

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

Sechzehnter Band
1937



Verlag von Julius Springer in Berlin

Inhaltsübersicht.

Erstes Heft.

	Seite
R. Elsner: Zur Frage der Übertragung von Stoßspannungen auf die Unterspannungsseite von Drehstromtransformatoren	1
H. Jungmichl u. O. Schiele: Spannungsüberwellen beim Steuerumrichter und ihre Glättung .	25
R. Strigel: Über die Schlagweitenabhängigkeit des Entladeverzugs in Öl in gleichförmigem Feld	38
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas . .	51
B. Kirschstein: Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff	72
R. Holm u. F. Güldenpfennig: Über die Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten .	81
R. Joscheck: Elektrische und mechanische Eigenschaften des Kohlengrießes von Mikrofonen .	105
W. Nagel u. E. Baumann: Zur Kenntnis des Schellacks. X. Mitteil.: Die Untersuchung einiger wenig bekannter Eigenschaften	120

Zweites Heft.

W. Schottky: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes. I. Theoretische Grundlagen und Hauptergebnisse	1
E. Spenke: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes. II. Durchführung der Theorie für ebene Anordnungen	19
H. Jacoby u. L. Kirchgeßner: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes. III. Meßergebnisse.	42
R. Hellmann: Die Grundlagen der Bemessung von Schwebungssummern mit Ringmodulator .	58
W. Janovsky u. A. Rechten: Über die für eine Schallübertragung in Luft günstigste Sendefrequenz	84
O. v. Auwers: Über einige Regeln der magnetischen Bindung. Beiträge zum Stereomagnetismus	92

Drittes Heft.

F. Koppelman: Untersuchung einer Bogenentladung mit schnellen Spannungstößen	1
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas. Teil II	26
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Beitrag zur Minimumtheorie der Lichtbogensäule, Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung	56
B. Kirschstein: Nachtrag zu der Arbeit: „Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff“	69
A. v. Engel: Über die Natur der Werkstoffwanderung im elektrischen Schweißbogen	70
W. Schütze: Über einen neuen Massenspektrographen nach der Parabelmethode und Messungen der relativen Häufigkeit der Argonisotope	89
H. Garthe u. F. Dönch: Untersuchung eines Ringkolben-Flüssigkeitszählers	99
F. Lieneweg: Die Anzeigeverzögerung von Thermometern	112
E. Spenke: Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes	127
Namenverzeichnis zu Band XVI, Heft 1...3	137
Sachverzeichnis zu Band XVI, Heft 1...3	139

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XVI. Band

Erstes Heft (abgeschlossen am 17. März 1937)

Mit 109 Bildern

Unter Mitwirkung von

Elisabeth Baumann, Hans Beiersdorf, Heinrich von Buol, Richard Elsner, Robert Fellingner, Fritz Fessel, Adolf Franke, Hans Gerdien, Friedrich Güldenpfennig, Friedrich Heintzenberg, Ragnar Holm, Kurt Illig, Robert Joscheck, Heinrich Jungmichl, Fritz Kesselring, Emil Otto Kieffer, Bernhard Kirschstein, Carl Knott, Carl Köttgen, Floris Koppelman, Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Werner Nagel, Moritz Schenkel, Otto Schiele, Walter Schottky, Richard Schwenn, Hermann von Siemens, Robert Strigel, Richard Swinne, Julius Wallot, Walter Wernicke, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Berlin

Verlag von Julius Springer

1937

ISBN-13: 978-3-642-98839-4 e-ISBN-13: 978-3-642-99654-2
DOI: 10.1007/978-3-642-99654-2

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1937 by Julius Springer in Berlin.
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1937

Vorwort.

Das vorliegende erste Heft des XVI. Bandes der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken beginnt mit einer Arbeit: „Zur Frage der Übertragung von Stoßspannungen auf die Unterspannungsseite von Drehstromtransformatoren“ von R. Elsner. Die eingehende Behandlung dieser Frage führt zu wichtigen Folgerungen für die Praxis des Gewitterschutzes, insbesondere von Generatoren und Transformatoren.

Es folgt eine theoretische, für die Kopplung von Wechselstromnetzen belangreiche Mitteilung über „Spannungsoberwellen beim Steuerumrichter und ihre Glättung“ von H. Jungmichl und O. Schiele. Hieran schließt sich eine Arbeit „Über die Schlagweitenabhängigkeit des Entladeverzugs in Öl in gleichförmigem Feld“ von R. Strigel, in welcher der Entladeverzug im isolierenden Öl experimentell und theoretisch untersucht wird.

Die folgende Abhandlung „Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas“ von B. Kirschstein und F. Koppelman ist eine Weiterführung der in diesen Veröffentlichungen XIII, 3 (1934) S. 52 mitgeteilten Untersuchungen und bringt neue Versuchsergebnisse über Lichtbögen großer Stromstärke, wie sie z. B. in Leistungsschaltern der Hochspannungstechnik auftreten.

Die weitere entladungsphysikalische Mitteilung „Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff“ von B. Kirschstein schlägt eine Brücke zu der folgenden Arbeit von R. Holm und F. Güldenpfennig „Über die Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten“. In letzterer wird in Fortsetzung früherer, in diesen Veröffentlichungen XIV, 1 (1935) S. 30 und XIV, 3 (1935) S. 53 erschienener Untersuchungen von R. Holm und Mitarbeitern eine abschließende allgemeine Übersicht über diese Stoffwanderung gegeben und ihre Berechenbarkeit gezeigt.

R. Joscheck behandelt dann die für die Nachrichtentechnik wichtigen Kohlen-grißstrecken in „Elektrische und mechanische Eigenschaften des Kohlengrißes von Mikrofonen“.

Den Abschluß dieses Heftes bildet eine X. Mitteilung „Zur Kenntnis des Schel-lacks“ von W. Nagel und E. Baumann, die über mehrere, wenig bekannte che-mische und physikalische Eigenschaften dieses Isolierstoffes berichten.

Berlin-Siemensstadt, im Mai 1937.

**Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.**

Inhaltsübersicht.

	Seite
R. Elsner: Zur Frage der Übertragung von Stoßspannungen auf die Unter- spannungsseite von Drehstromtransformatoren	1
H. Jungmichl u. O. Schiele: Spannungsoberwellen beim Steuerumrichter und ihre Glättung	25
R. Strigel: Über die Schlagweitenabhängigkeit des Entladeverzugs in Öl in gleichförmigem Feld	38
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Der elektrische Lichtbogen in schnell- strömendem Gas	51
B. Kirschstein: Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff	72
R. Holm u. F. Güldenpfennig: Über die Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten	81
R. Joscheck: Elektrische und mechanische Eigenschaften des Kohlengrießes von Mikrofonen	105
W. Nagel u. E. Baumann: Zur Kenntnis des Schellacks. X. Mitteil.: Die Untersuchung einiger wenig bekannter Eigenschaften	120

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Zur Frage der Übertragung von Stoßspannungen auf die Unterspannungsseite von Drehstromtransformatoren.

Von Richard Elsner.

Mit 17 Bildern.

Mitteilung aus dem Transformatorenwerk der Siemens-Schuckertwerke AG zu Nürnberg.

Eingegangen am 26. November 1936.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|---|
| <p>I. Problemstellung.</p> <p>II. Die Theorie des Übertragungsvorganges.</p> <p>A. Dreiphasig anlaufende Rechteckwelle unendlicher Rückenlänge.</p> <p>1. Niederspannungsnullpunkt geerdet.</p> <p>a) magnetisch übertragener Spannungsanteil (vom Ausgleichsvorgang herührend).</p> <p>b) kapazitiv übertragener Spannungsanteil.</p> <p>2. Niederspannungsnullpunkt frei.</p> <p>a) magnetisch übertragene Spannung.</p> <p>b) kapazitiv übertragene Spannung.</p> <p>B. Dreiphasig anlaufende Stoßwelle endlicher Rückenlänge.</p> <p>C. Einphasig anlaufende Rechteckwelle.</p> <p>1. Vom primären Ausgleichsvorgang übertragener Spannungsanteil.</p> <p>2. quasistationär übertragener Spannungsanteil.</p> <p>D. Der Einfluß angeschlossener Maschinen.</p> <p>1. Auf den vom Ausgleichsvorgang übertragenen Spannungsanteil.</p> <p>2. auf den quasistationär übertragenen Spannungsanteil.</p> | <p>III. Experimentelle Untersuchung des Übertragungsvorganges.</p> <p>A. Elektrische Daten des untersuchten Transformators.</p> <p>B. Benutzte Stoßschaltungen.</p> <p>C. Versuchsergebnisse mit 50 μs-Wellen.</p> <p>1. Dreiphasiger Stoß.</p> <p>a) Sekundärklemmen unbelastet.</p> <p>b) Konzentrierte Belastungskapazitäten an den Sekundärklemmen.</p> <p>c) Abgehende Kabel als NV-seitige Belastung.</p> <p>2. Einphasiger Stoß.</p> <p>a) Konzentrierte Belastungskapazitäten auf der NV-Seite.</p> <p>b) Belastung der NV-Klemmen durch abgehende Kabel.</p> <p>IV. Folgerungen aus den Versuchsergebnissen und den theoretischen Überlegungen für den Überspannungsschutz elektrischer Anlagen.</p> <p>A. Gefährdung der Unterspannungsseite von Transformatoren.</p> <p>B. Gefährdung von Maschinenwicklungen durch übertragene Stoßspannungen.</p> <p>Zusammenfassung.</p> |
|---|---|

Benutzte Bezeichnungen.

1. Am Ausgleichsvorgang der Wicklungen beteiligte Induktivitäten je Phase:

$$L'_{SY} = \left(\frac{L'_{1,s}}{\ddot{u}^2} + L'_{2,s} \right) = \text{wirksame Streuinduktivität, bezogen auf NV-Seite.}$$

$$L'_{SH} = (L'_{1,s} + \ddot{u}^2 \cdot L'_{2,s}) = \text{wirksame Streuinduktivität, bezogen auf HV-Seite.}$$

$$\frac{L'_{1,2}}{\ddot{u}} = \text{gegenseitige Induktivität zwischen HV- und NV-Wicklung, bezogen auf NV-Seite.}$$

$L'_I = (\ddot{u}L'_{1,2} + L'_{2,s})$ = wirksame Induktivität der primären Grundschwingung bei \sphericalangle -Schaltung der NV-Wicklung.

\ddot{u} = Übersetzungsverhältnis von der HV- auf die NV-Seite.

$$K = \sqrt{\frac{(L'_{1,2})^2}{L'_I \cdot \left(\frac{L'_{1,2}}{\ddot{u}} + L'_{2,s} \right)}} = \text{Kopplungsfaktor}$$

zwischen HV- und NV-Wicklung.

HV = Oberspannungswicklung.

NV = Unterspannungswicklung.

2. Am Ausgleichsvorgang beteiligte Kapazitäten je Phase:

C'_1 = wirksame Erdkapazität der Primärwicklung.

$C'_{1,2}$ = gegenseitige Kapazität zwischen NV-Klemme und NV-Klemme.

$C'_{2,0}$ = wirksame Erdkapazität an der NV-Klemme + äußerer Belastungskapazität.

$C'_2 = (C'_{1,2} + C'_{2,0})$.

$C'_{1,N}$ = gegenseitige Kapazität zwischen HV-Klemme und Niederspannungs-Sternpunkt.

$C'_{N,0}$ = wirksame Erdkapazität des Niederspannungs-Sternpunkts.

$C'_N = (C'_{1,N} + C'_{N,0})$.

3. Eigenfrequenzen:

$\Omega = 2\pi f_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ = Grundfrequenz der HV-Wicklung.

$\omega = 2\pi f_2 = \frac{2\pi}{T_2}$ = Eigenfrequenz der belasteten oder unbelasteten NV-Wicklung.

T = Rückzeitkonstante der Stoßwelle.

4. Spannungen gegen Erde:

U = Spannung an den gestoßenen HV-Klemmen.

u_1 = Spannung am primären Sternpunkt.

u_2 = vom primären Ausgleichsvorgang magnetisch übertragene Spannung an den NV-Klemmen.

u_N = vom primären Ausgleichsvorgang magnetisch übertragene Spannung am NV-Sternpunkt.

u_2^* = kapazitiv übertragene Spannung an den NV-Klemmen.

u_N^* = kapazitiv übertragene Spannung am NV-Sternpunkt.

\bar{u}_1 = Spannung am primären Sternpunkt bei Stoßwellen endlicher Rückenlänge.

\bar{u}_2 = übertragene Spannung an den NV-Klemmen bei Stoßwellen endlicher Rückenlänge (vom Ausgleichsvorgang herrührend).

\underline{u}_2 = vom quasistationären primären Spannungsabfall übertragene Spannung an der NV-Klemme des gestoßenen Schenkels.

\underline{u}_2 = vom quasistationären primären Spannungsabfall übertragene Spannung an den NV-Klemmen der nicht gestoßenen Schenkel.

5. Abgehende Leitungen:

Z_1 = Wellenwiderstand der HV-seitig angeschlossenen Freileitung.

Z_2 = Wellenwiderstand der NV-seitig abgehenden Kabel oder Freileitungen.

I. Problemstellung.

Für den Gewitterschutz von Unterstationen sowie insbesondere von Generatoren in großen Kraftwerken ist die Frage der Übertragung von hochspannungsseitig einziehenden Blitzwellen auf die Unterspannungsseite der angeschlossenen Transformatoren von ganz außerordentlicher Bedeutung.

In einer früheren Arbeit¹⁾ ist vom Verfasser die Mechanik dieser Übertragung bei Drehstromtransformatoren für die am meisten praktisch vorkommenden Schaltgruppen²⁾ grundsätzlich behandelt worden. Dabei hat sich gezeigt, daß ganz allgemein der Übertragungsvorgang sich aus einem kapazitiven und einem magnetischen Vorgang zusammensetzt: Durch kapazitive Übertragung wird der Niederspannungswicklung im Augenblick des Auftreffens der Stoßwelle auf die Hochspannungsklemmen sofort eine Anfangsspannungsverteilung aufgezwungen, welche ihrer jeweiligen Lage im elektrischen Feld der Hochspannungswicklung, bei entsprechender Berücksichtigung der Schaltung und Belastung ihrer Klemmen, entspricht. Im weiteren Verlauf schwingt sich nun die Niederspannungswicklung von diesem Anfangszustand in Form eines eigenen Ausgleichsvorganges in den durch die Schaltung ihrer Klemmen sowie die außerdem etwa magnetisch übertragenen Spannungen vorgeschriebenen Endzustand ein.

Bei den magnetisch übertragenen Spannungen ist dabei zwischen solchen zu unterscheiden, die vom nichtstationären Ausgleichsvorgang der Hochspannungswicklung herrühren, und solchen, die auf den quasistationären Spannungsabfall längs der Hochspannungswicklung zurückzuführen sind.

¹⁾ R. Elsner: Arch. Elektrotechn. **30** (1936) S. 368/386.

²⁾ Vgl. VDE. 0532 RET, veröffentlicht Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 971 u. 1284.

Während der quasistationäre Spannungsabfall bei allen vorkommenden Schaltgruppen auf die Unterspannungsseite übertragen wird, ist, abgesehen von den Fällen, in welchen die Unterspannungswicklung in \sphericalangle geschaltet ist, der Anteil der vom Ausgleichsvorgang herrührenden magnetisch übertragenen Spannung auf die in diesem enthaltenen ungeradzahigen Harmonischen beschränkt, weil für die geradzahigen Oberwellen die Summe der Amperewindungen je Schenkel stets gleich Null ist. Bei den häufig benutzten Schaltgruppen $C_1 \triangle/\sphericalangle$ und $C_2 \sphericalangle/\triangle$ verschwindet jedoch auch der Anteil der ungeradzahigen Harmonischen wegen der \triangle -Schaltung einer der beiden Wicklungen. Bei diesen Schaltgruppen wird daher nichts vom hochspannungsseitigen Ausgleichsvorgang auf die Unterspannungsseite übertragen. Als praktisch wichtige Fälle, bei denen eine magnetische Übertragung des Ausgleichsvorganges erfolgt, bleiben demnach allein die Schaltgruppen $A_2 \sphericalangle/\sphericalangle$ und $B_2 \sphericalangle/\sphericalangle$ übrig. Für diese beiden Schaltgruppen soll deshalb im folgenden der Verlauf der übertragenen Spannungen bei ein- und mehrphasig anlaufenden Stoßwellen eingehend theoretisch und experimentell untersucht werden. Insbesondere soll dabei auch der Einfluß von niederspannungsseitig angeschlossenen Belastungen studiert werden, welche in Form von Kabeln oder konzentrierten Kapazitäten zur Absenkung der übertragenen Spannung dienen sollen. Da durch diese grundsätzlichen Untersuchungen im Falle der einphasig anlaufenden Blitzwelle auch die Übertragung des quasistationären Spannungsabfalles mit erfaßt wird, ist bei geringfügiger Abwandlung der dafür geltenden Ersatzbilder ohne weiteres eine Auswertung der gewonnenen Ergebnisse auch für die entsprechenden Beanspruchungsfälle der übrigen hier nicht behandelten Schaltgruppen möglich, bei denen ein solcher quasistationärer Spannungsabfall längs der Hochspannungswicklung auftritt. Von einer gesonderten Behandlung dieser Schaltgruppen kann daher abgesehen werden.

Ebenso wurde auf eine Darstellung der umfangreichen Literatur, die über das behandelte Problem bisher erschienen ist, absichtlich verzichtet. Es sei hierfür auf die Arbeit von H. Neuhaus und R. Strigel in dieser Zeitschrift¹⁾, sowie auf die eingangs erwähnte Arbeit des Verfassers²⁾ verwiesen.

II. Die Theorie des Übertragungsvorganges.

Eine streng richtige mathematische Behandlung der Übertragung von Stoßspannungen durch die Wicklungen von Transformatoren erscheint besonders hinsichtlich der Ausgleichsschwingungen wegen der dabei beteiligten verteilten Induktivitäten und Kapazitäten ohne einen übermäßigen mathematischen Aufwand³⁾ unmöglich. Will man zu übersichtlichen mathematischen Ausdrücken für den Verlauf der maßgebenden Spannungen an den Klemmen der Hoch- und Niederspannungsseite gelangen, so bleibt nichts weiter übrig, als von den der Wirklichkeit näher kommenden Ersatzbildern für die Wicklung mit verteilten Induktivitäten und Kapazitäten zu roheren Ersatzbildern mit konzentrierten elektrischen Größen überzugehen⁴⁾. Ein solches Vorgehen erscheint um so eher gerechtfertigt, als die später beschriebenen Versuche zeigen werden, daß die damit gewonnenen rechnerischen Ergebnisse in recht guter Übereinstimmung mit den Messungen stehen.

¹⁾ H. Neuhaus u. R. Strigel: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XV**, 1 (1936) S. 51/67.

²⁾ Wie Fußnote 1 auf Seite 2.

³⁾ Vgl. z. B. L. V. Bewley: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (1932) S. 299.

⁴⁾ Siehe z. B. K. K. Palueff u. J. H. Hagenguth: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (1932) S. 601.

A. Dreiphasig anlaufende Rechteckwelle unendlicher Rückenlänge.

1. Niederspannungsnullpunkt geerdet.

a) Magnetisch übertragener Spannungsanteil (vom Ausgleichsvorgang herrührend).

Da ein quasistationärer Spannungsabfall längs der Hochspannungswicklung bei dreiphasiger Stoßbeanspruchung nicht auftritt, wird lediglich die hochspannungsseitige Ausgleichschwingung (Sternpunktsschwingung) magnetisch übertragen. Für deren Grundwelle ist in Bild 1 a das Ersatzschema zur Berechnung der übertragenen Spannung bei fest geerdetem Sternpunkt der Niederspannungsseite gezeichnet. Darin bedeuten $L'_{1,s}/\ddot{u}^2$, $L'_{2,s}$ und $L'_{1,2}/\ddot{u}$ die auf die Unterspannungsseite bezogenen, beim Ausgleichsvorgang wirksamen Induktivitäten je Phase, C'_1 die an der Sternpunktsschwingung beteiligte Erdkapazität eines Schenkels der Primärseite und C'_2 die an der Eigenschwingung der Sekundärwicklung beteiligte Kapazität je Phase.

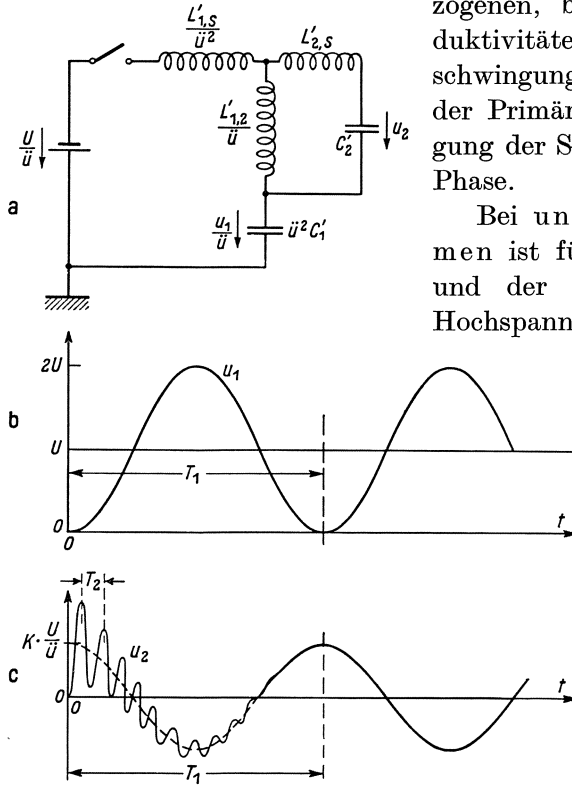


Bild 1. Ermittlung des magnetisch übertragenen Spannungsanteils der Grundschwingung bei geerdetem Niederspannungsternpunkt. a) Konzentriertes Ersatzschema der Wicklung. b) Spannungsverlauf u_1 am primären Sternpunkt gegen Erde für $C'_2 \ll \ddot{u}^2 C'_1$. c) Übertragene Spannung u_2 an den Sekundärklemmen gegen Erde ($C'_2 \ll \ddot{u}^2 C'_1$).

Bei unbelasteten Niederspannungsklemmen ist für C'_2 die Summe der Erdkapazität $C'_{2,0}$ und der gegenseitigen Kapazität $C'_{1,2}$ zwischen Hochspannungs- und Niederspannungswicklung nach

Bild 2a einzusetzen; bei äußerer kapazitiver Belastung ist $(C'_{2,0} + C'_{1,2})$ noch um die Größe der geschalteten Belastungskapazität zu vermehren. Besteht die Belastung nicht aus konzentrierten Kapazitäten, sondern aus Kabeln, so ist zwar im ersten Augenblick, d. h. für die Berechnung des kapazitiv übertragenen Spannungsstoßes, das Kabel mit seinem Wellenwiderstand Z_2 einzusetzen. Zur Berechnung des langsameren magnetischen Vorganges kann dagegen bei kurzen Kabeln, deren Eigenperiode kleiner als die Anstiegszeitkonstante $L_{S,N}/Z_2$ der übertragenen Spannung ist, mit hinreichender Annäherung an Stelle des Kabels dessen Gesamtkapazität konzentriert eingesetzt werden.

Bei längeren Kabeln sind dagegen Wanderwellenvorgänge im Kabel zu berücksichtigen, wodurch die Rechnung erheblich verwickelter wird.

Solange die konzentriert gedachte Belastungskapazität $C'_2 \ll \ddot{u}^2 \cdot C'_1$ ist, gelten mit genügender Annäherung für den praktisch vorhandenen Fall enger Kopplung $(1 - K) \ll 1$ die in der früheren Arbeit¹⁾ entwickelten Beziehungen für die Span-

¹⁾ R. Elsner: Arch. Elektrotechn. **30** (1936) S. 381. Auch H. L. Rorden: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (1932) S. 324.

nungen u_1 am Sternpunkt der Primärwicklung bzw. u_2 an den Klemmen der Sekundärseite.

$$u_1 \approx U \cdot \{1 - \cos \Omega t\}; \quad (1)$$

$$u_2 \approx K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{C'_1}{\left(C'_1 + \frac{C'_2}{\ddot{u}^2}\right)} \cdot \{\cos \Omega t - \cos \omega t\}; \quad (2)$$

wo

$$\Omega \approx \frac{1}{\sqrt{L'_I \cdot C'_1}}; \quad (3) \quad \omega \approx \frac{1}{\sqrt{L'_{SN} \cdot C'_2}}; \quad (4) \quad C'_2 = (C'_{2,0} + C'_{1,2}); \quad (4a)$$

mit

$$L'_I = (\ddot{u} L'_{1,2} + L'_{1,s}); \quad (5) \quad L'_{SN} = \left(L'_{2,s} + \frac{L'_{1,s}}{\ddot{u}^2}\right); \quad (6)$$

zu setzen ist und für

$$L'_{2,s} \approx \frac{L'_{1,s}}{\ddot{u}^2} = \frac{L'_{SN}}{2} \quad (6a)$$

in erster Annäherung

$$K \approx \frac{\ddot{u} L'_{1,2}}{L'_I} \quad (7)$$

gilt.

Aus den Gl. (3) und (4) folgt, daß die Eigenfrequenzen der Primär- und der Sekundärseite bei unbelasteten Sekundärklemmen — wofür in guter Annäherung $C'_2 \approx C'_1$ gesetzt werden kann — sich wie

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \sqrt{\frac{L'_I}{L'_{SN}}} = \ddot{u} \sqrt{\frac{L'_I}{L'_{SN}}} \approx \frac{\ddot{u}}{\sqrt{2(1-K)}} \quad (8)$$

verhalten.

Bei gegen Erde kurzgeschlossenen Sekundärklemmen oder Dreieckschaltung der Sekundärwicklung ist an der Sternpunktsschwingung der Primärseite bekanntlich nur die Streuinduktivität L'_{SN} beteiligt. Demnach verhält sich die Grundfrequenz der in Δ geschalteten unbelasteten Niederspannungswicklung zur Frequenz der überspannungsseitigen Grundschwingung bei Δ -Schaltung der NV-Wicklung annähernd wie das Übersetzungsverhältnis. In den Bildern 1b und 1c ist auf Grund der obigen Formeln der Verlauf der Spannungen u_1 und u_2 schematisch dargestellt.

b) Kapazitiv übertragener Spannungsanteil.

Außer dem magnetisch übertragenen Spannungsbetrag u_2 wird infolge der beträchtlichen gegenseitigen Kapazität zwischen Hochspannungs- und Niederspannungswicklung beim Auftreffen einer steilen Stoßwelle auf die HV-Klemmen sofort auch noch ein bestimmter Spannungsbetrag u_2^* kapazitiv auf die NV-Wicklung übertragen. Dieser Spannungsbetrag kann sich je nach dem Wickelsinn der Niederspannungswicklung entweder zu dem magnetisch übertragenen Anteil addieren oder von ihm abziehen.

In Bild 2a ist zur Klärung des kapazitiven Übertragungsvorganges bei geerdetem Niederspannungsnullpunkt ein rohes Ersatzschema mit $C'_{1,2}$ als wirksamer gegenseitiger Kapazität zwischen Hochspannungsklemme und Niederspannungswicklung und $C'_{2,0}$ als wirksamer Erdkapazität + äußerer Belastungskapazität der Niederspannungswicklung gezeichnet. Daraus berechnet sich der durch kapazitiven Stoß ausgelöste Spannungsverlauf u_2^* an den Niederspannungsklemmen für $Z_2 = \infty$ zu

$$u_2^* = U \cdot \frac{C'_{1,2}}{(C'_{1,2} + C'_{2,0})} \cdot \cos \omega t. \quad (9)$$

Hierin ist ω genau dieselbe Eigenfrequenz nach Gl. (4), welche auch vom magnetischen Übertragungsvorgang angestoßen wird.

Der Spannungsverlauf u_2^* nach Gl. (9) (vgl. Bild 2b) dem Spannungsverlauf u_2 nach Gl. (2) überlagert, ergibt je nach der Lage der beiden Komponenten als endgültigen Stoßspannungsvorgang an den Niederspannungsklemmen die Bilder 3a bzw. 3b. Dem ersten kapazitiven Anstoß folgt dabei jedesmal das Einschwingen

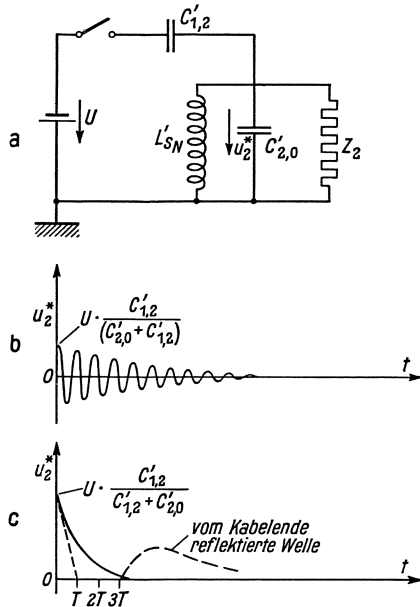


Bild 2. Berechnung des kapazitiv übertragenen Stoßspannungsanteils bei gedertem Sternpunkt der NV-Wicklung. a) Ersatzbild. b) Durch kapazitiven Anstoß angestoßene Eigenschwingung der Sekundärwicklung für

$$Z_2 \gg \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SN}}{C'_{1,2} + C'_{2,0}}}$$

c) Aperiodische Entladung der kapazitiv aufgeladenen Sekundärwicklung für

$$Z_2 < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SN}}{C'_{1,2} + C'_{2,0}}}$$

[anderer Zeitmaßstab wie bei b)].

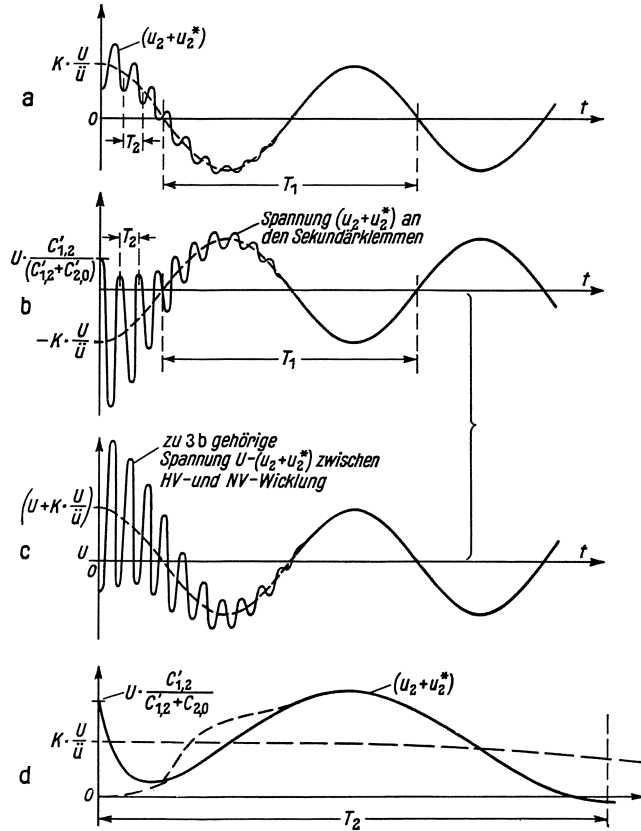


Bild 3. Durch Überlagerung des magnetischen + kapazitiven Spannungsanteils entstehender endgültiger Spannungsverlauf auf der Unterspannungsseite. a) Gleichsinnige Lage der magnetischen und der kapazitiven Komponente.

Konzentrierte Belastungskapazität; $Z_2 \gg \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L'_{SN}}{C'_2}}$

b) Belastung wie bei a), gegensinnige Lage der magnetischen und der kapazitiven Komponente. c) Gegensinnige Lage der magnetischen und der kapazitiven Komponente.

d) Abgehendes Kabelstück als Belastung; $Z_2 < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SN}}{C'_2}}$.
[anderer Zeitmaßstab wie bei a) ... c)].

mit der Eigenperiode $T_2 = \frac{2\pi}{\omega}$ in den durch den magnetisch übertragenen Ausgleichsvorgang der HV-Wicklung vorgeschriebenen Endzustand (Eigenperiode $T_1 = \frac{2\pi}{\Omega}$). Die Spannung an den Sekundärklemmen schwingt danach immer dann besonders stark über den Wert der Grundschwingung (Ω) hinaus, wenn kapazitiv und magnetisch übertragener Spannungsbetrag einander entgegengesetzt sind. In diesem Falle würde auch die Spannung zwischen Hochspannungs- und Niederspannungswicklung ihren Höchstwert erreichen (vgl. Bild 3c).

Besteht die äußere Belastung aus einem Kabel mit dem Wellenwiderstand Z_2 , so entlädt sich die Niederspannungswicklung für den Fall, daß $Z_2 < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SY}}{C'_{1,2} + C'_{2,0}}}$ ist, ohne Eigenschwingungen annähernd nach einer Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten $Z_2 \cdot (C'_{1,2} + C'_{2,0})$ im allgemeinen sehr rasch. Der kapazitiv übertragene Spannungsstoß tritt dann lediglich bei sehr steilen Stoßwellen, deren Stirnzeit in der Größenordnung der Zeitkonstante $Z_2 \cdot (C'_{1,2} + C'_{2,0})$ liegt, als kurzzeitige Spannungsspitze auf (vgl. Bild 2c)¹⁾.

Bei kurzen Kabelstrecken stellt sich im Anschluß an die kapazitiv übertragene Spitze dann wieder die vom magnetisch übertragenen Spannungsbetrag angestoßene Eigenschwingung der Sekundärwicklung mit dem Kabel ein, welche wie in Bild 1c dem Anteil der primären Grundschwingung überlagert ist. Den endgültigen Spannungsverlauf an den Sekundärklemmen für diesen Fall zeigt Bild 3d.

2. Niederspannungsnullpunkt frei.

a) Magnetisch übertragene Spannung.

Bei freiem Sternpunkt der Niederspannungsseite ist für die Berechnung der vom überspannungsseitigen Ausgleichsvorgang übertragenen Spannung an Stelle der Kapazität C'_2 die Reihenschaltung dieser Kapazität mit der wirksamen Kapazität C'_N des Niederspannungs-Nullpunkts in das Ersatzschaltbild einzuführen. C'_N setzt sich dabei wieder aus der

gegenseitigen Kapazität $C'_{1,N}$ zwischen Hochspannungsklemme und Niederspannungsternpunkt und der wirksamen Erdkapazität $C'_{N,0}$ des Niederspannungs-Sternpunkts zusammen. Man kommt so zu dem Ersatzschema in Bild 4a. Aus diesem berechnen sich für den praktisch fast immer geltenden Fall mit $\left(\frac{C'_2 \cdot C'_N}{C'_2 + C'_N}\right) \ll \ddot{u}^2 C'_1$ bei Berücksichtigung von $(1 - K) \ll 1$ die Spannungen gegen Erde, an den NV-Klemmen:

$$u_2 \approx K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{C'_N}{(C'_2 + C'_N)} \cdot \{\cos \Omega t - \cos \omega t\}; \quad (10)$$

am niederspannungsseitigen Sternpunkt:

$$u_N \approx -K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{C'_2}{(C'_2 + C'_N)} \cdot \{\cos \Omega t - \cos \omega t\}. \quad (11)$$

¹⁾ Vgl. hierzu auch K. K. Palueff u. J. H. Hagenguth: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. 51 (1932) S. 601, Bild 1.

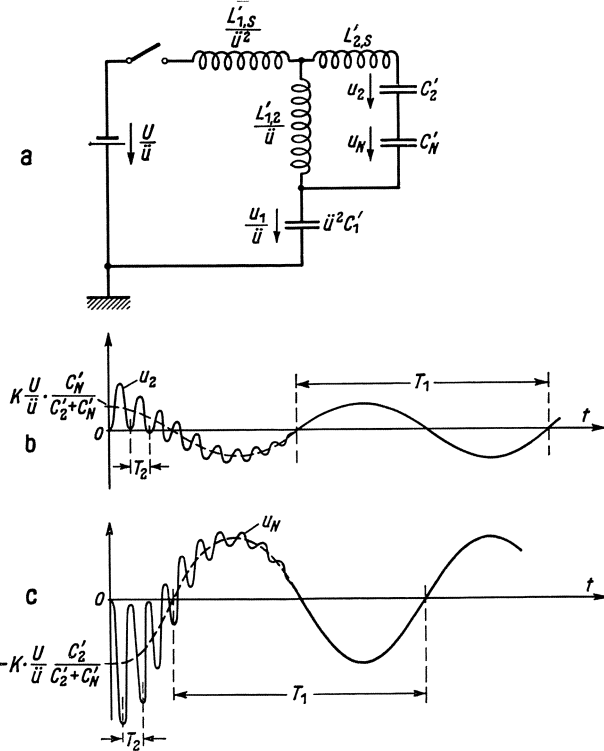


Bild 4. Ermittlung des magnetisch übertragenen Spannungsanteils der Grundschwingung bei freiem Sternpunkt der Unterspannungsseite. a) Ersatzbild. b) Spannung u_2 an den Sekundärklemmen gegen Erde bei $C'_2 \gg C'_N$; $\ddot{u}^2 C'_1 \gg C'_2$. c) Spannung u_N am Niederspannungsnullpunkt gegen Erde ($C'_2 \gg C'_N$).

Hierin gilt:

$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{L'_{SN} \cdot \frac{C'_2 \cdot C'_N}{(C'_2 + C'_N)}}}; \quad (12) \quad C'_N = (C'_{N,0} + C'_{1,N}); \quad (12a)$$

Ω folgt demselben Gesetz wie in Gl. (3) für geerdeten Niederspannungsnullpunkt. Die Formeln (10) und (11) zeigen, daß je nach dem Verhältnis von $C'_2 : C'_N$ die Niederspannungsklemmen und der freie Sternpunkt der Niederspannungsseite ganz verschiedene große Spannung gegen Erde annehmen können. Insbesondere für große äußere kapazitive Belastung der Niederspannungsklemmen ($C'_2 \gg C'_N$) wird praktisch der magnetisch übertragene Spannungsanteil an den Niederspannungsklemmen fast verschwinden und dafür die übertragene Ausgleichsschwingung zusammen mit der Eigenschwingung der NV-Wicklung in voller Höhe — nur mit umgekehrten Vorzeichen wie vorher, bei geerdetem Nullpunkt, an den NV-Klemmen — jetzt am Niederspannungsternpunkt erschienen. Für diesen Belastungsfall ist in den Bildern 4b und 4c der Verlauf der magnetisch übertragenen Spannung u_2 und u_N schematisch gezeichnet.

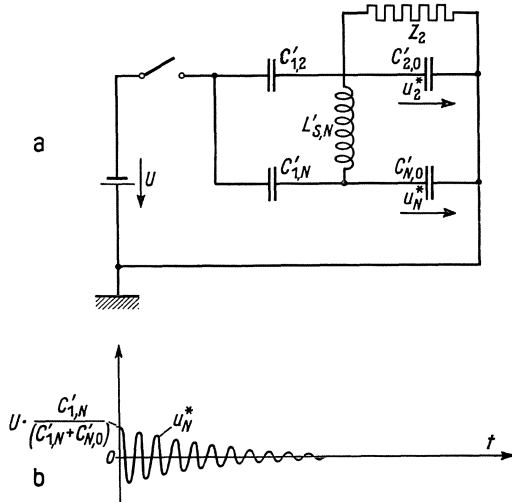


Bild 5. Berechnung des kapazitiv übertragenen Spannungsanteils bei freiem Niederspannungsternpunkt. a) Ersatzbild. b) Spannung u_N^* am Niederspannungsternpunkt für $C'_{2,0} \gg C'_{1,2}$,

$$C'_{2,0} \gg C'_N \text{ und } Z_2 \gg \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SN}}{\frac{C'_2 \cdot C'_N}{(C'_2 + C'_N)}}}.$$

Die Summe der magnetisch übertragenen Spannungen nach den Bildern 4b und c und der kapazitiv übertragenen Spannung nach Bild 5b gibt wieder den endgültigen Verlauf der übertragenen Spannung. Es zeigt sich demnach, daß bei freiem Sternpunkt auf der Niederspannungsseite schon eine nicht allzu große kapazitive Belastung ausreicht, um bei dreiphasigen Blitzwellen sowohl den magnetisch wie den kapazitiv übertragenen Spannungsbetrag an den Sekundärklemmen gegen Erde auf einen ungefährlichen Wert abzusinken.

B. Dreiphasig anlaufende Stoßwelle endlicher Rückenlänge.

In den vorangegangenen Betrachtungen ist mit einer Rechteckwelle unendlicher Rückenlänge als ankommender Blitzwelle gerechnet worden. Dabei ergaben sich für die magnetisch übertragene Spannung u_2 Höchstwerte vom Betrage $K \cdot \frac{2U}{\ddot{u}}$ bzw. $K \cdot \frac{2U}{\ddot{u}} \cdot \frac{C'_N}{(C'_2 + C'_N)}$, je nachdem der Niederspannungsnullpunkt geerdet oder frei

b) Kapazitiv übertragene Spannung. Den kapazitiv übertragenen Spannungsanteil ermittelt man auf Grund des Ersatzschemas Bild 5a. Für große äußere Belastung $C'_{2,0} \gg C'_{1,2}$ und $C'_{2,0} \gg C'_N$ gilt danach bei $Z_2 = \infty$ annähernd:

$$u_2^* \approx 0, \quad (13)$$

$$u_N^* \approx U \cdot \frac{C'_{1,N}}{(C'_{1,N} + C'_{N,0})} \cdot \cos \omega t. \quad (13a)$$

Dabei ist ω wieder genau dieselbe Frequenz wie beim magnetischen Übertragungsvorgang [vgl. Gl. (12)]. Bild 5b zeigt den zugehörigen Spannungsverlauf u_N^* am Niederspannungsternpunkt.

war. In Wirklichkeit besitzt aber die ankommende Blitzwelle immer eine endliche Stirn- und Rückenlage. Bei steiler Wellenstirn der anlaufenden Stoßwelle, d. h. wenn die Stirnlänge kürzer als etwa eine Viertelperiode der Eigenschwingung (T_2) der Niederspannungsseite ist, hat die Absolutlänge der Wellenstirn praktisch nur noch Bedeutung für die Höhe der kapazitiv übertragenen Spannung¹⁾. Für den magnetischen Übertragungsvorgang kann in diesem Falle in genügender Annäherung mit einer unendlich steil ansteigenden Wellenstirn gerechnet werden.

Dagegen ist von großem Einfluß auf die Höhe der magnetisch übertragenen Spannung die Rückenlänge der auflaufenden Stoßwelle. Insbesondere für die im folgenden betrachteten Fälle mit niederspannungsseitiger Belastung durch Kabel oder konzentrierte Kapazitäten interessiert dieser Einfluß allein, da der Anteil der kapazitiv übertragenen Spannung dabei nach den Ausführungen in Abschnitt IIA meist unbedeutend klein wird. Als vorgegebener Stoßspannungsverlauf an den Hochspannungsklemmen des Transformators soll daher eine exponentiell abfallende Spannung von der Form $U_{(t)} = U \cdot e^{-\frac{t}{T}}$ eingeführt werden. Dann läßt sich mit Hilfe bekannter Beziehungen der Operatorenrechnung aus der früheren Gl. (2) für Rechteckwelle der Spannungsverlauf \bar{u}_2 für Exponentialwelle herleiten. Man findet dafür bei $(1 - K) \ll 1$ und $C'_2 \ll \bar{u}^2 \cdot C'_1$ auf Grund der Beziehung

$$\bar{u}_2 = K \cdot \frac{U}{\bar{u}} \cdot \frac{C'_1}{\left(C'_1 + \frac{C'_2}{\bar{u}^2}\right)} \cdot \frac{d}{dt} \left\langle \int_0^t e^{-\frac{(t-\varphi)}{T}} \cdot [\cos \Omega \varphi - \cos \omega \varphi] d\varphi \right\rangle; \quad (14)$$

die neue Gleichung:

$$\bar{u}_2 = K \cdot \frac{U}{\bar{u}} \cdot \frac{C'_1}{\left(C'_1 + \frac{C'_2}{\bar{u}^2}\right)} \cdot \left\langle e^{-\frac{t}{T}} (\cos^2 \delta - \cos^2 \vartheta) + \cos \vartheta \cdot \cos(\Omega t + \vartheta) - \cos \delta \cdot \cos(\omega t + \delta) \right\rangle, \quad (14a)$$

wo

$$\frac{1}{\Omega T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{T_1}{T} = \operatorname{tg} \vartheta \quad (14b)$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{\omega T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{T_2}{T} = \operatorname{tg} \delta \quad (14c)$$

gesetzt ist.

Durch Differentiation nach t und Nullsetzen von du_2/dt findet man daraus für die Zeit t' , bei welcher \bar{u}_2 seinen Höchstwert erreicht, die Gleichung

$$e^{-\frac{\omega t'}{T}} = \frac{\omega T \cdot \cos \delta \cdot \sin(\omega t' + \delta) - \Omega T \cdot \cos \vartheta \cdot \sin(\Omega t' + \vartheta)}{(\cos^2 \delta - \cos^2 \vartheta)} \quad (15)$$

und für den Höchstwert selbst

$$\bar{u}_{2\max} = K \cdot \frac{U}{\bar{u}} \cdot \frac{C'_1}{\left(C'_1 + \frac{C'_2}{\bar{u}^2}\right)} \cdot \langle \omega T \cdot \sin \omega t' - \Omega T \cdot \sin \Omega t' \rangle. \quad (15a)$$

Bei gegebenem Verhältnis ω/Ω , d. h. nach Gl. (8) bei unbelastetem Transformator für gegebenes $\frac{\bar{u}}{\sqrt{2(1-K)}}$, ist demnach $\bar{u}_{2\max}$ lediglich abhängig vom Verhältnis $\omega T = \frac{2\pi T}{T_2}$. Es ist also grundsätzlich möglich, den Höchstwert der übertragenen Spannung $\bar{u}_{2\max}$ ganz allgemein für bestimmte Verhältnisse ω/Ω in Form von Kurvenscharen als Funktion von T/T_2 bzw. T/T_1 darzustellen. Allerdings ist dazu wegen der für jeden Punkt erforderlichen graphischen Lösung der transzendenten Gl. (15) ein ziemlicher Rechenaufwand erforderlich.

¹⁾ Vgl. H. Neuhaus u. R. Strigel: a. a. O. S. 62/64.

C. Einphasig anlaufende Rechteckwelle.

1. Vom primären Ausgleichsvorgang übertragener Spannungsanteil.

Bei einphasigem Stoß auf einen Δ/Δ geschalteten Transformator werden außer dem kapazitiv übertragenen Spannungsanteil, der sich für die gestoßene Phase ähnlich wie bei dreiphasigem Stoß (Bilder 2 und 5) berechnet, noch ein quasistationärer Spannungsanteil und ein Anteil der primärseitigen Grundschwingung übertragen.

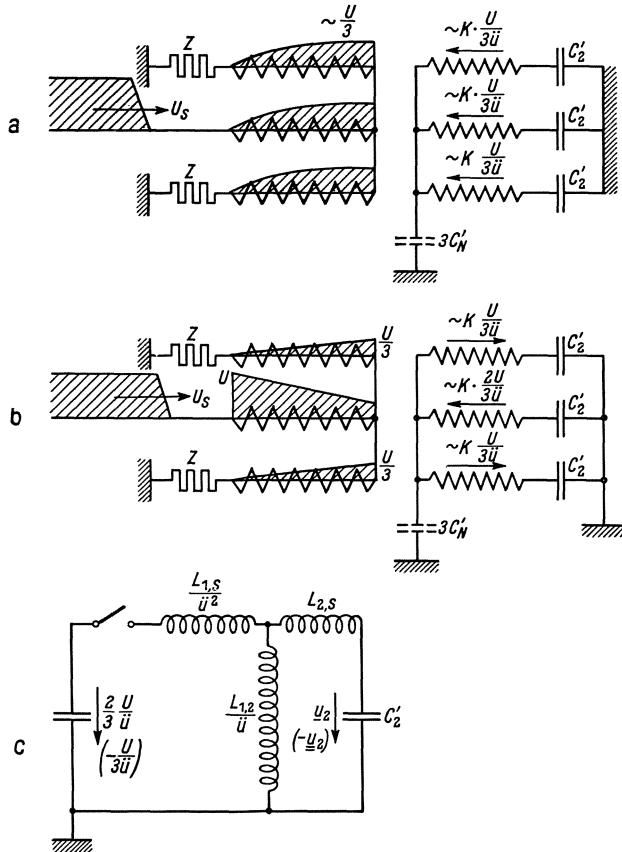


Bild 6. Der magnetische Übertragungsvorgang bei einphasigem Stoß auf Δ/Δ geschalteten Transformator. a) Anteile der primärseitigen Grundschwingung. b) Anteile des quasistationären Spannungsabfalls längs der Primärwicklung. c) Ersatzbild zur Berechnung des quasistationär übertragenen Spannungsanteils.

statt $\frac{2}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}}$ nur $\frac{-U}{3\ddot{u}}$ einzusetzen. Dabei ist vorausgesetzt, daß alle drei Niederspannungsklemmen gegen Erde mit derselben Kapazität C'_2 belastet sind. Ist das nicht der Fall, so verschieben sich naturgemäß die Spannungsanteile der einzelnen Klemmen zugunsten der am stärksten belasteten Klemme. Dagegen ist die Schaltung des Niederspannungsnullpunktes nach Bild 6b für den Verlauf der quasistationär übertragenen Spannung ohne jede Bedeutung.

Es gilt daher gleicherweise für geerdeten und freien Niederspannungsnullpunkt an der Klemme der gestoßenen Phase:

$$u_2 \approx \frac{2}{3} K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot (1 - \cos \omega_2 t); \quad (16)$$

Der Anteil der Grundschwingung der Primärseite beträgt dabei nach Bild 6a für alle 3 Phasen gleichmäßig nur ein Drittel derjenigen Amplitude, die bei dreiphasigem Stoß wirksam wird. Für die Berechnung dieses Spannungsanteils ist daher in die Formeln für dreiphasigen Stoß an Stelle von U jedesmal $U/3$ einzusetzen. Im übrigen ändert sich für die Übertragung der 1. Harmonischen des primären Ausgleichsvorganges nichts an den Ersatzbildern der Bilder 1a bis 5a. Bei geerdetem Niederspannungssternpunkt wird daher die Amplitude der Grundschwingung an den Sekundärklemmen nach Gl. (2) etwa $K \cdot \frac{U}{3\ddot{u}}$, bei freiem Niederspannungssternpunkt aber $K \cdot \frac{U}{3\ddot{u}} \cdot \frac{C'_N}{(C'_2 + C'_N)}$ betragen.

2. Der quasistationär übertragene Spannungsanteil.

Zur Berechnung der quasistationär übertragenen Spannung an der Sekundärklemme des gestoßenen Wicklungsschenkels ist das auf Grund des Bildes 6b sich ergebende Ersatzbild Bild 6c zugrunde zu legen. Für die beiden Nachbarschenkel ist hierin

vorausgesetzt, daß alle drei Niederspannungsklemmen gegen Erde mit derselben Kapazität C'_2 belastet sind. Ist das nicht der Fall, so verschieben sich naturgemäß die Spannungsanteile der einzelnen Klemmen zugunsten der am stärksten belasteten Klemme. Dagegen ist die Schaltung des Niederspannungsnullpunktes nach Bild 6b für den Verlauf der quasistationär übertragenen Spannung ohne jede Bedeutung.

Es gilt daher gleicherweise für geerdeten und freien Niederspannungsnullpunkt an der Klemme der gestoßenen Phase:

an den Klemmen der nicht gestoßenen Phasen:

$$\underline{u}_2 \approx -\frac{K}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}} (1 - \cos \omega_2 t); \quad (16a)$$

mit

$$\omega_2 \approx \frac{1}{\sqrt{L_{SN} \cdot C'_2}}. \quad (16b)$$

Der endgültige Spannungsverlauf an den Sekundärklemmen, der sich durch Überlagerung des quasistationären Anteils mit dem Anteil der primären Ausgleichschwingung einstellt, ist in Bild 7 für geerdeten Niederspannungsternpunkt und große kapazitive Belastung $C'_2 \gg C'_N$ gezeichnet. In Bild 8c ist außerdem noch der zugehörige Verlauf der Spannung am Sternpunkt der Unterspannungsseite dargestellt. Diese folgt nach Gl. (11) dem Gesetz

$$u_N \approx -K \cdot \frac{U}{3\ddot{u}} \frac{C'_2}{(C'_2 + C'_N)} \cdot (\cos \Omega t - \cos \omega t); \quad (11a)$$

wo die Eigenfrequenz $\omega = \frac{1}{\sqrt{L'_{SN} \cdot C'_N}}$ grundsätzlich von der Frequenz ω_2 der an den Sekundärklemmen auftretenden Eigenschwingung [vgl. Gl. (16b)] verschieden ist. Als höchste magnetische übertragene Spannungen ergeben sich demnach theoretisch für einphasig auflaufende Rechteckwelle:

bei geerdetem Niederspannungsternpunkt:

an der Klemme des gestoßenen Schenkels

$$\underline{u}_{2\max} \approx K \cdot \frac{2U}{\ddot{u}} \quad (16c)$$

(wie bei dreiphasigem Stoß); an den Klemmen der nicht gestoßenen Schenkel

$$\underline{u}_{2\max} \approx -K \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}}; \quad (16d)$$

bei freiem Niederspannungsternpunkt und $C'_2 \gg C'_N$:

$$\underline{u}_{2\max} \approx K \cdot \frac{4}{3} \frac{U}{\ddot{u}}; \quad (16e)$$

$$\underline{u}_{2\max} \approx -K \cdot \frac{2}{3} \frac{U}{\ddot{u}} \quad (16f)$$

und am Sternpunkt

$$u_{N\max} \approx -K \cdot \frac{2}{3} \frac{U}{\ddot{u}}. \quad (16g)$$

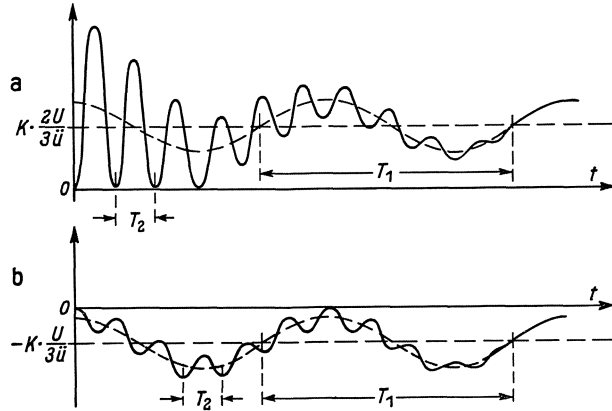


Bild 7. Verlauf der magnetisch übertragenen Spannungen auf der NV-Seite bei einphasigem Stoß und geerdetem Niederspannungsternpunkt. a) Spannung u_2 an der Sekundärklemme der gestoßenen Phase gegen Erde. b) Spannung u_2 an den Klemmen der nicht gestoßenen Phasen gegen Erde.

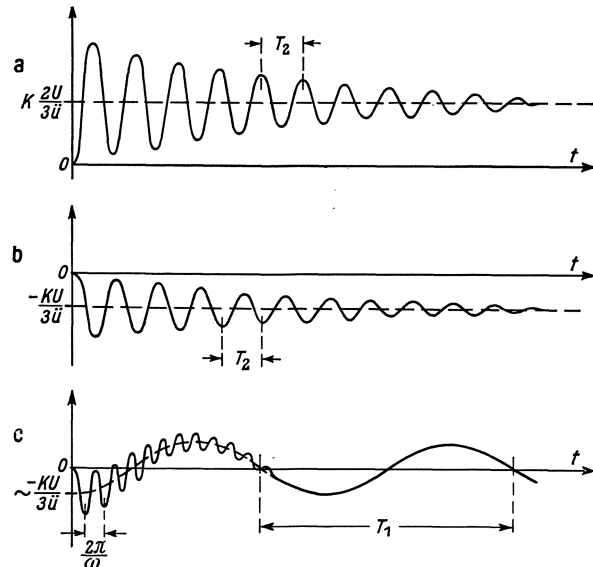


Bild 8. Verlauf der magnetisch übertragenen Spannungen auf der NV-Seite bei einphasigem Stoß und freiem Niederspannungsternpunkt ($C'_2 \gg C'_N$). a) Spannung u_2 an der Sekundärklemme des gestoßenen Schenkels gegen Erde. b) Spannung u_2 an den Klemmen der nicht gestoßenen Schenkel gegen Erde. c) Spannung u_N des freien NV-Sternpunkts gegen Erde.

D. Der Einfluß angeschlossener Maschinen.

1. Auf den vom Ausgleichsvorgang übertragenen Spannungsanteil.

Bisher wurde immer angenommen, daß die auf der Unterspannungsseite des Transformators angeschlossenen Kabel am Ende offen sind. In Wirklichkeit ist dort aber entweder ein Wechselstromgenerator oder wieder ein anderer Transformator angeschlossen. Die Annahme offener Kabelenden ist dann nur in erster Annäherung

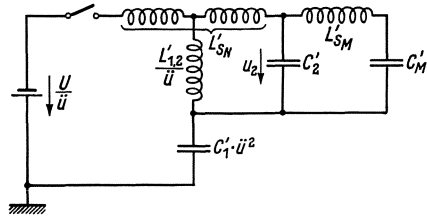
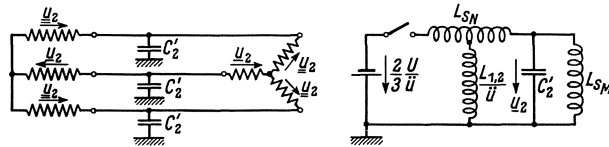


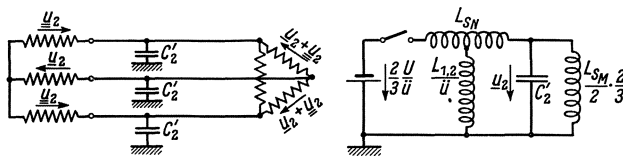
Bild 9a. Konzentriertes Ersatzschema für die Übertragung des primären Ausgleichsvorganges bei Schaltung der Maschine in Δ oder Y mit freiem Nullpunkt.



Dreiphasiges Ersatzbild der Sekundärseite.

Einphasiges Ersatzbild.

Bild 9b. Sternschaltung der Maschine.



Dreiphasiges Ersatzbild der Sekundärseite.

Einphasiges Ersatzbild.

Bild 9c. Δ -Schaltung der Maschine.

Bild 9b u. c. Ersatzbilder für die Übertragung des quasistationären Spannungsanteils.

Bild 9a bis c. Einfluß einer niederspannungsseitig angeschlossenen Maschine auf den Übertragungsvorgang.

für die Berechnung des vom Ausgleichsvorgang übertragenen Spannungsanteiles zulässig, sofern die Maschinenwicklung in Dreieck oder in Stern mit ungeerdetem Nullpunkt geschaltet ist. In diesen Fällen macht die angeschlossene Maschinenwicklung die vom Ausgleichsvorgang angestoßene Schwingung der Sekundärklemmen des Transformators gegen Erde mit. Da die Periodendauer $2\pi \cdot \sqrt{L'_{SM} \cdot C'_M}$ ihrer eigenen Grundschwingung (vgl. Bild 9a) bei nicht zu kurzen Kabeln im allgemeinen kurz gegenüber der Eigenperiode $2\pi \cdot \sqrt{L'_{SN} \cdot C'_2}$ der Niederspannungswicklung des Transformators mit der Belastungskapazität C'_2 sein wird, so wird sie im allgemeinen nicht stark ausgeprägt sein. Nur bei gleicher Größenordnung von Transformator- und Maschineneigenperiode wird der Spannungsverlauf an den Sekundärklemmen des Transformators merklich durch die Maschine beeinflusst. Dabei kann die entstehende Schwebung unter Umständen zu

einer weiteren Spannungserhöhung an der Maschinenwicklung führen.

Ein weiterer Fall, bei dem die Maschine den Verlauf der vom Ausgleichsvorgang übertragenen Spannung wesentlich beeinflussen kann, tritt theoretisch bei gleichzeitiger Erdung des Transformatorsternpunkts und des Sternpunkts der Maschine auf. Da jedoch praktisch meist eine der beiden Wicklungen in Δ geschaltet sein wird, kommt diesem Fall nur geringe Bedeutung zu.

2. Auf den quasistationär übertragenen Spannungsanteil.

Auf Grund der in den Bildern 9b und 9c gezeichneten Ersatzbilder ergeben sich für den bei einphasig anlaufenden Stoßwellen übertragenen quasistationären Abfall folgende Beziehungen. (Voraussetzung $(L_{SN} + L_{SM}) \ll \frac{L_{1,2}}{\ddot{u}}$.)

a) Maschinenwicklung in Stern geschaltet (vgl. Bild 9b):

Spannung am gestoßenen Schenkel gegen Erde

$$\underline{u}_2 \approx \frac{2}{3} K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{L_{SM}}{(L_{SN} + L_{SM})} \cdot \{1 - \cos \omega_2 t\}; \quad (17)$$

Spannung an den nicht gestoßenen Schenkeln gegen Erde:

$$\underline{u}_2 \approx -\frac{K}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{L_{SM}}{(L_{SN} + L_{SM})} \cdot \{1 - \cos \omega_2 t\}; \quad (17a)$$

mit

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_{SN} \cdot L_{SM}}{(L_{SN} + L_{SM})} \cdot C'_2}}; \quad (17b)$$

wo $L_{SN} = \left(\frac{L_{1,s}}{\ddot{u}^2} + L_{2,s}\right)$ und L_{SM} die Streuinduktivität einer Phase der Maschinenwicklung bedeutet.

b) Bei Dreieckschaltung der Maschinenwicklung (Bild 9c) wird dagegen:

$$\underline{u}_2 \approx \frac{2}{3} K \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{L_{SM}}{(3L_{SN} + L_{SM})} \cdot \{1 - \cos \omega_2 t\}; \quad (18)$$

$$\underline{u}_2 \approx -\frac{K}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \cdot \frac{L_{SM}}{(3L_{SN} + L_{SM})} \cdot \{1 - \cos \omega_2 t\}; \quad (18a)$$

wo diesmal

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_{SN} \cdot L_{SM}}{(3L_{SN} + L_{SM})} \cdot C'_2}} \quad (18b)$$

gilt.

Die Höchstwerte des quasistationär übertragenen Spannungsanteils werden also gegenüber den Werten der früheren Gl. (16) und (16a) besonders bei Dreieckschaltung der angeschlossenen Maschinen merklich herabgesetzt, und zwar am stärksten dann, wenn die Maschinenleistung die Leistung des Transformators um ein Mehrfaches übertrifft.

III. Experimentelle Untersuchung des Übertragungsvorganges.

A. Elektrische Daten des untersuchten Transformators.

Die Messungen wurden im Stoßprüffeld der Nürnberger SSW an einem 15-MVA-Leistungstransformator für 104 kV Nennspannung mit einer Regulierwicklung für $\pm 20,46$ kV im Sternpunkt vorgenommen. Die Regulierwicklung war dabei als besondere Röhre außen über die Hochspannungswicklung geschoben. Da sämtliche Versuche in der Stellung +0 ohne jede Zusatzspannung (Wendesalter in Stellung AB_0 nach Bild 10) durchgeführt wurden, so ist ein merklicher Einfluß der Regulierwicklung auf den magnetischen Übertragungsvorgang nur beim Ausgleichsvorgang der Hochspannungswicklung nachweisbar. Am quasistationären Spannungsabfall ist dagegen die Regelwicklung bei der Stellung +0 nicht beteiligt. Dieser Umstand wird im folgenden dadurch näherungsweise berücksichtigt, daß in die Rechnung für die Übertragung der Grundschwingung das Übersetzungsverhältnis bei vollem Zusatz aller Stufen \ddot{u} , für die Übertragung des quasistationären Spannungsabfalls dagegen nur das Übersetzungsverhältnis \ddot{u}^* bei Normalstufe (Zusatzspannung 0) eingeführt ist.

Die Niederspannungswicklung war bei dem untersuchten Transformator je Phase in 4 Zweige aufgeteilt, die wahlweise hintereinander oder parallel geschaltet werden können (vgl. Bild 10). Bei Hintereinanderschaltung der 4 Wicklungszweige beträgt die verkettete Spannung zwischen den Sekundärklemmen 23,4 kV, bei Parallelschaltung 5,85 kV. Entsprechend ergeben sich für die beiden Übersetzungsverhältnisse folgende Werte:

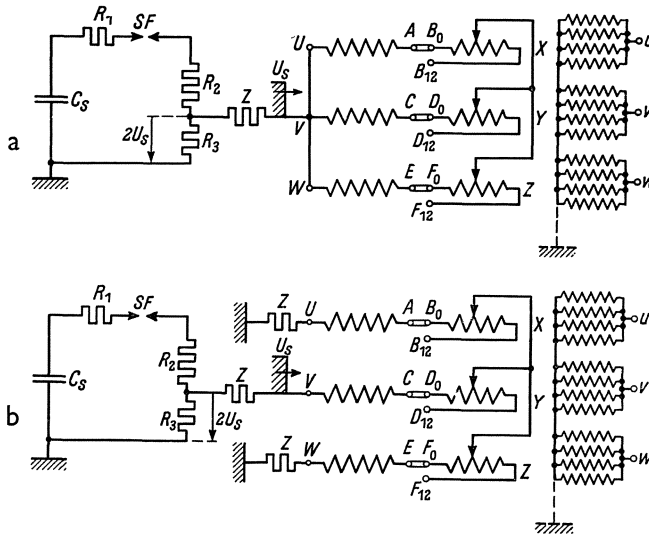


Bild 10. Benutzte Stoßschaltungen. a) Dreiphasiger Stoß $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 400 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, $Z = 500 \Omega$, $C_S = 0,07 \mu\text{F}$. b) Einphasiger Stoß (sämtliche Ohmwerte wie bei a).

