 \quad \text{,,} \quad 64 \quad \text{,,} \\
 E = e - I_a \cdot R_a & . . . . . & = 105 \quad \text{,,} \quad 90 \text{ Volt,} \\
 \eta = \frac{E \cdot (I_a - I_0)}{e \cdot I} & . . . . . & = 0,8 \quad \text{,,} \quad 0,78.
 \end{array}$$

Demnach ändert sich der Wirkungsgrad verhältnismäßig wenig, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Beim Entwurf braucht daher auch nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der Zustand der normalen Belastung mit dem Zustand des günstigsten Wirkungsgrades zusammenfällt. Besonders gebietet die Rücksicht auf eine geringe Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf meist, daß kleine Motoren normal unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

## 65. Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors.

### 1. Der Anlaßwiderstand.

Im Augenblick des Anlassens steht der Motor noch still, so daß eine elektromotorische Gegenkraft nicht vorhanden ist. Wenn man also den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand an die volle Netzspannung legt, so wird die Stromstärke und dadurch die Erwärmung des Ankers außerordentlich hoch. Außerdem ist es aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist, besonders wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung etwaiger benachbarter Lampen verursacht. Man hat demnach so viel Widerstand beim Anlassen vor den Anker zu schalten, daß die Stromstärke den zulässigen Betrag nicht überschreitet.

Wenn der Motor mit Hilfe des Anlassers in Gang gesetzt ist, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die elektromotorische Gegenkraft. Diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaßwiderstand kann also allmählich ausgeschaltet werden.

Es ist zu beachten, daß der Anlaßwiderstand allein im Ankerkreis liegen muß und nicht in einer gemeinsamen Zuleitung für Anker und Magnetstrom liegen darf. Im letzteren Falle würde nämlich bei ruhendem Anker die Magnetwicklung durch die parallel zu ihr liegende Anker-

wicklung fast kurz geschlossen sein, so daß die Spannung an ihren Klemmen fast Null ist. Da die Magnete dabei nicht erregt werden, so ist ein Drehmoment und dadurch ein Anlassen des Motors ausgeschlossen. Ein Nebenschlußmotor erfordert daher immer drei Zuleitungen.

## 2. Widerstandsregelung.

Wir betrachten das Verhalten eines Motors, dessen Magnetwicklung unmittelbar an der konstanten Klemmenspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes an die Klemmenspannung angeschlossen ist (Fig. 153). Die Belastung sei konstant. Die Fälle, in denen, wie bei Ventilatoren, das Drehmoment sich mit der Drehzahl ändert, seien also ausgeschlossen. Wir machen dann, gleichgültig ob der Motor belastet oder unbelastet läuft, zunächst die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des

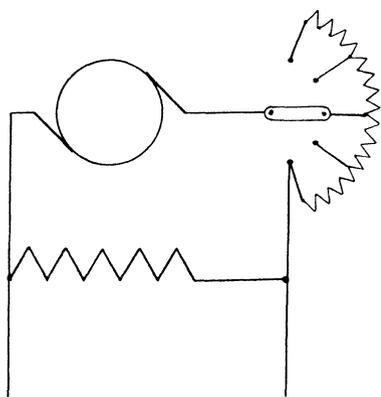


Fig. 153. Widerstandsregulierung eines konstant erregten Motors.

Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (31) auf S. 208 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht beeinflusst wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand verändert. Allerdings nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu. Dadurch wird jedoch das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment. Der Anker wird also beschleunigt und läuft

dauernd mit erhöhter Drehzahl weiter. Dadurch wächst dann die elektromotorische Gegenkraft, und die Stromstärke nimmt wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke tritt beim konstant erregten Motor nur durch eine Änderung der Belastung auf.

Dagegen ist die Drehzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande abhängig. Die Netzspannung  $e$  hat jetzt nämlich nicht nur die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch im Anker zu liefern, sondern auch den Spannungsverbrauch im vorgeschalteten Widerstand  $R$  zu decken. Es ergibt sich also:

$$e = E + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R.$$

In dieser Gleichung sind die Größen  $e$  und  $R_a$  ohne weiteres konstant, und  $I_a$  ist konstant, solange wir die Belastung ungeändert lassen.

Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die elektromotorische Gegenkraft und die Drehzahl stark beeinflußt.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Ohmschen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung genau gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch einen an den Bürsten liegenden Spannungszeiger ohne weiteres die elektromotorische Kraft. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes  $R$ , daß die Drehzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem oben gerechneten Beispiel ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (32) auf S. 210 eine Drehzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 2094.$$

Legen wir nun vor den Anker einen Widerstand von beispielsweise 27,5 Ohm, so wird dadurch der Strom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also  $27,5 \cdot 2 = 55$  Volt, und die Spannung, die wir mit dem Voltmeter an den Bürsten messen, ist  $110 - 55 = 55$  Volt. Wir erhalten also eine Drehzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Drehzahl wie bei 110 Volt. Die Drehzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Annähernd bleibt dies Gesetz auch für die verschiedenen Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem wichtigen Ergebnis: Bei einem konstant erregten Motor ist die Stromstärke der Belastung und die Drehzahl der Bürstenspannung proportional. Man kann also durch Veränderung der Bürstenspannung die Drehzahl beliebig verändern.

Bei den soeben geschilderten Versuchen muß der Vorschaltwiderstand allein im Ankerzweig liegen, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen nämlich Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen aneinander und liegt der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes meist nur eine geringe Änderung der Drehzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmenspannung des Ankers und der Magnete gleichzeitig auf das Doppelte, so wächst die Kraftlinienzahl bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wächst in der Gleichung

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p | a \cdot N \cdot z}$$

sowohl der Wert von  $E$  im Zähler als auch der Wert von  $N$  im Nenner auf das Doppelte, und die Drehzahl bleibt die frühere. Nur wenn die Magnete annähernd gesättigt sind, bewirkt eine Verdoppelung der Klemmenspannung auch annähernd eine Verdoppelung der Drehzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein konstant erregter Motor.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Drehzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Regulierwiderstandes dauernd bedient wird. Jede Änderung der Belastung bewirkt nämlich sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß dabei auch die Bürstenspannung und die Drehzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker noch ein Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Drehzahl unter Umständen so weit zurück, daß der Motor stehen bleibt. Mit Rücksicht auf diese Veränderlichkeit der Drehzahl mit der Belastung ist die Regulierung durch Vorschaltwiderstände nur bei solchen Nebenschlußmotoren möglich, die eine einzelne, längere Zeit mit konstanter Belastung arbeitende Maschine betreiben, nicht aber bei Motoren zum Antrieb von Transmissionen. Bei den Hauptstrommotoren für Straßenbahnwagen, deren Regulierapparate dauernd bedient werden, ist dagegen die Hauptstromregulierung allgemein üblich.

### 3. Feldregelung.

Die Regulierung des Nebenschlußmotors, wie auch des Hauptstrommotors, kann statt durch Vorschaltwiderstände auch durch Feldänderung geschehen. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir Gleichung (32) auf S. 210 auf den vollständigen Leerlauf anwenden.

Wir erhalten dann:

$$n = \frac{e \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot N \cdot z}$$

Schaltet man also Regulierwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und die Kraftlinienzahl  $N$ , so wird nach der obigen Gleichung die Drehzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei der geringeren Kraftlinienzahl schneller laufen muß, um eine der Klemmenspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen. Immerhin ist das nur eine äußerliche Erklärung. Der innere Grund für eine Beschleunigung des Motors liegt darin, daß beim Schwächen des Kraftflusses die bei der vorhandenen Drehzahl induzierte elektromotorische Gegenkraft geringer wird. Dadurch nimmt der Ankerstrom zu, und zwar in unverhältnismäßiger Weise, so daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment über das Lastmoment überwiegt und eine Beschleunigung zustande kommt. Die Beschleunigung hat dann zur Folge, daß der Ankerstrom wieder etwas abnimmt.

Aber auch, nachdem Gleichgewicht eingetreten ist, bleibt der Ankerstrom für das gleiche Drehmoment größer wie vor der Schwächung des

Kraftflusses. Da das Produkt  $N \cdot I_a$  der Belastung proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Magnetfeldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, in welchem die Klemmenspannung  $e = 110$  Volt, der Ankerwiderstand  $I_a = 0,3$  Ohm, die Drahtzahl  $z = 300$  und die Kraftlinienzahl  $N = 2 \cdot 10^6$  war. Für eine Stromstärke  $I_a = 10$  Ampere ergab sich dann auf S. 214 eine Drehzahl 1070.

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung den Kraftlinienfluß im Verhältnis  $0,8 : 1$  schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis  $1 : 0,8$  zu. Wir erhalten dann:

$$N = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6, \quad I_a = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt  $N \cdot I_a$  ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist größer geworden. Wäre der Ohmsche Widerstand gleich Null, so wäre die Drehzahl dem geänderten Kraftfluß umgekehrt proportional. Tatsächlich jedoch wird infolge der Zunahme des Ankerstromes auch der Ohmsche Spannungsverlust vergrößert. Demnach wird die elektromotorische Gegenkraft geringer als bei einer Maschine ohne Ohmschen Widerstand, und dies kann natürlich nicht ohne Einfluß auf die Drehzahl sein. Beispielsweise erwarten wir eine Steigerung der Drehzahl im Verhältnis  $1 : 0,8$ , also die Drehzahl  $1070 \cdot \frac{1}{0,8} = 1338$ . Tatsächlich ergibt sie sich aber entsprechend Gleichung (32) auf S. 210 nach Schwächung des Kraftflusses zu:

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Daraus geht zugleich hervor, daß man den Kraftlinienfluß nicht unbegrenzt schwächen darf, um die Drehzahl zu erhöhen. Schließlich wird nämlich der Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes auf die Drehzahl so groß, daß diese bei übermäßiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Sonst müßte ja der belastete (!) Motor mit unendlicher Drehzahl laufen, wenn der Kraftfluß durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null geschwächt wird. In Wirklichkeit bleibt der Motor in diesem Falle stehen, weil die eine der beiden Größen, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für  $N$  oder für  $I_a$  geben, für den die Drehzahl bei der gegebenen Belastung einen Höchstwert erreicht. Um den betreffenden Wert für  $I_a$  zu ermitteln, setzen wir nach S. 210 die mechanische Leistung gleich dem dafür verbrauchten Teil der elektrischen Leistung:

$$M_d \cdot 2 \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 = e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert werden soll, ist das Drehmoment  $M_d$  konstant. Mit Einführung eines Proportionalitäts-

faktors  $c = \frac{60}{2\pi \cdot 9,81 \cdot M_a}$  erhalten wir dann:

$$n = c \cdot (e \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a).$$

Wenn wir nach  $I_a$  differenzieren und den ersten Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir:

$$I_a \cdot R_a = \frac{e}{2}.$$

Die Drehzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren größten Wert, wenn der Kraftlinienfluß so weit geschwächt ist, daß der Ohmsche Spannungsabfall halb so groß ist wie die Klemmenspannung. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle gleich 0,5, und der betreffende Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr großen Wertes von  $I_a$ , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Der Vorzug der Feldregelung besteht darin, daß sie im Unterschied von der Widerstandsregelung ohne Verluste erfolgt. Jedoch fallen Motoren mit Feldregelung größer aus als Motoren ohne Feldregelung. Um das zu erkennen, beachten wir, daß die Motoren bei hoher Drehzahl mit schwachem Felde arbeiten, so daß sie magnetisch durchaus nicht ausgenutzt sind. Andererseits laufen sie bei starkem Feld so langsam, daß sie mechanisch wenig ausgenutzt werden.

Eine starke Feldschwächung ist im praktischen Betriebe oft nur bei einem verringerten Drehmoment möglich, da der Motor im allgemeinen die mit der Feldschwächung verbundene Erhöhung des Ankerstromes nicht aushält.

#### 4. Anordnung des Anlaß- und Regulierwiderstandes.

Da eine Unterbrechung des Magnetstroms beim Abstellen des Motors infolge der Selbstinduktion ein Durchschlagen der Isolation, jedenfalls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben kann, so hat man dafür zu sorgen, daß der Magnetstrom langsam bis auf Null abnimmt. Dies kann — allerdings nicht beim praktischen Betrieb — dadurch geschehen, daß man beim Abschalten die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Ausschalter in Fig. 154 öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch seine lebendige Kraft weiter, und es wird in ihm durch das nur langsam verschwindende Feld noch eine elektromotorische Kraft induziert. Da diese mit der vorher bei Betrieb wirksamen elektromotorischen Gegenkraft gleiche Richtung hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit die Kraftlinienzahl ganz allmählich bis auf Null. Man kann das sehr gut an dem allmählichen Zurückgehen des Ausschlages eines an den Motorklemmen liegenden Spannungszeigers beobachten.

Ein solches Ausschalten des Hauptstromes ist jedoch sehr bedenklich, weil dabei der Hebel des Anlassers in einer Stellung verbleibt, die, nachdem der Motor zur Ruhe gekommen ist, beim Wiedereinschalten des Hauptstromes einen gefährlichen Kurzschluß veranlaßt. Der in Fig. 155 gezeichnete Ausweg, daß man Anker und Magnete unmittelbar aneinander legt und den Anlasser sowie den Ausschalter in den gemeinsamen Stromzweig legt, ist, wie auf S. 215 erwähnt wurde, nicht gangbar.

Dagegen kommt man zum Ziel, wenn man Anlasser und Anker in einem Punkte aneinander legt und die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und des Anlassers schaltet (Fig. 156).\*) Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete, wie in Fig. 154, dauernd verbunden bleiben. Das Ausschalten

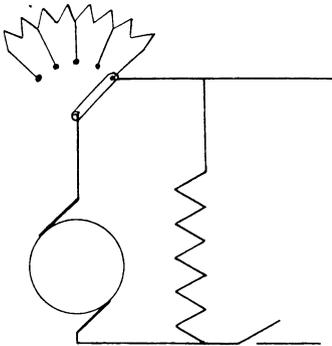


Fig. 154. Funkenfreies, aber praktisch undurchführbares Abschalten.

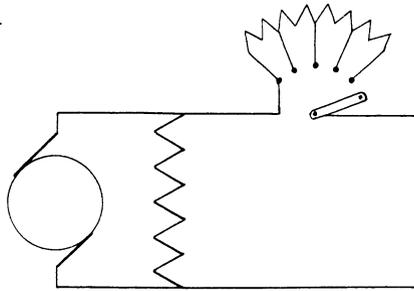


Fig. 155. Falsche Schaltung des Anlaßwiderstandes.

erfolgt daher funkenfrei, besonders wenn man es schnell und bei voller Drehzahl des Motors vornimmt.

Daß in Fig. 156 der Widerstand des Magnetkreises etwas erhöht wird, ist ohne besondere Bedeutung, da der Anlaßwiderstand viel kleiner ist als der Widerstand der Magnetwicklung. Will man den Verlust im Magnetkreis etwas verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Fig. 157). Allerdings erreicht dann der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert, da der in Fig. 157 links liegende Teil des Anlassers in der gemeinsamen Leitung des Ankers und der Magnete liegt. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, um so mehr, als die Selbstinduktion der Magnetspulen so wie so die Bildung der Kraftlinien verlangsamt.

In Fig. 158 wird dieser Nachteil, sowie der zusätzliche Verlust im Magnetkreis durch Anwendung eines doppelten Hebels vermieden. Die Magnete werden durch einen kurzen Hebel, der auf dem Segment schleift,

\*) Vergl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.

sofort voll eingeschaltet, während der Ankerstrom mittels des längeren Hebels, der auf den Kontakten des Anlaßwiderstandes schleift, eingeschaltet wird. Beide Hebel liegen starr übereinander.

Das gleiche ist bei dem Anlasser mit Feldregulierung in Fig. 159 der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen langen Hebel und durch den Anlasser  $R_1$  geschlossen wird. Die beiden

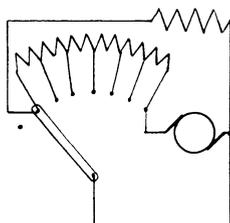


Fig. 156.

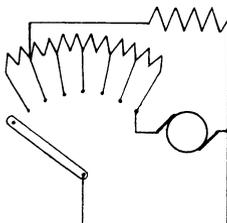


Fig. 157.

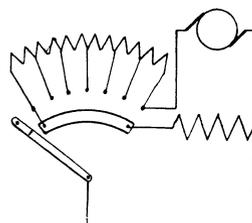


Fig. 158.

Schaltungen für den Anlaß- und Regulierwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Hebel sind in der Figur nicht gezeichnet. Bei vollem Betrieb steht der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll die Drehzahl nun erhöht werden, so dreht man den Hebel weiter nach rechts.

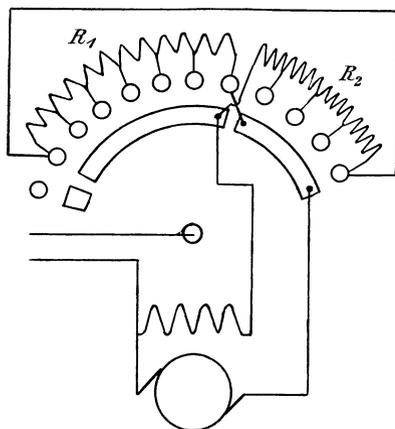


Fig. 159. Schaltung für Anlaß- und Regulierwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Dabei wird nach und nach der Regulierwiderstand  $R_2$  in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom unmittelbar durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Zum funkenfreien Ausschalten ist das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regulierwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Generator weiterlaufende Maschine einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regulierwiderstand  $R_2$  und Anlasser  $R_1$ .

### 5. Anlaß- und Regelmaschinen.

Der Bau von Anlassern für sehr große Motoren bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht, besonders wenn große Massen zu beschleunigen sind, große Effektverluste. Man verwendet daher für Hebezeuge mit schwierigen Betriebsbedingungen, bei denen Motoren für große Leistungen in kurzen Zwischenräumen zu steuern sind, sowie für Förderanlagen besondere Anlaß- und Regelmaschinen. \*)

\*) Vergl. Köttgen, ETZ 1902, S. 601, und Meyersberg, ETZ 1903, S. 260.

So wird bei der Leonard-Schaltung (Fig. 160) der Anker des konstant erregten Arbeitsmotors nicht unmittelbar vom Netz, sondern von einer fremderregten Steuerdynamo gespeist, deren Spannung mit Hilfe eines in ihrem Magnetkreis liegenden Widerstandes geändert werden kann. Die Steuerdynamo wird in der Regel durch einen Drehstrommotor — den Steuermotor — dauernd in gleichbleibender Drehrichtung angetrieben. Sie ist dauernd unmittelbar auf den Arbeitsmotor geschaltet und wird beim Anlassen desselben zunächst schwach erregt. Indem man dann die Erregung der Steuerdynamo allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Drehzahl. Ebenso erfolgt das Stillsetzen des Arbeitsmotors durch Feldschwächung bei der Steuerdynamo.

Besonders vorteilhaft ist es, wenn man bei Maschinen, die fortdauernd angelassen und wieder stillgesetzt werden, nach dem System Ilgner auf der Welle des Steuermotors und der Steuerdynamo ein Schwungrad anordnet, das unter Verringerung seiner Drehzahl beim Anfahren des Arbeitsmotors einen Teil der aufgespeicherten Energie abgibt, während beim Stillsetzen des Arbeitsmotors Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Auf diese Weise wird dem Netz

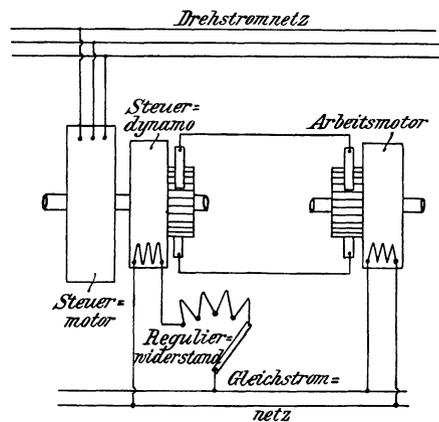


Fig. 160. Schema der Leonardschaltung.

auch bei intermittierendem, stark wechselndem Betrieb dauernd eine fast gleichbleibende Energie entnommen, und die starken Spitzen im Stromverbrauch, die ohne Schwungrad auftreten würden, werden vermieden. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der Steuermotor bei Belastung einen starken Abfall in der Drehzahl zeigt, damit das Schwungrad zur Geltung kommt. Es ist leicht einzusehen, daß in dieser Beziehung ein großer Ankerwiderstand im Steuermotor günstig wirkt. Wäre der Ankerwiderstand gleich Null, so würde der Steuermotor praktisch mit konstanter Drehzahl laufen, d. h. das Schwungrad würde gar nicht zur Geltung kommen, und die dauernden Schwankungen der Belastung würden starke Änderungen im Stromverbrauch des Motors zur Folge haben.

Man kann eine Verzögerung des Steuermotors bei Zunahme der Belastung auch durch eine Compoundwicklung auf dem Steuermotor erreichen, die so vom Strome dieses Motors durchflossen wird, daß die Wirkung der Nebenschlußwicklung verstärkt wird. Ihre Wirkung beruht darauf, daß die elektromotorische Gegegenkraft dann den Strom des Steuermotors bei Belastung des Arbeitsmotors stark abdrosselt.

Noch vollkommener arbeitet der Ilgner-Umformer, wenn beim Anlassen des Arbeitsmotors mittels eines vom Strome des Arbeitsmotors betätigten Relais selbsttätig Widerstand in den Ankerkreis des Steuer motors eingeschaltet wird. Der Vorgang ist dann der, daß sich beim Anlassen infolge der zunehmenden Leistung des Arbeitsmotors zunächst die elektrische Leistung der Steuerdynamo erhöht. Der Steuer motor sucht den entsprechenden Mehrverbrauch an Strom aus dem Netz zu entnehmen. Wenn wir ihn daran hindern, indem wir durch Einschalten von Widerstand in seinen Ankerkreis seinen Strom selbsttätig konstant halten, so wird die Drehzahl der Steuermaschinen und des Schwungrades abnehmen; das Schwungrad liefert dann die zusätzliche Leistung, während sich die dem Steuer motor vom Netz aus zugeführte Leistung infolge des konstanten Stromes nicht ändert.

Der umgekehrte Vorgang vollzieht sich beim Bremsen und Stillsetzen des Arbeitsmotors. Dazu wird durch Schwächung der Erregung der Steuerdynamo die elektromotorische Kraft der Steuerdynamo geringer gemacht als die des Arbeitsmotors, so daß der letztere einen Rückstrom liefert. Dadurch wird er selbst gebremst, die Steuerdynamo dagegen als Motor angetrieben, so daß das Schwungrad beschleunigt wird. Durch diese Beschleunigung des Schwungrades und der Steuermaschinen wächst die elektromotorische Gegenkraft des Steuer motors. Eine dadurch bedingte Änderung der Stromstärke dieses Motors wird dann wieder dadurch verhindert, daß selbsttätig Widerstand im Ankerkreis desselben ausgeschaltet wird.

Die Kraftstation bleibt bei Anordnung eines solchen Ilgner-Umformers von den Schwankungen der Belastung unberührt. Sie liefert dauernd den gleichen Strom in den Steuer motor, gleichgültig, ob z. B. der Förder motor arbeitet oder für einen Augenblick stille steht. Beim Anlassen des Arbeitsmotors arbeiten der Steuer motor und das Schwungrad zusammen auf die Steuerdynamo, beim Bremsen arbeiten der Steuer motor und die als Motor angetriebene Steuerdynamo zusammen auf das Schwungrad. Bei einer von den Siemens-Schuckertwerken ausgeführten Anlage schwankte z. B. der Strom im Förder motor zwischen +2000 Ampere beim Anlassen und -1000 Ampere beim Bremsen des Arbeitsmotors. Der Netzstrom, der dem Steuer motor zugeführt wurde, hielt sich jedoch mit ganz geringen Schwankungen auf 400 Ampere. Die Drehzahl des Schwungrades änderte sich dabei um 12—15 %.

Ein Hauptvorteil des Regels mittels Steuermaschine besteht darin, daß zu einer bestimmten Stellung des Steuerhebels unter allen Umständen eine bestimmte Geschwindigkeit des Förder motors gehört, unabhängig von der Belastung dieses Motors. Beim Anlassen mittels eines Vorschaltwiderstandes wäre das nicht zu erreichen, da der im Vorschaltwiderstand auftretende Spannungsverlust sich mit der Stromstärke, also mit der Belastung, ändert.

Anstatt durch Änderung des Widerstandes im Ankerkreis kann man den Strom des Steuermotors auch durch Änderung der Magneterregung selbsttätig konstant halten.

Von Interesse ist ferner das Anlassen großer Motoren mittels einer Maschine, deren elektromotorische Kraft der Netzspannung zuerst entgegen und nachher gleichgerichtet ist. In Fig. 161 sei die große Maschine der Arbeitsmotor, der beispielsweise für 1000 Volt gebaut sei. Die Netzspannung sei 500 Volt. Das Zusatzaggregat bestehe aus zwei miteinander gekuppelten Maschinen, die beide für 500 Volt gebaut sind. Diese Maschinen laufen, da die eine von ihnen bei konstanter Erregung unmittelbar am Netz liegt, dauernd mit annähernd konstanter Drehzahl, wobei es gleichgültig ist, welche von ihnen als Generator arbeitet und welche als Motor.

Vor dem Anlassen steht der Arbeitsmotor still und dient nur als Zuleitung für die Zusatzmaschine. Diese Maschine treibt als Motor die Hilfsmaschine an, leistet aber nur die Leerlaufarbeit, da die elektromotorische Kraft der Hilfsmaschine infolge geeigneter Erregung genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung gemacht ist.

Wir schwächen jetzt die Erregung der als Motor laufenden Zusatzmaschine und beschleunigen sie dadurch ein wenig. Infolge der größeren gewordenen Drehzahl überwiegt dann die elektromotorische Kraft der Hilfsmaschine über die Netzspannung und liefert uns einen Strom  $I_1$ . Dadurch wird zugleich die Motorleistung der Zusatzmaschine größer, und der Strom  $I_2$  nimmt zu. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom  $I_1$  aus der Hilfsmaschine unmittelbar in die Zusatzmaschine, und vom Netz wird nur eine den Verlusten in beiden Maschinen entsprechende Leistung geliefert.

Schließlich wird der Strom  $I_2$  so stark, daß der Arbeitsmotor anzieht. Wir haben dann im rechten Zweige zwei hintereinander geschaltete Motoren. Im allgemeinen ist bei einer solchen Hintereinanderschaltung von zwei nicht miteinander gekuppelten Motoren gar nicht zu sagen, in welcher Weise sich die Netzspannung auf beide Motoren verteilt. In unserm Falle ist aber nach dem obigen die Drehzahl der Zusatzmaschine unveränderlich. Ihre elektromotorische Kraft ist also der jeweiligen Erregung proportional. Zur Überwindung dieser elektromotorischen Gegenkraft wird dann ein ganz bestimmter Teil der Klemmenspannung verbraucht. Der Rest der Spannung liegt dann am Arbeitsmotor, der infolgedessen eine ganz bestimmte Drehzahl annimmt.

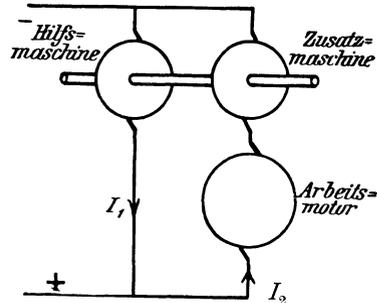


Fig. 161. Anlassen durch Zusatzmaschine.

Zugleich ist jetzt, nachdem der Arbeitsmotor angezogen hat, Gleichgewichtszustand; die Stromstärke  $I_2$  ist also durch die Belastung des Arbeitsmotors gegeben, sie wächst also nicht mehr bei weiterer Schwächung des Kraftflusses der Zusatzmaschine. Infolgedessen nimmt das Drehmoment der Zusatzmaschine, das durch das Produkt aus ihrem Kraftfluß und dem jetzt konstanten Strom  $I_2$  gegeben ist, bei Schwächung ihres Kraftflusses jetzt dauernd ab, d. h. diese Maschine wird, entgegen den Ausführungen auf S. 218, jetzt durch weitere Schwächung des Kraftflusses verzögert. Wenn auch diese Verzögerung gering ist, so genügt sie doch, um den von der Hilfsmaschine erzeugten Strom auf Null zu bringen.

Im weiteren Verlauf wird der Kraftfluß der Zusatzmaschine und dadurch ihre elektromotorische Kraft sowie ihr Drehmoment gleich Null gemacht, wobei sie von der jetzt bereits als Motor laufenden Hilfsmaschine leer angetrieben wird. Am Arbeitsmotor liegt dann die volle Netzspannung von 500 Volt.

Wir erregen jetzt allmählich die von der Hilfsmaschine angetriebene Zusatzmaschine im umgekehrten Sinne, so daß ihre elektromotorische Kraft dem Strome  $I_2$  gleichgerichtet ist. Sie wird dadurch zum Generator, dessen Spannung sich zur Netzspannung addiert. Dadurch wächst dann die Spannung an den Klemmen des Motors allmählich bis auf 1000 Volt, so daß er seine volle Drehzahl erreicht. Seine Leistung wird dabei zur Hälfte unmittelbar vom Netz und zur Hälfte von der Zusatzmaschine, indirekt natürlich ganz und gar vom Netz geliefert.

## 66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Beim Hauptstrommotor liegen die Verhältnisse etwas verwickelter als beim Nebenschlußmotor, weil der Kraftfluß des Hauptstrommotors sich bei den verschiedenen Betriebszuständen ändert. Anker- und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit der Kraftlinienzahl das Drehmoment ergibt, ist zugleich der magnetisierende Strom. Belasten wir daher einen Hauptstrommotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker als auch in der Magnetwicklung. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (31) auf S. 208 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Großen  $N$  und  $I_a$  zustande.

Arbeitet z. B. der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit ungesättigtem Eisen, so entspricht einem doppelten Strom auch die doppelte Kraftlinienzahl, also nach der genannten Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur um das Doppelte zu.

Die Drehzahl des Hauptstrommotors ist nach Gleichung (32) auf S. 210:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p | a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter  $R_a$  der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen ändert sich der Nenner erheblich, weil sich mit dem Ankerstrom auch die Kraftlinienzahl ändert. Infolgedessen wird die Drehzahl durch eine Änderung der Besastung stark beeinflusst. Bei einer erhöhten Kraftlinienzahl genügt z. B. eine kleinere Drehzahl, um eine der Klemmenspannung fast gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Das große Drehmoment des Hauptstrommotors bei verhältnismäßig geringem Strom macht den Hauptstrommotor im Unterschied vom Nebenschlußmotor besonders geeignet für den Betrieb von Kranen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Stromverbrauch liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor außerordentlich günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es mit einem geringeren Aufwand von Strom, als es ein Nebenschlußmotor tut. Die Schwankungen im Effektverbrauch der Anlage sind also nicht so bedeutend wie bei Verwendung von Nebenschlußmotoren.

Natürlich kann das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Drehzahl eintritt. Abgesehen von der oben gegebenen Begründung wird das auch ohne weiteres klar, wenn man die mechanische Seite der Sache betrachtet. Die Leistung ist das Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptstrommotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei verhältnismäßig wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus der Zentrale entnimmt, so muß seine Drehzahl dabei gering sein. Wir müssen diese Veränderlichkeit der Drehzahl als einen ganz besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, da es mit Rücksicht auf den gleichmäßigen Betrieb der Kraftstationen sehr zweckmäßig ist, daß z. B. die vollbesetzten Wagen einer elektrischen Bahn einen Berg langsam hinauffahren.

Wir gehen nun dazu über, das Verhalten des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen rechnerisch zu verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir die Maschine als Generator mittels eines anderen Motors mit einer bestimmten Drehzahl  $n_g$  antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem Generator gelieferten Strom  $I_a$  und die Klemmenspannung  $e_g$

und berechnen die elektromotorische Kraft  $E_g$  des Generators nach der Gleichung:

$$E_g = e_g + I_a \cdot R_a.$$

Dabei ist wieder  $R_a$  der gesamte innere Widerstand. Wir tragen dann, wie wir es im Abschnitt 58 getan haben, die elektromotorische Kraft als Ordinate und den äußeren Strom, der zugleich Anker- und Magnetstrom ist, als Abszisse auf. Die so erhaltene Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine. Wir dividieren nun die Werte der elektromotorischen Kraft  $E_g$  durch den konstanten Wert  $\frac{p|a \cdot n_g \cdot z \cdot 10^{-8}}{60}$  und erhalten dadurch die Kraftlinienzahl  $N$ , die durch den jeweiligen Magnetisierungsstrom  $I_a$  geschaffen wird. Die Kurve  $N$  unterscheidet sich von der Kurve  $E_g$  nur durch den Maßstab (Fig. 162) und gilt im Gegensatz zu der Kurve  $E_g$  nicht nur für den Generator, sondern auch für den Motor.

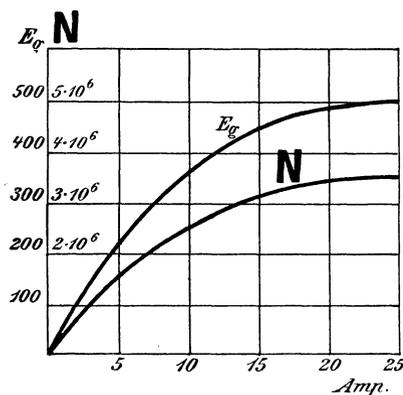


Fig. 162. Charakteristik eines Hauptstromdynamo.

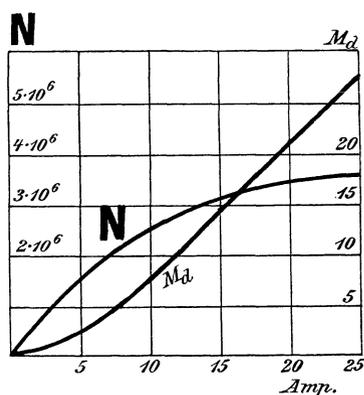


Fig. 163. Kraftfluß und Drehmoment eines Hauptstrommotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei konstanter Klemmenspannung als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Man mißt dann die Drehzahl  $n$  und die Stromstärke  $I_a$  des Motors und berechnet die jeweilige Kraftlinienzahl nach Gleichung (32) auf S. 210 zu:

$$N = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p|a \cdot z \cdot n}$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise die Kraftlinienzahl für jede Stromstärke  $I_a$  ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von  $N$  und  $I_a$  und trägt es als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve  $M_d$  in Fig. 163, deren Ordinaten uns mit Berücksichtigung des Maßstabes das Drehmoment für jede einzelne Abszisse angeben. Die Kurve  $M_d$  ist anfangs konvex gegen die Abszissenachse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich

aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve  $M_a$  geradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

Die Kurve der Kraftlinienzahl  $N$  setzt uns nun in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Drehzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke (Fig. 164) eine Wagerechte im Abstände  $e$  von der Abszissenachse (in Fig. 164 ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt der Wagerechten mit der Ordinatenachse eine Gerade, die mit der Wagerechten einen Winkel  $\alpha$  bildet. Dieser entspricht der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = R_a.$$

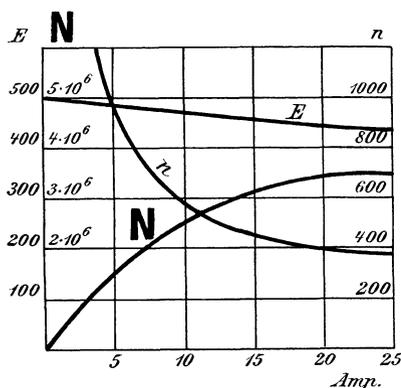


Fig. 164.

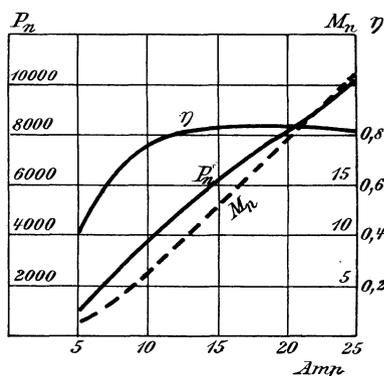


Fig. 165.

Drehzahl, Nutzleistung, nutzbares Drehmoment und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

$R_a$  bedeutet dabei, wie früher, den Gesamtwiderstand des Motors. Natürlich sind dabei die Ordinaten im Voltmaßstab und die Abszissen im Amperemaßstab zu messen. Dann ist für jeden Betriebszustand die Differenz zwischen der Horizontalen und der geneigten Geraden gleich  $I_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = I_a \cdot R_a$ , d. h. gleich dem Ohmschen Spannungsverlust. Die Ordinaten der geneigten Geraden stellen uns also die elektromotorische Gegenkraft  $E$  dar. Wenn wir sie durch die zugehörige Kraftlinienzahl dividieren, so erhalten wir nach Gleichung (27) auf S. 134 ein Maß für die Drehzahl  $n$ . Auf diese Weise ist die Kurve  $n$  in Fig. 164 ermittelt.

Wie die Kurve deutlich zeigt, geht der Hauptstrommotor bei vollständigem Leelauf durch. Seine Drehzahl steigert sich derartig, daß der Motor in Stücke fliegt. Gegen diese Gefahr müssen Hauptstrommotoren, falls sie nicht, wie bei Straßenbahnwagen, ständig genügend belastet sind, durch selbsttätige Schalter geschützt werden.

Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, einem fast konstanten Werte nähert.

Der Wirkungsgrad ergibt sich, wenn wir die Verluste durch Joulesche Wärme und mechanische Reibung von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und die Differenz durch die zugeführte Leistung dividieren. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie beim konstant erregten Nebenschlußmotor. Da der Kraftlinienfluß beim Hauptstrommotor nicht konstant ist, gibt es keinen Leerstrom, der, wie beim Nebenschlußmotor, mit dem Kraftfluß multipliziert, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Reibungsmoment  $M_0$  ausgehen, das bei Leerlauf wirksam ist, und dies Reibungsmoment bei Leerlauf und den verschiedenen Betriebszuständen als konstant voraussetzen. Wir haben dann von den Werten  $M_d$  den konstanten Wert  $M_0$  abziehen und erhalten dadurch die punktierte Kurve in Fig. 165, die das nutzbare Drehmoment  $M_n$  darstellt. Multiplizieren wir dann das nutzbare Drehmoment mit der Drehzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung  $P_n$  und daraus durch Division mit  $e \cdot I_a$  den Wirkungsgrad. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve  $\eta$  deren Ordinaten uns den Wirkungsgrad angeben. Wie man sieht, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung wegen des Einflusses der Leerlaufarbeit gering. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem höchsten Wert, um dann schließlich wieder geringer zu werden, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Jouleschen Verluste stark ins Gewicht fallen.

### 67. Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, Drehzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem ausgeführten Motor zu ermitteln, für den die betreffenden Daten aus Kapps „Elektromechanischen Konstruktionen“ entnommen sind. Bei einem von der Maschinenfabrik Örlikon ausgeführten Motor mit vier Polen und Reihenwicklung für eine Klemmenspannung von 500 Volt ist der innere Widerstand  $R_a = 2,75$  Ohm und die Drahtzahl auf dem Anker  $z = 944$ . Die Charakteristik der Maschine als Hauptstromgenerator bei einer Drehzahl  $n_g = 450$  ist durch die beiden ersten senkrechten Reihen der folgenden Zahlentafel gegeben. Wir erhalten dann die von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Kraftlinienzahlen nach Gleichung (27) auf S. 134) zu:

$$N = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot n_g \cdot z} = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_g.$$

Die Kraftlinien ergeben uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (31) auf S. 208:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot I_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot I_a \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Drehzahlen des Motors brauchen wir die elektromotorische Gegenkraft  $E$ . Diese ergibt sich zu:

$$E = e - I_a \cdot R_a = 500 - 2,75 \cdot I_a.$$

Dann erhalten wir die Drehzahl nach Gleichung (27) auf S. 134 zu:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot N \cdot z} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}.$$

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in folgender Zahlentafel übersichtlich zusammengestellt. Die Kurven des vorigen Abschnittes beziehen sich auf das vorliegende Beispiel.

Generator		Motor und Generator		Motor	
$I_a$	$E_g$	$N =$ $7070 \cdot E_g$	$M_d =$ $0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot I_a$	$E =$ $500 - 2,75 \cdot I_a$	$n =$ $3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45	486,2	970
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85	472,5	590
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6	458,7	470
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3	445	410
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3	431,2	390

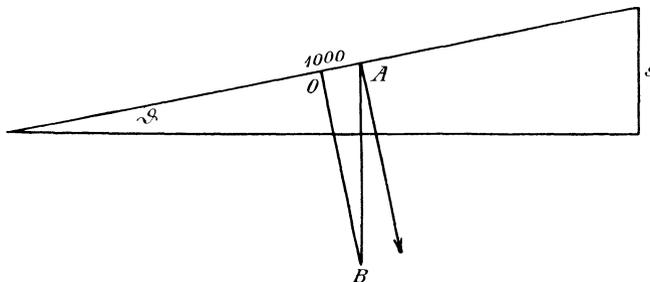


Fig. 166. Zerlegung des Wagengewichts in Komponenten.

Diese Werte gestatten, für jede Steigung bei gegebenem Wagengewicht den entsprechenden Strom und die entsprechende Wagen­geschwindigkeit zu bestimmen. Es sei

$G$  das Wagengewicht in Tonnen (1 Tonne = 1000 kg\*),

$f$  der Traktionskoeffizient, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,

$s$  die Steigung auf Tausend,

dann ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft gleich  $G \cdot f$ . Andererseits ist in Fig. 166 die Komponente der Schwerkraft, die der Bewegungs­richtung direkt entgegenwirkt, durch die Beziehung gegeben:

$$AO = AB \cdot \sin \vartheta.$$

Setzen wir für  $\sin \vartheta$  den Wert  $s/1000$  und für  $AB$  das Wagen­gewicht in Kilogramm, also  $1000 G$  ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ergibt sich also die am Radumfang auszuübende Zugkraft  $F$  zu:

$$F = G \cdot (f + s) \text{ kg*}.$$

Ist  $r$  der Radius des Rades in Metern, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$F \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg}.$$

Es sei nun  $c$  das Übersetzungsverhältnis, d. h. der Durchmesser des treibenden Rades auf der Motorachse, dividiert durch den Durchmesser des getriebenen Laufrades. Dann verhält sich das Drehmoment des Motors zum Drehmoment an der Radachse wie  $c : 1$ , wobei  $c$  kleiner als 1 ist. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad  $\eta$  der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu:

$$\Sigma M_d = \frac{c \cdot F \cdot r}{\eta} = \frac{c \cdot G \cdot r (f + s)}{\eta}.$$

Im vorliegenden Falle ist der Radius des Rades  $r = 0,39$  m und das Übersetzungsverhältnis  $c = 1 : 4,9$ . Nehmen wir an, daß das Wagen-gewicht 8 Tonnen, der Traktionskoeffizient der Bahn  $f = 12$  und der mittlere Wirkungsgrad gleich 0,8 ist, so erhalten wir:

$$\Sigma M_d = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot 0,8} = 0,8 \cdot (12 + s).$$

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also das Drehmoment eines jeden der beiden Motoren zu:

$$M_d = \frac{\Sigma M_d}{2} = 0,4 \cdot (12 + s).$$

Lösen wir für  $s$  auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Werten von  $M_d$  nimmt, zu:

$$s = 2,5 \cdot M_d - 12.$$

Wir erhalten so die unten folgende Zahlentafel, wobei die Werte des Drehmomentes  $M_d$  aus S. 231 entnommen sind. Negative Werte der Steigung bedeuten ein Gefälle.

Wir haben nun noch die Wagengeschwindigkeit  $K$  in Kilometern für die Stunde zu berechnen. Wir berechnen dazu zunächst die Drehzahl der Räder in der Stunde, indem wir die Drehzahl des Motors in der Minute mit 60 und mit dem Übersetzungsverhältnis  $c$  multiplizieren. Diese Drehzahl der Räder haben wir mit dem Umfang des Rades in Kilometern zu multiplizieren und erhalten die Wagengeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde zu:

$$K = n \cdot 60 \cdot c \cdot \frac{2r \cdot \pi}{1000}.$$

Setzen wir für  $r$  den Wert 0,39 und für  $c$  den Wert 1 : 4,9 ein, so erhalten wir die Wagengeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde zu:

$$K = 0,03 \cdot n.$$

Auf diese Weise ist die vorletzte Reihe der folgenden Zahlentafel berechnet, wobei die Werte von  $n$  aus S. 231 entnommen sind. In der letzten Reihe ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom  $I_a = 2 \cdot I_a$  angegeben. Wir erhalten auf diese Weise:

$I_a$	$M_d$	$s = 2,5 \cdot M_d - 12$	$K = 0,03 \cdot n$	$I = 2 \cdot I_a$
5	2,45	— 5,85 <sup>0/100</sup>	29 km/Std.	10
10	7,85	+ 7,4 „	17,7 „	20
15	14,6	+ 24,6 „	13,8 „	30
20	21,3	+ 41,5 „	12,3 „	40
25	27,3	+ 56,5 „	11,7 „	50

Wir können nun die Steigung als Abszisse und den Gesamtstrom  $I_a$ , sowie die Wagengeschwindigkeit  $K$  als Ordinate auftragen und erhalten dann einen deutlichen Einblick in das Verhalten bei Betrieb.

## 68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Drehzahl eines Motors ist nach Gleichung (32) auf S. 210:

$$n = \frac{(e - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist unter  $e$  die Klemmenspannung des Motors selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Änderung der Drehzahl des Hauptstrommotors ist also eine Veränderung der Klemmenspannung mittels des Anlassers. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dabei im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Klemmenspannung erniedrigt wird. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter  $e$  die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regulierwiderstandes  $R_1$  wirkt dann als eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Drehzahl nach der Gleichung

$$n = \frac{\{e - I_a \cdot (R_a + R_1)\} \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}$$

ergibt. Diese Regelung durch Vorschaltwiderstände hat sich bei Hauptstrommotoren am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Joulesche Verlust ziemlich bedeutend. Man regelt daher zuweilen die Drehzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Kraftflusses. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. der Wert für die Drehzahl  $n$  größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein so geschalteter Widerstand beim Hauptstrommotor

nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man den Regulierwiderstand parallel zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch den Magnetwiderstand fließt.

Um den Einfluß der Einschaltung eines Widerstandes parallel zur Magnetwicklung zu erkennen, zeichnen wir zunächst in der gewöhnlichen Weise die charakteristischen Kurven des Motors ohne den Widerstand (Fig. 167). Die Ordinaten der Kurve  $M_d$  sind das Produkt aus den zusammengehörigen Werten der Kraftlinienzahl  $N$  und der Stromstärke  $I_a$ . Wir zeichnen nun in Fig. 168 die Kurven für einen gleichen Motor, zu dessen Magnetwiderstand z. B. ein gleich großer Widerstand parallel geschaltet ist. Die Kurve für die Kraftlinien ist genau die gleiche wie in Fig. 167,

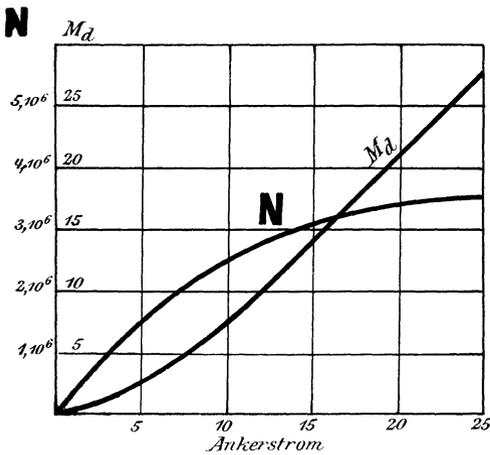


Fig. 167.

Abhängigkeit des Drehmomentes vom Ankerstrom  
bei ungeschwächtem Feld,

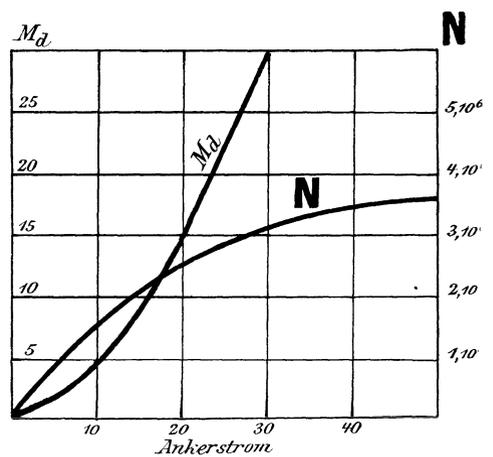


Fig. 168.

bei geschwächtem Feld.

nur haben sich die Zahlenwerte der Abszissen gegenüber dieser Figur verdoppelt, weil die gleiche Kraftlinienzahl bei demselben Magnetstrom, also jetzt bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wird. Durch Multiplikation der Werte von  $N$  und  $I_a$  erhalten wir jetzt die Kurve  $M_d$  in Fig. 168. Aus Fig. 167 und 168 ergeben sich dann für dasselbe Drehmoment in beiden Fällen die zugehörigen Werte des Stromes und der Kraftlinien. Beispielsweise finden wir ohne parallelgeschalteten Widerstand aus Fig. 167 für eine Belastung von 14 mkg einen Ankerstrom von 15 Ampere und eine Kraftlinienzahl von  $3,1 \cdot 10^6$  Kraftlinien. Bei der gleichen Belastung finden wir nach Schwächung des Feldes aus Fig. 168 eine Stromstärke von etwa 19 Ampere und eine Kraftlinienzahl von  $2,5 \cdot 10^6$  Kraftlinien. Wenn wir von dem geringen Einfluß des Ohmschen Spannungsverlustes absehen, sind die Drehzahlen den Kraftlinien umgekehrt proportional. Wir haben also bei dem gegebenen Drehmoment die Drehzahl im Verhältnis

3,1:2,5 erhöht, indem wir zum Magnetwiderstand einen gleichgroßen Widerstand parallel geschaltet haben.

Die Änderung des Kraftflusses kann auch durch Umschaltung der Magnetspulen herbeigeführt werden. Die Magnetspulen sind dann beim Anfahren in Reihe geschaltet und werden bei voller Fahrt parallel geschaltet, so daß in jeder Magnetwicklung nur ein Teil des Ankerstromes fließt (Sprague-Schaltung). Man ist aber jetzt von einer solchen Regelung der Drehzahl durch Schwächung des Magnetfeldes mehr zurückgekommen.\*) Da man nämlich bei der Sprague-Schaltung Magnetspulen hat, die mit den zueinander parallelen Ankern eines Wagens in Reihe geschaltet sind, so liegt die Gefahr vor, daß die Kraftlinienzahlen der einzelnen Motoren desselben Wagens ungleich sind. Das kann eintreten, wenn der magnetische Widerstand der einzelnen Motoren ungleich ist, oder wenn beim Umschalten der Magnetwicklungen die Kontakte gelitten haben und die Stromstärken in den einzelnen Zweigen verschieden sind.

Wie groß der Einfluß der genannten Unregelmäßigkeiten werden kann, geht aus folgendem Beispiel hervor. Ein Wagen enthalte zwei parallelgeschaltete Anker, deren Bürstenspannung  $e$  gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Ist dann die Stromstärke des einen Motors z. B. 15 Ampere, so ist seine elektromotorische Gegenkraft:

$$E = 500 - 15 \cdot 1 = 485 \text{ Volt.}$$

Der zweite Motor, der auf demselben Wagen arbeitet, läuft mit genau derselben Drehzahl wie der erste Motor. Nehmen wir an, daß sein Kraftfluß um 5% schwächer ist als der des ersten Motors, so wird

$$E = 485 \cdot 0,95 = 460 \text{ Volt.}$$

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$I_a = \frac{e - E}{R_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen  $40 + 15 = 55$  Ampere. Davon fließen nur 15 Ampere in den stärker erregten und 40 Ampere in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei denen die elektromotorische Gegenkraft des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebensogroß ist wie die Klemmenspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Ja, es kann sogar vorkommen, daß bei der betreffenden Drehzahl die elektromotorische Kraft der stärker erregten Maschine größer ist als die Klemmenspannung, so daß sie als Generator Strom in das Netz oder in den anderen Motor liefert. Der letztere hat dann nicht bloß für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Generator wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine infolge zu großer Joulescher Wärme zerstört wird.

\*) Vergl. den Aufsatz von Sieber, ETZ 1901, S. 35.

Auch eine Ungleichheit der Widerstände der parallelgeschalteten Anker ist bei der Sprague-Schaltung besonders nachteilig.

Man ist demnach mehr davon abgekommen, die Drehzahl durch Regelung der Magnetwickelungen zu verändern, und begnügt sich mit Regelung durch Vorschaltwiderstände, um so mehr, als man dabei immer noch die Möglichkeit hat, durch Schaltung der beiden Motoren in Reihe den Strom und die Leistung beim Anfahren ganz bedeutend zu erniedrigen. Ein Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen (Fig. 169), und auf jeden Motor kommt beim Anfahren nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus der Kraftstation nur der einfache Strom entnommen, was bei der besonders hohen, beim Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist. Bei voller Fahrt werden die Motoren dann parallel geschaltet (Fig. 170).

Allerdings erscheint auch dann noch die Möglichkeit einer ungleichen Verteilung der Stromstärke und Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleicher Feldstärke nicht ausgeschlossen. Ist z. B. der

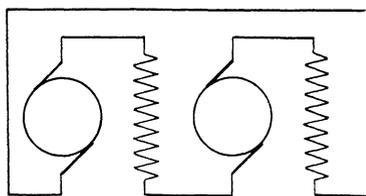


Fig. 169. Reihenschaltung  
zweier Motoren beim Anfahren.

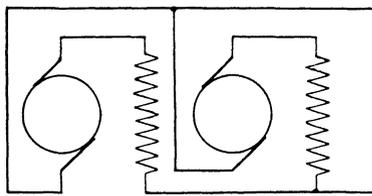


Fig. 170. Parallelschaltung  
zweier Motoren beim Betrieb.

Widerstand des einen Ankers etwas größer als der des anderen, so ist die Stromstärke nach der Gleichung

$$I_a = \frac{e - E}{R_a}.$$

kleiner als die des anderen parallelgeschalteten Motors. Da indessen bei dieser Schaltung der Anker eines Motors immer mit der zugehörigen Magnetwicklung verbunden bleibt, so ist der Ankerstrom immer identisch mit dem Magnetstrom desselben Motors. Mit dem Ankerstrom nimmt daher auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Gegenkraft ab, so daß sich die durch ungleichen Widerstand veranlaßte Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder ausgleicht. Für den einen Motor seien z. B.:

$$e = 500, \quad N = 3 \cdot 10^6, \quad I_a = 20, \quad R_a = 2.$$

Der Widerstand des zweiten Motors sei verschieden von dem des ersten Motors. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere, und diesem Strom entspreche aus der Charakteristik eine Kraftlinienzahl von  $2,9 \cdot 10^6$  Kraftlinien. Gesucht wird der Widerstand  $x$  des zweiten Motors. Da beide Motoren die gleiche Drehzahl besitzen, so ergibt sich nach Gleichung (32) auf S. 210:

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot z} = \frac{(500 - 18 \cdot x) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot z}$$

Daraus erhalten wir:

$$x = 3.$$

Wir sehen, daß eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 in unserem Falle nur eine Verringerung der Stromstärke im Verhältnis 18 : 20 zur Folge hat. Ebenso wird ein Unterschied in den Kraftlinienzahlen beider Motoren immer nur wenig ausmachen (Fig. 171 a und b). Nehmen wir z. B. an, der zweite Motor besäße einen größeren Abstand des Anker- eisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Charakteristik, welche die Abhängigkeit der Kraftlinienzahl vom Erregerstrom darstellt, verläuft also flacher. In Fig. 171 a und b ist der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, daß die Kraftlinienzahl des zweiten Motors für gleiche Werte

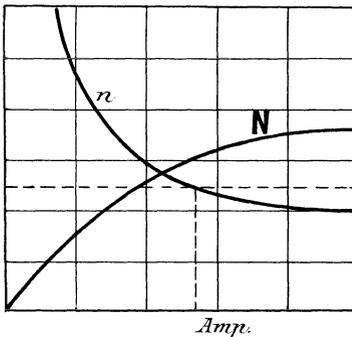


Fig. 171 a.

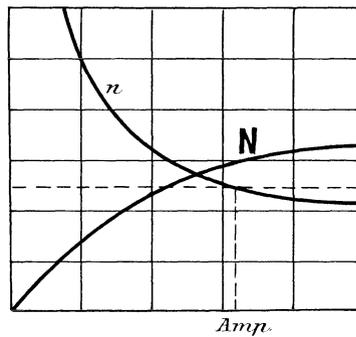


Fig. 171 b.

Abhängigkeit der Drehzahl von der Stromstärke bei zwei Motoren mit etwas ungleichem Kraftfluß.

des Stromes um 10 % kleiner ist als die des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmenspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Drehzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Kurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine beliebige, beiden Motoren gleiche Drehzahl, wie sie durch die punktierte Horizontale gegeben ist, ergibt sich dann allerdings beim zweiten Motor eine größere Stromstärke als beim ersten Motor. Aber die Unterschiede zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-Schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand hat, entwickelt allerdings eine kleinere elektromotorische Gegenkraft, und dadurch wird die Stromstärke im Anker dieses Motors größer. Aber indem dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er diese verhältnismäßig stark, so daß die Unterschiede in den Kraftlinienzahlen keine erheblichen Beträge annehmen können.

## Zehntes Kapitel.

69. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft. — 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke. — 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 72. Das Vektordiagramm. — 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — 74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 75. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung. — 76. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung. — 77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung. — 78. Die Kapazitätsspannung. — 79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung. — 80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

### 69. Der Augenblickswert der induzierten elektromotorischen Kraft.

In einer Drahtschleife, die in einem gleichförmigen magnetischen Felde gedreht wird, werden elektromotorische Kräfte induziert, die sich zeitlich nach Richtung und Stärke ändern. In Fig. 172a und b wird

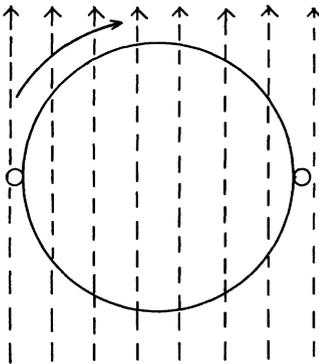


Fig. 172 a. Schleife in der Nulllage.

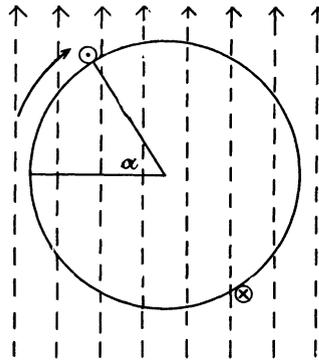


Fig. 172 b. Schleife in beliebiger Lage.

z. B. eine rechteckige Drahtschleife, die auf einen Zylinder aus unmagnetischem Material gewickelt ist, um eine zu den Kraftlinien senkrechte Achse gedreht. Die Kraftlinien sind gestrichelt gezeichnet. In Fig. 172a steht die Ebene der Schleife gerade senkrecht auf der Kraftlinienrichtung, und der Kraftfluß, der die Ebene der Schleife durchsetzt, hat seinen Höchstwert. In diesem Augenblick ist die Bewegungsrichtung der auf der Mantelfläche liegenden induzierten Leiter parallel zur Kraftlinienrichtung, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Man bezeichnet daher die in Fig. 172a gezeichnete Lage als die Nullage.

In dem Augenblick dagegen, der durch Fig. 172b dargestellt ist, bildet die Ebene der Schleife mit der Nullage den Winkel  $\alpha$ . In diesem Augenblicke schneiden die auf der Mantelfläche liegenden Leiter schräge durch die Kraftlinien. In den Drähten wird dann eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Unter der Annahme, daß die Trommel im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird und die Kraftlinien in der Zeichnung von unten nach oben verlaufen, ergeben sich der gezeichnete Schaft und die gezeichnete Spitze der Strompfeile in den induzierten Leitern.

Die elektromotorische Kraft ist um so größer, je mehr Kraftlinien in der Zeiteinheit geschnitten werden, d. h. je weniger schräge das Schneiden der Kraftlinien erfolgt. Sie erreicht also ihren Höchstwert bei senkrechtem Schneiden der Kraftlinien, d. h. wenn die Ebene der Schleife parallel zu den Kraftlinien steht und von keinen Kraftlinien durchsetzt wird. Bei weiterer Drehung nimmt der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft wieder ab und wird gleich Null, wenn die Ebene der Schleife wieder in die Nullage fällt. In diesem Augenblicke ändert sich die Richtung, in der die induzierten Leiter durch die Kraftlinien schneiden. Solange sich z. B. ein Leiter auf der oberen Hälfte der Trommel befindet, schneidet er in Fig. 172b wesentlich von links nach rechts durch die Kraftlinien. Sowie er aber auf der unteren Hälfte der Trommel liegt, schneidet er von rechts nach links. Infolgedessen ändert sich die induzierte elektromotorische Kraft zeitlich nicht bloß nach ihrer Stärke, sondern auch nach ihrer Richtung.

Es bedeute nun in Fig. 172a und b:

$N$  den in der Nullage umfaßten Kraftfluß,

$n$  die Drehzahl in der Minute,

$\xi$  die Anzahl der hintereinander geschalteten Windungen.

Da der von den Windungen umfaßte Kraftfluß sich mit dem Kosinus des Winkels  $\alpha$  ändert, den die Ebene der Spule mit der Nullage bildet, so ist der Augenblickswert des von allen  $\xi$  Windungen umfaßten Kraftflusses gleich  $N \cdot \xi \cdot \cos \alpha$ . Der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft ist also nach Gleichung (16) auf S. 65:

$$E = - N \cdot \xi \cdot \frac{d(\cos \alpha) \cdot 10^{-8}}{dt} = N \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist  $\frac{d\alpha}{dt}$  der konstante, in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen, d. h. die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Da die Anzahl der Umdrehungen in der Sekunde gleich  $\frac{n}{60}$  ist, so ist der in der Sekunde zurückgelegte Bogen:

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Wir erhalten so den Augenblickswert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E = N \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot \omega \cdot 10^{-8} = 2 \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8}. \quad (33)$$

Den Höchstwert erhalten wir für  $\alpha = 90^\circ$ , d. h. für  $\sin \alpha = 1$ , zu:

$$E_{max} = 2 \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot 10^{-8}.$$

Gleichung (33) können wir auch in der Form schreiben:

$$E = E_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Für Werte von  $\alpha$ , die zwischen 0 und  $180^\circ$  liegen, ist  $\sin \alpha$  positiv, für Werte von  $\alpha$  zwischen  $180$  und  $360^\circ$  ist  $\sin \alpha$  negativ. Das bedeutet in unserem Falle, daß die elektromotorische Kraft bei  $\alpha = 180^\circ$  ihre Richtung wechselt. Wenn wir nun den Bogen als Abszisse und die jeweilige elektromotorische Kraft als Ordinate auftragen, so erhalten wir die bekannte Sinuskurve.

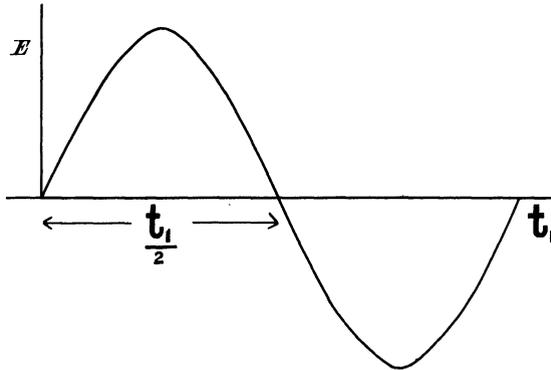


Fig. 173. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Zeit.

Da nun weiter  $\omega$  der Bogen in der Sekunde ist, so ist der in  $t$  Sekunden zurückgelegte Bogen  $\alpha = \omega t$ . Wir erhalten also

$$E = E_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Wenn wir dann die Zeit  $t$  statt des Bogens  $\alpha$  als Abszisse auftragen, so ändert sich nur der Maßstab, und wir erhalten die in Fig. 173 gezeichnete Kurve: Diese gibt uns ein deutliches Bild von den zeitlichen Änderungen der elektromotorischen Kraft. Die Zeit  $t_1$  einer vollen Umdrehung entspricht dem Bogen  $2\pi$ . Innerhalb dieser Zeit erreicht die elektromotorische Kraft je einen positiven und negativen Höchstwert, und nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang. Man bezeichnet den Zeitraum, innerhalb dessen sich der gleiche Zustand wiederholt, als den Zeitraum einer Periode. Während dieses Zeitraumes finden zwei Polwechsel statt. Die gebräuchliche Zahl von 50 Perioden in der Sekunde entspricht also 100 Polwechseln in der Sekunde.

Die obigen Gleichungen gelten nicht nur für den Fall, daß der von der Spule umfaßte Kraftfluß sich durch Drehung der Spule ändert, sondern

auch dann, wenn eine ruhende Spule von einem Strome, der eine Sinusfunktion der Zeit ist, durchflossen wird, da der von der Spule umfaßte Kraftfluß dann ebenfalls eine Sinusfunktion der Zeit ist.

Die Voraussetzung, daß der von der Spule umfaßte Kraftfluß eine Sinusfunktion der Zeit ist, trifft auch annähernd zu, wenn eine auf eine Eisentrommel gewickelte Spule vor den Polen eines Elektromagneten gedreht wird (Fig. 174). Allerdings haben wir es jetzt mit einer anderen Kraftlinienverteilung zu tun wie in dem oben besprochenen Falle. Die Kraftlinien treten in dem jetzigen Fall fast senkrecht in die Ankeroberfläche ein, und ein gesetzmäßiger, schräger Kraftlinienschnitt, wie früher, findet nicht mehr statt. Infolge der Abrundung der Polecken ist jedoch der Übergang aus der neutralen Zone in die größte Feldstärke vor den Polen ein ganz allmählicher. Wir können also ohne großen Fehler annehmen, daß die Feldstärke, die vor der Polmitte am größten ist, nach der neutralen

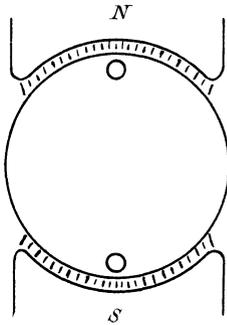


Fig. 174. Kraftfluß bei einem aus Eisen bestehenden Anker.

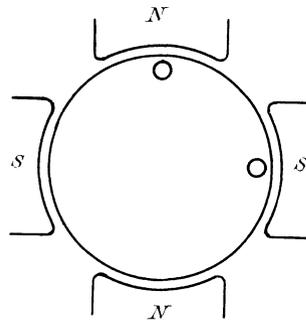


Fig. 175. Spule, eine Polteilung umfassend.

Zone zu dem Sinusgesetz folgend abfällt. Dann wird die induzierte elektromotorische Kraft wieder eine Sinusfunktion der Zeit, und Gleichung (33) ist wieder anwendbar. Dabei ist, wie früher, unter  $N$  die größte von der Spule umfaßte Kraftlinienzahl zu verstehen. Das ist aber hier gleichbedeutend mit dem aus einem Nordpol austretenden Kraftfluß.

Für mehrpolige Maschinen mit  $p$  Polpaaren bedarf jedoch unsere Gleichung einer Abänderung. Die Wickelung erfolgt, wie beim Gleichstromanker, in der Weise, daß von Mitte des Nordpols über die Stirnfläche bis Mitte des nächsten Südpols gewickelt wird (Fig. 175). Bei einer solchen Wickelung ist die Zeit, in welcher der Kraftfluß eines Poles aus der Windung heraustritt und wieder hineintritt,  $p$  mal so klein als bei einer zweipoligen Maschine mit gleicher Drehzahl. Wir erhalten also eine  $p$  mal so große elektromotorische Kraft, und es ergibt sich allgemein nach Gleichung (33):

$$E = 2\pi \cdot N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot \xi \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist das Produkt  $p \cdot \frac{n}{60}$  gleich der Anzahl der Perioden in der Sekunde. Wählen wir dafür, wie früher, das Zeichen  $\nu$ , so erhalten wir:

$$\nu = p \cdot \frac{n}{60}.$$

Für die elektromotorische Kraft ergibt sich dann der Augenblickswert:

$$E = 2\pi \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Ebenso ergibt sich:

$$E_{max} = 2\pi \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (a)$$

Die Gleichungen gelten ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen. Allerdings ändert dabei der Winkel  $\alpha$  seine Bedeutung. Bei der vierpoligen Maschine in Fig. 175 entspricht z. B. die Drehung eines Leiters aus der Nulllage bis vor die Polmitte einer räumlichen Drehung von  $45^\circ$ . Dabei ist aber die elektromotorische Kraft bereits von Null bis auf den Höchstwert angestiegen, so daß für die Stellung vor der Polmitte der Wert  $\sin \alpha$  den größten Wert, nämlich Eins, erreichen müßte. Wir dürfen also nicht gedankenlos in diesem Falle für  $\sin \alpha$  den Wert  $\sin 45^\circ$  einsetzen. Man könnte die Schwierigkeit dadurch beseitigen, daß man statt  $\sin \alpha$  den Wert  $\sin(p \cdot \alpha)$  in alle Gleichungen einführt, wobei dann  $\alpha$  den wirklichen, räumlichen Drehungswinkel bedeutet. Das ist jedoch umständlich und unnötig. Wir machen die ausdrückliche Festsetzung, daß ein Grad nicht den 360. Teil einer vollen Umdrehung, sondern den 360. Teil einer vollen Periode bedeuten soll. In diesem Sinne entspricht der Bogen  $2\pi$  einer vollen Periode. Der Bogen  $\pi$  entspricht dann einer halben Periode oder dem Zeitraum, in dem ein Ankerdraht den Abstand zweier benachbarter Polmitten ungleichen Vorzeichens, d. h. eine Polteilung zurücklegt. Ein Irrtum infolge dieser Festsetzung ist ausgeschlossen. Bei  $\nu$  Perioden in der Sekunde wird also der Bogen  $2\pi \cdot \nu$  in der Sekunde zurückgelegt, und es ist

$$\omega = 2\pi \cdot \nu.$$

Mehr und mehr ist in den obigen Entwicklungen der räumliche Winkel  $\alpha$  hinter der zeitlichen Größe  $\omega \cdot t$  zurückgetreten. Allerdings ist im Anfang eine räumliche Vorstellung leichter, weil wir räumlich Verschiedenes besser auf einen Blick sehen können, als zeitlich hintereinander folgende Vorgänge. Es ist aber doch von Vorteil, wenn man sich zeitig genug von der allein räumlichen Vorstellung frei macht. Es gibt nämlich Verhältnisse, wo man damit gar nicht zum Ziele kommt, wie z. B. in dem oben erwähnten Falle, in welchem eine ruhende Spule von einem Strome durchflossen wird, dessen Stärke eine Sinusfunktion der Zeit ist, wo also jede räumliche Vorstellung wegfällt.

## 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke.

Wenn wir die Voraussetzung machen, daß der Stromkreis nur Ohmschen Widerstand und keine Selbstinduktion enthält, so ergibt sich die Stromstärke in jedem Augenblick, wenn wir die jeweilige elektromotorische Kraft durch den Widerstand dividieren. Nehmen wir an, daß die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion der Zeit ist, so ist auch die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit, und in unserer Sinuskurve ändert sich nur der Maßstab der Ordinate. Der Augenblickswert des Stromes ändert sich also zeitlich ebenfalls mit dem Sinus des Winkels  $\alpha$ , den die Ebene der Spule mit der Nullage bildet. Ist also  $i_{max}$  der Höchstwert, so wird der Augenblickswert des Stromes

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Um den Mittelwert des Stromes durch den Versuch festzustellen, führen wir die Enden der Ankerspule der Wechselstrommaschine zu einem zweiteiligen Kommutator, wie wir ihn in Abschnitt 43 kennen gelernt haben. Wir erhalten dann im äußeren Stromkreise einen in seiner Stärke wechselnden Gleichstrom. Wenn dieser durch ein Voltmeter geleitet wird, so ist die ausgeschiedene Gewichtsmenge ein Maß für die während dieser Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Dividieren wir diese Gewichtsmenge durch die Zeit und durch das elektrochemische Äquivalentgewicht, so erhalten wir die mittlere Stromstärke.

Man nennt den so gefundenen Wert den elektrolytischen Mittelwert. Um diesen Mittelwert zeichnerisch zu bestimmen, tragen wir die Zeit  $t$  als Abszisse und die Stromstärke  $i$  als Ordinate auf. Nach einer bestimmten Zeit  $t$ , von der Nullage an gerechnet, ist die Stromstärke gegeben durch:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Während der unendlich kleinen Zeit  $dt$  können wir diese Stromstärke als unverändert ansehen. Da sie als die Elektrizitätsmenge in der Sekunde bestimmt ist, so ist das Produkt  $i \cdot dt$ , d. h. der Inhalt des schmalen, senkrechten Flächenstreifens in Fig. 176, gleich der während der Zeit  $dt$  in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Die ganze während der Zeit  $t_1$  einer Periode in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ergibt sich also als die Summe aller Flächenstreifen oder als die schraffierte Fläche. Um daraus den Mittelwert der Stromstärke zu erhalten, dividieren wir die Fläche, d. h. die ganze Elektrizitätsmenge, durch die Zeit. Wir ersetzen dazu die Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks den gesuchten Mittelwert.

Angenähert ergibt sich dieser Mittelwert, wenn man aus den Werten von  $\sin 0^\circ$ ,  $\sin 10^\circ$ ,  $\sin 20^\circ$  usw. bis  $\sin 90^\circ$  das Mittel nimmt und mit  $i_{max}$  multipliziert. Zur genauen Berechnung bestimmen wir durch Integration die von der Sinuskurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche über eine halbe Periode. Diese Rechnung wird am einfachsten,

wenn man unmittelbar die Bögen als Abszisse aufträgt (Fig. 177). Der Flächeninhalt des senkrechten Streifens in Fig. 177 ist:

$$i \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Um die schraffierte Fläche in Fig. 177 zu berechnen, haben wir zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  zu summieren und erhalten:

$$\sum_0^\pi i \cdot d\alpha = i_{max} \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = 2 \cdot i_{max}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren, erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}. \quad (34)$$

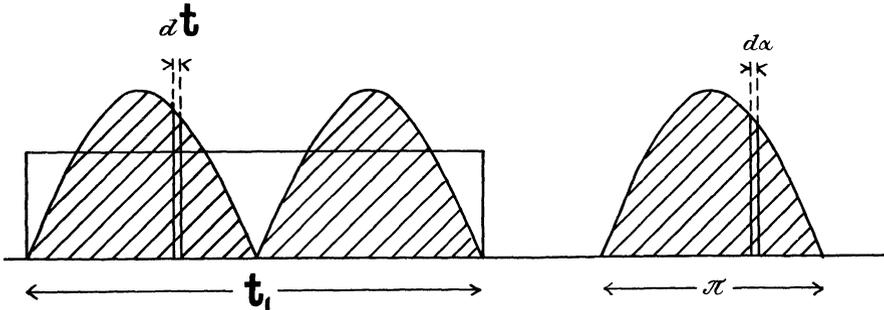


Fig. 176.

Graphische Ermittlung der mittleren Stromstärke.

Fig. 177.

Der elektrolytische Mittelwert verhält sich also zum Höchstwert wie  $2 : \pi$  oder fast genau wie  $7 : 11$ . Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. In derselben Weise erhalten wir den Mittelwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}.$$

In der Technik spielen indessen diese Mittelwerte nur eine untergeordnete Rolle, weil sie, wie sich im folgenden Abschnitt ergeben wird, zur Berechnung der Leistung nicht zu gebrauchen sind.

## 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Um zunächst den Augenblickswert  $P$  der Leistung zu berechnen, haben wir die Augenblickswerte der Spannung und Stromstärke miteinander zu multiplizieren. Statt dessen können wir auch den Augenblickswert des Stromes ins Quadrat erheben und mit dem Widerstand multiplizieren. Wir erhalten so den Augenblickswert der Leistung zu:

$$P = (i_{max} \cdot \sin \alpha)^2 \cdot R.$$

Wir tragen nun die Augenblickswerte der Leistung als Ordinaten auf und erhalten so die Kurve in Fig. 178. Da Leistung als Arbeit in der Zeiteinheit bestimmt ist, so ist der schmale Flächenstreifen  $P \cdot dt$  in Fig. 178 gleich der Arbeit während der Zeit  $dt$ . Die ganze schraffierte Fläche ist dann die Arbeit während einer Periode. Wenn wir diese durch die Zeit  $t_1$  dividieren, erhalten wir die mittlere Arbeit in der Sekunde, d. h. die mittlere Leistung. Wir ersetzen also die schraffierte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks die gesuchte mittlere Leistung. Sie ergibt sich als die Hälfte der höchsten Leistung.

Zu demselben Ergebnis wie die Zeichnung führt uns die Rechnung. Um diese wieder möglichst einfach zu gestalten, tragen wir nicht die Zeit, sondern unmittelbar den Bogen  $\alpha$  als Abszisse auf (Fig. 179). Der schmale Flächenstreifen in Fig. 179 ist dann gleich  $P \cdot d\alpha$ . Mit Benutzung des

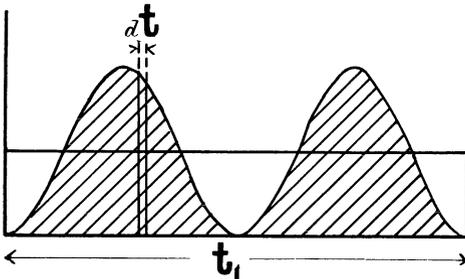


Fig. 178.  
Graphische Ermittlung der mittleren Leistung.

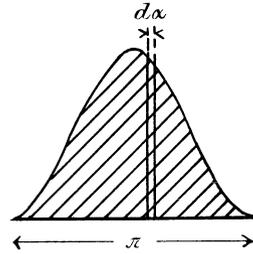


Fig. 179.

obigen Wertes für  $P$  und durch Anwendung der teilweisen Integration erhalten wir die schraffierte Fläche in Fig. 179 zu:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} P \cdot d\alpha &= \int_0^{\pi} i_{max}^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \\ &= i_{max}^2 \cdot R \cdot \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right]_0^{\pi} = i_{max}^2 \cdot R \cdot \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Wenn wir diese Fläche durch die Grundlinie  $\pi$  dividieren, erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{i_{max}^2 \cdot R}{2}. \quad (a)$$

Enthält der Stromkreis keine Selbstinduktion, so gilt die Beziehung  $E_{max} = i_{max} \cdot R$ , und wir erhalten die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Es ist nun von Interesse, daß sich das obige Ergebnis auch ohne Integration herleiten läßt, obgleich sich die Rechnung dann weniger dem

Wesen der Sache anschließt. Wir denken uns zu diesem Zwecke auf der Trommel einer zweipoligen Maschine zwei gleiche, selbständige Wickelungen liegen, die um  $90^\circ$  gegeneinander versetzt sind. Beide Wickelungen mögen durch einen gleichgroßen äußeren Widerstand geschlossen sein. Wenn dann die Ebene der einen Spule mit der Nulllage den Winkel  $\alpha$  bildet, so bildet die andere Spule mit der Nulllage den Winkel  $90^\circ - \alpha$  und der Augenblickswert der Leistungen beider Spulen zusammen ist:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \sin^2 [90^\circ - \alpha]) = E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

Da  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  gleich 1 ist, so folgt, daß der Augenblickswert der gemeinsamen Leistung in jedem Augenblick gleich  $E_{max} \cdot i_{max}$  ist. Dieser Wert ist dann natürlich gleich den mittleren Leistungen beider Spulen zusammen, und für die einzelne Spule ergibt sich die Hälfte, nämlich wie oben:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Hätten wir zur Berechnung der mittleren Leistung die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke miteinander multipliziert, so hätten wir  $\frac{2}{\pi} \cdot E_{max} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,405 E_{max} \cdot i_{max}$  erhalten. Der Fehler wäre also  $20\%$  gewesen. Damit ist gezeigt, daß die elektrolytischen Mittelwerte für die Berechnung der Leistung nicht zu gebrauchen sind.

Wir gehen daher jetzt dazu über, einen solchen Wert der Spannung und Stromstärke zu bestimmen und zu berechnen, der unmittelbar zur Berechnung der Leistung verwendbar ist. Zu dem Zwecke schreiben wir Gleichung (a) in der Form:

$$P = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot R.$$

Darin stellt der Ausdruck  $\frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$  eine Stromstärke dar, die in das Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt. Diese Stromstärke nennen wir den quadratischen Mittelwert oder die effektive Stromstärke und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $I$ . Wir erhalten also:

$$I = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}. \quad (35)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also bestimmt:

1. als die Größe, die, ins Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt,
2. nach der Herleitung der Gleichung (a) als die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Augenblickswerte,
3. bei Sinuskurven als das 0,707 fache des Höchstwertes.

Ebenso wie beim Strom ergibt sich bei der elektromotorischen Kraft der Effektivwert als das 0,707 fache des Höchstwertes. Bezeichnen wir den Effektivwert mit  $E$ , so wird

$$E = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}},$$

und wir erhalten die Leistung für einen Stromkreis ohne Selbstinduktion zu

$$P = \frac{E_{max} \cdot I_{max}}{2} = E \cdot I.$$

Da der elektrolytische Mittelwert gleich  $\frac{2}{11}$  des Höchstwertes ist, so verhält sich bei demselben Strom der Effektivwert zum Mittelwert wie 11 : 10. Wollten wir also einen Wechselstromzeiger unter Anwendung von Wechselströmen mit Hilfe eines Kommutators und eines Voltameters eichen, so hätten wir die aus dem Voltameterniederschlag berechnete mittlere Stromstärke mit 1,1 zu multiplizieren und das Ergebnis auf der Teilung aufzutragen.

Bequemer werden wir jedoch die Eichung unmittelbar mit Gleichstrom vollziehen. Das ist ohne weiteres zulässig bei solchen Instrumenten, bei denen der Ausschlag gesetzmäßig durch das Quadrat des augenblicklichen Stromes bewirkt wird. Derartige Instrumente nehmen dann gleichsam selbständig das Mittel aus den Quadraten der Augenblickswerte und zeigen, wenn sie für Gleichstrom geeicht sind, unmittelbar den Effektivwert des Wechselstromes an.

Dahin gehören die Hitzdrahtinstrumente, bei denen die Joulesche Wärme die Verlängerung eines stromdurchflossenen Platindrahtes und dadurch den Ausschlag des Zeigers hervorruft. Da die Temperatur des Platindrahtes den periodischen Schwankungen der Leistung nicht folgt, und das Instrument überhaupt eine gewisse Trägheit besitzt, so nimmt es gleichsam selbständig das Mittel aus den Augenblickswerten der Leistung, die im Platindraht in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Der Ausschlag bei dem sich periodisch ändernden Wechselstrom ist also derselbe wie bei einem gleichmäßig fließenden Strom, der die gleiche Wärme im Hitzdraht entwickelt. Daraus folgt dann, daß das Instrument dieselbe Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes besitzen muß.

Das gleiche gilt von Dynamometern, die aus einer festen und einer beweglichen Spule bestehen. Die beiden Spulen werden hintereinander vom Strome durchflossen und üben nach Abschnitt 25 eine Kraft aufeinander aus. Da der Strom sich in beiden Spulen gleichzeitig umkehrt, so wirkt das Drehmoment fortdauernd in demselben Sinne. Der Ausschlag ist von der Stromstärke in der festen und in der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig. Infolge der Trägheit des beweglichen Systems stellt sich wieder eine mittlere Zeigerstellung her, die durch eine mittlere Kraft oder durch das Mittel aus den Quadraten der Stromstärke hervor-

gerufen wird. Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate oder die effektive Stromstärke ist dann auf der Teilung aufgetragen. Das ist nun wieder die Stromstärke, die gleichmäßig fließend denselben Ausschlag hervorruft, wie der sich periodisch ändernde Wechselstrom. Die Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes ist also dieselbe. Das gleiche gilt natürlich auch für Wattmeter.

Etwas anders verhalten sich die Instrumente, bei denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt. Die Größe der ausgeübten Kraft ist proportional dem Augenblickswert der Stromstärke und dem im Eisen induzierten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Eisensättigung dem Quadrate des Stromes proportional, so daß wir auch hier grundsätzlich dieselbe Teilung für Gleich- und Wechselstrom erwarten dürfen. Die Hysterisis des Eisens wirkt jedoch wie eine entmagnetisierende Kraft, und daher ist im allgemeinen zur Erzielung desselben Ausschlags bei Wechselstrom eine etwas größere Amperezahl erforderlich als bei Gleichstrom. Solche Instrumente sind also mit Wechselstrom zu eichen, und zwar mit Hilfe von Hitzdrahtinstrumenten oder Dynamometern, die selbst wieder mit Gleichstrom geeicht sind.

## 72. Das Vektordiagramm.

Wir besitzen in der Sinuskurve ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft oder der Stromstärke und werden diese Kurve daher oft benutzen, um die Vorgänge in Wechselstromkreisen deutlich zu machen. Wenn es jedoch auf schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung der Wechselstromgrößen ankommt, so ist das Vektordiagramm vorzuziehen. In diesem Diagramm (Fig. 181) dreht sich der Strahl  $OE = E_{max}$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \cdot \nu$ , wobei  $\nu$  die Periodenzahl in der Sekunde ist. Haben wir es also mit einer zweipoligen Maschine zu tun, so dreht sich der Vektor mit derselben Geschwindigkeit wie die Maschine. Die Drehungsrichtung ist beliebig und wird von uns immer im Sinne des Uhrzeigers gewählt.

Der Radius Vektor fällt in der Nullage in die Abszissenachse. Der Winkel  $\alpha$ , den er in einem beliebigen Augenblick mit der Abszissenachse bildet, ist dann gleich dem Winkel, den die Ebene der Ankerspule in Fig. 180 mit der Nullage bildet. Wie man sieht, ist die Projektion  $OA$  des Vektors auf die Ordinatenachse gleich  $OE \cdot \sin \alpha$ , also gleich  $E_{max} \cdot \sin \alpha$ . Der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft ist also in jedem Augenblicke gleich der Projektion des Radius Vektor auf die Ordinatenachse.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 181 noch gezeigt, wie das Vektordiagramm und die Sinuskurve zusammenhängen. Der Radius des vom Mittelpunkt  $O$  aus beschriebenen Kreises ist gleich der größten Ordinate der Sinuskurve. Der Augenblickswert  $AO$  im Vektordiagramm ist gleich der

Ordinate  $BD$  der Sinuskurve. Im Vektordiagramm ist endlich der zu dem Winkel  $\alpha$  gehörige Bogen des Kreises vom Radius 1 gleich der Abszisse  $CD$  der Sinuskurve.

Das Vektordiagramm bietet nun ein sehr bequemes Mittel, um elektromotorische Kräfte von verschiedener Größe und verschiedener Phase, d. h. verschiedenem zeitlichen Zustand, zusammensetzen. Auf dem Anker

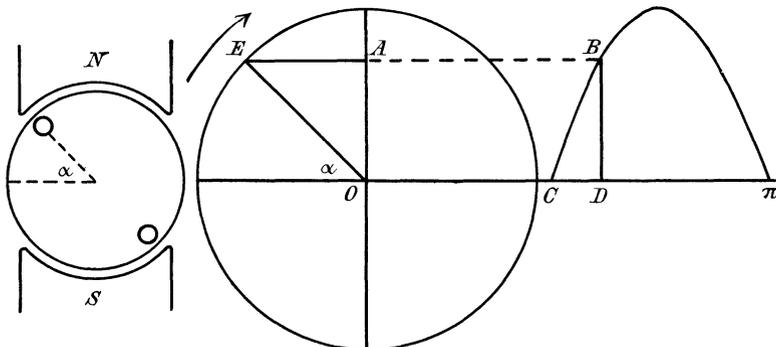


Fig. 180.

Fig. 181.

Vektordiagramm der elektromotorischen Kraft für eine rotierende Spule.

der Maschine in Fig. 182 liegen z. B. zwei hintereinander geschaltete Wickelungen, die ungleiche Drahtzahl besitzen und um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule  $I$  besitzt die größere

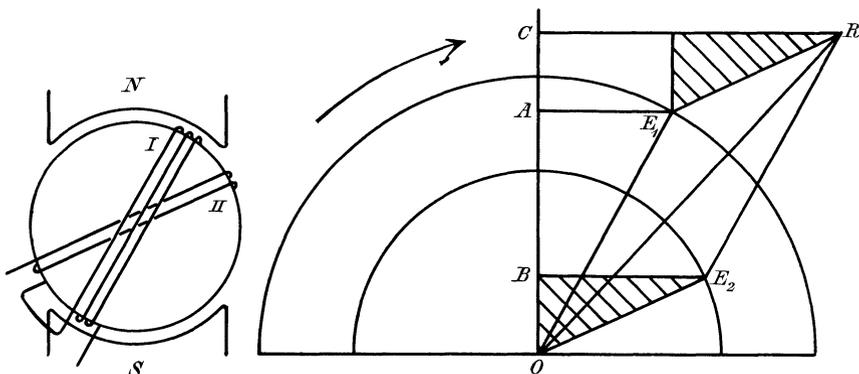


Fig. 182.

Fig. 183.

Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften verschiedener Phase.

Drahtzahl, also ist der Höchstwert  $E_{1max}$  ihrer elektromotorischen Kraft auch größer als der Höchstwert  $E_{2max}$  in der Spule  $II$ . Wir schlagen nun in Fig. 183 mit den Radien  $OE_1 = E_{1max}$  und  $OE_2 = E_{2max}$  zwei Kreise und zeichnen die Vektoren  $OE_1$  und  $OE_2$  in einer durch die Stellung der Spulen gegebenen Richtung. Wir zeichnen dann aus beiden Vektoren die Resultierende  $OR$  nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dann ist:

$OA$  der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft in Spule  $I$ ,  
 $OB$  " " " " " " " "  $II$ ,  
 $OC$  die Projektion der Resultierenden  $OR$  auf die Ordinatenachse.

Aus der Kongruenz der schraffierten Dreiecke ergibt sich dann:

$$OC = OA + OB.$$

Nun ist aber  $OC$  nichts anderes als der Augenblickswert einer elektromotorischen Kraft, die nach Größe und Phase durch den Vektor  $OR$  gegeben ist. Die Summe der Augenblickswerte der elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen ist also in jedem Augenblicke gleich dem Augenblickswert der Resultierenden. Daraus folgt, daß man elektromotorische Kräfte ebenso wie mechanische Kräfte nach dem Parallelogramm zusammensetzen kann.

Um dieses Ergebnis noch etwas deutlicher zu machen, betrachten wir den Zeitpunkt, in welchem die resultierende elektromotorische Kraft

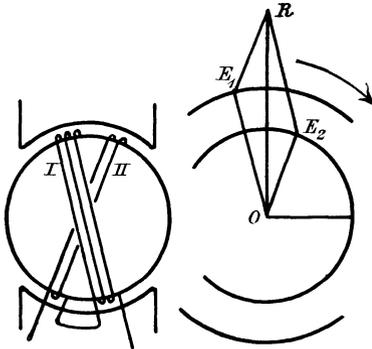


Fig. 184. Der Höchstwert der Summe zweier elektromotorischer Kräfte.

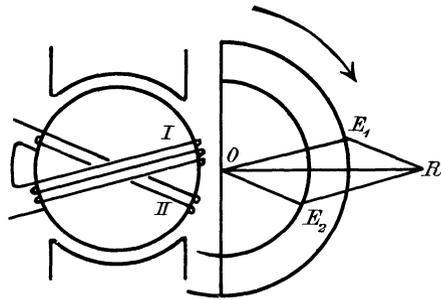


Fig. 185. Zwei elektromotorische Kräfte im Augenblick, in welchem ihre Summe Null ist.

gerade ihren Höchstwert erreicht (Fig. 184). Ihr Vektor fällt dabei in die Ordinatenachse, während der Vektor von  $E_1$  links und der Vektor von  $E_2$  rechts von der Ordinatenachse liegt. Wir fassen nun in unserer Betrachtung die Drähte der beiden Spulen zusammen, die nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, und sehen sie als eine gemeinsame Spulenseite an. Der Höchstwert der elektromotorischen Kraft wird in ihr induziert, wenn sie vor der Polmitte liegt. Dann liegt die Seite der Spule  $I$  dicht vor der Polmitte und die Seite der Spule  $II$  dicht hinter der Polmitte. Das sind dieselben Stellungen, die wir auch durch das Vektordiagramm ermittelt haben.

Ebenso betrachten wir den Zeitpunkt, in welchem die gemeinsame Spulenseite wesentlich in der neutralen Zone liegt und die elektromotorische Kraft gleich Null wird (Fig. 185). Dabei liegt die eine Einzelspulenseite im Bereiche des Nordpoles, die andere im Bereiche des Südpoles, und die vor beiden Polen induzierten elektromotorischen Kräfte heben sich gegen-

seitig auf. Zu dem gleichen Ergebnis gelangen wir durch das Vektordiagramm, in welchem im gezeichneten Augenblick der Vektor der Resultierenden in die Abszissenachse fällt, so daß seine Projektion auf die Ordinatenachse gleich Null ist. Dabei fällt der Vektor  $OE_1$  oberhalb und der Vektor  $OE_2$  unterhalb der Abszissenachse. Die Projektion des Vektors  $OE_1$  ist also positiv, die des Vektors  $OE_2$  negativ, und da beide sich entgegenwirken, so ist die Resultierende gleich Null. Auch hier wieder entsprechen die Richtungen der Radien Vektoren gegenüber der Nullage der geometrischen Stellung der Ankerspulen gegenüber der neutralen Zone.

Aus dem obigen Beispiel geht deutlich hervor, wie es kommen kann, daß die einzelnen elektromotorischen Kräfte eine verschiedene Phase haben können, und daß man elektromotorische Kräfte nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Höchstwerte ohne weiteres die Effektivwerte in das Vektordiagramm ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Vektor  $OR$  in Fig. 183 gibt dann den Effektivwert der Resultierenden an. In ganz derselben Weise kann man ferner bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind. Man nennt eine solche Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften oder Strömen eine vektorielle oder geometrische Addition.

Wir haben im vorhergehenden die Vektoren vom Anfangspunkt des Koordinatensystems ausgehen lassen und nach dem Parallelogramm zusammengesetzt. Das ist im Anfang durchaus zu empfehlen, da man sich dabei auf die in Fig. 183 gegebene Beweisführung stützt. Man sollte aber nicht dabei stehen bleiben und sich an eine einfachere Zeichnung gewöhnen, bei der die Vektoren nicht vom Anfangspunkt auszugehen brauchen. Dabei wird ein Dreieck statt des Parallelogramms gezeichnet und die Richtung des Vektors nötigenfalls durch einen Pfeil zum Ausdruck gebracht. Bei der Benennung der Vektoren wird man sich dann streng daran halten müssen, die Anfangs- und Endpunkte in der Reihenfolge zu nennen, die durch die Richtung des Vektors gegeben ist. Beispielsweise ist der Vektor  $a$  in Fig. 186 gleichbedeutend mit dem Vektor  $OD$ , und man wird ihn nicht mit  $BA$ , sondern mit  $AB$  benennen. Ebenso ist der Vektor  $b$  gleichbedeutend mit dem Vektor  $OC$ , und man wird ihn nicht mit  $OB$ , sondern mit  $BO$  benennen.

An Stelle der Zeichnung des Parallelogramms tritt nun sehr bequem die Zeichnung eines Dreiecks. Wir legen z. B., statt in Fig. 187a den

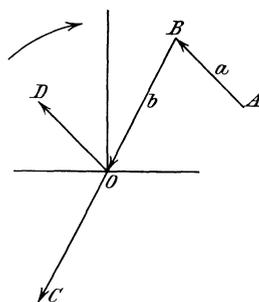


Fig. 186. Zusammensetzung zweier nicht vom Nullpunkt ausgehender Vektoren.

Vektor  $OA$  zum Vektor  $OB$  durch das Parallelogramm zu addieren, in Fig. 187b den Vektor  $BC$ , der nach Größe und Richtung mit  $OA$  übereinstimmt, an  $OB$  an und erhalten dadurch dieselbe Resultierende  $OC$  wie in Fig. 187a. Das Wesen der geometrischen Addition tritt in Fig. 187b viel deutlicher hervor wie in Fig. 187a. Ebenso liefert in Fig. 188 die Zusammensetzung der Vektoren  $AO$  und  $OB$  ohne weiteres den Vektor  $AB$ . Seine Richtung geht von  $A$  nach  $B$ , weil man bei der Zusammensetzung mit dem Punkte  $A$  angefangen hat und, immer im Sinne der Pfeile von  $A$  über  $O$  weiter schreitend, nach  $B$  gelangt.

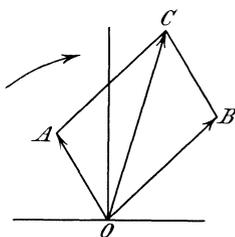


Fig. 187a. Zusammensetzung nach dem Parallelogramm.

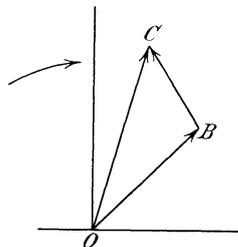


Fig. 187b. Aneinanderreihung von Vektoren nahe dem Dreieck.

Endlich ergibt in Fig. 189 der Vektor  $BA$  und der Vektor  $AC$  die Resultierende  $BC$ . Es empfiehlt sich, alle oben gezeichneten Fälle durch Zeichnung des Parallelogramms zu prüfen. Man wird dazu sämtliche Vektoren am besten vom Nullpunkt ausgehend zeichnen.

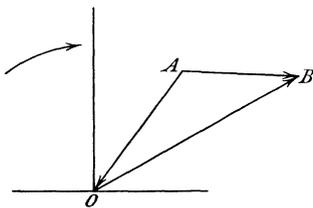


Fig. 188.

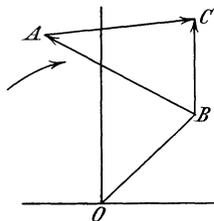


Fig. 189.

Aneinanderreihung von Vektoren.

Wir können nun für einen geschlossenen Stromkreis die 2. Kirchhoffsche Regel in folgender Form aufstellen: Die vektorielle Summe der elektromotorischen Kräfte ist gleich der vektoriellen Summe des Spannungsverbrauchs. Als Spannungsverbrauch gilt z. B. unter allen Umständen der Ohmsche Spannungsverbrauch  $I \cdot R$ . Dieser hat gleiche Phase mit dem Strome. Bei einem Generator hat man auch die Klemmenspannung, wenn man sie als von der Maschine geliefert betrachtet, als (äußeren) Spannungsverbrauch einzuführen. Sie hat dann wesentlich gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Wir stellen uns z. B. die Aufgabe, die Spannungen und elektromotorischen Kräfte im Ankerkreis einer Wechselstrommaschine geometrisch zusammenzusetzen.

Es sei in Fig. 190 a:

$OA$  die elektromotorische Kraft, die im Anker durch die von der Magnet-  
erregung allein erzeugten Kraftlinien induziert wird.

$OB$  die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die im Anker durch  
die von Anker erzeugten Kraftlinien induziert wird,

$OC$  der Ohm'sche Spannungsverbrauch im Anker.

Der Vektor der Stromstärke falle willkürlich in die positive Richtung der Ordinatenachse und der Vektor  $OA$  eile in unserm besonderen Falle dem Strome um den Winkel  $COA$  voraus (Fig. 190 a). Der Vektor  $OC$  der Ohm'schen Spannung fällt dann nach dem obigen in die Richtung des

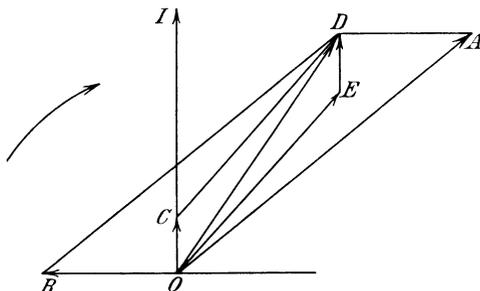


Fig. 190 a. Spannungsdiaagramm eines Generators.

Stromes, also ebenfalls in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion bleibt, wie sich im folgenden

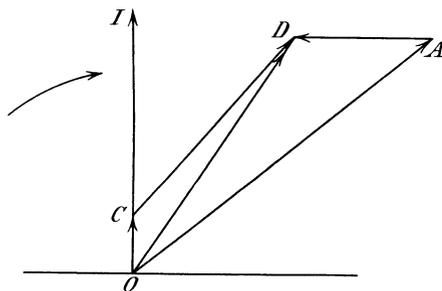


Fig. 190 b.  
Spannungsdiaagramm eines Generators.

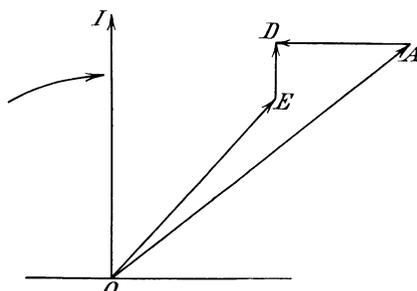


Fig. 190 c.

Abschnitt ergeben wird, um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück, ihr Vektor  $OB$  fällt also in Fig. 190 a nach links in die Abszissenachse.

Gesucht wird die Klemmenspannung nach Größe und Phase.

Wir addieren zu diesem Zwecke die beiden induzierten elektromotorischen Kräfte, indem wir zu  $OA$  den Vektor  $AD = OB$  addieren. Wir erhalten so die Resultierende  $OD$ , welche die gesamte elektromotorische Kraft darstellt. Diese wird aufgebraucht für den inneren Spannungsverlust  $OC$ , der in Richtung des Stromes fällt, und für die von der Maschine gelieferte Klemmenspannung. Letztere ergibt sich durch Zeichnung des Parallelogramms  $OCDE$  nach Größe und Phase zu  $OE$ .

Fig. 190b gibt dieselbe Konstruktion, aber ohne Zeichnung des Parallelogramms. Zur elektromotorischen Kraft  $OA$  addieren wir geometrisch die elektromotorische Kraft  $AD = OB$ . Dann ist  $OD$  die resultierende elektromotorische Kraft, die für den Ohmschen Spannungsverlust  $OC$  und für die Klemmenspannung aufgebraucht wird.  $CD$  ist also der Vektor der von der Maschine gelieferten Klemmenspannung. Man überzeugt sich leicht, daß er nach Größe und Phase mit dem Vektor  $OE$  in Fig. 190a übereinstimmt.

Verfolgen wir nun den geschlossenen Linienzug  $OADC$  in Fig. 190b in irgend einer Richtung, z. B. entgegen dem Uhrzeiger, so erkennen wir, daß die elektromotorischen Kräfte sämtlich in dem einen Sinne, nämlich in unserm Falle entgegen dem Uhrzeiger, verlaufen, während die einzelnen Vektoren des Spannungsverbrauchs im entgegengesetzten Sinne verlaufen. Es gilt also, wenn  $\Sigma$  jetzt eine geometrische Summe bedeutet, wie bei Gleichstrom, die Kirchhoffsche Regel:

$$\Sigma E - \Sigma I \cdot R = 0.$$

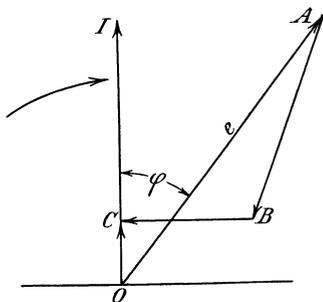


Fig. 191. Spannungsdiagramm eines Wechselstrommotors.

Da die Reihenfolge, in der wir die Addition vornehmen, gleichgültig ist, so ergeben sich für dieselben Verhältnisse verschieden aussehende Diagramme. In Fig. 190c addieren wir z. B. zur elektromotorischen Kraft  $OA$  die elektromotorische Kraft  $AD$ , die durch die von Anker erzeugten Kraftlinien induziert wird. An  $D$  legen wir den Vektor  $ED$  des Ohmschen Spannungsverlustes an, und zwar so, daß er beim

Verfolgen des geschlossenen Linienzuges den elektromotorischen Kräften entgegengerichtet ist. Dann ist  $OE$  der Vektor der von der Maschine erzeugten Klemmenspannung nach Größe und Phase. Seine Richtung ist, wie der Ohmsche Verlust, beim Durchlaufen des Linienzuges den elektromotorischen Kräften entgegengerichtet.

Umgekehrt müssen wir, wenn wir es mit einem Motor zu tun haben, die von außen angelegte Klemmenspannung  $e = OA$  wie eine elektromotorische Kraft ansehen. In Fig. 191 eilt sie dem Strome um den Winkel  $\varphi$  voraus. Wie beim Gleichstrommotor wirkt die durch die Magneterrregung induzierte elektromotorische Kraft des Motors dem Strome wesentlich entgegen. Ihr Vektor sei durch  $AB$  gegeben. Zu ihr addiert sich die elektromotorische Kraft  $BC$ , die vom Ankerstrom induziert wird und wieder um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt. Die Addition der drei elektromotorischen Kräfte liefert die Resultierende  $OC$ , die den Ohmschen Spannungsverbrauch deckt und gleiche Phase mit dem Strome haben muß. Auch hier verfolgt man beim Durchlaufen der geschlossenen

Figur die elektromotorischen Kräfte in dem einen Sinne, den Spannungsverbrauch im entgegetzten Sinne.

Anstatt in den obigen Diagrammen den Vektor der Selbstinduktion einzuführen, hätten wir auch mit dem gleichen Ergebnis den entgegengesetzt verlaufenden Vektor benutzen können. Dieser gibt die Spannung an, die der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält. Wir können diese Größe als den induktiven Spannungsverlust bezeichnen.

### 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Nach Abschnitt 32 ist die Selbstinduktion:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt},$$

wo

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

die Induktivität in Henry ist.

Nun ist die Winkelgeschwindigkeit oder der in einer Sekunde zurückgelegte Bogen:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu,$$

und es ist:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Durch Differentiation erhalten wir:

$$\frac{di}{dt} = i_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für  $E_s$  erhalten wir:

$$E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist demnach eine Kosinusfunktion. Wenn wir den Bogen  $\alpha$  oder die Zeit  $t$  als Abszisse und die Selbstinduktion als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Kosinuslinie. Ihre Form ist genau die gleiche wie die einer Sinuslinie, nur ist sie gegen die Sinuslinie um  $90^\circ$  verschoben. Wir können also die früher für die Sinusfunktion abgeleitete Beziehung anwenden und erhalten für den Effektivwert der Selbstinduktion das 0,707fache des Höchstwertes.

Dieser Höchstwert wird nach der letzten Gleichung erreicht, wenn  $\cos \alpha = -1$ , also  $\alpha = 180^\circ$  ist. Dabei ist der Winkel  $\alpha$  vom Augenblick an gerechnet, in welchem der Strom, vom negativen Wert abnehmend, durch Null hindurchgeht. Der Höchstwert der Selbstinduktion ergibt sich zu:

$$E_{s \max} = L \omega \cdot i_{max}.$$

Wenn wir nun auf beiden Seiten der Gleichung mit 0,707 multiplizieren, so erhalten wir auf beiden Seiten die Effektivwerte. Die effektive elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ergibt sich dann zu:

$$E_s = L \omega \cdot I. \quad (36)$$

Wir benutzen nun die obigen Gleichungen, um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion bei einer Drosselspule zu berechnen. Eine Drosselspule, wie sie in Fig. 194 angedeutet ist, besteht aus einem an einer Stelle aufgeschnittenen Eisenkern, der von einer Kupferwicklung umgeben ist. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, so kann der magnetische Widerstand des Eisenweges vernachlässigt werden, und zur Berechnung der Induktivität kommt nur die Luftstrecke in Betracht. Es sei nun:

die Länge des Kraftlinienweges in der Luft . . .  $l = 0,6$  cm,  
 der Luftquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien .  $Q = 12$  qcm,  
 die Windungszahl . . . . .  $\xi = 200$ ,  
 die Stromstärke . . . . .  $I = 10$  Amp.,  
 die Periodenzahl . . . . .  $\nu = 50$ .

Dann erhalten wir, da die Leitfähigkeit der Luft gleich 1 ist:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = 12,5 \cdot \frac{200^2 \cdot 1 \cdot 12}{0,6} \cdot 10^{-9} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Ferner wird:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu = 314.$$

Demnach erhalten wir die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot I = 0,01 \cdot 314 \cdot 10 = 31,4 \text{ Volt.}$$

Unten wird sich ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegtes Voltmeter fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdrösselst.

Zur Berechnung einer Drosselspule muß allerdings unsere Gleichung umgeformt werden, damit man nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahlen auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommt. Zu dem Zwecke dividieren wir beide Seiten der Gleichung (a) auf S. 242 durch  $\sqrt{2}$  und erhalten den Effektivwert der Selbstinduktion zu

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8} = 4,44 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (37)$$

Darin ist:

$$N = \mathfrak{B}_{max} Q,$$

wo  $\mathfrak{B}_{max}$  der Höchstwert der Induktion und  $Q$  der Querschnitt ist.

Dabei besteht nach Gleichung (20) auf S. 73 die Beziehung:

$$\mathfrak{B}_{max} = \mu \cdot \mathfrak{H}_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i_{max} \cdot \mu}{l}.$$

Führen wir nun den effektiven Wert der Stromstärke  $I$  ein, schreiben also  $i_{max} = \sqrt{2} \cdot I$  und lösen für  $I$  auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}. \quad (38)$$

Diese Gleichung wird besonders wichtig für die Berechnung des Magnetisierungsstromes eines Transformators.

Mit Hilfe der Gleichungen (37) und (38) läßt sich nun eine Drosselspule unter Zugrundelegung einer passenden höchsten magnetischen Induktion berechnen. Es soll z. B. eine elektromotorische Kraft  $E_s = 30$  Volt geschaffen werden, bei einem Strome  $I = 10$  Ampere und einer Periodenzahl  $\nu = 50$ . Die Induktion werde gleich 5000 gewählt und der Eisenweg vernachlässigt, so daß nur der Kraftlinienweg  $l$  in der Luft in Betracht kommt. Der Querschnitt des Eisens sei  $Q = 15$  qcm. Dann ergibt sich:

$$N = \mathfrak{B}_{max} \cdot Q = 5000 \cdot 15 = 75\,000.$$

Wir erhalten dann aus Gleichung (37):

$$\xi = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \cdot N \cdot \nu} = \frac{30 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 75\,000 \cdot 50} = 180.$$

Gleichung (38) ergibt dann den Luftzwischenraum zu:

$$l = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot \mu \cdot I}{\mathfrak{B}_{max}} = \frac{1,78 \cdot 180 \cdot 1 \cdot 10}{5000} = 0,64 \text{ cm.}$$

Dabei ist der Querschnitt der Luft gleich dem Querschnitt des Eisens angenommen. Tatsächlich ist aber der Luftquerschnitt größer als der des Eisens, weil am Luftzwischenraum eine sehr nützliche Streuung der Kraftlinien auftritt, und weil durch die Papierisolation zwischen den Eisenblechen der Querschnitt der ganzen Drosselspule vergrößert wird. Die Spule drosselt also bei 10 Ampere etwas mehr als 30 Volt.

Nachdem wir im bisherigen die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion bestimmt haben, haben wir jetzt noch ihre Phase zu besprechen. Die Kurve der Selbstinduktion ist nach S. 255 eine Kosinuslinie und als solche um  $90^\circ$  gegen die Sinuslinie des Stromes verschoben. Das wird noch deutlicher, wenn wir in den einzelnen wichtigen Zeitpunkten die Größe und Richtung der Selbstinduktion bestimmen.

Die Kurve des Stromes ist in Fig. 192 stark ausgezogen. Für  $\alpha = 0$  ist  $\sin \alpha$  gleich Null und  $\cos \alpha$  gleich 1. Die Stromstärke ist also gleich Null, und die Selbstinduktion erreicht nach S. 255 ihren negativen Höchstwert. Dies wird besonders deutlich, wenn man beachtet, daß die Kurve der Stromstärke in diesem Augenblicke am steilsten ist, so daß die Änderung der Kraftlinien in der Zeiteinheit am größten ist. Daß in diesem Zeitpunkt die Ordinate der Selbstinduktion nach unten gerichtet ist, wird durch die Überlegung bestätigt, wonach die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet und dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist.

Für  $\alpha = 90^\circ$  wird  $\sin \alpha$  gleich 1 und  $\cos \alpha$  gleich Null. Die Stromstärke ist also am größten und die Selbstinduktion gleich Null. In diesem Augenblick verläuft nämlich die Kurve des Stromes parallel zur Abszissenachse (Fig. 192), und die Stromstärke sowie die Kraftlinien ändern sich

dabei für eine kleine Zeit gar nicht. Die Kraftlinienschnitte und die Selbstinduktion sind also in diesem Augenblicke gleich Null, d. h. die gestrichelt gezeichnete Kurve der Selbstinduktion schneidet die Abszissenachse.

Man kann auf diese Weise die einzelnen Punkte der Kurve  $E_s$  zeichnen und kommt dadurch zu dem Ergebnis, daß die Kurve der Selbst-

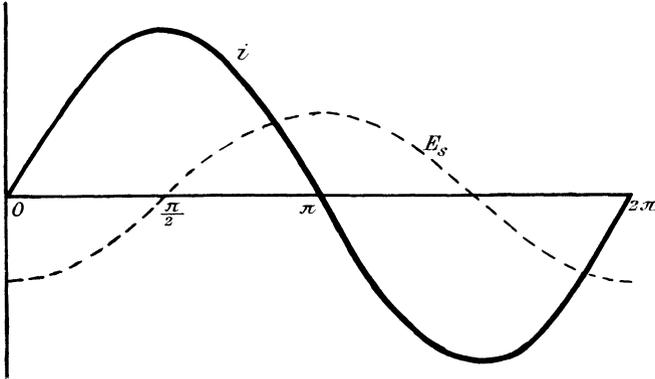


Fig. 192. Zeitlicher Verlauf der Stromstärke und der Selbstinduktion.

induktion um  $90^\circ$  hinter der Kurve des Stromes zurückbleibt. Man muß sich allerdings nicht durch den ersten Anblick der Fig. 192 zu der Annahme verleiten lassen, daß die Kurve der Selbstinduktion etwa vorausseilt, weil sie weiter nach rechts verschoben ist. Vielmehr muß man schließen, daß die Selbstinduktion ihren höchsten Wert erst zu einer Zeit erreicht,

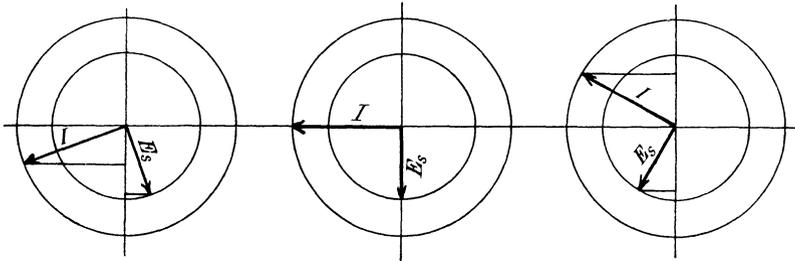


Fig. 193 a.

Fig. 193 b.

Fig. 193 c.

Phase der Selbstinduktion gegenüber dem Strom.

wenn die Stromstärke ihren Höchstwert bereits überschritten hat. Die Selbstinduktion bleibt also um eine Viertelperiode oder um einen Winkel von  $90^\circ$  hinter der Stromstärke zurück.

Das Vektordiagramm in Verbindung mit den aus Abschnitt 32 bekannten Gesetzen über die Selbstinduktion wird uns diese Verhältnisse noch deutlicher machen. In Fig. 193 a, b und c ist das Diagramm für verschiedene Zeitpunkte gezeichnet. Geht der Vektor des Stromes durch die Abszissenachse (Fig. 193 b), so ist seine Projektion auf die Ordinatenachse, also

auch der Augenblickswert des Stromes, gleich Null. In diesem Augenblick hat die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ihren größten Wert, ihr Vektor fällt also in die Ordinatenachse. Er ist nach unten gerichtet, weil die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter der Stromstärke zurückbleibt.

Wir betrachten ferner die Verhältnisse in den kurz voraufgehenden und kurz darauffolgenden Augenblicken. In Fig. 193a nimmt der Strom ab, und sein Vektor liegt noch unterhalb der Abszissenachse. Seine Projektion hat also in diesem Augenblick gleiche Richtung wie die Projektion der Selbstinduktion, so daß diese auch nach dem Vektordiagramm dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist, wie es nach Abschnitt 32 gefordert wird.

In Fig. 193c dagegen hat der Strom die Nullage schon passiert, wir haben also jetzt zunehmenden Strom. Dabei fällt die Projektion seines Vektors in die positive Richtung der Ordinatenachse, während die Projektion des Vektors der Selbstinduktion in die negative Richtung fällt. Die Selbstinduktion wirkt also auch nach dem Vektordiagramm dem anwachsenden Strome entgegen, wie das nach Abschnitt 32 gefordert wird.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß die Kraftlinien immer im gleichen Sinne gerechnet werden wie der Strom, der sie erzeugt, so besteht keine Phasendifferenz zwischen dem magnetisierenden Strom und den von ihm erzeugten Kraftlinien. Die Stromkurve in Fig. 192 gibt uns dann unmittelbar in passendem Maßstabe die Kurve der durch die Fläche der Windungen tretenden Kraftlinien an. Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt also nicht bloß um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück, sondern auch um  $90^\circ$  hinter den Kraftlinien, durch deren Änderung sie erzeugt wird.

## 74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir betrachten jetzt den in Fig. 194 dargestellten Fall, in welchem der Ohmsche Widerstand  $R$  und eine Spule mit Selbstinduktion hintereinander an eine Maschine von der Spannung  $e$  geschaltet sind. Die Windungen der Spule mögen aus so starkem Draht bestehen, daß ihr Widerstand vernachlässigt werden kann. Dann erhebt sich die Frage: Welche Stromstärke stellt sich in dem Widerstande  $R$  unter dem Einfluß der Klemmenspannung  $e$  und der Selbstinduktion  $E_s$  her, und welche Phase hat die Stromstärke gegenüber der Klemmenspannung?

Wir formen diese Aufgabe vorläufig so um: Welche Klemmenspannung ist nötig, um einen bestimmten Strom durch den äußeren Kreis zu treiben? Die Lösung der Aufgabe erfolgt am einfachsten durch das Vektordiagramm, jedoch wird es sich empfehlen, die Zeichnung der Sinuskurven vorauszuschicken. Wir berechnen zunächst

die Augenblickswerte des Ohmschen Spannungsverbrauchs, indem wir die Augenblickswerte des Stromes mit dem Widerstand multiplizieren. Die Ohmsche Spannung tragen wir dann als Ordinate auf und erhalten so die stark ausgezogene Kurve  $I \cdot R$  in Fig. 195. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch in dem Augenblick am größten ist, in welchem die

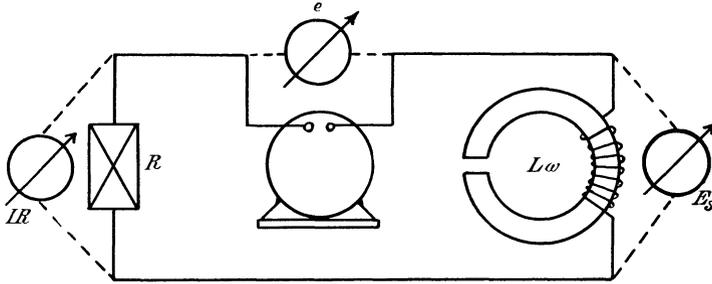


Fig. 194. Ohmscher Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Stromstärke am größten ist, so hat er gleiche Phase mit dem Strome. Die Kurve  $I \cdot R$  unterscheidet sich also von der Stromkurve nur durch den Maßstab.

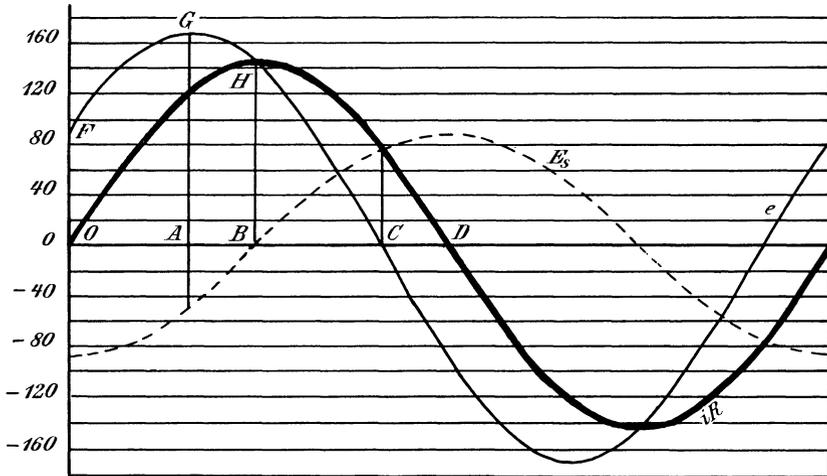


Fig. 195.

Zeitlicher Verlauf der Ohmschen Spannung, Selbstinduktion und Klemmenspannung.

Die Ohmsche Spannung kommt nun zustande einerseits durch die Maschinenspannung  $e$ , andererseits durch die elektromotorische Kraft  $E_s$ , deren Kurve um  $90^\circ$  hinter der Kurve  $I \cdot R$  zurückbleibt, oder umgekehrt, die Klemmenspannung ist die Summe aus der Ohmschen Spannung und einer Spannung, die zur Überwindung der Selbstinduktion dient. Auf Grund dieser Überlegung können wir für die einzelnen bedeutungsvollen Zeitpunkte die Werte der Klemmenspannung ermitteln.

Im Zeitpunkt  $O$  ist die Stromstärke gleich Null. Wenn gleichwohl in diesem Augenblicke eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist, die sogar gerade ihren negativen Höchstwert erreicht, so muß deren Einfluß durch einen entgegengesetzten Augenblickswert  $OF$  der Klemmenspannung aufgehoben sein. Nur wenn Druck und Gegen-  
druck einander aufheben, kann der Strom gleich Null sein. Im Zeitpunkt  $O$  ist also die Klemmenspannung  $OF$  der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich.

Im Zeitpunkte  $A$  wird eine Ohmsche Spannung geliefert, während eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist. Zur Überwindung beider ist eine Klemmenspannung  $GA$  nötig.

Im Zeitpunkte  $B$  ist die Selbstinduktion gleich Null, und die Klemmenspannung hat nur die Ohmsche Spannung  $HB$  zu liefern. Die Kurven der Klemmenspannung und der Ohmschen Spannung schneiden sich also im Punkte  $H$ .

Endlich ist im Zeitpunkte  $C$  die Ohmsche Spannung gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, so daß diese gerade ausreicht, um den Strom durch den Widerstand zu treiben. Die erforderliche Klemmenspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null, d. h. die Kurve  $e$  schneidet die Abszissenachse im Punkte  $C$ . Auf diese Weise ist die in Fig. 195 schwach ausgezogene Kurve der Klemmenspannung gezeichnet, und zwar für die Werte

$$I = 10 \text{ Ampere}, \quad R = 10 \text{ Ohm}, \quad L\omega = 6,28.$$

Der Höchstwert der Ohmschen Spannung ergibt sich dabei zu:

$$i_{max} \cdot R = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 10 = 141,4 \text{ Volt}$$

und der Höchstwert der Selbstinduktion

$$E_{smax} = L\omega \cdot i_{max} = 6,28 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 88,8.$$

Aus Fig. 195 entnehmen wir ferner den Höchstwert der Maschinenspannung zu  $e_{max} = 167$  Volt.

Ein Blick auf unsere Figur lehrt nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Die Kurve der Ohmschen Spannung ist flacher als die Kurve der Klemmenspannung, d. h. die Stromstärke ist kleiner, als man nach der Klemmenspannung und dem Widerstande erwarten sollte. Die Gleichung  $e = I \cdot R$  gilt demnach nicht mehr für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

2. Die Summe aus den Höchstwerten der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion ist größer als der Höchstwert der Klemmenspannung. Addieren wir nämlich die Höchstwerte der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion, so erhalten wir 230,2 Volt, während der Höchstwert der Klemmenspannung sich aus der Zeichnung nur zu etwa 167 Volt ergibt.

Diese Erscheinung wird besonders auffällig, wenn man, wie es in Fig. 194 gezeichnet ist, je ein Voltmeter an den Ohmschen Widerstand, an die Drosselspule und an die Maschinenspannung legt. Wir lesen dann für die Effektivwerte der Spannungen folgende Werte an den Meßinstrumenten ab:

$$e = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{167}{\sqrt{2}} = 118,$$

$$I \cdot R = 10 \cdot 10 = 100,$$

$$E_s = L \omega \cdot I = 6,28 \cdot 10 = 62,8.$$

Die Summe der Ohmschen Spannung und der zur Überwindung der Selbstinduktion dienenden Spannung ist also größer als die Gesamtspannung  $e$ . Dies Ergebnis scheint vollständig den Anschauungen zu widersprechen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Es muß aber betont werden, daß es sich nur auf die Effektivwerte bezieht. Für die Augenblickswerte behält die Kirchhoffsche Regel in

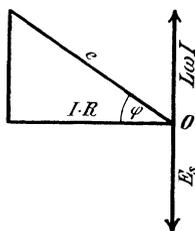


Fig. 196. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

ihrer einfachsten Form Gültigkeit, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist.

3. Die Kurve der Ohmschen Spannung oder der Stromstärke bleibt hinter der Kurve der Klemmenspannung um einen gewissen Winkel oder Bogen  $\varphi$  zurück, der in Fig. 195 durch  $CD$  gegeben ist. Der Strom erreicht also den größten Wert um einen gewissen Zeitabschnitt oder Winkel später als die elektromotorische Kraft.

Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und spricht von einer positiven Phasenverschiebung, wenn der Strom, wie in unserem Falle, hinter der Spannung zurück bleibt. Eilt der Strom dagegen in der Phase vor der Klemmenspannung voraus, so ist die Phasenverschiebung negativ.

Die auffallenden Erscheinungen in einem Stromkreise mit Selbstinduktion treten besonders deutlich an der Hand des Vektordiagrammes zutage. Wir lassen statt der Stromstärke den damit proportionalen Vektor der Ohmschen Spannung umlaufen und nehmen an, daß er gerade die Nullage passiert (Fig. 196). Dann fällt der Vektor der Selbstinduktion nach unten in die Ordinatenachse. Die Klemmenspannung  $e$  hat dann eine solche Größe und Phase, daß sie mit der elektromotorischen Kraft  $E_s$  die Resultierende  $I \cdot R$  bildet, oder daß die Ohmsche Spannung geliefert und außerdem die Selbstinduktion durch eine Komponente der Klemmenspannung aufgehoben wird.

Wir nennen diese Komponente den induktiven Spannungsverbrauch  $L \omega I$  und tragen sie von  $O$  aus auf der positiven Richtung der Ordinatenachse auf, wofür wir auch einfach den Vektor  $E_s$  in umgekehrter Richtung einführen könnten. Aus den Spannungen  $L \omega I$  und  $I \cdot R$  ergibt sich

dann die Resultierende  $e$  als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den induktiven Spannungsverbrauch und durch die Ohmsche Spannung gegeben sind. Der Vektor des induktiven Spannungsverbrauchs  $L\omega I$  eilt dem Strome um  $90^\circ$  vor.

Die Klemmenspannung hat demnach die doppelte Aufgabe: den Ohmschen Widerstand zu überwinden und der elektromotorischen Gegenkraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten. Obgleich also die Selbstinduktion dem Strom zeitweise gleichgerichtet und zeitweise entgegengesetzt gerichtet ist, betrachten wir sie dennoch im wesentlichen als eine Gegenspannung, die durch eine Komponente der Klemmenspannung überwunden werden muß. Das wird besonders deutlich in dem gezeichneten Augenblick, in welchem der ganze Augenblickswert der Klemmenspannung dafür aufgebraucht wird, um der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Auch hier wieder erkennen wir die im vorigen Abschnitt besprochenen Eigentümlichkeiten. Die Klemmenspannung  $e$  ist größer als der Ohmsche Spannungsverbrauch  $I \cdot R$ , und die algebraische Summe aus den effektiven Teilspannungen  $I \cdot R$  und  $L\omega I$  größer als die Gesamtspannung  $e$ . Ferner bleibt auch hier wieder die Stromstärke um den in der Figur gezeichneten Winkel  $\varphi$  hinter der Klemmenspannung der Maschine zurück. Dabei ist zu beachten, daß der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  immer zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete des rechtwinkligen Spannungsdreiecks liegt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Vektordiagramms die durch die Selbstinduktion geschaffenen Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. In Fig. 196 ergibt sich:

$$e^2 = (I \cdot R)^2 + (L\omega \cdot I)^2.$$

Lösen wir für  $I$  auf, so erhalten wir:

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}. \quad (39)$$

Man nennt diese Gleichung das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Sie ist der deutlichste Ausdruck für die Erscheinung, daß die Selbstinduktion wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, da statt des einfachen Widerstandes  $R$  die Größe  $\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$  in den Nenner der rechten Seite einzusetzen ist.

Zeichnerisch ergibt sich der vergrößerte Widerstand als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Widerstand  $R$  und durch die Größe  $L\omega$  gebildet werden (Flemingsches Diagramm). Da dieses rechtwinklige Dreieck (Fig. 197 a) dem entsprechenden Spannungsdreieck ähnlich ist, so ist der Winkel zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete gleich dem Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$ , und wir erhalten die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{R}. \quad (40)$$

Man bezeichnet die Größe  $\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$  als den scheinbaren Widerstand oder die Impedanz und die Größe  $L\omega$  als den induktiven Widerstand oder die Induktanz (Fig. 197 b). Zu einer solchen Bezeichnung ist man natürlich nur deshalb berechtigt, weil die Größe  $L\omega$  die Dimension eines elektrischen Widerstandes hat. Die Dimension der Induktivität ist nämlich eine Länge und die der Winkelgeschwindigkeit der reziproke Wert einer Zeit. Daraus folgt:

Dimension der Induktanz:  $L \cdot T^{-1}$ .

Das ist aber nach Abschnitt 40 dieselbe Dimension wie die des elektrischen Widerstandes. Da nun ein Henry gleich  $10^9$  absoluten Einheiten und ein Ohm ebenfalls gleich  $10^9$  absoluten Einheiten ist, so gibt uns das Produkt  $L\omega$  unmittelbar den induktiven Widerstand in Ohm an.

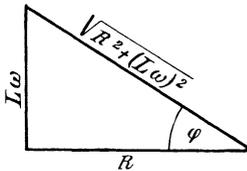


Fig. 197 a.

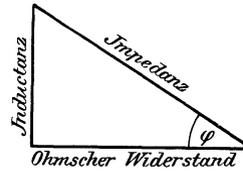


Fig. 197 b.

Flemingsches Diagramm.

Mit Hilfe von Gleichung (39) können wir nun bei gegebenen Werten von  $e$ ,  $R$  und  $L\omega$  die Stromstärke bestimmen, während wir uns früher darauf beschränken mußten, umgekehrt zu einer gegebenen Stromstärke die nötige Klemmenspannung zu ermitteln. Wir wählen dieselben Verhältnisse wie im Anfang dieses Abschnitts, also nach S. 261 und 262.

$$e = 118, \quad R = 10, \quad L\omega = 6,28.$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (39):

$$I = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Ampere.}$$

Dabei ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen Klemmenspannung und Stromstärke aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} = \frac{6,28}{10} = 0,68.$$

Zu einem Werte von  $\operatorname{tg} \varphi = 0,68$  gehört ein Winkel von etwa  $32^\circ 10'$  oder etwa ein Bogen  $\frac{\pi}{6}$ . Wie der Augenschein zeigt, entspricht dieser Bogen der Länge  $CD$  in Fig. 195, die für diese Verhältnisse gezeichnet ist.

## 75. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihenschaltung.

Wir betrachten jetzt den Fall, in welchem zwei Teile eines Stromkreises hintereinander geschaltet sind, die beide Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzen (Fig. 198). In diesem Falle ist die gesamte Spannung  $e$  die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohmschen Spannungen  $I \cdot R_1$  und  $I \cdot R_2$  und dessen andere Kathete durch die Summe der induktiven Spannungsverluste  $L_1 \omega I$  und  $L_2 \omega I$  gegeben ist (Fig. 199). Andererseits ist die Gesamtspannung zugleich die geometrische Summe aus den Klemmenspannungen  $e_1$  und  $e_2$  der beiden Teile des Stromkreises. Dabei ergeben sich für jeden einzelnen Teil die charakteristischen Spannungsdreiecke. Die Klemmenspannung  $e_1$  der linken Abteilung ist die Hypotenuse zu den Katheten  $I \cdot R_1$  und  $L_1 \omega I$ . Sie bildet mit dem Vektor der Stromstärke den Winkel  $\varphi_1$ , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{R_1}.$$

Ebenso ist die Klemmenspannung  $e_2$  der rechten Abteilung die Hypotenuse zu den Katheten  $I \cdot R_2$  und  $L_2 \omega I$ . Sie bildet mit dem Vektor des Stromes den Winkel  $\varphi_2$ , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{R_2}.$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen der Gesamtspannung  $e$  und dem Strom liegt dem Werte nach zwischen den Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ . Während also die Phase des Stromes in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe ist, sind die Spannungen an den einzelnen Teilen im allgemeinen von verschiedener Phase (Fig. 199).

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn ein Generator auf einen äußeren Stromkreis arbeitet, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt.

Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

die Klemmenspannung . . . . .	$e = 2000$ Volt,
die Stromstärke . . . . .	$I = 50$ Ampere,
der Ankerwiderstand . . . . .	$R_a = 1$ Ohm,
die Induktivität des Ankers . . . . .	$L = 0,04$ Henry,
die Periodenzahl . . . . .	$\nu = 50$ ,
die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise . . . . .	$\cos \varphi = 0,8$ .

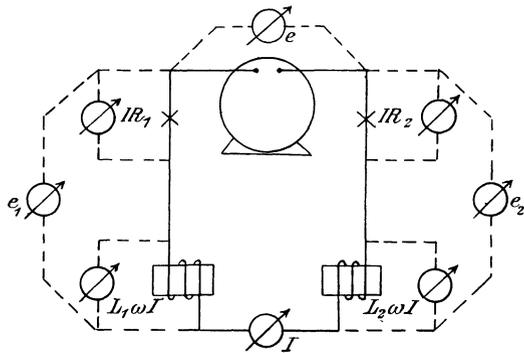


Fig. 198. Ohmsche und induktive Widerstände in Reihe.

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine, sowie die erforderliche elektromotorische Kraft nach Größe und Phase. Wir erhalten zur Zeichnung des Diagramms in Fig. 200 folgende Werte:

$$I \cdot R_a = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Volt,}$$

$$L \omega \cdot I = 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 628 \text{ Volt.}$$

Aus diesen beiden Werten ergibt sich der innere Spannungsverlust  $OF$  als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Spannungsverlust in der Maschine und den inneren induktiven Spannungsverlust gebildet werden. Wir erhalten:

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630 \text{ Volt.}$$

Wir berechnen dann den äußeren Ohmschen Spannungsverbrauch  $I \cdot R$  und erhalten:

$$I \cdot R = e \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ Volt.}$$

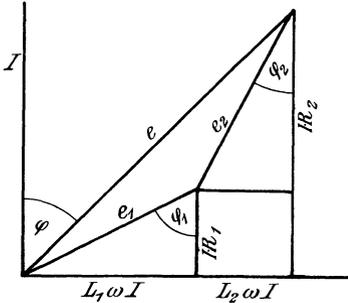


Fig. 199. Vektordiagramm für Reihenschaltung von Ohmschen Widerständen und Induktanzen.

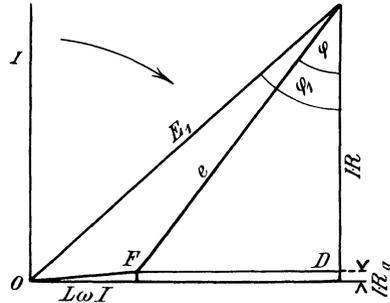


Fig. 200. Spannungsdiagramm einer Wechselstrommaschine.

Zu einem Werte  $\cos \varphi = 0,8$  gehört der Wert  $\sin \varphi = 0,6$ . Wir erhalten also den äußeren induktiven Spannungsverbrauch zu:

$$FD = e \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen im ganzen Kreise berechnet sich dann zu:

$$I \cdot R_a + I \cdot R = 50 + 1600 = 1650 \text{ Volt,}$$

und ebenso die Summe der induktiven Spannungsverluste zu:

$$FD + L \omega I = 1200 + 628 = 1828 \text{ Volt.}$$

Aus beiden Werten ergibt sich die elektromotorische Kraft  $E_1$  der Maschine als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den gesamten Ohmschen und induktiven Spannungsverbrauch gebildet werden. Wir erhalten also:

$$E_1 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_1$  zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\Sigma I \cdot R}{E_1} = \frac{1650}{2460} = 0,67.$$

Bei ungesättigtem Eisen ist die Leerlaufspannung gleich der elektromotorischen Kraft  $E_1$ . Die Differenz zwischen Leerlaufspannung und Betriebsspannung beträgt also  $2460 - 2000 = 460$  Volt, während der gesamte Spannungsverbrauch im Anker  $OF = 630$  Volt ist. Dieser scheinbare Widerspruch klärt sich dadurch auf, daß man den Vektor  $OF$  in Fig. 200 nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft abziehen muß, um die Klemmenspannung  $e$  zu erhalten.

Der erwähnte Spannungsabfall von 460 Volt zwischen Leerlauf und Vollbelastung ist  $18,6\%$  der Leerlaufspannung. Da er zum allergrößten Teil auf die innere Selbstinduktion zurückzuführen ist, so sieht man deutlich, wie nachteilig die scheinbare Vergrößerung des Widerstandes durch die Selbstinduktion wirkt.

### 76. Ohmsche und induktive Widerstände in Parallelschaltung.

In dem in Fig. 201 gezeichneten Falle sind zwei Zweige, von denen jeder Ohmschen und induktiven Widerstand besitzt, parallel geschaltet.

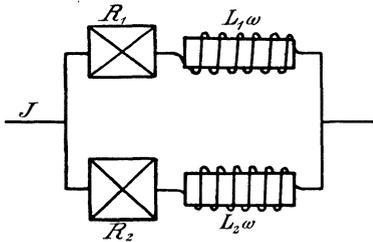


Fig. 201.

Parallelschaltung von Ohmschen Widerständen und Induktanzen.

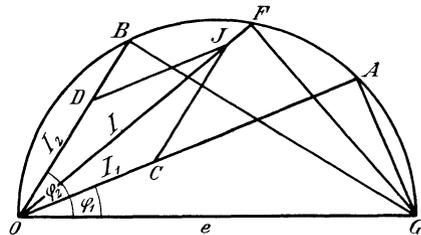


Fig. 202.

Die Klemmenspannung  $e$  ist also für beide Zweige nach Größe und Phase dieselbe. Selbstverständlich ist es dabei gleichgültig, ob in jedem Zweige ein einziger Verbrauchskörper liegt, der Ohmschen und induktiven Widerstand erhält, oder ob, wie es in Fig. 201 gezeichnet ist, in jedem Zweige ein Ohmscher Widerstand und eine Induktanz hintereinander geschaltet sind. Die Werte  $R_1$  und  $L_1 \omega$ ,  $R_2$  und  $L_2 \omega$ , sowie die Klemmenspannung  $e$  seien nun gegeben, und es soll die Stromstärke in der Verzweigung nach Größe und Phase bestimmt werden. Zu dem Zwecke schlagen wir in Fig. 202 über der Klemmenspannung  $e$  als Durchmesser einen Halbkreis und ziehen den Strahl  $OA$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_1$  bildet. Dabei entspricht  $\varphi_1$  der Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{R_1}.$$

Dann stellt uns der Strahl  $OA$  den Ohmschen Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir dividieren ihn durch den Widerstand  $R_1$  und erhalten dadurch die Stromstärke  $I_1$ , die in der Figur gleich der Länge  $OC$  sein möge. Ebenso ziehen wir den Strahl  $OB$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_2$  bildet. Dabei entspricht  $\varphi_2$  der Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{R_2}.$$

Dann stellt uns der Strahl  $OB$  den Ohmschen Spannungsverbrauch in dem zweiten Zweige dar. Wir dividieren ihn wieder durch den Widerstand  $R_2$  und erhalten dadurch die Stromstärke  $I_2$ , die gleich der Länge  $OD$  sein möge. Die Resultierende  $OJ$  aus  $I_1$  und  $I_2$  gibt uns dann die gesamte Stromstärke  $I$  nach Größe und Phase. Wir verlängern nun den Vektor  $I$ , bis er den Halbkreis im Punkte  $F$  schneidet. Dann ist der Strahl  $OF$  der Ohmsche Spannungsverbrauch und der Strahl  $FG$  der induktive Spannungsverbrauch eines einzigen Verbrauchskörpers, der unserer Verzweigung gleichwertig ist. Der Gesamtstrom  $I$  bleibt dabei um den Winkel  $GOF$  hinter der Klemmenspannung  $e$  zurück.

### 77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung.

Bei Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist die von der Maschine gelieferte Leistung positiv in demjenigen Zeitraum, in

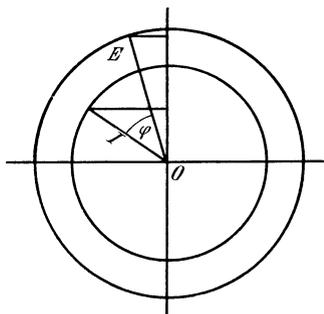


Fig. 203.  
Elektromotorische Kraft und Stromstärke eines Generators.  
Arbeit positiv.

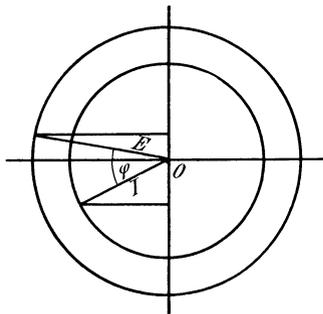


Fig. 204.  
Arbeit negativ.

welchem die Augenblickswerte der von der Maschine gelieferten Spannung und der Stromstärke gleiche Richtung haben (Fig. 203), dagegen negativ in dem Zeitraum, in welchem die Augenblickswerte der Spannung und des Stromes ungleiche Richtung haben (Fig. 204). Um die Bedeutung dieser Tatsache zu verstehen, erinnern wir uns, daß bei einem Gleichstrom-

generator die Stromstärke gleiche Richtung hat wie die elektromotorische Kraft, und daß dabei die von der Maschine gelieferte Leistung positiv ist. Läuft dagegen die Maschine als Motor, so ist ihre elektromotorische Kraft der Stromstärke entgegengerichtet, und die elektrische Leistung der Maschine ist negativ. Wir kommen also zu dem Schlusse, daß ein Wechselstromgenerator, bei dem die Phase des Stromes gegen die der elektromotorischen Kraft verschoben ist, zwar im größeren Teil einer Periode als Generator arbeitet, daß er jedoch zeitweise Arbeit aus dem Netz empfängt und als Motor angetrieben wird.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Verbrauchskörpern. Bei diesen ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Leistung positiv, solange die Augenblickswerte der Klemmenspannung und des Stromes gleichgerichtet sind. Während des Zeitraumes aber, in welchem Klemmen-

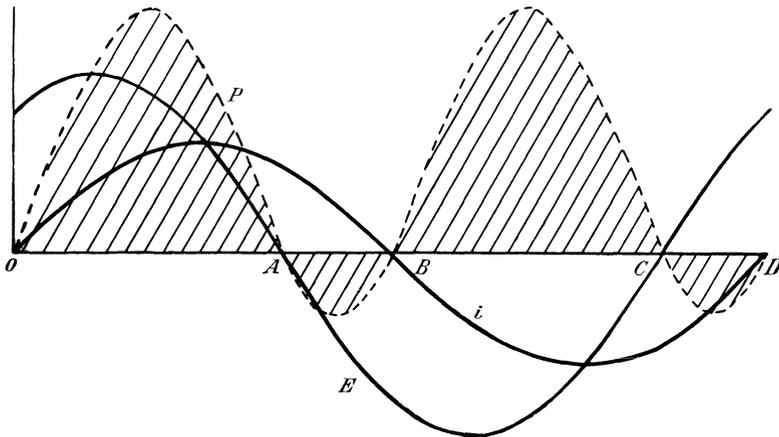


Fig. 205. Zeitlicher Verlauf der Leistung eines Generators.

spannung und Stromstärke einander entgegengerichtet sind, ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Arbeit negativ. Der Verbrauchskörper liefert während dieser Zeit Arbeit ins Netz zurück und verhält sich dabei wie ein Generator.

Fig. 205 bezieht sich auf einen Generator, dessen Stromstärke  $I$  infolge der Selbstinduktion der Maschine und des äußeren Kreises um den Winkel  $\varphi$ , welcher dem Bogen  $AB$  entspricht, hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt. Die Zeit ist als Abszisse und die Stromstärke bzw. die elektromotorische Kraft als Ordinate aufgetragen.

Wir bilden nun die Augenblickswerte der Leistung  $P$ , indem wir die zueinander gehörenden Werte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke multiplizieren. Diese Augenblickswerte der Leistung sind positiv über die Zeit  $OA$  und  $BC$ , dagegen negativ über die Zeit  $AB$  und  $CD$ . Wenn wir sie in einem beliebigen Maßstabe als Ordinate auftragen, so erhalten wir die gestrichelt gezeichnete Kurve  $P$ . Die von

dieser Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene schraffierte Fläche stellt uns die von der Maschine abgegebene elektrische Arbeit dar. Die Fläche liegt zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Abszissenachse. Wir erhalten also die mittlere Leistung, wenn wir die Differenz der absoluten Werte der oberen und unteren Flächen durch die Zeit dividieren. Daraus geht sofort hervor, daß die Leistung kleiner ist, als man nach der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke erwarten sollte.

Um die mittlere Leistung zu berechnen, denken wir uns wieder, wie früher, statt der Zeit den Bogen  $\alpha$  aufgetragen. Ist dann zu einer beliebigen Zeit die Stromstärke gleich  $i_{max} \cdot \sin \alpha$ , so ist zu derselben Zeit die elektromotorische Kraft gleich  $E_{max} \cdot \sin(\alpha + \varphi)$ , und die augenblickliche Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi).$$

Diese Leistung bleibt über den unendlich kleinen Bogen  $d\alpha$  konstant, und die Fläche eines unendlich schmalen, senkrechten Streifens ist dann:

$$P \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Die mittlere Leistung erhalten wir, wenn wir zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  integrieren und durch die Basis  $\pi$  dividieren. Dann ergibt sich:

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Setzen wir  $\sin(\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$ , so erhalten wir:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha + \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot d\alpha.$$

Der allgemeine Wert des letzten Integrals auf der rechten Seite ist  $\sin \varphi \cdot \left[ \frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]$  und wird für beide Grenzen gleich Null. Wenn wir also das letzte Glied der obigen Gleichung gleich Null setzen und im ersten Glied für  $\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$  den auf S. 245 ermittelten Wert  $\frac{\pi}{2}$  einführen, so erhalten wir die mittlere Leistung  $P$  zu:

$$P = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Führen wir statt der Höchstwerte die Effektivwerte ein, so erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (41)$$

Die wirkliche Leistung wird unmittelbar durch ein Wattmeter angegeben.

Setzen wir in der drittletzten Gleichung  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$  und  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sin(2\alpha)}{2}$ , so erkennen wir, daß die Kurve der Leistung eine Sinuskurve der doppelten Periodenzahl ist. Diese Kurve ist in Fig. 205 strichpunktiert. Ihre Symmetrielinie liegt um den Betrag der mittleren Leistung oberhalb der Abszissenachse.

Das Gesetz, daß das Produkt aus Spannung und Stromstärke die Leistung ergibt, gilt nach Gleichung (41) nicht mehr für die Effektivwerte. Vielmehr haben wir bei Phasenverschiebung die scheinbare Leistung  $E \cdot I$  noch mit dem Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zu multiplizieren. Man nennt daher den Wert  $\cos \varphi$  auch den Leistungsfaktor. Eine solche Bezeichnung ist um so mehr angebracht, als die Kurven in der Praxis keine reinen Sinuskurven sind und dadurch die Größe  $\cos \varphi$  ihre eigentliche Bedeutung verliert. Der Leistungsfaktor ist dann allgemein bestimmt als das Verhältnis der mit dem Wattmeter gemessenen wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung:

$$\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot I}.$$

In dem Beispiel des Abschnitts 75 war z. B. die Klemmenspannung der Maschine  $e = 2000$  Volt und die Stromstärke  $I = 50$  Ampere. Die scheinbare Leistung ist in diesem Falle  $2000 \cdot 50 = 100000$  Watt. Dagegen ist wegen des gegebenen Leistungsfaktors  $\cos \varphi = 0,8$  die wirkliche Leistung nur

$$P = e \cdot I \cdot \cos \varphi = 100000 \cdot 0,8 = 80000 \text{ Watt.}$$

Nun verringert sich die vom Antriebsmotor auf die Dynamomaschine übertragene Leistung in dem gleichem Maße wie die wirkliche Leistung, und die Verkleinerung der Leistung ist daher kein unmittelbarer Verlust. Dennoch aber ist die Phasenverschiebung von nachteiligem Einfluß. Die Leistung von 80000 Watt wird nämlich im obigen Falle nur durch eine unverhältnismäßig hohe Klemmenspannung erreicht, die neben dem Ohmschen Widerstand noch den induktiven Widerstand überwinden muß. Die Maschine muß also für die hohe Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Das wird besonders deutlich, wenn wir zur Berechnung der Leistung auf die für Gleichstrom und Wechselstrom gleichmäßig geltende Gleichung:

$$P = I^2 \cdot R$$

zurückgehen. Setzen wir statt  $I \cdot R$  nach Fig. 196 das Produkt  $e \cdot \cos \varphi$  ein, so erhalten wir:

$$P = e \cdot \cos \varphi \cdot I.$$

Die Gleichung zeigt in dieser Form deutlich, daß zur Berechnung der Leistung von der ganzen Spannung nur die Komponente  $e \cdot \cos \varphi$  in Betracht kommt, die mit der Stromstärke gleiche Phase hat.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und in der Gleichung  $P = e \cdot I \cdot \cos \varphi$  das Produkt  $I \cdot \cos \varphi$  zusammenfassen. Aus Fig. 206 ergibt sich, daß  $I \cdot \cos \varphi$  die Projektion  $OC$  des Vektors  $I$  auf den Vektor  $e$  ist. Wir haben also, um die Leistung zu erhalten, die Spannung mit der Komponente des Stromes zu multiplizieren, die mit der Spannung gleiche Phase hat.

Man nennt diese Komponente  $I \cdot \cos \varphi$ , die in Fig. 206 durch den Vektor  $OC$  gegeben ist, die Wattkomponente des Stromes oder den Wattstrom, während die dazu senkrechte Komponente  $OD$  der wattlose Strom genannt wird. Gerade weil man gewohnt ist, in den Zentralen mit einer konstanten Netzspannung zu rechnen, erweist sich die Trennung des Stromes in seine Komponenten oft als bequem, obgleich die Trennung der Spannung in zwei Komponenten sachgemäßer sein dürfte.

Wir sahen nun oben den Einfluß der Phasenverschiebung darin, daß bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäßig groß sein muß.

Jetzt werden wir dagegen sagen, daß bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unverhältnismäßig groß ist, da zur Berechnung der Leistung nur die eine Komponente des Stromes in Frage kommt. Die vermehrte Stromstärke erfordert natürlich bei Generatoren, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder es wird bei gegebenem Kupferquerschnitt der Verlust durch

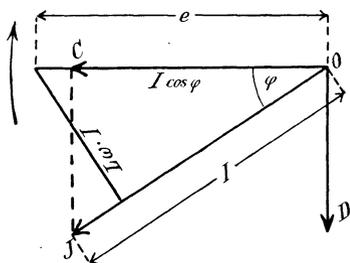


Fig. 206.

Zerlegung des Stromes in eine Wattkomponente und wattlose Komponente.

Joulesche Wärme unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung tunlichst zu vermeiden, indem man die Selbstinduktion in Generatoren, Motoren und Apparaten möglichst gering macht.

Wie man sieht, müssen die Maschinen bei Wechselstrom für die scheinbaren Leistungen, d. h. für Spannung und Stromstärke, und nicht für die wirkliche Leistung bemessen sein. Ihre Leistung wird daher nicht in Kilowatt, sondern in Kilo-Voltampere ( $KVA$ ) angegeben.

Besonders deutlich wird der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen veränderlichen Ohmschen Widerstand hintereinander an eine konstante Klemmenspannung legt (Fig. 207). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch ein Wattmeter gemessen. Steht der Hebel des gezeichneten Rheostaten nach rechts, und ist infolgedessen der eingeschaltete Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke, und die Leistung wird, wie man erwartet, größer. Schließlich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter

wächst, wo aber der Ausschlag des Wattmeters wieder heruntergeht. Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber der Ausschlag des Wattmeters geht fast auf Null zurück.

Dies erklärt sich einfach daraus, daß bei sehr kleinem Ohmschen Widerstand die Selbstinduktion eine starke Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung verursacht, so daß das Produkt  $e \cdot I \cdot \cos \varphi$  sehr gering wird.

Wir können das auch aus dem Flächeninhalt des Dreiecks in Fig. 196 folgern. Dieser Flächeninhalt wird bei konstanter Hypotenuse  $e$  am größten, wenn die beiden Katheten gleich groß sind, d. h. wenn  $R$  gleich  $L \omega$  wird. Nun ist die Fläche gleich  $\frac{1}{2} I \cdot R \cdot L \omega I$ , also bei konstantem Wert von  $L \omega$  proportional der Leistung  $I^2 R$ . Die Leistung wird also ebenfalls am größten für  $R$  gleich  $L \omega$ , d. h. bei einer Phasenverschiebung von  $45^\circ$ .

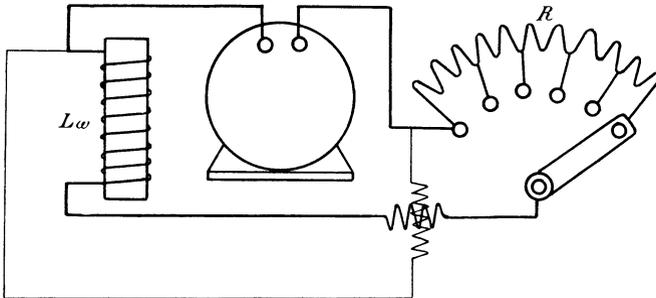


Fig. 207. Selbstinduktion und veränderlicher Ohmscher Widerstand in Reihe.

Um die Tatsache, daß bei starker Phasenverschiebung die Leistung gering wird, deutlich zu machen, zeichnen wir die Sinuskurven für einen Stromkreis, der viel Selbstinduktion und wenig Ohmschen Widerstand enthält (Fig. 208). Die Kurve der Ohmschen Spannung verläuft dann derartig flach, daß ihre Ordinaten bei Zusammensetzung der Spannungen kaum in Betracht kommen. Die Klemmenspannung hat also jetzt eigentlich nur die Aufgabe, die entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Infolgedessen ist die Kurve  $e$  der Klemmenspannung fast um  $180^\circ$  gegen die Kurve  $E_s$  der Selbstinduktion und um fast  $90^\circ$  gegen die Kurve der Stromstärke verschoben. Wenn wir jetzt die Produkte aus den Augenblickswerten der Spannung und der Stromstärke bilden, so sind diese im Zeitraum von  $O$  bis  $A$  positiv und von  $A$  bis  $B$  negativ. Da beide Zeiträume fast gleichwertig sind, so ist die Gesamtleistung fast Null. Sie würde vollständig gleich Null werden, wenn der Stromzweig ganz widerstandslos wäre und die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erforderte. Selbstinduktionsspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten unmittelbaren

Effektverlust abzudrosseln. Man verwendet sie daher vielfach als Beruhigungswiderstände für Bogenlampen (Drosselspulen).

Vorteilhaft ist die Verwendung von Drosselspulen beim Betrieb hintereinander geschalteter Glühlampen, wenn man verhindern will, daß beim Durchbrennen einer Lampe der ganze Stromkreis unterbrochen wird.

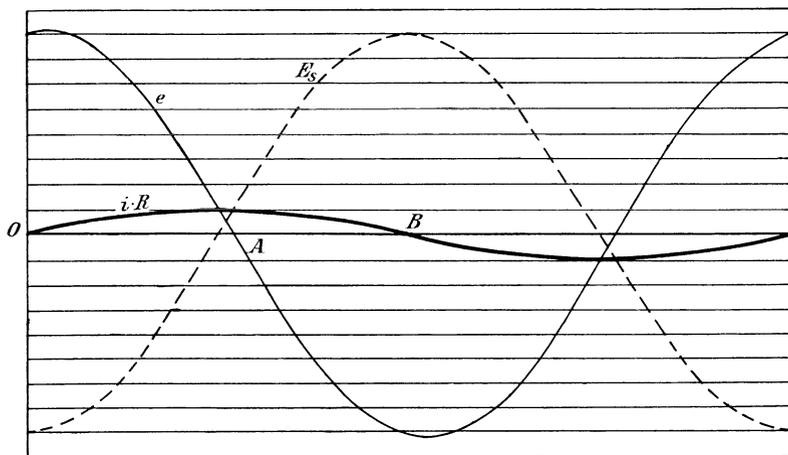


Fig. 208. Große Selbstinduktion und geringer Widerstand in Reihe.

Eine selbsttätige Kurzschlußvorrichtung würde in diesem Falle zu einer Erhöhung der Stromstärke im ganzen Kreise führen, was für die übrigen Lampen schädlich wäre. Schaltet man aber eine Drosselspule parallel zu jeder Glühlampe, so fließt nach Erlöschen der Lampe der ganze Strom

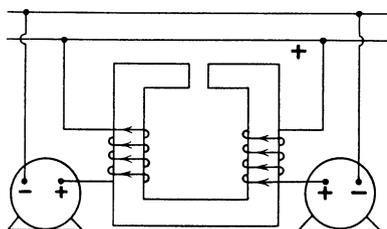


Fig. 209.

Dämpfungsdrosselspulen nach Swinburne.

durch die Drosselspule und die übrigen Lampen brennen ungestört weiter. Allerdings wird der Widerstand des ganzen Kreises durch das Erlöschen einer Lampe etwas größer und die Stromstärke etwas geringer. Aber das macht bei der großen Zahl der hintereinander geschalteten Lampen sehr wenig aus.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung

für die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie wir in Abschnitt 32 sahen, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Möglichkeit beseht, daß starke Ströme zwischen parallelgeschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vergl. Abschnitt 103). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die

zwischen Generator und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der Effektverlust in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast  $90^\circ$  hinter der Klemmenspannung der Drosselspule zurückbleibt. Man hat allerdings mit einem Spannungsverlust in den Drosselspulen zu rechnen, aber dieser wird durch den Vorteil des ruhigen Parallelarbeitens aufgehoben.

Bei einer von Swinburne angegebenen Anordnung (Fig. 209) läßt sich der Spannungsverlust in den Drosselspulen überhaupt verhindern. Die von den beiden Generatoren ins Netz gelieferten Ströme umfließen den Kern der Drosselspule derartig, daß ihre magnetischen Wirkungen sich aufheben. Bei Gleichheit beider Ströme wird also keine magnetisierende Kraft ausgeübt. Wenn jedoch zwischen beiden Maschinen Ausgleichströme hin und her fließen, so addieren sich die magnetischen Wirkungen, die sie auf die Drosselspule ausüben. Diese kommt daher zur Wirksamkeit und hindert das Anwachsen der Ausgleichströme.

## 78. Die Kapazitätsspannung.

Ein Kondensator besteht aus zwei Metallplatten, die durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Verbindet man die beiden Platten mit den Klemmen einer Gleichstromquelle, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Diese Anschauung, die man von der Elektrostatik her gewohnt ist, scheint zu der von Maxwell eingeführten Annahme, wonach nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird, nicht zu passen. Wir können aber beide Anschauungen in Übereinstimmung bringen, indem wir annehmen, daß die Ladung der negativen Platte nicht durch Hinzufießen von negativer Elektrizität, sondern durch Wegfließen von positiver Elektrizität zustande kommt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, der von der positiven Klemme der Maschine zum Kondensator fließt und von der negativen Klemme des Kondensators zur Maschine zurückfließt. Dieser Strom dauert so lange, bis der Kondensator geladen ist, d. h. bis die Gegenspannung  $E_c$  der auf den Kondensator gedrückten Elektrizitätsmenge gleich der an den Kondensator gelegten Spannung ist. Man sagt deswegen auch: der Kondensator wird durch eine bestimmte Elektrizitätsmenge zu einer (Gegen-) Spannung  $E_c$  geladen.

Der Einfluß der Kapazität in Wechselstromkreisen ist deswegen von besonderem Interesse, weil jedes konzentrische Kabel sich wie ein Kondensator verhält.

Um die dabei auftretenden Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir zunächst an, daß die Leitung weder Ohmschen Widerstand noch Selbstinduktion besitzt. Der Augenblickswert der Maschinenspannung ist:

$$e = e_{max} \cdot \sin \alpha = e_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Die Maschinenspannung wachse nun in der Zeit  $dt$  um den Betrag  $de$ . Dieser ergibt sich durch Differentiation zu:

$$de = e_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega \cdot dt.$$

Die dabei auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge  $dQ$  ist nach S. 113 proportional der Spannungszunahme  $de$  und proportional der Kapazität des Kondensators. Dabei ist die Kapazität  $C$  in dem für Volt und Ampere passenden Maß, also in Farad einzusetzen. Wir erhalten also:

$$dQ = C \cdot de = C \cdot e_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha \cdot dt.$$

Nun ist der Quotient  $dQ:dt$  die in der Zeiteinheit auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge oder die Stärke  $i$  des Kapazitätsstromes. Wir erhalten also den Augenblickswert des Stromes zu:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \omega \cdot e_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die Stromstärke ist demnach eine Kosinusfunktion des Winkels  $\alpha$ , wobei  $\alpha$  der Winkel ist, den der Vektor der Maschinenspannung mit der Nullage bildet. Für  $\alpha = 0$  wird  $\cos \alpha = 1$ , und die Stromstärke hat ihren höchsten Wert:

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot e_{max}.$$

Führen wir auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein, so erhalten wir den Effektivwert des Kapazitätsstromes zu:

$$I = C \cdot \omega \cdot e.$$

Da sich der Druck der Maschinenspannung und der Gegendruck des Kondensators in jedem Augenblicke das Gleichgewicht halten, so ist die elektromotorische Gegenkraft  $E_c$  des Kondensators entgegengesetzt gleich der Maschinenspannung  $e$ , und wir erhalten aus der obigen Gleichung:

$$E_c = \frac{I}{C \cdot \omega}. \quad (42)$$

Jetzt ist also in dem Stromkreise nicht bloß die Maschinenspannung, sondern noch eine von der Maschinenspannung zu überwindende elektromotorische Gegenkraft vorhanden. Wir haben im folgenden ihre Phase zu bestimmen.

In Fig. 210 stellt die schwach ausgezogene Kurve den zeitlichen Verlauf der Maschinenspannung dar, wobei als Abszisse der Bogen aufgetragen ist, um den der Vektor der Maschinenspannung von der Nulllage aus fortgeschritten ist. Unter der obigen Annahme, daß der Stromkreis keine Selbstinduktion und keinen Widerstand besitzt, ergab sich, daß die Stromstärke proportional dem Kosinus des Winkels  $\alpha$  ist. Sie wird also ein positives Maximum für  $\alpha = 0$  und gleich Null für  $\alpha = 90^\circ$ . Wir erhalten so die stark ausgezogene Kurve  $I$  des Kapazitätsstromes. Aus der Überlegung, daß die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators

sators der Klemmenspannung genau entgegengesetzt ist, ergibt sich dann weiter die gestrichelt gezeichnete Kurve  $E_c$ . Diese eilt der Kurve der Stromstärke um  $90^\circ$  voraus.

Wir können die obigen Ergebnisse durch Betrachtung der am meisten charakteristischen Zeitpunkte wieder anschaulich machen. Im Punkte  $O$  schneidet die Kurve der Klemmenspannung die Abszissenachse und ist am steilsten. Sie ändert sich daher in diesem Augenblick in der Zeiteinheit am meisten, und die Elektrizitätsmenge, die sie in der Zeiteinheit auf den Kondensator drückt, ist am größten. Die Stromstärke hat also ihren höchsten Wert. Solange nun die Klemmenspannung anwächst, also über den Zeitraum  $OA$ , hat der Strom gleiche Richtung mit der Spannung, und die Ordinaten sind beide positiv.

Wenn die Maschinenspannung dann im Zeitpunkte  $A$  ihren größten Wert erreicht, so ändert sie sich für eine kleine Zeit gar nicht, und die Stromstärke ist deshalb in diesem Augenblick gleich Null.

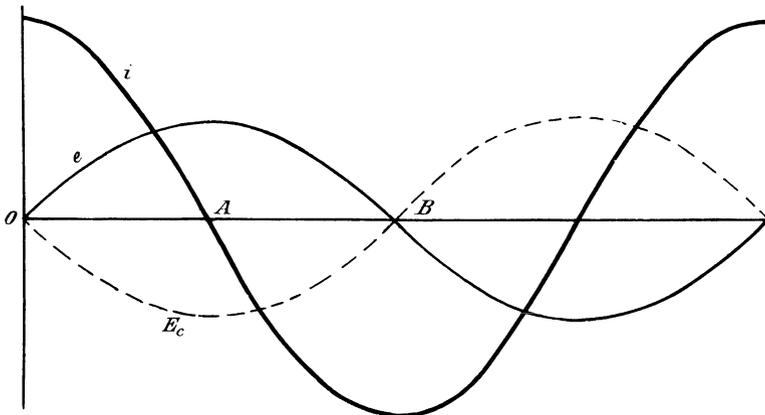


Fig. 210. Zeitlicher Verlauf des Kapazitätsstromes.

Wenn dann weiter die Maschinenspannung abnimmt, so überwiegt der Gegendruck des jetzt voll geladenen Kondensators und sendet einen Strom in die Maschine zurück, dessen Richtung der Klemmenspannung entgegengesetzt ist. Im Zeitraum von  $A$  bis  $B$  sind also die Ordinaten der Stromstärke den Ordinaten der Spannung entgegengesetzt. Die Betrachtung der Kurven ergibt, daß die Stromstärke der ladenden Spannung um  $90^\circ$  vorseilt, und daß die Gegenspannung  $E_c$  des Kondensators um  $90^\circ$  vor dem Strome vorseilt.

## 79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung.

Wir haben bisher angenommen, daß zwischen Maschine und Kondensator kein Ohmscher Widerstand liegt, daß also die Maschinenspannung gleich der Klemmenspannung des Kondensators ist. Liegt

jedoch zwischen Maschine und Kondensator der Widerstand  $R$ , so hat die Maschinenspannung  $e$  sowohl den Ohmschen Spannungsverbrauch  $I \cdot R$  zu decken, als auch die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators zu überwinden. Wir zeichnen also in Fig. 211 zunächst die stark ausgezogene Kurve der Ohmschen Spannung  $I \cdot R$  und die um  $90^\circ$  voraufeilende Kurve der Gegenspannung  $E_c$ .

Dann ergibt sich:

Im Zeitpunkt  $O$  ist die Gegenspannung  $E_c$  gleich Null. Die Maschinenspannung  $e$  hat also nur die Ohmsche Spannung zu liefern; ihr Augenblickswert ist also  $OF$ .

Im Zeitpunkt  $A$  hat die Klemmenspannung eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern und außerdem noch eine entgegengesetzte Gegen-

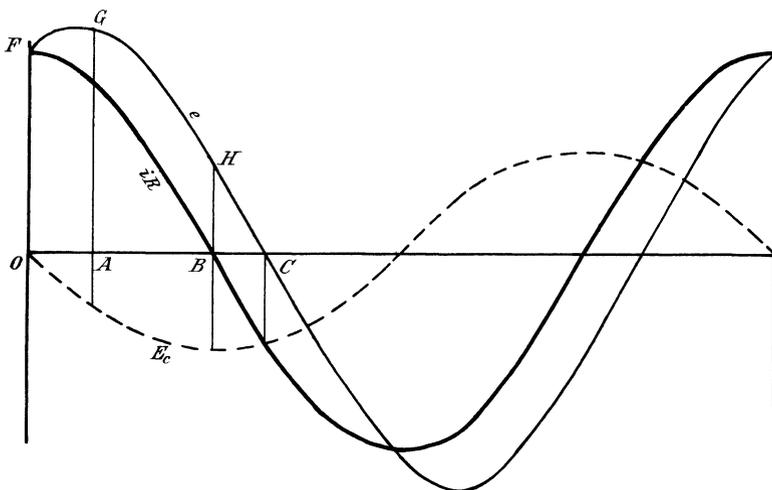


Fig. 211.

Zeitlicher Verlauf der Ohmschen Spannung, Kapazitätsspannung und Klemmenspannung.

spannung zu überwinden. Daraus ergibt sich der Augenblickswert  $GA$  der Klemmenspannung.

Im Zeitpunkt  $B$  ist die Ohmsche Spannung Null, und die Klemmenspannung  $HB$  hat nur die gleich große und entgegengesetzte Gegenspannung zu überwinden.

Endlich ist im Zeitpunkt  $C$  die Ohmsche Spannung gleich der vom Kondensator gelieferten Spannung, die Klemmenspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null.

Wenn man auf diese Weise die Kurve  $e$  zeichnet, so ergibt sich, daß die Kurve des Stromes der Kurve der Spannung voraufeilt. Der Phasenverschiebungswinkel entspricht in Fig. 211 dem Betrage  $BC$ . Die Kapazität hat also die entgegengesetzte Wirkung wie die Selbstinduktion, indem sie ein Voraufeilen des Stromes vor der Klemmenspannung oder eine negative Phasenverschiebung bewirkt.

### 80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem Ohmscher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität hintereinander geschaltet sind. In Fig. 212 passiere der Vektor  $OB$  der Ohmschen Spannung  $I \cdot R$  gerade die Nullage. Dann bleibt der Vektor  $E_s$  der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück, fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieser Vektor wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente  $L \omega \cdot I$  der Klemmenspannung. Aus den Vektoren  $I \cdot R$  und  $L \omega \cdot I$  ergibt sich eine Resultierende  $OA$ . Zugleich ist aber im Stromkreise noch die Spannung  $E_c$  wirksam, die dem Strome um  $90^\circ$  voraufeilt, deren Vektor also in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt. Diese Spannung  $E_c$  muß nach S. 276 durch eine entgegengesetzte Komponente

$\frac{I}{C \omega}$  der Klemmenspannung aufgehoben werden. Aus dem Vektor  $OA$  und dem Vektor  $\frac{I}{C \omega}$  ergibt sich dann die Resultierende  $OC$  als der gesuchte Wert der Klemmenspannung  $e$ . Diese ist unter Umständen kleiner als die Einzelwerte des Spannungsverbrauchs, der durch Selbstinduktion und Kapazität veranlaßt wird.

Das Diagramm in Fig. 212 setzt uns nun in den Stand, die Stromstärke zu berechnen, wenn die Klemmenspannung, der Ohmsche Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität gegeben sind. Es ist nämlich:

$$BC = \frac{I}{C \omega} - L \omega \cdot I.$$

Demnach ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck  $OCB$ :

$$e^2 = (I \cdot R)^2 + \left( \frac{I}{C \omega} - L \omega \cdot I \right)^2,$$

oder wenn wir für  $I$  auflösen:

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{C \omega} - L \omega \right)^2}}. \quad (43)$$

Diese Gleichung heißt das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Der Nenner wird der scheinbare Widerstand oder die Impedanz des ganzen Kreises genannt. Er ist dargestellt als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete der Ohmsche Widerstand und dessen andere Kathete die Differenz  $\frac{1}{C \omega} - L \omega$  ist. Dabei muß wieder darauf hingewiesen werden, daß die Kapazität in Farad einzusetzen ist. Man hat die Anzahl der Mikrofarad mit  $10^{-6}$  zu multiplizieren, um die Anzahl der Farad zu erhalten.

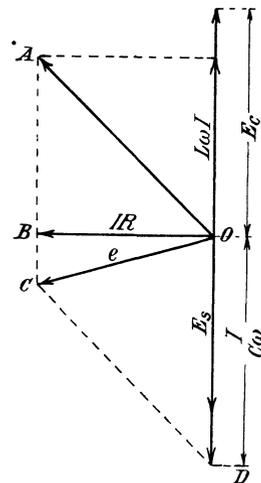


Fig. 212. Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe.

Es ist nun bedeutungsvoll, daß der Wert von  $\omega$  in der Klammergröße der Gleichung (43) einmal im Zähler und einmal im Nenner steht. Es muß also eine Periodenzahl geben, für welche diese Differenz gleich Null wird.

Wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung:

$$\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0,$$

oder wenn wir für  $\omega$  auflösen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}.$$

Die Periodenzahl, bei der die Differenz verschwindet, ergibt sich also zu:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}.$$

Für diesen Wert wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten:

$$I = \frac{e}{R}.$$

Die Stromstärke ist in diesem Falle gerade so groß, wie wenn wir ohne Selbstinduktion und ohne Kapazität unmittelbar den Widerstand  $R$  an die Spannung  $e$  legen.

Es sei z. B. die elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine  $E = 10000$  Volt, ihre Induktivität  $L = 0,4$  Henry, die Kapazität eines Kabels  $C = 2,5$  Mikrofarad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung zusammen 5 Ohm.

Die Periodenzahl  $\nu$  sei zunächst die gewöhnliche, nämlich gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der gewöhnlichen Periodenzahl  $\nu = 50$  nach Gleichung (43) einen Kapazitätsstrom:

$$I = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + \left(\frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} - 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50\right)^2}} = 8,7 \text{ Ampere.}$$

Dies ist die Stromstärke, die in unserem Falle in das offene Kabel fließt. Die Phasenverschiebung ist dabei fast  $90^\circ$ , der Wert  $\cos \varphi$  fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Periodenzahl die Stromstärke bei den oben gegebenen Werten der elektromotorischen Kraft, der Induktanz und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht. Diese gefährliche Periodenzahl ergibt sich aus der obigen Gleichung für  $\nu$  zu:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Periodenzahl wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null und wir erhalten, obgleich das Kabel offen ist, eine Stromstärke:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den außerordentlichen Wert:

$$\frac{I}{C\omega} = L\omega \cdot I = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt.}$$

Natürlich hält der Kupferquerschnitt die hohe Stromstärke und die Isolation die hohe Spannung nicht aus. Man nennt den bei der gefährlichen Periodenzahl eintretenden Zustand die Resonanz. Das Bemerkenswerte ist dabei, daß trotz des offenen Kabels eine so außerordentlich große Stromstärke auftritt, und daß trotz normal erregter Maschine die Spannung einen so hohen Wert annimmt. Dabei ist aber zu beachten, daß der obige Wert  $L = 0,4$  verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist der Wert von  $L$  kleiner, wie das bei Maschinen für große Leistungen der Fall ist, so liegt die gefährliche Periodenzahl weit höher als bei 160.

## 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

In Fig. 213 ist der Fall gezeichnet, in welchem zwei Stromzweige parallel geschaltet sind, von denen der eine Ohmschen Widerstand und

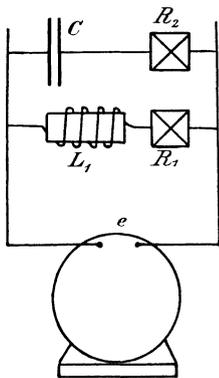


Fig. 213.

Selbstinduktion und Kapazität parallel.

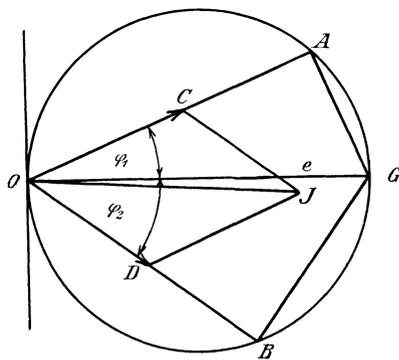


Fig. 214.

Selbstinduktion, der andere Ohmschen Widerstand und Kapazität enthält. Die Klemmenspannung  $e$  ist beiden Zweigen gemeinsam. Ihr Vektor bildet die Hypotenuse einerseits für die Katheten  $I_1 \cdot R_1$  und  $L\omega \cdot I_1$ , anderer-

seits für die Katheten  $I_2 \cdot R_2$  und  $\frac{I_2}{C \cdot \omega}$  (Fig. 214). Dabei bleibt der Strom  $I_1$  hinter der Klemmenspannung  $e$  um den Winkel  $\varphi_1$  zurück, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L \omega}{R_1}.$$

Dagegen eilt die Stromstärke  $I_2$  der Klemmenspannung um den Winkel  $\varphi_2$  voraus, und zwar ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{I_2 \cdot C \omega}{I_2 \cdot R_2} = \frac{1}{R_2} C \omega.$$

Wir schlagen nun über dem Vektor  $e = OG$  als Durchmesser einen Kreis und ziehen den Strahl  $OA$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_1$  bildet. Dann stellt  $OA$  den Ohmschen Spannungsverlust und  $AG$  den induktiven Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir ziehen nun ferner den Strahl  $OB$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_2$  bildet. Dann stellt  $OB$  den Ohmschen Spannungsverlust und  $BG$  die Komponente der Klemmenspannung dar, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators in dem zweiten Zweige das Gleichgewicht hält. Dabei liegen die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  auf verschiedenen Seiten des Durchmessers. Wir dividieren nun die Sehne  $OA$  durch den Widerstand  $R_1$  und erhalten:

$$I_1 = \frac{OA}{R_1} = OC.$$

Ebenso erhalten wir den Strom  $I_2$ , wenn wir die Spannung  $OB$  durch den Widerstand  $R_2$  dividieren:

$$I_2 = \frac{OB}{R_2} = OD.$$

Aus den Komponenten  $I_1 = OC$  und  $I_2 = OD$  ergibt sich dann die Resultierende  $OJ$  nach dem Parallelogramm der Kräfte. Diese stellt den Gesamtstrom  $I$  nach Stärke und Phase dar. Es ist bemerkenswert, daß der Vektor dieses Gesamtstromes um einen sehr kleinen Winkel gegen die Klemmenspannung verschoben ist. Durch geeignete Wahl der Kapazität läßt sich also die Phasenverschiebung im Netzleiter und in der Maschine zu Null machen. Leider muß man aber wegen der geringen Haltbarkeit der Kondensatoren darauf verzichten, sie zum Ausgleich der durch die Selbstinduktion verursachten Phasenverschiebung zu verwenden. Es wird sich jedoch im Abschnitt 107 ergeben, daß ein übererregter Synchronmotor, dessen elektromotorische Gegenkraft scheinbar größer als die Netzspannung ist, ebenfalls eine negative Phasenverschiebung veranlaßt. Man hat daher derartige Motoren, die dann an das der Stromquelle entgegengesetzte Ende der Leitung geschaltet werden, mit Vorteil verwendet, um die Phasenverschiebung im Hauptleiter auf Null zu bringen. Auch jedes Kabel, das parallel zu einem Verbrauchskörper abzweigt, wirkt wie eine Kapazität, beeinflusst also die Phasenverschiebung in günstigem Sinne.

## Elftes Kapitel.

82. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator. — 83. Der Magnetisierungsstrom. — 84. Der Hysteresisstrom. — 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung. — 86. Der Transformator bei induktiver Belastung. — 87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

### 82. Die elektromotorischen Kräfte im Transformator.

Transformatoren dienen zur Umformung von hoher Spannung auf niedrigere Spannung oder umgekehrt. Sie enthalten zwei voneinander isolierte, auf einen Eisenkern gewickelte Spulen (Fig. 215 und 216), von denen die

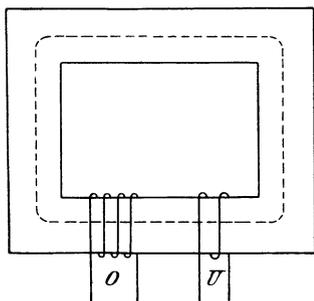


Fig. 215. Transformator, Kerntype.

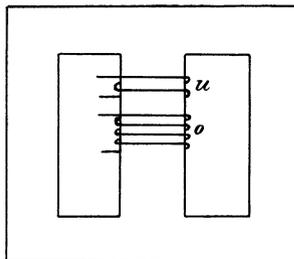


Fig. 216. Transformator, Manteltype.

eine, die primäre, von Wechselstrom gespeist wird, während aus der anderen, der sekundären, Wechselstrom entnommen wird. Die Spule mit der größeren Windungszahl wird als die Oberspannungsspule ( $O$ ), die andere als die Unterspannungsspule ( $U$ ) bezeichnet.

Der Eisenkörper wird zur Verringerung der Wirbelstromverluste aus Blechen zusammengesetzt. Meist werden Bleche verwendet, die mit Silicium legiert sind und eine besonders geringe Verlustziffer aufweisen (vergl. S. 96). Der Eisenkörper wird entweder nach der Kerntype (Fig. 215) oder nach der Manteltype (Fig. 216) ausgeführt.

Die Wickelungen liegen entweder, wie bei der Röhrenwicklung, übereinander oder, wie bei der Scheibenwicklung, nebeneinander.

Bei der Röhrenwicklung (vergl. Fig. 230 auf S. 303) liegt die Unterspannungsspule, die sich leichter gegen Eisen isolieren läßt, unten und die Oberspannungsspule konzentrisch darüber. Die Oberspannungsspule besteht aus einer Reihe von Einzelspulen, da bei zu großer Spulen-

länge die Spannung zwischen zwei übereinander liegenden Windungen das zulässige Maß überschreitet.

Bei der Scheibenwicklung (vergl. Fig. 231 auf S. 303) zerfallen beide Spulen in eine Anzahl Scheiben. Die Scheiben der Oberspannungs- und Unterspannungswicklung werden abwechselnd aufeinander geschichtet. Mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen werden die äußeren Scheiben durch Unterspannungsscheiben gebildet. Diese äußersten Scheiben enthalten zur Verringerung der magnetischen Streuung halb so viele Windungen wie die übrigen Unterspannungsscheiben.

Kern und Wickelung liegen meist zum Zwecke der Kühlung und Isolierung unter Öl.

Wir betrachten im folgenden zunächst den Transformator bei Leerlauf, d. h. bei offener Sekundärwicklung. Dabei ist die Primärwicklung nichts anderes als eine Drosselspule, in deren Windungen die vom Wechselstrom erzeugten Kraftlinien eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induzieren. Man vermeidet dabei allerdings den Ausdruck Selbstinduktion und gebraucht dafür den Ausdruck „induzierte elektromotorische Kraft“ oder „elektromotorische Gegenkraft“. Ist  $N$  der Höchstwert der Kraftlinien, die die Fläche der Windungen durchsetzt,  $\nu$  die Periodenzahl und  $\xi_1$  die primäre Windungszahl, so ergibt sich die primäre elektromotorische Kraft nach Gleichung (37) auf S. 256 zu:

$$E_1 = 4,44 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi_1 \cdot 10^{-8}.$$

Die von außen an den Transformator gelegte primäre Klemmenspannung hat nun nach dem grundlegenden Diagramm auf S. 262 eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft  $E_1$  zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern. Da der letztere beim Transformator wegen des geringen Kupferwiderstandes immer sehr gering ist, so ist die elektromotorische Kraft  $E_1$  fast genau gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung  $e_1$ . Sie läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Erzeugung des Kraftflusses erforderlich ist. Da nun schon ein schwacher Strom genügt, um in dem geschlossenen Eisenkern die erforderliche Kraftlinienzahl zu erzeugen, so ist der Leerstrom immer sehr gering.

Das schwingende Feld schneidet nun bei seinem Entstehen und Verschwinden nicht nur durch die primäre, sondern auch durch die sekundäre Wickelung hindurch und induziert auch in dieser eine elektromotorische Kraft. Diese hat gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft in der primären Spule. Ist  $\xi_2$  die Windungszahl der sekundären Spule, so ergibt sich nach Gleichung (37) auf S. 256 die elektromotorische Kraft in der Sekundärwicklung zu:

$$E_2 = 4,44 \cdot N \cdot \nu \cdot \xi_2 \cdot 10^{-8}.$$

Die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen verhalten sich also wie die Windungszahlen.

Nun ist bei Leerlauf, also stromloser sekundärer Spule, die elektromotorische Kraft  $E_2$  gleich der sekundären Klemmenspannung  $e_2$ . Wir erhalten demnach unter Vernachlässigung des bei Leerlauf besonders geringen primären Ohmschen Spannungsverlustes:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}.$$

Die Klemmenspannungen verhalten sich also bei Leerlauf ebenfalls wie die Windungszahlen.

Dies Gesetz gilt unter der Voraussetzung, daß die beiden Wicklungen räumlich zueinander immer die gleiche Lage behalten. Ordnen wir jedoch die eine Spule auf dem Umfang einer eisernen Trommel an und die andere Spule auf der inneren Mantelfläche eines Eisenringes, wie beim Stator eines Drehstrommotors, so können wir das Übersetzungsverhältnis durch Drehung der Trommel beliebig ändern (Induktionsregler). Die sekundäre Spannung ist am größten, wenn die Ebenen beider Spulen zusammenfallen, und sie wird gleich Null, wenn die Ebenen einen rechten Winkel miteinander bilden. Solche Induktionsregler finden zum Anlassen und Regeln von Einphasen-Bahnmotoren sowie in Zentralen als Zusatztransformatoren zum Konstanthalten der Netzspannung Verwendung.

### 83. Der Magnetisierungsstrom.

Da die primäre Wicklung des unbelasteten Transformators nichts anderes darstellt als eine Drosselspule, so ergibt sich der zur Magnetisierung erforderliche Strom nach Gleichung (38) auf S. 256 zu:

$$I_\mu = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi_1 \cdot \mu}.$$

Dabei ist  $\mathfrak{B}_{max}$  die Kraftliniendichte in dem Augenblick, in welchem der von den Windungen umfaßte Kraftfluß seinen Höchstwert erreicht,  $l$  die Länge des Kraftlinienweges im Eisen und  $\mu$  die Leitfähigkeit des Eisens. Der letztere Wert ändert sich allerdings genau genommen während einer Periode. Da jedoch die Transformatoren mit Rücksicht auf einen geringen Hysteresisverlust und einen geringen Magnetisierungsstrom mit geringer Induktion arbeiten, also im ersten Teil der Magnetisierungskurve, so sind die Änderungen der Leitfähigkeit sehr gering, und wir können die Leitfähigkeit  $\mu$  daher als konstant annehmen.

Es erscheint jedoch, da die Verhältnisse bei Gleichstrom und Wechselstrom in mancher Beziehung verschieden sind, bedenklich, den Wert von  $\mu$  aus Magnetisierungskurven zu entnehmen, die nach der ballistischen Methode mit Gleichstrom aufgenommen sind. Man bestimmt vielmehr den Magnetisierungsstrom an einem mit der betreffenden Eisensorte gebauten Transformator durch den Versuch. Aus Gleichung (37) auf S. 256 berechnet man dabei den Wert der größten Kraftlinienzahl  $\mathcal{N}$  und durch Division mit dem Querschnitt des Eisens die größte Induktion

$\mathfrak{B}_{max}$ . Der gemessene Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  und die größte Induktion ergeben uns dann den Wert von  $\mu$  nach der Gleichung:

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot I_\mu \cdot \xi_1}$$

Die Größe  $\mu$  ist dabei allerdings eine reine Rechnungsgröße, der wegen der Veränderlichkeit der Leitfähigkeit im Laufe einer Periode eine physikalische Bedeutung streng genommen nicht zukommt.

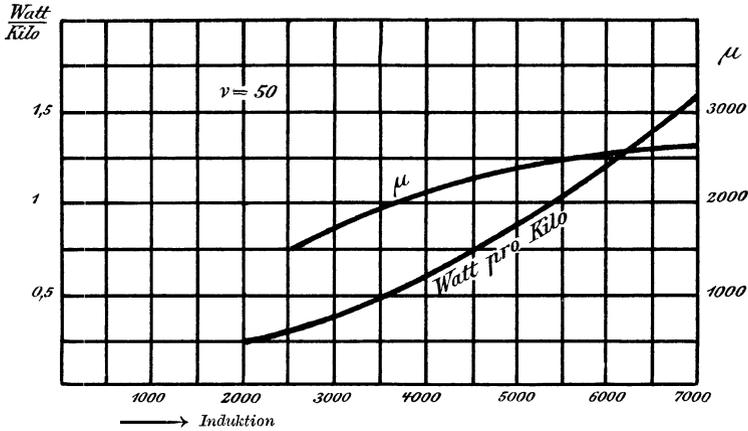


Fig. 217. Kurven der Leitfähigkeit und des Verlustes für Transformatoreisen.

Tragen wir als Abszisse die größte Induktion  $\mathfrak{B}_{max}$  und als Ordinate die Leitfähigkeit  $\mu$  auf, so erhalten wir die Kurve  $\mu$  in Fig. 217. Die

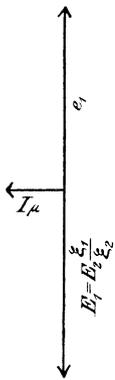


Fig. 218. Diagramm für Leerlauf eines verlustlosen Transformators.

Kurve ist aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen. Der Verlauf der Kurve ist insofern auffällig, als die Leitfähigkeit bei wachsender magnetischer Induktion zunimmt, während man aus dem gewöhnlichen Verlauf der Magnetisierungskurve das Gegenteil erwarten sollte. Man hat jedoch zu beachten, daß die Abnahme der Leitfähigkeit bei wachsender Induktion nur für den rechten Teil der Magnetisierungskurven gilt. Im linken Teil, d. h. bei der geringen Induktion, wie sie bei Transformatoren gewählt wird, ist jedoch die Magnetisierungskurve, wie Fig. 59 auf S. 75 zeigt, konvex gegen die Abszissenachse, d. h. man erhält für eine Zunahme des magnetisierenden Stromes anfangs eine unverhältnismäßig große Zunahme der Induktion  $\mathfrak{B}$ . Die Leitfähigkeit des Eisens wächst also anfangs mit zunehmender Induktion. Bei starker Sättigung würde die Kurve der Leitfähigkeit  $\mu$  mit zunehmender Induktion natürlich wieder fallen.

Wir gehen nun dazu über, die Phasen der Spannungen und des Leerstromes durch das Vektordiagramm festzustellen (Fig. 218). Wir legen dazu den Vektor des Stromes  $I_\mu$  nach links in die Abszissenachse.

Da die induzierten elektromotorischen Kräfte  $E_1$  und  $E_2$  nach S. 259 um  $90^\circ$  hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleiben, so fallen ihre Vektoren nach unten in die Ordinatenachse. Zugleich ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte sich wie die Windungszahlen verhalten:

$$E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}.$$

Der Vektor der primären elektromotorischen Kraft  $E_1$  stellt uns also im passenden Maßstabe unmittelbar die sekundäre elektromotorische Kraft dar, wodurch das Diagramm außerordentlich vereinfacht wird. Sämtliche sekundäre Spannungen sind dabei durch die Multiplikation mit  $\xi_1/\xi_2$  auf die primären Verhältnisse umgerechnet.

Die primäre Klemmenspannung  $e_1$  ist bei Leerlauf der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  genau gleich und entgegengesetzt, ihr Vektor fällt also in die positive Richtung der Ordinatenachse. Der Winkel zwischen der Klemmenspannung  $e_1$  und der Stromstärke  $I_\mu$  ist dann  $90^\circ$ , und die bei Leerlauf verbrauchte Leistung ist, abgesehen von dem zu vernachlässigenden Verlust durch Joulesche Wärme, gleich Null. Dabei haben wir allerdings stillschweigend die Voraussetzung gemacht, daß die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erfordert. Diese Voraussetzung trifft aber tatsächlich nicht zu. Wir gehen daher jetzt dazu über, den Verlust bei der Ummagnetisierung in Rechnung zu ziehen.

#### 84. Der Hysteresisstrom.

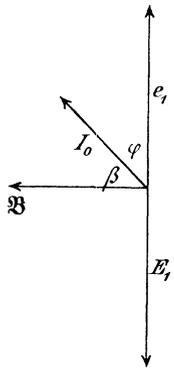
Die Messung mit dem Wattmeter ergibt, daß auch bei Leerlauf ein Arbeitsverbrauch im Transformator stattfindet. Dieser ist auf die bei der Umkehrung der Eisenmoleküle verbrauchte Arbeit (Hysteresis), zum Teil auch auf Wirbelströme zurückzuführen. Der Leerlaufverlust spielt im praktischen Betriebe deswegen eine große Rolle, weil die Transformatoren meist Tag und Nacht dauernd eingeschaltet sind. Es kann vorkommen, daß die Leerlaufarbeit (in Kilowattstunden) 25% und mehr von der ganzen elektrischen Energie, die in einer Anlage erzeugt wird, beträgt.

Im Zusammenhang damit, daß die Leistung bei Leerlauf nicht vollständig gleich Null ist, ist die primäre Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung nicht, wie oben angenommen wurde, gleich  $90^\circ$ , sondern geringer. Ist  $I_0$  der Leerstrom,  $e_1$  die primäre Klemmenspannung und  $P_h$  die bei Leerlauf verbrauchte Leistung, so ergibt sich der Leistungsfaktor bei Leerlauf aus der Gleichung:

$$\cos \varphi = \frac{P_h}{e_1 \cdot I_0}.$$

Legen wir in Fig. 219 den Vektor der Klemmenspannung  $e_1$  in die positive Richtung der Ordinatenachse, so haben wir den Vektor des Leerstromes  $I_0$  um den Winkel  $\varphi$  zurückbleibend aufzutragen. Zur Vervollständigung des Diagramms legen wir dann den Vektor der elektromotorischen

Kraft  $E_1$ , der unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes, wie früher, der Klemmenspannung genau entgegengesetzt ist, in die negative Richtung der Ordinatenachse.



Dadurch ist zugleich über den Vektor des Kraftflusses entschieden, indem nämlich dieser nach S. 259 um  $90^\circ$  vor der induzierten elektromotorischen Kraft voraufeilt. Wir tragen also den Vektor  $B$  der tatsächlich vorhandenen Kraftliniendichte nach links in Richtung der Abszissenachse auf. Dadurch ergibt sich, daß die Induktion  $B$  um den Winkel  $\beta$  hinter dem Leerstrom  $I_0$  zurückbleibt.

Um das noch deutlicher zu machen, zeichnen wir in Fig. 220 eine Hysteresisschleife, indem wir den Augenblickswert des Leerstromes als Abszisse und die Kraftliniendichte  $B$  als Ordinate auftragen. Nehmen wir an, daß die Klemmenspannung  $e_1$  eine Sinusfunktion der Zeit ist, so ist auch die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion und die rechts gezeichnete Kurve der Kraftliniendichte, die um  $90^\circ$  gegen die Kurve der elektromotorischen Kraft verschoben ist, ist eine Kosinuslinie.

Ihr Höchstwert ist gleich dem Höchstwert der Hysteresiskurve im linken Teil der Figur.

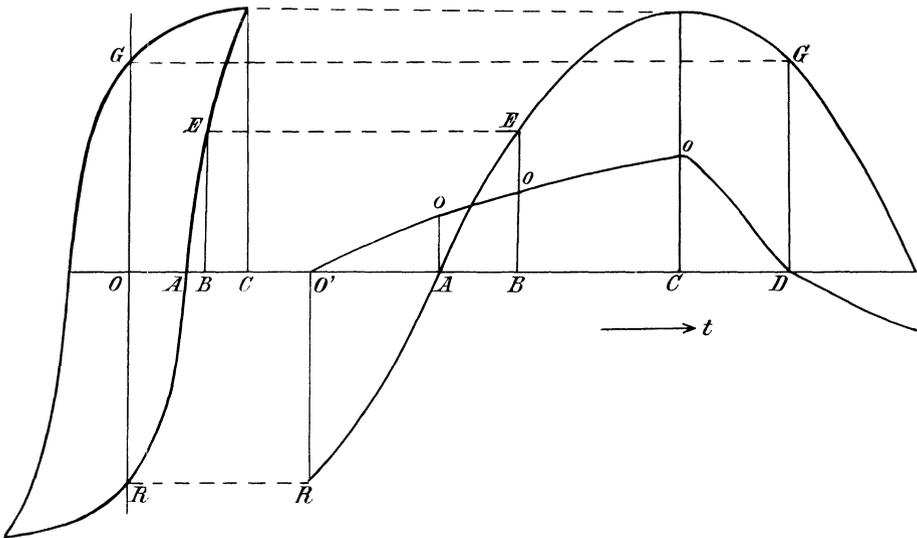


Fig. 220. Herleitung der Kurve des Leerstromes aus der Hysteresisschleife.

Wir suchen nun in der Kurve der Kraftliniendichte die Ordinate für den Zeitpunkt, in welchem die Stromstärke gleich Null ist. Diese Ordinate ist gleich der Kraftliniendichte  $OR$  des remanenten Magnetismus. Der zugehörige Zeitpunkt im rechten Teil der Figur ist mit  $O'$  bezeichnet.

Im Zeitpunkt  $A$  dagegen, in welchem die Kraftliniendichte gleich Null ist, entnehmen wir aus der Hysterisiskurve die zugehörige Abszisse  $OA$ , die dann im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen ist.

Im Zeitpunkte  $B$  ist nach dem rechten Teil der Figur die Kraftliniendichte gleich  $EB$  und der zugehörige Strom nach der Hysterisiskurve gleich  $OB$ . Dieser Wert wird wieder im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen.

Im Zeitpunkt  $C$  erreichen die Kraftliniendichte und der Leerstrom gleichzeitig den Höchstwert. Um endlich den Zeitpunkt  $D$  zu ermitteln, in welchem die Stromkurve die Abszissenachse schneidet, suchen wir uns in der Sinuskurve die Ordinate  $GD$ , die gleich der Kraftliniendichte  $GO$  des remanenten Magnetismus ist usw.

Aus Fig. 220 geht deutlich hervor, daß Leerstrom und Kraftliniendichte ungleiche Phase haben, indem die Induktion um die Zeit  $O'A$  hinter dem Leerstrom zurückbleibt. Zugleich aber sieht man, daß die Kurve des Stromes verzerrt ist. Um den Vektor des Leerstromes also ins Diagramm einführen zu können, müssen wir uns den tatsächlichen Strom durch einen sinusförmigen Strom  $I_0$  von gleichem Effektivwert ersetzt denken.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, den Magnetisierungsstrom aus dem gemessenen Leerstrom unter Berücksichtigung des Leerlaufverlustes abzuleiten und zerlegen diesen Leerstrom  $I_0$  nach Fig. 221 in den Hysterisisstrom  $I_h = I_0 \cdot \cos \varphi$  in Phase mit der Klemmenspannung  $e_1$  und den Magnetisierungsstrom  $I_\mu = I_0 \cdot \sin \varphi$  in Phase mit der tatsächlichen Kraftliniendichte  $\mathfrak{B}$ . Dabei ergibt sich der Hysterisisstrom  $I_h$ , wenn  $P_h$  der Verlust durch Hysterisis ist, zu

$$I_h = I_0 \cdot \cos \varphi = \frac{P_h}{e_1}.$$

Dann ergibt sich weiter:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2}.$$

Die physikalische Bedeutung des Hysterisisstromes wird uns noch klarer, wenn wir den Vektor  $-I_h$  in Fig. 221 nach untenhin auftragen. Dann ist der Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  die Resultierende aus dem ganzen Leerstrom  $I_0$  und aus dem Strom  $-I_h$ . Wir können daher den Vektor  $-I_h$  als die entmagnetisierende Wirkung der Hysterisis auffassen, während der Vektor  $I_\mu$  die wirkliche magnetisierende Kraft darstellt. Diese magnetisierende Kraft  $I_\mu$  würde zur Erzeugung des tatsächlichen Feldes genügen, wenn keine Hysterisis vorhanden wäre.

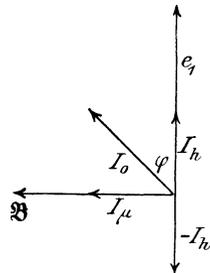


Fig. 221.  
Zerlegung des Leerstromes  
eines Transformators.

Wir gehen jetzt dazu über, die gewonnenen Ergebnisse dadurch deutlich zu machen, daß wir an einem ausgeführten Transformator die Leitfähigkeit des Eisens und den Wattverlust für ein Kilo Eisen ermitteln. Bei dem in Kapps elektromechanischen Konstruktionen beschriebenen 36 Kilowatt-Transformator ist z. B.

der Querschnitt des Eisens . . .	$Q = 900$ qcm,
die Länge des Kraftlinienweges	$l = 100$ cm,
die primäre Windungszahl . . .	$\xi_1 = 315$ ,
die Periodenzahl . . . . .	$\nu = 50$ ,
die primäre Klemmenspannung .	$e_1 = 2000$ Volt,
der Leerstrom . . . . .	$I_0 = 0,36$ Ampere,
der Effektverbrauch bei Leerlauf	$P_h = 400$ Watt,
das Eisengewicht . . . . .	$= 765$ kg.

Wir erhalten dann:

$$I_h = \frac{P_h}{e_1} = \frac{400}{2000} = 0,2 \text{ Ampere,}$$

und den Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  zu:

$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2} = \sqrt{0,36^2 - 0,2^2} = 0,3 \text{ Ampere.}$$

Um daraus die Leitfähigkeit der betreffenden Eisensorte zu berechnen, brauchen wir den Höchstwert der Kraftliniendichte. Dazu setzen wir nach Gleichung (37) auf S. 256:

$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{N}{Q} = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \nu \cdot \xi_1 \cdot Q} = 3180.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir aus Gleichung (38) auf S. 256 die magnetische Leitfähigkeit  $\mu$  zu:

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot I_\mu \cdot \xi_1} = \frac{3180 \cdot 100}{1,78 \cdot 0,3 \cdot 315} = 1900.$$

Gleichzeitig ergibt sich der Wattverlust für ein Kilo bei 50 Perioden zu:

$$\frac{\text{Watt}}{\text{Kilo}} = \frac{400}{765} = 0,52.$$

Auf die angegebene Weise sind die Kurven in Fig. 217 durch den Versuch bestimmt. Sie ergeben ähnliche Werte wie die oben berechneten. Wenn nun diese Kurven für Eisenverlust und Leitfähigkeit genau bekannt sind, so kann man bei Berechnung von Transformatoren den Wattverlust und den Leerstrom zuverlässig vorausbestimmen, da man dabei nur denselben Weg rückwärts geht, den man bei Untersuchung der Eisensorte eingeschlagen hat.

## 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung.

Auf Grund der bekannten Erscheinungen der Selbstinduktion bei einer Drosselspule bietet das in Abschnitt 82 dargestellte Verhalten des

unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Nicht so einfach ist dagegen das Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators. Man begreift es nicht recht, daß sich die primäre Stromstärke selbsttätig nach der sekundären, willkürlich gewählten Stromstärke einstellt. Je mehr Strom sekundär entnommen wird, desto mehr Strom fließt primär zu. Während bei Leerlauf eine große elektromotorische Gegenkraft das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, hört diese Wirkung der Selbstinduktion scheinbar auf, wenn sekundär Strom entnommen wird. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch die Zunahme des primären Stromes oder die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion eigentlich veranlaßt ist. Mit andern Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden Wickelungen, die ja vollständig voneinander isoliert sind.

Nun ist es allerdings einfach genug, aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit den Zusammenhang zwischen dem primären und dem sekundären Strom zu folgern. Die primär zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der sekundären Nutzleistung und sämtlichen Verlusten sein. Wenn wir also mit  $R_1$  den Widerstand der primären und mit  $R_2$  den Widerstand der sekundären Spule bezeichnen und die Phasenverschiebung im primären Kreise wegen des geringen Betrages des wattlosen Stromes  $I_\mu$  vernachlässigen, so erhalten wir für induktionslose Belastung die Gleichung:

$$e_1 \cdot I_1 = e_2 \cdot I_2 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + P_h.$$

Vernachlässigen wir die immer sehr geringen Verluste, so erhalten wir:

$$e_1 \cdot I_1 = e_2 \cdot I_2$$

oder

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}.$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Ogleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß die obige Ableitung die gesetzmäßige Beziehung zwischen dem primären und sekundären Strome noch nicht vollständig genug erklärt. Dies gelingt erst, wenn wir nach dem Vorgang von Kapp die magnetischen Wirkungen des primären und sekundären Stromes ins Auge fassen und im Diagramm der magnetomotorischen Kräfte zur Darstellung bringen.

Der sekundäre Strom hat bei induktionsloser Belastung gleiche Phase mit der induzierten elektromotorischen Kraft, während der primäre Strom wesentlich gleiche Phase mit der primären Klemmenspannung hat, die der induzierten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daß beide Ströme eine Phasenverschiebung von fast  $180^\circ$  zueinander haben und sich in ihrer magnetisierenden Wirkung gegenseitig aufheben.

Demnach ist die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion bei Belastung daraus zu erklären, daß die primäre Spule unter dem Einfluß der gegenseitigen Induktion der sekundären Spule steht. Der weitaus größte Teil der primären Amperewindungen wird dabei unmittelbar durch entgegenwirkende sekundäre Amperewindungen aufgehoben.

Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes die elektromotorische Gegenkraft genau gleich und entgegengesetzt der konstanten primären Klemmenspannung ist. Demnach ergibt sich die Kraftlinienzahl zu:

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^5}{4,44 \nu \cdot \xi_1}.$$

Da sämtliche Größen der rechten Seite konstant sind, so ist der Höchstwert der Kraftlinien immer ein und derselbe, gleichgültig, ob der Transformator leer läuft, oder ob er belastet ist. Wenn wir nun einen bisher leer laufenden Transformator belasten, so übt der sekundäre Strom eine stark entmagnetisierende Wirkung aus. Die Kraftlinien und die elektromotorische Gegenkraft werden dadurch für einen Augenblick verringert und dadurch ein stärkeres Zuließen des primären Stromes ermöglicht. Dieser nimmt eine solche Stärke an, daß die entmagnetisierende Wirkung der sekundären Amperewindungen aufgehoben und das ursprüngliche Leerlauf Feld wieder hergestellt wird. Mit anderen Worten: Die primären Amperewindungen  $I_1 \cdot \xi_1$  und die sekundären Amperewindungen  $I_2 \cdot \xi_2$  üben zusammen dieselbe magnetische Wirkung aus, wie die Amperewindungen  $I_0 \cdot \xi_1$  bei Leerlauf.

Ist nun der Leerstrom  $I_0$  sehr klein gegenüber dem Betriebsstrom, so folgt unmittelbar  $I_1 \cdot \xi_1 = I_2 \cdot \xi_2$ , d. h. die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Windungen. Wir erhalten auf diese Weise dasselbe Ergebnis wie aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit.

Wir gehen nun dazu über, das Stromdiagramm eines induktionslos belasteten Transformators unter Berücksichtigung des Leerstromes, jedoch vorläufig unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes zu zeichnen. Wir dividieren dazu sämtliche Amperewindungen durch die primäre Windungszahl  $\xi_1$ . Dadurch erhalten wir das Diagramm der Ströme (Fig. 222), worin der Vektor  $I_0$  die Resultierende aus den Vektoren  $I_1$  und  $\frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$  ist.

Wir zeichnen nun zunächst das Stromdreieck  $OAB$  bei Leerlauf aus den Vektoren  $I_0$ ,  $I_h$  und  $I_\mu$ . Fällt der Vektor  $I_\mu$  in die Abszissenachse, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft  $E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$  nach unten in die Ordinatenachse, da die induzierte elektromotorische Kraft um  $90^\circ$  hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleibt. In Fig. 222 ist also:

$$OE = E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

In die gleiche Richtung wie  $E_1$  und  $E_2$  fällt auch der Vektor des sekundären Stromes, weil bei induktionsloser Belastung Phasengleichheit zwischen sekundärer Spannung und Stromstärke besteht. Die sekundäre Stromstärke wird, weil das Diagramm aus dem Amperewindungsdiagramm

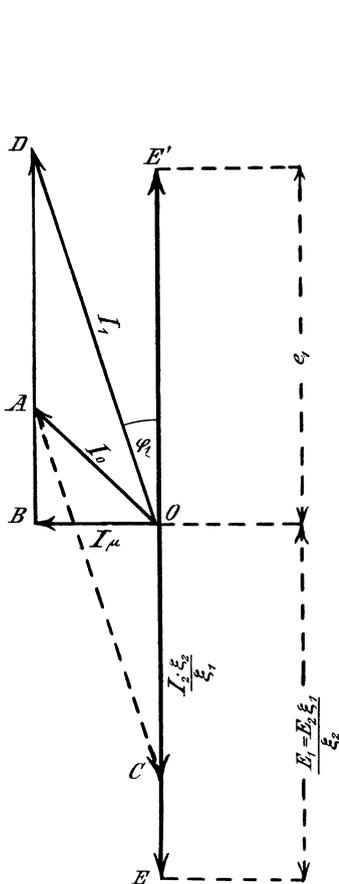


Fig. 222. Diagramm eines induktionslos belasteten, widerstandslosen Transformators.

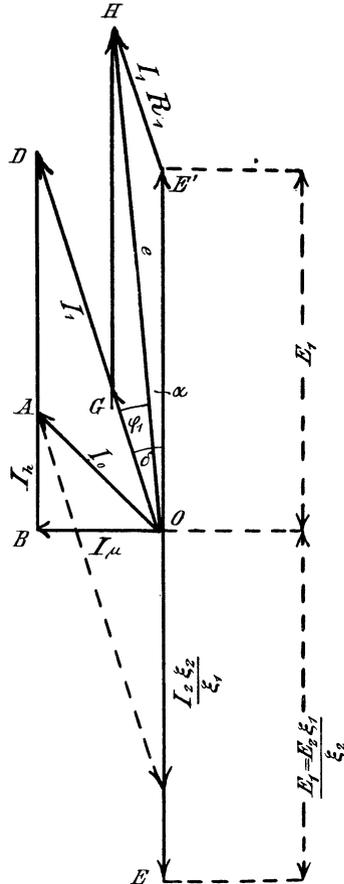


Fig. 223. Diagramm eines induktionslos belasteten Transformators mit Berücksichtigung des primären Widerstandes.

entstanden ist, in einem auf die primären Verhältnisse umgerechneten Maßstabe aufgetragen. Es ist also:

$$OC = \frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Die obige Überlegung, daß der Leerstrom  $I_0$  die Resultierende aus dem Primärstrom und dem umgerechneten Sekundärstrom ist, ergibt dann den Primärstrom nach Größe und Phase. Wir erhalten also:

$$OD = I_1.$$

Dieser primäre Stromvektor bildet mit dem Vektor der primären Klemmenspannung den Winkel  $\varphi_1$ . Dieser Winkel ist der Deutlichkeit wegen in Fig. 222 ziemlich groß gezeichnet. Er ist aber in Wirklichkeit sehr klein, so daß der Transformator sich bei induktionsloser sekundärer Belastung auch im primären Kreise fast wie ein induktionsloser Verbrauchskörper verhält.

Um nun noch den primären Spannungsverlust  $I_1 \cdot R_1$  zu berücksichtigen, tragen wir in Richtung des primären Stromes den Vektor  $I_1 \cdot R_1 = OG$  auf (Fig. 223). Ferner machen wir  $OE'$  gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft  $E_1$ . Die Resultierende  $OH$  aus den Vektoren  $OG$  und  $OE'$  gibt uns dann die primäre Klemmenspannung  $e_1$  nach Größe und Phase.

Eine Kontrolle des Diagrammes erhalten wir durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Die primär zugeführte Leistung ist, wenn  $\varphi_1 = \delta - \alpha$  und  $\cos \varphi_1 = \cos \delta \cdot \cos \alpha + \sin \delta \cdot \sin \alpha$  gesetzt wird:

$$P_1 = e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha + e_1 \cdot I_1 \cdot \sin \delta \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist, wenn wir die Vektoren  $e_1$ , und  $I_1 R_1$  auf die Ordinatenachse projizieren:

$$e_1 \cdot \cos \alpha = I_1 \cdot R_1 \cdot \cos \delta + E_1.$$

$$e_1 \cdot \sin \alpha = I_1 \cdot R_1 \cdot \sin \delta.$$

Setzen wir beide Werte in die Gleichung für  $P_1$  ein, so erhalten wir:

$$P_1 = E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \delta + I_1^2 \cdot R_1.$$

Führen wir nun für  $I_1 \cdot \cos \delta$  den Wert  $I_2 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} + I_h$  und für  $E_1$  den Wert  $E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$  ein, so erhalten wir:

$$P_1 = E_2 \cdot I_2 + E_1 \cdot I_h + I_1^2 \cdot R_1.$$

Nun ist das Produkt  $E_2 \cdot I_2$  die gesamte sekundäre Leistung innen und außen, das Produkt  $I_1^2 \cdot R_1$  der Verlust durch Joulesche Wärme in der primären Spule und das Produkt  $E_1 \cdot I_h$  der Verlust durch Hysterisis. Die aufgewendete Leistung ist also gleich der Summe aus der sekundären Leistung und den Verlusten.

Genau genommen wird die elektromotorische Gegenkraft durch den Ohm'schen Verlust beeinflußt. Unter Voraussetzung konstanter Klemmenspannung  $e_1$  ist daher die Kraftlinienzahl und der Magnetisierungsstrom bei Betrieb tatsächlich etwas kleiner als bei Leerlauf, und das Leerlaufdreieck kann nicht für alle Betriebsverhältnisse als konstant angenommen werden. Jedoch ist der Fehler, der durch die Annahme eines konstanten Leerstromes auftritt, innerhalb der praktischen Betriebsgrenzen verschwindend gering.

Wir gehen nun dazu über, den Wirkungsgrad bei induktionsloser Belastung zu bestimmen. Ist  $R_2$  der sekundäre innere Widerstand, so ist

die sekundäre Klemmenspannung  $e_2$  um den Betrag  $I_2 \cdot R_2$  kleiner als die elektromotorische Kraft  $E_2$ . Der sekundäre Verlust durch Joulesche Wärme ist dann  $I_2^2 \cdot R_2$  und die sekundäre Nutzleistung  $e_2 \cdot I_2$ . Der Wirkungsgrad wird dann bei induktionsloser Belastung:

$$\eta = \frac{e_2 \cdot I_2}{e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot I_2}{e_2 \cdot I_2 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + P_h}.$$

Wie die Gleichung zeigt, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung gering, weil der Hysteresisverlust dabei eine sehr große Rolle spielt. Der Wirkungsgrad wächst dann bei steigender Belastung, da der Hysteresisverlust weniger in Betracht kommt und die Jouleschen Verluste im Verhältnis zur Nutzleistung auch anfangs noch gering sind. Der Wirkungsgrad wird am größten, wenn die veränderlichen Jouleschen Verluste zusammen ungefähr gleich dem wesentlich konstanten Verlust durch Hysteresis werden. Bei übermäßiger Belastung fallen die Jouleschen Verluste, die ja vom Quadrate des Stromes abhängig sind, zu sehr ins Gewicht, und der Wirkungsgrad wird wieder geringer.

Von wesentlichem Einfluß auf den Wirkungsgrad ist eine zweckmäßige Verteilung des zur Verfügung stehenden Raumes auf beide Spulen. Wenn der Raumverlust durch Isolation und die mittlere Länge einer Windung bei beiden Wickelungen gleich wäre, so würde man für beide Spulen den gleichen Wickelungsraum vorsehen müssen, um die gleiche Stromdichte in beiden Spulen und damit die günstigste Verteilung der Gesamtverluste auf die beiden Wickelungen zu erhalten. Tatsächlich muß jedoch wegen des größeren Raumverlustes durch Isolation der Wickelungsraum bei der Oberspannungsspule größer gewählt werden als bei der Unterspannungsspule. Bei Röhrenwicklung ist dies auch deswegen nötig, weil die mittlere Länge einer Windung bei der Oberspannungsspule, die mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen immer über der Unterspannungsspule liegt, größer ist als bei der Unterspannungsspule.

Im allgemeinen wird der Ohmsche Verlust gleichmäßig auf beide Spulen verteilt. Es sei z. B. die primäre Klemmenspannung gleich 2000 Volt, der primäre Strom 20 Ampere und die Übersetzung 10 : 1. Dann ist die sekundäre Leerlaufspannung 200 Volt und der sekundäre Strom 200 Ampere. Bei einem Effektverlust von 3% durch Joulesche Wärme hat man dann einen Spannungsverbrauch von 3% durch Ohmschen Widerstand. Bei gleichmäßiger Verteilung der Verluste auf beide Spulen erhält man:

$$I_1 \cdot R_1 = \frac{1,5}{100} \cdot 2000 = 30 \text{ Volt}, \quad I_2 \cdot R_2 = \frac{1,5}{100} \cdot 200 = 3 \text{ Volt}.$$

Daraus ergibt sich:

$$R_1 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ Ohm}, \quad R_2 = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ Ohm}.$$

Gleichzeitig ergibt sich, wenn wir der Einfachheit wegen den Ohmschen Spannungsverlust algebraisch statt geometrisch mit der elektro-

motorischen Kraft und der Klemmenspannung zusammensetzen, praktisch vollständig genau:

$$E_1 = e_1 - I_1 \cdot R_1 = 1970 \text{ Volt}, \quad E_2 = \frac{E_1}{10} = \frac{1970}{10} = 197 \text{ Volt}$$

und 
$$e_2 = E_2 - I_2 \cdot R_2 = 194 \text{ Volt}.$$

Der Spannungsverlust zwischen Leerlauf und Vollbelastung beträgt also  $200 - 194 = 6$  Volt oder  $3\%$ .

Um die Verluste zu verringern und auch um an Kupfer zu sparen, wendet man die sogen. Sparschaltung an, bei welcher die Unterspannungsspule  $U$  ein Teil der Oberspannungsspule  $O$  ist (Fig. 224). Die primäre Spannung  $e_1$  sei z. B. gleich 220 Volt. Die Niederspannungswindungen seien in Fig. 224 durch die linke Hälfte der Oberspannungswindungen gegeben. Dann ist die Niederspannung  $e_2$  halb so groß wie die Ober-

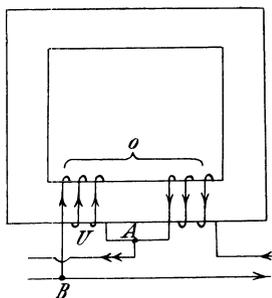


Fig. 224. Spartransformator.

spannung  $e_1$ . Dementsprechend ist der Strom  $I_2$  im Niederspannungsnetz doppelt so stark wie der Strom  $I_1$  im Oberspannungsnetz. Die Stromverteilung erfolgt dann in der Weise, daß der primäre Strom beispielsweise in einem gegebenen Zeitpunkt in die rechte Klemme der Wicklung eintritt, den rechten Teil der Wicklung durchfließt und am Punkte  $A$  sich mit dem aus der linken sekundären Wicklung fließenden Strom vereinigt.

Von  $A$  aus fließen beide Ströme ins sekundäre Netz und dann am Punkte  $B$  wieder zum Transformator zurück. Hier teilt sich der Strom wieder in den primären Netzstrom und den Strom in der sekundären Wicklung.

Auf den ersten Blick scheint es, als wirke der rechte Teil der Wicklung in Fig. 224 wie eine dem linken Teil vorgeschaltete Selbstinduktion. Dies wäre jedoch nur der Fall, wenn beide Teile der Wicklung in gleichem Sinne durchflossen werden. Tatsächlich werden jedoch beide Wicklungen, wie bei jedem Transformator, in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß, wenn wir von Streuung der Kraftlinien absehen, keine Selbstinduktion auftritt.

Spartransformatoren sind naturgemäß für solche Fälle, in denen ein Übergang von Hochspannung auf Niederspannung stattfindet, nicht geeignet. Sie werden für Bogenlampen, Anlaßtransformatoren usw. verwendet, oder auch als Spannungsteiler, indem z. B. in Fig. 224 auch an den rechten Teil der Wicklung Verbrauchskörper angelegt werden.

Das Gesetz, daß die Spannungen der Ober- und Unterspannungsspulen sich wie die Windungszahlen und die Ströme bei Belastung sich

umgekehrt wie die Windungszahlen verhalten, gilt auch für den Reihentransformator (Fig. 225 a), bei welchem die Primärwicklung in der Hauptleitung eines anderen Verbrauchskreises liegt.

Besonders bemerkenswert ist das Verhalten eines solchen, in eine Hauptleitung eines Netzes eingeschalteten Reihentransformators unter Voraussetzung eines konstanten Primärstromes. Diese Voraussetzung ist erfüllt, wenn die primäre Spannung selbst bei offenem Sekundärkreis, d. h. wenn der ganze Netzstrom magnetisierend wirkt, gegenüber der Netzspannung vernachlässigt werden kann. In einem solchen Falle ergibt sich — bis zu einer gewissen Grenze — auch eine konstante sekundäre Stromstärke, unabhängig von der Größe des äußeren sekundären Widerstandes  $R$  in Fig. 225 a. Dagegen ändert sich bei Veränderung des Widerstandes  $R$  die Spannung primär und sekundär. Sie ist am größten für  $R = \infty$  und ist gleich Null für  $R = 0$ . Dies wird besonders deutlich durch das Diagramm in Fig. 225 b, das unter Voraussetzung konstanten Primärstromes,

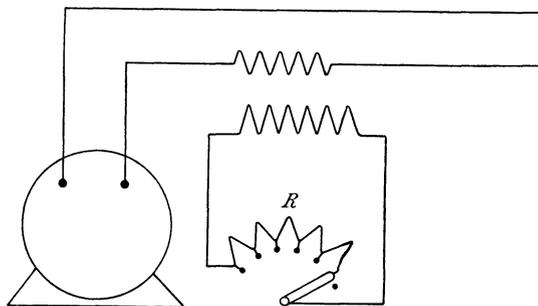


Fig. 225 a. Reihentransformator, Primärstrom-Netzstrom.

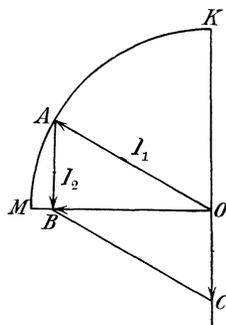


Fig. 225 b. Diagramm des Reihentransformators für konstanten Primärstrom.

induktionsfreier Belastung, gleicher Windungszahl beider Spulen und unter Vernachlässigung der Hysterisis gezeichnet ist. Der Endpunkt des konstanten primären Stromvektors  $I_1$  bewegt sich bei Änderungen des sekundären Widerstandes, also Änderungen des sekundären Stromes  $I_2$ , auf einem Kreise. Die Resultierende  $OB$  aus den Vektoren  $I_1$  und  $I_2$  ist der jeweilige Magnetisierungsstrom, der wie in Fig. 223 auf dem Vektor  $I_2$  senkrecht steht, also gleich der Projektion des Vektors  $I_1$  auf die Abszissenachse ist. Da die Klemmenspannung dem Kraftfluß, also dem Magnetisierungsstrom proportional ist, so ist sie ebenfalls durch die Abszisse des Vektors  $OA$  gegeben. Für  $OA = OM$  wird die Klemmenspannung am größten ( $R = \infty$ ) und die Primärwicklung ist dann eine reine Drosselspule; für  $OA = OK$  wird die Abszisse, d. h. die Spannung, gleich Null ( $R = 0$ ).

In der Nähe des Punktes  $K$  ändert sich die Ordinate, die uns den Vektor des Sekundärstromes darstellt, so gut wie gar nicht, d. h. es gilt

die oben angegebene Beziehung, daß bis zu einem gewissen Bereiche die sekundäre Stromstärke selbst für starke Änderungen des Widerstandes  $R$  praktisch konstant ist, während sich die zugehörige Abszisse, deren Größe uns ein Maß für die Klemmenspannung ist, stark ändert.

### 86. Der Transformator bei induktiver Belastung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem die sekundären Klemmen des Transformators durch Ohmsche und induktive Widerstände geschlossen sind. Ist  $R$  der Widerstand und  $L \omega$  die Induktanz des äußeren sekundären Kreises, so ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen sekundärer Klemmenspannung und Stromstärke durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L \omega}{R}.$$

Andererseits ist, wenn  $R_2$  der innere Widerstand der Sekundärwicklung ist, der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen der sekundären elektromotorischen Kraft  $E_2$  und der Stromstärke  $I_2$  gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{R + R_2}.$$

Wir machen also in Fig. 226 den Vektor  $OE = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$  und zeichnen das rechtwinklige Dreieck  $OME$  so, daß die Kathete  $OM$  um den obigen Winkel  $\varphi$  hinter der Hypotenuse zurückbleibt. Dann ist  $OM$  die gesamte sekundäre Ohmsche Spannung, bestehend aus dem inneren Ohmschen Spannungsverbrauch  $OL$  und der äußeren Ohmschen Spannung  $LM$ . Da das Übersetzungsverhältnis zu berücksichtigen ist, so ist:

$$OM = I_2 (R + R_2) \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad OL = I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Ebenso ist  $ME$  im passenden Maßstabe gleich dem induktiven Spannungsverlust im äußeren sekundären Kreis, d. h.

$$ME = L \omega \cdot I_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Um die sekundäre Klemmenspannung zu bestimmen, haben wir von der sekundären elektromotorischen Kraft  $OE$  den sekundären Ohmschen Verlust  $OL$  geometrisch abzuziehen. Dadurch erhalten wir:

$$LE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Die sekundäre Klemmenspannung ist dann, wie die Figur ergibt, die Hypotenuse für die Katheten des Ohmschen und induktiven Spannungsverbrauchs im äußeren sekundären Kreise.