Bei Reihenschaltung auf der

Unterspannungsseite

$$\ddot{u} = \frac{124,46}{23,4} = 5,33 : 1;$$

$$\ddot{u}^* = \frac{104}{23,4} = 4,45 : 1.$$

Bei Parallelschaltung:

$$\ddot{u} = 21,3 : 1;$$

$$\ddot{u}^* = 17,8 : 1.$$

Die Streuinduktivität je Phase für die Normalstufe beträgt im stationären Betrieb

bezogen auf die HV-Seite

$$L_{SH} = 0,191 \text{ H},$$

bezogen auf die NV-Seite in

Parallelschaltung

$$L_{SN} = \frac{0,191}{(\ddot{u}^*)^2} = 6,03 \cdot 10^{-4} \text{ H}.$$

B. Benutzte Stoßschaltungen.

Sämtliche Versuche wurden mit einer Stoßwelle von $50 \mu\text{s}$ Halbwertdauer durchgeführt. Die dabei für ein- und dreiphasigen Stoß benutzten Ersatzschaltungen, welche den Fall eines fernen Blitzschlages mit fest vorgegebenem Spannungsverlauf U_s an der Einschlagstelle nachahmen, sind in Bild 10 dargestellt. Die ankommende Stoßwelle U_s besaß bei den Messungen an der Hochspannungswicklung durchweg eine Höhe von 1 kV, bei den Messungen an der Unterspannungswicklung waren je nach der Schaltung derselben zur Erzielung ausreichender Amplituden Spannungen von 2 bis 10 kV für die ankommende Stoßwelle auf der Hochspannungsseite erforderlich. In allen Fällen wurde die gemessene Spannung ohne Zwischenschaltung eines Spannungsteilers unmittelbar an die Ablenkplatten des Kathodenstrahloszillographen herangeführt.

C. Versuchsergebnisse mit $50 \mu\text{s}$ -Stoßwellen.

1. Dreiphasiger Stoß.

a) Sekundärklemmen unbelastet.

Die Grundschwingung der Hochspannungswicklung bei dreiphasigem Stoß und unbelasteten Niederspannungsklemmen zeigen für Δ -Schaltung bzw. Y -Schaltung der Niederspannungswicklung die Oszillogramme der Bilder 11a und b. Aus dem Verhältnis der Eigenperioden in diesen beiden Grenzfällen errechnet sich das Verhältnis $\frac{L'_1}{L'_{SN}} = \left(\frac{320}{120}\right)^2 = 7,1$ und demnach der Kopplungsfaktor K bei Annahme von

$$L'_{1,S} \approx \ddot{u}^2 \cdot L'_{2,S} \approx \frac{L'_{SH}}{2} \quad \text{zu} \quad K \approx \left(1 - \frac{L'_{SH}}{2L'_1}\right) = 0,93.$$

Da auf der Unterspannungsseite bei Δ -Schaltung alle 4 Wicklungszweige in Reihe geschaltet waren, so ergibt sich bei einem Übersetzungsverhältnis $\bar{u} = 5,33$ die Eigenperiode der Niederspannungswicklung zu $T_2 = 23,2 \mu\text{s}$ (vgl. Bild 11c); demnach das Verhältnis $\frac{\omega}{\Omega} = \frac{T_1}{T_2} = 13,8$. Auf Grund der vereinfachten Formel (8) hätte sich theoretisch $\frac{T_1}{T_2} \approx \bar{u} \sqrt{\frac{L'_I}{L'_S}} = 14,2$ ergeben müssen. Die Übereinstimmung

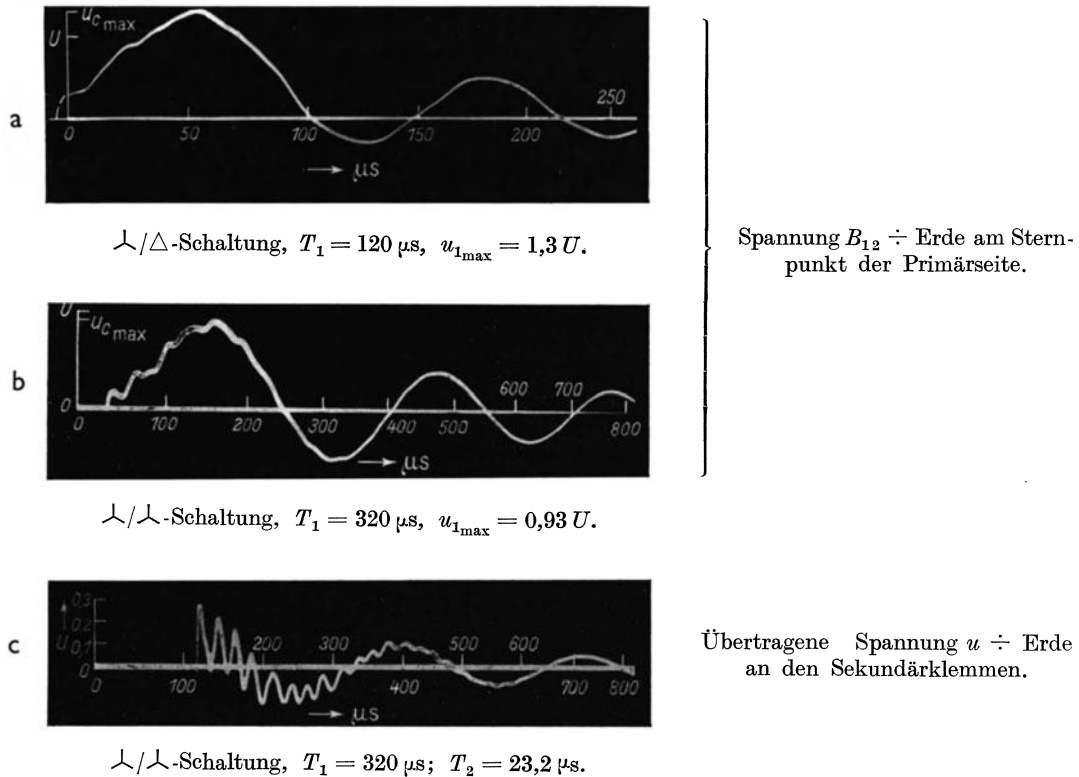


Bild 11. Sternpunktsschwingung des niederspannungsseitig unbelasteten Transformators bei Δ - bzw. Δ -Schaltung der Niederspannungsseite. (Niederspannungsnulldpunkt geerdet, $\bar{u} = 5,33$.)

ist also in diesem Punkte recht gut. Dasselbe gilt auch für den Spannungsverlauf (vgl. Bild 1c mit 11c).

Zur weiteren Prüfung der im vorhergehenden Abschnitt II entwickelten Theorie sind nun die beiden Oszillogramme 11b und c noch genauer nachgerechnet worden. Mit Hilfe der Formeln (15) und (15a) in Abschnitt II B findet man für eine Stoßwelle mit $50 \mu\text{s}$ Halbwertdauer ($T \approx 70 \mu\text{s}$) den Höchstwert der Spannung $\bar{u}_{2\text{max}}$ an den NV-Klemmen im vorliegenden Fall zu

$$\bar{u}_{2\text{max}} \approx K \cdot 0,34 U = 0,315 U.$$

Hierin ist U die Spannung an den Hochspannungsklemmen gegen Erde. Ferner ist auf Grund der Oszillogramme 11b und c $\omega T = 18,9$ und $\Omega T = 1,38$ eingesetzt worden. Da nach Oszillogramm 11c der Höchstwert der übertragenen Spannung $\bar{u}_{2\text{max}} \approx 0,26 U$ beträgt, so besteht im Hinblick darauf, daß das der Rechnung zugrunde gelegte Ersatzschema Bild 1a der Wirklichkeit nur sehr roh nahekommt und die natürliche Dämpfung dabei ganz vernachlässigt ist, eine recht gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Theorie.

b) Konzentrierte Belastungskapazitäten an den Sekundärklemmen.

In Bild 12a ist zunächst der Verlauf der Klemmspannung auf der Hochspannungsseite gezeigt. Die Buckel im Rücken dieser Spannungswelle rühren von der Eigenschwingung der Regulierwicklung (Periodendauer $34 \mu\text{s}$) her. Dieselbe Eigenschwingung ist auch die Ursache, daß im Verlauf der Spannung an den Sekundärklemmen in den beiden folgenden Oszillogrammen 12b eine Schwebung auftritt. Im übrigen entspricht jedoch dieser Spannungsverlauf weitgehend dem in Bild 1c schematisch gezeichneten Verlauf. Da die Belastungskapazität von 70000 pF je

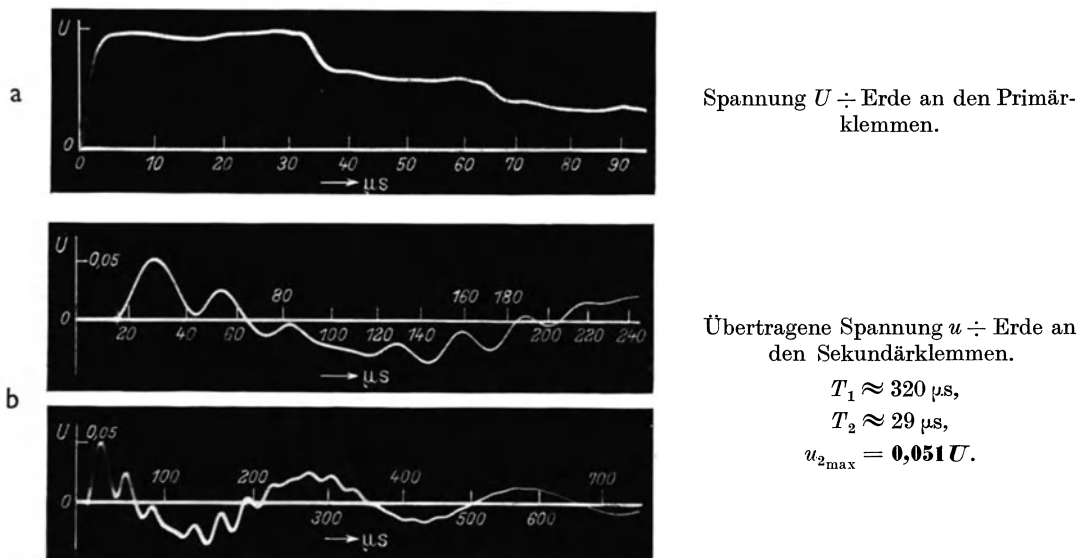


Bild 12. Übertragung der primärseitigen Ausgleichsschwingung bei je 70000 pF konzentrierter Belastungskapazität je Phase an den Sekundärklemmen und geerdetem Niederspannungsnullpunkt. ($\bar{u} = 21,3$.)

Phase wesentlich größer als die gegenseitige Kapazität $C'_{1,2}$ der beiden Wicklungen ist, so wird kapazitiv trotz Erdung des Niederspannungsnullpunktes praktisch keine Spannung übertragen.

Aus der Eigenperiode der NV-Wicklung von $T_2 = 29 \mu\text{s}$ errechnet sich auf Grund von Gl. (4) mit der gesamten vorhandenen Belastungskapazität von etwa 75000 pF die wirksame Streuinduktivität L'_{SH} , bezogen auf die HV-Seite, für diesen Fall zu $0,130 \text{ H}$ gegenüber einer stationären Streuinduktivität L_{SH} von $0,191 \text{ H}$ je Phase nach Abschnitt III A. Die größte Spannung an den NV-Klemmen gegen Erde weicht diesmal mit $\bar{u}_{2\text{max}} = 0,051 U$ schon recht stark von dem für Rechteckwelle theoretisch erforderlichen Wert von $2 K \cdot \frac{U}{\bar{u}} = 0,087 U$ ab. (Bei diesem und allen folgenden Versuchen waren die 4 Zweige der NV-Wicklung nach Art des Bildes 10 parallel geschaltet, so daß $\bar{u} = 21,3$ zu setzen ist.) Der Grund ist in der längeren Eigenperiode T_2 gegenüber der Rückenlänge der Stoßwelle zu suchen (vgl. Abschnitt II B).

Um ohne umständliche Rechnung schnell überschlägige Werte für die Höhe der magnetisch übertragenen Spannung zu erhalten, reicht es in solchen Fällen meist aus $\bar{u}_{2\text{max}} \approx \frac{\bar{u}_{1\text{max}}}{\bar{u}}$ zu setzen, wo $\bar{u}_{1\text{max}}$ der Höchstwert der Spannung am

primären Sternpunkt ist. In unserem Falle ist laut Bild 11b $\bar{u}_{1\max} = 0,93 U$, somit dann $\bar{u}_{2\max} = 0,044 U$ in recht guter Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert.

Für freien Sternpunkt der Niederspannungsseite sind in Bild 13 bei derselben Belastungskapazität die Spannungen an den Sekundärklemmen und am sekundären Sternpunkt aufgenommen. In voller Übereinstimmung mit der Theorie (vgl. Bilder 4 und 5) sinkt diesmal wegen $C'_2 \gg C'_N$ die Höhe der sekundären Klemmenspannung sehr stark ab. Es bleibt lediglich ein Restbetrag von $0,02 U$ übrig,

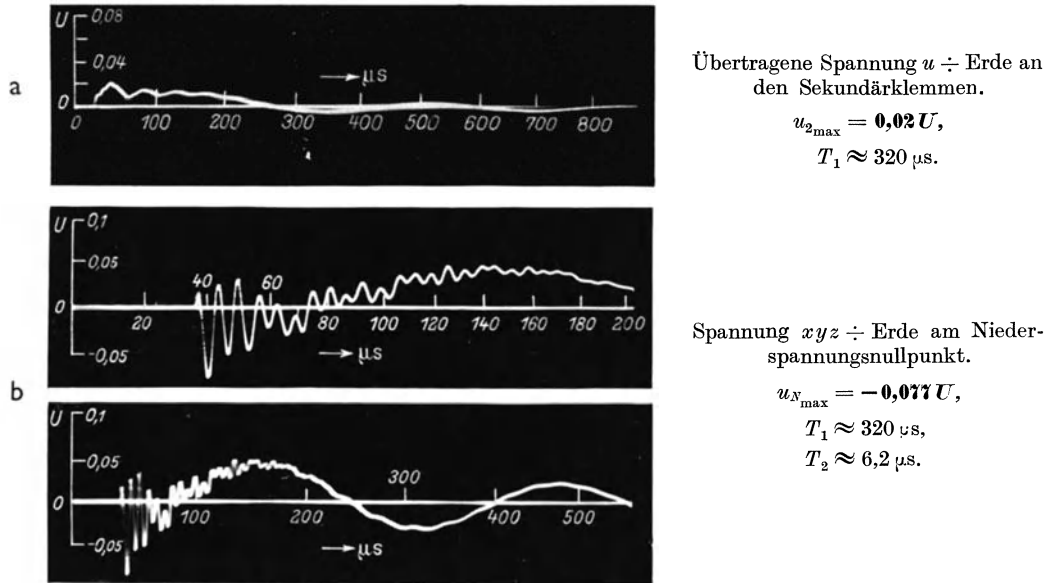


Bild 13. Übertragung der primärseitigen Ausgleichschwingung bei je 70000 pF sekundärseitiger Belastung je Phase, aber freiem Niederspannungsnullpunkt. ($\bar{u} = 21,3$.)

der noch zum Teil auf den Einfluß der schwach übertragenen Eigenschwingung der Regulierwicklung zurückzuführen ist.

Am freien Nullpunkt tritt dagegen entsprechend den Bildern 4c und 5b die schnelle Eigenschwingung der NV-Wicklung nach Gl. (12) mit $T_2 = 6,2 \mu s$ Periodendauer über die in voller Höhe $K \cdot \frac{U}{\bar{u}}$ übertragene Grundschwingung der HV-Seite überlagert auf. Der Höchstwert der Nullpunktsspannung liegt dabei mit $0,077 U$ wegen der kürzeren Eigenperiode T_2 und des kapazitiv übertragenen Spannungsanteils wesentlich höher als in Bild 12b die Klemmspannung bei geerdetem Sternpunkt.

Im übrigen entspricht die Eigenperiode der NV-Wicklung von $6,2 \mu s$ recht gut der in Bild 11c für Reihenschaltung der sekundären Wicklungszweige gemessenen Eigenperiode von $23,2 \mu s$, da die wirksame Streuinduktivität dabei etwa das 16fache des bei Parallelschaltung einzusetzenden Wertes beträgt.

c) Abgehende Kabel als NV-seitige Belastung.

Die Belastung der NV-Klemmen bestand hierbei in 2 parallelgeschalteten dreidradigen Kabeln von 250 m Länge, die über 3 einadrige Kabel von etwa 30 m Länge mit den 3 NV-Klemmen verbunden waren. Am Ende der Kabel war ein in \perp geschalteter Wechselstromgenerator für 5000 kVA mit einer Streuinduktivität

$L_{SM} = 0,0119$ H je Phase angeschlossen. Der Sternpunkt der Maschine war immer frei. Die Kapazität der Kabel, welche je Phase zu etwa 64000 pF gemessen wurde, entspricht ungefähr der konzentrierten Belastung im vorigen Abschnitt.

Trotzdem zeigt das Oszillogramm der Spannung an den Sekundärklemmen in Bild 14a für geerdeten NV-Sternpunkt einen Verlauf, der von demjenigen bei konzentrierter Belastungskapazität nach Bild 12b hinsichtlich der Eigenschwingung der Sekundärseite stark abweicht. Das hat seinen Grund in den überlagerten Wander-

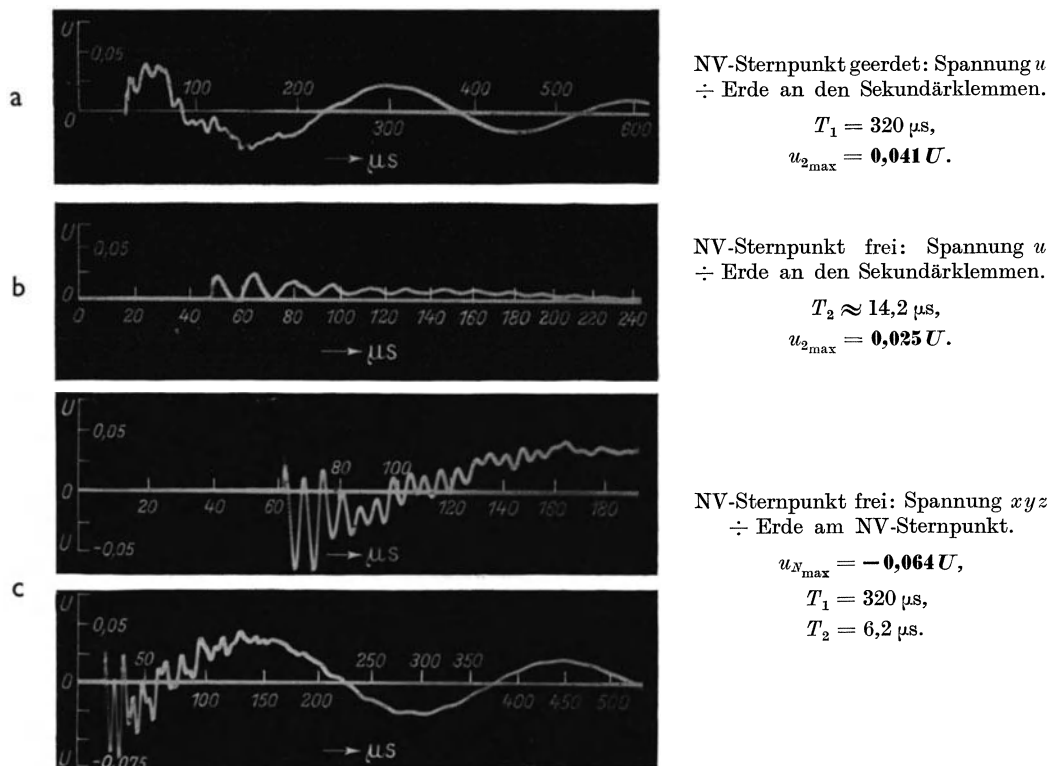


Bild 14. Dreiphasiger Stoß bei 530 m abgehendem Kabel als niederspannungsseitiger Belastungskapazität. ($\ddot{u} = 21,3$.)

wellenschwingungen des am Ende im wesentlichen als offen anzusehenden Kabels (doppelte Laufzeit $\frac{4 \cdot 280}{300} = 3,74 \mu\text{s}$). Auf Einzelheiten über die Ausbildung dieser Schwingung soll hier nicht eingegangen werden. Es bleibt vor allem festzuhalten, daß der erste Anstieg der Spannung an den NV-Klemmen, abgesehen von dem diesmal geringen Betrag des kapazitiv übertragenen Stoßes annähernd mit der Zeitkonstante $\frac{L'_{SN}}{Z_2} \approx \frac{130 \cdot 10^{-3}}{\ddot{u}^2 \cdot 25} = 11,4 \mu\text{s}$ erfolgt, da Z_2 mit 25Ω im vorliegenden Fall wesentlich kleiner als $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{L'_{SN}}{C_2}}$ ist. Die größte Spannung an den Sekundärklemmen ist mit $0,041 U$ ebenfalls kleiner als bei konzentrierten Belastungskapazitäten.

Für freien NV-Sternpunkt (Bilder 14b und c) ist die Übereinstimmung mit den entsprechenden Oszillogrammen des Bildes 13 wesentlich besser. Insbesondere gilt dies von der Schwingung des NV-Sternpunkts (Bild 14c), deren Eigenperiode

$T_2 = 6,2 \mu s$ genau mit derjenigen des Bildes 13b übereinstimmt. Lediglich in der Höhe der größten Sternpunktsspannung $u_{N_{max}} = -0,064 U$ besteht ein gewisser Unterschied.

2. Einphasiger Stoß.

a) Konzentrierte Belastungskapazitäten auf der NV-Seite.

Den Verlauf der Spannung an der gestoßenen Hochspannungsklemme $V - \text{Erde}$ zeigt Bild 15a. Die Rückwirkung der Eigenschwingung der Regulierwicklung auf die Stoßwelle ist diesmal wesentlich geringer als bei dreiphasigem Stoß, der Wellenrücken daher erheblich glatter. Die Oszillogramme der Bilder 15b und c und 16a . . . c für die Spannungen auf der Sekundärseite entsprechen wieder weitgehend den von der Theorie geforderten Spannungsverläufen nach den Bildern 7 und 8.

Bei geerdetem NV-Nullpunkt ist in der Klemmenspannung der gestoßenen Phase (Bild 15b) sowohl die Nullpunktsschwingung der Primärseite wie die Eigen-

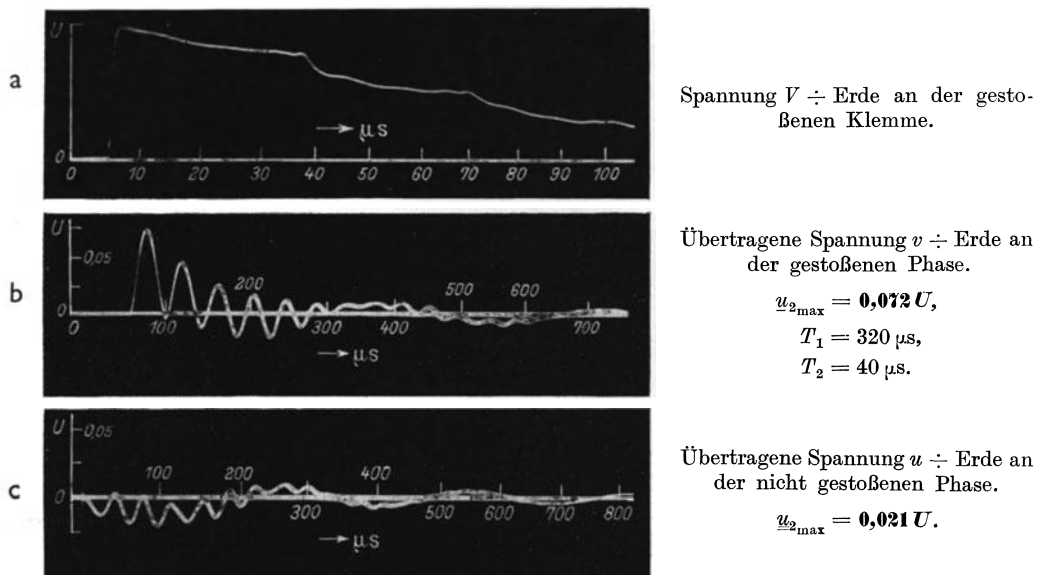


Bild 15. Einphasiger Stoß auf Klemme V bei 70000 pF Belastungskapazität je Phase an den Sekundärklemmen und fest geerdetem Niederspannungsternpunkt. ($\ddot{u}^* = 17,8.$)

schwingung der Sekundärwicklung mit der Belastungskapazität $C'_2 \approx (70000 + 5000) \text{ pF}$ enthalten. Aus der Periodendauer $T_2 = 40 \mu s$ dieser Schwingung errechnet sich die wirksame Streuinduktivität L_{SH} in diesem Falle mit $\ddot{u}^* = 17,8$ zu:

$$L_{SH} \approx \frac{T_2^2 \cdot (\ddot{u}^*)^2}{4\pi^2 \cdot C'_2} = 0,172 \text{ H},$$

d. h. wesentlich größer als bei dreiphasigem Stoß und annähernd gleich der stationären Streuinduktivität von $0,191 \text{ H}$.

Die größte Spannung an der NV-Klemme der gestoßenen Phase müßte theoretisch (vgl. Bild 7a) etwa $u_{2max} \approx 2 K \left(\frac{2}{3} \frac{U}{\ddot{u}^*} + \frac{U}{3\ddot{u}} \right) = 0,098 U$ werden, wenn eine Rechteckwelle auf den Transformator treffen würde. Beim Versuch mit der $50 \mu s$ -Welle sinkt demgegenüber diese Spannung auf $0,072 U$ ab.

Der Spannungsverlauf an den nicht gestoßenen Phasen (Bild 15c) zeigt erwartungsgemäß quasistationär übertragene Spannung $K \cdot \frac{U}{3\ddot{u}^*}$ und Anteil der primärseitigen

Nullpunktsschwingung $K \cdot \frac{U}{3\ddot{u}}$ in Gegenlage, so daß als Höchstwert nur $0,021 U$ entstehen (theoretisch für Rechteckwelle $\approx \frac{2}{3} \frac{KU}{\ddot{u}^*}$).

Bei freiem NV-Nullpunkt (Bild 16) verschwindet der Anteil der primären Ausgleichsschwingung, wegen der großen Belastungskapazität ($C'_2 \gg C'_N$), praktisch völlig aus den Klemmenspannungen (vgl. hierzu das frühere Bild 8). Damit geht der Höchstwert der übertragenen Spannung an der gestoßenen Phase (Bild 16a) auf $0,06 U$ (gegenüber $\frac{4}{3} K \cdot \frac{U}{\ddot{u}^*} = 0,07 U$ bei Rechteckwelle) zurück, während an den

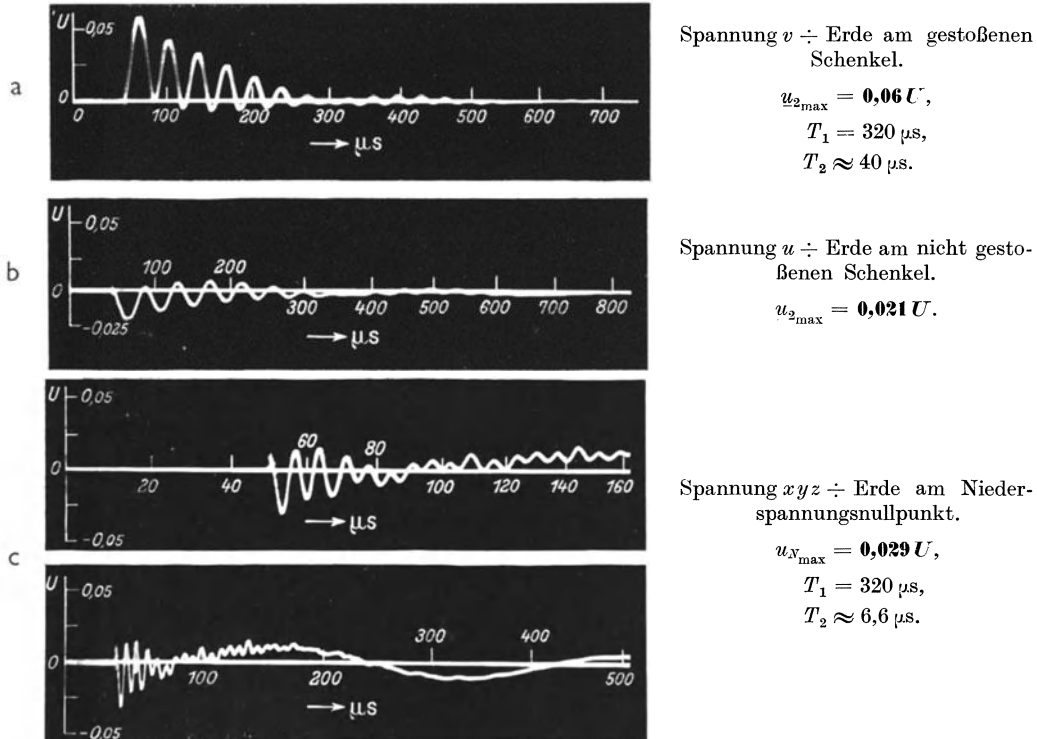


Bild 16. Einphasiger Stoß auf Klemme V bei $70000 \mu F$ Belastung je Phase auf der Sekundärseite und freiem Niederspannungsternpunkt. ($\ddot{u}^* = 17,8$.)

Klemmen der nicht gestoßenen Schenkel (Bild 16b) mit $0,021 U$ entsprechend der Theorie kein Unterschied im Höchstwert, wohl aber im Verlauf der Spannung zu merken ist.

Der freie Nullpunkt xyz (Bild 16c) schwingt sich mit annähernd derselben Eigenperiode $T_2 = 6,6 \mu s$ wie bei dreiphasigem Stoß ebenfalls entsprechend der Theorie [vgl. Gl. (12)] auf die übertragene Nullpunktsschwingung der Primärseite ein. Während dabei für Rechteckwelle nach Gl. (16g) für den magnetisch übertragenen Anteil allein $K \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{\ddot{u}} \approx 0,029 U$ möglich ist, ergibt der Versuch für die Überlagerung von magnetisch und kapazitiv übertragener Spannung diesen Höchstwert.

b) Belastung der NV-Klemmen durch abgehende Kabel.

Die Belastungsverhältnisse entsprachen hierbei auch hinsichtlich der Schaltung der angeschlossenen Maschine genau denen bei dreiphasigem Stoß. Infolgedessen

haben die überlagerten Wanderwellenschwingungen zunächst denselben Charakter wie bei dreiphasigem Stoß (vgl. Bilder 17a und c mit 14a). Im weiteren Verlauf stellt sich dann eine Eigenschwingung der Sekundärseite mit $T_2 = 85 \mu\text{s}$ Periodendauer ein. Die im Anfang der Oszillogramme erkennbaren Oberschwingungen von etwa $2 \mu\text{s}$ Periodendauer sind wahrscheinlich auf eine Schwingung der ersten 80 m angeschlossenen Kabels

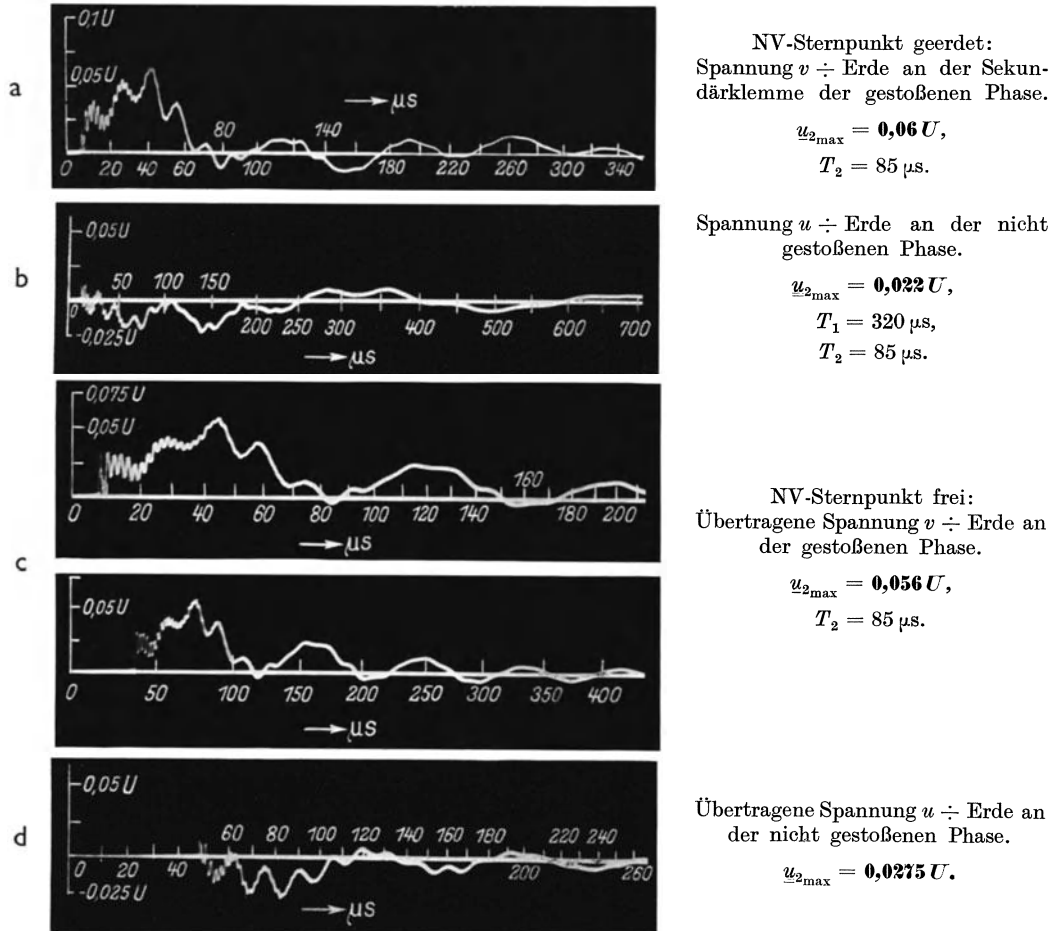


Bild 17. Einphasiger Stoß auf Klemme V bei je 530 m abgehendem Kabel als Belastungskapazität je Phase auf der Unterspannungsseite. ($\dot{u}^* = 17,8.$)

zurückzuführen, da nach 80 m die Schaltanlage mit ihren Sammelschienen angeschlossen war, von der es über weitere 200 m Kabel zu den Maschinenklemmen ging.

Bemerkenswert ist ferner die im Oszillogramm (Bild 17c) besonders deutlich erkennbare kurze kapazitiv übertragene Anfangsspitze, die sich wegen der bei einphasigem Stoß etwa dreimal so großen Steilheit diesmal wesentlich besser als bei Bild 14a ausbilden kann (vgl. Abschnitt II A 1 b). Der Zusammenbruch dieser Spitze muß theoretisch mit der Zeitkonstanten $Z_2 \cdot C'_2$, d. h. bei Annahme von $C'_2 = (C'_{1,2} + C'_{2,0}) \approx 5000 \text{ pF}$ mindestens innerhalb $0,25 \mu\text{s}$ erfolgen. Im Oszillogramm ist die Spitze etwa halb so hoch wie die größte magnetisch übertragene Spannung.

Für letztere ergeben sich, ähnlich wie bei dreiphasigem Stoß, gegenüber dem Fall konzentrierter Belastungskapazitäten etwas abgesenkte Werte. Dabei ist die

spannungssenkende Wirkung der Maschineninduktivität auf den quasistationär übertragenen Anteil wegen $L_{S_M} = \frac{11,9}{0,603} \cdot L_{S_N} = 20 L_{S_N}$ nach Gl. (17) zu vernachlässigen.

Im einzelnen wird:
für geerdeten NV-Nullpunkt (Bilder 17 a, b)

$$\underline{u}_{2_{\max}} = 0,06 U; \quad \underline{u}_{2_{\max}} = 0,022 U;$$

für freien NV-Nullpunkt (Bilder 17 c, d)

$$\underline{u}_{2_{\max}} = 0,056 U; \quad \underline{u}_{2_{\max}} = 0,0275 U.$$

Der Einfluß von geerdetem und ungeerdetem NV-Nullpunkt auf die Verlagerung der Spannungen an den Niederspannungsklemmen macht sich in genau derselben Weise wie bei konzentrierten Belastungskapazitäten geltend. In den Oszillogrammen 17 a und b ist noch deutlich die überlagerte primäre Grundschwingung erkennbar, während sie bei den Bildern 17 c und d ganz verschwunden ist.

IV. Folgerungen aus den Versuchsergebnissen und den theoretischen Überlegungen für den Überspannungsschutz elektrischer Anlagen.

A. Gefährdung der Unterspannungsseite von Transformatoren.

Die vorstehenden Untersuchungen haben gezeigt, daß der im ersten Augenblick auf die Unterspannungsseite eines Transformators kapazitiv übertragene Spannungsanteil nur bei unbelasteten NV-Klemmen von Bedeutung ist, und zwar auch dann nur, wenn die Stirnzeit t_s der anlaufenden Blitzwelle kürzer als eine Viertelperiode der Eigenschwingung der NV-Wicklung ist. Da man im Mittel mit Stirnlängen von 0,5 bis 5 μs zu rechnen hat, die Eigenperioden großer Leistungstransformatoren aber je nach dem Übersetzungsverhältnis, der Spannung und der Leistung zwischen etwa 3 bis 60 μs schwanken können, so kann dieser Fall theoretisch ziemlich oft eintreten. Praktisch wird jedoch die Kapazität der angeschlossenen Sammelschienen bzw. abgehender Kabel meist ausreichen, um bei nicht zu steilen Blitzwellen ($t_s < Z_2 \cdot C'_2$; vgl. Abschnitt II A 1) die entstehende kurzzeitige Spannungsspitze auf einen unbedeutenden Wert abzusenken. Bei steilsten Blitzwellen reichen dazu allenfalls konzentrierte Kapazitäten von einigen 1000 pF aus. Für die Wicklung des Transformators ist daher der kapazitiv übertragene Spannungsbetrag praktisch meist völlig ungefährlich.

Bleiben die magnetisch übertragenen Spannungen: Rechnet man die im Abschnitt III C mit 50 μs -Welle erhaltenen Höchstwerte der sekundären Klemmenspannung für die verschiedenen Belastungsfälle und Stoßarten auf die bei Rechteckwelle theoretisch möglichen Spannungshöchstwerte um, so ergibt sich folgendes Bild:

1. Dreiphasiger Stoß.

a) NV-Klemmen unbelastet, NV-Sternpunkt geerdet ($\ddot{u} = 5,33$):

$$\underline{u}_{2_{\max}} = 0,26 U = 0,74 \cdot \left(\frac{2K U}{\ddot{u}} \right).$$

b) NV-Klemmen mit je 70000 pF konzentrierter Kapazität belastet ($\ddot{u} = 21,3$):

NV-Sternpunkt geerdet: $\underline{u}_{2_{\max}} = 0,59 \cdot \left(\frac{2K U}{\ddot{u}} \right);$

NV-Sternpunkt frei ($C'_2 \gg C'_N$): $\underline{u}_{2_{\max}} = 0,02 U;$

$$\underline{u}_{N_{\max}} = 0,89 \cdot \left(\frac{2K U}{\ddot{u}} \right).$$

c) NV-Klemmen mit insgesamt 530 m Kabel je Phase belastet, am Ende \sphericalangle geschaltete Maschine:

$$\begin{aligned} \text{NV-Sternpunkt geerdet:} \quad u_{2\max} &= 0,47 \cdot \left(\frac{2KU}{\ddot{u}}\right); \\ \text{NV-Sternpunkt frei } (C'_2 \gg C'_X): \quad u_{2\max} &= 0,021 U; \\ u_{N\max} &= 0,735 \cdot \left(\frac{2KU}{\ddot{u}}\right). \end{aligned}$$

2. Einphasiger Stoß (Spannungen an der Sekundärklemme des gestoßenen Schenkels).

a) Konzentrierte Belastung mit 70000 pF je Phase ($\ddot{u} = 17,8$):

$$\begin{aligned} \text{NV-Sternpunkt geerdet:} \quad \underline{u}_{2\max} &= 0,69 \cdot \left(\frac{2KU}{\ddot{u}}\right); \\ \text{NV-Sternpunkt frei:} \quad \underline{u}_{2\max} &= 0,86 \cdot \left(\frac{4}{3} \frac{KU}{\ddot{u}}\right); \\ \underline{u}_{N\max} &= \frac{2}{3} \cdot K \cdot \frac{U}{\ddot{u}}. \end{aligned}$$

b) Je 530 m Kabel als sekundärseitige Belastung:

$$\begin{aligned} \text{NV-Sternpunkt geerdet:} \quad \underline{u}_{2\max} &= 0,57 \cdot \left(\frac{2KU}{\ddot{u}}\right); \\ \text{NV-Sternpunkt frei:} \quad \underline{u}_{2\max} &= 0,8 \cdot \left(\frac{4}{3} \frac{KU}{\ddot{u}}\right). \end{aligned}$$

Hierin bedeuten die Klammerausdrücke jedesmal den bei Rechteckwelle möglichen theoretischen Höchstwert. Es ist bemerkenswert, daß selbst bei der beträchtlichen kapazitiven Belastung von 70000 pF bzw. 530 m Kabel je Phase die übertragenen Höchstwerte für 50 μ s-Welle nicht wesentlich tiefer als bei dem Fall der Rechteckwelle liegen. Dasselbe gilt hinsichtlich des Vergleichs zwischen dem Fall der unbelasteten und der belasteten NV-Klemmen.

Demnach ist praktisch von niederspannungsseitig angeschlossenen Kabeln oder Kondensatoren, selbst wenn diese beträchtliche Kapazität besitzen, keine nennenswerte Absenkung der langdauernden magnetisch übertragenen Spannungen zu erwarten. Lediglich bei freiem Niederspannungssternpunkt kann dadurch für dreiphasige Blitzwellen die übertragene Spannung an den NV-Klemmen wirksam herabgesetzt werden.

Für die Niederspannungswicklung des Transformators selbst sind indessen auch die hohen magnetisch übertragenen Spannungen völlig ungefährlich, da sie unmittelbar vom Übersetzungsverhältnis abhängen und die Stoßdurchschlagsfestigkeit der NV-Wicklung gegenüber derjenigen der HV-Wicklung meist weniger als dem Übersetzungsverhältnis entsprechend zurückgeht.

Anders liegen dagegen die Verhältnisse hinsichtlich der auf der Unterspannungsseite angeschlossenen Maschinen.

B. Gefährdung von Maschinenwicklungen durch übertragene Stoßspannungen.

Für den untersuchten Transformator würden sich z. B. bei einem Übersetzungsverhältnis von 104/5,85 kV auf Grund der obigen Höchstwerte, bezogen auf $U = 700$ kV Stoßüberschlagsspannung der Hochspannungsklemmen, folgende Stoßspannungen an den Klemmen der angeschlossenen Maschine gegen Erde einstellen (Maschine sei in \triangle oder \sphericalangle mit freiem Nullpunkt geschaltet):

1. Bei dreiphasigem Stoß.

- a) Für kürzeste Verbindung zwischen Trafo und Maschine $u_{2\max} \approx 45,5 \text{ kV}$,
- b) für konzentrierte Schutzkapazität von 70 000 pF:
 - bei geerdetem NV-Sternpunkt $u_{2\max} = 36 \text{ kV}$,
 - bei freiem NV-Sternpunkt $u_{2\max} = 14 \text{ kV}$,
- c) für Anschluß über 530 m Kabel, wenn NV-Sternpunkt geerdet: $u_{2\max} = 29 \text{ kV}$.

2. Einphasiger Stoß.

Hier ergeben sich Werte von 50 kV bzw. 42 kV bei geerdetem NV-Sternpunkt und 42 kV bzw. 39 kV bei freiem NV-Sternpunkt des Transformators für die größte Stoßspannung an den Klemmen der Maschine. Alle diese Werte sind für die Isolation einer 6000-V-Maschine sicher nicht ungefährlich, um so mehr, als sie viele μs dauern. Während daher praktisch die angeschlossenen Verbindungskabel zwischen Transformator und Maschine meist ausreichen werden, um die kurzzeitigen kapazitiven Spannungsbeträge an den Maschinenklemmen auf ungefährliche Werte abzusinken, erscheint ein wirksamer Schutz der Maschinenwicklung gegenüber den langdauernden magnetisch übertragenen Stoßspannungen in dem betrachteten Fall nur durch geeignete Überspannungsableiter möglich, wenn man nicht übermäßig große und daher teure Schutzkondensatoren einbauen will.

Zusammenfassung.

An einem 15 MVA-Leistungstransformator für 104/23,4 bzw. 5,85 kV Betriebsspannung wurden umfangreiche Versuche über Höhe und zeitlichen Verlauf der auf die Unterspannungsseite übertragenen Spannungen in Abhängigkeit von der Stoßart (ein- und dreiphasig) und der Art der niederspannungsseitigen Belastung (konzentrierte Kapazitäten und Kabelstücke) durchgeführt.

Die Theorie des Übertragungsvorganges wird entwickelt, und die rechnerisch ermittelten Spannungsverläufe werden in guter Übereinstimmung mit den entsprechenden Kathodenstrahloszillogrammen gefunden. Es zeigt sich, daß unterspannungsseitig angeschlossene Kabelstrecken bis zu 500 m Länge nicht in der Lage sind, die langdauernden magnetisch übertragenen Stoßspannungen merklich gegenüber dem Fall der unbelasteten NV-Klemmen abzusinken. Lediglich die kapazitiv übertragenen Spannungsspitzen werden dadurch voll abgesenkt. Für die Praxis ergibt sich daraus die Folgerung, daß stets mit magnetisch übertragenen Spannungen in der Größenordnung $\left(\frac{2K \cdot U}{\ddot{u}}\right)$ an den Klemmen angeschlossener Maschinen zu rechnen ist ($K =$ Kopplungsfestigkeit, $U =$ Stoßüberschlagspannung der HV-Klemmen, $\ddot{u} =$ Übersetzungsverhältnis von der HV- auf die NV-Seite), wenn nicht die Maschinenleistung die Leistung des Transformators um ein Vielfaches übertrifft.

Bei dem untersuchten Transformator ergaben sich, bezogen auf $U = 700 \text{ kV}$, für $2 \times 250 \text{ m}$ abgehendes Kabel je Phase auf der Unterspannungsseite noch Spannungshöchstwerte von etwa 30 kV bei dreiphasigem Stoß und 42 kV bei einphasigem Stoß (Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 104/5,85 \text{ kV}$).

Ein wirksamer Schutz der Maschinenwicklung gegenüber diesen langdauernden magnetisch übertragenen Spannungen scheint demnach wirtschaftlich besser mit Überspannungsableitern als mit Kondensatoren möglich, da letztere sehr groß und teuer werden müßten.

Spannungsoberwellen beim Steuerumrichter und ihre Glättung.

Von **Heinrich Jungmichl** und **Otto Schiele**.

Mit 14 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 23. Dezember 1936.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.	B. Glättung der Oberwellen.
A. Frequenz und Größe der Oberwellen.	1. Grundschtaltung.
1. Einfluß der Aussteuerung.	2. Berechnung der Glättung.
2. Zündwinkelabstände in Abhängigkeit von der Aussteuerung.	3. Leitwerte der Siebkreise.
3. Frequenz der Oberwellen.	4. Bestimmung des günstigsten Verlustwiderstandes.
4. Größe der Oberwellen.	5. Bemessung der Siebkreise.
5. Einfluß der Phasenverschiebung des Belastungsstromes.	Zusammenfassung.

Einleitung.

Beim Steuerumrichter wird aus einer Schar von Sinuskurven mit bestimmter Frequenz und bestimmter Phasenfolge, die als Anodenspannungen wirksam sind, eine Wechselspannung kleinerer Frequenz und beliebiger Phase und Größe ausgesteuert.

Dies gelingt dadurch, daß als Steuerspannungen für die Stromrichtergefäße die Spannungen einer ähnlichen Kurvenschar derselben Frequenz verwendet werden, denen eine Wechselspannung der gewünschten Frequenz und Phase und entsprechender Größe überlagert wird. Für die folgenden Betrachtungen dieser Arbeit ist hierbei gleichgültig, ob die Steuerspannungen direkt an den Steuergittern der Umrichtergefäße liegen oder ob ihre Wirkung durch Zwischenschaltung kleiner gesteuerter Hilfsgefäße verstärkt wird¹⁾.

Für den Fall, daß die Kurvenschar der Steuerspannungen eine von der Phasenzahl des Betriebes bestimmte Phasenverschiebung gegenüber der Kurvenschar der Anodenspannungen besitzt, ergibt sich eine verhältnismäßige Abbildung der in den Steuerkreisen überlagerten Wechselspannung niederer Frequenz als Grundwelle der ausgesteuerten Kurve.

Dieser Grundwelle sind Oberwellen überlagert, die in ihrer Frequenz und Größe, ähnlich wie beim normalen Gleichrichterbetrieb, in der Hauptsache von der Phasenzahl des Betriebes und von der Aussteuerung abhängen. Bei Belastung des Umrichters

¹⁾ M. Schenkel: Elektr. Bahnen **8** (1932) S. 69ff. — J. v. Issendorff: Wiss. Veröff. Siemens-Werk, **XIV**, 3 (1935) S. 1ff. — M. Bosch u. O. Kasperowski: Elektr. Bahnen **11** (1935) S. 235ff.

tritt infolge der Transformatorstreuung beim Anodenwechsel eine Überlappung mehrerer Anoden auf, die ebenfalls auf die Größe der Oberwellen einwirkt.

Im folgenden werden die Oberwellen für den 12-phasigen Betrieb des Steuerumrichters ihrer Frequenz und Größe nach bestimmt, wobei auch der Einfluß der Phasenverschiebung des Belastungsstromes auf der Wechselstromseite erläutert wird.

Im zweiten Teil wird die rechnerische Ermittlung der Siebkreise abgeleitet, die zur Glättung der Oberwellen auf der Einphasenseite dienen.

A. Frequenz und Größe der Oberwellen.

1. Einfluß der Aussteuerung.

In Bild 1 und 2 ist der Zusammenhang zwischen den Steuerspannungen und der gesteuerten Kurve eines Umrichters zur Umformung von 50-periodigem Drehstrom in $16\frac{2}{3}$ -periodigen Einphasenstrom für 12-Phasenbetrieb dargestellt. Die ausge-

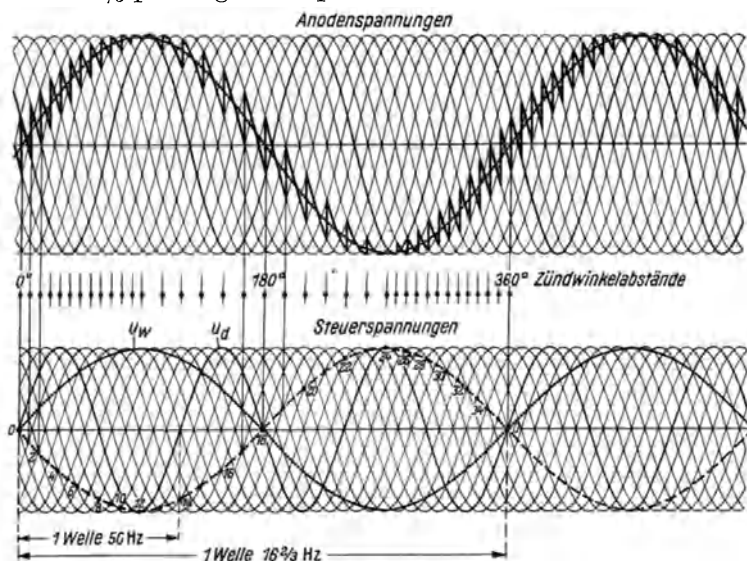


Bild 1. Umrichterspannung bei Aussteuerung $a = 1,0$.

In den Bildern beträgt die Phasenverschiebung zwischen Steuerspannungen und Anodenspannungen entsprechend dem Zwölfphasenbetrieb 165° . Zwei zueinander gehörige Spannungen aus den beiden Kurvenscharen wurden stark ausgezogen. Die $16\frac{2}{3}$ -periodige Steuerspannung u_w , die für alle Steuerkreise gemeinsam wirkt, wurde in der richtigen Phasenlage den 50-periodigen Steuerspannungen u_d überlagert. Bei der Ermittlung der angesteuerten Kurve aus den Steuerspannungen wurde vorausgesetzt, daß die Zündung der Anoden dann eintritt, wenn die Summe der beiden wirksamen Spannungen beim Übergang von der negativen Sperrspannung zur positiven Zündspannung durch Null hindurchgeht. Um die zeichnerische Ermittlung der Zündwinkel leichter durchführen zu können, wurde die Kurve für u_w in den Bildern in ihrem negativen Wert gestrichelt mit eingezeichnet.

Bild 1 zeigt den theoretischen Grenzfall der vollen Aussteuerung, bei welchem die beiden Steuerspannungen dieselbe Amplitude haben. Bild 2 zeigt den Umrichter bei einer Aussteuerung von 0,8. Man sieht, daß die angesteuerte Spannung dieselbe Phase

gesteuerte Kurve für ein Umrichtergefäß ist in den Bildern über die ganze Periode gezeichnet, da ihre Form für die Bestimmung der Oberwellen zugrunde gelegt werden kann. Auf die tatsächlich im praktischen Betrieb auf der Einphasenseite auftretende Spannungskurve, die durch das Zusammenwirken der beiden Gefäße zustande kommt, wird weiter unten eingegangen.

hat wie die Steuerspannung u_w und in ihrer Größe vom Verhältnis der Amplituden U_w und U_d der beiden Steuerspannungen abhängt:

$$\text{Aussteuerung } a = \frac{U_w}{U_d}.$$

Die Zündwinkelabstände der aufeinanderfolgenden Anoden wurden für eine ganze Periode der Einphasenspannung unter den Bildern zur besseren Übersicht besonders dargestellt. Da in der angesteuerten Kurve jede Anodenzündung einem Übergang auf die nächsthöhere Spannung der Kurvenschar entspricht, liegt zwischen zwei Zündpunkten eine volle Periode der überlagerten Oberwelle. Infolgedessen bestimmen die Zündwinkelabstände direkt die Frequenz der ersten überlagerten Spannungsoberwelle auf der Einphasenseite.

Für den Sonderfall der vollen Aussteuerung ergeben sich gleichbleibende Zündwinkelabstände für die ansteigende Flanke der Einphasenspannung von $7,5^\circ$ und ebenfalls gleichbleibende Winkelabstände für die abfallende Flanke von 15° (bezogen auf $16\frac{2}{3}$ Hz). Die beiden allein auftretenden Frequenzen der ersten Oberwelle sind für diesen Fall durch die Gleichungen gegeben:

$$f_1 = m \cdot (f_d + f_w),$$

$$f_2 = m \cdot (f_d - f_w).$$

Hierin bedeutet m die Phasenzahl des Betriebes, f_d die Frequenz des Drehstroms und f_w die Frequenz des Wechselstromes.

Für kleinere Aussteuerung verändern sich die Zündwinkelabstände und damit die Frequenz der ersten Oberwelle ständig beim Durchlaufen der Einphasenperiode zwischen zwei Grenzwerten. Die Gesetzmäßigkeit dieser Veränderungen und die Abhängigkeit der Grenzwerte von der Aussteuerung werden im folgenden so weit untersucht, daß sich eine klare Übersicht erzielen läßt.

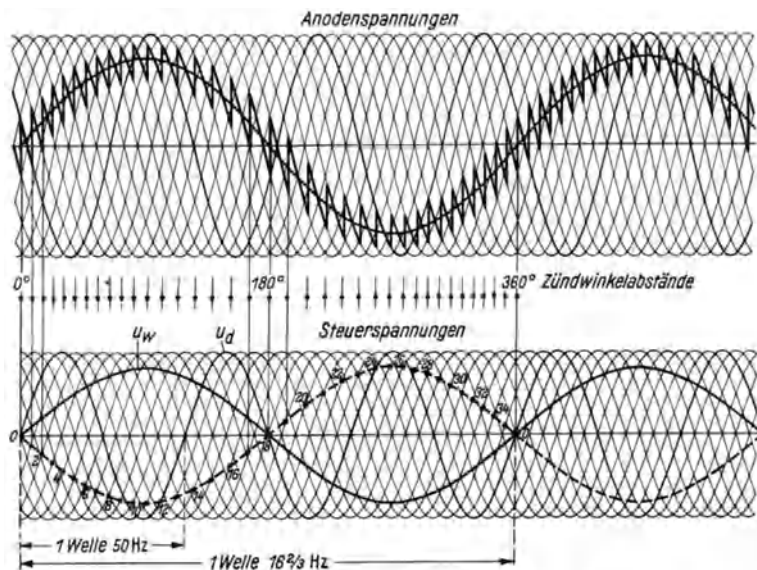


Bild 2. Umrichterspannung bei Aussteuerung $a = 0,8$.

2. Zündwinkelabstände in Abhängigkeit von der Aussteuerung.

In Bild 3 sind die Zündwinkel in ihrem Verlauf über die ganze Einphasenperiode in Abhängigkeit von der Aussteuerung dargestellt. Der senkrechte Maßstab gibt den Grad der Aussteuerung an, die fortlaufenden Nummern oben in der Figur bezeichnen die Folge sämtlicher 36 Zündpunkte einer Einphasenwelle, die darüberstehenden Nummern geben die Phasenfolge des Zwölfphasensystems an und lassen erkennen, daß jede Anode im Verlauf einer Einphasenwelle dreimal gezündet wird. Die Einteilung auf der unteren Horizontalen gibt die Winkelgrade der Einphasenwelle an.

Die einzelnen Kurven zeigen die Zündwinkelverschiebung der Anoden gegenüber der vollen Aussteuerung bei Teilaussteuerungen zwischen 100 % und Null.

Der Verlauf dieser Kurven läßt sich rechnerisch aus den Angaben, wie sie in Bild 2 dargestellt sind, ableiten.

Für die Steuerspannung der niederen Frequenz von $16\frac{2}{3}$ Hz, deren Größe sich mit der Aussteuerung ändert, gilt der Ausdruck:

$$u_w = U_w \cdot \sin \alpha.$$

Für eine Steuerspannung der Kurvenschar höherer Frequenz von 50 Hz gilt bei Zwölfphasenbetrieb der Ausdruck:

$$u_d = U_d \cdot \sin(3 \cdot (\alpha - n \cdot 10^\circ)),$$

wobei beim Durchlaufen einer Periode der Wechselspannung n die Werte von 0 bis 35 annimmt.

Als Summe der Steuerspannungen ergibt sich hieraus:

$$u_w + u_d = U_w \cdot \sin \alpha + U_d \cdot \sin(3 \cdot (\alpha - n \cdot 10^\circ)).$$

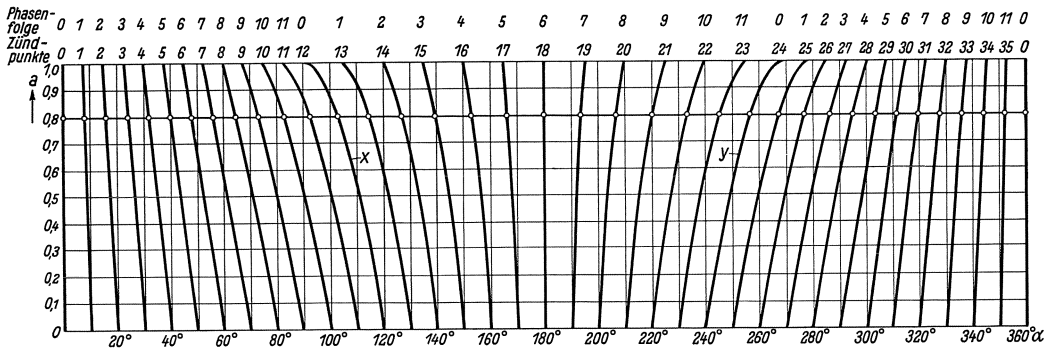


Bild 3. Zündwinkel einer Periode der Einphasenspannung in Abhängigkeit von der Aussteuerung.

Bei den obenerwähnten Voraussetzungen erhält man die Zündwinkel der Anoden dort, wo diese Summe beim Wechseln ins Positive durch Null hindurchgeht. Setzt man außerdem noch für $\frac{U_w}{U_d} = a$ ein, so ergibt sich für die Zündwinkel α in Abhängigkeit von der Aussteuerung a :

$$-a \cdot \sin \alpha = \sin(3 \cdot (\alpha - n \cdot 10^\circ)).$$

Rein geometrisch ergeben sich diese Zündpunkte in Bild 1 und 2 dort, wo die gestrichelte Einphasensteuerspannung die ansteigenden Flanken der 50-periodigen Steuerspannungen schneidet.

Für den Sonderfall der stark ausgezogenen Steuerkurve der Phase 12 ($n = 0$) ergibt sich für den ersten Zündpunkt 0 bei sämtlichen Aussteuerungen derselbe Zündwinkel. Für den zweiten und dritten Zündpunkt 12 und 24 gilt die Gleichung:

$$a = 4 \sin^2 \alpha - 3.$$

Diese Gleichung beschreibt die beiden ähnlichen Kurven x und y in Bild 3. Von Interesse für unsere Betrachtung ist der Verlauf der Funktion zwischen den Grenzen 90° bis 120° und 240° bis 270° für α .

Die anderen Kurven in Bild 3 entsprechen einer ähnlichen Funktion, jedoch zwischen anderen Grenzen und sind im senkrechten Maßstab etwas verzerrt.

Die Folge der Zündwinkelabstände über den ganzen Verlauf der Einphasenwelle bei einer beliebigen Aussteuerung erhält man aus Bild 3, wenn man die Horizontale bei entsprechender Aussteuerung mit den einzelnen Kurven der Schar zum Schnitt bringt. Die Schnittpunkte sind für eine Aussteuerung von 0,8 in Bild 3 gekennzeichnet.

3. Frequenz der Oberwellen.

Dem Zündwinkelabstand zweier in der Phase aufeinanderfolgender Anoden entspricht eine bestimmte Frequenz der ersten überlagerten Oberwelle in der ausgesteuerten Spannungskurve. Die zu einem bestimmten Winkel gehörige Frequenz ergibt sich, wenn man berücksichtigt, daß dem Winkel von 360° eine Frequenz von $16\frac{2}{3}$ Hz entspricht. Dem Winkel von 10° , wie er sich z. B. bei der Aussteuerung Null über den ganzen Verlauf der Periode ergibt, entspricht die für den 12-phasigen Gleichrichter charakteristische Welle mit der Frequenz 600 Hz.

In Bild 4 sind die Frequenzen der ersten Oberwellen, wie sie sich aus den Zündwinkelabständen für verschiedene Aussteuerungen ergeben, über den ganzen Verlauf einer Einphasenwelle dargestellt.

Für den Grenzfall der vollen Aussteuerung ergibt sich eine Frequenz von 800 Hz für die ansteigende Flanke der Einphasenwelle und von 400 Hz für die abfallende Flanke für die erste Oberwelle.

Beim heruntergesteuerten Umrichter ändert sich die Frequenz ständig und schwankt im Takte der Einphasenwelle zwischen zwei Grenzwerten. Im Grenzfalle der Aussteuerung Null ist nur die Frequenz 600 Hz als erste Oberwelle vorhanden.

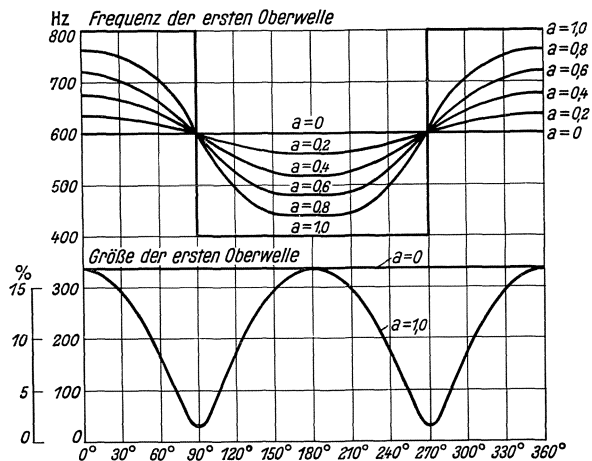


Bild 4. Frequenz und Größe der ersten Oberwelle über einer Periode der Einphasenspannung bei verschiedenen Aussteuerungen.

4. Größe der Oberwellen.

Ohne auf die recht umständliche mathematische Bestimmung der genauen Größe sämtlicher Oberwellen einzugehen, ist in Bild 4 ein Überblick über die ungefähren Werte der ersten Oberwellen gegeben. Man kann diese Werte am besten von den bekannten Werten, die für die normalen Steuergleichrichter gelten, ableiten, wenn man den Umrichter als Gleichrichter auffaßt, dessen Aussteuerung, über eine halbe Welle betrachtet, kontinuierlich von 0 an zunimmt, den Wert 1 erreicht und wieder bis 0 abnimmt. Die erste Oberwelle beim Steuergleichrichter in Prozent der ungesteuerten Gleichspannung in Abhängigkeit von der Aussteuerung zeigt Bild 5.

Da die ungesteuerte Gleichspannung bei Gleichrichterbetrieb dem Höchstwert der Einphasenspannung bei Umrichterbetrieb entspricht, sind die aus Bild 5 entnommenen Werte mit $\sqrt{2}$ zu vergrößern, um auf die Prozente der effektiven Einphasenspannung zu kommen. Der für einen bestimmten Winkel der Einphasenperiode einzusetzende

Aussteuerungsgrad a ist bestimmt durch den mittleren Wert der Einphasenwelle an dieser Stelle. Er errechnet sich aus der Beziehung:

$$a = \sin \alpha.$$

In Bild 4 wurden die so ermittelten Werte für verschiedene Aussteuerungen des Umrichters gezeichnet. Für den Sonderfall der vollen Aussteuerung schwankt die

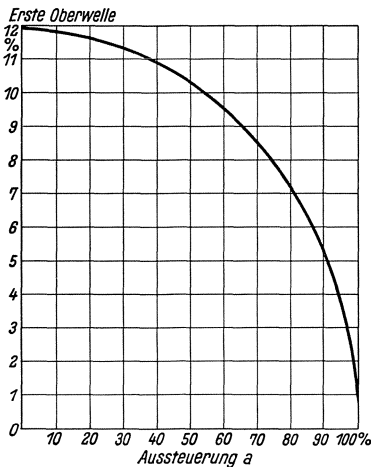


Bild 5. Erste Oberwelle in Prozent der ungesteuerten Gleichspannung bei 12-Phasen-Gleichrichterbetrieb.

Größe der ersten Oberwelle zwischen etwa 17 % und 1,4 %. Beim heruntergesteuerten Umrichter bleibt die obere Grenze von 17 % erhalten (Nulldurchgang der Einphasenwelle), während die untere Grenze z. B. bei einer Aussteuerung von 80 % bereits den Wert von etwa 10 % erreicht hat. Bei genauere Untersuchung der Unterschiede der gesteuerten Kurve beim Umrichter und beim Steuergleichrichter ergibt sich, daß tatsächlich die ersten Oberwellen etwas von den in Bild 4 angegebenen Werten abweichen.

Die bisher gerechneten Werte gelten für Leerlauf des Umrichters bei Vernachlässigung aller Nebeneinflüsse. Bei Belastung des Umrichters tritt der Anodenwechsel wegen der in den Stromkreisen vorhandenen Induktivitäten nicht momentan auf. Es ergibt sich eine Überlappungszeit, während welcher mehrere Anoden brennen, hierdurch wird

die Form der ausgesteuerten Kurve verändert. Ohne auf die genauen Einzelheiten einzugehen, kann gesagt werden, daß ähnlich wie beim Steuergleichrichter auch beim

Steuerumrichter durch die Überlappung der Effektivwert der Oberwelle im allgemeinen herabgesetzt wird. Ähnlich wie die Belastung wirken sich auch möglicherweise vorhandene Ausgleichsströme zwischen den beiden Umrichtergefäßen aus.

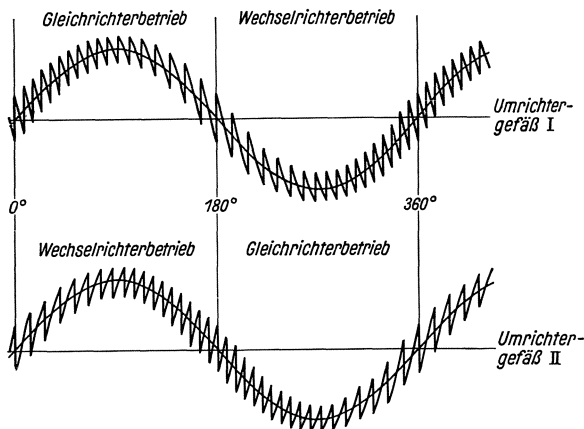


Bild 6. Spannungen der beiden Umrichtergefäße bei Aussteuerung $a = 0,8$.

die in bezug auf das Einphasennetz parallelgeschaltet sind. Die Grundwellen der ausgesteuerten Spannungen müssen sich für beide Gefäße, von Nebeneinflüssen abgesehen, decken.

Jedes der beiden Gefäße liefert als Vorwärtsstrom je eine Halbwelle des Belastungsstromes. Da die negative Halbwelle im Stromkreis gegenüber der positiven

5. Einfluß der Phasenverschiebung des Belastungsstromes.

Bisher wurde bei den Betrachtungen nur die gesteuerte Kurve für ein Umrichtergefäß berücksichtigt. Beim praktischen Umrichterbetrieb sind zwei Gefäße vorhanden,

um 180° verschoben ist, ist auch die Frequenzfolge der Oberwellen der beiden gesteuerten Kurven um eine halbe Welle gegeneinander verschoben.

Bild 6 zeigt die gesteuerten Kurven für beide Gefäße bei Zwölfphasenbetrieb und Aussteuerung 80%. Beide Gefäße werden während der ganzen Periode teils als Gleichrichter, teils als Wechselrichter angesteuert. Es hängt nun von der Phase des Belastungsstromes ab, in welchem Teil der Periode die Spannung des einen Gefäßes zur Wirkung kommt. Anschließend an diesen, eine halbe Periode dauernden Teil kommt die Spannung des anderen Gefäßes für die andere Halbwelle des Stromes zur Geltung.

In Bild 7 sind die resultierenden Einphasenspannungen sowie die zugehörigen Frequenzen der ersten Oberwelle dargestellt, die sich für die Grenzfälle der Phasenlage des Belastungsstromes ergeben. Bei Phasengleichheit zwischen Strom und Spannung ($\cos \varphi = 1$) kommt von jeder gesteuerten Spannung je eine Halbwelle (zwischen 0 und 180° bzw. 180° und 360°) zur Geltung. Die Frequenz der ersten Oberwelle ändert sich zwischen den in Bild 4 dargestellten Grenzen.

Bei Phasennacheilung des Stromes um 90° ($\cos \varphi = 0$ induktiv) kommt von der einen Spannungskurve nur die abfallende Flanke, von der anderen nur die ansteigende Flanke zur Wirkung. Beide enthalten nur die Oberwellen der niederen Frequenzen (Bild 7).

Bei Phasenvoreilung des Stromes um 90° ($\cos \varphi = 0$ kapazitiv) enthält die Umrichtercurve nur die Oberwellen der höheren Frequenzen (Bild 7).

Bei beliebigem $\cos \varphi$ der Belastung ergeben sich Fälle, die zwischen den beiden Grenzwerten liegen.

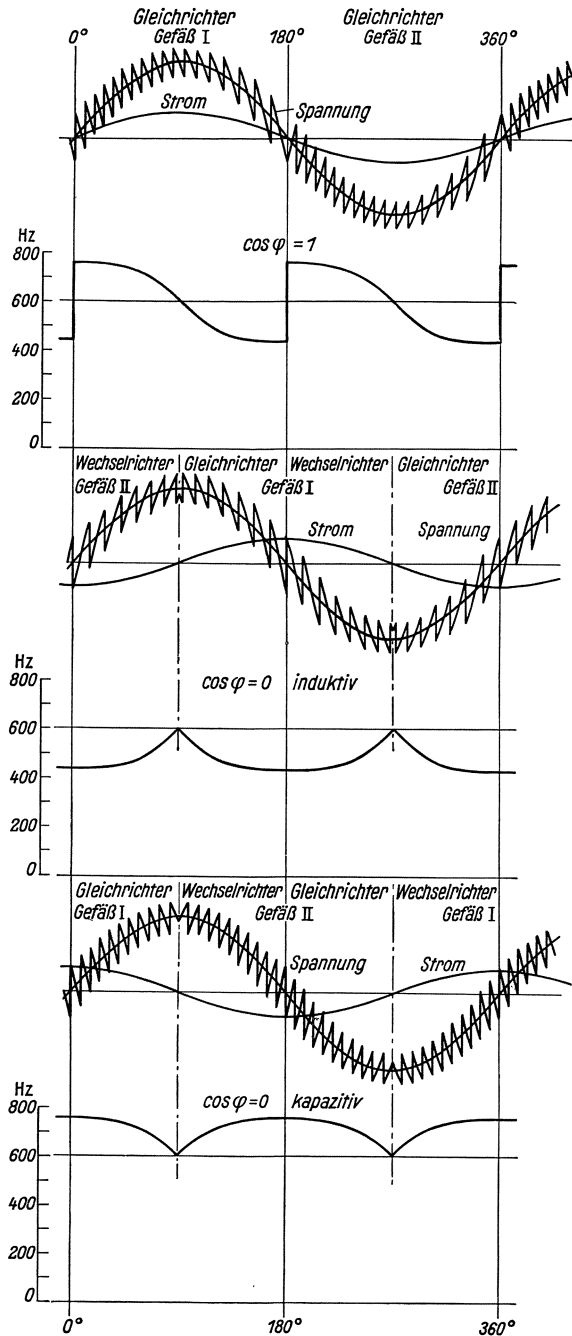


Bild 7. Einfluß der Phase des Belastungsstromes auf die Oberwellen.

B. Glättung der Oberwellen.

1. Grundschaltung.

Aus dem vorher Gesagten geht hervor, daß die auf der Einphasenseite des Umrichters überlagerten ersten Oberwellen in ihrer Frequenz zwischen zwei bestimmten

Grenzen schwanken. Bei der Kupplung eines Drehstromnetzes von 50 Hz mit einem Bahnnetz von $16\frac{2}{3}$ Hz liegen die hauptsächlich auftretenden Frequenzen:

bei Sechshephasenbetrieb zwischen 200 und 400 Hz;
 „ Zwölfphasenbetrieb „ 400 „ 800 Hz.

Zur Glättung wird hier, ähnlich wie bei Gleichrichteranlagen, eine Glättungsinduktivität in der Ausgangsleitung des Umrichters in Verbindung mit parallel zur Belastung gelegten Siebkreisen verwendet.

Bei der Bemessung der Glättungsinduktivität muß beachtet werden, daß im Gegensatz zu dem Verhalten in Gleichrichteranlagen der Belastungsstrom in der Induktivität auch für die Grundwelle einen Spannungsabfall erzeugt. Aus diesem Grunde kann man in Umrichteranlagen die Glättungsinduktivität nicht beliebig groß machen, zumeist genügt in ausgeführten Anlagen, in denen fast immer ein Ausgangsumspanner auf der Einphasenseite vorhanden ist, bei entsprechender Bemessung der

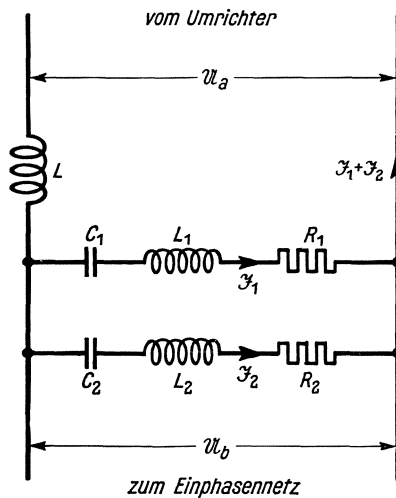


Bild 8. Schaltung der Glättungskreise.

Siebkreise die Induktivität dieses Umspanners zur Glättung der Spannungskurve.

Im Gegensatz zu den Gleichrichteranlagen, bei welchen die Siebkreise für gewisse Netzfrequenzen bemessen werden können, ist es in Umrichteranlagen zweckmäßig, für die erste Oberwelle zwei Schwingkreise zu verwenden, die in ihrem Zusammenwirken möglichst gleichmäßig das ganze Frequenzband der ersten Oberwelle erfassen. Die Grundschaltung für die Glättung ist in Bild 8 dargestellt.

In diesem Bild ist durch die Drossel mit der Induktivität L die wirksame Glättungsinduktivität angedeutet; C_1 , L_1 und R_1 bezeichnen Kapazität, Induktivität und Ohmschen Widerstand des einen Schwingkreises, C_2 , L_2 und R_2 die entsprechenden Größen des anderen Kreises.

Die Schwingkreise bilden für die Oberwellen einen Kurzschluß, so daß außer dem Belastungsstrom der Grundfrequenz entsprechende Oberwellenströme über die Glättungsdrossel dem Umrichter entnommen werden. Diese Oberwellenströme rufen in der Drossel induktive Spannungsabfälle hervor, so daß die Restspannungen der Oberwellen am Einphasennetz wesentlich kleiner sind als in der Umrichterspannung vor der Drossel.

2. Berechnung der Glättung.

Da wir die Kreise auf zwei bestimmte Resonanzfrequenzen:

$$f_1^0 = \frac{\omega_1^0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 \cdot C_1}},$$

$$f_2^0 = \frac{\omega_2^0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 \cdot C_2}}$$

abstimmen, ist zu untersuchen, welche Größe die Oberwellenspannung hinter der Drossel L bei gegebener Spannung vor der Drossel für die anderen Frequenzen des Oberwellenbandes annimmt. Die Resonanzfrequenzen f_1^0 und f_2^0 liegen in der Nähe der Grenzfrequenzen f_1 und f_2 .

Die Oberwellenspannung mit der Kreisfrequenz ω vor der Glättungsdrossel wird mit U_a bezeichnet, der Restwert hinter der Drossel mit U_b . Beide Größen sind ebenso wie die Ströme \mathfrak{S}_1 und \mathfrak{S}_2 in den Schwingkreisen komplex dargestellt und zur besseren Übersicht in Bild 8 eingetragen. Auf den Einfluß der Glättungskreise auf die Strom- und Spannungsgrößen der Grundfrequenz wird in folgender Rechnung nicht näher eingegangen. Ebenso ist der Einfluß des Netzwidestandes auf der Einphasenseite vernachlässigt. Dieser ist in praktischen Fällen immer relativ hoch gegenüber den Widerständen der Schwingkreise.

Mit den eingeführten Bezeichnungen ergibt sich für die Oberwellenströme der Schwingkreise in komplexer Darstellung:

$$\mathfrak{S}_1 = \frac{U_b}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}, \quad (1)$$

$$\mathfrak{S}_2 = \frac{U_b}{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}. \quad (2)$$

Für die Schaltung gilt:

$$U_a = U_b + j\omega L(\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2). \quad (3)$$

Der Glättungsgrad ist durch das Verhältnis der Spannung U_b hinter der Drossel zur Spannung U_a vor der Drossel ausgedrückt und muß für gute Glättung möglichst klein sein. Der Glättungsgrad ergibt sich aus Gl. (1), (2) und (3) zu:

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega L}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)} + \frac{j\omega L}{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}}. \quad (4)$$

In Bild 9 ist der Absolutwert von U_b/U_a nach Gl. (4) für veränderliche Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$ aufgetragen.

Für das Rechenbeispiel wurden folgende Größen gewählt:

Glättungsinduktivität: $L = 2,3$ mH.

Siebkreis 1: $L_1 = 1,4$ mH, $C_1 = 74 \mu\text{F}$, $f_1^0 = 500$ Hz.

Siebkreis 2: $L_2 = 0,9$ mH, $C_2 = 57 \mu\text{F}$, $f_2^0 = 700$ Hz.

Die Widerstände wurden in den beiden Kreisen gleich groß gewählt und variiert:

$$R = R_1 = R_2 = 0,3 \Omega \text{ (Kurve a)}$$

$$= 1,4 \Omega \text{ (Kurve b)}$$

$$= 2,0 \Omega \text{ (Kurve c).}$$

Für die Resonanzfrequenzen 500 und 700 Hz besitzt Kurve a ($R = 0,3 \Omega$) die günstigsten Glättungswerte, da der Verlustwiderstand am kleinsten ist. Jedoch ist die Glättung im Zwischenbereich von 550 bis 635 Hz wesentlich schlechter als bei den Kurven b und c mit den höheren Widerständen $R = 1,4 \Omega$ bzw. $R = 2,0 \Omega$. Dieses hat darin seinen Grund, daß bei Kurve a die Ströme \mathfrak{S}_1 und \mathfrak{S}_2 dieser Frequenzen in beiden Kreisen zwar erheblich größer sind als bei den Kurven b und c, in der Phase jedoch so stark voneinander abweichen, daß der gesamte Oberwellenstrom ($\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2$) und damit auch der Spannungsabfall in der Glättungsdrossel L klein bleibt.

Um eine möglichst gleichbleibende Glättung auf dem ganzen Wellenband zu erzielen, muß die vektorielle Summe der Oberwellenströme ($\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2$) bei Frequenzänderung gleich groß gehalten werden.

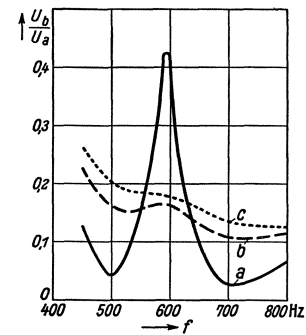


Bild 9. Glättungsgrad bei verschiedenen Siebkreiswiderständen.

3. Leitwerte der Siebkreise.

Um diese Forderung zu erfüllen, müssen die Ohmschen Widerstände der Siebkreise in einem bestimmten Verhältnis zu ihren Induktivitäten und Kapazitäten stehen.

Das günstigste Verhältnis wird im folgenden auf Grund der rechnerischen und anschaulichen Behandlung der Leitwerte für die Siebkreise ermittelt.

Die Leitwerte für die einzelnen Siebkreise ergeben sich aus (1) und (2) zu :

$$\mathcal{G}_1 = \frac{\Im_1}{\mathfrak{U}_b} = \frac{1}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}, \quad (5)$$

$$\mathcal{G}_2 = \frac{\Im_2}{\mathfrak{U}_b} = \frac{1}{R_2 + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}. \quad (6)$$

Sie sind als komplexe Größen in Bild 10 und 11 bei veränderlicher Frequenz dargestellt. Der Vektor des Leitwertes beschreibt einen Kreis. Bei Resonanz ist das imaginäre Glied der Funktion Null. Der Schnittpunkt des Kreises mit der reellen Achse ergibt also den Leitwert für die Resonanzfrequenz 500 bzw. 700 Hz, dessen Größe allein durch den Verlustwiderstand R des Siebkreises bestimmt ist. Die drei Kreise a , b und c der Bilder gelten für $R = 0,3 \Omega$, $1,4 \Omega$ und $2,0 \Omega$. Der Neigungswinkel des Vektors gegen die reelle Achse ist ein Maß für die Phasenverschiebung des Siebkreisstromes \Im gegenüber der Spannung \mathfrak{U}_b .

In Bild 12 sind die absoluten Größen der Leitwerte der beiden Siebkreise :

$$G_1 = \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1 - 1/\omega C_1)^2}}, \quad (7a)$$

$$G_2 = \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2 - 1/\omega C_2)^2}} \quad (7b)$$

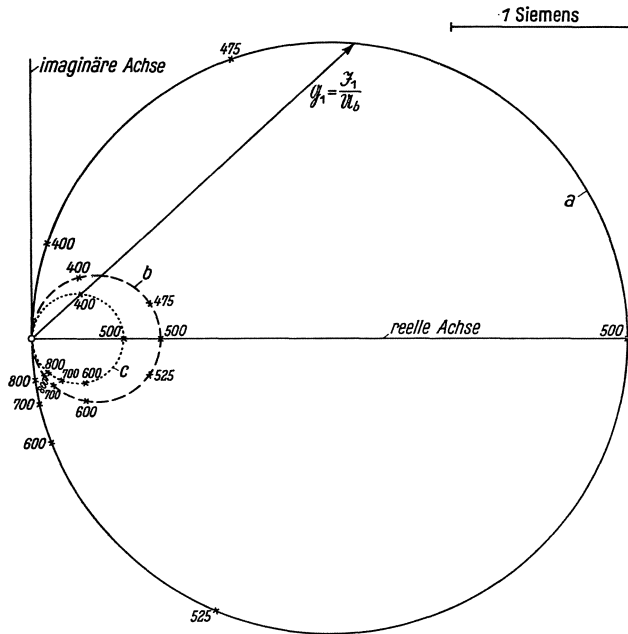


Bild 10. Leitwerte des Siebkreises 1.

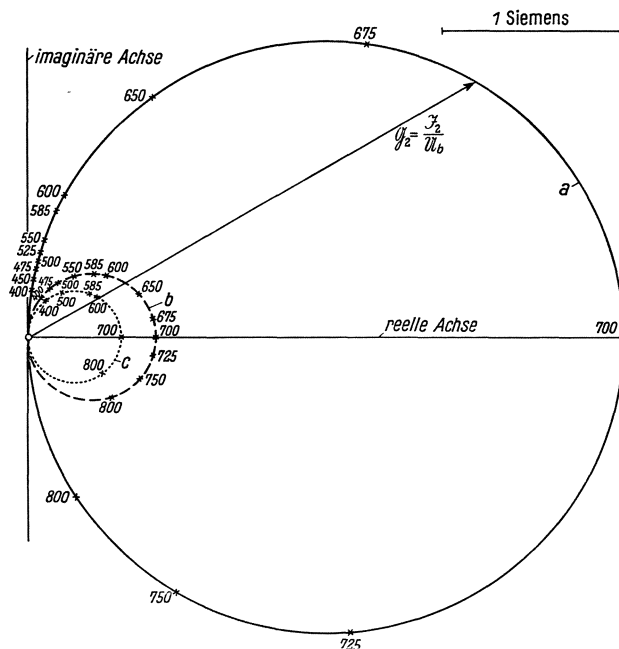


Bild 11. Leitwerte des Siebkreises 2.

über der Frequenz dargestellt. Für den kleinsten Verlustwiderstand ($R = 0,3 \Omega$) ergibt sich die am schärfsten ausgeprägte Resonanzkurve a .

Um beide Kreise in ihrer Gesamtwirkung auf die Glättung zu erfassen, müssen die beiden Leitwerte vektoriell addiert werden. Man sieht, daß ein gleichwertiges

Zusammenwirken der beiden Siebkreise nur dann eintritt, wenn die Verlustwiderstände ungefähr gleich groß sind. Man kann daher bei der Betrachtung des Gesamtleitwertes $R_1 = R_2 = R$ setzen.

Für den Gesamtleitwert der Siebkreise in komplexer Darstellung ergibt sich dann aus (1) und (2) der Ausdruck:

$$\mathcal{G} = \frac{\mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2}{U_b} = \frac{1}{R + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)} + \frac{1}{R + j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}, \quad (8)$$

der in Bild 13 anschaulich dargestellt ist.

4. Bestimmung des günstigsten Verlustwiderstandes.

Die Kurve *a* für kleinen Verlustwiderstand ($R = 0,3 \Omega$) in Bild 13 besitzt zwar in den beiden Resonanznähen von 500 und 700 Hz die größten Leitwerte; sie ist aber im Zwischengebiet von etwa 550 bis 635 Hz ungünstiger als die Kurven *b* und *c* mit den größeren Widerständen. Im Grenzfall der Kurve *b* ($R = 1,4 \Omega$) geht die innere Schleife in eine Spitze über. Für Kurve *c* mit größerem Widerstand ($R = 2 \Omega$) werden sämtliche Leitwerte, einschließlich des reellen Grenzwertes, kleiner als bei Kurve *b*.

Der zu Kurve *b* gehörige Wert für R erscheint demnach als der günstigste, da sich der Leitwert auf dem ganzen Frequenzband in nur geringen Grenzen ändert.

Zur rechnerischen Bestimmung dieses günstigsten Wertes wird Gl. (8) genauer betrachtet. Sie stellt für veränderliches ω eine bizirkulare Quartik dar, deren singulärer Punkt auf der reellen Achse liegt und entweder ein Doppelpunkt (Kurve *a* in Bild 13), eine Spitze (Kurve *b*) oder ein isolierter Punkt (Kurve *c*) ist.

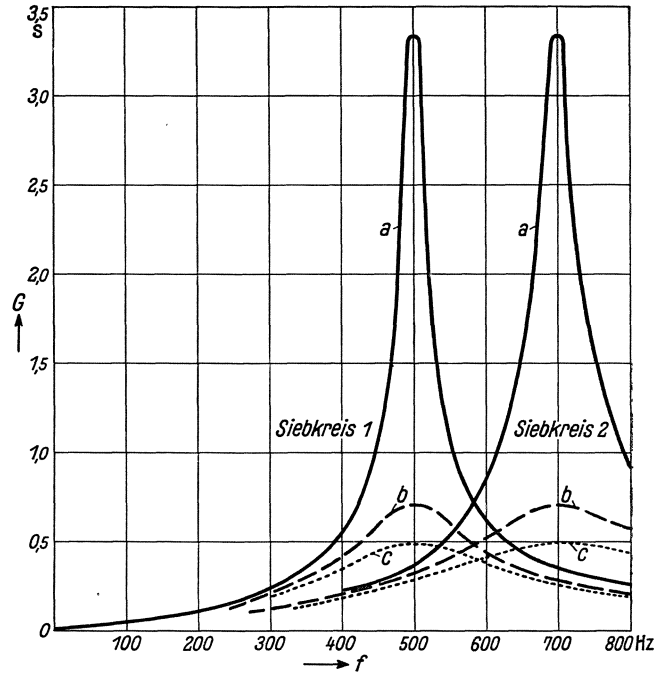


Bild 12. Leitwerte der Siebkreise 1 und 2.

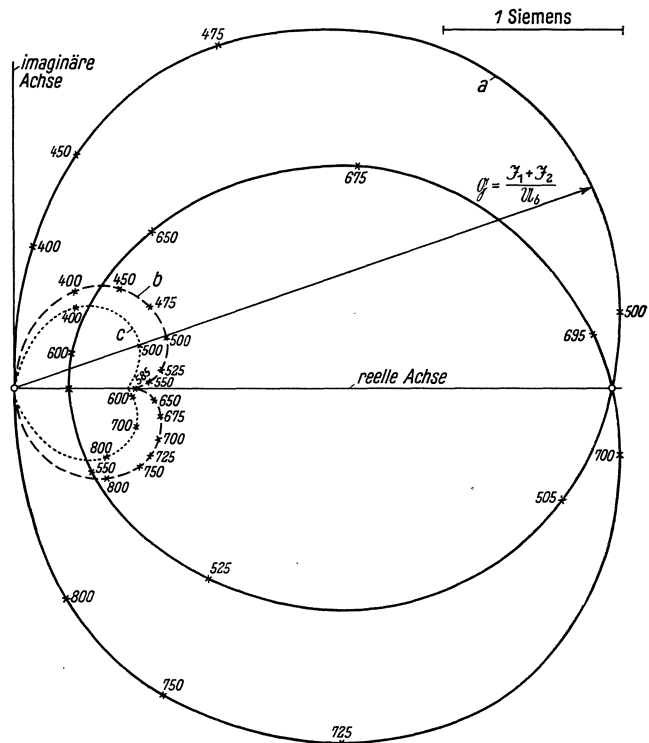


Bild 13. Leitwerte der parallel geschalteten Siebkreise 1 und 2.

Um den Widerstandswert für den Fall der Spitze (Kurve *b*) festzustellen, machen wir Gl. (8) reell:

$$\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2}{\mathfrak{U}_b} = \frac{R - j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}{R^2 + (\omega L_1 - 1/\omega C_1)^2} + \frac{R - j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}{R^2 + (\omega L_2 - 1/\omega C_2)^2}. \quad (9)$$

Für den Schnittpunkt mit der reellen Achse wird das imaginäre Glied zu Null:

$$\frac{\omega L_1 - 1/\omega C_1}{R^2 + (\omega L_1 - 1/\omega C_1)^2} + \frac{\omega L_2 - 1/\omega C_2}{R^2 + (\omega L_2 - 1/\omega C_2)^2} = 0. \quad (10)$$

Hieraus folgt nach entsprechender Umrechnung:

$$(\omega L_1 - 1/\omega C_1 + \omega L_2 - 1/\omega C_2) \cdot \left(R^2 + \omega^2 L_1 L_2 - \frac{L_2}{C_1} - \frac{L_1}{C_2} + \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} \right) = 0. \quad (11)$$

Wir erhalten durch Nullsetzen des zweiten Faktors in Gl. (11) die Frequenz des singulären Punktes:

$$\omega_s^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} - \frac{R^2}{L_1 L_2} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} - \frac{R^2}{L_1 L_2} \right)^2 - \frac{4}{L_1 C_1 L_2 C_2}}. \quad (12)$$

Ergeben sich aus Gl. (12) zwei verschiedene reelle Lösungen für die Frequenz des singulären Punktes, so handelt es sich um einen Doppelpunkt (Kurve *a*).

Sind die beiden Lösungen gleich, ist der singuläre Punkt eine Spitze (Kurve *b*).

Bei komplexen Lösungen ist der singuläre Punkt nicht mehr reell (isolierter Punkt für Kurve *c*). Das Wesen des singulären Punktes hängt also davon ab, ob der Ausdruck unter der Wurzel größer, gleich oder kleiner als Null ist:

$$\left(\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} - \frac{R^2}{L_1 L_2} \right)^2 - \frac{4}{L_1 C_1 L_2 C_2} \geq 0. \quad (13)'$$

Hieraus ergibt sich:

Doppelpunkt:

$$\text{Spitze: } R \leq \left(\sqrt{\frac{L_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \right). \quad (14)$$

Isolierter Punkt:

Beste Glättung erhalten wir, wenn der singuläre Punkt als Spitze auftritt; es ist einzustellen:

$$R = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{L_1 L_2} (\omega_1^0 - \omega_2^0). \quad (15)$$

In unserem Beispiel ergibt sich:
 $R = 1,4 \Omega$.

In Bild 9 liegt Kurve *b*, die für 1,4 Ω gilt, tatsächlich am günstigsten, da für diesen Wert das gesamte Wellenband am gleichmäßigsten geglättet ist.

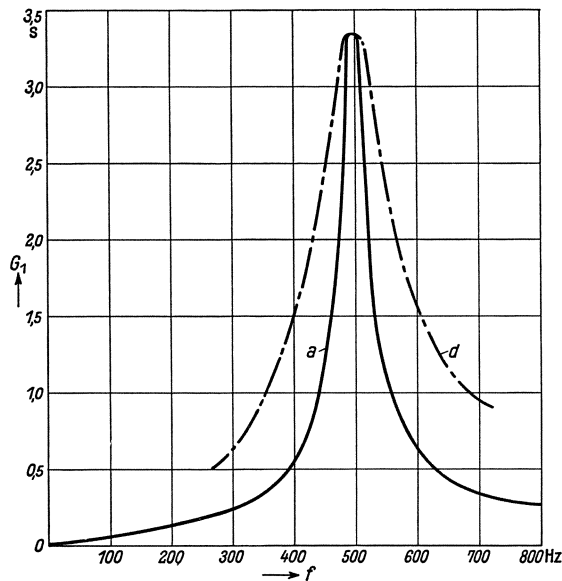


Bild 14. Leitwerte eines Siebkreises bei gleicher Resonanzfrequenz $f_1 = 500$ Hz.

Kurve a. $L_1 = 1,4$ mH, $C_1 = 74 \mu\text{F}$, $R_1 = 0,3 \Omega$.

Kurve d. $L_1 = 0,46$ mH, $C_1 = 222 \mu\text{F}$, $R_1 = 0,3 \Omega$.

5. Bemessung der Siebkreise.

Die Resonanzkurve eines Schwingkreises wird bei gegebenem Verlustwiderstande um so ausgeprägter, je größer die Schwinginduktivität und je kleiner damit die Kapazität ist. Da es sich bei dem betrachteten Falle des Umrichters darum handelt, mit zwei Kreisen ein ganzes Frequenzband zu glätten, müssen die Resonanzkurven möglichst breit gehalten werden. Es ist daher in den Siebkreisen L möglichst klein und C möglichst groß zu machen. In Bild 14 ist die Resonanzkurve *a* des Leitwertes

G_1 für $R = 0,3 \Omega$ eingezeichnet, wobei für L_1 und C_1 dieselben Daten zugrunde gelegt wurden wie bei den vorhergehenden Betrachtungen. Die Kurve d gilt für dieselbe Resonanzfrequenz, wenn die Induktivität auf $1/3$ ihres Wertes verringert wird. Hierbei ist zu beachten, daß nach G. (14) für kleineres L auch der günstigste Verlustwiderstand R kleiner wird, was die Glättung verbessert.

Wie groß die Siebkreise bei praktischem Betrieb des Umrichters zu bemessen sind, hängt von den Erfordernissen des Betriebes ab.

Zusammenfassung.

Der Steuerumrichter dient zur Kupplung von Wechselstromnetzen verschiedener Frequenzen, z. B. zur Umformung von 50-periodigem Drehstrom in $16^{2/3}$ -periodigen Einphasenstrom. Es wird der Zusammenhang zwischen den Steuerspannungen und der ausgesteuerten Einphasenspannung gezeigt. Diese ist eine genaue Abbildung der $16^{2/3}$ -periodigen Steuerspannung nach Größe und Phase. Aus der Überlagerung der 50- und $16^{2/3}$ -periodigen Steuerspannung werden die Zündwinkelabstände der Hauptanoden ermittelt, die sich mit der Höhe der Aussteuerung ändern. Diese Zündwinkelabstände bestimmen die Frequenzen der der Einphasenspannung überlagerten Oberwellen. So tritt bei Zwölfphasenbetrieb des Umrichters ein Wellenband von 400 bis 800 Hz auf. Die Größe dieser Oberwellen entspricht mit gewissen Einschränkungen der, die bei Gleichrichterbetrieb auftritt.

Nachdem die Größe und die Frequenz der auftretenden Oberwellen ermittelt ist, wird eine Glättungseinrichtung untersucht, um das gesamte Wellenband möglichst gleichmäßig zu glätten. Die Einrichtung besteht aus einer Induktivität und zwei parallel zur Belastung liegenden Schwingkreisen, aus deren Größen der Glättungsgrad berechnet wird. Um eine möglichst gleichbleibende Glättung auf dem ganzen Wellenband zu erzielen, muß die vektorielle Summe der Oberwellenströme in den beiden Schwingkreisen bei Frequenzänderungen gleich groß gehalten werden. Um diese Forderung zu erfüllen, müssen die Ohmschen Widerstände der Siebkreise in einem bestimmten Verhältnis zu ihren Induktivitäten und Kapazitäten stehen. Der Verlustwiderstand für die gleichmäßigste Glättung ergibt sich aus der Betrachtung des Leitwertes der beiden Schwingkreise bei veränderlicher Frequenz.

Über die Schlagweitenabhängigkeit des Entladeverzugs in Öl in gleichförmigem Feld.

Von Robert Strigel.

Mit 16 Bildern.

Mitteilung aus dem Laboratorium des Dynamowerkes
der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 5. März 1937.

Inhaltsübersicht.

I. Versuchsanordnung.	tistischen Streuzeit des Entladeverzugs von der Schlagweite.
II. Die Vorbehandlung des Öles und das Ölgefäß.	VI. Bemerkung zum Mechanismus des Stoßdurchschlages.
III. Die Bestimmung der statischen Durchbruchfeldstärke.	VII. Die Abhängigkeit der elektrischen Stoßfestigkeit von der Schlagweite.
IV. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs bei Stoßspannung.	Zusammenfassung.
V. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit und der sta-	

In einer früheren Arbeit¹⁾ wurden die Gesetzmäßigkeiten des Entladeverzugs in Öl bei einer Schlagweite von 0,3 mm untersucht. Ebenso wie der Entladeverzug in Luft läßt sich auch der Entladeverzug in Öl bei rechteckigem Spannungsanstieg an der Entladungsstrecke in zwei zeitlich aufeinanderfolgende Zeitabschnitte einteilen: einmal in den Zeitabschnitt, während dessen bei gegebener Stoßspannung und Ölfestigkeit keine Überschläge möglich sind; er stellt also die kürzest mögliche Aufbauzeit der Entladung dar. Der andere Abschnitt des Entladeverzugs ist statistisch bedingt; er gibt die mittlere Streuzeit des Entladeverzugs an.

Die Messungen dieser früheren Arbeit lassen erkennen, daß die Aufbauzeit im Entladeverzug mit zunehmender Überspannung rasch abnimmt. Bei hohen Überspannungen, die Feldstärkenwerten von 10^6 V/cm im Entladungsraum entsprechen, läßt sich kein Unterschied in der Aufbauzeit für trockenes und wasserhaltiges Öl erkennen. Dagegen aber ist die Aufbauzeit bei niedrigeren Werten der Überspannung um so kleiner, je wasserhaltiger das Öl ist. Denselben Gesetzmäßigkeiten folgt die mittlere statistische Streuzeit des Entladeverzugs. Während aber die Aufbauzeit unabhängig vom Elektrodenmetall ist, weist das Elektrodenmetall mit der geringeren Elektronenaustrittsarbeit auch eine geringere mittlere Streuzeit des Entladeverzugs auf. Aufbauzeit und mittlere statistische Streuzeit sind zwischen 20 und 80° C temperaturunabhängig gefunden worden.

Zweck der vorliegenden Arbeit ist es nun, die Untersuchungen über den Entladeverzug in Öl auf größere Schlagweiten auszudehnen und auf Grund der Gesetzmäßigkeiten der Schlagweitenabhängigkeit Schlüsse auf die Vorgänge während des Entladungsaufbaues in Öl bei Stoßspannungen zu ziehen.

¹⁾ R. Strigel: Arch. Elektrotechn. 28 (1934) S. 671.

I. Versuchsanordnung.

Die ältere Untersuchung über den Entladeverzug in Öl bei einer Schlagweite von 0,3 mm hat gezeigt, daß der Ermittlung der Streuung entscheidender Wert zukommt. Es ist daher für jede einzelne Meßeinstellung eine große Anzahl von Einzelmessungen des Entladeverzugs nötig gewesen. Für derartige Messungen eignet sich am besten der Zeittransformator, der ja erlaubt, bei bekanntem Stoßspannungsverlauf diese Entladeverzugszeiten selbsttätig aufzuzeichnen¹⁾. Der Zeittransformator beruht darauf, daß ein Kondensator während der zu messenden Zeitdauer durch einen festen Stromwert aufgeladen und dann nach Beendigung dieser Zeitdauer durch einen um Größenordnungen kleineren, ebenfalls festen Strom entladen wird. Die Entladungsdauer des Kondensators wird damit proportional der Aufladedauer und somit der zu messenden Zeitdauer.

Im einzelnen gelten für Meßanordnung und Versuchsaufbau die in einer Arbeit über den Entladeverzug in Luft gemachten Angaben²⁾. Es seien daher hier diese Punkte nur kurz gestreift und hinsichtlich Einzelheiten auf die angegebene Veröffentlichung verwiesen.

Als Stoßspannungsquelle diente ein zweistufiger Stoßspannungsgenerator mit einer wirksamen Kapazität von 0,071 μ F. Seine höchste Stoßspannung war 200 kV. Die Spannung für den Zeittransformator wurde an dem unteren an Erde liegenden Teil des Entladewiderstandes abgegriffen.

Entladewiderstand und Abzweigwiderstand für den Zeittransformator wurden entsprechend den in der Arbeit über den Entladeverzug in Luft wiedergegebenen Überlegungen immer so gewählt, daß die Aufladezeitkonstante des Entladeverzugs mindestens dreimal kleiner war als die zu messende Entladeverzugszeit.

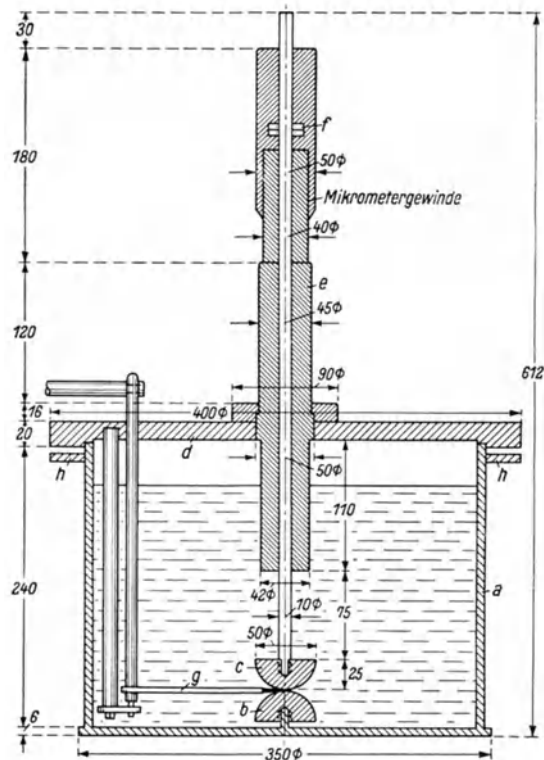


Bild 1. Querschnitt des Meßgefäßes.
(Messungen in mm.)

II. Die Vorbehandlung des Öles und das Ölgefäß.

Das Ölgefäß ist in Bild 1 dargestellt: (a) ist ein geschweißter Eisenbehälter, an dessen Boden die eine Elektrode (b) eingesetzt ist. Die Gegenelektrode (c) wird von einer in den Hartpapierdeckel (d) eingelassenen Hartgummidurchführung (e) getragen. Die verwendeten Elektroden waren Kupferhalbkugeln von 5 cm Durchmesser. Die Schlagweite zwischen den Elektroden konnte durch eine Mikrometerschraube (f) eingestellt werden, die auf die Durchführung aufgesetzt war. Nach jedem Überslag

¹⁾ M. Steenbeck u. R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 871 — Arch. techn. Mess. V 142-2, Okt. 1933. — R. Strigel: Z. Instrumentenkde **57** (1937) S. 65.

²⁾ R. Strigel: Wiss. Veröff. Siemens-Werk **XV**, 3 (1936) S. 1.

können mit Hilfe eines feinen, sorgfältig gereinigten Haarpinsels (*g*) die Elektroden abgewischt werden. Bild 2 zeigt noch eine Aufnahme des Gefäßes bei herausgenommenem Deckel: Durchführung und Mikrometerschraube sind deutlich zu erkennen.

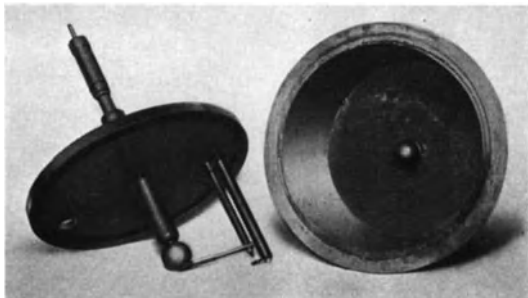


Bild 2. Ansicht des Meßgefäßes.

andere zu einer Ölpumpe. Der Eisenbehälter stand in einem Ölbad, das auf 80°C erhitzt ist. Das Transformatoröl wurde nun durch das Glasfilter in das Vakuum eingesaugt. Dabei tritt Entgasung ein, da das Öl nur in dünnen Strahlen der Ein-

wirkung des Vakuums ausgesetzt ist. Zugleich werden auch durch das Filter alle größeren, mechanischen Verunreinigungen, Fasern, Staubteilchen und dergleichen entfernt¹⁾. Die Elektroden wurden vor jeder Ölfüllung geschmirgelt, mit Alkohol abgerieben und dann in dem Eisenkessel während der Füllung mitgekocht, eine Vorbehandlung, die auf Grund der früheren Versuche über den Entladeverzug in Öl sich als ausreichend erwiesen hatte.

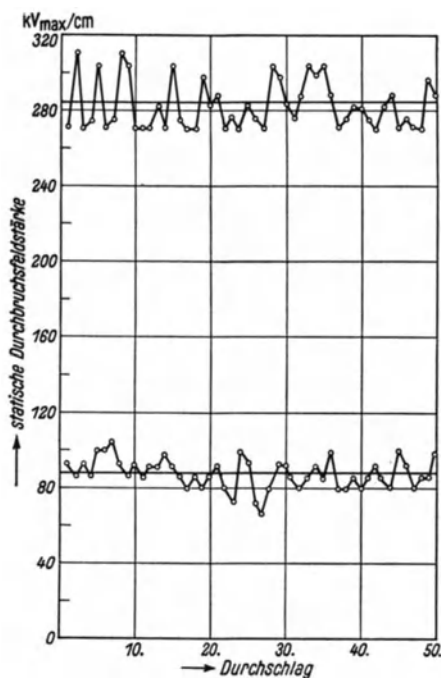


Bild 3. Bestimmung der statischen Durchbruchfeldstärke.

Ölprobe angesetzt; aus diesem Wert ist dann sofort die zugehörige Feldstärke zu errechnen. Die Ölprobe wurde nur verwendet, wenn sich die Einzelwerte einigermaßen gleichmäßig um den Mittelwert verteilten und nicht z. B. am Anfang der Versuchsreihe über und gegen Ende meist unter dem Mittelwert lagen. Zwei solcher Versuchsreihen zur Bestimmung der statischen Durchbruchfeldstärke zeigt Bild 3; das eine

III. Die Bestimmung der statischen Durchbruchfeldstärke.

Zur Bestimmung der statischen Durchbruchfeldstärke wurden für jeden Ölzustand je 50 aufeinanderfolgende Einzeldurchschläge vorgenommen bei einer Spannungssteigerung von etwa 100 V/s in der Nähe des Durchschlagpunktes. Den Elektroden war dabei ein Widerstand von $500\,000\ \Omega$ vorgeschaltet. Die Einzelwerte wurden gemittelt und der Mittelwert als statische Durchbruchspannung der

¹⁾ Siehe auch A. Ketnath: Arch. Elektrotechn. 27 (1933) S. 254.

Öl, das in frisch aufbreitetem Zustand gemessen wurde, hatte eine statische Durchschlagsfeldstärke von 283 kV/cm; das andere Öl war durch Zusetzen von Wasser, das in Alkohol gelöst war, künstlich verschlechtert, so daß seine Durchbruchfeldstärke auf 88 kV/cm gesunken war. Nach den Versuchen von J. L. R. Hayden und W. N. Eddy¹⁾, E. Dräger²⁾, H. Edler und C. A. Knorr³⁾ sollen sich diese Einzeldurchschläge um den Mittelwert nach einer Gaußschen Verteilung gruppieren: für die Ölprobe mit 283 kV/cm Durchbruchfeldstärke ist diese Forderung nur sehr unvollkommen, für die Ölprobe mit 88 kV/cm Durchbruchfeldstärke unter Berücksichtigung der durch die geringe Anzahl von Einzelversuchen bedingten Ungenauigkeit gut erfüllt⁴⁾. Unter der Annahme, daß Gaußsche Verteilung vorhanden ist, kann man die mittlere Abweichung s der Messungen einer Versuchsreihe vom Mittelwert angeben nach der Beziehung

$$s = \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n-1}}, \quad (1)$$

wobei δ die Abweichung jeder Einzelmessung vom Mittelwert und n die Anzahl der Einzelmessungen bedeuten. Die mittlere Abweichung s beträgt für die Ölprobe mit 283 kV/cm Durchbruchfeldstärke $\pm 12,6$ kV/cm, also $\pm 4,4$ %, für die Ölprobe mit 88 kV/cm Durchbruchfeldstärke $\pm 7,9$ kV/cm, also $\pm 11,5$ %.

In Bild 4 sind noch abhängig von der statischen Durchbruchfeldstärke die größten Abweichungen vom Mittelwert für die einzelnen Ölproben eingetragen: sie steigen von etwa 10 % bei 300 kV/cm bis auf 30 % bei 50 kV/cm an. Ferner ist, ohne Angabe von Meßpunkten die mittlere Abweichung s vom Mittelwert angegeben: sie steigt von etwa 3,5 % bei 300 kV/cm auf 15 % bei 50 kV an. Sämtliche weitere Angaben beziehen sich auf ein Öl, das solchen Streuwerten der statischen Durchbruchfeldstärke entspricht.

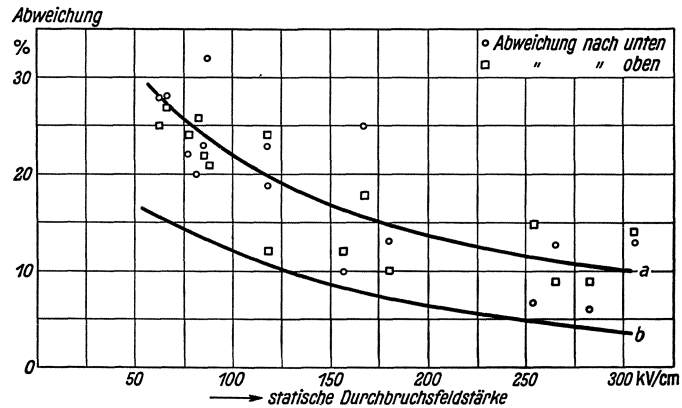


Bild 4. Größte (a) und mittlere (b) Abweichung vom Mittelwert der statischen Durchbruchfeldstärke.

IV. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs bei Stoßspannung.

Schon bei den in der früheren Arbeit beschriebenen Versuchen bei einer Schlagweite von 0,3 mm wurde festgestellt, daß die Verteilung der Entladeverzugszeiten bei einer großen Anzahl von Einzelversuchen nach statistischen Gesetzen gemäß der Beziehung

$$n_t = n_0 e^{-\frac{1}{\sigma_2}(t-\sigma_1)}, \quad \text{wobei } t \geq \sigma_1 \quad (2)$$

erfolgt. Dabei bedeutet n_0 die Gesamtzahl der Versuche einer Versuchsreihe, n_t die Anzahl der Versuche, die einen längeren Entladeverzug ergeben haben, als der Zeit t entspricht. σ_1 ist die Zeit, während der noch keine Durchschläge möglich sind,

¹⁾ J. L. R. Hayden u. W. N. Eddy: J. Amer. Inst. elektr. Engr. **41** (1921) S. 747.

²⁾ E. Dräger: Arch. Elektrotechn. **13** (1924) S. 366.

³⁾ H. Edler u. C. A. Knorr: Forschungsheft d. Studienges. f. Höchstspannungsanlagen **2** (1930) S. 12.

⁴⁾ J. Rebhan: Elektrotechn. Z. **54** (1933) S. 4.

also die kürzest mögliche Aufbauzeit; σ_2 hingegen ist eine Wahrscheinlichkeitsgröße von der Dimension einer Zeit, die die Zufälligkeiten und die damit verbundenen

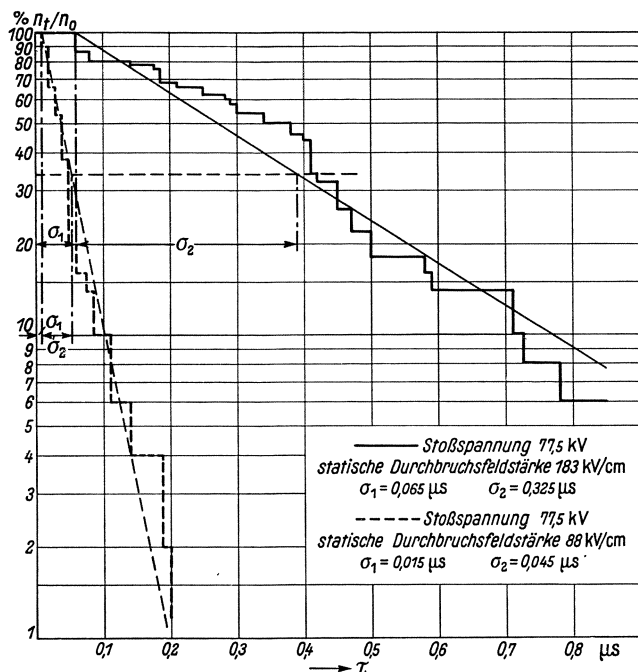


Bild 5. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs τ bei einer Schlagweite von 1 mm.

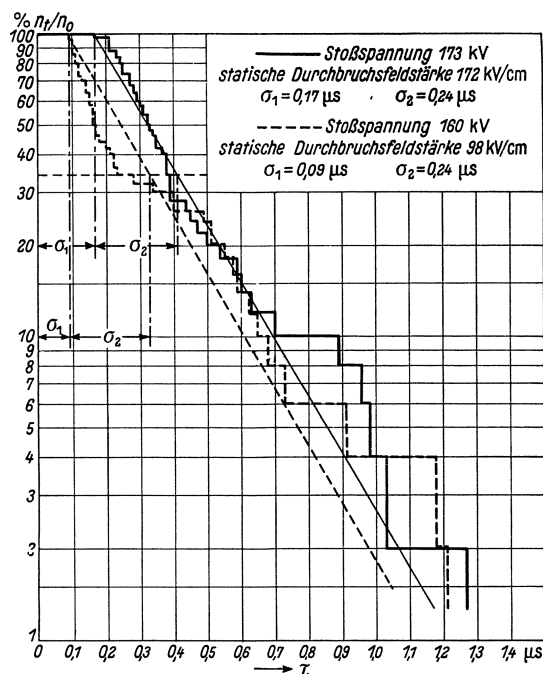


Bild 6. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs τ bei einer Schlagweite von 3 mm.

Verzögerungen im Entladungsaufbau erfaßt, und die deshalb im weiteren als mittlere statistische Streuzeit bezeichnet sei. Der mittlere Entladeverzug τ läßt sich demnach unterteilen in

$$\tau = \sigma_1 + \sigma_2. \quad (3)$$

Diese bei der kleinen Schlagweite gefundenen Gesetzmäßigkeiten bleiben auch bei den Schlagweiten 1 mm und 3 mm erhalten. Bild 5 zeigt solche Verteilungskurven, die bei 1 mm Schlagweite, und Bild 6 solche, die bei 3 mm Schlagweite aufgenommen sind. Zur Bestimmung der Verteilungskurven bzw. der Größen σ_1 und σ_2 wurden für jeden Ölzustand 50 Einzeldurchschläge bei gegebener Stoßspannung vorgenommen und deren

Entladeverzugszeit mit dem Zeittransformator aufgezeichnet. Als Ordinatenwert ist in den beiden Bildern die Anzahl der Versuche n_t in logarithmischem Maßstab aufgetragen, die einen größeren Entladeverzug ergeben haben, als dem dazugehörigen Abszissenwert t entspricht. In dieser Darstellung erhält man eine Treppenkurve, die man durch eine Gerade mitteln kann, wenn die statistische Verteilung der Gl. (2) erfüllt ist. Wie die Bilder zeigen, ist die Mittelung durch die Gerade bei allen wiedergegebenen Verteilungen zulässig, wenn auch nicht so gut wie bei den Verteilungskurven im Luftfelde¹⁾ und bei denjenigen in Öl und sehr kleiner Schlagweite. Die Verteilungskurve bei 160 kV-Stoßspannung zeigt eine Abweichung von der statistischen Verteilung, die des öfteren auftrat: die Entladeverzugszeiten kürzerer Dauer

¹⁾ R. Strigel: Naturwiss. **20** (1932) S. 205 — Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XI**, 2 (1932) S. 54; **XV**, 3 (1936) S. 1 — Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 803; **27** (1933) S. 131, 377.

treten zu häufig auf. Eine Erklärung für diese Art Verteilungskurven geben die Versuche über die Vorbehandlung der Elektroden der bereits erwähnten früheren Arbeit: sie sind in Verunreinigungen der Elektrodenoberfläche zu suchen; sie treten auch in den meisten Fällen bei frisch aufbereiteter Ölprobe auf, die auf derlei Verunreinigungen am empfindlichsten ansprechen¹⁾.

V. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit und statistischen Streuzeit des Entladeverzugs von der Schlagweite.

Die erhaltenen Meßwerte über die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 und der mittleren statistischen Streuzeit σ_2 von der statischen Durchbruchfeldstärke für verschieden hohe Stoßspannungen sind für eine Schlagweite von 1 mm in Bild 7,

für eine solche von 3 mm in Bild 8 eingetragen. Die Streuung der einzelnen Meßpunkte ist namentlich, soweit sie die Aufbauzeit betreffen, recht groß. Sie rührt einmal von den unvermeidbaren Unregelmäßigkeiten in der Ölaufbereitung her; dann aber ist zu bedenken, daß die Aufbauzeit oft um eine Zehnerordnung oder mehr kleiner ist als die statistische Streuzeit, also nur mit viel geringerer Genauigkeit bestimmt werden kann.

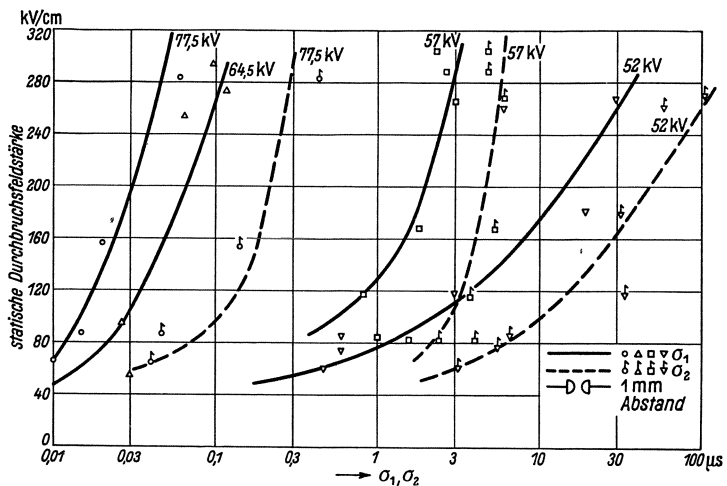


Bild 7. Abhängigkeit von Aufbauzeit σ_1 und statistischer Streuzeit σ_2 von der statischen Durchbruchfeldstärke bei 1 mm Schlagweite für verschiedene Stoßspannungen.

In Bild 9 sind die Meßergebnisse über die Aufbauzeit umgezeichnet: als Abszisse ist wieder die Aufbauzeit σ_1 in μs aufgetragen, als Ordinate dagegen aber die Stoßfeldstärke in kV/cm, und als Parameter für die einzelnen Kurvenscharen einer Schlagweite ist die statische Durchbruchfeldstärke gewählt. In dieser Darstellungsart ist es möglich, die Kurvenscharen der verschiedenen Schlagweiten unmittelbar miteinander zu vergleichen: daher wurden in dieses Bild auch die Ergebnisse der schon des öfteren erwähnten früheren

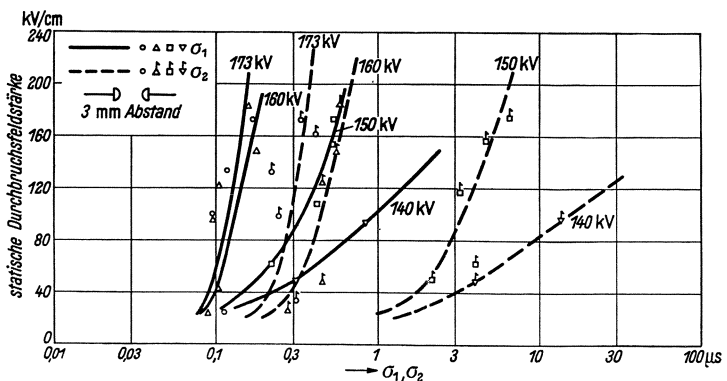


Bild 8. Die Abhängigkeit von Aufbauzeit σ_1 und statistischer Streuzeit σ_2 von der statischen Durchbruchfeldstärke bei 3 mm Schlagweite für verschiedene Stoßspannungen.

¹⁾ Siehe auch F. Schröter: Arch. Elektrotechn. 12 (1923) S. 67. — W. Spath: Arch. Elektrotechn. 12 (1923) S. 331. — V. Engelhardt: Arch. Elektrotechn. 13 (1924) S. 181.

Arbeit für eine Schlagweite von 0,3 mm eingetragen. Die Kurvenscharen lassen erkennen, daß bei einer Vergrößerung der Schlagweite von 0,3 mm auf 1 mm auch die Aufbauzeit etwa um das Dreifache zunimmt, und daß bei einer weiteren Ver-

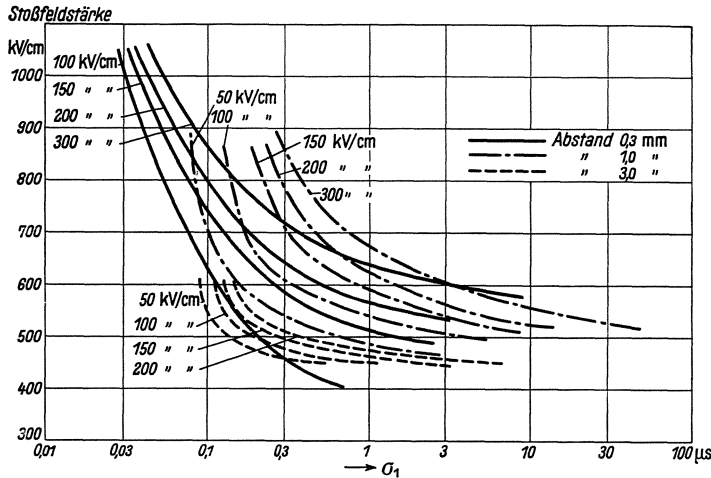


Bild 9. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 von der Höhe der Stoßfeldstärke bei verschiedenen Schlagweiten und für verschiedene statische Durchbruchfeldstärken der Ölprobe.

viel Unregelmäßigkeiten in der Ölentladungsstrecke vorhanden sind, daß die von der Feuchtigkeit herrührenden Störungen beim Stoßdurchschlag nur noch wenig ins Gewicht fallen.

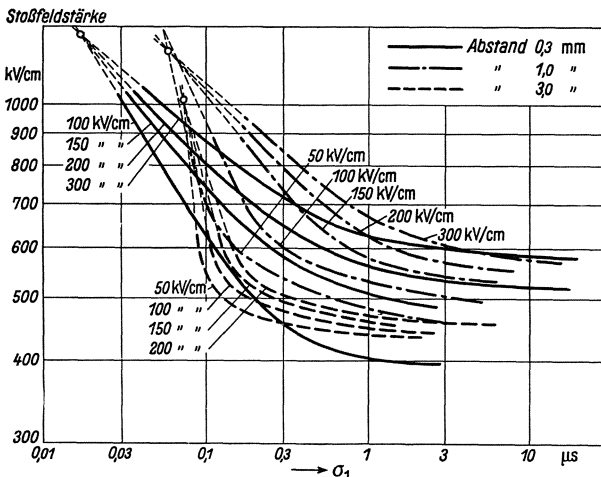


Bild 10. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 von der Höhe der Stoßfeldstärke bei verschiedenen Schlagweiten und für verschiedene statische Durchbruchfeldstärken der Ölprobe. (Darstellung in logarithmischem Maßstabe.)

und bei einer Schlagweite von 3 mm bei 1050 kV/cm. Für diese Feldstärkenwerte verschwinden also die Unterschiede in der Stoßfestigkeit wasserhaltigen und trockenen Öles vollständig¹⁾. In Bild 11 ist die Abhängigkeit dieser Punkte von der Schlagweite aufgetragen: sie erfolgt so allmählich, daß auch bei größeren Schlagweiten als den hier untersuchten dieser Punkt nicht wesentlich unter 1000 kV/cm absinken wird.

¹⁾ A. Nikuradse: Arch. Elektrotechn. 25 (1931) S. 826.

größerung der Schlagweite auf 3 mm die Aufbauzeit wieder abnimmt. Diese Abnahme der Aufbauzeit ist in erster Linie darauf zurückzuführen, daß der Einfluß der statischen Durchschlagsfeldstärke auf die Aufbauzeit zurückgeht. Wesentlich dabei ist, daß die Kurvenscharen gegen die Grenzkurven bei niedriger statischer Durchschlagsfeldstärke zusammenrücken; es muß daraus gefolgert werden, daß bei einer Schlagweite von 3 mm schon so

noch deutlicher treten diese Ergebnisse in der Darstellung des Bildes 10 hervor. Ordinaten und Abszissen sind dieselben wie in Bild 9, nur ist der Ordinatenmaßstab nicht mehr linear, sondern logarithmisch gewählt. Trägt man die Kurvenscharen für die verschiedenen Schlagweiten in dieser Weise auf, so schneiden sich die einzelnen Kurven für verschiedene Ölfestigkeit einer solchen Schar alle in einem Punkt. Dieser Punkt liegt für eine Schlagweite von 0,3 mm bei einer Stoßfeldstärke von 1290 kV/cm, bei einer Schlagweite von 1 mm bei 1190 kV/cm

Außerdem zeigen die Kurvenscharen des Bildes 10, daß die von A. Nikuradse¹⁾ aus den Versuchen von R. Näher²⁾ abgeleitete Näherungsbeziehung für die Abnahme der Aufbauzeit σ_1 von der Stoßfeldstärke \mathfrak{E}_s

$$\mathfrak{E}_s = \mathfrak{E}_0 \cdot \sigma_1^{-\alpha} \quad (4)$$

nur in engen Grenzen Gültigkeit hat. Dabei bedeuten α und \mathfrak{E}_0 Konstanten. Diese

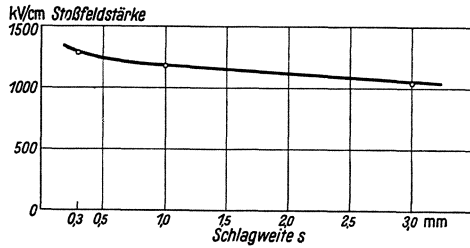


Bild 11. Die Abhängigkeit der Schnittpunkte der Kurvenscharen für die Aufbauzeit σ_1 von der Schlagweite s .

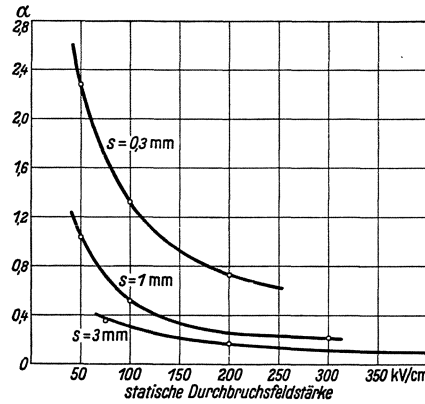


Bild 12. Die Abhängigkeit der Konstanten α für verschiedene Schlagweiten von der statischen Durchbruchfeldstärke der Ölprobe.