Es gilt jetzt, den sekundären und primären Stromvektor zu zeichnen. Der Vektor des sekundären Stromes fällt in die Richtung



wir als Resultierende die primäre Klemmenspannung  $e_1 = OH$ . Das Diagramm ergibt uns dann folgende wichtige Tatsachen:

1. Der primäre und der sekundäre Stromvektor sind sich wieder entgegengerichtet. Die Differenz beider ist der Leerstrom. Da dieser in Wirklichkeit viel kleiner ist als in der Figur, so ist annähernd wieder die Gleichung erfüllt:

$$I_1 = \frac{I_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

2. Die Vektoren der Klemmenspannungen  $e_1$  und  $e_2$  fallen bei kleinem Ohmschen Spannungsverlust fast genau in die Richtung der Ordinatenachse, also unter Vernachlässigung des Vorzeichens mit der Richtung der elektromotorischen Kraft zusammen.

3. Demnach ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  im äußeren sekundären Kreis annähernd gleich dem Winkel  $\varphi_1$  zwischen der primären Klemmenspannung und dem primären Strome. Die sekundäre Phasenverschiebung wirkt also unmittelbar auf den primären Kreis zurück.

Dieses Verhalten des Transformators führt uns zu einer Anschauung, die auf elegante und einfache Weise den Zusammenhang zwischen der primären und sekundären Spule deutlich macht und geistig die Trennung zwischen beiden Spulen überbrückt, indem der ganze Transformator gleichsam als ein einziger Apparat angesehen wird. Die Verbindungslinie  $EG$  in Fig. 226 ist nämlich als Seite eines Parallelogramms gleich der primären Klemmenspannung  $e_1$ . Da ferner die Ohmschen Spannungsverluste  $OG$  und  $OL$  wesentlich gleiche Richtung haben, so addieren sie sich zu einem gemeinsamen Ohmschen Spannungsverlust, und es ist mit großer Annäherung:

$$GL = OG + OL = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir setzen nun für  $I_2$  den Wert  $\frac{I_1 \cdot \xi_1}{\xi_2}$  ein und erhalten:

$$GL = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = I_1 \cdot \left( R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Es sieht also nach dieser Gleichung so aus, als ob der primäre Strom hintereinander den Widerstand  $R_1$  und den Widerstand  $R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$  durchfließt. Der letztere Wert kann als der auf die primäre Spule umgerechnete sekundäre Widerstand bezeichnet werden. Von der ursprünglichen Spannung  $e_1$  bleibt dann nach Überwindung des gesamten Widerstandes die Spannung  $e_2$  übrig. Der ganze Transformator verhält sich dabei wie ein Stromerzeuger mit einer elektromotorischen Kraft  $e_1$ , einem inneren Widerstand  $R_i = R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$  und einer Klemmenspannung  $e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ . Der Deutlichkeit wegen ist das entsprechende Diagramm dieses Generators in Fig. 227 herausgezeichnet, und zwar genau in derselben Lage, die es im Transformatoridiagramm einnimmt. Die Spannung  $e_1$  ist

die Hypotenuse, während die eine Kathete  $GM$  die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannungen und die andere Kathete  $ME$  den induktiven äußeren Spannungsverbrauch darstellt. Die innere Selbstinduktion des Generators ist dabei gleich Null angenommen, da wir im Transformator bisher den Einfluß der Streuung noch nicht berücksichtigt haben.

In dem Beispiel am Schlusse des vorigen Abschnitts sei z. B. der Leistungsfaktor im äußeren sekundären Kreis  $\cos \varphi_2 = 0,7$  und die primäre Stromstärke  $I_1 = 20$  Ampere. Die Widerstände sind wie früher  $R_1 = 1,5$  und  $R_2 = 0,015$  Ohm und die Übersetzung  $10 : 1$ . Gesucht wird die Primärspannung, die nötig ist, um eine sekundäre Spannung von 200 Volt zu erzeugen. Wir erhalten:

$$R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = 1,5 + 0,015 \cdot 100 = 3 \text{ Ohm.}$$

Der gesamte innere Ohmsche Spannungsabfall, bezogen auf die primäre Spule, ist also:

$$GL = I_1 \cdot \left( R_1 + R_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right) = 60 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt der äußere Ohmsche Spannungsverbrauch, umgerechnet auf die primäre Spule:

$$LM = e_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,7 \cdot 10 = 1400 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohmsche Kathete ist also für den ganzen Transformator  $1400 + 60 = 1460$  Volt. Da nun zu einem Wert  $\cos \varphi_2 = 0,7$  ein Wert  $\sin \varphi_2 = 0,714$  gehört, so ist die Kathete des induktiven Spannungsverbrauchs:

$$ME = e_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,714 \cdot 10 = 1428 \text{ Volt.}$$

Die Hypotenuse als die Wurzel aus der Summe der Quadrate über den Katheten ergibt sich dann zu:

$$e_1 = \sqrt{1460^2 + 1428^2} = 2040 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Primärspannung ist dann die Sekundärspannung gerade 200 Volt. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß sämtliche von der Primärspule erzeugten Kraftlinien auch von der Sekundärspule umfaßt werden und umgekehrt, so daß nur ein einziges, beiden Spulen gemeinsames Feld besteht. Tatsächlich findet jedoch eine teilweise Streuung der Kraftlinien statt, die den Spannungsabfall bei Vollbelastung vergrößert. Wir werden im folgenden Abschnitt sehen, daß auch für diese tatsächlichen Verhältnisse die Zusammenfassung beider Spulen zu einem einzigen Apparat ein sehr einfaches Ergebnis liefert.

## 87. Berücksichtigung der Streuung.

Wir haben im Abschnitt 82 die in der Primärspule induzierte elektromotorische Kraft mit der Selbstinduktion einer Drosselspule ver-

glichen, haben aber dann absichtlich den Ausdruck „Selbstinduktion“ fallen gelassen und dafür den Ausdruck „elektromotorische Gegenkraft“ eingeführt. Das war deshalb nötig, weil tatsächlich außer dieser nützlichen induzierten elektromotorischen Kraft noch eine durch die Streulinien veranlaßte, schädliche Selbstinduktion in beiden Spulen auftritt.

Der von der primären Spule erzeugte und von ihr umfaßte Kraftfluß ist schon bei Leerlauf größer als der von der Sekundärspule umfaßte, da ein Teil der Kraftlinien sich durch die Luft schließt, ohne die Sekundärspule zu durchsetzen. Die in der Sekundärspule induzierte elektromotorische Kraft ist also geringer, als wir nach dem Verhältnis der Windungen erwarten sollten. Wir können das auch so auffassen, daß von der ganzen primären Klemmenspannung ein Teil unnütz verbraucht wird, um die durch die Streulinien induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden.

Bei Belastung ist der Einfluß der Streuung noch weit größer als bei Leerlauf. Dies liegt nur zum geringen Teil daran, daß nun auch ein sekundärer Streufluß entsteht, sondern hauptsächlich daran, daß der nutzbare Kraftfluß durch die Entgegenwirkung des Stator- und Rotorstromes erzeugt wird, während die Streulinien durch die volle Wirkung jedes einzelnen Stromes entstehen.

Man schrieb früher der Sekundärspule eine eigene Selbstinduktion, d. h. eigene Streulinien zu. Dies ist in Fig. 228 für den Fall angedeutet, daß beide Spulen auf verschiedenen Kernen liegen, wie dies bei Transformatoren vorkommt, bei denen eine große Selbstinduktion beabsichtigt ist.

Man gelangt jedoch zu einer einfacheren Betrachtung, wenn man den ganzen Streufluß vom primären Strome erzeugt sein läßt. Berücksichtigen wir nämlich, daß die beiden Amperewindungen sich im Eisenweg entgegenwirken, und daß der Nutzkraftfluß durch das Übergewicht des Primärstromes erzeugt wird, so erhalten wir die in Fig. 228 gezeichnete Richtung der einzelnen Kraftflüsse. Wir erkennen dann, daß der sekundäre Streufluß in Fig. 228 innerhalb der Sekundärspule entgegengesetzt wie der nutzbare Kraftfluß verläuft. In Wirklichkeit besteht also innerhalb der Sekundärspule nur die Differenz beider und die Kraftflußverteilung im inneren Luftraum erfolgt tatsächlich nach der in Fig. 229 gezeichneten Weise. Der sekundäre Streukraftfluß wird dabei von einer Komponente des primären Stromes erzeugt, die dem sekundären Strome entgegengesetzt gleich ist. Derselbe Teil der primären Amperewindungen, der dazu dient, die sekundären Amperewindungen zu überwinden, treibt seitlich den sekundären Streufluß durch die Luft. Daher ist Größe und Phase des sekundären Streukraftflusses durch den sekundären Strom oder vielmehr durch die dem sekundären Strom entgegengesetzte Komponente des Statorstromes gegeben.

Um den Einfluß der Streuung so gering wie möglich zu machen, legt man bei Röhrenwicklung die beiden Spulen möglichst dicht über-

einander, oder man zerlegt bei Scheibenwicklung jede Spule in möglichst viele Scheiben. Auf diese Weise gelingt es, den induktiven Spannungsabfall sehr gering zu machen, wenn es auch nicht möglich ist, ihn ganz zu beseitigen.

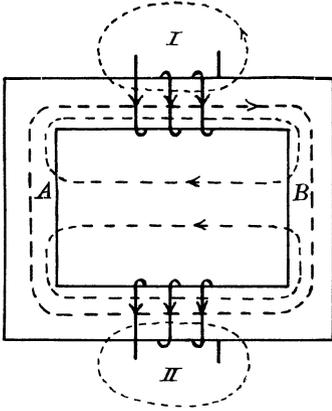


Fig. 228. Streufluß eines Transformators von beiden Spulen erzeugt gedacht.

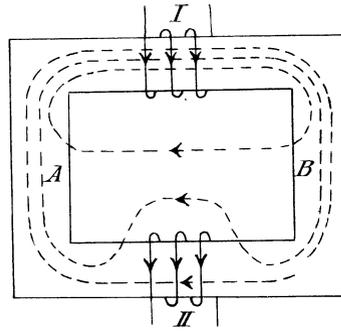


Fig. 229. Streufluß eines Transformators nur von der primären Spule erzeugt gedacht.

Fig. 230 zeigt den Streufluß bei Röhrenwicklung. Es ist dabei angenommen, daß die primäre Wickelung die Oberspannungswicklung ist,

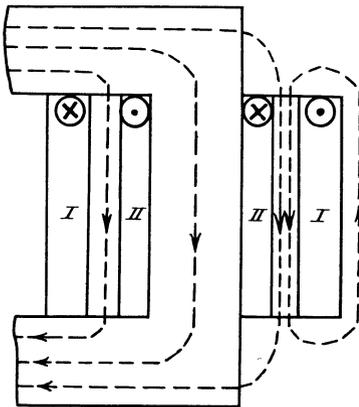


Fig. 230.  
Kraftflüsse einer Röhrenwicklung.

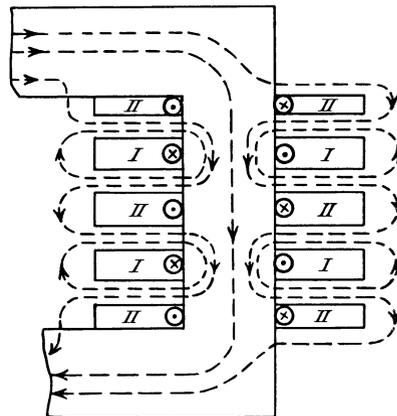


Fig. 231.  
Kraftflüsse einer Scheibenwicklung.

und daß ihre Wirkung nach der obigen Anschauung den ganzen Streufluß erzeugt. Ebenso zeigt Fig. 231 den Streufluß einer Scheibenwicklung.

Die Forderung, daß die primäre und die sekundäre Spule dicht aneinander liegen, ist nicht unter allen Umständen zu erfüllen. Bei einem Induktionsofen zum Stahlschmelzen besteht z. B. die Sekundärspule aus einer Rinne geschmolzenen Metalls, das durch die Joulesche Wärme

flüssig gehalten wird (Fig. 232). Da der Abstand zwischen beiden Spulen dabei ziemlich groß sein muß, so wird man, um den Spannungsverlust durch Selbstinduktion in zulässigen Grenzen zu halten, den nutzbaren Kraftfluß sehr groß machen, d. h. mit großem Eisenquerschnitt arbeiten.

Zur Berücksichtigung der Streuung im Vektordiagramm vernachlässigen wir den Leerstrom wegen seines geringen Betrages und nehmen an, daß der primäre und sekundäre Stromvektor einander direkt entgegengesetzt sind. Der Winkel zwischen dem Vektor des sekundären Stromes  $I_2$  und dem Vektor  $OE = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ , der uns die sekundäre elektromotorische Kraft darstellt, ist in Fig. 233 willkürlich gewählt, er hängt jedoch in Wirklichkeit von dem Verhältnis der gesamten sekundären Induktanz zum gesamten sekundären Widerstand ab. Wir tragen nun wieder in Richtung der Stromvektoren die betreffenden Ohmschen Spannungsverluste auf. Es ist also:

$$OG = I_1 \cdot R_1, \quad OL = I_2 \cdot R_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

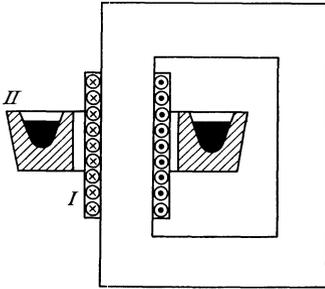


Fig. 232. Schematische Darstellung eines Induktionsofens.

Wir schreiben nun, der oben erwähnten älteren Anschauung folgend,\*) den beiden Spulen je einen besonderen Streufluß zu. Die innere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die durch die sekundären Streulinien geschaffen wird, bleibt nach S. 259 um  $90^\circ$  hinter der sekundären Stromstärke zurück. Sie muß durch eine entgegengesetzte Komponente  $ON$  der sekundären elektromotorischen Kraft aufgehoben werden, die dem sekundären Strom um  $90^\circ$

vorausfeilt. Dann stellt die Resultierende  $OR$  aus dem inneren Ohmschen Spannungsverlust und dem induktiven Spannungsverlust  $ON$  den gesamten sekundären Spannungsabfall dar. Die Verbindungslinie  $RE$  ist dann die sekundäre Klemmenspannung nach Größe und Phase. Es ist also:

$$RE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 233 die Vektoren der Spannungsverluste verhältnismäßig groß gezeichnet. Sie sind in Wirklichkeit viel kleiner, so daß die sekundäre Klemmenspannung sich wenig von der elektromotorischen Kraft unterscheidet.

Die Komponente  $OP$  der Primärspannung, die der primären elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, eilt dem primären Stromvektor um  $90^\circ$  vorauf. Dann stellt der Strahl  $OQ$  die

\*) Das genaue Transformatoridiagramm wird bei Besprechung des Drehstrommotors im Abschnitt 123 gegeben.

Resultierende aus dem Ohmschen Spannungsverlust  $OG$  und dem induktiven Spannungsverlust  $OP$  dar, er ist also der gesamte primäre Spannungsverlust. Wir setzen ihn mit der Spannung  $OE'$ , die der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält, zu einer Resultierenden zusammen und erhalten:

$$OH = e_1.$$

Auf diese Weise sind sämtliche Vektoren nach Größe und Phase gegeben, und wir können nun wieder dazu übergehen, beide Spulen zu einem einzigen Apparat zusammenzufassen. Wir fällen dazu von  $R$  und  $E$  aus Senkrechte auf die Verlängerung von  $QG$ . Das so erhaltene, in Fig. 234 herausgezeichnete Dreieck  $QES$  stellt dann das Spannungsdreieck für den gesamten Transformator dar. Die Hypotenuse ist als

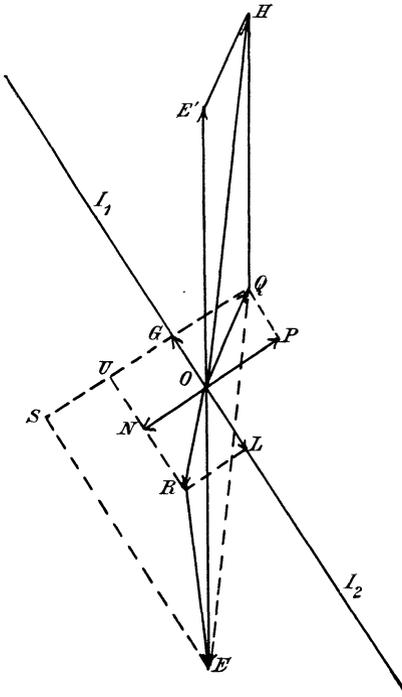


Fig. 233. Diagramm eines Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

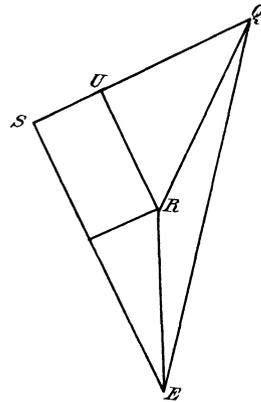


Fig. 234. Zusammenfassung der inneren Spannungsabfälle.

Seite eines Parallelogramms gleich  $OH$ , also gleich der primären Klemmenspannung  $e_1$ .  $QU$  ist gleich der Summe der beiden inneren induktiven Spannungsverluste, während  $UR$  die Summe der beiden Ohmschen Spannungsverluste darstellt. Demnach ist  $QR$  der gesamte Spannungsverlust durch Ohmschen Widerstand und Induktanz im ganzen Transformator, während die sekundäre Klemmenspannung nach Größe und Phase durch  $RE$  gegeben ist. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gemeinsame innere Spannungsverlust in Wirklichkeit viel kleiner ist als  $QR$  in Fig. 233 und 234.

Das Dreieck  $QRU$  läßt sich durch den Versuch ermitteln. Schließt man nämlich die sekundäre Spule kurz, so wird  $RE = 0$ , und der Punkt  $E$  fällt mit dem Punkt  $R$  zusammen. Natürlich muß dabei die primäre

Spannung so niedrig gewählt werden, daß gerade nur der normale Strom im kurzgeschlossenen Transformator erzeugt wird. Dann ist die bei diesem Versuch angewandte primäre Spannung ohne weiteres gleich  $QR$ . Da nun die gesamte Ohmsche Spannung sich aus dem Strom und dem Widerstand oder besser aus dem Wattverlust und der Spannung berechnen läßt, so ist das Dreieck  $QRU$  leicht zu zeichnen.

Damit sind die Grundlagen des Kappschen Transformatorendiagramms für konstante Stromstärke und veränderliche äußere Phasenverschiebung gegeben (Fig. 235). Wir zeichnen das Dreieck  $QRU$  aus der primären Kurzschlußspannung  $QR$  und dem gesamten Ohmschen Spannungsverlust  $UR$ , beides natürlich bei dem normalen Strom, und schlagen mit  $QE = e_1$  als Radius zwei Kreise mit den Mittelpunkten  $Q$  und  $R$ . Für einen gegebenen Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  im äußeren sekundären Kreis ist dann  $RE$  die umgerechnete sekundäre Klemmenspannung und  $EV$  der sekundäre

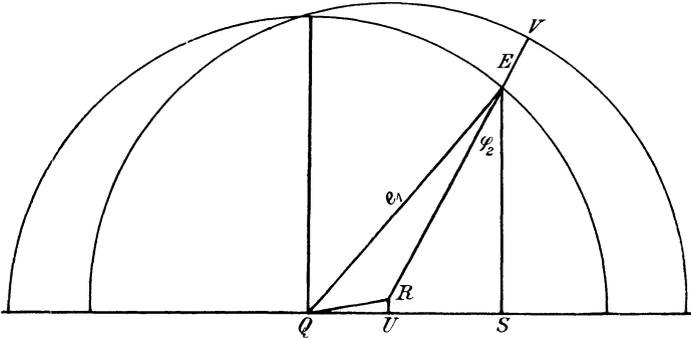


Fig. 235. Kappsches Transformatorendiagramm für konstante Stromstärke und veränderliche Phasenverschiebung.

Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung. Das gilt natürlich nur für ein und dieselbe Stromstärke, für welche der Vektor  $QR$  durch den Versuch ermittelt ist. Für eine andere Stromstärke hätte man diesen Vektor proportional der Stromstärke zu ändern und ein neues Diagramm zu zeichnen.

Nach dem Diagramm in Fig. 235 wird die Differenz zwischen der Leerspannung und der Spannung bei Belastung um so größer, je weiter der Punkt  $E$  auf dem Kreise nach unten rückt, je größer also der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  ist.

Bei negativer Phasenverschiebung liegt der Punkt  $E$  dicht an der Ordinatenachse oder links von der Ordinatenachse. Dadurch wird dann die sekundäre Klemmenspannung  $RE$  bei Betrieb größer als die Leerlaufspannung  $QE$ . Dieser Fall tritt ein, wenn im sekundären Kreis eine Kapazität oder überregte Motoren eingeschaltet sind (vergl. das entsprechende Diagramm des Generators in Abschnitt 92, sowie die Abschnitte 93 und 107).

## Zwölftes Kapitel.

88. Aufbau der Synchronmaschinen. — 89. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld. — 90. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung. — 91. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Ankerwicklung.

### 88. Aufbau der Synchronmaschinen.

Die Synchronmaschinen sind Wechselstrommaschinen, deren Magnetfeld durch eine äußere Stromquelle geschaffen wird. Sie werden als Generatoren und Motoren verwendet. Ihre Drehzahl ist bei  $p$  Polpaaren gleich dem  $p$ ten Teil der Periodenzahl, d. h. sie laufen, wenn sie als Generatoren oder Motoren auf ein Netz geschaltet werden, das mit Wechselstrom von konstanter Periodenzahl gespeist wird, mit einer konstanten, dieser Periodenzahl entsprechenden „synchronen“ Drehzahl. Zwischen Periodenzahl  $\nu$  und Drehzahl  $n$  besteht die Beziehung:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Bei den Synchronmaschinen wird die induzierte Wickelung fast ausschließlich feststehend angeordnet (Stator oder Anker), während das von Gleichstrom erregte Magnetgestell (Rotor) als ein Polrad ausgebildet wird, das innerhalb des Stators drehbar gelagert ist, und dem der Erregerstrom durch Schleifringe zugeführt wird.

Die Unterbringung der induzierten Wickelung im feststehenden Teil geschieht mit Rücksicht darauf, daß es sich fast immer um Maschinen für hohe Spannung handelt, und daß sich dabei die induzierte Wickelung in dem feststehenden Teil leichter isolieren läßt. Auch würde die Abnahme des hochgespannten Stromes mit Hilfe von Schleifringen an Stelle von feststehenden Klemmen praktisch nicht gut möglich sein.

Der Stator wird wie der Anker von Gleichstrommaschinen aus Blechen zusammengesetzt. Die Wickelung liegt in Nuten des Stator Eisens und wird entweder als Spulenwicklung oder als Stabwicklung ausgeführt. Das Wickelungsbild ist noch viel einfacher als bei Gleichstrommaschinen, indem die beiden induzierten Teile einer Spule, die sogen. Spulenseiten, genau symmetrisch vor zwei entgegengesetzten Polen liegen.

Die Spulenseite wird stets in mehreren Nuten untergebracht, da eine Einlochwicklung den Ankerumfang zu wenig ausnutzt und auch eine von der Sinuskurve stark abweichende Kurve der elektromotorischen

Kraft ergibt. Auch wird bei Mehrlochwicklung die Selbstinduktion der Maschine geringer als bei Einlochwicklung.

In Fig. 236 ist eine Zweilochwicklung gezeichnet, bei welcher die von den Drähten oder Stäben einer Spulenseite ausgehenden Stirnverbindungen sämtlich in dem gleichen Sinne am Umfang entlang geführt sind. Die Stirnverbindungen der Spule bilden dann ebenfalls sämtlich eine gemeinsame Gruppe. Fig. 237 zeigt eine solche, in eine Ebene abgerollte Vierlochwicklung.

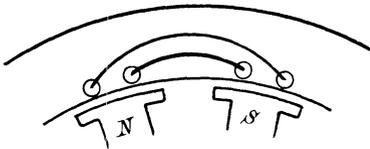


Fig. 236.  
Zweilochwicklung, Stirnverbindungen  
sämtlich nach einer Seite geführt.

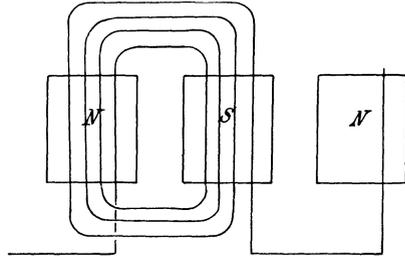


Fig. 237.  
Vierlochwicklung, Stirnverbindungen  
nach einer Seite geführt.

An dem Wesen der Wicklung wird nun nichts geändert, wenn wir die Stirnverbindungen nicht sämtlich nach der gleichen Richtung am Umfang entlang führen, sondern wie in Fig. 238 zur Hälfte nach der

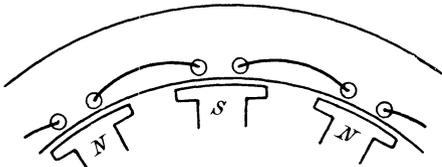


Fig. 238. Zweilochwicklung, Stirn-  
verbindungen nach zwei Seiten geführt.

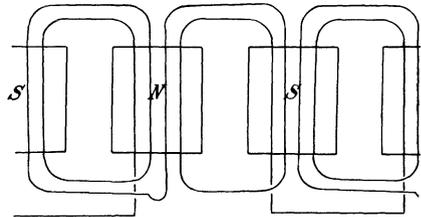


Fig. 239. Vierlochwicklung, Stirn-  
verbindungen nach zwei Seiten geführt.

einen Richtung und zur Hälfte nach der anderen. Scheinbar wird dabei die Spulenzahl in Fig. 238 doppelt so groß wie in Fig. 236, nämlich gleich  $2p$ . In Wirklichkeit gilt aber auch die Wicklung in Fig. 238 als eine Wicklung mit  $p$  Spulen, indem die vor einem Pol nahe beieinander liegenden Drähte oder Stäbe zu einer gemeinsamen Spulenseite zusammengefaßt zu denken sind. Die Verbindung der Spulen erfolgt in einer solchen Weise, daß man beim Verfolgen der Wicklung die dicht nebeneinander liegenden Nuten in gleichem Sinne durchläuft. Fig. 239 zeigt dies bei einer Vierlochwicklung.

Häufig wird die Mehrlochwicklung auch in der Weise ausgeführt, daß alle Stirnverbindungen genau eine volle Polteilung umfassen. Die

Stirnverbindung besteht dabei genau wie bei Gleichstrommaschinen aus zwei Teilen, die in verschiedenen Ebenen liegen, so daß die gegenseitige Berührung verschiedener Stirnverbindungen ausgeschlossen ist (Fig. 240). Man hat dabei den Vorteil, daß alle Wickelungsköpfe die gleiche Form haben, was für die fabrikmäßige Herstellung günstig ist.

Die Figuren 236—240 beziehen sich auf Maschinen mit einer einzigen Wickelung (Einphasen-Maschinen), die nur in bestimmten Fällen, z. B. für Einphasen-Wechselstrombahnen gebaut werden. Meist wird eine besondere Art von Wechselstrom, der Drehstrom oder Dreiphasenstrom verwendet, der in drei räumlich um  $120^\circ$  verschobenen Wickelungen erzeugt wird. Indem das Polrad nacheinander an die entsprechenden Drähte der drei Wickelungen oder Phasen gelangt, entstehen in den um  $120^\circ$  räumlich verschobenen Wickelungen elektromotorische Kräfte, die zeitlich um  $120^\circ$  verschoben sind.

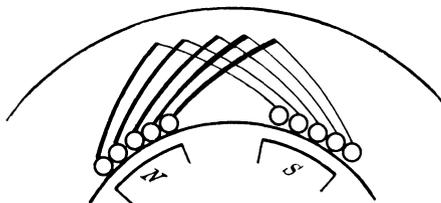


Fig. 240. Wechselstromwicklung, alle Spulenköpfe gleich lang.

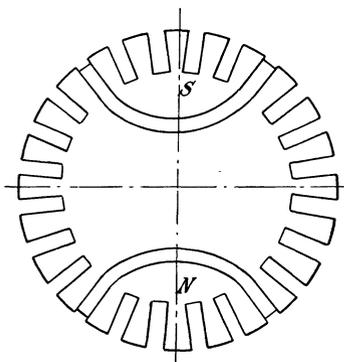


Fig. 241. Zylinderrotor.

Die Drehstromwickelungen sind in Abschnitt 113 im Zusammenhang mit den Drehstrommotoren behandelt. Es wird zunächst genügen, wenn wir die drei Wickelungen eines dreiphasigen Synchrongenerators oder Synchronmotors als aus drei getrennten, um  $120^\circ$  verschobenen Einphasen-Wickelungen bestehend ansehen. Jede Polteilung enthält dabei je eine Spulenseite pro Phase, also zusammen drei Spulenseiten, von denen jede wieder in eine Anzahl Löcher verteilt ist.

Der Rotor besitzt nur bei Maschinen für verhältnismäßig geringe Drehzahl ausgeprägte Pole. Bei den Maschinen für hohe Drehzahl, wie sie für Dampfturbinenantrieb gebaut werden (Turbogeneratoren), wird der Rotor mit Rücksicht auf mechanische Festigkeit und geräuschlosen Gang als ein Zylinder ausgebildet, der mit Nuten zur Aufnahme der Erregerwicklung versehen ist (vergl. Fig. 241). Für Maschinen mit 50 Perioden und 3000 Touren, wie sie sogar für Leistungen von mehreren tausend Kilovoltampere gebaut werden, wird der Rotor wie in Fig. 241 zweipolig gewickelt, während für 1500 Touren eine vierpolige Wickelung

erforderlich ist. Natürlich kann die Wickelung statt wie in Fig. 241 auch genau wie bei einem Gleichstromanker ausgeführt werden.

### 89. Die elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld.

Wenn die Feldstärke am Statorumfang infolge geeigneter Abrundung der Pole eine Sinusfunktion des Ortes ist, so ergibt sich nach S. 242 der Höchstwert der elektromotorischen Kraft bei Einlochwicklung zu

$$E_{max} = 2 \pi \cdot N \cdot v \cdot \xi \cdot 10^{-8}.$$

Führen wir statt der Windungszahl  $\xi$  die Anzahl  $z'$  der induzierten Leiter ein, nach der Gleichung

$$\xi = \frac{z'}{2},$$

und dividieren wir auf der rechten Seite durch  $\sqrt{2}$ , so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = 2,22 \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (44)$$

Im Unterschied davon ist der Mittelwert der elektromotorischen Kraft, da  $z'$  Drähte im Zeitraum einer Periode den Kraftfluß  $N$  zweimal schneiden:

$$E_{mittel} = 2 \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Das Verhältnis des Effektivwertes zum Mittelwert heißt der Formfaktor. Er ist von der Form der Feldkurve und von der Art der Wickelung abhängig und ergibt sich in unserem Falle, d. h. bei Sinuskurven und Einlochwicklung, zu  $2,22 : 2 = 1,11$ .

Wir gehen jetzt dazu über, die effektive elektromotorische Kraft auch für andere Verhältnisse zu bestimmen und schreiben daher Gleichung (44) ganz allgemein in der Form:

$$E = k \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Der Faktor  $k$  ist bei Mehrlochwicklung etwas kleiner als für die Einlochwicklung mit gleicher gesamter Drahtzahl. Wir erhalten die elektromotorische Kraft bei Mehrlochwicklung und sinusförmiger Verteilung des Feldes in einfacher Weise, indem wir die elektromotorische Kraft für die verschiedenen liegenden Löcher einzeln nach Gleichung (44) berechnen und die gefundenen Werte mit Berücksichtigung des Lochabstandes nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen.

Der Lochabstand sei z. B. bei sinusförmigem Feld und Zweilochwicklung gleich einem Drittel der Teilung. Nun entspricht eine Teilung dem Bogen  $\pi$ . Die ganze elektromotorische Kraft ergibt sich also als die Resultierende aus zwei einzelnen elektromotorischen Kräften, die um den Bogen  $\pi/3$  verschoben sind, und für welche die Drahtzahl gleich  $z'/2$  ist. Jede einzelne elektromotorische Kraft ist dann nach Gleichung (44):

$$E' = 2,22 \cdot N \cdot v \cdot \frac{z'}{2} \cdot 10^{-8}.$$

Wenn wir die beiden gleichen elektromotorischen Kräfte  $E'$ , die um den Bogen  $\pi/3$  verschoben sind, nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen, so erhalten wir  $2 \cdot \cos \pi/6 \cdot E' = 1,73 E'$ . Die elektromotorische Kraft für den ganzen Anker ist also:

$$E = 1,73 \cdot E' = 1,92 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Von besonderem Interesse ist der Fall, in welchem die Spulenseite in so viel Löchern untergebracht ist, daß die Wickelung mit einer glatten Wickelung gleichwertig ist. Wir ermitteln in diesem Falle zunächst den Höchstwert der elektromotorischen Kraft. Dieser wird erreicht, wenn die Mitte der Spulenseite im stärksten Felde liegt. Ist  $2\gamma$  die Breite der ganzen Spulenseite, so ist die Drahtzahl auf der unendlich kleinen Bogenbreite  $d\varphi$  vor allen Polen zusammen gleich  $\frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z'$ . In dem kleinen Teil der Spulenseite, der im stärksten Felde liegt, wird dabei nach S. 310 der räumliche Höchstwert

$$\pi \cdot N \cdot \nu \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

induziert. Dagegen ist in einem beliebigen, um den Winkel  $\varphi$  entfernten Teile die elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick:

$$\pi \cdot N \cdot \nu \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

Die ganze elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick ist also:

$$E_{max} = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \cos \varphi \cdot d\varphi = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist die elektromotorische Kraft der ganzen Spule wieder eine Sinusfunktion der Zeit, weil sie in jedem einzelnen schmalen Teile eine Sinusfunktion ist und die Summe verschiedener Sinusfunktionen wieder eine Sinusfunktion ist. Der Effektivwert ist also das 0,707fache des Höchstwertes. Er ergibt sich also zu:

$$E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Ist z. B., wie bei Drehstromgeneratoren, die Breite der Spulenseite gleich  $1/3$  der Teilung, so ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{0,5}{\pi/6} = \frac{3}{\pi},$$

und wir erhalten in der allgemeinen Gleichung für die elektromotorische Kraft den Faktor  $k$  zu:

$$k = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} = 2,12. \quad (45)$$

Für eine Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung, wie sie allerdings weniger für Synchronmaschinen als für den Rotor von Drehstrommotoren und für Einankerumformer in Frage kommt, ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{2}{3} \cdot \pi, \quad \sin \gamma = \sin \frac{\pi}{3} = 0,86,$$

und daraus:

$$k = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} = 1,84. \quad (46)$$

## 90. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und Nutenwicklung.

Während wir im vorigen Abschnitt ein sinusförmiges Feld voraussetzen, nehmen wir jetzt an, daß die Feldstärke unter dem Polbogen überall konstant ist und an der Polecke plötzlich auf Null fällt. Dann besteht die Kurve der elektromotorischen Kraft aus lauter Rechtecken. In Wirklichkeit hat allerdings die Abrundung der Pole und die Wirkung der Selbstinduktion zur Folge, daß die Kurve der elektromotorischen Kraft sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten theoretischen Werte fallen also um etwa 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub> zu groß aus. Überhaupt sollen die folgenden Abschnitte wesentlich nur als Übungsaufgaben dienen.

In Fig. 242 ist die theoretische Kurve der elektromotorischen Kraft für Einlochwicklung gezeichnet. Die elektromotorische Kraft erreicht ihren höchsten Wert, sobald die Nut des Ankers unter den Pol tritt, und behält diesen Wert, solange sich die Nut unter dem Pol befindet. Zur Berechnung dieses Höchstwertes dividieren wir die Kraftlinienschnitte vor dem ganzen Polbogen durch die Zeitdauer der Bewegung. Ist  $N$  die Kraftlinienzahl eines Poles und  $z'$  die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte, so ergeben sich vor dem Polbogen  $N \cdot z'$  Kraftlinienschnitte.

Nun wird der Bogen  $\pi$  in der Zeit  $\frac{1}{2\nu}$  zurückgelegt, also der dem Polbogen entsprechende Winkel  $\beta$  in der Zeit  $\frac{1}{2\nu} \cdot \frac{\beta}{\pi}$ .

Wir erhalten also den Höchstwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{max} = \frac{N \cdot z' \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{2\nu} \cdot \frac{\beta}{\pi}} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (a)$$

Wir tragen nun, wie es in Fig. 243 geschehen ist, das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und ersetzen die schraffierten Flächen durch ein Rechteck über der Basis  $2\pi$ . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu  $\frac{\beta}{\pi} \cdot E_{max}^2$ . Wenn wir hieraus die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Ist z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung  $\beta/\pi = 2/3$ , so ergibt sich:

$$E_{max} = 3 N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

und daraus der Effektivwert:

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E_{max} = 2,45 N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

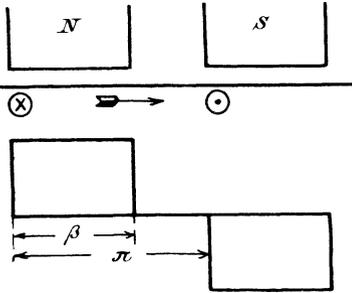


Fig. 242.

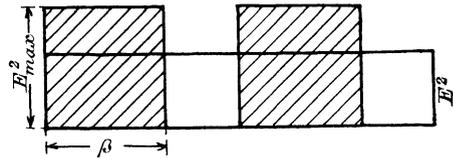


Fig. 243.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Einlochwicklung und bestimmter Polbreite.

Nimmt man die oben erwähnte Verkleinerung um 10 % vor, so erhält man bei dem Verhältnis  $\beta/\pi = 2/3$  für Einlochwicklung fast genau denselben Wert wie bei sinusförmigem Feld.

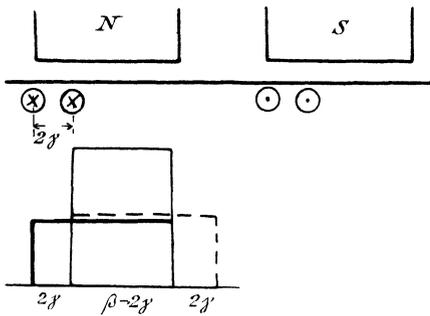


Fig. 244.

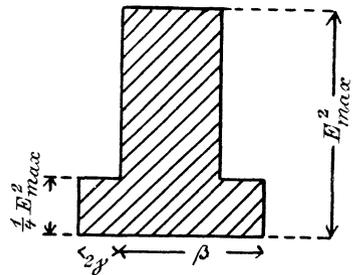


Fig. 245.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Zweilochwicklung und bestimmter Polbreite.

Bei Zweilochwicklung ist die Breite  $2\gamma$  der Spulenseite gleich dem Lochabstand (Fig. 236 und 238). Wir betrachten der Einfachheit wegen nur den in der Wirklichkeit immer vorkommenden Fall, daß der Lochabstand kleiner ist als die neutrale Zone. Da die Polteilung dem Bogen  $\pi$  und die Polbreite dem Bogen  $\beta$  entspricht, so entspricht die neutrale Zone dem Bogen  $\pi - \beta$ . Es gilt daher die Voraussetzung:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft in Fig. 244 setzt sich aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen  $2\gamma$  gegeneinander ver-

schoben sind. Während der Zeit, in welcher sich beide Nuten vor dem Pol befinden, also über den Bogen  $\beta - 2\gamma$ , ist die elektromotorische Kraft am größten. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einer oder in zwei Nuten angeordnet sind, so erhalten wir nach Gleichung (a) auf S. 312:

$$E_{max} = 2 \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot v \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

In der Zeit dagegen, in welcher sich nur eine einzige Nut vor dem Pol befindet, d. h. über den Bogen  $2\gamma$ , ist die elektromotorische Kraft nur die Hälfte des größten Wertes.

Wir tragen nun wieder das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf (Fig. 245) und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{2}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2 = (\beta - \gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren und aus dem erhaltenen Werte die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta - \gamma}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für die in Fig. 236 und 238 angedeuteten Wickelungen.

Bei der Dreilochwicklung beschränken wir uns wieder auf den Fall, in welchem die Breite der Spulenseite kleiner ist als die neutrale Zone:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt sich nun einfach, wenn wir in Fig. 246 die Ordinaten dreier Kurven addieren, deren Phasendifferenz dem Lochabstand oder der halben Spulenbreite entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 246 die Ordinaten der drei Kurven nicht genau gleich groß gezeichnet.

Im ersten Zeitraum, in welchem sich nur eine einzige Nut unter dem Polbogen befindet, entspricht die elektromotorische Kraft dem dritten Teil der Ankerdrähte, sie ist aber im übrigen durch den Werte von  $E_{max}$  in Gleichung (a) gegeben. Wenn  $2\gamma$  wieder die ganze Breite der Spulenseite ist, so dauert dieser Zeitraum über den Bogen  $\gamma$ . Über den weiteren Bogen  $\gamma$  entspricht die elektromotorische Kraft zwei Drittel der Ankerdrähte und weiter über den Bogen  $\beta - 2\gamma$  hat sie einen gleichmäßigen Wert, der durch die ganze Drahtzahl gegeben ist. Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen heraustritt. Wir quadrieren nun die Augenblickswerte, tragen die Quadrate in Fig. 247 als Ordinaten auf und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{3}\right)^2 + 2\gamma \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot E_{max}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir die zusammengehörigen Größen vereinigen, durch den Bogen  $\pi$  dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}.$$

Dabei berechnet sich der Höchstwert wieder aus Gleichung (a) auf S. 312:

$$E_{max} = \frac{2\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Bei einer Dreiphasenmaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B.  $3 \cdot 3 = 9$  Löcher auf der Polteilung. Der Lochabstand, d. h. in unserem Falle der Wert von  $\gamma$ , ist also gleich  $\pi/9$ . Ist nun z. B. das

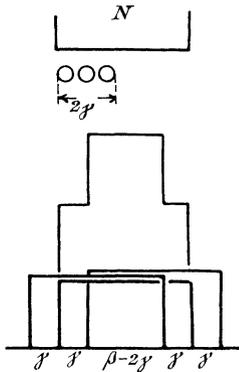


Fig. 246.

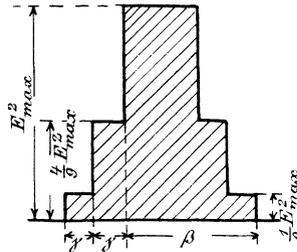


Fig. 247.

Ermittlung der effektiven elektromotorischen Kraft bei Dreilochwicklung und ausgeprägten Polen.

Verhältnis des Polbogens zur Teilung  $\beta : \pi = 1 : 2$ , so erhalten wir nach Gleichung (a) auf S. 312:

$$E_{max} = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} = 4 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Daraus ergibt sich dann der Effektivwert  $E$  nach der obigen Gleichung zu:

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot E_{max} = 2,53 \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

### 91. Die elektromotorische Kraft bei bestimmter Polbreite und glatter Ankerwicklung.

Wir betrachten zunächst einen Fall, in welchem die Breite der Spulenseite größer als die Polbreite ist.

$$2\gamma > \beta.$$

Jetzt ragt die Spulenseite selbst in den Augenblicken der größten elektromotorischen Kraft (Fig. 250) über die Polbreite hinaus, und daher ist nicht die Breite  $2\gamma$ , sondern die Breite  $\beta$  ein Maß für den Wert von  $E_{max}$ . Wir beginnen nun unsere Betrachtung mit dem Augenblick, in welchem die Mitte der Spulenseite in die neutrale Zone fällt (Fig. 248). In diesem Augenblick werden vor den beiden Polen elektromotorische Kräfte induziert, die sich genau aufheben. Die elektromotorische Kraft der Spulenseite ist daher Null. Wenn dann die Spulenseite um den Bogen  $\alpha$  weiter geschritten ist, so ist die elektromotorische Kraft vor dem Südpol um einen Betrag gewachsen, der dem Bogen  $\alpha$  entspricht. Gleichzeitig hat die entgegengesetzte elektromotorische Kraft vor dem Nordpol um denselben Betrag abgenommen. Daher entspricht die Zunahme der elektromotorischen Kraft dem Bogen  $2\alpha$ . Da der Bogen  $\beta$  ein Maß für den Wert von  $E_{max}$  ist, so ergibt sich der Augenblickswert zu:

$$E = E_{max} \cdot \frac{2\alpha}{\beta}. \quad (a)$$

Dieser Zeitraum dauert so lange, bis die Spulenseite ganz aus dem Bereiche des Nordpols herausgetreten ist (Fig. 249).

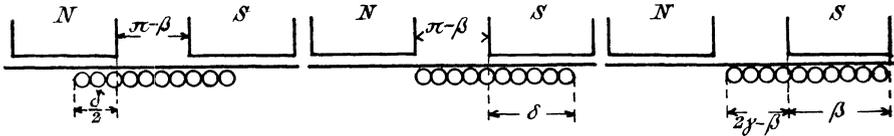


Fig. 248.

Fig. 249.

Fig. 250.

Glatte Ankerwicklung, an den Polen vorbeigleitend.

Bezeichnen wir nun den Betrag, um den die Spulenseite größer ist als die neutrale Zone, mit  $\delta$ , so ergibt sich aus Fig. 249:

$$\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi.$$

Der Weg, um den die Spulenseite im ersten Zeitraum vorwärts geschritten ist, ist nach Fig. 249 gleich  $\delta/2$ . Wir tragen nun die Quadrate der elektromotorischen Kraft als Ordinaten auf und berechnen die Fläche  $F_1$  in Fig. 251. Sie ergibt sich zu:

$$F_1 = \int_0^{\delta/2} E_{max}^2 \cdot \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^2 \cdot d\alpha = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot \beta^2}.$$

Der zweite Zeitraum liegt zwischen dem in Fig. 249 und 250 gezeichneten Augenblick. Er ist dadurch bestimmt, daß die Spulenseite nur vor einer einzigen Polfläche liegt und diese teilweise bedeckt. Bezeichnen wir jetzt den Betrag, um den die Spulenseite unter einen Polbogen getreten ist, mit  $\varepsilon$ , so ist allgemein der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft während des zweiten Zeitraumes:

$$E = E_{max} \cdot \frac{\varepsilon}{\beta} \tag{b}$$

Der Wert von  $\varepsilon$  ist im Anfang unseres Zeitraumes nach Fig. 249 gleich  $\delta$  und am Ende des Zeitraumes nach Fig. 250 gleich  $\beta$ . Wir haben also die Quadrate der Augenblickswerte als Ordinaten aufzutragen und zwischen den Grenzen  $\delta$  und  $\beta$  zu integrieren. Wir erhalten dann die Fläche  $F_2$  in Fig. 251 zu:

$$F_2 = \int_{\delta}^{\beta} E_{max}^2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} \cdot d\varepsilon = \frac{E_{max}^2 \cdot (\beta^3 - \delta^3)}{3\beta^2}$$

Im dritten Zeitraum ist die ganze Polfläche von der Spulenseite bedeckt, und die elektromotorische Kraft hat einen gleichmäßigen Höchstwert. Der Zeitraum dauert nach Fig. 250 über den Bogen  $2\gamma - \beta$ . Wir erhalten also, wenn wir das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auftragen:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (2\gamma - \beta)$$

In den nächstfolgenden Zeiträumen erhalten wir wieder die Flächen  $F_2$  und  $F_1$ . In Fig. 251 sind die Flächen getrennt gezeichnet, weil der Koordinatenanfang für die einzelnen Abszissen nicht derselbe ist. Als Summe der Flächen während einer halben Periode erhalten wir:

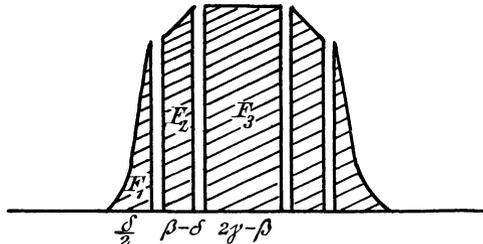


Fig. 251. Zeitlicher Verlauf der Quadrate der elektromotorischen Kraft bei glatter Wicklung.

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left( 2\gamma - \frac{\beta}{3} - \frac{\delta^3}{3\beta^2} \right)$$

Wenn wir dann durch  $\pi$  dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta) \tag{47}$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite. Deswegen haben wir nun auch den Wert von  $E_{max}$  in Gleichung (a) auf S. 312 im Verhältnis  $\beta : 2\gamma$  zu reduzieren, da von der ganzen Drahtzahl nur höchstens der Betrag  $\beta/2\gamma$  vor einem Pol liegt. Wir erhalten also für eine Spulenseite, die größer als die Polbreite ist, mit Berücksichtigung der Gleichung (a) auf S. 312:

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta)$$

Ist dagegen die Spulenseite kleiner als die Polbreite, so ist nicht mehr der Polbogen  $\beta$ , sondern die Breite  $2\gamma$  ein Maß für den Höchstwert der elektromotorischen Kraft, so daß in den Gleichungen (a) und (b) dieses Abschnittes  $\beta$  durch  $2\gamma$  zu ersetzen ist. Ferner sind die Integrationsgrenzen für den zweiten Zeitraum  $\delta$  und  $2\gamma$ , und der dritte Zeitraum währt über den Bogen  $\beta - 2\gamma$ . Dann ergibt sich, ähnlich wie oben:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta). \quad (48)$$

Dabei ist nach Gleichung (a) auf S. 312:

$$E_{max} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot \nu \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma < \beta).$$

Ist nun die Breite  $2\gamma$  der Spulenseite sogar kleiner als die neutrale Zone, so erhalten wir aus der Gleichung für  $\delta$  auf S. 316 einen negativen Wert für  $\delta$ . Wir haben in diesem Falle in der vorletzten Gleichung den Wert  $\delta$  gleich Null zu setzen. Der Beweis ergibt sich einfach daraus, daß die Fläche  $F_1$  in diesem Falle gleich Null wird, und daß die Fläche  $F_2$  zwischen den Grenzen 0 und  $2\gamma$ , statt zwischen  $\delta$  und  $\gamma$ , zu rechnen ist. Beides wird erfüllt, wenn wir  $\delta$  gleich Null setzen.

## Dreizehntes Kapitel.

92. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine. — 93. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine. — 94. Das Diagramm der Amperewindungen. — 95. Berechnung der Ankerückwirkung. — 96. Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung durch den Versuch. — 97. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles. — 98. Berücksichtigung der primären Streuung.

### 92. Das Spannungsdiagramm der Wechselstrommaschine.

Unter der Voraussetzung, daß die Induktivität einer Maschine bei den verschiedenen Betriebszuständen einen unveränderlichen Wert hat, ist das Diagramm der Wechselstrommaschine sehr einfach. Die elektromotorische Kraft  $E_1$ , die durch die von der Magneterregung erzeugten Kraftlinien induziert wird, ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, in welchem die eine Kathete durch die Summe des inneren und äußeren induktiven Spannungsverlustes und die andere Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannung gebildet wird.

In Fig. 252 ist der Vektor des Stromes in die positive Richtung der Ordinatenachse gelegt. Die elektromotorische Kraft der inneren und äußeren Selbstinduktion bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück und wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente  $OA$  der elektromotorischen Kraft. Der Vektor  $OA$  zerfällt wieder in zwei Teile, nämlich den inneren induktiven Spannungsverbrauch  $OC = L\omega \cdot I$  und den äußeren induktiven Spannungsverlust  $CA$ . Ebenso zerfällt die gesamte Ohmsche Spannung  $AB$  in den Ohmschen Spannungsverbrauch  $AD = I \cdot R_a$  im Anker und in den Ohmschen Spannungsverbrauch  $DB = I \cdot R$  im äußeren Stromkreise.

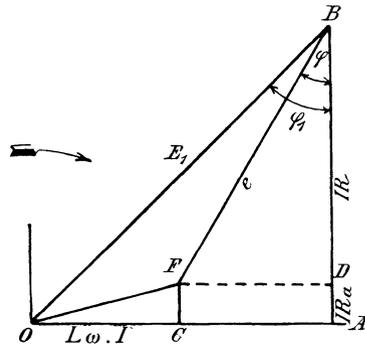


Fig. 252. Spannungsdiagramm einer Wechselstrommaschine.

Um nun die Klemmenspannung zu ermitteln, zeichnen wir das Rechteck  $CFDA$ . Dann ist der Vektor  $FB$  die Hypotenuse zu den Katheten des äußeren induktiven Spannungsverlustes und der äußeren Ohmschen Spannung, er stellt also die Klemmenspannung der Maschine dar. Ferner

gibt  $OF$  den gesamten Spannungsverlust in der Maschine an. Schon im Abschnitt 75 ist darauf hingewiesen, daß man diesen Spannungsverlust nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahieren muß, um die Klemmenspannung  $e$  zu erhalten.

Der Winkel  $FBD$  ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Klemmenspannung und Stromstärke, also der Phasenverschiebungswinkel im äußeren Stromkreise. Dagegen stellt der Winkel  $\varphi_1$  die Phasenverschiebung zwischen der von den Magneten aus induzierten elektromotorischen Kraft und der Stromstärke dar. Der Höchstwert des Stromes wird also später erreicht, nachdem die Polmitte die Mitte der Spulenseite passiert hat. Selbstverständlich ist der im Diagramm gezeichnete Winkel  $\varphi_1$  nur bei einer zweipoligen Maschine gleich dem räumlichen Winkel. Bei mehrpoligen Maschinen mit  $p$  Polpaaren entspricht allgemein ein Winkel des Diagramms einem  $p$  mal so kleinen räumlichen Winkel.

Um nun das Diagramm in Fig. 252 zeichnen zu können, müssen wir die Leerlaufcharakteristik und die Induktivität der Maschine kennen. Wir können die Charakteristik leicht durch den Versuch ermitteln, indem wir den Magnetstrom durch einen Widerstand verändern oder die Spannung der Erregermaschine regulieren. Außerdem kann die Leerlaufcharakteristik nach Abschnitt 57 durch Rechnung ermittelt werden. Wir tragen dann den Erregerstrom oder die Amperewindungen eines Polpaares als Abszisse und die Leerlaufspannung als Ordinate auf. Diese Spannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Man erhält auf diese Weise die statische Charakteristik (vgl. Fig. 267). Diese steigt zunächst geradlinig an, solange die Kraftlinienzahl und damit die Eisensättigung gering ist. Da dann nämlich in dem ganzen magnetischen Kreis der Luftraum die Hauptrolle spielt, so sind die erzeugten Kraftlinien sowie die elektromotorische Kraft den erregenden Amperewindungen proportional. Sobald aber infolge zunehmender Sättigung des Eisens die magnetische Leitfähigkeit des Eisenweges abnimmt, wird die Kurve flacher und flacher.

Es gilt nun noch, die innere Selbstinduktion zu bestimmen. Wir machen zunächst zu diesem Zwecke die Annahme, daß die Stellung des Ankers gegenüber den Polen keine wesentliche Veränderung der vom Anker erzeugten Selbstinduktionskraftlinien bewirken soll. Die Figuren 253 und 254 zeigen allerdings, daß der magnetische Widerstand für die vom Ankerstrom erzeugten, in den Figuren punktiert gezeichneten Kraftlinien je nach der relativen Lage des Poles und der Spule verschieden ist. Die Induktivität ist also genau genommen während einer Periode keine unveränderliche Größe. Sie wird außerdem auch von der Phasenverschiebung beeinflusst, da es für die vom Anker erzeugten Kraftlinien nicht gleichgültig sein kann, ob beispielsweise der Höchstwert des Ankerstromes in dem Augenblick auftritt, in welchem die Fläche einer Anker-

spule sich vor einem Pol befindet, oder in dem Augenblick, in welchem sie sich einer neutralen Zone gegenüber befindet.

Wir werden indessen keinen großen Fehler machen, wenn wir annehmen, daß die Induktivität des Ankers während einer Periode konstant ist. Wir können dann die Selbstinduktion durch den Versuch ermitteln, indem wir eine Wechselstromspannung an den Anker unserer feststehenden Maschine legen. Diese Spannung wird so niedrig gewählt, daß sie nur den normalen Strom durch den Anker treibt. Bei größeren Maschinen ist der Versuch allerdings bedenklich, da die vom Anker erzeugten Kraftlinien bei Stillstand mit der vollen Periodenzahl durch die Magnetwindungen hindurchschneiden und in ihnen Spannungen von gefährlicher Höhe induzieren. Wir wollen aber darauf in unserm Falle keine Rücksicht nehmen, da es uns hier darauf ankommt, die Verhältnisse in möglichst einfacher Weise darzustellen. Nehmen wir also an, der erwähnte Versuch bei Stillstand der Maschine wäre ausführbar. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverbrauches erhalten wir dann in der an den Anker gelegten Spannung unmittelbar den induktiven

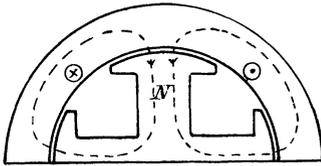


Fig. 253.

Vom Anker erzeugter Kraftfluß bei verschiedener Stellung des Polrades.

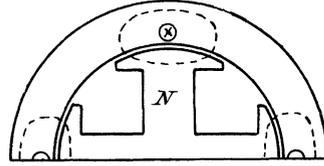


Fig. 254.

Spannungsverbrauch selbst. Wenn wir diesen durch die Stromstärke dividieren, erhalten wir die Induktanz  $L \omega$ .

Nachdem so die Leerlaufcharakteristik und die Induktanz des Ankers bestimmt sind, können wir für eine gegebene Erregung die Klemmenspannung bei einem bestimmten Stromverbrauch und einem bestimmten Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  im äußeren Stromkreise bestimmen. Wir suchen dazu aus der statischen Charakteristik für die gegebene Erregung die elektromotorische Kraft  $E_1$  und schlagen von  $O$  aus einen Kreis mit dem Radius  $OB = E_1$  (Fig. 255). Dann zeichnen wir aus  $CF = I \cdot R_a$  und  $OC = L \omega \cdot I$  das Dreieck  $OFC$ . Um dann für einen bestimmten Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  im äußeren Stromkreise das Diagramm zu ermitteln, ziehen wir von  $F$  aus einen Strahl, der mit der Ordinatenachse den Winkel  $\varphi$  bildet und den Kreis im Punkte  $B$  schneidet. Dann ist  $FB$  nach Fig. 252 die gesuchte Klemmenspannung.

Die algebraische Differenz  $OB - FB$  gibt uns den Abfall der Klemmenspannung zwischen Leerlauf und der gegebenen Belastung an. Um diese Differenz bequem ablesen zu können, schlagen wir von  $F$  aus mit dem Radius  $FG = E_1$  einen zweiten Kreis, der die Verlängerung von  $FB$  im Punkte  $G$  schneidet. Dann ist  $BG$  der gesuchte Spannungs-

abfall. Wie die Figur zeigt, wird dieser Spannungsabfall um so größer, je weiter der Punkt  $B$  sich auf dem Kreise nach unten bewegt, je größer also der Winkel  $\varphi$  ist.

Der Spannungsabfall erreicht nach Fig. 255 ungefähr dann seinen größten Wert, wenn die Phasenverschiebung  $90^\circ$  beträgt. In diesem Falle ist die äußere Ohmsche Spannung gleich Null und die Klemmenspannung  $FB_1$  ist gleich dem äußeren induktiven Spannungsverbrauch. Der innere Spannungsverlust  $OF$  subtrahiert sich jetzt fast algebraisch von der elektromotorischen Kraft  $OB_1$ , und die Klemmenspannung erreicht ihren niedrigsten Wert.

Dagegen wird nach Fig. 255 der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung besonders klein, wenn die Phasenverschiebung außen gleich Null ist, d. h. wenn die Maschine nur auf Glühlampen arbeitet.

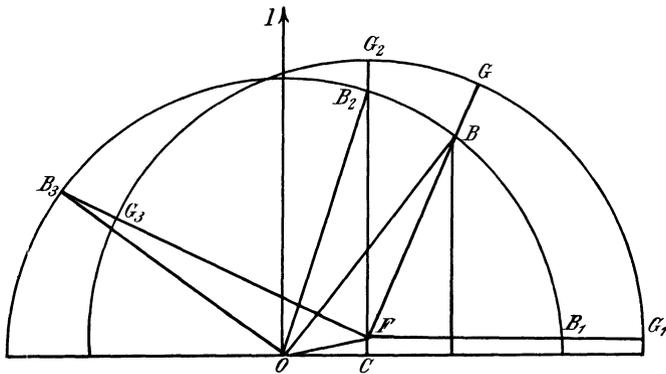


Fig. 255. Diagramm der Wechselstrommaschine für konstanten Strom und veränderliche Phasenverschiebung.

Der äußere induktive Spannungsverbrauch ist dann gleich Null und die Klemmenspannung  $FB_2$  ist gleich der äußeren Ohmschen Spannung.

Von besonderem Interesse ist nun noch ein Fall, in welchem die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise negativ ist. Dann eilt der Vektor des Stromes  $I$  dem Vektor der Klemmenspannung, der z. B. gleich  $FB_3$  ist, voraus. Das kann eintreten, wenn eine Kapazität oder ein überregter Synchronmotor im Stromkreise eingeschaltet ist. Unter diesen Umständen ist die Klemmenspannung  $e = FB_3$  sogar größer als die elektromotorische Kraft  $E_1 = OB_3$ . Liefert z. B. der Generator eine elektromotorische Kraft von 1000 Volt und ist die elektromotorische Gegenkraft des Motors, die bei Wechselstrom scheinbar größer sein kann als die des Generators, 1200 Volt, so stellt sich eine Klemmenspannung von etwa 1100 Volt her. Zugleich eilt dann die Stromstärke in der Phase voraus, und wir erhalten Verhältnisse, wie sie in Fig. 255 durch den Punkt  $B_3$  gegeben sind.

Allerdings zeigt sich hier besonders deutlich der schwache Punkt des Spannungsdiagrammes, da die Annahme einer Klemmenspannung, die größer ist als die elektromotorische Kraft eines Generators und kleiner ist als die elektromotorische Kraft eines Motors, etwas Widersinniges hat. Im Diagramm der Kraftflüsse und Amperewindungen (vgl. Abschnitt 93 und 94) fällt diese Widersinnigkeit weg.

### 93. Die Kraftflüsse der Wechselstrommaschine.

Das Spannungsdiagramm (Fig. 255) gibt ein für viele Zwecke sehr brauchbares Bild von der Wirkungsweise einer Wechselstrommaschine,

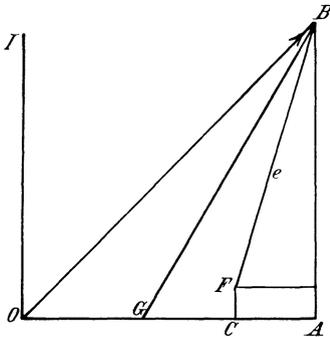


Fig. 256. Gesonderte Berücksichtigung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

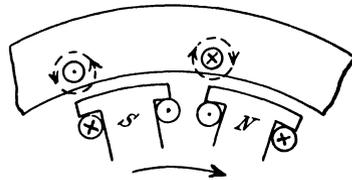


Fig. 257. Nutenstreufluß des Ankers.

aber es entspricht doch in einem wesentlichen Punkte nicht genug den wirklichen Verhältnissen. Um dies zu erkennen, zerlegen wir in Fig. 256 die elektromotorische Kraft  $CO$ , die durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien induziert wird, in die beiden Teile  $CG$  und  $GO$ .

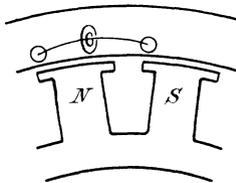


Fig. 258. Stirnstreuung des Ankers.

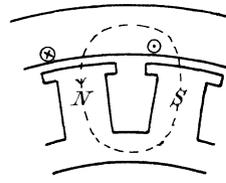


Fig. 259. Gegenkraftfluß des Ankers.

Davon möge  $CG$  durch die Streulinien des Ankers induziert sein, die nach Fig. 257 um die Nuten des Ankers verlaufen (Nutenstreuung) oder nach Fig. 258 die Wicklungsköpfe umschließen (Stirnstreuung).

Dagegen werde die elektromotorische Kraft  $GO$  durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien induziert, die sich nach Fig. 259 durch die Polkerne schließen (Ankerrückwirkung).

Die beiden elektromotorischen Kräfte  $CG$  und  $GO$  ergeben dann mit der von der Magneterregung allein herrührenden elektromotorischen

Kraft  $OB$  eine Resultierende  $CB$ , die gleich der Summe aus dem Ohmschen Verlust und der Klemmenspannung ist.

In Wirklichkeit sind nun die genannten elektromotorischen Kräfte gar nicht einzeln vorhanden, weil auch die Kraftflüsse, durch die wir sie erzeugt sein lassen, nicht einzeln existieren.

So besteht in den Polen nur ein einziger Kraftfluß, der dem Vektor  $GB$  in Fig. 256 entspricht. Man kann sich nun vorstellen, daß dieser Kraftfluß bei seinem Austritt aus dem Pol in seiner vollen Stärke in die Ankerspule eintritt, und daß die durch ihn induzierte elektromotorische Kraft zur Erzeugung der Spannung  $CB$  und für den Spannungsverlust  $GC$ , der durch Ankerstreuung veranlaßt ist, verbraucht wird. Wir können aber auch statt dessen, wenn Ankerstrom und Magnetstrom, wie es meist der Fall ist, sich entgegenwirken, annehmen, daß von dem ganzen, aus dem Pol austretenden Luftkraftfluß nur ein Teil, der dem Vektor  $CB$  entspricht, die Ankerspule durchsetzt, während ein anderer, dem Vektor  $GC$  entsprechender Teil, nämlich der Streufluß des Ankers, seitlich an der Spule vorbeigeht. In diesem Falle läßt man also den Streufluß des Ankers ebenfalls vom Pol ausgehen.

Im Anker besteht dann ein einziger Kraftfluß, dem eine elektromotorische Kraft  $CB$  entspricht. Diese ist, abgesehen vom Ohmschen Spannungsverlust, immer gleich der Klemmenspannung, so daß die am Schlusse des vorigen Abschnittes erwähnte Widersinnigkeit vollständig verschwindet.

Diese Anschauung entspricht in dem Falle, in welchem der Höchstwert des Ankerstromes dem Magnetstrom teilweise entgegenwirkt, den wirklichen Verhältnissen am besten. Wie Fig. 257 zeigt, würden nämlich die Streulinien des Ankers, wenn man sie vom Anker erzeugt sein läßt, den Kraftlinien des Magnetpoles  $S$  innerhalb der Ankerspule entgegengerichtet sein, dagegen außen gleichgerichtet sein. Innerhalb der Ankerspule besteht aber dann in Wirklichkeit nur die Differenz beider Kraftflüsse, und die Wirkung der Ankerstreuung zeigt sich darin, daß ein Teil des Polkraftflusses aus der Ankerspule in den Streuweg gedrängt wird. Wir haben also dann, um den Polkraftfluß zu ermitteln, zu dem Ankerkraftfluß, welcher durch die elektromotorische Kraft  $CB$  in Fig. 256 gegeben ist, den Streufluß des Ankers zu addieren.

Bei der praktischen Anwendung des Diagramms wird man jedoch, statt die Kraftflüsse im Anker und im Streuweg zusammzusetzen, immer, wie oben angegeben, die entsprechenden elektromotorischen Kräfte zugrunde legen, aus dem einfachen Grunde, weil die Ankerstreuung, wie später gezeigt wird, durch Messung einer Spannung ermittelt wird und auch die Leerlaufcharakteristik nicht für Kraftflüsse, sondern für Spannungen aufgestellt wird. Der rechte Teil des Spannungsdiagramms bleibt daher bei der praktischen Anwendung bestehen.

Dagegen ist der linke Teil, nämlich das Dreieck  $OGB$  in Fig. 256, praktisch nicht zu brauchen, weil die magnetische Sättigung der Pole bei Betrieb dem Vektor  $GB$  und nicht dem Vektor  $OB$  entspricht und daher der Vektor  $OB$  gar nicht die Leerlaufspannung und überhaupt gar keine praktisch meßbare Größe darstellt. An die Stelle des linken Teiles des Spannungsdiagramms hat daher das im folgenden Abschnitt entwickelte Diagramm der Amperewindungen zu treten.

#### 94. Das Diagramm der Amperewindungen.

Da der Vektor  $GB$  in Fig. 260 dem Luftkraftfluß der Wechselstrommaschine entspricht, so hat man zu der Spannung  $GB$  aus der Leerlaufcharakteristik die zugehörige Erregung  $X$  zu entnehmen. Wir wollen diese Erregung als die resultierende Erregung bezeichnen. Ihr Vektor eilt nach S. 259 dem von den Kraftlinien dieser Erregung induzierten elektromotorischen Kraft um  $90^\circ$  voraus, fällt also in Fig. 260 in die Richtung  $GQ$ .

Die Erregung  $X$  reicht bei Leerlauf zur Erzeugung einer Spannung  $GB$  aus. Bei Betrieb muß sie, um die Gegenwirkung des Ankerstromes aufzuheben, um eine dem Ankerstrom entgegengesetzte Komponente  $QR$  vergrößert werden. Man erhält auf diese Weise die gesamte erforderliche Magneterregung zu  $X_1 = GR$ . Man kann auch statt dessen die Erregung  $GQ = X$  als die Resultierende aus der Magneterregung  $GR = X_1$  und der Ankererregung  $RQ = X_2$  auffassen.

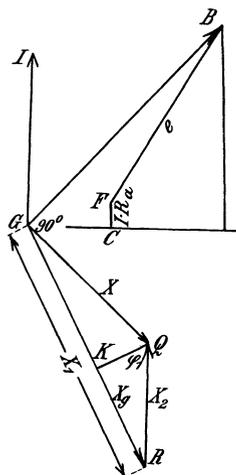


Fig. 260. Diagramm der Amperewindungen.

Es erhebt sich allerdings die Frage, inwiefern man die Magneterregung, die eine Gleichstromerregung ist, in ein Wechselstromdiagramm einführen kann. Diese Einführung wird dadurch möglich, daß man die magnetisierende Wirkung dieser Erregung ins Auge faßt, deren Achse bald die Ankerspule durchsetzt, bald mit der Ankerspule parallel ist. Je nach der Phase des Ankerstromes gegenüber der Spannung ist die magnetisierende Wirkung des Ankerstromes der Magneterregung mehr oder weniger entgegengerichtet oder gleichgerichtet.

Wenn z. B. der Ankerstrom eines Generators hinter der Spannung zurückbleibt, so erreicht er seinen Höchstwert erst, nachdem die Polmitte den Leiter passiert hat (Fig. 261). Der Ankerstrom wirkt in diesem Falle den Magnetwindungen entgegen, und zwar mehr oder weniger direkt. Eine direkte Entgegenwirkung findet statt, wenn das Maximum des Stromes in dem Augenblick erreicht wird, in welchem die Mitte der neutralen Zone

sich vor dem Leiter befindet (Fig. 262). Dies ist unter Vernachlässigung des inneren Ohmschen Spannungsverlustes der Fall, wenn die Maschine rein induktiv belastet ist.

Fällt der Höchstwert des Stromes mit dem Augenblick zusammen, in welchem die Polmitte sich vor dem Leiter befindet, so ist die Entgegenwirkung des Ankerstromes gleich Null. Dies ist praktisch der Fall, wenn die Maschine rein induktionslos belastet ist, also z. B. auf Glühlampen arbeitet (Fig. 263). Genau genommen tritt dieser Fall wegen

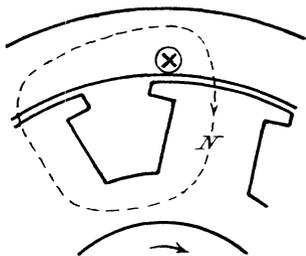


Fig. 261.

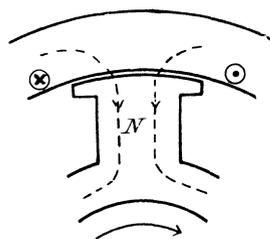


Fig. 262.

Vom Höchstwert des Ankerstromes erzeugter Kraftfluß (bei Nacheilung des Stromes).

der inneren Selbstinduktion durch Ankerstreuung und wegen des Auftretens der in Fig. 254 gezeichneten Querkraftlinien nicht genau bei induktionsloser Belastung ein, sondern bei geringer Voreilung des Stromes vor der Spannung.

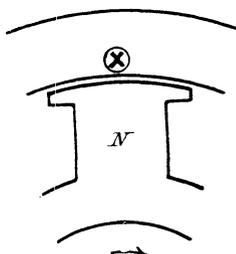


Fig. 263.

Vom Höchstwert des Stromes erzeugter Kraftfluß.

Gegenkraftfluß Null bei  $\cos \varphi = 1$ .

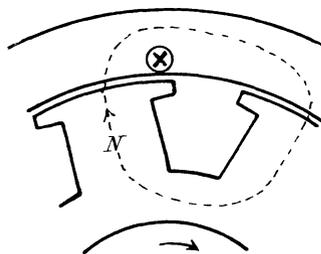


Fig. 264.

Gegenkraftfluß negativ bei Phasenvoreilung.

Bei stärkerem Voreilen des Stromes vor der Spannung wird der Höchstwert des Stromes schon erreicht, bevor die Polmitte den Leiter passiert hat (Fig. 264). Der Ankerstrom wirkt in diesem Falle in gleichem Sinne wie der Magnetstrom, d. h. die Entgegenwirkung des Ankers wird negativ, der Ankerstrom ist magnetisierend.

Auf diese Weise erklärt sich sehr einfach das zuerst auffallende Verhalten, das eine an ein Netz von konstanter Spannung angeschlossene Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung zeigt. Wir zwingen einer solchen Maschine von außen her eine konstante Klemmenspannung,

also abgesehen vom Ohmschen Spannungsverlust auch einen konstanten Ankerkraftfluß auf. Einer Änderung der Erregung antwortet die Maschine dann sofort durch eine Änderung der Phase des Ankerstromes. Dieser wirkt je nach Bedarf mehr oder weniger entmagnetisierend oder magnetisierend, so daß sich eine konstante resultierende Erregung einstellt, wie sie der Klemmenspannung entspricht.

Beim Generator wirkt nach dem obigen ein in der Phase hinter der Spannung zurückbleibender Strom entmagnetisierend, er tritt also bei Übererregung des Generators auf (Fig. 261). Ein vor der Spannung voreilender Strom wirkt magnetisierend, er tritt also bei Untererregung auf (Fig. 264).

Beim Motor ist in beiden Fällen das entgegengesetzte der Fall, da die Drehrichtung des Motors bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung entgegengesetzt ist wie in Fig. 261 und 264. Wir können also zusammenfassend sagen:

Nacheilung des Stromes hinter der Spannung schwächt Generatorfeld und verstärkt Motorfeld;

Voreilung des Stromes vor der Spannung verstärkt Generatorfeld und schwächt Motorfeld.

## 95. Berechnung der Ankerrückwirkung.

Die Berechnung der Ankerrückwirkung  $X_2$  ist bei Einphasenmaschinen sehr unsicher. Sie erreicht für ein Polpaar im Augenblick des größten Stromes den Wert

$$X_{2max} = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

wo  $z'$  die hintereinander geschaltete Drahtzahl ist. Rechnen wir, da der Strom vorher und nachher geringer ist, mit einem Mittelwert, so erhalten wir:

$$X_2 = \frac{z'}{2p} \cdot i_{mittel} = \frac{z'}{2p} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max}. \quad (49)$$

Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß der Weg für die Kraftlinien erschwert wird, wenn der Pol sich nicht gerade vor dem Spulenkopf befindet. Kapp erhält durch genaue Berücksichtigung aller Verhältnisse einen etwa 10—20% kleineren Wert für die Ankerrückwirkung, als er sich aus Gleichung (49) ergibt. (Siehe Kapp, Dynamomaschinen, 4. Aufl. S. 423 ff.) Es kommt uns jedoch hier mehr darauf an, die Größen zu erkennen, die die Ankerrückwirkung bestimmen, als genau ihren Wert zu berechnen. Überhaupt ist die Berechnung bei Einphasenmaschinen deswegen unsicher, weil der vom Anker erzeugte Kraftfluß trotz der Selbstinduktion der Magnetspulen und der Wirbelströme im Poleisen während einer Periode nicht unwesentlich schwankt.

Wesentlich zuverlässiger ist die Rechnung bei Dreiphasenmaschinen, bei denen auf dem Anker drei besondere Wickelungen liegen. Obgleich

die Gesetze des Dreiphasenstromes erst später behandelt werden, können wir doch schon hier die Tatsache benutzen, daß der Strom immer, wenn er in der einen Spulenseite gleich dem Höchstwert ist, in der rechts und links liegenden Spulenseite den halben Wert hat. Im Falle einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$  zwischen der von den Polkraftlinien induzierten elektromotorischen Kraft und dem Strom führt also der Leiter, der in der neutralen Zone liegt, den Höchstwert des Stromes, während die Leiter zu seinen beiden Seiten einen Strom von der gleichen Richtung, aber von der halben Stärke führen (Fig. 265).

Um nun die Ankerrückwirkung für ein Polpaar zu ermitteln, betrachten wir zunächst die Löcher 2 und 5, in denen der Strom gerade seinen höchsten Wert besitzt. Ist die Drahtzahl einer Phase wieder gleich  $z'$ , so ist die Drahtzahl einer Spulenseite gleich  $\frac{z'}{2p}$ . Die Amperewindungen der Spule 2 5 sind dann  $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$ , und die der Spulen 3 6 und 1 4 sind je  $\frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$ . Die Gegenkraftlinien zwischen den

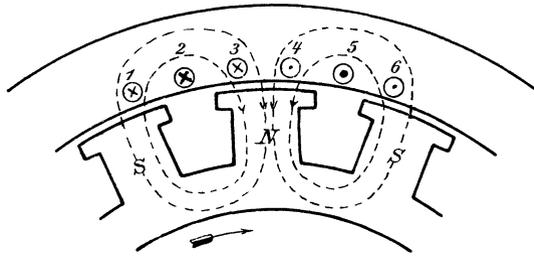


Fig. 265. Gegenkraftfluß einer Drehstrommaschine bei rein induktiver Belastung.

Löchern 3 und 4 werden nun durch eine gesamte Gegenenerregung geschaffen, deren eine Spulenseite von den Löchern 1, 2, 3 und deren andere Spulenseite von den Löchern 4, 5, 6 gebildet wird. Die Gegenkraftlinien zwischen den Löchern 3 und 4 entsprechen also einer Amperewindungszahl:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} = \frac{2 \cdot z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

Dagegen werden die Gegenkraftlinien links von Loch 3 und rechts von Loch 4 nur von der Spule 2 5 geschaffen, sie entsprechen also einer Amperewindungszahl  $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$ . Unter der Voraussetzung, daß die Polbreite gleich  $2/3$  der Teilung ist, verlaufen die jetzt betrachteten Kraftlinien durch einen ebenso breiten Luftraum wie die oben betrachteten. Es liegt daher nahe, als mittlere Ankerrückwirkung das Mittel zwischen den beiden oben berechneten Werten einzusetzen. Wir erhalten dadurch:

$$X_2 = 1,5 \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}. \quad (50)$$

Das ist allerdings zunächst nur der Betrag der Ankerrückwirkung im gezeichneten Augenblick. Wenn jedoch das Polrad weiter gedreht

wird, so nimmt der Strom in der einen Phase zu und in der andern ab, so daß die magnetische Wirkung annähernd dieselbe bleibt. Außerdem kommt sehr bald wieder ein anderer Draht in die neutrale Zone zu liegen, und dieser führt wieder den höchsten Strom, so daß sich die gezeichneten Verhältnisse sofort wiederholen. Es muß aber auch wieder darauf hingewiesen werden, daß unsere Darlegungen nur die allgemeine Wirkungsweise der Ankerrückwirkung deutlich machen sollen, ohne daß eine vollständige Genauigkeit erzielt werden könnte. Eine völlig einwandfreie Rechnung dürfte hier ein Ding der Unmöglichkeit sein. Praktische Messungen ergeben einen um 25 % größeren Wert von  $X_2$  als den oben berechneten.

Der Einfluß der Ankerrückwirkung, wie er im vorstehenden dargestellt ist, beruht im Grunde genommen darauf, daß die Ankerspule im entscheidenden Augenblicke, in welchem der Strom den Höchstwert hat, eine mehr oder weniger parallele Lage gegenüber den Magnetwindungen besitzt. Das wird im Diagramm in Fig. 260 dadurch zum Ausdruck gebracht, daß sich die Amperewindungen des Ankers und der Magnete unter einem gewissen Winkel subtrahieren.

Wir können dies auch dadurch zum Ausdruck bringen, daß wir die ganze Ankerrückwirkung  $RQ = X_2$  in Fig. 260 in die beiden rechtwinkligen Komponenten  $RK = X_2 \cdot \sin \varphi_1$  und  $KQ = X_2 \cdot \cos \varphi_1$  zerlegen, wo  $\varphi_1$  der Winkel ist, den eine auf dem Vektor der Magneterregung errichtete Senkrechte mit dem Ankerstrom bildet. Diese beiden Komponenten können wir als wirkliche Ströme auffassen, deren Höchstwerte in den durch Fig. 262 und 263 dargestellten Zeitpunkten im Anker auftreten. Diejenige Komponente  $X_g$  der Ankerrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, ist dann:

$$X_g = RK = X_2 \cdot \sin \varphi_1.$$

Je nachdem der Winkel  $\varphi_1$  positiv oder negativ ist, erhalten wir eine entmagnetisierende oder magnetisierende Wirkung des Ankerstromes.

Da der Winkel zwischen den Vektoren  $X$  und  $X_1$  in Fig. 260 immer ziemlich klein wird, so ist angenähert in dieser Figur  $GK = GQ$ , d. h. es gilt die Gleichung:

$$X_1 = X + X_2 \cdot \sin \varphi_1. \quad (\text{a})$$

## 96. Ermittlung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung durch den Versuch.

Die Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung an einer ausgeführten Maschine geschieht auf Grund der Leerlaufkurve und der Kurzschlußkurve.

Die Aufnahme der Leerlaufkurve geschieht wie bei einer Gleichstrommaschine; die Aufnahme der Kurzschlußkurve erfolgt, indem die Maschine durch ein Amperemeter kurz geschlossen und verschieden

erregt wird. Man trägt dann den Magnetstrom als Abszisse und die Leerlaufspannung bzw. den Kurzschlußstrom als Ordinate auf (Fig. 267). Die gezeichneten Kurven sind aus einer Arbeit Heylands (ETZ 1900, S. 1011) entnommen.

Die Maschine werde nun zur experimentellen Ermittlung der Ankerstreuung und Ankerrückwirkung durch Drosselspulen oder leerlaufende

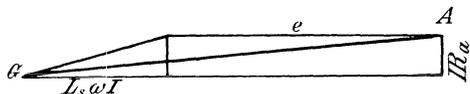


Fig. 266.

Spannungsdiagramm bei rein induktiver Belastung.

Drehstrommotoren rein induktiv belastet. Da bei rein induktiver Belastung (Fig. 266) die Klemmen-spannung gleich dem äußeren induktiven Spannungsver-

brauch ist, so setzt sie sich algebraisch mit dem inneren induktiven Spannungsverlust  $L_s \omega \cdot I$ , der durch die Ankerstreuung erfolgt, zusammen. Die Summe  $e + L_s \omega \cdot I$  in Fig. 266 ist fast genau gleich dem Vektor  $GA$ .

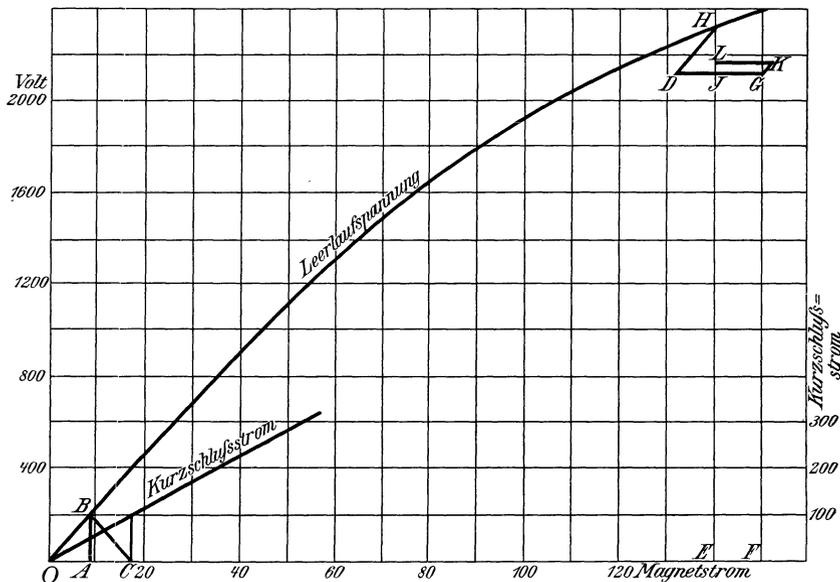


Fig. 267. Leerlaufcharakteristik, Kurzschlußkurve und Potiersches Dreieck.

Diese Summe kommt, da die Phasenverschiebung zwischen dem Vektor  $GA$  und dem Strom jetzt fast  $90^\circ$  beträgt, unter der direkten Entgegenwirkung von Anker- und Magneterregung zustande. Ist also in Fig. 267 die Magneterregung bei rein induktiver Belastung gleich  $OF$  und die Ankerrückwirkung gleich  $EF$ , so ist die resultierende Erregung gleich  $OE$ , also die dabei induzierte elektromotorische Kraft gleich  $HE$ . Diese zerfällt in den inneren induktiven Abfall  $HJ$  und die Klemmen-spannung  $JE = GF$ .

Bei Kurzschluß beträgt nun die Phasenverschiebung ebenfalls fast  $90^\circ$ , d. h. Anker- und Magnetstrom wirken sich ebenfalls direkt entgegen. Für dieselbe Stromstärke ist also die Selbstinduktion durch die Ankerstreuung, sowie die Ankerrückwirkung ebenso groß wie bei induktiver Belastung. Ist also  $OC$  die Erregung für den betreffenden Kurzschlußstrom, so ist  $AC = EF = JG$  die Ankerrückwirkung und  $OA$  die resultierende Erregung bei Kurzschluß. Die dabei induzierte elektromotorische Kraft ist gleich  $BA$ . Da sie bei Kurzschluß faßt vollständig für den Spannungsverlust durch Ankerstreuung verbraucht wird, so ist  $BA = HJ$ . Da ferner  $OB$  nahezu eine Gerade ist, so ergibt sich zur Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung folgende einfache, von Potier angegebene Zeichnung, die sich im vorliegenden Falle auf die von Heyland bei 100 Ampere Ankerstrom gemessenen Werte bezieht. Dieser Ankerstrom ist bei dem ganzen Versuch der gleiche.

Wir zeichnen in einem fortlaufenden Linienzuge:

$OF = 150$  Ampere gleich der Magneterregung bei rein induktiver Belastung mit dem genannten Ankerstrom.

$FG = 2140$  Volt gleich der Klemmenspannung bei rein induktiver Belastung mit dem genannten Ankerstrom.

$GD = OC = 18$  Ampere gleich der Magneterregung für einen Kurzschlußstrom von der genannten Stärke.

$DH$  parallel dem anfänglichen geradlinigen Teil der Leerlaufkurve.

Dann ergibt sich die Summe aus Klemmenspannung und induktivem Spannungsabfall zu  $HE = 2320$  Volt. Demnach ist der induktive Spannungsabfall bei 100 Ampere:

$$L_s \omega \cdot I = HJ = 2320 - 2140 = 180 \text{ Volt,}$$

und die Ankerrückwirkung:

$$X_2 = JG = 10 \text{ Ampere.}$$

## 97. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalls.

Wir stellen uns die Aufgabe, bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine die für eine Klemmenspannung von 2200 Volt nötige Erregung vorauszubestimmen, und zwar:

1. bei  $\cos \varphi = 1$ ,
2. „  $\cos \varphi = 0,8$ ,
3. „  $\cos \varphi = 0$ .

Die Stromstärke sei in allen 3 Fällen 200 Ampere und der Ankerwiderstand  $R_a = 0,22$  Ohm. Wir wollen dann annehmen, daß in allen 3 Fällen nach der Belastung das Netz abgeschaltet wird, und wollen die

Spannungserhöhung ermitteln, die dadurch eintritt. Wir setzen also zunächst:

$$1. \cos \varphi = 1.$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch im Anker ist:

$$I \cdot R_a = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch außen ist in diesem Falle gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt. Die Summe der Ohmschen Spannungen in Fig. 268 ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Ankerstreuung ist bei 200 Ampere doppelt so groß wie bei 100 Ampere, also nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes gleich 360 Volt. Wir erhalten also in Fig. 268:

$$GA = 360 \text{ Volt.}$$

Die Summe aus den Vektoren  $GA$  und  $AB$  ist:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 360^2} = 2275.$$

Dazu gehört aus der Leerlaufcharakteristik in Fig. 267 eine resultierende Erregung:

$$X = HB = 134 \text{ Ampere.}$$

Andererseits ist nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes die Ankerrückwirkung bei 200 Ampere Ankerstrom:

$$X_2 = 20 \text{ Ampere.}$$

Durch geometrische Addition der Amperewindungen  $X$  und  $X_2$  in Fig. 268 erhalten wir:

$$X_1 = 138 \text{ Ampere.}$$

Der Einfachheit wegen ist der Vektor  $X$  dabei parallel mit  $GB$  aufgetragen, d. h. die Diagramme der Amperewindungen und Spannungen sind für zeitlich um  $90^\circ$  verschiedene Zustände gezeichnet.

Damit ist die erforderliche Magneterregung bei induktionsloser Belastung bestimmt, und wir können jetzt die Spannungserhöhung ermitteln, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 138 Ampere Erregung ergibt die Leerlaufcharakteristik eine Leerlaufspannung von 2300 Volt. Da die Klemmenspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von  $2300 - 2200 = 100$  Volt. Das sind  $4,55\%$  der Klemmenspannung, also ein sehr günstiger Wert.

Wir setzen nun:

$$2. \cos \varphi = 0,8.$$

Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 266:

$$\begin{aligned} IR_a &= 200 \cdot 0,22 \dots\dots\dots = 44, \\ I \cdot R_{\text{außen}} &= e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 \dots = 1760, \\ L \omega I_{\text{außen}} &= e \cdot \sin \varphi = 2200 \cdot 0,6 \dots = 1320, \\ L_s \omega \cdot I & \text{ (wie oben) } \dots\dots\dots = 360. \end{aligned}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen ist also  $1760 + 44 = 1804$  Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion  $1320 + 360 = 1680$  Volt. Der Vektor  $GB$  (Fig. 269) ist also:

$$GB = \sqrt{1804^2 + 1680^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Dazu gehört nach der Charakteristik in Fig. 267, wenn wir, wie auch im folgenden, extrapolieren, eine resultierende Erregung:

$$X = 162 \text{ Ampere.}$$

Dazu addieren wir in Fig. 269 geometrisch die Ankerrückwirkung  $X_2 = 20$  Ampere und erhalten eine Magneterregung:

$$X_1 = KB = 176 \text{ Ampere.}$$

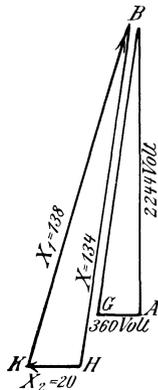


Fig. 268.  
bei  $\cos \varphi = 1$ .

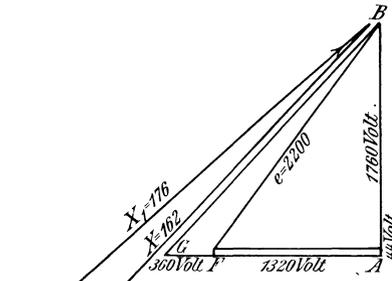


Fig. 269.  
Vorausbestimmung der Erregung  
bei  $\cos \varphi = 0,8$ .

Um also bei einem Leistungsfaktor 0,8 die Klemmenspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung auf 176 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlaufcharakteristik für 176 Ampere Erregung eine Spannung von 2530 Volt. Die Spannungserhöhung ist also  $2530 - 2200 = 330$  Volt oder  $15\%$  der Klemmenspannung.

Wir setzen endlich:

$$3. \cos \varphi = 0.$$

Bei rein induktiver Belastung ist die äußere Selbstinduktion gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt, und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist dann  $2200 + 360 = 2560$  Volt. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch von 44 Volt jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die elektromotorische Kraft ebenfalls gleich 2560 Volt. Dafür ergibt die Leerlaufcharakteristik eine resultierende Erregung:

$$X = 180 \text{ Ampere.}$$

Hierzu addiert sich jetzt fast algebraisch die Ankerrückwirkung von 20 Ampere, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 180 + 20 = 200 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufcharakteristik bis auf 2630 Volt, also um  $2630 - 2200 = 430$  Volt. Das sind  $19,5\%$  der Klemmenspannung, was als verhältnismäßig günstig zu bezeichnen ist.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die Berechnungen unseres Abschnittes nur für solche Maschinen zuverlässig sind, bei denen die Streuung der Feldmagnete klein ist. Für Maschinen mit großer primärer Streuung ist noch eine Berichtigung anzubringen, die im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

### 98. Berücksichtigung der primären Streuung.

Es scheint auf den ersten Blick, als ob der Einfluß der primären Streuung schon in der Leerlaufcharakteristik enthalten ist. Wenn man jedoch eine Maschine für eine bestimmte Belastung entwirft und dabei eine, die Streuung bereits berücksichtigende Leerlaufcharakteristik zugrunde legt, so erhält man trotzdem eine andere Erregung als sie sich nachher aus den Diagrammen ergibt.

Unsere Annahme, daß die resultierende Erregung und eine gleich große Leerlauferregung denselben Luftkraftfluß erzeugen, ist nämlich nicht streng richtig. Um das zu erkennen, betrachten wir zunächst zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen der gleiche Luftkraftfluß vorhanden ist. Um diesen Kraftfluß durch Luft, Zähne und Anker zu treiben, ist bei Leerlauf ein Druck  $X_a + X_z + X_l$  erforderlich. Dieser Druck liegt bei Leerlauf an den Polköpfen und treibt auch den Streufluß durch den Widerstand des Streufeldes der Erregerwicklung.

Bezeichnet nun bei Betrieb  $X_g = X_2 \cdot \sin \varphi_1$  die Komponente der Ankerrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, so muß an den Polköpfen ein magnetischer Druck  $X_a + X_z + X_l + X_g$  aufgewendet werden, um denselben Kraftlinienfluß, wie oben bei Leerlauf, durch den Luftspalt und den Anker zu treiben. Da dieser Druck auch am Streufeld liegt, so wächst der Streufluß um einen Betrag, der der Erregung  $X_g$  entspricht. Dadurch wird dann die Induktion und der magnetische Spannungsverbrauch  $X_m$  in den Magneten bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Die Magneterregung ist also bei Betrieb nicht bloß um den Betrag  $X_g$  zu erhöhen, sondern auch um den Betrag, um den der magnetische Druckverbrauch  $X_m$  gewachsen ist. Damit ist bewiesen, daß bei Betrieb zur Erzeugung einer bestimmten elektromotorischen Kraft die aus der Leerlaufcharakteristik entnommenen Amperewindungen nicht ausreichen.

Umgekehrt können wir sagen, daß bei gegebener Magneterregung die Streuung der Erregerwicklung in Verbindung mit der Ankerrückwirkung eine Vergrößerung des Spannungsabfalls zur Folge hat.

Zugleich geht aus unserer Beweisführung hervor, daß die Vergrößerung der primären Streuung bei solchen Maschinen ohne Bedeutung ist, bei denen der magnetische Druckverbrauch  $X_m$  überhaupt gering ist, bei denen also die Magnetkerne schwach gesättigt sind. Bei den neueren Maschinen ist aber die Sättigung der Magnete sehr hoch, damit die Spannung bei Belastungsänderungen möglichst wenig schwankt. Es kann dann nicht mehr ohne Einfluß sein, wenn sich in Folge der Ankerrückwirkung der Streufluß der Erregerwicklung erhöht und damit die Sättigung in den Magnetkernen übermäßig groß wird.

Um den Einfluß der Streuung genauer zu erkennen, betrachten wir einen Leerlaufzustand, bei dem der Kraftfluß in den Magneten der gleiche ist wie bei Betrieb. Wir setzen dabei voraus, daß die ganze Streuung an den Polecken auftritt, und daß der magnetische Widerstand des Ankers ohne Fehler zu dem Widerstand der Luft hinzugeschlagen werden kann. Es sei nun in Fig. 270:

$OC$  der Luftkraftfluß bei dem betrachteten Leerlaufzustand,

$OB$  der Luftkraftfluß bei Betrieb,

$OA = BC$  die Zunahme des Streuflusses bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf = Abnahme des Luftkraftflusses bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf.

Dann ist nach S. 181:

$CF$  die magnetomotorische Kraft zur Überwindung der Luftstrecke bei Leerlauf,

$BE$  die magnetomotorische Kraft zur Überwindung der Luftstrecke bei Betrieb,

$FG$  die zur Überwindung des Magneteisenweges erforderliche magnetomotorische Kraft, die wegen der Annahme des gleichen Magnetkraftflusses bei Betrieb und bei Leerlauf die gleiche ist.

Eine durch  $A$  gelegte Parallele zur Abszissenachse schneide den anfänglichen geradlinigen Teil der Magnetisierungskurve im Punkte  $O'$ . Dann ergibt sich leicht, da  $OA = BC$  ist, die resultierende Magneterregung, die bei Betrieb für Luft und Magnetkerne nötig ist, zu

$$X = BE + FG = O'H$$

und der Luftkraftfluß bei Betrieb zu

$$OB = HG.$$

Der Punkt  $O'$  bildet also den Anfangspunkt eines neuen Koordinatensystems, in welchem die Abszisse  $O'H$  die resultierende Magneterregung, d. h. den Wert  $X_1 - X_g$  darstellt, während die Ordinate  $GH$  den Luftkraftfluß bzw. die diesem Luftkraftfluß entsprechende Spannung angibt.

Nun ist die magnetomotorische Kraft am Streuweg bei Betrieb gleich  $BE + X_g$ , während sie bei Betrieb nur gleich  $CF$  ist. Die Differenz beider magnetomotorischer Kräfte ist der Differenz der Streuflüsse bei den beiden betrachteten Betriebszuständen proportional. Ist  $W_s$  der Widerstand des Streufeldes, so wird die Zunahme des Streuflusses:

$$OA = \frac{BE + X_g - CF}{W_s}.$$

Setzen wir nach Fig. 270  $CF - BE = AO'$ , so wird

$$OA = \frac{X_g - AO'}{W_s}.$$

Da andererseits die Gerade  $OF$  die Magnetisierungskurve für die Luftstrecke ist, so wird, wenn  $W$  den Widerstand der Luftstrecke bedeutet:

$$OA = \frac{AO'}{W}.$$

Wir setzen nun beide Werte von  $OA$  einander gleich, lösen für  $AO'$  auf und setzen  $W/W_s = \tau_1$ . Dadurch wird:

$$AO' = \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_g.$$

Dadurch läßt sich der Punkt  $O'$  zeichnen. Allerdings ist in der Größe  $X_g$  der Winkel  $\varphi_1$  aus Fig. 260 enthalten, der in den Fällen, in denen die Magnet-

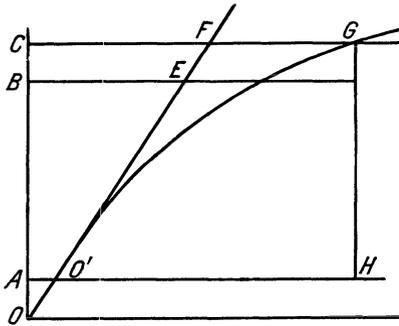


Fig. 270. Berücksichtigung der Magnetstreuung einer Wechselstrommaschine.

erregung im voraus bestimmt werden soll, noch nicht bekannt ist. Der Winkel wird sich jedoch ohne große Fehler schätzen und nötigenfalls korrigieren lassen. Man kann dann die Charakteristik mit dem Anfangspunkt  $O'$  zur Vorausberechnung der Magneterregung für einen beliebigen Betriebszustand benutzen.

Aus der Figur wird es nun wieder deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Charakteristik arbeiten, der Einfluß der primären Streuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von  $O$  nach  $O'$  ändert dann an der Charakteristik gar nichts.

Genau genommen ist der Einfluß der Streuung der Erregerwicklung schon in Fig. 267, wo es sich um die Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung handelte, zu berücksichtigen. Durch die Verlegung des Anfangspunktes des Koordinatensystems rückt der Punkt  $G$  in Richtung des geradlinigen Teils der Charakteristik nach  $K$ , d. h. er rückt, da im Falle des Abschnittes 97 die Phasenverschiebung  $90^\circ$  beträgt und  $X_g = X_2$  ist, um den noch unbekanntem Betrag  $X_2 \cdot \frac{\tau_1}{1 + \tau_1}$ , welcher der obigen Strecke  $AO'$  entspricht, in wagerechter Richtung nach rechts. Wenn

wir dann von  $K$  aus dieselbe Zeichnung ausführen, wie früher von  $G$  aus, so kommen wir, wie leicht einzusehen ist, auf den gleichen Punkt  $H$ , wie früher. Mit Berücksichtigung der Erregerstreuung ergibt dann  $HL$  den Spannungsverbrauch durch Ankerstreuung und  $LK$  die Ankerrückwirkung  $X_2$ .

Da der Punkt  $K$  um die Strecke  $\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_2$  nach rechts verschoben ist, so wird

$$LK = X_2 = JG + \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot X_2$$

oder

$$X_2 = (1 + \tau_1) \cdot JG.$$

Gleichzeitig ergibt sich die Ankerstreuung, die früher zu gleich  $HJ$  ermittelt war, genauer zu  $HL$ . Die Ankerrückwirkung ist also größer und die Ankerstreuung kleiner als früher berechnet wurde.



## Vierzehntes Kapitel.

99. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung. — 100. Die synchronisierende Kraft des Ankers. — 101. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen. — 102. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung. — 103. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen. — 104. Selbsttätige Spannungsregelung und Compounding von Wechselstrommaschinen.

### 99. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmenspannung.

Wir betrachten im folgenden eine konstant erregte Maschine, die zu mehreren andern Maschinen parallelgeschaltet ist. Dann ist die Klemmenspannung nicht mehr bloß eine Funktion unserer Maschine, sondern auch eine Funktion der andern parallelgeschalteten Maschinen. Sind nun diese besonders groß, so wirken Veränderungen an unserer Maschine fast gar nicht auf die Klemmenspannung  $e$  zurück, und wir können diese daher praktisch als unveränderlich betrachten.

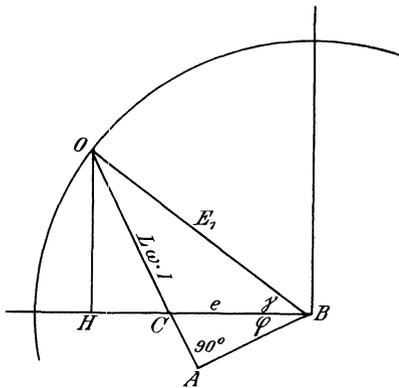


Fig. 271. Leistung einer Wechselstrommaschine in Abhängigkeit vom Winkel  $\gamma$  (ohne Berücksichtigung des inneren Widerstandes).

Wir machen ferner der Einfachheit wegen die Annahme, daß die Ankerrückwirkung mit der Streuinduktion des Ankers zusammengefaßt werden soll, so daß das grundlegende Diagramm in Fig. 252 auf S. 319 seine Gültigkeit behält. In diesem Diagramm ist dann der Vektor  $E_1$  die bei Leerlauf und Betrieb gleichmäßig

induzierte elektromotorische Kraft, die infolge der ungeänderten Erregung bei allen Betriebsverhältnissen als konstant anzusehen ist.

Wir betrachten der Einfachheit wegen zunächst eine Maschine, deren Ankerwiderstand verschwindend klein ist. Dann wird in Fig. 251 der Vektor  $CF$  gleich Null, und wir erhalten ein Spannungsdreieck, dessen Seiten durch die elektromotorische Kraft  $E_1 = OB$ , durch den induktiven Spannungsverlust  $L\omega \cdot I = OC$  und durch die Klemmenspannung  $CB$  gegeben sind. Der induktive Spannungsverlust schließt im Sinne des

Abschnittes 92 die Ankerrückwirkung mit ein. Dabei eilt der Vektor der elektromotorischen Kraft dem Vektor der Klemmenspannung um den Winkel  $\gamma$  voraus. Je nach der Größe dieses Winkels  $\gamma$  wird die Leistung unserer betrachteten Maschine verschieden sein. Wir lassen es vorläufig dahingestellt, wie diese Änderung der Leistung erreicht wird, stellen uns vielmehr zunächst die Aufgabe, die Leistung als Funktion des Winkels  $\gamma$  zu berechnen. Zu dem Zwecke lassen wir in Fig. 271 den Vektor  $CB$  der konstanten Klemmenspannung für alle Betriebszustände in die Abszissenachse fallen. Da die elektromotorische Kraft  $E_1 = OB$  konstant ist, so liegt der Punkt  $O$  auf einem Kreise um  $B$  mit dem Halbmesser  $E_1$ .

Bei den verschiedenen Betriebszuständen verschiebt sich nun allein der Punkt  $O$ , und zwar auf dem Kreise, während die Punkte  $C$  und  $B$  festliegen. Der Vektor  $OC$  ist stets der induktive Spannungsverlust  $L \omega I$ . Der Vektor  $AB$ , senkrecht auf  $OC$ , ist wie in Fig. 252 der äußere Ohmsche Spannungsverlust, d. h. der Winkel  $CBA$  ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Spannung und Stromstärke. Wenn wir von  $O$  aus eine Senkrechte auf die Abszissenachse fallen, so wird der Winkel  $COH$  gleich dem Winkel  $\varphi$ . Nun ist, da der Statorwiderstand gleich Null angenommen ist, die dem Generator zugeführte mechanische Leistung  $P_1$  gleich der abgegebenen elektrischen Leistung, also

$$P_1 = e \cdot I \cdot \cos \varphi = e \cdot \frac{OC}{L \omega} \cdot \cos COH.$$

$OC \cdot \cos COH$  ist nichts anderes als die Projektion von  $OC$  auf die Ordinatenachse. Diese Projektion  $OH$ , mit  $\frac{e}{L \omega}$  multipliziert, ergibt die vom Generator aufgenommene und abgegebene Leistung. Man erkennt leicht, daß die Leistung mit wachsendem Winkel  $\gamma$  wächst, bis schließlich  $\gamma = 90^\circ$  wird und dadurch der Punkt  $O$  in die Ordinatenachse fällt. In diesem Falle nimmt die Maschine den Höchstwert der mechanischen Energie auf, den sie überhaupt in elektrische Arbeit umzusetzen vermag.

Setzen wir nach Fig. 271  $OC \cdot \cos COH = E_1 \cdot \sin \gamma$ , und führen wir für  $\frac{E_1}{L \omega}$  den Kurzschlußstrom  $I_k$  ein, so wird

$$P_1 = e \cdot I_k \cdot \sin \gamma. \quad (51)$$

Ähnliche Verhältnisse erhalten wir unter Berücksichtigung des inneren Ohmschen Widerstandes. Nach Fig. 251 ist der gesamte innere Spannungsverlust  $OF$  die Resultierende aus dem Ohmschen Spannungsverlust  $CF = IR_a$  und dem induktiven Spannungsverlust  $OC = L \omega \cdot I$ . Dabei ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_a}{L \omega \cdot I}.$$

Setzen wir

$$z = \sqrt{R_a^2 + (L \omega)^2},$$

so wird:

$$OF = I \cdot z.$$

Der resultierende Spannungsverlust  $OF$  ist nun die bei den verschiedenen Belastungen veränderliche Seite eines Spannungsdreiecks, dessen beide andern Seiten durch die konstante elektromotorische Kraft  $OB = E_1$  und durch die konstante Klemmenspannung  $FB = e$  gegeben ist.

Zur Bestimmung der gesamten elektrischen Leistung  $P_1$  zeichnen wir — der Bequemlichkeit wegen — den Vektor der elektromotorischen Kraft  $OB = E_1$  für alle Betriebszustände so, daß er mit der Abszissenachse den obigen Winkel  $\alpha$  bildet (Fig. 272). Der Vektor der Klemmenspannung  $FB = e$  bleibt um den Winkel  $\gamma$ , dessen Größe bei

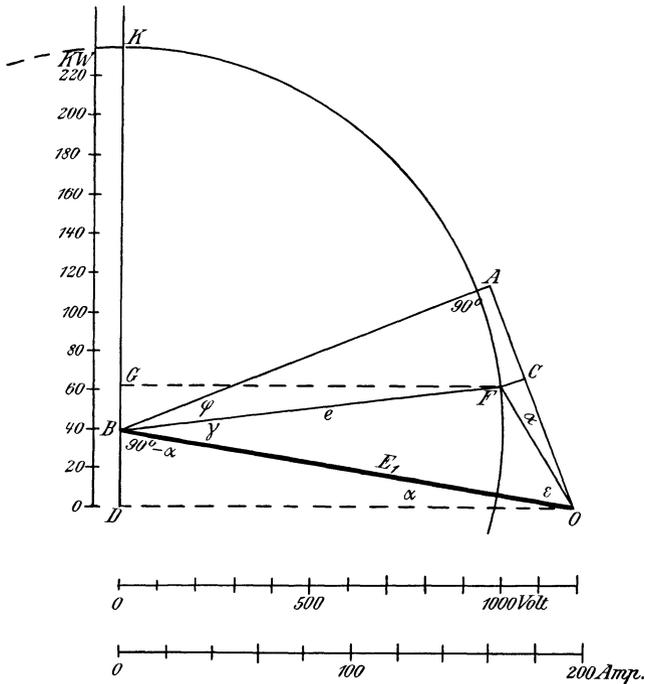


Fig. 272. Gesamtleistung, dargestellt durch die Projektion  $DG$ , abhängig vom Winkel  $\gamma$  (unter Berücksichtigung des inneren Widerstandes).

den verschiedenen Betriebszuständen, d. h. bei den verschiedenen Belastungen, verschieden ist, hinter der elektromotorischen Kraft zurück. Der Endpunkt  $F$  bewegt sich bei den verschiedenen Belastungen auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt  $B$  und dem Halbmesser  $BF = e$ .

Die gesamte elektrische Leistung ist nun nach Fig. 272:

$$P_1 = E_1 \cdot I \cdot \cos(\gamma + \varphi).$$

Nun ist  $\varepsilon + \alpha = 90^\circ - (\gamma + \varphi)$ . Die mechanisch zugeführte Leistung ist also mit Benutzung der obigen Gleichung für  $OF$ :

$$P_1 = E_1 \cdot \frac{OF}{z} \cdot \sin(\varepsilon + \alpha).$$

Dabei ist jetzt  $\frac{E_1}{z}$  gleich dem Kurzschlußstrom  $I_k$  und  $OF \cdot \sin(\varepsilon + \alpha)$  ist gleich der Projektion  $DG$  des Vektors  $OF$  auf die Ordinatenachse. Wir haben also diese Projektion  $DG$  nur mit dem Kurzschlußstrom  $I_k$  zu multiplizieren, um die gesamte elektrische Leistung zu erhalten.

Nun besteht  $DG$  aus dem konstanten Teil  $DB = E_1 \cdot \sin \alpha$  und dem veränderlichen Teil  $BG = e \cdot \sin(\gamma - \alpha)$ . Die gesamte elektrische Leistung ist also:

$$P_1 = \{e \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot \sin \alpha\} I_k. \quad (52)$$

Es ist leicht ersichtlich, daß die Projektion von  $OF$  auf die Ordinatenachse bei fest liegendem Vektor  $E_1$  um so größer wird, je größer der Winkel  $\gamma$  ist, d. h. eine Zunahme der Leistung bringt eine Zunahme des Winkels  $\gamma$  mit sich. Für  $\gamma = 90^\circ + \alpha$  wird die gesamte elektrische Leistung am größten, indem der Punkt  $F$  mit dem Punkt  $K$  zusammenfällt. Wir erhalten dann:

$$P_{1max} = (e + E_1 \cdot \sin \alpha) \cdot I_k.$$

Die Zeichnung in Fig. 272 ist für

$$E_1 = 1200, \quad e = 1000, \quad R_a = 1, \quad L \omega = 6$$

ausgeführt. Für  $I_k$  ergibt sich daraus der Wert:

$$I_k = \frac{E_1}{\sqrt{R_a^2 + (L \omega)^2}} = 197.$$

Durch entsprechende Änderung des Maßstabes läßt sich die Leistung unmittelbar an der Ordinatenachse ablesbar machen.

Wir bestimmen nun weiter die ans Netz abgegebene Nutzleistung  $P$ . Dabei legen wir jetzt der Bequemlichkeit wegen in Fig. 273 den Vektor  $FB$  der Klemmenspannung  $e$  für alle Betriebszustände so, daß er mit der Abszissenachse den Winkel  $\alpha$  bildet. Der Anfangspunkt  $O$  des Vektors der elektromotorischen Kraft  $E_1$  bewegt sich dann auf einem Kreise mit  $B$  als Mittelpunkt.  $OF$  ist wieder der gesamte innere Spannungsverlust, der mit dem Vektor des induktiven Spannungsverlustes den Winkel  $\alpha$  bildet.  $AB$  ist die gesamte Ohmsche Spannung und  $\varphi$  der äußere Phasenverschiebungswinkel. Die Nutzleistung  $P$  wird

$$P = e \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Wir setzen wieder für  $I$  den Wert  $\frac{OF}{z}$  und für  $z$  den Wert  $\frac{E_1}{I_k}$  und ziehen  $OG$  parallel zur Abszissenachse. Da  $\delta = \gamma + \alpha$  und  $\varepsilon + \alpha = 90^\circ - (\gamma + \varphi)$  ist, so wird  $\varepsilon + \delta = 90^\circ - \varphi$ . Demnach wird

$$P = e \frac{OF}{z} \cdot \cos \varphi = \frac{e}{E_1} \cdot OF \cdot I_k \cdot \sin(\varepsilon + \delta).$$

Wie früher ist  $OF \cdot \sin(\varepsilon + \delta)$  die Projektion des gesamten Spannungsverlustes auf die Ordinatenachse. Sie ergibt, mit  $\frac{e}{E_1} \cdot I_k$  multipliziert, die Nutzleistung  $P$ .

Die Projektion von  $OF$  auf die Ordinatenachse ist in unserm Falle die Differenz der veränderlichen Größe  $GB = E_1 \cdot \sin(\gamma + \alpha)$  und der konstanten Größe  $DB = e \cdot \sin \alpha$ . Demnach wird die Nutzleistung:

$$P = \left\{ e \cdot \sin(\gamma + \alpha) - \frac{e^2}{E_1} \cdot \sin \alpha \right\} \cdot I_k. \quad (53)$$

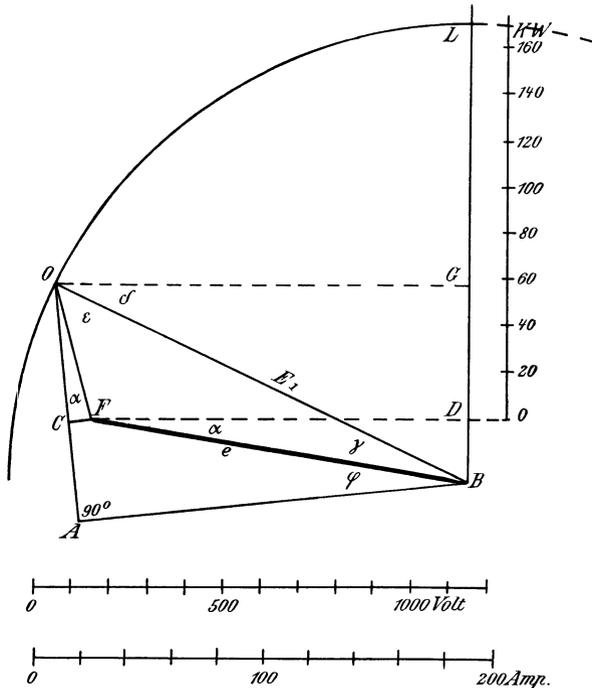


Fig. 273. Nutzleistung, dargestellt durch die Projektion  $GD$ , abhängig von Winkel  $\gamma$ .

Sie erreicht den Höchstwert für  $\gamma = 90^\circ - \alpha$ . In diesem Falle fällt der Punkt  $O$  mit dem Punkte  $L$  zusammen.

Durch entsprechende Änderung des Maßstabes läßt sich wieder die Leistung auf der Ordinatenachse ablesen. Die Zeichnung ist wieder für

$$E_1 = 1200, \quad e = 1000, \quad R_a = 1 \quad \text{und} \quad L\omega = 6$$

ausgeführt. Der Reduktionsfaktor für den Maßstab wird dadurch  $\frac{e}{E_1} \cdot I_k = 164$ .

In den Fig. 272 und 273 läßt sich auch die Stromstärke in einfacher Weise ablesen. Mit Benutzung der oben angegebenen Zahlenwerte ist nämlich:

$$I = \frac{OF}{z} = 0,164 \cdot OF,$$

wobei  $OF$  im Voltmaßstab zu messen ist. Durch entsprechende Änderung kann man die Stromstärke unmittelbar ablesbar machen. Der geänderte Maßstab ist unter der Figur angegeben.

Die Fig. 272 und 273 sind für ein und denselben Betriebszustand, nämlich für eine gesamte elektrische Leistung von 62 KW und eine Nutzleistung von 54,4 KW bei einer Stromstärke von 60 Ampere gezeichnet. Der Ohmsche Verlust beträgt dabei  $62 - 58,4 = 3,6$  KW. Der Deutlichkeit wegen sind Verhältnisse gewählt, bei denen der Verlust größer ist, als dem praktischen Betrieb entspricht.

Aus den Fig. 272 und 273 geht deutlich hervor, daß zu einer bestimmten Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung eine ganz bestimmte Gesamtleistung, Nutzleistung und Stromstärke gehört. Im normalen Betriebe arbeitet die Maschine mit kleiner Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung, damit der Verlust durch Joulesche Wärme gering wird und außerdem eine erhebliche Überlastungsfähigkeit vorhanden ist.

Die Vergrößerung der Leistung mit Zunahme der Voreilung der elektromotorischen Kraft vor der Klemmenspannung wird von besonderer Wichtigkeit für das Parallelarbeiten der Wechselstrommaschinen, das im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

### 100. Die synchronisierende Kraft des Ankers.

Um den Parallelbetrieb der Wechselstrommaschinen zu verstehen, betrachten wir mehrere parallelgeschaltete Maschinen von derselben Konstruktion, auf welche die gleiche Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Die Erregung soll ebenfalls bei allen Maschinen dieselbe sein. Dann verteilt sich der im äußeren Kreise verbrauchte Effekt gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach Fig. 272 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmenspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Klemmenspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die elektromotorische Kraft überall gleiche Phase hat, d. h. daß in einem gegebenen Augenblick der Ankerdraht einer einzelnen Maschine genau dieselbe relative Lage zu den Polen hat, wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht bloß eine gleiche Drehzahl, sondern auch ein Takthalten in der Phase gemeint.

Wir wollen nun vorläufig nicht untersuchen, wie diese Übereinstimmung erzielt ist. Wir wollen vielmehr zunächst fragen, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Drehzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dauernd aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Beim Parallelbetrieb sind ja, wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, die elektromotorischen Kräfte so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen an-

einander liegen. Die einzelnen elektromotorischen Kräfte sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also Wechselstrommaschinen parallelgeschaltet sind, so ist es nicht bloß nötig, daß in einem gegebenen Augenblick die Richtung der elektromotorischen Kräfte in allen Maschinen gleich ist, sondern daß ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß alle Maschinen mit absolut gleicher Drehzahl oder bei ungleicher Polzahl mit absolut gleicher Periodenzahl laufen.

Die absolute Übereinstimmung ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber parallelgeschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen absolut gleiche Periodenzahl und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Takt. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, daß eine einzelne Maschine infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Dampfmaschine vor den anderen Maschinen in einem bestimmten Zeitpunkt ein wenig vorausgeeilt ist. Diese mechanische oder räumliche Vorauseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft der einzelnen Maschine und dem Vektor der Klemmenspannung. Der letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  hat nun nach Fig. 272 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der gesamten erzeugten elektrischen Leistung  $P_1$  zur Folge.\*) Zur Erzeugung dieser vergrößerten Leistung reicht dann die gerade zugeführte mechanische Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den Anker in die normale Stellung gegenüber den Polen zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Fig. 272 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung  $P_1$  der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die zugeführte mechanische Leistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt dann den Anker der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu den Polen, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die Dynamomaschinen halten also die Dampfmaschinen in mathematisch genauem Takt.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Dynamomaschinen in dem Teil des in Fig. 272 gegebenen Diagramms arbeiten, wo eine Zunahme des Winkels  $\gamma$  eine wesentliche Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Dies ist auch für kleine Werte des Winkels  $\gamma$  der Fall. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung des Ankers

\*) Wir haben uns, da in Fig. 272 der Vektor  $E_1$  als festliegend gedacht ist, den Vektor der Klemmenspannung entgegen dem Uhrzeiger um  $B$  als Drehpunkt gedreht zu denken.

energisch ausgeglichen. Eine solche kräftige Wirkung ist um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist mit einer sehr erheblichen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wenn jedoch die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels  $\gamma$  eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Ja, ist der Höchstwert der Leistung erreicht, so hat das Voreilen der Dynamomaschine sogar eine Abnahme der Leistung zur Folge. Die Folge ist, daß jetzt die zugeführte mechanische Leistung über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter überwiegt, und daß die Maschine noch mehr beschleunigt wird. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze System ist gestört. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei sehr starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Voreilung bzw. durch das Zurückbleiben verursacht wird. In der Praxis spricht man dagegen in der Regel von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß der voreilende Generator zu viel und der zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Synchronisierungsstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine addiert und vom Strom der zurückbleibenden Maschine subtrahiert. Die voreilende wird gleichsam durch diesen Strom gebremst und die nacheilende beschleunigt, d. h. als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine kleine Verschiebung die Zunahme der Leistung möglichst groß wird, da nur unter dieser Bedingung die synchronisierende Kraft die erforderliche Stärke besitzt. Um also die Größe der synchronisierenden Kraft zu ermitteln, haben wir die Zunahme der Leistung bei der Verschiebung um eine elektrische Bogeneinheit, d. h. das Verhältnis der Zunahme der Leistung zur Zunahme des Winkels  $\gamma$  oder den Differentialquotienten  $\frac{dP_1}{d\gamma}$  zu berechnen. Allgemein war die erzeugte elektrische Leistung nach S. 341:

$$P_1 = e \cdot I_k \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot I_k \cdot \sin \alpha.$$

Daraus folgt:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = e \cdot I_k \cdot \cos(\gamma - \alpha). \quad (54)$$

Nun ist der Winkel  $\alpha$  sehr klein, da der Ohmsche Spannungsverlust gegenüber der gesamten Selbstinduktion des Ankers (einschließlich der Ankerrückwirkung) sehr gering ist. Außerdem ist auch der Winkel  $\gamma$  immer ziemlich klein, da die Selbstinduktion stets möglichst gering im

Verhältnis zur Klemmenspannung gehalten wird. Demnach wird in Gleichung (54)  $\cos(\gamma - \alpha)$  nahezu gleich Eins, d. h. wir erhalten die Zunahme der elektrischen Leistung bei einer Voreilung um eine elektrische Bogeneinheit zu:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = e \cdot I_k.$$

Wir können nun daraus die sogen. Direktionskraft, d. h. die Zunahme des Drehmomentes bei einer Voreilung um eine mechanische Bogeneinheit berechnen. Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, müssen wir die Leistung in Watt durch 9,81 und durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $2\pi \cdot \frac{\nu}{p}$  dividieren. Daraus ergibt sich zunächst die Zunahme des Drehmomentes bei Voreilung um eine elektrische Bogeneinheit zu:

$$\frac{dM_a}{d\gamma} = \frac{p \cdot e \cdot I_k}{2\pi \cdot \nu \cdot 9,81}.$$

Nun ist eine mechanische Bogeneinheit  $p$  mal so groß wie eine elektrische Bogeneinheit. Die Direktionskraft  $D$ , d. h. die Zunahme des Drehmomentes für eine mechanische Bogeneinheit wird also

$$D = \frac{p^2 \cdot e \cdot I_k}{2\pi \cdot \nu \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Gleichung (54) dient uns weiter dazu, den Einfluß der Selbstinduktion auf die synchronisierende Kraft zu erkennen. Wir fassen dabei den Augenblick des Einschaltens ins Auge, wo nach Abschnitt 101 die elektromotorische Kraft und die Klemmenspannung gleiche bzw. entgegengesetzte Phase haben, wo also der Winkel  $\gamma = 0$  ist. Setzen wir nämlich nach dem vorigen Abschnitt:

$$I_k = \frac{E_1}{\sqrt{R_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{R_a} \cdot \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{R_a} \cdot \sin \alpha,$$

so wird für  $\gamma = 0$  die synchronisierende Kraft:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{e \cdot E_1}{R_a} \cdot \sin \alpha \cdot \cos(-\alpha) = \frac{E_1 \cdot e \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot R_a}.$$

Dieser Ausdruck wird bei gegebenen Werten von  $E_1$ ,  $e$  und  $R_a$  am größten, wenn  $\alpha = 45^\circ$  ist, wenn also der induktive Spannungsverlust gleich dem geringen Ohmschen Spannungsverlust ist. Obgleich das praktisch nicht zu erreichen ist, so zeigt doch unsere Rechnung, daß die Selbstinduktion möglichst gering zu halten ist.

Auf der andern Seite ist für  $L\omega = 0$   $\alpha = 90^\circ$ , also  $\sin 2\alpha = 0$ . Da dann auch die synchronisierende Kraft gleich Null ist, so folgt, daß die Selbstinduktion nicht ganz und gar fehlen darf, und daß der synchrone Betrieb überhaupt erst durch sie möglich wird.

## 101. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen.

Das Hinzuschalten einer Wechselstrommaschine auf ein Netz mit gegebener Klemmenspannung gleicht in mancher Beziehung dem ähnlichen Vorgang bei einer Gleichstrommaschine. Soll eine Nebenschlußmaschine auf ein Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und verändert die Magnet-erregung, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen, und zwar muß die Drehzahl, soweit dies überhaupt praktisch möglich ist, der Periodenzahl des Netzes entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die elektromotorische Kraft der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmenspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man, wie bei der Gleichstrommaschine, sicher sein, daß wirklich die Klemme der Maschine, die augenblicklich positives Vorzeichen hat, an die augenblicklich positive Klemme des Netzes gelegt wird. Nur dann schaltet man wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Drehzahl bezw. in der Periodenzahl, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Parallelschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sog. Phasenlampen, durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Fig. 274). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Drehzahl und Spannung und schaltet bei der in Fig. 274 gezeichneten Anordnung den Ausschalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Druck und Gegendruck in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten, wie das aus den Vorzeichen der Klemmen in Fig. 274 hervorgeht. Diese Vorzeichen gelten natürlich nur für den gezeichneten Augenblick.

Man kann aber auch die in Fig. 275 angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. Im dem in Fig. 275 gezeichneten Augenblick hat die durch einen Ausschalterhebel zu verbindende Klemme der Maschine und des Netzes gerade dasselbe Vorzeichen. Das Netz und die Maschine sind also in bezug auf die beiden Phasenlampen hintereinander geschaltet, und die Lampen leuchten hell auf.

Die Erkennung des richtigen Zeitpunktes bietet praktisch keine Schwierigkeiten, wenn auch der Vorgang nicht ganz so glatt vonstatten

geht wie beim Gleichstrom, da weder die Drehzahl noch die Phase den genauen Wert besitzt. Aber eine solche Genauigkeit ist auch nicht erforderlich, da sofort nach dem Einschalten die synchronisierende Wirkung des Ankers in Tätigkeit tritt, die bald den vollen Synchronismus herstellt.

Wir haben dann, solange die Maschine noch unbelastet läuft, dieselben Verhältnisse wie beim Einschalten einer Gleichstrommaschine. Druck und Gegendruck von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke, sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die grundsätzliche Verschiedenheit des Betriebes von parallelgeschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst hervor, wenn wir nun dazu übergehen, die Art und Weise der Belastung darzulegen.

Wir betrachten zunächst eine leerlaufende Gleichstrommaschine und schalten sie auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Gleichstrommaschine, indem wir

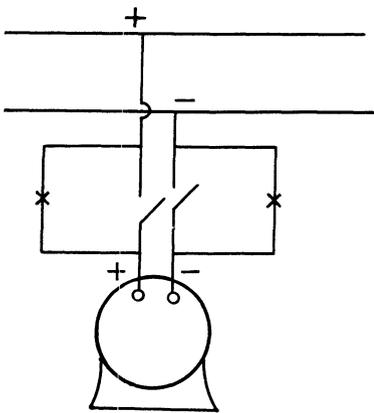


Fig. 274. Phasenlampen. Parallelschaltung beim Erlöschen der Lampen.

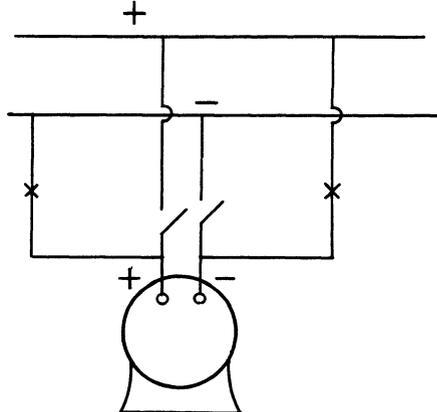


Fig. 275. Phasenlampen. Parallelschaltung beim Aufleuchten der Lampen.

die Erregung der Maschine und dadurch die elektromotorische Kraft verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:

$$I_a = \frac{E - e}{R_a}.$$

Mit der Ankerstromstärke unserer Maschine wird nun die gesamte elektrische Leistung  $E \cdot I_a$  größer. Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine Verzögerung ein, die ein Heruntergehen der Gewichte des Regulators bewirkt. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Energie zugeführt, und die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung ist wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung.

Da der Stromverbrauch im äußeren Netz in unserer Betrachtung der gleiche geblieben ist, so kann der Strom unserer einzelnen Maschine

nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist allerdings nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmenspannung sich um einen gewissen Betrag ändert, der aber so klein ist, daß er bei unserer Betrachtung keine weitere Rolle spielt.

Dabei ist zu beachten, daß die elektrische Leistung dauernd erhöht ist, daß demnach auch der Energieverbrauch dauernd größer ist als vorher. Die Regulatorgewichte stehen also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Drehzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Drehzahl so klein, daß sie für den praktischen Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen nun unser Ergebnis zusammen: Bei der Gleichstrommaschine wird die Belastung durch die Erregung verändert. Dabei wirkt die Dynamomaschine auf die Antriebsmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Drehzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Antriebsmaschine gibt das her, was die Dynamomaschine fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Wir setzen auch dabei voraus, daß eine kleine Maschine auf ein Netz geschaltet ist, das von mehreren großen Maschinen gespeist ist. Dann wird die Klemmenspannung und Drehzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflußt durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit konstanter Periodenzahl und konstanter Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die elektromotorische Kraft  $E_1$  unserer Maschine zu vergrößern. Wenn wir nun diese Verstärkung der Erregung ausführen, so erhalten wir zwar, wie wir erwarten, eine Erhöhung der Stromstärke, aber gegen unsere Erwartung keine Vergrößerung des Ausschlages des Wattmeters und vor allen Dingen keine Vergrößerung des Energieverbrauches. Wenn nun trotz der Erhöhung der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft  $E_1$  und dem Strom  $I$  größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung verändert werden kann. Denn die Wechselstrommaschine läuft entweder genau im Takt oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Antriebsmaschine noch genau im alten Takt weiter, und dabei stehen die Regulatorgewichte genau in der alten Stellung. Die Energiezufuhr ist also noch die gleiche wie früher und die Leistung bleibt dieselbe wie vorher. So z. B. leistet die Antriebsmaschine in dem Zeitpunkt nach dem Ein-

schalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine verändern.

Demnach kann eine Vergrößerung der Maschinenleistung nur durch mechanische Verstellung des Regulatorgewichtes erzielt werden. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regulator angebrachten und von der Schalttafel aus betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die Energiezufuhr bei der konstanten Drehzahl, die der Maschine durch die Periodenzahl des Netzes aufgezungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung der Dynamomaschine zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung ändern. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. die Dynamomaschine richtet ihre Leistung nach dem Effekt, der von der Antriebsmaschine auf sie übertragen wird.

Es fragt sich nur, wodurch die Dynamomaschine veranlaßt wird, ihre erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun von großem Interesse, daß eine Vermehrung der Energiezufuhr eine mechanische Voreilung der Maschine zur Folge hat, und daß dadurch der Vektor der elektromotorischen Kraft gegenüber der Klemmenspannung vorwärts geschoben wird. Dadurch wird die von der Dynamomaschine geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Dampfmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine bis zu einer gewissen Grenze beliebig vergrößern. Die Grenze ist dadurch gegeben, daß schließlich die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrom- und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Gleichstrommaschine wird vor dem Abschalten entlastet, indem man ihre Erregung schwächt und dadurch die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten stromlos gemacht, indem man durch Verstellung des Regulatorgewichtes die Energiezufuhr vermindert.

Es erhebt sich jetzt nur noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der selbsttätige Regulator der Antriebsmaschine hat, wenn doch die Drehzahl der Dynamomaschine und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja richtig, daß der Regulator einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß im ganzen System eine Änderung vor sich geht. Soll aber ein von der Willkür des Konsumenten abhängiger Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen Regulatoren an allen Maschinen vorhanden sein. Sie lassen dann bei allgemein etwas verminderter Periodenzahl überall mehr Dampf zuströmen. Natürlich läßt sich dann die verminderte





Dabei ist das Verhältnis  $\frac{E_1}{I_k}$  für alle Erregungen gleich der konstanten inneren Impedanz, und  $\sin \alpha$  ist ebenfalls konstant. Bei konstanter zugeführter Leistung  $P_1$  ist also die ganze rechte Seite der obigen Gleichung konstant, d. h. der Punkt  $E$  liegt auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt  $A$  auf der Abszissenachse liegt, und zwar ist:

$$OA = \frac{e}{2 \sin \alpha}.$$

Setzen wir in der Kreisgleichung  $x = 0$ , so wird:

$$y^2 = (OP)^2 = \frac{P_1 \cdot E_1}{I_k \cdot \sin \alpha}.$$

Dadurch ist der Schnittpunkt  $P$  des Kreises mit der Ordinatenachse gegeben, so daß sich der Kreis, der den geometrischen Ort des Punktes  $E$  darstellt, leicht zeichnen läßt.

Wenn der Kreis gezeichnet ist, ergibt sich zu einer gegebenen elektromotorischen Kraft  $E_1$  auf einfache Weise der zugehörige Wert von  $\gamma$ . Die Zeichnung ist für die schon früher gewählten Verhältnisse

$$e = 1000, \quad R_a = 1, \quad L \omega = 6$$

ausgeführt, und zwar ist angenommen, daß eine konstante Leistung  $P_1 = 100\,000$  Watt auf die Maschine übertragen wird. Es ist klar, daß für einen bestimmten Betriebszustand, nämlich für die früher gewählte elektromotorische Kraft  $E_1 = 1200$  Volt, unsere Zeichnung denselben Winkel  $\gamma$  ergibt, den wir in Fig. 272 für eine Leistung  $P_1 = 100\,000$  Watt finden. Dabei muß aber bemerkt werden, daß diese Leistung mit Rücksicht auf Deutlichkeit der Zeichnung unter den vorliegenden Verhältnissen mit Absicht zu hoch gewählt wurde, so daß der Wirkungsgrad und die Überlastungsfähigkeit geringer sind, als es den praktischen Verhältnissen entspricht.

Wir sehen nun sofort den Einfluß der Änderung der Erregung. Je mehr wir die Erregung, also die elektromotorische Kraft verringern, desto größer wird der Winkel  $\gamma$ , desto mehr rückt also der Punkt  $E$  nach unten. Das stimmt auch genau mit den mechanisch-räumlichen Verhältnissen überein, indem mit verkleinerter elektromotorischer Kraft im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung verbunden ist. Infolgedessen überwiegt für einen kleinen Augenblick die Leistung der Antriebsmaschine, und der Winkel  $\gamma$  wird so weit vergrößert, bis die elektrische Leistung wieder der zugeführten mechanischen Leistung das Gleichgewicht hält.

Schließlich jedoch wird bei großer Schwächung der Erregung der Winkel  $\gamma$  so groß, daß der Vektor der elektromotorischen Kraft  $E_1$  in Fig. 277 gleich  $OB$  ist. Dieser Vektor  $OB$  stellt die kleinste elektromotorische Kraft dar, bei der die Maschine die mechanische Leistung von

100 000 Watt noch verbraucht. Wir können auch umgekehrt sagen: Die Leistung von 100 000 Watt ist die größte, die bei der Erregung  $E_1 = OB$  auf die Maschine übertragen werden kann. Wird die Erregung noch mehr verringert oder die zugeführte Leistung bei der Erregung  $OB$  gesteigert, oder eilt die Maschine aus irgend einem Grunde noch weiter vor, so fällt sie aus dem Tritt. Auch hier wieder ergibt sich die Übereinstimmung mit dem Leistungsdiagramm auf S. 340, da das Außertrittfallen, wie früher, bei einem Verschiebungswinkel  $90^\circ + \alpha$  zwischen den Vektoren  $E_1$  und  $e$  stattfindet. Auch hier wieder zeigt es sich, daß die Maschinen nur dann sicher im Takt bleiben, wenn der Winkel  $\gamma$  nicht zu groß ist.

Von besonderem Interesse ist es nun wieder, zu wissen, wie die Maschine erregt werden muß, damit sie bei der gegebenen zugeführten Leistung mit dem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet. Der günstigste Wirkungsgrad wird erreicht, wenn von der zugeführten Leistung der geringste Betrag in Joulesche Wärme  $I^2 \cdot R_a$  umgesetzt wird, d. h. wenn bei gegebener Leistung die Stromstärke am kleinsten ist. Dies ist gleichbedeutend mit der Bedingung, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Nun haben wir in dem Vektor  $CE$  der Fig. 277 ein Maß für die Stromstärke, da das Dreieck  $OCE$  mit dem Dreieck  $BOF$  im grundlegenden Diagramm (Fig. 252) übereinstimmt. Der Wirkungsgrad wird also am größten, wenn der Vektor  $CE$  den kleinsten Wert hat, d. h. wenn er die Verlängerung von  $AC$  bildet und mit  $CD$  zusammenfällt. Die günstigste elektromotorische Kraft ist in unserem Falle  $OD = 1220$  Volt.

Für jede andere Erregung, für die der Punkt  $E$  oberhalb oder unterhalb des Punktes  $D$  liegt, wird der Wirkungsgrad geringer, weil die Stromstärke größer wird. Allerdings macht das gerade in der Nähe des Punktes  $D$  besonders wenig aus, da dort die Erregung in ziemlich weiten Grenzen geändert werden kann, ohne daß die Stromstärke sich wesentlich ändert.

Dies wird besonders deutlich, wenn wir die elektromotorische Kraft als Abszisse und die Stromstärke als Ordinate auftragen. Wir erhalten dann die sog.  $V$ -Kurve in Fig. 278. In dieser Figur sind als Abszissen unmittelbar die Werte  $OE$  und als Ordinaten die Werte  $CE$  aus Fig. 277 verwendet. Man sieht deutlich, daß die Stromstärke bei konstanter zugeführter Leistung für eine bestimmte Erregung einen niedrigsten Wert hat. Der linke Teil der Kurve entspricht der Untererregung, der rechte Teil der Übererregung.

In der Praxis trägt man statt der elektromotorischen Kraft die Erregung oder den Magnetstrom als Abszisse auf, wodurch sich der Verlauf der  $V$ -Kurve ein wenig ändert.

Aus Fig. 277 geht nun ohne weiteres hervor, daß eine Änderung der elektromotorischen Kraft  $OE$  die Stromstärke  $CE$  allgemein wenig beeinflusst, wenn der Kreis in Fig. 277 weit entfernt vom Punkte  $C$

liegt, d. h. wenn  $CD$  sehr groß ist. Ein großer Spannungsabfall im Anker, also eine große Selbstinduktion  $L \omega \cdot I$  macht demnach die Maschine gegen Änderungen der Erregung ziemlich unempfindlich. Die  $V$ -Kurve verläuft dann unten verhältnismäßig flach.

Dagegen liefern Maschinen mit geringem inneren Spannungsverlust  $L \omega \cdot I$  eine spitzere  $V$ -Kurve. Um eine solche zu zeichnen, müßten wir die ganze Zeichnung in Fig. 277 für dieselbe Leistung, aber für einen kleineren Wert von  $L \omega$  wiederholen. Wir können aber den Wert  $L \omega \cdot I$  auch dadurch erniedrigen, daß wir die Maschine, bei der alle sonstigen Größen unverändert bleiben, mit geringer Stromstärke arbeiten lassen, also z. B. nur etwa die halbe Leistung auf sie übertragen. Dann geht der Kreis in Fig. 277 etwa durch die Mitte von  $CD$ , und eine Änderung der Erregung beeinflußt dann die Stromstärke verhältnismäßig stark. Wir

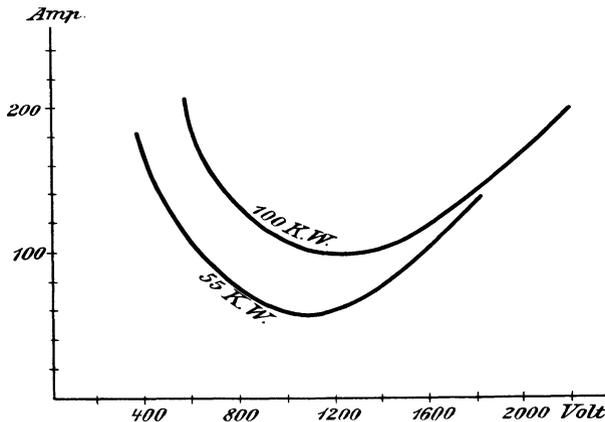


Fig. 278.  $V$ -Kurven zur Darstellung der Abhängigkeit der Stromstärke von der Erregung bei konstanter Leistung.

erhalten so die spitzere Kurve in Fig. 278. Wir kommen also zu dem Ergebnis: Maschinen mit geringer Selbstinduktion liefern eine spitzere  $V$ -Kurve als solche mit großer Selbstinduktion. Andererseits liefert eine und dieselbe Maschine bei geringer Belastung eine spitzere  $V$ -Kurve als bei großer Belastung. Eine spitze  $V$ -Kurve ist gleichbedeutend mit starker Änderung der Stromstärke bei Änderungen der Erregung.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den Leistungsfaktor für die von unserer Maschine an das Netz abgegebene Leistung zu bestimmen. Allgemein erhalten wir den Winkel  $\varphi$  zwischen Klemmenspannung und Stromstärke, wenn wir in Fig. 277 den Strahl  $EF$  so ziehen, daß er mit  $EC$  den auf S. 339 näher bestimmten Winkel  $\alpha$  bildet, und dann von  $O$  aus auf  $EF$  eine Senkrechte fallen. Wir erkennen dann leicht in dem Dreieck  $EOF$  die Fig. 252 auf S. 319 und erkennen in dem Winkel  $COF$  den gesuchten Winkel  $\varphi$ . Nun wird, wenn wir  $AK$  senkrecht auf  $e = OC$  ziehen, der Winkel  $OAK$  gleich dem Winkel  $\alpha$ , demnach:

$$OK = OA \cdot \sin \alpha = \frac{e}{2}.$$

Daraus folgt, daß das Dreieck  $OAC$  gleichschenkelig ist und der Strahl  $AC$  mit der Abszissenachse den Winkel  $2\alpha$  bildet. Demnach ist:

$$\varepsilon = 90^\circ + \alpha.$$

Ferner ist 
$$\varphi + \gamma = 90^\circ - (\alpha + \delta)$$

und 
$$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma + \delta.$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhalten wir:

$$\varphi = \beta.$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  ist also der Winkel, der durch die Vektoren  $CD$  und  $CE$  gebildet wird. Erregen wir die Maschine so, daß sie eine elektromotorische Kraft  $OD$  liefert, so ist der Winkel  $\beta$ , also auch der Winkel  $\varphi$  gleich Null. Die Maschine liefert in diesem Falle reinen Wattstrom ins Netz.

Es könnte nun scheinen, als ob es besonders gut wäre, die Maschine gerade so zu erregen, daß  $\cos \varphi$  gleich Eins wird und die Stromstärke sowie die Verluste bei gegebener Leistung am kleinsten werden. Man muß jedoch beachten, daß, wenn im äußeren Kreise infolge der dort vorhandenen Selbstinduktion eine Phasenverschiebung eintritt, die anderen Maschinen den erforderlichen wattlosen Strom allein liefern müssen. Man wird daher die Maschinen so erregen, daß sich die wattlosen Ströme gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, daß also die Phasenverschiebung in allen gleich ist.

Wenn wir unsere Maschine übermäßig stark erregen, so rückt der Punkt  $E$  nach oben, und wir erhalten eine große Phasenverschiebung des Stromes gegen die Klemmenspannung; die Maschine liefert dann vorwiegend wattlosen Strom ins Netz. Umgekehrt rückt der Punkt  $E$  nach unten, wenn wir die Maschine schwach erregen. Für eine solche untererregte Maschine wird der Winkel  $\beta$ , d. h. der Winkel  $\varphi$  negativ, und die Stromstärke eilt der Klemmenspannung voraus. Zugleich wird dabei die elektromotorische Kraft  $E_1$  scheinbar kleiner als die Klemmenspannung. Das ist z. B. der Fall, wenn die Maschine auf übererregte Synchronmotoren arbeitet, deren elektromotorische Gegenkraft größer als die elektromotorische Kraft des Generators ist. Die zwischen Motor und Generator liegende Netzspannung ist dann annähernd das Mittel zwischen beiden elektromotorischen Kräften, also größer als die elektromotorische Kraft des Generators. Auf das Unzulängliche dieser Anschauung ist übrigens schon auf S. 323 hingewiesen.

Das Diagramm ergibt deutlich den Zusammenhang zwischen den mechanischen und elektrischen Vorgängen, die durch eine Änderung der Erregung bewirkt werden.

### 103. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen.

Wenn eine Wechselstrommaschine von einer Dampfturbine oder Wasserturbine angetrieben wird, so läuft sie während jeder Umdrehung mit unveränderter Geschwindigkeit. Wird sie jedoch von einer Dampfmaschine oder einem Gasmotor angetrieben, so erleidet sie bei jeder Umdrehung periodische Voreilungen und Verzögerungen, die durch das ungleichmäßige Drehmoment der Antriebsmaschine bedingt sind. Liegt sie gleichzeitig parallel mit anderen Maschinen am Netz, so ist sie durch die gleichzeitig auftretende synchronisierende Kraft des Ankers ebenfalls periodisch wechselnden Antrieben ausgesetzt.

Um die dabei auftretenden Verhältnisse zu übersehen, betrachten wir

1. eine Maschine, die für sich allein auf das Netz arbeitet, und auf die irgendein periodisch wechselndes Drehmoment wirkt.

In Fig. 279 a mögen z. B. die Ordinaten der Kurve  $OGBD$ , von  $EH$  gemessen, das gesamte, auf die Maschine wirkende Drehmoment darstellen. Ist  $OE$  das mittlere Drehmoment, so geben uns die Ordinaten der Kurve  $OGB$ , von  $OD$  an gemessen, das zusätzliche Drehmoment an. Es ist angenommen, daß dieses eine Sinusfunktion der Zeit ist. Ist

$M_a$  das größte zusätzliche Drehmoment der Antriebsmaschine,

$m$  die auf den Umfang umgerechnete Masse des umlaufenden Teils im mechanischen Maß,

$r$  der Halbmesser in Metern,

$t_a$  die Zeit, in der sich das größte Antriebsmoment wiederholt,

$\epsilon_a$  der Bogen der größten Voreilung,

so ergibt sich die größte Beschleunigung in  $\text{m/sek}^2$  zu

$$a = \frac{M_a}{m \cdot r}.$$

Die Beschleunigung hat gleiche Phase mit dem zusätzlichen Drehmoment, erreicht also ihren Höchstwert gleichzeitig mit demselben, d. h. in Fig. 279 b im Zeitpunkte  $A$ .

Solange die Beschleunigung positiv ist, nimmt die Geschwindigkeit zu. Sie wächst also in dem Zeitraum von  $O$  bis  $B$  von ihrem niedrigsten Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt  $A$  geht sie durch ihren mittleren Wert hindurch, und von diesem Zeitpunkt an beginnt die zu-

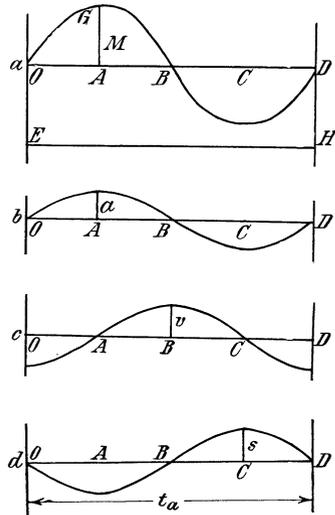


Fig. 279 a-d.  
Zusätzliches Drehmoment, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Voreilung in Abhängigkeit von der Zeit.

sätzliche Geschwindigkeit, die am größten im Zeitpunkt  $B$  wird (Fig. 279c). Der Höchstwert  $v$  der zusätzlichen Geschwindigkeit in m/sek berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung  $\frac{2}{\pi} \cdot a$  mal der Zeit  $AB = \frac{t_a}{4}$  zu:

$$v = \frac{2a}{\pi} \cdot \frac{t_a}{4}. \quad (b)$$

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der normalen Stellung zu. Sie wächst also im Zeitraum  $AC$  von ihrem niedrigsten (negativen) Wert auf ihren höchsten Wert. In Zeitpunkt  $B$  hat sie ihren Mittelwert Null. Der Höchstwert der Voreilung  $s$  in Metern ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit  $\frac{2}{\pi} \cdot v$  mit der Zeit  $BC = \frac{t_a}{4}$  multiplizieren, zu:

$$s = \frac{2}{\pi} \cdot v \cdot \frac{t_a}{4}. \quad (c)$$

Um den Bogen  $\varepsilon_a$  der größten Voreilung zu finden, haben wir mit dem Radius  $r$  zu dividieren. Mit Hilfe der Gleichungen (a), (b) und (c) erhalten wir dann den Bogen der größten Voreilung zu:

$$\varepsilon_a = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_a}{m \cdot r^2} \cdot t_a^2. \quad (d)$$

Man bezeichnet diese von der Antriebsmaschine allein bewirkte Voreilung als die anfängliche.

Es ist bemerkenswert, daß nach Fig. 279a und d der Zeitpunkt der größten Nacheilung zusammenfällt mit dem Zeitpunkt des größten zusätzlichen Drehmomentes.

2. Wir lassen jetzt unsere Maschine parallel mit anderen Maschinen auf das Netz arbeiten.

Es bezeichne dabei

$M_w$  das größte, durch die synchronisierende Kraft des Wechselstromes ausgeübte Drehmoment,

$M$  das größte resultierende Drehmoment,

$\varepsilon$  die Voreilung.

Wir wissen bereits, daß die Maschine sich bei Parallelbetrieb nach Abschnitt 100 beim Zurückbleiben entlastet und beim Voreilen bremst. Wir können das so auffassen, daß sie an das Netz eine gleichmäßige Leistung abgibt, daß sie aber gleichzeitig vom Netz eine Leistung zurückempfängt, die beim Zurückbleiben positiv, beim Voreilen negativ ist. Außer dem Überdruck  $M_a$  der Antriebsmaschine wirkt also noch der Synchronisierungsdruck  $M_w$  der Wechselstrommaschine, der seinen positiven Höchstwert  $M_w$  ebenfalls im Augenblick des größten Zurückbleibens hat. Die Zeitdauer, innerhalb deren er sich wiederholt, ist gleich der obigen Zeit  $t_a$ , da die Antriebsmaschine dem ganzen System ihren Takt aufzwingt. Wir können wieder annehmen, daß der Synchronisierungsdruck eine Sinusfunktion der Zeit ist.

Der Überdruck der Antriebsmaschine und der Synchronisierungsdruck der Wechselstrommaschine ergeben eine Resultierende, deren Höchstwert wir mit  $M$  bezeichnet haben. Diese tritt an die Stelle der Ordinate  $GA$  in Fig. 279 a, und wir erhalten beim Parallelbetrieb die größte Voreilung  $\varepsilon$  nach Gleichung (d) zu:

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M}{m \cdot r^2} \cdot t_a^2. \quad (e)$$

Da der Synchronisierungsdruck seinen positiven Höchstwert  $M_w$  in dem Augenblick der größten Nacheilung, also gleichzeitig mit dem Höchstwert der Resultierenden erreicht, so folgt, daß der Überdruck der Antriebsmaschine und der Wechselstrommaschine sich algebraisch zum Gesamtdruck addieren, d. h.

$$M = M_w \pm M_a.$$

Aus Gleichung (d) und (e) ergibt sich nun der Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der Voreilung bei Parallelbetrieb zu der bei Einzelbetrieb zu:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{M}{M_a} = \frac{M_w \pm M_a}{M_a}. \quad (f)$$

Um eine einfache Beziehung zwischen der größten Voreilung  $\varepsilon$  und dem größten Synchronisierungsdruck  $M_w$  zu finden, berücksichtigen wir, daß unsere Wechselstrommaschine, wenn ein gleichförmiges Drehmoment auf sie übertragen und sie durch irgend einen Zufall ein wenig aus dem Takt kommen würde, bei der gleichen Voreilung  $\varepsilon$  auch das gleiche Synchronisierungsmoment  $M_w$  ausüben würde. Ist  $t_w$  die dabei auftretende Eigenschwingungszeit, so wird nach Gleichung (d):

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{M_w}{m r^2} \cdot t_w^2. \quad (g)$$

Aus Gleichung (e) und (g) folgt dann:

$$\frac{t_w^2}{t_a^2} = \frac{M}{M_w}. \quad (h)$$

Diese Gleichung gestattet es, wie es weiter unten geschehen soll, in Gleichung (f) an Stelle des Drehmomentes die Schwingungszeiten einzuführen. Dabei berechnet sich die Eigenschwingungszeit nach Gleichung (g), indem für  $\frac{M_w}{\varepsilon}$  das Drehmoment für eine mechanische Bogeneinheit oder die sog. Direktionskraft  $D$ , die aus Abschnitt 100 zu berechnen ist, eingesetzt wird. Wir erhalten dann aus Gleichung (g) die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine zu:

$$t_w = 2\pi \sqrt{\frac{m r^2}{D}},$$

eine Gleichung, die auch als die Schwingungsdauer eines Pendels bekannt ist.

Wir unterscheiden nun drei Fälle:

1. Fall:  $t_w > t_a$ .

Der Fall, daß die Eigenschwingungszeit  $t_w$  größer ist als die Schwingungszeit  $t_a$  der Antriebsmaschine, ist bei Generatoren der gewöhnliche. Dann ist nach Gleichung (h)  $M$  größer als  $M_w$ , d. h.:

$$M = M_w + M_a.$$

Setzen wir diesen Wert von  $M$  in die Gleichungen (f) und (h) ein und eliminieren wir, nachdem auf den rechten Seiten ausdividiert ist, den Wert  $\frac{M_a}{M_w}$ , so erhalten wir den Vergrößerungsfaktor:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{1}{1 - \frac{t_a^2}{t_w^2}} \quad (i)$$

Ist z. B.:

$$\begin{array}{lll} m = 720, & r = 2,75, & p = 32, \\ \nu = 48,5, & e = 3000, & I_k = 670, \end{array}$$

so ergibt sich nach der Gleichung für die Direktionskraft auf S. 346  $D = 690\,000$ , also nach der obigen Gleichung für  $t_w$  die Eigenschwingungszeit:

$$t_w = 0,55.$$

Ist die Antriebsmaschine in diesem Falle eine Tandemmaschine mit der Drehzahl 85, also mit  $2 \cdot \frac{85}{60}$  Perioden in der Sekunde, so wird

$$t_a = \frac{1}{2 \cdot \frac{85}{60}} = 0,353.$$

Der Vergrößerungsfaktor wird dann nach Gleichung (i):

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = 1,7.$$

Der Vorgang vollzieht sich dann in der Weise, daß mit jedem Zyklus die Voreilungen immer größer werden, sich aber einem bestimmten endlichen Grenzwert nähern. Das dieser Voreilung entsprechende Synchronisierungsmoment genügt dann gerade, um in Verbindung mit dem zusätzlichen Drehmoment der Antriebsmaschine die betreffende Voreilung zu erzeugen.

2. Fall:  $t_w < t_a$ .

Nach Gleichung (h) ist dann  $M$  kleiner als  $M_w$ . Das bedeutet, daß jetzt im Augenblick der größten Nacheilung ausnahmsweise die Antriebsmaschine ihr geringstes Drehmoment ausübt, daß aber doch infolge der großen Synchronisierungskraft der Dynamomaschine eine Beschleunigung zustande kommt. Dann gilt die Gleichung:

$$M = M_w - M_a.$$

Ähnlich wie oben ergibt sich dann aus Gleichung (f) und (h) ein Vergrößerungsfaktor:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a} = \frac{1}{\frac{t_a^2}{t_w^2} - 1}. \quad (\text{k})$$

Der Fall, daß die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine kleiner als die der Antriebsmaschine ist, kommt bei Generatoren praktisch kaum vor, da er nach der Gleichung für  $t_w$  sehr geringe Schwungmassen voraussetzt. Der Fall wird aber bei Synchronmotoren und vor allem bei rotierenden Umformern von Bedeutung. Bei diesen tritt eine etwa periodische Änderung der Belastung an die Stelle der Ungleichförmigkeit der Antriebsmaschine.

3. Fall:  $t_w = t_a$ .

Wenn die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine gleich der Schwingungszeit der Antriebsmaschine ist, so wird der Vergrößerungsfaktor nach Gleichung (i) und (k) gleich unendlich. Es tritt dann vollständige Resonanz ein, die Voreilungen werden mit jeder Schwingung größer und die Maschine pendelt und fällt aus dem Tritt.

Um diese Gefahr auszuschließen, muß der Unterschied zwischen den beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden. Man erreicht dies bei Generatoren in der Regel durch Vergrößerung der Schwungmassen. Da in der Regel die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine schon größer ist, als die der Antriebsmaschine, so wird eine Vergrößerung der Schwungmassen in erster Linie dazu dienen, den Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten noch größer zu machen. Daß daneben auch die anfängliche Voreilung durch Vergrößerung der Schwungmassen abnimmt, ist ein weiterer, aber nebensächlicherer Vorteil.

Ist jedoch die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine von vornherein kleiner als die der Antriebsmaschine, so würde eine Vergrößerung der Schwungmassen die Schwingungszeiten einander nähern. In diesem Falle wird eine Verringerung der Schwungmassen zur Vermeidung der Resonanz von Vorteil sein.

Ein zweiter Weg, um den Parallelbetrieb günstiger zu gestalten, ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Generator und Sammelschiene. Dadurch wird der Kurzschlußstrom  $I_k$  kleiner, die Direktionskraft nach S. 346 geringer und die Eigenschwingungszeit nach der obigen Gleichung für  $t_w$  größer. Das ergibt nach Gleichung (i) eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors.

Von besonderer Wichtigkeit ist unter Umständen ein dritter Weg, nämlich die Dämpfung der Schwingungen durch Wirbelströme nach Leblanc. Man verwendet dabei massive Polschuhe, oder man legt in die Polköpfe in Richtung der Achse Kupferstäbe, die an den Stirnflächen miteinander verbunden sind. Beim Schwingen der Maschine erzeugen dann die vom Ankerstrom erzeugten Kraftlinien Ströme in den Polen, die nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung hindern. Eine solche Dämpfung empfiehlt sich besonders auch bei Synchronmotoren und

Einanker-Umformern. Sie hat zugleich den Vorteil, daß bei einer zufälligen Überlastung die augenblickliche Verzögerung nicht zu groß wird. Der Motor fällt dann nicht so leicht aus dem Tritt, indem die Dämpferwicklung wie die Kurzschlußwicklung eines Asynchronmotors arbeitet.

Aber gerade der Vergleich mit dem Asynchronmotor zeigt, daß die Dämpfung nicht unter allen Umständen zum Ziele führt. Es ist nämlich nicht etwa die Joulesche Wärme in der Dämpferwicklung, die bremsend wirkt, sondern die Maschine wird tatsächlich zu einer Asynchronmaschine, die zeitweise Leistung ans Netz abgibt und zeitweise empfängt. Der Höchstwert dieser Leistung und damit der Höchstwert des Dämpfungsmomentes  $M_a$  tritt in dem Augenblicke auf, wenn die Geschwindigkeit  $v$  am größten ist. Wir können diese Kraft proportional der Geschwindigkeit setzen. Da sie der Bewegung entgegenwirkt, so finden wir aus Fig. 279c,

daß sie im Zeitpunkt  $B$  einen negativen Höchstwert hat. Sie eilt also dem jetzt resultierenden Druck  $M$  und dem mit  $M$  phasengleichen synchronisierenden Druck um  $90^\circ$  vorauf. In Fig. 280 wird also:

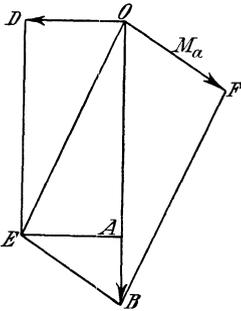


Fig. 280. Zusammensetzung der Antriebsmomente bei gedämpfter Maschine.

$OF = M_a$  das zusätzliche Drehmoment der Antriebsmaschine,

$OA$  das Synchronisierungsmoment bei Dämpfung,

$OD$  das durch die Dämpferwicklung ausgeübte Drehmoment,

$OB$  das resultierende Drehmoment.

Nun gilt Gleichung (h) in gleicher Weise für die ungedämpfte wie für die gedämpfte Maschine, da es bei Entwicklung dieser Gleichung ohne Belang ist, aus welchen Komponenten das resultierende Moment zustande kommt.

Demnach gilt die Beziehung:

$$\frac{t_w^2}{t_a^2} = \frac{OB}{OA} = \frac{M_w + M_a}{M_w}$$

oder

$$\frac{AB}{OA} = \frac{M_a}{M_w} \quad (1)$$

Dabei ist  $M_w$  das Synchronisierungsmoment der ungedämpften Maschine. Setzen wir für  $M_a$   $EB$  ein, und multiplizieren wir beide Seiten der letzten Gleichung mit  $OE : EB$ , so erhalten wir:

$$\frac{OE \cdot AB}{EB \cdot OA} = \frac{OE}{M_w}$$

Diese Gleichung läßt erkennen, ob durch die Dämpfung eine Vergrößerung oder Verringerung der Schwankungen der Netzleistung auftritt. Die bald positive, bald negative zusätzliche Netzleistung entspricht

bei gedämpfter Maschine der Summe aus zusätzlicher synchroner und asynchroner Leistung, d. h. dem Vektor  $OE$ , bei ungedämpfter Maschine dagegen dem Werte  $M_w$ . Nun nähert sich das Verhältnis  $OE:EB$  mehr der Einheit als das Verhältnis  $OA:AB$ . Daher entscheidet das Verhältnis  $OA:AB$ , ob wirklich durch die Dämpfung eine Verringerung der Netzschwankung auftritt. Die Dämpfung hilft, wenn  $AB$  kleiner ist als  $OA$ , d. h. wenn nach Gleichung (1) der Überdruck der Antriebsmaschine kleiner ist als der Synchronisierungsdruck ohne Dämpfung, d. h. wenn:

$$M_a < M_w \text{ oder } \frac{M_a + M_w}{M_a} > 2.$$

Demnach hilft die Dämpfung, wenn der Vergrößerungsfaktor der ungedämpften Maschine nach Gleichung (f) größer ist als 2, d. h. bei Maschinen, die an sich schon in bezug auf das Parallelarbeiten ungünstig gestellt sind. Dies kann ebensowohl der Fall sein beim Antrieb durch Gasmaschinen, wie wenn bei Dampfmaschinen mit mehr als zwei Antrieben pro Umdrehung wegen des an sich bereits sehr gleichförmigen Ganges nur geringe Schwungmassen vorgesehen werden. Auch bei Einankerumformern oder Synchronmotoren wird oft mit Erfolg eine Dämpferwicklung vorgesehen.

#### 104. Selbsttätige Spannungsregelung und Compoundierung.

Mit Erfolg ist die selbsttätige Spannungsregulierung in neuerer Zeit durch Schnellregler durchgeführt worden. Von diesen soll im folgen-

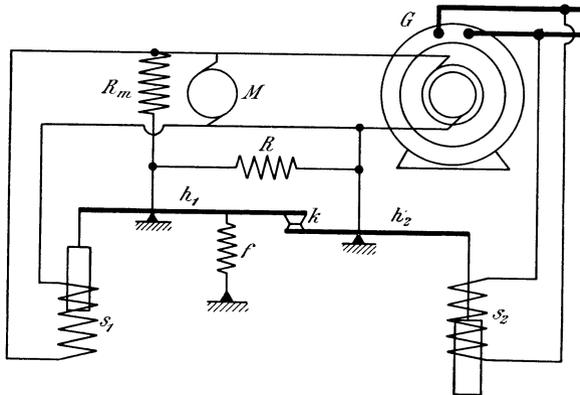


Fig. 281. Schaltung des Tirrilreglers.

den der Tirrilregler beschrieben werden. Die Schaltung ist unter Weglassung der für das Verständnis unwichtigen Nebenteile in Fig. 281 gegeben. Dem Polrad der Wechselstrom- oder Drehstrommaschine  $G$ , von der das Netz gespeist wird, wird mit Hilfe von Schleifringen der Erregerstrom zugeführt. Dieser Strom wird von der Maschine  $M$  geliefert, deren

Magnetwicklung  $R_m$  unter Zwischenschaltung des Widerstandes  $R$  an den Anker der Erregermaschine angeschlossen ist. Der Widerstand  $R$  wird durch den Kontakt  $k$  periodisch kurz geschlossen, so daß die Stärke der Magneterregung dauernd pulsiert. Auf den Doppelhebel  $h_1$  wirkt die Feder  $f$  im Sinne des Uhrzeigers, während die magnetische Wirkung, die von der Spule  $s_1$  auf einen Eisenkern ausgeübt wird, den Hebel entgegengesetzt dem Uhrzeiger zu drehen sucht. Die Spule  $s_1$  ist an die Klemmen der Erregermaschine  $M$  angeschlossen. Auf den Hebel  $h_2$  wirkt die Kraft der Spule  $s_2$ , die einen Eisenkern nach oben zu ziehen sucht, entgegen dem Uhrzeiger, während das Gewicht des Eisenkernes im entgegengesetzten Sinne wirkt. Die Spule  $s_2$  ist an die Netzspannung angeschlossen. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei normaler Netzspannung das Gewicht des Eisenkernes in jeder Lage durch die Kraft der Spule  $s_2$  ausgeglichen wird. Der Hebel  $h_1$  wirkt wie der Hammer des auf S. 92 beschriebenen Induktionsapparates.

Sobald nun z. B. aus irgend einem Grunde die Netzspannung sinkt, so überwiegt beim Hebel  $h_2$  die Kraft, die durch das Kerngewicht gegeben ist, und der Hebel  $h_2$  dreht sich ein wenig im Sinne des Uhrzeigers. Dadurch werden die beiden Kontakte des Hebels  $k$ , die sich bei normalem Wert der Netzspannung dauernd periodisch öffnen und schließen, einmalig verhältnismäßig lange geschlossen. Der Magnetstrom der Erregermaschine, dessen zusätzlicher Widerstand  $R$  jetzt für einen längeren Zeitraum kurz geschlossen wird, wächst dabei auf einen Betrag an, der höher ist, als der Maximalwert bei den früheren Pulsationen.

Zugleich wird durch die Verschiebung des Berührungspunktes der Kontakte  $k$  nach oben die Feder  $f$  stärker gespannt, so daß zur Unterbrechung der Kontakte eine größere Kraft erforderlich ist wie früher. Die Stromstärke, bei welcher die Spule  $s_1$  den Eisenkern in sich hineinzieht, ist also gegen früher größer geworden, so daß die periodische Unterbrechung der Kontakte jetzt bei einer höheren mittleren Spannung der Erregermaschine erfolgt. Wir kommen also zu dem Ergebnis: Die Verschiebung des Berührungspunktes der Kontakte  $k$  nach oben bewirkt zunächst infolge der längeren Berührung ein einmaliges Anwachsen der Spannung der Erregermaschine, sie erzwingt aber wegen der stärkeren Spannung der Feder eine dauernde Erhöhung der mittleren Stromstärke der Spule  $s_1$ , d. h. der mittleren Spannung der Erregermaschine. Dadurch wird dann die Netzspannung wieder auf ihren normalen Wert gebracht. Da, wie oben ausgeführt, bei normaler Netzspannung das Gewicht des Eisenkernes in jeder Lage durch die Kraft der Spule  $s_2$  ausbalanciert wird, so bleibt die mittlere Stellung des Kontaktes  $k$ , nachdem die Netzspannung auf den normalen Betrag gebracht ist, in der neuen Lage.

Die Vorgänge werden noch deutlicher, wenn wir die Zeit als Abszisse und den Magnetstrom der Erregermaschine als Ordinate auftragen

(Fig. 282).\*) Der Magnetstrom sei bei dauernd offenem Kontakt  $k$  gleich  $OA$  und bei dauernd geschlossenem Kontakt gleich  $OB$ . Dann nimmt der Strom beim Kurzschließen entsprechend der Kurve  $c_1$  zu und beim Einschalten des Widerstandes nach der Kurve  $c_2$  ab. Die Kurven  $c_1$  und  $c_2$  verlaufen ähnlich wie die Kurven in Fig. 67 a und b. Bei einem bestimmten Betriebszustand seien nun die periodischen Schwankungen des Stromes durch die mittlere Zickzacklinie gegeben, die sich aus den in gleicher Höhe befindlichen Teilen der Kurven  $c_1$  und  $c_2$  zusammensetzt.

Sinkt nun z. B. die Netzspannung, so wird, wie oben gezeigt wurde, zunächst durch die einmalige längere Berührung der Kontakte  $k$  die Stromstärke auf einen höheren Betrag anwachsen, d. h. die Zickzacklinie verschiebt sich nach oben. Umgekehrt verschiebt sie sich beim Anwachsen der Netzspannung nach unten. Die einzelnen Teile der Kurven

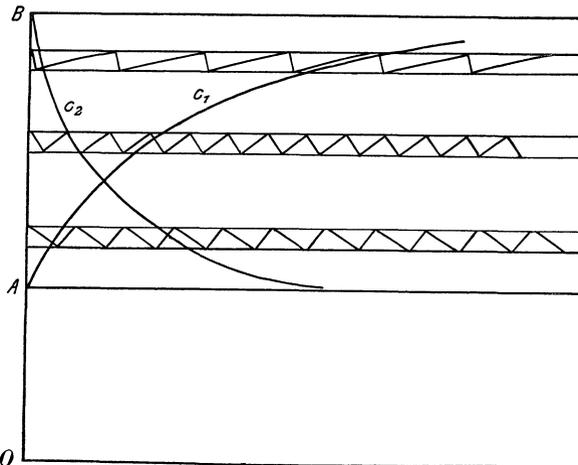


Fig. 282. Zeitlicher Verlauf des Erregerstromes unter Verwendung eines Tirrilreglers, bei drei verschiedenen Netzspannungen.

entsprechen wieder den gleich hohen Teilen der Kurven  $c_1$  und  $c_2$ .

Aus Fig. 282 geht zugleich hervor, daß die Schwingungszahlen der Kontakte  $k$  bei einer, etwa der mittleren Zickzacklinie entsprechenden Erregung am größten sind, und bei schwacher und starker Erregung abnehmen. Daraus wird deutlich, daß die Stärke der Erregung nicht etwa eindeutig durch die Schwingungszahl gegeben ist.

Ferner ergibt sich aus der unteren Zickzacklinie die Tatsache, daß bei geringer Erregung die Zeit, in welcher der Strom anwächst, kleiner ist als die Zeit, in welcher der Strom abfällt. Umgekehrt überwiegt bei starker Erregung die Zeit des Anwachsens über die Zeit des Abfallens. Es scheint jedoch nach den obigen Ableitungen, als ob diese Erscheinung

\*) Vergl. Natalis, Die selbsttätige Regulierung der elektrischen Generatoren. Braunschweig 1908.

nicht eine Ursache, sondern eine Folge der Änderungen des Magnetstromes der Erregermaschine ist.

Wir gehen nun zur Besprechung eines Verfahrens über, durch welches die Änderung des vom Generator gelieferten Stromes zur Änderung der Erregung benutzt wird (Compoundierung). Bei diesem Verfahren wird der Netzstrom durch die Primärwicklung eines Reihentransformators geleitet, dessen Sekundärwicklung durch Schleifringe an den Anker der mit dem Generator gekuppelten Erregermaschine angeschlossen ist (Fig. 283). Die Erregermaschine ist also gleichzeitig eine zweite Wechselstrommaschine. Abgesehen vom Übersetzungsverhältnis wirkt der Reihentransformator genau so, als ob wir die zweite Wechselstrommaschine und den Hauptgenerator hintereinander oder gegeneinander geschaltet hätten.

Die Phasenverschiebung zwischen den elektromotorischen Kräften der beiden Maschinen hängt bei feststehendem Polgehäuse der Erreger-

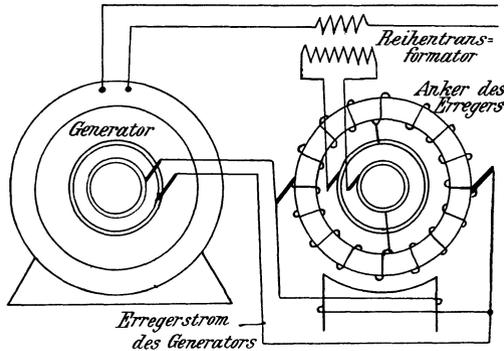


Fig. 283. Compoundierung der Erregermaschine.

maschine davon ab, an welchen Stellen die Ankerwicklung der Erregermaschine mit den Schleifringen verbunden ist. Wenn das Polgehäuse der Erregermaschine durch Drehung verstellt werden kann, so kann die Phasenverschiebung willkürlich gewählt werden.

Um die Wirkungsweise deutlich zu machen, denken wir uns beide Maschinen ohne Reihentransformator unmittelbar hintereinander geschaltet. Der Ohmsche Spannungsverlust beider Maschinen werde vernachlässigt. Der Vektor des Netzstromes falle in Fig. 284 in die Ordinatenachse, und der Vektor  $E_1$  stelle die Leerlaufspannung der Hauptmaschine dar. Dann ist  $OB = e_1$  die Klemmenspannung und  $BC$  der induktive Spannungsverlust der Hauptmaschine.

Die von der Magneterregung allein herrührende elektromotorische Kraft der zweiten Maschine sei nach Größe und Phase durch den Vektor  $E_2 = OF$  gegeben. Ihre Phase ist absichtlich so gewählt, daß der Vektor  $E_2$  dem Vektor des Stromes entgegengesetzt ist, so daß die Maschine als Motor läuft (vergl. Abschnitt 106).

Die vom Ankerstrom herrührende elektromotorische Kraft der Selbstinduktion  $E_{s_2}$  in der zweiten Maschine bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Strome

zurück. Sie sei durch den Vektor  $OD$  gegeben. Dann ist  $OE$  die gesamte elektromotorische Kraft der zweiten Maschine.

Ziehen wir also  $AB$  gleich und entgegengesetzt  $OE$ , so wird von der Klemmenspannung  $OB$  der ersten Maschine der Betrag  $AB = e_2$  verbraucht, um die entgegengesetzte elektromotorische Kraft  $OE$  zu überwinden. Der Rest  $OA$  ist dann die Klemmenspannung  $e$  des Netzes.

Sobald nun die Stromstärke im Netz zunimmt, wächst auch der Vektor  $OD$  und dadurch die resultierende elektromotorische Kraft  $OE$ . Da diese ein Maß ist für den Kraftfluß, der den Anker der Erregermaschine durchsetzt, so wächst zugleich auch die Gleichstromspannung an den Bürsten der Erregermaschine, d. h. der Magnetstrom der Hauptmaschine. Wir können uns die Sache also so vorstellen, daß der in die Erregermaschine geleitete Wechselstrom die Magnetregung dieser Maschine unterstützt (vergl. S. 327).

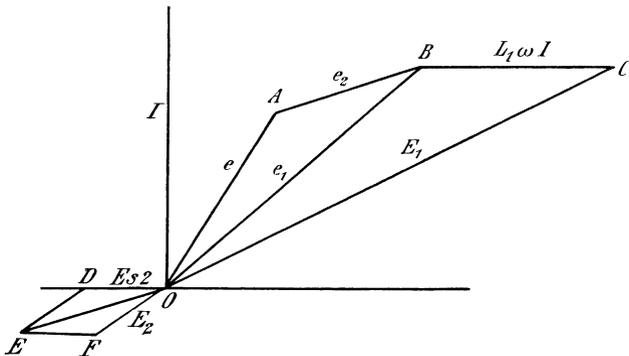


Fig. 284. Vektordiagramm für Compoundierung einer Erregermaschine.

Es ist nicht unbedingt nötig, daß der Vektor  $E_2$  unterhalb der Ordinatenachse liegt, d. h. daß die Erregermaschine als Wechselstrommotor läuft. Man hat aber bei dieser Anordnung den Vorteil, daß, wenn sich mit zunehmender Phasenverschiebung im Netz der Vektor  $E_1$  und damit auch der Vektor  $E_2$  im Sinne des Uhrzeigers gegenüber dem festliegend gedachten Stromvektor verschieben, die Vektoren  $OF$  und  $OD$  sich unter einem spitzeren Winkel addieren und dadurch die Compoundierung kräftiger wird.

Die Zeichnung in Fig. 284 gilt für eine Einphasenmaschine. Bei einer Dreiphasenmaschine ist die magnetisierende Wirkung des Wechselstromes im Anker des Erregers noch viel vollkommener. Wie sich in Abschnitt 135 ergeben wird, ergibt ein dreiphasiger Wechselstrom, der einem ruhenden Gleichstromanker zugeführt wird, ein Drehfeld, d. h. er ergibt in einem Anker, der mit synchroner Geschwindigkeit entgegengesetzt der Richtung des Drehfeldes rotiert, ein feststehendes Feld, das sich mehr oder weniger zum Magnetfeld des Erregers addiert.

## Fünftezehntes Kapitel.

105. Synchronmotoren. — 106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung. — 107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung.

### 105. Synchronmotoren.

Wir unterscheiden bei den mit Wechselstrom betriebenen Motoren die Synchronmotoren, die bei Leerlauf und Betrieb mit genau derselben Drehzahl laufen, die Asynchron- oder Induktionsmotoren, deren Drehzahl mit der Belastung etwas abnimmt, und die Kommutatormotoren. Zu den Asynchronmotoren gehört auch der gewöhnliche Drehstrommotor.

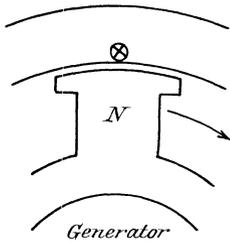


Fig. 285. Stromrichtung eines Generators, abhängig vom Feld und Drehrichtung.

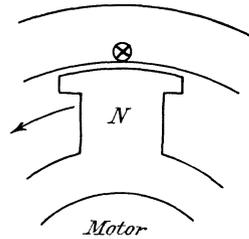


Fig. 286. Drehrichtung eines Motors, abhängig vom Strom und Feld.

Die Synchronmotoren können für ein- oder mehrphasigen Strom gebaut sein. Sie sind nichts anderes als eine Umkehrung der gewöhnlichen Wechselstromgeneratoren, so daß jede Wechselstrommaschine ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzt werden kann. Wenn wir den Nordpol des in Fig. 285 angedeuteten Wechselstromgenerators im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom induziert, der von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment mechanisch zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Fig. 286 gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht in einem bald darauffolgenden Augenblick statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Die Drehzahl des Polrades muß also genau mit der Periodenzahl des Netzes übereinstimmen. Ist  $p$

die Zahl der Polpaare des Motors,  $n/60$  seine Drehzahl in der Sekunde und  $\nu$  die Periodenzahl des Netzes, so muß die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Der Synchronmotor muß also vor dem Einschalten mechanisch auf Synchronismus gebracht werden. Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, so treibt man zu dem Zwecke die mit dem Motor unmittelbar gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor an. Synchronmotoren, die mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Die Notwendigkeit, den Synchronmotor vor dem Einschalten auf Synchronismus zu bringen, schließt seine Verwendung in vielen Fällen aus.

Das Einschalten des synchron laufenden Motors vollzieht sich genau wie das Parallelschalten einer Wechselstrommaschine. Um das zu veranschaulichen, nehmen wir an, es sei noch ganz unentschieden, ob die aufs Netz zu schaltende Maschine als Generator oder als Motor arbeiten soll. Gerade wenn die Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, können wir auch praktisch diese Annahme rechtfertigen. Wir haben es ja in der Hand, die Gleichstrommaschine auf eine Akkumulatorenbatterie zu schalten und sie ohne umständliche Veränderungen als Generator oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir die Gleichstrommaschine so stark erregen, daß ihre elektromotorische Kraft über die der Batterie überwiegt, so wird die Batterie geladen und die Gleichstrommaschine arbeitet als Generator. Wenn wir die Gleichstrommaschine dagegen schwächer erregen, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Batterie und treibt die Gleichstrommaschine als Motor an.

Wir bringen also, wie es im Abschnitt 101 besprochen wurde, die auf das Netz zu schaltende Wechselstrommaschine durch die zuerst als Motor laufende Gleichstrommaschine auf die richtige Drehzahl. Dann verändern wir ihren Magnetstrom, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. In dem Augenblick, in welchem Maschinenspannung und Netzspannung sich genau entgegenwirken, schalten wir ein. Dann sind Druck und Gegendruck einander noch gleich, und die Stromstärke ist, wenn wir von nebensächlichen Einflüssen absehen, gleich Null. Jedenfalls ist die von der Maschine aufgenommene oder abgegebene elektrische Arbeit noch Null, weil bei der betreffenden Drehzahl die Leistung der Antriebsmaschine nur gerade genügt, um die Leerlaufverluste zu decken.

Unsere Wechselstrommaschine wird nun dadurch zum Generator, daß wir die zugeführte Leistung erhöhen. Wir schwächen dazu in dem vorliegenden Falle den Kraftfluß der unmittelbar gekuppelten Gleichstrommaschine, die jetzt als Motor arbeitet und von der Batterie gespeist wird.

Für gewöhnlich hat eine solche Schwächung des Magnetstromes beim Nebenschlußmotor eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Drehzahl unserer Doppelmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Wechselstromnetzes gegeben. Bei dieser konstanten Drehzahl bewirkt eine Feldschwächung des Gleichstrommotors eine Verringerung seiner elektromotorischen Kraft. Nach der Gleichung  $I_a = \frac{e - E}{R_a}$  wächst dadurch die Stromstärke erheblich an, und der Anker wird beschleunigt. Der Anker der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche relative Lage zu den Polen, daß nach Abschnitt 99 die erzeugte elektrische Leistung des Wechselstromes vergrößert wird. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung der Gleichstromseite das Gleichgewicht. Durch die mechanisch bewirkte Voreilung wird also die Wechselstrommaschine zum Generator.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom unserer Gleichstrommaschine, statt ihn abzuschwächen. Bei der konstanten, durch die Wechselstromseite gegebenen Drehzahl hat eine Verstärkung des Kraftflusses der Gleichstrommaschine eine Erhöhung ihrer elektromotorischen Kraft zur Folge. Diese wird dadurch größer als die Klemmenspannung oder als die elektromotorische Kraft der Batterie, so daß die Maschine Strom in die Batterie liefert und sie ladet. Die Gleichstrommaschine ist also zum Generator geworden, und die Wechselstrommaschine arbeitet als Motor.

Während der obigen Vorgänge ist also die von der Batterie an die Maschinen abgegebene elektrische Leistung erst positiv, dann Null und endlich negativ. Dabei tritt notwendig eine mechanische Verzögerung der beiden Maschinen ein. Durch diese Verzögerung oder Nacheilung kommt der Wechselstromanker in eine derartige relative Lage zu den Polen, daß das Drehmoment für die auf der Gleichstromseite geforderte Leistung genügt. Durch die Verzögerung oder Nacheilung wird also die Maschine zum Motor. Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, diese Erscheinungen durch das Vektordiagramm noch deutlicher zu machen.

### 106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmenspannung.

Das Vektordiagramm für den Wechselstrommotor (Fig. 287) ist ganz ähnlich dem für die Wechselstrommaschine. Nur haben wir zu beachten, daß die elektromotorische Kraft  $E_1$  des Motors dem Strome und der Netzspannung  $e$  wesentlich entgegengesetzt ist. Der Strom bleibe hinter der Klemmenspannung  $e = OB$  um den Winkel  $\varphi$  zurück, sein Vektor falle in die Ordinatenachse. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion  $E_s$ , die durch Ankerrückwirkung und Ankerstreuung verursacht wird, bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Strom zurück, fällt also nach

links in die Abszissenachse. Ihr entgegengerichtet ist der Vektor  $OC = L \omega I$ , der den induktiven Spannungsverlust durch Ankerrückwirkung und Ankerstreuung darstellt, während  $CF$  in Richtung des Stromes den Ohmschen Verlust  $I \cdot R_a$  angibt. Dann ist der Vektor  $FB$  der Teil der Spannung, der zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft dient. Umgekehrt ist  $BF = E_1$  die elektromotorische Gegenkraft selbst. Wir finden hier wieder die Kirchhoffsche Regel bestätigt, wonach die Summe der elektromotorischen Kräfte, wofür wir hier sinngemäß die Größe  $e$  und  $E_1$  einführen, eine Resultierende  $OF$  ergibt, die gleich der Summe der Spannungsverluste  $OC$  und  $CF$  ist.

Wenn wir nun durch den Punkt  $O$  eine Parallele zu  $BF$  ziehen, so wird es deutlich, daß der Vektor  $E_1 = BF$ , der beim Einschalten, also bei Leerlauf, mit dem Vektor  $OB = e$  zusammenfiel, jetzt durch die Belastung um den Winkel  $\gamma$  hinter der Klemmenspannung zurückgeblieben ist. (Vergl. den Schluß des vorigen Abschnittes).

Nun ergibt sich die auf den Motor übertragene Leistung zu:

$$P_1 = e \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

wo  $\varphi$  der Winkel zwischen den Vektoren der Klemmenspannung und Stromstärke ist. Setzen wir für  $e \cdot \cos \varphi$  den Wert  $AB$  ein, so erhalten wir:

$$P_1 = I \cdot AB.$$

Der davon in Joulesche Wärme umgesetzte Betrag ist:

$$I^2 \cdot R_a = I \cdot I \cdot R_a = I \cdot AD.$$

Demnach ist der für die mechanische Leistung  $P$  aufgewendete Effekt gegeben durch:

$$P = P_1 - I^2 \cdot R_a = I (AB - AD) = I \cdot DB.$$

Ist  $\varphi_1$  der Winkel zwischen dem negativ genommenen Vektor der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  und des Stromes, so ist

$$DB = E_1 \cdot \cos \varphi_1.$$

Die mechanische Leistung  $P$  ergibt sich also zu:

$$P = E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1,$$

was wir nach den für Gleichstrom abgeleiteten Gesetzen voraussehen konnten.

Wir ermitteln nun die zugeführte Gesamtleistung und die mechanische Leistung in ihrer Abhängigkeit von der Phasenverschiebung zwischen der Klemmenspannung und der elektromotorischen Gegenkraft.

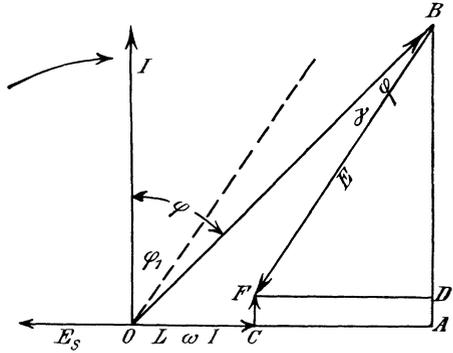


Fig. 287. Vektordiagramm eines Synchronmotors.

Zur Ermittlung der Gesamtleistung denken wir uns in Fig. 288 den Vektor  $OB$  der Klemmenspannung für alle Betriebszustände festliegend, so daß er mit der Abszissenachse den Winkel  $\alpha$  bildet, der durch die Gleichung  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_a}{L \omega}$  gegeben ist. Wir lassen den Vektor  $FB$ , der zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  dient, um den Winkel  $\gamma$  hinter dem Vektor der Klemmenspannung  $e$  zurückbleiben. Der Punkt  $F$  liegt dann bei den verschiedenen Betriebszuständen auf einem

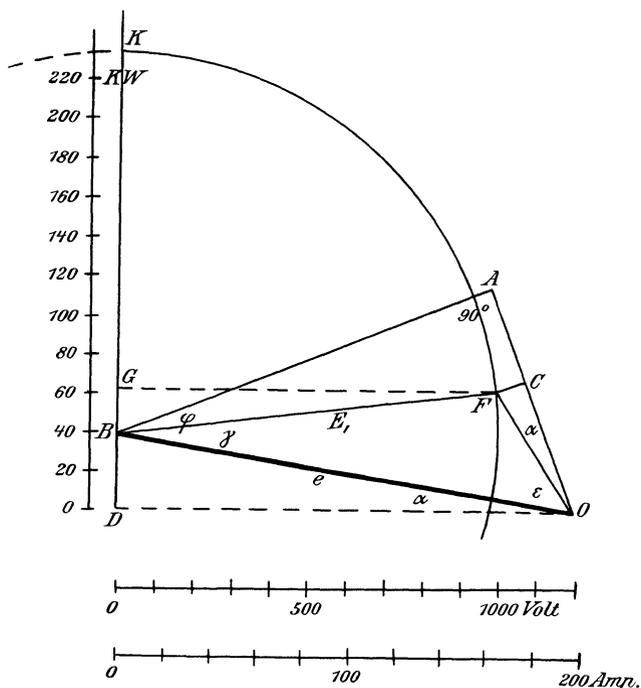


Fig. 288. Dem Motor zugeführte Leistung, dargestellt durch die Projektion  $DG$ , in Abhängigkeit vom Winkel  $\gamma$ .

Kreise mit dem Mittelpunkt  $B$ . Ähnlich wie in Fig. 272 ergibt sich, wenn  $z = \sqrt{R_a^2 + (L \omega)^2}$  ist:

$$I = \frac{OF}{z}.$$

Ferner ist, da der Vektor des Stromes in die Richtung von  $AB$  fällt, der Winkel zwischen Spannung und Strom:

$$\varphi = 90^\circ - (\varepsilon + \alpha).$$

Demnach ist die zugeführte elektrische Leistung:

$$P_1 = e \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{e \cdot OF}{z} \cdot \sin(\varepsilon + \alpha).$$

Nun ist  $OF \cdot \sin(\varepsilon + \alpha)$  die Projektion  $DG$  des Vektors  $OF$  auf die Ordinatenachse. Führen wir wieder den Kurzschlußstrom  $I_k$  ein, der sich jetzt beim Motor zu  $\frac{e}{z}$  ergibt, und setzen wir nach der Figur  $OF \cdot \sin(\varepsilon + \alpha)$  gleich  $DB + BG = e \cdot \sin \alpha + E_1 \cdot \sin(\gamma - \alpha)$ , so erhalten wir die zugeführte elektrische Leistung zu:

$$P_1 = I_k \{ e \cdot \sin \alpha + E_1 \cdot \sin(\gamma - \alpha) \} = I_k \cdot DG. \quad (55)$$

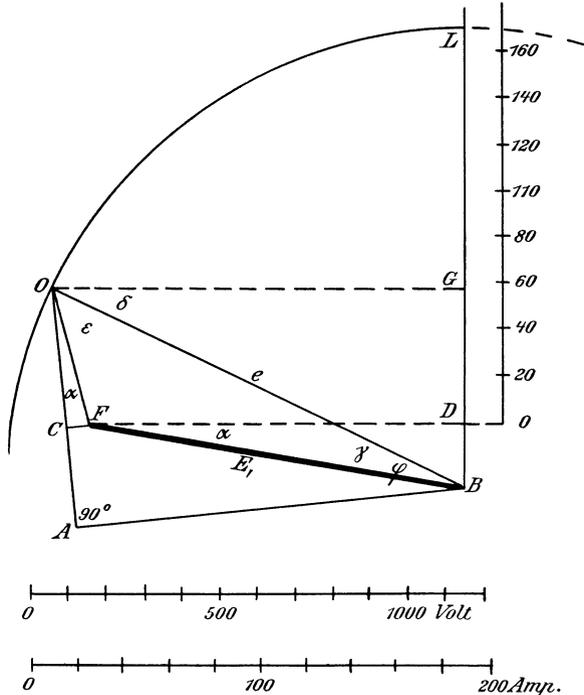


Fig. 289. Mechanische Motorleistung, dargestellt durch die Projektion  $GD$ , abhängig vom Winkel  $\gamma$ .

Die Figur ist für die Werte

$$e = 1200, \quad E_1 = 1000, \quad R_a = 1, \quad L \omega = 6$$

gezeichnet. Der Wert von  $I_k$  wird 197. Durch entsprechende Änderung des Maßstabes können wir die zugeführte Leistung unmittelbar an der Ordinatenachse ablesbar machen.

Die Figur zeigt deutlich, daß mit wachsendem Winkel  $\gamma$  die Gesamtleistung größer wird, bis sie schließlich für  $\gamma = 90^\circ + \alpha$  ihren höchsten Wert erreicht.

Ebenso legen wir in Fig. 289 zur Bestimmung der mechanischen Leistung der Einfachheit wegen den Vektor der elektromotorischen Kraft  $E_1$

so, daß er bei allen Betriebszuständen mit der Abszissenachse den Winkel  $\alpha$  bildet. Dann liegt der Punkt  $O$  bei den verschiedenen Belastungen auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt  $B$ . Der Vektor des Stromes fällt in die Richtung  $OA$ . Dann ist:

$$\begin{aligned}\delta &= \gamma + \alpha \\ \varepsilon + \alpha &= 90^\circ - \varphi\end{aligned}$$

oder, wenn wir beide Gleichungen addieren:

$$\varepsilon + \delta = 90^\circ - (\varphi - \gamma).$$

Demnach wird die mechanische Leistung:

$$P = E_1 \cdot I \cdot \cos(\varphi - \gamma) = E_1 \cdot \frac{OF}{z} \cdot \sin(\varepsilon + \delta).$$

Nun ist wieder  $OF \cdot \sin(\varepsilon + \delta)$  gleich der Projektion  $GD$  des Vektors  $OF$  auf die Ordinatenachse. Führen wir wieder für  $\frac{e}{z}$  den Kurzschlußstrom  $I_k$  ein und setzen wir nach der Figur  $GD = GB - DB = e \cdot \sin(\gamma + \alpha) - E_1 \cdot \sin \alpha$ , so wird die mechanische Leistung

$$P = (e \cdot \sin[\gamma + \alpha] - E_1 \cdot \sin \alpha) \cdot I_k \frac{E_1}{e} = GD \cdot I_k \frac{E_1}{e}. \quad (56)$$

Durch Wahl des entsprechenden Maßstabes läßt sich die mechanische Leistung wieder unmittelbar auf der Ordinatenachse ablesbar machen.

Je stärker wir also den Motor belasten, desto mehr verschiebt sich in Fig. 289 unter Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  der Punkt  $O$  nach oben. \*) Die Figur ist wieder für die Werte  $R_a = 1$ ,  $L\omega = 6$ ,  $e = 1200$  und  $E_1 = 1000$  gezeichnet. Wie man sieht, erreicht die mechanische Leistung einen Höchstwert für den Wert  $\gamma = 90^\circ - \alpha$ . Wenn wir den Motor noch stärker überlasten, so tritt zwar eine weitere Verzögerung ein, und der Winkel  $\gamma$  wird noch größer. Die vom Motor ausgeübte Leistung nimmt dagegen nach unserm Diagramm ab. Der Motor kann dann die Last nicht mehr durchziehen, fällt aus dem Tritt und bleibt stehen. Da das gleichbedeutend mit einem Kurzschluß ist, so muß der Motor normal mit kleinem Winkel  $\gamma$  arbeiten. Tritt das normale Drehmoment bei etwa  $\gamma = 30^\circ$  ein, so kann man auf eine Überlastungsfähigkeit gleich dem doppelten des normalen Drehmomentes rechnen.

Mit Rücksicht auf die Überlastungsfähigkeit ist nach Gleichung (56) eine große elektromotorische Gegenkraft und ein großer Kurzschlußstrom, d. h. eine kleine Selbstinduktion vorteilhaft.

Über die synchronisierende Kraft des Ankers und das Pendeln bei Motoren gilt das bei den Generatoren Gesagte. Es bleibt jetzt nur noch übrig, das Verhalten eines Motors darzustellen, dessen Belastung ungeändert bleibt, und dessen Erregung verändert wird.

\*) Das ist gleichbedeutend mit einer Verschiebung des Vektors  $E_1$  nach unten.

### 107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und veränderter Erregung.

Wir betrachten einen konstant belasteten Motor, der an konstanter Netzspannung liegt, und fragen uns, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung auf die Stromstärke und Phasenverschiebung hat. Wir multiplizieren zu dem Zwecke Gleichung (56) auf S. 374 mit  $-\frac{e}{I_k \cdot \sin \alpha}$  und erhalten:

$$E_1^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha + \gamma) = -\frac{P \cdot e}{I_k \cdot \sin \alpha}$$

Wir legen nun dann in Fig. 290 den Vektor der Klemmenspannung der Einfachheit wegen so, daß er mit der Ordinatenachse den konstanten, auf S. 339 definierten Winkel  $\alpha$  bildet und rechnen die positive Richtung

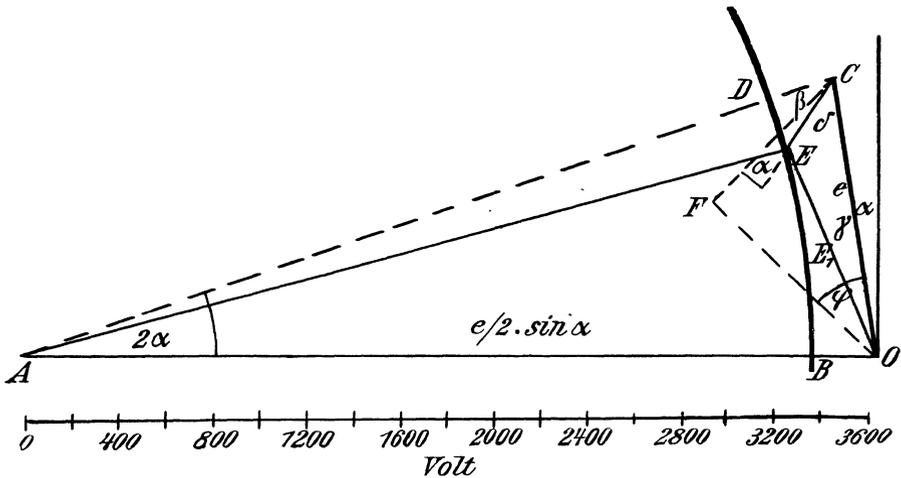


Fig. 290. Diagramm für Änderung der Erregung eines Motors bei konstanter Leistung.

der Abszissenachse von rechts nach links. Dann wird, wenn  $x$  und  $y$  die Koordinaten des Punktes  $E$  sind,

$$E_1^2 = x^2 + y^2, \quad E_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma) = x.$$

Demnach nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$x^2 + y^2 - \frac{e}{\sin \alpha} \cdot x = -\frac{P \cdot e}{I_k \cdot \sin \alpha}$$

Der Punkt  $E$  liegt also auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt auf der Abszissenachse um die Strecke  $OA = \frac{e}{2 \sin \alpha}$  von  $O$  entfernt ist. Der Radius dieses Kreises ergibt sich nach der Kreisgleichung zu

$$\sqrt{\left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2 - \frac{P \cdot e}{I_k \cdot \sin \alpha}}$$

Die Figur ist in der Annahme gezeichnet, daß  $R_a = 1$ ,  $L \omega = 6$ ,  $e = 1200$  und die konstante Belastung  $P = 50000$  Watt ist. Je schwächer wir den Motor erregen, desto mehr sinkt der Punkt  $E$  nach unten, desto

größer wird also der Winkel  $\gamma$ . Dadurch nähert sich aber der Motor dem gefährlichen Zustand, der durch die elektromotorische Kraft  $OB$  gegeben ist. Diese Erregung ist die kleinste, bei welcher der Motor die konstante mechanische Leistung von 50000 Watt liefert, oder, wie wir im vorigen Abschnitt sagten: Die Leistung von 50000 Watt ist die größte, die der Motor bei der elektromotorischen Kraft  $OB$  in mechanische Arbeit umsetzt.

Wir stellen uns nun wieder die Aufgabe, in Fig. 290 den Phasenverschiebungswinkel zwischen Klemmenspannung und Stromstärke zu bestimmen. Zu dem Zwecke ziehen wir die Verbindungslinie  $AC$ , die den Kreis im Punkte  $D$  schneidet. Wir ziehen dann die Linie  $CF$  so, daß sie mit  $CE$  den Winkel  $\alpha$  bildet, und zeichnen  $OF$  senkrecht auf  $CF$ . Dann erkennen wir ohne Mühe in dem Dreieck  $OFC$  unserer Figur das Dreieck  $BAO$  der Fig. 287 wieder. Demnach ist der Winkel  $COF$  gleich dem Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Klemmenspannung und Stromstärke.

Nun war: 
$$OA = \frac{eI^2}{\sin \alpha}.$$

Da gleichzeitig der Winkel  $COA = 90^\circ - \alpha$  ist, so läßt sich leicht ableiten, daß das Dreieck  $OAC$  gleichschenkelig ist und der Winkel  $OAC$  gleich  $2\alpha$  wird. Wir erhalten also im Dreieck  $OAC$ :

$$180^\circ = 2\alpha + \beta + \delta + 90^\circ - \alpha.$$

Ferner ist: 
$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \delta).$$

Durch Addition beider Gleichungen ergibt sich:

$$\varphi = \beta.$$

Wenn der Punkt  $E$  mit dem Punkt  $D$  zusammenfällt, so wird der Winkel  $\beta$  und damit die Phasenverschiebung gleich Null. Die Leistung wird also bei der gegebenen Spannung unter dem geringsten Aufwand von Strom geliefert. Dies Ergebnis stimmt damit überein, daß für eine elektromotorische Kraft  $OD$  der Spannungsverlust im Anker gleich  $DC$  ist, also seinen kleinsten Wert hat.

Fällt der Punkt  $E$  unterhalb des Punktes  $D$ , so hat der Winkel  $\beta$ , also auch der Winkel  $\varphi$ , einen positiven Wert. Der Vektor des Stromes, der in die Richtung von  $OF$  fällt, bleibt dann hinter der Klemmenspannung zurück. Dieser Fall tritt ein, wenn die elektromotorische Kraft  $OE$  kleiner gewählt wird als die Klemmenspannung  $OC$ .

Ist dagegen der Vektor  $OE$  größer als die Klemmenspannung, so rückt der Punkt  $E$  von  $D$  aus auf dem Kreise nach oben. Dann nimmt der Winkel  $\beta$ , d. h. der Winkel  $\varphi$  zwischen Netzspannung und Netzstrom, einen negativen Wert an, und der Strom eilt der Spannung voraus. Wir haben schon früher gesehen, daß derartige negative Phasenverschiebungen durch überregte Motoren mit Vorteil dazu verwendet werden, positive Phasenverschiebungen anderer Apparate auszugleichen, so daß der Netzstrom zu einem reinen Wattstrom wird.

## Sechzehntes Kapitel.\*)

108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor. — 109. Die Dreieckschaltung. — 110. Die Sternschaltung. — 111. Die Leistung des Dreiphasenstromes. — 112. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

### 108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor.

Die Entwicklungen der vorhergehenden Kapitel beziehen sich zunächst auf Maschinen für einphasigen Wechselstrom. Sie gelten jedoch auch für Mehrphasenmaschinen. Diese werden wegen der Vorteile, welche der Mehrphasenstrom für Kraftzwecke bietet, fast in allen Fällen verwendet, wo die Kraftübertragung mit Wechselstrom erfolgt.

Man unterscheidet bei Mehrphasenmaschinen die Zwei- und Dreiphasenmaschinen. Die Zweiphasenmaschinen, die nur selten verwendet werden, besitzen zwei um  $90^\circ$  elektrische Grade versetzte Wicklungen oder Phasen. In diesen werden elektromotorische Kräfte und Ströme induziert, die je um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben sind. Im Unterschied davon besitzen die Dreiphasenmaschinen drei Wicklungen oder Phasen, die um  $120^\circ$  elektrische Grade versetzt sind.

Die Wicklungen sind bei Mehrphasenmaschinen ebenso wie bei Einphasenmaschinen in den Nuten eines feststehenden, aus Blechen zusammengesetzten Eisenkörpers, des sogen. Stators, untergebracht. Der rotierende Teil besteht bei Synchronmaschinen aus einem mit Gleichstrom erregten Magnetkörper (Rotor).

Im folgenden sollen die Dreiphasenmaschinen näher behandelt werden. Die Zweiphasenmotoren verhalten sich ähnlich wie die gewöhnlich im engeren Sinne als Drehstrommotoren bezeichneten Dreiphasenmaschinen.

In Fig. 291 ist links ein Dreiphasengenerator schematisch gezeichnet.

Man hat zu beachten, daß die Anfänge 1, 2 und 3 der drei Phasen um  $120^\circ$  voneinander abstehen, und daß diese Anfänge in gleichem Sinne gewickelt werden. In Fig. 291 sind z. B. die von außen kommenden

---

\*) Über Drehstrommotoren siehe neben Kapps Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom die sehr wertvollen Artikel und Briefe über das Diagramm des Drehstrommotors in der ETZ seit 1894; endlich Heubach, Der Drehstrommotor, Berlin 1903.

Leitungen bei den Löchern 1, 2 und 3 sämtlich nach hinten geführt und der Draht ist dann in diesen Löchern von hinten nach vorne weitergeführt. Die Löcher 1 und 1', 2 und 2', 3 und 3' bilden je zwei zusammengehörige Spulenseiten einer Phase.

Die Art der Zeichnung in Fig. 291 gibt ein deutliches Bild von der Stromverteilung, aber sie läßt die Wickelung einer Phase nicht vollständig erkennen. Ein für allemal sei daher darauf hingewiesen, daß beispielsweise die Phase 1 1' so gewickelt ist, daß der Anfang im Loch 1 von hinten nach vorne geführt ist. Dann wird auf der vorderen Stirnfläche die nicht gezeichnete Verbindung 1 1' ausgeführt und der Draht im Loch 1' von vorne nach hinten geführt. Daran schließt sich die hintere, nicht gezeichnete Verbindung 1' 1 usw. In wiederholten Windungen wird auf diese Weise die Phase 1 1' fertiggestellt.

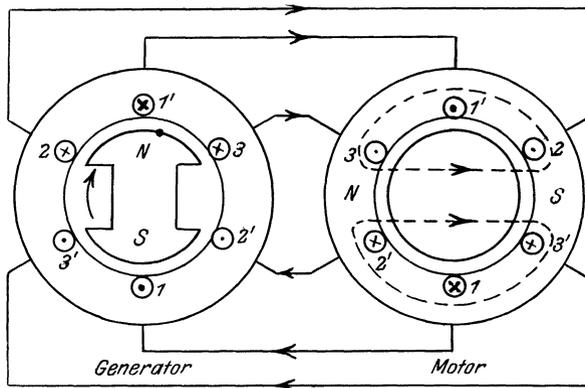


Fig. 291. Schema eines Generators und Asynchronmotors. Durchmesserwicklung.

Wenn wir (im Gegensatz zu Fig. 291) die Klemmen des Generators mit einem genau ebenso ausgeführten Motor verbinden, so arbeitet dieser als dreiphasiger Synchronmotor. Auf ihn finden die Entwicklungen des 15. Kapitels Anwendung. Dreiphasige Synchronmotoren werden in Fällen, in denen ein Angehen mit Last nicht erforderlich ist, wegen ihres günstigen Leistungsfaktors mit Vorteil verwendet (vergl. S. 376).

Wenn jedoch, wie es meist der Fall ist, ein Angehen mit Last gefordert wird, so müssen asynchrone Mehrphasenmotoren,<sup>\*)</sup> die Drehstrommotoren im engeren Sinne, verwendet werden. Diese Asynchronmotoren (vergl. Fig. 291 rechts) enthalten einen aus Blechen zusammengesetzten Stator, der genau wie der Stator eines Mehrphasengenerators gebaut ist. Ihr Rotor ist ein Eisenzylinder mit einer Wickelung, die ihren Strom, wie die Sekundärwicklung eines Transformators, durch Induktion vom Stator aus erhält (vergl. Abschnitt 112).

<sup>\*)</sup> Über Dreiphasen-Kollektormotoren siehe Abschnitt 135.

Die Enden der Phasen des Generators sind mit den entsprechenden Klemmen der Statorphasen des Motors verbunden. Es ist dabei gleichgültig, daß die Numerierung des Generators im Sinne des Uhrzeigers und die des Stators entgegen dem Uhrzeiger erfolgt ist. Man spart auf diese Weise in der Zeichnung eine Reihe von Überkreuzungen.

Die Phase 1 1' des Generators befindet sich in Fig. 291 gerade vor den Polen und führt den größten Strom, vorausgesetzt, daß keine Phasenverschiebung durch Selbstinduktion eintreten würde. Der Augenblickswert des Stromes in den beiden anderen Phasen ist dann:

$$i = i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}.$$

Verfolgen wir jetzt den Stromverlauf im Stator des Motors, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' magnetisch zusammengehören, da sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Ebenso

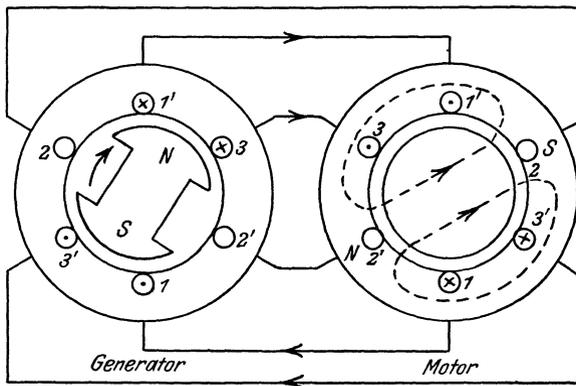


Fig. 292. Schema eines Generators und Asynchronmotors. Polrad um  $30^\circ$  gegen Fig. 291 gedreht. Durchmesserwicklung.

bilden die Spulenseiten 2, 1' und 3, obgleich sie zu verschiedenen Phasen gehören, gleichsam eine einzige Spulenseite. Nach der Ampereschen Schwimmerregel ergeben sich dann im Stator des Motors die punktiert gezeichneten Kraftlinien, sowie die Lage der Polmiten  $N$  und  $S$ .

Wir zeichnen jetzt den Generator nach einer Drehung von  $30^\circ$  (Fig. 292). In diesem Augenblicke liegt die Phase 2 2' des Generators gerade in der neutralen Zone, ist also stromlos. Dagegen ist der Augenblickswert des Stromes in den beiden anderen Phasen:

$$i = i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_{max}.$$

Beim Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 3' und andererseits die Spulenseiten 3 und 1' magnetisch zusammen. Die erzeugten Kraftlinien, die wieder durch punktierte Linien angedeutet sind, stoßen dann bei  $N$  aufeinander und bilden dort einen Nordpol. Da die Lage der Pole des Motors um  $30^\circ$  gegenüber Fig. 291 verschoben ist, so erhalten wir das Ergebnis, daß infolge der Drehung des Generators ein umlaufendes

der Kraftfluß im Motor entsteht. Bei der gezeichneten zweipoligen Wicklung des Stators macht dieser Kraftfluß während einer Periode eine Umdrehung. Denken wir uns statt der dreiphasigen Wicklung eine vielphasige, so verschiebt sich in den feststehenden Drähten des Generators und Motors der Höchstwert des Stromes während einer Periode ganz gleichmäßig, so daß wir es nicht nur mit einem Drehfeld, sondern mit einem wirklichen Drehstrom zu tun haben.

Über die Wirkung des Drehfeldes auf den Rotor vergl. Abschnitt 112.

### 109. Die Dreieckschaltung.

Die in Fig. 291 und 292 gezeichneten sechs Zuleitungen lassen sich durch Dreieckschaltung oder Sternschaltung auf drei reduzieren. Beide Schaltungen werden gleichmäßig beim Generator und Motor, sowie bei Dreiphasentransformatoren angewendet.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden verbunden. Das Wesen dieser Schaltung wird am deutlichsten bei den Maschinen, deren Anker nach Art der Gleich-

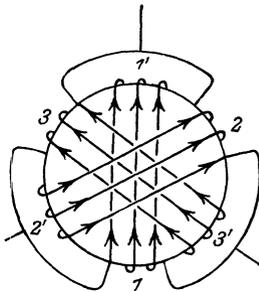


Fig. 293. Dreieckschaltung bei einer Trommel.

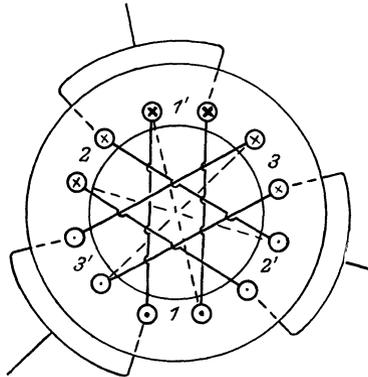


Fig. 294. Dreieckschaltung eines Stators.

strommaschine gebaut ist, wie dies z. B. bei dreiphasigen Einankerumformern, sowie bei Drehstrom-Kommutatormotoren der Fall ist.

Bei einem Generator mit einer solchen Wicklung wird der Drehstrom mittels Schleifringen von drei um  $120^\circ$  abstehenden Punkten einer Gleichstromwicklung abgenommen. Die Breite der Spulenseite ist gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung. Eine derartige Wicklung ist für einen Ringanker im linken Teil von Fig. 298 und 299 gezeichnet. Sie ist natürlich in gleicher Weise für Trommel ausführbar (vergl. Fig. 314).

Gewöhnlich ist die Breite der Spulenseite nicht  $\frac{2}{3}$  der Teilung, sondern  $\frac{1}{3}$  der Teilung. Schematisch ist eine solche Wicklung für die Trommel in Fig. 293—295 und für den Ring im rechten Teil der Fig. 298

und 299 gezeichnet. In allen diesen Figuren ist zu beachten, daß die mit 1, 2 und 3 bezeichneten Anfänge der drei Phasen um  $120^\circ$  voneinander entfernt sind, ferner daß die Drähte aller Anfänge in gleicher Richtung durch die Maschine geführt sind, und daß die mit 1', 2' und 3' bezeichneten Enden der drei Phasen mit dem um  $120^\circ$  entfernten Anfang der nächsten Phase verbunden sind. Die drei Netzleiter werden zu den Verbindungspunkten von je zwei Phasen geführt. Fig. 295 ist in der auf S. 378 angegebenen Weise, also ebenso wie Fig. 294, gewickelt.

Die Berechtigung der Dreieckschaltung folgt aus dem Vektordiagramm in Fig. 296, in welchem die Resultierende aus den Vektoren 2 und 3 gleich und entgegengesetzt dem Vektor 1 ist. Wenn wir also nach Fig. 297 zwei Phasen hintereinanderschalten, so ist die elektromotorische Kraft in beiden zusammen in jedem Augenblick gleich der elektromotorischen Kraft in der dritten Phase. Die beiden Spannungszeiger zeigen dann den gleichen Ausschlag. Schließen wir also die ganze Wicklung zu einem Ring, so schalten wir zwei gleiche Drücke gegeneinander, d. h. wir schalten sie im Verhältnis zum äußeren Kreise

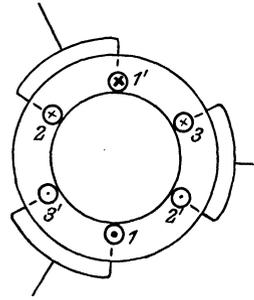


Fig. 295. Schematische Darstellung einer Dreieckschaltung. Durchmesserwicklung.

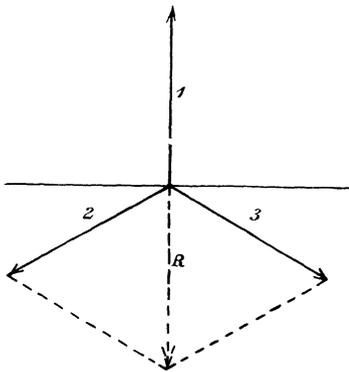


Fig. 296.

Summe der Spannungen zweier Phasen entgegengesetzt der dritten.

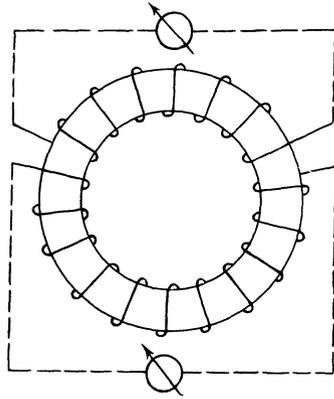


Fig. 297.

zueinander parallel. Innere Ströme können dabei nicht auftreten, weil die elektromotorischen Kräfte in den parallel geschalteten Ankerabteilungen sich das Gleichgewicht halten. Die Ähnlichkeit mit den beiden Ankerhälften eines Gleichstromankers oder mit zwei parallel auf dasselbe Netz geschalteten Maschinen tritt dabei deutlich zutage.

Es ist leicht einzusehen, daß die Spannung zwischen zwei Außenleitern bei Dreieckschaltung gleich der Spannung einer einzelnen

Phase ist. Dagegen bietet die Stromverteilung bei Dreieckschaltung im Anfang mehr Schwierigkeiten. Schon die Tatsache, daß man mit drei Zuleitungen auskommt, erscheint schwer verständlich. Der Hinweis darauf, daß die Elektrizität sich nirgends stauen kann, daß also in jedem Augenblicke der eine Leiter als Rückleitung für die beiden anderen dient, genügt kaum zum völligen Verständnis. Wir haben vielmehr Generatorstrom, Netzstrom und Statorstrom in den beiden schon früher erwähnten, besonders charakteristischen Zeitpunkten zu betrachten.

Im ersten betrachteten Augenblick (Fig. 298) liegt die Phase 1 des Generators gerade vor der Polmitte, und die in ihr induzierte elektromotorische Kraft ist am größten. Sehen wir von einer Phasenverschiebung ab, so hat auch die Stromstärke in dieser Phase den Höchstwert  $i_{max}$ , während sie in den beiden anderen Phasen den Wert  $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$  hat. Der Strom in dem mit Eins bezeichneten Netzleiter ist dann

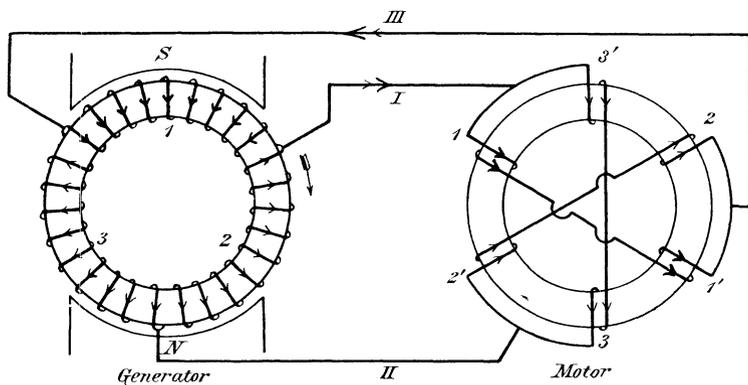


Fig. 298. Dreieckschaltung des Generators und Motors (Strom in der einen Phase durch seinen Höchstwert hindurchgehend).

gleich  $1,5 \cdot i_{max}$ . Von diesem Netzstrom fließt der Betrag  $i_{max}$  durch die Phase 1 1' des Motors, während ein halb so starker Strom durch die Phasen 3' 3 und 2' 2 hintereinander fließt. Im Motor wie im Generator wird also die eine Spulenseite, die den größten Strom führt, von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen, die einen gleichgerichteten Strom von halber Stärke führen. Zwischen 1' und 2 vereinigen sich die beiden Statorströme, und der Strom  $1,5 \cdot i_{max}$  fließt durch den Netzleiter III zum Generator zurück, während der Netzleiter II stromlos ist.

In der zweiten charakteristischen Stellung liegt die Generatorphase 3 in der neutralen Zone, ist also stromlos (Fig. 299), während die Phasen 1 und 2 den Strom  $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$  führen. Aus ihnen fließt also der Strom  $2 \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot i_{max}$  in den mit Eins bezeichneten Leiter. Das ist zugleich, wie das Vektordiagramm ergeben wird, der Höchstwert des Netzstromes.

Von diesem Strom fließt die eine Hälfte durch die Statorphase  $3' 3$  und durch den Netzleiter  $II$  zum Generator zurück, während die andere Hälfte durch die Phase  $1 1'$  und durch den Netzleiter  $III$  zum Generator

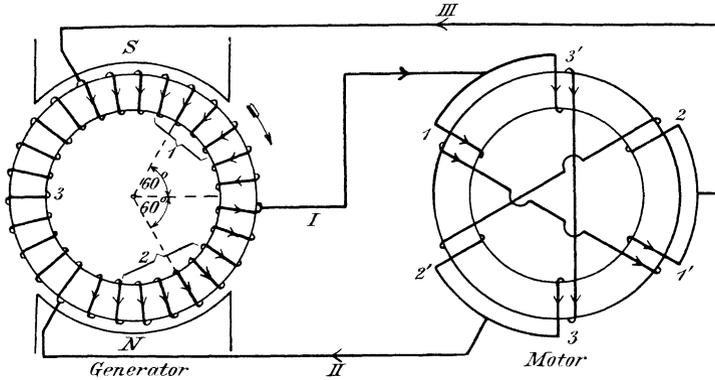


Fig. 299. Stromverteilung bei Dreieckschaltung (Strom in der einen Phase durch Null hindurchgehend).

zurückfließt. In dem Augenblick also, in welchem die Netzleiter den größten resp. den halben Netzstrom führen, ist der Strom in einer Generator- und einer Motorphase gleich Null.

Wir finden also, daß der Höchstwert des Netzstromes größer ist als der des Phasenstromes, und daß beide Höchstwerte nicht gleichzeitig eintreten. Das wird noch deutlicher durch das Vektordiagramm. Dabei haben wir zu berücksichtigen, daß nicht die Anfänge zweier Phasen aneinander liegen, sondern daß das Ende einer Phase mit dem Anfang der nächsten verbunden ist. Wir haben also bei der Zusammensetzung der Ströme in Fig. 300 den einen Phasenstrom negativ zu nehmen. Addieren wir nun z. B. den Vektor  $OC$  und den punktierten Vektor  $OA$ , so erhalten wir einen Netzstrom  $OR$ . Dieser ist 1,73 mal so groß wie der Strom in der Phase  $OC$  und ist gegen diesen um  $30^\circ$  verschoben.

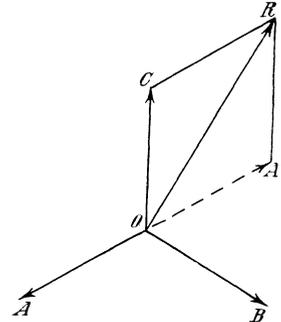


Fig. 300. Zusammensetzung der Ströme bei Dreieckschaltung.

## 110. Die Sternschaltung.

Während bei der Dreieckschaltung das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden Phase verbunden ist, sind bei Sternschaltung die Anfänge der drei Phasen aneinander gelegt (Fig. 301 und 302). Daß eine solche Schaltung ohne Störungen möglich ist, ergibt sich aus Fig. 303, wo aus den Vektoren  $OA$  und  $OB$  zweier Phasenströme die Resultierende  $OR$  gezeichnet ist. Diese ist genau gleich und entgegengesetzt dem

Vektor  $OC$  der dritten Phase. Die Summe der drei Ströme ist also in jedem Augenblick gleich Null, d. h. der im Nullpunkt zufließende Strom ist, ohne daß ein störender Ausgleich zu erfolgen braucht, gleich den vom Nullpunkt wegfließenden Strömen (vergl. Fig. 303). Liegt z. B. die Spule 1 des in Fig. 301 angedeuteten Generators gerade vor der Polmitte, so ist, abgesehen von Phasenverschiebung, der Strom in ihr am größten. Er fließt dann einfach zu zwei gleichen Teilen durch die Phasen 2 und 3 weiter. Ebenso fließt in Fig. 302 der in die Phase I eintretende Strom am Nullpunkt in seiner vollen Stärke in die Phase 3.

Es ist nun ohne weiteres deutlich, daß der Netzstrom bei Sternschaltung nach Stärke und Phase gleich dem Strom in einer Wicklung ist. Dagegen ergibt sich die Netzspannung nicht gleich der Spannung einer einzelnen Phase, sondern gleich der Spannung zweier hintereinander oder besser gegeneinander geschalteter Phasen. In Fig. 301 ist z. B.