Beziehung sagt nichts anderes aus, als daß der Logarithmus der Stoßfeldstärke \mathfrak{E}_s innerhalb ihrer Gültigkeit proportional der Aufbauzeit ist; sie ist erfüllt bei der kleinsten Schlagweite herab bis zu Stoßfeldstärken von 500 bis 600 kV/cm, bei den beiden anderen Schlagweiten bis zu solchen von 600 bis 700 kV/cm. Bild 12 gibt noch die Abhängigkeit der Konstanten α von der statischen Durchbruchfeldstärke wieder: sie ist bestimmt auf Grund der Gleichung:

$$\alpha = \frac{\log \left(\frac{\mathfrak{E}_{s_1}}{\mathfrak{E}_{s_2}} \right)}{\log \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right)}, \quad (5)$$

in der \mathfrak{E}_{s_1} und τ_1 sowie \mathfrak{E}_{s_2} und τ_2 zusammengehörige Werte der Stoßfeldstärke und Aufbauzeit einer Kurve für die Aufbauzeit bei gleicher statischer Durchbruchfeldstärke bedeuten. α nimmt mit zunehmender Schlagweite immer höhere Werte an; auch ist seine Abnahme bei größer werdender statischer Durchbruchfeldstärke bei größerer Schlagweite stärker ausgeprägt.

Ferner hat es nach der Lage der Kurvenscharen in Bild 10 den Anschein, als ob die Kurvenscharen für die Aufbauzeit sich asymptotisch einem Stoßfeldstärkenwert nähern, der um 400 kV/cm liegen dürfte; dies deutet darauf hin, daß dieser Feldstärkenwert eine untere Grenze für den Stoßdurchschlag darstellt.

In Bild 13 sind dann noch in gleicher Weise wie in Bild 9 für die Aufbauzeit die Meßergebnisse über die statistische Streuzeit umgezeichnet: abhängig von der Höhe

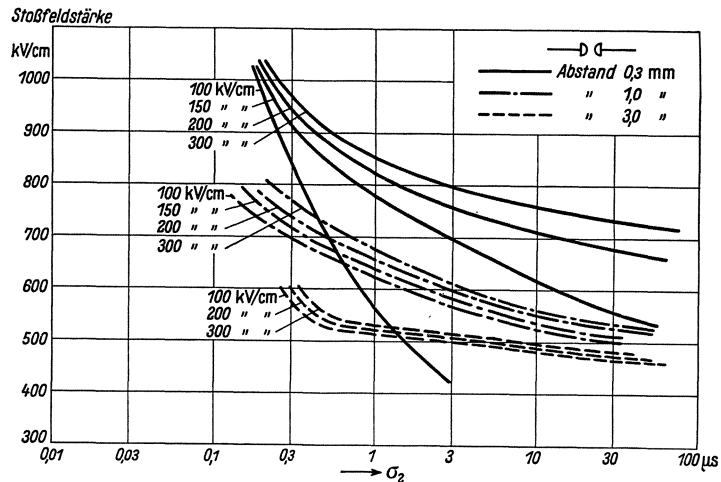


Bild 13. Die Abhängigkeit der statistischen Streuzeit σ_2 von der Stoßfeldstärke bei verschiedenen Schlagweiten und für verschiedene statische Durchbruchfeldstärken der Ölprobe.

¹⁾ A. Nikuradse: Anm. 1 S. 44.

²⁾ R. Näher: Arch. Elektrotechn. 21 (1929) S. 169.

der Stoßfeldstärke ist für die verschiedenen Werte der statischen Ölfestigkeit bei den einzelnen Schlagweiten die mittlere statistische Streuzeit aufgetragen. Sie nimmt mit zunehmender Schlagweite erheblich ab; auch wird dabei der Einfluß der Ölfestigkeit auf sie immer geringer: während sie bei einer Steigerung der Ölfestigkeit von 100 kV/cm auf 300 kV/cm bei einer Schlagweite von 0,3 mm um mehrere Größenordnungen ansteigen kann, wächst bei derselben Steigerung die Ölfestigkeit bei den beiden größeren Schlagweiten nur um das Zwei- bis Dreifache an.

VI. Bemerkungen zum Mechanismus des Stoßdurchschlages.

Der Stoßdurchschlag ist ohne Zweifel als ein elektrischer Durchschlag anzusprechen¹⁾. Darüber hinaus wurde in der früheren Arbeit²⁾ festgestellt, daß die Statistik des Entladeverzugs sich nur in gleicher Weise wie beim Luftdurchschlag erklären läßt. Auch wurde eine Abhängigkeit des Entladeverzugs vom Elektrodenmaterial gefunden derart, daß der Entladeverzug um so kleiner wird, je niedriger die Austrittsarbeit des Elektrodenmetalls ist. Daraus konnte gefolgert werden, daß für die

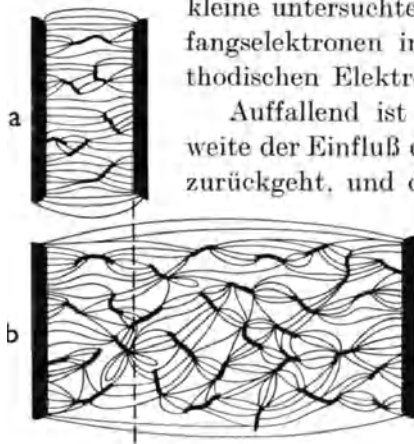


Bild 14. Schematische Darstellung der Feldverzerrung, hervorgerufen durch wasserhaltige Faserteilchen in der Ölprobe. a) Bei kleiner Schlagweite, b) bei großer Schlagweite.

kleine untersuchte Schlagweite von 0,3 mm für die Entstehung der Anfangselektronen in erster Linie Ionisierung auf die Oberfläche der kathodischen Elektrode in Frage kommt.

Auffallend ist das Versuchsergebnis, daß mit zunehmender Schlagweite der Einfluß der Verunreinigungen der Ölprobe auf die Aufbauzeit σ_1 zurückgeht, und daß sich dabei die Aufbauzeit des gut gereinigten Öles

derjenigen des stark wasserhaltigen annähert. Eine Erklärung für dieses Verhalten gibt die zuerst von W. Kraeft³⁾ gemachte Betrachtung, daß die im Öl enthaltene Feuchtigkeit von den darin schwebenden Faserteilchen aufgesogen wird. Diese erhalten dadurch eine gewisse Leitfähigkeit und bilden so beim Anlegen von Stoßspannungen mehr oder minder große Kurzschlußbrücken im Öl, die zu erheblichen örtlichen Feldverzerrungen führen können. Diese Feldverzerrungen sind bei der außerordentlich kleinen Schlagweite von 0,3 mm noch nicht sehr ausgeprägt, da bei dieser kleinen Schlagweite noch die

Elektrodenbegrenzung eine vergleichmäßigende Wirkung auf das Feld ausübt. Diese Wirkung nimmt jedoch mit zunehmender Schlagweite rasch ab und ist bei einer Schlagweite von 3 mm nicht mehr spürbar. Die Verhältnisse sollen noch Bild 14 näher veranschaulichen. Dort ist ein schematisches Feldbild bei kleiner Schlagweite einem solchen bei größerer Schlagweite gegenübergestellt: durch die Elektrodenflächen wird bei der kleinen Schlagweite bewirkt, daß große Teile des Örraumes in der Elektrodennähe noch ein ziemlich gleichförmiges Feld aufweisen; ebenso wird natürlich dieselbe

¹⁾ W. O. Schumann: Vertr. Ber. d. Studienges. f. Höchstspannungsanlagen 1926. — A. Joffé, T. Kurchatoff u. K. Sinjelnikoff: J. Math. Physics **6** (1929) Nr. 3. — W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. **23** (1930) S. 569. — F. Peek: Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering. New York (1930). — A. v. Hippel: Z. Physik **80** (1933) S. 19. — A. Nikuradse: Das flüssige Dielektrikum. Berlin (1934) S. 199. — F. Koppelman: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 125.

²⁾ R. Strigel: Anm. 1 S. 38.

³⁾ W. Kraeft: Diss. T. H. Braunschweig (1931). — Siehe auch A. Matthias: Elektr.-Wirtsch. **36** (1937) S. 95.

Wirkung auch bei der größeren Schlagweite erzielt, jedoch spielen die noch verhältnismäßig gleichförmigen Feldbereiche in der Nähe der Elektroden keine wesentliche Rolle mehr im Verhältnis zur Gesamtschlagweite. Denselben Grad von Feldverzerrung wie bei der kleineren Schlagweite wird daher bei der größeren schon eine viel geringere Leitfähigkeit der Faserteilchen bewirken, also auch ein viel geringerer Feuchtigkeitsgehalt der Ölprobe. Nun ändert sich ja bekanntlich, wenn ein gewisser Ungleichförmigkeitsgrad des Feldes erreicht ist, der Entladeverzug nicht mehr wesentlich, wenn das Feld noch ungleichförmiger gestaltet wird, also wird auch weiterer Wasserzusatz zur Ölprobe die Aufbauzeit wenig beeinflussen.

Die Anfangselektronen der Lawinen wurden nicht allein an der Elektrodenoberfläche ausgelöst, sondern auch an den Spitzen der leitenden Faserteilchen. Während bei kleinen Entfernungen noch die aus der Elektrodenoberfläche austretenden Elektronen überwiegen werden, treten diese bei größeren Schlagweiten gegenüber den an den Spitzen der Faserteilchen austretenden in den Hintergrund. Es ist also bei größeren Schlagweiten eine weitgehende Unabhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 von der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden zu erwarten. Gelegentliche orientierende Versuche, bei denen oxydierte Kupferelektroden verwendet wurden, bestätigen dies. Auch wird dadurch verständlich, daß die mittlere statistische Streuzeit ebenfalls nur wenig abhängig wird von der Ölfestigkeit.

Erstaunlich sind auch die kurzen Aufbauzeiten von nur etwa $0,1 \mu\text{s}$ bei einer Schlagweite von 3 mm und einer Stoßfeldstärke von 600 kV/cm. Dabei muß man bedenken, daß der Anstieg der Vorstromdichte j nach der Beziehung¹⁾

$$j = j_0 \cdot \varepsilon^s \cdot c_1 (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0) \quad (6)$$

erfolgt, während er bei Gasen unter Verwendung der bekannten Näherung²⁾ für die Townsendsche Ionisierungszahl nach der Gleichung

$$j = j_0 \cdot \varepsilon^s \cdot c_2 (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0)^2 \quad (7)$$

vor sich geht. In diesen beiden Beziehungen bedeuten j_0 die Sättigungsstromdichte, \mathfrak{E}_0 die Anfangsfeldstärke, \mathfrak{E} die angelegte Feldstärke, s die Schlagweite und c_1 bzw. c_2 Konstanten von der Dimension einer reziproken Spannung bzw. vom Quadrat derselben. Während die Konstante c_1 in Gasen von dem Elektrodenabstand unabhängig ist, nimmt c_2 bei Flüssigkeiten mit zunehmendem Abstand ebenfalls ab. Der exponentielle Anstieg des Vorstromes erfolgt also im Öl wesentlich langsamer als bei Gasen. Infolgedessen wird auch in Öl nach der Bildung des ersten Lawinenkanals bis zum vollendeten Durchbruch eine viel größere Zeitspanne liegen als bei Gasen. Berücksichtigt man ferner, daß von den einzelnen Faserteilchen ebenfalls Lawinen ausgehen werden, so kommt man immer noch auf mittlere Elektronengeschwindigkeiten von der Größenordnung 10^7 cm/s. Es sei in diesem Zusammenhang erwähnt, daß A. v. Hippel auf Grund theoretischer Überlegungen Elektronengeschwindigkeiten von 10^8 cm/s für flüssige und feste Körper voraussagte³⁾ und A. Güntherschulze derartig rasche Elektronen in festen Körpern experimentell nachweisen konnte⁴⁾.

¹⁾ A. Nikuradse: Anm. 1 S. 44.

²⁾ W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke in Gasen. Berlin (1923).

³⁾ A. v. Hippel: Z. Elektrochem. **39** (1933) S. 506.

⁴⁾ A. Güntherschulze: Z. Physik **89** (1933) S. 778.

VII. Die Abhängigkeit der elektrischen Stoßfestigkeit von der Schlagweite.

Zur Beurteilung der elektrischen Stoßfestigkeit eines Isolierstoffes ist es notwendig, zu wissen, bei welchem Vielfachen der statischen Durchbruchsspannung eine Entladungsstrecke noch eine Überspannung gegebener Zeitdauer mit Sicherheit aushält: dies ist der Fall, solange die Zeitdauer der auftretenden Überspannung kleiner als die Aufbauzeit der Entladung im Isolierstoff ist. Die Aufbauzeit ist somit als ein Maß für die elektrische Stoßfestigkeit anzusehen. Man trägt sie dann zweckmäßig abhängig vom Stoßverhältnis auf, also vom Verhältnis der Stoßspannung zur statischen Durchbruchsspannung, wie dies in Bild 15 geschehen ist.

Das Bild läßt die schon bekannte Tatsache erkennen, daß Öl niederer Durchschlagsfestigkeit wesentlich stoßfester ist als gut gereinigtes und entgastes: so kann

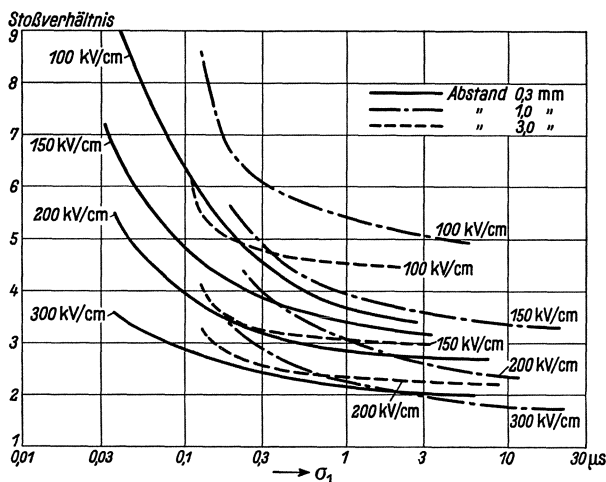


Bild 15. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 vom Stoßverhältnis für verschiedene Werte der statischen Durchbruchfeldstärke.

man z. B. bei einer Überspannung von etwa $6 \mu\text{s}$ Dauer, die etwa der Dauer unmittelbarer Blitzüberspannungen entspricht¹⁾, und einer statischen Ölfestigkeit von 100 kV/cm noch mit einem Stoßfaktor rechnen, der bei 0,3 mm Schlagweite noch 3,6 beträgt, bei 1 mm Schlagweite dagegen 4,9 und bei 3 mm Schlagweite 4,4. Erhöht man die statische Ölfestigkeit auf 300 kV/cm, so betragen diese Werte nur noch bei 0,3 mm Schlagweite 2,0 und bei 1 mm Schlagweite 1,8. Diese Zahlen zeigen zugleich, daß dieser Einfluß der statischen Ölfestigkeit auf die Stoßfestigkeit bei zunehmender

Schlagweite im untersuchten Schlagweitenbereich zunächst zu-, dann aber wieder abnimmt. Diese Unterschiede in der Stoßfestigkeit werden um so ausgeprägter, zu je kurzdauernden Überspannungen man übergeht.

Aber auch der mittleren statistischen Streuzeit kommt bei der Behandlung der Stoßfestigkeit erhebliche Wichtigkeit zu, wenn es sich um die Frage dreht, ob eine Entladeanordnung mit Sicherheit stoßfester ist als eine andere. Dies soll an Hand der nachstehenden Wahrscheinlichkeitsbetrachtung näher gezeigt werden. Es seien z. B. zwei einander parallel geschaltete Ölentladungsstrecken verschiedener statischer Durchschlagsfestigkeit gegeben mit den Werten σ_{11} und σ_{12} für die Aufbauzeit und σ_{21} und σ_{22} für die mittlere statistische Streuzeit. Dann kann die Wahrscheinlichkeit W , mit der ein Überschlag in der zweiten Entladungsstrecke erfolgt, leicht berechnet werden. Zunächst wird unter Berücksichtigung von Gl. (2) die Wahrscheinlichkeit dW dafür, daß ein Überschlag in der zweiten Entladungsstrecke im Zeitraum $t + dt$ erfolgt,

$$dW = \frac{1}{\sigma_{22}} e^{-\frac{t-\sigma_{12}}{\sigma_{22}} - \frac{t-\sigma_{11}}{\sigma_{21}}} dt, \quad (8)$$

¹⁾ Siehe z. B. R. R. Pittmann u. J. J. Torok: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **50** (1931) S. 568. — K. Berger: Bull. schweiz. elektrotechn. Ver. **27** (1936) S. 145. — D. Müller-Hillebrand: Elektrotechn. Z. **52** (1931) S. 722, 758; **53** (1932) 1121; **56** (1935) 417. — H. Neuhaus u. R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **24** (1935) S. 702.

und damit die Gesamtwahrscheinlichkeit W dafür, daß irgendein Überschlag in der zweiten Entladungsstrecke erfolgt,

$$W = \frac{1}{\sigma_{22}} e^{\frac{\sigma_{11} + \sigma_{12}}{\sigma_{21} + \sigma_{22}}} \int_{\sigma_{12}}^{\infty} e^{-t \left(\frac{1}{\sigma_{21}} + \frac{1}{\sigma_{22}} \right)} dt = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_{21}} + \frac{1}{\sigma_{22}}} e^{-\frac{\sigma_{12} - \sigma_{11}}{\sigma_{21}}} . \quad (9)$$

In Bild 16 ist nun die mittlere statistische Streuzeit abhängig vom Stoßverhältnis aufgetragen; man erkennt, daß die mittlere statistische Streuzeit mit zunehmender Schlagweite abnimmt. Auf Grund der Bilder 15 und 16 kann damit stets entschieden werden, wie sich die Stoßfestigkeit zweier Entladungsstrecken zueinander verhält.

Diese Verhältnisse seien noch an zwei Beispielen näher erläutert:

Im ersten Beispiel seien zwei Ölentladungsstrecken angenommen mit der gleichen statischen Durchschlagsspannung von 30 kV; die Schlagweite von Funkenstrecke 1 sei 1 mm, diejenige von Funkenstrecke 2 dagegen 3 mm. Dementsprechend beträgt die statische Durchbruchfeldstärke 300 kV/cm für Funkenstrecke 1 und 100 kV/cm für Funkenstrecke 2. Auf diese Funkenstrecken, die parallel angeordnet sein sollen, treffe eine Rechteckwelle von 120 kV; die Funkenstrecken werden also durch einen Rechteckstoß mit dem Stoßverhältnis 4 beansprucht. Auf Grund der Bilder 15 und 16 ergeben sich die nachstehenden Werte, die teilweise durch Extrapolation der wiedergegebenen Kurven gewonnen wurden:

- für Funkenstrecke 1: $\sigma_{11} = 0,15 \mu s$ und $\sigma_{21} = 0,06 \mu s$,
- „ „ 2: $\sigma_{12} \approx 100 \mu s$ und $\sigma_{22} \approx 1000 \mu s$.

In diesem Falle beträgt die Wahrscheinlichkeit W dafür, daß Funkenstrecke 1 anspricht, fast völlig 100 %. Das Beispiel zeigt wieder, wie sehr die Stoßfestigkeit durch Vergrößerung der Elektrodenabstände und Verwendung von Öl niedriger statischer Durchschlagsfestigkeit ansteigt.

Im zweiten Beispiel werde angenommen, daß zwei Entladungsstrecken mit der gleichen Schlagweite von 1 mm parallel geschaltet seien; Funkenstrecke 1 sei in ein Öl eingebaut mit der Ölfestigkeit 200 kV/cm, Funkenstrecke 2 in ein solches von 150 kV/cm statischer Durchschlagsspannung. Auf beide Funkenstrecken werde ein Rechteckstoß von 60 kV gegeben, die Funkenstrecke 1 also durch einen Rechteckstoß mit dem Stoßverhältnis 3, Funkenstrecke 2 durch einen solchen mit dem Stoßverhältnis 4 beansprucht. Auf Grund der Bilder 15 und 16 ergibt sich

- für Funkenstrecke 1: $\sigma_{11} \approx 1 \mu s$ und $\sigma_{21} = 3 \mu s$,
- „ „ 2: $\sigma_{21} \approx 1 \mu s$ und $\sigma_{22} = 2 \mu s$.

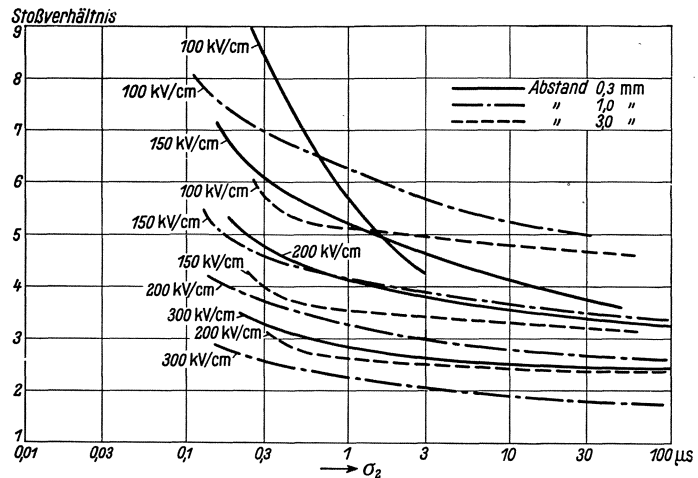


Bild 16. Die Abhängigkeit der mittleren statistischen Streuzeit σ_2 für Werte der statischen Durchbruchfeldstärke.

Es beträgt demnach die Wahrscheinlichkeit W dafür, daß die Funkenstrecke 2, die im Öl niederer statischer Durchschlagsfestigkeit eingebaut ist, zuerst anspricht, immer noch nur 60%. Dieses Beispiel zeigt, daß nachträgliches Absinken der statischen Ölfestigkeit in einem fertigen elektrischen Apparat dessen Stoßfestigkeit nur wenig verändert.

An der Durchführung der Messungen ist Herr C. Bullendorf wesentlich beteiligt.

Zusammenfassung.

Die Schlagweitenabhängigkeit des Entladeverzugs in Öl im gleichförmigen Feld wird mit dem Zeittransformator im Bereiche von 0,3 bis 3 mm gemessen. Auch bei den größeren Schlagweiten ist der Entladeverzug statistischen Gesetzen unterworfen. Die Aufbauzeit der Entladung innerhalb des Entladeverzugs nimmt bis etwa 1 mm mit der Schlagweite zu und bei größeren Schlagweiten wieder ab. Dabei geht der Einfluß der statischen Durchschlagsfeldstärke der Ölprobe auf die Aufbauzeit zurück. Auch die mittlere statistische Streuzeit nimmt mit zunehmender Schlagweite ab. An die Versuche schließen sich Betrachtungen über den Mechanismus des Stoßdurchschlages und über den Einfluß der Schlagweite auf die Stoßfestigkeit des Öles.

Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas.

Von **Bernhard Kirschstein** und **Floris Koppelman**.

Mit 22 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke und dem Schaltwerk der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 3. März 1937.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.	5. Spektralaufnahmen.
1. Versuchsanordnung.	6. Flächenhelligkeit.
2. Bogenspannung.	7. Emissionsdichte, Spektrum und Bogen-
3. Durchmesser des Bogens.	durchmesser.
4. Gesamtstrahlung des Bogens.	Zusammenfassung.

Einleitung.

Untersuchungen an elektrischen Lichtbögen sind, soweit es sich überhaupt um quantitative Arbeiten handelt, meist an Lichtbögen kleiner Stromstärke durchgeführt worden, wobei die Bögen entweder in freier Luft brannten oder durch eine Gasströmung stabilisiert waren, bei der das Gas mit kleiner Geschwindigkeit um die Lichtbogenachse rotierte. Bei diesen Bögen erreicht die Stromdichte nur Werte bis zu einigen 100 A/cm². Aber auch Lichtbögen großer Stromstärke und Stromdichte, wie sie z. B. in den Schaltern der Hochspannungstechnik vorkommen, wurden bereits untersucht. Wir erinnern an die Arbeiten von J. Biermanns, O. Mayr, J. Slepian, E. Marx, A. Roth, T. E. Browne, D. C. Prince, J. Kopeliowitsch und anderen. Die folgende Arbeit gibt einen weiteren experimentellen Beitrag zur Kenntnis dieser Bögen, welche nicht nur technisch, sondern als Gasentladungen außerordentlich hoher Stromdichte auch physikalisch interessant sind¹⁾.

In der früheren Arbeit in dieser Zeitschrift haben wir gezeigt, mit welchen Mitteln sich Lichtbögen großer Stromstärke herstellen lassen, an denen man reproduzierbare Messungen vornehmen kann. Wir brachten den Bogen in eine heftige axiale Gasströmung. Das Gas wurde in der Mitte des Lichtbogens radial zugeführt und strömte dann durch zwei Düsen axial in Richtung auf die beiden Elektroden auseinander. Die Gasströmung bewirkte nicht nur eine Stabilisierung des Bogens, sondern verhinderte gleichzeitig, daß Metaldampf aus den Elektroden in den mittleren Teil der Bogensäule, an dem die Messungen ausgeführt wurden, eindrang. Leider machte

¹⁾ Die vorliegende Arbeit ist eine Weiterführung der Arbeit: „Photographische Aufnahmen elektrischer Lichtbögen großer Stromstärke“ [Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIII**, 3 (1934) S. 52 u. Z. techn. Phys. **15** (1934) S. 604]. Es ist beabsichtigt, in dieser Zeitschrift eine theoretische Auswertung der experimentellen Ergebnisse folgen zu lassen. Wir bezeichnen diese spätere Arbeit im folgenden als II.

diese Gasströmung die Bogensäule in axialer Richtung inhomogen, was für die theoretische Behandlung außerordentlich erschwerend ist. Da es aber nicht möglich war, eine saubere, für Messungen geeignete Lichtbogenentladung großer Stromstärke bei großer Stromdichte unter einfacheren Versuchsbedingungen herzustellen, so mußten wir diese Erschwerung wohl oder übel in Kauf nehmen.

1. Versuchsanordnung.

Lichtbogenkammer (Bild 1 und 2). Der Lichtbogen brannte in der in Bild 1 gezeichneten und in Bild 2 photographierten Kammer, welche aus der früheren Anordnung weiter entwickelt wurde¹⁾. Infolge der guten Stabilisierung des Bogens

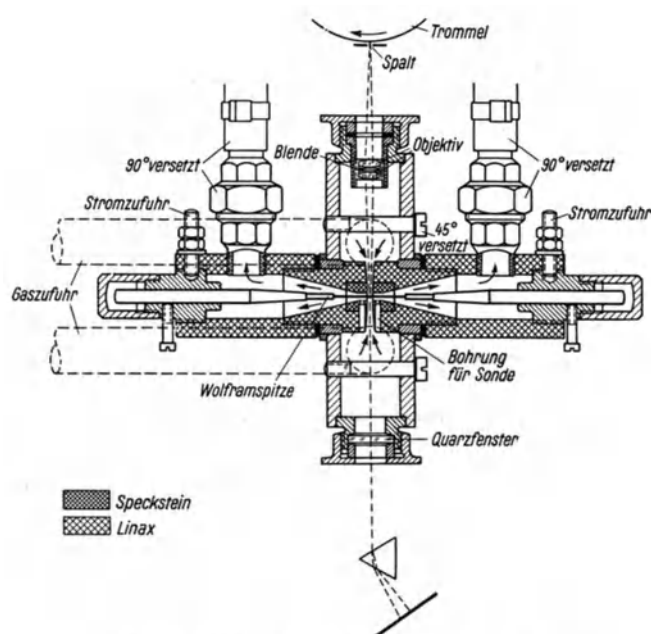


Bild 1. Skizze der Lichtbogenkammer.

war es möglich, Elektrodenstäbe (Wolfram bzw. Kohle) von nur 3 bis 5 mm Durchmesser zu benutzen, gegen deren Stirnseite der Bogen geblasen wurde. Der Bogen brannte dabei in die Stirnseite der Elektroden ein muldenförmiges Loch, dessen Tiefe höchstens einige Millimeter betrug. Die Bogenlänge war also durch den Elektrodenabstand genau festgelegt. Der Abstand der Düsen ließ sich durch ein Feingewinde zwischen 0 und 10 mm verändern, Düsendurchmesser und Düsenlänge durch Auswechseln der Düseneinsätze. Die Gaszufuhr erfolgte über zwei elektrisch betätigte Ventile aus einem Kessel von 300 l Inhalt durch zwei Druckschläuche von

1 Zoll lichter Weite. Die Gasabfuhr erfolgte nicht ins Freie, sondern über zwei etwa 25 cm lange Druckschläuche von gleichem Querschnitt zunächst in zwei kleine Kessel²⁾ von etwa 3 l Inhalt und von diesen weiter in einen größeren Kessel von 250 l Inhalt. Im Vorratskessel konnte ein absoluter Druck p_1 zwischen 1 und 16 at und im Auspuffkessel ein absoluter Druck p_2 zwischen 1 und 7 at eingestellt werden. Da die beiden Ventile bei jedem Versuch nur für einige Sekunden geöffnet wurden — der Lichtbogen brannte nur eine Halbwelle³⁾ —, so blieben p_1 und p_2 während des Versuchs praktisch unverändert. Durch entsprechende Einstellung von p_1 und p_2 war es möglich, Versuchsreihen bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit und veränderlichem statischem Druck in der Lichtbogenkammer, oder umgekehrt Versuchsreihen bei konstantem statischem Druck und veränderlicher Strömungsgeschwindigkeit auszuführen.

¹⁾ Diese Zeitschrift **XIII**, 3 (1934) S. 56 und Bild 4.

²⁾ Diese Kessel sind in Bild 2 nicht vorhanden.

³⁾ Vgl. den Abschnitt „Stromkreis“.

Druckmessung (Bild 3). Bei den Messungen über die Druckabhängigkeit der Bogenspannung, des Bogendurchmessers usw. interessierte natürlich nicht der Druck p_1 im Vorratskessel, sondern der Druck p in der Bogensäule selbst, vor allem an der

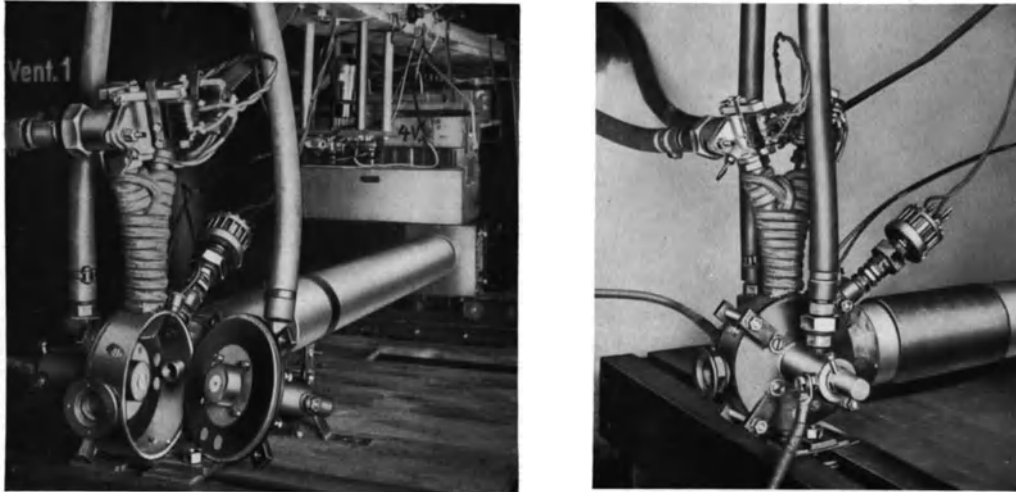


Bild 2. Lichtbogenkammer. Links geöffnet, rechts geschlossen.

photographierten Stelle, d. h. in der Mitte zwischen den beiden Düsen. Um diesen Druck zu messen, wurde in der Achse der Düsen ein Messingrohr von 2 mm äußerem Durchmesser angebracht, welches an einer Stelle eine seitliche Öffnung hatte. Durch diese füllte sich das Innere des Röhrchens auf den an dieser Stelle herrschenden Druck. Dieser wurde mit Hilfe eines an dem einen Ende des Röhrchens angebrachten Manometers gemessen. Durch axiales Verschieben des Röhrchens konnte der Druckverlauf längs der Düsenachse gemessen werden. Dabei war etwa der Raum, den bei den Versuchen ein Lichtbogen von 1000 A einnahm, nämlich ein Zylinder von etwa 2 mm Durchmesser, durch das Messingrohr ausgefüllt. Da infolge der geringen Gasdichte im Bogen nur wenig Gas im Inneren desselben abströmt¹⁾, so wirkt der Lichtbogen auf die Ausbildung der Gasströmung und damit auf den in der Düse sich einstellenden Druck ähnlich wie unser Rohr. Eine dieser Messungen ist in Bild 3 aufgetragen. Es zeigt sich, daß immer dann, wenn der Düsenabstand a gleich oder größer als der Düsenradius r war, in der Mitte zwischen den Düsen angenähert der Druck des Vorratskessels vorhanden war. In diesem Fall ist der kleinste Zuflußquerschnitt $2r\pi \cdot a$ gleich oder größer als der Abflußquerschnitt $2 \cdot r^2\pi$. Nach beiden Seiten fiel der Druck schnell ab. Entsprechend nimmt nach der Bernoullischen Gleichung die Gasgeschwindigkeit v zu. An der Stelle der Düse, wo der Druck auf einen dem kritischen Druckverhältnis (für Luft 0,53) entsprechenden

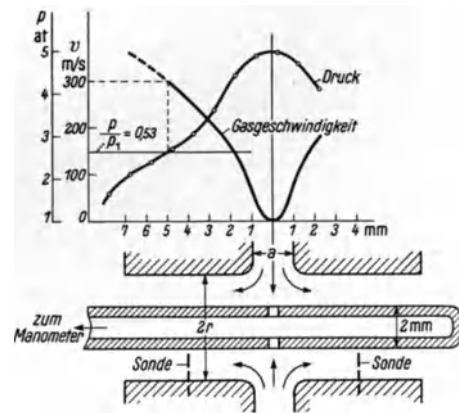


Bild 3. Druckmessung mit Meßrohr in den Düsen. $p_1 = 5$ at, $p_2 = 1$ at (absolut). Die Gasgeschwindigkeit ist aus dem Druckverlauf berechnet.

¹⁾ Vgl. II, den Abschnitt „Energiebilanz“.

Wert abgefallen ist, erreicht die Gasgeschwindigkeit bekanntlich den Wert der Schallgeschwindigkeit (für Luft von Zimmertemperatur etwa 300 m/s). Weiter draußen, bei noch kleineren Drucken, kann die Geschwindigkeit noch größer werden.

Bei unseren Versuchen strömte erst kurz vor Einleitung des Lichtbogens das Gas durch Öffnen der beiden Ventile aus dem Vorratskessel in die Lichtbogenkammer und erhöhte dort den Gasdruck vom Druck p_2 des Auspuffkessels auf den Druck p_1 des Vorratskessels. Ferner wird durch den Lichtbogen das Gas aufgeheizt und dadurch ein Staudruck erzeugt¹⁾. Es war daher zunächst zweifelhaft, ob während der

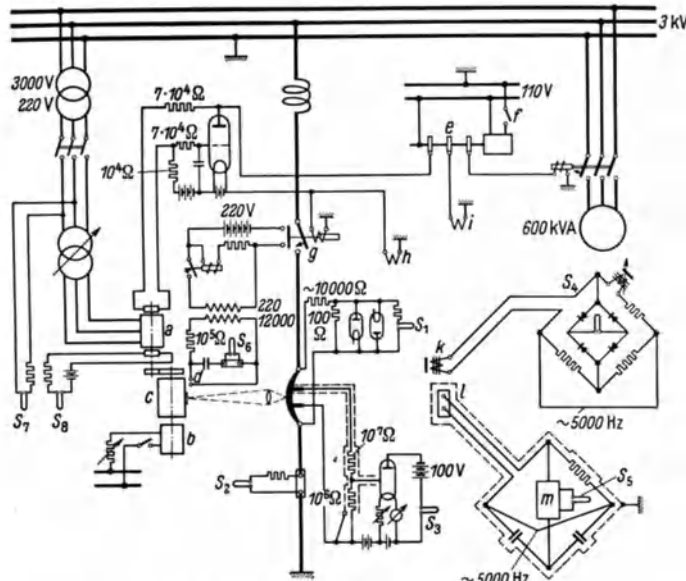


Bild 4. Schaltbild der Versuchsanordnung.

S_1 Lichtbogenspannung, S_2 Strom, S_3 Gradient, S_4 Druck, S_5 Strahlung, S_6 zeitliche Zuordnung von Film und Oszillograph, S_7, S_8 Kontrolle des Einschalt Augenblicks, a Synchronmotor, b Gleichstrommotor, c Filmtrommel, d Funkenstrecke für Zeitmarken, e Schaltwalze, f Hauptkommandoschalter, g synchroner Einschalter, h Oszillographenverschluß, i Druckluftventile, k Druckdose, l Bolometer, m Verstärker und Gleichrichter.

zeigte sich eine Druckschwankung, die synchron mit dem Strom verlief, jedoch so gering war, daß sie vernachlässigt werden konnte. Der Absolutwert des Druckes war gleich dem im stationären Strömungszustand gemessenen.

Bei allen Versuchen, bei denen der Düsenabstand im Verhältnis zum Düsendurchmesser groß genug war, konnten wir daher hinreichend genau mit dem Kessel- druck als dem Druck an der photographierten Stelle des Lichtbogens im Augenblick der Aufnahme rechnen.

Der Stromkreis (Bild 4). Der Bogenstrom wurde von einem 600 kVA-Drehstrom- generator für maximal 6000 V geliefert. Die Bogenstromstärke konnte durch die Generatorspannung und durch Luftdrosseln zwischen 10 und 3000 A beliebig ein- gestellt werden. Der Lichtbogen wurde dadurch eingeleitet, daß ein Widerstands- draht von 0,07 mm Durchmesser, der zwischen den beiden Elektroden ausgespannt war, durchbrannte. Der von dem Zünddraht herrührende Metaldampf wurde in weniger als 10^{-3} s von der Gasströmung vollständig aus dem Bogenraum weg-

¹⁾ Vgl. F. Kesselring u. F. Koppelman: Arch. Elektrotechn. **30** (1936) S. 71, besonders S. 89ff.

²⁾ W. Kaufmann: A. T. M. V 133, 2.

Dauer des Lichtbogens der Druck in der Lichtbogen- kammer konstant war und die Größe hatte, die bei stationärem Strömungs- zustand mit Röhren und Manometer gemessen wurde. Wir haben daher einige Kon- trollversuche gemacht, bei denen der Momentanwert des Druckes in der Lichtbogen- kammer während des Ver- suchs oszillographiert wurde (Bild 4, Schleife 4). Die Meß- anordnung ist von W. Kauf- mann ausführlich beschrie- ben²⁾. Eine Eisenmembran war vor einer Magnetspule angebracht, und die Durch- biegung dieser Membran wurde als Induktivitätsände- rung in einer Brückenschal- tung oszillographiert. Es

geblasen. Das Gasströmung bewirkte ferner, daß der Lichtbogen beim ersten Nulldurchgang des Stromes erlosch; die Anordnung wirkte als Preßgasschalter. Die Brenndauer des Bogens betrug bei 50 Hz Maschinenspannung zwischen 0 und 0,02 s je nachdem, zu welchem Zeitpunkt der Spannungshalbwelle der Maschinenspannung der Lichtbogen eingeleitet wurde. Da von der Brenndauer des Bogens auch die maximale Stromstärke abhing, so genügte es für eine eindeutige Festlegung der Stromstärke nicht, Maschinen-

spannung und Luftdrosseln entsprechend zu wählen, sondern der Lichtbogen mußte zu einem bestimmten Zeitpunkt der Spannungshalbwelle eingeschaltet werden. Hierzu diente der Synchronmotor *a* (Bild 4), der von der Spannung des Generators über einen Transformator und Phasenschieber angetrieben wurde. Auf der Achse dieses Synchronmotors war ein Schleifring befestigt, durch den eine positive Spannung an das Gitter eines Stromrichters mit Quecksilberdampf und Glühkathode gelegt werden konnte. Der Anodenstrom dieses Stromrichters betätigte ein Relais, das den Schalter *g* auslöste und damit die Maschinenspannung an die Lichtbogenstrecke legte. Der Synchronschleifring konnte jedoch erst dann den Stromrichter zum Zünden bringen und damit den Lichtbogen einleiten, wenn vorher die Anode des Stromrichters durch eine Schaltwalze *e* an Spannung gelegt war. Die Schaltwalze gab das Grobkommando, der Synchronschleifring das Feinkommando zur Zündung des Lichtbogens. Dieses Feinkommando konnte mit Hilfe des Phasenschiebers eingestellt werden. Um vor dem Einschalten des Lichtbogens die Phasenlage dieses Feinkommandos zur Maschinenspannung kontrollieren bzw. einstellen zu können, waren die beiden Oszillographenschleifen *S*₇ und *S*₈ vorgesehen. Die Schaltwalze, welche den ganzen Versuch in Gang setzte, betätigte auch die Preßluftventile und den Oszillographenverschluß und löste nach Beendigung des Versuchs den Maschinenschalter aus.

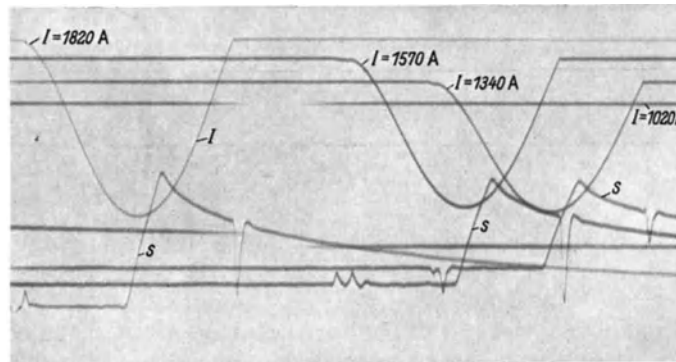
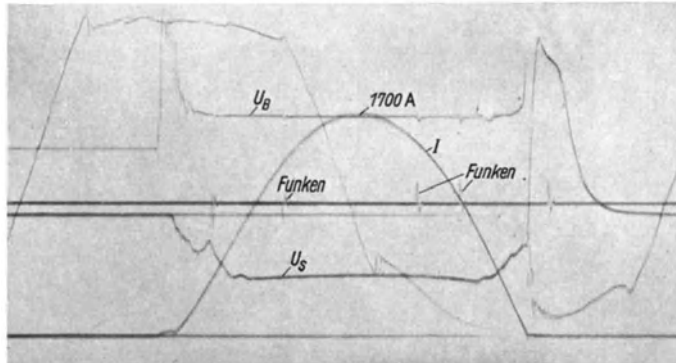


Bild 5. Beispiele von Oszillogrammen. *I* = Stromstärke, *u_B* = Bogenspannung, *u_s* = Sondenspannung, *s* = Bolometerausschlag.

spannung an die Lichtbogenstrecke legte. Der Synchronschleifring konnte jedoch erst dann den Stromrichter zum Zünden bringen und damit den Lichtbogen einleiten, wenn vorher die Anode des Stromrichters durch eine Schaltwalze *e* an Spannung gelegt war. Die Schaltwalze gab das Grobkommando, der Synchronschleifring das Feinkommando zur Zündung des Lichtbogens. Dieses Feinkommando konnte mit Hilfe des Phasenschiebers eingestellt werden. Um vor dem Einschalten des Lichtbogens die Phasenlage dieses Feinkommandos zur Maschinenspannung kontrollieren bzw. einstellen zu können, waren die beiden Oszillographenschleifen *S*₇ und *S*₈ vorgesehen. Die Schaltwalze, welche den ganzen Versuch in Gang setzte, betätigte auch die Preßluftventile und den Oszillographenverschluß und löste nach Beendigung des Versuchs den Maschinenschalter aus.

2. Bogenspannung.

Meßverfahren (Bild 4 und 5). Die Lichtbogenspannung *u_B* wurde oszillographisch mit der Schleife *S*₁ (Bild 4) in der bekannten Schutzschaltung¹⁾ gemessen, wobei

¹⁾ A. v. Engel: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. IX, 1 (1930) S. 14.

sich an Stelle der Glimmröhren kleine Quecksilberdampfgleichrichter mit Glühkathode gut bewährten.

Der Spannungsabfall u_s an dem mittleren Teil der Bogensäule wurde mit Hilfe von zwei Sonden mit einem Röhrenvoltmeter gemessen (Schleife S_3). Die Sonden hatten bei den meisten Messungen einen Abstand von $s = 8$ mm. Die Einführung der Sonden, welche durch eine geerdete Metallhülle abgeschirmt waren, in den Bogen geschah radial durch die Specksteindüsen¹⁾. Durch Versuche ergab sich, daß die Ausschläge der Schleife S_3 dann besonders regelmäßig wurden, wenn die Sonden so weit abgebrannt waren, daß sie den Lichtbogen nur eben an seinem Umfang streiften (vgl. Bild 5 oben). Als Sonden wurden Platindrähte von 0,4 mm Durchmesser verwendet. Am Anfang und am Ende der Halbwelle kamen die Sonden infolge des kleinen Bogendurchmessers nicht in sichere Berührung mit dem Bogenplasma, und die Ausschläge der Schleife S_3 wurden, wie man in Bild 5 oben sieht, unregelmäßig. Die Sondenspannung u_s wurde nicht direkt, sondern über einen Spannungsteiler an das Gitter des Röhrenvoltmeters gelegt. Bei einer Sonden-

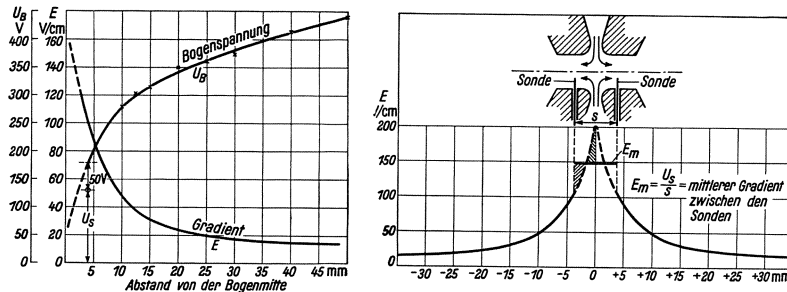


Bild 6. Verteilung der Bogenspannung über die Bogenlänge. Luft, $I = 1400$ A, $a = 2$ mm, $2r = 6$ mm, $p = 5,8$ at, $p_2 = 1$ at (Schallgeschwindigkeit). Die gestrichelten Teile der E -Kurve sind so gelegt, daß die beiden schraffierten Flächen einander gleich sind.

spannung von 100 V und einem Widerstand des Spannungsteilers von $10^7 \Omega$ entzogen die Sonden dem Bogen einen Strom von nur 10^{-5} A. Da außerdem die Sonden den Bogen nur streifend berührten, und da der von ihnen herrührende Metalldampf aus der Meßstrecke nach beiden Seiten mit der Gasströmung abströmte, so dürfen wir annehmen, daß die Sondenmessung den Spannungsabfall der Säule bis auf wenige Volt genau angab. Aus der Sondenspannung u_s und dem Sondenabstand s errechnet sich der mittlere Gradient zwischen den Sonden $E_m = u_s/s$. Der Abbrand der Sonden war so gering, daß sie erst nach mehreren Versuchen um einige zehntel Millimeter nachgestellt werden mußten.

Verteilung der Spannung über die Bogenlänge (Bild 6). Es wurde schon erwähnt, daß die Eigenart der Gasströmung es mit sich brachte, daß der Bogen in axialer Richtung nicht homogen war. Dies zeigte sich besonders in der Verteilung der Spannung über die Bogenlänge. Im Bild 6 sind für einen Bogen von 1400 A in Luft Bogenspannung und Gradient im Augenblick des Strommaximums aufgetragen, ermittelt aus Messungen der Bogenspannung bei veränderter Bogenlänge und aus der Sondenmessung. Beide Messungen ließen sich aneinander anschließen, wenn von der an den Elektroden gemessenen Lichtbogenspannung für Kathoden- und Anodenfall etwa 50 V abgezogen wurden. Der Gradient in der Symmetrieebene der Düsen-

¹⁾ Siehe Bild 1.

anordnung dürfte bei diesem Bogen etwa 200 V/cm betragen haben, also etwa das 10 ··· 100fache eines Bogens gleicher Stromstärke in ruhender Luft¹⁾.

Einfluß der Düsenabmessungen auf die Bogenspannung (Bild 7). Die gemessenen Größen: Bogenspannung, Sondenspannung und Bogendurchmesser waren, wie sich herausstellte, von den geometrischen Abmessungen der Düsen abhängig. In Bild 7 sind Messungen aufgetragen, welche diesen Einfluß zeigen. Man sieht, daß mit abnehmendem Düsenabstand a der mittlere Gradient zwischen den Sonden E_m (und natürlich auch die Bogenspannung u_B) zunahm. Vorgreifend sei bemerkt, daß gleichzeitig der Bogendurchmesser d abnahm. Versuche bei kleinerer Stromstärke mit sehr kleinem Düsenabstand ($a = 0,5$ mm und $2r = 1$ mm) ergaben wieder ein Abfallen der Sondenspannung. Dies ist verständlich, da ja bei $a = 0$ jede Gasströmung aufhört. Ein Einfluß des Düsendurchmessers war in dem Bereich von $2r = 2,5$ bis $2r = 6$ mm nicht sicher nachzuweisen. Einige solche Messungen sind in Bild 7 mit eingetragen.

Auf die Deutung des Einflusses des Düsenabstandes auf Bogenspannung und Durchmesser werden wir in II zurückkommen. Maßgebend für die Wahl des Düsendurchmessers bei den Hauptversuchen war die Größe der Stromstärke. Bei zu kleinem Düsendurchmesser brannten die Düsen auf, bei zu großem dagegen machte der Bogen seitliche Schwingungen, welche die Ausmessung der Photographien erschwerten (Bild 8d). Lag der Düsendurchmesser $2r$ fest, so wurde im allgemeinen der Düsenabstand a derart gewählt, daß $2r\pi a = 2r^2\pi$, d. h. also $r = a$ war, da bei kleineren Abständen der Druck im Bogen nicht ohne weiteres angebbbar war, während bei zu großen Düsenabständen der Bogen seitliche Bewegungen machte oder sogar „ausbrach“ (vgl. S. 53 und Bild 8c).

Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten vom Druck (Bild 11). In den Bildern 11 ··· 14 ist die Abhängigkeit aller gemessenen Größen, nämlich Bogenspannung, Sondenspannung, Durchmesser, Gesamtstrahlung und Flächenhelligkeit vom Druck aufgetragen. Stromstärke und Düsenabmessungen wurden dabei, wie aus den Bildunterschriften ersichtlich, bei allen Messungen etwa gleich gewählt, um auf diese Weise einen Überblick über das gesamte Verhalten des Bogens bei verändertem Druck unter sonst festgehaltenen Bedingungen zu gewinnen. Eine entsprechende Zusammenstellung aller gemessenen Größen in ihrer Abhängigkeit von der Stromstärke zeigen die Bilder 15 ··· 18.

Wir betrachten zunächst die in Bild 11 wiedergegebene Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten vom Druck. Beide steigen mit dem Druck an, und zwar sind sie einander angenähert proportional, wenn die Bogenspannung um etwa 50 V für Kathoden- und Anodenfall verringert wird. Mit steigendem Druck steigt im engsten Strömungsquerschnitt die Strömungsgeschwindigkeit des kalten Gases zunächst bis auf Schallgeschwindigkeit an, wie die strichpunktierte Kurve angibt. Oberhalb von $p \approx 2$ at (kritisches Druckverhältnis) nimmt die Strömungsgeschwindigkeit im engsten Strömungsquerschnitt nicht mehr zu, vielmehr steigt der Druck

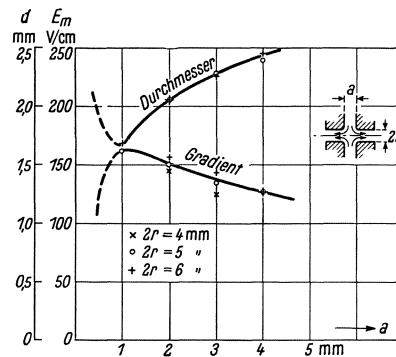


Bild 7. Einfluß des Düsenabstandes und des Düsendurchmessers auf Gradient und Bogendurchmesser. Luft, $I = 1000$ A, $p = 5,4$ at, $p_2 = 1$ at (Schallgeschwindigkeit).

¹⁾ Vgl. A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. Abb. 96.

an dieser Stelle der Düsen an, wenn der Druck p_1 im Vorratskessel weiter gesteigert wird. Die Gasgeschwindigkeit kann weiter außerhalb über den Wert der Schallgeschwindigkeit anwachsen, jedoch nicht über die durch die strichpunktierte Kurve angedeuteten, nach der Bernoullischen Gleichung berechneten Werte. Man sieht in Bild 11, daß unterhalb des kritischen Druckverhältnisses der mittlere Gradient zwischen den Sonden ziemlich genau proportional der Gasgeschwindigkeit anstieg, während er oberhalb des kritischen Druckes stärker anstieg als die Gasgeschwindigkeit, und zwar, wie wir in II bei der Besprechung der Energiebilanz sehen werden, infolge des zunehmenden statischen Druckes des abströmenden Gases. Messungen in Stickstoff und in Kohlensäure ergaben sowohl im Absolutwert von Bogenspannung und Sondenspannung als auch in deren Gang mit dem Druck keine Abweichungen gegenüber dem Luftbogen, die über die Meßgenauigkeit hinausgingen, während sich im Bogendurchmesser kleine Abweichungen ergaben (vgl. S. 62).

Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten von der Stromstärke (Bild 15). Der Lichtbogenstrom stieg bei jedem Versuch von dem Wert Null bis auf den Maximalwert der Sinushalbwellen an und fiel dann wieder auf Null ab. Es war also möglich, aus einem Oszillogramm die Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten von der Stromstärke auszuwerten. Die Auswertung ergab bei ansteigendem Strom dasselbe Resultat wie bei abfallendem Strom¹⁾. Ebenso ergab sich wiederum dasselbe Resultat, wenn verschiedene Oszillogramme mit verschiedenen Scheitelwerten des Stromes ausgewertet wurden.

Aus Bild 15 sieht man, daß Bogenspannung und Gradient mit wachsender Stromstärke abnahmen. Diese Abnahme war jedoch bei großen Stromstärken nur gering. Bogenspannung und Sondenspannung waren einander angenähert proportional, wenn man von der Bogenspannung etwa 50 V (für Kathoden- und Anodenfall) abzog.

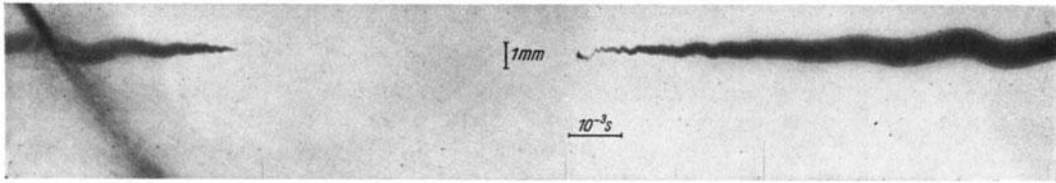
Wir haben auch einige Versuche an Bögen in Wasserdampf ausgeführt. Die Lichtbogenkammer wurde durch eingebaute Widerstände elektrisch geheizt, um Kondensation und Beschlagen der Fenster zu verhindern. Es ergaben sich sowohl für die Bogenspannung als auch für den Bogendurchmesser etwa die gleichen Werte wie bei Luft.

3. Durchmesser des Bogens.

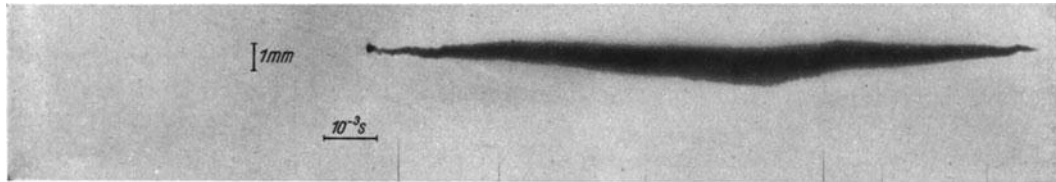
Meßverfahren (Bild 4 und 8). Die photographischen Aufnahmen wurden mit der früher beschriebenen rotierenden Filmtrommel gemacht. Die Vergrößerung war auf 10 : 1 und später auf 20 : 1 gesteigert worden. Die Umdrehungszahl der Filmtrommel konnte zwischen 2000 und 4000 U/min eingestellt werden. Als Optik diente ein Anastigmat mit Irisblende. Unmittelbar vor der rotierenden Filmtrommel befand sich ein Spalt von 0,5 mm Breite und (entsprechend der Filmbreite) von 12 cm Länge, der parallel zur Trommelachse, also senkrecht zur Lichtbogenachse stand.

Zur genauen zeitlichen Zuordnung von Trommelaufnahme und Oszillogramm diente die Oszillographenschleife S_6 und die Funkenstrecke d , welche an dem einen Ende des Spaltes dicht vor der rotierenden Filmtrommel angebracht war (Bild 4). Beim Schließen des Synchronschalters g legte dieser über ein Relais mit passender Zeitverzögerung einen kleinen Transformator an eine Gleichspannung, so daß auf der Hochspannungsseite dieses Transformators ein Spannungsstoß auftrat. Dieser brachte über Widerstand und Kondensator die Funkenstrecke d einige Male zum An-

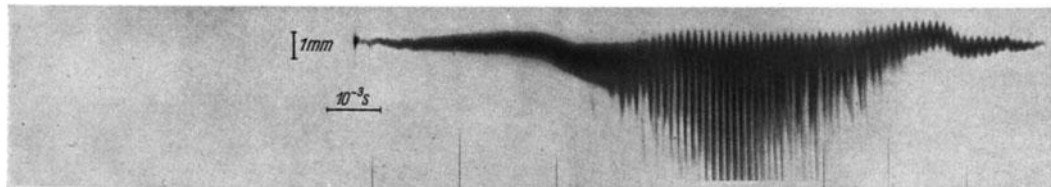
¹⁾ Das bedeutet, daß unser Bogen als eine stationäre Entladung angesehen werden muß.



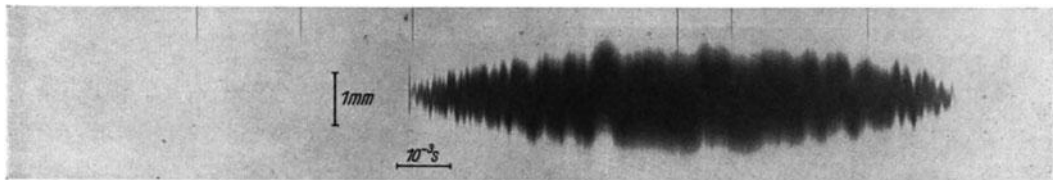
a) $I = 950$ A (Scheitelwert), $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 5$ at. Langsame seitliche Bewegungen des Bogens.



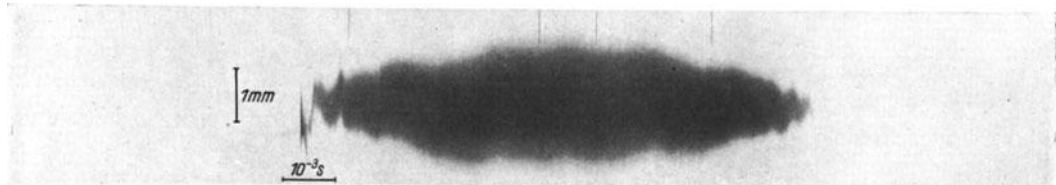
b) $I = 900$ A (Scheitelwert), $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 4,5$ at. Bogen im Strommaximum nahe vor dem Ausbrechen.



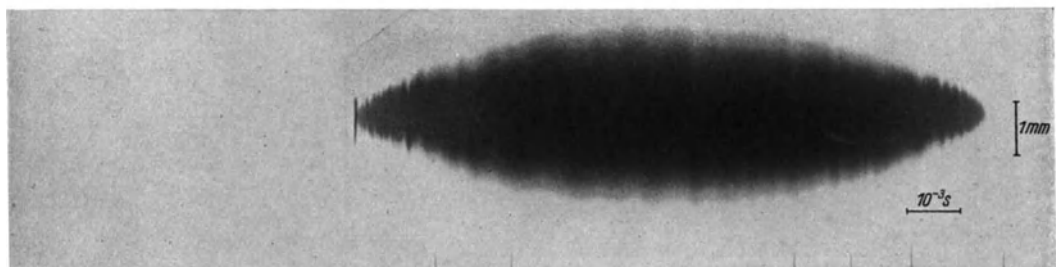
c) $I = 930$ A (Scheitelwert), $a = 3$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 3,7$ at. Ausbrechender Bogen.



d) $I = 1190$ A (Scheitelwert), $a = 2,5$ mm, $2r = 5$ mm, $p = 11$ at. Schnelle, seitliche Schwingungen des Bogens.



e) $I = 1180$ A (Scheitelwert), $a = 2,5$ mm, $2r = 5$ mm, $p = 4$ at. Bogen wie bei d), aber bei kleinerem Druck.



f) $I = 2830$ A (Scheitelwert), $a = 1$ mm, $2r = 6$ mm, $p_1 = 6$ at. Sehr große Stromstärke.

Bild 8 a bis f. Beispiele photographischer Aufnahmen.

Die Bilder sind gegenüber den Originalen im Verhältnis 1 : 3 verkleinert.

sprechen. Das Licht dieser Funken markierte sich auf dem Film als Zeitmarke von der Breite der Spaltblende (siehe Bild 8 a bis f), während der Funkenstrom genau gleichzeitig von der Schleife S_6 auf dem Oszillogramm aufgezeichnet wurde (siehe Bild 5 oben).

Definition des Bogendurchmessers (Bild 8 und 9). Temperatur, Ionisationsgrad, Elektronendichte, Stromdichte, Emissionsdichte, überhaupt alle für das Lichtbogenplasma charakteristischen Größen nehmen von einem Maximalwert in der Lichtbogenachse nach außen stetig ab, und zwar ist der Verlauf verschieden für diese verschiedenen Größen, z. B. nimmt die Emissionsdichte für Spektrallinien mit hohem Ausgangsniveau schneller nach außen ab als für die mit niedrigem Ausgangsniveau, der Ionisationsgrad schneller als die Temperatur und die Stromdichte schneller als die Elektronendichte. Für eine genaue Behandlung des Lichtbogens wird man immer auf den Verlauf dieser charakteristischen Größen zurückgehen müssen. In der vorliegenden Arbeit kam es uns darauf an, einen Überblick über das Verhalten des Bogens in schnellströmenden Gasen zu gewinnen. Wir haben den Lichtbogen daher zunächst idealisiert, indem wir ihn als ein über den Querschnitt homogenes Gebilde von wohldefiniertem Durchmesser behandelt haben, d. h. wir denken die wirkliche Verteilung der für den Lichtbogen charakteristischen Größen durch eine rechteckige Verteilung ersetzt. Die eindeutige Festlegung von Höhe und Breite dieses Rechtecks erfolgt durch Definitionsgleichungen der Art, wie wir sie hier für die Stromdichte j angeben:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \cdot j = \int_0^{\infty} j(r) \cdot 2r \pi dr = I, \quad (1)$$

wobei die Breite des Rechtecks d gleich dem „Bogendurchmesser“, die Höhe des Rechtecks j gleich der Stromdichte in der Bogenachse und I der Bogenstrom ist. Der so definierte „Bogendurchmesser“ wird verschieden groß sein, je nachdem, durch welche Größe man den Lichtbogen charakterisiert, aber stets wird er den wirklichen Bogen um so

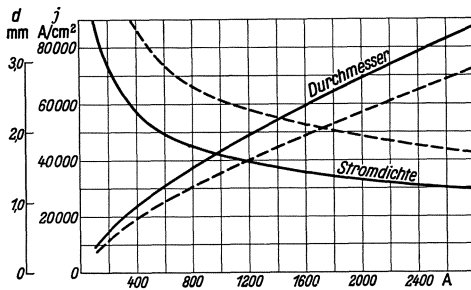


Bild 9. Durchmesser und Stromdichte eines Bogens in Luft (aus Bild 8f). $I = 2830$ A (Scheitelwert), $a = 1$ mm, $2r = 6$ mm, $p = 6$ at.

besser beschreiben, je mehr sich die wirkliche Verteilung der rechteckigen annähert. Bei unseren Bögen in schnellströmendem Gas ist dies in höherem Maß der Fall als bei anderen bislang untersuchten Bögen. Dies zeigt die in Abschnitt 6 beschriebene photometrische Ausmessung sowie auch ein Vergleich des Bildes 8 dieser Arbeit mit Bild 7 der früheren Arbeit in dieser Zeitschrift. Wir haben uns daher damit begnügt, den Bogendurchmesser aus den Aufnahmen zu schätzen. Dem Augenschein nach zeigten die Originalaufnahmen einen Kern angenähert gleichmäßiger Schwärzung, umgeben von einem schmalen Saum (vgl. Bild 8). Man konnte nun entweder den Kern allein oder den Kern einschließlich Saum als Bogendurchmesser schätzen. Als Beispiel sind in Bild 9 für einen Fall beide Auswertungen des Bogendurchmessers sowie die dazugehörigen Werte der Stromdichte eingezeichnet. Man sieht, daß sich die beiden Durchmesserkurven um etwa 20 % unterscheiden. Bei kleineren Stromstärken ist die Schätzung des Durchmessers überhaupt ungenau, weil dann

der Durchmesser nur wenige zehntel Millimeter beträgt. Die so erhaltenen Werte hingen von der Belichtungsdauer und der Art der Entwicklung nur wenig ab, so daß es möglich war, die aus verschiedenen Aufnahmen erhaltenen Werte miteinander zu vergleichen.

Ein Vergleich dieser Schätzung des Bogendurchmessers mit einer etwas genaueren, photometrischen Ermittlung, die wir in dem Abschnitt „Emissionsdichte, Spektrum und Bogendurchmesser“ bringen, ergab, daß eine Mitberücksichtigung des Saumes bei der Abschätzung auf keinen Fall zu kleine Bogendurchmesser, d. h. also eine untere Grenze für die Stromdichte, ergab. In allen folgenden Bildern ist deshalb nur dieser größere Wert des Durchmessers eingetragen und dementsprechend der kleinere Wert der Stromdichte.