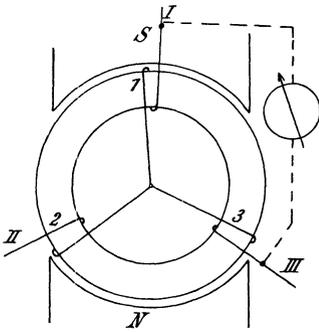


Fig. 301. Stromverteilung bei Sternschaltung.  
(Strom in der einen Phase durch seinen Höchstwert hindurchgehend.)

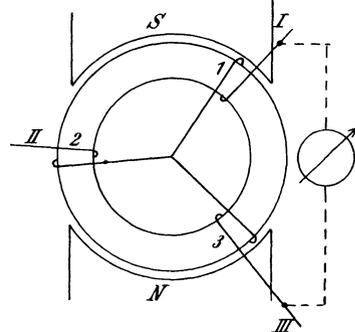


Fig. 302. Stromverteilung bei Sternschaltung.  
(Strom der einen Phase durch Null hindurchgehend.)

das Voltmeter an die Enden der Phasen 1 und 3 gelegt. Im gezeichneten Augenblick wird in der Spule 1 die größte elektromotorische Kraft induziert. Dazu addiert sich der Augenblickswert  $E_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 E_{max}$ , der in Spule 3 induziert wird. Demnach ist der Augenblickswert der Spannung zwischen den Netzleitern, die an 1 und 3 angeschlossen sind, im gezeichneten Augenblick gleich der Summe, nämlich  $1,5 E_{max}$ .

Wir betrachten jetzt den Augenblick, in welchem die Phase 2 des Generators in der neutralen Zone liegt. Dann ist die elektromotorische Kraft in ihr gleich Null, während in den beiden anderen Phasen die elektromotorische Kraft gleich  $E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 E_{max}$  ist (Fig. 302). Denken wir in bekannter Weise die Strompfeile in die Stirnverbindungen gezeichnet, so ergibt sich, daß die beiden elektromotorischen Kräfte sich addieren. Ein Voltmeter zwischen den Netzleitern I und III mißt also in diesem Augenblick die Spannung  $2 E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 E_{max}$ . Es ergibt sich leicht, daß dieses der größte Augenblickswert ist, der zwischen zwei Netzleitern auftreten kann.

Addieren wir nämlich zwei Phasenspannungen oder Sternspannungen im Vektordiagramm, so haben wir zu berücksichtigen, daß die Anfänge der Phasen aneinander liegen. Die Spulen sind dann nicht hintereinander, sondern gegeneinander geschaltet. Wir haben also bei der vektoriellen Addition den einen Vektor negativ zu nehmen, d. h. statt des Vektors  $OB$  den entgegengesetzten Vektor  $OB'$  einzuführen (Fig. 304). Aus  $OA$  und  $OB'$  ergibt sich dann die Resultierende  $OR$ , die uns die Netzspannung nach Größe und Phase angibt. Ihr Effektivwert ist nach dem Diagramm 1,73 mal so groß wie die Sternspannung und zeigt gegen diese eine Phasendifferenz von  $30^\circ$  resp.  $120 + 30 = 150^\circ$ .

Natürlich kann nun, statt daß Generator und Motor die gleiche Schaltung besitzen, auch für beide Maschinen eine verschiedene Schaltung gewählt werden. Bei Kraftübertragungen mit hohen Spannungen zieht

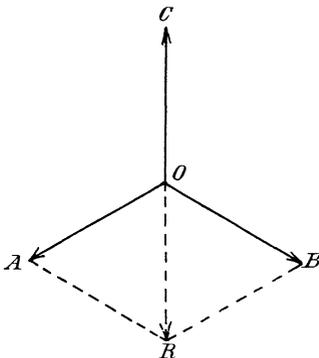


Fig. 303. Zusammensetzung der Ströme bei Sternschaltung.

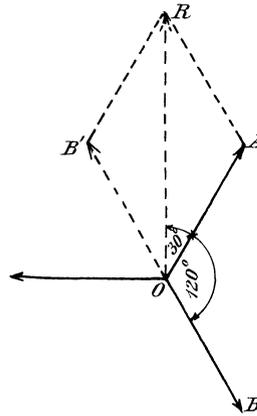


Fig. 304. Zusammensetzung der Spannungen bei Sternschaltung.

man natürlich die Sternschaltung bei Generator und Motor vor, weil die Spannung, für welche die Wickelung einer Phase ausgeführt werden muß, dabei nur 1,73 mal so klein zu sein braucht wie die Netzspannung. Sind Widerstände, also z. B. Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung angeordnet sein. Dabei ist aber zu beachten, daß ohne besondere Vorkehrungen nur bei Dreieckschaltung, aber nicht bei Sternschaltung, die Anzahl der Lampen in den drei Zweigen verschieden sein darf.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung der drei Phasen ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Konstanz der Spannung gestört wird, so hat man nach Fig. 305 die Nullpunkte des Generators und des Netzes miteinander zu verbinden. Der Nulleiter erfüllt dann die gleiche Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

Bei Drehstromtransformatoren ist ebenfalls Dreieckschaltung oder Sternschaltung möglich. Gewöhnlich werden beide Wicklungen je in Stern geschaltet. Derartige Transformatoren bestehen entweder aus drei gesonderten Einphasentransformatoren, wodurch das Halten einer Reserve erleichtert wird, oder sie werden als Dreiphasentransformatoren ausgeführt. Die drei Phasen liegen dann entweder auf drei verschiedenen, in einer

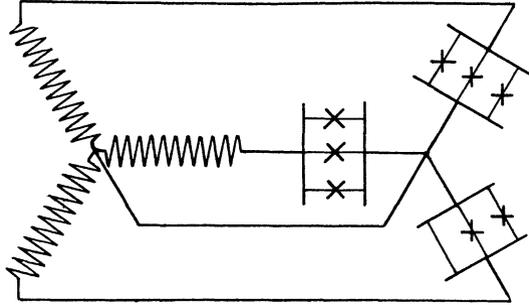


Fig. 305. Drehstromverteilung mit Nulleiter.

Ebene angeordneten und durch gemeinsame Joche verbundenen Kernen, oder sie liegen, durch Eisen voneinander getrennt, auf einem einzigen Kern.

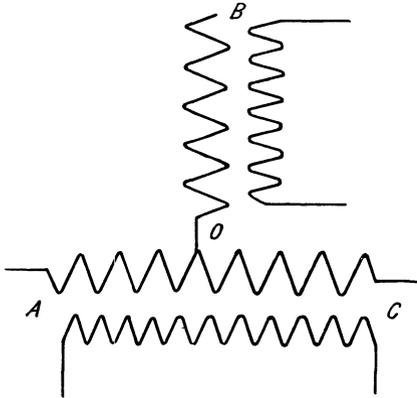


Fig. 306. Scottsche Schaltung von Transformatoren.

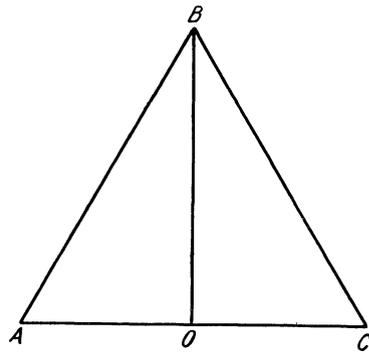


Fig. 307. Vektordiagramm der Scottschen Schaltung.

Wird sekundär ein vierter Leiter verlegt, so ist eine Spannungsgleichheit der sekundären Leitungen gegenüber dem Nulleiter bei Sternschaltung beider Wicklungen nur dann sichergestellt, wenn auch primär ein vierter Leiter verlegt wird. Ist dies nicht der Fall, so wendet man Ausgleichstransformatoren oder primär Sternschaltung und sekundär Dreieckschaltung oder endlich eine Sterndoppelsternschaltung an, bei welcher je eine Sekundärphase auf zwei von den drei Kernen verteilt ist.

Eine besondere Art der Sternschaltung ist die Scottsche Schaltung, die dazu dient, Dreiphasenstrom in Zweiphasenstrom umzuformen oder

umgekehrt. Man verwendet dazu zwei Einphasentransformatoren  $AC$  und  $OB$  (Fig. 306). Der Transformator  $OB$  ist an den Mittelpunkt der Windungen des Transformators  $AC$  angeschlossen. Es sei angenommen, daß primär Dreiphasenstrom zugeführt wird und sekundär Zweiphasenstrom abgenommen werden soll. Die Endpunkte  $ABC$  werden an die Netzleiter des Dreiphasenstromes, d. h. an die um  $120^\circ$  verschobenen Spannungen  $AC$ ,  $CB$  und  $BA$  angeschlossen. Zwischen den Punkten  $O$  und  $B$  entsteht dann nach Fig. 307 auf der primären Dreiphasenseite eine Spannung, die um  $180^\circ$  gegen die Spannung  $AC$  verschoben ist und sich zu ihr verhält wie  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$  zu 1. Macht man also im Transformator  $OB$  das Verhältnis der Windungen auf der in unserm Falle sekundären Zweiphasenseite zur Dreiphasenseite im Verhältnis  $1 : \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$  größer als beim Transformator  $AC$ , so erhält man auf den Zweiphasenseiten zwei gleiche, um  $90^\circ$  verschobene Spannungen.

### 111. Die Leistung des Dreiphasenstromes.

Bedeutet unabhängig von der Schaltung

$e_1$  die Spannung einer Phase, also bei Sternschaltung die Sternspannung,  
 $I_1$  den Strom in einer Phase,

$\varphi$  den Winkel zwischen der Spannung und dem Strom in einer Phase,  
 $e$  die Netzspannung,

$I$  den Netzstrom,

$P$  die Gesamtleistung in Watt,

so ergibt sich für Stern- und Dreieckschaltung die Leistung einer Phase zu:

$$e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi.$$

Für Sternschaltung war

$$e = 1,73 \cdot e_1, \quad I = I_1.$$

Daraus folgt für Sternschaltung die Leistung aller drei Phasen zusammen:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{e}{1,73} \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Für Dreieckschaltung ergab sich:

$$I = 1,73 \cdot I_1, \quad e = e_1.$$

Daraus folgt:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e \cdot \frac{I}{1,73} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (57)$$

Führt man also Netzspannung und Netzstrom in die Gleichung für die Leistung ein, so ergibt sich dieselbe Gleichung für beide Arten der Schaltung.

Es ist von Interesse, daß für eine Drehstrommaschine mit gleich belasteten Phasen die Summe der Augenblickswerte der Leistungen der

drei Phasen in jedem Augenblick gleich der oben ermittelten mittleren Leistung  $P$  ist. Trägt man nämlich, wie in Fig. 178, die Augenblickswerte der Leistung einer einzelnen Phase als Ordinaten auf, so erhält man eine Kurve der doppelten Periodenzahl. Die entsprechenden Kurven für die beiden anderen Phasen sind um ein und zwei Drittel Periode der einfachen Frequenz gegen die erste Kurve verschoben. Der Phasenunterschied der drei Kurven ist also  $\frac{2}{3}$  Periode der doppelten Frequenz. Nun können wir, entsprechend Fig. 178, annehmen, daß jede Leistungskurve aus einer konstanten Ordinate besteht, die der mittleren Leistung einer Phase entspricht, und einer zusätzlichen Ordinate einer Sinuskurve. Bei der Addition der Augenblickswerte heben sich, wie ein Vektordiagramm leicht zeigt, drei um  $240^\circ$  verschobenen Augenblickswerte der Sinuskurven, ebenso wie solche, die um  $120^\circ$  verschoben sind, auf, und es bleibt als Summe das Dreifache der mittleren Einzelleistung.

Es wird hier der Ort sein, um den prozentischen Verlust in Drehstromleitungen mit dem prozentischen Verlust in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß die gleiche Leistung  $P$  auf die gleiche Entfernung übertragen werden soll. Dabei soll das eine Mal Gleichstrom, das andere Mal Drehstrom verwendet werden, bei gleicher Netzspannung und gleichem Effektverlust. Wir fragen uns dann, wie sich die Kupfervolumina beider Anlagen verhalten. Bezeichnen wir den Widerstand einer Einzelleitung bei Gleichstrom mit  $R_g$ , bei Drehstrom mit  $R_d$ , die entsprechenden Querschnitte mit  $q_g$  und  $q_d$  und die Kupfervolumina mit  $V_g$  und  $V_d$ , so erhalten wir:

Gleichstrom:

$$P = e \cdot I,$$

$$I = \frac{P}{e}.$$

Drehstrom:

$$P = \sqrt{3} \cdot e \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot e \cdot \cos \varphi}.$$

Verlust in Hin- und Rückleitung:

$$2 \cdot I^2 \cdot R_g = 2 \cdot \frac{P^2 \cdot R_g}{e^2}.$$

Verlust in drei Leitungen

$$3 \cdot I^2 \cdot R_d = \frac{P^2 \cdot R_d}{e^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Setzen wir nun die Verluste gleich, so ergibt sich:

$$2 \cdot R_g = \frac{R_d}{\cos^2 \varphi}$$

oder

$$\frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Bei gegebener Länge sind die Querschnitte den Widerständen umgekehrt proportional. Wir erhalten also:

$$\frac{q_d}{q_g} = \frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Nun verhalten sich bei gleicher Einzellänge die Kupfervolumina wie die Summe der Einzelquerschnitte. Demnach erhalten wir mit Benutzung des obigen Wertes von  $q_a/q_g$ :

$$\frac{V_a}{V_g} = \frac{3 q_a}{2 q_g} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist z. B.  $\cos \varphi = 1$ , d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75% des Kupfers, das bei der Gleichstromleitung nötig ist, aufzuwenden. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der Bestimmung der Leistung durch den Versuch über. Diese Bestimmung ist am übersichtlichsten bei

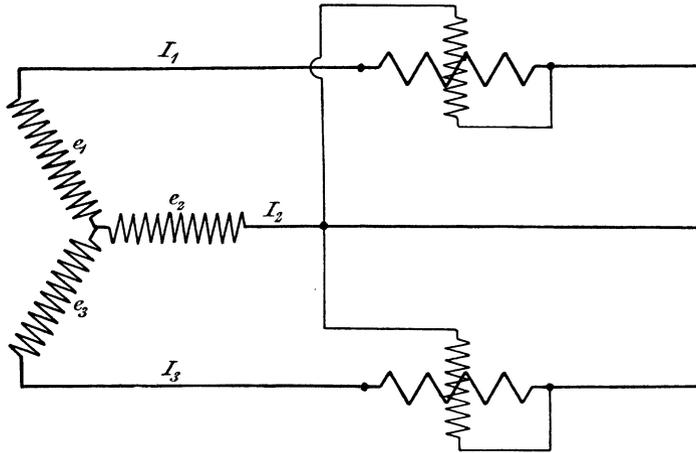


Fig. 308. Leistungsmessung bei Drehstrom.

einer Sternschaltung, deren Nullpunkt zugänglich ist. Man legt dann die Spannungsspule des Wattmeters zwischen den Nullpunkt und das Ende der einen Phase, während die Amperespule des Wattmeters von dem Strom derselben Phase durchflossen wird. Das Wattmeter zeigt dann die Leistung dieser einen Phase an, und bei gleicher Belastung der drei Phasen ist die Gesamtleistung dreimal so groß. Bei ungleicher Belastung der drei Phasen hat man die Messung für jede einzelne Phase auszuführen und die gemessenen Leistungen zusammenzuzählen. Das erfordert entweder drei Wattmeter oder das jedesmalige Umschalten eines Wattmeters.

Man kann jedoch die Spannungsspule des Wattmeters anstatt an die Sternspannung an die verkettete Spannung, d. h. an das Netz legen. Diese Messung ist gleichmäßig bei Stern- und Dreieckschaltung möglich und erfordert zunächst zwei Wattmeter, die gleichmäßig zu schalten sind. In Fig. 308 sind z. B. die links gezeichneten Generatorphasen 1 und 3 beide zur linken Klemme der Amperespulen des Wattmeters geführt. Die

Spannungsspulen liegen beide mit ihrem unteren Ende an der Amperespule und mit ihrem oberen Ende an dem Netzleiter, der nicht an die Ampere-spule angeschlossen ist. Sind dann  $e_1, e_2, e_3$  die Augenblickswerte der Sternspannungen und  $i_1, i_2, i_3$  die Augenblickswerte des Stromes, so ist der Augenblickswert der Leistung:

$$P = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3.$$

Ferner ist die Summe der drei Ströme, die aus den Generatorphasen ins Netz hineinfließen, in jedem Augenblicke gleich Null. Wir erhalten also:

$$i_2 = -(i_1 + i_3).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $P$  ein, so ergibt sich:

$$P = e_1 \cdot i_1 - e_2 \cdot (i_1 + i_3) + e_3 \cdot i_3$$

oder, wenn wir umformen:

$$P = (e_1 - e_2) \cdot i_1 + (e_3 - e_2) \cdot i_3.$$

Dabei ist  $e_1 - e_2$  nichts anderes als der Augenblickswert der verketteten Spannung, an welche die Spannungsspule des oberen Wattmeters angeschlossen ist. Ebenso ist  $e_3 - e_2$  die augenblickliche verkettete Spannung am unteren Wattmeter. Das Produkt  $(e_1 - e_2) \cdot i_1$  bewirkt also das augenblickliche Drehmoment im oberen Wattmeter und das Produkt  $(e_3 - e_2) \cdot i_3$  bewirkt das augenblickliche Drehmoment im unteren Wattmeter. Daß in den Klammern die Differenzen und nicht die Summen auftreten, erklärt sich daraus, daß die beiden betreffenden Phasen in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet sind.

Nun nimmt das Wattmeter infolge der Trägheit seines beweglichen Teils gleichsam das Mittel aus den Augenblickswerten der Leistung. Die Gesamtleistung ergibt sich also aus der Summe der beiden Wattmeterausschläge.

Dabei sind aber die Vorzeichen der einzelnen Glieder zu beachten. Im allgemeinen sind ja allerdings beide Ausdrücke der rechten Seite positiv, d. h. die Wattmeter schlagen bei der oben angegebenen Schaltung beide nach derselben Seite aus. In diesem Falle sind die Wattmeterausschläge zu addieren.

Ist jedoch eine erhebliche Selbstinduktion im Stromkreise vorhanden, so schlägt bei der gezeichneten Schaltung das eine Wattmeter nach der verkehrten Richtung aus. Der Vektor der Spannung  $OB'$  in Fig. 304 bleibt nämlich um  $30^\circ$  hinter der Netzspannung  $OR$  zurück. Wenn nun der Strom um mehr als  $60^\circ$  hinter der Spannung  $OB'$  zurückbleibt, so ist die Phasendifferenz zwischen dem betreffenden Phasenstrom und der Netzspannung  $OR$  mehr als  $90^\circ$ . Die Folge ist, daß das betreffende Wattmeter nach der entgegengesetzten Seite ausschlägt, also eine negative Leistung anzeigt. Dann ergibt sich die ganze Leistung nicht aus der Summe, sondern aus der Differenz beider Wattmeterausschläge oder besser

allgemein aus der Summe mit Berücksichtigung des Vorzeichens. Sind dabei die Wattmeter nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so ist der Strom in der Spannungsspule des Wattmeters umzukehren, das nach der verkehrten Richtung auszuschlagen sucht, und dessen Pole daher vertauscht werden müssen.

Die Messung läßt sich nun auch mittels eines einzigen Wattmeters ausführen, wozu passend ein Quecksilberkommutator mit drei Bügeln verwendet wird. In Fig. 309 fließt der Strom des Netzleiters 2 durch die Amperespule des Wattmeters, während nach Umlegung der drei Bügel

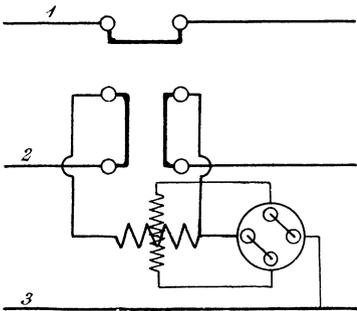


Fig. 309.

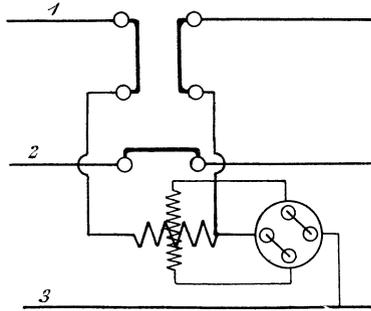


Fig. 310.

Umschaltung des Wattmeters bei Messung der Drehstromleistung.

(Fig. 310) der Strom des Netzleiters 1 durch die Amperespule fließt. Die Spannungsspule des Wattmeters liegt in beiden Fällen mit einem Ende an der Amperespule und dem andern Ende an dem nicht an die Amperespule angeschlossenen Leiter 3. Ein Quecksilberkommutator erlaubt die Umkehrung der Stromrichtung in der Spannungsspule.

Will man doppelte Ablesung vermeiden, so muß man Wattmeter verwenden, die aus zwei Einzelwattmetern bestehen. Ihre beweglichen Teile sitzen auf ein und derselben Achse, so daß sich die ausgeübten Drehmomente addieren, bzw. subtrahieren.

## 112. Wirkungsweise des Rotors.

Nachdem wir bisher die Entstehung des Drehfeldes, sowie die Schaltung des Stators betrachtet haben, fassen wir jetzt die Wirkung des umlaufenden Kraftflusses auf den Rotor ins Auge. Der im Hohlraum des Stators drehbar gelagerte Eisenzylinder ist aus Blechen zusammengesetzt und trägt auf seinem Umfang entweder eine Kurzschlußwicklung oder eine Phasenwicklung.

Die Kurzschlußwicklung besteht aus Stäben, die in Nuten verlegt und durch Stirnringe sämtlich miteinander verbunden sind. Sie könnte auch aus lauter einzelnen, in sich geschlossenen Schleifen bestehen, deren Stirnverbindungen eine Polteilung umfassen. Diese Art der Ausführung

kommt praktisch wenig in Frage, sie ist aber in ihrer Wirkungsweise am bequemsten zu verstehen.

Die Phasenwicklung des Rotors entspricht genau einer Statorwicklung. Ihre Enden sind zu Schleifringen geführt, so daß beim Anlassen ein Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet werden kann.

Wir sahen nun, daß bei den bisher besprochenen zweipolgigen Wickelungen das Feld des Stators während einer Periode des Generators einmal umläuft. Um die Wirkung dieses umlaufenden Feldes besser zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polgestell, das in Fig. 311 entgegengesetzt dem Uhrzeiger umläuft. Die Kraftlinien dieses Polrades schneiden in der Figur durch den Rotor in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Rotor im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der

bekannten Regel haben wir also in den Drähten vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des induzierten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich die vom Stator erzeugten Kraftlinien darstellt, sondern den resultierenden Kraftfluß  $N$ , der sich aus der gemeinsamen Wirkung des Statorstromes und des Rotorstromes ergibt. In diesem Falle haben wir

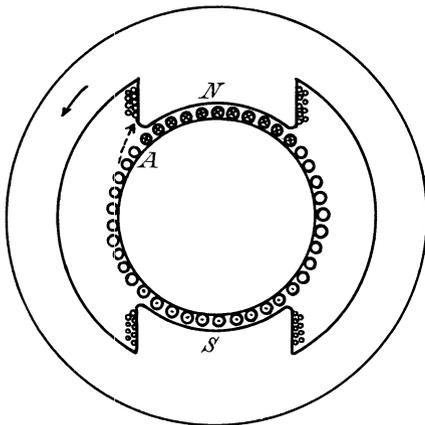


Fig. 311. Umlaufendes Polgestell zur Veranschaulichung eines Drehkraftflusses.

keine Phasenverschiebung zwischen der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft und dem Rotorstrom. Vor den Polmitten hat also nicht bloß die elektromotorische Kraft, sondern gleichzeitig auch der Strom den Höchstwert.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der induzierte Strom der Bewegung entgegen. Der Rotorstrom sucht also die relative Verschiebung zwischen Magnetfeld und Rotordraht zu verhindern, d. h. er läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das zu verstehen, schwimmen wir nach der Ampèreschen Regel bei  $A$  von vorn nach hinten, mit dem Gesicht nach dem Nordpol. Dann wird eine Kraft ausgeübt, die den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben sucht. Durch diese Kraft, die durch den punktierten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Rotor gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das umlaufende Polrad gegen einen Anschlag des Rotors stößt,

der an Stelle des punktierten Pfeiles gedacht werden kann und den Rotor mitnimmt. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, in welchem ein unmagnetisches Eisengestell den Rotor vermittle eines Riemen mitnimmt.

Ist der Rotor unbelastet und läuft er ohne Reibung<sup>\*</sup> in den Lagern, so ist seine Drehzahl gleich der Drehzahl des Feldes. Da dann überhaupt keine Kraftlinienschnitte im Rotor stattfinden, so sind die elektromotorische Kraft und der Strom im Rotor gleich Null. Daß dabei dennoch eine Drehung stattfindet, erscheint auf den ersten Blick widersinnig. Es ist indessen zu beachten, daß wir einen absoluten Leerlauf ins Auge gefaßt haben.

Ist der Rotor dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Rotorstrom nötig. Infolgedessen bleibt der Rotor in seiner Drehzahl etwas hinter der Drehzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Dieser Unterschied in den Drehzahlen ermöglicht ein Schneiden von Kraftlinien durch die Rotordrähte, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Rotorstrom induziert wird. Unter gewöhnlichen Verhältnissen genügt eine ganz geringe elektromotorische Kraft, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Rotors den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist der Unterschied der Drehzahlen, d. h. die Schlüpfung immer sehr gering und beträgt oft nur  $1-2\%$ .

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir soeben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist nämlich infolge des Riemengleitens die Drehzahl des mitgenommenen Eisenzylinders ebenfalls geringer als die des umlaufenden Eisengestelles. Diesen Verlust durch das Riemengleiten können wir passend mit der Schlüpfung des Rotors vergleichen.

Wenn nun nach dem Obigen die Drehzahl des Rotors bei gewöhnlichen Verhältnissen annähernd gleich der Drehzahl des primären Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Periodenzahl im allgemeinen nicht anwendbar sind. Da man bei Anlagen für Licht und Kraft im Interesse eines ruhigen Brennens der Lampen mit 50 Perioden in der Sekunde arbeitet, so würden bei zweipoliger Wicklung des Stators das Feld und der Rotor 50 mal in der Sekunde oder 3000 mal in der Minute umlaufen. Man vermeidet diese hohen Drehzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wicklungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wicklung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Fig. 312 umfaßt z. B. jede Windung den vierten Teil des Umfangs. Die Stirnverbindungen sind nur für eine Phase durchgeführt. Bei den anderen Phasen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Löcher hineingezeichnet, unter der Annahme, daß im gezeichneten Augenblick der Strom in der voll-

ständig gezeichneten Phase am stärksten und in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Bei der dargestellten Wicklung ergeben sich vier Pole, deren Lage für den gezeichneten Augenblick angegeben ist. Mit der Verschiebung der Ströme in den einzelnen Leitern verschiebt sich auch die Lage der Pole längs des Umfanges.

Während einer Periode macht das Feld in Fig. 312 nur eine halbe Umdrehung. Ist allgemein  $p$  die Anzahl der Polpaare und  $\nu$  die Periodenzahl des primären Stromes, so ergibt sich die Drehzahl des Feldes in der Sekunde zu:

$$\frac{n_0}{60} = \frac{\nu}{p}.$$

Dies ist auch die Motordrehzahl bei unbelastetem Lauf (Synchrondrehzahl).

Ist nun  $\frac{n}{60}$  die Drehzahl des belasteten Rotors, so ist der Unterschied der Drehzahlen zwischen Leerlauf und Belastung gleich  $\frac{n_0 - n}{60}$ .

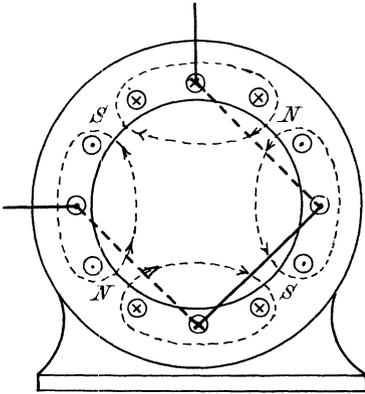


Fig. 312. Vierpolige Wicklung.

Es ist, als wenn der Rotor mit dieser Drehzahl die Kraftlinien eines feststehenden Feldes schneidet. Ist  $s$  die relative Abnahme der Drehzahl des Rotors gegenüber der Drehzahl des Feldes, d. h. die Schlüpfung, d. h. die Periodenzahl, mit der das Feld die Rotordrähte schneidet:

$$s \cdot \nu = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p.$$

Wegen der Abnahme der Drehzahl bei Belastung heißen die gewöhnlichen Drehstrommotoren Asynchronmotoren. Sie werden auch,

da der Strom im Rotor vom Stator aus induziert wird, Induktionsmotoren genannt.

Die Drehrichtung des Rotors ist durch die Drehrichtung des umlaufenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen miteinander vertauscht.

Der Rotor wird, wenn er eine Phasenwicklung enthält, für die gleiche Polzahl gewickelt wie der Stator. Ein Kurzschlußrotor mit Stäben, die durch Stirnringe verbunden sind, ist für Statoren jeder beliebigen Polzahl verwendbar.

## Siebzehntes Kapitel.

113. Die verteilten Wickelungen. — 114. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen — 115. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 116. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 117. Berechnung der Schlüpfung. — 118. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft.

### 113. Die verteilten Wickelungen.

Wir haben bisher der Deutlichkeit wegen angenommen, daß eine Spulenseite in einer einzigen Nut untergebracht ist, oder daß die Breite der Spulenseite sehr klein ist, so daß zwischen den Spulenseiten verschiedener Phasen ein erheblicher Raum frei blieb. In Wirklichkeit liegen nun aber die Drähte einer Spulenseite in mehreren Nuten längs des Umfangs verteilt. Dies geschieht, um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzeugen, das keine plötzlichen Änderungen in der Feldstärke besitzt, und um andererseits die Anzahl der Amperedrähte in einer Nut möglichst klein zu machen. Der Einfluß des letzteren Umstandes auf die Selbstinduktion oder Streuung wird später im Abschnitt 126 besprochen werden.

Man wählt gewöhnlich 2—5 Nuten für die Spulenseite im Stator und 3—7 Löcher für die Spulenseite im Rotor. Die Anzahl der Löcher im Stator muß von der Nutenzahl des Rotors verschieden sein, da sich sonst der Drehstrommotor leicht wie ein ruhender Transformator verhält und nicht anzieht. Bei den Statoren (Ankern) von Turbogeneratoren, die bei der hohen Drehzahl der Dampfturbinen nur wenige Pole besitzen, ist eine große Nutenzahl einer Spulenseite die Regel.

In Fig. 313 ist eine vierpolige verteilte Spulenwicklung eines Stators für einen Generator oder Motor gezeichnet, wobei die einzelnen Phasen durch Ausziehen, Stricheln und Strichpunktieren der Stirnverbindungen unterschieden sind. Dabei ist angenommen, daß der Strom in der strichpunktieren Phase gerade den größten Wert hat, während er in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Das ist in Fig. 313 durch stärkere oder schwächere Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Amperesche Schwimmerregel ergibt jetzt, daß die durch  $N$  und  $S$  bezeichnete Polmitte da liegt, wo zwei entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneinandergrenzen. Die neutrale Zone

liegt dann jedesmal in der Mitte einer gleichmäßig durchflossenen Gruppe von Drähten.

Bei der bisher besprochenen Spulenwicklung war die Breite der Spulenseite gleich  $\frac{1}{3}$  der Teilung. Dabei wird die vor einem Polpaar liegende Spule einer Phase durch Hin- und Zurückschreiten fertig gewickelt, und dann werden die entsprechend vor den anderen Polen liegenden Spulen derselben Phase dahintergeschaltet. Ähnliche Wickelungen sind auch für den Rotor von Motoren möglich.

Für den Rotor kommt außerdem die schleichende Stabwicklung in Betracht, die mit der gewöhnlichen Reihenwicklung für Gleichstrom übereinstimmt. Dabei schreitet man fortlaufend vorwärts und kommt nach einem Umgang fast an den Ausgangspunkt zurück. Wenn man dann

weiter vorwärts wickelt, so legen sich bei den wiederholten Umgängen die Drähte einer Spulenseite aneinander. Bezeichnet  $z$  die gesamte Drahtzahl, so ergibt sich nach S. 138 der Wickelungsschritt zu:

$$y = \frac{z \pm 2}{2p}$$

$y$  muß dabei eine ungerade Zahl sein, und  $z$  muß durch 3, d. h. durch die Anzahl der Phasen teilbar sein. Das Wesen dieser Wicklung wird nur bei ziemlich großer Drahtzahl deutlich, da eine unvermeidliche geringe Ungleichmäßigkeit das Verständnis erschwert.

Fig. 313. Vierpolige verteilte Drehstromwicklung (Spulenwicklung mit Spulenbreite gleich  $\frac{1}{2}$  der Teilung).

Wir wählen also  $z = 54$ , d. h. 18 Drähte für eine Phase. Dann ergibt sich bei vierpoliger Wicklung ( $p = 2$ ):

$$y = \frac{54 \pm 2}{4} = 14 \text{ oder } 13.$$

Davon ist nur  $y = 13$  brauchbar, da die Wicklung sonst nicht einfach geschlossen ist. Die Wicklung ist in Fig. 314 in Sternschaltung angeordnet, und die Phase  $a$  führt gerade den stärksten Strom. Dieser fließt in dem Sinne, wie wir wickeln, d. h. vom Nullpunkt aus nach 1, dann längs der Mantelfläche nach hinten und auf der hinteren Stirnfläche nach  $1 + 13 = 14$  usw., nach dem Schema:

1	14	10
27	40	23
53	12	49
25	38	21
51	10	47

Wenn wir nun von 6 nach  $6 + 13 = 19$  weiter schreiten würden, so erhielten wir eine gewöhnliche Gleichstromwicklung. Diese wird

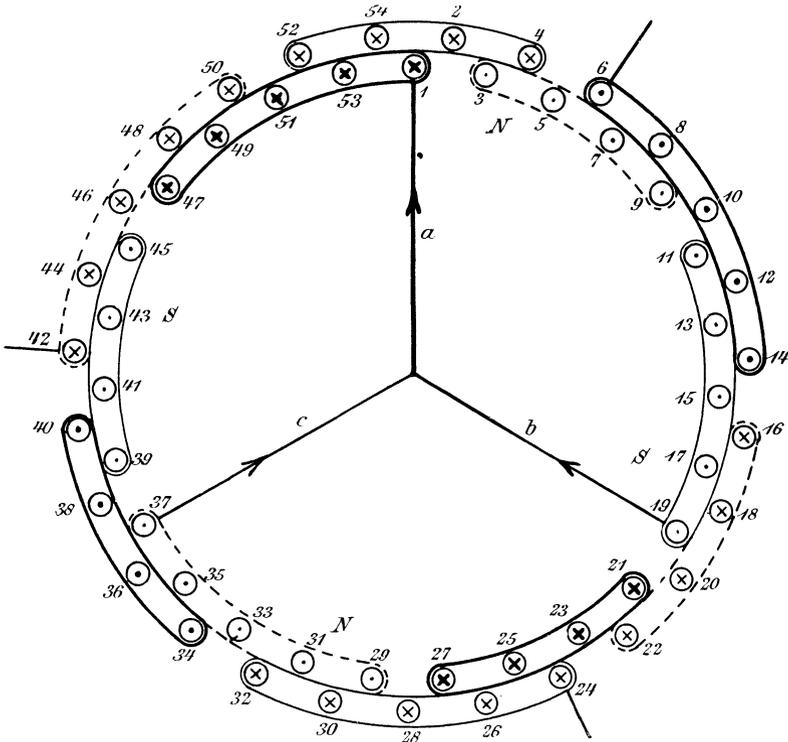


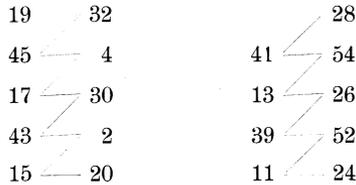
Fig. 314. Vierpolige schleichende Drehstromwicklung.  
Spulenbreite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung.

ohne weiteres zu einer Dreieckschaltung, wenn wir an drei um  $\frac{2}{3}$  der Polteilung versetzte Punkte die Zuführung anschließen. Bei Draht 19 würde dabei eine neue Phase beginnen und die Breite der Spulenseite wäre nach Fig. 298 links gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung.

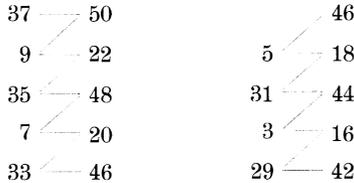
Statt dessen ist in Fig. 314 Sternschaltung gewählt, nach Art von Fig. 301. Dabei bleibt die Breite der Spulenseite  $\frac{2}{3}$  der Teilung. Bei Draht 19 beginnt auch hier wieder die neue Phase.

Der Deutlichkeit wegen sind die Drähte auf dem Umfang in zwei Lagen übereinander angebracht und zusammengehörige Drähte einer

Spulenseite umrahmt. Die Umrahmung ist bei der ersten Phase stark gezeichnet, bei der zweiten schwach ausgezogen, und bei der dritten gestrichelt. Da die Summe zweier Ströme in jedem Augenblicke gleich dem dritten ist, so fließt der Strom aus den beiden letzteren Phasen auf den Nullpunkt zu, und die Stromrichtung ist der jetzt folgenden, vom Nullpunkt ausgehenden Wicklungsrichtung entgegengesetzt. Das Schema der Wickelung der zweiten Phase ergibt sich zu:



Ebenso ergibt sich das Schema der dritten Phase zu:



Die Umrahmung der zu einer Spulenseite gehörenden Drähte macht es deutlich, daß die einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen sich teilweise überdecken oder überlappen. Dabei ist die Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung.

In elektrischer und magnetischer Beziehung ist eine so breite Spulenseite etwas ungünstig. Man sieht z. B. deutlich in Fig. 314, daß an einzelnen Stellen des Umfanges entgegengesetzt durchflossene Drähte liegen, die sich in ihrer Wirkung aufheben. Es empfiehlt sich daher, um eine Spulenseite gleich  $\frac{1}{3}$  der Polteilung zu erreichen, die Gleichstromwicklung aufzuschneiden und dadurch die Überlappung und die große Breite der Spulenseite zu vermeiden. Nach Fertigstellung der ersten Hälfte einer Phase kehrt man dabei den Wicklungssinn um. Das ist aber ohne grundsätzliche Bedeutung und hat nur den Zweck, die gleichmäßige Anordnung der Stirnverbindungen nicht zu stören. Man kann dabei noch die Ungleichmäßigkeit in Fig. 314 dadurch beseitigen, daß man auf die Bedingung  $2p \cdot y = z \pm 2$  ganz verzichtet und die Drahtzahl einer Phase durch die Polzahl teilbar macht.

Wir wählen z. B. für einen Pol und für eine Phase 4 Stäbe, d. h. 2 Nuten. Dann erhalten wir bei vier Polen 24 Nuten mit 48 Stäben (Fig. 315). Der Nutensschritt wird gleich einer vollen Polteilung, also gleich 6 Nuten. Wir verfolgen nun die erste Phase vom Nullpunkt 0 nach 1 oben, bei 1 von vorn nach hinten, auf der hinteren Stirnseite nach 7 unten, dort von hinten nach vorn und weiter nach 13 und 19.

Von 19 würde uns der regelmäßige Nutenschritt wieder nach 1 führen. Wir verbinden aber 19 (unten) durch die besonders stark ausgezogene längere Verbindung mit 2 (oben). Dann wickeln wir beim zweiten Umgang die Stäbe 2, 8, 14, 20. Von 20 (unten) müßten wir, um gleichliegende Drähte hintereinander zu schalten, nach 1 (unten) gehen und in demselben Sinne weiter schreiten.

Um aber die Gleichmäßigkeit der Stirnverbindungen nicht zu stören, verbinden wir 20 (unten) mit 2 (unten) und ändern den Wicklungssinn, indem wir die Wicklung von 2 (unten) nach links herum über 20, 14, 8, 1, 19, 13, 7 zu Ende führen.

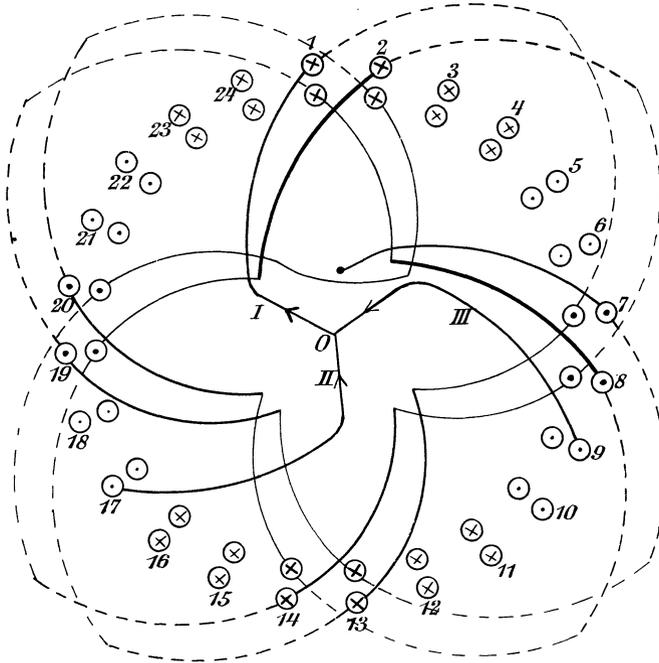


Fig. 315.

Schleichende Drehstromwicklung mit einer Spulenbreite gleich  $\frac{1}{8}$  der Teilung.

Die übrigen Phasen sind in genau derselben Weise gewickelt. Der Anfang der 2. Phase sollte um  $\frac{2}{3}$  der Polteilung gegen die erste verschoben sein, aber wir können natürlich bei unserer vierpoligen Wicklung als Anfang der 2. Phase statt des Drahtes 5 auch den gleichliegenden Draht 17 wählen.

### 114. Die Kraftlinienzahl der Dreiphasenmaschinen.

Wir haben in diesem Abschnitt die von den Stator- und Rotorströmen erzeugten Kraftlinien für die verschiedenen Wicklungsarten zu berechnen und den Nachweis zu liefern, daß der Kraftlinienfluß der Drei-

phasenmaschinen räumlich annähernd sinusförmigen Verlauf hat. Zu dem Zwecke ist in Fig. 316 eine Spulenwicklung mit fünf Löchern oder Nuten für die Spulenseite gezeichnet. Die Anzahl der Nuten ist aber in der Rechnung als außerordentlich groß angenommen. Dabei ist der Statorumfang der Deutlichkeit wegen in eine Gerade gestreckt und die einzelnen Spulenseiten ein wenig voneinander getrennt gezeichnet. Der Strom habe im gezeichneten Augenblick in der einen Spulenseite gerade seinen größten Wert, er ist also in den beiden benachbarten Spulenseiten halb so stark. Das ist in der Figur dadurch angedeutet, daß Schaft und Spitze der Strompfeile in den einzelnen Phasen verschieden stark gezeichnet sind. Die senkrecht nach unten zeigenden Pfeile geben die Stärke des Kraftlinienfeldes an den einzelnen Punkten des Umfanges an.

Wenn wir alle Stromleiter, die in gleichem Sinne durchflossen werden, zusammenfassen, so finden wir, daß der Punkt  $D$  die Mitte eines

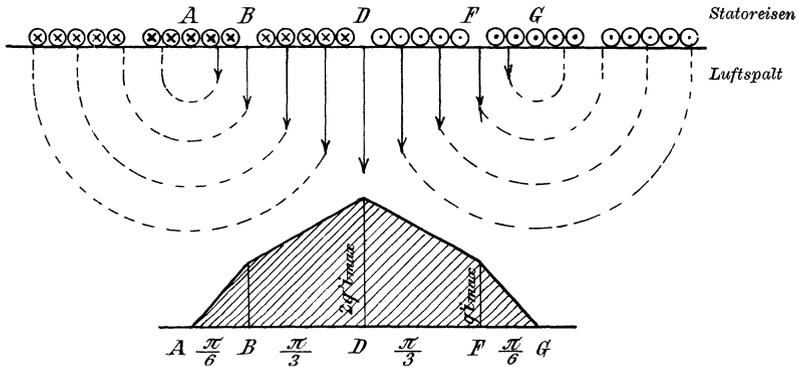


Fig. 316. Erregung und Kraftfuß einer Dreiphasen-Spulenwicklung im Augenblick des Höchstwertes des Stromes in der einen Spulenseite.

Nordpoles ist, während an den Punkten  $A$  und  $G$  der Nordpol in den Südpol übergeht. Von  $D$  an fällt also die Feldstärke entsprechend der an den einzelnen Stellen des Umfanges wirksamen Erregung nach beiden Seiten hin ab.

Um nun an den verschiedenen Punkten des Umfanges die dort wirksame Erregung zu ermitteln, beachten wir, daß eine Kraftlinie durch die Amperedrähte erzeugt wird, die von der betreffenden Kraftlinie umschlossen werden. Daraus ergibt sich, wenn  $q'$  die Drahtzahl einer Spulenseite, d. h. die Drahtzahl eines Pols und einer Phase bedeutet:

bei  $A$  die Erregung Null,

„  $B$  „ „  $q' \cdot i_{max}$ ,

„  $D$  „ „  $\frac{q' \cdot i_{max}}{2} + q' \cdot i_{max} + \frac{q' \cdot i_{max}}{2} = 2 \cdot q' \cdot i_{max}$ .

Wir tragen nun den Umfang oder bequemer den Bogen als Abszisse auf, wobei der Bogen einer ganzen Polteilung wieder gleich  $\pi$  ist. Wenn wir dann die Erregungen, die an den einzelnen Stellen des Umfanges

wirksam sind, als Ordinaten auftragen, so erhalten wir die im unteren Teil der Figur gezeichnete Kurve. Zwischen  $A$  und  $B$  und zwischen  $B$  und  $D$  ist die Zunahme der Erregung der Zunahme des Umfanges proportional. Die Kurve des Kraftflusses verläuft genau wie die der Erregung.

Zur Berechnung der mittleren Erregung dividieren wir die schraffierte Fläche durch die Basis  $\pi$  und erhalten mit Hilfe der in Fig. 316 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( \frac{\pi}{6} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \right) = 1,166 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Wir betrachten nun den anderen extremen Zeitpunkt, in welchem die Stromstärke in der einen Phase gleich Null ist, während sie in den beiden anderen Phasen gleich  $i_{\text{max}} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{\text{max}}$  ist (Fig. 317). Jetzt bilden die Drähte zwischen  $D$  und  $H$  eine gemeinsame Spulenseite von

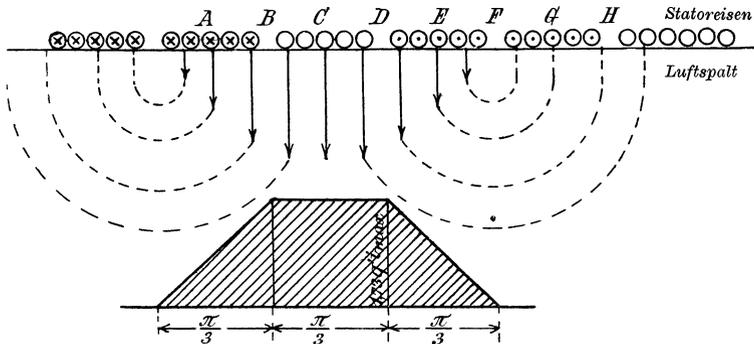


Fig. 317. Erregung und Kraftfluß einer Dreiphasen-Spulenwicklung. (Strom in der einen Phase gleich Null.)

der Amperewindungszahl  $2 \cdot q' \cdot 0,866 \cdot i_{\text{max}} = 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}$ . Diese Erregung ist gleichmäßig zwischen  $B$  und  $D$  wirksam, was durch die gleichmäßige Länge der Kraftlinienpfeile zwischen  $B$  und  $D$  angedeutet ist. Dagegen wird die wirksame Erregung nach links und rechts hin proportional dem Umfang schwächer. Wenn wir nun wieder die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Kurve im unteren Teil der Fig. 317. Berechnen wir die schraffierte Fläche und dividieren sie durch die Basis, so erhalten wir eine mittlere Erregung:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,155 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Nehmen wir das Mittel aus den beiden gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1,166 + 1,155}{2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,16 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (\text{a})$$

Der Mittelwert unterscheidet sich von den beiden äußersten Werten nur um 5 0/100. Der umlaufende Kraftfluß ist also in seinem Gesamtbetrage fast konstant, während der räumliche Höchstwert der Induktion nach Fig. 316 und 317 im Verhältnis 2 : 1,73 schwankt. Beim Zweiphasenmotor sind die Schwankungen in der Induktion wesentlich größer.

Wie nun eine Betrachtung der Fig. 316 und 317 ergibt, hat das magnetische Feld einen angenähert sinusförmigen Verlauf. Man macht keinen großen Fehler, wenn man das Feld durch ein rotierendes, sinusförmig verteiltes Feld ersetzt.

In ähnlicher Weise wie bei der Spulenumwicklung ergibt sich die mittlere Erregung bei der schleichenden Stabwicklung. In Fig. 318 ist eine solche schleichende Stabwicklung noch einmal gezeichnet, und zwar hat der Strom in der einen Phase gerade seinen Höchstwert, während er in den beiden anderen Phasen gleich  $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$  ist. Wie man sieht,

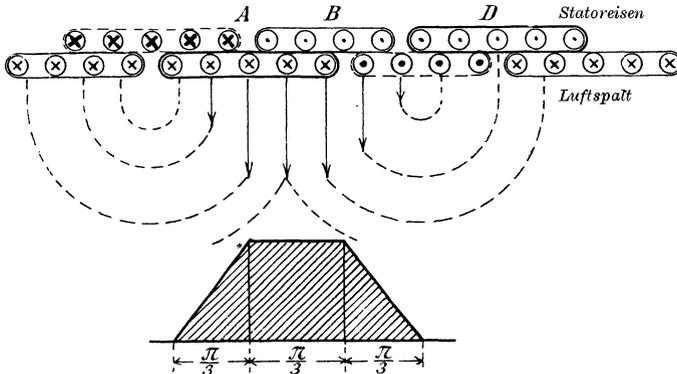


Fig. 318. Erregung und Kraftfluß der schleichenden Drehstromwicklung (Höchstwert des Stromes in der einen Phase).

heben sich die magnetischen Wirkungen der Stromleiter zwischen *A* und *B* auf. Wir haben dort also eine gleichmäßige Feldstärke, die von den Amperedrähten zwischen *B* und *D* geschaffen wird. Die Zahl dieser Amperedrähte ist  $q' \cdot i_{max} + 2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot \frac{i_{max}}{2} = 1,5 \cdot q' \cdot i_{max}$ . Wenn wir wieder eine große Nutzzahl für die Spulenseiten voraussetzen, nimmt die wirksame Amperewindungszahl von *B* an proportional dem Umfang bis auf den Wert Null ab. Dieser Wert wird in der Mitte zwischen den Punkten *B* und *D* erreicht, wo der Nordpol in den Südpol übergeht. Wir tragen nun wieder die wirksamen Amperewindungen als Ordinaten auf und erhalten so die im unteren Teil der Fig. 318 gezeichnete Kurve.

Dieselbe Zeichnung führen wir nun auch für den zweiten Grenzfall aus, in welchem der Strom in der einen Phase gleich Null ist (Fig. 319). Die Drähte zwischen *A* und *D* bilden jetzt eine gemeinsame Spulenseite, in deren Mitte die Feldstärke gleich Null ist. Von da aus nimmt sie nach beiden Seiten proportional dem Ankerumfang zu. Bei *B* entspricht

sie den zwischen  $B$  und  $C$  liegenden Amperedrähten, also dem Betrage  $2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot q' \cdot i_{max}$ . Von  $B$  bis  $A$  nimmt die Feldstärke dann ebenfalls noch zu, aber langsamer. Sie entspricht schließlich bei  $A$  allen Amperedrähten, die zwischen  $A$  und  $D$  liegen, also dem Betrage  $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$ . Die Mitte des erzeugten Kraftflusses ist gegen Fig. 318 um  $\frac{\pi}{6}$  verschoben.

Wir vergleichen jetzt die Flächen in Fig. 318 und 319 mit den ähnlichen Flächen in Fig. 316 und 317 und finden, daß die beiden Flächen in den beiden extremen Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt haben. Die Ordinaten der jetzt erhaltenen Flächen sind aber 0,866 mal so klein wie die früheren; demnach ergibt sich mit Rücksicht auf Gleichung (a) eine mittlere Erregung:

$$X_{mittel} = 0,866 \cdot 1,16 \cdot q' \cdot i_{max} = 1,005 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

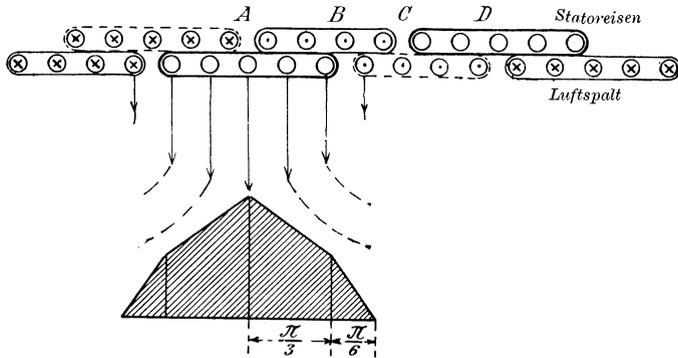


Fig. 319. Erregung und Kraftfluß einer schleichenden Drehstromwicklung (Strom in der einen Phase gleich Null).

Wir gehen nun dazu über, die von der Käfigwicklung des Rotors ausgeübte Erregung zu bestimmen. Die obere Kurve in Fig. 320 stellt das umlaufende, den Rotor schneidende Feld dar, das durch die gemeinsame Wirkung des Stators und Rotors zustande kommt und als Sinusfunktion des Ortes angenommen ist. Die in den einzelnen Rotor-drähten induzierte elektromotorische Kraft und der Rotorstrom  $I_2$  sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Fig. 320 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Rotordrähten angedeutet.

Der Rotorstrom hat seinen Höchstwert bei  $B$ . Fassen wir nun alle gleichmäßig durchflossenen Rodordrähte zusammen, so erkennen wir, daß der Höchstwert der vom Rotor ausgeübten Erregung bei  $C$  liegt, und daß die Erregung dann bis  $B$  auf Null abnimmt.

Wir haben nun nachzuweisen, daß die Kurve der vom Rotor ausgeübten Erregung ebenfalls eine Sinuskurve ist. Die Drahtzahl einer

Polteilung werde, wie bei Dreiphasen-Wicklungen, gleich  $3 \cdot q'$  gesetzt. In einem beliebigen Abstand  $\alpha$  von  $B$  aus liegt auf dem Bogen  $d\alpha$  die Drahtzahl  $3 \cdot q' \cdot \frac{d\alpha}{\pi}$ , und die Stromstärke ist dort  $i_{max} \cdot \cos \alpha$ . Demnach ist die Zahl der Ampereadrhte zwischen  $D$  und  $E$ , also in der Entfernung  $\pm \gamma$  vom Punkte  $B$ :

$$X = \int_{-\gamma}^{+\gamma} i_{max} \cdot \cos \alpha \cdot 3 \cdot q' \cdot \frac{d\alpha}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot 6 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin \gamma.$$

Die Erregung längs des Umfanges ändert sich also mit dem Sinus des Winkels  $\gamma$ .

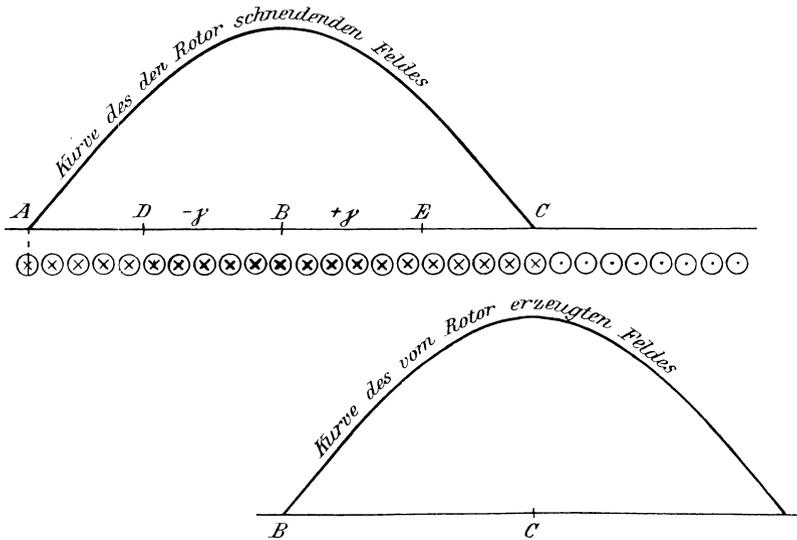


Fig. 320. Magnetisierende Kraft eines Kurzschlußankers.

Setzen wir  $\gamma$  gleich  $90^\circ$ , also  $\sin \gamma = 1$ , so erhalten wir den Höchstwert der vom Rotor ausgeübten Erregung  $X_{max}$ . Wenn wir diesen nach S. 244 mit  $2/\pi$  multiplizieren, erhalten wir die mittlere Erregung zu:

$$X_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot X_{max} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{6 \cdot q'}{\pi} \cdot i_{max} = 1,22 q' \cdot i_{max}.$$

Allgemein wird für alle drei Wicklungen:

$$X_{mittel} = K \cdot q' \cdot i_{max}.$$

Darin ist:

- $K = 1,005$  bei schleichender Wicklung,
- $K = 1,16$  „ Spulenwicklung,
- $K = 1,22$  „ Käfigwicklung.

Die Kraftlinienzahl eines Pols ergibt sich dann mit Hilfe der Polfläche  $Q_l$  unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes zu:

$$N = B_{\text{mittel}} \cdot Q_l = \frac{0,4 \pi \cdot X_{\text{mittel}} \cdot Q_l}{l} = \frac{0,4 \pi \cdot K \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \cdot Q_l}{l}. \quad (58)$$

Wie ein Vergleich zeigt, sind die Faktoren  $K$  fast genau den entsprechenden Faktoren  $k$  in Abschnitt 89, die zur Berechnung der elektromotorischen Kraft dienen, proportional. Für die Käfig- oder Einzel-schleifenwicklung ist bei Berechnung des genannten Faktors  $K$  die Breite der induzierten Spulenseite gleich Null zu setzen, während  $q'$  bei dieser Wicklung gleich dem dritten Teil der Drahtzahl einer Polteilung ist.

### 115. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Die Messung an einem 150-PS-Motor der Firma Örlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu prüfen. Die dazu nötigen Daten sind folgende:\*)

Klemmenspannung verkettet . . . . .	$e = 3300$ Volt
Primäre Periodenzahl . . . . .	$\nu = 50$
Zahl der Polpaare . . . . .	$p = 6$
Ankerlänge . . . . .	$b = 23,5$ cm
Ankerdurchmesser . . . . .	$d = 90$ „
Doppelter Luftabstand . . . . .	$l_l = 0,15$ „
Drahtzahl des Stators . . . . .	$z_1 = 2016$
Länge eines Stator- und Rotorzahnes zusammen .	$= 6$ cm
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite . . .	$= 2,5$ .

Daraus ergeben sich zunächst folgende Werte:

$$\text{Spannung einer Phase . . . . . } e_1 = \frac{3300}{\sqrt{3}} = 1910 \text{ Volt}$$

$$\text{Drahtzahl einer Phase . . . . . } \frac{z_1}{3} = 672$$

$$\text{Drahtzahl eines Pols und einer Phase } q' = \frac{z_1}{3 \cdot 2p} = 56$$

$$\text{Polfläche . . . . . } Q_l = \frac{d \cdot \pi \cdot b}{2p} = 763.$$

Es sei nun  $N_0$  das gesamte vom Stator erzeugte Feld bei Leerlauf. Da die Phasenspannung  $e_1$  nahezu gleich und entgegengesetzt der induzierten elektromotorischen Kraft  $E_1$  ist, so ergibt sich unter Voraussetzung eines sinusförmigen Feldes nach Gleichung (45) auf S. 311:

$$e_1 = E_1 = 2,12 \cdot N_0 \cdot \nu \cdot \frac{z_1}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Demnach:

$$N_0 = \frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6.$$

\*) Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Nehmen wir an, daß 2% des Kraftflusses durch Streuung verloren gehen, so werden 98% auf den Rotor übertragen, und wir erhalten die auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl  $N$  zu:

$$N = 0,98 \cdot N_0 = 2,64 \cdot 10^6.$$

Andererseits ist nach S. 405:

$$N = \frac{0,4 \pi \cdot K \cdot q' \cdot i_{max}}{l} \cdot Q_l.$$

Für die in unserem Falle vorliegende Spulenwicklung wird nach dem Schluß des vorigen Abschnittes der Faktor  $K = 1,16$ . Wir führen nun den Effektivwert des Leerstromes  $I_0 = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$  ein und erhalten:

$$I_0 = \frac{N \cdot l}{\sqrt{2} \cdot 0,4 \pi \cdot K \cdot q' \cdot Q_l} = 4,5 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich beträgt nun bei diesem Motor der Leerstrom nicht 4,5 Ampere, sondern er ist nicht unbedeutlich größer. Der Grund liegt darin, daß der magnetische Widerstand des Eisens in der obigen Rechnung nicht berücksichtigt ist. Wir gehen daher nun dazu über, diesen Widerstand des Eisens zu berücksichtigen.

Wir haben dazu zunächst eine sog. Charakteristik des Motors zu zeichnen, die für jede Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve für die einzelnen Stellen des Umfanges zu jeder wirksamen Erregung die entsprechende Kraftliniendichte. Man wählt zu diesem Zwecke beliebige Werte der Luftinduktion  $\mathfrak{B}_l$  und berechnet die für die Luft nötigen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l$$

oder, da in unserem Falle  $l = 0,15$  ist:

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot 0,15 = 0,12 \cdot \mathfrak{B}_l.$$

Dann berechnet man die Zahninduktion an der betreffenden Stelle aus der Luftinduktion und dem Verhältnis der Querschnitte, die den Kraftflüssen im Luftraum und in den Zähnen zur Verfügung stehen. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle gleich 2,95. Wir erhalten also:

$$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}_l.$$

Zu  $\mathfrak{B}_z$  ergibt sich die betreffende Amperewindungszahl für ein Zentimeter Weglänge der Kraftlinien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Fig. 321. Dann ergibt sich:

$$X_z = \left( \frac{X}{l} \right)_z \cdot l_z.$$

Dabei ist für  $l_z$  das Doppelte der einfachen Zahnlängen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = \left( \frac{X}{l} \right)_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot \left( \frac{X}{l} \right)_z.$$

Die Summe aus  $X_l$  und  $X_z$  ergibt uns dann die für die betreffende Induktion nötige wirksame Erregung  $X$ .

Diese Rechnung ist für Werte von  $\mathfrak{B}_l = 2000$  bis  $\mathfrak{B}_l = 5200$  ausgeführt, und die Ergebnisse sind in der folgenden Zahlentafel zusammengestellt:

$\mathfrak{B}_l$	$X_l = 0,12 \cdot \mathfrak{B}_l$	$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}_l$	$\left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_z = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5 900	1,1	13	253
3000	360	8 850	1,9	23	383
4000	480	11 800	3,6	43	523
4500	540	13 300	5,4	65	605
5000	600	14 800	10,7	128	728
5200	624	15 309	18,5	222	850

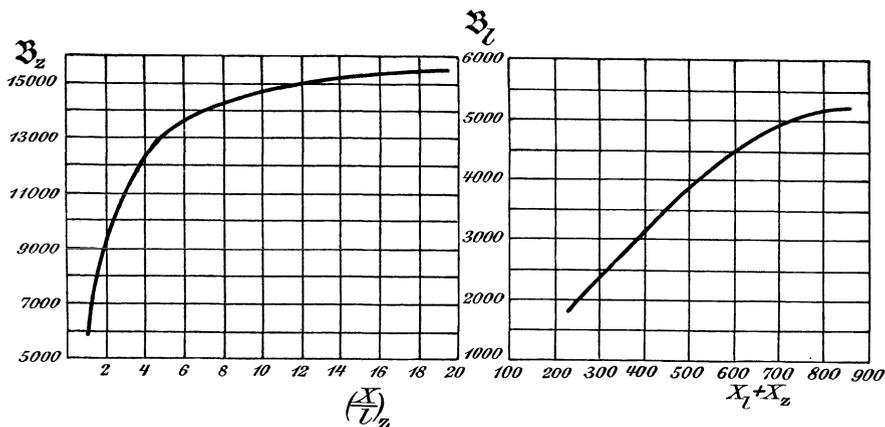


Fig. 321. Magnetisierungskurve von Eisenblech.

Fig. 322. Charakteristik eines Drehstrommotors.

Wir tragen nun den Wert  $X_l + X_z$  als Abszisse und die Luftinduktion  $\mathfrak{B}_l$  als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 322. Wir müssen nun vorläufig schätzen, um wieviel der Leerstrom infolge des Eisenwiderstandes gegenüber dem oben berechneten Wert zu vergrößern ist. Wir wollen annehmen, es sei ein Zuschlag von 20% erforderlich, d. h. der Leerstrom sei rund

$$I_0 = 5,5 \text{ Ampere.}$$

Dann ergibt sich:

$$i_{0max} = \sqrt{2} \cdot I_0 = 7,78 \text{ Ampere.}$$

Wir tragen nun den Umfang als Abszisse und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung als Ordinate auf und erhalten so die Kurve  $X$  in Fig. 323, die dem früher behandelten ersten Grenzfall in Fig. 316 entspricht. Für eine Abszisse gleich  $\pi/2$  erhalten wir dabei eine größte Ordinate:

$$2 \cdot q' \cdot i_{0max} = 2 \cdot 56 \cdot 7,78 = 870.$$

Dagegen ergibt sich für eine Abszisse gleich  $\pi/6$  eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die größte. Der Maßstab für die Erregung ist links an der Ordinatenachse aufgetragen.

Wir tragen ferner auf der Ordinatenachse von  $O$  aus die aus der Charakteristik in Fig. 322 oder aus der Tabelle entnommenen Werte:

$$X = X_1 + X_2 = 253, \quad 383, \quad 523, \quad 605, \quad 728, \quad 850$$

auf und ziehen durch die Teilpunkte Parallele zur Abszissenachse. In den Schnittpunkten dieser Parallelen mit der Kurve  $X$  errichten wir Senkrechte und machen deren Länge, von der Abszissenachse an gemessen, gleich den betreffenden Werten der Tabelle:

$$\mathfrak{B}_l = 2000, \quad 3000, \quad 4000, \quad 4500, \quad 5000, \quad 5200.$$

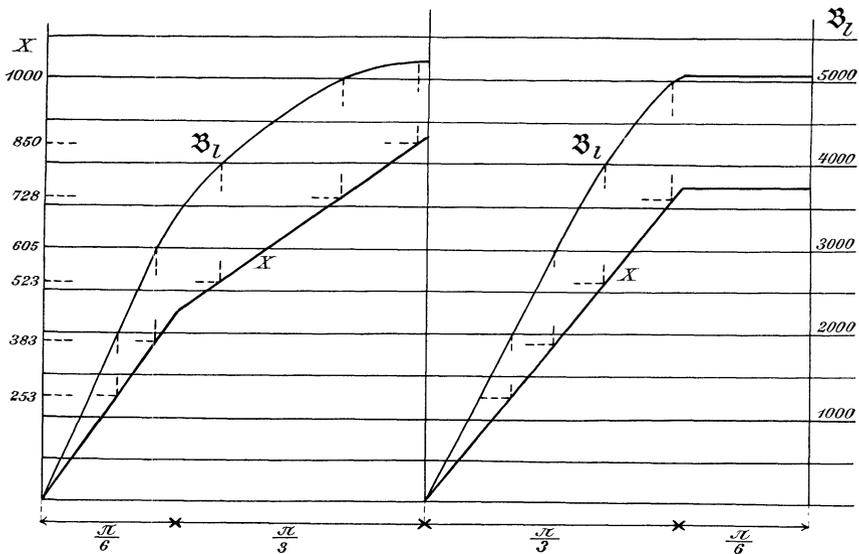


Fig. 323.

Fig. 324.

Feldkurven eines Drehstrommotors unter Berücksichtigung des Eisenwiderstandes der Zähne.

Der Maßstab für  $\mathfrak{B}_l$  ist dabei beliebig gewählt und im rechten Teil der Fig. 324 angegeben. Die Kurve, welche die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve in dem betrachteten Augenblick bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu planimetrieren und die Fläche durch die Grundlinie zu dividieren. Wir erhalten dadurch die mittlere Feldstärke bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere zu:

$$\mathfrak{B}_{l \text{ mittel}} = 8635.$$

Dieselbe Zeichnung ist für den zweiten Grenzfall in Fig. 324 durchgeführt. Dabei wird die größte Ordinate der Kurve  $X$  nach Fig. 317:

$$1,73 \cdot q' \cdot i_{0 \text{ max}} = 1,73 \cdot 56 \cdot 7,78 = 750.$$

Wir zeichnen nun wieder die Kurven  $X$  und  $\mathfrak{B}_l$  und planimetrieren die von der Kurve  $\mathfrak{B}_l$  und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche. Dadurch erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_{l \text{ mittel}} = 3583.$$

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_{l \text{ mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Die gesamte übertragene Kraftlinienzahl  $N$  ergibt sich dann zu:

$$N = \mathfrak{B}_{l \text{ mittel}} \cdot Q_l = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6.$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von  $2,64 \cdot 10^6$  Kraftlinien, daß wir Proportionalität zwischen Stromstärke und Kraftlinienzahl annehmen können. Der zur Erzeugung von  $2,64 \cdot 10^6$  Kraftlinien erforderliche Magnetisierungsstrom ergibt sich also zu:

$$I_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64 \cdot 10^6}{2,75 \cdot 10^6} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich ist nun ein Leerstrom von 6 Ampere gemessen. Der Grund dafür, daß auch jetzt noch der berechnete Leerstrom kleiner ist als der gemessene, liegt darin, daß der Eisenwiderstand des Stator- und Rotorkernes noch nicht berücksichtigt ist. Außerdem kommt noch in Betracht, daß der von den Kraftlinien durchflossene Luftquerschnitt durch die Nutenöffnungen verringert wird. Es ist also begreiflich, daß der jetzt berechnete Leerstrom  $I_0 = 5,3$  Ampere noch um  $12\%$  kleiner ist als der gemessene Leerstrom von 6 Ampere.

## 116. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns das rotierende Feld durch ein genau sinusförmiges Feld von gleicher Kraftlinienzahl ersetzt. Der Höchstwert dieses Feldes sei gleich  $\mathfrak{B}_{max}$ .

Wir betrachten nun eine Spulenseite des mehrphasig gewickelten Rotors, deren Breite wieder, wie früher, gleich  $2\gamma$  ist und deren Mitte sich gerade im Abstand  $\alpha_1$  von der neutralen Zone befinden möge (Fig. 325). Wir wissen nun aus Abschnitt 89, daß die in dieser Spulenseite induzierte elektromotorische Kraft und demnach auch der Rotorstrom dem Sinus dieses Winkels  $\alpha_1$  proportional ist. \*) Der Augenblickswert des Rotorstromes ist also:

$$i_2 = i_{2 \text{ max}} \cdot \sin \alpha_1.$$

---

\*) Zwischen der elektromotorischen Kraft, die durch den betrachteten Kraftfluß induziert wird, und dem Rotorstrom besteht keine Phasenverschiebung, da der Kraftfluß, der durch den Stator- und Rotorstrom gemeinsam erzeugt wird, schon die Selbstinduktion des Rotors mit einschließt.

Beim Kurzschlußanker ist  $\gamma = 0$  und der entsprechende Stromleiter liegt im Felde  $\mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha_1$ ; die Kraft, die auf einem Leiter von der Länge  $b$  ausgeübt wird, ist also nach Gleichung (19) auf S. 68  $\frac{1}{10} \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot \sin^2 \alpha_1 \cdot b$ . Die mittlere Umfangskraft für  $z_2$  Drähte ist also, wie auf S. 208:

$$f = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (\text{a})$$

Beim Dreiphasenanker befinden sich dagegen die einzelnen Drähte im betrachteten Augenblick in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment im gegebenen Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche Kraftliniendichte längs des Bogens  $2\gamma$  kennen. Allgemein ist in einem beliebigen Abstand  $\alpha$  von der neutralen Zone die Feldstärke gleich  $\mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha$ . Die mittlere Feldstärke über dem Bogen  $2\gamma$  ist also:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha_1 - \gamma}^{\alpha_1 + \gamma} \mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \mathfrak{B}_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha_1.$$

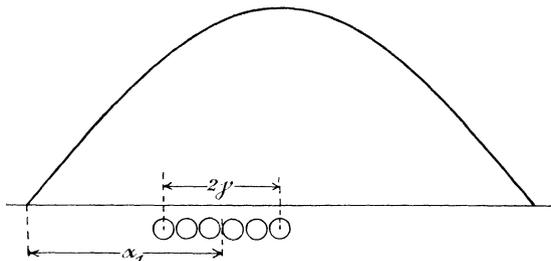


Fig. 325. Spulenseite des Rotors, in einem bestimmten Teil des Feldes liegend.

Die auf  $q'$  Drähte der Spulenseite ausgeübte Kraft ist also

$$f_1 = \frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot q' \cdot b \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Für die zweite und dritte Phase wäre in dieser Gleichung statt  $\sin^2 \alpha_1$  der Wert  $\sin^2 (\alpha_1 + 120^\circ)$  und  $\sin^2 (\alpha_1 + 240^\circ)$  einzuführen. Nun ist

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 (\alpha_1 + 120^\circ) + \sin^2 (\alpha_1 + 240^\circ) = \frac{3}{2},$$

wie man leicht durch Anwendung der Gleichung

$$\cos (2\alpha) = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

erkennt. Demnach ist die Umfangskraft aller drei Phasen zusammen in jedem Augenblicke konstant. Wir erhalten demnach die ganze Umfangskraft mit Benutzung der obigen Gleichung für  $f$  und des Faktors  $\frac{3}{2}$  sowie der Gleichung  $z_2 = 2p \cdot 3 \cdot q'$  zu:

$$f = \frac{\mathfrak{B}_{max} \cdot i_{2max}}{2 \cdot 10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.}$$

Diese Gleichung gilt auch nach Gleichung (a) für Kurzschlußanker, da bei diesen  $\gamma = 0$ , also  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  gleich 1 ist. Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem die Kraft wirkt, also den Radius  $r$  des Rotors in Zentimetern. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich dem Produkt aus der Polfläche mal der Anzahl der Pole:

$$2 r \pi \cdot b = 2 p \cdot Q_l$$

oder, wenn wir für  $r$  auflösen:

$$r = \frac{p \cdot Q_l}{\pi \cdot b}$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir das Produkt  $f \cdot r$  durch 981000 · 100 zu dividieren. Setzen wir gleichzeitig  $\frac{2}{\pi} \cdot \mathfrak{B}_{max} = \mathfrak{B}_{mittel}$ , also  $\frac{2}{\pi} \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot Q_l = N$ , und  $i_{2max} = \sqrt{2} \cdot I_2$ , wo  $I_2$  den Effektivwert des Stromes bedeutet, so erhalten wir das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_d = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot I_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (59)$$

Dabei ist die Breite  $2\gamma$  für Käfigwicklung gleich Null, für Spulenwicklung gleich  $\pi/3$  und für schleichende Wicklung gleich  $2/3\pi$ .

Nun ergaben sich auch die Koeffizienten  $k$  für die elektromotorischen Kräfte in Abschnitt 89 mit Hilfe des Faktors  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ . Bei verschiedenen Wicklungen des Rotors verhalten sich also die Drehmomente wie die Koeffizienten  $k$  für die im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte oder nach Abschnitt 114 wie die Koeffizienten  $K$  für die Kraftflüsse.

Das obige Resultat ergibt sich auch unmittelbar, wenn wir den Rotor festgebremst denken, so daß die ganze auf den Rotor übertragene Leistung im Rotor oder in einem in die Rotorwicklung eingeschalteten Widerstand in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Es ist nämlich  $N$  der im Rotor wirklich vorhandene Kraftfluß, der von der gemeinsamen Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird. Dieser schneidet bei Festbremsung des Rotors mit der primären Periodenzahl durch die Rotordrähte. Dabei wird im Rotor eine elektromotorische Kraft  $E_2$  induziert, die gleiche Phase mit dem Rotorstrom hat, und sich nach Abschnitt 89 berechnet. Wenn also  $z_2$  die Gesamtzahl der Rotordrähte ist, so ist die auf den Rotor übertragene Leistung in allen drei Phasen zusammen gegeben durch:

$$P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot k \cdot N \cdot v \cdot \frac{z_2}{3} \cdot 10^{-8} \cdot I_2 = k \cdot N \cdot v \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (60)$$

Diese Leistung wird auf den Rotor durch einen von uns als sinusförmig angenommenen Kraftfluß übertragen, der mit der Drehzahl  $n_0$ , also mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60} = 2\pi \cdot \frac{v}{p}$$

umläuft. \*) Nun ist die Leistung, gemessen in Meterkilogramm in der Sekunde, gleich dem Produkt aus dem Drehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 multiplizieren. Wir erhalten also die Leistung in Watt, die auf den Rotor übertragen wird, zu:

$$P_2 = M_d \cdot \omega \cdot 9,81.$$

Lösen wir für  $M_d$  auf und setzen die obigen Werte für  $P_2$  und  $\omega$  ein, so erhalten wir:

$$M_d = \frac{k \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot I_2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}.$$

Dabei ist es gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von  $N$  und  $I_2$  dieselben sind. Setzen wir die auf S. 311 und 312 angegebenen Werte für  $k$  ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wickelungen die gleichen Werte, wie durch die obige Berechnung.

Es ist nun von Interesse, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen, und zwar wählen wir zum Vergleich einen Käfiganker. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (31) auf S. 208:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot N \cdot z \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot 10^{-10}.$$

Dabei ist  $I_a/2a$  die Stromstärke in einem Ankerleiter.

Für Käfigwicklung erhalten wir aus Gleichung (59) den Faktor 3,6, da die Breite der Spulenseite unendlich klein ist, also der Wert  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  gleich 1 wird. Das Drehmoment des Drehstrommotors ist also für gleiche Verhältnisse bei Käfigwicklung um 10 % größer als das des Gleichstrommotors.

### 117. Berechnung der Schlüpfung.

Wie wir in Abschnitt 112 sahen, läuft der völlig unbelastete Rotor synchron mit dem Felde, also mit der Drehzahl

$$n_0 = \frac{v \cdot 60}{p}.$$

Wie wir ferner sahen, ist die Drehzahl  $n$  bei Belastung so viel geringer als die Drehzahl  $n_0$  des Feldes, daß durch die Kraftlinienschnitte eine genügende elektromotorische Kraft  $E_2$  im Rotor zustande kommt. Dadurch wird ein Rotorstrom geschaffen, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

\*) In diesem Falle ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60}$  einzusetzen, während wir sonst gewöhnlich unter  $\omega$  den Wert  $2\pi \cdot v$  verstanden haben.

Die Schlüpfung oder die Periodenzahl, mit der die Rotordrähte geschnitten werden, entspricht dann dem Unterschied der Drehzahlen des Feldes und des Rotors, d. h. es ist wie auf S. 394 angegeben, wenn  $s$  die relative Schlüpfung bedeutet, die Periodenzahl des Rotorstromes:

$$s \cdot \nu = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p.$$

Dieser Schlüpfung entspricht eine geringe, in den Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft  $E_2$ , die sich nach der bekannten Gleichung berechnet:

$$E_2 = k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot \frac{z_2}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Nun verstehen wir unter  $N$  den tatsächlichen, den Rotor schneidenden Kraftfluß, wie er durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande kommt. Wir haben daher, wie schon wiederholt bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft  $E_2$  und dem Rotorstrom  $I_2$ . Bezeichnet also  $R_2$  den Rotorwiderstand für eine Phase, so ergibt sich:

$$E_2 = I_2 \cdot R_2.$$

Die im Rotor in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung ist dann in allen drei Phasen zusammen:

$$3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2.$$

Mit Benutzung der Gleichung (60) auf S. 411 für die auf den Rotor übertragene Leistung  $P_2$  erhalten wir dann die relative Schlüpfung zu:

$$s = \frac{3 \cdot I_2^2 \cdot R_2}{P_2}. \quad (61)$$

Die prozentischen Verluste im Rotor sind also gleich der prozentischen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so baut, daß die Schlüpfung nur wenige Prozente beträgt. Es ist ferner klar, daß man bei Käfigankern in einfacher Weise die Schlüpfung verringern kann, indem man den Widerstand durch Abdrehen der Stirnringe vergrößert.

Es ist von besonderem Interesse, das Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt die Gleichung:

$$e \cdot I_a = E \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

Darin ist  $e \cdot I_a$  die auf den Anker übertragene Leistung, während  $E \cdot I_a$  der in mechanische Leistung umgesetzte Effekt ist. Beide Leistungen verhalten sich also wie  $e$  zu  $E$ , d. h. wie die Drehzahl  $n_0$  bei vollständigem Leerlauf zur Drehzahl  $n$  bei Belastung, d. h.:

$$\frac{E \cdot I_a}{e \cdot I_a} = \frac{n}{n_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir, ähnlich wie beim Drehstrommotor:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{e \cdot I_a - E \cdot I_a}{e \cdot I_a} = \frac{I_a^2 \cdot R_a}{e \cdot I_a}.$$

Der prozentische Abfall der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also, wie beim Drehstrommotor, gleich dem prozentischen Effektverlust im Anker.

Wir betrachten nun beim Kurzschlußanker eine Schlüpfung von 100 %<sub>0</sub> (Anlassen). Dabei wird fast der ganze Kraftfluß durch die Gegenwirkung des Rotorstromes in den Streuweg gedrängt. Der geringe, übrig bleibende Teil schneidet mit der großen Periodenzahl  $\nu$  durch die Rotordrähte und induziert in ihnen eine außerordentlich starke elektromotorische Kraft. Dadurch entsteht im Rotor (und entsprechend auch im Stator) ein starker Strom, dem der Motor in vielen Fällen nicht gewachsen ist, und der auch oft eine unzulässige Belastung der Zentrale darstellt. Bei ganz kleinen Leistungen können Motoren mit Kurzschlußanker allerdings direkt eingeschaltet werden. Bei größeren Leistungen werden Anlaßtransformatoren nötig, die es gestatten, zunächst nur einen Bruchteil der normalen Spannung an den Stator zu legen. In geeigneten Fällen bringt man Motoren mit Kurzschlußanker auf die normale Drehzahl und schaltet dann den Stator, meist allerdings auch noch unter Verwendung eines Anlaßwiderstandes, aufs Netz, oder man läßt, was indessen nur selten möglich sein wird, den Generator zugleich mit dem Motor anlaufen.

Abgesehen von dem hohen Anlaufstrom ist die Verwendbarkeit von Kurzschlußankern auch dadurch begrenzt, daß ihr Anlaufmoment, wenn man nicht den Rotorwiderstand unter Verringerung des Wirkungsgrades sehr hoch bemißt, sehr gering ist. Dies beruht darauf, daß der Kraftfluß, wie oben angegeben, bei Kurzschluß durch die Gegenwirkung des Rotorstromes aus dem Rotor „herausgeblasen“ und in den Streuweg gedrängt wird. Das Drehmoment wird eben nur durch den Teil des Kraftflusses geschaffen, das in den Rotor hineindringt, und dieser Teil ist immer nur so groß, daß die von ihm induzierte elektromotorische Kraft für den Ohmschen Verlust im Rotor ausreicht. Bei dem geringen Rotorwiderstand genügt aber hierzu, da der Kraftfluß beim Anlaufen den Rotor mit der großen primären Periodenzahl  $\nu$  scheidet, ein ganz geringer Kraftfluß, so daß das Drehmoment gering ist. Beim Betriebe liegen die Verhältnisse deswegen anders, weil der Kraftfluß die Rotordrähte nicht mit der primären Periodenzahl, sondern mit der Frequenz der Schlüpfung, die nur wenige Prozente der primären Periodenzahl beträgt, schneidet.

Wird daher Anlaufen mit Last gefördert, so muß man Phasenanker verwenden und mit Hilfe von Schleifringen im Augenblick des Anlassens Widerstände in den Rotorkreis einschalten. Solche Phasenanker sind ebensogut in Dreieckschaltung wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar mechanisch in sich geschlossen,

elektrisch aber muß man sie, wie beim Generator, so lange als offen bezeichnen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaßwiderstand oder durch Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaßwiderstände werden am besten in Sternschaltung angeordnet.

Als Anlaßwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden eine Verringerung des Widerstandes erzielt.

Die Gleichung (61) zeigt, daß man durch Einschaltung eines Widerstandes im Rotorkreis die Schlüpfung vergrößern, also die Drehzahl regulieren kann. Doch ist dabei, ähnlich wie beim Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Effektverlust bedeutend. Außerdem ist die Drehzahl dann bei jeder Belastungsschwankung stark veränderlich. Ein weiteres, aber unbequemes Mittel zur Änderung der Drehzahl ist die Umschaltung der Statorwicklung auf verschiedene Polzahl. Auch kann man, wie bei der Kaskadenschaltung, den Rotor des einen Motors auf den Stator eines anderen arbeiten lassen, der mit dem ersten Motor unmittelbar gekuppelt ist. Setzen wir die synchrone Drehzahl gleich 1 und die relative Schlüpfung des ersten Motors gleich  $s$ , so ist  $1 - s$  die Drehzahl der beiden gekuppelten Motoren. Die Periodenzahl des Rotorstromes des ersten Motors, die auch die Periodenzahl des Statorstromes des zweiten Motors ist, ist dann gleich  $s$ . Nehmen wir nun Leerlauf beider Motoren, die beide gleiche Polzahl besitzen mögen, an, so ist die Schlüpfung des zweiten Motors gleich Null, seine Drehzahl ist also ebenfalls gleich  $s$ . Daraus folgt:

$$1 - s = s$$

oder

$$s = 0,5.$$

Die Motoren laufen also mit halbem Synchronismus. Die Kaskadenschaltung ergibt indessen einen ungünstigen Leistungsfaktor. Die Schwierigkeit, einen Drehstrom-Asynchronmotor verlustlos zu regulieren, hat neuerdings zur Ausbildung von Drehstrom-Kollektormotoren und besonderen Regelmaschinen geführt (vergl. Abschnitt 135—139).

Von besonderem Interesse ist nun die Untersuchung eines festgebremsten Phasenankers, in dessen Rotorkreis Widerstand eingeschaltet ist. Die gesamte auf den festgebremsten Rotor übertragene Leistung wird dann im Anker und im Vorschaltwiderstand in Joulesche Wärme umgesetzt, und der Motor verhält sich genau wie ein Transformator. Unter Voraussetzung gleicher Stromstärke ist dabei die Gesamtleistung im Rotorkreis dieselbe wie die bei Betrieb auf den umlaufenden Anker übertragene Leistung. Die gemessene Joulesche Leistung bei Festbremsung kann also sehr bequem zur Bestimmung der mechanischen Leistung dienen, die der Motor bei Betrieb mit demselben Strom hergibt. Zugleich wird das Verständnis des Drehstrommotors ungemein erleichtert, wenn man ihn als einen Transformator betrachtet, auf den alle früher besprochenen

Gesetze des gewöhnlichen Transformators anwendbar sind. Daß das Kraftlinienfeld beim gewöhnlichen Transformator ein schwingendes Feld, beim Drehstrommotor aber ein Drehfeld ist, begründet keinen wesentlichen Unterschied. Streng genommen kommt das Drehfeld sogar nur zustande als Resultierende von drei schwingenden Feldern. Da es kein vollkommenes Drehfeld ist, so muß man sogar da, wo es auf Genauigkeit ankommt, zum Begriff der schwingenden Felder zurückkehren (vergl. den folgenden Abschnitt).

### 118. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft.\*)

Wir haben bisher angenommen, daß der Kraftfluß während seiner Drehung eine sinusförmige Verteilung hat. Unter diesen Umständen ergibt sich, wie das schon in den letzten Abschnitten benutzt ist, die elektromotorische Kraft:

$$E = k \cdot N \cdot v \cdot \frac{\mathcal{E}}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist nach S. 311 und 312:

$k = 2,12$  bei Spulenwicklung,

$k = 1,84$  „ schleichender Stabwicklung mit Spulenseiten gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung,

$k = 2,22$  „ Käfigwicklung, d. h. mit einer unendlich kleinen Breite der Spulenseite.

Der Kraftfluß ergab sich dabei im Abschnitt 114 als das Mittel aus den beiden Kraftflüssen, die auftreten, wenn der Strom in der einen Phase den Höchstwert bezw. den Wert Null hat.

Tatsächlich ist aber der Kraftfluß nicht sinusförmig abgeschattiert, und die Kurve der Induktion ist, abgesehen von den betrachteten extremen Zeitpunkten, in ihrem aufsteigenden und absteigenden Teil überhaupt nicht symmetrisch. Sie verläuft auch, da die Wickelung durchaus nicht als vollständig gleichmäßig auf dem Umfang verteilt anzusehen ist, gar nicht geradlinig ansteigend und abfallend, wie im Abschnitt 114 angenommen wurde. Die Nutenzahl einer Spulenseite ist durchaus nicht etwa sehr groß, sondern wird bei der praktischen Ausführung oft nur gleich 2 oder gleich 3 sein. Die Kurve der Induktion längs des Umfanges ist daher treppenförmig.

Aus allen diesen Gründen wird es oft nötig, die Rechnungen genauer durchzuführen, obgleich sie nicht gerade bequem sind, und obgleich dabei die Anschaulichkeit verloren geht, die wir bisher bei dem rotierenden Feld gewonnen haben. Wir beschränken uns dabei auf die gewöhnliche Dreiphasen-Spulenwicklung.

Wir betrachten in Fig. 326 die Phase, die gerade den höchsten Strom führt. Ihre Windungsfläche wird im gezeichneten Augenblicke von

\*) Vergl. Görges, ETZ 1907, S. 1.

dem Höchstwert des Kraftflusses durchsetzt, und zwar wird dieser Kraftfluß von ihr selbst und von den beiden anderen Phasen erzeugt, die je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist auch der Kraftfluß, der unsere Phase durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der drei Phasen zustande kommt.

Dann aber gilt die bekannte Gleichung:

$$E_1 = 4,44 N \cdot \nu \cdot \xi \cdot 10^{-8},$$

wo  $N \cdot \xi$  der Höchstwert der summierten Produkte aus den Windungen und den sie durchsetzenden Kraftlinien ist. Dieser Höchstwert tritt im gezeichneten Augenblicke ein, in welchem der Strom unserer betrachteten Phase am größten ist. Es ist aber zu beachten, daß nicht alle Windungen unserer Phase von dem gleichen Kraftfluß durch-

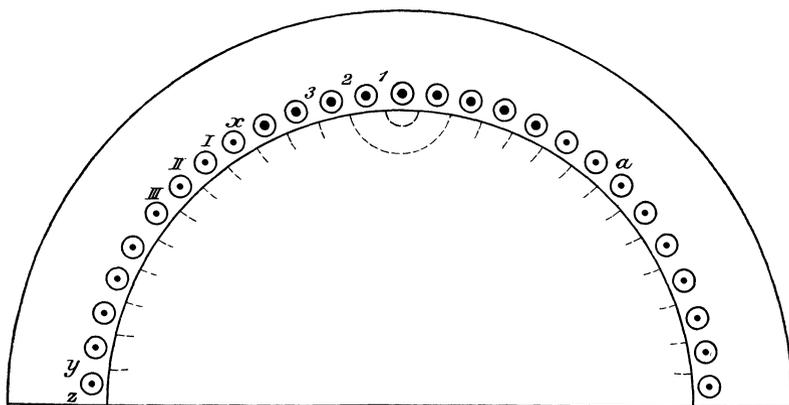


Fig. 326. Kraftflüsse der Statorzähne, erzeugt von den Drähten, die von dem Kraftfluß umschlossen werden.

setzt werden. Um also das Produkt  $N \cdot \xi$  zu bestimmen, haben wir zunächst den aus einem Zahn austretenden Kraftfluß zu ermitteln, indem wir die Amperedrähte berechnen, die er umschließt und von denen er daher erzeugt wird. Beispielsweise umschließt der aus dem Zahn II austretende Kraftfluß die Stromleiter zwischen den Zähnen II und a. Wir haben dann die Kraftflüsse der einzelnen Zähne mit denjenigen Windungen der einen betrachteten Phase zu multiplizieren, die von diesen Kraftflüssen im gezeichneten Augenblick durchsetzt werden. Beispielsweise durchsetzen die aus Zahn 2 austretenden Kraftlinien die drei mittelsten Windungen der betrachteten Phase, während die aus den Zähnen x bis z austretenden Kraftlinien alle Windungen der betrachteten Phase durchsetzen. Die berechneten „Kraftflußwindungen“ haben wir dann zusammenzuzählen.

Die Nutenzahl einer Spulenseite sei  $a$ . In jeder Nut liege vorläufig ein Draht, und der magnetische Widerstand des Kraft-

linienweges hin und zurück durch je einen Zahn sei gleich eins. Unter diesen Umständen ist der aus einem Zahn austretende Kraftfluß gleich der an der betreffenden Stelle wirkenden Erregung. Der Höchstwert des Stromes in unserer betrachteten Phase sei gleich 1 Ampere, also der Strom der anderen Phasen im betrachteten Augenblick gleich  $\frac{1}{2}$  Ampere.

Dann ergibt sich nach Fig. 326:

a)	Zahn	Wirksame Erregung = Zahnkraftfluß	Verknüpfte Windungen	Kraftfluß- windungen
	1	1	1	1
	2	3	3	$3^2$
	3	5	5	$5^2$
	.	.	.	.
	.	.	.	.
	$x$	$a$	$a$	$a^2$

Die nun folgenden Drähte führen den halben Strom, aber die Kraftflüsse sind jetzt mit allen  $a$  Nuten unserer Phase verknüpft. Es ergibt sich also:

b)	Zahn	Wirksame Erregung = Zahnkraftfluß	Verknüpfte Windungen	Kraftfluß- windungen
	I	$a + \frac{1}{2} \cdot 2$	$a$	$a(a + 1)$
	II	$a + \frac{1}{2} \cdot 4$	$a$	$a(a + 2)$
	III	$a + \frac{1}{2} \cdot 6$	$a$	$a(a + 3)$
	.	.	.	.
	.	.	.	.
	$y$	$2a - \frac{1}{2} \cdot 2$	$a$	$a(2a - 1)$

Die Anzahl der Glieder unter b) ist  $a - 1$ .

c) Endlich ist der Kraftfluß im Zahn  $z$ , der der Erregung  $2a$  entspricht, gleich  $2a$ , und er ist mit  $a$  Windungen unserer Phase verknüpft. Das gibt noch  $2a^2$  Kraftflußwindungen.

Nach der Theorie der Reihen ergibt sich die Summe:

$$\text{der Glieder unter a) } \dots \dots \dots \frac{a^3}{6} + \frac{a^2}{2} + \frac{a}{3},$$

$$\text{der Glieder unter b) } \dots \dots \dots \frac{3}{2} a^3 - \frac{3}{2} a^2.$$

Die unter a) und b) berechneten Kraftflußwindungen haben wir, da die gleichen Kraftflüsse auf der unteren Hälfte auftreten, zu verdoppeln, während der unter c) erhaltene Wert nur einfach auftritt.

Die Summe der Kraftflußwindungen wird dann:

$$\frac{2a}{3} (5a^2 + 1).$$

In Wirklichkeit ist nun aber beispielsweise der Kraftfluß im Zahne  $z$  nicht gleich  $2a$ , sondern das Produkt aus der Induktion  $\mathfrak{B}_{max}$  und der

Zahnfläche. Die letztere ergibt sich aus der Polfläche  $Q_l$  und der Nutenzahl der drei Phasen zu  $\frac{Q_l}{3a}$ . Die berechneten Kraftflußwindungen sind also mit dem Verhältnis  $\frac{Q_l \cdot \mathfrak{B}_{max}}{3a} : 2a$  zu multiplizieren. Ferner schneiden die Kraftflüsse in jeder Nut nicht durch einen Draht, sondern  $\frac{q'}{a}$  Drähte, wo  $q'$  die Drahtzahl einer Spulenseite ist. Endlich sind  $p$  hintereinander geschaltete Polpaare zu berücksichtigen.

Dadurch erhalten wir:

$$\Sigma N \cdot \xi = \frac{2a}{3} (5a^2 + 1) \cdot \frac{Q_l \cdot \mathfrak{B}_{max}}{3a} \cdot \frac{1}{2a} \cdot \frac{q'}{a} \cdot p.$$

Setzen wir jetzt:

$$c_0 = \frac{5a^2 + 1}{9a^2},$$

so wird:

$$\Sigma N \cdot \xi = c_0 \cdot p \cdot Q_l \cdot q' \cdot \mathfrak{B}_{max}.$$

Dabei ist:

$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{0,4\pi \cdot 2q'}{l} \cdot i_{max}. \quad (a)$$

Unsere Rechnungen beziehen sich nun zunächst auf eine ungerade Lochzahl der Spulenseite. Wir erhalten jedoch für gerade Lochzahlen das gleiche Endergebnis.

Die folgende Tabelle gibt für verschiedene Werte von  $a$  den zugehörigen Wert von  $c_0$ :

$a$	$c_0$
1	0,667
2	0,583
3	0,568
4	0,563
$\infty$	0,555

Die elektromotorische Kraft ergibt sich dann nach Gleichung (37) auf S. 256 zu:

$$E_1 = 4,44 c_0 \cdot p \cdot Q_l \cdot q' \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot \nu \cdot 10^{-8}$$

Diese Gleichung gestattet es, wenn die Periodenzahl  $\nu$ , die Zahl der Polpaare  $p$ , die Polfläche  $Q_l$  und die Drahtzahl  $q'$  einer Spulenseite festliegen, für eine der Netzspannung entsprechende elektromotorische Kraft die erforderliche Induktion  $\mathfrak{B}_{max}$  zu berechnen. Daraus ergibt sich dann mit Hilfe von Gleichung (a) der Wert von  $i_{max}$ , d. h. nach Division mit  $\sqrt{2}$  der Effektivwert des Leerstromes oder Magnetisierungsstromes.

Für glatte Wicklung gibt dies Verfahren dasselbe Ergebnis, wie wenn man den Kraftfluß unter der Annahme, daß er angenähert sinusförmig verläuft, nach Abschnitt 89 ermittelt und dann den Leerstrom nach Gleichung (58) auf S. 405 berechnet.

## Achtzehntes Kapitel.

119. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung. — 120. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors. — 121. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm. — 122. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment. — 123. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste. — 124. Bequemste Form des Kreisdiagramms. — 125. Praktisches Beispiel. — 126. Der Streuungsfaktor.

### 119. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Streuung gleich Null ist, daß also zwischen den Stegen der einzelnen Statorzähne,

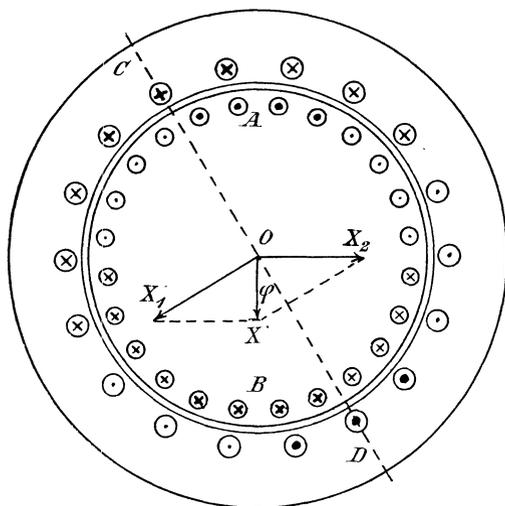


Fig. 327. Stromverteilung im Stator und Rotor eines Drehstrommotors in einem gegebenen Augenblick.

so wie zwischen den Stegen der Rotorzähne keine Kraftlinien verlaufen und auch die Stirnstreuung zu vernachlässigen ist. Dann besteht nur ein einziger Kraftfluß, der gleichmäßig das Stator-eisen, den Luftweg und das Rotoreisen durchdringt. Dieser Kraftfluß kommt durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande. Wir wollen nun annehmen, daß die Kraftliniendichte des Kraftflusses  $\mathcal{N}$  in Fig. 327 bei  $A$  gerade einen positiven

und bei  $B$  einen negativen Höchstwert hat. Dann bildet das Kraftlinienfeld im Stator gegenüber  $A$  die Mitte eines Nordpols und gegenüber  $B$  die Mitte eines Südpols. Die Kraftlinien dieses Feldes sind also gerade von oben nach unten gerichtet. Wir zeichnen daher den Vektor der resultierenden Erregung  $OX$  senkrecht von oben nach unten.

Jede Phase des Rotors ist im vorliegenden Falle in 4 Löchern gewickelt. Wenn nun das Feld sich im Sinne des Uhrzeigers dreht, so induziert es in den Rotordrähten Ströme, die bei  $A$  und  $B$  einen Höchstwert haben. Wir sehen dann nach der Faradayschen Regel bei  $A$  die Spitze und bei  $B$  den Schaft des Strompfeiles in den Rotordrähten. Wir zeichnen in den Löchern des Rotors bei  $A$  und  $B$  den Schaft und die Spitze des Strompfeiles besonders stark. In den benachbarten Phasen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Der Vektor der vom Rotor ausgeübten Erregung  $OX_2$  verläuft dann von links nach rechts, da er in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie die vom Rotor allein erzeugten Kraftlinien. \*)

Damit nun die resultierende Erregung  $X$  zustande kommt, muß notwendig die Statorerregung nach Größe und Phase gleich  $OX_1$  sein. Der Höchstwert des Statorstromes liegt also bei  $C$  und  $D$ , und zwar haben wir bei  $C$  den Schaft und bei  $D$  die Spitze des Strompfeiles anzudeuten. Jede Statorphase ist im vorliegenden Falle in 3 Löchern gewickelt. Wir zeichnen in der Phase bei  $C$  und  $D$  die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Phasen halb so stark.

Fig. 327 zeigt nun:

1. daß der primäre und sekundäre Strom wie beim Transformator einander entgegengesetzt sind, wenigstens längs des größten Teiles des Umfanges. Der Ort des größten Stromes im Rotor verschiebt sich dabei im Rotor synchron mit dem Statorstrom und dem Drehfeld. Wir haben also im Rotor wie im Stator eine synchron umlaufende Erregung; \*\*)
2. daß der induzierte Strom in der Spulenseite des Rotors am stärksten ist, die im stärksten Teile des den Rotor schneidenden, resultierenden Feldes liegt;
3. daß der Vektor des Rotorstromes, d. h. der Vektor der allein vom Rotorstrom erzeugten Kraftlinien senkrecht auf dem Vektor des Feldes, das den Rotor durchsetzt, steht.

\*) Diese Festsetzung führt zu dem einfachen Ergebnis, daß ein Strom und ein von ihm erzeugter Kraftfluß durch den gleichen Vektor dargestellt werden, ja man kommt zu der Anschauung, daß man sehr wohl beide begrifflich zusammenfassen könnte. Man muß dabei allerdings stets den Strom in einer Windung und nicht den Strom in einem Draht ins Auge fassen.

\*\*) Der Begriff des im Raume synchron umlaufenden Rotorstromes ist von der größten Wichtigkeit für das Verständnis des Drehstrommotors. Er ist allerdings nicht ganz leicht zu fassen, da bei Betrieb die Rotordrähte in Bewegung sind und sich nicht nur in Richtung des Kraftflusses oder des rotierenden Statorstromes, sondern auch in Richtung der eigenen umlaufenden Rotorerregung drehen. Am besten stellt man sich die umlaufenden Rotorströme ganz losgelöst von den Rotorleitern vor, so daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Leiter ein Strom gerade fließt.

Bedenken wir nun, daß das Feld nicht bloß durch den Rotor, sondern auch durch den Stator schneidet, so ergibt sich, daß die größte elektromotorische Kraft im Stator im gezeichneten Augenblick ebenfalls in der Windung, die in die Ebene  $AB$  fällt, induziert wird, während der Statorstrom bei  $C$  und  $D$  am größten ist. Da unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes die elektromotorische Gegenkraft genau entgegengesetzte Phase hat wie die Klemmenspannung, so ergibt sich:

4. daß der Statorstrom hinter der Statorspannung um den in der Figur gezeichneten Winkel  $\varphi$  zurückbleibt.

Die verhältnismäßig große Phasenverschiebung der Drehstrommotoren ist darin begründet, daß sie sich ihr eigenes Feld schaffen (Induktionsmotoren), und daß dazu wegen des Luftzwischenraumes ein verhältnismäßig starker wattloser Strom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Obgleich man den Abstand zwischen Anker und Stator oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird der Wert  $\cos \varphi = 0,9$  nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren noch überschritten. Der wattlose Strom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes nicht nur im Generator und im Netz, sondern auch im Motor. Drehstrommotoren müssen also etwas größer gebaut werden als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Bei Leerlauf fällt der wattlose Strom natürlich am meisten ins Gewicht.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors rechnerisch zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$  ist von der Kraftlinienzahl  $N$  abhängig, die beim streuungslosen Motor dem Rotor und dem Stator gemeinsam ist, außerdem von der Periodenzahl  $\nu$  und der Drahtzahl des Stators, sowie von einem Faktor  $k$ , der bei Spulenwicklung gleich 2,12 ist. Wir erhalten also die im Stator pro Phase induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$  zu:

$$E_1 = k \cdot N \cdot \nu \cdot \frac{\mathcal{E}_1}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Vernachlässigen wir den Ohmschen Verlust im Stator, so ist der Wert von  $E_1$  gleich dem Wert von  $e_1$ , also konstant. Demnach ist nach der obigen Gleichung der resultierende Kraftfluß  $N$  konstant.

Wenn nun dieser gemeinsame Kraftfluß mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl  $s \cdot \nu$  durch die Rotordrähte schneidet, so induziert er in ihnen eine elektromotorische Kraft:

$$E_2 = k \cdot N \cdot s \cdot \nu \cdot \frac{\mathcal{E}_2}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Der Einfachheit wegen setzen wir bei Stator und Rotor die gleiche Art der Wicklung voraus, so daß der Faktor  $k$  für Stator und Rotor gleich ist.

Der Rotorstrom ergibt sich dann, wenn  $R_2$  der Rotorwiderstand ist, zu  $I_2 = E_2/R_2$ , er ist also nach der obigen Gleichung für  $E_2$  der

relativen Schlüpfung proportional. Wir erhalten demnach, wenn  $C_1$  einen konstanten Faktor bedeutet:

$$I_2 = C_1 \cdot s.$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (59) auf S. 411 durch das Produkt aus dem Rotorstrom  $I_2$  und der Kraftlinienzahl  $N$ . Die letztere ist in unserem Falle konstant, während der Rotorstrom der Schlüpfung proportional ist. Wir erhalten daher, wenn  $C_2$  einen konstanten Faktor bedeutet:

$$M_d = C_2 \cdot s.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung  $P_2$  ist nach Gleichung (60) auf S. 411 ebenfalls dem Produkt aus der Kraftlinienzahl und dem Rotorstrom proportional. Sie ist also, da die Kraftlinienzahl konstant ist, der Schlüpfung proportional. Wenn also  $C_3$  einen konstanten Faktor bedeutet, so ergibt sich:

$$P_2 = C_3 \cdot s.$$

Die mechanische Leistung  $P$  ergibt sich endlich, wenn wir von der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Rotor abziehen. Nun sind die Verluste durch Joulesche Wärme dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Es ergibt sich also, wenn  $C_4$  einen konstanten Proportionalitätsfaktor und  $R_2$  den Rotorwiderstand für eine Phase bedeutet:

$$P = P_2 - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = C_3 \cdot s - C_4 \cdot s^2.$$

Wir tragen nun in Fig. 328 die Drehzahl als Abszisse und den Rotorstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung als Ordinaten auf. Ist dann  $OA$  die Drehzahl  $n_0$  bei vollständigem Leerlauf und  $OB$  die Drehzahl  $n$  bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist  $OA - OB = BA$  der durch Schlüpfung verursachte Abfall in den Umdrehungen. Der Rotorstrom  $I_2$ , das Drehmoment  $M_d$  und die auf den Rotor übertragene Leistung  $P_2$  sind diesem Abfall proportional und werden daher durch die Ordinaten der Geraden in Fig. 328 dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung durch die Ordinate der Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte  $O$ , wo die Drehzahl gleich Null ist, wo also der Motor festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte  $A$ , also bei vollständigem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50%, d. h. bei einer Drehzahl  $n$  gleich  $n_0/2$  erreicht die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der normale Betrieb liegt natürlich ziemlich weit nach rechts, wo die Schlüpfung und der Verlust im Rotor verhältnismäßig gering sind, wo also der Wirkungsgrad hoch ist.

Der praktisch ausgeführte Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen idealen Motor in bezug auf das Drehmoment beim Anlassen und die Überlastungsfähigkeit.

Für das Anlassen, d. h. bei der Drehzahl Null, ergibt unser Diagramm ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist, wie bereits auf S. 414 hervorgehoben wurde, das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung an und für sich besonders klein. Man erreicht dann das Anziehen mit Belastung nur durch Einschaltung vom Widerstand in den Rotorkreis.

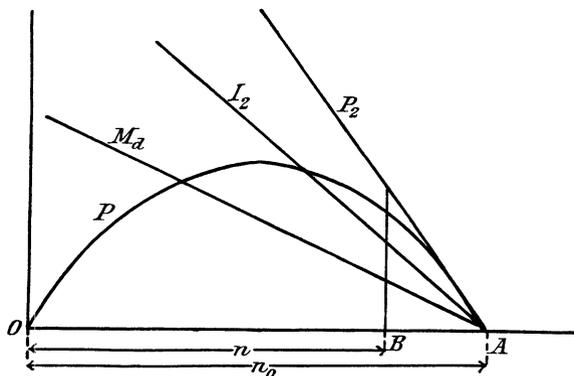


Fig. 328. Stromstärke, Drehmoment und Leistung des Drehstrommotors in Abhängigkeit von der Drehzahl.

Zum vollständigen Verständnis dieser Tatsachen kommen wir allerdings erst im folgenden Abschnitt durch das Heyland'sche Kreisdiagramm.

## 120. Das Kreisdiagramm des Drehstrommotors.

Wir bremsen den Motor fest, schalten einen induktionslosen Widerstand in den Rotorkreis und untersuchen den Motor als Transformator. Dabei treten Ströme und Kraftflüsse auf, die nach Größe und Phase die gleichen sind, wie wenn der Motor bei derselben primären Stromstärke als Drehstrommotor läuft. Die Windungszahl soll zunächst auf Rotor und Stator dieselbe sein.

Wenn wir die primären Verluste vernachlässigen, so haben wir im Stator wegen der konstanten Klemmenspannung eine konstante elektromotorische Gegenkraft. Aus diesem Grunde ist der gesamte Statorkraftfluß bei allen Betriebszuständen derselbe wie bei Leerlauf. Er bleibt um  $90^\circ$  hinter der Klemmenspannung, deren Vektor in die Ordinatenachse gelegt ist, zurück und ist in Fig. 329 durch den Vektor  $OL$  dargestellt.

Dieser Statorkraftfluß zerfällt bei Leerlauf in den Statorstreufluß  $OF$  und in einen Luftkraftfluß  $FL$ , der bei Leerlauf in seiner vollen Stärke den Rotor durchdringt.

Bei Betrieb ist der gesamte Statorkraftfluß ebenfalls die Summe aus dem Statorstreufluß und dem Luftkraftfluß. Wenn der Vektor des primären Stromes bei einem bestimmten Betriebszustand in die Richtung  $OB$

fällt, so ist  $OA$  der primäre Streufluß  $N_{s1}$  und der geometrisch ermittelte Rest  $AL$  der Luftkraftfluß bei Betrieb.

Dieser Luftkraftfluß  $AL$  durchdringt aber bei Betrieb nicht in seiner vollen Stärke den Rotor. Wie beim Transformator tritt nämlich ein Rotorstrom auf, der dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist. \*) Sein Vektor falle in Fig. 329 in die Richtung  $BL$ , d. h. die Komponente des Statorstromes, die dem Rotorstrom das Gleichgewicht hält, fällt in die Richtung  $LB$ . Die magnetisierende Kraft dieser Komponente treibt nun, wie Fig. 330 zeigt, den Rotorstreufluß  $N_{s2}$  seitlich durch den Rotorstreuweg. Der Vektor des vom Statorstrom erzeugten Rotor-

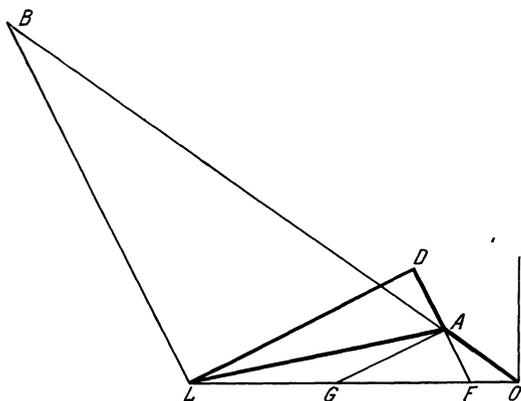


Fig. 329.

Kraftflüsse im Drehstrommotor.

$OL$  Statorkraftfluß bei Leerlauf und Betrieb,

$OF$  Statorstreufluß bei Leerlauf,

$OA$  Statorstreufluß bei Betrieb,

$AD$  Rotorstreufluß bei Betrieb,

$FL$  Luftkraftfluß bei Leerlauf,

$AL$  Luftkraftfluß bei Betrieb,

$DL$  Rotorkraftfluß bei Betrieb.

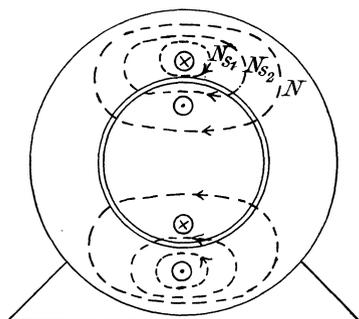


Fig. 330.

streufusses ist also parallel zu  $LB$ . Er werde in Fig. 329 durch  $AD$  dargestellt. Der geometrisch ermittelte Rest  $DL$  ist dann der Rotorkraftfluß  $N$  bei Betrieb.

\*) Wir wollen dabei annehmen, daß durch Drehung des Rotors die Phasenwicklung des Rotors in eine zur Phasenwicklung des Stators genau symmetrische Lage gebracht ist. Wir fassen dann den Statorstrom in einer bestimmten Phase ins Auge und verstehen unter dem Rotorstrom den Strom in der entsprechenden Phase des Rotors. Beim Lauf des Rotors darf man nun allerdings unter dem Rotorstrom, wenn man ihn ins Diagramm einführt, nicht den Strom in einer einzelnen Phase des Rotors verstehen, da dieser eine andere Periodenzahl hat als der Statorstrom. Man muß dann vielmehr, wenn man streng sein will, unter dem Rotorstrom einen Strom verstehen, der im Rotor in den aufeinander folgenden Zeitpunkten in der gleichen Windungsebene, wie sie die betrachtete Statorphase besitzt, auftritt. Das setzt allerdings eigentlich eine unendlich große Phasenzahl voraus. Der Rotorstrom ist dann ein Wechselstrom, der an einem räumlich feststehenden Orte fließt, und zwar wird dieser Ort nacheinander von den verschiedenen Rotordrähten eingenommen.

Dieser Rotorkraftfluß  $DL$  induziert nun im Rotor eine elektromotorische Kraft, die nach S. 259 um  $90^\circ$  hinter dem Kraftfluß  $DL$  zurückbleibt. Nun ist der Widerstand im Rotorkreis nach unserer Voraussetzung induktionslos, indem wir die Streulinien des Rotors vom Stator erzeugt sein lassen und die magnetisierende Wirkung des Rotorstromes im Luftweg und Statoreisen schon dadurch berücksichtigt ist, daß der Kraftfluß  $AL$  durch Stator- und Rotorstrom gemeinsam erzeugt wird. Demnach hat der Rotorstrom gleiche Phase mit der elektromotorischen Kraft im Rotor, er bleibt also ebenfalls um  $90^\circ$  hinter dem Kraftfluß  $DL$  zurück. Demnach ist der Winkel  $BLD$  und ebenso der Winkel  $LDA$  ein rechter.

Es soll nun weiter nachgewiesen werden, daß die Verbindungslinie  $AF$  die Verlängerung von  $DA$  ist. Es sei:

$I_0$  der Statorstrom bei Leerlauf,

$I_1$  der Statorstrom bei Betrieb,

$I_2$  der Rotorstrom bei Betrieb,

$c_1$  der bei offenem Rotor und beim Statorstrom 1 Ampere erzeugte Luftkraftfluß,

$\tau_1$  bzw.  $\tau_2$  das Verhältnis des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke zum Widerstand des Stator- bzw. Rotorstreuweges.

Dann ist, da sich bei Leerlauf die parallel geschalteten Kraftflüsse im Luftraum und Statorstreuweg umgekehrt wie die magnetischen Widerstände verhalten:

$FL = c_1 \cdot I_0$  der Luftkraftfluß bei Leerlauf,

$OF = c_1 \cdot \tau_1 \cdot I_0$  der Statorstreufluß bei Leerlauf,

$OA = c_1 \cdot \tau_1 \cdot I_1$  der Statorstreufluß bei Betrieb,

$AD = c_1 \cdot \tau_2 \cdot I_2$  der Rotorstreufluß bei Betrieb.

Gleichzeitig ist der Luftkraftfluß  $AL$ , der durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird, die Resultierende aus  $AB$  (in Phase mit dem Statorstrom  $I_1$ ) und  $BL$  (in Phase mit dem Rotorstrom  $I_2$ ). Dabei ist:

$$AB = c_1 \cdot I_1, \quad BL = c_1 \cdot I_2.$$

Aus den obigen Gleichungen folgt:

$$OA : OB = OF : FL = \tau_1.$$

Demnach ist die Verbindungslinie  $AF$  parallel zu  $BL$ , d. h. sie bildet die Verlängerung von  $DA$ . Wenn wir also  $AG$  parallel zu  $DL$  ziehen, so wird auch der Winkel  $FGA$  ein rechter.

Gleichzeitig ergibt sich, unter Benutzung der obigen Gleichungen:

$$AF = BL \cdot \frac{OA}{OA + AB} = \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot c_1 \cdot I_2,$$



Anstatt den Rotor festgebremst zu denken, kann man auch einen Betriebszustand des Motors zugrunde legen und das Kreisdiagramm in der Weise entwickeln, daß man von den beiden, durch den Rotor und Stator erzeugten, synchron umlaufenden Kraftflüssen ausgeht und deren Wirkung auf eine feststehende Statorphase und eine rotierende Rotorphase untersucht.\*) Der Einfachheit wegen soll dabei auf Rotor und Stator beide Male Phasenwicklung und die gleiche Windungszahl angenommen werden.

Es sei  $x_1$  die elektromotorische Kraft, die ein von allen drei Statorphasen beim Strom 1 Ampere erzeugter, mit der primären Periodenzahl rotierender Luftkraftfluß in einer feststehenden Phase induziert. Dann ist die elektromotorische Kraft, die der gesamte vom Stator allein erzeugte Drehkraftfluß in einer Statorphase induziert, gleich:

$$E_{11} = x_1 \cdot I_1 (1 + \tau_1).$$

Ebenso ist die von der synchron rotierenden Rotorerregung auf eine Statorphase induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_{21} = x_1 \cdot I_2.$$

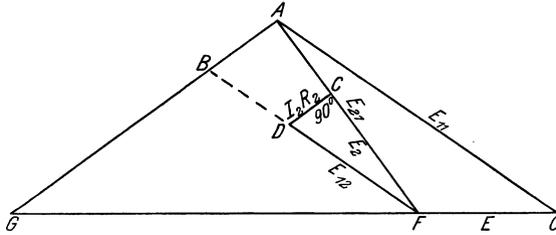


Fig. 332. Ableitung des Kreisdiagrammes mit Hilfe des Begriffs der synchron rotierenden Einzelkraftflüsse.

Beide elektromotorischen Kräfte ergeben in Fig. 332 eine Resultierende, die der Klemmenspannung entgegengesetzt ist, also gleich der konstanten, auch bei Leerlauf induzierten elektromotorischen Kraft  $E$  ist. Diese ergibt sich zu:

$$E = x_1 \cdot I_0 \cdot (1 + \tau_1).$$

Auf diese Weise ergibt sich in Fig. 333 das primäre Spannungsdreieck  $OFA$ .

Wir betrachten nun die Wirkung der synchron rotierenden Kraftflüsse auf eine rotierende Rotorphase. Ist  $s$  die relative Schlüpfung, so verhält sich die Periodenzahl, mit welcher die Kraftflüsse die rotierende Rotorphase schneiden, zur primären Periodenzahl wie  $s : 1$ . Demnach ist die elektromotorische Kraft, die vom Stator aus auf eine rotierende Rotorphase induziert wird:

$$E_{12} = x_1 \cdot I_1 \cdot s.$$

\*) Vgl. Rogowski, Zeitschrift für Elektrotechnik und Maschinenbau 1909, S. 513.

Ebenso ist die elektromotorische Kraft, die von der synchron rotierenden Rotorerregung auf eine Rotorphase reduziert wird:

$$E_{22} = x_1 \cdot I_2 \cdot s \cdot (1 + \tau_2).$$

Die beiden elektromotorischen Kräfte  $E_{12}$  und  $E_{22}$  ergeben eine Resultierende, die gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch in einer rotierenden Rotorphase ist. Wir erhalten so ein sekundäres Spannungsdreieck  $DCF$ .

Beachtet man, daß das Maximum des synchron rotierenden, durch die drei Phasen zusammen erzeugten Rotorkraftflusses eine Rotorspule immer genau dann durchsetzt, wenn der Rotorstrom in dieser Spule den höchsten Wert hat, so erkennt man, daß die elektromotorische Kraft  $E_{22}$  nicht nur nach S. 259 hinter dem vom Rotor erzeugten Drehfluß, sondern auch hinter dem Rotorstrom der Spule selbst um  $90^\circ$  zurückbleibt. Der Winkel  $DCF$  ist also gleich  $90^\circ$ .

Nun ist allerdings die Periodenzahl für alle sekundären Vektoren eine andere als für die primären. Es ist daher an sich unzulässig, die beiden Spannungsdreiecke zu einem einzigen Vektordiagramm zu vereinigen. Es handelt sich indessen im folgenden nur um eine geometrische Konstruktion und nicht um ein Vektordiagramm.

Wir legen in Fig. 332 willkürlich den Vektor  $E_{22}$  in die Richtung des Vektors  $E_{21}$ . Daß dies rein willkürlich ist, erkennt man am besten, wenn man die Vektoren des primären und sekundären Spannungsdreieckes mit den verschiedenen Periodenzahlen rotieren läßt. Man sieht dann sofort, daß die Vektoren  $E_{21}$  und  $E_{22}$  nur für einen bestimmten Zeitpunkt aufeinander fallen.

Dagegen muß in dem Augenblick, in welchem die beiden genannten Vektoren aufeinanderfallen, der Vektor  $E_{12}$  in die Richtung des Vektors  $E_{11}$  fallen, da der Winkel zwischen den synchron rotierenden Erregungen für beide Diagramme gleich ist. Ziehen wir nun  $AG$  parallel mit  $I_2 \cdot R_2$ , so wird:

$$\frac{FG}{OG} = \frac{FB}{OA} = \frac{E_{12} \cdot E_{21} / E_{22}}{E_{11}}.$$

Mit Benutzung der Gleichungen für die elektromotorischen Kräfte erhalten wir:

$$\frac{FG}{OG} = \frac{1}{(1 + \tau_1) \cdot (1 + \tau_2)} = \frac{1}{1 + \tau}, \quad \frac{FG}{OF} = \frac{1}{\tau}.$$

Dividieren wir nun sämtliche Vektoren durch  $x_1 \cdot (1 + \tau_1)$ , so wird, indem gleichzeitig die sekundäre Windungszahl berücksichtigt wird:

$$\begin{aligned} OF &= I_0, & FG &= \frac{I_0}{\tau}, \\ OA &= I_1, & AF &= \frac{I_2 \cdot \mathcal{Z}_2 / \mathcal{Z}_1}{1 + \tau_1}. \end{aligned}$$

Der Winkel  $FA G$  ist wie früher gleich  $90^\circ$ , d. h. der Punkt  $A$  liegt auf einem Halbkreis über  $FG$ . Die Einfachheit der Rechnungen bei der zuletzt gegebenen Ableitung ist bemerkenswert.

### 121. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm.

Wir können nun prüfen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit erfüllt ist. Nach Gleichung (60) auf S. 411 war die auf den Rotor übertragene Leistung für alle drei Phasen zusammen:

$$P_2 = k \cdot N \cdot v \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2.$$

Dabei ist  $N$  der Kraftfluß im Rotor. Nun ist, wenn  $N_0$  der gesamte Statorkraftfluß ist, in Fig. 329:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{DL}{OL} = \frac{DL}{(1 + \tau_1) \cdot FL} = \frac{1}{1 + \tau_1} \cdot \frac{AG}{FG}.$$

Setzen wir für  $\frac{AG}{FG}$  in Fig. 331 das Verhältnis  $\frac{AH}{FA}$  ein und führen wir für  $FA$  den Wert  $\frac{I_2 \cdot z_2}{(1 + \tau_1) \cdot z_1}$  ein, so erhalten wir:

$$N = \frac{N_0}{I_2} \cdot AH \cdot \frac{z_1}{z_2}.$$

Indem wir diesen Wert in die obige Gleichung für die auf den Rotor übertragene Leistung einsetzen und

$$k \cdot N_0 \cdot v \cdot \frac{z_1}{3} \cdot 10^{-8} = e_1$$

setzen, erhalten wir die dem Rotor zugeführte Leistung gleich  $3e_1 \cdot AH$ .

Hierin ist  $AH$  die Wattkomponente des Primärstromes. Die dem Rotor zugeführte Leistung ist also unter Vernachlässigung des Statorverlustes gleich der dem Stator zugeführten Leistung:

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Die Leistung  $P_2$  wird durch einen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \cdot \frac{v}{p}$  umlaufenden Kraftfluß auf den Rotor übertragen, gleichgültig, ob der Rotor läuft oder unter Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis festgebremst ist. Wir erhalten also das Drehmoment, wenn wir die Leistung  $3e_1 \cdot AH$  durch  $\omega \cdot 9,81$  dividieren. Dadurch erhalten wir:

$$M_d = \frac{3e_1 \cdot AH}{\omega \cdot 9,81} = \frac{e_1 \cdot p}{20,5 \cdot v} \cdot AH.$$

Die Schlüpfung ergibt sich nach S. 413 zu:

$$s = \frac{3I_2^2 \cdot R_2}{P_2}.$$

Nun ist in Fig. 331 nach einem bekannten Satz der Planimetrie:

$$AF^2 = \frac{I_2^2 \cdot z_2^2}{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2} = \frac{I_0}{\tau} \cdot FH.$$

Wir lösen für  $I_2^2$  auf, führen den gewonnenen Wert in die vorhergehende Gleichung ein, setzen  $P_2 = 3 e_1 \cdot AH$  und nach Fig. 331  $\operatorname{tg} \beta = \frac{FH}{AH}$ . Außerdem setzen wir:

$$R'' = \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2}{z_2^2} \cdot R_2$$

und erhalten:

$$s = \frac{I_0 \cdot R''}{\tau \cdot e_1} \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{a})$$

Die relative Schlüpfung ist also der Tangente des Winkels  $\beta$  proportional.

Um weiter den Anlaufstrom  $OJ$  zu ermitteln, beachten wir, daß die Schlüpfung für den Anlauf 100 % beträgt, d. h.  $s$  wird gleich 1. Wir erhalten also in Fig. 331 nach Gleichung (a):

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\tau \cdot e_1}{I_0 \cdot R''}. \quad (\text{b})$$

Durch diese Beziehung läßt sich der Kurzschlußstrom  $OJ$  ermitteln.

Wir fällen nun, um ein bequemes Maß für die Schlüpfung zu erhalten, von einem Punkte  $K$  des Strahles  $GJ$  eine Senkrechte  $KN$  auf den Kreisdurchmesser, so daß  $KN$  gleich 100 mm ist. Diese Senkrechte schneidet die Verbindungslinie  $AG$  im Punkte  $M$ . Dann ergibt sich bei dem Statorstrom  $OA$  nach Gleichung (a) und (b):

$$s = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{MN}{KN}.$$

Da  $KN$  gleich 100 mm ist, so ist  $MN$  in Millimetern gleich der prozentischen Schlüpfung.

Zur Ermittlung der mechanischen Leistung ziehen wir die Verbindungslinie  $FJ$ , welche die Ordinate  $AH$  im Punkte  $P$  schneidet. Dann ist der Winkel  $FPH$  gleich  $\beta_0$  und wir erhalten:

$$s = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{HF}{AH} \cdot \frac{HF}{PH} = \frac{PH}{AH}.$$

Da die relative Schlüpfung gleich dem relativen Verlust im Rotor ist und  $AH$  ein Maß für die dem Rotor zugeführte Leistung  $P_2$  ist, so stellt in demselben Maße  $PH$  den Verlust im Rotor dar. Demnach ist die Differenz  $AP$  gleich der mechanischen Leistung  $P$ , d. h.:

$$P = 3 e_1 \cdot AP.$$

Diese mechanische Leistung besteht aus der für Reibung verbrauchten Leistung und der Nutzleistung.

Von Interesse ist ein Betriebszustand, bei dem die Schlüpfung mehr als 100 % beträgt. Das ist z. B. der Fall, wenn bei einem im Hubsinne eingeschalteten Kranmotor so viel Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet wird, daß das Drehmoment nicht mehr zum Ziehen der Last genügt. Die Last treibt dann den Motor, dessen Drehfeld im früheren Sinne umläuft, in umgekehrtem Sinne an. Die auf diese Weise mechanisch zugeführte Arbeit und die dem Stator elektrisch zugeführte Arbeit setzen sich im Rotorwiderstand in Joulesche Wärme um, und der Motor wird dadurch gebremst. Für einen solchen Betriebszustand liegt der Endpunkt  $A$  des primären Stromvektors, von  $F$  aus gesehen, jenseits des Kurzschlußpunktes  $J$ , der selbst infolge des großen Rotorwiderstandes stark nach rechts (Fig. 333) gerückt ist. Der Schnittpunkt  $P$  des Strahles  $FJ$  mit  $AH$  fällt jetzt in die Verlängerung von  $AH$ . Wie früher, ist jetzt wieder:

$AH$  ein Maß für die elektrisch zugeführte Leistung,

$AP$  ein Maß für die mechanische Leistung, die aber jetzt von der Last geleistet wird,

$PH$  die im Rotor in Wärme umgesetzte Leistung.

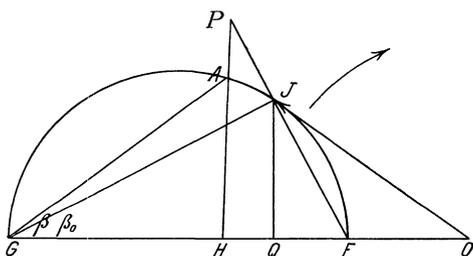


Fig. 333. Senken einer Last durch einen im Hubsinne eingeschalteten, mit einer Schlüpfung über 100 % arbeitenden Kranmotor.

Verringert man jetzt den Rotorwiderstand, so wird der Winkel  $\beta_0$  größer, und der Punkt  $J$  fällt schließlich mit dem Punkt  $A$  zusammen, so daß das Kurzschlußdrehmoment gleich dem Lastmoment wird und der Motor still steht. Eine Verringerung des Rotorwiderstandes bewirkt also in diesem Falle eine kleinere Drehzahl.

Von noch größerem praktischen Interesse ist ferner der Fall, wo der Punkt  $A$  auf dem Kreise nach rechts rückt, bis er unterhalb der Abszissenachse liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn der Motor ohne Änderung der Schaltung in seiner alten Drehrichtung mechanisch mit einer übersynchronen Geschwindigkeit angetrieben wird.\*) Die elektrische Leistung wird dabei negativ, d. h. der Motor nimmt nicht mehr elektrische Leistung auf, sondern er gibt sie ab unter Verbrauch von mechanischer Leistung. Er ist zu einem asynchronen Generator geworden. Auf diese Weise läßt sich die elektrische Bremsung bei Drehstrom leicht ausführen. Auch für Zentralen hat sich der asynchrone Generator infolge der Einfachheit seiner Konstruktion eingeführt. Allerdings entnimmt er, wie früher, seinen Magnetisierungsstrom dem Netz, das also beispielsweise gleichzeitig von

\*) Bei Umkehrung der Drehrichtung ist die Schaltung zu ändern, wie z. B. beim Übergang vom Heben zum Senken bei Kranmotoren.

einem synchronen Generator gespeist werden muß. Der asynchrone Generator kann aber auch den zu seiner Erregung erforderlichen wattlosen Strom dadurch erhalten, daß er auf einen übererregten Synchronmotor bezw. übererregten rotierenden Umformer arbeitet.

## 122. Leistungsfaktor, normale Belastung, Anzugsmoment und größtes Drehmoment.

Die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke ist in Fig. 331 am geringsten, wenn der primäre Stromvektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Für diesen Betriebszustand ist also der Motor im allgemeinen zu bauen. Der größte Leistungsfaktor ergibt sich dann aus Fig. 331 durch die Beziehung:

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{I_0/2\tau}{I_0 + I_0/2\tau} = \frac{1}{1 + 2\tau}. \quad (62)$$

Er hängt also unter Vernachlässigung der primären Verluste allein vom Streufaktor  $\tau$  ab.

Die unten folgende Zahlentafel gibt den größten Leistungsfaktor für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten unter der Annahme, daß  $\tau_1$  gleich  $\tau_2$  ist. Wir erkennen, daß ein Wert  $\cos \varphi = 0,9$  nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei ein Koeffizient  $\tau_1 = \tau_2 = 0,03$  erfordert wird.\*) Ferner ergibt sich aus Fig. 331, daß der günstigste Betriebsstrom  $I_1$ , dessen Vektor die Tangente bildet, durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$I_1^2 = \left(\frac{I_0}{2\tau} + I_0\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{I_0}{I_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}}.$$

Die Werte von  $I_0/I_1$  sind in der Zahlentafel auf S. 434 für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten angegeben. Man erkennt daraus, daß unter der Annahme eines günstigsten normalen Betriebszustandes der

---

\*) Heyland erreicht einen Wert  $\cos \varphi = 1$ , indem er den Magnetisierungsstrom nicht dem Stator, sondern mit Hilfe eines aus wenigen Lamellen bestehenden Kollektors dem Rotor zuführt. Die im Rotor zwischen den Kollektorbürsten induzierte elektromotorische Kraft ist außerordentlich gering, da jeder einzelne Draht nur mit der Periodenzahl der Schlüpfung vom Drehkraftfluß geschnitten wird. Daher genügt eine ganz geringe Spannung, um den Magnetisierungsstrom durch die Rotorwicklung zu treiben. Gewöhnlich wird diese Spannung von einigen wenigen Statorspulen abgenommen. Infolgedessen ist der Verbrauch dieses wattlosen Stromes fast ohne Einfluß auf den ganzen, dem Motor zufließenden Strom, und die Phasenverschiebung zwischen der primären Spannung und dem primären Strom ist praktisch gleich Null (vergl. ETZ 1901, S. 633; 1902, S. 28 und 533; 1903, S. 51, 72, 95 und 213).

Leerstrom  $\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$  des Betriebsstromes ist. Dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom wird durch den Luftraum zwischen Stator und Rotor veranlaßt und bildet, obgleich er wattloser Strom ist, einen gewissen Nachteil des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Stator und Rotor ist der Leerstrom immer noch das 0,197 fache des normalen Betriebsstromes.

Um die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei normalem Betrieb mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der primäre Vektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Ist  $I_1$  wieder der normale Strom, d. h. die Tangente, so ist  $I_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}$  nach der Gleichung für  $M_d$  auf S. 430 ein Maß für das normale Drehmoment, während der Halbmesser  $\frac{I_0}{2\tau}$  ein Maß für das größte Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit mit Benutzung von Gleichung (62) nach der Gleichung:

$$\frac{\text{Größtes Drehmoment}}{\text{Normales Drehmoment}} = \frac{I_0/2\tau}{I_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}} = \frac{I_0}{I_1} \cdot \frac{1+2\tau}{2\tau}.$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten senkrechten Reihe in der folgenden Zahlentafel berechnet.

$\tau_1 = \tau_2$	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	$\cos \varphi_{max} = \frac{1}{1+2\tau}$	$\frac{I_0}{I_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1+\tau}}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{I_0}{I_1} \cdot \frac{2\tau+1}{2\tau}$
0,07	0,145	0,776	0,355	1,58
0,06	0,124	0,802	0,33	1,65
0,05	0,103	0,83	0,305	1,78
0,04	0,082	0,86	0,275	1,95
0,03	0,061	0,892	0,24	2,2
0,02	0,040	0,925	0,197	2,63

Man erkennt, daß eine Überlastung auf das 2,6 fache des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments schwer erreicht wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so bauen, daß der normale Statorstrom kleiner ist als die Tangente. Das wird den Winkel  $\varphi$  nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Von besonderem Interesse ist nun das Drehmoment beim Angehen oder das Anzugsmoment. Ist der Rotorwiderstand gleich Null, so ergibt sich nach Gleichung (b) auf S. 431:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\tau \cdot e_1}{I_0 \cdot R''} = \infty.$$

Der Winkel  $\beta_0$  ist dann  $90^\circ$  und die Punkte  $J$  und  $G$  in Fig. 331 fallen zusammen.  $OG$  ist also der Anlaufstrom im Stator, falls der Rotor-

widerstand gleich Null ist. In diesem Falle ist auch die Kreisordinate und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null. Dies erklärt sich daraus, daß bei Kurzschluß alle Kraftlinien aus dem Rotor in den Streuweg des Rotors gedrängt werden, so daß die Drähte des Rotors überhaupt nicht mehr in einem wirksamen Felde liegen

Aber auch wenn statt des Widerstandes Null der praktische Wert des Rotorwiderstandes in die Gleichung für  $\beta_0$  eingesetzt wird, ist die Richtung des Strahles  $OJ$  immer noch sehr steil. Der Punkt  $J$  in Fig. 331, der dem Augenblick des Anlaufens entspricht, liegt also im allgemeinen niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaßwiderstandes im Rotorkreis der Widerstand  $R''$  beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der obigen Gleichung der Winkel  $\beta_0$  kleiner, so daß die Kreisordinate und das Drehmoment beim Anlassen vergrößert werden.

### 123. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste.

Das Diagramm in Fig. 331 gilt für einen Motor, dessen Statorwiderstand gleich Null ist und der von einer konstanten Klemmenspannung gespeist wird.

Das Diagramm gilt aber auch für einen Motor, dessen Statorwiderstand nicht gleich Null ist, vorausgesetzt, daß der Ohmsche Spannungsverlust im Stator durch eine, je nach dem Betriebszustand verschiedene Erhöhung der Klemmenspannung ausgeglichen wird.

Kurz gesagt: Das Diagramm in Fig. 331 gilt für konstante elektromotorische Kraft. Das Diagramm sei für eine elektromotorische Kraft gezeichnet, die gleich der normalen Netzspannung  $e_1$  ist. Dieser elektromotorischen Kraft entspricht ein konstanter Kraftfluß im Stator, d. h. ein bei den verschiedenen Klemmenspannungen konstanter Vektor  $OF$ . Demnach bleibt das Diagramm unverändert, abgesehen davon, daß der in die Ordinatenachse fallende Vektor nicht mehr die Klemmenspannung darstellt, sondern die Komponente derselben, die zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft dient.

Das Diagramm kann uns nun dazu dienen, den geometrischen Ort für den Endpunkt des Vektors des Statorstromes bei konstanter Klemmenspannung zu ermitteln. Wir legen zu diesem Zwecke der Einfachheit wegen in Fig. 334 den Heylandschen Halbkreis für konstante elektromotorische Kraft nach unten und ändern den Drehsinn der Vektoren. Dann ist  $OA$  der primäre Stromvektor bei konstanter elektromotorischer Kraft. \*)

In Richtung dieses Vektors hätten wir den primären Ohmschen Spannungsverlust  $I_1 \cdot R_1$  aufzutragen und ihn zu dem Teil der erhöhten

\*) Vgl. Sumec, ETZ 1910, S. 110.

Netzspannung, der die konstante elektromotorische Gegenkraft  $E_1$  überwindet, zu addieren, um die erhöhte Klemmenspannung zu erhalten. Der Vektor dieses Teiles der Netzspannung fällt in die Richtung von  $QO$ .

Statt dessen dividieren wir alle Seiten des primären Spannungsdreiecks durch den primären Widerstand  $R_1$ . Aus dem Vektor der Ohmschen Spannung wird dann unmittelbar der Stromvektor  $OA$ . Ferner ist

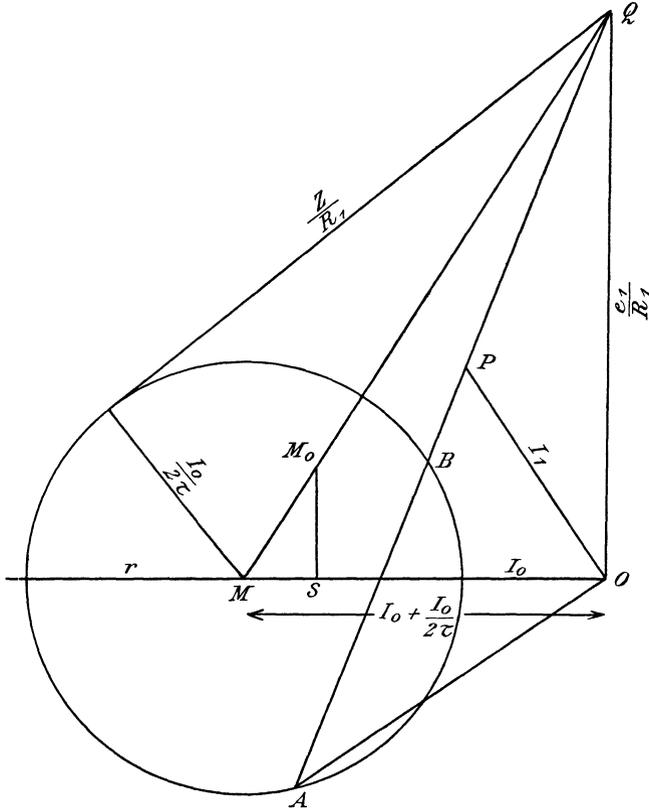


Fig. 334. Ermittlung des Kreisdiagramms unter Berücksichtigung des Statorwiderstandes.

$QO = \frac{e_1}{R_1}$  proportional dem Teil der erhöhten Netzspannung, der die konstante, der normalen Netzspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft überwindet;

$QA$  proportional der jeweiligen erhöhten Klemmenspannung.

Wir leiten nun aus dem Spannungsdreieck  $AOQ$ , das für die erhöhte Klemmenspannung  $QA$  gilt, ein Dreieck ab, bei dem nicht die elektromotorische Kraft, sondern die Klemmenspannung der normalen Netzspannung entspricht.

Wir haben zu diesem Zwecke alle Seiten des Dreiecks  $AOQ$  im Verhältnis  $OQ:QA$  zu verkleinern. Dies geschieht dadurch, daß wir

von  $O$  aus einen Strahl  $OP$  so ziehen, daß er mit  $OQ$  den Winkel  $OAQ$  bildet. Dann ist das Dreieck  $OPQ$  das gesuchte Spannungsdreieck. In diesem Dreieck ist:

$OP = I_1$  der Statorstrom bei der normalen Klemmenspannung;

$OQ$  proportional der Klemmenspannung, die jetzt den normalen Betrag hat;

$PQ$  proportional dem Teil der normalen Netzspannung, der für die elektromotorische Gegenkraft verbraucht wird.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $AOQ$  und  $OPQ$  folgt dann:

$$\frac{QP}{e_1/R_1} = \frac{QA}{OA}.$$

Ziehen wir nun von  $Q$  aus die Tangente an den Heylandschen Kreis, und bezeichnen wir diese willkürlich mit  $z/R_1$ , so wird nach einem bekannten Satze der Planimetrie:

$$\frac{z/R_1}{QB} = \frac{QA}{z/R_1}$$

oder wenn wir die entsprechenden Seiten der letzten beiden Gleichungen miteinander multiplizieren:

$$\frac{QP}{QB} = \frac{e_1^2}{z^2} \quad (a)$$

Dabei ist nach Fig. 334:

$$\frac{z^2}{R_1^2} = QM^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2 = \frac{e_1^2}{R_1^2} + \left(I_0 + \frac{I_0}{2\tau}\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2$$

oder:

$$z^2 = e_1^2 + \frac{(1 + \tau)}{\tau} I_0^2 R_1^2.$$

Wie die Gleichung (a) zeigt, haben wir, um den Punkt  $P$  zu erhalten, den Strahl  $OB$  im Verhältnis  $e_1^2:z^2$  zu verkleinern. Demnach ist der geometrische Ort des Punktes  $P$  ebenso wie der des Punktes  $B$  ein Kreis (Fig. 335). Sein Mittelpunkt  $M_0$  liegt auf der Verbindungslinie  $QM$  um die Strecke  $QM_0 = QM \cdot \frac{e_1^2}{z^2}$  von  $Q$  entfernt und sein Radius  $r_1 = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2}$  ist ebenfalls im Verhältnis  $\frac{e_1^2}{z^2}$  kleiner als der Radius  $r$  des Kreises um den Mittelpunkt  $M$  (Ossannascher Kreis).

Die Abszisse für den Mittelpunkt  $M_0$  des Ossannaschen Kreises ist ebenfalls im Verhältnis  $e_1^2:z^2$  kleiner als die Abszisse  $OM$ , d. h.:

$$OS = OM \cdot \frac{e_1^2}{z^2} = \left(I_0 + \frac{I_0}{2\tau}\right) \frac{e_1^2}{z^2}.$$

Die Ordinate  $M_0S$  für den Mittelpunkt  $M_0$  des Ossannaschen Kreises ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $QOM$  und  $M_0SM$  zu:

$$M_0S = \frac{e_1}{R_1} \cdot \frac{OM - OS}{OM}$$

oder mit Hilfe der darüberstehenden Gleichung:

$$M_0 S = \frac{e_1}{R_1} \left(1 - \frac{e_1^2}{z^2}\right).$$

Zur graphischen Ermittlung des Ossannaschen Kreises zeichnen wir mit Hilfe derselben Konstruktion, durch die wir in Fig. 334 den Punkt  $P$  des Ossannaschen Kreises aus dem Punkte  $A$  herleiten,

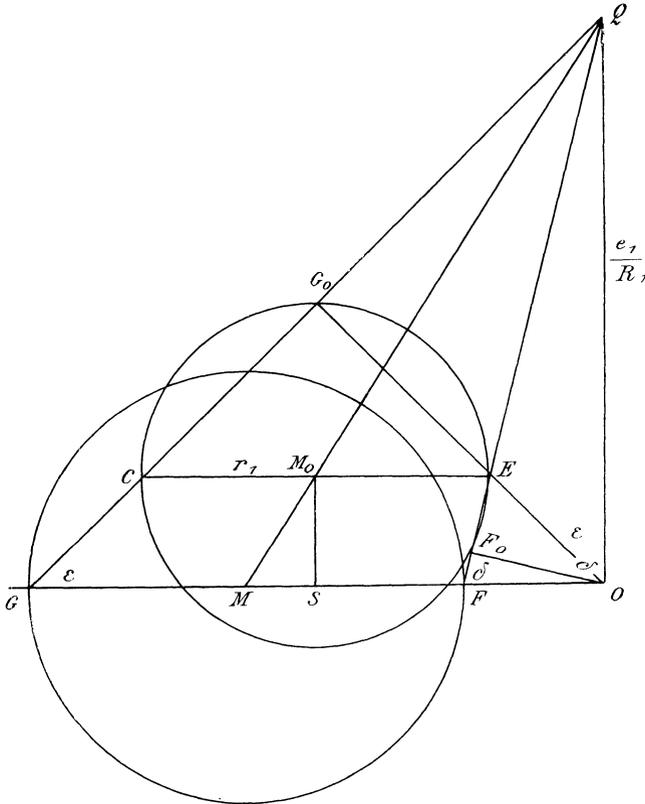


Fig. 335. Graphische Ermittlung des Ossannaschen Kreises.

für den dem Leerlauf entsprechenden Punkt  $F$  und den dem Kurzschluß entsprechenden Punkt  $G$  des Heylandschen Kreises die entsprechenden Punkte  $F_0$  und  $G_0$  des Ossannaschen Kreises. Dabei ergibt sich leicht, da die Winkel  $\delta$  und die Winkel  $\epsilon$  je einander gleich sind, daß die Winkel  $OF_0Q$  und  $OG_0Q$  je gleich  $90^\circ$  werden.

Wir haben also nur die Verbindungslinien  $QF$  und  $QG$  zu ziehen. Die Schnittpunkte  $F_0$  und  $G_0$  dieser Verbindungslinien mit einem Halbkreis über  $e_1/R_1$  sind die Endpunkte des primären Stromvektors bei Leerlauf und Kurzschluß. Wir schlagen dann von einem Punkte der Verbindungs-

linie  $QM$ , der von den Punkten  $F_0$  und  $G_0$  gleich weit entfernt ist, den Ossannaschen Kreis mit dem Radius  $M_0F_0$  oder  $M_0G_0$ .

Dabei läßt sich nachweisen, daß der Strahl  $OF_0$  die Verbindungslinie  $QG$  und der Strahl  $OG_0$  die Verbindungslinie  $QF$  in der Höhe des Mittelpunktes  $M_0$  schneiden, wodurch sich eine Kontrolle der Zeichnung ergibt.

Die angegebene Zeichnung läßt sich nur für kleine Motoren durchführen, da nur bei diesen der Ohmsche Widerstand einen verhältnismäßig großen Einfluß hat. Bei großen Motoren mit gutem Wirkungsgrad wird die Strecke  $OQ = \frac{e_1}{R_1}$  so groß, daß man Hilfskonstruktionen anwenden muß. Der Einfluß des Statorwiderstandes zeigt sich dann wesentlich darin, daß der Kreismittelpunkt um eine kleine Strecke  $M_0S$  fast senkrecht nach oben verschoben wird, während der Durchmesser fast genau gleich  $\frac{I_0}{\tau}$  ist.

Ist z. B., wie bei einem 600-PS-Motor der Maschinenfabrik Örlikon:\*)

$$e_1 = 1900, \quad I_0 = 36, \quad R_1 = 0,4, \quad \tau = 0,117,$$

so ergibt sich der Radius des Heylandschen Kreises zu:

$$\frac{I_0}{2\tau} = 154.$$

Demnach in Fig. 335:

$$OM = I_0 + \frac{I_0}{2\tau} = 190.$$

Demnach:

$$z^2 = e_1^2 + \left(\frac{1 + \tau}{\tau}\right) \cdot I_0^2 R_1^2 = 3610 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3.$$

Wenn wir also bei  $z^2$  das zweite Glied vernachlässigen, so machen wir nur einen Fehler von 2 auf 3600, und es wird  $z^2 = e_1^2$ . Nach der Gleichung für  $OS$  auf S. 437 wird dann in Fig. 335  $OS$  gleich  $OM$ . Ebenso wird der Radius des Ossannaschen Kreises nach S. 437 praktisch gleich dem Radius des Heylandschen Kreises. Der Mittelpunkt liegt dann fast genau senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises in der Entfernung:

$$M_0S = \frac{e_1}{R_1} \cdot \left(1 - \frac{e_1^2}{z^2}\right) = 2,6.$$

Ossanna hat auch angegeben, wie man zeichnerisch das Drehmoment, die Nutzleistung und die Schlüpfung dem Diagramm entnimmt. Es ist jedoch fraglich, ob die der Zeichnung zugrunde liegenden Rechnungen einfach genug sind, um ihre praktische Verwendung zu ermöglichen. Der Ossannasche Kreis ist überhaupt nur in einer einzigen, allerdings nicht unwesentlichen Beziehung von Bedeutung, nämlich deswegen, weil er zeigt, daß der Leistungsfaktor durch die Statorverluste verbessert wird. Von merkbarem Einfluß ist auch dies nur bei Motoren mit verhältnismäßig großen Statorverlusten.

\*) ETZ 1900, Heft 52.

### 124. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

Man verwendet in der Praxis meist ein von Heyland angegebenes vereinfachtes Diagramm, bei dem ein den Verlusten im Stator und im Rotor entsprechender Betrag von den Ordinaten des ursprünglichen Diagramms abgezogen wird. Der dadurch gemachte Fehler ist verhältnismäßig gering gegenüber dem durch Einfachheit des Diagramms gewonnenen Vorteil.

Im vorigen Abschnitt hat sich ergeben, daß der Halbmesser des tatsächlichen Diagrammkreises fast genau gleich  $I_0/2\tau$  ist, und daß der Mittelpunkt dieses Kreises um die kleine Strecke  $M_0S$  fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diesen Betrag, lassen also den tatsächlichen Diagrammkreis mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen. Der Vektor der primären Klemmen-

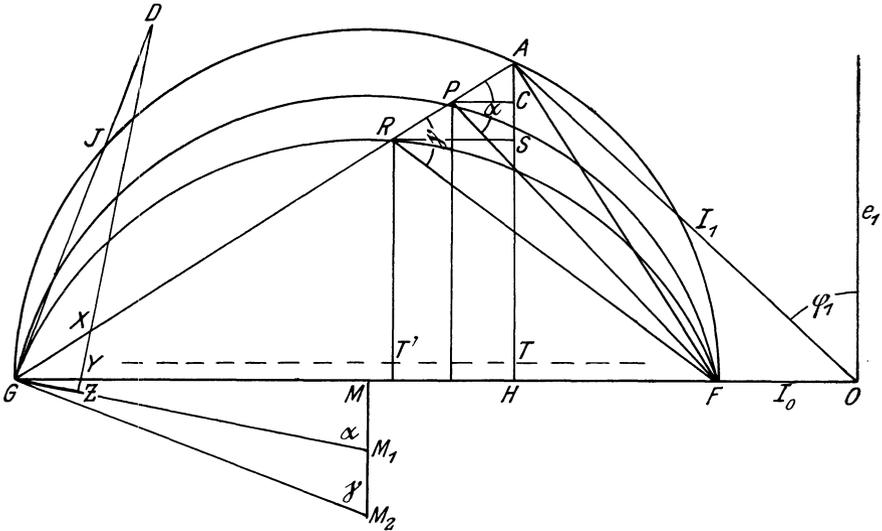


Fig. 336. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

spannung fällt dabei in die Ordinatenachse, und die primär zugeführte Leistung in Fig. 336 ist:

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Von dieser primär zugeführten Leistung ziehen wir nun die einzelnen Verluste ab. Es sei also in Fig. 336 der Kupferverlust einer Phase im Stator gleich  $e_1 \cdot AC$ , der im Rotor gleich  $e_1 \cdot CS$  und der Leerlaufverlust  $e_1 \cdot TH$ . Dann ist die auf den Rotor übertragene Leistung, die zugleich ein Maß für das Drehmoment ist:

$$P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot CH.$$

Die mechanische Leistung ist:

$$P = 3 e_1 \cdot SH$$

und die Nutzleistung:

$$P_n = 3 e_1 \cdot ST = 3 e_1 \cdot RT'.$$

Um die Punkte  $C$  und  $S$  bequem zeichnen zu können, wollen wir den Effektverlust im Stator Kupfer um den Betrag  $I_0^2 \cdot R_1$  kleiner in Rechnung setzen, als er in Wirklichkeit ist, und wollen dafür den Verlust durch mechanische Reibung um den entsprechenden Betrag erhöhen. Das ist um so bequemer, als der Verlust  $I_0^2 \cdot R_1$  ja beim Leerlaufversuch mit den andern Leerlaufverlusten gemeinsam gemessen wird. Als Verlust im Stator Kupfer ist dann  $(I_1^2 - I_0^2) \cdot R_1$  einzusetzen.

Es ergibt sich nun, wenn wir den Kosinussatz auf das Dreieck  $OAF$  anwenden:

$$I_1^2 - I_0^2 = FA^2 + 2 I_0 \cdot FH,$$

oder wenn wir  $FH = FA^2 \frac{I_0}{\tau}$  setzen und auf beiden Seiten mit  $R_1$  multiplizieren:

$$(I_1^2 - I_0^2) \cdot R_1 = (1 + 2\tau) \cdot FA^2 \cdot R_1.$$

Setzen wir nun zur Abkürzung:

$$R' = (1 + 2\tau) \cdot R_1,$$

so wird nach den obigen Festsetzungen:

$$AC = \frac{(I_1^2 - I_0^2) \cdot R_1}{e_1} = \frac{FA^2 \cdot R'}{e_1}. \quad (a)$$

Wir ziehen nun zur Abszissenachse durch  $C$  eine Parallele, die den Strahl  $AG$  im Punkte  $P$  schneidet. Dann ergibt sich wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke  $FAG$  und  $ACP$ :

$$\frac{AP}{AC} = \frac{I_0/\tau}{FA}$$

oder mit Benutzung der vorigen Gleichung:

$$\frac{AP}{FA} = \frac{I_0 \cdot R'}{\tau \cdot e_1}.$$

Das Verhältnis  $AP:FA$ , das gleich der Kotangente des Winkels  $APF$  ist, ist also konstant, d. h. der Winkel  $APF = \alpha$  ist konstant. Demnach ist auch der Winkel  $GPF$ , der gleich  $180^\circ - \alpha$  ist, konstant, d. h. der Punkt  $P$  liegt auf einem Kreise, in welchem der Winkel  $GPF = 180^\circ - \alpha$  der Peripheriewinkel über der Sehne  $FG$  ist, und dessen Mittelpunkt senkrecht unter dem Punkte  $M$  liegt. Dabei ergibt sich:

$$\cot \alpha = \frac{MM_1}{MG} = \frac{I_0 \cdot R'}{\tau \cdot e_1}.$$

Ebenso ziehen wir durch  $S$  eine Parallele zur Abszissenachse, die den Strahl  $AG$  im Punkte  $R$  schneidet. Setzen wir nach S. 427 und 431:

$$I_2 = FA(1 + \tau_1) \cdot \frac{z_1}{z_2}, \quad R'' = R_2 \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot (1 + \tau_1)^2,$$

so wird nach der Festsetzung von S. 440:

$$CS = \frac{I_2^2 \cdot R_2}{e_1} = \frac{FA^2 \cdot R''}{e_1}.$$

Mit Benutzung von Gleichung (a) wird dann:

$$AS = AC + CS = \frac{FA^2 \cdot (R' + R'')}{e_1}.$$

Genau wie oben ergibt sich dann, daß auch der Punkt  $R$  auf einem Kreise liegt, dessen Mittelpunkt  $M_2$  senkrecht unter dem Punkte  $M$  liegt, so daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\cot \gamma = \frac{MM_2}{MG} = \frac{I_0 \cdot (R' + R'')}{\tau \cdot e_1}.$$

Bei Anlauf ist, solange der Motor noch stillsteht, die mechanische Leistung gleich Null, d. h. die Punkte  $R$  und  $S$  fallen auf die Abszissenachse. Der von  $G$  aus gezogene Strahl schneidet den Kreis um  $M_2$  in diesem Falle gar nicht, d. h. er wird zur Tangente an den Kreis um den Mittelpunkt  $M_2$ . Ziehen wir also  $GJ$  senkrecht auf  $GM_2$ , so ist  $J$  der Endpunkt des primären Stromvektors beim Anlauf.

Um ferner allgemein die Schlüpfung für einen durch den Punkt  $A$  gegebenen Betriebszustand zu ermitteln, fällen wir von einem beliebigen Punkt  $D$  des Strahles  $GJ$  die Senkrechte  $DZ$  auf  $GM_1$ . Diese schneidet den Strahl  $GA$  im Punkte  $X$  und die Abszissenachse im Punkte  $Y$ . Dann wird der Winkel  $DYF$  gleich dem Winkel  $\alpha$ , weil die Schenkel beider Winkel paarweise aufeinander senkrecht stehen, und die Dreiecke  $GYX$  und  $GPF$  werden daher einander ähnlich. Es ergibt sich also:

$$\frac{XY}{YG} = \frac{FP}{PG}.$$

Andererseits wird der Winkel bei  $D$  gleich  $\alpha - \gamma$ , also gleich dem Winkel  $PFR$ . Demnach sind die Dreiecke  $GYD$  und  $RPF$  einander ähnlich, und es ist:

$$\frac{YG}{DY} = \frac{PR}{FP}.$$

Durch Multiplikation der linken und der rechten Seiten der beiden letzten Gleichungen miteinander erhalten wir:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{PR}{PG} = \frac{CS}{CH}.$$

Nun stellt das Verhältnis  $CS : CH$  das Verhältnis des Verlustes im Rotor zu der auf den Rotor übertragenen Leistung dar. Dies Verhältnis ist aber nach S. 413 gleich der relativen Schlüpfung. Wir erhalten also diese zu:

$$s = \frac{XY}{DY}.$$

Ist nun die Senkrechte  $DZ$  so gezogen, daß die Länge  $DY$  gleich 100 mm wird, so liefert uns die Strecke  $XY$  in Millimetern unmittelbar die prozentische Schlüpfung.

## 125. Praktisches Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, das Heylandsche Diagramm für einen praktisch ausgeführten Motor zu zeichnen, und wählen dazu einen Motor der Maschinenfabrik Örlikon.\*) Der Motor ist für eine Leistung von 600 PS bei der besonders niedrigen Drehzahl von 75 Umdrehungen in der Minute gebaut. Diese niedrige Drehzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und infolgedessen, wie wir im 126. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde konnte die gewöhnliche Zahl von 50 Perioden nicht angewendet werden, sondern es mußte der Wert  $\nu = 22,5$  gewählt werden. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu:

$$p = \frac{\nu}{n/60} = 18.$$

Der Durchmesser des Rotors beträgt rund 300 cm, der Abstand des Rotoreisens vom Statoreisen 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieckschaltung angeordneten Stators beträgt  $e_1 = 1900$  Volt. Der Statorwiderstand ist  $R_1 = 0,4$  Ohm für eine Phase, der Rotorwiderstand  $R_2 = 0,016$  Ohm für eine Phase. Die Statorwicklung ist in 324 Nuten untergebracht. Jede Nut enthält 8 Drähte, so daß die primäre Drahtzahl sich zu  $z_1 = 324 \cdot 8 = 2592$  ergibt. Der Rotor besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Löchern untergebracht ist, so daß sich der Wert von  $z_2$  zu 432 ergibt. Stator und Rotor tragen beide Spulenwicklung. Der Leerstrom im Netzleiter ist zu 62 Ampere, der normale Betriebsstrom im Netzleiter zu 170 Ampere angegeben. Die entsprechenden Phasenströme erhalten wir also durch Division mit  $\sqrt{3}$ .

Zusammenstellung:

$$\begin{array}{ll} e_1 = 1900 & I_0 = \frac{62}{\sqrt{3}} = 36. \\ R_1 = 0,4 & \\ R_2 = 0,016 & I_1 = \frac{170}{\sqrt{3}} = 100 \text{ (normal)}. \\ z_1 = 2592 & \\ z_2 = 432 & \end{array}$$

Auf Grund von Versuchen, die an dem Motor vorgenommen wurden, und die im folgenden Abschnitt besprochen werden sollen, ergab sich für den normalen Betriebszustand ein Streuungsfaktor:

$$\tau = 0,117 \quad \text{oder} \quad \tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Demnach erhalten wir zur Zeichnung des Diagramms die folgenden Daten:

$$OF = I_0 = 36, \quad FG = \frac{I_0}{\tau} = \frac{36}{0,117} = 306.$$

\*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.



$$M_n = \frac{P_n}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Da die Nutzleistung durch das Produkt  $3 \cdot e_1 \cdot RT'$  gegeben ist, wobei  $RT'$  im Amperemaßstab zu messen ist, so ergibt sich:

$$M_n = \frac{3 \cdot 1900 \cdot RT'}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} = 5550 \cdot \frac{RT'}{n} \text{ mkg.}$$

Zu diesem nutzbaren Drehmoment gehört ein primärer Strom:

$$I_1 = OA.$$

Da die Wattkomponente des primären Stromes gleich  $AH$  ist, so ergibt sich der Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{RT'}{AH}.$$

Wir ermitteln weiter die Drehzahl und ziehen dazu  $DY$  senkrecht auf  $GM_1$ , wobei  $Y$  auf der Abszissenachse liegt und die Strecke  $DY$  in Millimetern gleich der Drehzahl bei Leerlauf, also gleich  $\frac{v \cdot 60}{p} = 75 \text{ mm}$  ist. Dann folgt leicht auf Grund des vorigen Abschnittes, daß  $DX$  in Millimetern unmittelbar gleich der Drehzahl ist:

$$n = DX \text{ in Millimetern.}$$

Auf diese Weise ergibt sich für beliebig gewählte Werte des Primärstromes  $I_1$  außerordentlich schnell die folgende Zahlentafel. Die dritte wagerechte Reihe entspricht dem normalen, in Fig. 337 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte senkrechte Reihe enthält den Netzstrom  $I$ , der sich bei der Dreieckschaltung des Stators zu  $\sqrt{3} \cdot I_1$  ergibt.

$I_1 =$ $OA$	$RT'$	$AH$	$\eta =$ $\frac{RT'}{AH}$	$n =$ $DX$ in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{AH}{OA}$	$M_n =$ 5550 $\frac{RT'}{n}$	$I$
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,753	64,8	0,57	9 700	490)

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Fig. 338 gezeichnet, wobei das nutzbare Drehmoment als Abszisse aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das größte Drehmoment gleich 10 000 mkg, während das Drehmoment bei normalem Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann

also auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netz von normal 173 Ampere auf 421 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem linken Teil des Diagramms in Fig. 337 entnommenen Werte sind daher nicht reell oder gelten vielmehr nur für die Anlaufperiode.

Die Drehzahl ist beim normalen Betrieb gleich 73, was einer Schlüpfung von 2 auf 75 oder 2,7 % entspricht. Bei stärkerer Belastung nimmt die Drehzahl dauernd ab und sinkt bei der höchsten Belastung auf den Wert 66,6.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der

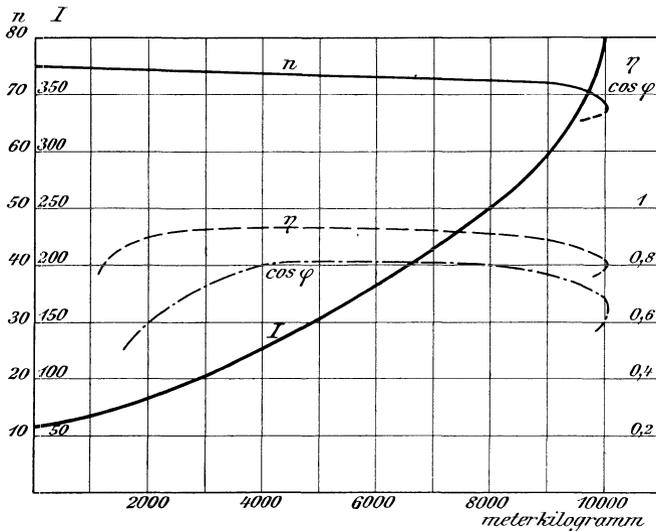


Fig. 338. Abhängigkeit der elektrischen und mechanischen Größen eines Drehstrommotors von der Belastung.

normalen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Höchstwertes über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verlaufen. Es könnte auffallen, daß bei einem 600-PS-Motor nur ein totaler Wirkungsgrad von rund 92 % und nur ein Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0,81$  erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Drehzahl unseres Motors eine große Polzahl mit sich bringt und dadurch eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und ebenso der Wirkungsgrad ungünstig. Ein normaler Motor derselben Firma für die gleiche Leistung und 370 Umdrehungen in der Minute bei 50 Perioden ergab z. B.  $\cos \varphi = 0,92$ ,  $\eta = 0,95$  und eine Schlüpfung von 1,5 %.

Wir werden uns nun im nächsten Abschnitt die Frage stellen, wie man den Streuungsfaktor  $\tau$ , der die Grundlage für die Wirkungsweise des Motors bildet, durch den Versuch bestimmt, und wodurch seine Größe bedingt ist.

### 126. Der Streuungsfaktor.

Wenn der Rotor eine Phasenwicklung besitzt, so kann die Bestimmung des Streuungsfaktors  $\tau$  in folgender Weise geschehen. Man legt eine primäre Klemmenspannung  $e_1$  an den Stator und mißt die Spannung an den Klemmen der offenen Rotorwicklung. Der Drehstrommotor verhält sich dann wie ein ruhender unbelasteter Transformator. Die Klemmenspannungen  $e_1$  und  $e_2$  sollten sich dabei wie die Drahtzahlen  $z_1$  und  $z_2$  verhalten. Dabei ist natürlich gleiche Schaltung des Rotors und Stators vorausgesetzt. Bei ungleicher Schaltung ist die verkettete der beiden Spannungen durch den bekannten Faktor  $\sqrt{3}$  zu dividieren. Außerdem ist, genau genommen, auch die Verschiedenheit der Koeffizienten  $k$  zu berücksichtigen (vergl. Abschnitt 89).

Wir erwarten nun an den Klemmen des Rotors eine Spannung  $e_1 \cdot z_2/z_1$ . Da aber infolge der Streuung nicht alle vom Stator erzeugten Kraftlinien in den Rotor dringen, so ist die sekundäre Spannung  $e_2$  kleiner als der theoretisch berechnete Wert  $e_1 \cdot z_2/z_1$ . Das Verhältnis  $\frac{e_1 \cdot z_2}{z_1} : e_2$  gibt uns dann das Verhältnis der gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien zu den auf den Rotor übertragenen Kraftlinien an. Nun verhält sich bei Leerlauf, wenn  $N$  den Kraftfluß im Rotor und  $N_{s_1}$  den primären Streufluß bezeichnet:

$$\frac{N}{N_{s_1}} = \frac{1}{\tau_1}.$$

Demnach:

$$\frac{N_{s_1} + N}{N} = 1 + \tau_1.$$

Wir erhalten also:

$$1 + \tau_1 = \frac{e_1 \cdot z_2/z_1}{e_2}.$$

In derselben Weise können wir eine äußere Drehstromquelle an den Rotor legen und dabei die Spannung  $e_1$  an den Klemmen des Stators messen. Ist  $e_2$  die an den Rotor gelegte Spannung, so ist  $e_2 \cdot z_1/z_2$  der Wert der Statorspannung, falls alle im Rotor erzeugten Kraftlinien auch in den Stator dringen. Ist dagegen eine Streuung vorhanden, so ist die am Stator gemessene Spannung  $e_1$  geringer als die theoretisch berechnete, und es ergibt sich wie oben:

$$1 + \tau_2 = \frac{e_2 \cdot z_1/z_2}{e_1}.$$

Die Messungen müssen mit peinlicher Genauigkeit ausgeführt werden. Es ist dabei jedoch nicht durchaus nötig, daß die Voltmeter am Rotor

und Stator vollständig übereinstimmen. Denn wenn bei beiden Messungen Rotor- und Statorvoltmeter nicht vertauscht werden, so mißt man von den beiden Werten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  den einen zu groß und den andern zu klein, so daß sich der Fehler im gesamten Streuungsfaktor  $\tau$  heraushebt. Dieser ergibt sich aus den Werten von  $\tau_1$  und  $\tau_2$  nach S. 427.

Diese Art der Bestimmung des Streuungskoeffizienten hat den Vorzug großer Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie unmittelbar auf der Definition der Koeffizienten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  beruht. Sie führt indessen in den meisten Fällen zu unbrauchbaren Ergebnissen, weil der Streuungskoeffizient tatsächlich nicht, wie wir bisher angenommen haben, einen unveränderlichen Wert hat. Bei hoher Stromstärke ist nämlich die Zahl der Streulinien und die Sättigung der Zahnstege sehr groß, der Widerstand des Streuweges ist also bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Da die Werte  $\tau_1$  und  $\tau_2$  dadurch ebenfalls kleiner werden, so arbeitet die Maschine bei Belastung günstiger, als nach dem oben ermittelten Wert von  $\tau$  anzunehmen war.

Dadurch wird, streng genommen, die Gültigkeit des Heylandschen Diagramms beschränkt. Dieses gilt dann genau nur für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem angenommenen Wert von  $\tau_1$  und  $\tau_2$  entspricht. Es kommt daher vor allem darauf an, den Streuungskoeffizienten für den normalen Betriebszustand zu ermitteln. Das geschieht, indem man den Rotor kurz schließt und den Statorstrom  $I_k$  bei ruhendem Rotor mißt. Unter der Annahme eines geringen Rotorwiderstandes fällt der Kurzschlußstrom  $I_k = OJ$  in Fig. 331 mit dem Vektor  $OG$  zusammen. Man erhält auf diese Weise unmittelbar  $OG = I_0 + \frac{I_0}{\tau} = I_k$ . Man mißt außerdem den Leerstrom  $I_0$  und erhält:

$$I_k = I_0 + \frac{I_0}{\tau}$$

oder:

$$\tau = \frac{I_0}{I_k - I_0}.$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Aber selbst wenn der Motor diese Stromstärke aushielte, würde die Messung kein brauchbares Resultat liefern, da die Sättigung der Zahnstege dabei weit größer ist als bei Betrieb. Man muß vielmehr eine solche Spannung an den Stator legen, daß bei Kurzschluß gerade der normale Betriebsstrom durch den Stator fließt. Dann sind die Streulinien während des Kurzschlusses dieselben wie bei normalem Betrieb, also ist auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und des Nutzfeldes das gleiche wie bei normalem Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemeingültigen Wert von  $\tau$ , aber

wenigstens den Wert von  $\tau$  für den normalen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für  $I_0$  ebenfalls der Magnetisierungsstrom bei der verkleinerten Spannung einzusetzen.

Ein Beispiel, bei dem wir auf den im vorigen Abschnitt erwähnten Motor zurückgehen, wird diese Methode deutlich machen. Die durch den Versuch ermittelten Angaben sind aus Nr. 52 der ETZ vom Jahre 1900 entnommen. Zur Ermittlung des Wertes von  $\tau$  wurde der Rotor kurz geschlossen, wobei nicht die normale Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannungen von 600 und 390 Volt an den Stator gelegt wurden. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme in einem Netzleiter zu 200 und 110 Ampere, die Kurzschlußströme einer Phase also zu  $I_k = 200/\sqrt{3} = 116$  und  $110/\sqrt{3} = 63,7$  Ampere.

Um daraus die entsprechenden Werte von  $\tau$  für die beiden Betriebszustände zu berechnen, ermitteln wir die Leerströme, die bei den Spannungen von 390 und 600 Volt auftreten würden. Diese Leerströme sind ganz wesentlich Magnetisierungsströme und dienen zur Magnetisierung der Luftstrecke zwischen Stator und Rotor. Demnach sind sie der erzeugten Kraftlinienzahl, also der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  proportional, sie verhalten sich also wie die Klemmenspannungen. Wenn wir also für eine bestimmte Klemmenspannung den Wert des Leerstromes kennen, so können wir daraus die Leerströme bei anderen Klemmenspannungen berechnen.

Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

$e_1$	$I_0$	$I_k$ (gemessen)	$\tau = \frac{I_0}{I_k - I_0}$
1900	36 (gemessen)	—	—
600	$36 \cdot \frac{600}{1900} = 11,4$	116	0,109
390	$36 \cdot \frac{390}{1600} = 7,4$	63,7	0,131

Wir sehen deutlich, daß mit wachsender Stromstärke der Wert von  $\tau$  kleiner wird, d. h. daß die Streuungskoeffizienten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  nach der Zahlentafel auf S. 434 ebenfalls kleiner werden. Der Grund liegt wieder darin, daß mit wachsender Stromstärke die Streulinien schließlich wegen der Sättigung der Zahnstege kaum mehr zunehmen. Der prozentische Verlust durch Streuung wird also immer geringer, je stärker der Strom im Stator und Rotor ist.

Um nun den Wert von  $\tau$  für den normalen Betriebszustand, also bei einem Phasenstrom  $I_1 = 100$  Ampere zu ermitteln, interpolieren wir zwischen den Werten

$$\begin{array}{ll} I_k = 116 & \tau = 0,109 \\ I_k = 63,7 & \tau = 0,131. \end{array}$$

Für eine Stromstärke von 100 Ampere erhalten wir dann:

$$\tau = 0,117.$$

Aus der Gleichung für  $\tau$  auf S. 427 ergibt sich dann, wenn wir  $\tau_1 = \tau_2$  annehmen:

$$\tau = 2\tau_1 + \tau_1^2$$

oder mit Benutzung des Wertes  $\tau = 0,117$ :

$$\tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Dieser Wert erscheint im Verhältnis zur Leistung des Motors auf den ersten Blick als ungünstig, aber im Verhältnis zur großen Polzahl doch als günstig.

Der dritte Weg zur Aufnahme des Diagramms durch den Versuch besteht darin, daß man die Belastung des Rotors oder bei festgebremsten Rotor den Anlaßwiderstand im Rotorkreis ändert. Man mißt dann die

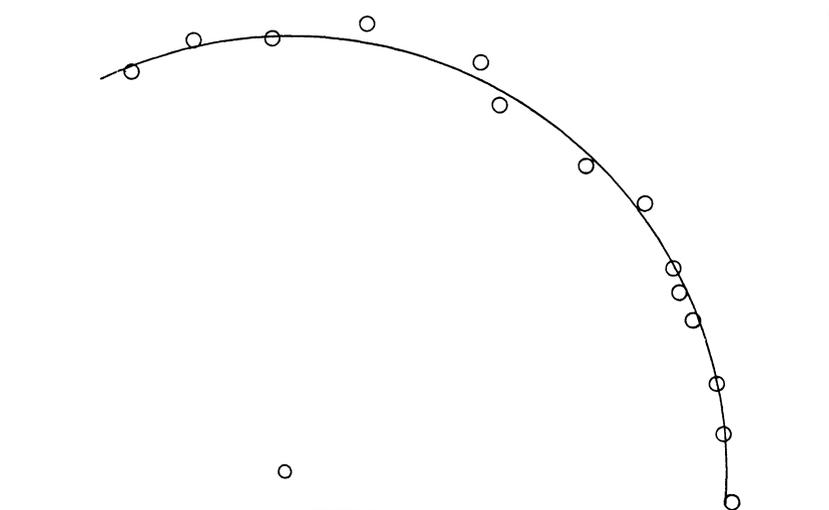


Fig. 339. Experimentell aufgenommener Diagrammkreis eines Drehstrommotors.

Netzspannung  $e$ , den Netzstrom  $I$  und mit Hilfe eines oder mehrerer Wattmeter die zugeführte primäre Leistung  $P_1$ . Dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot e \cdot I}.$$

Man legt dann die primäre Klemmenspannung in die Ordinatenachse, legt den Winkel  $\varphi$  daran und trägt auf dem anderen Schenkel des Winkels  $\varphi$  den primären Strom  $I_1$  auf. Die Kurve, welche die Endpunkte des primären Vektors verbindet, ist allerdings wegen der Veränderlichkeit des Streufaktors  $\tau$  genau genommen kein Kreis. Sie nähert sich aber für den Bereich des praktischen Betriebes einem Kreise, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von  $\tau$  verwendet werden kann. Die in Fig. 339 gezeichnete Kurve wurde unter Festbremsung des Rotors an einem  $1\frac{1}{4}$ -PS-Motor aufgenommen.

Da die Größe des Leistungsfaktors und die Überlastungsfähigkeit unmittelbar vom Streufaktor  $\tau$  abhängen, so ergibt es sich als die erste Aufgabe beim Entwurf eines Drehstrommotors, die Streuung soweit wie möglich zu beschränken. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Löchern wegen des geringen Widerstandes des Streuweges vermieden werden muß. Der Streufluß wird bei geschlossenen Löchern besonders dann sehr groß, wenn die Löcher ziemlich weit von dem Luftzwischenraum entfernt sind. Liegen die Löcher dagegen unmittelbar am Luftzwischenraum, so daß die Stege der Zähne sehr dünn sind, so wird gegen eine geschlossene Nut weniger einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist, und weil sich die Wickelung dabei am leichtesten herstellen läßt. Derartige Nuten veranlassen aber eine Erhöhung des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke und daher des Magnetisierungsstromes, so daß der Leistungsfaktor sehr ungünstig wird. In der Regel werden daher halbgeschlossene Nuten verwendet.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Löcher für die Spulenseite anzuwenden, damit die Anzahl der Streulinien, die von den Ampere-drähten einer Nut geschaffen wird, möglichst gering wird. Gleichzeitig wird der die Spulenseite umfassende Kraftfluß geringer. Diese Verringerung der Streuung bei Vergrößerung der Nutenzahl für die Spulenseite beruht weniger auf der Vergrößerung der Länge des Streupfades, als auf der Verkleinerung des Querschnittes des Streuweges. Mit der Anzahl der Nuten nimmt nämlich auch die Anzahl der Zähne zu, und die Zahnfläche eines einzelnen Zahnes wird geringer als bei geringer Anzahl von Zähnen. Für diejenigen Streulinien, die alle Drähte der Spulenseite umfassen und daher besonders schädlich sind, ist dann nur eine kleine Zahnfläche zur Verfügung, aus welcher sie austreten. Sie kommen daher nur in geringer Anzahl zustande.

Natürlich kann man in der Erhöhung der Nutenzahl nicht beliebig weit gehen, weil bei großer Lochzahl der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Statorwicklung in 3—5, die Rotorwicklung in 4—7 Löchern für die Spulenseite unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß bei Drehstrommotoren, besonders bei langsam laufenden Maschinen, verhältnismäßig große Durchmesser mit kleiner Ankerlänge in bezug auf Streuung günstig sind, da es bei verhältnismäßig großer Polteilung, leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Löcher zu verteilen. Allerdings erhöhen sich bei großem Durchmesser und geringer Ankerlänge die Kosten der Maschine. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung einer solchen Maschine ohne besondere Unkosten erheblich steigern kann, wenn man beim Entwurf die Ankerlänge größer wählt.

Außerdem ist bei großer Polteilung auch der Einfluß der Stirnstreuung wieder unverhältnismäßig groß.

Ein weiteres Mittel zur Verringerung des Streufaktors  $\tau$  ist die Verringerung des Luftspaltes. Da in dem Faktor  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$  das letzte Glied wegen seiner Kleinheit fast verschwindet, so ist nach der Bestimmung von  $\tau_1$  und  $\tau_2$  auf S. 426 der Wert von  $\tau$  dem Luftwiderstand direkt proportional.\*)

Es ist nun von Interesse, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzelnen Motor verwenden, bei dem man zur Vergrößerung des Luftspaltes den Rotor oder Stator abdreht. Denn dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern man vergrößert zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege. Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren mit den gleichen Konstruktionsdaten, insbesondere derselben Nutenanordnung, aber mit verschiedenem großem Luftspalt.

Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner ist zunächst der Wert von  $\tau$ , desto größer ist der größte Leistungsfaktor nach der Gleichung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{1}{1 + 2\tau}$$

Ebenso ist natürlich bei dem Motor mit geringerem Luftabstande der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung der durch die Klemmenspannung gegebenen Kraftlinien genügt.

Das größte Drehmoment, das durch die größte Kreisordinate, also durch den Wert  $I_0/\tau$  gegeben ist, ist dagegen bei beiden betrachteten Motoren gleich, da der Motor mit dem größeren Leerstrom  $I_0$  auch einen proportional größeren Streufaktor  $\tau$  besitzt. Das größte Drehmoment ist also unabhängig von der Größe des Luftspaltes. Dabei ist vorausgesetzt, daß die betrachteten Motoren in allen andern Größen übereinstimmen.

Von besonders großem Einfluß auf den Wert des Streufaktors  $\tau$  ist nun die gewählte Periodenzahl. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Motoren, deren Eisengestell dieselben Abmessungen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung, Leistung und Drehzahl bestimmt sind. Der eine Motor soll aber für 50 Perioden, der andere für 30 Perioden gewickelt sein. Beide Motoren sollen in bezug auf Ausnutzung des Nutenquerschnittes, Stromdichte und Zahl der Ampere-drähte längs eines Zentimeters des Umfangs gleich sein.

Wenn wir von der Verschiedenheit des Leistungsfaktors beider Motoren absehen, so ist bei gleicher Leistung und Spannung auch die Stromstärke in beiden Fällen gleich. Die Bedingung einer gleichen Zahl der Ampere-drähte längs eines Zentimeters des Umfangs beider Motoren ist dann gleichbedeutend mit gleicher Drahtzahl. Bei gleicher Nutenzahl haben wir dann auch dieselbe Drahtzahl in einer Nut.

\*) Vergl. Behrend, ETZ 1904, S. 59.

Dagegen sind beide Motoren in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden, nach der Gleichung:

$$p = \frac{\nu}{n_1/60}.$$

Wir müssen also bei gleicher Drehzahl dem Motor für 50 Perioden eine im Verhältnis 5:3 größere Polzahl geben als dem Motor für 30 Perioden. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3:5. Auf dem ersten Motor (Fig. 340) sind beispielsweise 3 Löcher für eine Spulenseite oder 9 Löcher für eine Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Löcher für eine Spulenseite oder 15 Löcher für eine Polteilung (Fig. 341). Die Drahtzahlen einer Spulenseite verhalten sich also wie 3:5.

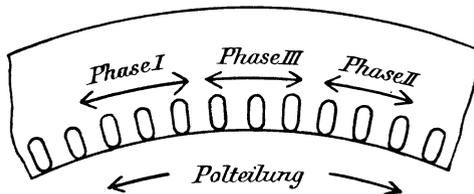


Fig. 340. Stator mit 3 Löchern für die Spulenseite.

Nun gilt die Gleichung:

$$e_1 = k \cdot N_0 \cdot \nu \cdot \frac{z_1}{3} \cdot 10^{-8}.$$

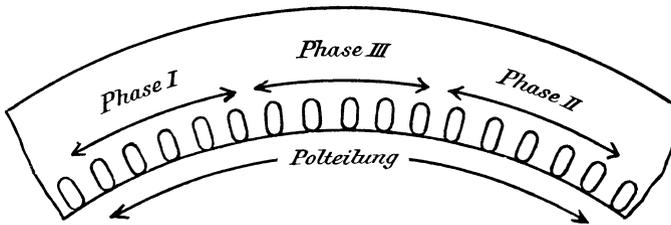


Fig. 341. Der gleiche Stator wie in Fig. 340, jedoch mit 5 Löchern für die Spulenseite.

Darin setzen wir  $N_0$  rund gleich der übertragenen Kraftlinienzahl  $\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot Q_l$  und  $\nu$  rund gleich  $p \cdot n/60$  und erhalten:

$$e_1 = k \cdot \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot Q_l \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{z_1}{3} \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist  $Q_l \cdot p$  der halbe Umfang der inneren Statorfläche, hat also in beiden Fällen denselben Wert. Da ferner auch die Werte  $e_1$ ,  $k$ ,  $n$  und  $z_1$  in beiden Fällen gleich sind, so folgt, daß beide Motoren mit derselben Kraftliniendichte  $\mathfrak{B}_{\text{mittel}}$  arbeiten.

Nun ist bei gleicher Induktion der Hysterisisverlust der Periodenzahl proportional. Er ist also bei dem Motor mit 50 Perioden im Verhältnis 5:3 größer als bei dem Motor mit 30 Perioden.

Ferner ergibt sich, daß zur Erzeugung derselben Induktion bei beiden Motoren auch dieselben Amperedrähte für eine Spulenseite erforderlich sind. Da die Spulenseite des ersten Motors im Verhältnis 3 : 5 weniger Drähte enthält, so verhalten sich die Leerströme der beiden Motoren wie 5 : 3, also direkt wie die Periodenzahlen. \*)

Schwieriger gestalten sich die Verhältnisse, wenn wir den Streuungsfaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir erhalten bei 50 Perioden, entsprechend der geringeren Polbreite, einen im Verhältnis 5 : 3 größeren Widerstand des Nutzfeldes als bei 30 Perioden. Da nun nach S. 426 der Wert von  $\tau$  dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß er auch der Periodenzahl direkt proportional ist, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Widerstand des Streufeldes bei beiden Motoren gleich ist. Wir würden auf diese Weise zum Ergebnis kommen, daß Motoren für eine niedere Periodenzahl einen kleinen Streuungsfaktor  $\tau$ , d. h. einen besonders guten Leistungsfaktor, aufweisen müssen. Behrend hat dieses Resultat ebenfalls durch den Versuch bestätigt. Es ist jedoch zweifelhaft, ob seine Versuche allgemeine Gültigkeit haben, da es etwas unsicher ist, ob wirklich der Widerstand des Streufeldes in beiden Fällen gleich ist. Die Kopfstreuung ist nämlich in Fig. 341 infolge der größeren Stirnverbindungen viel größer als in Fig. 340. Der ungünstige Einfluß der vergrößerten Kopfstreuung wird allerdings zum Teil dadurch aufgehoben, daß der magnetische Widerstand zwischen den Zahnstegen in Fig. 341 größer ist, als in Fig. 340, weil der Teil der Streulinien, der die ganze Spulenseite umfaßt, jetzt 5 statt 3 Nutenöffnungen zu passieren hat. Es ist fraglich, ob die Vergrößerung der Kopfstreuung aufgehoben wird durch die Verringerung der Zahnstreuung.

Es ist bemerkenswert, daß die beiden betrachteten Motoren wesentlich die gleiche Überlastungsfähigkeit besitzen. Der Motor mit der größeren Polzahl hat zwar einen größeren Magnetisierungsstrom, aber auch einen größeren Streuungsfaktor  $\tau$ . Infolgedessen ist bei ihm der Radius des Diagrammkreises und das größte Drehmoment fast ebenso groß, wie bei dem Motor für die geringe Periodenzahl.

Der wesentliche Unterschied beider Motoren besteht also in der Verschiedenheit des Magnetisierungsstromes und des Leistungsfaktors.

---

\*) Bei ein und demselben Motor verhalten sich dagegen unter Voraussetzung derselben Klemmenspannung die Leerströme umgekehrt wie die Periodenzahlen.

## Neunzehntes Kapitel.

127. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen. — 128. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie der entgegengesetzt laufenden Erregungen. — 129. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses. — 130. Einphasige Kommutatormotoren. — 131. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom. — 132. Der Repulsionsmotor. — 133. Der Eichberg- und Latour-Motor. — 134. Doppelschlußmotoren.

### 127. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen.

Außer dem gewöhnlichen, mehrphasigen Drehstrommotor gibt es auch einen einphasigen asynchronen Induktionsmotor.

Der Stator eines solchen Motors enthält nur eine einzige Wickelung, deren Spulenseite in der Regel etwa  $\frac{2}{3}$  der Polteilung bedeckt. Diese Wickelung wird mit Wechselstrom gespeist, so daß ein schwingendes Feld entsteht, dessen Achse im Raume feststeht.

Der Rotor ist entweder als Kurzschlußanker gebaut, oder er wird, wenn starke Ströme beim Anlaufen vermieden werden sollen, mit Schleifringen ausgeführt.

Wenn wir den Rotor eines solchen Einphasen-

Motors, gleichgültig in welcher Richtung, von außen auf die synchrone Drehzahl bringen, so entwickelt er ein Drehmoment. Es ist auf den ersten Blick allerdings schwer einzusehen, wie ein solches Drehmoment zustande kommt, da die Achse des vom Stator erzeugten Feldes im Raume feststeht. Auch erscheint es überraschend, daß die Richtung dieses Drehmomentes durch die willkürlich von außen gewählte Drehrichtung bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das vom Statorstrom erzeugte Wechselfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Felder. Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Kraftlinien, sondern auch die Amperewindungen des Stators in zwei entgegengesetzt umlaufende Amperewindungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig verteilt sind, wie in Fig. 342

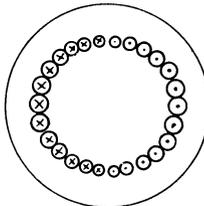


Fig. 342.  
Sinusförmig verteilte Amperewindungen.

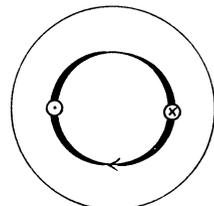
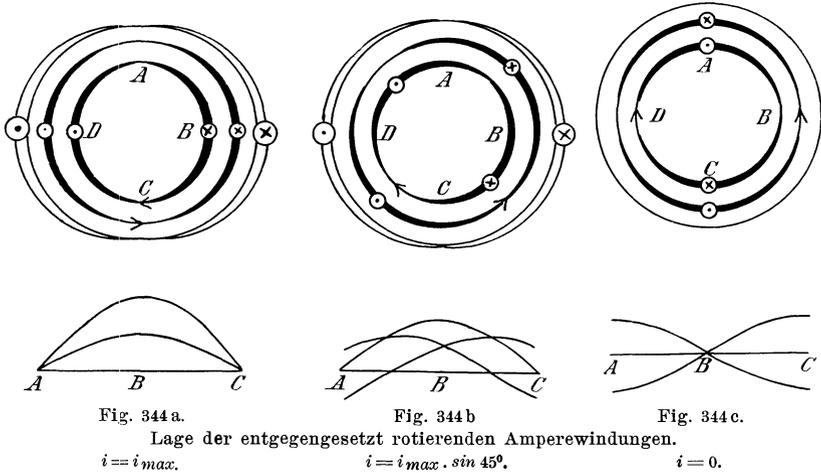


Fig. 343.

durch verschieden große Löcher angedeutet ist. Im Grunde führt dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte.

Wir können eine umlaufende, sinusförmig verteilte Erregung auf die in Fig. 343 gezeichnete Weise darstellen. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die Wickelung selbst umläuft, sondern daß in feststehenden, gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung umläuft. In diesem Sinne kommt man wirklich zum Begriffe eines Drehstrommotors, während man früher von Drehfeldmotoren sprach. Wir wollen nun nachweisen, daß unter der gemachten Annahme in jedem Augenblicke und an jedem Orte die Wirkung der Wechselrerregung genau gleich der Wirkung zweier konstanter sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt umlaufen, und von denen jede halb so stark ist, wie die wirklichen Amperewindungen im Augenblicke des Höchstwertes.



In dem durch Fig. 344 a dargestellten Zeitpunkt hat der wirkliche Statorstrom seinen Höchstwert. In diesem Augenblicke überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, umlaufenden Spulenseiten und unterstützen sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig den außen angedeuteten feststehenden Amperewindungen, die augenblicklich ihren Höchstwert haben.

Nach  $\frac{1}{8}$  Periode ist der wirkliche Statorstrom gleich  $i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}$ . Wir finden dann, daß in Fig. 344 b die umlaufenden Amperewindungen sich bei A und C aufheben. Die Zusammensetzung der beiden Sinuskurven im unteren Teil der Figur, in welchem der Umfang als Abszisse aufgetragen ist, ergibt dann eine Sinuskurve, deren Höchstwert wieder bei B liegt. Ihre Ordinaten sind gegenüber Fig. 344 a im Verhältnis 0,707 : 1 verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der um-

laufenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Amperewindungen ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von  $\frac{1}{8}$  Periode, wenn der tatsächliche Statorstrom zu Null geworden ist (Fig. 344 c). In diesem Zeitpunkt überdecken sich entgegengesetzte Spulenseiten der umlaufenden Erregungen und heben sich in ihrer magnetischen Wirkung auf.

Wir fassen nun den vollständigen Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Käfiganker ins Auge. Die Drehung des Rotors erfolge im Sinne des Uhrzeigers. Wir bezeichnen dann die in diesem Sinne umlaufenden Amperewindungen als die mitlaufende Erregung, die anderen als

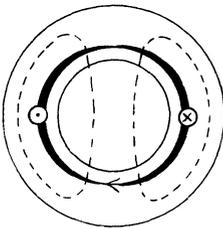


Fig. 345 a.

$$i = i_{max.}$$

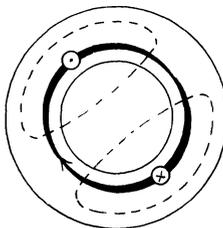


Fig. 345 b.

$$i = i_{max.} \cdot \sin 45^\circ.$$

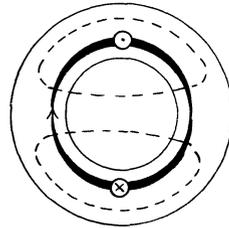


Fig. 345 c.

$$i = 0.$$

Mitlaufender Kraftfluß bei Leerlauf.

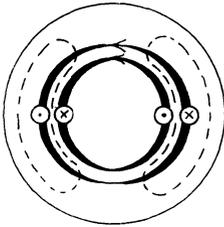


Fig. 346 a.

$$i = i_{max.}$$

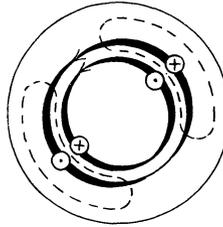


Fig. 346 b.

$$i = i_{max.} \cdot \sin 45^\circ.$$

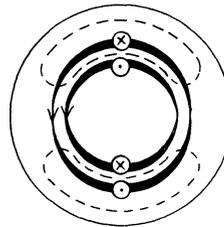


Fig. 346 c.

$$i = 0.$$

Gegenlaufender Kraftfluß bei Leerlauf.

die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung erzeugt einen Luftkraftfluß, der synchron mit dem Rotor umläuft und in seiner vollen Stärke den Rotor durchdringt, die Rotordrähte aber nicht schneidet. Dieser Kraftfluß ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Fig. 345 a, b, c dargestellt. Er ist, wie überhaupt die Kraftlinien, elektromotorischen Kräfte, Rotorströme usw. für jede einzelne Erregung, eine Sinusfunktion des Ortes. —

Gegenüber der gegenlaufenden Erregung hat der Rotor eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlußstrom im Rotor, welcher ebenso wie bei 100% Schlüpfung der gegenlaufenden Statorerregung genau entgegengesetzt ist und den Kraftfluß ganz aus dem Rotor hinaus und in den sekundären Streuweg drängt (Fig. 346 a, b und c). Tatsächlich ist, wenn der Rotorwiderstand gleich Null ist, auch eine un-

endlich kleine Zahl von Kraftlinienschnitten ausreichend, um den Rotorstrom zu induzieren, der dem Druck der Statorerregung das Gleichgewicht hält, so daß also der den Rotor durchdringende Kraftfluß gleich Null ist. Wir haben also bei vollständigem Leerlauf mit widerstandslosem Rotor einen mitlaufenden Rotorkraftfluß und einen gegenlaufenden Rotorstreufuß, sowie eine gegenlaufende Rotorerregung. Da ein widerstandsloser Rotor synchron läuft, so fließt im einzelnen Rotordraht ein von der gegenlaufenden Erregung herrührender Strom von doppelter Periodenzahl.

Wir überdecken jetzt Fig. 345 a und 346 a, sowie andererseits Fig. 345 b und 346 b und endlich Fig. 345 c und 346 c. Dann erkennen wir, daß in Wirklichkeit der in Fig. 345 a gezeichnete Kraftfluß im Rotor durch die Differenz der wirklichen Amperewindungen auf Stator und Rotor erzeugt wird. Dagegen wird in Fig. 345 b der Kraftfluß, der räumlich um  $45^\circ$  gegen den Kraftfluß in Fig. 345 a verschoben ist, durch den Stator allein erzeugt. Endlich haben wir in Fig. 345 c einen Kraftfluß, der räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  gegen den senkrechten Hauptkraftfluß verschoben ist und der, da der Statorstrom in diesem Augenblicke gleich Null ist, von dem Rotorstrom in Fig. 345 c erzeugt wird. Die Anwendung der Ampereschen Schwimmerregel bestätigt dies Ergebnis. Demnach ist die Wirkungsweise des Einphasenmotors auf die eines Zweiphasenmotors zurückgeführt, dessen eine Phase durch die Differenz des Stator- und Rotorstromes und dessen andere Phase durch den Rotorstrom gegeben ist.

Bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes bleibt die räumliche Verschiebung des Querfeldes gegenüber dem Hauptkraftfluß bestehen, während die zeitliche Verschiebung nicht mehr  $90^\circ$  beträgt.

## 128. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors.

Der geometrische Ort des Endpunktes des primären Stromvektors ist beim Einphasenmotor ebenso wie beim Drehstrommotor ein Kreis. Dies läßt sich entweder mit Hilfe der im vorigen Abschnitt angegebenen Anschauung von den entgegengesetzt rotierenden Amperewindungen oder mit Hilfe einer von Görges angegebenen Annahme eines im Motor entstehenden Querkraftflusses ableiten.

Wir zerlegen nach der ersten Anschauung den Statorstrom  $I$  in zwei gleiche entgegengesetzt umlaufenden Ströme von der Stärke  $I/2$ . Wie aus Fig. 345 a und b hervorgeht, umfaßt die Statorwicklung je den ganzen, von beiden Strömen erzeugten Kraftfluß in dem gleichen Augenblick, die beiden Ströme haben also im Diagramm gleiche Phase. Wir können sie auch, obgleich sie verschiedenen Drehsinn haben, ohne weiteres im Diagramm zusammensetzen, da es in allen Beziehungen gleichgültig ist, ob ein Kraftfluß nach rechts herum oder nach links herum aus einer Spule verschwindet.

Wenn wir nun die Fig. 346 a bis c ins Auge fassen, so erkennen wir, daß der vom gegenlaufenden Strom  $\frac{I}{2}$  erzeugte Kraftfluß ein reiner Streufluß ist. Der Teil dieses Streuflusses, der nur durch den magnetischen Widerstand der Statorzähne verläuft, ist gleich  $I/2 : W_{s_1}$ . Ein zweiter Teil des Streuflusses verläuft durch die hintereinander geschalteten magnetischen Widerstände der Luftstrecke und des Rotors. Sein Betrag ergibt sich zu  $I/2 : W + W_{s_2}$ .

Demnach ist der ganze Kraftfluß der gegenlaufenden Erregung:

$$\frac{I/2}{W_{s_1}} + \frac{I/2}{W + W_{s_2}}.$$

*OA* mitlaufender Statorstreufluß + gesamter gegenlaufender Kraftfluß,

*AL* mitlaufender Luftkraftfluß,

*OL* reeller, gesamter Statorkraftfluß,

*AC* mitlaufender Rotorstreufluß,

*CL* reeller (mitlaufender) Kraftfluß im Rotor,

*AB* von der [mitlaufenden] Statorerregung erzeugter Luftkraftfluß,

*BL* von der mitlaufenden Rotorerregung erzeugter Luftkraftfluß.

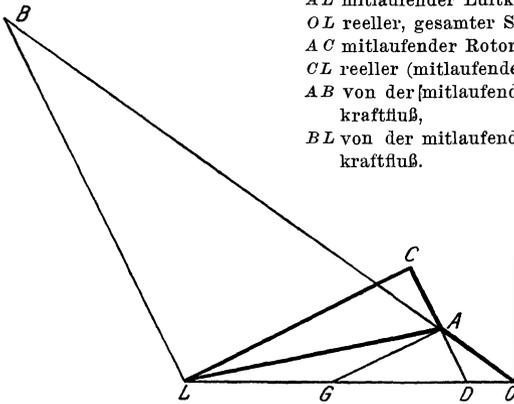


Fig. 347. Kraftflüsse des Einphasenmotors.

Wenn wir der Einfachheit wegen den Luftwiderstand  $W = 1$  setzen und in bekannter Weise  $\tau_1 = \frac{W}{W_{s_1}}$  und  $\tau_2 = \frac{W}{W_{s_2}}$  setzen, ergibt sich der Kraftfluß der gegenlaufenden Erregung zu  $\frac{I}{2} \cdot \left( \tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2} \right)$ .

Dies ist ein reiner, vom Stator erzeugter Streufluß. Seine Wirkung auf den Motor ist genau dieselbe, wie wenn er in gleichem Betrage von der mitlaufenden Erregung erzeugt wird, d. h. wir können ihn ohne weiteres, trotz des verschiedenen Drehsinnes, zum Statorstreufluß der mitlaufenden Erregung, der sich zu  $\frac{I}{2} \cdot \tau_1$  ergibt, addieren. Bezeichnen wir also die mitlaufende Statorerregung statt mit  $\frac{I}{2}$  mit  $I_1$  und setzen wir

$$\tau_1' = \tau_1 + \tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2},$$

so wird in Fig. 347 der ganze Statorstreufluß, der also den gegenlaufenden Kraftfluß mit einschließt:

$$OA = I_1 \cdot \left( \tau_1 + \tau_1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_2} \right) = I_1 \cdot \tau_1'.$$

Dieser Streufluß ergibt mit dem mitlaufenden Luftkraftfluß  $AL$  den gesamten reellen Statorkraftfluß  $OL$ , welcher der Spannung proportional, also konstant ist und um  $90^\circ$  hinter der Spannung zurückbleibt.

Der mitlaufende Luftkraftfluß  $AL$  ist nun, wie beim Drehstrommotor, die Resultierende aus der mitlaufenden Statorerregung  $AB = I_1$  und der mitlaufenden Rotorerregung  $BL = I_2$ . Er zerfällt in den mitlaufenden Rotorstreufluß  $AC = \tau_2 \cdot I_2$  und den reellen, ebenfalls mitlaufenden Kraftfluß  $CL$  im Rotor.

Das Diagramm in Fig. 347 ist, abgesehen von einer Änderung der Buchstaben, identisch mit dem entsprechenden Diagramm des Drehstrommotors in Fig. 329. Der Endpunkt der mitlaufenden Erregung  $I_1$ , also auch der doppelt so großen Statorerregung  $I$ , liegt also, wie beim Drehstrommotor, auf einem Kreise über dem Durchmesser  $FG$  (Fig. 348).

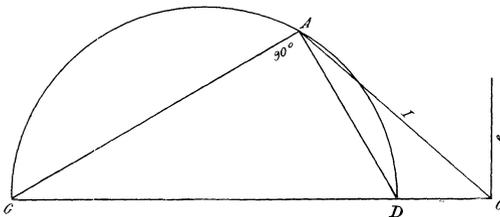


Fig. 348. Stromdiagramm für den Einphasenmotor.

Es ist aber zu beachten, daß statt des Faktors  $\tau_1$  der Faktor  $\tau_1'$  einzuführen ist.

Demnach ergibt sich das Verhältnis  $OD:DG$  in Fig. 348 nicht mehr zu  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$  wie beim Drehstrommotor, sondern zu:

$$\frac{OD}{DG} = \tau_1' + \tau_2 + \tau_1' \cdot \tau_2 = 2\tau, \quad (a)$$

Wir brauchen nun noch in Fig. 348 die Größe des Vektors  $OD$  oder des Vektors  $OG$ . Am einfachsten kommen wir zum Ziel, wenn wir den Kurzschlußstrom  $OG$ , wie bei jedem Transformator oder Induktionsmotor, gleich  $I_0 + \frac{I_0}{\tau}$  setzen. Dabei ist  $I_0$  der Leerstrom bei offenem Rotor. Wir erhalten dadurch den Leerstrom bei geschlossenem, also laufendem Rotor mit Benutzung von Gleichung (a) zu:

$$OD = OG \cdot \frac{2\tau}{1 + 2\tau} = I_0 \cdot 2 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau}.$$

Da  $\frac{1 + \tau}{1 + 2\tau}$  wenig kleiner ist als Eins, so folgt:

Der Leerstrom beim Lauf ist fast doppelt so groß wie der Leerstrom beim offenen Motor. Daraus ergibt sich sofort ein weit geringerer Leistungsfaktor als beim Dreiphasenmotor.

Bei einem widerstandslosen Motor, wie er bei der obigen Ableitung vorausgesetzt ist, ist die Schlüpfung gleich Null, also die Drehzahl konstant. Das Drehmoment ist also proportional der

Leistung, also auch proportional der Ordinate des Halbkreises. Die Überlastungsfähigkeit ist dabei viel geringer als beim Drehstrommotor.

Ein Angehen mit Last ist selbst durch Einschalten von Widerstand in den Rotorkreis ausgeschlossen. Man erreicht das Angehen mit Belastung durch eine Hilfswickelung, die um  $90^\circ$  gegen die Hauptwicklung versetzt ist, und in die ein Wechselstrom geleitet wird, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor geht dann als Zweiphasenmotor an.

Es ergibt sich ferner,<sup>\*)</sup> daß auch bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Kreise liegt. Sein Mittelpunkt liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des Kreises, der für widerstandslosen Rotor gezeichnet ist. Der Beweis dafür läßt sich jedoch einfacher auf Grund der Theorie des Querkraftflusses führen, was im folgenden Abschnitt geschehen soll.

### 129. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors auf Grund der Theorie des Querkraftflusses.

Die Wirkungsweise des Einphasenmotors ergibt sich auch auf Grund der Überlegung, daß im Motor zwei in der Phase verschobene Kraftflüsse auftreten, die räumlich um  $90^\circ$  verschoben sind. Der Statorstrom  $I$ , der sinusförmig verteilt sein möge (Fig. 349), induziert durch Transformatorwirkung in der Kurzschluß- oder Einzelschleifenwicklung des Rotors eine sinusförmig verteilte Rotorerregung  $I_y$ , deren Achse feststeht und mit der Achse der Statorwindungen parallel ist. Unter der Entgegenwirkung der Ströme  $I$  und  $I_y$  kommt im Rotor ein senkrechter Kraftfluß  $N_y$  zustande.

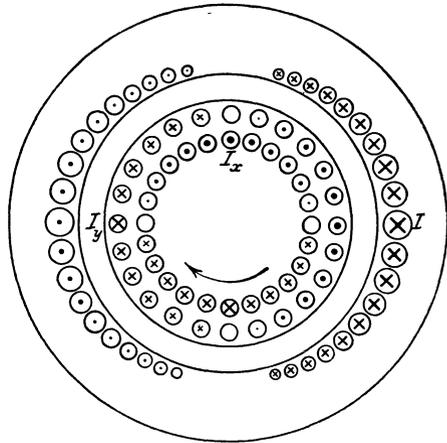


Fig. 349. Stromverteilung im Einphasenmotor.

Indem die Rotordrähte bei ihrer Drehung diesen senkrechten Kraftfluß schneiden, wird in ihnen eine elektromotorische Kraft der Bewegung induziert. Diese hat einen Rotorstrom  $I_x$  zur Folge, dessen räumlicher und zeitlicher Höchstwert in einer Spule auftritt, deren Ebene in Fig. 349 in die Vertikalebene fällt. Die sinusförmig verteilte Rotorerregung  $I_x$ , deren Achse dauernd horizontal ist, erzeugt im Rotor einen Querkraft-

<sup>\*)</sup> Vergl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905.

fluß  $N_x$ , der räumlich um  $90^\circ$  gegen den senkrechten Kraftfluß  $N_y$  verschoben ist.

Für die senkrechte Achse ergibt sich, abgesehen davon, daß der Winkel  $FAG$  kein rechter ist, in Fig. 350 genau das gleiche Diagramm wie beim Drehstrommotor. Insonderheit ist, wie auf S. 427:

$$OA = I_1, \quad FA = \frac{c \cdot I_y}{1 + \tau_1},$$

$$OF = I_0, \quad FG = \frac{I_0}{\tau},$$

$$AG = \frac{N_y}{c_1 \cdot \tau}. \quad (a)$$

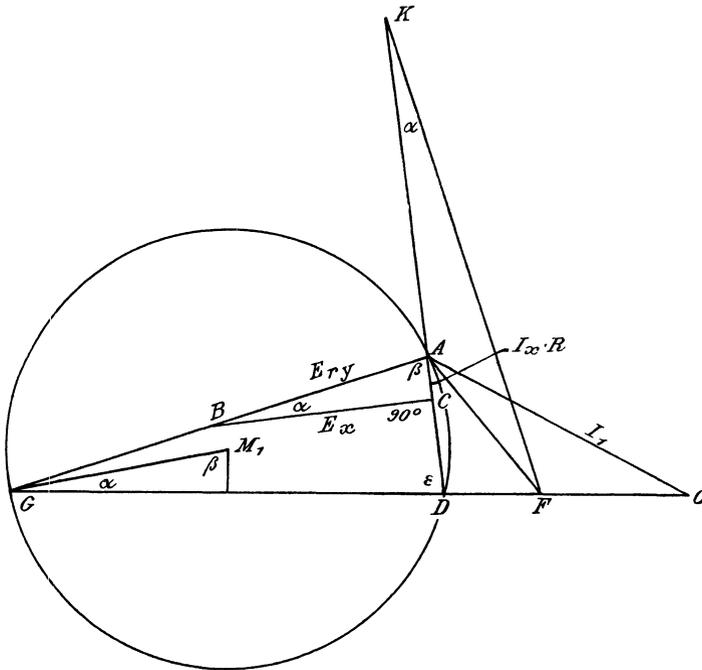


Fig. 350. Diagrammkreis des Einphasenmotors mit Berücksichtigung des Rotorwiderstandes.

Dabei ist  $I_0$  der Leerstrom bei offenem Rotor und  $c$  ein Faktor, der die verschiedene Windungszahl und Wickelungsanordnung auf Rotor und Stator berücksichtigt. Ferner ist, wie auf S. 426,  $c_1$  der Luftkraftfluß bei offenem Rotor und beim Statorstrom 1 Ampere.

Wir betrachten nun die Rotorströme, die in den einzelnen Zeitelementen in derjenigen Rotorwindung fließen, deren Ebene in die Horizontalebene fällt. Wir können diese Ströme, obgleich sie nacheinander in verschiedenen Windungen fließen, als einen Wechselstrom  $I_y$  betrachten, der in ein und derselben, in der Horizontalebene liegenden Windung fließt.

Eine einfache Überlegung zeigt, daß in der betrachteten Windung eine elektromotorische Kraft der Ruhe  $E_y$  nur durch den Kraftfluß  $N_y$  und eine elektromotorische Kraft der Bewegung  $E_{rx}$  nur durch den Kraftfluß  $N_x$  induziert wird.

Dabei bleibt die elektromotorische Kraft  $E_y$  um  $90^\circ$  hinter dem Kraftfluß  $N_y$ , also auch hinter dem Vektor  $AG$ , zurück, während die elektromotorische Kraft  $E_{rx}$  gleiche Phase mit dem beispielsweise in die Richtung  $AD$  fallenden Kraftfluß  $N_x$  hat. Die Resultierende aus den elektromotorischen Kräften  $E_y$  und  $E_{rx}$  gibt den Ohmschen Spannungsverlust  $I_y \cdot R$ , wo  $R$  der Widerstand einer Windung ist.

Anstatt nun das Spannungsdreieck für die Horizontalwindung aus den Vektoren  $E_y$ ,  $E_{rx}$  und  $I_y \cdot R$  zu zeichnen, multiplizieren wir alle diese Vektoren mit  $\frac{c}{(1 + \tau_1) \cdot R}$  und erhalten das Dreieck  $FAK$ . Darin ist:

$$FA = \frac{c \cdot I_y}{1 + \tau_1} \quad \text{und}$$

$$KF = \frac{c \cdot E_y}{(1 + \tau_1) \cdot R} \quad \text{senkrecht auf } AG, \text{ d. h. auf } N_y, \quad (\text{b})$$

Wir betrachten nun andererseits die Windung, die in Fig. 349 in der Vertikalebene liegt und fassen wieder die Ströme in den Leitern, die nacheinander in diese Ebene gelangen, als einen kontinuierlichen Wechselstrom  $I_x$ , auf. Für diese Windung gilt das zu Fig. 350 gezeichnete Spannungsdreieck  $ABC$  mit den drei Seiten:

$E_{ry}$  = Elektromotorische Kraft der Rotation, in Phase mit dem Kraftfluß  $N_y$ ;

$E_x$  = Elektromotorische Kraft der Induktion, senkrecht auf dem Kraftfluß  $N_x$ , also auf  $AD$ ;

$I_x \cdot R$  = Ohmscher Spannungsverbrauch, in Phase mit  $I_x$ , also auch mit  $AD$ .

Wenn wir nun, entsprechend der obigen Definition des Faktors  $c$ , den Kraftfluß  $N_x$  durch den ihn erzeugenden Rotorstrom  $c \cdot I_x$  ausdrücken und beachten, daß der Kraftfluß  $N_x$  die Rotorstreuung mit einschließt, so ist:

$$N_x = c_1 \cdot c \cdot I_x \cdot (1 + \tau_2).$$

Demnach wird nach Fig. 350:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_x}{I_x \cdot R} = E_x \cdot \frac{c \cdot c_1 \cdot (1 + \tau_2)}{N_x \cdot R}.$$

In dieser Gleichung können wir statt des Verhältnisses  $E_x : N_x$  das gleich große Verhältnis  $E_y : N_y$  einführen und erhalten dadurch:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_y}{N_y} \cdot \frac{c \cdot c_1 \cdot (1 + \tau_2)}{R}. \quad (\text{c})$$

Durch Gleichung (a), (b) und (c) sind die Grundlagen für das Diagramm gegeben. Es ist nämlich nach dem Sinussatz in den Dreiecken  $FDK$  und  $DGA$ :

$$DG = \frac{AG \cdot \sin \beta}{\sin \varepsilon}, \quad FD = \frac{FK \cdot \sin \alpha}{\sin \varepsilon}.$$

Dividieren wir beide Gleichungen durcheinander und setzen  $\sin \alpha = \cos \beta$ , so erhalten wir mit Benutzung der Gleichungen (a), (b) und (c):

$$\frac{DG}{FD} = \frac{1 + \tau}{\tau}$$

oder

$$\frac{FD}{FD + DG} = \frac{\tau}{1 + 2\tau}.$$

Da nach S. 462  $FG = \frac{I_0}{\tau}$  ist, so wird

$$FD = \frac{I_0}{1 + 2\tau}.$$

Demnach ist der Leerstrom bei geschlossenem Rotor:

$$OD = OF + FD = I_0 + \frac{I_0}{1 + 2\tau} = 2 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau} \cdot I_0.$$

Das ist dasselbe Ergebnis, das wir auf anderem Wege auf S. 460 für den widerstandslosen Rotor fanden. Gleichzeitig wird auch die Sehne  $DG$  konstant, und zwar ergibt sich dafür nach einigen Umrechnungen ebenfalls der gleiche Wert  $\frac{OD}{2\tau}$ , den wir auf S. 460 für den widerstandslosen Rotor fanden.

Der geometrische Ort für den Endpunkt des primären Stromvektors ist also ein Kreis, in welchem der Winkel  $\beta$  der Peripheriewinkel über der Sehne  $DG$  ist. Diese Sehne ist unabhängig von der Größe des Rotorwiderstandes.

Eine Berechnung der Faktoren  $c_0$ ,  $c_1$  und des Verhältnisses  $E_y : N_y$ , auf die hier nicht eingegangen werden soll, ergibt den zur Zeichnung des Kreises erforderlichen Wert von  $\operatorname{tg} \beta$  zu

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{e}{I_0 R \cdot \xi_2} \cdot \frac{1 + \tau_2}{1 + \tau_1} \cdot \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2}.$$

Darin ist  $R \cdot \xi_2$  die Summe der Widerstände der Rotorschleifen.

Die Berücksichtigung des Statorwiderstandes kann in ähnlicher Weise erfolgen wie in Fig. 436.

### 130. Einphasige Kommutatormotoren.\*)

Der einphasige Induktionsmotor ist infolge seiner verhältnißmäßig geringen Überlastungsfähigkeit, seines ungünstigen Leistungsfaktors und wegen des Fehlens eines Anzugsmomentes für viele Zwecke ungeeignet. Er kommt z. B. für Bahnzwecke nicht in Frage.

\*) Vergl. Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichelmeyer, ETZ 1904, S. 464.

In den genannten Beziehungen verhält sich der Drehstrommotor günstiger. Seiner allgemeinen Verwendung für Bahnen steht jedoch die Notwendigkeit mehrerer Oberleitungen und die Schwierigkeit in der Regelung der Geschwindigkeit im Wege.

Der Bau von praktisch brauchbaren Einphasenmotoren mit Kommutator ist daher als ein sehr wesentlicher Fortschritt zu betrachten. Sie vereinigen den Vorteil eines hohen Anzugsmomentes mit der Möglichkeit einer einfachen und verlustlosen Einschaltung und Regelung mit Hilfe eines Transformators mit Stufenschalter.

Die Einphasen-Kommutatormotoren lassen sich nur als Serienmotoren bauen, da bei Nebenschlußmotoren infolge der Selbstinduktion der Magnetwicklung eine Phasenverschiebung von fast  $90^\circ$  zwischen dem Magnetkraftfluß und der Klemmenspannung auftreten würde. Da nun der Ankerstrom fast die gleiche Phase hat wie die Klemmenspannung, so ist er gegen den Magnetkraftfluß zeitlich ebenfalls fast um  $90^\circ$  verschoben. Das Drehmoment wäre also sehr gering.

Für praktische Zwecke kommen hauptsächlich vier Arten von einphasigen Kommutatormotoren in Frage, nämlich:

1. Der gewöhnliche Reihenschlußmotor, bei dem Anker- und Magnetwicklung hintereinander geschaltet sind.
2. Der Repulsionsmotor, bei dem ein Teil der Statorwicklung den motorisch wirkenden Kraftfluß erzeugt, während der andere Teil durch Transformatorwirkung in dem über Bürsten kurzgeschlossenen Anker den motorisch wirkenden Strom induziert.
3. Der Eichberg- und Latour-Motor, bei denen der Erregerstrom dem Anker zugeführt wird, während der motorisch wirkende Strom in dem über Querbürsten kurzgeschlossenen Anker vom Stator aus induziert wird.
4. Der Doppelschlußmotor, bei welchem Anker und Kompensationswicklung je von einer besonderen Spannung gespeist werden.

Um die Wirkungsweise der Kommutatormotoren verfolgen zu können, berechnen wir zunächst die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der

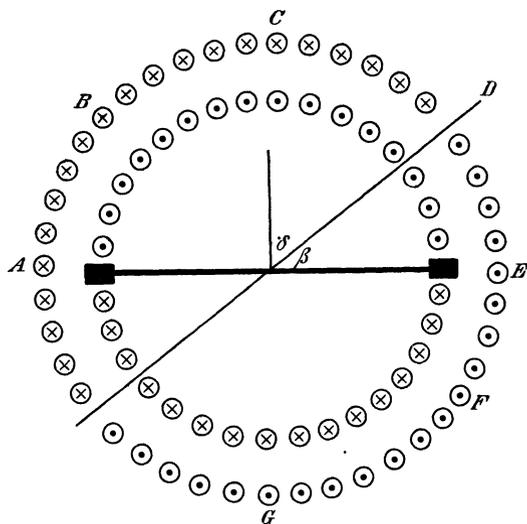


Fig. 351. Verteilte Stator- und Rotorwicklungen (Achsen um den Winkel  $\beta$  verschoben).

Bewegung, die im Anker induziert werden, und zwar für den allgemeinsten Fall, daß die Achse der Stromwindungen des Ankers (d. h. die Richtung der von diesen Windungen erzeugten Kraftlinien) um den Winkel  $\beta$  gegen die Achse der Statorwindungen verschoben ist. Dabei soll eine gleichmäßig verteilte Statorwicklung angenommen werden (Fig. 351). Der Rotor sei über die Bürsten kurz geschlossen.

Nach S. 92 berechnet sich der Koeffizient  $M$  der gegenseitigen Induktion zwischen Rotor und Stator als das  $10^{-8}$ fache der von den Statorwindungen umfaßten Kraftlinien, wenn der Rotorstrom 1 Ampere beträgt. Der Rotorstrom soll dabei die Summe der Ströme der gleichnamigen Bürsten bedeuten.

Da die Statorspule  $DF$  in Fig. 351 keine Kraftlinien umfaßt, die vom Rotor erzeugt werden, so kommt für die gegenseitige Induktion nur die Statorspule  $BD$  von der Breite  $\pi - 2\beta = 2\delta$  in betracht.

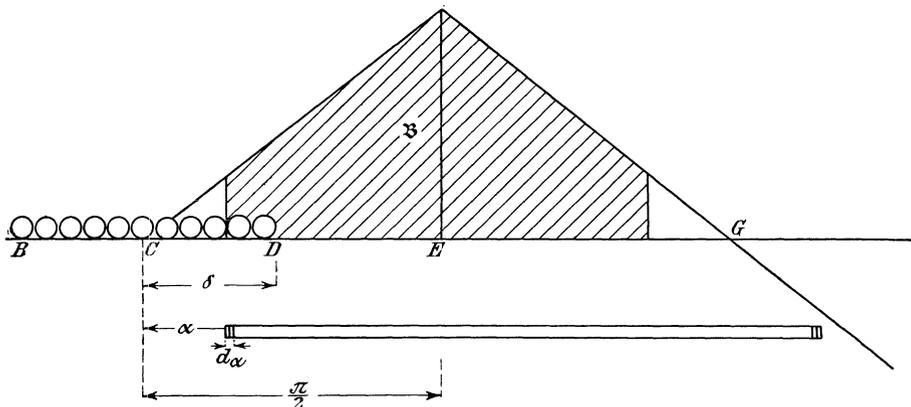


Fig. 352. Der durch die Statorspule von der Breite  $d\alpha$  umfaßte Rotorkraftfluß.

Es sei nun:

$\xi_1$  die Windungszahl des Stators für ein Polpaar (alle Windungen in Reihe),  
 $\xi_2 = c \cdot \xi_1$  die Windungszahl des Rotors für ein Polpaar, dividiert durch die Zahl der parallelen Stromzweige.

Der Höchstwert der Induktion, die vom Rotor erzeugt wird, wenn die Stromstärke 1 Ampere beträgt, ist, gleichgültig ob wir Reihen- oder Parallelwicklung haben:

$$\mathfrak{B} = \frac{0,4 \pi \cdot \xi_2 \cdot 1}{l},$$

wo  $l$  der Widerstand des doppelten Luftzwischenraumes ist.