Vorversuche (Bild 7, 8 und 10). Es zeigte sich, daß der Bogen bei großen Drucken und kleinem Strom dazu neigte, schnelle seitliche Schwingungen im Innern der Düse zu machen, deren Frequenz bis 10^5 Hz betrug (vgl. Bild 8d). Diese Schwingungen erschwerten die Ausmessung des Bogendurchmessers. Sie ließen sich dadurch vermindern, daß Düsenabstand und Düsendurchmesser klein gewählt wurden, und zwar um so kleiner, je kleiner der Strom war. Dies ist, wie wir schon gesagt haben, der Grund, weshalb wir mit sehr kleinen Düsenabständen und -durchmessern, z. B. bei 1000 A mit $a = 2,5$ mm und $2r = 5$ mm, gearbeitet haben.

In Bild 8 sind als Beispiele einige photographische Aufnahmen zusammengestellt. Bild 8a zeigt zunächst einen Bogen, der langsame seitliche Bewegungen machte, welche die Auswertung in keiner Weise erschweren. Bild 8b und c zeigen denselben Bogen bei kleinerem Druck. Schon in Bild 8b macht sich im Maximum der Halbwelle eine Anschwellung bemerkbar, welche in Bild 8c, wo der Druck noch weiter verringert und der Düsenabstand vergrößert war, in ein periodisch mit der Frequenz von etwa 10^4 Hz sich wiederholendes „Ausbrechen“ des Bogens in den Spalt zwischen den Düsen entgegen der Gasströmung überging. Die Bilder 8d bis 8f sind mit noch weiter gesteigerter Vergrößerung (20 : 1) aufgenommen. Bild 8d zeigt bei dem hohen Druck von 11 at die schon erwähnten schnellen seitlichen Schwingungen, welche für die Ausmessung des Durchmessers hinderlich sind. Bei kleinerem Druck wie in Bild 8e verschwinden diese Schwingungen, jedenfalls im mittleren Teil des Bildes, wo die Stromstärke groß ist. Bild 8f zeigt schließlich einen Bogen sehr großer Stromstärke, nämlich 2830 A im Scheitelwert. Bei allen Aufnahmen erkennt man am Anfang der Halbwelle (links) den durchbrennenden Zünddraht und am oberen bzw. unteren Rand des Bildes als feine Striche die Funkenmarken, welche zur zeitlichen Zuordnung von Aufnahme und Oszillogramm dienen (Bild 5 oben).

Man könnte nun vermuten, daß die gegenüber Bögen in ruhender Luft so außerordentlich erhöhte Stromdichte dieser Bögen einfach eine Folge der engen Düsen war, welche keine größere Ausdehnung des Bogens zuließen. Daß dies tatsächlich nicht der Fall war, ergaben Versuche mit veränderten Düsendurchmessern. Danach nahm der Bogendurchmesser bei vergrößertem Düsendurchmesser nicht zu (vgl. Bild 7). Wurde andererseits der Düsendurchmesser bei gegebenem Strom zu klein gewählt, so hatte dies nicht eine Verringerung des Bogendurchmessers zur Folge, sondern die Düsen brannten gleich beim ersten Versuch, d. h. innerhalb einer Halbwelle, auf einen größeren Durchmesser auf; dieser blieb dann im Laufe vieler folgender Versuche fast unverändert, ein Zeichen dafür, daß jetzt zwischen Bogen und Düsenwand eine kalte Gasschicht strömte. Dagegen zeigte sich ein deutlicher Einfluß des Düsenabstandes

auf den Bogendurchmesser (vgl. Bild 7). Mit abnehmendem Düsenabstand nahm zunächst der Bogendurchmesser ab und stieg dann bei sehr kleinen Düsenabständen wieder an. Bei sehr kleinen Düsenabständen nimmt die Gasströmung nicht nur wegen des abnehmenden Strömungsquerschnittes, sondern auch wegen der zunehmenden Kontraktion und Gasreibung ab. Wie wir schon gesagt haben, wurde der Düsenabstand a im allgemeinen, um den Druck im Bogen einfach gleich dem Kesseldruck setzen zu können, so gewählt, daß etwa $a = r$ war.



Bild 10. Kameraaufnahme des Bogenstückes zwischen den Düsen. Luft, $I = 1000$ A, $a = 2,5$ mm, $2r = 5$ mm, $p = 6$ at, $p_2 = 1$ at, Belichtungszeit 10^{-5} s.

Da, wie wir gesehen haben, der Gradient über die Länge des Bogens große Unterschiede aufwies, so war damit zu rechnen, daß auch der Bogendurchmesser über die Länge nicht konstant war. Je nach der Stelle, auf die die Optik ausgerichtet war, würden wir dann verschiedene Werte für den Durchmesser erhalten haben. Um das zu prüfen, wurden mit einer gewöhnlichen Kamera mit sehr kurzer Belichtungszeit (etwa 10^{-5} s)¹⁾ Momentaufnahmen des ganzen Bogenstückes zwischen den Düsen gemacht, wovon Bild 10 ein Beispiel zeigt. Wie man sieht, hatte

der Bogen auf dem ganzen Stück zwischen den Düsen praktisch gleichbleibenden Durchmesser, so daß auf die Ausrichtung der Optik kein besonderer Wert gelegt zu werden brauchte.

Wir bringen Bild 10 auch um zu zeigen, wie notwendig es war, die Vergrößerung auf 10 : 1 bzw. 20 : 1 zu steigern, wobei noch zu beachten ist, daß die Originale von Bild 8 etwa dreimal größer waren als die Wiedergabe, während Bild 7 den Bogen etwa in natürlicher Größe zeigt.

Abhängigkeit des Bogendurchmessers vom Druck (Bild 12). Die Abhängigkeit des Bogendurchmessers vom Druck wurde in der Weise gemessen, daß bei verschiedenen Drucken im Vorratskessel Aufnahmen gemacht wurden, und aus diesen die zum Strommaximum der Halbwelle gehörigen Werte ausgemessen wurden.

Bild 12 zeigt bei konstanter Stromstärke (1000 A) die Abnahme des Bogendurchmessers mit steigendem absoluten Druck, welche vor allem im Gebiet unter 2 at, wo die Strömungsgeschwindigkeit des Gases mit dem Druck noch zunimmt, groß ist. Der Verlauf läßt sich durch eine Gleichung annähern:

$$d = \text{konst.} \cdot p^{-\delta}, \quad (2)$$

wobei $\delta = 0,22 \dots 0,27$ war. Diese Gleichungen, ebenso wie spätere ähnliche, machen keinen Anspruch auf völlige Genauigkeit, sondern sollen nur den Kurventypus charakterisieren. Aus dem Durchmesser haben wir die Stromdichte errechnet; sie erreicht bei 12 at den ungeheuren Wert von 45000 A/cm²²⁾. Die Unsicherheit der Schätzung des Bogendurchmessers (siehe Bild 9) kann an diesen Werten nichts Wesentliches ändern. Wie man sieht, stieg die Stromdichte ziemlich genau proportional mit der nach der Bernoullischen Gleichung berechneten größtmöglichen Gasgeschwindigkeit an (zufällig?).

Entsprechende Versuche in Kohlensäure ergaben einen ähnlichen Verlauf des Durchmessers mit dem Druck. Jedoch war der Absolutwert um etwa 10 % größer.

¹⁾ Vgl. unsere frühere Arbeit in dieser Zeitschrift Bild 2, rechte Hälfte.

²⁾ Die von uns beobachtete Stromdichte ist noch größer als die von H. Gerdien u. A. Lotz gemessene: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. II (1922) S. 489 und A. Lotz: Z. techn. Phys. 15 (1934) S. 187.

Abhängigkeit des Durchmessers von der Stromstärke (Bild 16 und 9). Die Abhängigkeit des Bogendurchmessers von der Stromstärke wurde in der Weise gemessen, daß eine einzige Aufnahme an verschiedenen Stellen der Halbwelle ausgemessen und aus dem zugehörigen Oszillogramm mit Hilfe der Funkenmarken die jeweilige Stromstärke ermittelt wurde. Die in Bild 16 dargestellte Abhängigkeit des Bogendurchmessers von der Stromstärke läßt sich durch eine Gleichung annähern:

$$d = \text{konst.} \cdot I^\gamma, \quad (3)$$

wobei $\gamma = 0,6 \dots 0,7$ ist, d. h. die Stromdichte nahm mit steigender Stromstärke ab. Diese Abnahme verlief bei kleinen Stromstärken wesentlich steiler als bei großen.

In Bild 9 ist der Durchmesser und daraus berechnet die Stromdichte eines Bogens von 2830 A im Scheitelwert aufgetragen. Der Absolutwert der Durchmesserwerte lag in diesem Fall etwas tiefer als bei den in Bild 16 wiedergegebenen Versuchen. Dies hat seinen Grund darin, daß in Bild 9 der Düsenabstand nur 1 mm, in Bild 16 dagegen 2,5 mm betrug (vgl. Bild 7).

4. Gesamtstrahlung des Bogens.

Meßverfahren (Bild 4 und 5). Messungen der Gesamtstrahlung von stromstarken Bögen wurden u. a. bereits von R. Holm und A. Lotz ausgeführt¹⁾. Wir benutzten die von ihnen angewandte Methode und auch ihre Apparate, d. h. ein Bolometer, welches durch eine Schlitzscheibe kurzzeitig der Strahlung des Bogens ausgesetzt und dessen Erwärmung oszillographisch in einer Brückenschaltung mit Verstärker aufgezeichnet wurde (Bild 4, Schleife 5). Die Belichtung des Bolometers durch die Schlitzscheibe erfolgte im Scheitelwert der Stromhalbwelle. Die Zeit, während der die Scheibe den Lichtweg zum Bolometer freigab, betrug etwa 10^{-3} s. Als Fenster in der Lichtbogenkammer verwendeten wir Flußspat von 5 mm Dicke und 3 mm Breite, welches die Strahlung in dem ganzen beim Lichtbogen zu erwartenden Spektralbereich ohne größere Absorption durchläßt. Wenige Millimeter vor dem Bolometerbändchen war eine Blende angebracht, welche das Bolometerbändchen teilweise abdeckte. Diese Blende war 1 mm breit, so daß die von dem Lichtbogenstück zwischen den Düsen ausgehende Strahlung nur durch diese Blende und nicht durch den Rahmen des Flußspatfensters begrenzt wurde, der 2 mm lichte Weite hatte. Die Ausrichtung des Bolometers erfolgte unter gleichzeitiger Beobachtung durch die dem Flußspatfenster gegenüberliegende Öffnung der Lichtbogenkammer (vgl. Bild 1).

Die Eichung des Bolometers erfolgte, wie bei R. Holm und A. Lotz, mit einer Spezialbogenlampe, deren Kratertemperatur und -durchmesser gemessen wurden. Die geometrische Anordnung war die gleiche wie bei der Messung selbst. Die Belichtungszeit wurde außer durch die Schlitzscheibe auch noch durch einen Compurverschluß begrenzt, welcher für die Dauer einer Umdrehung der Schlitzscheibe (0,02 s) den Lichtweg freigab. Dies war notwendig, weil der Bogen, wie oben ausgeführt, nur eine Halbwelle brannte, während die Vergleichsbogenlampe längere Zeit brannte, also eine Dauererwärmung des Bolometerbändchens hervorgerufen haben würde. Die von dem Krater der Bogenlampe ausgehende Strahlung wurde aus Temperatur und Durchmesser unter Zugrundelegung eines Grauheitsfaktors $g = 0,85$ berechnet. Unter der auch von R. Holm und A. Lotz gemachten Annahme, daß die Bogen-

¹⁾ R. Holm u. A. Lotz: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XIII**, 2 (1934) S. 87.

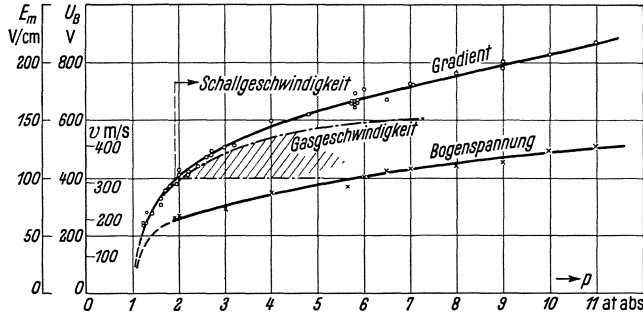


Bild 11. Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten vom Druck. Luft, $I = 1000 \text{ A}$, $a = 2 \cdot \cdot 2,5 \text{ mm}$, $2r = 5 \cdot \cdot 6 \text{ mm}$, Bogenlänge 40 mm , Schallgeschwindigkeit bei $p \cong 2 \text{ at}$.

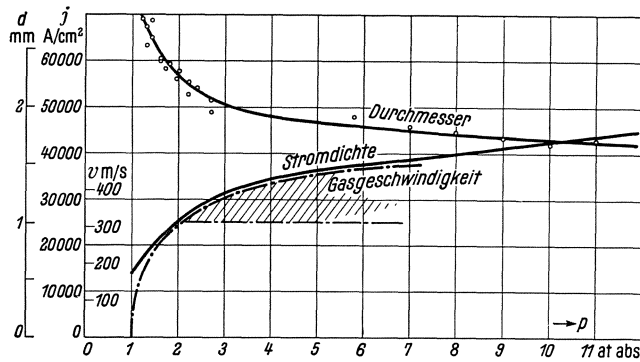


Bild 12. Abhängigkeit des Durchmessers und der Stromdichte vom Druck. Luft, $I = 1000 \text{ A}$, $a = 2 \text{ mm}$, $2r = 5 \cdot \cdot 6 \text{ mm}$, $p_2 = 1 \text{ at}$ für $p_1 < 6 \text{ at}$, $p_2 \approx 0,5 p_1$ für $p_1 > 6 \text{ at}$.

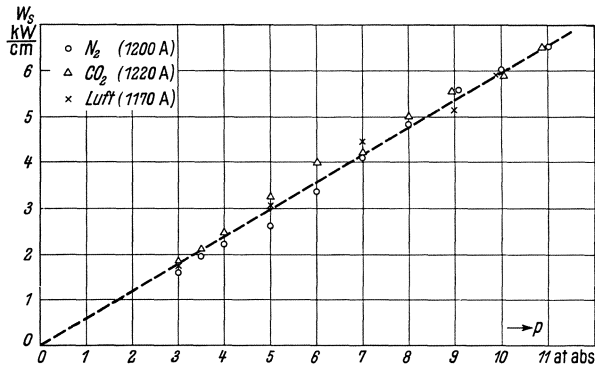


Bild 13. Abhängigkeit der Gesamtstrahlung vom Druck. $I = 1170 \cdot \cdot 1220 \text{ A}$, $a = 2 \text{ mm}$, $2r = 4 \text{ mm}$, $p_2 \approx 0,5 p_1$ (Schallgeschwindigkeit).

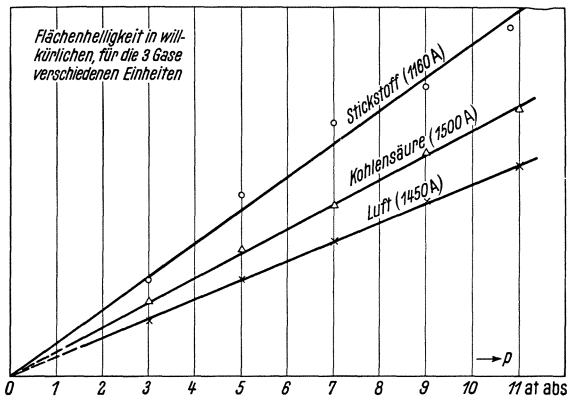


Bild 14. Abhängigkeit der Flächenhelligkeit vom Druck. $I = 1160 \cdot \cdot 1500 \text{ A}$, $a = 2 \cdot \cdot 2,5 \text{ mm}$, $2r = 4 \cdot \cdot 5 \text{ mm}$, $p_2 \approx 0,5 p_1$ (Schallgeschwindigkeit).

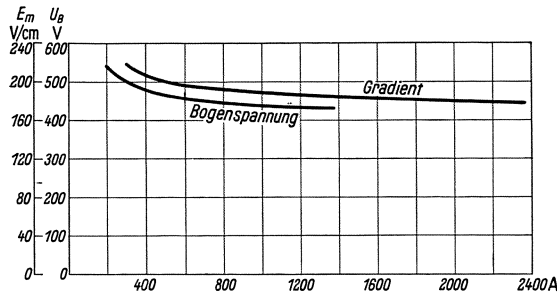


Bild 15. Abhängigkeit der Bogenspannung und des Gradienten vom Strom. Luft, Bogenlänge = 40 mm, $a = 2$ mm, $2r = 5$ mm, $p = 8$ at, $p_2 \approx 0,5 p_1$ (Schallgeschwindigkeit).

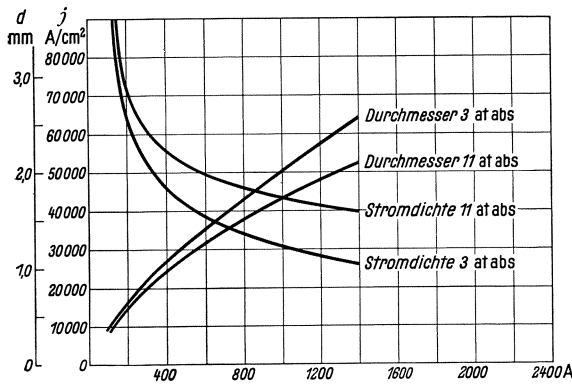


Bild 16. Abhängigkeit des Durchmessers und der Stromdichte vom Strom. Luft, $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 3$ bzw. 11 at, $p_2 = 1$ at (Schallgeschwindigkeit).

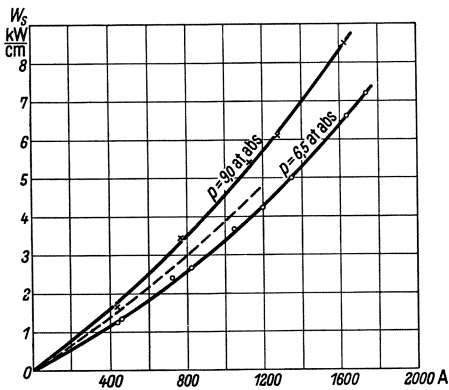


Bild 17. Abhängigkeit der Gesamtstrahlung vom Strom. Luft, $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 9$ bzw. 6,5 at, $p_2 \approx 0,5 p_1$ (Schallgeschwindigkeit).

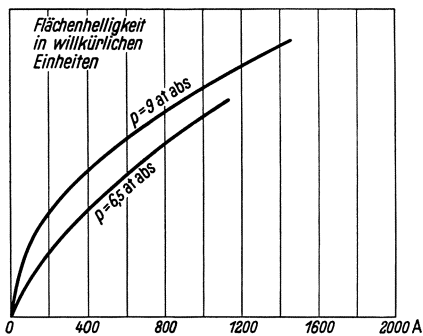


Bild 18. Abhängigkeit der Flächenhelligkeit vom Strom. Luft, $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 9$ bzw. 6,5 at, $p_2 \approx 0,5 p_1$ (Schallgeschwindigkeit).

säule nach allen Richtungen gleich stark strahlt, errechnet sich die je Zentimeter Bogensäule und Sekunde ausgestrahlte Energie zu:

$$W_S = \frac{1}{a} 4\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 T^4 \cdot \sigma \cdot g \cdot \frac{l_1^2}{l_2^2} \cdot \frac{o_1}{o_2}. \quad (4)$$

σ = Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes = $5,70 \cdot 10^{-12}$ W/cm² grad⁴.

l_1 = Abstand des Bolometers von der Strahlungsquelle bei der Messung.

l_2 = Abstand des Bolometers von der Strahlungsquelle bei der Eichung ($l_2 \approx l_1$).

o_1 = Ausschlag der Oszillographenschleife bei der Messung.

o_2 = Ausschlag der Oszillographenschleife bei der Eichung.

a = Düsenabstand in cm.

D = Durchmesser des Kraters in cm.

T = Temperatur des Kraters in °K.

g = Graueitsfaktor = 0,85.

R. Holm und A. Lotz untersuchten in freier Luft brennende Bögen, welche bekanntlich Metalldampf aus den Elektroden enthalten. Bei unseren Bögen verhinderte die Gasströmung das Eindringen von Metalldampf in die Bogensäule (vgl. hierzu auch den Abschnitt „Spektralaufnahmen“). Die Strahlung der Bogensäule entstammte ausschließlich dem von außen zugeführten Gas, daher streuten die Messungen wenig.

Meßergebnisse (Bild 13 und 17). Bild 13 zeigt den Anstieg der Gesamtstrahlung mit dem Druck. Die Strahlungsleistung stieg etwa linear mit dem Druck an und stimmte für die untersuchten Gase Stickstoff, Kohlensäure und Luft innerhalb der Meßgenauigkeit im Absolutwert auffallend überein.

Bild 17 zeigt die Gesamtstrahlung von Luftbögen abhängig von der Stromstärke bei einem Druck von 6,5 und 9,0 at. Für jeden Meßpunkt war ein besonderer Versuch notwendig. Man sieht, daß die Gesamtstrahlung stärker als linear mit der Stromstärke anstieg, während infolge der mit dem Strom etwas absinkenden Bogen-spannung (Bild 15) die Gesamtleistung des Bogens etwas weniger als linear mit dem Strom anstieg. Der Prozentsatz der Strahlung nahm daher mit wachsender Stromstärke etwas zu. Bei einem Bogen von 1000 A und einem Druck von 9 at betrug nach Bild 15 der mittlere Gradient zwischen den beiden Sonden 190 V/cm, die zugeführte Leistung also 190 kW/cm. Die Strahlungsleistung war nach Bild 17 etwa 4,6 kW/cm, betrug also nur 2,4% der zugeführten Leistung. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß die Strahlung aus einem Stück der Bogensäule von 2 mm Länge ermittelt wurde, während der Gradient aus einem Stück von 8 mm Länge ermittelt wurde.

5. Spektralaufnahmen. (Bild 19 und 20.)

Gelegentlich wurde an die Stelle, an der sonst die Kamera für Momentaufnahmen oder das Bolometer stand, ein Spektrograph gestellt. Eine Schlitzscheibe, die von einem Synchronmotor angetrieben wurde, gab den Lichtweg für 10^{-3} s während des Maximums der Stromhalbwellen frei. Es wurde ein Steinheil-Dreiprismen-Glasspektrograph verwendet. Die Achse des Lichtbogens stand senkrecht zum Spalt des Spektrographen, so daß man in jeder Spektrallinie ein Bild des Lichtbogendurchmessers erhielt.



Bild 19. Spektralaufnahme eines Luftbogens im sichtbaren Gebiet. $I = 900$ A, $p = 4$ at, $d = 1,9$ mm, $E_m = 150$ V/cm.

Bild 19 zeigt eine Spektralaufnahme von einem Luftbogen von 900 A bei einem Druck von 4 at. Die Hauptintensität lag, wie die Auswertung ergab, hier in den

Funkenlinien des Stickstoffs. Daneben traten Bogenlinien des Stickstoffs sowie Bogen- und Funkenlinien des Sauerstoffs auf. Metalllinien waren nicht vorhanden. Ob ein kontinuierlicher Untergrund vorhanden war, ließ sich nicht mit Sicherheit entscheiden. Unzweifelhaft lag die Hauptintensität in den angegebenen Linien, die zum Teil stark verbreitert waren.

Bild 20 zeigt die Aufnahme eines Bogens in Wasserdampf¹⁾, die an einer älteren Lichtbogenanordnung gemacht wurde, bei der noch Kupferdampf aus den Elektroden in der Lichtbogensäule enthalten war. Von dieser Spektralaufnahme sind in Bild 20 zwei Photometerkurven mit eingezeichnet, die mit einem Mikrophotometer von Zeiss aufgenommen wurden. Bei der oberen Kurve wurde durch den Kern des Bogens photometriert, bei der unteren durch die Hülle. Neben den Bogenlinien des Kupfers

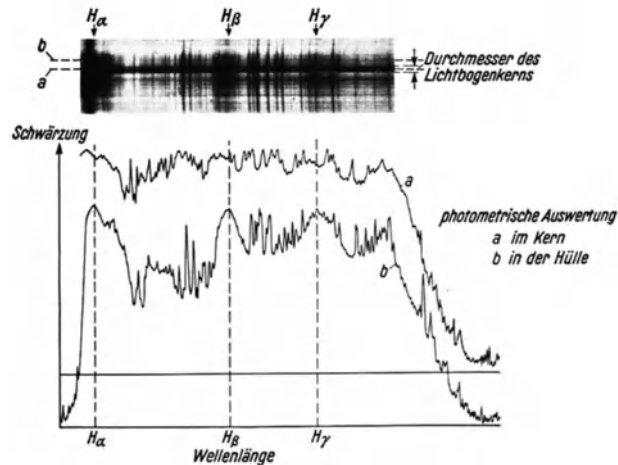


Bild 20. Spektralaufnahme eines Bogens in Wasserdampf im sichtbaren Gebiet (ältere Versuchsanordnung). $I = 2000$ A, $d \approx 2$ mm, $p \approx 3$ at, $E \approx 200$ V/cm.

traten sehr intensiv und stark verbreitert die Linien der Balmerreihe auf. Im Kern des Bogens ist diese Verbreiterung der Balmerlinien so stark, daß sie ein zusammenhängendes Kontinuum mit nur geringen Intensitätsschwankungen bilden²⁾.

6. Flächenhelligkeit.

Meßverfahren (Bild 20). Neben der Gesamtstrahlung und ihrer spektralen Zusammensetzung interessierte auch die Flächenhelligkeit, und zwar ihr Verlauf senkrecht zur Lichtbogenachse und ihre Abhängigkeit von Stromstärke, Gasdruck und Gasart. Um den gesamten photographisch wirksamen Spektralbereich zu erfassen, ersetzten wir die bisher verwendete Glasoptik durch eine Lochblende von 0,5 mm Durchmesser und verwendeten für die photometrische Auswertung an Stelle des bisherigen Oszillographenpapiers photographische Filme (Agfa Photo-technischer Film B von 12 cm Breite). Die Abbildung mit Hilfe der Lochblende war naturgemäß unscharf, zumal das abzubildende Objekt, der Lichtbogen, selbst nur einige Male größer war als die Öffnung der Lochblende. Wie man aber leicht sieht, wirkt sich diese Unschärfe sehr wenig auf die Intensität in der Mitte des Lichtbogenbildes aus und bewirkt nur eine Unschärfe der Ränder. Für die Untersuchung der Abhängigkeit der Flächenhelligkeit von Stromstärke, Gasdruck und Gasart wurde nur die Mitte der Lichtbogenbilder ausgewertet, hier konnte also die Unschärfe der Abbildung durch die Lochblende in Kauf genommen werden. Handelte es sich aber darum, den Verlauf der Flächenhelligkeit senkrecht zur Mittellinie des Lichtbogenbildes zu ermitteln, so war die Abbildung durch die Lochblende

¹⁾ Diese Aufnahme wurde bereits veröffentlicht in: F. Kesselring: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 92.

²⁾ Auch H. Gerdien u. A. Lotz beobachteten eine starke Verbreiterung der Balmerlinien im Wasserdampfbogen, die jedoch „nur“ $100 \cdot \cdot \cdot 200$ Å betrug, so daß noch kein Übergang in ein Kontinuum auftrat.

nicht scharf genug, wir mußten zur Glasoptik zurückkehren und die Beschränkung auf den von Glas durchgelassenen Spektralbereich in Kauf nehmen.

Um auf ein und denselben Filmstreifen gleichzeitig mehrere Aufnahmen und außerdem auch Schwärzungsmarken für die Eichung zu bekommen, wurde die rotierende Trommel mit nur 750 U/min, und zwar von einem Synchronmotor, über eine verstellbare Kupplung angetrieben. Das Kommando zur Zündung des Stromrichters und damit zur Einleitung des Lichtbogens wurde durch einen Schleifkontakt auf der Welle des Synchronmotors gegeben, so daß in zwei Reihen je 5 Aufnahmen in geordneter Reihenfolge auf einen Film gemacht werden konnten (vgl. Bild 21a).

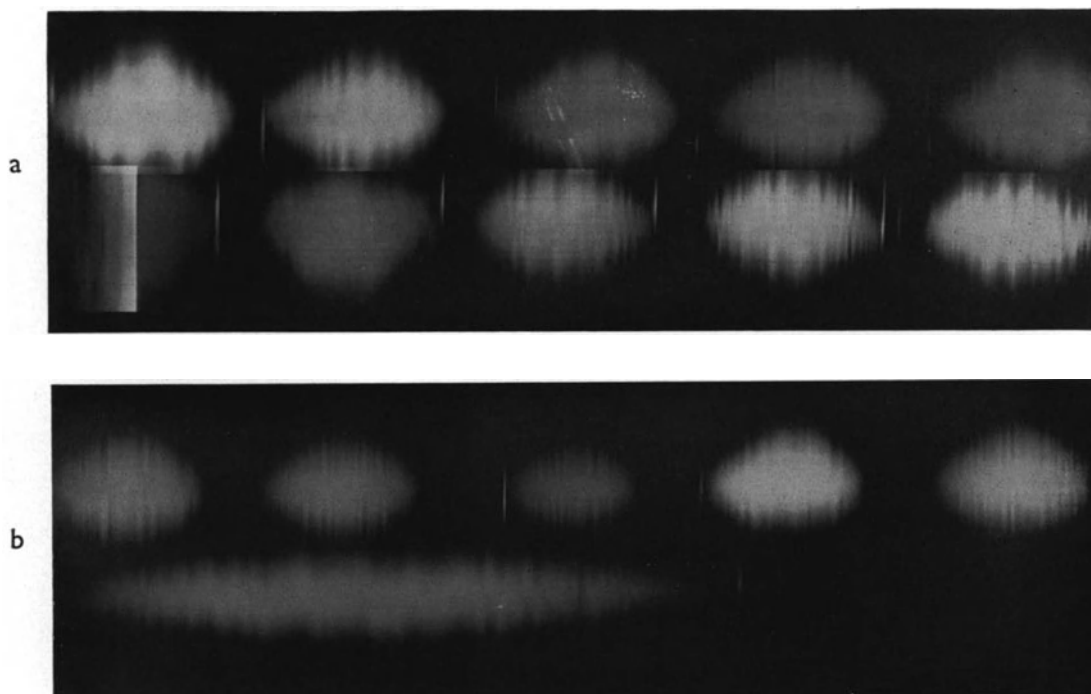


Bild 21. Aufnahmen zur photometrischen Ermittlung der Flächenhelligkeit
 a) als Funktion des Druckes; obere Reihe: Spaltbreite verändert (Eichung), untere Reihe: Druck verändert (Messung),
 b) als Funktion der Stromstärke; obere Reihe: Spaltbreite verändert (Eichung), untere Reihe: Strom sinusförmig nach Oszillogramm (Messung).

Die Schwärzungsmarken wurden in der Weise gewonnen, daß ein Bogen bestimmter Stromstärke bei bestimmtem Druck fünfmal nacheinander auf fünf verschiedene Stellen des Films photographiert wurde, wobei die Breite des Spaltes in der Filmtrommel von 0,2 bis 2,0 mm verändert wurde. Durch die Spaltbreite wird die Belichtungszeit (nicht die Intensität!) verändert, eine Berücksichtigung der Schwarzschildschen Konstanten war jedoch bei der hier erreichbaren Genauigkeit nicht notwendig. Von den 5 Lichtbogaufnahmen, die als Schwärzungsmarken dienten, wurde die Stelle größter Intensität, d. h. das Maximum der Halbwelle und die Mitte des Lichtbogenbildes, ausgewertet. Wenn die Stromstärke bei den 5 Vergleichsaufnahmen nicht vollkommen gleich war, wurde die Flächenhelligkeit nach dem unten angegebenen Gesetz über die Abhängigkeit der Flächenhelligkeit von der Stromstärke auf einen mittleren Stromstärkewert umgerechnet.

Für die Untersuchung der Druckabhängigkeit wurden 5 weitere Aufnahmen auf denselben Film gemacht, bei denen jetzt alles außer dem Gasdruck konstant gehalten wurde (vgl. Bild 21 a). Für die Untersuchung der Stromabhängigkeit wurde nur eine weitere Aufnahme auf denselben Film gemacht, aber mit viermal größerer Umlaufgeschwindigkeit (vgl. Bild 21 b). Diese Aufnahme wurde dann an verschiedenen Punkten der Halbwelle ausgewertet, und der dazugehörige Stromwert aus dem Oszillogramm entnommen. Für die Untersuchung des Verlaufs der Flächenhelligkeit senkrecht zur Mittellinie des Lichtbogenbildes wurden die gleichen Aufnahmen wie für die Untersuchung der Stromabhängigkeit gemacht, jedoch wie schon oben gesagt, mit Glasoptik. Die Ausmessung der Schwärzungsintensität erfolgte mit einem Densographen nach E. Goldberg oder mit einem Zeisschen Mikrophotometer.

Meßergebnisse (Bild 14 und 18). In Bild 14 ist die Flächenhelligkeit bei konstanter Stromstärke abhängig vom Druck aufgetragen. Der Ordinatenmaßstab ist willkürlich und für die drei Gase verschieden. Man sieht aber, daß für alle drei Gase die Flächenhelligkeit innerhalb der Meßgenauigkeit linear mit dem Druck zunahm.

Bild 18 zeigt die Flächenhelligkeit F als Funktion der Stromstärke bei konstantem Druck. Auch hier ist der Ordinatenmaßstab willkürlich und für die beiden Kurven verschieden. Der Verlauf der Kurven läßt sich durch eine Gleichung annähern:

$$F = \text{konst. } I^\varepsilon, \quad (5)$$

wobei der Exponent ε vom Gasdruck abhing, und zwar war $\varepsilon \approx 0,7$ bei $p = 6,5$ at und $\varepsilon \approx 0,5$ bei $p = 9,0$ at.

In Bild 22 ist in Kurve $F(x)$ für einen Bogen von 1250 A in Stickstoff bei $p = 11$ at der Verlauf der Flächenhelligkeit senkrecht zur Mittellinie des Lichtbogenbildes aufgetragen. Wir werden diese Messung in II zur Beurteilung der Frage heranziehen, ob eine Reabsorption von Strahlung im Innern des Bogens stattfindet.

7. Emissionsdichte, Spektrum und Bogendurchmesser. (Bild 22.)

Die Strahlung, deren Flächenhelligkeit man im Abstand x von der Mitte des Lichtbogenebildes mißt, entstammt den verschiedensten Schichten des Bogenplasmas. Bezeichnet man mit $J(r)$ die Emissionsdichte, d. h. die Strahlung, die eine Volumeneinheit des Plasmas aussendet, und die natürlich vom Abstand r von der Lichtbogenachse abhängt, so gilt die Gleichung

$$F(x) = \text{konst.} \cdot 2 \int_x^\infty J(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}. \quad (6)$$

In dieser Gleichung ist x eine lineare Koordinate, die auf der Lichtbogaufnahme den Abstand von der Bildmitte mißt, während r eine Polarkoordinate ist, die den radialen Abstand von der Lichtbogenachse mißt. Die Gleichung gilt nur unter der Voraussetzung, daß keine Reabsorption im Innern des Bogens stattfindet. Diese Voraussetzung ist aber, wie wir in II zeigen werden, wahrscheinlich erfüllt. Aus Gl. (6) läßt sich $J(r)$ berechnen¹⁾. Wir haben in Bild 22 in Kurve $J(r)$ das Ergebnis dieser Berechnung für den bestimmten Fall eines Stickstoffbogens von 1250 A bei

¹⁾ Bezüglich der Einzelheiten der Berechnung vgl. W. Elenbaas: Physika **1** (1934) S. 373, besonders S. 380.

11 at eingetragen. An ein Gebiet nahezu konstanter Emissionsdichte schließt sich ein ziemlich steiler Abfall nach außen an.

Die vom Bogen ausgesandte Strahlung setzt sich aus dem Licht der verschiedenen Wellenlängen zusammen. Da es sich, wie wir aus den Spektralaufnahmen gesehen haben, teils um Bogen-, teils um Funkenlinien handelt, so stammt die Strahlung teils von angeregten Atomen, teils von angeregten Ionen. In jeder einzelnen Linie ist die Emissionsdichte proportional der Zahl der angeregten Atome bzw. Ionen je Kubikzentimeter, die sich in dem zu dieser Linie gehörigen Ausgangsniveau befinden. Anregung und Ionisation sind sehr wahrscheinlich thermisch bedingt, d. h. sie haben an jeder Stelle des Bogens diejenigen Werte, die dem thermodynamischen Gleichgewicht bei der dort herrschenden Temperatur entsprechen. Daher werden, wenn wir von der Lichtbogenachse nach außen in radialer Richtung — d. h.

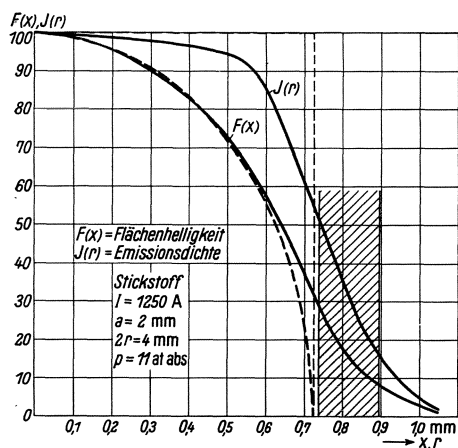


Bild 22. Flächenhelligkeit und Bogendurchmesser. Stickstoff, $I = 1250$ A, $a = 2$ mm, $2r = 4$ mm, $p = 11$ at.

in Richtung abnehmender Temperatur — vorrücken, zunächst die angeregten Ionen verschwinden, weil zu ihrer Erzeugung die größte Energie notwendig ist, dann werden die unangeregten Ionen und damit auch die Elektronen verschwinden und erst zuletzt die angeregten Atome, so daß also an einer Stelle weit außen, woschon keine Elektronen mehr vorhanden sind, doch immer noch Strahlung der angeregten Atome, die nach den Spektralaufnahmen einen nennenswerten Anteil der Gesamtstrahlung ausmache, vorhanden sein muß. Daraus folgt aber, daß die Kurve, die den Verlauf der Elektronendichte als Funktion von r angibt, einen steileren Abfall nach außen haben muß als unsere Emissionskurve. Die Kurve, welche die Stromdichte als Funktion von r angibt, muß wiederum steiler abfallen als die Kurve der Elektronendichte, weil die Stromdichte proportional dem Produkt aus Elektronendichte und Beweglichkeit ist, letztere aber nach außen entsprechend der zunehmenden Gasdichte abnimmt. Da nun schon die Kurve der Emissionsdichte nach außen einen verhältnismäßig steilen Abfall aufweist, so wird die Kurve der Stromdichte erst recht am Umfang des Bogens eine steil abfallende Flanke haben. Das Rechnen mit einem homogenen Lichtbogenquerschnitt von bestimmtem „Durchmesser“ ist aber, wie wir schon erwähnt haben, um so mehr berechtigt, je steiler der Abfall der Stromdichte nach außen ist.

Durch das im vorhergehenden Gesagte ist eine genaue, eindeutige Bestimmung des stromführenden Durchmessers natürlich keineswegs möglich. Wir müßten dazu die Flächenhelligkeit in den einzelnen Linien gemessen haben und aus solchen Messungen, z. B. nach dem Verfahren von H. Hörmann¹⁾ und W. Elenbaas²⁾ den Temperaturverlauf und daraus den Verlauf der Stromdichte ermitteln. Ob aber die Voraussetzungen für dieses Verfahren im Fall unseres Bogens mit seinem außerordentlich hochionisierten Plasma erfüllt sind, ist zweifelhaft. Wir haben uns daher mit der Schätzung des Bogendurchmessers begnügt. Im Falle des Bildes 22 war der in der früher angegebenen Weise geschätzte Durchmesser (einschließlich Saum)

Durch das im vorhergehenden Gesagte ist eine genaue, eindeutige Bestimmung des stromführenden Durchmessers natürlich keineswegs möglich. Wir müßten dazu die Flächenhelligkeit in den einzelnen Linien gemessen haben und aus solchen Messungen, z. B. nach dem Verfahren von H. Hörmann¹⁾ und W. Elenbaas²⁾ den Temperaturverlauf und daraus den Verlauf der Stromdichte ermitteln. Ob aber die Voraussetzungen für dieses Verfahren im Fall unseres Bogens mit seinem außerordentlich hochionisierten Plasma erfüllt sind, ist zweifelhaft. Wir haben uns daher mit der Schätzung des Bogendurchmessers begnügt. Im Falle des Bildes 22 war der in der früher angegebenen Weise geschätzte Durchmesser (einschließlich Saum)

¹⁾ H. Hörmann: Z. Physik **97** (1935) S. 539. ²⁾ Siehe Fußnote 1 auf S. 69.

etwa 1,8 mm ($r \approx 0,9$); er ist in Bild 22 mit eingetragen. Würde man den Saum bei der Schätzung nicht berücksichtigen, so würde sich ein Wert von etwa 1,5 mm ($r \approx 0,74$) ergeben, welcher ebenfalls in Bild 22 angedeutet ist. Man sieht, daß beide Werte so weit im äußeren Teil der Emissionskurve liegen, daß die von uns angegebenen Durchmesser eher zu groß als zu klein sein dürften, daß also die Stromdichten wahrscheinlich noch größer gewesen sind, als unsere Kurven angeben.

Man könnte gegen unsere experimentelle Bestimmung des Lichtbogendurchmessers ferner den Einwand erheben, daß diese Bestimmung, welche ja photographisch mit Glasoptik erfolgte, nur einen Teil — möglicherweise einen kleinen Teil — der Gesamtstrahlung des Bogens verwendete. Wir haben daher, um uns einen groben Überblick zu verschaffen, wie die Intensität der von dem Bogen ausgehenden Strahlung auf die verschiedenen Spektralbereiche verteilt ist, Bolometermessungen ein und desselben Bogens einmal durch ein Flußspatfenster, dann durch ein Quarzfenster und schließlich durch ein Glasfenster ausgeführt. Alle drei Fenster hatten eine Dicke von 5 mm.

Das Intensitätsverhältnis war bei zwei solchen Versuchsreihen 100 : 94 : 78 bzw. 100 : 97 : 81. Man erkennt also, daß rund 80 % der Gesamtstrahlung des Bogens von Glas durchgelassen wird, also in dem Bereich liegt, in dem die photographischen Aufnahmen und auch die Spektralaufnahmen gemacht wurden.

Herrn Direktor Dr. F. Kesselring, der uns die Ausführung der Versuche ermöglichte, und Herrn Obermonteur P. Steffen, der uns bei ihrer Durchführung tatkräftig unterstützte, möchten wir unseren Dank aussprechen.

Zusammenfassung.

Es wurden Lichtbögen großer Stromstärke in schnellströmenden Gasen untersucht, wie sie z. B. in den Leistungsschaltern der Hochspannungstechnik auftreten. Durch besondere Führung der Gasströmung wurde der Metaldampf der Elektroden aus der Bogensäule ferngehalten. Gemessen wurde die Bogenspannung, der Bogen­durchmesser, die Gesamtstrahlung und die Flächenhelligkeit, und zwar in ihrer Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit bis zur Schallgeschwindigkeit, vom Druck bis zu 11 at und von der Stromstärke bis zu einigen tausend Ampere. Es ergaben sich Stromdichten bis zu 50 000 A/cm² und Gradienten bis zu einigen 100 V/cm. Die Gesamtstrahlung erreichte Werte bis zu 8 kW/cm Bogenlänge.

Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff.

Von **Bernhard Kirschstein.**

Mit 4 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemenswerke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 17. März 1937.

Einleitung.

Im Laufe einer Untersuchung über den Elektrodenabbrand in einem Lichtbogen, der in einem Gemisch von Luft und Stickstoff brannte, wurden einige Erscheinungen beobachtet, die Rückschlüsse auf die Vorgänge an der Kathode eines Metallichtbogens zulassen. Über diese Erscheinungen und einige Versuche, die zu ihrer Klärung ausgeführt wurden, wird im weiteren berichtet, und zwar wird der Einfluß des Sauerstoffgehaltes des Gasgemisches, der Stromstärke, des Kathodenmetalls und der Strömungsgeschwindigkeit des Gases behandelt.

Versuchsanordnung.

Um den Lichtbogenansatz an der Kathode so weit als möglich zu stabilisieren, wurde eine Anordnung verwendet, bei der der Bogen in einem axialen Gasstrom brannte, und die Gasströmung so geführt war, daß sie ein Wandern des Bogenansatzes auf der Kathodenoberfläche möglichst verhinderte. Die Anordnung ist in Bild 1 dargestellt. Das auf die Düse zuströmende Gas treibt den Lichtbogenfußpunkt an die Spitze der Kathode. Das Arbeiten in strömendem Gas hat ferner den Vorteil, daß das Gas dauernd erneuert wird und weder durch von außen eindringende Luft, noch durch den Lichtbogen selbst in seiner Zusammensetzung verändert werden kann. Die Düse hatte eine lichte Weite von 11 mm und war von Wasser durchflossen. Die beiden Elektroden waren ebenfalls wassergekühlt und verschiebbar. Der Lichtbogen wurde gezündet, indem die Elektroden zur Berührung gebracht und dann auf den festgelegten Abstand auseinandergezogen wurden. Der einzelne Versuch dauerte je nach Stromstärke, Gaszusammensetzung und Kathodenmetall 5 Minuten bis 3 Stunden. Die Kathode hatte eine abschraubbare Spitze; diese wurde vor jeder Wägung in Alkohol ausgewaschen und dann getrocknet. Kathode war diejenige Elektrode, die von dem Gas zuerst umspült wurde (in Bild 1 die rechte Elektrode). Der Lichtbogen wurde von einem Generator für 400 V Gleichspannung über Vorwiderstände und eine Stabilisierungsdrössel gespeist. Als Kathodenmetall wurde meist handelsübliches Elektrolytkupfer, bei einigen Versuchen auch Feinsilber verwendet. Versuche mit Legierungen von Kupfer mit Lithium bzw. Kalzium sind weiter unten gesondert behandelt.

Das Gas wurde aus Stahlbomben entnommen und über ein Reduzierventil und eine Lochdüse zum Messen der Strömungsgeschwindigkeit dem Bogen zugeführt. Die Druckdifferenz auf beiden Seiten der Meßdüse wurde mit einem einfachen Wasser-
manometer gemessen. Die Düse wurde geeicht, indem eine bestimmte Gasmenge unter Wasser aufgefangen und die dazugehörige Zeit mit der Stoppuhr gemessen wurde. Als Gas wurden Luft und ein Luft-Stickstoffgemisch mit einem mehr oder weniger großen Sauerstoffgehalt verwendet. Das Luft-Stickstoffgemisch lieferten uns die Sauerstoffwerke Borsigwalde mit jedem von uns gewünschten Sauerstoffgehalt,

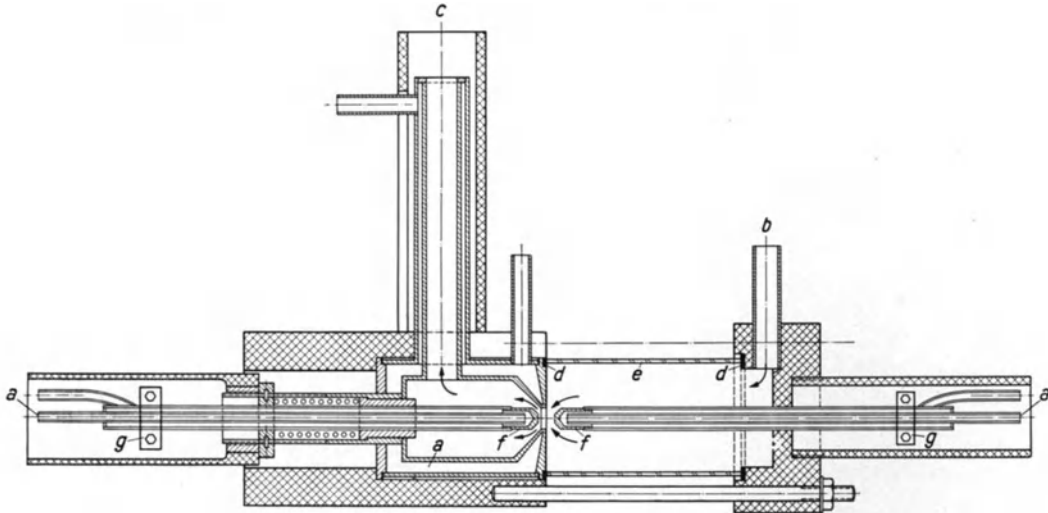


Bild 1. Lichtbogenanordnung.

a Wasserkühlung, b Gaseintritt, c Gasaustritt, d Dichtungsringe aus Asbest, e Glasrohr, f Elektroden, g Stromzuführungen.

zwischen 0,1 und 5%. Die im weiteren angegebenen Werte des Sauerstoffgehaltes sind Analysen entnommen, die von den Sauerstoffwerken Borsigwalde mit jeder Bombe mitgeschickt wurden. Wenn Versuche mit einem Gasgemisch mit höherem Sauerstoffgehalt gemacht wurden, so wurde das Gas dem Lichtbogen aus einer Luft- und einer Luft-Stickstoffbombe gleichzeitig zugeführt. Mit 2 Lochdüsen wurden die Strömungsgeschwindigkeiten der beiden Gase gemessen und aus deren Verhältnis der Sauerstoffgehalt des Gemisches errechnet. Der Lichtbogen brannte stets bei Atmosphärendruck.

Versuchsergebnisse.

Es wurde in erster Linie der Abbrand der Kupferkathode eines Lichtbogens in einem Luft-Stickstoffgemisch in Abhängigkeit von dem Sauerstoffgehalt des Gemisches untersucht. In Bild 2 ist das Ergebnis in einer Kurve dargestellt, dabei ist für den Sauerstoffgehalt ein logarithmischer Maßstab gewählt, um die Messungen bei sehr kleinem Sauerstoffgehalt deutlicher hervortreten zu lassen. Mit abnehmendem Sauerstoffgehalt nimmt der Abbrand stetig ab, und zwar von rund 8 $\mu\text{g}/\text{C}$ bei Luft¹⁾ bis auf 0,3 $\mu\text{g}/\text{C}$ bei 0,20% Sauerstoffgehalt²⁾. Parallel mit dieser Abnahme des

¹⁾ E. Marx gibt in seinem Buch „Lichtbogenstromrichter“ (Berlin 1932, S. 58) Werte über den Abbrand einer Kupferkathode in Luft an. Aus seinen Angaben errechnet sich ein Abbrand von 0,7 $\mu\text{g}/\text{C}$. Bei der von ihm verwendeten Anordnung stand der Bogen nicht ruhig, sondern wurde nach Art eines Stolt-Bogens durch ein Magnetfeld auf einer ringförmigen Fläche im Kreise herumgetrieben.

²⁾ Gelegentlich wurde umgepolt, und dann der Abbrand der Anode gemessen; dieser streut stärker als der Abbrand der Kathode. Eine Abhängigkeit vom Sauerstoffgehalt war nicht festzustellen, der Anodenabbrand war ungefähr gleich dem kleinsten Kathodenabbrand (bei 0,2% Sauerstoffgehalt).

Abbrandes geht eine Änderung im Aussehen der Entladung und der Kathodenoberfläche. Während der Bogen in Luft ziemlich unruhig brennt und deutlich die grüne Farbe der starken Kupferlinien zeigt, wird er mit abnehmendem Sauerstoffgehalt immer ruhiger und steht bei einem Sauerstoffgehalt unter 1% ideal ruhig. Gleichzeitig verschwindet das grüne Leuchten der Kupferlinien mehr und mehr, der Bogen leuchtet nur noch schwach mit bläulich-roter Farbe. Während in Luft die Kathode, nachdem der Bogen einige Zeit gebrannt hat, mit einem schwarzen rußartigen Pelz überzogen ist, verschwindet dieser Überzug mit abnehmendem Sauerstoffgehalt mehr und mehr, und es bleibt zum Schluß nur ein kleiner, runder, blauschwarzer Fleck von Kupferoxyd übrig, der bei einer Stromstärke von 20 A einen Durchmesser von $2 \cdot \cdot \cdot 3$ mm hatte.

Ging man mit dem Sauerstoffgehalt bis auf 0,15% herunter, so trat eine neue Erscheinung auf. Nach einigen Minuten hatte der Lichtbogen die Kathodenoberfläche saubergefegt, diese sah stumpf und rauh aus, als ob sie mit einem Sandstrahlgebläse gereinigt sei. Diese Erscheinung erstreckte sich nicht nur auf die vorderste Spitze der Kathode, sondern auch die Mantelfläche noch $1 \cdot \cdot \cdot 2$ cm hinter der Spitze war in dieser Weise gereinigt. Auf dieser ganzen Fläche lief der Kathodenansatz mit großer Geschwindigkeit unregelmäßig umher. Gleichzeitig trat das grüne Leuchten der Kupferlinien außerordentlich intensiv auf, und der Abbrand stieg sprunghaft auf $10 \cdot \cdot \cdot 20 \mu\text{g}/\text{C}$. Steigerte man, während der Bogen in dieser Weise brannte, den Sauerstoffgehalt ein wenig, z. B. durch Beimischen geringer Mengen eines Gemisches mit 0,5% Sauerstoffgehalt, so schlug der Bogen nahezu momentan um, auf der

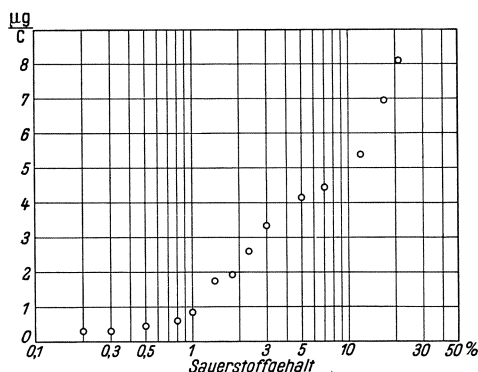


Bild 2. Abbrand einer Kupferkathode in einem Luft-Stickstoffgemisch in Abhängigkeit von dem Sauerstoffgehalt des Gemisches. $I = 20$ A.

sauberen Oberfläche bildete sich an der vordersten Spitze ein kleiner kreisrunder Oxydfleck¹⁾, der Bogen brannte ruhig und das grüne Leuchten verschwand wieder. Sperrte man dann die Beimischung wieder ab, so dauerte es einige Minuten, bis der Lichtbogen die Oberfläche wieder gereinigt hatte und seine unruhige Wanderung wieder begann. Alle Versuche, durch langsame Änderung des Sauerstoffgehaltes einen stetigen Übergang von der einen Entladungsform zur anderen zu erzeugen, schlugen fehl.

Bei dem unruhig brennenden Bogen schwankte auch die Bogenspannung stark und lag im Mittel um rund 10 V höher als bei dem ruhig brennenden Bogen. Um festzustellen, ob diese Zunahme lediglich der größeren Länge der Säule oder einer Zunahme des Kathodenfalls zuzuschreiben sei, wurde die Summe von Kathoden- und Anodenfall oszillographisch als letzte beim Zusammenschieben der Elektroden auftretende Bogenspannung gemessen. Obleich diese Messungen bei dem unruhig brennenden Bogen stark streuten, konnte doch festgestellt werden, daß die Summe

¹⁾ Für die Dicke der Oxydschicht kann man eine obere Grenze abschätzen, indem man ansetzt, daß aller Sauerstoff für die Ausbildung der Oxydschicht herangezogen wird, welcher in der Zeit durch den Lichtbogenraum hindurchströmt, die zur Ausbildung der Oxydschicht erforderlich ist. So ergab sich ein Wert von 10^{-2} cm. Die Oxydschicht haftete sehr fest auf dem Kupfer und war auch durch kräftiges Reiben mit Watte nicht zu entfernen.

von Kathoden- und Anodenfall bei dem Übergang von der ruhigen Form in die unruhige von 12 ··· 13 V auf 13 ··· 18 V anstieg.

Die ganze Art dieser Erscheinung läßt vermuten, daß eine Mindestmenge von Sauerstoff notwendig ist, um den Oxydfleck aufrecht zu erhalten, und daß der Lichtbogen denselben dauernd abbaut. Es findet eine Art Wettlauf zwischen der Neubildung der Oxydschicht durch zutretenden Sauerstoff und dem Abbau durch den Lichtbogen statt. Auch in der unruhig brennenden Form setzt der Lichtbogenfußpunkt vermutlich nicht unmittelbar an der reinen Metalloberfläche an, sondern auf einer Oxydschicht. Weil diese aber schneller zerstört als neu gebildet wird, so muß der Fußpunkt immer wieder neue oxydierte Stellen aufsuchen. Die Wanderungsgeschwindigkeit ist bedingt durch die Geschwindigkeit, mit der er die vorgefundene Oxydschicht zerstört, und die Größe der Fläche, die er im Laufe seiner unruhigen Wanderung überstreicht, ist gerade so groß, daß er immer eine inzwischen neu oxydierte Stelle vorfindet. Daß sich der Mechanismus der Loslösung von Elektronen aus der Kathode nicht wesentlich ändert, wenn der Lichtbogen von der ruhigen Form in die unruhige übergeht, wird durch die Beobachtung bestätigt, daß keine wesentliche Änderung des Kathodenfalls eintritt.

Sowohl bei dem ruhig mit Oxydfleck, als auch bei dem unruhig auf der sauberen Oberfläche brennenden Bogen zeigte die Kathode weder Schmelzperlen noch einen anderen Hinweis, daß im Kathodenfußpunkt eine Temperatur auftrat, wie sie für eine Verdampfung des Kupfers oder für eine Zersetzung der Oxydschicht oder gar für eine thermische Emission erforderlich wäre. Wir nehmen nicht an, daß der Abbrand der Kathode oder die Zerstörung der Oxydschicht als ein thermischer Vorgang anzusehen sind, vielmehr schreiben wir beide dem Aufprall der positiven Ionen zu, welche auf die Kathode mit der Geschwindigkeit auftreffen, die sie im Kathodenfall erlangt haben. R. Holm und F. Güldenpfennig¹⁾ haben schon darauf hingewiesen, daß die Proportionalität zwischen Abbrand und Stromstärke (bzw. Elektrizitätsmenge) mit der Vorstellung einer thermischen Verdampfung kaum vereinbar ist, vielmehr auf einen Vorgang ähnlich der Kathodenzerstäubung in der Glimmentladung hinweist.

Ob bei der Neubildung der Oxydschicht eine mäßige Temperaturerhöhung (um mehrere 100°) mitwirkt, müssen wir offen lassen. Über die Dicke der Oxydschicht läßt sich nur sagen, daß diese bei dem ruhig brennenden Bogen deutlich sichtbar war, und daß bei dem unruhig brennenden Bogen eine Spur des Kathodenfußpunktes, die sich von der umgebenden sauberen Oberfläche unterschieden hätte, nicht zu erkennen war.

Aus unserer Vorstellung von einem Wettlauf zwischen Neubildung und Zerstörung der Oxydschicht ergeben sich einige Folgerungen, die sich durch Versuch prüfen lassen:

1. Verwendet man statt des Kupfers ein edleres Metall, z. B. Silber, so sollte wegen der geringeren Affinität des Silbers zum Sauerstoff ein größerer Sauerstoffgehalt notwendig sein, um das Rennen zugunsten des Oxydfleckes zu entscheiden. Tatsächlich war bei Silber ein Sauerstoffgehalt von mindestens 1,4% notwendig, um ein ruhiges Brennen des Bogens mit Oxydfleck zu erzwingen. Der Abbrand nimmt bei Silber ebenso wie bei Kupfer von dem Minimum an, das bei Silber bei 1,4% Sauerstoffgehalt liegt, mit steigendem Sauerstoffgehalt zu, allerdings sehr viel langsamer als bei

¹⁾ R. Holm und F. Güldenpfennig: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIV**, 3 (1935) S. 53, besonders § 8 auf S. 62.

Kupfer, so daß in Luft der Abbrand immer noch sehr viel kleiner ist als in einem Luft-Stickstoffgemisch mit weniger als 1,4 % Sauerstoffgehalt. Es ist daher verständlich, daß R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer¹⁾ den Abbrand von Silber in Luft als „besonders niedrig“ bezeichnet haben, weil sie ihn nur mit dem Abbrand in Wasserstoff bzw. Alkohol, d. h. in einem sauerstofffreien Gas verglichen haben.

2. Verwendet man umgekehrt ein Metall, dessen Affinität zum Sauerstoff größer ist als die von Kupfer, so sollte es eines größeren Reinheitsgrades bedürfen, um den Umschlag in die unruhige Form mit sauberer Oberfläche zu erreichen. Es wurden Legierungen von Kupfer mit 0,3 bzw. 0,8 bzw. 2,0 % Lithium und solche mit 0,3

Zahlentafel 1. Kathoden-Abbrand (in $\mu\text{g}/\text{C}$).

Metall \ Gas	$\text{N}_2 + 0,10\% \text{O}_2$	$\text{N}_2 + 0,15\% \text{O}_2$	$\text{N}_2 + 0,20\% \text{O}_2$
Cu	14	13	0,28
Cu + 0,3% Li .	17	16	
Cu + 0,8% Li .	5,6 ²⁾	0,75	0,28
Cu + 2,0% Li .	1,5	0,33	
Cu	14	13	0,28
Cu + 0,3% Ca .	19	14	
Cu + 1,0% Ca .	21	0,42	
Cu + 3,0% Ca .	0,11	0,06	

bzw. 1,0 bzw. 3,0 % Kalzium als Kathodenmetall verwendet. Mit dem reinsten Stickstoff, den wir erhalten konnten, mit 0,10 % Sauerstoffgehalt, ließ sich ein Umschlag in die unruhige Form überhaupt nicht erzwingen, wenn Cu + 2 % Li oder Cu + 3 % Ca als Kathodenmetall verwendet wurden (vgl. Zahlentafel 1). Bei 0,15 % Sauerstoffgehalt zeigten auch Cu + 0,8 % Li und Cu + 1,0 % Ca

den niedrigen Abbrand und die übrigen Kennzeichen des ruhig mit Oxydfleck brennenden Bogens, während bei reinem Kupfer 0,20 % Sauerstoffgehalt erforderlich waren, um die Ausbildung der Oxydschicht zu ermöglichen.

3. Ein stärkerer Lichtbogen wird das Rennen gegen den Sauerstoff früher gewinnen als ein schwächerer. Der Sauerstoffgehalt, bei dem der Umschlag erfolgt, sollte von der Stromstärke abhängen, und zwar sollte er sich mit steigender Stromstärke nach größerem Sauerstoffgehalt verschieben. Tatsächlich war bei einem Bogen von 30 A ein Sauerstoffgehalt von 0,20 % nicht mehr ausreichend, um den Oxydfleck aufrechtzuerhalten, und ein Bogen von 5 A konnte den Oxydfleck selbst bei 0,10 % Sauerstoffgehalt nicht mehr zerstören. Diese Abhängigkeit von der Stromstärke mußte es möglich machen, den Übergang von der einen Entladungsform zur anderen stetig zu führen. Tatsächlich war dies in gewissen Grenzen möglich. Ging man von der unruhig brennenden Form mit sauberer Oberfläche aus, so nahm mit abnehmender Stromstärke die Fläche, die der Bogen von Oxyd reinigte, immer mehr ab. Sobald die Fläche eine bestimmte Grenze unterschritt, bildete sich plötzlich ein Oxydfleck, und der Bogen ging in die ruhige Form über. Steigerte man nun wieder die Stromstärke, so blieb selbst bei mehrfach größerer Stromstärke der Oxydfleck erhalten, und der Bogen brannte stundenlang in der ruhigen Form, bis plötzlich eine

¹⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig u. R. Störmer: Wiss. Veröff. Siemens-Werk, **XIV**, 1 (1935) S. 30, besonders S. 54 und Tabelle (12b) auf S. 53.

²⁾ Diese Legierungen zeigen ein komplizierteres Verhalten als die reinen Kupferkathoden; es gab Zwischenformen zwischen den beschriebenen Entladungsformen, daher der relativ geringe Abbrand bei Cu + 0,8 % Li in $\text{N}_2 + 0,10\% \text{O}_2$.

Störung des Gleichgewichts eintrat und die Entladung in die unruhige Form umschlug. Diesen Kreislauf konnte man nicht nur mit dem Auge verfolgen, sondern man konnte den Abbrand auch Punkt für Punkt messen, das Ergebnis ist in Bild 3 dargestellt. Der schräg nach links abfallende Ast gehört zu dem unruhig brennenden Bogen, der untere, waagerechte Ast zu dem ruhig brennenden Bogen, die beiden gestrichelten Verbindungsstücke werden nur sprungweise in der durch einen Pfeil angegebenen Richtung durchlaufen. Bei den Meßpunkten, die auf dem schräg abfallenden Ast liegen, wurde der Bogen mit 25 A gezündet, und die Stromstärke erst dann auf den Meßwert eingestellt, wenn der Bogen die Kathodenoberfläche saubergefegt hatte. Bei dem waagerechten Ast wurde der Bogen mit 2 A gezündet, und dann die Stromstärke auf den angegebenen Wert gesteigert. Der Versuch bei 15 A mußte vorzeitig abgebrochen werden, weil der Bogen plötzlich in die unruhige Form umschlug.

Bei den hier behandelten Abbrandversuchen gilt im allgemeinen das Gesetz, daß von R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer¹⁾ an Abhebekontakten schon eingehend geprüft und bestätigt worden ist, daß der Abbrand der durch den Lichtbogen geflossenen Elektrizitätsmenge proportional ist. Bei den in Bild 3 dargestellten Messungen gilt dies, wie man sieht, nur für den waagerechten Ast, der zu dem ruhig brennenden Bogen gehört, während bei dem Ast, der zu dem unruhig brennenden Bogen gehört, der Abbrand je Coulomb mit zunehmender Stromstärke ansteigt. Dies weist darauf hin, daß in diesem Fall mit der Änderung der Stromstärke zugleich eine Änderung der Entladungsform stattfindet.

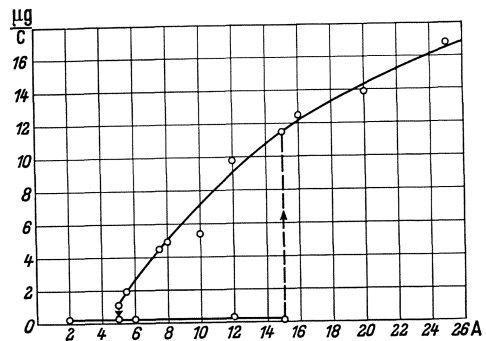


Bild 3. Abbrand einer Kupferkathode in $N_2 + 0,1\% O_2$ in Abhängigkeit von der Stromstärke.

4. Ebenso wie eine Steigerung des Sauerstoffgehaltes bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit, sollte eine Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit bei konstantem Sauerstoffgehalt wirken; das heißt, geht man von der unruhig brennenden Form mit sauberer Oberfläche aus, so sollte man durch Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit und damit der zugeführten Sauerstoffmenge, einen Umschlag in die ruhige Form mit Oxydfleck erreichen können. Von dieser Vorstellung ausgehend, wurde der Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit untersucht. Es trat aber das Gegenteil von dem ein, was wir zunächst erwartet hatten; mit steigender Strömungsgeschwindigkeit, also erhöhter Sauerstoffzufuhr, verschwand der Oxydfleck, und es erfolgte ein Umschlag in die unruhige Form; mit abnehmender Strömungsgeschwindigkeit bildete sich ein Oxydfleck aus, und es erfolgte ein Umschlag in die ruhige Form. Dabei gab es, ähnlich wie bei der Änderung der Stromstärke, ein Gebiet, wo beide Formen existenzfähig waren, je nachdem, ob man von der einen oder von der anderen Form ausging. In Bild 4 ist der Abbrand in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen.

Die Vorstellung, von der wir ausgingen, besagte, daß die Kathodenoberfläche dauernd oxydiert wird, und daß dieses Oxyd durch den Lichtbogenfußpunkt dauernd abgebaut wird. Gleichzeitig zerfällt dabei das Oxyd, weil es unter den hier vorliegen-

¹⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig u. R. Störmer: a. a. O., besonders Bild 6a auf S. 40.

den Bedingungen in gasförmigem Zustand nicht beständig ist. Diese dauernde Neubildung und Zerstörung von Kupferoxyd hat wahrscheinlich zur Folge, daß der Sauerstoffgehalt des Gases in der Nähe der Kathodenoberfläche größer ist als in dem übrigen Gas. Eine Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit würde dann bewirken, daß der Sauerstoffgehalt in der Umgebung der Kathode dem des übrigen Gases angeglichen, d. h. herabgesetzt wird, und könnte dadurch die Zerstörung des Oxydfleckes durch den Lichtbogen erleichtern und einen Umschlag in die unruhige Form bewirken.

Das Auftreten von Zwischenwerten des Abbrandes, wie wir sie in Bild 4 erkennen, beruht vermutlich darauf, daß neben dem Sauerstoff auch der Kupferdampf von der Gasströmung mitgenommen wird. Dem Umschlag in die unruhige Form, welcher

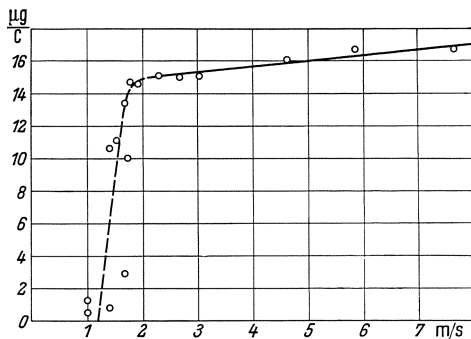


Bild 4. Abbrand einer Kupferkathode in $N_2 + 0,1\% O_2$ in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit des Gases (in der Düse). $I = 20$ A.

durch ein erhöhtes Abströmen des Sauerstoffs hervorgerufen wird, wird ein Ansteigen des Abbrandes durch erhöhtes Abströmen des Kupferdampfes vorausgehen, und umgekehrt wird bei abnehmender Strömungsgeschwindigkeit dem Umschlag in die ruhige Form eine Abnahme des Abbrandes vorausgehen.

Ein Versuch zeigte die Wirkung der Strömungsgeschwindigkeit besonders deutlich: Die meisten Versuche wurden bei einer Stellung der Kathode 4 mm vor der Düsenöffnung gemacht. Bei einem Sauerstoffgehalt von 0,20 % und einer Stromstärke von 20 A brannte der Bogen noch mit Oxydfleck und kleinem Abbrand.

Wurde jetzt die Kathode bis auf 0,5 mm an die Düsenöffnung herangeschoben und dadurch in ein Gebiet großer Strömungsgeschwindigkeit gebracht (vgl. Bild 1), so erfolgte ein Umschlag in die unruhig brennende Form mit großem Abbrand. Dieses Spiel ließ sich in beiden Richtungen beliebig oft wiederholen.

Schluß.

Die von uns in Lichtbögen gemessenen Werte des Abbrandes können wir teilweise vergleichen mit Messungen an Ausschaltkontakten, die R. Holm und F. Güldenpfennig¹⁾ in diesem Heft mitteilen, bzw. mit älteren Messungen von R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer²⁾. In Zahlentafel 2 sind einige Messungen an Kupfer- und Silberkathoden zusammengestellt. Die Werte sind so angeordnet, daß in einer Horizontalreihe die einander entsprechenden Abbrandwerte stehen; die dazugehörigen Werte der Gaszusammensetzung stimmen infolge der Verschiedenheit der Entladungsbedingungen im allgemeinen nicht überein, so war bei R. Holm und F. Güldenpfennig ein Sauerstoffgehalt $<0,1\%$ sowohl bei Kupfer wie auch bei Silber noch ausreichend, um eine Zerstörung der Oxydschicht zu verhindern. Dies ist verständlich, weil bei den Messungen an Ausschaltkontakten der Lichtbogen immer nur kurze Zeit brennt, und dann eine Pause folgt, während der die Kathoden-

¹⁾ R. Holm u. F. Güldenpfennig: Über die Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten, dieses Heft S. 81, besonders Zahlentafel 6a auf S. 91.

²⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig u. R. Störmer: a. a. O., besonders Tabelle (12b) auf S. 53.

oberfläche neu oxydiert werden kann. Ferner arbeiteten R. Holm und F. Güldenpfennig mit kleinerer Stromstärke und in ruhendem Gas, wodurch, wie wir gesehen haben, die Zerstörung des Oxydfleckes ebenfalls erschwert wird. Die Messung

Zahlentafel 2. Kathoden-Abbrand (in $\mu\text{g}/\text{C}$).

An Ausschaltkonstanten		In Lichtbögen	
Metall und Gas	Abbrand	Metall und Gas	Abbrand
Cu in Luft	13 ¹⁾	Cu in Luft	8,1
Cu in N ₂ + < 0,1% O ₂	0,6 ¹⁾	Cu in N ₂ + 0,2% O ₂	0,3
		Cu in N ₂ + 0,1% O ₂	14
Ag in Luft	3 ¹⁾	Ag in Luft	0,80
Ag in N ₂ + < 0,1% O ₂	1,5 ¹⁾	Ag in N ₂ + 1,4% O ₂	0,38
Ag in H ₂	30 ²⁾	Ag in N ₂ + 0,2% O ₂	19

von R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer an einer Silberkathode in Wasserstoff läßt erkennen, daß hier durch die reduzierende Wirkung des Wasserstoffs die Oberfläche so weit von Oxyd befreit ist, daß ein Abbrand auftritt, wie wir ihn an Silber in Stickstoff mit sehr kleinem Sauerstoffgehalt beobachtet haben. Diese Messungen an Ausschaltkontakten zeigen also, wenn man die Messung in Wasserstoff hinzunimmt, den gleichen charakteristischen Verlauf des Abbrandes in Abhängigkeit vom Sauerstoffgehalt, wie wir ihn in Lichtbögen beobachtet haben. Die Übereinstimmung im Absolutwert des Abbrandes war bei der Verschiedenheit der Entladungsbedingungen kaum besser zu erwarten.

Wir haben aus den hier beschriebenen Versuchen die Folgerung gezogen, daß der Kathodenfußpunkt des Lichtbogens stets da ansetzt, wo er eine oxydierte Metalloberfläche vorfindet. Was ist nun zu erwarten, wenn wir den Reinheitsgrad des Stickstoffs immer weiter treiben? ³⁾ Nach unseren Versuchen wird der Lichtbogen mit abnehmendem Sauerstoffgehalt zunächst ein immer größeres Stück der Kathodenoberfläche bei seiner Wanderung überstreichen. Bis zu welcher Grenze der Bogen das fortsetzen wird, wissen wir nicht, doch möchten wir vermuten, daß schließlich ein Umschlag in einen Glimmansatz auf der reinen Metalloberfläche erfolgen wird, unter gleichzeitigem Ansteigen des Kathodenfalls auf den in Glimmentladungen beobachteten Wert von rund 200 V. Einen solchen Umschlag in einen Glimmkathodenansatz mit großem Kathodenfall und geringer Stromdichte an der Kathode beobachtete A. Lotz ⁴⁾ bei einem Eisenbogen, der in Wasserstoff brannte. Der Umschlag erfolgte, nachdem die letzten Oxydreste von der Eisenoberfläche verschwunden waren.

Diese Versuche wurden auf Veranlassung von Herrn Direktor Dr. F. Kesselring im Schaltwerk der Siemens-Schuckertwerke AG ausgeführt.

¹⁾ R. Holm u. F. Güldenpfennig: Dieses Heft S. 81, besonders Zahlentafel 6a auf S. 91.

²⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig u. R. Störmer: a. a. O., besonders Tabelle (12b) auf S. 53.

³⁾ A. v. Engel [Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XVI**, 3 (1935) S. 38] konnte auf Grund einer Energiebilanz an der Kathode zeigen, daß die Ausbildung eines Kathodenfußpunktes hoher Temperatur mit einem Kathodenfall von nur 10 ··· 15 V nur dann möglich ist, wenn die Wärmeableitung nach dem Inneren der Elektrode durch eine wärmeisolierende Oxydschicht weitgehend herabgesetzt ist. Die Ausbildung eines thermischen Kathodenansatzes mit kleinem Kathodenfall auf der nicht oxydierten Oberfläche müssen wir danach für unmöglich halten.

⁴⁾ A. Lotz: Z. techn. Phys. **15** (1934) S. 187.

Zusammenfassung.

Es wird über Versuche berichtet, welche den Kathodenabbrand im Lichtbogen behandeln, und zwar in Abhängigkeit von dem Sauerstoffgehalt der Gasatmosphäre, von dem Kathodenmetall, von der Stromstärke und von der Strömungsgeschwindigkeit des Gases.

Mit abnehmendem Sauerstoffgehalt nimmt der Kathodenabbrand zunächst stetig ab. Bei einem bestimmten Grenzwert des Sauerstoffgehaltes, der von dem Kathodenmetall, der Stromstärke und der Strömungsgeschwindigkeit des Gases abhängt, erfolgt ein Umschlag in eine andere Entladungsform. Der Bogen zerstört den bisher vorhandenen Oxydfleck und läuft dann unruhig auf der gereinigten Oberfläche umher, gleichzeitig nimmt der Abbrand sprunghaft zu. Das Verhalten des Bogens wird verständlich, wenn man annimmt, daß der Kathodenfußpunkt auf einer Oxydschicht ansetzt, die vom Bogen dauernd zerstört und durch zutretenden Sauerstoff dauernd neu gebildet wird.

Die hier gemessenen Abbrandwerte stimmen trotz verschiedener Entladungsbedingungen mit den von R. Holm und Mitarbeitern an Ausschaltkontakten ermittelten überein.

Über die Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten.

Von **Ragnar Holm** und **Friedrich Güldenpfennig**¹⁾.

Mit 9 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 25. Januar 1937.

Inhaltsübersicht.

Kapitel I. Übersicht.

- § 1. Einleitung.
- § 2. Übersicht über frühere Ergebnisse.
- § 3. Übersicht über neue Ergebnisse.
- Kapitel II. Messungen.
- § 4. Meßtechnisches.
- § 5. Prüfung der neuen Formeln für die Stoffwanderung sowie Nachprüfung einiger Werkstoffbeiwerte bei Grobwanderung.
- § 6. Neubestimmung von Werkstoffbeiwerten in verschiedenen ruhenden Gasen.
- § 7. Messungen in strömender Luft.
- § 8. Feinwanderung.

Kapitel III. Über den Löschkreis aus Kapazität mit Vorschaltwiderstand.

- § 9. Die Aufgaben des Löschkreises.
- § 10. Berechnung der Löschkreiskapazität zur Vermeidung eines nachträglichen Durchschlags des Kontaktpaltes.
- § 11. Berechnung der Kapazität und des Vorschaltwiderstandes bei möglichst wenig störender Stoffwanderung.
- § 12. Messungen mit Löschkreisen.
- § 13. Zahlenbeispiel.
- Zusammenfassung.

Kapitel I. Übersicht.

§ 1. Einleitung.

Die Schalttechnik hat in den letzten Jahren immer höhere Anforderungen an die Leistungen der Kontakte gestellt. Dadurch wurde die Aufgabe wichtig, diejenigen Erscheinungen zu untersuchen, welche die Lebensdauer der brauchbaren Kontakte begrenzen. Unter diesen Erscheinungen ist die sogenannte Stoffwanderung eine der wichtigsten. Unter die Bezeichnung Stoffwanderung fällt sowohl die durch den Schaltfunken bedingte Stoffabgabe der Elektroden in die Umgebung als auch die häufige Stoffwanderung von der einen Elektrode zur anderen. In dieser Zeitschrift sind schon 2 Abhandlungen über dieses Thema erschienen²⁾; hieran reiht sich nun die vorliegende. Der Endzweck dieser Arbeiten ist, Regeln anzugeben, nach denen man die Stoffwanderung in praktischen elektrischen Kontakten im voraus berechnen kann. An Hand dieser Regeln soll dann die Wahl des Kontaktstoffes und der Bau des möglicherweise erforderlichen Funkenlöschkreises geschehen können.

¹⁾ Einen Teil der Messungen führte Herr Werkstudent P. Fink aus, dem wir auch an dieser Stelle sehr danken.

²⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer: Die Materialwanderung in elektrischen Abhebekontakten, Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIV**, 1 (1935) S. 30, weiterhin genannt HGS II; R. Holm und F. Güldenpfennig: Die Materialwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten, besonders mit Löschkreis, Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIV**, 3 (1935) S. 53, weiterhin genannt HG I. Die vorliegende Arbeit wird weiterhin mit HG II bezeichnet.

Von solchen Regeln muß verlangt werden, daß sie eine möglichst allgemeine Gültigkeit haben und einfach sind. Die Kontaktstoffe sollen durch eine möglichst kleine Anzahl von Werkstoffbeiwerten dargestellt sein. Diese Forderungen decken sich nicht damit, die betreffenden Erscheinungen auf physikalische Elementarvorgänge zurückzuführen, zumal es sich weitgehend um eine Mittelwertbildung bei gewissen, von einer Einzelschaltung zur anderen stark schwankenden Vorgängen handelt. Es gilt, Formeln und auch Werkstoffbeiwerte anzugeben, welche nach einer solchen Mittelwertbildung erhalten werden.

Nun darf allerdings die Berücksichtigung der Schwankungen nicht zu weit getrieben werden. Ein Beispiel mag diesen Satz erläutern. Oft werden in der Praxis Kontakte so betrieben, daß sie beim Einschalten (gelegentlich auch beim Ausschalten) prellen und also hintereinander eine Anzahl Ein- und Ausschaltungen vornehmen. Dabei überlagern sich Stoffwanderungen, die zum Ein- und Ausschalten gehören. Ihre Anzahl und der zugehörige Strom- bzw. Spannungsverlauf ist im voraus selten berechenbar. Es wäre verfehlt gewesen, wenn wir bei der Suche nach allgemeinen Regeln solche von Fall zu Fall unberechenbaren Erscheinungen, wie das Prellen, mitspielen ließen. Wir haben deshalb das Ein- und Ausschalten streng getrennt. Auf das Prellen wird hier nicht eingegangen. In dem sonstigen Schrifttum kommt bisher kaum eine strenge Schaltungstrennung vor. Man hat praktische Apparate untersuchen wollen und hat sie mit dem ihnen eigenen Prellen arbeiten lassen. Die dabei gemachten Erfahrungen haben natürlich keine derartige allgemeine Gültigkeit, wie wir sie anstreben.

Die Schwankungen, welche bei unseren Versuchen vorkommen, rühren teilweise von der von Schaltung zu Schaltung sich ändernden mikroskopischen Gestalt der Kontaktfläche her, wozu die Veränderungen der Oxyd-, Mohr- und anderer Flecke auf dieser Fläche gehören, die alle für die Dauer des entstehenden Schaltfunktens von Bedeutung sind. Reine Versuche hätten wir hier nur an vor jeder Schaltung blank gemachten Kontaktflächen erhalten¹⁾, die aber in der Praxis überhaupt nicht vorkommen.

Die geschilderten Überlegungen zwangen uns zu reichlicher Verwendung empirischer Formeln. Sogar in der Wahl unserer Werkstoffbeiwerte liegt eine gewisse Willkür. Immerhin zeigen unsere Messungen, daß die gewählten Beiwerte gegenüber den Veränderlichen des Schaltkreises weitgehend konstant sind, und daß sich mit ihrer Hilfe die Anwendung unserer Formeln bewährt. Gegen die umgebende Atmosphäre und auch gegen andere Einflüsse sind aber die meisten dieser Beiwerte durchaus empfindlich. In den früheren Veröffentlichungen haben wir diesem Umstand nur wenig Rechnung getragen; wir begrenzten uns damals auf eine Art normaler Verhältnisse.

Eine Hauptaufgabe unserer jetzigen Mitteilung bildet die Untersuchung der obenerwähnten Einflüsse auf die Werkstoffbeiwerte. Andere Hauptaufgaben sind: Die Erweiterung der Messungen auf neue Kontaktstoffe und eine genauere Untersuchung der Wirkung des gewöhnlichen Löschkreises als vorher.

Nicht behandelt bleibt hier immer noch der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Brenndauer des Bogens und demgemäß auf die Stoffwanderung. Da nun die

¹⁾ Vgl. K. Gaulrapp: Ann. Physik **25** (1936) S. 705. Besonders schlecht übereinstimmend ist die Löschstromstärke des Bogens bei den verschiedenen Messungen. Hiesige, physikalisch streng definierte Messungen werden später erscheinen.

Bogenlöschung mit Hilfe des Magnetfeldes in der Technik der Starkstromschalter weitgehend verwendet wird, so ist auf diesem Gebiet in bezug auf die Stoffwanderung noch viel zu tun.

§ 2. Übersicht über frühere Ergebnisse.

Zusammenstellung einiger Bezeichnungen.

- E = EMK in V.
 C = Kapazität in F.
 $I = E/R$ = Kurzschlußstromstärke des Hauptkreises in A.
 I_m = Rechnungsgröße von der Art einer Mindeststromstärke des kürzesten Bogens in A, siehe Zahlentafel (6a).
 I'_m = Mindeststromstärke im geschlossenen Kontakt, wenn bei dessen Öffnung noch ein Bogen zündet.
 I_s = Rechnungsgröße von der Art einer Löschstromstärke eines gezogenen Bogens in A, vgl. HGS II, § 10.
 I'_s = Wirkliche Löschstromstärke des Bogens.
 I_1, I_b, I_c = Rechnungsgrößen von der Dimension einer Stromstärke, vgl. HG I, § 3.
 U_0 = Kennzeichnende Spannung im Lichtbogen in V, siehe Zahlentafel (6a).
 v = Trennungsgeschwindigkeit der Elektroden in cm/s, während der Funke brennt.
 t = Brenndauer des Funkens in s, gelegentlich in ms.
 s = Funkenlänge bei der Löschung, also $s = v \cdot t$.
 q = Durch einen Kontaktfunken geflossene Elektrizitätsmenge in C.
 $\varphi = 10^3 \cdot \frac{\psi}{E}$ = mittlere axiale Feldstärke im Bogenrumpf in V/cm, wo ψ dem Bilde (10g) in HGS II entnommen wird.
 G = Gewichtsänderung je Kontaktöffnung bzw. Schließung in mg.
 γ = Gewichtsverlust in mg je C.
 δ = Verdampfte Menge in mg je C, vgl. HGS II, § 7.

Die Kennzeichnungen a und k beziehen sich auf Anode und Kathode. Pfeile, \uparrow oder \downarrow , beziehen sich auf Ausschalten bzw. Einschalten. Die meisten Gleichungen sind „Zahlenwertgleichungen“.

Wir sind zu der folgenden Ansicht gekommen¹⁾: Die Stoffwanderungserscheinungen lassen sich in 2 Gruppen einteilen, je nachdem die Elektroden so nahe beieinander sind, daß die primären (vom starken Felde aus der Kathode getriebenen) Elektronen zu einem großen Teil unbehindert die Anode erreichen, oder die Elektroden so weit auseinander sind, daß ein Kathodenfallgebiet und ein normales Plasma ohne schnelle Primärelektronen sich ausbilden kann. Wir denken uns auch eine Zwischenstufe mit Kathodenfallgebiet, aber trotzdem so dünner Plasmaschicht, daß sehr viele Primärelektronen diese unbehindert durchschießen. Zu dieser Entladungsart gehört oftmals der Einschaltfunke. Wir kommen darauf zurück.

Um den ersten Fall („kurzer Funke“ ohne Kathodenfall) etwas näher zu schildern, denken wir uns, daß ein mit Strom belasteter Kontakt gerade auseinandergeht. Die Oberflächen sind stark gestört vor allen Dingen infolge der Erhitzung durch den Kurzschlußstrom im letzten Augenblick der Berührung. Zu dieser Störung trägt auch der Elektronenstrom bei, der von dem jetzt starken Felde (Größenordnung 10^6 V/cm oder mehr) aus der Kathode zur Anode getrieben wird. Infolge dieser Störung sind eine Menge der zur Oberfläche gehörenden Metallatome zu sogenannten positiven Lockerionen geworden. Diese werden vom Felde nach der Kathode gezogen und bauen sich dort im Verlauf der Schaltungen, wenn der Bogen nicht stört, zu einer Spitze auf, der gegenüber in der Anode sich ein Krater ausbildet. Es entsteht also ein Stoffverlust der Anode und eine bekanntlich oft lästige Spitze auf der Kathode²⁾.

Geht nun der Kontakt etwas weiter auseinander, so daß der Kontaktspalt breiter als etwa 10^{-5} bis 10^{-4} cm wird, so verändert die den Spalt füllende Metaldampf- und

¹⁾ Vgl. HGS II, § 3, 7 und 13. Das dort erwähnte Spritzen spielte bei den hier beschriebenen Messungen eine vernachlässigbare Rolle.

²⁾ Vgl. HGS II, § 13.

Luftmenge den Stromvorgang vollständig. Die aus der Kathode austretenden Elektronen gelangen jetzt nicht unbehindert zur Anode, sondern stoßen unterwegs auf Gasmolekeln, die sie ionisieren bzw. anregen. Wenn nun Strom und Spannung ausreichen, so bildet sich durch diese Stoßionisation der Lichtbogen („langer Funke“ mit Kathodenfall) aus. Die Ionisation geschieht vor allen Dingen in dem sogenannten Saumgebiet. Zwischen diesem und der Anode stehen dann reichlich Elektronen zur Verfügung, die diese Gasstrecke zu einem „Plasma“ mit großer Leitfähigkeit umbilden. Vor der Anode wird deshalb das Feld verhältnismäßig schwach, und die Anode wird durch langsame Elektronen bombardiert. Vom Saum zur Kathode laufen gleichzeitig positive Ionen, die viel träger als die Elektronen sind und deswegen unterwegs eine verhältnismäßig große Ladung darstellen. Zwischen dieser und der Kathode entsteht dann der Kathodenfall. Diesem entsprechend wird die Kathode durch die positiven Ionen bombardiert. In der Regel wird so die Verdampfung von der Kathode stärker als die von der Anode weg, d. h. es entsteht eine Stoffwanderung hauptsächlich von der Kathode weg. Wenn der Bogen mit Plasma zustande kommt, so vertilgt er also die auf der Kathode zusammengezogene Spitze und höhlt außerdem meistens die Kathode aus.

Beim Einschalten tritt zuletzt immer einmal der Fall ein, daß die Elektroden so nahe beieinander sind, daß sich zwischen ihnen kein Kathodenfall ausbilden kann. Es werden aber Lockerionen erzeugt, und diese wandern zur Kathode. Der so entstehende Anodenstoffverlust wird noch verstärkt, wenn der obenerwähnte kurze Bogen („kurzer Funke“ mit Kathodenfall) sich eine Zeitlang ausbilden kann, und zwar wird der Anodenverlust nicht am wenigsten dadurch vergrößert, daß ein solcher Bogen manchmal eine so kräftige Verdampfung erzeugt, daß dadurch das Zusammengehen des Kontaktes verzögert wird.

So lange sich kein Bogen entwickelt und nur die beschriebene Wanderung der Lockerionen vorherrscht, sprechen wir von „Feinwanderung“ im Gegensatz zu der „Grobwanderung“ im Bogen. Wir haben die Wirkung des Bogens deshalb mit Grobwanderung bezeichnet, weil sie meistens in stärkerer Form als die Feinwanderung ohne Bogen gemessen wurde.

Für die Grobwanderung (sowohl beim Ein- wie beim Ausschalten) ist ein Werkstoffbeiwert maßgebend, den wir als eine Art Verdampfungswärme des betreffenden Metalls bezeichnen können. Wenn wir diesen Beiwert mit der aus dem Bogen zugeführten Energie multiplizieren, so erhalten wir zunächst die verdampfende Metallmenge, die sich allerdings je nach der Länge des Bogens verschieden auf Kathode und Anode verteilen kann. Angenähert erhalten wir dadurch aber auch nach einer passenden Änderung die sogenannte Stoffwanderung, welche eine Differenz zwischen Verdampfung und Niederschlag an der am meisten verlierenden Elektrode darstellt.

Nun ist die erwähnte Energie proportional zu $U_0 \cdot \int_0^t I \cdot dt$, wo U_0 den Kathodenfall und t die Brenndauer des Bogens bedeuten. Die Stoffwanderung G wird also je Ein- bzw. Ausschaltung $G = \text{const} \cdot U_0 \cdot \int_0^t I \cdot dt$; hierin ist U_0 annähernd eine Konstante von der Größenordnung 15 V, und $\int_0^t I \cdot dt = q$ ist die durch den betreffenden Bogen geflossene Elektrizitätsmenge. Wir können also schreiben:

$$G = \gamma \cdot q, \quad (2a)$$

wo nun γ ein Werkstoffbeiwert ist. Beim Ausschalten verliert hauptsächlich die Kathode, und maßgebend für die Stoffwanderung wird γ_k^\uparrow . Ähnlich wird γ_a^\downarrow für das Einschalten maßgebend.

Ein großer Teil unserer Bemühungen richtete sich darauf, Formeln auszubilden, nach denen man q für einen bestimmten Schaltkreis im voraus berechnen kann.

Wird ein einfacher, aus einer Elektrizitätsquelle mit der elektromotorischen Kraft E und dem induktionsfreien Widerstand R bestehender Kreis ausgeschaltet, so berechnet sich die Lebensdauer t des Bogens und die Größe q in folgender Weise¹⁾: Zuerst berechnet man

$$I_1 = \frac{E - U_0}{R}, \quad \text{dann} \quad x = 1,22 \cdot \frac{I_1 - I_m}{I_m},$$

wo I_m eine gewisse Mindeststromstärke²⁾ des Bogens bedeutet, die man etwa der Zahlentafel (6a) entnimmt. Dann wird mit t in s:

$$t = \frac{(E - U_0) \cdot E \cdot 10^{-3}}{\psi \cdot v \cdot e^x},$$

wo

$$y = \frac{I_s}{I_1 \cdot (1 - e^{-x})}$$

(2b)

ist, I_s meistens gleich 1,8 gesetzt werden kann, und ψ dem Schaubild (10g) in HGS II entnommen wird. Schließlich wird als Größengleichung geschrieben:

$$\frac{q}{C} = 0,5 \cdot \left[\frac{I_1}{A} + 1,8 \right] \cdot \frac{t}{s},$$

wenn

$$I_1 > 1,8 \text{ A}$$

ist, sonst

$$q = I_1 \cdot t.$$

Für die Grobwanderung beim Einschalten gelten die Formeln des § 5 in HGS II, auf deren Wiederholung wir hier aber verzichten³⁾.

Im Falle der Feinwanderung ist die Theorie umständlicher, weil hier keine konstante Spannung eine Hauptrolle spielt. Unsere Versuche zeigen aber, daß man die Formel (2a) beibehalten kann, wenn man nur für q zweckmäßige Rechengrößen q_r verwendet. Für den Ausschaltkontakt bewährt sich die einfache Formel (8a). Bezüglich des Einschaltens verweisen wir im übrigen auf § 5 B in HGS II.

§ 3. Übersicht über neue Ergebnisse.

I. Kathodische und anodische Verluste. Schon in den früheren Arbeiten wurde auf die außerordentliche Empfindlichkeit des Werkstoffbeiwertes γ^\uparrow bei Silber, z. B. gegen die oxydierende Wirkung der Luft, aufmerksam gemacht⁴⁾. Wir vermuten, daß derartige chemische Vorgänge auch für die Umkehrung der Wanderung beim Ausschalten verantwortlich sind, die wir manchmal bei Silber in Luft gemessen haben. Das Mitspielen der normalen anodischen Feinwanderung reicht nämlich hier zur Erklärung nicht aus [vgl. Zahlentafel (5b)]. Demgemäß gibt es veränderliche

¹⁾ Vgl. HG I, § 2.

²⁾ Es verhält sich allerdings nicht so einfach, daß der Bogen immer gezogen werden kann, wenn $I > I_m$ zur Verfügung steht, sondern bei kleinem E muß I unter Umständen bedeutend größer als I_m sein. Im Bild (10a) in HGS II ist I_m durch die gestrichelt eingetragene senkrechte Asymptote gegeben. Im übrigen verweisen wir auf den folgenden § 5.

³⁾ Es sei bemerkt, daß die Verwendung der Größe ϑ in den Formeln (5b), (5e) und (5g) in HGS II als eine vorläufige Maßnahme zu betrachten ist.

⁴⁾ Vgl. HGS II, § 12.

Gebiete, in denen der Silberlichtbogen anodische Verluste zustande bringt. Der Beiwert γ^\uparrow bleibt ungefähr der gleiche in beiden Gebieten. Wenn man also von der Grenze ohne gerichtete Wanderung und überhaupt von der Wanderrichtung des Werkstoffes absieht, so kann man mit einem festen Wert von γ^\uparrow rechnen.

II. Die Veränderung von γ^\uparrow mit der Bogenart. Im Falle von Gold war früher¹⁾ festgestellt worden, daß, wenn man eine Schwankung um den Faktor 2 zuläßt, γ^\uparrow unabhängig davon bleibt, ob der Bogen ein kurzlebiger Schaltbogen oder ein Dauerbogen ist. Spätere Messungen an kurzlebigen Ausschaltbögen brachten hier eine größere Genauigkeit bzw. eine Verbesserung der Meßergebnisse. Für die Edelmetalle Gold²⁾ und Platin³⁾ fanden wir jetzt etwa halb so große γ^\uparrow -Werte, wie am Dauerbogen gemessen waren. Silber und unedle Metalle zeigten sich sehr von der Atmosphäre abhängig (vgl. unter III). Sie ergaben alle mit den kurzlebigen Schaltbögen bedeutend kleinere Werte von γ^\uparrow als nach den früheren Messungen¹⁾. Maßgebend bleiben weiterhin die in Zahlentafel (6a) eingetragenen γ^\uparrow -Werte.

III. Der Einfluß der Atmosphäre und der Temperatur. Wir machten Untersuchungen über den Einfluß von Wasserdampf und Sauerstoff in der Atmosphäre der Kontakte, indem teils verschieden feuchte Luft, teils reiner (über glühendes Kupfer geleiteter und durch flüssige Luft getrockneter) Stickstoff als Atmosphäre verwendet wurde. Die Meßergebnisse bezüglich des Ausschaltens mit Lichtbogenzündung ohne Löschkreis sind in der Zahlentafel (5b) zusammengestellt. Sie zeigen, daß die alten Formeln⁴⁾ im wesentlichen gültig bleiben. Nur die Beiwerte U_0 , I_m , γ^\uparrow und γ^\downarrow ändern sich mit der Atmosphäre. Dagegen ist es nicht notwendig, an den Beiwerten $I_s = 1,8$ sowie ψ und dem Koeffizienten 1,22 in der Formel (2b) eine Änderung vorzunehmen. Im Fall von Kohlekontakten in Stickstoff und bei gewissen Silberlegierungen [vgl. Bemerkung zur Zahlentafel (6b)] mußte jedoch $I_s = 0,8$ verwendet werden.

Die Bedeutung der Luftbewegung wird in § 7 durch Beispiele erläutert, ohne daß wir dafür Berechnungsregeln angeben.

IV. Härtung der Elektroden. Die Härtung der Elektroden durch Kaltbearbeitung bedeutet nach unseren Erfahrungen recht wenig für die Stoffwanderung. Sie kann die Größe γ höchstens um einen Faktor 0,7 beeinflussen [vgl. Formel (8a) in HGS II nebst der zugehörigen Fußnote 3, sowie die Messungen an hartem Silber in der Zahlentafel (8c) hier unten].

V. Einschaltkontakte. Versuche mit Einschaltkontakten (von der in HGS II § 4 und § 5 geschilderten Art) bei kleinem r zeigten (für die Metalle Kupfer und Silber) die Gültigkeit der γ_a^\downarrow -Werte der Zahlentafel (8b) in HGS II auch bei Stickstoffatmosphäre. Es wurde schon früher⁵⁾ gezeigt, daß die Beiwerte auch im Vakuum unverändert bleiben. Die so bewiesene Unabhängigkeit des Beiwertes γ_a^\downarrow von der umgebenden Atmosphäre dürfte wohl bedeuten, daß die betreffenden Funken in Metaldampf brennen, und daß dieser Metaldampf durch den Funken selbst aus dem Kontaktmetall erzeugt wird⁶⁾. Der entwickelte Dampf treibt natürlich das sonst vorhandene Gas zum Teil weg.

Arbeitet man aber mit einem großen r , also mit einem schwachen Funken, so wird die chemische Beeinflussung seitens der Luft nicht mehr verhindert. Wo sie

¹⁾ Vgl. Zahlentafel (12b) in HGS II, deren Angaben hauptsächlich auf Messungen am Dauerbogen beruhen.

²⁾ Vgl. HG I, Ende § 4.

³⁾ Vgl. hier unten Zahlentafel (6a).

⁴⁾ Vgl. HG I.

⁵⁾ Vgl. HGS II, § 6.

⁶⁾ Vgl. HGS II, § 4.

aber, wie bei Silber, stark ist, kann γ^\downarrow beträchtlich schwanken, bei Silber von dem normalen Einschaltwert 0,17 mit starkem Bogen bis zu dem Feinwanderungswert 0,003.

Einige ergänzende Messungen an Gold-Silber-Legierungen seien hier erwähnt, weil über die Stoffwanderung dieser Legierungen unrichtige Vorstellungen herrschen. Wir fanden:

für die Legierung mit	10	40	55	70	Atom-% Au
$\gamma_a^\downarrow =$	0,25	0,35	0,4	0,4	

VI. Ein- und Ausschalten an derselben Kontaktstelle. Die Versuche wurden mit derart bemessenen Haupt- und Löschkreisen ausgeführt [etwa¹⁾ $E = 110$ V, $R = 40$ Ω , $r = 7$ bis 9 Ω , $C = 40$ μ F], daß sowohl beim Aus- wie beim Einschalten Grobwanderung zustande kam. Dabei konnte nicht verhindert werden, daß das Prellen mitspielte; die Brennzeiten wurden deshalb oszillographisch bestimmt. Mäßige Veränderungen der Bedingungen gaben die Möglichkeit, aus den gemessenen Werten der Stoffwanderung die Größen γ_a^\downarrow und γ_k^\uparrow zu berechnen. Es ergab sich für Silber bei 20°C und 40 % relativer Luftfeuchtigkeit etwa $\gamma_a^\downarrow = 0,04$ und $\gamma_k^\uparrow = 0,003$ (bis 0,005). γ_a^\downarrow hat sich gegenüber $\gamma_a^\downarrow = 0,17$ ²⁾ wohl deshalb vermindert, weil der Sauerstoff der Luft mit wirksam gewesen ist, während γ_k^\uparrow sich gegenüber dem Wert 0,003³⁾ gelegentlich etwas vergrößert hat.

Im Falle von Gold behielten die γ -Größen beinahe ihre normalen Werte, nämlich

$$\gamma_a^\downarrow = 0,4 \quad \text{und} \quad \gamma_k^\uparrow = 0,035.$$

Kapitel II. Messungen.

§ 4. Meßtechnisches.

Es kamen 2 Arten von Apparaten, die wir I und II nennen, zur Verwendung. Der leitende Gesichtspunkt des Apparates I, welcher bei der Grobwanderung verwendet wurde, ist in HGS II, § 2, beschrieben und zwar an Hand des dortigen Bildes (2a). Bei Messungen in Stickstoff lief dieser ganze Apparat unter einer Glasglocke G . Die Anordnung wird in nebenstehendem Bilde (4a) veranschaulicht. Die Glocke G trägt oben einen vakuumdicht verkitteten Rohrstutzen, in dem sich das Getriebe R befindet, nämlich der Rotor einer Pantixröhre. Der zugehörige Stator S umfaßt den Glasstutzen.

Untersuchungen mit stark erhöhter oder erniedrigter Temperatur geschahen mit sehr langen Kontaktstäben⁴⁾, welche entweder von einem Ofen umgeben waren oder mit fester Kohlensäure gefüllte Nöpfe trugen. Bei Kühlung liefen die Kontakte in einem trockenen Raum. Die Stabtemperatur in der Nähe der Kontaktstelle wurde jedesmal mit Hilfe eines Thermoelementes gemessen.

Als Apparate der Art II wurden eine Art polarisierte Telegraphenrelais verwendet. Sie wurden durch Stromstöße zum Schalten gebracht, die ihre Richtung 15- bis 20mal in der Sekunde wechselten.

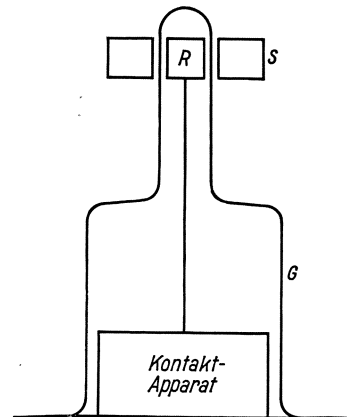


Bild (4a). Anordnung für Kontaktuntersuchungen in N_2 .

¹⁾ Wegen der Bezeichnungen siehe Bild (4b).

²⁾ Vgl. HGS II, Zahlentafel (8b).

³⁾ Vgl. Zahlentafel (6b).

⁴⁾ Vgl. Bild (2a) in HGS II.

Immer besorgte ein besonderer Kontakt den Stromschluß. Er prellte etwas, aber die Zeit, bis der Prüfkontakt nachher den Strom unterbrach, war stets so bemessen, daß inzwischen der Einschaltkontakt völlig zur Ruhe gekommen war.

Zur Bestimmung der Zündspannung U_0 und der Dauer t der Entladung wurden Oszillogramme aufgenommen¹⁾, und zwar mehrere von jedem laufenden Stoffwanderungsversuch, aus denen dann gemittelt wurde. Manchmal wurde eine be-

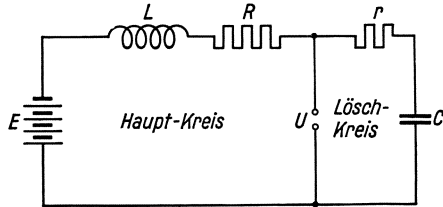


Bild (4b). Schaltplan.

trächtliche regelmäßige Veränderung von t im Verlauf des Versuchs beobachtet. Die dadurch bedingte Unsicherheit in der Bestimmung von t gehört zu den in § 1 erwähnten Unsicherheiten. Die Anzahl der Unterbrechungen bei einer Stoffwanderungsmessung mit den Apparaten der Art I betrug 30000 bis 800000 je nach Bedarf, bei den Apparaten der Art II war sie von der Größenordnung 10^7 . Die Gewichtsveränderungen der Elektroden wurden für unsere Zahlentafeln immer so wie bei den früheren Veröffentlichungen auf 10^5 Unterbrechungen umgerechnet und dann als $10^5 G_a$ bzw. $10^5 G_k$ bezeichnet. Die Bezeichnungen wurden überhaupt in Übereinstimmung mit den früheren Veröffentlichungen gewählt, und zwar entsprechend der Zusammenstellung in § 2 und dem Schaltplan (4b), welcher sich auf einen induktiven Hauptkreis mit Stromunterbrecher bezieht, zu dem ein Löschkreis parallel liegt.

§ 5. Prüfung der neuen Formeln für die Stoffwanderung sowie Nachprüfung einiger Werkstoffbeiwerte bei Grobwanderung.

Der Schaltkreis bestand aus einer Batterie mit der EMK E , dem induktionsfreien Widerstand R , dem Einschaltkontakt und dem für den Fall zu prüfenden Ausschaltkontakt, daß der Kontaktfunke ein gezogener Bogen²⁾ ist.

Eine ausführliche Nachprüfung haben wir nur mit den Metallen Silber, Gold und Platin vorgenommen. Die maßgebenden Messungen sind in den Zahlentafeln (5b) hier unten und (4a) in HG I zusammengestellt. Man sieht daraus, daß die Bogendauer t sich gut aus den angegebenen Formeln unter der Voraussetzung berechnen läßt, daß I_m vom Schaltkreis unabhängig und insofern konstant ist. Von der Atmosphäre und von der Temperatur dagegen ist I_m abhängig.

Messungen, bei denen die Anfangsstromstärke I_1 des Bogens bedeutend größer als I_m ist, sind sehr unempfindlich gegen eine Unsicherheit des Wertes von I_m . Bei solchen Messungen ist in der Zahlentafel (5b) der Wert für I_m in Klammern gesetzt. Diese Messungen prüfen also die Formeln (2b) nur in sonstiger Hinsicht und nicht eigentlich mit Bezug auf die Abhängigkeit von I_m . Eine derartige Prüfung liefert auch die Zahlentafel (11f) in HGS II³⁾.

¹⁾ Ein Oszillogramm der betreffenden Art zeigt Bild (9b) in HGS II.

²⁾ Wir sprechen von einem gezogenen Funken (Bogen), wenn dieser unmittelbar nach der Kontaktöffnung zündet, und zwar bei einer Zündspannung von der Größenordnung der Ionisationsspannung (etwa 12 bis 25 V). Wenn dagegen der Funke bei endlicher Spaltweite des Kontaktes nachträglich, und zwar bei Spannungen von der Größenordnung 100 V zündet, so sprechen wir von einem Durchschlag.

³⁾ In dieser Zahlentafel ist $v = 4$ durch $v = 5$ zu ersetzen. Dadurch wird ein Meßfehler richtiggestellt.

Auch γ^\dagger ergibt sich als praktisch ausreichend konstant (auf etwa 30 %) mit der Einschränkung, daß es in der Koordinatenebene s , I_1 ¹⁾ gewisse Grenzen gibt, an

Zahlentafel (5b).

Nr.	E V	R Ω	v cm/s	t_{beob} ms	t_{ber} ms	I_m A	$10^5 q_{\text{ber}}$ C	$10^5 q_2$ C	Anode $10^5 G$ in mg	Kathode $10^5 G$ in mg	γ_a^\dagger	γ_k^\dagger
Messungen an Ag-Kontakten in Zimmerluft, etwa 35...50 % Feuchtigkeit												
1	114	100	10,8		14,7	0,4	1280	4	— 5,0	— 1,2	0,0039	
2	113,5	97,8	9,6	19	15	0,4	1560	4	— 2,3	— 1,2	0,0015	
3	113,5	90	9,2		19	0,4	2150	5	— 5,0	— 2,0	0,0023	
4	61	72,2	8,2	0,5	0,36	0,4	25	1	+ 0,12	— 0,12		0,005
5	60	68,2	10,5	0,5	0,36	0,4	25	1	+ 0,08	— 0,08		0,003
6	64	6,4	5,8		43,5	(0,4)	21500	160	+33	—54		0,0025
7	56	11,5	8,9	15	14	(0,4)	3950	33	+ 5,1	— 6,5		0,0017
8	31	1,02	5,8		9,2	(0,4)	9400	716	+11	—16		0,0017
9	31	3,1	4,5		7,6	(0,4)	3000	78	+ 2,6	— 6		0,0020
10	31	6,2	5,8		5,6	(0,4)	1360	19	+ 0,6	— 1,7		0,0013
11	28	3,11	10,5	2,0	2,85	(0,4)	700	57	+ 1,8	— 2,1		0,0030
12	28	1,4	10,7	2,2	3,4	(0,4)	2250	280	— 3,2	+ 2,6	0,0014	
13	24	1,1	10,7	2,0	2,3	(0,4)	2530	285	— 6,3	+ 4,5	0,0025	
14	24	1,55	9,3	2,0	2,3	(0,4)	1780	144	— 1,6	+ 1,3	0,0009	
15	20	1,0	5,8		2,2	(0,4)	1080	200	— 4,8	+ 3,6	0,0044	
16	18	0,6	5,8		1,56	(0,4)	1560	405	— 8,8	+ 4,0	0,0026	
Messungen an Ag-Kontakten in trockenem N ₂ mit etwa 1 % O ₂												
17	110	146,7	7,5	3	3,9	0,32	260	2	— 0,6	— 0,8		0,0031
18	107	71,3	7,5	46	34	0,32	3800	6	—15,6	— 6,3	0,0041	
Messungen an Ag-Kontakten in trockenem N ₂ mit weniger als 0,02 % O ₂												
19	59,5	40	8,35	1	1,09	0,8	129	4	+ 0,1	— 0,14		0,0011
20	61	30	13,5	4,7	4,6	0,8	751	6	+ 0,9	— 1,2		0,0016
Messungen an Ag-Kontakten in Luft bei 120 °C												
21	109	168	10,6	6	2	0,25	115	1	— 0,34	— 0,07	0,0030	
22	110	100	10,7	15	13,6	0,25	1330	3	+ 0,5	— 1,4		0,0010
23	110	73,4	10,8	24	24	0,25	3200	6	— 0,6	+ 0,6	0,0002	
24	60	20	10,8	9	12	(0,25)	2500	14	+ 0,14	— 2,0		0,0008
25	24	1,1	10,7	1,5	2,3	(0,25)	2530	285	+ 0,9	— 1,2		0,0005
26	22	1,0	9,3	1,0	1,9	(0,25)	1900	266	— 1,6	+ 1,0	0,0009	
Messung an Au-Kontakten in Zimmerluft ²⁾ bei 23° und 45 % Feuchtigkeit												
27	106,8	141,4	7,8	0,7	0,9	0,38						

denen die Stoffwanderung von einer anodischen zu einer kathodischen übergeht. Der Verlauf solcher Grenzen geht aus dem Schaubild (5a) hervor. In diesem Schaubild sind Ergebnisse von Messungen an Silberkontakten eingetragen. An jedem Beobachtungspunkt ist die zugehörige Nummer aus der Zahlentafel (5b) vermerkt³⁾.

Die Streuung der γ^\dagger -Werte ist viel größer als diejenige von $t_{\text{ber}}/t_{\text{beob}}$. Das hängt teils damit zusammen, daß die Stoffwanderung G nicht immer dieselben Werte ergibt, sondern bei sonst anscheinend gleichen Umständen von Fall zu Fall schwankt; teils beruht die Streuung auch darauf, daß wir dort, wo $I_1 < 1,8$ war, nicht mit der Formel (2c) in HG I mit eingesetztem wirklichen I_s , sondern einfach mit der

¹⁾ Es bedeutet vom betreffenden Bogen $s = v \cdot t$ die größtmögliche Länge und I_1 die Anfangsstromstärke, vgl. Formel (2a) in HG I.

²⁾ Vgl. auch HG I, Zahlentafel (4a).

³⁾ Messungen von W. Krüger: Formveränderungen an hochbelasteten Silberkontakten von fernmeldetechnischen Geräten beim Schalten von Gleichströmen; Vermeidung der Formveränderungen und Bemessung eines Funkenlöschkreises [Z. Fernm.-Techn. **17** (1936) S. 1, 24, 41 und 56] passen größtenteils in unser Schaubild hinein, und zwar in der Nähe des Koordinatenanfangs.

letzten Formel (2b) ($q = I_1 t$) gerechnet haben. Wenn $I_1 > 1,8$ war, so haben wir zwar mit der erwähnten Formel (2c) gerechnet, aber in ihr nicht so wie für die Zahlentafel

Die Nummern der Messung aus der Zahlentafel (5b) sind hier eingetragen.

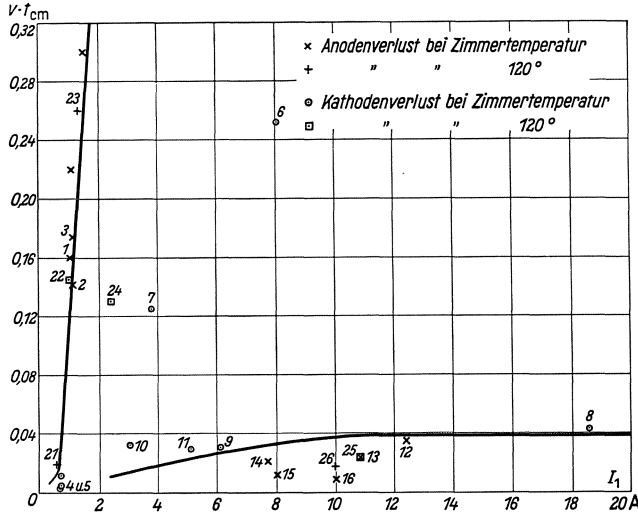


Bild (5a). Gebiete anodischer und kathodischer Stoffwanderung bei Ag.

(4a) in HG I jedesmal ein gemessenes I_s eingesetzt, sondern ganz einfach gemäß der obigen Formel (2b) $I_s = 1,8$ angesetzt¹⁾. Nur im Falle von Kohle-Elektroden in Stickstoff und bei Ag-Mg-Legierungen erwies es sich als erforderlich, einen anderen Wert, nämlich $I_s = 0,8$ zu verwenden.

Eine Spalte der vorstehenden Zahlentafel (5b) bringt eine Größe q_2 , die nach der Formel (8a) berechnet wurde. Bei der Berechnung von γ^\uparrow haben wir q_2 ($q_2 \gamma_{\text{fein}}$ tritt neben $q_1 \gamma^\uparrow$ addierend oder subtrahierend auf, je nachdem ob γ_a^\uparrow oder γ_k^\uparrow schließlich maßgebend wird) nicht berücksichtigt. Auch wenn man beachtet, daß γ_{fein} be-

deutend größer als γ_{grob} sein kann (vgl. § 3, VI), scheint q_2 zu klein zu sein, um die anodischen Verluste in dieser Zahlentafel (5b) erklären zu können.

§ 6. Neubestimmung von Werkstoffbeiwerten in verschiedenen ruhenden Gasen.

Die obenerwähnte Größe I_m ist zwar eine Rechnungsgröße, hat aber auch eine physikalische Bedeutung. Sie ist nämlich recht genau gleich der kleinsten Stromstärke, bei der ein Bogen bei einem induktionsfreien, von der EMK 220 V getriebenen Stromkreis gezogen²⁾ werden kann³⁾. Geht man mit der Spannung herunter, so wächst die kleinstmögliche Stromstärke⁴⁾, so daß unser Wert von I_m nicht mehr die betreffende Grenze bildet. Unsere Formeln sind aber derart gestaltet, daß in sie bis zu einer Spannung von $E = 220$ V nur das eine I_m eingesetzt zu werden braucht.

Allerdings ist auch I_m , wie schon angedeutet, von der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden und von der Atmosphäre abhängig. I_m ist immer größer für reine, blanke Metalloberflächen⁵⁾ und wird durch allerhand Fremdkörper, welche die Ergiebigkeit der negativen Ansatzstelle des Bogens verbessern, verkleinert. Sehen wir von der gewöhnlichen ursprünglichen Verunreinigung (durch Alkali oder Salze) ab, welche nach einer Anzahl Schaltungen weggebrannt zu sein pflegt, so kommen als den Wert von I_m herabsetzende Fremdstoffe vor allen Dingen vom Bogen selbst erzeugte Oxyde oder Sulfide bzw. Metallmohr in Frage. Die Ausbildung solcher Oberflächenschichten hängt natürlich stark von der Atmosphäre ab.

¹⁾ Diese Berechnungsart bewährt sich, trotzdem bei kleinem t das gemessene I_s meistens bedeutend kleiner als 1,8 A war. φ bleibt nämlich bei kleinem t auch nicht in Übereinstimmung mit HGS II, § 10, sondern es wurde größer. Die beiden Abweichungen heben sich bei der Berechnung von t zum Teil auf.

²⁾ Vgl. Fußnote 2 auf S. 88.

³⁾ Man beachte, daß es sich um die Stromstärke I_m im Bogen handelt, also um die Stromstärke im geöffneten Kontakt und nicht um diejenige, die vor der Öffnung des Kontaktes durch diesen fließt.

⁴⁾ Vgl. die Kennlinien in HGS II, S. 47.

⁵⁾ Dies hat schon W. Burstyn beobachtet: Elektrotechn. Z. **41** (1920) S. 504.

Arbeitet man mit einer größeren EMK als 220 V, oder hat der induktive Schaltkreis trotz des möglicherweise vorhandenen Löschkreises die Fähigkeit, hohe Spannungen zu erzeugen, so sind die Bedingungen für eine sichere Rechnung mit der Größe I_m nicht mehr verwirklicht; der Bogen kann bei noch kleineren Stromstärken zünden und brennen. Beispiele hierfür gibt die Zahlentafel (6e).

Die Art der Bestimmung des für unsere Formeln passenden Wertes von I_m im Falle $E > U_0$ und $I_1 > I_m$ lautet: An Hand einer Reihe von Messungen von t oder G mit einem nur E, R und den Kontakt enthaltenden Kreis wird durch Prüfungen oder mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate derjenige Wert von I_m festgestellt, durch welchen sich die Einzelfälle im Mittel am besten aus der Formel (2b) berechnen lassen. Die I_m -Werte der obigen Zahlentafel (5b) sind in dieser Weise aus den dort eingetragenen Messungen berechnet worden. In ähnlicher Weise, aber auf Grund einer kleineren Anzahl von Messungen je Metall als für Silber in normaler Atmosphäre, d. h. also mit geringerer Genauigkeit, haben wir die übrigen in die Zahlentafel (6a) eingetragenen Ergebnisse erhalten.

Die visuelle Bestimmung des Wertes von I_m geschah in der Weise, daß bei $E = 220$ V und induktionsfreien Widerständen R beobachtet wurde, bei welcher Stromgrenze I_m sichtbare bogenähnliche Ausschaltfunken einigermaßen regelmäßig

¹⁾ Platit enthält 99% W.

²⁾ Die eingetragenen U_0 -Werte sind Mittelwerte. Einzelwerte können um ganze Volt streuen; die Mittelwerte gelten für die gewöhnliche bzw. für die besonders angegebene Atmosphäre und sind auf $\pm 0,5$ V genau. K. Gaulrapp [Ann. Physik **25** (1936) S. 705] hat Mindestspannungen des Bogens an frisch gereinigten Metallelektroden gemessen. Er findet Werte, die im allgemeinen einige Zehntel Volt tiefer liegen als unser U_0 .

³⁾ Hier mußte $\eta = 1$ gesetzt werden, vgl. HGS II, Formel (10f) sowie Zahlentafel (11f).

⁴⁾ Hier ist auf den Unterschied zwischen I'_m und I_m nicht immer richtig geachtet worden.

Zahlentafel (6a). Werte der Werkstoffbeiwerte I_m in A, U_0 in V, γ_k^A und γ_k^A in mg/C.

Werkstoff	I. Bestimmungen aus t - oder G -Messungen. In ruhender Luft von Zimmertemperatur (19...25° C) und 35...50% rel. Feuchtigkeit.												
	C	Al	Fe	Ni	Cu	Mo.	Rh	Ag	W	Pt	Au	Widia	Platit ¹⁾
I_m für ganz blanke Metalle	(0,05)						0,35	0,8	1,0	1,2	0,38		
I_m für eingelaufene Kontakte	18				0,45			0,4		0,9	0,38		0,38
U_0 ²⁾	0,01				13		13	12		17	14		16
γ_k^A					0,013		0,006	0,003		0,013	0,025		0,002
γ_k^A							0,003						
In ruhendem trockenem Stickstoff mit weniger als 0,02% Sauerstoffgehalt.													
I_m	(0,05)	0,5			0,6			0,8	0,9	0,85	0,32		1,15
U_0	20	13,5			13,5		13	16		17	15,5		14
γ_k^A					0,0044		0,0025	0,0015	0,0007	0,013	0,02		0,0032
γ_k^A	0,01	0,02											
II. Visuelle Bestimmungen. In ruhender Luft von Zimmertemperatur (19...25° C) und 35...50% rel. Feuchtigkeit.													
I_m , neue Bestimmungen	0,08	0,40	0,39	0,48	0,42	0,55		0,48	0,7	0,8	0,38		0,52
I'_m bzw. I_m , frühere Bestimmungen ⁴⁾	0,02	0,51	0,73	0,7	0,5	0,75		0,6	1,0	1,1	0,38		0,62

aufzutreten beginnen. Wenn der zugehörige Kurzschlußstrom I'_m gemessen wird, so erhält man I_m aus der Formel:

$$\frac{I_m}{I'_m} = \frac{E - U_0}{E}.$$

Gold-Silber-Legierungen mit 10, 40, 55 und 70 Atom-% Au ergaben bei 20° und 40 % Feuchtigkeit etwa $I_m = 0,4$ bis 0,36, $U_0 = 11$ bis 14 und $\gamma_k^\wedge = 0,012$; 0,026; 0,025 und 0,03, die drei letzten also innerhalb der Fehlergrenzen dasselbe wie Gold.

Silberlegierungen mit Magnesium waren sehr empfindlich gegen den Sauerstoff der Luft. Sie ergaben kleine I_m -Werte, bis herab zu 0,2 A, und kleine I_s -Werte, bis $I_s = 0,8$; vgl. § 3, III.

Die I_m - und U_0 -Werte der verschiedenen Metalle sind prozentual nicht sehr verschieden. Bei großer Ausschaltleistung ist der Unterschied der Metalle hinsichtlich der Stoffwanderung darum weniger durch q als durch γ^\wedge bestimmt. Bei kleiner Ausschaltleistung aber wird die Stoffwanderung stark von der Differenz ($I_1 - I_m$) abhängig, und zwischen den Metallen können große Unterschiede auftreten. Besonders stark macht sich eine Änderung von I_m bei einer ausgeglichenen Löserschaltung bemerkbar, vgl. § 13.

Die visuell bestimmten I_m -Werte weichen unregelmäßig von den formelmäßig bestimmten ab. Dies deuten wir als ein Zeichen dafür, daß die visuelle Messung verhältnismäßig unsicher ist.

Die Messungen bei Trockenheit, großer Feuchtigkeit sowie bei stark erhöhter bzw. erniedrigter Temperatur sind in der Zahlentafel (6b) zusammengestellt.

Zahlentafel (6b)¹⁾. Messungen an (nicht blanken) Ausschaltkontakten in ruhender Luft bei verschiedener Temperatur und Feuchtigkeit.

Metall	Ag				Au	Pt
	I_m	U_0	γ_k^\wedge	γ_a^\wedge	I_m	I_m
Normale Atmosphäre, 20° C, 45 % rel. Feuchtigkeit	0,4	12	0,003	0,003	0,38	1,09
N ₂ , rein, trocken	0,8	13	0,0015		0,32	0,85
N ₂ mit 1 % O ₂ , trocken	0,32	12	(0,004)			
Trockene Luft, 18 bis 30° C	0,6	12	0,0004		0,2	0,6
Feuchte Luft, 18 bis 30° C, 95 % rel. Feuchtigkeit	0,7	13	0,0025		0,36	
Zimmerluft, 7° C, 60 % rel. Feuchtigkeit	0,52	12	0,002			
Erwärmte Zimmerluft, 120° C	0,25	12	0,001			
Trockene Luft, -38° C	0,57	(12)				
Blanker Kontakt, unabhängig v. d. Atmosphäre	≈ 0,8					≈ 1,2

Bemerkungen zur Zahlentafel (6b). a) Das Verhalten des Silbers in der Stickstoffatmosphäre ist außerordentlich stark von kleinen Sauerstoff Beimengungen abhängig. Bei Änderung des Sauerstoffgehaltes von 20 % (Luft) bis herab auf 1 % bleiben allerdings I_m und γ^\wedge fast unverändert; aber bei weiter verringertem Sauerstoffgehalt steigt I_m allmählich bis auf 0,8¹⁾.

b) Die betreffenden Erscheinungen haben wir bei Kupfer nicht untersucht. Es sei aber auf die verwandten Meßergebnisse verwiesen, die B. Kirschstein²⁾ an Kupferelektroden im Starkstromlichtbogen gewonnen hat.

¹⁾ W. Krüger, siehe Fußnote 3 auf S. 89, rechnet mit einer Grenzstromstärke i_L , welche mit unserem I_m verwandt ist. Er zeigt, daß i_L sowohl von der Feuchtigkeit wie von dem Reinheitsgrad des Metalles (Ag) abhängig ist, und zwar findet er eine ähnliche Abhängigkeit wie in dem mit wachsender Feuchtigkeit steigendem Ast dieser Zahlentafel. Krüger bezieht sich allerdings auf die absolute Feuchtigkeit, während nach unseren Messungen, siehe Schaubild (6c), die relative maßgebend ist.

²⁾ B. Kirschstein: Dieses Heft, S. 72, besonders S. 78.

- c) In Abhängigkeit von der Feuchtigkeit zeigt I_m einen ausgesprochenen Mindestwert.
 d) Um zu entscheiden, ob die absolute oder die relative Feuchtigkeit für den Einfluß auf I_m maßgebend ist, verweisen wir auf die Schaubilder (6c) und (6d). In dem

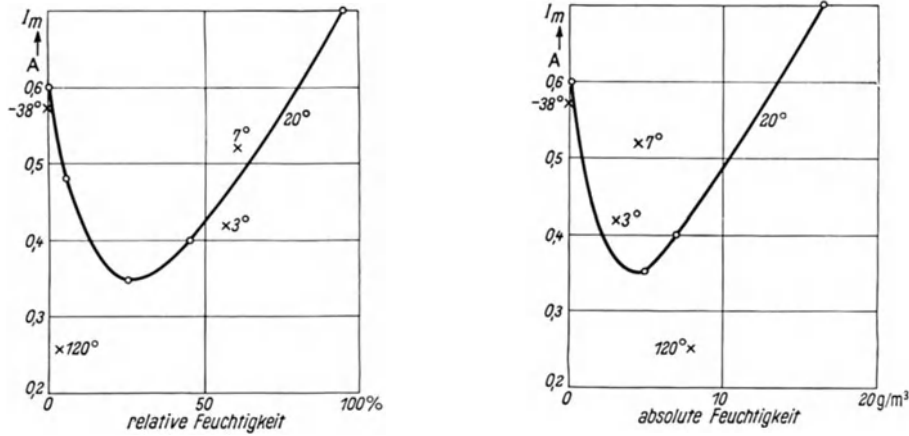


Bild (6c) u. (6d). I_m bei Ag in Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit.

Schaubild (6c) ordnen sich die Meßpunkte unabhängig von der Temperatur (die im Schaubild vermerkt ist) einigermaßen längs einer Kurve, abgesehen von einer Abweichung bei der außerordentlich hohen Temperatur von 120° C. In dem Schaubild (6d) dagegen bedingen alle Temperaturunterschiede große Verschiebungen der Meßpunkte. Dies ist offenbar so zu deuten, daß die relative Feuchtigkeit und nicht die absolute wesentlich maßgebend ist.

Zahlentafel (6e).

Metall	Mo	Pt	Widia
Kurzschlußstromstärke in A	0,3	0,5	0,23

- e) An dieser Stelle sei auch auf die Erhöhung des Wertes von I_m bis auf 0,9 hingewiesen, die mit der Ausbildung einer gewissen farbigen Haut auf dem Silber in

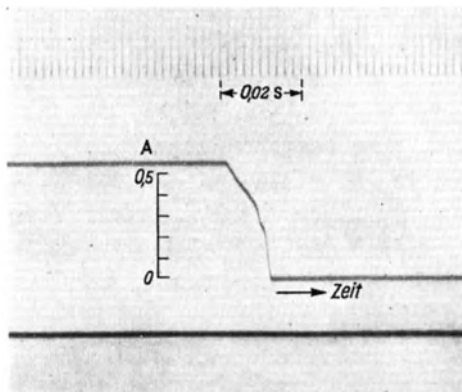


Bild (6f). Stromverlauf in einem induktiven Kreis beim Ausschalten des Stromes.