Dieser Höchstwert tritt in Fig. 351 und 352 im Punkte  $E$  auf und erreicht, gleichmäßig abfallend, bei  $C$  und  $G$  den Wert Null. Wenn wir der Einfachheit wegen den Höchstwert vorläufig gleich Eins annehmen und die Polbreite gleich  $\pi$  setzen, so ist die Induktion im Bogenabstande  $\alpha$  von  $C$  gleich  $\alpha : \pi/2$ . Die gezeichnete Statorspule von der Breite  $d\alpha$  umfaßt

dann einen Kraftfluß, der zum Teil positiv und zum Teil negativ ist und durch das Produkt aus der schraffierten Fläche und der Ankerlänge  $b$  gegeben ist. Die Basis der Fläche ist  $\pi - 2\alpha$  und die mittlere Höhe gleich  $\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi/2}\right)$ . Setzen wir die Ankerlänge der Einfachheit wegen ebenfalls gleich Eins, so wird der von der Windungsbreite  $d\alpha$  umfaßte Kraftfluß:

$$N = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi/2}\right) \cdot (\pi - 2\alpha) = \frac{\pi}{2} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right).$$

Auf dem Bogen  $\pi$  liegen nun beim Stator  $\xi_1$  Drähte, also ist die Windungszahl der Spule  $d\alpha$  gleich  $\frac{d\alpha}{\pi} \cdot \xi_1$ . Die Kraftflußwindungen sind also:

$$N \cdot \frac{d\alpha}{\pi} \cdot \xi_1 = \frac{\xi_1}{2} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) d\alpha.$$

Summieren wir nun nach Fig. 352 zwischen den Grenzen  $-\delta$  und  $+\delta$  und setzen:

$$k = 3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3},$$

so erhalten wir die Kraftflußwindungen für ein Polpaar zu:

$$\frac{\xi_1}{2} \int_{-\delta}^{+\delta} \left(1 - 4 \frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) \cdot d\alpha = k \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \xi_1.$$

In Wirklichkeit ist:

die Ankerlänge nicht 1, sondern  $b$ ,

die höchste Induktion nicht 1, sondern  $\mathfrak{B} = \frac{0,4 \pi \cdot \xi_2}{l}$ ,

die Polteilung nicht  $\pi$ , sondern  $\frac{d}{2p}$  mal so groß,

die Zahl der Polpaare gleich  $p$ .

Wir haben also die berechneten Kraftflußwindungen mit diesen 4 Faktoren und außerdem noch mit  $10^{-8}$  zu multiplizieren und erhalten den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zu:

$$M = \frac{0,2 \pi^2}{3} \cdot k \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \frac{d \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Daraus ergibt sich nun auf sehr einfache Weise die Induktivität  $L$  des streuungslosen Stators. Wir brauchen dazu nur für  $\xi_2$  den Wert  $\xi_1$  einzuführen und den Winkel  $\beta = 0$  zu setzen. Da hierbei der Faktor  $k$  gleich Eins wird, so ergibt sich:

$$L = \frac{0,2 \pi^2}{3} \cdot \xi_1^2 \cdot \frac{d \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir nun:

$$x = L \omega,$$

so wird mit Einschluß der Streulinien des Stators die ganze im Stator vom Strom  $I_1$  des Stators induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_{11} = L \omega \cdot I_1 \cdot (1 + \tau_1) = (1 + \tau_1) \cdot x \cdot I_1.$$

Wenn wir nun in der Gleichung für  $L$  den Wert  $\xi_1$  durch  $\xi_2 = c \cdot \xi_1$  ersetzen, so ergibt sich mit Berücksichtigung der Streuung die vom Rotor auf sich selbst induzierte elektromotorische Kraft zu:

$$E_{22} = c^2 \cdot L \omega \cdot I_2 \cdot (1 + \tau_2) = (1 + \tau_2) \cdot c^2 \cdot x \cdot I_2.$$

Ferner wird die vom Stator aus im Rotor induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_{12} = M \omega \cdot I_1 = k \cdot c \cdot x \cdot I_1,$$

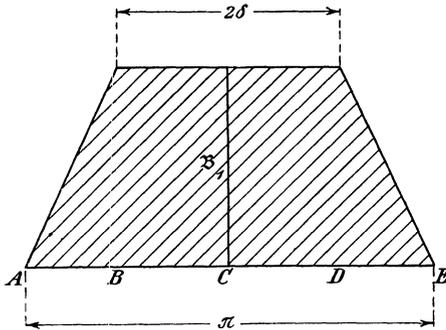


Fig. 353. Der von der Statorspule  $DF$  in Fig. 351 erzeugte Kraftfluß.

und es wird vom Rotor aus im Stator induziert:

$$E_{21} = k \cdot c \cdot x \cdot I_2.$$

Endlich ist noch die elektromotorische Kraft zu berechnen, die im Anker durch Rotation induziert wird. Ihr zeitlicher Höchstwert ist, wenn  $N_y$  den zeitlichen Höchstwert des in Fig. 351 von der Statorspule  $DF$  erzeugten senkrechten Kraftflusses bedeutet, nach Gleichung (27) auf S. 134:

$$E_{r \max} = \frac{\dot{p}}{a} \cdot N_y \cdot \frac{n}{60} \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (\text{a})$$

Wir berechnen dazu nacheinander die Werte  $N_y$ ,  $n$  und  $z_2$ . Der Kraftfluß  $N_y$  hat die in Fig. 353 gezeichnete Verteilung. Sein zeitlicher und räumlicher Höchstwert  $\mathfrak{B}_1$  wird erzeugt von der Erregung  $\frac{\pi - 2\delta}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot I_{1 \max}$ , wobei  $I_1$  der Strom im Stator ist. Es ergibt sich also:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{(\pi - 2\delta)}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot I_{1 \max}.$$

Um daraus den ganzen von der Spule  $DF$  in Fig. 351 erzeugten Kraftfluß zu berechnen, haben wir die schraffierte Fläche mit der Ankerlänge und mit dem Verhältnis  $\frac{d\pi}{2\dot{p}} : \pi$  zu multiplizieren. Die schraffierte Fläche wird  $\mathfrak{B}_1 \cdot 2\delta + \mathfrak{B}_1 \cdot \frac{2\beta}{2} = \mathfrak{B}_1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)$ . Das ergibt als zeitlichen Höchstwert des motorisch wirkenden Kraftflusses:

$$N_y = \frac{0,2\pi^2}{2\dot{p}} \cdot \left(1 - \frac{4\delta^2}{\pi^2}\right) \cdot \frac{b \cdot d}{l} \cdot \xi_1 \cdot I_{1 \max}.$$

Die Drahtzahl  $z_2$  des Rotors ergibt sich bei  $2a$  parallelen Zweigen zu:

$$z_2 = 2a \cdot p \cdot 2 \xi_2.$$

Endlich ist, wenn  $v$  das Verhältnis der wirklichen Drehzahl zur „synchronen“ Drehzahl  $\frac{v}{p}$  ist:

$$\frac{n}{60} = v \cdot \frac{v}{p} = \frac{v \cdot \omega}{p \cdot 2\pi}.$$

Wir setzen jetzt die Werte von  $N_y$ ,  $\frac{n}{60}$  und  $z_2$  in Gleichung (a) ein und führen auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein. Ferner setzen wir

$$k' = \frac{3}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{4\delta^2}{\pi^2}\right)$$

und erhalten mit Hilfe des früheren Wertes  $x = L\omega$ :

$$E_r = k' \cdot c \cdot v \cdot x \cdot I_1.$$

Man setzt häufig einfach:

$$k = \cos \beta, \quad k' = \sin \beta.$$

Die folgende Zahlentafel zeigt, daß der Fehler, den man dabei macht, gering ist.

$\beta$	$\cos \beta$	$k$	$\sin \beta$	$k'$
10°	0,985	0,982	0,174	0,2
20°	0,94	0,933	0,342	0,373
30°	0,866	0,853	0,5	0,53.

### 131. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom.

Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom ist ein Kommutatormotor, der sich, abgesehen davon, daß das Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt ist, grundsätzlich nicht von einem Hauptstrommotor für Gleichstrom unterscheidet. Leiten wir Wechselstrom in einen für Gleichstrom gebauten Hauptstrommotor, so kehrt sich der Strom im Anker und in der Magnetwicklung gleichzeitig um, und das Drehmoment erfolgt während einer Periode stets in demselben Sinne.

Beim Betriebe mit Wechselstrom ergibt sich jedoch bei unkompenzierten Motoren die Schwierigkeit, daß die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom unverhältnismäßig groß ist, indem die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die infolge ihrer räumlichen Verschiebung um 90° in keiner Weise von den Magnetkraftlinien kompensiert werden, eine starke Selbstinduktion verursachen. Das ist um so nachteiliger, als auch der Kraftfluß der Magnete wie eine Selbstinduktion wirkt, so daß der Leistungsfaktor stets kleiner ist als Eins.

Nun können wir, um die Phasenverschiebung zu verringern, nicht daran denken, den Kraftfluß der Magnete zu beseitigen, weil dann das

Drehmoment auf Null heruntergehen würde. Wohl aber können wir den vom Anker erzeugten Querkraftfluß durch eine auf den Magneten angebrachte Kompensationswicklung vernichten (Fig. 354).

Die Kompensationswicklung auf dem Stator kann entweder mit der Stator- und Rotorwicklung in Reihe geschaltet werden (Fig. 355), oder sie kann nach Fig. 356 in sich kurz geschlossen werden, wobei der Strom in der Kompensationswicklung durch Transformatorwirkung vom Rotor aus induziert wird. Der Rotor stellt dann die Primärwicklung eines auf der sekundären Seite kurz geschlossenen Reihen-Transformators dar, in welchem, abgesehen von der Streuung, keine elektromotorische Kraft der Ruhe induziert wird, indem die Amperewindungen des Stators und Rotors sich gegenseitig aufheben.

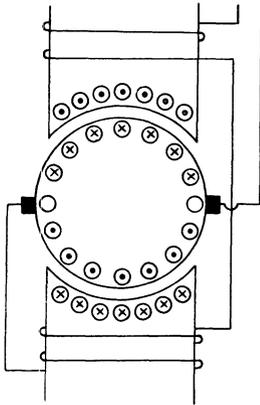


Fig. 354.  
Kompensierter Serienmotor.

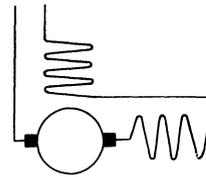


Fig. 355.  
Kompensationswicklung in Reihe mit Anker.

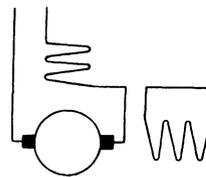


Fig. 356.  
Kompensationswicklung kurzgeschlossen.

Zur Aufstellung des Diagramms des kompensierten Serienmotors legen wir in Fig. 357 den Vektor des Stromes in die Abszissenachse. Er bleibt um den Winkel  $\varphi$  hinter dem Vektor der Klemmenspannung zurück. Ist  $R$  der Gesamtwidestand des Motors, so ist der Ohmsche Verlust gleich  $I \cdot R$ . Sein Vektor  $AB$  hat gleiche Phase mit dem Strome. Ebenso hat die Komponente  $JA$ , die zur Überwindung der elektromotorischen Gegenkraft der Rotation dient, gleiche Phase mit dem Strome, da die elektromotorische Kraft der Rotation am größten ist, wenn der vom Strome erzeugte Kraftfluß, d. h. der Strom selbst, am größten ist. Demnach ist  $JB$  die gesamte Wattkomponente der Spannung.

Die wattlose Komponente  $BO$  umfaßt die Beträge, die zur Überwindung der Selbstinduktion der Magnete und der Streuinduktion des Ankers verbraucht werden, und die sich bei verteilter Wicklung nach dem vorigen Abschnitt berechnen. Bezeichnen wir  $BO$  mit  $L_r \omega \cdot I$ , so wird nach Fig. 357:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{L_r \omega}{R}.$$

Da also der Winkel  $\gamma$  konstant ist, so liegt der Punkt  $A$  auf einem Kreise, in welchem der Winkel  $180^\circ - \gamma$  der Peripheriewinkel über der Sehne  $e = JO$  ist. Der Mittelpunkt  $M$  dieses Kreises liegt auf einer Geraden, die durch den Punkt  $O$  geht und mit  $JO$  den Winkel  $90^\circ - \gamma$  bildet (Fig. 357).

Nun ist  $AO = I \cdot \sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}$ . Wenn wir also alle Vektoren mit  $\sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}$  dividieren, so wird  $OA = I$ .

Gleichzeitig wird der Vektor  $JO$  gleich

$$\frac{e}{\sqrt{R^2 + (L_r \omega)^2}},$$

d. h. gleich dem Kurzschlußstrom  $I_k$ . Der Durchmesser des Kreises wird  $I_k / \cos(90^\circ - \gamma) = I_k / \sin \gamma$ . Gleichzeitig drehen wir das Diagramm, so daß

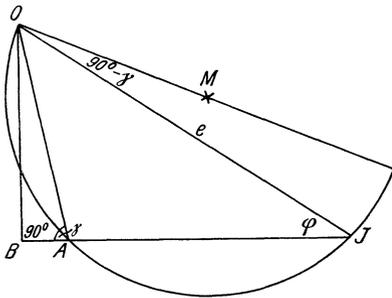


Fig. 357.

Spannungsdiaagramm des Serienmotors.

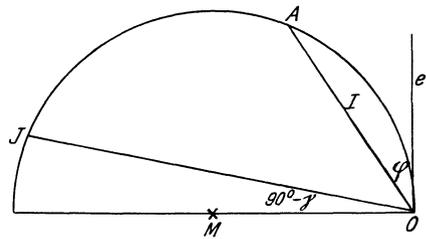


Fig. 358.

Stromdiagramm des Serienmotors.

$OM$  in die Abszissenachse fällt. Da in Fig. 357 der Winkel  $AOM$  gleich  $90^\circ - \varphi$  ist, so bildet in Fig. 358 der Vektor  $OA = I$  mit der Ordinatenachse den Winkel  $\varphi$ . Demnach fällt in Fig. 358 der Vektor der Klemmenspannung in die Ordinatenachse.

Das Drehmoment ist dem Kraftfluß und der Stromstärke, d. h. bei geringer Eisensättigung dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Die Drehzahl ergibt sich, abgesehen von einem konstanten Faktor, wenn wir in Fig. 357 die elektromotorische Kraft  $E_r = AJ$  durch den Kraftfluß dividieren. Da der Kraftfluß dem Vektor  $OA$  proportional ist, ist die Drehzahl dem Quotienten  $AJ : OA$ , d. h. unter Vernachlässigung des Rotorwiderstandes dem Werte  $\cot \varphi$  proportional. Mit wachsender Drehzahl nimmt also der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  zu. Das erklärt sich auch einfach daraus, daß dabei die Wattkomponente im Verhältnis zur wattlosen Komponente zunimmt und der Punkt  $A$  in Fig. 358 nach rechts rückt.

Tragen wir die aus Fig. 358 entnommenen Werte der Stromstärke als Abszisse und die zugehörigen Werte von  $M_a$  und  $n$  als Ordinaten auf, so erhalten wir ganz ähnliche Kurven wie beim Gleichstrom-Reihenmotor.

Von besonderer Wichtigkeit ist beim Reihen-Kommutatormotor die Frage der Kommutierung. Wie beim Gleichstrommotor tritt eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Stromstärke und der Drehzahl proportional ist. Da der zu kommutierende Strom ein Wechselstrom ist, so ändert sich auch die Selbstinduktion mit dem Augenblickswert der Stromstärke. Sie ist beispielsweise am größten, wenn in der Spule, die sich gerade unter der Bürste befindet, der Höchstwert des Stromes zu kommutieren ist. Ihr Vektor hat also in unserm Falle ausnahmsweise gleiche Phase mit dem Strom. Sie läßt sich durch Anwendung von Wendepolen in ähnlicher Weise kompensieren wie bei Gleichstrommaschinen.

Gleichzeitig tritt in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft der Ruhe auf, die dadurch induziert wird, daß die kurzgeschlossene Spule vom Magnetkraftfluß durchsetzt wird und gegenüber der Statorwicklung die Sekundärwicklung eines Transformators bildet. Diese induzierte elektromotorische Kraft bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Kraftfluß zurück und ist dem Kraftfluß und der Periodenzahl proportional. Beim Anfahren ist sie am größten, weil dabei der Strom, also auch der Magnetkraftfluß am größten ist.

Um zu verhindern, daß in der kurzgeschlossenen Spule durch die elektromotorische Kraft der Ruhe zu starke Ströme erzeugt werden, wählt man den Kraftfluß und die Periodenzahl entsprechend niedrig. Reihenschlußmotoren arbeiten mit 15 und 25 Perioden günstiger als mit 50 Perioden. Auch empfiehlt sich die Verwendung von schmalen und harten Bürsten.

Ein weiteres Mittel zur Aufhebung der elektromotorischen Kraft der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule besteht in der Verwendung von Wendepolen, die durch eine Nebenschlußerregung gespeist werden. Das von dieser Erregung erzeugte Feld bleibt, wie der erzeugende Strom, wegen der Selbstinduktion der Nebenschlußerregung um  $90^\circ$  hinter der Klemmenspannung zurück, also fast um  $90^\circ$  hinter dem primären Strom. Es induziert in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft der Bewegung, die um etwa  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt, also geeignet ist, die oben erwähnte elektromotorische Kraft der Ruhe aufzuheben. Diese Kompensation ist allerdings nur bei einer bestimmten Drehzahl vollkommen. In jedem Falle ist die durch die Kraftlinien der Nebenschlußerregung der Hilfspole erzeugte elektromotorische Kraft gleich Null bei Stillstand, also beim Anlassen.

Es ist übrigens zu beachten, daß die Wendepole nicht gleichzeitig eine Hauptstromwicklung zur Schaffung des Wendefeldes und eine Nebenschlußerregung für die Aufhebung der Transformatorspannung in der

kurzgeschlossenen Spule tragen können, da beide Wickelungen sich durch gegenseitige Induktion beeinflussen.

### 132. Der Repulsionsmotor.

Die kennzeichnende Eigenschaft des Repulsionsmotors ist die, daß der motorisch wirkende Strom dem Anker nicht durch die Bürsten zugeführt wird, sondern daß er durch Induktion der Ruhe von einem Teil der Statorwicklung induziert und gleichzeitig von dieser Wickelung kompensiert wird. Der Repulsionsmotor entsteht, äußerlich angesehen, dadurch, daß der primäre und sekundäre Teil des aus Rotor und Kompensationswicklung bestehenden Transformators in Fig. 356 vertauscht wird (Fig. 359). Die Statorwicklung zerfällt in die induzierende Wickelung  $BD$  und in die Erregerwicklung  $DF$ . In Wirklichkeit ergeben beide zusammen, wie Fig. 351 zeigt, eine einzige, auf dem Umfang verteilte Wickelung, deren Achse gegen die Achse der Rotorwindungen verschoben ist. \*) Auch in Fig. 351 stellen die Windungen  $BD$  die induzierende Wickelung und die Windungen  $DF$  die Erregerwicklung dar. Bei den in dieser Figur gewählten Verhältnissen ergibt sich ein Drehmoment im Sinne des Uhrzeigers. Allgemein erfolgt das Drehmoment in dem Sinne, in welchem die magnetische Achse des Rotors (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) gegen die des Stators verschoben ist. Die Drehzahl läßt sich durch Bürstenverschiebung regulieren. Durch Bürstenverschiebung im entgegengesetzten Sinne läßt sich der Motor umsteuern.

Will man die induzierte Rotorwicklung zu einem genauen Spiegelbild des induzierenden Teils der Statorwicklung machen, so daß sie nur einen gewissen Teil des Umfangs einnimmt, so kann man nach Fig. 91 einen verkürzten Wickelungsschritt anwenden. Man kann aber auch, wie in Fig. 360, zwei Bürstenpaare vorsehen (Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten). Dabei sind in Fig. 360 nur die Abteilungen  $BD$  und  $FH$  des Rotors in Funktion, während die Abteilungen  $DF$  und  $BH$  ausgeschaltet sind. Man erreicht dadurch eine bessere Kompensation, d. h. die Rotorstreuung wird kleiner. Außerdem kann man durch Verstellung der Bürsten bei  $B$  und  $F$  den Winkel  $\beta$ , den die Achsen des Rotors und Stators bilden, besonders feinstufig verändern, da eine Verschiebung der Bürsten im vorliegenden Falle nur eine halb so große Verschiebung der magnetischen Achsen zur Folge hat.

Wir gehen nun dazu über, den durch die Erregerwicklung  $DF$  (Fig. 359) geschaffenen Erregerkraftfluß  $N_y$  und den durch die induzierende Wickelung  $BD$  zusammen mit dem Rotor geschaffenen Transformatorkraftfluß  $N_x$  nach Größe und Phase zu bestimmen.

---

\*) Dabei ist angenommen, daß die Statorwicklung gleichmäßig auf dem ganzen Umfang verteilt ist. Bei der praktischen Ausführung bedeckt die Spulenseite des Stators jedoch oft nur  $\frac{2}{3}$  der Polteilung.

Der Erregerkraftfluß  $N_y$  induziert im Rotor durch Rotation eine elektromotorische Kraft  $OB$  (Fig. 361). Sie ist am größten, wenn der Statorstrom  $I_1$ , der den Kraftfluß  $N_y$  erzeugt, am größten ist. Legen wir den Vektor des Stromes  $I_1$  und des Erregerkraftflusses  $N_y$  in die positive Richtung der Ordinatenachse, so fällt auch der Vektor der elektromotorischen Kraft  $OB$  in die Ordinatenachse. Da die elektromotorische Kraft der Rotation, wie bei Gleichstrom, dem Rotorstrom wesentlich entgegengesetzt ist und der Rotorstrom, der durch Transformatorwirkung induziert wird, dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist, so folgt, daß der Vektor der durch Rotation induzierten elektromotorischen Kraft ebenso wie der Vektor  $I_1$  in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt.

Der horizontale Transformatorkraftfluß  $N_x$  (Fig. 359), der durch die Entgegenwirkung der induzierenden Statorabteilung  $BD$  und des induzierten Rotorstromes zustande kommt, induziert in der Rotorwicklung

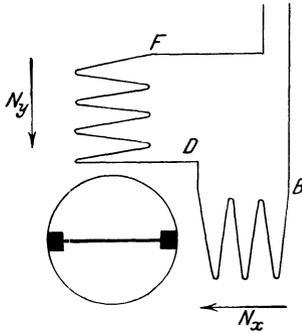


Fig. 359.

Schema des Repulsionsmotors.

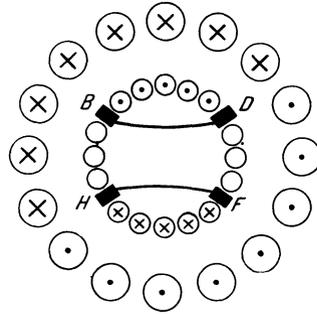


Fig. 360.

Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten.

eine elektromotorische Kraft der Ruhe, die unter Vernachlässigung des Ohmschen Verlustes im Rotor der elektromotorischen Kraft der Rotation das Gleichgewicht hält. Ihr Vektor  $OA$  fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Da sie um  $90^\circ$  hinter dem Kraftfluß  $N_x$  zurückbleibt, so fällt der Vektor dieses Kraftflusses nach links in die Abszissenachse. Die beiden räumlich um  $90^\circ$  verschobenen Kraftflüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von  $90^\circ$ , d. h. der Repulsionsmotor besitzt ein Drehfeld.

Zugleich ergibt sich aus der Gleichheit der beiden elektromotorischen Kräfte, wenn  $v$  das Verhältnis der Drehzahl bei dem jeweiligen Betriebszustand zur synchronen Umlaufzahl  $\frac{v}{p}$  ist, und wenn die Koeffizienten für die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung annähernd gleich geschätzt werden:

$$N_x = v \cdot N_y.$$

Daraus folgt, daß für synchronen Lauf ( $v = 1$ ) die beiden Kraftflüsse gleich sind, so daß das Drehfeld vollkommen ist. Bei Stillstand ( $v = 0$ )

ist der Querkraftfluß gleich Null, weil dabei, wie beim Anlauf eines kurzgeschlossenen Drehstrommotors, alle horizontalen Kraftlinien durch die Gegenwirkung des Rotorstromes aus dem Rotor herausgedrängt werden. Bei sehr großer Drehzahl überwiegt endlich nach der obigen Gleichung der horizontale Transformatorkraftfluß bedeutend über den Erregerkraftfluß.

Wir gehen nun dazu über, das Vektordiagramm für die elektromotorischen Kräfte des Repulsionsmotors zu zeichnen. Dabei nehmen wir, wie früher, an, daß der Vektor des Statorstromes  $I_1$  nach oben in die der Ordinatenachse fällt. Der Vektor des Rotorstromes ist, wie beim Transformator, dann wesentlich nach unten gerichtet. In Fig. 362 ist

$E_{11}$  die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Stator auf sich selbst induziert,

$E_{12}$  die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Stator auf den Rotor induziert. Dabei wird nach S. 468:

$$E_{11} = x \cdot (1 + \tau_1) \cdot I_1,$$

$$E_{12} = k \cdot c \cdot x \cdot I_1.$$

Beide elektromotorischen Kräfte bleiben um  $90^\circ$  hinter dem Strome  $I_1$  zurück. Es ist ferner

$E_{22}$  die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Rotor auf sich selbst induziert,

$E_{21}$  die elektromotorische Kraft der Ruhe, die der Rotor auf den Stator induziert. Dabei ist:

$$E_{22} = c^2 \cdot x (1 + \tau_2) \cdot I_2,$$

$$E_{21} = k \cdot c \cdot x \cdot I_2.$$

Die Resultierende  $OE$  aus den im Stator induzierten elektromotorischen Kräften  $E_{11}$  und  $E_{21}$  ist durch den Vektor  $OE$  gegeben. Sie ist gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung  $e$ . Der Winkel  $EOF$  ist dann gleich dem primären Phasenverschiebungswinkel.

Andererseits ist die Resultierende  $OA$  aus den elektromotorischen Kräften  $E_{12}$  und  $E_{22}$  die ganze elektromotorische Kraft der Ruhe im Rotor. Ihr Vektor ist, da die Summe der elektromotorischen Kräfte im Rotor gleich Null ist, dem Vektor  $OB = E_r$ , der die elektromotorische Kraft der Bewegung im Kraftfluß  $N_y$  darstellt, entgegengesetzt gleich. Die beiden Vektoren  $OA$  und  $OB = E_r$  fallen, da der Vektor  $E_r$  gleiche Phase mit dem den Kraftfluß erzeugenden Strom  $I_1$  hat, in die Ordinatenachse. Dabei ist nach S. 469:

$$E_r = OA = k' \cdot c \cdot v \cdot x \cdot I_1.$$

Aus Fig. 362 folgt nun in einfacher Weise das Kreisdiagramm des Repulsionsmotors. Der Punkt  $F$  liegt nämlich, da der Winkel  $OFE$  gleich  $90^\circ$  ist, auf einem Halbkreis über dem konstanten Durchmesser  $OE = e$ . Zugleich stellt, wie im folgenden gezeigt wird, im passenden Maßstabe  $EF$  den Primärstrom,  $FD$  parallel zu  $E_2$  den Rotorstrom,  $ED$

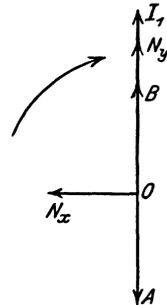


Fig. 361. Kraftfluß des Repulsionsmotors.

den Leerstrom bei offenem Rotor und  $EO$  den Kurzschlußstrom dar. Es ist nämlich:

$$EF = EG - FG = E_{11} - E_{12} \cdot \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau_2} \cdot x \cdot I_1,$$

$$FD = E_{21} \cdot \frac{EF}{E_{11}} = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau} \cdot k \cdot c \cdot x \cdot I_2$$

und wenn wir nach der Gleichung  $EO = x(1 + \tau_1) \cdot I_0$  die Klemmenspannung durch den Leerstrom  $I_0$  bei offenem Rotor ausdrücken:

$$ED = \frac{EF}{E_{11}} \cdot EO = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau} \cdot x(1 + \tau_1) I_0.$$

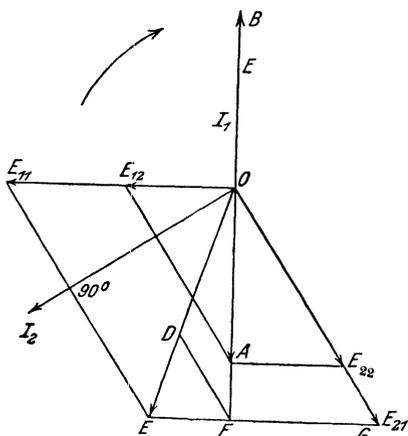


Fig. 362.

Spannungsdiagramm des Repulsionsmotors.

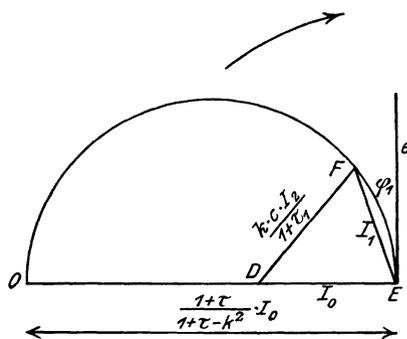


Fig. 363.

Stromdiagramm des Repulsionsmotors.

Wir dividieren nun alle Vektoren durch  $\frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau_2} \cdot x$  und drehen das Diagramm, bis  $EO$  in die Abszissenachse fällt. Dann erhalten wir das Stromdiagramm in Fig. 363. Darin ist:

$$EF = I_1, \quad FD = \frac{k \cdot c}{1 + \tau_1} \cdot I_2,$$

$$ED = I_0, \quad EO = \frac{1 + \tau}{1 + \tau - k^2} \cdot I_0.$$

Da auch im Stromdiagramm der Winkel  $EFO$  ein rechter ist, so liegt der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Halbkreis über dem Durchmesser  $EO$ . Dieser stellt gleichzeitig den Kurzschlußstrom dar. Das Diagramm gibt für jeden Wert des Primärstromes den zugehörigen Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_1$ . Da nämlich der Winkel  $OEF$  in Fig. 363 der gleiche ist wie in Fig. 362, so fällt der Vektor der Klemmenspannung in Fig. 363 in die Ordinatenachse.

Das Diagramm in Fig. 363 gibt uns nun gleichzeitig ein Maß für die Drehzahl. Es ist nämlich nach Fig. 362, da  $OA = E_r$  ist:

$$OF = OA \cdot \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{k \cdot k' \cdot v}{1 + \tau_2} \cdot x I_1. \quad (\text{a})$$

Demnach:

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{EF}{OF} = \frac{1 + \tau - k^2}{k \cdot k' \cdot v}.$$

Die Drehzahl ist also der Tangente des Phasenverschiebungswinkels umgekehrt proportional.

Weiter ergibt das Diagramm das Drehmoment nach der Gleichung:

$$M_d = \frac{e \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60}}.$$

In dieser Gleichung sind bereits alle Größen bekannt. Wir können die Gleichung aber noch dadurch umformen, daß wir  $\frac{n}{60} = v \cdot \frac{v}{p}$ ,  $e = I_0 \cdot x(1 + \tau_1)$  und nach Fig. 362  $\cos \varphi_1 = \frac{OF}{e}$  setzen. Dadurch erhalten wir unter Benutzung von Gleichung (a):

$$M_d = \frac{p \cdot k \cdot k'}{9,81 \cdot 2\pi \cdot v} \cdot \frac{e}{I_0 \cdot (1 + \tau)} \cdot I_1^2.$$

In Fig. 364 ist nun die Stromstärke als Abszisse und der Leistungsfaktor, die Geschwindigkeit und das Drehmoment als Ordinate aufgetragen, und zwar für Achsenverschiebungswinkel  $\beta = 10^\circ, 20^\circ$  und  $30^\circ$ . Der Einfachheit wegen wurde dabei  $I_0$  und  $\frac{p \cdot e}{v} = 1$  gesetzt, während  $\tau = 0,2$  angenommen wurde. Man erkennt, daß auch der Repulsionsmotor ein dem Gleichstromreihenmotor ähnliches Verhalten zeigt.

Es ist übrigens zu beachten, daß bei Repulsionsmotoren, die durch Bürstenverschiebung geregelt werden, die Bürsten vor dem Einschalten in der neutralen Zone stehen. Sie werden dann beim Anlassen in die Betriebsstellung verschoben. Der Bürstenverschiebungswinkel ist dann der Komplementwinkel zum Achsenverschiebungswinkel, und der Motor dreht sich entgegen dem Sinne der Verschiebung der Bürsten.

Werfen wir zum Schluß einen Blick auf die Vorgänge bei der Kommutierung. Zunächst tritt eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Drehzahl proportional ist. Diese Selbstinduktion wirkt in derselben Weise wie beim Gleichstrommotor.

Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Spule eine elektromotorische Kraft der Bewegung im Kraftfluß  $N_x$  induziert, die gleiche Phase mit dem Kraftfluß  $N_x$  hat, und eine elektromotorische Kraft der Ruhe durch den Kraftfluß  $N_y$ , die um  $90^\circ$  hinter diesem Kraftfluß zurückbleibt. Daraus folgt, daß die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule sich algebraisch entgegenwirken. Am vollkommensten ist dies bei Synchronismus der Fall, da dann nicht nur  $v = 1$  ist, sondern auch beide Kraftflüsse gleich werden. Wir können die Ver-

hältnisse bei Synchronismus auch so auffassen, daß dabei ein vollkommenes Drehfeld entsteht, das synchron umläuft und daher auf die kurzgeschlossene Spule keinen Einfluß ausübt.

Bei übersynchronem Lauf ist aber der Kraftfluß  $N_x$  nach S. 475 stärker als der Kraftfluß  $N_y$ , und da gleichzeitig  $v > 1$  ist, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Bewegung bedeutend über die der Ruhe. Das fällt deswegen noch besonders ins Gewicht, weil mit wachsender Geschwindigkeit auch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zunimmt. Diese elektromotorische Kraft addiert sich zu der in der kurzgeschlossenen Spule induzierten elektromotorischen Kraft der Rotation geometrisch unter einem um so kleineren Winkel, je weiter der Punkt  $F$  in Fig. 363 nach rechts rückt, je größer also nach

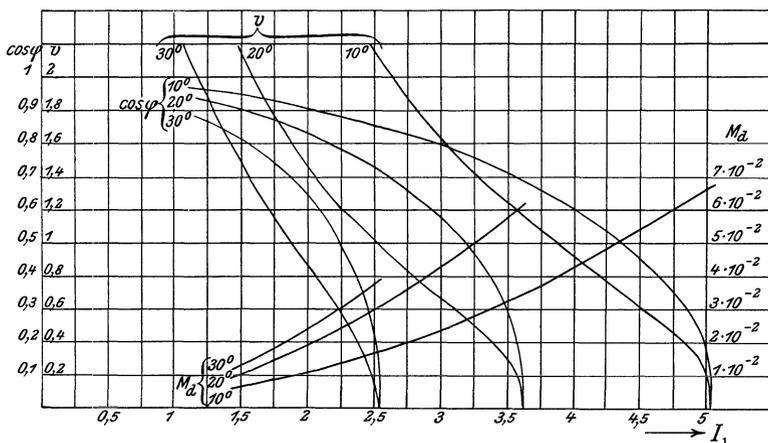


Fig. 364. Elektrische und mechanische Größen des Repulsionsmotors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

der Gleichung für  $\operatorname{tg} \varphi_1$  die Geschwindigkeit ist. Der Beweis hierfür ergibt sich leicht aus der Phase des Kraftflusses  $N_x$ .

Bei hoher Geschwindigkeit wirken also drei ungünstige Momente zusammen. Zunächst wird der Kraftfluß  $N_x$  zu stark, weiter wird auch die Geschwindigkeit zu groß und endlich addieren sich die Selbstinduktion und die elektromotorische Kraft der Bewegung unter einem spitzen Winkel. Beide werden durch die elektromotorische Kraft der Ruhe, die in der kurzgeschlossenen Spule durch den Kraftfluß  $N_y$  induziert wird, nur unvollkommen aufgehoben.

Umgekehrt überwiegt bei einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als die synchrone, der Erregerkraftfluß  $N_y$ . Es läßt sich zeigen, daß die von ihm auf die kurzgeschlossene Spule induzierte elektromotorische Kraft der Ruhe die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zum Teil aufhebt. Der Repulsionsmotor ist also in bezug auf funkenlose Kommutierung bei untersynchroner Geschwindigkeit besonders günstig gestellt.

### 133. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor.

Der in Fig. 365 in seinen Grundzügen dargestellte Eichberg-Motor unterscheidet sich grundsätzlich dadurch von dem Repulsionsmotor, daß er mit Hilfe des Stromes  $I_y = I$ , der einen senkrechten Kraftfluß  $N_y$  erzeugt, vom Rotor aus erregt wird, während der motorisch wirkende Rotorstrom  $I_x$ , dessen Windungen in der Figur eine horizontale Achse besitzen, durch Transformatorwirkung in dem über die horizontalen Bürsten kurzgeschlossenen Rotor induziert wird. Die Rotorwindungen mit horizontaler Achse bilden dabei den sekundären Teil eines Transformators, dessen primärer Teil durch die vom Strome  $I$  durchflossenen Statorwindungen gebildet wird. Am einfachsten stellt man sich auf dem Rotor zwei getrennte Wickelungen mit zwei Kollektoren vor, auf denen je ein Bürstenpaar schleift.

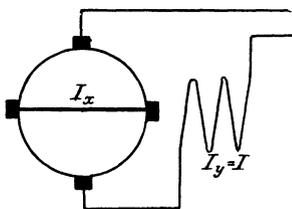


Fig. 365. Eichberg-Motor.

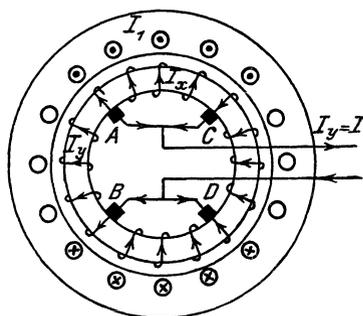


Fig. 366. Latour-Motor.

Bei dem Eichberg-Motor überdecken sich die Erregerwicklung und die induzierte Wickelung des Rotors, wie in Fig. 365, zu einer einzigen Wickelung, während bei der in Fig. 366 getroffenen Anordnung, die von Latour angegeben ist, beide Wickelungen im Anker gesondert voneinander liegen. Die Abteilung  $AB$  und  $CD$  des Rotors wird in Fig. 366 vom Strome  $I_y = I$  durchflossen, während in den kurzgeschlossenen Abteilungen  $AC$  und  $BD$ , die den Statorwindungen gleichachsig sind, ein vom Stator aus induzierter Strom fließt.

Der Eichbergsche Motor unterscheidet sich weiter von dem Latour-Motor dadurch, daß der Rotor nicht unmittelbar durch den primären Strom  $I$  erregt wird, sondern daß der Erregerstrom  $I_y$  von der Sekundärspule eines Transformators geliefert wird, dessen Primärspule mit den Statorwindungen in Reihe geschaltet ist (Fig. 367). Grundsätzlich wird dadurch jedoch gegenüber Fig. 365 nichts geändert. Im folgenden soll das Verhalten des Eichberg-Motors mit Berücksichtigung des veränderlichen Übersetzungsverhältnisses des Reihentransformators dargestellt werden. Es sei:

$u$  das Verhältnis der primären und sekundären Windungen des Transformators,

$I$  der Primärstrom des Transformators,

$I_y$  der Sekundärstrom des Transformators.

Demnach wird

$$I_y = u \cdot I.$$

Da durch Einschaltung des Transformators gegenüber Fig. 365 nichts Grundsätzliches geändert wird, so haben wir das Recht, für den Motor dem Strome  $I_y$  dieselbe Phase zuzuschreiben wie dem Strom  $I$ . Wir legen in Fig. 367 die Vektoren beider Ströme in die positive Richtung der Ordinatenachse. Beide Ströme sind im Transformator um praktisch genau  $180^\circ$  verschoben.

Wir betrachten zunächst die elektromotorischen Kräfte in der  $X$ -Wicklung. In dieser erzeugt der vertikale Kraftfluß  $N_y$ , der vom Strome  $I_y$  geschaffen wird, eine elektromotorische Kraft  $E_{ry}$  der Bewegung, die gleiche Phase mit dem Kraftfluß  $N_y$  hat. Ihr Vektor fällt in die gleiche Richtung wie die Vektoren  $I$  und  $N_y$  (Fig. 369).

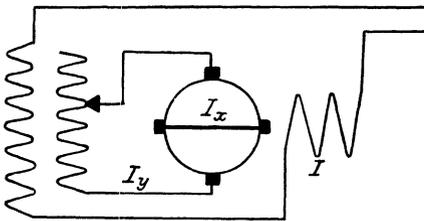


Fig. 367.

Eichberg-Motor mit Serientransformator.

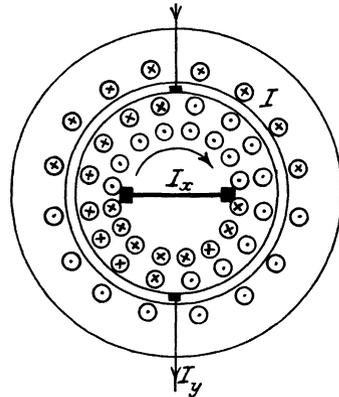


Fig. 368.

Stromverteilung im Eichberg-Motor.

Gleichzeitig wird in der  $X$ -Wicklung durch den Transformator-kraftfluß  $N_x$ \*) eine elektromotorische Kraft  $E_x$  der Ruhe induziert. Da die Summe der elektromotorischen Kräfte in der  $X$ -Wicklung des Rotors unter Vernachlässigung des Rotorwiderstandes gleich Null ist, so sind die elektromotorischen Kräfte  $E_x$  und  $E_{ry}$  gleich und entgegengesetzt. Der horizontale Transformatorkraftfluß  $N_x$ , der die elektromotorische Kraft der Ruhe  $E_x$  erzeugt, eilt dieser elektromotorischen Kraft um  $90^\circ$  voraus, fällt also in Fig. 369 nach links in die Abszissenachse. Daraus folgt sofort die Tatsache, daß der Eichberg-Motor und der Latour-Motor ein Drehfeld besitzen. Genau wie beim Repulsionsmotor ergibt sich, daß für angenähert synchronen Lauf die beiden räumlich und zeitlich um  $90^\circ$  verschobenen Kraftflüsse einander gleich sind und das Drehfeld dann vollkommen ist.

\*) D. h. die  $X$ -Wicklung verhält sich zusammen mit der Statorwicklung wie ein Transformator.

In der  $Y$ -Wicklung des Rotors treten ebenfalls zwei elektromotorische Kräfte auf. Von diesen wird die elektromotorische Kraft der Ruhe  $E_y$  durch den Erregerkraftfluß  $N_y$  induziert. Da sie um  $90^\circ$  hinter dem Strome  $I_y$  zurückbleibt, so fällt ihr Vektor in Fig. 369 nach links in die Abszissenachse. Außerdem wird eine elektromotorische Kraft  $E_{r,x}$  durch Rotation der  $Y$ -Wicklung im Kraftfluß  $N_x$  induziert. Sie ist am größten, wenn der Kraftfluß  $N_x$  am größten ist. Ihr Vektor fällt also jedenfalls in die Abszissenachse, jedoch ist nicht von vornherein klar, ob wir ihn nach rechts oder links hin aufzutragen haben. Aus der Überlegung, daß die beiden Wechselkraftflüsse  $N_x$  und  $N_y$  einen Drehkraftfluß ergeben, der, wenn er vollkommen wäre, bei synchroner Geschwindigkeit die Rotordrähte überhaupt nicht schneidet, ergibt sich, daß die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung auch in der  $Y$ -Wicklung,

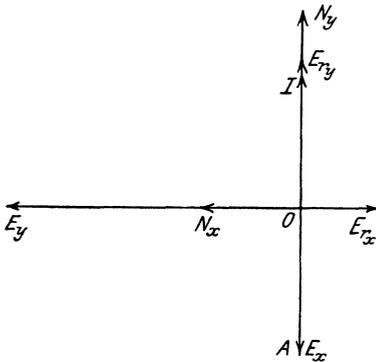


Fig. 369. Kraftflüsse und elektromotorische Kräfte im Eichberg-Motor.

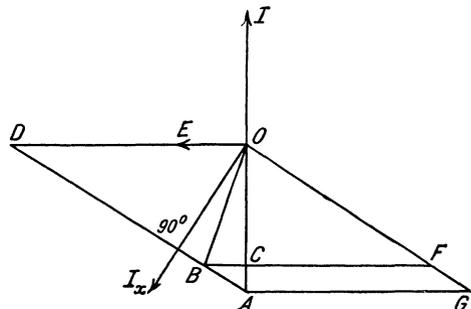


Fig. 370. Spannungsdiagramm des Eichberg-Motors.

ebenso wie in der  $X$ -Wicklung des Rotors einander entgegengesetzt sind. Der Vektor  $E_{r,x}$  fällt also in Fig. 369 nach rechts.

Die Differenz  $E_y - E_{r,x}$  stellt die gesamte elektromotorische Gegenkraft in der Erregerwicklung dar. Die Spannung an den Erregerbürsten ist dieser elektromotorischen Kraft entgegengesetzt gleich. Sie ist also, ebenso wie die Differenz der elektromotorischen Kräfte, vollständig wattlos. Das gleiche gilt dann auch von der Spannung am Reihenschlußtransformator, die gleich  $u (E_y - E_{r,x})$  ist.

Wir ermitteln nun im folgenden die Stromstärke, die Geschwindigkeit und das Drehmoment in ihrer Abhängigkeit vom Phasenverschiebungswinkel. Es empfiehlt sich dabei, den reziproken Wert der Stromstärke  $I$  in das Diagramm einzuführen und zur Ermittlung des geometrischen Ortes für den Vektor des reziproken Wertes der Stromstärke die Wattkomponente und wattlose Komponente der Netzspannung zu berechnen.

Der Statorstrom  $I$  (Fig. 370) induziert auf den Rotor die elektromotorische Kraft

$$OD = c \cdot x \cdot I \tag{a}$$

wo  $c$  das Verhältnis der Rotorwindungen zu den Statorwindungen und  $x$  die Induktanz des streuungslosen Stators ist. Die elektromotorische Kraft  $OD$  bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Statorstrom  $I$  zurück.

Der Rotorstrom  $I_x$ , der dem Statorstrom wesentlich entgegengesetzt ist, induziert auf sich selbst mittels der gleichzeitig auf den Stator übertragenen Kraftlinien die elektromotorische Kraft  $OF$  und mittels seiner Streulinien die elektromotorische Kraft  $FG$ . Dabei ist

$$FG = \tau_2 \cdot OF.$$

Die elektromotorischen Kräfte  $OF$  und  $FG$  bleiben um  $90^\circ$  hinter dem Strome  $I_x$  zurück.

Die Resultierende  $OA$  aus  $OD$  und  $OG$  ist die gesamte elektromotorische Kraft der Ruhe  $E_x$  in der horizontalen Rotorwicklung. Sie ist der elektromotorischen Kraft der Bewegung  $E_{ry}$ , deren Vektor nach Fig. 369 in die Ordinatenachse fällt, entgegengesetzt gleich, ihr Vektor fällt also nach unten in die Ordinatenachse. Da Erregerwicklung und  $X$ -Wicklung senkrecht aufeinander stehen, so ist nach S. 469  $k' = \frac{3}{\pi}$ . Ferner wird der Erregerkraftfluß statt wie früher vom Strome  $I$ , jetzt vom Rotorstrom  $I_y = u \cdot I$  geliefert, und er schließt die Rotorstreulinien mit ein. Endlich ist die Windungszahl des Rotors  $c$  mal so groß wie die des Stators. Statt  $I_1$  haben wir also in der Gleichung für die elektromotorische Kraft der Rotation auf S. 469 die Größe  $c u I (1 + \tau_2)$  einzuführen und erhalten:

$$OA = E_x = E_{ry} = \frac{3}{\pi} \cdot c^2 \cdot v \cdot x \cdot u \cdot I (1 + \tau_2). \quad (b)$$

Andererseits ist die Resultierende  $OB$  aus den elektromotorischen Kräften  $OF$  und  $OD$  die elektromotorische Kraft, die im Rotor durch einen, dem Rotor und Stator gemeinsamen Kraftfluß induziert wird. Die durch denselben Kraftfluß im Stator induzierte elektromotorische Kraft ist dann wegen der verschiedenen Windungszahl gleich  $\frac{OB}{c}$ . Sie hat eine Wattkomponente  $\frac{OC}{c}$  und eine wattlose Komponente  $\frac{CB}{c}$ .

Da die Spannung  $\frac{OC}{c}$  die einzige Wattkomponente ist, die im Motor entsteht, so gilt die Gleichung:

$$e \cdot \cos \varphi = \frac{OC}{c} = \frac{OA}{c} \cdot \frac{OF}{OG} = \frac{OA}{c} \cdot \frac{1}{1 + \tau_2}. \quad (c)$$

Wenn wir den Wert von  $OA$  aus Gleichung (b) in Gleichung (c) einsetzen, für  $v$  auflösen und

$$k_0 = \frac{3}{\pi} \cdot u \cdot c \cdot x / e$$

setzen, so erhalten wir:

$$v = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{e \cdot \cos \varphi}{u \cdot c \cdot x \cdot I} = \frac{1}{k_0} \cdot \frac{\cos \varphi}{I}. \quad (d)$$

Tragen wir also in Fig. 371 den Vektor  $1/I$  so auf, daß er um den Winkel  $\varphi$  hinter der in die Ordinatenachse fallenden Klemmenspannung zurückbleibt, so ist die Ordinate  $b = \frac{1}{I} \cdot \cos \varphi$  proportional dem Verhältnis  $v$  der Drehzahl zu der synchronen Drehzahl. Die Ordinate stellt uns also in passendem Maßstabe die Drehzahl dar.

Die wattlose Komponente  $\frac{CB}{c}$  der vom gemeinsamen  $X$ -Kraftfluß auf den Stator induzierten elektromotorischen Kraft ist nach Fig. 370 und Gleichung (a):

$$\frac{CB}{c} = \frac{OD}{c} \cdot \frac{FG}{OG} = x \cdot I \cdot \frac{\tau_2}{1 + \tau_2}.$$

Hierzu addieren wir die elektromotorische Kraft  $OE$ , die im Stator durch Statorstreuung induziert wird und sich zu  $\tau_1 \cdot x \cdot I$  ergibt, sowie die auf S. 481 berechnete, ebenfalls wattlose Primärspannung  $u \cdot (E_y - E_{x'})$  des Reihentransformators. Wir erhalten dadurch die gesamte wattlose Komponente der Netzspannung, indem wieder wie früher  $\tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2 = \tau$  gesetzt wird, zu

$$e \cdot \sin \varphi = \frac{\tau}{1 + \tau_2} \cdot x \cdot I + u \cdot E_y - u \cdot E_{rx}. \quad (a)$$

Dabei ist, indem nach S. 468 in der Gleichung für  $E_{22}$   $u \cdot I$  an Stelle von  $I_2$  gesetzt wird:

$$E_y = c^2 \cdot x \cdot u \cdot I(1 + \tau_2), \quad (f)$$

während sich die elektromotorische Kraft  $E_{rx}$  aus der Überlegung ergibt, daß die durch denselben Kraftfluß induzierten elektromotorischen Kräfte der Bewegung und der Ruhe sich wie  $k' \cdot v$  zu  $k$ , d. h. in unserm Falle wie  $3/\pi \cdot v$  zu 1 verhalten. Demnach wird nach Gleichung (b):

$$E_{rx} = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot E_x = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot OA.$$

Mit Benutzung des Wertes von  $OA$  aus Gleichung (c) und des Wertes von  $v$  aus Gleichung (d) erhalten wir:

$$E_{rx} = \frac{e^2 \cdot (1 + \tau_2)}{u \cdot x} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{I}. \quad (g)$$

Wir setzen nun die Werte von  $E_y$  und  $E_{rx}$  in Gleichung (e) ein, dividieren die Gleichung durch  $e \cdot I$  und setzen:

$$k_1 = \frac{\tau \cdot x}{(1 + \tau_2) \cdot e} + \frac{u^2 \cdot c^2 \cdot x \cdot (1 + \tau_2)}{e}, \quad k_2 = \frac{x}{e(1 + \tau_2)},$$

$$\frac{1}{I} \cdot \sin \varphi = a, \quad \frac{1}{I} \cdot \cos \varphi = b.$$

Dann erhalten wir aus Gleichung (e):

$$b^2 = k_1 k_2 - k_2 a. \quad (h)$$

Nun sind die oben eingeführten Werte  $a$  und  $b$  die Koordinaten des Vektors  $\frac{1}{I}$  und der Endpunkt dieses Vektors liegt nach Gleichung (h) auf einer Parabel, deren in der Figur nicht gezeichneter Brennpunkt auf der Abszissenachse um die Strecke  $\frac{k_2}{4}$  vom Scheitel  $S$  entfernt liegt.

Für den Anlauf wird  $\varphi = 90^\circ$ . Dabei wird  $b$  gleich Null und  $a$  gleich  $OS$ . Der reziproke Wert des Anlaufstromes  $I_k$  wird dann nach Gleichung (h):

$$\frac{1}{I_k} = OS = k_1.$$

Dadurch ist die Entfernung  $OS$  festgelegt. Sie ändert sich nach der obigen Gleichung für  $k_1$ , wenn das Übersetzungsverhältnis des Reihentransformators variiert wird. Dagegen wird nach Gleichung (h) die Parabel selbst durch Änderung des Übersetzungsverhältnisses nicht geändert, weil im Ausdruck für  $k_2$  das Übersetzungsverhältnis nicht vorkommt.

Endlich ergibt sich das Drehmoment zu:

$$M_d = \frac{e \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot \frac{n}{60}} = \frac{e \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot \frac{v}{p} \cdot v}.$$

Mit Benutzung der obigen Gleichung (d) für  $v$  erhalten wir:

$$M_d = \frac{p \cdot k_0 \cdot e}{2\pi \cdot 9,81 \cdot v} \cdot I^2.$$

Für jeden Wert von  $\varphi$  ergeben sich also nacheinander die Größen  $\cos \varphi$ ,  $\frac{1}{I}$ ,  $I$ ,  $v$  und  $M_d$ . Die Ergebnisse sind in Fig. 372 zeichnerisch dargestellt, wobei willkürlich:

$$u_2 = 0,1, \quad \tau = 0,2, \quad 3/\pi \cdot \frac{x}{e} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{p \cdot e}{2\pi \cdot 9,81 \cdot v} = 1$$

gesetzt ist, und nacheinander  $u$  c gleich 0,2 und 0,4 angenommen wurde. Die Kurven für  $M_d$  und  $v$  ergeben ein dem Gleichstrommotor ähnliches Verhalten des Eichberg-Motors. Sie stimmen im allgemeinen mit den praktisch aufgenommenen Kurven überein.\*) Natürlich bringt die Sättigung des Eisens, die von uns vernachlässigt ist, Änderungen der Kurven mit sich.

Die Kurven zeigen, daß die Geschwindigkeit bei gleichbleibender Belastung zunimmt, wenn man das Übersetzungsverhältnis  $u$  verringert. Dies Ergebnis hat, da gleichzeitig der Erregerstrom, der durch das Produkt  $u \cdot I$  gegeben ist, verringert wird, nach Analogie mit dem Gleichstrommotor nichts Überraschendes.

\*) Vergl. Eichberg, ETZ 1904, S. 80.

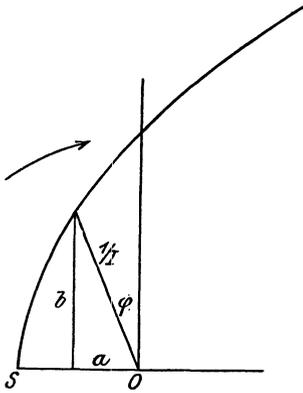


Fig. 371. Stromdiagramm des Eichberg-Motors.

Wir ermitteln nun die Geschwindigkeit  $v_0$ , bei welcher der Leistungsfaktor gleich Eins wird, aus Gleichung (h), indem wir  $a$  nach Fig. 371 gleich Null setzen. Wir erhalten dadurch:

$$b^2 = k_1 \cdot k_2.$$

Andererseits ist nach Gleichung (d), indem  $1/I \cdot \cos \varphi$  gleich  $b$  gesetzt wird:

$$b^2 = k_0^2 \cdot v_0^2.$$

Durch Gleichsetzung erhalten wir:

$$v_0^2 = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_0^2} = \frac{\pi^2}{9} \cdot \left( \frac{\tau}{(1 + \tau_2)^2} \cdot u^2 \cdot c^2 + 1 \right).$$

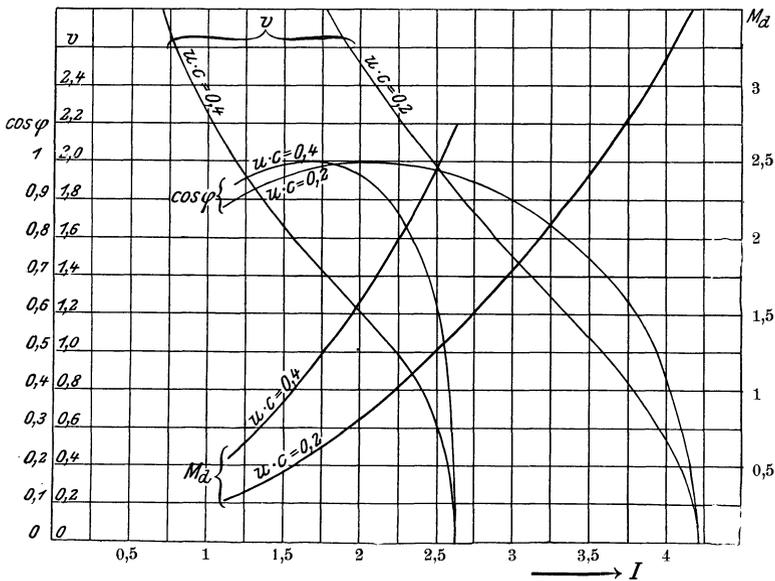


Fig. 372. Elektrische und mechanische Größen des Eichberg-Motors in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Die Geschwindigkeit, bei welcher der Leistungsfaktor gleich Eins ist, liegt nach dieser Gleichung oberhalb der Synchrongeschwindigkeit. Man kann den Leistungsfaktor 1 bei jeder Belastung einstellen, jedoch kann dies, wenn man nicht die Gesamtspannung  $e$  ändern will, nur unter der Voraussetzung geschehen, daß die Geschwindigkeit  $v_0$ , die sich dabei ergibt, erwünscht oder zulässig ist.

Besonders bemerkenswert ist bei den verschiedenen Betriebszuständen die Verteilung der Gesamtspannung auf Rotor und Stator, oder bei Zwischenschaltung eines Reihentransformators die Verteilung der Spannung auf Transformator und Stator. Beim Anlaufen, d. h. bei Kurzschluß, stellen, wenn wir die Schaltung in Fig. 365 ins Auge fassen, die Statorwicklung

und die  $Y$ -Wicklung des Rotors zwei hintereinander geschaltete Drosselspulen dar. Die vom Stator erzeugten  $X$ -Kraftlinien werden dabei durch die Gegenwirkung des Rotorstromes vollständig in den Streuweg gedrängt, treten also nur in geringer Anzahl auf, während die von demselben Strom in der  $Y$ -Wicklung des Rotors erzeugten Kraftlinien ungehindert durch Rotor und Luftraum verlaufen, also in großer Zahl entstehen. Demnach ist auch die elektromotorische Gegenkraft am Rotor sehr viel größer als am Stator. Dabei wird fast die gesamte Spannung am Rotor, d. h. an den Erregerbürsten, verbraucht.

Beim Lauf geht die Spannung an den Erregerbürsten auf den Betrag  $E_y - E_{rx}$  zurück und wird für eine bestimmte Drehzahl gleich Null. Die ganze Spannung wird dabei am Stator verbraucht. Schließlich wird bei weiterer Steigerung der Drehzahl die Differenz  $E_y - E_{rx}$  negativ, und der Motor ist dadurch imstande, nicht nur die wattlose Komponente der Statorspannung zu kompensieren ( $\varphi = 0$ ), sondern auch einen Strom, welcher der Spannung voreilt, aufzunehmen ( $\varphi$  negativ).

Die Drehzahl, bei der die Spannung an den Erregerbürsten gleich Null wird, liegt in der Nähe der synchronen Drehzahl. Man kann dann ohne Änderung der elektrischen und mechanischen Verhältnisse den Rotor auch über die Erregerbürsten kurz schließen und erhält dadurch einen einphasigen Induktionsmotor, auf dessen Rotor wir eine Längswicklung und eine Querkwicklung liegend denken können. Auf einen solchen Rotor ist die in Abschnitt 129 entwickelte Theorie in vorzüglicher Weise anwendbar. Wie der Einphasen-Induktionsmotor zeigt der Motor dann Nebenschlußcharakteristik, d. h. fast konstante Drehzahl.

Die Kommutierung an den Kurzschlußbürsten erfolgt beim Eichberg-Motor ähnlich wie beim Repulsionsmotor. Übersynchroner Lauf ist daher, wie beim Repulsionsmotor, ungünstig.

Ein bemerkenswertes Verhalten zeigt die von den Erregerbürsten kurzgeschlossene Spule. In ihr wird durch den Kraftfluß  $N_x$  eine elektromotorische Kraft der Ruhe und durch den Kraftfluß  $N_y$  eine elektromotorische Kraft der Bewegung induziert. Beide elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie  $N_x : v \cdot N_y$ . Nun ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte der Ruhe in der  $X$ -Wicklung und  $Y$ -Wicklung des Rotors sich wie die entsprechenden Kraftflüsse verhalten, mit Benutzung von Gleichung (b) und (f):

$$\frac{N_x}{N_y} = \frac{E_x}{E_y} = \frac{3}{\pi} \cdot v.$$

Demnach ist, wenn wir vom Faktor  $3/\pi$  absehen,  $N_x = v \cdot N_y$ , d. h. die elektromotorischen Kräfte der Ruhe und der Bewegung in der durch die Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spule sind bei jeder Drehzahl einander gleich. Daß sie sich entgegengesetzt sind, folgt aus dem Begriff des Drehfeldes, vergl. S. 481. Infolgedessen macht die Kommutierung an den Erregerbürsten keine Schwierigkeit.

### 134. Doppelschlußmotoren.\*)

Die Doppelschlußmotoren mit Kommutator für Einphasenstrom besitzen eine Anker- und eine Kompensationswicklung, die hintereinander am Netz liegen, wobei jedoch die Spannungen am Ankerkreis und am Kompensationskreis phasengleich und konstant sind. Die Feldwicklung liegt entweder nach Fig. 373 in Reihe mit dem Anker, oder nach Fig. 374 in Reihe mit der Kompensationswicklung. Eine besondere Ausführung nach Fig. 373 ist der Alexanderson-Motor. In diesem ist das Verhältnis der Ankerwindungen zu den Kompensationswindungen gleich  $\frac{1}{2}$ . Gleichzeitig ist der Anker infolge Verkürzung des Wicklungsschrittes ein Spiegel-

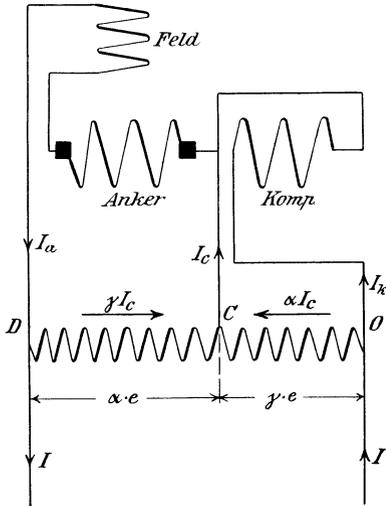


Fig. 373.  
Schaltungsbild eines Doppelschlußmotors.  
(Feld in Reihe mit dem Anker.)

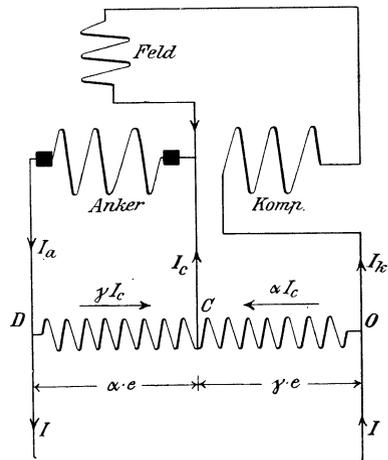


Fig. 374.  
Schaltungsbild eines Doppelschlußmotors.  
(Feld in Reihe mit Kompensation.)

bild der Kompensationswicklung, deren Spulenseiten nur einen Teil des Umfanges bedecken (vergl. S. 473).

Die beiden phasengleichen konstanten Spannungen am Ankerkreis und Kompensationskreis werden durch einen Spartransformator geliefert, dessen beide Spulen in Reihe an der Netzspannung liegen (Fig. 373 und 374). Vom Verbindungspunkt beider Spulen geht eine Leitung zum Verbindungspunkt des Anker- und Kompensationskreises.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 373 und 374 der Anker wie eine Spule gezeichnet, um die Entgegenwirkung von Anker- und Kompensationswicklung besser zum Ausdruck zu bringen.

Da die Achse des Feldes senkrecht zur Bürsten- und Kompensationsachse steht, so wirken die Feldlinien wie eine vermehrte Selbstinduktion, also wie Streulinien.

\*) Vergl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik Bd. III, S. 613.

Ist nun:

- $c$  das Verhältnis der Ankerwindungen zu den Kompensationswindungen  
(in diesem Abschnitt gleich  $\frac{1}{2}$  gesetzt),  
 $I_a$  der Ankerstrom,  
 $I_k$  der Kompensationsstrom,  
 $I_c$  der Strom in der mittleren Verbindungsleitung,  
 $e$  die Netzspannung,  
 $E_r$  die elektromotorische Kraft der Rotation im Feldkraftfluß,  
 $\alpha : \gamma$  das Verhältnis der Windungszahl des Ankertransformators zur  
 Windungszahl des Kompensationstransformators, wobei  $\alpha + \gamma = 1$  ist,  
 $x_a$  die gesamte Streuinduktanz des Ankerkreises (also in Fig. 373 ein-  
 schließlich der dahintergeschalteten Feldinduktanz),  
 $x_k$  die gesamte Streuinduktanz des Kompensationskreises (also in Fig. 374  
 einschließlich der dahintergeschalteten Feldinduktanz),  
 $x$  die Induktanz der Kompensationswicklung ohne die obige Streu-  
 induktanz,

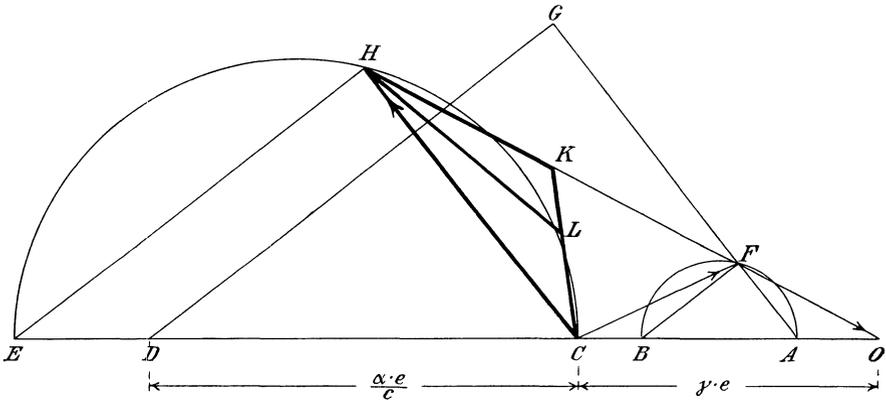


Fig. 375. Spannungsdiagramm eines Doppelschlußmotors. (Feld in Reihe mit Anker.)

dann ist:

- $\alpha \cdot e$  die Spannung am Ankertransformator,  
 $\gamma \cdot e$  die Spannung am Kompensationstransformator.

Da sich die Ströme in den beiden Transformatorspulen umgekehrt wie die Spannungen verhalten und beide zusammen den Strom  $I_c$  ergeben, so wird:

- $\gamma I_c$  der Strom im Ankertransformator,  
 $\alpha I_c$  der Strom im Kompensationstransformator.

Es sei nun in Fig. 375 und 376:

$CF$  die elektromotorische Kraft, die in der Kompensationswicklung durch einen gleichzeitig den Anker durchsetzenden resultierenden Kraftfluß erzeugt wird. Dann ist der Vektor  $CF$  die Resultierende aus zwei elektromotorischen Kräften. Von diesen ist:



(f)  $GD = \frac{E_r}{c}$  proportional der elektromotorischen Kraft der Rotation,

(g)  $DC = \frac{\alpha \cdot e}{c}$  proportional der Spannung am Ankerkreis.

Dabei ist  $FG$  nach (a) und (e) phasengleich und parallel mit  $CH$ .

Die Vektoren des Ankerstromes und Kompensationsstromes bilden mit den entsprechenden elektromotorischen Kräften der Ruhe einen rechten Winkel. Da nun die elektromotorische Kraft der Rotation gleichzeitig mit dem Erregerstrom ihren Höchstwert erreicht, so bildet bei Erregung durch den Ankerstrom der Vektor  $GD$ , welcher der elektromotorischen Kraft der Rotation proportional ist, einen rechten Winkel mit der Streuinduktion  $GF$  des Ankers (Fig. 375). Andererseits bildet bei Erregung durch den Kompensationsstrom der Vektor  $GD$  einen rechten Winkel mit der Streuinduktion  $FO$  der Kompensationswicklung (Fig. 376). Im übrigen unterscheiden sich die beiden Figuren nur durch die Größenverhältnisse der Vektoren  $OF$  und  $FG$ , entsprechend der verschiedenen Schaltung der Feldwicklung. Dadurch verändert sich im folgenden die Reihenfolge der Punkte  $B$  und  $C$ , jedoch gelten die Rechnungen für beide Diagramme gleichzeitig.

Wir verlängern nun in beiden Figuren den Strahl  $GF$  bis zum Schnittpunkt  $A$  mit der Abszissenachse. Dann ergibt sich nach (a), (e) und (b):

$$AF = CH \cdot \frac{FO}{HF + FO} = c \cdot I_a \cdot x \cdot \frac{x_k}{x + x_k}.$$

Setzen wir: 
$$x_0 = \frac{c \cdot x \cdot x_k}{x + x_k},$$

so wird:

(h) 
$$AF = I_a \cdot x_0.$$

Gleichzeitig ergibt sich nach Gleichung (c) und (b):

$$\frac{OA}{AC} = \frac{FO}{HF} = \frac{x_k}{x}.$$

Dadurch ist der Punkt  $A$  festgelegt. Wir ziehen dann  $FB$  parallel zu  $GD$ . Dann ergibt sich nach Gleichung (h) und (e):

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AF}{FG} = \frac{c x_0}{x_a}.$$

Ebenso wird, wenn wir auch  $HE$  parallel zu  $GD$  ziehen, nach (c) und (b):

$$\frac{OB}{BE} = \frac{FO}{HF} = \frac{x_k}{x}.$$

Dadurch sind nacheinander die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $E$  festgelegt, nachdem von Anfang an die Punkte  $O$ ,  $C$  und  $D$  gegeben waren. Dann liegen die Punkte  $H$  und  $F$  in Fig. 375 auf Kreisen über den Durchmessern  $CE$  und  $AB$ , in Fig. 376 auf Kreisen über den Durchmessern  $OE$  und  $OB$ .

Wir gehen nun dazu über, aus dem Spannungsdiagramm das Stromdiagramm abzuleiten. Zu diesem Zwecke dividieren wir alle Vektoren durch  $c \cdot x$ . Da dann die Vektoren der Ströme genau dieselbe Lage einnehmen wie die entsprechenden induzierten elektromotorischen Kräfte, so

ist das Diagramm um  $90^\circ$  gedreht, d. h. der Vektor der Klemmenspannung fällt in die Ordinatenachse. In dem Stromdiagramm ist dann:

$$\begin{aligned} CH &= I_a, & HF &= \frac{I_k}{c}, \\ DC &= \frac{\alpha \cdot e}{c^2 x}, & OC &= \frac{\gamma \cdot e}{c \cdot x}. \end{aligned}$$

Wir multiplizieren nun den Vektor  $HF$  im Stromdiagramm mit  $c$ , also in unserm Falle mit  $\frac{1}{2}$ . Wir erhalten dadurch den Kompensationsstrom im Stromdiagramm:

$$HK = I_k.$$

Wir sehen nun von der Entgegenwirkung des Anker- und Kompensationsstromes ab und verstehen jetzt unter  $I_k$  den Teil des Ankerstromes, der dem Anker aus der Kompensationswicklung zufließt. Wir haben dann das Vorzeichen zu ändern, d. h. es wird  $I_k = KH$ . Der andere Teil des Ankerstromes fließt dem Anker aus der mittleren Verbindungsleitung zu. Dieser Strom  $I_c$  ist nach Fig. 375 und 376 gleich dem Vektor  $CK$ .

Teilen wir nun den Vektor  $CK = I_c$  im Verhältnis  $CL : LK = \gamma : \alpha$ , so wird der Vektor  $LK = \alpha I_c$ . Dieser Vektor ergibt nach Fig. 373 und 374 mit dem Kompensationsstrom zusammen den Netzstrom, wir erhalten also den Netzstrom zu

$$I = LH.$$

Damit sind alle Ströme der Größe und Phase nach gegeben. Man kann nun noch die Kreise zeichnen, die den geometrischen Ort für die Punkte  $K$  und  $L$  darstellen, jedoch ist hier im Interesse der Übersichtlichkeit der Zeichnung davon Abstand genommen. Ebenso ist auf Berechnung der Drehzahl, die dem Quotienten aus der elektromotorischen Kraft  $GD$  und dem Feldkraftfluß proportional ist, nicht eingegangen.

In beiden Motoren tritt in der Bürstenachse ein Querkraftfluß auf, dessen Vektor unter Vernachlässigung der eigentlichen Ankerstreuung im Stromdiagramm in die Richtung  $CF$  fällt. Er ist gegen den Feldkraftfluß, dessen Phase jeweils mit der des Anker- oder Kompensationsstromes zusammenfällt, verschoben, so daß sich ein, wenn auch nicht vollkommenes, Drehfeld ergibt.

Bei dem Motor mit dem Feld in Reihe mit dem Anker sind die Kompensationswindungen nach Fig. 375 größer als die Ankerwindungen, wie dies mit Rücksicht auf gute Kommutierung erwünscht ist. Dagegen besitzt der Motor mit dem Feld in Reihe mit der Kompensationswicklung nach Fig. 376 den Vorteil, daß ein Leistungsfaktor gleich Eins oder eine negative Phasenverschiebung erzielt werden kann.

Das Querfeld ist für die Kommutierung günstig. Durch Änderung des Teilpunktes  $C$  am Transformator kann im allgemeinen das Querfeld so eingestellt werden, wie es für die Kommutierung erforderlich ist.

## Zwanzigstes Kapitel.

135. Der Drehstrom-Kollektormotor. — 136. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors. — 137. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors. — 138. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor. — 139. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler.

### 135. Der Drehstrom-Kollektormotor.\*)

Die gewöhnlichen Drehstrommotoren sind nur durch Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis, d. h. unter Vernichtung von Energie, in ihrer Drehzahl regelbar. Der Wunsch, auch bei Drehstrom verlustlos

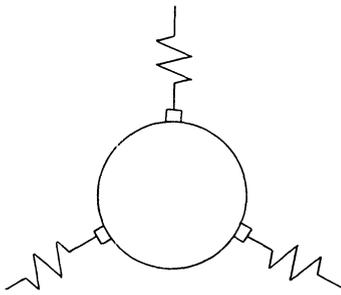


Fig. 377. Schema eines Drehstrom-Reihenschlußmotors in der Kurzschlußstellung.

regeln zu können, führte zur Ausbildung von Drehstrom-Kommutatormotoren. Diese besitzen den Stator eines gewöhnlichen Drehstrommotors und den Kommutatoranker einer Gleichstrommaschine. Auf dem Kommutator schleifen pro Polpaar drei Bürsten, die um 120 elektrische Grade gegeneinander verschoben sind. Die Motoren können als Reihenschlußmotoren oder Nebenschlußmotoren gebaut werden. Von diesen sollen im folgenden die Reihenschlußmotoren behandelt werden, und zwar unter Vernach-

lässigung der Eisensättigung, der Streuung, des Ohmschen Widerstandes und der Kurzschlußströme unter den Bürsten.

Die Statorwicklung ist unverkettet. Jede Statorphase ist mit ihrem einen Ende an eine Netzklemme, mit ihrem andern Ende an eine Rotorbürste, die in der Kurzschlußstellung in der Feldachse der betreffenden Statorwicklung liegt, angeschlossen (Fig. 377). Die Schaltung ist dabei derartig, daß Stator und Rotor sich magnetisch entgegengewirken.

Wir stellen uns nun zunächst die Aufgabe, den Stromverlauf im Rotor und die Form des vom Rotor erzeugten Feldes zu bestimmen.

Der Strom habe in der horizontal liegenden Phase 1 1' der Fig. 378 gerade seinen Höchstwert  $i_{max}$ . Er ist dann in den Phasen 2 2' und 3 3' halb so groß. Wie die Fig. 378 zeigt, tritt der Höchstwert des Stromes,

\*) Vergl. den Aufsatz von Rüdtenberg, ETZ 1910, S. 1181 ff.

nachdem er die Statorphase  $11'$  durchflossen hat, bei der Bürste  $I$  in den Rotor und teilt sich dort in zwei gleiche Teile. Die eine Hälfte fließt durch die rechts liegende Statorphase zur Bürste  $II$  und von dort durch die Spulenseiten  $2'$  und  $2$  des Stators zum Netz zurück. Die andere Hälfte fließt durch die linke Rotorphase zur Bürste  $III$  und von dort durch die Spulenseiten  $3'$  und  $3$  ebenfalls zum Netz. Die dritte Rotorphase ist im betrachteten Augenblicke stromlos.

Wir tragen dann die Strompfeile, die den Strömen auf der äußeren Mantelfläche des Ringankers entsprechen, auf dem Umfang eines äußeren, im Hohlraum des Ankers liegenden Kreises auf und gehen vom Ring,

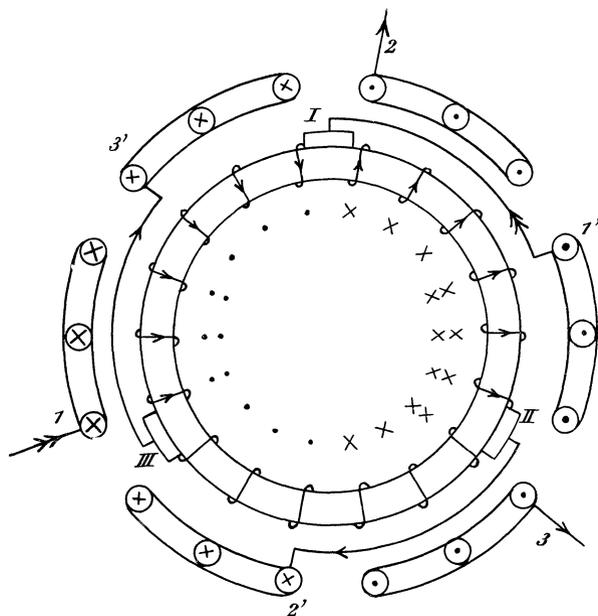


Fig. 378. Stromverlauf im Drehstrom-Reihenschlußmotor.  
(Durchmesserwicklung des Stators. Strom in der einen Statorphase ein Maximum.)

der einen ungünstigen und wenig übersichtlichen Kraftfluß erzeugt, zu der praktisch allein in Frage kommenden Trommel über. Bei dieser gehört zu jeder Spulenseite eine (bei zwei Polen) diametral gegenüberliegende Spulenseite. Die Strompfeile in den Drähten dieser Spulenseite sind in Fig. 378 auf einem inneren im Hohlraum des Ankers liegenden Kreise aufgetragen. Wir erkennen dann deutlich, daß die Rotorströme ein genaues Spiegelbild der Statorströme sind, indem die horizontal liegenden Windungen am stärksten magnetisierend wirken und zu beiden Seiten von halb so starken Stromwindungen eingefast werden.

Der Einfachheit wegen sei angenommen, daß die magnetischen Wirkungen des Stators und Rotors einander gleich seien. Die Bedingung

dafür ergibt sich, wenn  $\xi_1$  und  $\xi_2$  die gesamten Windungen auf dem Stator und dem als Trommel ausgeführten Rotor sind, aus der Überlegung, daß die Höchstwerte der vom Stator und Rotor ausgeübten magnetisierenden Kraft einander gleich sein müssen, d. h. nach Fig. 378:

$$\left(i_{max} + \frac{2i_{max}}{2}\right) \cdot \frac{\xi_1}{3} = 4 \cdot \frac{i_{max}}{2} \cdot \frac{\xi_2}{6}$$

Daraus folgt die Bedingung:  $\xi_2 = 2 \cdot \xi_1$ .

Wir betrachten jetzt den Augenblick, in welchem der Strom in den Statorphasen 1 1' und 3 3' gleich  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} i_{max}$  und in der Statorphase 2 2'

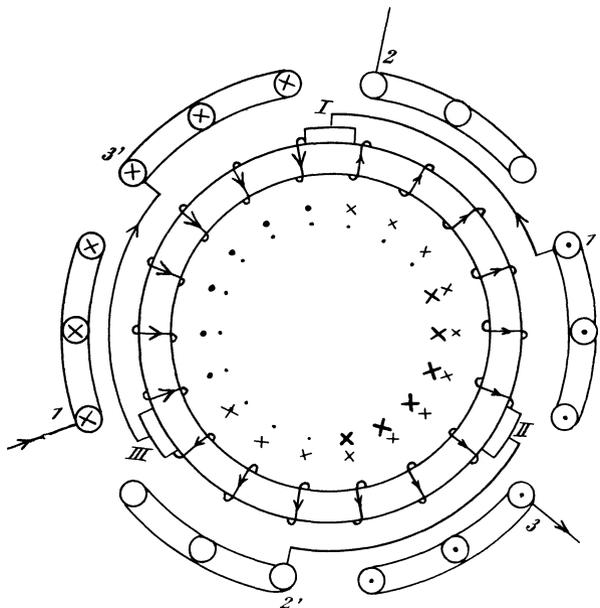


Fig. 379. Stromverlauf im Drehstrom-Reihenschlußmotor.  
(Durchmesserwicklung des Stators. Strom in der einen Statorphase gleich Null.)

gleich Null ist (Fig. 379). Dann teilt sich der Strom an der Rotorbürste *I* in zwei ungleiche Teile, von denen der größere nach links zur Rotorbürste *III* fließt, während ein halb so starker Strom nach rechts durch zwei hintereinander geschaltete Rotorphasen ebenfalls zur Bürste *III* fließt.

Tragen wir nun innerhalb des Ringankers die Strompfeile, die den Strömen auf der äußeren Mantelfläche entsprechen, auf einem äußeren Kreise auf und die entsprechenden zugehörigen diametral gegenüberliegenden Spulenseiten einer Trommelwicklung auf dem inneren Kreise, so sehen wir, daß die Rotorströme sich längs der Spulenseiten 2 und 2' des Stators aufheben und längs des übrigen Umfanges addieren. Der Rotor ist also in bezug auf seine magnetische Wirkung ein genaues Spiegelbild des Stators. Für eine Windungszahl  $\xi_2 = 2 \cdot \xi_1$  sind die magneti-

sierenden Wirkungen des als Trommel ausgeführten Rotors und des Stators wieder einander gleich.

### 136. Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Beim Betriebe sind die Bürsten um den Winkel  $\alpha$  aus der Kurzschlußstellung verschoben. Man sieht dann aus Fig. 380, daß die innerhalb des Winkels  $\alpha$  liegenden Windungen sich in ihrer magnetischen Wirkung addieren, während die auf dem Bogen  $\pi - \alpha$  liegenden Windungen sich in ihrer Wirkung wesentlich aufheben.

Die Windungen innerhalb des Winkels  $\alpha$  erzeugen ein Feld das im gezeichneten Augenblick in die Richtung des im Rotor gezeichneten Pfeiles fällt. Diese Richtung ergibt sich auch, wenn man die Ströme des Stators und Rotors unter dem Winkel  $180^\circ - \alpha$  addiert.

Die Rotordrähte ergeben in Verbindung mit dem Feld nach der Ampereschen Schwimmerregel ein Drehmoment im Sinne der Verschiebung der Bürsten aus der Kurzschlußstellung, und zwar unabhängig davon, ob die Verschiebung in Richtung des Drehfeldes oder gegen das Drehfeld erfolgt. Mit Rücksicht auf Hysterisis- und Wirbelstromverluste, sowie auf funkenlosen Gang erfolgt die Bürstenverschiebung stets im Sinne des Drehfeldes. Im folgenden ist eine solche Bürstenverschiebung im Sinne des Drehfeldes vorausgesetzt.

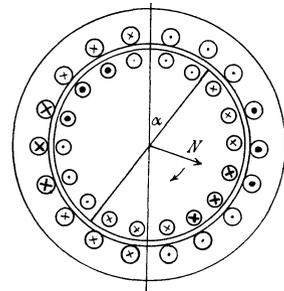


Fig. 380. Feldrichtung und Drehrichtung eines Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Wir gehen nun dazu über, das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Serienmotors zu ermitteln. Wie Fig. 377 zeigt, ist die Netzspannung die Resultierende aus der geometrischen Summe zweier in Stern geschalteter Statorphasen und einer Rotorphase. Nun bilden, wie wir aus Fig. 378 und 379 erkennen, zwei mit einer Rotorphase in Reihe geschaltete Statorspulen eine einzige Spule von doppelter Breite, deren Spulenseite in der Kurzschlußstellung genau vor der Spulenseite der zugehörigen Rotorphase liegt. Beispielsweise liegen die Einzelspulenseiten 1 und 2' genau in der gleichen Lage wie die Rotorphase zwischen den Bürsten I und III. Sind nun die Rotorbürsten in Richtung des Drehfeldes um den Winkel  $\alpha$  aus der Kurzschlußstellung verschoben, so umfaßt die betrachtete Rotorphase den resultierenden Drehkraftfluß um einen dem Winkel  $\alpha$  entsprechenden Zeitraum später als die zugehörigen Statorphasen.

Wir schließen daraus: Die elektromotorische Kraft in einer Rotorphase bleibt abgesehen vom Vorzeichen um den Winkel  $\alpha$  hinter der Summe der elektromotorischen Kräfte in den zugehörigen Statorphasen zurück. Die Resultierende aus den genannten elektromotorischen Kräften hält der konstanten Netzspannung das Gleichgewicht.

Wir dividieren nun die genannten elektromotorischen Kräfte durch  $\sqrt{3}$ . Dadurch erhalten wir statt der Summe der elektromotorischen Kräfte in zwei Statorphasen die elektromotorische Kraft einer einzigen Statorphase und statt der Netzspannung die Sternspannung des Netzes bzw. die Sternspannung des Generators, der das Netz speist. Statt der ganzen Rotorspannung erhalten wir ebenfalls einen  $\sqrt{3}$  mal so kleinen Wert. Diese Spannung wird nach Fig. 378 in einer Hälfte der betrachteten Rotorphase induziert, die in der Kurzschlußstellung genau symmetrisch zu der jetzt betrachteten einzelnen Statorphase liegt und ihr gegenüber bei Betrieb um den Winkel  $\alpha$  verschoben ist.

Wir haben auf diese Weise genau die gleichen Verhältnisse, wie wenn jede Phase des Statorstromes hintereinander eine Statorphase und eine gleich breite Rotorphase von gleicher Windungszahl durchfließt. Die Verkettung ist dadurch in reine Reihenschaltung jeder Phase übergeführt.

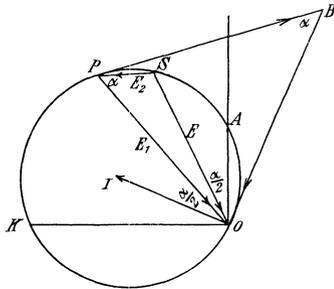


Fig. 381. Spannungsdiaagramm eines Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Für eine solche Reihenschaltung gilt dann (vergl. Fig. 381) die oben abgeleitete Beziehung, daß die elektromotorische Kraft im Rotor  $E_2 = SP$  mit der elektromotorischen Kraft im Stator  $E_1 = PO$  den Bürstenwinkel  $\alpha$  bildet, und daß beide elektromotorischen Kräfte zusammen eine konstante Resultierende  $SO$  geben, die der Sternspannung des Netzes entgegengesetzt ist. Der Punkt  $P$  liegt also auf einem Kreise, in welchem  $SO$  die Sehne über dem konstanten Bogen  $\alpha$  ist. In Fig. 381 ist der Vektor  $SO$  willkürlich so gelegt, daß er mit der Ordinatenachse den Winkel  $\frac{\alpha}{2}$  bildet.

Die Periodenzahl der elektromotorischen Kraft ist sowohl im Stator als auch an den Rotorbürsten gleich der primären Periodenzahl. Denn bei den feststehenden Bürsten macht es, wenn man die dazwischen liegenden Drähte als Ganzes betrachtet, nichts aus, ob und mit welcher Geschwindigkeit die Drähte innerhalb dieses Ganzen ihre Rolle wechseln.

Anders verhält es sich aber mit der Größe der elektromotorischen Kräfte im Stator und Rotor. Während die Größe der elektromotorischen Kraft im Stator sich nach der vollen primären Periodenzahl berechnet, entspricht sie im Rotor, der in Richtung des Drehfeldes umläuft, nur der Periodenzahl der Schlüpfung. Ist also  $s$  die relative Schlüpfung, so ergibt sich, da beide elektromotorischen Kräfte durch den gleichen resultierenden Kraftfluß induziert werden:

$$\frac{SP}{PO} = \frac{E_2}{E_1} = s.$$

Bei Stillstand ist  $s = 1$ . Der Punkt  $P$  fällt dann mit dem Punkte  $K$  zusammen, der dadurch bestimmt ist, daß  $E_2 = E_1$ , also  $SK = KO$  ist. Wie leicht einzusehen, fällt bei der gewählten Lage des Vektors  $SO$  der Vektor  $KO$ , der die elektromotorische Kraft im Stator bei Stillstand darstellt, in die Abszissenachse.

Bei Synchronismus ist die Schlüpfung  $s$  gleich Null, d. h. die elektromotorische Kraft  $E_2$  im Rotor gleich Null. Der Punkt  $P$  fällt dann mit dem Punkt  $S$  zusammen. Der Punkt  $S$  entspricht also dem Synchronismus. Die Statorspannung ist dabei gleich der Sternspannung des Netzes.

Der Kreisbogen  $KS$  entspricht also dem untersynchronen Lauf. Rückt der Punkt  $P$  nach rechts über  $S$  hinaus, so ändert der Vektor  $SP$  seine Richtung, d. h. die relative Verschiebung des Feldes gegenüber den einzelnen Rotordrähnen ändert ebenfalls ihre Richtung. Dies bedeutet, daß der Rotor übersynchron läuft. Rückt der Punkt  $P$  weiter nach  $A$ , so wird  $-E_2$  gleich  $E_1$ , was dem doppelten Synchronismus entspricht.

### 137. Das Stromdiagramm des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Wir können jetzt aus dem Diagramm der elektromotorischen Kräfte in einfacher Weise ein Stromdiagramm ableiten. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft in Fig. 381,  $E_1 = PO$ , ist die Resultierende aus einer elektromotorischen Kraft  $PB$ , die der auch beim Lauf mit der vollen Periodenzahl rotierende, allein vom Rotorstrom erzeugte Kraftfluß im Stator induziert, und aus der elektromotorischen Kraft  $BO$ , die der Stator auf sich selbst induziert. Dabei sind die elektromotorischen Kräfte  $PB$  und  $PO$  wegen der von uns angenommenen Gleichheit der Amperewindungen des Stators und Rotors und der nach S. 496 festgestellten Gleichheit der Windungszahlen auf Rotor und Stator einander gleich. Ferner eilt der Vektor  $PB$ , abgesehen vom Vorzeichen, dem Vektor  $BO$  um den Winkel  $\alpha$  voraus, da nach Fig. 380 auch der vom Rotor erzeugte Drehkraftfluß dem vom Stator erzeugten Drehkraftfluß um den Winkel  $\alpha$  vorausseilt. Das Dreieck  $PBO$  ist also gleichschenkelig und enthält die Basiswinkel  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ .

Der Vektor des Statorstromes eilt nun um  $90^\circ$  hinter der von ihm selbst induzierten elektromotorischen Kraft  $BO$  voraus; er ist also durch den Vektor  $OI$  gegeben. Da der Winkel  $BOP$  gleich  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$  war, so ist der Winkel  $POI$  gleich  $\frac{\alpha}{2}$ . Der Stromvektor bleibt also um den konstanten Winkel  $\frac{\alpha}{2}$  hinter dem Vektor der Statorspannung zurück.

Nun stellte der Vektor  $SO$  die elektromotorische Kraft dar, die der Sternspannung des Netzes das Gleichgewicht hält. Demnach ist  $OS$  die Sternspannung des Netzes und der Winkel  $SOI$  der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung des Motors.

Daraus folgt nun das Stromdiagramm. Bei konstantem Winkel  $\alpha$  ist nicht nur der Vektor  $BO$ , sondern auch der Vektor  $PO$  dem Statorstrom proportional. Demnach stellt uns, abgesehen vom Maßstab,  $OP$  den Motorstrom dar, und zwar zunächst nach seiner Größe. Da jedoch nach der Konstruktion des Diagrammes der Winkel  $SOI$  gleich dem Winkel  $AOP$  ist, so gibt der Vektor  $OP$ , wenn wir den Vektor der Sternspannung des Netzes in die Ordinatenachse fallen lassen, auch die Phase des Stromes an.

Das entsprechende Stromdreieck ist in Fig. 382 gezeichnet.  $OK$  ist der Strom bei Stillstand,  $OS$  der Strom bei Synchronismus und  $OA$  der Strom bei doppeltem Synchronismus, bei welchem ein Leistungsfaktor Eins erreicht wird. Im Bereiche von  $A$  bis  $O$  wird die Phasenverschiebung negativ.

Das Verhältnis  $SP:PO$  gibt wieder die Schlüpfung  $s$  an. Wir können daraus die Drehzahl rechnerisch ermitteln, und indem wir die Leistung  $e \cdot I \cdot \cos \varphi$  durch sie dividieren, das Drehmoment ableiten. Einfacher ergibt sich das Drehmoment aus der Überlegung, daß das Drehmoment bei konstanter Bürstenverschiebung dem Kraftfluß und dem Rotorstrom, d. h. dem Quadrate der Stromstärke proportional ist.

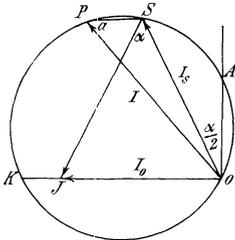


Fig. 382. Stromdiagramm eines Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Zur Zeichnung des Stromdreieckes benutzen wir die Tatsache, daß die Spannung am Stator bei Synchronismus gleich der Netzspannung wird. Der Kraftfluß bei Synchronismus ist also ebenso groß wie wenn wir die Netzspannung allein an den Stator gelegt denken, wobei ein Leerstrom  $I_0$  in den Stator fließt. Der Leerstrom  $I_0$ , senkrecht zur Klemmenspannung, ist also die Resultierende aus dem Statorstrom  $I_s$  und dem nach unserer Voraussetzung gleich großen Rotorstrom, die sich unter dem Winkel  $\alpha$  zusammensetzen. Wir haben also zur Zeichnung des Stromdiagrammes über  $OJ = I_0$  als Basis ein gleichschenkeliges Dreieck zu zeichnen, in welchem der Winkel an der Spitze gleich  $\alpha$  ist. Über  $OS$  als Sehne mit dem gegenüberliegenden Winkel  $\alpha$  ist dann das Kreisdiagramm zu zeichnen.

### 138. Drehstrom-Regelsätze mit Hintermotor. \*)

Eine verlustlose Regelung von Drehstrommotoren kann auch mit Hilfe eines Hintermotors bewirkt werden, in welchem die Schlupfenergie des Rotors nutzbar gemacht wird.

Am einfachsten ist dabei eine Anordnung, bei welcher als Hintermotor ein auf der Welle des als Asynchronmotor gebauten Hauptmotors

\*) Vergl. über Abschnitt 138 und 139 den Aufsatz von Dr. Georg Meyer in „Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen“ 1911, Heft 22—24.

sitzender Drehstromkollektormotor benutzt wird. Dieser wird entweder als Serienmotor gebaut und durch Bürsterverschiebung geregelt oder als Nebenschlußmotor mit Spannungsregelung ausgeführt.

Bei einer anderen Anordnung (nach Scherbius) wird der Hintermotor, der ebenfalls als Kollektormotor ausgeführt ist, getrennt vom Hauptmotor aufgestellt. Er treibt einen auf das Netz geschalteten Asynchron-generator an. Die Schlupfenergie wird also nicht, wie oben, mechanisch, sondern elektrisch nutzbar gemacht.

Ein weiteres Mittel, um die Schlupfenergie nutzbar zu machen, besteht darin, daß man den Rotorstrom des Hauptmotors nach Fig. 383 einem Einankerumformer zuführt. Von der Gleichstromseite dieses Umformers wird der Anker eines auf der Welle des Hauptmotors sitzenden

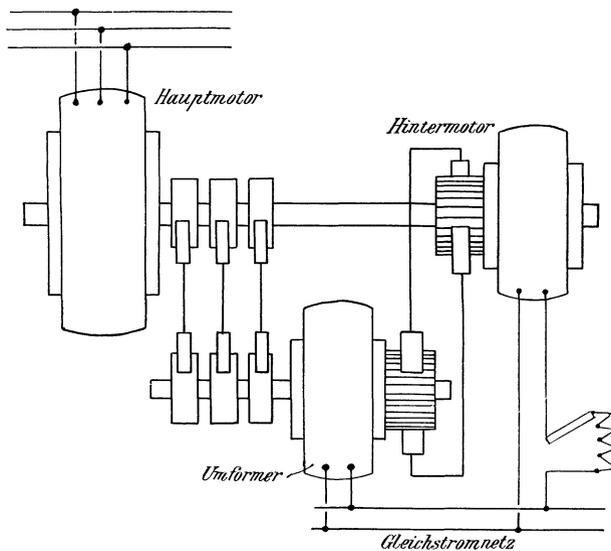


Fig. 383. Regelsatz mit Gleichstrom-Hintermotor.

Gleichstrommotors gespeist. Die Regelung der Drehzahl erfolgt durch Änderung der Erregung des Gleichstrommotors. Wie sich im folgenden Kapitel ergibt, stehen beim Einankerumformer die Drehstrom- und Gleichstromspannung in einem bestimmten, unveränderlichen Verhältnis. Da auf der Drehstromseite ein solcher Umformer sich genau wie ein Synchronmotor verhält, so ist es möglich, durch geeignete Erregung den Leistungsfaktor gleich Eins zu erreichen. In diesem Falle, der im folgenden bei allen verschiedenen Betriebszuständen vorausgesetzt werden soll, stehen wegen Gleichheit der zugeführten und abgeführten Leistung auch die Stromstärken des Drehstromes und Gleichstromes im Umformer in einem bestimmten Verhältnis.

Wir wollen nun weiter annehmen, daß der Kraftfluß im Rotor des Hauptmotors konstant ist. Dies trifft bei Vernachlässigung der Streuung

genau zu und gilt auch bei Berücksichtigung der Streuung mit großer Genauigkeit innerhalb des rechten Teiles der Fig. 331. Die Verluste mögen in allen drei Maschinen der Fig. 383 vernachlässigt werden.

Unter diesen Voraussetzungen ist die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors proportional der relativen Schlüpfung  $s$ .

Andererseits ist die Spannung des Gleichstrommotors proportional dem Kraftfluß  $N$  des Gleichstrommotors und der Drehzahl, die wegen der Anordnung der beiden Motoren auf derselben Welle proportional  $1 - s$  ist.

Da beide Spannungen gleichzeitig am Umformer liegen, so ist ihr Verhältnis konstant. Unter Einführung eines konstanten Faktors  $k_1$  ergibt sich also

$$N \cdot (1 - s) = k_1 \cdot s$$

oder

$$N = k_1 \cdot \frac{s}{1 - s}. \quad (\text{a})$$

Ferner ergibt sich, wie in Abschnitt 117, daß von der gesamten Leistung  $P_1$ , die dem Stator des Asynchronmotors zugeführt wird, der Betrag  $s \cdot P_1$  im Rotorkreis in elektrische Leistung umgesetzt wird. An die Stelle der Jouleschen Wärme im Rotorwiderstand oder in einem Anlaßwiderstand tritt einfach die dem Umformer zugeführte Energie. Diese wird weiter dem Gleichstrommotor zugeführt, so daß sich die Leistung  $P_g$  des Gleichstrommotors zu

$$P_g = s \cdot P_1 \quad (\text{b})$$

ergibt. Demnach ist die mechanische Leistung des Drehstrommotors

$$P_d = P_1 - P_g = (1 - s) \cdot P_1. \quad (\text{c})$$

Wie die Gleichung (a) erkennen läßt, ist bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors auch die Schlüpfung konstant. Die Drehzahl wird also durch eine Änderung der Belastung nicht geändert. Das Getriebe verhält sich also wie ein Nebenschlußmotor. Weiter zeigen die Gleichungen (b) und (c), daß das Verhältnis der Gleichstromleistung zur mechanischen Drehstromleistung bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors ebenfalls unabhängig von der Belastung ist.

Um den Einfluß der Feldänderung des Gleichstrommotors deutlich zu machen, tragen wir in Fig. 384 die der Drehzahl entsprechenden Werte  $1 - s$  von  $O$  an als Abszisse auf.  $OB$  sei gleich Eins, d. h. der Punkt  $B$  entspreche dem Synchronismus. Dann ist  $OA = 1 - s$  und  $AB = s$ . Wir berechnen dann den Kraftfluß  $N$  des Gleichstrommotors nach Gleichung (a) und tragen die erhaltenen Werte als Ordinaten auf. Die Kurve läßt zu jedem Werte von  $N$  die zugehörige Drehzahl  $OA$  ablesen. Gleichzeitig ergibt sich nach Gleichung (b), daß das Verhältnis  $AB:OB$  bei jeder Belastung den Teil der Gesamtleistung angibt, den der Gleichstrommotor übernimmt.

Wie die Kurve zeigt, verringert sich die Drehzahl mit wachsender Erregung des Hintermotors. Der Vorgang vollzieht sich dabei in der Weise, daß eine Steigerung der Spannung an den Bürsten des Hintermotors auch eine Steigerung der Spannung an den Bürsten des Hauptmotors mit sich bringt. Dadurch fällt der Rotorstrom des Hauptmotors und die Drehzahl nimmt ab, bis infolge der größeren Schlüpfung der Strom wieder stark genug für das Drehmoment ist.

Die Stromstärke des Gleichstrommotors ist proportional dem Rotorstrom des Hauptmotors, d. h. nach Fig. 331 nahezu proportional dem primären Wattstrom und der dem Drehstrommotor zugeführten Leistung. Dabei ist die zugeführte Leistung nicht nur von der jeweiligen Belastung, d. h. von dem durch beide Motoren gemeinsam zu überwindenden Lastmoment, sondern auch von der Drehzahl, d. h. vom Feld des Hintermotors abhängig.

Durch eine zusätzliche Hauptstromwicklung auf dem Hintermotor läßt sich erreichen, daß das Getriebe die Eigenschaften eines mit Belastung in seiner Drehzahl abfallenden Compoundmotors besitzt, wie dies bei Kupplung mit Schwungmassen von Vorteil ist.

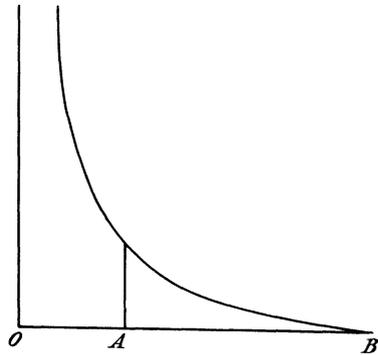


Fig. 384. Abhängigkeit der Drehzahl  $OA$  von der Erregung des Hintermotors.

### 139. Drehstrom-Regelsatz mit Frequenzwandler.

Anstatt durch einen Hintermotor kann die verlustlose Regelung von Drehstrommotoren auch nach einer von den Siemens-Schuckert-Werken im Verein mit Alexander Heyland ausgebildeten Anordnung durch einen Frequenzwandler vorgenommen werden. Der Frequenzwandler (Fig. 385) besteht aus einem Gleichstromanker, der in einem, den magnetischen Schluß für die Kraftlinien bildenden Stator läuft und in der einfachsten Anordnung auf der Welle des Hauptmotors sitzt. In der praktischen Ausführung wird zwischen Hauptmotor und Frequenzwandler eine Übersetzung eingeschaltet, oder der Frequenzwandler wird durch einen besonderen Motor angetrieben, der primär an das Netz, sekundär an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist. Der Stator des Frequenzwandlers ist unbewickelt oder trägt wenigstens nur eine Wendepolwicklung. Der Anker besitzt einen Kollektor, der über Bürsten an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist, während die Schleifringe des Ankers über einen regelbaren Transformator an das Netz angeschlossen sind.

Wir wollen annehmen, der Maschinensatz laufe mit einer ganz bestimmten Schlüpfung. Dann wird der Frequenzwandler über den Kollektor mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl gespeist. Im Frequenzwandler entsteht dann ein Feld, das im Raume mit der Periodenzahl der Schlüpfung rotiert. Der durch die drei Bürsten auf dem Kollektor zugeführte Strom wirkt, obgleich der Rotor gedreht wird, genau wie der Strom einer feststehenden Wicklung, wie er z. B. den Klemmen des Stators eines gewöhnlichen Drehstrommotors zugeführt wird.

Die Schaltung zwischen den Schleifringen des Hauptmotors und den Kollektorbürsten ist derartig, daß das Drehfeld im Frequenzwandler entgegengesetzt der Drehrichtung des Maschinensatzes rotiert. Die Relativgeschwindigkeit eines einzelnen Rotordrahtes gegenüber dem Feld ist also die Summe aus einer der Drehzahl des Maschinensatzes entsprechenden Periodenzahl und der Periodenzahl der Schlüpfung des Hauptmotors. Die

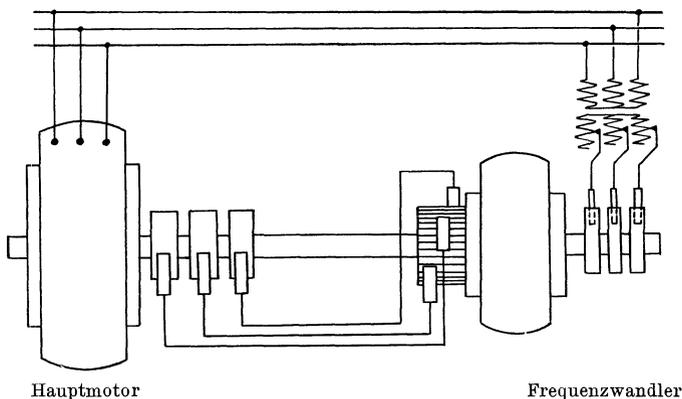


Fig. 385. Grundsätzliche Anordnung des Frequenzwandlers.

Periodenzahl an den Schleifringen des Frequenzwandlers ist also genau gleich der Netzfrequenz. Auf diese Weise wird es möglich, von den Schleifringen des Frequenzwandlers Strom ins Netz zurückzuliefern.

Während nun die Periodenzahlen des Stromes an den Kollektorbürsten und an den Schleifringen verschieden sind, sind die Spannungen an beiden Seiten einander gleich, da sie sich in beiden Fällen aus der Relativgeschwindigkeit der einzelnen Rotordrähte gegenüber dem Drehfeld berechnen. Aus diesem Grunde paßt die Schleifringspannung des Frequenzwandlers nicht unmittelbar für das Netz, sondern sie muß erst durch einen Transformator auf die Netzspannung umgeformt werden.

Der Transformator dient nun gleichzeitig zur Regelung der Drehzahl, indem durch Betätigung eines Stufenschalters das Übersetzungsverhältnis des Transformators und dadurch die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers geändert wird. Dadurch wird gleichzeitig die Spannung an den Kollektorbürsten des Frequenzwandlers, d. h. die Spannung an

den Rotorbürsten des Hauptmotors geändert. Wird beispielsweise die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers erhöht, so wächst die Spannung an den Bürsten des Hauptmotors. Die Folge ist, daß zur Erzielung dieser Spannung die Schlüpfung größer werden muß. Im Gleichgewichtszustand ergeben im Frequenzwandler der Kommutatorstrom und der Schleifringstrom, die sich wesentlich entgegenwirken, als Resultierende den der jeweiligen Spannung des Frequenzwandlers entsprechenden Magnetisierungsstrom.

Der Vorgang der Regelung vollzieht sich in der Weise, daß eine Erhöhung der Gegenspannung des Transformators zunächst den aus dem Frequenzwandler in den Transformator gelieferten Strom verringert. Infolgedessen überwiegt im Frequenzwandler der Kommutatorstrom. Die von ihm induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion drosselt den Kommutatorstrom, der zugleich Rotorstrom des Hauptmotors ist, ab. Das Drehmoment des Hauptmotors wird dadurch kleiner als das Lastmoment, und der Hauptmotor fällt in seiner Drehzahl so weit ab, bis bei der dem Hauptmotor aufgezwungenen Schleifringspannung wieder derjenige Rotorstrom erzeugt wird, der dem Drehmoment entspricht. Der Vorgang ist also genau der gleiche, wie wenn wir Widerstand in den Rotorkreis eines Drehstrommotors einschalten.

---

## Einundzwanzigstes Kapitel.

140. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers. — 141. Spannungsregelung beim Einankerumformer. — 142. Der Effektverlust im Einankerumformer. — 143. Der Kaskadenumformer.

### 140. Allgemeine Wirkungsweise des Einankerumformers.

Der Einankerumformer ist eine Gleichstrommaschine, deren Ankerwicklung außer an den Kommutator an zwei oder mehrere Schleifringe

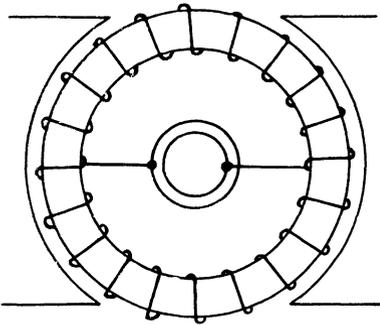


Fig. 386. Einankerumformer für Einphasenstrom.

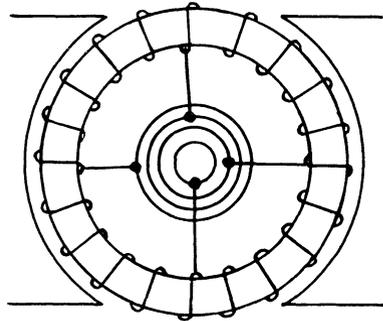


Fig. 387. Einankerumformer für Zwei- und Vierphasenstrom.

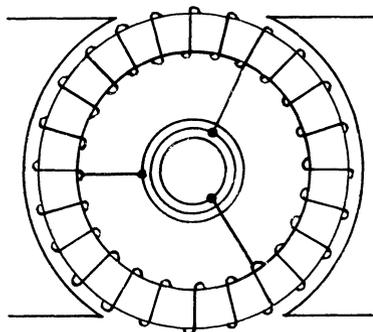


Fig. 388. Einankerumformer für Dreiphasenstrom.

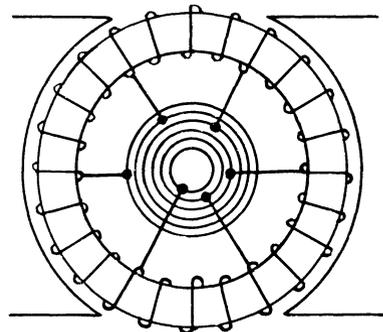


Fig. 389. Einankerumformer für Sechsphasenstrom.

angeschlossen ist. Je nach der Anzahl der Schleifringe unterscheidet man Umformer für Einphasenstrom (Fig. 386), Zwei- und Vierphasenstrom

(Fig. 387), Dreiphasenstrom (Fig. 388) und Sechsphasenstrom (Fig. 389). Man erhält einen Sechsphasenumformer einfach dadurch, daß man bei einem Dreiphasentransformator die sekundäre Wickelung nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer gegeben. Allerdings hat man dabei eigentlich nur drei einzelne Dreiphasensysteme des Transformators. Aber auch der Sechsphasenumformer kann ganz bequem als ein System von drei Phasen aufgefaßt werden, deren Spulenseiten die Breite einer vollen Polteilung haben, um  $120^\circ$  verschoben sind und sich gegenseitig teilweise überdecken.