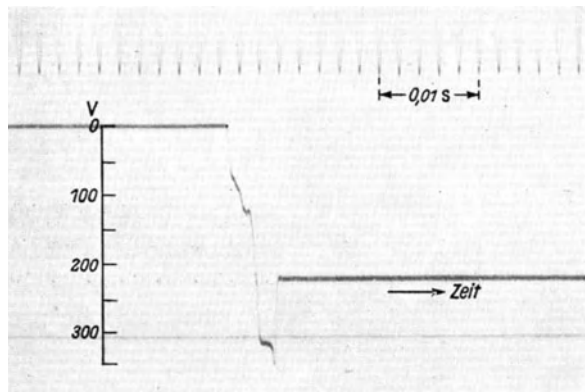


Bild (6g). Spannungsverlauf in einem induktiven Kreis beim Ausschalten des Stromes.

Zusammenhang steht. Die Messungen Nr. 11, 12 und 13 in der Zahlentafel (12a) bilden Belege für diese Erscheinung.

Schließlich zeigt die Zahlentafel (6e) zusammen mit den Bildern (6f) und (6g) Bogenzündungen, die bei $I < I_m$ deswegen möglich wurden, weil der Kreis eine

Selbstinduktion $L = 0,87$ H enthielt, die so wirkte, als ob E größer als die wirklich vorliegende EMK von 220 V gewesen wäre.

Man vergleiche diese Zahlentafel (6e) mit der Zahlentafel (6a). Die Eigentümlichkeit der Bögen, die zu den Werten der Zahlentafel (6e) geführt haben, zeigt sich für das Auge schon darin, daß ihr Licht nicht normal weiß sondern stark rötlich erscheint. Die Bilder (6f) und (6g) zeigen eine Strom- bzw. eine Spannungsaufnahme von solchen Bögen. An der letzten Aufnahme sieht man eine Bogenbildung bei rund 70 V und eine spätere bei etwa 310 V. Die normale Zündspannung bei Platin ist aber etwa 17 V. Bögen dieser Art treten bei Verwendung eines Löschkreises nicht auf, wenn die Kapazität C des Löschkreises richtig, d. h. groß genug bemessen wird, vgl. § 10.

§ 7. Messungen in strömender Luft.

Die für die Hauptmessungen verwendete Vorrichtung ist im Bilde (7a) schematisch dargestellt. In einem großen Gefäß G wurde ein erhöhter Luftdruck erzeugt.

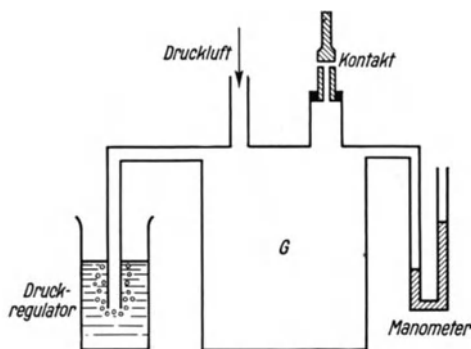


Bild (7a). Anordnung mit luftdurchströmtem Kontakt und Konstanzhaltung der Luftgeschwindigkeit.

Der Überdruck h wurde mittels eines Druckreglers (die Luft perlte in gewisser Wassertiefe aus der Mündung eines Nebenschlußrohres heraus) dauernd auf demselben Wert gehalten. Das untere Kontaktstück war durchbohrt und bildete die Mündung eines mit G verbundenen Rohrstrutzens. An der schmalen Kontaktspalte lag annähernd der ganze Überdruck h , und die dortige Luftgeschwindigkeit war somit ziemlich gleichbleibend und von der Größenordnung $v = 4 \sqrt{10 \frac{h}{\text{g/cm}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$.

Der Kontakt mit Kontaktstücken aus Gold schaltete einen Stromkreis aus, der mit der EMK 59 V betrieben wurde, und der in Reihe mit dem Kontakt einen induktionsfreien Widerstand von 24Ω enthielt. Die Abhebegeschwindigkeit des Kontaktes betrug dabei 7,8 cm/s. Die Dauer t des entstehenden Ausschaltbogens wurde oszillographisch gemessen. Die Meßergebnisse sind in der Zahlentafel (7b) zusammengestellt. Sie zeigen, daß die Zeit t durch die Luftbewegung herabgesetzt wurde. Aus den Oszillogrammen konnte außerdem entnommen werden, daß diese Wirkung wesentlich die Folge einer Vergrößerung des Gradienten φ^1) in der Bogensäule war; denn die Löschstromstärke änderte sich nur wenig, nämlich innerhalb der Grenzen 0,9 bis 1,1 A.

Einige Messungen wurden nach einem anderen Verfahren ausgeführt, wobei allerdings die Luftbewegung weniger gut bekannt war. Es wurde einfach durch eine Düse Druckluft gegen einen normalen²⁾ Kontakt geblasen. Der Schaltkreis wurde mit 60 V betrieben und enthielt in Reihe mit dem Goldkontakt einen induktionsfreien Widerstand von 40Ω ; die Abhebegeschwindigkeit betrug 7 cm/s. Die unten angegebene Geschwindigkeit v des freien Strahles wurde hinter dem auf 0,5 mm geöffneten Kontakt mit einer kleinen Staudüse gemessen. Die Luftgeschwin-

h mm Wasser	v m/s	t ms
0	0	8,0
19	17	5,0
52	29	3,8
150	49	2,4

¹⁾ Vgl. HGS II, Formel (10f).

²⁾ Vgl. HGS II, Bild (7a) IV.

digkeit beim Löschen des Bogens, welches bei einer Kontaktpaltweite von weniger als 0,1 mm geschah, war sicher bedeutend kleiner als v . Die Brenndauer t des Bogens wurde wieder oszillographisch bestimmt. Die Ergebnisse sind in der Zahlentafel (7c) zusammengestellt. Bei diesen Versuchen wurde die Verkürzung von t mehr durch eine Erhöhung der Löschstromstärke als durch eine Vergrößerung des Gradienten φ bewirkt.

In dieser Zahlentafel (7c) werden t -Werte größeren v -Werten als in der Zahlentafel (7b) zugeordnet. Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß, wie schon in der Besprechung von (7c) erwähnt, die wirkliche Luftgeschwindigkeit bedeutend kleiner als v war.

Zahlentafel (7c).

Luftgeschwindigkeit v , bei 0,1 mm Spalt gemessen	t	Gemessener Löschstrom des Bogens
	m/s	
0	4,45	0,60
6,3	3,4	0,63
15	2,9	0,66
20	2,7	0,78
52	2,2	0,95
96	1,8	1,0

§ 8. Feinwanderung.

Der Genauigkeitsgrad der früheren Feinwanderungsbestimmungen beim Ausschalten¹⁾ war nicht hoch, vor allen Dingen wurde nicht genug darauf geachtet, daß die mechanischen Schwingungen des zwar stromlos einschaltenden Prüfkontaktarmes beim Einschalten des Stromes durch den anderen Kontakt und beim Ausschalten abgeklungen waren. Besonders die Messungen mit Silber dürften hierdurch gefälscht worden sein; infolgedessen wurden für Ag zu große γ -Werte bestimmt. Auch die Grenze zwischen anodischen und kathodischen Verlusten wurde zu hohen Werten von q zugeordnet. Es ist allerdings möglich, daß sich diese Grenze je nach den Umständen verschiebt; aber nähere Messungen über ihr Verhalten haben wir nicht ausgeführt.

Die in der Zahlentafel (8c) zusammengestellten Meßergebnisse sind in der eben erwähnten Hinsicht einwandfrei. Außerdem sind sie über einen größeren Bereich der Abhebebeschwindigkeit v als früher ausgedehnt worden. Dabei hat sich der früher versuchsweise²⁾ eingeführte Faktor $1/v$ nicht bewährt. Eigentümlicherweise kommen wir in der Formel (8a) ganz ohne Berücksichtigung von v aus. Soweit die Messungen reichen, bewährt es sich, die Größe q_r folgendermaßen zu berechnen:

$$10^5 q_r = \frac{E}{100} \cdot \frac{I^2}{I_m^3}, \quad (8a),$$

worin E die unmittelbar nach einer Stromunterbrechung im Kontakt auftretende Spannung, also bei induktionsfreier Schaltung die elektromotorische Kraft bedeutet. Die Stoffwanderung G je Kontaktlösung beträgt dann:

$$G = q_r \cdot \gamma^\uparrow, \quad (8b)$$

worin γ^\uparrow sich zwar auf anodische Verluste bezieht, aber immerhin mit praktisch ausreichender Genauigkeit gleich dem γ_k^\uparrow aus den Zahlentafeln (6a) und (6b) gesetzt werden kann. Allerdings zeigen sich bei Silber Unregelmäßigkeiten des γ , die vermutlich auf den früher erwähnten Einfluß des Sauerstoffs der Luft zurückzuführen sind.

¹⁾ Zur Beurteilung der Feinwanderung beim Ausschalten wurde in HGS II die Zahlentafel (11c) zusammengestellt.

²⁾ Durch Vergleich mit der Formel (10e) in HGS II.

³⁾ Der Faktor $1/I_m$ bewährt sich gegenüber unseren Messungen. Ob und wie er sich tiefer begründen läßt, wissen wir allerdings nicht. — Eine Verbindung dieser Formel (8a) mit den Formeln für die Feinwanderung beim Einschalten, siehe HGS II, § 5, ist eine Zukunftsaufgabe.

Vor allen Dingen trennen sich die Messungen 11, 12 und 13 der Zahlentafel (8c) von den übrigen. Nr. 11 und 12 wurden unter solchen Umständen gemacht, daß ein kurzer Bogen zünden konnte. Darum ist zu berücksichtigen teils eine Feinwanderung, die nach (8a) und (8b) mit einem gewissen γ_a^\uparrow zu berechnen ist, teils eine Grobwanderung, wofür die Berechnung nach den Formeln (2b) mit einem γ_k^\uparrow auszuführen ist. Die Messungen geben die erforderlichen zwei Gleichungen, um die betreffenden zwei γ -Werte zu bestimmen. Die Messung Nr. 13 unterscheidet sich von Nr. 11 und 12 darin, daß der Kontakt sich in einem starken Magnetfeld befand, welches den entstehenden Bogen sofort ausblies. Darum erfolgt nur eine Feinwanderung. Es ist bemerkenswert, daß diese drei Messungen zu annähernd demselben γ_a^\uparrow führen, und daß dessen Größe stark von der sonst gemessenen abweicht; wohl weil die Entladung kräftig genug war (sie konnte sich ja zu einem Bogen entwickeln), um die Luft wegzublasen. Die durch die Stoffwanderung gebildeten Spitzen waren auch auffallend blank.

Zahlentafel (8c). Feinwanderung.

Nr.	E V	I A	v cm/s	I_m A	$10^5 q_r$ C	$10^5 G_a$ mg	$10^5 G_k$ mg	γ_a^\uparrow	γ_k^\uparrow	Bemerkungen
Messungen an Silberkontakten										
1	60	0,27	8,8	0,4	0,11	$4 \cdot 10^{-4}$		0,0037		
2	60	0,195	7	0,4	0,06	$3,3 \cdot 10^{-4}$		0,0058		
3	60	0,35	10	0,4	0,18	$6,6 \cdot 10^{-4}$		0,0036		
4	21	1,0	8	0,4	0,5	$10 \cdot 10^{-4}$		0,0020		
5	20,5	0,6	7	0,4	0,19	$5 \cdot 10^{-4}$		0,0027		
6	10	2	9	0,4	1,0	$40 \cdot 10^{-4}$		0,0040		
7	8	7,7	0,05	0,4	11,9	$400 \cdot 10^{-4}$		0,0034		
8	8	7,8	1	0,4	12,2	$700 \cdot 10^{-4}$		0,0057		
9	20	1,0	7	0,4	0,5	$7 \cdot 10^{-4}$		0,0014		Hartes Silber ²⁾
10	20,5	0,6	7	0,4	0,19	$3 \cdot 10^{-4}$		0,0016		Hartes Silber ²⁾
11	15	5	11	0,4	$10 \cdot \cdot 46^1)$		0,11	0,026	0,008	
12	14,4	5,2	10	0,4	$9,7 \cdot \cdot 19^1)$	0,1		0,026	0,008	
13	15	5	10	0,4	10	0,3		0,03		Bei 2000 Gauß
Messungen an Platinkontakten										
14	20	1,0	8,5	1,1	0,18	$35 \cdot 10^{-4}$		0,020		
15	20,5	0,6	8,5	0,9	0,08	$8 \cdot 10^{-4}$		0,01		
16	13	2	8	1,1	0,47	$21 \cdot 10^{-4}$		0,0045		
17	12,5	3,8	8	1,1	1,64	$200 \cdot 10^{-4}$		0,012		
18	10	2	6	1,1	0,36	$52 \cdot 10^{-4}$		0,014		
Messungen an Goldkontakten										
19	60	0,3	7,2	0,38	0,14	$17 \cdot 10^{-4}$		0,013		
20	13	3	8,4	0,38	3,1	$430 \cdot 10^{-4}$		0,014		
21	17	5,05	10	0,38	11,4	0,12		0,011		Bei 2000 Gauß
22	20	1	8	0,38	0,53	0,008		0,015		³⁾

Feinwanderungsmessungen ergaben für Gold-Silber-Legierungen mit 10, 40, 55 und 70 Atom-% Au γ_a^\uparrow -Werte zwischen 0,02 und 0,035. Die q -Grenze, wo anodische Verluste in kathodische übergehen, liegt etwas tiefer als für Au und Ag, und zwar etwa bei der Größenordnung von $10^5 q = 20$; wir haben sie allerdings nicht näher verfolgt.

¹⁾ $10^5 q_r = 46$ bzw. 19 ist nach der Formel (2b) berechnet. ²⁾ Nach Kaltbearbeitung.

³⁾ Hier handelt es sich um eine Schaltung gemäß Bild (4b) mit $E = 116$ V; $R = 116 \Omega$; $L = 0,87$ H; $r = 20 \Omega$; $C = 20 \cdot 10^{-6}$ F. Die in die Formel (8a) einzusetzende Spannung und Stromstärke ist $\frac{E}{R} r = 20$ bzw. $\frac{E}{R} = 1$.

Kapitel III. Über den Löschkreis aus Kapazität mit Vorschaltwiderstand¹⁾.

§ 9. Die Aufgaben des Löschkreises.

Wegen der hier benutzten Bezeichnungen verweisen wir auf das Bild (4b). Es wird vorausgesetzt, daß die Zeitkonstante L/R des Hauptkreises nicht ganz klein ist, sondern jedenfalls etwa die Größenordnung 0,001 s erreicht.

Der Löschkreis hat folgende Aufgaben zu erfüllen:

Aufgabe A, betrifft die Kapazität C . Im ersten Augenblick der Kontaktöffnung soll die Kapazität C vom Strom so viel übernehmen, daß der im Kontakt zurückbleibende Strom nicht mehr zu einer Bogenzündung, oder besser nur noch für einen schwachen, gezogenen²⁾ Bogen ausreicht. Das letztere ist tatsächlich am günstigsten; denn es ist zweckmäßig, so viel vom Bogen da zu lassen, daß die durch die Feinwanderung gebildete Spitze weggebrannt wird.

Aufgabe B, betrifft die Kapazität C . Wenn nun der Löschkreis die erste Aufgabe derart löst, daß der Bogen schnell löscht, so muß die Kapazität aber außerdem auch noch verhindern, daß nachträglich der Kontaktpalt durchschlagen²⁾ wird und dabei ein Bogen zündet. Also soll die Kapazität C die von der Selbstinduktion L vorwärts getriebene Elektrizitätsmenge aufnehmen können, ohne daß die Spannung in dem auseinandergehenden Kontakt die jeweilige Durchschlagshöhe erreicht.

Aufgabe C, betrifft den Widerstand r . Der Vorschaltwiderstand r muß deshalb möglichst klein sein, weil $I \cdot r$ die Anfangsspannung in dem Kontaktpalt darstellt, und weil diese Spannung, um eine störende Bogenbildung zu verhindern, niedrig bleiben muß. Zu klein darf r aber auch nicht werden, weil sonst bei der Schließung des Kontakts der Entladestrom aus der Kapazität C so groß wird, daß hierbei eine störende Stoffwanderung nach der Kathode hin entsteht, welche zusammen mit den sonstigen Feinwanderungen die schädliche Neigung, störende Spitzen zu formen, besitzt.

§ 10. Berechnung der Löschkreiskapazität zur Vermeidung eines nachträglichen Durchschlags des Kontaktpaltes.

Lösung der Aufgabe B.

Diese Aufgabe wurde früher³⁾ zwar grundsätzlich richtig behandelt, aber eine zu grobe Annäherung führte damals zu überflüssig großen Werten der Kapazität C . Eine genauere Berechnungsweise ist die folgende:

Bei normaler Atmosphäre hat die Durchschlagsspannung U_z in Volt etwa die Größe

$$600 + 4,1 \cdot 10^4 \cdot s, \quad (10a)$$

solange s , die Weite des Kontaktpaltes, kleiner als etwa 0,15 cm ist. Ist nun v in cm/s die konstante Öffnungsgeschwindigkeit des Kontaktes und t in s die Zeit

¹⁾ Die Bestimmung des Löschkreises in HG I, § 7 ist etwas kurz gehalten und bedarf auch einer formelmäßigen Verbesserung, die jetzt in den §§ 9 bis 11 erfolgen soll.

²⁾ Siehe Fußnote 2 auf S. 88.

³⁾ Vgl. HG I, § 5.

⁴⁾ Dies ergibt sich aus der Zahlentafel (II) auf S. 10 in W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke in Gasen, Berlin (1923).

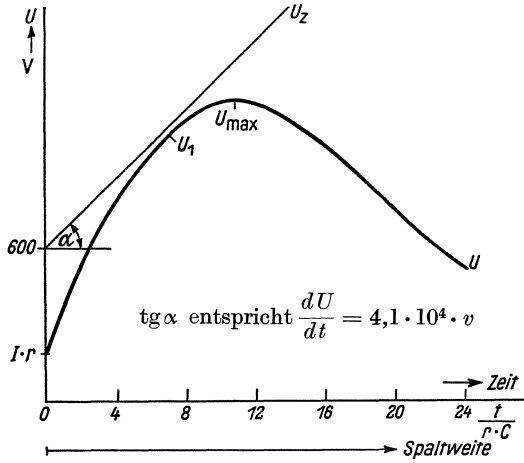


Bild (10e). Verlauf der Spannung am Kontaktspalt und der Durchschlagsspannung eines sich öffnenden Kontaktes.

durch eine Sinuskurve (allerdings grob) angenähert werden kann, nämlich durch die Kurve:

$$\left. \begin{aligned} U &= I r + A \cdot \sin \omega t, \\ \text{wo} \quad A &= I \cdot \left[R - r + \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\frac{\pi}{4}(R+r) \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}} \right], \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \\ \text{und} \quad I &= \frac{E}{R} \end{aligned} \right\} \quad (10c)$$

ist; oder in anderer, bisweilen praktischerer Schreibweise:

$$\left. \begin{aligned} U &= I \cdot r + I \cdot \left[R - r + r \cdot \sqrt{\beta} \cdot e^{-\frac{\pi}{4} \cdot \frac{R+r}{r \cdot \sqrt{\beta}}} \right] \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{t}{C \cdot r}, \\ \text{wo} \quad \beta &= \frac{L}{r^2 \cdot C} \text{ ist.} \end{aligned} \right\} \quad (10d)$$

Das obenstehende Bild (10e) zeigt erstens die gerade Kennlinie der Durchschlagsspannung U_z und zweitens eine [dem Bild (5d) in HG I entnommene] Kennlinie U . Der Durchschlag wird nun offenbar vermieden, solange die Kurve U dauernd unterhalb der Geraden U_z bleibt, solange also derjenige Punkt U_1 , wo die U -Kurve

¹⁾ Infolge der Funkenverzögerung können höhere Zündspannungen auftreten. Allerdings haben wir bei Tageslicht und bei einer Öffnungsgeschwindigkeit $v < 10$ cm/s nicht mehr als ein paar hundert Volt höhere Zündspannungen beobachtet.

²⁾ Eine besonders übersichtliche Schreibweise jener Formel (5c) in HG I ist die folgende:

$$\left. \begin{aligned} U &= E + \frac{I \cdot r}{\omega} \cdot \left[\frac{1}{r \cdot C} - \frac{R}{L} \right] \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t - \varphi), \\ \text{wo} \quad \text{tg } \varphi &= \frac{\omega \cdot \frac{R-r}{r}}{\frac{1}{r \cdot C} - \frac{R}{L} - \alpha \cdot \frac{R-r}{r}} \text{ ist.} \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

³⁾ Für die Neigung der U -Kurve bei $t = 0$ und im Falle einer großen Induktivität L war in HG I die Formel (5f) hergeleitet. Genauer und besser ist die folgende Formel, welche gelegentlich nützlich sein kann:

$$\left[\frac{dU}{dt} \right]_{t=0} \approx \frac{I}{C} \cdot \left[1 - \frac{R+r}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \right] \approx \frac{I}{C}. \quad (II)$$

vom Anfang der Ausschaltung an gerechnet, so ist nach dieser Zeit die Zündspannung

$$U_z = 600 + 4,1 \cdot 10^4 \cdot v \cdot t. \quad (10b)$$

Bezeichnen wir nun mit U die jeweilige Spannung am Kontaktspalt, so findet so lange kein Durchschlag statt, als $U < U_z$ bleibt. Bei einer genauen Rechnung müßte hier zur Bestimmung des Wertes für U die Formel (5c) in HG I verwendet werden. Diese Formel ist aber ziemlich umständlich²⁾, und es ist angebracht, nach einer brauchbaren Annäherung zu suchen³⁾.

Eine solche ergibt sich daraus, daß derjenige Bogen einer U -Kurve [nach Art des Bildes (5d) in HG I], welcher bei $I r$ auf der U -Achse anfängt und bei U_{\max} aufhört,

parallel zu U_z verläuft, einen Wert $U_1 < U_z$ für dieselbe Zeit ergibt. Analytisch ausgedrückt soll also gleichzeitig gelten:

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= B = 4,1 \cdot 10^4 \cdot v \\ U &\leq 600 + B \cdot t. \end{aligned} \right\} \quad (10f)$$

Die Ausrechnung dieser Näherungsformel ergibt unter der Bedingung, daß

$$\left. \begin{aligned} A &> \frac{B}{\omega} \text{ ist,} \\ 600 + \frac{B}{\omega} \arccos \frac{B}{A\omega} &\geq I \cdot r + \sqrt{A^2 - \left(\frac{B}{\omega}\right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (10g)$$

Durch Oszillogramme haben wir die Formel (5e) in HG I sowie die obigen Formeln (10b) und (10g) gut bestätigt.

§ 11. Berechnung der Kapazität und des Vorschaltwiderstandes bei möglichst wenig störender Stoffwanderung.

Lösung der Aufgaben A und C.

Der Inhalt dieser Aufgaben kann auch folgendermaßen ausgedrückt werden: Die Kapazität C und deren Vorschaltwiderstand r sollen so bestimmt werden, daß die Stoffwanderung G_k von der Kathode weg und G_a von der Anode weg möglichst klein werden, wobei aber G_k nicht wesentlich kleiner als G_a sein darf. Diese letzte Bedingung bildet einen Schutz gegen die Spitzenbildung; denn wenn G_k einen Ausgleich für G_a bewirkt, so ist ja damit die spitzenbildende Wirkung aufgehoben.

Bekanntlich gibt es auch andere Arten der Funkenlöschung als die hier behandelte. Man kann z. B. durch einen Gleichrichter anstatt des Vorschaltwiderstandes r erreichen, daß ein geringer Widerstand gegen die Aufladung und ein großer gegen die Entladung der Kapazität C geleistet wird. Wenn dadurch die Stoffwanderung beim Einschalten fortfällt, so macht man natürlich r^\wedge und gleichzeitig auch G_a so klein als möglich.

Die Berechnung von G_a . In den Wert von G_a gehen zwei Feinwanderungen ein, welche zu den Augenblicken beim Ein- und Ausschalten gehören, in denen der Kontaktspalt noch enger ist als das Kathodenfallgebiet des Bogens. Zu G_a gehört aber außerdem auch die sonstige Stoffwanderung beim Einschalten. Die zugehörigen Formeln für q sind (8a) hier oben für die Feinwanderung und (5b) [gelegentlich die Abarten (5d) und (5e)] in HGS II für die Hauptwanderung beim Einschalten. Wenn es genau darauf ankäme, so wäre das für die Formel (8a) passende E schwer zu bestimmen. Besonders mit Rücksicht auf das Prellen dürfte es sich deshalb empfehlen, nicht zu knapp zu rechnen, und darum in die Formel (8a) einfach die elektromotorische Kraft E und die Stromstärke $I = E/R$ einzusetzen. Die Rechnung mit der Formel (5b) in HGS II ist wohl eindeutig.

Die Berechnung von G_k . Für die Berechnung der Stoffwanderung G_k beim Ausschalten wurde in HG I, § 6 die Formel (3a) durch (6a) ergänzt. Die durch unsere Versuche bestimmte Grundlage dieser letzten Formel war aber zu klein, und es hatte sich gezeigt, daß die erwähnten Formeln dann versagen, wenn es sich um schwache Funken handelt. Auf Grund der neuen Messungen haben wir jetzt verbesserte Formeln aufgestellt. Sie wurden einfacher als die alten gestaltet, allerdings nicht ohne Opfer. Wir haben nämlich auf den stetigen Übergang zur Formel (3c)

in HG I bei verschwindender Selbstinduktion L verzichtet. In der Praxis ist ja L auch immer groß genug, um diesen Übergang entbehrlich zu machen. Eine gemeinsame Schwäche der alten Formel (6a) in HG I und der jetzigen (11a) liegt darin, daß beide nur für ein solches Gebiet der Werte von I_b gelten, wo I_b sich nicht allzu sehr von I_m unterscheidet. Insbesondere werden beide Formeln dann ungültig, wenn r so klein wird, daß I_b in die Nähe von 0 kommt¹⁾. Die neuen Formeln lauten nun unter der Bedingung, daß

$$I_b > I_m$$

ist:

$$\left. \begin{aligned} I_b &= \frac{E}{R} - \frac{U_0}{r} \cdot e^{-\frac{0,1}{2+r} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}, & x &= 1,22 \cdot \frac{I_b - I_m}{I_m}, \\ y &= \frac{1,8^2}{I_b \cdot (1 - e^{-x})}, & t &= \frac{E^2 \cdot 10^{-3}}{\psi \cdot v \cdot e^y}, \\ q &= q_1 = 0,5 \cdot (I_b + I_s) \cdot t \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

wo t in Sekunden und q in Coulomb erhalten wird.

Wenn $I_b \geq 1,8$ ist, so wird in die Gleichung für q der Wert $I_s = 1,8$, und wenn $I_b < 1,8$ ist, so wird in die Gleichung für q der Wert $I_s = I_b$ eingesetzt.

§ 12. Messungen mit Löschkreisen.

Die Formeln (11a) werden dadurch bestätigt, daß eine Anzahl Messungen unter normalen Umständen an sehr verschiedenen Schaltkreisen mit Gold-, Silber- und Platinkontakten Übereinstimmung ergeben, entweder zwischen t_{beob} und t_{ber} oder zwischen dem berechneten Wert γ^\uparrow und der Größe γ^\uparrow der Zahlentafel (6a) bzw. (6b), wobei die Berechnungen mit einem normalen Wert von I_m (und zwar 0,4 für Silber, 1,1 bzw. 0,9 für Platin und 0,38 für Gold) durchgeführt wurden.

Man darf sich nicht wundern, daß die berechneten γ -Werte hier mehr streuen als in der Zahlentafel (5b); denn es handelt sich hier um eine sehr stark vereinfachte Formel. Es ist im Gegenteil überraschend, daß diese Formel ein so großes Gebiet der Veränderlichen beherrschen kann.

Wie schon die Zahlentafeln (6a) und (6b) erkennen lassen, ist der Wert von I_m stark von verschiedenen Einflüssen abhängig. Die Zahlentafel (12a) zeigt noch eine weitere Ursache der Veränderung von I_m , nämlich die farbigen Häute auf Silber. Leider können wir gegenwärtig noch nicht eindeutig angeben, unter welchen Bedingungen sich diese Häute ausbilden. In Anbetracht der großen Schwierigkeiten infolge der vielseitigen Abhängigkeit des I_m dürften aber die hier empfohlenen Formeln (11a) und wohl auch die Formeln zur Bestimmung der Größe G_a für praktische Berechnungen genau genug sein.

In einigen Beispielen der Zahlentafel (12a) wechselte das Ziehen des Funkens mit funkenlosen Schaltungen ab; es fanden aber keine oder doch nur außerordentlich wenige nachträgliche Zündungen (Durchschläge) statt. Demgemäß muß die Be-

¹⁾ Hiermit hängt zusammen, daß die Eigenschwingung des Löschkreises (C, r mit einer Selbstinduktion $< 10^{-6}$ H) nicht berücksichtigt zu werden braucht. Erst bei $r < 0,3 \Omega$ wären bei unseren Messungen [Zahlentafel (12a)] die Löschkreise schwingungsfähig gewesen, und ihre Schwingungen hätten den Löschvorgang etwa so beeinflussen können, wie es W. Burstyn in der Elektrotechn. Z. **34** (1913) S. 1225 und im Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie **9** (1915) S. 286 beschreibt.

²⁾ Im Falle von Kohlekontakten in Stickstoff und Ag-Mg-Legierungen ist hier 0,8 anstatt 1,8 zu verwenden.

Zahlentafel (12a).

Nr.	E V	R Ω	L ¹⁾ H	r Ω	C μF	v cm/s	t _{boeb} ms	t _{ber} ms	I _m A	10 ⁵ q _{ber} C	Kathode		γ _k [↑]	γ _a [↑]	Bemerkungen	
											10 ⁵ G in mg					
Messungen an Silberkontakten bei etwa 20° C in Zimmerluft bei 35...50% rel. Feuchtigkeit																
1	220	220	0	24	4	6,6	0,5	0,2	0,35	17	0,035	0,002			} 28% rel. Feuchtigkeit	
2	61	78	0,3	24,4	0,6	7		0,43	0,35							
3	114	114	7	33	10	6		12	0,4	1000	- 0,9	- 1,5			} 0,0026	
4	114	114	0,87	33	10	8,5		3,2	0,4	230	(- 0,9)	(0,0039)				
5	114	100	0,1	33	10	6		11	0,4	920	+ 0,6	- 1,2	0,0013			
6	114	100	0	33	10	7		1,1	0,4	73	(- 0,6)	(0,008)				
7	114	76	0,87	33	10	8		33	0,4	4100	- 10,5	0				
8	111	56,4	0,87	10	52	7		26	0,4	2900	0	- 4,5	0,0016			
9	61	20,3	0,3	10	10	8,2		20	0,4	4300	+ 0,85	- 3,0	0,0007			
10	63	18,3	0,1	10	10	9		21	0,4	4800	0	- 3,6	0,00075			
11	220	113	0,87	7,6	4	6,9		6,2	0,9	735	- 3,1	+ 0,17	0,0042			} farbige Haut
12	117	68	0,87	7,8	2	7		21	0,9	3100	- 4,4	- 5,6	0,0013			
13	60	33,3	0,3	10	10	6,6		0,32	0,9	37		- 0,05	0,0013			
Messung an Goldkontakten bei Zimmerluft, 23° C und 42% rel. Feuchtigkeit																
14	107,1	119	0,3	23,4	0,67	7,5	0,7	0,55	0,38							
Messungen an Platinkontakten bei etwa 20° C in Zimmerluft bei 35...50% rel. Feuchtigkeit																
15	116	56	7	48,4	10	3,5		54,6	1,1	10250	+ 80	- 130	0,013		} viel Mohr	
16	116	57	7	33	10	3,5		49,6	1,1	9180	+ 53	- 77	0,008			
17	113	55	0,87	56,5	10	9,3		15,6	1,1	2840	+ 15	- 25	0,009			
18	114	54,3	0,87	26	4	6,5		21,8	1,1	3950	+ 20	- 65	0,016			
19	114	54,3	0,87	26	20	6,5		12,3	1,1	2040	+ 4,7	- 7,2	0,004			
20	114	54,3	0,87	26	77	6,5		7,3	1,1	1140	+ 5,1	- 6,4	0,006			
21	64	16,8	0,1	10	10	6		17	1,1	3500	+ 27,9	- 30,1	0,009			
22	220	113	0,1	26	4	6,5		36,7	0,9	5200	+ 32	- 41,6	0,008			} viel Mohr
23	112	57	0,87	24,6	4	8	15	19,5	0,9							
24	112	57	7	48,4	52	6,5	40	27,6	0,9							
25	112	57	0,87	24,6	77	7	3	8,4	0,9							
26	112	57	0,1	24,6	4	10,5	0...8	6,5	0,9							
27	219	83	0,87	11,7	10	7		50	1,2	9000	+ 35	- 45	0,005		} Kontakt ganz blank	
28	112	57	0,87	18	10	10		0,4	1,2	57	+ 0,3	- 0,3	0,005			

1) Bei großem L mußte besonders darauf geachtet werden, daß der Strom seinen bleibenden Wert erreichte, bevor ausgeschaltet wurde.

dingung für das Nichtdurchschlagen, welche die Formel (10g) angibt, immer erfüllt gewesen sein. Die Nachrechnung ergibt, daß dies tatsächlich mit einer Ausnahme stets der Fall war. Als Ausnahme erwies sich der Fall mit Silberkontakten und $C = 2 \mu\text{F}$. Die Ergebnisse dieser Messung ändern in der erwähnten Formel (10g) gerade das Zeichen $>$ zu $<$. Daß trotzdem fast keine Durchschläge stattfanden, beruht darauf, daß teils die Formel (10g) an und für sich, teils die Funkenverzögerung einen gewissen Sicherheitsfaktor einführen.

§ 13. Zahlenbeispiel.

Wir rechnen nun hier ein Beispiel durch, das sich auf den Löschkreis bezieht. Als Kontaktmetall haben wir Silber angenommen, das in Luft schalten soll. Dadurch erhalten wir die Gelegenheit, auf einige Umständlichkeiten hinzuweisen, die sich aus der Oxydierbarkeit des Silbers im Funken ergeben. Das Beispiel lautet:

Gegeben ist $E = 60 \text{ V}$, $R = 60 \Omega$, $L = 0,25 \text{ H}$, $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $v = 10 \text{ cm/s}$. Zu bestimmen ist ein günstiger Wert des Widerstandes r für den Löschkreis.

Zu diesem Zweck müssen wir einige verschiedene r -Werte prüfen. Setzen wir z. B.

$$r = 28 \Omega,$$

und nehmen wir 40 % relative Feuchtigkeit, also $I_m = 0,4$ an, so erhalten wir für 10^6 Schaltungen

1. in bezug auf die Stoffwanderung von der Anode weg:

$$G_a = 10 \cdot \underbrace{\frac{60 \cdot 1}{100 \cdot 0,4} \cdot \gamma_1}_{(8a)} + 10 \cdot \underbrace{\frac{48}{28} \cdot 2 \cdot \gamma_2}_{(5e) \text{ in HGS II}}$$

nach Formel

Dabei ist $\gamma_1 = 0,003$ laut der Zahlentafel (6b).

Die Größe γ_2 ist schwerer zu erhalten. Wenn es sich um so kräftige Entladungen im Kontakt handelt, daß der Metaldampf die Luft aus dem Kontaktpalt verdrängt, so ist $\gamma_2 = 0,17$ nach der Zahlentafel (8b) in HGS II. Bei unserem Beispiel kommen nun aber schwache Entladungen in Frage, bei denen die Luft die Möglichkeit hat, die Kontaktstelle zu oxydieren. γ_2 wird dadurch verkleinert¹⁾, eine Wirkung, die noch dadurch verstärkt wird, daß Ein- und Ausschalten sich an derselben Kontaktstelle abwechseln. Wir verwenden für γ_2 den in § 3, VI angegebenen Wert $\gamma_2 = \gamma_a^\dagger = 0,04$. Nun muß allerdings eine mäßige Prellung berücksichtigt werden. Aus diesem Grunde erhöhen wir erfahrungsgemäß den Wert von γ_2 zu $\gamma_2 = 0,06$. Wir erhalten dann:

$$G_a = 0,04 + 2,06 = 2,1.$$

2. in bezug auf die Stoffwanderung von der Kathode weg:

Die Berechnung von G_k geschieht mit Hilfe unserer Formeln (11a). Es wird²⁾:

$$I_b = 1 - \frac{12}{28} \cdot e^{-\frac{0,1}{58} \cdot \sqrt{\frac{0,25}{2 \cdot 10^{-6}}}} = 0,77,$$

$$x = 1,22 \cdot \frac{0,37}{0,40} = 1,13, \quad y = \frac{1,8}{0,77 \cdot 0,674} = 3,48,$$

$$t = \frac{60^2 \cdot 10^{-3}}{10,5 \cdot 10 \cdot e^{3,48}} = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ s}, \quad 10^6 q = 10^6 \cdot 1,06 \cdot 0,77 \cdot 10^{-3} = 815$$

¹⁾ Vgl. Zahlentafel (6b) in HGS II, Ende des dortigen § 12 sowie Ende des obigen § 12.

²⁾ Man beachte, daß wir hier zu einem Wertepaar I_b , $v \cdot t$ von 0,77 und 0,0088 gelangen, das kurz oberhalb des Punktes 5 im Bilde (5a) fällt und demgemäß zu dem Gebiet mit kathodischen Verlusten und $\gamma = 0,003$ gehört.

und schließlich wieder im Anschluß an § 3, VI $\gamma_k^\uparrow = 0,003$ und $G_k = 0,003 \cdot 815 = 2,45$ mg.

Hier ist also G_k größer als G_a . Steigt aber die relative Feuchtigkeit der Luft auf 65 %, so wird nach dem Bild (6c) $I_m = 0,5$, und wir berechnen dann $G_k = 0,6$ mg, jetzt also kleiner als G_a , welches sich mit der Feuchtigkeit nur wenig ändert. Für 65 % Feuchtigkeit und $I_m = 0,5$ berechnet sich das günstigste r , mit $G_a = G_k = 1,5$, zu $r = 40$, ein Widerstand, der allerdings bei $I_m = 0,4$ das G_k auf 4 erhöht. Die praktische Folgerung hieraus lautet: Wenn es sich um relative Feuchtigkeiten in den Grenzen 40 bis 65 % handelt, so muß r zwischen 28 und 40 Ω , und zwar näher an 40 Ω gewählt werden.

Um wieviel der Löschkreis im Falle unseres Beispiels die Wanderung überhaupt vermindert hat, zeigt die folgende Rechnung.

Wir beziehen uns auf HGS II § 10, D und erhalten danach für 10^6 Schaltungen ohne Verwendung eines Löschkreises bei $I_m = 0,5$:

$$G_k = 10^6 \cdot (q_1 + q_2) \cdot 0,003,$$

wo $10^6 \cdot q_1$ nach den Formeln (2b) hier oben zu 290 und $10^6 \cdot q_2$ laut der Formel (10k) in HGS II zu $10^6 q_2 = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 10^6 = 3050$ bestimmt wird, also schließlich $G_k = 10$ mg, d. h. 3 bis 4mal größer als oben bei Verwendung des Löschkreises berechnet wurde.

Bisher haben wir nur mit einer Kapazität $C = 2 \mu\text{F}$ gerechnet. Dazu ist zu bemerken, daß man die Stoffwanderung immer weiter herabdrücken kann, je größer man C wählt. Wenn man z. B. $C = 10 \mu\text{F}$ und r dazu passend genommen hätte, so wäre die Stoffwanderung etwa 30 % kleiner, als wir oben berechnet haben. In der Praxis bestimmt natürlich der Preis die obere Grenze für C .

Wir betrachten nun die Aufgabe B, die in § 10 behandelt wurde. Sie ergibt für unser Beispiel

$$C \geq 0,34 \mu\text{F},$$

eine Bedingung, die wir bei der oberen Berechnung innegehalten haben. Hätten wir oben C gleich diesem Mindestwert $0,34 \mu\text{F}$ angenommen, so wäre allerdings die Stoffwanderung auch mit dem passenden r ($= 10 \Omega$) ungünstig groß geworden, nämlich von der Größenordnung 4,5 mg.

Schließlich sei unsere Bestimmung von r mit einer Berechnungsart dieses Vorschaltwiderstandes nach W. Krüger¹⁾ verglichen. W. Krüger hat sich nicht damit befaßt, die Kapazität C gegen die Selbstinduktion L abzuwägen, und seine Messungen gelten im wesentlichen nur für L - und C -Werte von derselben Größenordnung wie in unserem Beispiel. Er versucht nicht, die Stoffwanderung zu berechnen, sondern er sucht in Wirklichkeit nur eine Formel für r für den Fall, daß $G_a = G_k$ ist. Unter Voraussetzung von etwa 40 % relativer Feuchtigkeit und $I = 1 \text{ A}$ ergibt sich aus seiner betreffenden Formel (17):

$$r \leq \frac{11,5}{1 - 0,57} = 27 \Omega,$$

also durchaus in Übereinstimmung mit unserer Berechnung²⁾.

¹⁾ W. Krüger: vgl. Fußnote 3 auf S. 89.

²⁾ Eine andere Formel (12) von W. Krüger, welche eine untere Grenze für den Wert von r angeben soll, ist sehr unvollkommen und gibt meistens größere Werte als seine Formel (17).

Das obige Beispiel veranschaulicht die Abhängigkeit der Stoffwanderung von I_m , dessen Veränderung dort eine Folge von Feuchtigkeitsschwankungen ist. Ähnlich wirkt natürlich die Veränderung von I_m bei der Wahl eines anderen Kontaktmetalles. Um die Wirkung der beiden Werkstoffbeiwerte I_m und γ^\uparrow etwas allgemeiner zu veranschaulichen, haben wir die Zahlentafel (13a) zusammengestellt. Sie dürfte ohne besondere Erklärungen verständlich sein.

Zahlentafel (13a). Stoffwanderung $10^5 G$ in mg bei 10^5 Ausschaltungen unter gleichen Umständen an verschiedenen Kontaktstoffen. Stickstoffatmosphäre, $E = 60 \text{ V}$, $v = 10 \text{ cm/s}$.

Kontaktmetall	Au	Ag	W	Widia
I_m	0,32	0,8	0,9	1,15
U_0	15,5	13	16	14
$10^4 \cdot \gamma$	250	15	7	32
Fall I. Kurzschlußstrom 0,8 A				
$10^5 q$	1,36	0,48	0,43	0,33
$10^5 G$	0,0340	0,00072	0,0003	0,0011
Fall II. Kurzschlußstrom 4 A				
$10^5 q$	2300	3000	2000	2350
$10^5 G$	58	4,5	1,4	7,5

Zusammenfassung.

In Fortsetzung früherer Mitteilungen in dieser Zeitschrift wird eine allgemeine Übersicht über die Erscheinungen der Stoffwanderung in Abhebekontakten gegeben und anschließend wird versucht, ihre Berechenbarkeit zu ermitteln.

Dies gelang, indem (weitgehend empirische) Formeln aufgestellt wurden, die sich nach Möglichkeit auf verhältnismäßig einfache Vorgänge beziehen. Dabei wurden die maßgebenden Werkstoffbeiwerte für eine erweiterte Reihe von Metallen und Legierungen teils neu, teils genauer bestimmt; auch wurde die Abhängigkeit dieser Beiwerte von der Atmosphäre untersucht. Die neuen Messungen betreffen die Stoffe C, Al, Fe, Ni, Cu, Mo, Rh, Ag, W, Pt, Au, Platit, Widia und Ag-Legierungen mit Au und Mg. Die abgeschalteten Stromstärken lagen zwischen 0 und 30 A.

In praktischen Fällen kommt es darauf an, solche einfachen Vorgänge herauszufinden, auf die man unsere Formeln unmittelbar anwenden kann.

Das Problem des Löschkreises ist allerdings so verwickelt, daß eine volle Zurückführung auf unsere früheren Formeln nicht möglich ist. Wir haben darum für diese Aufgabe gewisse Sonderformeln herleiten müssen und aus diesem Grunde den Fall des Löschkreises ausführlicher behandelt. Schließlich wird die Verwendung einiger wichtiger Formeln an Hand von Zahlenbeispielen erläutert.

Elektrische und mechanische Eigenschaften des Kohlengrießes von Mikrofonen.

Von **Robert Joscheck.**

Mit 18 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 21. Januar 1937.

Übersicht.

Untersuchungen über die mechanische Durchsteuerung von Kohlengrießstrecken sowie über die Druckabhängigkeit des Widerstandes und die Einflüsse von Grießkörnung, Feuchtigkeit und Stromstärke auf die Eigenschaften von Grießstrecken.

1. Einleitung.

Es ist seit langem bekannt, daß die Mikrofonwirkung auf Widerstandsänderungen beruht, die das in der Mikrofonkapsel befindliche Kohlenpulver, der Kohlengrieß, unter der Einwirkung der durch die Sprache hervorgerufenen Druckschwankungen erfährt. Trotzdem herrscht über diesen Vorgang noch keineswegs völlige Klarheit. In der letzten Zeit ist über diesen Gegenstand eine Reihe wertvoller Arbeiten erschienen (vgl. Schrifttum am Ende der Arbeit), die aber gleichwohl noch kein vollständig abgeschlossenes Bild geliefert haben. Es soll daher im folgenden über einige Versuche berichtet werden, die im Zentrallaboratorium der Siemens & Halske AG im Laufe der letzten Jahre zu dem Zweck angestellt worden sind, das schon vorhandene Bild über die Vorgänge in Grießstrecken weiter zu vervollständigen.

Da in dem fertigen Mikrofon nie ein Einzelkontakt, sondern stets eine große Anzahl Kontakte in Reihen- und Parallelschaltung wirksam ist, wurden die Messungen an Grießstrecken vorgenommen; man erhält auf diese Weise Summenwerte, aus denen auf die mittleren Einzelwerte geschlossen werden kann.

2. Beschreibung der Meßanordnung.

Die Untersuchungen wurden zunächst an einer sehr stabil aufgebauten Grießstrecke vorgenommen (vgl. Bild 1). Die beiden Elektroden waren Tauchelektroden aus Kontaktkohle, deren kreisförmiger Querschnitt einen Durchmesser von 5 mm oder auch 12 mm hatte. Die Mikrofonkammer wurde 10 mm hoch, gerechnet über Mitte Elektrode, mit Grieß gefüllt. Es wurden nachbehandelte Anthrazitgrieße verschiedener Körnung verwendet, vorwiegend aber Grieß mit der Körnung 90/120, d. h. Grieß, der noch durch ein Sieb von 90 Maschen je Zoll und nicht mehr durch ein solches von 120 Maschen je Zoll hindurchging. Die Übertragung der Druck-

schwankung geschieht durch ein elektrodynamisches System, dessen Membran die bewegliche Elektrode trägt. Druck- und Stromrichtung ist die gleiche, es handelt sich also um ein Längsstrommikrophon. Während die mechanische Aussteuerung

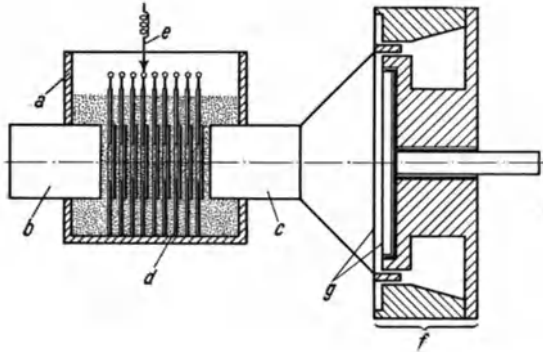


Bild 1. Skizze des Längsstrommikrophons mit Antrieb durch dynamisches System.

a Mikrofonkammer, *b* feste Elektrode, *c* bewegliche Elektrode, *d* Blenden mit je 1 Kohlensonde, *e* Meßleitung zu den Sonden, *f* dynamisches System, *g* Elektroden des Kondensatormikrophons.

des Grießes sich im wesentlichen auf den Raum zwischen den beiden Elektroden beschränkt, würde, ohne besondere Maßnahmen, der übrige Grieß einen elektrischen Nebenschluß bilden, was einerseits zu einer Verringerung der Gleichstromstärke in der durchgesteuerten Grießstrecke, andererseits zu einem Nebenschluß für die in dieser Grießstrecke erzeugte Wechsel-EMK führen würde. Diese „Randwirkung“ wurde dadurch beseitigt, daß in Abständen von je 0,5 mm isolierende Blenden eingebaut wurden, die eine Öffnung hatten, die gleich dem Elektrodenquerschnitt war. Die Membran des antreibenden Systems bildet mit einem Teil des dahinterliegenden Polschuhes ein Kondensatorsystem, mit dessen Hilfe die Amplituden der Membran und also auch die der beweglichen Elektrode bestimmt werden konnten. Die Eichung erfolgte nach dem Sandkörnchenverfahren (vgl. Schrifttum Nr. 9).

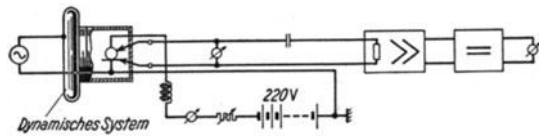


Bild 2. Meßschaltung.

Bei den Versuchen wurde mit verschiedenen Auslenkungen gearbeitet, vorzugsweise jedoch mit einer solchen von $0,07 \mu$. Diese Auslenkung entspricht der einer gewöhnlichen Kohlenmembran bei einem Schalldruck von etwa 20μ bar.

Bild 2 zeigt die Meßanordnung in schematischer Darstellung: der Gleichstromwiderstand der Grießstrecke wird durch eine Stromspannungsmessung bestimmt, die Wechsel-EMK mittels einer geeichten Verstärker- und Gleichrichteranordnung.

3. Durchsteuerungsmessungen.

Zunächst wurden die mittleren Schwingungswiderstände für Elektroden von 5 mm Durchmesser und für verschiedene Grießstreckenlängen bei der Frequenz 600 Hz und der Membranauslenkung von $0,07 \mu$ gemessen. Unter dem „mittleren Schwingungswiderstand“ verstehen wir die mit Gleichstrominstrumenten gemessenen Mittelwerte des Widerstandes, während die Membran Schwingungen ausführt. Bild 3 zeigt diese Widerstände in Abhängigkeit von der Stromstärke, wobei letztere vermittlels der Zahl der Körner je Kubikzentimeter auf „Stromstärke je Korn“ umgerechnet ist. Die Zahl der Körner je Kubikzentimeter wurde durch Auszählen bestimmt und gefunden, daß auf eine Länge von 1 cm für den Grieß 90/120 etwa 61 Körner gerechnet werden können, was mit der Maschengröße des Siebes, durch das der Grieß hindurchgegangen ist, recht gut übereinstimmt. Bis zu Stromstärken von etwa 5μ A je Korn bleibt der Widerstand konstant, um von da ab erst langsam, dann stärker abzusinken. Trägt man die im Bild 3 dargestellten Werte der Widerstände bei 4μ A/Korn in Abhängigkeit von der Grießstreckenlänge auf (vgl.

Bild 3 a), dann zeigt sich, daß der Widerstand linear mit der Länge der Grießstrecke ansteigt. Extrapoliert man auf die Länge Null, dann ergibt sich ein Restwiderstand von etwa 145 Ohm, der als Übergangswiderstand Elektrode—Grießstrecke gedeutet werden kann¹⁾. Mit Hilfe der Zahl der Grießkörner je Kubikzentimeter sowie aus den Abmessungen der Grießstrecke kann sowohl dieser Übergangswiderstand $\varrho_{\ddot{u}}$ zwischen Korn und Elektrode als auch derjenige zwischen 2 Körnern ϱ_k berechnet werden, und zwar nach der Gleichung

$$R = \varrho_k \frac{l}{q \cdot n} + \varrho_{\ddot{u}} \frac{2}{q \cdot n^2} \quad (a)$$

Hierbei bedeutet R den Gesamtwiderstand, l die Länge und q den Querschnitt der Grießstrecke, n ist die Zahl der Körner je Längeneinheit. Für die Grießkörner wird dabei vereinfachend Kugelgestalt in rechtwinkliger Kugeligitterpackung angenommen.

Bei den vorliegenden Versuchsbedingungen ergibt sich für das Verhältnis $\varrho_k : \varrho_{\ddot{u}}$ — dieses Verhältnis hängt unter anderem auch relativ stark von den geometrischen Abmessungen der Grießkammer ab — der Wert von etwa 1 : 3. Der Übergangswiderstand Elektrode—Korn ist danach also größer als der Übergangswiderstand Korn—Korn in der eigentlichen Grießstrecke. Das Verhältnis $\varrho_k : \varrho_{\ddot{u}}$ sowie auch die späteren

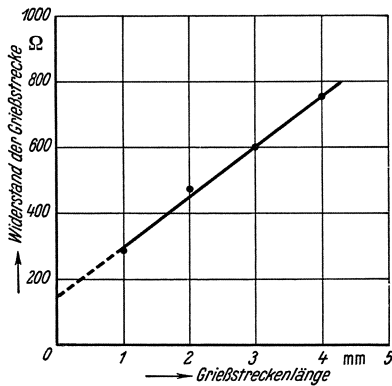


Bild 3 a. Abhängigkeit des Grießstreckenwiderstandes von der Grießstreckenlänge. Grieß 90/120, Speisestromstärke $4 \mu\text{A/Korn}$.

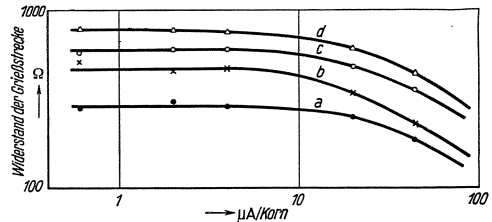


Bild 3. Abhängigkeit des Grießstreckenwiderstandes von der Stromstärke bei verschiedenen Grießstreckenlängen. Elektroden-durchmesser 5 mm, Grieß 90/120, 10 mm Füllhöhe.

$a = 1$ mm Grießstrecke, $b = 2$ mm Grießstrecke, $c = 3$ mm Grießstrecke, $d = 4$ mm Grießstrecke.

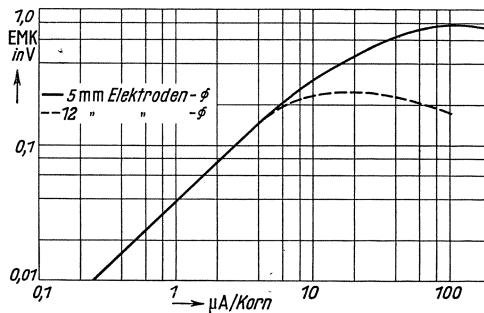


Bild 4. Abhängigkeit der EMK von der Stromstärke je Korn bei verschiedenen Grießstreckenlängen. Grieß 90/120, je 0,5 mm 1 Blende, Füllhöhe 10 mm, Auslenkung $0,07 \mu$, Grießstreckenlänge $1 \dots 4$ mm, $f = 600$ Hz.

Versuche beziehen sich auf die Stromstärke $4 \mu\text{A}$ je Korn; diese Stromstärke wurde deshalb gewählt, weil man sich dabei noch mit Sicherheit in dem linearen Teil der Widerstands- und Wechselspannungskurven befindet.

Die zu den in Bild 3 dargestellten Widerständen gehörigen Werte der Wechsel-EMK sind in Bild 4 gleichfalls in Abhängigkeit von der Stromstärke je Korn veranschaulicht. Die Messungen wurden noch ergänzt durch Untersuchungen an Elektroden mit 12 mm Durchmesser.

Die Kurven für die verschiedenen Grießstreckenlängen fallen innerhalb der Meßgenauigkeit $\pm 5\%$ aufeinander, d. h. also, daß praktisch die EMK nicht von der

¹⁾ Die Verwendung von vergoldeten Metallelektroden brachte keine wesentliche Veränderung dieses Übergangswiderstandes.

Grießstreckenlänge abhängt. Ebenso unterscheiden sich die Kurven für 5 und 12 mm Elektrodendurchmesser bis zu Stromstärken von etwa $5 \mu\text{A}/\text{Korn}$ nicht voneinander; bis zu dieser Stromstärke besteht Proportionalität zwischen Wechsel-EMK und Speisestromstärke. Es ist die gleiche Stromstärke, bis zu der der mittlere Schwingungswiderstand konstant bleibt. Darüber hinaus steigt die EMK weniger stark an und erreicht schließlich ein Maximum, das bei 5-mm-Elektroden etwa bei $100 \mu\text{A}/\text{Korn}$, bei 12-mm-Elektroden dagegen wohl wegen der schlechten Wärmeableitung schon bei $20 \mu\text{A}/\text{Korn}$ liegt. Bis zu $5 \mu\text{A}$ je Korn sind die nicht-linearen Verzerrungen praktisch zu vernachlässigen.

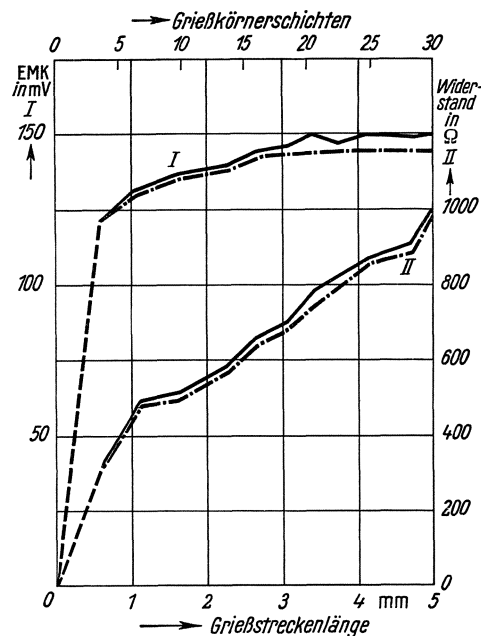


Bild 5. Abhängigkeit des Widerstandes und der EMK von der Grießstreckenlänge. 5 mm Elektrodendurchmesser, 9 Blenden mit je 1 Kohlensonde, Antrieb der beweglichen Elektrode durch dyn. System, Auslenkung der Membran $0,07 \mu$.

$$i = \frac{4 \mu\text{A}}{\text{Korn}}, \quad 90/120 \text{ Grieß}, \quad f = 600 \text{ Hz.}$$

die Stromstärke $4 \mu\text{A}$ je Korn, die Gesamtlänge der Grießstärke 5 mm. Die ausgezogenen Kurven stellen die Meßergebnisse mit Sonde gegen bewegliche Elektrode dar, während die strich-punktierten Kurven durch Addition der zwischen zwei benachbarten Sonden gemessenen Werte erhalten wurden. Die gemessenen Einzelwerte sind wegen der besseren Übersicht nicht besonders gekennzeichnet. Der Widerstand zeigt — von der beweglichen Elektrode aus gerechnet — anfänglich einen sehr starken Anstieg, der in den mittleren Teilgrießstrecken flacher ist und dann an der festen Elektrode wieder etwas steiler wird. Der größte Teil des Gesamtwiderstandes liegt also in dem Übergangswiderstand bewegliche Elektrode—Korn bzw. in den ersten, der beweglichen Elektrode anliegenden Grießkörnerschichten. Die verschieden großen Widerstände der mittleren Teilgrießstrecken können durch geringe Verschiedenheiten in den Abständen zwischen den einzelnen Sonden erklärt werden; außerdem kommt noch hinzu, daß die Größe der einzelnen Grießkörner

Um zu klären, in welcher Weise der auf die Membran eines Kohlenmikrophons wirkende Schalldruck innerhalb der Grießstrecke sich fortpflanzt, wurden die Blenden mit je einer dünnen Kohlensonde versehen. Dadurch konnte der Verlauf des Gleichspannungsabfalles und damit der des Widerstandes in der Grießstrecke und die von den einzelnen Teilgrießstrecken abgegebene EMK ermittelt werden. Die Messungen erfolgten sowohl zwischen den Sonden und der beweglichen Elektrode als auch zwischen den einzelnen Sonden selbst. Auf diese Weise können gegebenenfalls auftretende Phasenunterschiede der einzelnen Teilspannungen erkannt werden. Die Versuche wurden bei den Frequenzen 600, 1500, 2000 und 3000 Hz bis zu 15 mm Grießstreckenlänge und bei verschiedenen Auslenkungen der Membran durchgeführt. Sie ergaben im wesentlichen die gleichen Ergebnisse. In Bild 5 ist für 600 Hz und eine Auslenkung von $0,07 \mu$ sowie einen Elektrodendurchmesser von 5 mm das Ergebnis der Sondenmessungen dargestellt. Der Grieß war der gleiche wie früher,

nicht mehr klein gegen die Abstände zwischen den Sonden und gegen die Dicke der Sonden selbst ist. Trägt man den Widerstand des Mikrophons von der beweglichen Elektrode ab gerechnet bis zur ersten Sonde, also etwa für die ersten drei Körnerschichten, in Abhängigkeit von der Membranauslenkung bei verschiedenen Frequenzen auf, dann zeigt sich (vgl. Bild 6) im wesentlichen ein Ansteigen des Widerstandes sowohl mit größer werdender Auslenkung als auch mit wachsender Frequenz. Dieses Ergebnis ist verständlich. Die einzelnen Grießkörner, die sich an der beweglichen Elektrode befinden, können wegen ihrer Trägheit den schnellen Bewegungen der Elektrode nicht momentan folgen, sie werden also nicht für die ganze Schwingungsdauer mit der Elektrode Kontakt machen. Das wird naturgemäß um so weniger der Fall sein, je größer die Auslenkung der Membran und je höher die Frequenz ist. Der mittlere Schwingungswiderstand muß also steigen.

Die EMK (vgl. Bild 5) zeigt — ähnlich wie der Widerstand — anfangs einen sehr steilen Anstieg; sie hat aber schon nach 10 Grießkörnerschichten ihren Endwert nahezu erreicht. Daraus geht hervor, daß die Grießstrecke nur bis etwa zur zehnten Grießkörnerschicht mechanisch durchgesteuert wird.

Der Klirrfaktor der EMK nahm mit länger werdender Grießstrecke ab und strebte einem konstanten Wert zu. Dieser Kurvenverlauf entspricht qualitativ durchaus den Erwartungen, denn der Klirrfaktor kann naturgemäß nur bei solchen Grießstreckenlängen sinken, bei denen mit wachsender Grießstrecke noch eine geringer werdende mechanische Durchsteuerung des Einzelkorns stattfinden kann, also bei dem hier verwendeten 90/120 Grieß bis zu Grießstreckenlängen von nahezu 2 mm, das sind etwa 10 Grießkörnerschichten. Mit größerer Stromstärke nimmt der Klirrfaktor zu, da sowohl EMK als auch Widerstand bei der höheren Stromstärke nicht linear von der Stromstärke abhängen.

Messungen an Grieß mit feinerer Körnung (Siebung 200/250) bestätigten die angeführten Ergebnisse.

Die einzelnen Kurven stellen jeweils die Mittelwerte aus verschiedenen aufeinanderfolgenden Meßreihen dar. Es kam bei der einzelnen Meßreihe vor, daß beispielsweise bei der Messung Sonde/bewegliche Elektrode der Betrag der EMK plötzlich um etwa 20 % absank. Gleichzeitig minderte sich die Gesamt-EMK des Mikrophons um etwa denselben Betrag. Dieses plötzliche Absinken wird auf unbeherrschbare Instabilitäten in der stark unterteilten Grießstrecke zurückgeführt. Durch leichtes Klopfen am Mikrophon stellte sich der an und für sich zu erwartende Wert wieder ein, der dem Verlauf der EMK nach Bild 5 entspricht.

Der Verlauf der aus den Messungen zwischen den einzelnen Sonden ermittelten Gesamt-Wechsel-EMK in Abhängigkeit von der Grießstreckenlänge stimmt ziemlich gut mit dem Verlauf der gegen die bewegliche Elektrode gemessenen Gesamt-EMK überein. Es lassen sich also bei den untersuchten Frequenzen und Membranauslenkungen Phasenunterschiede zwischen den einzelnen Teilspannungen nicht

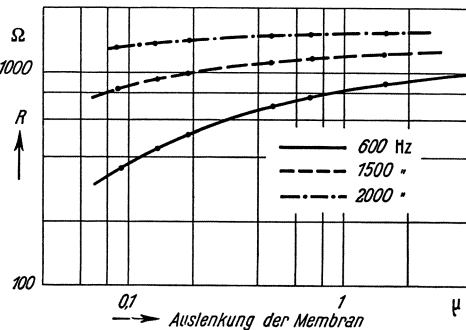


Bild 6. Abhängigkeit des Widerstandes bewegliche Elektrode/1. Sonde von der Auslenkung der Membran bei verschiedenen Frequenzen.

erkennen. Eine Kontrolle mit Hilfe der Braunschen Röhre bestätigte dieses Ergebnis¹⁾.

Dividiert man die zwischen zwei benachbarten Griefskörnern gemessene EMK durch den zwischen ihnen gemessenen Widerstand, dann erhält man einen Wert, der der Zunahme der Gesamt-EMK je Körnerschicht proportional ist, also einen Maßstab für die mechanische Durchsteuerung an der betreffenden Stelle der Griefstrecke darstellt. Bild 7 zeigt die mechanische Durchsteuerung als Funktion der Griefskörnerzahl für die ersten der beweglichen Elektrode anliegenden Körnerschichten für verschiedene Frequenzen und bei verschiedenen Membranauslenkungen. Die Steilheit der Kurven ist im wesentlichen für alle Auslenkungen und Frequenzen gleich. Die Dämpfung der im Grief fortschreitenden Druckwelle beträgt danach im Mittel etwa 0,16 N je Körnerschicht. Diese Größe der Dämpfung gilt naturgemäß nur für die beschriebene Versuchsanordnung. Inwieweit die Dämpfung der Druckwelle von der geometrischen Anordnung, von der Natur des Materials für den Kohलगrief, von der Füllhöhe usw. abhängt, soll Aufgabe noch später durchzuführender Versuche sein.