Der Einankerumformer arbeitet gewöhnlich als ein- oder mehrphasiger, synchroner Wechselstrommotor und als Gleichstromgenerator, kann jedoch auch von der Gleichstromseite als Motor angetrieben werden, so daß er auf der Wechselstromseite als Generator arbeitet. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß der erzeugte Wechselstrom nur für Glühlampen benutzt wird. Andernfalls muß ein allein auf ein Wechselstromnetz arbeitender Umformer gegen Durchgehen besonders gesichert sein, da ein von ihm erzeugter Strom, der in der Phase gegen die Spannung zurückbleibt, nach S. 327 eine Feldschwächung der Maschine zur Folge hat.

Außerdem kann die Maschine auch zur gleichzeitigen Lieferung von Gleichstrom und Wechselstrom benutzt werden. Im folgenden soll ihre Wirkungsweise als Wechselstrommotor und Gleichstromgenerator dargestellt werden.

Die wesentliche Eigenschaft des Einankerumformers besteht darin, daß für die elektromotorische Kraft des Gleichstromes und des Wechselstromes der gleiche Kraftfluß und die gleiche Drehzahl maßgebend sind. Dabei ist unter dem Kraftfluß nicht etwa der von den Magneten allein erzeugte Kraftfluß, sondern der resultierende, im Anker vorhandene Kraftfluß zu verstehen, der unter dem Einfluß der Amperewindungen der Magnete und des Ankers zustande kommt, und bei dem auch die Selbstinduktion des Ankers schon berücksichtigt ist. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverlustes ist also nach S. 324 die Klemmenspannung und nicht die Magneterregung der Wechselstrommaschine ein Maß für den Kraftfluß.

Daraus folgt dann, daß die Klemmenspannung des Wechselstromes und des Gleichstromes, wenn man nicht besondere Vorkehrungen trifft, in einem ganz bestimmten Verhältnis stehen. Wenn wir der Einfachheit wegen eine zweipolige Maschine ins Auge fassen, so ist die Gleichstromspannung  $E_g = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$ , während die Wechselstromspannung, wenn  $f$  die Anzahl der Ankerabteilungen ist, nach S. 310 durch die Gleichung

$$E_w = k \cdot N \cdot v \cdot \frac{z}{f} \cdot 10^{-8}$$

gegeben ist. Die Anzahl der Ankerabteilungen, die durch  $f$  bezeichnet ist, ist bei Einphasenstrom gleich 2, bei Zwei- und Vierphasenstrom

gleich 4, bei Dreiphasenstrom gleich 3 und bei Sechsphasenstrom gleich 6. Der Faktor  $k$  ist von der Form des Feldes, dem Polbogen  $\beta$ , und von der Breite  $2\gamma$  der Spulenseite einer Ankerabteilung abhängig. Demnach verhält sich, da  $\nu$  bei unserer zweipoligen Maschine gleich  $\frac{n}{60}$  ist, die elektromotorische Kraft  $E_w$  bei Wechselstrom zur elektromotorischen Kraft  $E_g$  bei Gleichstrom wie  $k:f$ , d. h.:

$$\frac{E_w}{E_g} = \frac{k}{f}. \quad (\text{a})$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen. Nach Gleichung 44, 47 und 48 auf S. 310, 317 und 318 ergibt sich folgende Zahlentafel:

	$f$	$2\gamma/\pi$	Werte des Faktors $k$		
			für Sinusform	für $\beta/\pi = \frac{2}{3}$	für $\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen . . . . .	2	1	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{6}$
Dreiphasen . . . . .	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{15}$	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$
Zwei- und Vierphasen	4	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
Sechsphasen . . . . .	6	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}\sqrt{14}$

Bei sinusförmigem Feld wird z. B. für Einphasenstrom  $\frac{k}{f}$ , d. h. das Verhältnis der Wechselstromspannung zur Gleichstromspannung gleich 0,707. Dies Ergebnis können wir leicht durch die Überlegung bestätigen, daß der Höchstwert der Wechselstromspannung induziert wird, wenn die Zuführungsdrähte zu den Schleifringen in Fig. 386 ebenso wie die Gleichstrombürsten in der neutralen Zone stehen. Der Höchstwert der Wechselstromspannung bei Einphasenstrom und sinusförmigem Feld ist also gleich der Gleichstromspannung, der Effektivwert ist also 0,707 mal so groß.

Die Tatsache, daß die Gleichstrom- und Wechselstromspannung beide von derselben Größenordnung sind, macht bei Umformung von hochgespanntem Wechselstrom in Gleichstrom die Anwendung eines ruhenden Transformators nötig. Dadurch wird die Anlage wieder etwas teurer. Sie stellt sich aber doch billiger als die Umformung durch eine Doppelmaschine (Motorgenerator).

Wir berechnen jetzt das Verhältnis der Stromstärken auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite. Ist  $i_{max}$  der Höchstwert des Wechselstromes in einer Ankerabteilung und  $\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und Stromstärke, so ist die Wechselstromleistung aller Abteilungen zusammen:

$$P_w = f \cdot E_w \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Dagegen ist die Gleichstromleistung, wenn  $c$  die Stromstärke des Gleichstroms in einer Ankerabteilung bedeutet:

$$P = 2 E_g \cdot c.$$

Setzen wir nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie und unter Vernachlässigung der Verluste beide Leistungen gleich, so ergibt sich das Verhältnis  $\eta$  des Höchstwertes des Wechselstromes zum Gleichstrom mit Berücksichtigung von Gleichung (a) zu:

$$\eta = \frac{i_{max}}{c} = \frac{2\sqrt{2}}{f \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{E_g}{E_w} = \frac{2\sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}. \quad (b)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen.

Die Größe des Leistungsfaktors  $\cos \varphi$  läßt sich, wie bei jedem Synchronmotor, willkürlich durch Änderung der Erregung einstellen. Bei konstanter Wechselstromspannung, also konstantem resultierenden Kraftfluß, ändert sich durch Änderung der Erregung naturgemäß die Größe und Phase des Wechselstromes, und zwar in einer solchen Weise, daß die resultierende Erregung konstant bleibt.

Daraus geht zugleich hervor, daß man nicht ohne weiteres daran denken kann, die Gleichstromspannung durch Änderung der Erregung zu beeinflussen.

### 141. Spannungsregelung beim Einankerumformer.

Eine Spannungsregelung wird beim Einankerumformer dadurch möglich gemacht, daß man vor die Wechselstromseite eine Drosselspule schaltet. Ist ein ruhender Transformator zur Herabsetzung der Wechselstromspannung vorhanden, so kann man den induktiven Widerstand auch dadurch erreichen, daß man statt einer Drosselspule einen Transformator mit großer Streuung verwendet. Die Spannung des Wechselstromnetzes sei  $e$  und die Induktanz der Drosselspule gleich  $x$ . Der Umformer sei übererregt, so daß seine Klemmenspannung nach S. 376 hinter dem Strome, dessen Vektor in die Richtung von  $h$  fallen möge, zurückbleibt (Fig. 390). Da die Maschine nach unserer Annahme als Wechselstrommotor arbeitet, so bleibt der Vektor  $OA$ , welcher der von der Magneterregung allein induzierten elektromotorischen Kraft das Gleichgewicht hält, nach Fig. 290 hinter der Spannung zurück. Wenn wir den Ohmschen Verlust vernachlässigen, so stellt der Vektor  $CB = I \cdot x$  den induktiven Spannungsverlust in der Drosselspule und der Vektor  $BA = L \omega \cdot I$  den induktiven Spannungsverlust im Umformer dar. Die Klemmenspannung des Umformers, die dem Kraftfluß und der Gleichstromspannung proportional ist, ist jetzt nicht mehr gleich  $OC$ , sondern gleich  $OB$ . Es läßt sich zeigen, daß sie geändert wird, wenn wir die Erregung verändern. Der Einfachheit wegen soll dabei die Leistung  $e \cdot I \cdot \cos \varphi$  des Umformers konstant bleiben. Da  $e \cdot \cos \varphi$  gleich der Höhe  $h$  des Dreiecks  $OAC$  ist und  $AC$  dem Strome

proportional ist, so ist die Leistung proportional der Fläche  $OAC$ . Diese Fläche ist also ebenso wie die Leistung konstant. Bei festliegendem Vektor  $e$ , der jetzt als Basis des Dreiecks  $OAC$  betrachtet wird, bewegt sich, wenn wir die Erregung ändern, der Punkt  $A$  auf einer Parallelen zu  $OC$ , also z. B. nach  $A'$ . Da der Punkt  $B$  den Vektor des gesamten induktiven Spannungsverlustes in konstantem Verhältnis teilt, so bewegt er sich ebenfalls auf einer Parallelen zu  $OC$ , also nach  $B'$ . Durch stärkere Erregung vergrößern wir also nicht nur den Vektor  $OA$ , sondern auch den Vektor  $OB$ , welcher der Gleichstromspannung proportional ist. Gleichzeitig wird die Stromstärke und die negative Phasenverschiebung größer.

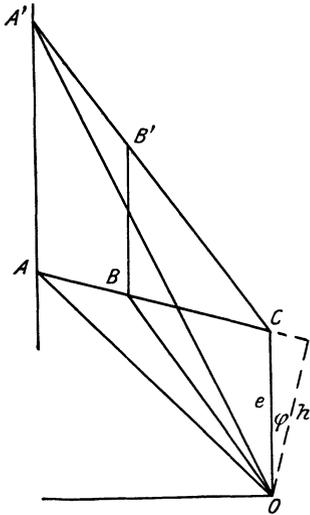


Fig. 390. Diagramm für Spannungsregelung durch Drosselspule.

Allgemein ist bei negativer Phasenverschiebung die Schleifringspannung größer als die Netzspannung. Ebenso ergibt sich bei positiver Phasenverschiebung eine Schleifringspannung, die kleiner ist als die Netzspannung. Dies geht deutlich aus den Fig. 391 und 392 hervor.

Falls der Umformer auf der Wechselstromseite einen Transformator besitzt, kann die Spannungsregulierung dadurch bewirkt werden, daß man den Transformator zur Zu- und Abschaltung eines Teiles der Primärwindungen einrichtet oder als Induktionsregler ausbildet.

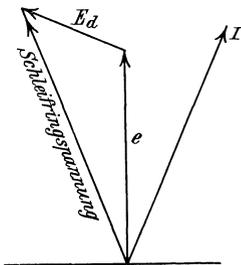


Fig. 391. Spannungserhöhung durch Übererregung bei Vorschaltung einer Drosselspule.

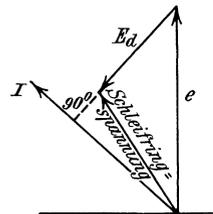


Fig. 392. Spannungserniedrigung durch Untererregung bei Vorschaltung einer Drosselspule.

Ein weiteres Mittel zur Veränderung der Gleichstromspannung bei gegebener Wechselstromspannung ist die Verschiebung der Gleichstrombürsten aus der neutralen Zone heraus, so daß eine Abteilung des Gleichstromes mehr oder weniger vor entgegengesetzten Polen liegt. Diese Methode führt, damit kurzgeschlossene Spulen nicht in einem starken Felde liegen, zur Anwendung von Spaltpolen.

Spaltpole sind auch zu dem Zwecke vorgeschlagen, um durch Einführung von Wellen höherer Periodenzahl das Verhältnis der Gleichstrom- und Wechselstromspannung zu ändern. Die Spaltpole werden in diesem Falle verschieden stark erregt. Am besten stellen wir uns vor, daß sie gleichwertig sind mit einem, der einfachen Periodenzahl entsprechenden Polpaar und einem darübergelagerten Polgestell für eine mehrfache Periodenzahl. Die Anzahl der zusätzlichen Pole ist so gewählt, daß sie nur auf die Gleichstromspannung und nicht auf die Wechselstromspannung einen Einfluß haben. Betrachten wir z. B. den zweipoligen Dreiphasenumformer in Fig. 393, so sehen wir, daß die Spulenbreite zwei volle Polteilungen der zusätzlichen Wechselfole umfaßt, so daß die von diesen Polen in ihr induzierte elektromotorische Kraft bei sinusartigem Feld in jedem Augenblicke gleich Null ist.\*) Dagegen sieht man, daß eine Ankerabteilung des Gleichstroms außer durch die Hauptpole durch zwei gleichnamige und einen ungleichnamigen zusätzlichen Hilfspol beeinflusst wird, also durch Änderung der Erregung der Hilfspole reguliert werden kann.

Man braucht nun gar nicht zwei getrennte Polsysteme anzuwenden, sondern kann beide Polsysteme superponieren, d. h. man spaltet die Hauptpole in drei Teile und legt auf die so gewonnenen Spaltpole regulierbare Wicklungen, welche die Stärke des mittelsten Poles im Verhältnis zu den beiden äußeren zu verändern gestatten.

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man auch dadurch, daß man jeden Pol nur in zwei Teile spaltet und beide Teile verschieden stark erregt. Allerdings wird man dabei auf eine sinusförmige Kurve der elektromotorischen Kraft verzichten müssen. Die Regulierung des Verhältnisses der Gleichstrom- und Wechselstromspannung beruht darauf, daß sich die von beiden Einzelpolen induzierten

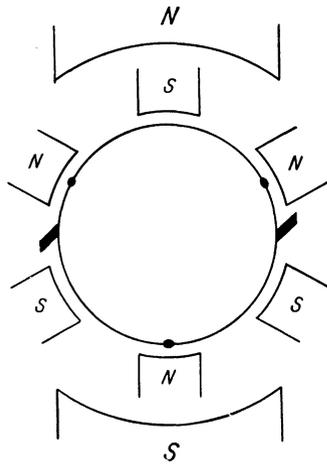


Fig. 393. Hauptpole und zusätzliche Pole, gleichwertig mit verschieden erregten Spaltpolen.

\*) In unserem Falle werden also elektromotorische Kräfte von dreifacher Periodenzahl überhaupt nicht induziert, und Ströme dreifacher Periodenzahl können daher nicht ins Netz gelangen. Das letztere ist übrigens bei allen Dreiphasenwickelungen ausgeschlossen, auch wenn die Breite der Spulenseite nicht gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung ist. Um dies z. B. für Dreieckschaltung zu erkennen, braucht man nur drei Windungen in Fig. 393 vor der Mitte gleichnamiger Hilfspole angeordnet und im Dreieck geschaltet zu denken. Man sieht dann, daß der in einer Windung induzierte Strom in seiner vollen Stärke in die zweite Windung weiter fließt, also nicht ins Netz gelangt.

elektromotorischen Kräfte für den Gleichstrom algebraisch, für den Wechselstrom geometrisch addieren.

### 142. Der Effektverlust im Einankerumformer.

Wir betrachten im folgenden wieder einen Umformer, der von der Wechselstromseite angetrieben wird, der also als Wechselstrommotor und als Gleichstromgenerator arbeitet. Nun haben die elektromotorische Kraft des Gleichstromes und die des Wechselstromes im Ankerdraht wesentlich die gleiche Richtung, und der Motorstrom ist der elektromotorischen Kraft entgegengerichtet, während der Generatorstrom ihr gleichgerichtet ist. Daraus folgt, daß der Wechselstrom und der Gleichstrom sich im Ankerdraht wesentlich entgegengerichtet sind und sich zum Teil gegenseitig aufheben. Das ist natürlich von wesentlichem Vorteil in bezug auf die im Anker entwickelte Joulesche Wärme.

Es leuchtet ein, daß dabei ein um so günstigeres Ergebnis erzielt wird, je geringer die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen

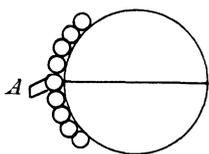


Fig. 394. Mitte der Spulenseite unter der Bürste hindurchgehend.

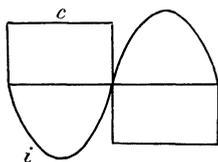


Fig. 395. Gleichstrom und Wechselstrom in der Mitte der Spulenseite.

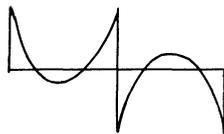


Fig. 396. Resultierender Strom in der Mitte der Spulenseite.

Kraft und der Stromstärke des Wechselstromes ist. Es ist aber zu beachten, daß, selbst wenn die Phasenverschiebung des Wechselstromes gleich Null ist, zeitweise die Spulenseite des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen liegt, so daß in einzelnen Drähten eine Addition, in anderen eine Subtraktion beider Ströme stattfindet. Am günstigsten wäre natürlich eine unendliche Zahl von Kollektorlamellen und eine unendliche Zahl von Phasen, d. h. eine unendlich kleine Breite der Spulenseite.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird am leichtesten, wenn wir die Lamellenzahl des Kommutators als sehr groß voraussetzen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzelnen Windung ins Auge fassen. \*) Dazu wählen wir zunächst die Windung, welche die Mitte der Spulenseite des Wechselstromes bildet, und setzen vorläufig voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sobald nun der Draht der betrachteten Windung in Fig. 394 die neutrale Zone passiert, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechsel-

\*) Vergl. Steinmetz, Der rotierende Umformer in Voits Sammlung elektrotechnischer Vorträge Bd. II, 1899.

strom seine Richtung um. Unter der Voraussetzung, daß wir den Gleichstrom als unveränderlich betrachten dürfen, stellt uns dann die Kurve  $c$  in Fig. 395 den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Kurve  $i$  den Verlauf des Wechselstromes dar. Durch Summierung beider Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens erhalten wir dann die Stromkurve in Fig. 396. Die Ordinaten haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand  $R$  der betrachteten Windung zu multiplizieren, um die Augenblickswerte des Effektverlustes zu erhalten.

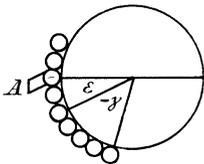


Fig. 397. Windung, im Abstand  $\epsilon$  von der Spulenmitte liegend, passiert die Bürste.

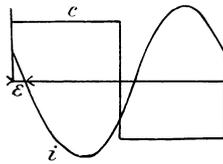


Fig. 398. Ströme im Abstand  $\epsilon$  von der Spulenmitte.

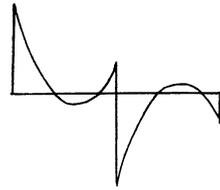


Fig. 399. Resultierender Strom im Abstand  $\epsilon$  von der Spulenmitte.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, die um den Bogen  $\epsilon$  von der Mitte der Spulenseite entfernt ist (Fig. 397). Sobald diese Windung bei  $A$  die neutrale Zone passiert, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Dagegen erfolgt, da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen  $\epsilon$  später, wenn nämlich die Mitte der Spulenseite die neutrale Zone passiert.

Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Fig. 398 nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Ordinaten erhalten wir die Kurve in Fig. 399, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung dargestellt.

Bleibt außerdem der Strom um den Winkel  $\varphi$  hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so erscheint die Stromkurve um den weiteren Bogen  $\varphi$  nach rechts verschoben (Fig. 400). Als Abszisse ist dabei der Einfachheit wegen, wie in früheren Abschnitten, der Bogen  $\alpha$  aufgetragen, welcher der Zeit  $t$  entspricht.

Der Augenblickswert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann für diesen allgemeinsten Fall:

$$c - i_{max} \cdot \sin(\alpha - \epsilon - \varphi) = c \{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \epsilon - \varphi) \}.$$

Wir quadrieren den Augenblickswert des Stromes, multiplizieren das Quadrat mit dem Widerstand  $R$  einer Windung und nehmen das Mittel zwischen  $0$  und  $\pi$ . Bei der Integration ist der Bogen  $\epsilon$  als konstant

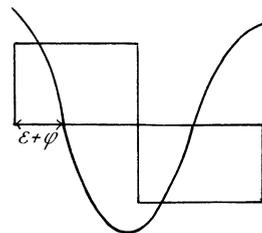


Fig. 400. Ströme im Abstand  $\epsilon$  bei Phasenverschiebung von der Spulenmitte.

anzusehen. Auf diese Weise erhalten wir den mittleren zeitlichen Effektverlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{c^2 \cdot R}{\pi} \int_0^\pi \left\{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \right\}^2 \cdot d\alpha = c^2 \cdot R \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}.$$

Wie die Klammergröße der rechten Seite zeigt, enthält der mittlere zeitliche Effektverlust zwei konstante Glieder, die für alle Windungen dieselben sind, und ein Glied, dessen Wert mit dem räumlichen Winkel  $\varepsilon$  variiert. Der mittlere räumliche Wert dieses Gliedes innerhalb der Klammer wird, wenn  $2\gamma$  die Breite der Spulenseite ist:

$$\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \cdot d\varepsilon = \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi.$$

Der mittlere räumliche und zeitliche Effektverlust in einer Windung ist also:

$$P_v = c^2 \cdot R \left( 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi \right).$$

Setzen wir nun für  $\eta$  den früher ermittelten Wert  $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$ , so erhalten wir:

$$P_v = c^2 \cdot R \cdot \left( 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right).$$

In dieser Gleichung ist das Produkt  $c^2 \cdot R$  der Effektverlust in einer Windung, wenn die Maschine als Gleichstromgenerator angetrieben wird und dabei den Gleichstrom  $c$  liefert. Der Ausdruck in der Klammer:

$$I = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

gibt also an, wievielmals größer der Effektverlust im Umformer ist, als wenn die Maschine denselben Gleichstrom als mechanisch angetriebener Generator liefert.

Je größer der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  ist, je kleiner also der Wert von  $\cos \varphi$  ist, desto größer wird in der obigen Gleichung für  $I$  das zweite Glied und damit der Verlust. Ferner ergibt sich aus der Gleichung für  $I$  sehr deutlich der Einfluß der Spulenbreite. Ist z. B. das Feld sinusförmig, so ist der Faktor  $k$  dem Werte  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  proportional, d. h. das letzte Glied in der Gleichung für  $I$  ist für alle Spulenbreiten konstant. Demnach kommt der Einfluß der Spulenbreite nur in dem zweiten Gliede in Betracht. Je kleiner die Spulenbreite ist, desto größer wird der Faktor  $k$ . Dadurch wird das zweite Glied in der obigen Gleichung kleiner und demnach der Effektverlust ebenfalls geringer. Die Überlegenheit des Sechspannumformers infolge seiner geringen Breite der Spulenseite tritt also klar hervor. Ist das Feld nicht sinusförmig, so werden diese Verhältnisse nur ganz unwesentlich geändert.

Die folgende Zahlentafel enthält für die verschiedenen Fälle die Werte von  $\Gamma$ , d. h. das Verhältnis des Verlustes im Umformer zu dem Verlust im Generator bei gleicher Stromstärke des Gleichstromes.

	$\cos \varphi$	$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = \frac{2}{3}$	$\beta/\pi = \frac{1}{2}$
Einphasen . . . . . {	1	1,38	1,26	1,10
	0,8	2,50	2,28	1,94
Dreiphasen . . . . . {	1	0,56	0,53	0,49
	0,8	1,23	1,13	0,99
Vierphasen . . . . . {	1	0,38	0,36	0,35
	0,8	0,94	0,87	0,77
Sechphasen . . . . . {	1	0,27	0,26	0,26
	0,8	0,77	0,71	0,63

Die Zahlentafel zeigt, daß man die Verluste ganz erheblich vermindert, wenn man durch geeignete Erregung der Maschine dafür sorgt, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Ferner zeigt sich die Überlegenheit des mehrphasigen Umformers gegenüber dem einphasigen. Der Einfluß der Polform ist nach der Zahlentafel sehr gering und fällt in Wirklichkeit wegen der Abrundung der Pole kaum ins Gewicht.

Für die Praxis interessiert uns nun noch die Frage, wie stark wir den Einankerumformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Es sei unter Voraussetzung gleichen Verlustes:

$c$  der Gleichstrom im Ankerdraht, den die Maschine als Umformer liefert,  
 $c_g$  der Strom, den dieselbe Maschine als mechanisch angetriebener Gleichstromgenerator liefert.

Der Verlust in einer Spulenseite ist im Generator  $c_g^2 \cdot R$ , im Umformer dagegen  $\Gamma \cdot c^2 \cdot R$ . Wenn beide Verluste gleich sein sollen, so ergibt sich:

$$c_g^2 \cdot R = \Gamma \cdot c^2 \cdot R$$

oder

$$\frac{c}{c_g} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}}$$

Unter Voraussetzung gleichen Effektverlustes im Anker ist also das Verhältnis der Stromstärken, welche die Maschine als Umformer und als Gleichstromgenerator liefert, durch den Wert  $1/\sqrt{\Gamma}$  gegeben. Dieser Wert gibt also auch das Verhältnis der Leistungen beider Maschinen unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers an. In der folgenden Tabelle sind die Werte von  $1/\sqrt{\Gamma}$  für die einzelnen Fälle zusammengestellt.

	$\cos \varphi$	$1/\sqrt{F}$ .		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen . . . . . {	1	0,85	0,89	0,95
	0,8	0,63	0,66	0,72
Dreiphasen . . . . . {	1	1,33	1,37	1,43
	0,8	0,90	0,94	1,00
Vierphasen . . . . . {	1	1,62	1,66	1,70
	0,8	1,03	1,07	1,14
Sechphasen . . . . . {	1	1,93	1,95	1,94
	0,8	1,14	1,18	1,26

Bei einem Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 1$  leistet also der Einphasenumformer unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers 85 % von dem, was der Gleichstromgenerator leistet. Dagegen leistet der Sechphasenumformer bei  $\cos \varphi = 1$  etwa das Doppelte des Gleichstromgenerators von gleicher Größe, ohne daß die Erwärmung das zulässige Maß überschreitet.

### 143. Der Kaskadenumformer.

Der Kaskadenumformer nach dem Patent Bragstad-La Cour besteht aus einem asynchronen Drehstrommotor, der mit einem Einankerumformer gekuppelt ist. Die Wechselstromseite des Einankerumformers wird mit Hilfe einer Reihe von Verbindungsleitungen von dem Rotor des Drehstrommotors gespeist. Ist  $\nu$  die primäre Periodenzahl,  $p_e$  die Zahl der Polpaare beim Einankerumformer und  $s \cdot \nu$  die Periodenzahl der Schlüpfung des Drehstrommotors, d. h. gleichzeitig die Periodenzahl des Stromes im Einankerumformer, so gilt die Gleichung:

$$s \cdot \nu = p_e \cdot \frac{n}{60}.$$

Ist andererseits  $p_d$  die Zahl der Polpaare beim Drehstrommotor und  $\nu$  wie oben die Periodenzahl des Statorstromes, so gilt die Gleichung:

$$\nu - s \cdot \nu = p_d \cdot \frac{n}{60}.$$

Aus beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{n}{60} = \frac{\nu}{p_e + p_d}.$$

Die Drehzahl des Kaskadenumformers ist also so groß wie die eines Drehstrommotors mit einer Polzahl gleich der Summe der Pole beider

Maschinen. Bei gleicher Polzahl der einzelnen Maschinen ist sie halb so groß, wie wenn der Drehstrommotor allein ans Netz angeschlossen würde.

Die geringe Drehzahl bei einer im Verhältnis kleinen Polzahl des Drehstrommotors, oder umgekehrt, die geringe Polzahl bei der durch die Betriebsverhältnisse vorgeschriebenen Drehzahl, ist ein wesentlicher Vorteil des Kaskadenumformers.

Um die Wirkungsweise des Einankerumformers deutlich zu machen, wollen wir der Einfachheit wegen gleiche Polzahl auf beiden Maschinen voraussetzen. Dann ist:

$$\frac{n}{60} = \frac{v}{2pa}.$$

Da  $\frac{v}{pa}$  die Drehzahl des Statorfeldes im Drehstrommotor ist, so beträgt die Schlüpfung 50 0/0. Dabei wird die Hälfte der auf den Rotor des Drehstrommotors übertragenen Leistung zum mechanischen Antrieb des Rotors verwendet und durch die Welle auf die Gleichstrommaschine übertragen, die auf diese Weise als Generator angetrieben wird. Die andere Hälfte wird, wie bei einem Drehstrommotor mit Anlaßwiderstand, elektrisch vom Rotor abgegeben. Sie wird auf die Synchronmaschine übertragen, die auf diese Weise als Einankerumformer Wechselstrom empfängt und Gleichstrom liefert. Die Vorteile des geringen Effektverlustes im Anker treten also auch hier, wie beim Einankerumformer, zutage. Allerdings ist die Maschine jetzt nur zur Hälfte ein Einankerumformer. Dafür aber ist sie dadurch wieder etwas günstiger gestellt, daß es keine Schwierigkeit bietet, die Anzahl der Phasen des Einankerumformers zu vergrößern, da die Stromzuführung nicht mehr durch Bürsten und Schleifringe zu erfolgen braucht. Man verwendet 12phasige Rotoren.

Die einzelnen Phasen des Rotors des asynchronen Drehstrommotors sind in Sternschaltung angeordnet. Beim Anlassen von der Drehstromseite aus werden drei Phasen über Widerstände in einem Sternpunkt aneinandergelagert und nach dem Anlaufen alle Phasen im Sternpunkt kurz geschlossen.

## Anhang.

### Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen.

(Nach Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen.)

#### 1. Das Polardiagramm.

Wir haben früher im Vektordiagramm die Höchstwerte der Spannung oder der Stromstärke als Vektoren aufgetragen und haben diese Vektoren rotieren lassen. Die Richtung des Radius Vektor entsprach dann der räumlich wechselnden Stellung der Ankerspule, und der Augenblickswert der Spannung war durch die Projektion des Vektors auf die Ordinatenachse gegeben.

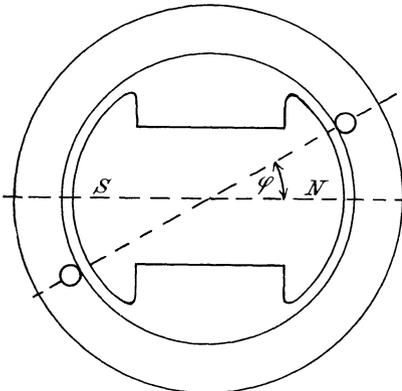


Fig. 401. Polrad in der willkürlich gewählten Anfangslage.

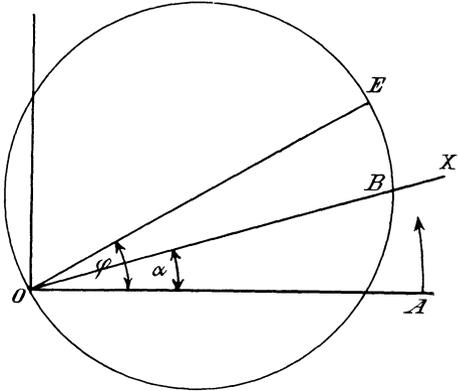


Fig. 402. Polardiagramm der elektromotorischen Kraft.

Im Gegensatz dazu betrachten wir in Fig. 401 die Ankerspule als feststehend und lassen das Polrad rotieren. Die Anfangslage der magnetischen Achse des Polrades sei willkürlich in die Abszissenachse gelegt, und die Ebene der feststehenden Spulenseite bilde mit der Anfangslage den konstanten Winkel  $\varphi$ . Wir betrachten nun im Polardiagramm (Fig. 402) ebenfalls die Abszissenachse als die Anfangslage und zeichnen den Vektor  $OE = E_{max}$  in einer durch den Winkel  $\varphi$  gegebenen Richtung. Über  $OE$  als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wir betrachten nun  $OE$  als feststehend und lassen den Strahl  $OX$ , d. h. die sog. Zeitlinie,

entgegen dem Uhrzeiger rotieren. Wenn dieser Strahl um den Winkel  $\alpha$  gegen die Nullage vorgeschritten ist, so schneidet er den Kreis im Punkte  $B$ . Der Augenblickswert der elektromotorischen Kraft ist dann:

$$E_{max} \cdot \cos(\varphi - \alpha) = OB.$$

Wir bezeichnen nun den Durchmesser  $E_{max}$  als die Intensität der Sinuswelle und den Winkel  $\varphi$  als die Phase der Welle. In Polarkoordinaten ist also der Augenblickswert als Funktion des Winkels  $\alpha$  gegeben. Der Höchstwert wird in dem Augenblick erreicht, wenn der rotierende Strahl  $OX$  mit dem Durchmesser  $OE$  zusammenfällt.

In Fig. 403 sind z. B. die elektromotorischen Kräfte  $E_1$  und  $E_2$  von verschiedener Phase, weil ihre Höchstwerte  $OE_1$  und  $OE_2$  verschiedene Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  mit der Nullage einschließen. Die elektromotorische Kraft  $E_3$  bleibt hinter  $E_1$  in der Phase zurück, weil der rotierende Strahl  $OX$  zuerst mit  $OE_1$  und später mit  $OE_2$  zusammenfällt. Es zeigt sich, daß wir bei Drehung des Strahles  $OX$  entgegen dem Uhrzeiger genau dieselbe Figur erhalten, wie früher, wo wir die Vektoren der Höchstwerte im Sinne des Uhrzeigers rotieren ließen.

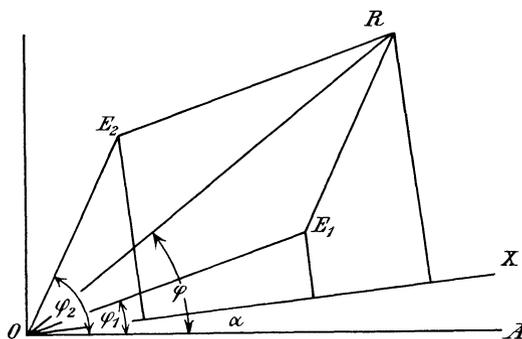


Fig. 403. Addition von Vektoren im Polordiagramm.

halten, wie früher, wo wir die Vektoren der Höchstwerte im Sinne des Uhrzeigers rotieren ließen.

## 2. Geometrische Addition.

Nach Fig. 402 ist der Augenblickswert durch  $OB$ , d. h. durch die Projektion des Durchmessers  $OE$  auf den rotierenden Strahl  $OX$  gegeben. Ähnlich wie auf S. 249 ergibt sich, daß wir die beiden elektromotorischen Kräfte  $OE_1$  und  $OE_2$  in Fig. 403 durch eine Resultierende ersetzen können, deren Intensität gleich  $OR$  und deren Phase gleich  $\varphi$  ist.

Wir sehen nun im folgenden von den Augenblickswerten ab und betrachten nur den Höchstwert (die Intensität) und die Phase der Welle. Selbstverständlich können wir wieder, wie früher, statt der Höchstwerte die Effektivwerte auftragen, da sich dadurch nur der Maßstab ändert. Wie wir sahen, ist eine Welle durch ihre Intensität und ihre Phase gegeben. Wir können aber statt der Intensität und der Phase die rechtwinkligen Koordinaten des Durchmessers  $OE$  einführen. In diesem Sinne ist die Welle in Fig. 404 durch die Abszisse  $a = 3$  und die Ordinate  $b = 4$  gegeben. Dabei gelten die Gleichungen:

$$OE = \sqrt{a^2 + b^2}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

Wie gebräuchlich, werden wir dabei die Abszissen, die rechts von der Ordinatenachse liegen, als positiv, die links von der Ordinatenachse als negativ einführen. Es empfiehlt sich nun, die Ordinaten in der positiven Richtung der Ordinatenachse als positiv imaginär und die Ordinaten in der negativen Richtung der Ordinatenachse als negativ imaginär einzuführen. Da der Buchstabe  $i$  schon zur Bezeichnung der Stromstärke dient, so wird zur Bezeichnung der imaginären Zahl  $\sqrt{-1}$  der Buchstabe  $j$  gewählt. Dann ergibt sich zur symbolischen Bezeichnung der Wechselstromwelle in Fig. 404, wenn  $E$  die Intensität bedeutet, die Gleichung:

$$E = 3 + j \cdot 4.$$

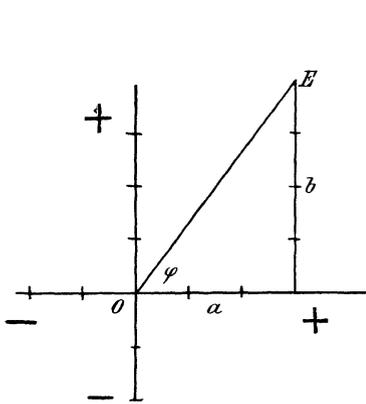


Fig. 404.

Intensität und Phase, ausgedrückt durch rechtwinklige Koordinaten.

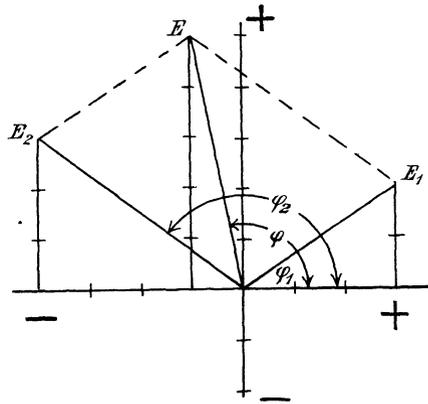


Fig. 405.

Addition von elektromotorischen Kräften mit Hilfe der rechtwinkligen Koordinaten.

Nun ist die Projektion einer Resultierenden nach S. 249 gleich der Summe der Projektionen der Komponenten. Sind also z. B. zwei Wellen von verschiedener Phase gegeben, so können wir die geometrische Addition statt durch die früher benutzte graphische Methode jetzt rechnerisch durchführen. In Fig. 405 ergeben z. B. die elektromotorischen Kräfte  $E_1$  und  $E_2$ , deren Phase  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  ist, eine Resultierende, deren Intensität gleich  $E$  und deren Phase gleich  $\varphi$  ist. Eine Berechnung der Intensität mit Hilfe trigonometrischer Formeln wäre sehr umständlich. Auch die Zeichnung ist umständlich, wenn man aus den in Graden gegebenen Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  die Richtungen von  $E_1$  und  $E_2$  festzulegen hat. Nach der symbolischen Methode ergibt sich dagegen:

$$\begin{array}{r} E_1 = + 3 + j \cdot 2 \\ E_2 = - 4 + j \cdot 3 \\ \hline E = E_1 + E_2 = - 1 + j \cdot 5. \end{array}$$

Wie man sieht, ist die geometrische Addition, die früher für uns ein bloßer Name war, jetzt wirklich zur Rechenoperation des Addierens geworden. Das  $+$  Zeichen zwischen  $E_1$  und  $E_2$  bedeutet die geometrische Addition, und ein Blick auf Fig. 405 bestätigt uns, daß die geometrische Resultierende die Koordinaten  $-1$  und  $j \cdot 5$  hat. Will man nun von der Rechnung mit komplexen Zahlen zur Rechnung mit wirklichen Werten zurückgehen, so hat man im obigen Resultat zu setzen:

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

und 
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

### 3. Drehung der Wellen.

Wir betrachten in Fig. 406 zwei elektromotorische Kräfte von gleicher Intensität, von denen  $E_2$  um  $90^\circ$  hinter  $E_1$  zurückbleibt. Wie man sieht, ist

$$E_1 = +4 + j \cdot 3$$

und

$$E_2 = -3 + j \cdot 4.$$

Da  $(j)^2 = -1$  ist, so folgt, daß man die Welle  $E_2$  aus der Welle  $E_1$  durch Multiplikation mit  $j$  erhält:

$$E_2 = j \cdot E_1 = j \cdot 4 - 3.$$

Die Multiplikation mit  $j$  verschiebt also den Durchmesser der Welle in Richtung des rotierenden Strahles  $OX$ ,\*) und man erhält eine Welle, die gegen die ursprüngliche Welle um  $90^\circ$  zurückbleibt.

Ebenso können wir die Welle  $E_1$  aus der Welle  $E_2$  entstanden denken durch Multiplikation mit  $-j$ :

$$E_1 = -j \cdot E_2 = -j(-3 + j \cdot 4)$$

oder, da  $(-j)(+j) = +1$  ist:

$$E_1 = 4 + j \cdot 3.$$

Die Multiplikation einer Welle mit  $-j$  bedeutet also die Verschiebung des Durchmessers entgegengesetzt der Rotationsrichtung des Strahles  $OX$ . Man erhält dadurch eine Welle, die der ursprünglichen Welle um  $90^\circ$  voraufeilt.

Haben wir endlich zwei Wellen, deren Phasendifferenz  $180^\circ$  beträgt, so sind die Koordinaten der einen Welle die negativen Werte der

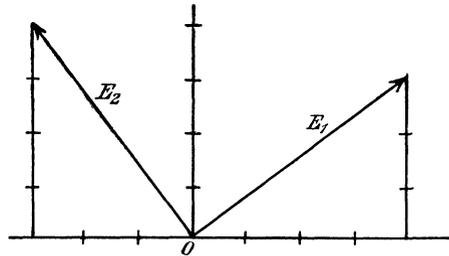


Fig. 406. Zwei gleiche, um  $90^\circ$  verschobene elektromotorische Kräfte.

\*) Wir erinnern uns dabei, daß wir die Zeitlinie  $OX$  in Fig. 402 entgegen dem Uhrzeiger rotieren ließen.

Koordinaten der anderen Welle. Multiplikation mit  $-1$  verschiebt also die Welle um  $180^\circ$ .

Wir sind jetzt in der Lage, die Ohmsche Spannung und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion durch symbolische Bezeichnung auszudrücken, wenn die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben ist. Die Stromstärke sei z. B. nach Intensität und Phase gegeben durch:

$$I = 3 - j \cdot 2.$$

Der Widerstand  $R$  sei gleich 2 Ohm und die Induktanz  $L\omega$ , die wir der Einfachheit wegen mit  $x$  bezeichnen, sei 1,5 Ohm. Dann ergibt

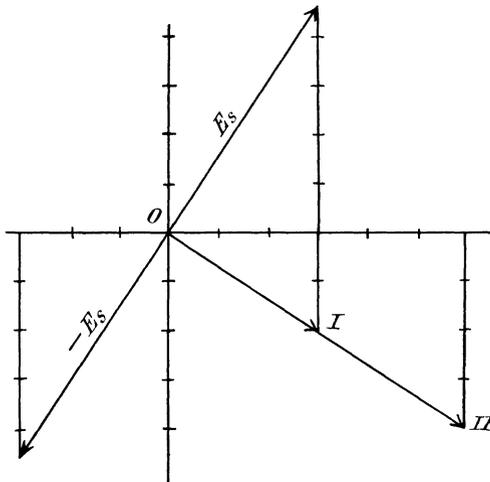


Fig. 407. Ohmsche Spannung und Selbstinduktion im Polardiagramm.

sich die Ohmsche Spannung nach Größe und Phase, indem wir einfach die Gleichung für  $I$  mit  $R$  multiplizieren. Dadurch erhalten wir:

$$I \cdot R = 2 \cdot (3 - j \cdot 2) = 6 - j \cdot 4.$$

Um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion nach Größe und Phase zu bestimmen, haben wir die Gleichung für  $I$  nicht bloß mit  $x$ , sondern außerdem mit  $j$  zu multiplizieren. Dadurch erreichen wir, daß die berechnete Welle um  $90^\circ$  hinter der Stromwelle zurückbleibt. Wir erhalten also:

$$E_s = j \cdot x \cdot I$$

oder in unserm Falle:

$$E_s = j \cdot 1,5 \cdot (3 - j \cdot 2) = +3 + j \cdot 4,5.$$

Ein Blick auf Fig. 407 bestätigt uns dies Ergebnis. Wollen wir die Komponente der Klemmenspannung haben, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, so haben wir die Gleichung für  $E_s$  noch mit  $-1$  zu multiplizieren und erhalten:

$$-E_s = -3 - j \cdot 4,5.$$

#### 4. Induktanz und Ohmscher Widerstand in Reihe.

Allgemein eilt die Komponente der Klemmenspannung, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, dem Strome um  $90^\circ$  voraus. Wir erhalten sie also, wenn wir den Strom  $I$  mit  $x$  und außerdem mit  $-j$  multiplizieren. Das ergibt  $-j \cdot x \cdot I$ . Die ganze Klemmenspannung ist die Resultierende aus den beiden Spannungen, die zur Überwindung des Ohm-

sehen Widerstandes und der Selbstinduktion dienen. Sie ergibt sich also durch geometrische Addition zu:

$$E = I \cdot R + (-j \cdot x I) = I \cdot (R - j \cdot x).$$

Als gesamter Widerstand oder als Impedanz  $Z$  ist also der Wert  $R - j \cdot x$  einzuführen:

$$Z = R - j \cdot x.$$

Die Impedanz ergibt sich demnach ebenfalls aus zwei Katheten, und ihr wirklicher Wert, den wir mit  $z$  bezeichnen wollen, berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$z = \sqrt{R^2 + (-x)^2}.$$

Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom lautet also:

in symbolischer Darstellung:                      in reeller Form:

$$I = \frac{E}{R - j \cdot x}, \quad I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Wir gehen jetzt dazu über, die Klemmenspannung eines Generators zu bestimmen, dessen innerer Widerstand gleich  $R_a$  und dessen innere Induktanz gleich  $x_a$  ist. Der äußere Widerstand sei  $R$  und die äußere Induktanz gleich  $x$ . Dann ist der gesamte innere Widerstand  $Z_a = R_a - j \cdot x_a$ , während der scheinbare äußere Widerstand  $Z = R - j \cdot x$  ist. Bezeichnen wir die konstante elektromotorische Kraft des Generators, ausgedrückt in komplexen Größen, mit  $E$  und die Klemmenspannung in komplexen Größen mit  $E_k$ , so erhalten wir:

$$I = \frac{E}{Z_a + Z} = \frac{E}{R_a + R - j \cdot (x_a + x)}$$

und

$$E_k = I \cdot Z = \frac{E \cdot Z}{R_a + R - j \cdot (x_a + x)}.$$

Gehen wir jetzt zu reellen Werten über, so erhalten wir:

$$E_k = \frac{E \cdot z}{\sqrt{(R_a + R)^2 + (x_a + x)^2}} = \frac{E \cdot z}{\sqrt{R_a^2 + 2 R_a \cdot R + R^2 + x_a^2 + 2 x \cdot x_a + x^2}}.$$

Nun ist, wenn  $z_a$  die innere Impedanz der Maschine bedeutet:

$$R_a^2 + x_a^2 = z_a^2$$

und

$$R^2 + x^2 = z^2.$$

Demnach erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_a \cdot z}{\sqrt{z_a^2 + z^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x)}}.$$

Dieselbe Gleichung hätte man natürlich auch unmittelbar mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes aus Fig. 252 auf S. 319 ableiten können.

### 5. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Reihenschaltung.

In Abschnitt 78 ergab sich, daß im Kondensator eine elektromotorische Gegenkraft  $E_c$  auftritt, die dem Strome um  $90^\circ$  voraufeilt. Wir erhalten diese elektromotorische Gegenkraft, wenn wir nach Gleichung (42) auf S. 276 die Stromstärke  $I$  durch  $C \omega$  dividieren und wegen der Phasendifferenz mit  $-j$  multiplizieren. Wir erhalten so:

$$E_c = -j \cdot \frac{I}{C \omega}.$$

Die Komponente der Klemmenspannung, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators das Gleichgewicht hält, ist also  $+j \cdot \frac{I}{C \omega}$ . Demnach ergibt sich bei Hintereinanderschaltung von Kapazität und Ohmschem Widerstand eine Klemmenspannung:

$$E = I \cdot R + j \cdot \frac{I}{C \omega} = I \cdot \left( R + j \cdot \frac{1}{C \omega} \right).$$

Wir haben also als Impedanz des Kreises den Ausdruck:

$$Z = R + j \cdot \frac{1}{C \omega}$$

zu setzen, wobei  $R$  und  $\frac{1}{C \omega}$  die rechtwinkligen Komponenten der Induktanz  $Z$  sind. Natürlich ergibt sich in reellen Werten:

$$z = \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{C \omega} \right)^2}.$$

Vergleichen wir nun die Gleichungen:

$$Z = R - j \cdot L \omega$$

und

$$Z = R + j \cdot \frac{1}{C \omega},$$

so erkennen wir, daß wir die Größe  $\frac{1}{C \omega}$  als eine negative Induktanz auffassen können. Bezeichnen wir also die zum Ohmschen Widerstand rechtwinklige Komponente der Impedanz allgemein als die Reaktanz  $x$ , so gilt die Gleichung:

$$Z = R - j \cdot x$$

ganz allgemein für eingeschaltete Induktanzen und Kapazitäten. Für Induktanzen ist  $x = L \omega$  und für Kapazitäten ist  $x = -\frac{1}{C \omega}$ . Wir nennen die Größe  $\frac{1}{C \omega}$  nach Steinmetz die Kondensanz.

### 6. Ohmscher Widerstand, Induktanz und Kondensanz in Reihenschaltung.

Die Gleichung: 
$$I = \frac{E}{R - j \cdot x}$$

gilt jetzt ganz allgemein, indem wir unter  $x$  die Summe  $L\omega - \frac{1}{C\omega}$  verstehen. Wir erhalten also:

$$I = \frac{E}{R - j \cdot \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}.$$

In reellen Werten ergibt sich dann sofort:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}.$$

Es gilt also jetzt auch allgemein die früher abgeleitete Gleichung für die Klemmenspannung eines Generators:

$$E_k = \frac{E \cdot z}{\sqrt{z_a^2 + z^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x)}}.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß bei gegebenem äußeren Gesamtwiderstand  $z = \sqrt{R^2 + x^2}$  und gegebener innerer Impedanz des Generators die Klemmenspannung unter Umständen gleich der elektromotorischen Kraft ist. Das tritt ein, wenn der Nenner gleich  $z$  wird oder wenn:

$$z_a^2 + 2 \cdot (R_a \cdot R + x_a \cdot x) = 0$$

ist. Vernachlässigen wir den kleineren inneren Widerstand  $R_a$  und setzen dementsprechend die Impedanz  $z_a$  gleich  $x_a$ , so erhalten wir:

$$x_a^2 + 2x \cdot x_a = 0$$

oder

$$x = -\frac{x_a}{2}.$$

Die äußere Reaktanz, d. h. die Summe der positiven Induktanz und der negativen Kondensanz muß also gleich  $-\frac{x_a}{2}$  sein, wenn die Klemmenspannung gleich der elektromotorischen Kraft sein soll.

Überwiegt die äußere Kondensanz noch mehr, so wird der Nenner in der Gleichung für  $E_k$  kleiner als  $z$ , und die Klemmenspannung ist größer als die elektromotorische Kraft (vergl. Fig. 255).

### 7. Induktanz und Kondensanz in Parallelschaltung.

In Fig. 408 ist ein Fall gezeichnet, in welchem ein Kondensator im Nebenschluß zu einem Zweige liegt, der Ohmschen Widerstand und Induktanz hintereinander enthält. Dann gilt für den oberen Zweig die Gleichung:

$$I_1 = \frac{E}{R - j \cdot x}.$$

Da der Kondensatorstrom  $I_2$  der Klemmenspannung  $E$  um  $90^\circ$  voraufeilt, so ergibt sich nach der auf S. 519 gegebenen Regel:

$$I_2 = -j \cdot C\omega \cdot E.$$

Der Gesamtstrom  $I$  ist also:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E}{R - j \cdot x} - j \cdot C \omega \cdot E.$$

Wir sondern  $E$  ab und multiplizieren im Zähler und Nenner mit  $R + j \cdot x$ , damit die komplexen Größen aus dem Nenner wegfallen. Wir erhalten dann:

$$I = E \cdot \left\{ \frac{R + j \cdot x}{R^2 + x^2} - j \cdot C \omega \right\}$$

oder 
$$I = E \cdot \left\{ \frac{R}{R^2 + x^2} + j \cdot \left( \frac{x}{R^2 + x^2} - C \omega \right) \right\}. \quad (a)$$

Kehren wir wieder zu reellen Werten zurück, so haben wir statt der Addition in der geschweiften Klammer die Addition nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu setzen und erhalten:

$$I = E \cdot \sqrt{\left( \frac{R}{R^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{x}{R^2 + x^2} - C \omega \right)^2}.$$

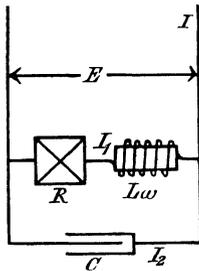


Fig. 408.

Soll nun z. B. der Hauptstrom gleiche Phase mit der Klemmenspannung  $E$  haben, so unterscheiden sich beide nur durch einen reellen Faktor, und die imaginäre Größe in der Gleichung (a) muß Null sein. Wir erhalten dafür die Bedingung:

$$C \omega = \frac{x}{R^2 + x^2}.$$

In dieser Gleichung ist außer der Induktanz  $x$  auch der Widerstand  $R$  enthalten. Es zeigt sich also, daß eine vollständige Aufhebung der wattlosen Ströme durch Einschaltung einer Kapazität im Nebenschluß zwar erreicht werden kann, daß aber bei Veränderung des Widerstandes  $R$  wieder Phasenverschiebung eintritt.

### 8. Admittanz, Konduktanz und Suszeptanz.

Schon auf S. 11 haben wir erwähnt, daß man oft bequemer mit dem Leitvermögen, als mit dem Widerstand rechnet. Als es sich darum handelte, den Widerstand mehrerer paralleler Zweige auszurechnen, erhielten wir das Ergebnis:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \cdot \cdot \cdot$$

In dieser Gleichung stellen die einzelnen Glieder unmittelbar die Leitfähigkeiten dar. Wir stellen uns nun die Aufgabe, eine derartige Rechnung auch bei der symbolischen Methode anzuwenden. Wir führen nach Steinmetz für den reziproken Wert der Impedanz die Bezeichnung Admittanz ein und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $Y$ . Dann ergibt

sich, wenn  $Y$  die Admittanz in symbolischer Form und  $y$  die Admittanz in reeller Form ist:

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad y = \frac{1}{z}.$$

Wir erhalten dadurch:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R - j \cdot x} = \frac{R + j \cdot x}{R^2 + x^2} = \frac{R}{R^2 + x^2} + \frac{j \cdot x}{R^2 + x^2}.$$

Die Admittanz  $Y$  besteht also ebenfalls aus einer reellen und einer imaginären Komponente. Wir nennen die reelle Komponente die Konduktanz und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $g$ . Ebenso nennen wir die imaginäre Komponente die Suszeptanz und führen dafür die Bezeichnung  $b$  ein. Wir erhalten dann:

$$g = \frac{R}{R^2 + x^2} = \frac{R}{z^2}, \quad (a) \quad b = \frac{x}{R^2 + x^2} = \frac{x}{z^2}, \quad (b)$$

$$Y = g + j \cdot b.$$

Das Ohmsche Gesetz lautet dann:

$$I = \frac{E}{Z} = E \cdot Y$$

oder

$$I = E \cdot (g + j \cdot b).$$

Der absolute Wert der Admittanz ergibt sich wieder nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{\frac{R^2}{z^4} + \frac{x^2}{z^4}}$$

oder, da  $R^2 + x^2 = z^2$  ist:

$$y = \sqrt{\frac{1}{z^2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu zeigen, fragen wir wieder, unter welchen Umständen der parallelgeschaltete Kondensator in Fig. 408 die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null macht.

Die Bedingung dafür ergibt sich aus der Überlegung, daß in diesem Falle die imaginäre Komponente in der Gleichung

$$I = E \cdot (g + j \cdot b) \quad (c)$$

zu Null werden muß. Nun ist die Suszeptanz des oberen Kreises in Fig. 408, wenn wir der Deutlichkeit wegen die Induktanz mit  $x_1$  bezeichnen, nach Gleichung (b):

$$b_1 = \frac{x_1}{z^2} = \frac{x_1}{x_1^2 + R_1^2}.$$

Ebenso ergibt sich die Suszeptanz des unteren Stromkreises nach Gleichung (b), indem wir  $x = -1/C \omega$  und  $R = 0$  setzen, zu:

$$b_2 = -C \omega.$$

Wir erhalten also die gesamte Suszeptanz beider Stromzweige zu:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{x_1}{x_1^2 + R_1^2} - C\omega.$$

Soll die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null werden, so unterscheiden sich  $E$  und  $I$  nur durch einen reellen Faktor, und in Gleichung (c) muß daher  $b$  gleich Null werden. Daraus ergibt sich, wie früher, die Bedingung:

$$C\omega = \frac{x_1}{R_1^2 + x_1^2}.$$

Es ist aber bemerkenswert,

1. daß die Konduktanz und Suszeptanz eines einzelnen Zweiges nicht durch die reziproken Werte des Widerstandes und der Induktanz gegeben sind, sondern durch die Gleichungen

$$g = \frac{R}{z^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{x}{z^2};$$

2. daß der Widerstand und ebenso die Reaktanz des ganzen Kreises nicht die Summe der einzelnen Widerstände bzw. der einzelnen Reaktanzen darstellt.

Um also in dem obigen Beispiel die Größe  $b$  zu berechnen, durften wir nicht etwa für den ganzen Kreis die Gleichung  $b = \frac{x}{R^2 + x^2}$  benutzen und darin für  $x$  die Summe der Reaktanzen beider Zweige einsetzen, sondern wir mußten die Suszeptanzen  $b_1$  und  $b_2$  für jeden einzelnen Zweig berechnen und beide Werte zusammenzählen.

# Bezeichnungen.

Fetter Druck bedeutet absolutes Maß. Von den Indizes bezeichnet:

<p><i>a</i> Anker,  <i>a</i> Antriebsmaschine,  <i>b</i> Batterie,  <i>c</i> Kapazität,  <i>d</i> Drehstrom,  <i>e</i> Einanker,  <i>g</i> Galvanometer,  <i>g</i> Gleichstrom,  <i>g</i> Generator,  <i>g</i> Ankerrückwirkung,  <i>h</i> Hysterisis,  <i>i</i> Inneres,  <i>J</i> Joch,  <i>k</i> Kurzschluß,  <i>k</i> Kompensation,</p>	<p><i>k</i> Klemmenspannung,  <i>l</i> Leitung,  <i>l</i> Luft,  <i>m</i> Magnete,  <math>\mu</math> Magnetisierung,  <i>n</i> Nuten,  <i>n</i> nutzbare Größe,  <i>p</i> Pole,  <i>q</i> Quermagnetisierung,  <i>r</i> Reihenschluß,  <i>r</i> Reibung,  <i>r</i> Rotation,  <i>s</i> Streuung,  <i>s</i> Selbstinduktion,  <i>v</i> Verlust,</p>	<p><i>w</i> Welle,  <i>w</i> Wirbelstrom,  <i>w</i> Wechselstrom-          maschine,  <i>x</i> Abszisse od. wäger.,  <i>y</i> Ordinate od. senkr.,  <i>z</i> Abzweigung,  <i>z</i> Zähne,  <i>max</i> Höchstwert,  <i>mittel</i> Mittelwert,  <i>o</i> Leerlauf,  <i>1 u. 2</i> primär bzw. se-          kundär,  <i>1 u. 2</i> auf- bzw. ablau-          fend.</p>
---	--	---

## Kleine lateinische Buchstaben:

	Zuerst auf Seite
<i>a</i> Atomgewicht . . . . .	35
<i>a</i> Beschleunigung . . . . .	104
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige	134
<i>a</i> größte Beschleunigung . .	357
<i>a</i> Nutenzahl einer Spulenseite	417
<i>b</i> Ankerlänge . . . . .	69
<i>b</i> Suszeptanz . . . . .	525
<i>c</i> verschiedene Faktoren.	
<i>c</i> Gleichstrom in Ankerab- teilung . . . . .	507
<i>c</i> = $\xi_2 : \xi_1$ . . . . .	462, 466
<i>c</i> <sub>1</sub> Luftkraftfluß bei offenem Rotor und beim Statorstrom	
1 Ampere . . . . .	426
<i>d</i> Ankerdurchmesser in cm . .	80
<i>e</i> Klemmenspannung in Volt . .	6
<i>e</i> Netzspannung in Volt . . .	387
<i>e</i> <sub>1</sub> Spannung einer Phase . . .	387
<i>f</i> Kraft in Dyn . . . . .	49
<i>f</i> Traktionskoeffizient in kg/t	231
<i>f</i> Zahl der Ankerabteilungen	505
<i>g</i> Konduktanz . . . . .	525
<i>h</i> Nutentiefe . . . . .	176
<i>i</i> Augenblickswert d. Stromes	84
<i>i</i> Augenblickswert d. Stromes im absoluten Maß . . . . .	89
<i>k</i> Wertigkeit . . . . .	35
<i>k</i> = $3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3}$ . . . . .	467
<i>k</i> verschiedene Faktoren.	
<i>k'</i> = $\frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\delta^2}{\pi^2}\right)$ . . . . .	469
<i>l</i> Länge in Meter . . . . .	9
<i>l</i> Länge in Zentimeter . . . .	51
<i>m</i> Gewicht in Milligramm . . .	33
<i>m</i> Masse im techn. Maß . . . .	357
<i>m</i> Polstärke . . . . .	49
<i>n</i> Drehzahl in der Minute . . .	119
<i>p</i> Zahl der Polpaare . . . . .	126
<i>q</i> Querschnitt in Quadratmill.	9

	Zuerst auf Seite		Zuerst auf Seite
$q'$ Drahtzahl einer Spulenseite	400	$v$ größte zusätzl. Geschwindigkeit	358
$r$ Entfernung in Zentimeter	49	$x$ Induktanz, Reaktanz	428
$r$ Radius in Meter	69	$x$ Wärmetönung	39
$s$ Weg in Zentimeter	66	$x$ Abszissen.	
$s$ Felderzahl	129	$y$ Ordinaten.	
$s$ Steigung auf tausend	231	$y$ Wicklungsschritt	122
$s$ größte Voreilung in Meter	358	$y$ Admittanz	525
$s$ Schlüpfung	394	$z$ gesamte Drahtzahl	119
$t$ Zeit in Sekunden	2	$z = \sqrt{Ra^2 + L\omega^2}$	339
$t_1$ Zeit einer Periode	240	$z^2 = e_1^2 + \frac{(1 + \tau)}{\tau} \cdot I_0^2 \cdot R_1^2$	437
$u$ Übersetzungsverhältnis	479	$z'$ Drahtzahl einer Phase	310
$v$ Drehzahl: synchr. Drehzahl	469		
$v$ Geschwindigkeit	66		

## Große deutsche und lateinische Buchstaben:

$A$ Arbeit in Erg	67	$M_a$ Drehmoment in mkg	70
$A$ Arbeit in Joule	22	$N$ Kraftlinien	53
$\mathfrak{B}$ Induktion	73	$N$ Kraftlinien im Rotor	406
$C$ Kapazität in Farad	113	$N_0$ Kraftlinien im Stator	406
$D$ Direktionskraft	346	$P$ Leistung in Watt	24
$E$ elektromotorische Kraft	5	$P$ mechan. Leistung in Watt	210
$E$ elektromotor. Kraft (abs.)	65	$P$ mittlere Leistung	245
$E_1$ Leerlaufspannung	319	$P$ Augenblickswert d. Leistung	244
$E_{11}$ Selbstinduktion des Stators	428	$P$ Nutzleistung des Generators	341
$E_{12}$ Induktion v. Stator auf Rotor	428	$P_1$ ganze zugeführte Leistung	339
$E_{21}$ Induktion v. Rotor auf Stator	428	$P_2$ auf Rotor übertrag. Leistung	411
$E_{22}$ Selbstinduktion des Rotors	429	$Q$ Fläche in Quadratzentimeter	53
$F$ Kraft in Kilogramm	99	$Q$ Elektrizitätsmenge in Coul.	2
$G$ Gewicht in Kilogramm	95	$Q$ Wärmemenge in gkal.	23
$G$ Gewicht in Tonnen	231	$R$ Widerstand	5
$\mathfrak{H}$ Feldstärke	50	$R' = (1 + 2\tau) \cdot R_1$	441
$I$ Stromstärke in Ampere	2	$R'' = (1 + \tau_1)^2 \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot R_2$	431
$I$ Stromstärke im abs. Maß	67	$S$ Nutenzahl	141
$I$ Netzstrom	387	$V$ Volum in Kubikzentimeter	95
$I_1$ Strom einer Phase	387	$W$ magnetischer Widerstand	157
$K$ Wagengeschw. in km/Std.	233	$W$ Widerstand des Luftfeldes	336
$K$ konstante Faktoren	404	$X$ Amperewindungen	77
$L$ Induktivität in Henry	85	$Y$ Nutenschritt	141
$M$ Masse in Gramm	103	$Y$ Admittanz (Intensität)	524
$M$ Gegenseitige Induktivität	92	$Z$ Impedanz (Intensität)	521
$M$ größtes zusätzl. Drehmoment	357		

## Griechische Buchstaben:

$\alpha$ Winkel der neutr. Zone	159	$\beta$ Polbohrung im elektr. Maß	312
$\alpha = \text{arc } \text{tg } Ra/L\omega$	339	$\beta$ Winkel zwischen $N_0$ u. $N$	427
$\beta$ Winkel d. Wicklungsachsen	466	$\gamma$ halbe Breite der Spulenseite	311
$\beta$ Winkel der Polbohrung	80	$\gamma$ Winkel der Voreilung	339

	Zuerst auf Seite		Zuerst auf Seite
$\delta = 2\gamma + \beta - \pi$ . . . . .	316	$\tau_1$ Luftwiderstand: Widerstand des primären Streufeldes . . . . .	336
$\delta = \frac{\pi}{2} - \beta$ . . . . .	466	$\tau_2$ Luftwiderstand: Widerstand des sekundären Streufeldes . . . . .	426
$\varepsilon$ Basis d. natürl. Logarithmen . . . . .	87	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ . . . . .	427
$\varepsilon$ größte Voreilung . . . . .	357	$\varphi$ Phasenverschiebungswinkel . . . . .	263
$\eta$ Wirkungsgrad . . . . .	200	$\varphi_1$ Winkel zwischen $E_1$ und $I$ . . . . .	267
$\eta = i_{max} : c$ . . . . .	507	$\omega$ mechan. Winkelgeschwind. . . . .	210
$\eta_h$ Hysteresiskoeffizient . . . . .	95	$\omega$ elektr. Winkelgeschwind. . . . .	239
$\vartheta$ Temperatur in Grad Celsius . . . . .	10	$\Delta\varrho$ Temperaturkoeffizient . . . . .	10
$\mu$ Leitfähigkeit . . . . .	73	$\Gamma$ Umformerleistung : Gleich- stromleistung . . . . .	512
$\nu$ Periodenzahl . . . . .	95		
$\xi$ Windungszahl . . . . .	65		
$\varrho$ spezifischer Widerstand . . . . .	9		

## Sachregister.

- Absolutes Maßsystem 102.  
Abs. Einh. d. elektromotor. Kraft 65. 108.  
— — der Stromstärke 67. 108.  
Admittanz 524.  
Äquipotentialverbindungen 127. 148.  
Äquivalentgewichte, elektrochemische 35.  
Akkumulatoren 40. 189.  
— chemische Vorgänge 40.  
— Kapazität 42.  
— Ladung und Entladung 41.  
— bei Parallelbetrieb mit Maschine 189.  
— Spannung 43.  
— Wirkungsgrad 42.  
Aktive Masse von Akkumulatoren 42.  
Alexanderson-Motor 487.  
Aluminiumzellen 199.  
Ampere, Einh. d. Stromstärke 2. 68. 108.  
Amperemeter, Eichung 8. 247.  
— Ausführung und Schaltung 2. 7. 61.  
— für Wechselstrom 247.  
Amperesche Schwimmerregel 59.  
Amperestunde 2.  
Amperewindungen vgl. Erregung 73, 79. 82.  
Angehen der Dynamomaschinen 153.  
Anionen 30.  
Ankerrückwirkung, Gleichstrom 159.  
— Wechselstrom 323. 327. 329.  
Ankerstreuung, Gleichstrom 160.  
— Wechselstrom 323. 329.  
Ankerstrom im Umformer 510.  
Ankerwiderstand 120. 126. 134.  
Anlaßmaschinen 222.  
Anlaßtransformator 414.  
Anlassen von Drehstrommotoren 414.  
— von Einphaseninduktionsmotoren 461.  
— von Gleichstrommotoren 215. 236.  
— von Kommutatormotoren 465.  
— von Repulsionsmotoren 477.  
— von Synchronmotoren 369.  
Anlasser 222.  
— zum Regulieren 216. 236.  
Anlaufstrom, siehe Kurzschlußstrom.  
Anode 30.  
Anzugsmoment, Drehstrommotor 434.  
Arbeit, Definition u. Einheit 22. 67. 111.  
— beim Hub eines Elektromagneten 96.  
— bei Magnetisierung 79. 89.  
— bei Ummagnetisierung 58. 94.  
— mechanische, umgesetzt in elektr. 68.  
— elektr., umgesetzt in mechanische 68.  
Asynchronmotoren 368. 378. 394. Siehe auch Drehstrommotoren und Einphasenmotoren.  
Atomgewicht 34.  
Aufgeschnittene Gleichstromwicklung 398.  
Augenblickswert der Spannung und Stromstärke 84. 239. 243. 248.  
— der Leistung 268.  
— der Selbstinduktion 85. 255.  
Auslaufmethode 202.  
Ausschalten, funkenfreies 86. 220.  
Autotransformatoren, siehe Spartransformatoren.  
Avogadro'sche Regel 36.  
Ballistisches Galvanometer 74.  
Basen 31.  
Batterie, siehe Akkumulatoren.  
Belasten von Gleichstrommaschinen 34.  
— von Synchronmotoren 370.  
— von Wechselstrommaschinen 347, 370.  
Belastung, normale bei Drehstrom 433.  
Beschleunigung, Dimension der 104.  
Bifilare Wicklung 86.  
Brechung von Kraftlinien 57.  
Bremsung, elektrische bei Gleichstrom 206.  
— — bei Drehstrom 432.

- Bunsenelement 4. 45.  
 Bürstenstellung 119. 157.  
 Charakteristik der magnetelektrischen Maschine bei Belastung 182.  
 — — — bei Leerlauf 176. 181.  
 — der Hauptstrommaschine 183.  
 — des Hauptstrommotors 228.  
 — der Nebenschlußmasch. b. Leerlauf 184.  
 — — — bei Belastung 185.  
 — der Wechselstrommaschine 320. 330.  
 Chemische Energie 38.  
 — Vorgänge in Akkumulatoren 41.  
 — — in Elementen 43.  
 Chromelement 3. 4. 45.  
 Compoundierung von Gleichstrommaschinen 153. 188.  
 — von Wechselstrommaschinen 366.  
 Coulomb, Einh. d. Elektrizitätsmenge 2. 109.  
 Coulombs Gesetz für Elektrizität 109.  
 — — für Magnetismus 49. 106.  
 Dämpfung durch Wirbelströme 101.  
 — von Galvanometern 101.  
 — bei Wechselstrommaschinen 362.  
 Daniellselement 4. 44.  
 Deklination, magnetische 58.  
 Derimaschine 162.  
 Diagramme der Kraftflüsse, elektromotorischen Kräfte und Ströme bei der Wechselstrommaschine 319. 323. 325. 333.  
 — — — beim Doppelschlußmotor 488.  
 — — — beim Drehstrommotor 420. 425. 427. 428. 432. 436. 440. 444.  
 — — — beim Drehstrom-Kollektormotor 496 ff.  
 — — — beim Eichberg-Motor 481.  
 — — — beim Einphasen-Induktionsmotor 459. 460. 462.  
 — — — beim Reihenschlußmotor 471.  
 — — — beim Repulsionsmotor 475 ff.  
 — — — beim Synchronmotor 371 ff.  
 — — — beim Transformator 286. 289. 293. 299. 305. 306.  
 — — — beim Umformer mit Drosselspule 508.  
 Dimension 103.  
 Direktionskraft 346. 359.  
 Doppelbrücke 20.  
 Doppelschlußmotoren 487.  
 Doppel-T-Anker 114.  
 Doppelzellenschalter 194.  
 Drehfeld beim Drehstrommotor 379. 391.  
 — beim Eichberg- und Latour-Motor 481.  
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 458.  
 — beim Repulsionsmotor 474.  
 Drehmoment beim Drehstrommotor 392. 409. 423. 434. 440.  
 — beim Eichberg- und Latour-Motor 484.  
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 460.  
 — beim Gleichstrommotor 208.  
 — beim Hauptstrommotor 226.  
 — beim Nebenschlußmotor 212.  
 — beim Reihenschlußmotor 471.  
 — beim Repulsionsmotor 477.  
 Drehrichtung beim Drehstrommotor 392.  
 — beim Gleichstrommotor 204.  
 — beim Einphasen-Induktionsmotor 455.  
 Drehstrom-Kollektormotor 492.  
 Drehstromleitungen 388.  
 Drehstrommotor, Diagramme 420. 425. 427. 428. 432. 436. 440. 444.  
 — Drehmoment 392. 409. 434. 440.  
 — Drehzahl 394.  
 — elektromotorische Kräfte 416.  
 — Erregung 399. 419.  
 — Grundgesetze 377 ff.  
 — Kraftflüsse 399. 425.  
 — Leistung 387. 411. 423. 430.  
 — Schlüpfung 394. 412. 430. 442.  
 — Wickelungen 395.  
 Drehstrom-Regelsätze m. Hintermotor 498.  
 — — mit Frequenzwandler 501.  
 Drehstrom-Reihenschlußmotor 492.  
 Drehstrom-Transformatoren 386.  
 Drehung von Wellen 519.  
 Drehzahl des Drehstrommotors 394.  
 — des Eichberg-Motors 482.  
 — des Gleichstrommotors 209. 213. 216 ff. 229. 233.  
 — des Reihenschlußmotors 471.  
 — des Repulsionsmotors 478.  
 — des Synchronmotors 368.  
 Dreieckschaltung 380.  
 Dreileitersystem 28. 172.  
 Dreilochwicklung 315.  
 Dreiphasenmotor, siehe Drehstrommotor.

- Drosselspule 274.  
 — zur Dämpfung 274. 361.  
 — zur Spannungsregulierung von Umformern 507.  
 — Spannungsteilung 172.  
 Dyn 22. 105.  
 Dynamische Wirkung, siehe Kraft.  
 Dynamogußstahl 75. 154.  
 Dynamometer 62. 247.  
 Dynamo-elektrisches Prinzip 151.  
**Effekt**, siehe Leistung.  
 Effektivwerte der Spannung und Stromstärke 246.  
 Effektverluste in der Leitung 27. 388.  
 — in Drehstrommotoren 441.  
 — in Gleichstrommaschinen 199.  
 — durch Hysteresis 58. 94.  
 — in Transformatoren 291.  
 — in Umformern 510.  
 — durch Wirbelströme 99.  
 Eichbergmotor 479 ff.  
 Eichung von Meßinstrumenten 8. 247.  
 Einankerumformer 404.  
 — Regulierung 507.  
 — Verhältnis der Spannungen 505.  
 — — der Ströme 507.  
 — Verluste 510.  
 Einfachzellenschalter 194.  
 Einheit für Arbeit 22. 111.  
 — für Beschleunigung 105.  
 — für Effekt 24. 112.  
 — für Elektrizitätsmenge 2. 109.  
 — für elektromotorische Kraft 4. 65. 108.  
 — für Feldstärke 50. 107.  
 — für Geschwindigkeit 104.  
 — für Induktivität 85. 112.  
 — für Kapazität 113.  
 — für Kraft 22. 105.  
 — für Kraftlinien 52. 107.  
 — für Länge 102.  
 — für Leistung 24. 112.  
 — für Masse 102.  
 — für Polstärke 49. 107.  
 — für Spannung 4. 65. 66. 109.  
 — für Stromstärke 2. 67. 109.  
 — für Zeit 102.  
 Einlochwicklung 310. 312.  
 Einphasen-Induktionsmotor 455 ff.  
 Einphasen-Induktionsmotor, Kraftlinienverlauf 457.  
 — Kreisdiagramm 459. 462.  
 — Leerstrom 460.  
 — Leistungsfaktor 460.  
 — Zerlegung der Amperewindungen 453.  
 Einphasige Kollektormotoren 464 ff.  
 Eisen im magnetischen Feld 56.  
 Elektrische Arbeit 22. 111.  
 Elektrischer Widerstand 5. 110.  
 Elektrizität, Vorzeichen 1.  
 — statische 1. 111.  
 Elektrizitätsmenge 2. 109.  
 Elektrochem. Äquivalentgewicht 35.  
 Elektroden 30.  
 Elektrolyse 30.  
 Elektrolyte 30.  
 Elektrolytischer Mittelwert 243. 247.  
 Elektromagnet, Tragkraft 99.  
 Elektromagnetismus 59 ff.  
 Elektromotorische Kraft 3. 63. 108.  
 — — Messung 3. 21.  
 — — bei Akkumulatoren 43.  
 — — bei Drehstrommotoren 416. 428.  
 — — bei Drosselspulen 256.  
 — — bei Eichbergmotoren 480.  
 — — bei Einphasenmotoren 463.  
 — — bei Elementen 4. 44 ff.  
 — — bei Gleichstrommasch. 119. 127. 134.  
 — — bei Kommutatormotoren 468.  
 — — bei Reihenschlußmotoren 470.  
 — — bei Repulsionsmotoren 475.  
 — — bei Transformatoren 284.  
 — — bei Umformern 505.  
 — — bei Wechselstrommaschinen 310 ff.  
 — — der gegenseitigen Induktion 90. 428. 467.  
 — — der Induktion 63.  
 — — der Polarisation 36.  
 — — der Selbstinduktion 85. 255.  
 — — des Wechselstromes 239.  
 Elektrostahlgewinnung 303.  
 Elemente 4. 43.  
 — chemische Vorgänge 43.  
 — Schaltung 17.  
 Energie, Erhaltung der 38. 68. 211. 291.  
 Entladekurve 43.  
 Erg 22, 68, 111.

- Erhaltung der Energie, siehe Energie.  
 Erregung, Einfluß auf Phasenverschiebung bei Generatoren 355.  
 — — — bei Synchronmotoren 376.  
 — Vorausbestimmung bei Drehstrommotoren 399 ff. 419.  
 — — bei Gleichstrommaschinen 176.  
 — — bei Wechselstrommaschinen 331.
- Farad** 113.  
 Faradaysche Schwimmerregel 66.  
 Faradays Gesetz für Elektrolyse 33.  
 Faureverfahren 40.  
 Feldmagnete 154.  
 Feldregelung 218.  
 Feldstärke, Begriff u. Einheit 49. 70. 107.  
 — in einer Spule 73.  
 — im Zentrum eines Reifens 70.  
 Flemingsches Diagramm 264.  
 Flüssigkeitsanlasser 415  
 Förderanlagen mit Leonardschaltung 222.  
 Formfaktor 310.  
 Formierung von Akkumulatoren 40.  
 Foucaultströme 99. 199. 201. 361.  
 Frequenz, siehe Periodenzahl.  
 Frequenzwandler 501.  
 Funkenbildung durch Selbstinduktion 86. 220.  
 Funkenfreier Anlasser 221.  
 — Kommutierung 163.
- Galvanometer** 2. 16.  
 — mit Nebenschluß 16.  
 Gegenamperewindungen, vgl. Ankerrückwirkung.  
 Gegenseitige Induktion 90. 428. 467.  
 Geometrische Addition 251.  
 Geschwindigkeit 103.  
 Glatte Wickelung 311. 315.  
 Gleichstromwickelung bei Wechselstrommaschinen 396.  
 Grad im elektrischen Maß 242.  
 Gramm als Einheit der Masse 102.  
 Grammescher Ring 117.  
 Grammkalorie 23. 111.  
 Grusonstahl 75.
- Hauptstrommaschine** 152. 182.  
 — Charakteristik 183. 229.  
 Hauptstrommaschine für Bogenlicht 183.  
 — als Motor 205.  
 Hauptstrommotor 226.  
 — Drehmoment 227. 230.  
 — Drehzahl 226. 231.  
 Henry 85. 113.  
 Heylandsches Diagramm 427. 428.  
 Hilfspole 170. 472.  
 Hilfszellen 193.  
 Hintermotor 498.  
 Hitzdrahtinstrumente 247.  
 Hopkinsonscher Apparat 74.  
 Horizontalkomponente 58.  
 Hysteresis 58. 93. 286.  
 — Koeffizient 95.  
 Hysteresisstrom 287.  
 — Verlust 58. 95. 286.
- Ilgnerumformer** 223.  
 Imaginäre Zahlen 518.  
 Impedanz 264. 521.  
 Induktanz 264, vgl. Selbstinduktion.  
 — und Widerstand in Reihe 259. 265. 520.  
 — — — parallel 267.  
 — Kapazität u. Widerst. in Reihe 279. 522.  
 — und Kapazität parallel 281. 523.  
 Induktion, magnetische 73.  
 Induktionsapparat 92.  
 Induktionsregler 285.  
 Induktionsmotoren, siehe Drehstrommotoren und Einphasenmotoren.  
 Induktionsfreie Wickelung 86.  
 Induktionslose Belastung des Transformators 290.  
 — — der Wechselstrommaschine 322. 332.  
 Induktionsofen 303.  
 Induktive Belastung der Wechselstrommaschine 322. 333.  
 Induktiver Widerstand, siehe Induktanz.  
 Induktivität 85.  
 Induzierte elektromot. Kraft 63. 239.  
 Inklination, magnetische 58.  
 Innenpolmaschinen, Wechselstrom 307.  
 Innerer Widerstand von Batterie 18. 189.  
 Intensität in der symbol. Darstellung 517.  
 Ionen 30.  
 Joule, Einheit der Arbeit 22. 111.  
 Joulesche Konstante 22.

- Joulesche Wärme 26.  
 Joulesches Gesetz 23. 112.
- Kadmiumelement** 4. 46.  
**Käfiganker**, siehe Kurzschlußanker.  
**Kalorie** 23. 111.  
**Kapazität der Batterie** 42.  
 — des Kondensators 113. 275.  
 — und Widerstand in Reihe 277. 522.  
 — Widerstand und Selbstinduktion in Reihe 279. 522.  
 — und Selbstinduktion parallel 281. 523.  
 — Einfluß auf Phasenverschiebung 282. 306. 322. 524.  
**Kapazitätsspannung**, Phase der 276. 523.  
**Kapazitätsstrom** 276.  
**Kappsches Diagramm für Transf.** 306.  
**Kaskadenschaltung** 415.  
**Kaskadenumformer** 514.  
**Kationen** 30.  
**Kathode** 30.  
**Kerntype** 283.  
**Kilogramm** 102. 106.  
**Kilovoltampere** 272.  
**Kilowatt** 25.  
**Kilowattstunde** 25.  
**Kirchhoffsche Regeln** 11.  
**Klemmenspannung eines Widerstandes** 6.  
 — einer Batterie 43.  
 — einer Compoundmaschine 188.  
 — einer Hauptstrommaschine 183.  
 — einer magnetelktr. Maschine 182.  
 — einer Nebenschlußmaschine 184.  
 — eines Transformators 300.  
 — einer Wechselstrommaschine 321.  
**Kohlenbürsten** 170.  
**Kollektor**, siehe Kommutator.  
**Kollektormotoren**, einphasig 464.  
 — mehrphasig 433. 492.  
**Kommutator** 117.  
**Kommutierung** 159. 160. 163 ff.  
**Kommutierungsfeld** 170.  
**Kompensation der Quermagnetisierung bei Gleichstrommaschinen** 162.  
 — bei Einphasenmotoren 470.  
**Kompensationsapparat** 22.  
**Kompensationsmethode** 21.  
**Komplexe Zahlen** 518.  
**Kondensanz** 522. Siehe auch Kapazität.
- Kondensator** 113.  
**Konduktanz** 524.  
**Kopfstreuung bei Drehstrommotoren** 454.  
 — bei Wechselstrommaschinen 323.  
**Kraft**, Begriff und Einheit 22. 105.  
 — zwischen Feld und Leitern 68.  
 — zwischen Feld und Pol 50.  
 — zwischen parallelen Leitern 61.  
 — zwischen Schleife und Pol 70.  
 — zwischen Spule und Pol 72.  
 — zwischen zwei Polen 49.  
**Kraftlinien**, Begriff und Einheit 52. 107.  
 — der Gleichstrommaschine 158.  
 — der Wechselstrommaschine 323.  
 — des Drehstrommotors 378. 399. 408. 425.  
 — des Eichberg-Motors 481.  
 — des Einphasen-Induktionsmotors 457. 459.  
 — des Repulsionsmotors 475.  
 — Dichte 53. 107.  
 — eines geraden Leiters 59.  
 — einer Schleife 59.  
 — einer Spule 60.  
**Kraftübertragung** 27.  
**Kreisdiagramm**, Drehstrommotor 424. 438. 450.  
 — des Einphasenmotors 460. 462.  
 — des Reihenschlußmotors 471.  
 — des Repulsionsmotors 476.  
**Kupfer**, spez. Widerstand 10.  
 — Temperaturkoeffizient 10.  
**Kurzschluß unter den Bürsten**, siehe Kommutierung.  
**Kurzschlußanker** 391. 414. 428.  
**Kurzschlußcharakteristik** 330.  
**Kurzschlußstrom**, Drehstrommotor 435.  
 — beim Drehstrom-Kollektormotor 498.  
 — beim Eichberg-Motor 484.  
 — Reihenschlußmotor 471.  
 — bei Repulsionsmotoren 476.  
 — bei Synchronmotoren 373.  
 — bei Wechselstrommaschinen 339.  
**Kurzschlußuntersuchung**, Drehstrommotor 448.  
 — bei Transformatoren 305.  
 — bei Wechselstrommaschinen 329.
- Ladekurve** 43.  
**Ladung mit Einfachzellenschalter** 194.

- Ladung mit Doppelzellenschalter 194.  
 — mit Zusatzmaschine 196.  
 Lahmeyertype 155.  
 Längeneinheit 102.  
 Lange Spulen 123.  
 Latour-Motor 479.  
 Leblanc-Dämpfung 361.  
 Leclanché-Element 4. 45.  
 Leerlauf des Transformators 285.  
 Leerlaufcharakteristik der magnetelektrischen Maschine 181.  
 — der Wechselstrommaschine 330.  
 Leerlaufverlust, Gleichstrommaschine 201.  
 — Trennung der 201.  
 — des Drehstrommotors 440.  
 — des Transformators 287.  
 Legierte Bleche 96. 283.  
 Leistung, elektrische 24. 112.  
 — bei Phasenverschiebung 268.  
 — bei Wechselstrom 244.  
 — des Drehstrommotors 387. 423. 430. 440.  
 Leistung des Gleichstrommotors 210.  
 — des Synchronmotors 372 ff.  
 — des Umformers 513.  
 — der Wechselstrommaschinen 338 ff.  
 Leistungsfaktor 271.  
 — abhängig von der Erregung 355. 376.  
 — bei Doppelschlußmotoren 491.  
 — größter, bei Drehstrommotoren 433.  
 — bei Eichberg-Motoren 484.  
 — bei Einphasenmotoren 460.  
 — bei Reihenschlußmotoren 471.  
 — bei Repulsionsmotoren 477.  
 Leitfähigkeit, elektrische 11.  
 — magnetische 57. 73.  
 Lenz'sches Gesetz 68. 91. 204. 392.  
 Leonard-Schaltung 222.  
 Lochzahl, siehe Nutenzahl.  
 Luftspalt, Einfluß auf Streuung 452.  
**Magnet** 48.  
 Magnetelektrische Maschine 175.  
 Magneterregung, Einfluß auf Belastung paralleler Gleichstrommaschinen 348.  
 — Einfluß auf Phasenverschiebung paralleler Wechselstrommaschinen 355. 376.  
 Magnete von Gleichstrommaschinen 155.  
 — von Wechselstrommaschinen 309.  
 Magnetische Achse 48.  
 Magnetische Induktion 56. 73.  
 — Kraft, siehe Kraft.  
 — Leitfähigkeit 57. 73.  
 — Menge 49. 106.  
 — Polstärke 49. 106.  
 — Potentialdifferenz 54. 79.  
 Magnetischer Druck 79.  
 — Kreis 78. 80. 176 ff.  
 — Widerstand 77.  
 Magnetisches Moment 51.  
 Magnetisierende Kraft 73, vgl. Erregung.  
 Magnetisierungskurven 75. 76.  
 — ihre Aufnahme 74.  
 — von Drehstrommotoren 407. 408.  
 — von Gleichstrommaschinen 181. 228.  
 — von Wechselstrommaschinen 330.  
 Magnetisierungsstrom, Drehstrommotor 405. 419.  
 — des Transformators 257. 285.  
 Magnetomotorische Kraft 79.  
 Manganin 11.  
 Manteltype 283.  
 Masse 102.  
 Mechanische Arbeit 110.  
 — Leistung, Drehstrommotor 387. 411. 423. 430.  
 — — des Gleichstrommotors 210.  
 — — des Drehstrommotors 431.  
 — — des Synchronmotors 371.  
 Mehrlochwicklung 308. 310. 313.  
 Mehrpolige Wicklung von Drehstrommotoren 393.  
 Mehrteiliger Kollektor 117.  
 Meßinstrumente, Gleichstrom 2. 7. 61  
 — Wechselstrom 247. 389.  
 Metalle, chemisches Verhalten 31.  
 Metalloxyde 31.  
 Meter 102.  
 Meterkilogramm 23. 111.  
 Mikrocoulomb 109.  
 Mikrofaraad 113. 279.  
 Mittlere Leistung des Wechselstromes 244. 268.  
 — Stromstärke des Wechselstromes 243.  
 Molekularmagnetismus 57.  
 Momentanwert, siehe Augenblickswert.  
 Mordey-Verbindungen 127. 143. 148.  
 Motor, Drehrichtung 204.

- Nebenschluß zum Galvanometer 16.  
 Nebenschlußmaschine 152. 184.  
 — als Motor 206.  
 Nebenschlußmotoren 212 ff.  
 Negative Phasenverschiebung, siehe Phasenverschiebung.  
 Neusilber, spez. Widerstand 10.  
 — Temperaturkoeffizient 11.  
 Neutrale Zone 157.  
 Neutralisierung von Basen und Säuren 31.  
 Nichtmetalle 31.  
 Nickelin, spez. Widerstand 10.  
 — Temperaturkoeffizient 11.  
 Niveaudifferenz, elektrische 4. 12. 25.  
 — magnetische 54.  
 Niveaufläche 55.  
 Nordpol 48.  
 Normale Belastung des Drehstrommotors 433.  
 Nulleiter 28. 172. 386.  
 Nutenanker 130.  
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 451.  
 Nutenschritt 131.  
 Nutenwicklung 130.  
 Nutenzahl der Wechselstrommaschine 308 ff.  
 — des Drehstrommotors 395. 451.  
 Nutzleistung des Drehstrommotors 440.  
 — des Hauptstrommotors 230.  
 — des Nebenschlußmotors 213.  
  
**Ö**lisolierung von Transformatoren 284.  
 Ölkühlung 284.  
 Ohm, Einheit 5. 111.  
 Ohmsche Spannung, ihre Phase 252.  
 Ohmsches Gesetz 5.  
 — — für Magnetismus 79.  
 — — für Wechselstrom 259. 279.  
 Osmotischer Druck 30.  
 Ossannascher Kreis 437.  
  
**P**acinottischer Anker 117.  
 Parallelbetrieb von Maschine und Batterie 189.  
 — von Wechselstrommaschinen 338 ff.  
 Parallelschaltung von Elementen 17.  
 — von Gleichstrommaschinen 347.  
 — von Induktanz u. Kapazität 281. 523.  
 — von Synchronmotoren 369.  
  
 Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen 347.  
 — von Widerstand und Induktanz 267.  
 Parallelwicklung, Ring 125.  
 — Trommel 128.  
 Pendeln von Wechselstrommaschinen 357.  
 Periodenzahl 95. 242.  
 — Einfluß auf Streuung 452.  
 — beim Reihenschlußmotor 472.  
 Permanente Magnete 58.  
 Pferdestärke 25. 112.  
 Phase 249. 517.  
 — der Kapazitätsspannung 276.  
 — der Ohmschen Spannung 252.  
 — des Rotorstromes beim Drehstrommotor 392. 413. 421. 427.  
 der Selbstinduktion 257.  
 Phasenanker 392. 414.  
 Phasenlampen 347.  
 Phasenregelung durch übererregte Motoren 376.  
 Phasenverschiebung 262.  
 — Aufhebung der 376.  
 — Einfluß auf Klemmenspannung 306. 322.  
 — Einfluß auf Ankerrückwirkung 329.  
 — — auf Leistung 271.  
 — negative 262. 306. 322. 356. 376.  
 Pirani-Maschine 191.  
 Plante-Verfahren 40.  
 Polardiagramm 516.  
 Polarisation 36. 43. 44.  
 Polbreite, Einfluß auf elektromotorische Kraft 312.  
 Pole 48.  
 Polstärke 48. 106.  
 Polwechsel 240.  
 Polzahl, Einfluß auf Streuung 453.  
 Potential 54.  
 Potentialdifferenz, elektrische 25.  
 — magnetische 54. 79.  
 Potiersches Diagramm 330.  
 Präzisionswiderstände 11. 15.  
 Pufferbatterie 189. 191.  
  
**Q**uadratischer Mittelwert 246.  
 Quermagnetisierung bei Eichberg- und Latour-Motoren 480.  
 — bei Einphasenmotoren 461.  
 — bei Gleichstrom 160.

- Reaktanz** 522.  
 Regelung der Drehzahl bei Drehstrom-  
 motoren 418.  
 — — — bei Kommutatormotoren 465.  
 — — — durch Änderung der Erregung  
 218. 234.  
 — — — durch Anlaßmaschine 222.  
 — — — durch Reihen- und Parallel-  
 schaltung 236.  
 — — — durch Vorschaltwiderstände  
 216. 236.  
 — — — nach Sprague 235.  
 — — Spannung 186.  
 — — — selbsttätige bei Wechselstrom-  
 maschinen 363.  
 — — — bei Umformern 507.  
**Reibungselektrizität** 1.  
**Reibungsverluste** 199.  
**Reihenparallelwicklung** 142.  
**Reihenschaltung** von Elementen 17.  
 — von Induktanz und Kapazität 297.  
 — von Widerstand und Induktanz 259.  
 265. 520.  
 — von Widerstand und Kapazität 277.  
 — von Widerstand, Induktanz und Kapa-  
 zität 279. 522.  
**Reihenschlußmotor** für Wechselstrom 469.  
**Reihentransformator** 297.  
**Reihenwicklung** 134. 138.  
**Remanenter Magnetismus** 58. 93.  
**Repulsionsmotor** 473.  
**Resonanz** 281. 361.  
**Resultierende Erregung** von Drehstrom-  
 motoren 420. 426.  
 — — von Gleichstrommaschinen 159.  
 — — von Transformatoren 292.  
 — — von Wechselstrommaschinen 325.  
**Richtung** der Kraftlinien 52.  
 — der gegenseitigen Induktion 90.  
 — der induzierten EMK 63. 66.  
 — der magnetischen Kraft 58. 61.  
 — der Selbstinduktion 84. 257.  
**Ring** mit Parallelwicklung 125.  
 — mit Reihenparallelwicklung 142.  
 — mit Reihenwicklung 134.  
**Ringwicklung** 117.  
**Röhrenwicklung** 283.  
**Rosenberg-Maschine** 197.  
**Rotierende Erregungen** 456.  
**Rotierender Umformer**, siehe Einanker-  
 umformer.  
**Rotor**, Wirkungsweise 391.  
**Rotorstrom** 392. 421. 427.  
 — Phase 249.  
**Rotorverluste** 413. 423. 442.  
**Rückwirkung**, siehe Ankerrückwirkung.  
**Sättigung** 77. 181. 335.  
 — Einfluß auf Streuung 448.  
**Säuren** 31.  
**Schablonenwicklung** 130.  
**Schaltung** von Elementen 17.  
**Schaltzellen** 193.  
**Scheibenwicklung** 283.  
**Schleichende Stabwicklung** für Wechsel-  
 strom 396. 404. 416. 425.  
 — Wickelung, aufgeschnitten 398.  
**Schleife**, Widerstand 14.  
 — Stromverteilung 15.  
**Schleifenwicklung** 128.  
**Schlüpfung** 393. 413. 423. 431. 442.  
**Schnellregler** 363.  
**Schwingungszeit** der Dampfmaschine 357.  
 — der Wechselstrommaschine 359.  
**Schwungmassen**, Einfluß auf Pendeln 361.  
**Scottsche Schaltung** 386.  
**Sehnenwicklung** 132.  
**Sekunde** 102.  
**Selbsterregung** 151.  
**Selbstinduktion** 84. 255.  
 — Augenblickswert 84. 255.  
 — der kurzgeschlossenen Spule des  
 Gleichstromankers 166.  
 — des Transformators 304.  
 — der Wechselstrommasch. 320. 338. 346.  
 — Effektivwert 255.  
 — Einfluß auf Pendeln 361.  
 — — auf  $V$ -Kurve 355.  
 — ihre Phase 257. 520.  
 — ihre Richtung 84. 257.  
 — und Kapazität parallel 281.  
 — und Widerstand in Reihe 265.  
 — Widerstand und Kapazität in Reihe 279.  
**Selbstinduktionskoeff.**, siehe Induktivität.  
**Selbsttätige Spannungsregelung** von  
 Wechselstrommaschinen 363.  
**Serien**, siehe Reihen.

- Siemensches Dynamoprinzip 151.  
 Siemenstype 155.  
 Silbervoltmeter 2. 46. 109.  
 Spaltpole 509.  
 Spannung 2. 6. Siehe auch Klemmen-  
 spannung oder elektromotorische Kraft.  
 Spannungsabfall im Transformator 306.  
 — in der Wechselstrommaschine 322. 331.  
 Spannungsteilung 28. 172.  
 Spannungszeiger, siehe Voltmeter.  
 Spartransformator 296.  
 Spezifischer Widerstand 9.  
 Sprague-Schaltung 235.  
 Spulenseite, Einfluß ihrer Breite auf  
 elektromotorische Kraft 311. 316. 326.  
 Stabwicklung 123.  
 Statische Charakteristik, siehe Leerlauf-  
 charakteristik.  
 — Elektrizität 1. 109.  
 Stator des Drehstrommotors 377.  
 Statorverluste 435. 441.  
 Steigung von Bahnen 231.  
 Steinmetzscher Hysteresiskoeffizient 95.  
 Sternschaltung 383.  
 — von Transformatoren 386.  
 Stern-Dreieckschaltung 386.  
 Stern-Doppelsternschaltung 386.  
 Steuermaschinen 222.  
 Stirnstreuung bei Drehstrommotoren 454.  
 — bei Wechselstrommaschinen 323.  
 Streufaktor, siehe Streuungskoeffizient.  
 Streuung des Stators bei Wechselstrom-  
 maschinen 323.  
 — des Drehstrommotors 426. 447.  
 — der Magnete bei Gleichstrommaschi-  
 nen 82.  
 — — bei Wechselstrommaschinen 334.  
 — beim Transformator 301.  
 Streuungskoeffizient bei Drehstrommoto-  
 ren 427.  
 — bei Wechselstrommaschinen 336.  
 Streuungsloser Drehstrommotor 420.  
 Stromdichte im Ankerdraht 127.  
 — unter der Bürste 165. 167.  
 Stromrichtung in Maschinen 64. 118. 123.  
 Stromstärke, Definition und Einheit 2.  
 67. 68. 109.  
 — effektive 246.  
 Stromstärke, Messung 2. 61.  
 — mittlere des Wechselstromes 243.  
 Stromverbrauch bei Steigungen 233.  
 Stromverteilung bei Schleifen 15  
 Stromzeiger, siehe Amperemeter.  
 Superposition von Strömen 510.  
 Suszeptanz 524.  
 Swinburnesche Drosselspulen 274.  
 — Sehnenwicklung 132.  
 Symbolische Methode 516.  
 Synchronisierende Kraft 343. 357.  
 Synchronismus 347.  
 Synchronmaschinen 307.  
 Synchronmotoren 368.  
 — bei konstanter Erregung 370.  
 — bei veränderter Erregung 375.  
**Tangentenbussole** 70.  
 Tangentengesetz für Brechung von Kraft-  
 linien 57.  
 Temperaturbestimmung der Magnetspulen  
 10.  
 Temperaturkoeffizient 10.  
 Tirillregler 363.  
 Tourenregelung, siehe Regelung.  
 Tourenzahl, siehe Drehzahl.  
 Transformator 283.  
 — bei Belastung 290. 298.  
 — bei Leerlauf 285. 287. 299.  
 — Verhältnis der Spannungen 285.  
 — — der Ströme 291.  
 — Verluste 294.  
 — Wirkungsgrad 294.  
 Trennung der Verluste in Gleichstrom-  
 maschinen 202.  
 Trommel, zweipolig 120.  
 — mit Parallelwicklung 128.  
 — mit Reihenparallelwicklung 146.  
 — mit Reihenwicklung 138.  
 Turbogeneratoren 170. 309.  
**Übererregung** von Synchronmotoren 306.  
 322. 356. 376.  
 Überlastungsfähigkeit von Drehstrom-  
 motoren 434.  
 — von Einphasenmotoren 461.  
 — von Gleichstrommotoren 213.  
 — von Synchronmotoren 374.  
 — von Wechselstrommaschinen 343.

- Übersynchroner Lauf bei Drehstrommotoren 432.  
 — — bei Repulsionsmotoren 493.  
 Umformer, siehe Einankerumformer.  
 Umlaufzahl, siehe Drehzahl.  
 Ummagnetisierung 58. 93.  
 Umsteuerung von Drehstrommotoren 394.  
 — von Gleichstrommotoren 207.  
 — von Repulsionsmotoren 473.
- Valenz** 35.  
 Vektordiagramm 248.  
 Ventilierte Maschinen 170.  
 Vergrößerungsfaktor 359.  
 Verluste, siehe Effektverluste.  
 Verlustziffer 96.  
 $V$ -Kurven 355.  
 Volt, Einheit der Spannung 2. 65. 108.  
 Voltmeter 46.  
 Voltmeter, Eichung 8.  
 — Konstruktion und Schaltung 7.  
 Volumverhältnisse bei Elektrolyse 36.  
 Vorausberechnung der Erregung, siehe Erregung.  
 Voreilender Strom, siehe Phasenverschiebung.  
 Voreilung, anfängliche, der Antriebsmaschine 357.  
 — resultierende beim Pendeln 358.  
 Vorschaltwiderstand, siehe Anlasser.
- Wärme** beim Ummagnetisieren 58.  
 Wärmemenge 23. 111.  
 Wagensgeschwindigkeit 232.  
 Waltenhofensches Pendel 100.  
 Wanderungsrichtung der Ionen 30.  
 Watt 24. 112.  
 Wattkomponente 272.  
 Wattlose Ströme 272. 274. 277.  
 Wattmeter 62.  
 — für Drehstrom 389.  
 Wechselstrom, Augenblickswert 239.  
 — Effekt 244. 268.  
 — Effektivwert 246.  
 — Mittelwert 243.  
 Wechselstrommaschine 307.  
 Wellenwicklung 138. 146.
- Wendepole 170. 472.  
 Wertigkeit 35.  
 Weston-Element 4. 46.  
 Wheatstonesche Brücke 19.  
 — — mit Wechselstrom 87.  
 Wicklung, Drehstrommaschinen 396.  
 — Wechselstrommaschinen 306.  
 Wicklungsschritt 122.  
 Widerstand, elektrischer 5. 110.  
 — und Induktanz parallel 267.  
 — — — in Reihe 265.  
 — Induktanz und Kapazität in Reihe 279.  
 — und Kapazität in Reihe 277. 522.  
 — magnetischer 77.  
 — Messung 9. 19.  
 Wildesche Maschine 150.  
 Winkelgeschwindigkeit 210. 239.  
 Wirbelstrombremse 101.  
 Wirbelströme 99. 199.  
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 42.  
 — von Drehstrommotoren 445.  
 — von Dynamomaschinen 199.  
 — von Gleichstrommotoren 213.  
 — von Drehstrommotoren 445.  
 — von Transformatoren 295.
- Zahnsättigung**, Einfluß auf Streuung bei Drehstrommotoren 448.  
 Zahnstreuung bei Drehstrommotoren 451.  
 Zeiteinheit 102.  
 Zeitkonstante 88.  
 Zellenschalter 193.  
 Zentimeter 102.  
 Zentimeterdyn 22. 111.  
 Zerlegung von Strömen 272.  
 Zersetzungszellen 30.  
 Zugbeleuchtung 197  
 Zugkraft, siehe Drehmoment.  
 Zuleitung, Verluste in der 27. 388.  
 Zusammensetzung von Strömen und Spannungen 249.  
 Zweilochwicklung 310. 313.  
 Zweiphasenmotor 377.  
 Zweiteiliger Kollektor 116.  
 Zylinderrotor 309.  
 Zylinderwicklung 283.

**Die Gleichstrommaschine.** Ihre Theorie, Untersuchung, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von Dr.-Ing. **E. Arnold**, Geh. Hofrat, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. In zwei Bänden.

Erster Band: **Theorie und Untersuchung.** Mit 593 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Zweiter Band: **Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise.** Mit 502 Textfiguren und 13 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

---

**Die Wechselstromtechnik.** Herausgegeben von Dr.-Ing. **E. Arnold**, Geh. Hofrat, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. In fünf Bänden.

Erster Band: **Theorie der Wechselströme.** Von J. L. la Cour, Technischer Chef der Allmänna Svenska El. A. B. Vesterås und O. S. Bragstad, ordentl. Professor der Technischen Hochschule Trondhjem. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 591 in den Text gedruckten Figuren.

In Leinwand gebunden Preis M. 24,—.

Zweiter Band: **Die Transformatoren.** Ihre Theorie, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 443 Textfiguren und 6 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

Dritter Band: **Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen.** Von E. Arnold. Mit 426 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Vierter Band: **Die synchronen Wechselstrommaschinen.** Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 514 Textfiguren und 13 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Fünfter Band: **Die asynchronen Wechselstrommaschinen.**

1. Teil: Die Induktionsmaschinen. Von E. Arnold, J. L. la Cour und A. Fraenkel. Mit 307 Textfiguren und 10 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 18,—.

2. Teil: Die Kommutatormaschinen. Erscheint im Jahre 1912.

---

**Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe.** Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. **E. Arnold**, Direktor des Instituts.

I. Band 1908—1909. Mit 260 Textfiguren. Preis M. 10,—.

II. Band 1910—1911. Mit 284 Textfiguren. Preis M. 10,—.

---

**Über den Kraftlinienverlauf im Luftraum und in den Zähnen von Dynamoankern.** Von Dr.-Ing. **Karl Hoerner**, Diplom-Ingenieur. Mit 4 Textfiguren, 4 Zahlentafeln und 3 Kurventafeln. Preis M. 1,20.

---

**Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.** Von Dr. **G. Benischke**. Zweite, erweiterte Auflage von „Magnetismus und Elektrizität mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis“. Mit 489 Textfiguren. Preis M. 12,—; in Leinwand gebunden M. 13,20.

---

**Das elektrische Kabel.** Von Dr. phil. **C. Baur**, Ingenieur. Eine Darstellung der Grundlagen für Fabrikation, Verlegung und Betrieb. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 91 in den Text gedruckten Figuren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

**Die Berechnung elektrischer Freileitungen** nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten. Von Dr.-Ing. **W. Majerczik**, Berlin. Mit 10 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 2,—.

**Beanspruchung und Durchhang von Freileitungen.** Unterlagen für Projektierung und Montage. Von **Robert Weil**, Dipl.-Ing. Mit 42 Textfiguren und 3 lithographierten Tafeln.

Preis M. 4,—.

**Die Fernleitung von Wechselströmen.** Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in Danzig. Mit 60 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

**Elektromotoren für Gleichstrom.** Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

**Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom.** Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in Danzig.

Zweite Auflage unter der Presse.

**Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom.** Von **Gisbert Kapp**. Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 255 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

**Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom.** Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung. Von **Gisbert Kapp**. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 185 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

**Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik.** Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen sowie zum Selbststudium. Von Professor **H. Vieweger**, Mittweida. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 174 Textfiguren und 2 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

**Tabelle der prozentualen Spannungsverluste** bei Gleich-, Ein- und Dreiphasenwechselstrom für die Querschnitte 1,5 bis 150 qmm. Von **F. Jesinghaus**.

Preis M. —,50.

**Untersuchung eines Zugmagneten für Gleichstrom.** Von Dr.-Ing. **Karl Euler**, Breslau. Mit 74 Textfiguren.

Preis M. 3,—.

**Hilfsbuch für die Elektrotechnik.** Unter Mitwirkung einer Anzahl Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **K. Strecker**, Geh. Oberpostrat und Professor. Siebente, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 675 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 14,—.

---

**Die normalen Eigenschaften elektrischer Maschinen.** Ein Datenbuch für Maschinen- und Elektroingenieure und Studierende der Elektrotechnik. Von Dr.-Ing. **Rudolf Goldschmidt**, Darmstadt. Mit 34 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 3,—.

---

**Elektrische und magnetische Messungen und Meßinstrumente.** Von **H. S. Hallo** und **H. W. Land**. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des holländischen Werkes „Magnetische en Elektrische Metingen“ von **G. J. van Swaay**, Professor an der Technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

---

**Isolationmessungen und Fehlerbestimmungen an elektrischen Starkstromleitungen.** Von **F. Charles Raphael**. Autorisierte deutsche Bearbeitung von Dr. **Richard Apt**. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 122 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

---

**Messungen an elektrischen Maschinen.** Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von **R. Krause**, Ingenieur. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 172 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

---

**Elektrotechnische Meßkunde.** Von **A. Linker**, Ingenieur. Zweite Auflage unter der Presse.

---

**Handbuch der elektrischen Beleuchtung.** Bearbeitet von Oberingenieur **J. Herzog** und Professor **Cl. Feldmann**. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 707 Figuren. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

---

**Grundzüge der Beleuchtungstechnik.** Von Dr.-Ing. **L. Bloch**, Ingenieur der Berliner Elektrizitätswerke. Mit 41 Textfiguren. Preis M. 4,—; in Leinwand gebunden M. 5,—.

---

**Elektrotechnische Winke für Architekten und Hausbesitzer.** Von Dr.-Ing. **L. Bloch** und **R. Zaudy**. Mit 99 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 2,80.

---

**Herstellung und Instandhaltung elektrischer Licht- und Kraftanlagen.** Ein Leitfaden auch für Nichttechniker unter Mitwirkung von **Gottlob Lux** und Dr. **C. Michalke**, verfaßt und herausgegeben von **S. Frhr. v. Gaisberg**. Fünfte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 56 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 2,40.

---

**Anlasser und Regler für elektrische Motoren und Generatoren.**

Theorie, Konstruktion, Schaltung. Von **Rudolf Krause**, Ingenieur. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 133 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

---

**Konstruktionen und Schaltungen aus dem Gebiete der elektrischen Bahnen.**

Gesammelt und bearbeitet von **O. S. Bragstad**, a. o. Professor an der Großherzogl. Techn. Hochschule Fridericiana in Karlsruhe. 31 Tafeln mit erläuterndem Text.

In einer Mappe Preis M. 6,—.

---

**Der Edisonakkumulator.** Seine technischen und wirtschaftlichen Vorteile gegenüber der Bleizelle. Von **Meno Kammerhoff**, Berlin-Pankow. Mit 94 Abbildungen und 20 Tabellen.

Preis M. 4,—; in Leinwand gebunden M. 5,—.

---

**Die elektrolytischen Metallniederschläge.** Lehrbuch der Galvanotechnik.

Fünfte, umgearbeitete Auflage. Von Dr. **W. Pfanhauser jr.** Mit 173 Textabbildungen.

In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

---

**Trigonometrie für Maschinenbauer und Elektrotechniker.**

Ein Lehr- und Aufgabenbuch für den Unterricht und zum Selbststudium. Von Dr. **Adolf Heß**, Professor am kantonalen Technikum in Winterthur. Mit 112 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 2,80.

---

**Elementarmechanik für Maschinentechniker.**

Von Dipl.-Ing. **R. Vogdt**, Oberlehrer an der Maschinenbauschule in Essen (Ruhr), Regierungsbaumeister a. D. Mit 154 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 2,80.

---

**Elastizität und Festigkeit.**

Die für die Technik wichtigsten Sätze und deren erfahrungsmäßige Grundlage. Von Dr.-Ing. **C. Bach**, Kgl. Württ. Baudirektor, Professor des Maschinen-Ingenieurwesens an der Kgl. Technischen Hochschule zu Stuttgart. Sechste, vermehrte Auflage. Unter Mitwirkung von Professor **R. Baumann**, an der Kgl. Technischen Hochschule zu Stuttgart. Mit in den Text gedruckten Abbildungen und 20 Tafeln in Lichtdruck.

In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

---

**Einführung in die Chemie.**

Ein Lehr- und Experimentierbuch von **Rudolf Ochs**. Mit 218 Textfiguren und einer Spektraltafel.

In elegantem Leinenband Preis M. 6,—.

---

**Die Gesamtorganisation der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-A.-G.**

Von Ingenieur **R. Blum**, Direktor der Bamag (Berlin). Preis M. 1,50.

---

**Fabrikschulen.**

Eine Anleitung zur Gründung, Einrichtung und Verwaltung von Fortbildungsschulen für Lehrlinge und jugendliche Arbeiter. Von **Curt Kohlmann**.

Preis M. 3,60.

---