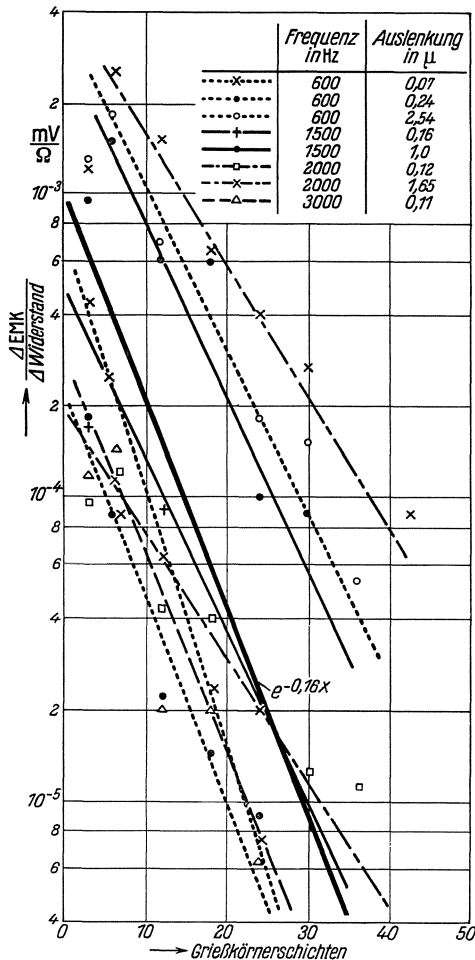


Bild 7. Mechanische Durchsteuerung als Funktion der Zahl der Griefkörnerschichten bei verschiedenen Frequenzen und Auslenkungen.

Die in der Griefstrecke erzeugte Wechsel-EMK ε ist bei geringen Stromstärken proportional der Speisestromstärke I und weiter auch proportional der relativen Widerstandsänderung ΔR der Strecke. Es ist also

$$\varepsilon = I \cdot \Delta R. \quad (b)$$

Teilt man den Griefstreckenwiderstand auf in die Widerstände Korn—Korn ϱ_k und Elektrode—Korn ϱ_u , dann läßt sich unter Berücksichtigung der Dämpfung der im Grief fortschreitenden Druckwelle und durch sinngemäßes Einsetzen von (a) der Ausdruck (b) auch in folgender Form schreiben:

$$\varepsilon = I \left[\frac{l}{q \cdot n} \Delta \varrho_{k_0} \sum_1^{n-1} e^{-bn} + \frac{\Delta \varrho_{u_0}}{q \cdot n^2} (1 + e^{-bn}) \right]. \quad (c)$$

Die Versuche haben nun weiter gezeigt, daß die Werte der EMK für die einzelnen Kontakte in der Griefstrecke proportional dem Unterschied der Auslenkungen zweier

¹⁾ Im Gegensatz zu den angeführten Messungen ergaben im Institut für Schwingungsforschung der T. H. Berlin durchgeführte Messungen der Durchsteuerung an Kohlenlängstrommikrophonen bei höheren Frequenzen zwischen den aufeinanderfolgenden Griefschichten Phasenunterschiede bis zu 90° (vgl. Schrifttum Nr. 1). Es wird jedoch einschränkend bemerkt, daß die gemessenen Phasenunterschiede nicht durch die Ausbreitung der Schallwelle in der Kohlekammer entstanden sein müssen, sondern durch nicht beseitigte Nebeneffekte, wie „Mitschwingen der Rückplatte oder ähnliche Erscheinungen“. Es treten bei einem stabil aufgebauten Mikrophon nach den oben durchgeführten Messungen keinerlei Phasendifferenzen auf.

benachbarter Teilchen sind, und ferner, daß alle diese elektromotorischen Teilkräfte gleichphasig sind. Hieraus geht hervor, daß die Summierung aller Auslenkungen gleich der Auslenkung der beweglichen Elektrode ist und deshalb die EMK einer Gießstrecke nur von der Auslenkung dieser Elektrode und nicht von der Länge der Gießstrecke abhängen kann. Diese Aussage trifft jedoch nur dann zu, wenn alle Kontakte elektrisch gleichwertig sind. Wegen des größeren Wertes von $\varrho_{\ddot{u}}$ gegen ϱ_k ergibt sich für kleine Zahlen n hintereinandergeschalteter Gießkörner eine größere EMK als für größere Werte von n . Messungen an Gießstreckenlängen bis herab zu 0,5 mm ($n = 3$) bestätigten diese Voraussage. In Bild 8 ist das Verhältnis der bei einer bestimmten Gießstreckenlänge (einem bestimmten n) gemessenen EMK zu derjenigen sehr langer Gießstrecken ($n > 20$) dargestellt. Es zeigt sich ein deutlicher Anstieg bei kleinen Längen. Es ist versucht worden, diese Abhängigkeit rechnerisch zu erfassen. Dabei ergibt sich für das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte der Ausdruck (Ableitung im Anhang):

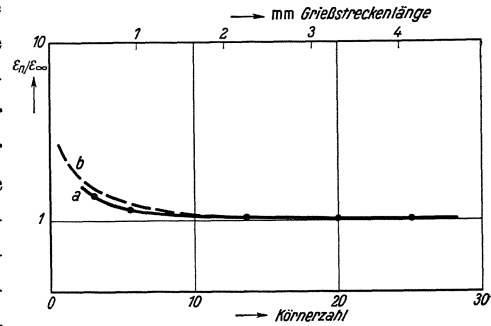


Bild 8. Abhängigkeit der Wechsel-EMK von der Gießstreckenlänge. Längsstrommikrophon mit 5 mm Elektrodendurchmesser.

a Meßwerte, b gerechnete Werte, $\varrho_{\ddot{u}} = 3 \varrho_k$, $b = 0,16$ Neper, Gieß 90/120, $i = 4 \mu\text{A/Korn}$.

$$\varepsilon_n : \varepsilon_{n=\infty} = 1 + \frac{(x - 1)(e^{2b} - 1)}{1 + x(e^b - 1)} \cdot \frac{1}{e^{(n+1)b} - 1},$$

wobei $b =$ Dämpfungsexponent ($= 0,16$), $x = \frac{\varrho_{\ddot{u}}}{\varrho_k} = 3$, n die Anzahl der Körnerschichten ist; mit diesen Werten ergibt sich eine Kurve, die sehr ähnlich der in Bild 8 gezeichneten Meßkurve ist.

4. Messungen von Druck-Widerstandskennlinien.

Weitere Messungen bezogen sich auf die Beziehung zwischen statischem Kontaktwiderstand und Kontaktkraft. Bei manchen Messungen spielt als Kontaktkraft das Eigengewicht des Grießes eine beherrschende Rolle. Es wurde deshalb dafür gesorgt, daß das Gewicht als Druckkraft voll wirkte, so daß sein Einfluß rechnerisch erfaßt werden konnte. Dies geschah dadurch, daß eine Gießstrecke von erheblichen Abmessungen bei der Messung benutzt wurde; das Meßgefäß hatte eine Grundfläche von $6 \times 6 \text{ cm}^2$. Bei diesen Abmessungen sind Kraftverminderungen durch Reibung u. ä. so gut wie ausgeschlossen. Auch ist eine gleichmäßige Verteilung des Grießes auf die Meßstrecke einfach zu erreichen. Kleine Abweichungen von der gleichmäßigen Verteilung verursachen wegen der großen Abmessungen der ganzen Strecke nur geringe Fehler. In der Tat sind alle Messungen auf wenige Prozent genau wiederholbar.

Die Untersuchungen wurden mit Messungen an einer Querstromordnung begonnen, weil hierbei im Gegensatz zur Längsstromanordnung die druckausübende Fläche mit den Elektroden nicht identisch ist, so daß sich eine einfache Meßanordnung ergibt. Bei dem ersten Versuch wurde als Kontaktkraft nur das Eigengewicht des Grießes verwendet.

Die Versuchsanordnung zeigt Bild 9a. Es fehlte das Einsatzgefäß mit Wasser. Es wurde der Widerstand R zwischen den Elektroden gemessen als Funktion der Füllhöhe h_0 des Grießes:

$$R = f(h_0). \tag{1}$$

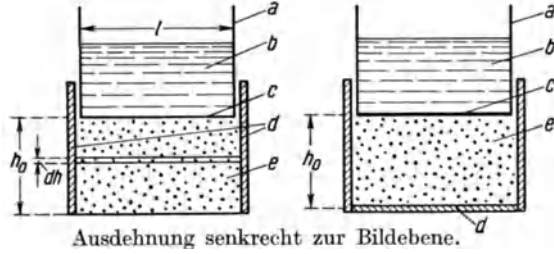


Bild 9a. Versuchsanordnung für Druck quer zur Stromrichtung.

a Einsatzgefäß, b Wasser, c Gummihaut, d Elektroden, e Grieß.

Bild 9b. Versuchsanordnung für Druck in Stromrichtung.

a Einsatzgefäß, b Wasser, c Gummihaut mit Elektrode, d Elektrode, e Grieß.

Die Meßwerte bei Verwendung von Grieß 90/120 zeigt Bild 10. Der Widerstand und die Füllhöhe sind im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Die Meßpunkte liegen auf einer geraden Linie. Die Abhängigkeit läßt sich also durch die Formel

$$R = A \left(\frac{h_0}{\text{cm}} \right)^{-\alpha} \Omega \tag{2}$$

ausdrücken. Um aus dieser Abhängigkeit die Abhängigkeit des Kontaktwiderstandes von der Kontaktkraft P zu erhalten,

$$\varrho_k = F(P), \tag{3}$$

errechnen wir $R = f(h_0)$ unter Benutzung von (3), setzen den erhaltenen Ausdruck dem gemessenen Ausdruck (2) gleich und scheiden aus.

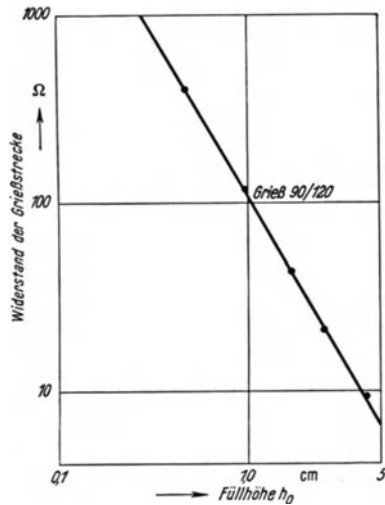


Bild 10. Widerstand als Funktion der Füllhöhe (Querstromanordnung).

Für die Berechnung von $R = f(h_0)$ ist es zweckmäßig, wegen der Druckabhängigkeit von R zunächst den Widerstand einer Scheibe von der Dicke dh zu berechnen und dann über die gesamte Füllhöhe zu integrieren.

Der Strom in der l -Richtung durch eine Scheibe der Dicke dh (Bild 9a) ist

$$di = \varepsilon \frac{b dh n^2}{l \cdot n \cdot \varrho(P)}$$

(n Zahl der Kontakte je Längeneinheit, reziprok zur Körnung; b Breite der Scheibe; ε an der Scheibe liegende Gleichspannung); dann ist

$$R = \frac{l}{b \cdot n \cdot \int_0^{h_0} \frac{dh}{\varrho(P)}}. \tag{4}$$

Die Kraft P , die in jeder Scheibe in der Höhe h wirksam ist, ergibt sich aus der Rohwichte σ des Grießes und dem Abstand der Schicht von dem oberen Grießspiegel ($h_0 - h$)

$$P = \frac{(h_0 - h) \sigma}{n^2}.$$

Setzen wir (2) in den Ausdruck (4) ein, so erhalten wir

$$\frac{l}{b \cdot n A} h^\alpha = \int_0^{h_0} \frac{dh}{\varrho(P)}. \tag{4a}$$

Diese Gleichung wird befriedigt durch den Ansatz:

$$\varrho(P) = \varrho_0 \left(\frac{P}{g}\right)^{-\beta}. \quad (5)$$

Setzen wir diesen Ausdruck und den Wert für P in (4a) ein, so ergeben sich für die Koeffizienten ϱ_0 und β die Werte:

$$\varrho_0 = \frac{b}{l} \frac{A}{\alpha} \frac{\sigma^{\alpha-1}}{n^{2\alpha-3}}; \quad \beta = \alpha - 1. \quad (6)$$

In dem Ausdruck für ϱ_0 enthält der erste Bruch die Abmessungen der Meßstrecke ($l = 6$ cm, $b = 6$ cm); A und α werden aus der Meßkurve (Bild 10) entsprechend Gleichung (2) entnommen:

$$A = 112; \quad \alpha = 1,75.$$

Der dritte Bruch enthält Grießkonstanten; es ist die Rohwichte $\sigma = 0,9$ g/cm³ und die mittlere Zahl der Körner je Längeneinheit $n = 61$ cm⁻¹ bei dem Grieß der Körnung 90/120. Setzt man die Zahlenwerte in (6) ein, so erhält man für den Widerstand des Kontaktes als Funktion der Kraft senkrecht zur Stromrichtung

$$\varrho_k = 7,6 \left(\frac{P}{g}\right)^{-0,75} \Omega. \quad 1)$$

Zur Kontrolle dieser Ergebnisse wurde ein zweiter Versuch gemacht. Die Versuchsanordnung war wie in Bild 9a, es wurde das Einsatzgefäß mit definierten Wassermengen gefüllt, aus denen dann der Druck auf die Grießstrecke errechnet wurde. Der Boden des Einsatzgefäßes bestand aus sehr dünnem Gummi; hierdurch wurde eine gleichmäßige Verteilung des Druckes über die ganze Grießstrecke erreicht. Die Füllhöhe wurde bei dem Versuch auf dem Wert 1 cm festgehalten und der Widerstand der Grießstrecke als Funktion des Wassergewichts gemessen. Es ergab sich die in Bild 11 gezeichnete Kurve a für den Grieß 90/120. Die aus dem ersten Versuch bekannten Abhängigkeiten des Kontaktwiderstandes von der Kontaktkraft setzen uns in den Stand, die zu erwartenden Widerstände zu errechnen. Wir benutzen die Formel (4) und setzen für $\varrho(P)$ die gefundene Abhängigkeit (5) ein (von jetzt ab werden der Einfachheit wegen nur Zahlenwertgleichungen verwendet).

$$R = \frac{l}{b \cdot n} \cdot \frac{1}{\int_0^{h_0} \frac{dh}{\varrho_0 P^{-\beta}}}. \quad (7)$$

Die Kontaktkraft P in jeder Schicht setzt sich zusammen aus dem Anteil des Gewichts des Wassergefäßes P_0 und des Gewichts der darüberliegenden Grießschichten

$$P = \frac{A \sigma^{1+\beta}}{\left(\frac{P_0}{l \cdot b} + h_0 \sigma\right)^{1+\beta} - \left(\frac{P_0}{l \cdot b}\right)^{1+\beta}}.$$

¹⁾ Berücksichtigt man den Übergangswiderstand ϱ_u , dann ergibt sich für ϱ_0 der Wert 6,4; dabei ist der durch zahlreiche Messungen an der in Bild 9 skizzierten Grießstrecke bestätigte Wert des Verhältnisses $\varrho_k : \varrho_u$ unabhängig vom Druck zu 1 : 30 angenommen.

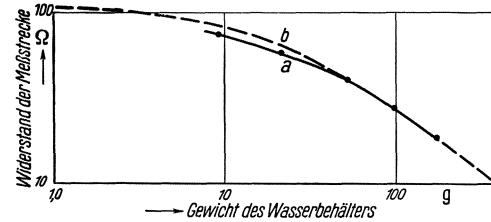


Bild 11. Widerstand bei zusätzlichem Druck (Querstromanordnung).
 a gemessene Kurve
 b errechnete Kurve } für Grieß 90/120.

Wir setzen ein und erhalten

$$R = \frac{A \sigma^{1+\beta}}{\left(\frac{P_0}{l \cdot b} + h_0 \sigma\right)^{1+\beta} - \left(\frac{P_0}{l \cdot b}\right)^{1+\beta}}.$$

Für verschwindendes Gewicht P_0 geht der Widerstand in Übereinstimmung mit (2) über in

$$R \rightarrow A h_0^{-\alpha}.$$

Ist $\frac{P_0}{l \cdot b} \gg h_0 \sigma$, so kann man den ersten Klammerausdruck im Nenner entwickeln und erhält, wenn man nach dem zweiten Glied abbricht,

$$R = \frac{A \sigma^\beta}{(1 + \beta) h_0} \left(\frac{P_0}{l \cdot b}\right)^{-\beta}.$$

Die errechnete Kurve b für den Gieß 90/120 ist im Bild 11 ebenfalls eingezeichnet. Die Übereinstimmung zwischen gemessenen und gerechneten Werten ist sehr gut.

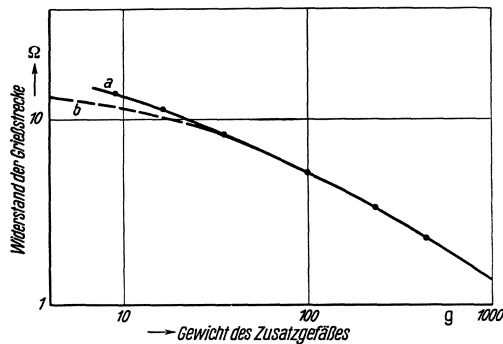


Bild 12. Widerstand bei zusätzlichem Druck (Längsstromanordnung).

a gemessene Kurve } für Gieß 90/120.
 b errechnete Kurve }

Die Versuchsanordnung für Messungen, bei denen der Druck in der Stromrichtung wirkte, zeigt das Bild 9b. Das Gefäß hat die gleichen Abmessungen wie das für die Querstromversuche, jedoch sind der Boden des Gefäßes und die Unterseite des Einsatzgefäßes als Elektroden ausgebildet. Unter den Gummiboden des Einsatzgefäßes war eine vergoldete Bronzefolie geklebt, die als Elektrode wirkte. — Es wurden die gleichen Versuche ausgeführt wie bei der Querstromanordnung. Zunächst wurde die Abhängigkeit des Widerstandes der Meßstrecke von dem Gewicht des Wasserbehälters gemessen.

Die Ergebnisse zeigt Bild 12, und zwar die Kurve a für die Gießkörnung 90/120. — Auch hier läßt sich die zu erwartende Abhängigkeit vorausberechnen, wenn man annimmt, daß der Widerstand in der gleichen Weise von der Kraft abhängt wie bei Druck quer zur Stromrichtung, d. h.

$$\varrho_k = \varrho'_0 P^{-\beta}.$$

Den zu erwartenden Widerstand erhält man dann durch eine einfache Integration als Funktion der Füllhöhe und des zusätzlichen Druckes:

$$R = \int_0^{h_0} \frac{\varrho'_0}{l \cdot b \cdot n} \left[\frac{P_0}{l \cdot b \cdot n^2} + \frac{(h_0 - h) \sigma}{n^2} \right]^{-\beta} \cdot dh = \frac{\varrho'_0}{l \cdot b \cdot n^{1-2\beta} (1 - \beta) \sigma} \left[\left(\frac{P_0}{l \cdot b} + h_0 \sigma\right)^{1-\beta} - \left(\frac{P_0}{l \cdot b}\right)^{1-\beta} \right]. \quad (8)$$

Ist $\frac{P_0}{l \cdot b} \ll h_0 \sigma$, so geht R über in

$$R = \frac{\varrho'_0 \sigma^\beta}{l \cdot b \cdot n^{1-2\beta} (1 - \beta)} h_0^{1-\beta}.$$

Ist $\frac{P_0}{l \cdot b}$ dagegen $\gg h_0 \sigma$, dann ergibt sich für R

$$R = \frac{\varrho'_0}{(l \cdot b)^{1-\beta} n^{1-2\beta}} h_0 P_0^{-\beta}.$$

In Bild 12 zeigt die Kurve a die gemessene Abhängigkeit des Widerstandes vom Gewicht des Zusatzgefäßes bei der Füllhöhe $h_0 = 5$ cm. Aus den Widerstandswerten

der Kurve *a* bei gegen den Eigendruck des Grießes großem Zusatzdruck wurde der für die Rechnung bestimmende Faktor ϱ'_0 nach Gl. (8) errechnet. Für ϱ'_0 ergab sich der Wert 12,9 bei Berücksichtigung des Übergangswiderstandes Elektrode/Korn. Die Kurve *b* in Bild 12 veranschaulicht die nach Gl. (8) errechnete Abhängigkeit des Widerstandes von h_0 . Die Übereinstimmung des Verlaufs von *a* und *b* ist recht gut. Der Wert für ϱ'_0 beträgt etwa das zweifache des Wertes für ϱ_0 für die Querstromanordnung. An und für sich wäre zu erwarten — da der Grieß in seinem mechanischen Verhalten etwa zwischen Flüssigkeit und festem Körper steht —, daß ϱ'_0 kleiner als, höchstens aber gleich ϱ_0 ist. Der größere Wert von ϱ'_0 kann aber durch Verteilungen zwischen den Grießkörnern erklärt werden. Bei Verteilungen treten je nach der Größe des Keilwinkels zwischen den Körnern höhere Drucke auf, als dem auf den Körnern ruhenden Gewicht entsprechen. Diese höheren Drucke wirken sich widerstandserniedrigend aus, und zwar vorwiegend für Ströme, die quer zur Richtung des Druckes fließen.

Die experimentell bestimmte Abhängigkeit des Widerstandes von der Füllhöhe zeigen die Kurven *a* (Gewicht des Zusatzgefäßes 159 g) und *a'* (Gewicht des Zusatzgefäßes 9 g) in Bild 13. Die Kurven *b* und *b'* stellen die entsprechende nach Gl. (8) errechnete Abhängigkeit des Widerstandes von h_0 unter Berücksichtigung des Übergangswiderstandes dar. Die errechneten und die gemessenen Kurven stehen in guter Übereinstimmung miteinander.

Um die Größe des Kontaktwiderstandes bei verschiedenen Körnungen zu bestimmen, wurden Grießstreckenwiderstände in der Querstromanordnung im Bereich der Körnungen 30/40 bis 200/250 gemessen. Da jedoch von den verschiedenen Körnungen nur geringe Grießmengen vorhanden waren, mußte die Grießstrecke im Gegensatz zu den oben mitgeteilten Messungen für diese Messungen kleiner bemessen werden, und zwar betrug der Querschnitt der Strecke 1,13 cm², die Länge 1,2 cm. Der zusätzliche Druck wurde durch Grießkörner ausgeübt, die auf die eigentliche Strecke aufgeschüttet wurden. Bei konstant gehaltener Füllhöhe schwankten also die zusätzlichen Drücke je Kontakt bei verschiedenen Grießkörnungen im Verhältnis der Quadrate der Körnungen. Sind nun die Kontaktwiderstände ϱ_k bei allen Körnungen gleich, dann müssen die Widerstände mit kleinerer Körnung, also mit wachsendem n nach Gl. (5) mit $n^{2\beta}$ steigen und die entsprechenden Gesamtwiderstände — da stets n^2 Körner parallel und nur n in Reihe geschaltet werden — mit $n^{2\beta-1}$, für $\beta = 0,75$, also mit $n^{0,5}$. Bild 14 zeigt den Gesamtwiderstand der genannten Grießstrecke als Funktion der Grießkörnerzahl je Zentimeter bei verschiedenen Körnungen und Brenntemperaturen der Nachbehandlung. Die Kurven steigen sämtlich mit $n^{0,5}$ an,

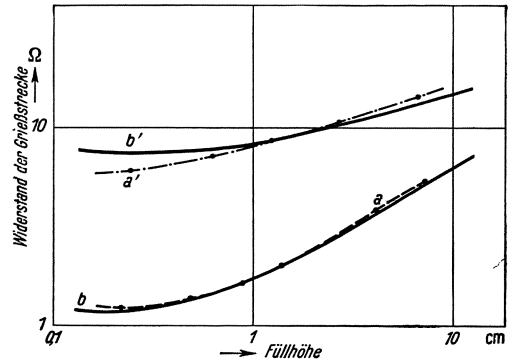


Bild 13. Widerstand als Funktion der Füllhöhe (Längsstromanordnung).

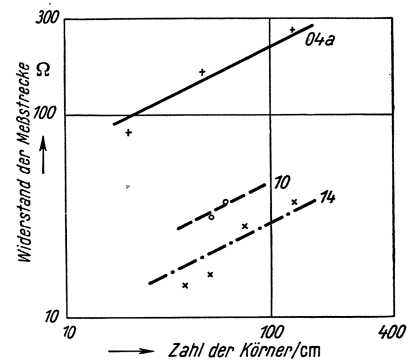


Bild 14. Widerstand als Funktion der Körnerzahl.

ihre absoluten Werte sind jedoch verschieden, und zwar entsprechen den Grießen mit höherer Brenntemperatur wegen der dadurch besser leitenden Kornoberfläche die niedrigeren Widerstandswerte. (Die Bezeichnungen 04a, 10 und 14 geben die Nummer der bei der Nachbehandlung zur Temperaturbestimmung dienenden Segerkegel mit bestimmter Erweichungstemperatur an.) Daraus geht hervor, daß der Kontaktwiderstand ρ_k wohl abhängig von der Vorbehandlung des Grießes, jedoch unabhängig von der Grießkörnung ist.

Es hat sich also gezeigt, daß die Widerstands-Druck-Abhängigkeit des Grießes sowohl für Quer- als auch für Längsstromanordnungen durch den Ausdruck

$$\rho_k = c \rho_0 P^{-\beta}$$

gegeben ist, wobei ρ_0 eine Konstante, die von der Vorbehandlung, nicht aber von der Körnung des Grießes abhängt. c hängt von der Richtung der Kraft zu den Stromlinien ab.

Der Exponent β hat den Wert $0,7 \dots 0,75$. Dies Ergebnis stimmt gut mit ähnlichen, vorwiegend am Einzelkontakt vorgenommenen Untersuchungen von R. Holm sowie von F. S. Goucher überein. Der Grund für die etwas höheren Werte des Exponenten gegenüber den Werten bei R. Holm und F. S. Goucher für denselben Druckbereich kann vielleicht in einer uneinheitlichen Beschaffenheit der Körneroberfläche zu suchen sein.

5. Einfluß der Feuchtigkeit.

Weiter wurde der Einfluß der Feuchtigkeit auf den mittleren Schwingungswiderstand und die EMK einer Grießstrecke gemessen. Die verschiedenen Feuchtigkeitsgrade wurden in der Weise hergestellt, daß der Mikrophongrieß jeweils bei verschiedenen Temperaturen längere Zeit (3 ··· 4 Stunden) einer mit Wasser-

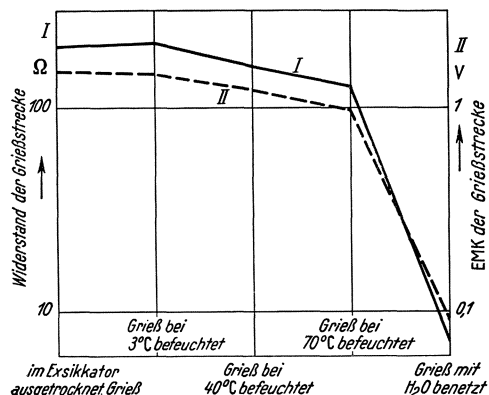


Bild 15. Abhängigkeit von Widerstand und EMK von der Feuchtigkeit.

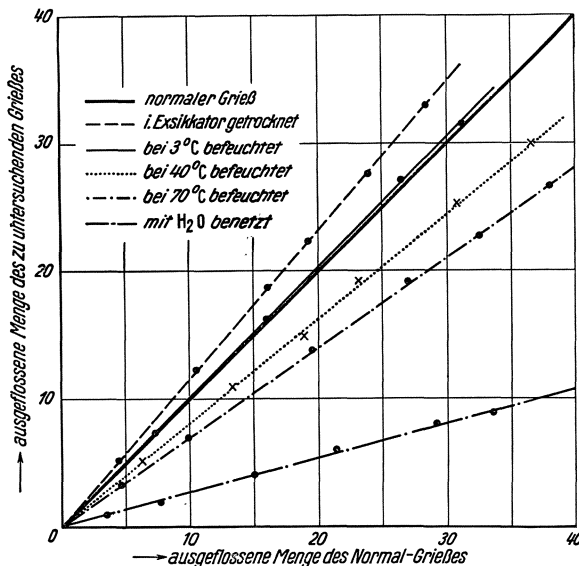


Bild 16. Fließfähigkeit des Grießes bei verschiedenem Feuchtigkeitsgehalt.

dampf gesättigten Atmosphäre ausgesetzt wurde. Als Grenzwerte in der Feuchtigkeitsskala dienten 1. mit Phosphorpentoxyd ausgetrockneter Grieß und 2. mit Wasser versetzter Grieß, so daß sich Grießbrei bildete.

Bild 15 zeigt den Mikrofonwiderstand bei verschiedenen Feuchtigkeitsgehalten und die dazugehörige EMK. Widerstand und EMK sinken mit steigender Feuch-

tigkeit. Bild 16 veranschaulicht die Fließfähigkeit des Grießes 90/120 bei verschiedenem Feuchtigkeitsgrad. Eine gute Fließfähigkeit des Grießes ist wegen der damit verbundenen guten Austauschbarkeit des Grießes in der Grießstrecke erwünscht. Die Fließfähigkeit des Grießes wurde dabei in folgender Weise gemessen. Ein mit Grieß in bestimmter Weise gefüllter, geeichter Glaszylinder wird etwa 2 mm von seiner glatten Unterlage (ebene Glasplatte) abgehoben und in dieser Lage schwebend erhalten. Nun wird das gesamte Gerät mechanisch erschüttert. Der Grieß fließt entsprechend seiner Fließfähigkeit aus dem Zylinder auf die Unterlage aus. Die Menge des ausgeflossenen Grießes im Verhältnis zur Menge des ausgeflossenen Normalgrießes, der in einem zweiten Zylinder untergebracht war, dient als Maß für die Fließfähigkeit. Es ergibt sich nach Bild 16 — wie zu erwarten —, daß die Fließfähigkeit um so größer ist, je trockener der Grieß. Die relativ große Fließfähigkeit des mit Wasser benetzten Grießes liegt an der breiigen Beschaffenheit des Grießes. An und für sich würde Grieß, der eben gerade an seiner gesamten Oberfläche mit Wasser benetzt ist, erheblich weniger gut fließen.

6. Einfluß der Körnung auf die elektrische Belastung.

Es war früher festgestellt worden, daß bei dem Grieß 90/120 von einer bestimmten Stromstärke ab ($5 \mu\text{A}/\text{Korn}$) der Zusammenhang zwischen Stromstärke und Widerstand bzw. EMK nicht mehr linear ist. Untersuchungen an Grießen gleicher Herstellungsweise, jedoch verschiedenartiger Körnung, zeigten, daß bei grobem Grieß, wohl wegen der besseren Wärmeableitung, diese Stromstärke bzw. die ihr entsprechende Leistung merklich höher liegt als bei feiner Körnung. In Bild 17 sind die Ergebnisse dieser Versuche aufgezeichnet. Da diejenige Stromstärke, bei der Abweichung von der Linearität eintritt, schlecht bestimmt ist, wurde diejenige Stromstärke bzw. die ihr entsprechende Leistung zugrunde gelegt, bei der bereits eine Abweichung von 10% von der Linearität eingetreten war. Es zeigt sich ein deutliches Ansteigen mit größerer Körnung.

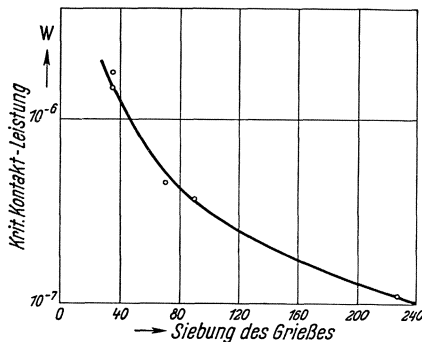


Bild 17. Abhängigkeit der Kontaktleistung von der Grießkörnung.
 Versuchskammer mit $q = 113 \text{ mm}^2$, Füllhöhe 10 mm, Grießstreckenlänge 12 mm.

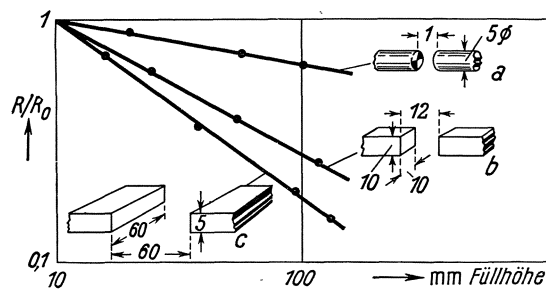


Bild 18. Abhängigkeit des relativen Widerstandes von der Füllhöhe bei verschiedenen Grießstreckenarrangements.
 a, b, c Anordnungen der Elektroden.

7. Schluß.

Nach den oben mitgeteilten Ergebnissen hat also sowohl der Aufbau der Grießstrecke als auch die verwendete Grießkörnung Einfluß auf die Größe des linearen Bereichs. Aber auch Widerstand und EMK werden in hohem Maße von dem Auf-

bau der Strecke durch die Verkeilungen der Körner, die Reibungswirkung an der Kammerwand u. ä. beeinflusst.

In Bild 18 sind bei einigen einfachen Konstruktionen der Verlauf des relativen Gießstreckenwiderstandes von der Füllhöhe in logarithmischem Maßstab veranschaulicht. In schmalen engen Kammern hat der Fülldruck naturgemäß weit weniger Einfluß auf den Widerstand als in relativ breiten Strecken. Für den Entwurf und den Bau leistungsfähiger Mikrophone müssen diese Einflüsse weitgehend berücksichtigt werden.

Zusammenfassung.

Untersucht wurden nachbehandelte Anthrazitgrieße von Mikrophenen. Die Dämpfung der Druckwelle in der Gießstrecke wurde bei Längsstromanordnung zu 0,16 Neper je Schicht, unabhängig von der Gießkörnung, ermittelt. Die Abhängigkeit des Widerstandes von Druck wurde an Längs- und Querstromanordnungen gemessen; sie läßt sich durch eine einfache Exponentialfunktion darstellen. Schließlich wurden die Einflüsse von Feuchtigkeit, Brenntemperatur, Korngröße und elektrischer Belastung auf den Widerstand und die EMK von Gießstrecken untersucht.

Schrifttum.

1. G. Madia: Elektr. Nachr.-Techn. **11** (1934) S. 338ff.
2. G. Hara: Elektr. Nachr.-Techn. **12** (1935) S. 191ff.
3. C. A. Hartmann: Elektr. Nachr.-Techn. **5** (1928) S. 344ff.
4. R. Holm: Z. techn. Physik **13** (1922) S. 290, 320 u. 349ff.
5. R. Holm: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **VII**, 2 (1929) S. 217ff.
6. F. S. Goucher: J. Franklin Inst. **217** (1934) S. 407ff.
7. C. J. Christensen u. G. L. Pearson: Bell Syst. techn. J. **15** (1936) S. 197ff.
8. T. Korn: Elektr. Nachr.-Techn. **13** (1936) S. 219ff.
9. H. Salinger: Elektr. Nachr.-Techn. **6** (1929) S. 395ff.
10. N. Andrejew: Elektr. Nachr.-Techn. **8** (1931) S. 488ff.

Anhang.

Die Auslenkung der einzelnen in der Gießstrecke hintereinandergeschalteten n Gießkörner erfährt mit steigender Entfernung von der erregenden Elektrode eine Dämpfung von b ($= 0,16$) Neper. Die Auslenkung an der Stelle ν in der Gießstrecke bei Berücksichtigung der Reflexionen an der festen bzw. beweglichen Elektrode und unter der vereinfachenden Voraussetzung, daß die Reflexion an der beweglichen Elektrode in der gleichen Weise vor sich geht wie an der festen, sei:

$$a_\nu = a_0 e^{b\nu} - a_0 e^{-bn} e^{-b(n-\nu)} + a_0 e^{-2bn} e^{-b\nu} - a_0 e^{-3bn} e^{-b(n-\nu)} + \dots \quad (1)$$

Vereinfacht ergibt sich:

$$a_\nu = a_0 \frac{e^{-b\nu} - e^{b\nu} e^{-2bn}}{1 - e^{-2bn}}. \quad (2)$$

Die Differenz der Auslenkung zwischen den beiden benachbarten Gießkörnern ν und $\nu - 1$ ist dann:

$$\delta_\nu = a_{\nu-1} - a_\nu = a_0 \frac{(1 - e^{-b})(e^{-b\nu} e^b + e^{b\nu} e^{-2bn})}{1 - e^{-2bn}}. \quad (3)$$

Die Summierung aller Differenzen zwischen je zwei benachbarten Körnern gibt den Ausdruck:

$$\sum_1^k \delta_v = a_0 \left[1 - e^{-bk} \frac{1 - e^{-2b(n-k)}}{1 - e^{-2bn}} \right]; \quad (4)$$

für $k = n$ wird $\sum_1^k \delta_v = a_0$.

Die Summe der Differenzen der Auslenkung zwischen je zwei benachbarten Gießkörnern ist also gleich der Auslenkung der beweglichen Elektrode. Da nun die in der Gießstrecke erzeugte EMK proportional der Summe aus den Differenzen der Auslenkung zwischen je zwei benachbarten Gießkörnern ist, sagt die Gl. (4) aus, daß die erzeugte EMK unabhängig von der Zahl n der hintereinandergeschalteten Körner ist.

Unter Berücksichtigung des höheren Widerstandes von ρ_{ii} gegen ρ_k und den dadurch bedingten höheren Anteil der Widerstände ρ_{ii} an dem Zustandekommen der gesamten EMK ergibt sich für die gesamte EMK der Gießstrecke von n in Reihe geschalteter Körnerschichten:

$$\varepsilon_n = \sum_1^n \delta_v + (x-1)\delta_{v=1} + (x-1)\delta_{v=n} = a_0 + (x-1)(\delta_1 + \delta_n), \quad \text{hierbei ist } x = \frac{\rho_{ii}}{\rho_k}. \quad (5)$$

Setzt man die Werte für δ_1 und δ_n ein, so ist nach einigen vereinfachenden Umrechnungen

$$\varepsilon_n = a_0 \left[1 + (x-1)(1 - e^{-b}) \left(1 + \frac{e^{-bn}}{1 - e^{-2bn}} \frac{1 + e^b}{1 - e^{-2bn}} \right) \right]. \quad (6)$$

Ist die Zahl der hintereinandergeschalteten Körnerschichten sehr groß, dann ergibt sich für die EMK

$$\varepsilon_{n \rightarrow \infty} = a_0 [1 + (x-1)(1 - e^{-b})]. \quad (7)$$

Das Verhältnis der bei einer bestimmten Gießstreckenlänge (einem bestimmten n) erzeugten EMK zu der bei sehr langer Gießstrecke ($n > 20$) als Funktion von n ist dann

$$\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{n \rightarrow \infty}} = 1 + \frac{(x-1)(e^{2b} - 1)}{1 + x(e^b - 1)} \frac{1}{e^{(n+1)b} - 1},$$

wobei berücksichtigt ist, daß n hintereinandergeschalteten Körnern stets $n + 1$ Kontakte entsprechen.

Zur Kenntnis des Schellacks.

X.¹⁾ Mittel.: Die Untersuchung einiger wenig bekannter Eigenschaften.

Von Werner Nagel und Elisabeth Baumann.

Mit 9 Bildern.

Mitteilung aus der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes
der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 1. März 1937.

Hydrolyse von Schellackreinharz.

Bei den früheren Untersuchungen über Zusammensetzung und Verhalten von Schellackreinharz war durchweg die Beobachtung benutzt worden, daß Kalilauge

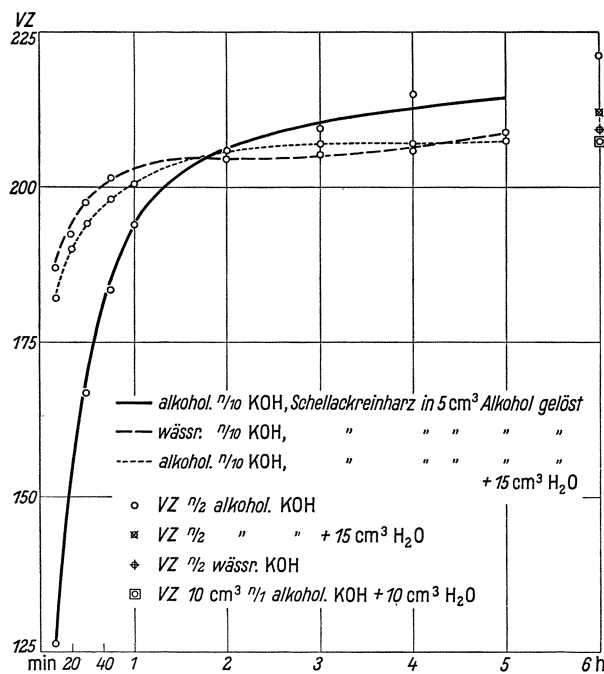


Bild 1. Hydrolyse von Schellackreinharz.

von fünffacher Normalität die Harzmolekel zerlegt und von den einzelnen Komponenten die Aleuritinsäure in Form ihres Kaliumsalzes zur Abscheidung bringt. Bevor diese grundlegende Tatsache gefunden worden war, waren aber vielfach Versuche angestellt worden, die Einwirkung von schwächeren Alkalilaugen und Säuren klarzustellen. Die Ergebnisse waren jedoch widersprechend, da der Gedanke einer Hydrolyse des Schellacks nicht in Betracht gezogen wurde, das Harz vielmehr als ein einfacher Ester einer Harzsäure angesprochen wurde, wie es in den Arbeiten früherer Forscher ja stets geschieht. Erst spätere Untersuchungen zeigten, daß verdünnte Laugen nur eine teilweise Zerlegung der Harzmolekel

(Hydrolyse) hervorrufen, die außerordentlich schwer und auch dann nur nach Erkenntnis des chemischen Vorganges messend verfolgt werden kann. Bei den Säuren tritt noch eine andere Schwierigkeit hinzu: Das Reinharz des Schellacks wird von allen untersuchten sauren Agenzien (Schwefelsäure, Salzsäure, Salpetersäure, Phosphorsäure, Essigsäure und Ameisensäure) angegriffen; d. h. es tritt also bei der Ein-

¹⁾ Vgl. W. Nagel u. W. Mertens: Zur Kenntnis des Schellacks. IX. Mittel.: Über die Konstitution der Aleuritinsäure. Ber. dtsch. chem. Ges. **69** (1936) S. 2050.

wirkung nicht nur der Vorgang der Hydrolyse ein, sondern auch Wasserabspaltung (durch Schwefelsäure), Isomerisierung (vermutlich durch alle Säuren), Acetylierung (durch Essigsäure) und ähnliche Reaktionen. Ferner ist mit folgendem zu rechnen: Die üblichen Lösungsmittel für Schellackreinharz sind alkoholischer Natur, d. h. solche, die sich unter dem Einfluß von Säuren mit diesen verestern. Es wird sich also dieser Veresterungseffekt einem durch die Säure hervorgerufenen eventuellen hydrolytischen Effekt überlagern, was die Schwierigkeit der quantitativen Untersuchung über die Säureeinwirkung zweifellos erhöht.

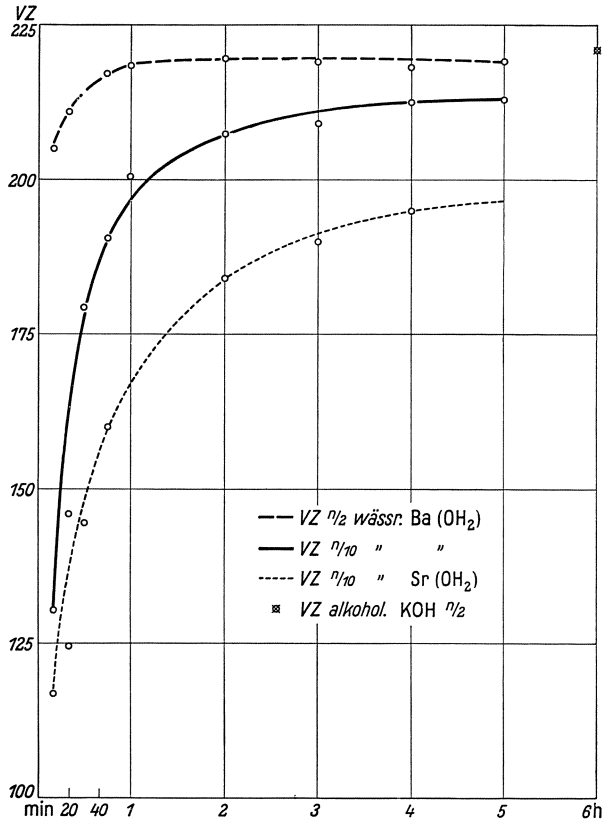


Bild 2. Hydrolyse von Schellackreinharz in alkoholischer Lösung.

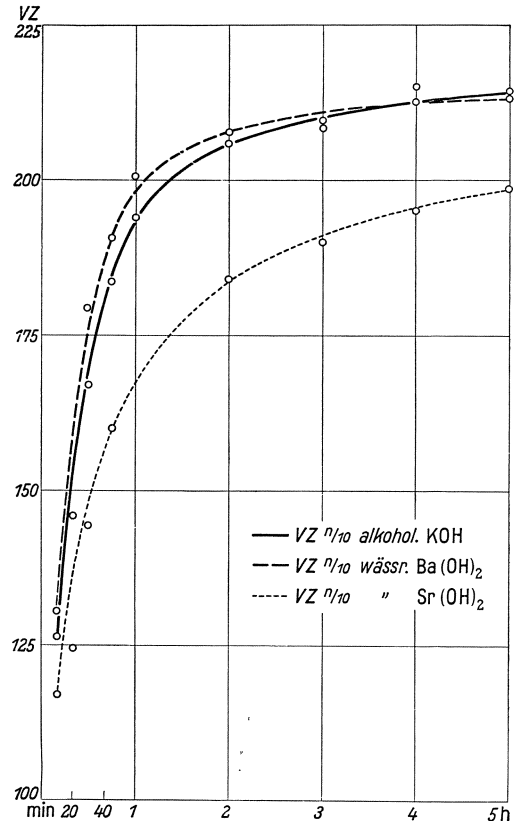


Bild 3. Hydrolyse von Schellackreinharz, gelöst in 5 cm³ Alkohol.

Es war anzunehmen, daß sehr verdünnte Kalilauge auf Schellackreinharz zunächst nicht spaltend wirken würde¹⁾, sondern nur die sauren Gruppen absättigt, die sich in der Harzmolekel befinden. Wie aus Bild 1 hervorgeht, bewahrheitet sich diese Annahme. Hier wird der Grad der Zerlegung der Reinharzmolekel gemessen durch die Menge Kalilauge, die erforderlich ist, um die Säure abzusättigen. Der Wert (VZ) steigt steil an, bis er die wahre Verseifungszahl erreicht. Alkoholische und wässrige Kalilaugen, sowie Gemische von beiden verhalten sich hierbei gleich.

Dieselbe Erwartung findet sich in Bild 2 bestätigt, das fernerhin zeigt, daß in der Geschwindigkeit der Hydrolyse bei geringen Konzentrationen Unterschiede kaum noch erfaßt werden können; es wirkt also eine Lauge von $\frac{1}{2}$ - oder $\frac{1}{10}$ -Normalität

¹⁾ Die Säurezahl des Reinharzes (SZ = 65) kann bekanntlich sofort ermittelt werden; hier liegt also eine Spaltung noch nicht vor.

schon bald hydrolysierend ein, wenn auch der Punkt der vollständigen Spaltung bei Verwendung der verdünnten Lauge später erreicht wird als bei der konzentrierteren.

Von besonderem Interesse war es nun festzustellen, ob durch Verwendung von sehr verdünnten Lösungen der Erdalkalihydroxyde eine reine Absättigung der sauren

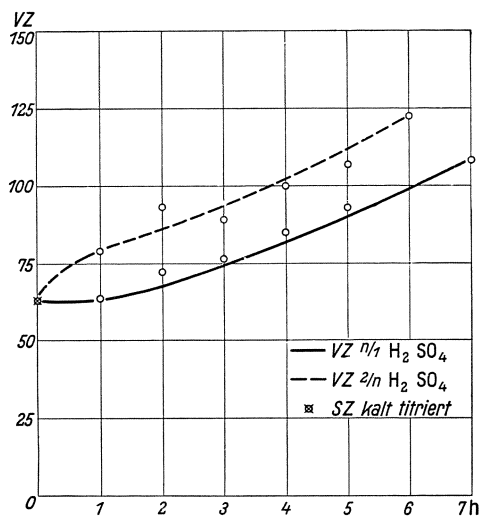


Bild 4. Hydrolyse von Schellackreinharz in Dioxanlösungen mit $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{2}$ Schwefelsäure.

der sauren Gruppen des Schellackreinharzes stets mit Hydrolyse verbunden; diese kann bei Anwendung sehr verdünnter Laugen schwacher Basen zurückgedrängt werden, ist aber immer so stark, daß sie schon nach wenigen Minuten berücksichtigt werden muß.

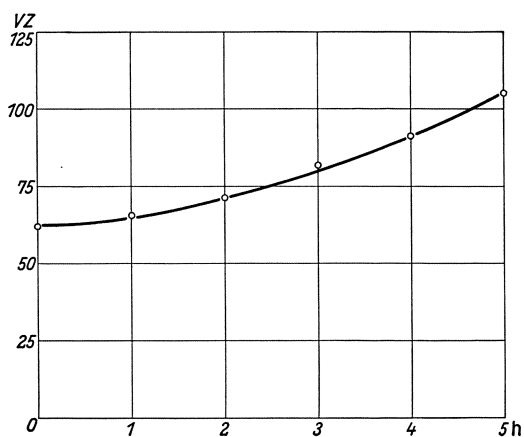


Bild 5. Hydrolyse von Schellackreinharz, gelöst in Dioxan mit $\frac{1}{2}$ Dioxan/Essigsäure.

Konzentrationsverhältnisse für die Harzlösung ermöglichten dies.

Es ergibt sich aus Bild 4, daß Schwefelsäure zwar nur in sehr geringem Maße hydrolysierend auf Schellackreinharz einwirkt, daß bei mehrstündigem Kochen aber die zerlegende Wirkung doch so groß wird, daß sie berücksichtigt werden muß. Auch hier tritt bei größerer Konzentration stärkere Hydrolyse ein, wie es der Vergleich zwischen einfach- und doppeltnormaler Schwefelsäure zeigt.

Andere Säuren wirken ähnlich (vgl. Bild 5). Vom theoretischen Standpunkte besonders interessant war Essigsäure. Wie früher veröffentlichte Untersuchungen

Gruppen der Harzmolekel ohne gleichzeitige Spaltung erzielt werden konnte. Wie auch aus Bild 2 hervorgeht, ist dies nicht der Fall. Zwar wirken die Laugen langsam ein, jedoch prinzipiell nicht anders wie $\frac{1}{10}$ -Kalilauge auch, d. h. zugleich mit der Absättigung tritt Hydrolyse ein, die rasch stärker wird und schon nach 2 Stunden praktisch den Höchstwert erreicht.

Daß man durch die Verwendung wässriger Erdalkalihydroxydlaugen wenig erzielt, ergibt sich aus Bild 3. Auch die Variation in der Konzentration sowie der Übergang zu Erdalkalien geringeren Atomgewichtes (leider auch geringerer Wasserlöslichkeit der Hydroxyde) ergeben nur wenig Vorteile.

Es muß also gefolgert werden: bei Anwendung der untersuchten Basen ist Absättigung

Wie eingangs beschrieben, bestand die Hauptschwierigkeit bei der Ermittlung der Hydrolyse durch Säuren in der Auswahl eines geeigneten indifferenten Lösungsmittels. Es gelang uns, im Dioxan ein solches zu finden, das in den untersuchten Zeiten von Schwefelsäure nicht angegriffen wird. Schellackreinharz wurde also jeweils in Dioxan gelöst und mit Schwefelsäure der gewählten Konzentration behandelt; hierbei war wichtig, daß der Zusatz der Schwefelsäure, die in wässriger Lösung zur Anwendung kam, keine Ausfällung bewirkte; die vollständige Mischbarkeit von Wasser und Dioxan, sowie die Einhaltung bestimmter

ergeben haben, wirkt diese weiterhin nicht nur lösend, sondern auch peptisierend, ferner auf die einzelnen Spaltstücke acetylierend und auf Substanzen, wie Schellolsäure, umlagernd. Alle diese Wirkungen sind zu berücksichtigen, wenn Molekulargewichtsbestimmungen am Schellackreinharz vorgenommen werden sollen, als deren Vorstudie diese Untersuchungen gedacht sind.

Der Erweichungspunkt von Filmen von Schellack und Schellackderivaten.

Es ist bekannt, daß durch Erwärmung der Schmelzpunkt des Schellacks in die Höhe gedrückt wird. Der Vorgang wird als Härtung bezeichnet und konnte in einer früheren Arbeit auf die Abspaltung geringer Mengen Wasser zurückgeführt werden¹⁾. An Schellackfilmen wurde der Effekt folgendermaßen augenfällig gemacht (vgl. Bild 6).

Das beiderseits offene Glasrohr *a* ist durch die Glasplatte *b* verschlossen (Glasplatte aufge kittet). Auf ein in der Mitte dieser Platte befindliches Loch wird ein Stück des zu untersuchenden Filmes *c* aufgelegt und vorsichtig mit Quecksilber *d* überschichtet. Eine Anzahl derartig präparierter Röhrrchen wird in einem Luftbad, das am besten in einem Bad mit Paraffinöl steht, vorsichtig Grad für Grad (nach der Stoppuhr) erhitzt. Bei einer gewissen Temperatur durchbricht das Quecksilber den erweichten Film und fließt in das Luftbadgefäß. Dieser Punkt wird als Erweichungspunkt bezeichnet. Natürlich ist er abhängig von der Schnelligkeit des Erhitzens, der Filmstärke, dem Lochdurchmesser und anderem, jedoch lassen sich, wenn man die Bedingungen normiert (z. B. die Erhitzungsgeschwindigkeit auf 1° je Minute festsetzt, die Filmstärke auf 0,1 mm \pm 10 %, die Lochweite auf einen Durchmesser von 0,5 cm), gut innerhalb von 2° reproduzierbare Werte erreichen.

Schellackfilme haben, nach dieser Methode bestimmt, einen Erweichungspunkt von 54 bis 56°, Schellackreinharz nicht höher; vom Standpunkte der Wärmefestigkeit ist es also gleichgültig, ob das Wachs und die ätherlöslichen Komponenten dem Schellackreinharz beigemischt sind oder nicht.

Da die Filme durch Verdunstenlassen einer alkoholischen Lösung auf Quecksilber hergestellt worden waren, war wahrscheinlich, daß sie Alkohol enthielten. Es war ja früher gezeigt worden²⁾, daß geringe Mengen Alkohol so hartnäckig festgehalten werden, daß eine chemische Bindung an die Sauerstoffmolekeln des Schellackreinharzes wahrscheinlich war. Der Alkohol wird im Laufe der Zeit allmählich abgegeben. In geringem, aber deutlich sichtbarem Maße kann dies auch in einer leichten Erhöhung des Erweichungspunktes festgestellt werden. Natürlich spielt es noch keine Rolle, ob ein Film 3 Tage oder 3 Wochen liegt, der Erweichungspunkt beträgt stets 54 bis 56°. Dann aber beginnt er allmählich zu steigen, nach 4 Wochen liegt er zwar noch bei 60°, nach 1 Jahr bei 64°, 9 Jahre aufbewahrte Filme zeigen aber den konstanten Erweichungspunkt von 70 bis 72°. Der Äthoxygehalt, der auf den Gehalt an gebundenem Alkohol schließen läßt, bewegt sich dagegen in absteigender

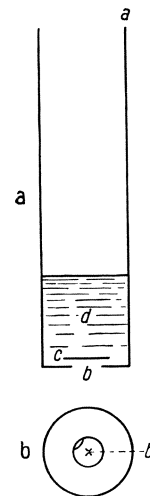


Bild 6. Anordnung zur Bestimmung des Erweichungspunktes.
a) Querschnitt,
b) Aufriß.

¹⁾ Wiss. Veröff. Siemens-Konz. VI, 1 (1927) 264.

²⁾ Z. angew. Chem. 49 (1936) S. 369.

Richtung, d. h. er ist bei frischen, aber trockenen Filmen 3,5 % hoch, während sich die Menge nach 9 Jahren auf etwa 1,5 % verringert hat.

Bedeutend ausgeprägter ist die Wirkung der Temperaturerhöhung. Ein Schellackreinharzfilm von normalem Erweichungspunkt, der 3 Stunden unter Stickstoffdruck auf 150° erwärmt worden war, zeigt bei Temperaturen von 200° noch kein Weichwerden. In der nachfolgenden Zahlentafel I kann das allmähliche Heraufsteigen des Erweichungspunktes mit zunehmender Härtung gut verfolgt werden.

Zahlentafel I. Schellackreinharzfilme 0,10···0,14 mm dick, 3 Wochen alt.

	Wärmebehandlung	Erweichungspunkt		Wärmebehandlung	Erweichungspunkt
I	7 h bei 40°	60···61°	VI	1/2 h bei 45°	} 75°
II	7 h bei 50°	60···62°		1/2 h „ 55°	
				6 h „ 85°	
III	5 h bei 50°	} 70···74°	VII	1 h bei 45°	} 85···87°
	1 h „ 60°			1 h „ 55°	
	1 h „ 65°			6 h „ 95°	
IV	2 h bei 45°	} 70···72°	VIII	1 h bei 45°	} 177···183°
	2 h „ 55°			1 h „ 75°	
	2 h „ 60°			4 h „ 115°	
V	1 h bei 45°	} 74···80°	IX	1 h bei 45°	} >200°
	1 h „ 55°			1 h „ 55°	
				1 h „ 75°	
	5 h „ 75°			3 h „ 150°	

Aus der Zahlentafel I geht ferner hervor, daß der Vorgang der Härtung nicht schlagartig verläuft, sondern allmählich, daß sich also in ungehärtetem Stoffe Nester von gehärtetem befinden, denn das Quecksilber läuft bei eintretender Härtung nicht mehr glatt aus, sondern tropft; auch ist die Temperaturspanne zwischen den einzelnen Bestimmungen größer¹⁾.

In früheren Untersuchungen war darauf hingewiesen worden, daß der Salzsäure eine besondere Rolle in der Chemie des Schellacks zuerkannt werden muß. Unter ihrem Einfluß lagern sich, wie es damals aufgefaßt wurde, die kleinsten Teilchen des Schellacks zusammen zu größeren chemisch einheitlich reagierenden Gebilden, die in ihren Eigenschaften und ihrem Verhalten vollständig anders geartet sind als das Ausgangsreinharz. So konnte z. B. durch Schütteln feinsuspendierten Reinharzes mit ätherischer Salzsäurelösung ein Produkt erzielt werden, das in Alkohol unlöslich geworden war. Der Vorgang wurde von C. Harries²⁾ als Aggregation bezeichnet und scharf von der Härtung unterschieden, obwohl die Effekte (Steigerung des Erweichungspunktes und Unlöslichwerden) dieselben sind. Es wurde schon damals darauf aufmerksam gemacht, daß der Schmelzpunkt von Reinharz beträchtlich erhöht worden sei. Stellt man nun aus Schellackreinharz Filme her, die den normalen Erweichungspunkt besitzen, und läßt sie unter Feuchtigkeitsausschluß in einer Salzsäureatmosphäre, so beobachtet man später, daß der Erweichungspunkt auf über 200° in die Höhe gegangen ist. — Daß es sich hier um keine reversible chemische Eigenschaft der Salzsäure handelt, konnte dadurch wahrscheinlich gemacht werden, daß bei dem allmählichen Verdunsten bei langem Liegenlassen kein Absinken

¹⁾ Parallel mit der Höhe des Erweichungspunktes geht übrigens die Schwerlöslichkeit in Alkohol, auch diese nimmt mehr und mehr zu.

²⁾ Wiss. Veröff. Siemens-Konz. III (1923) S. 253.

des Erweichungspunktes beobachtet werden konnte. Selbst monatelang liegende Filme zeigten bei 200° noch keinen Durchbruch des Quecksilbers¹⁾.

Endlich wurden die Erweichungspunkte von Abkömmlingen bzw. Mischbestandteilen des Schellacks untersucht.

Der ätherlösliche Teil ist bei allen Schellackarten verschieden, je nachdem Wachs, Zucker, Riechstoffe, Mono- und Dioxy-Aleuritinsäure oder flüssige Bestandteile überwiegen. Man beobachtet hier alle Übergänge von flüssig-sirupös in hart-spröde; während das Reinharz sich durchweg als im wesentlichen einheitlicher Bestandteil herausstellte.

Von leichter herstellbaren Derivaten des Schellackreinharzes wurden genauer die Ester untersucht. Je nach der Herstellungsmethode erhielt man flüssige, feste oder hornartige Produkte. Verestert man Reinharz mit Salzsäure in alkoholischer Lösung, so erhält man zwar, wie aus dem Verschwinden der Säurezahl hervorgeht, einen Ester, jedoch wird die große Schellackmolekel dabei zertrümmert unter Bildung von kleineren, die offenbar flüssiger Natur sind; denn selbst bei schonender Anwendung von Salzsäure gelingt es nicht, einen festen, nicht abgebauten Ester zu erhalten²⁾. — Ähnlich wirkt konzentrierte Schwefelsäure, bei der ebenso wie bei der Salzsäure die wasserabspaltende Wirkung noch besonders hervorgehoben werden muß. Immerhin gelang es bei ihr, wenn auch in schlechter Ausbeute, durch fraktionierte Fällung ein festes Produkt zu erhalten, das folgende Kennzahlen zeigte: Säurezahl 0,5, Methoxylzahl 7,5 ··· 7,8.

Ob es sich hier um ein Mischprodukt des bisher als einheitlich angesprochenen Reinharzes handelt, oder ob ein intakt gebliebener Teil des Reinharzesters vorliegt, kann nicht gesagt werden. — Am ausgeprägtesten waren die veresternden Wirkungen bei Diazomethan, und hierbei zeigte es sich zugleich, daß eine schonende Veresterung möglicherweise eine Erhöhung des Erweichungspunktes im Gefolge hat; denn der Erweichungspunkt eines mit Diazomethan behandelten Reinharzfilmes lag bei 70 ··· 80°.

Auch hier muß dahingestellt bleiben, ob es sich um eine rein veresternde Wirkung handelte, da Diazomethan, den Halogenwasserstoffsäuren ähnlich, auch aggregierend wirken könnte. Dies wird besonders dadurch wahrscheinlich gemacht, daß mit Diazomethan behandeltes Reinharz bedeutend schwerer in Alkohol löslich ist als unbehandeltes, und daß der Anstieg der Verseifungszahl nicht der Abnahme der Säurezahl entspricht, wie dies ja der Fall sein müßte, wenn reine Veresterung eingetreten wäre.

Das mit Diazomethan veresterte Schellackreinharz (erhalten durch Suspension feinstgepulverten Reinharzes in ätherischer Diazomethanlösung und Stehenlassen bis zum Aufhören der Stickstoffentwicklung unter gelegentlichem Umschütteln) war ein violettbräunliches amorphes Pulver, das sich nur in einem großen Überschuß Alkohol löste. Durch Verdunstenlassen der filtrierten Lösung auf Quecksilber wurde der Film hergestellt, der weniger spröde als Reinharz und klar durchscheinend war. Er besaß folgende Kennzahlen: SZ 1,5 ··· 2,0; VZ 204 ··· 206; die Methoxylzahl betrug 3,83; nach 36stündigem Trocknen bei 60° wurde sie wieder ermittelt und

¹⁾ Zwar zeigt der Film die hornartige Beschaffenheit eines durch Einwirkung von Temperatur gehärteten Schellacks, während dieser aber selbst bei langem Lagern in wasserdampfgesättigter Atmosphäre sein Aussehen nicht verändert, wird der in Salzsäure gehärtete weiß.

²⁾ Der übrigens leicht in Äther löslich ist; ein Beweis, daß keine freie Aleuritinsäure im Reinharz vorgelegen hat, deren Ester schwer löslich ist.

betrug 3,91, war also praktisch dieselbe geblieben, ein Beweis, daß kein Alkohol in ihm zurückgehalten worden war, und der Methoxylgehalt daher nur auf veresterte Harzmolekeln zurückzuführen ist und nicht auf festgehaltenen Alkohol.

Daß wir es hier nicht mit einer abgebauten Reinharzmolekel zu tun haben, macht der feste Aggregatzustand wahrscheinlich. Der hohe Erweichungspunkt aber spricht für gleichzeitig eingetretene teilweise Aggregation oder Härtung. Auch der teilweise Verlust der Sprödigkeit, die die Reinharzfilme auszeichnet, spricht dafür. Aber diese Wirkung des Diazomethan ist nur partiell; es entsteht je nach der Dauer der Einwirkung und der Konzentration eine Übergangsform, wie sie sich stets bildet, wenn Halogenwasserstoff vorsichtig dosiert zur Reaktion kommt. Im übrigen sei darauf hingewiesen, daß im Diazomethan ein Stoff vorliegt, der vermutlich in stöchiometrischem Verhältnis mit der Schellackmolekel reagiert und ein gehärtetes Produkt liefert, während die bekannten Härtungsmittel die allein unter Schellackmolekeln verlaufende Reaktion nur katalytisch anregen.

Wasserdampfdurchlässigkeit der Filme von Schellack und Schellackderivaten.

Obwohl, wie es in Fachkreisen bekannt ist, Schellack den unter ihm liegenden Werkstoff vor dem Eindringen bzw. dem Angriff von Wasser gut schützt, muß er direkt als Wasserspeicherer bezeichnet werden. In verschiedenen Arbeiten hat W. H. Gardner diese Eigentümlichkeit beschrieben, zahlenmäßig festgelegt und die Gründe dieses Verhaltens zu veranschaulichen versucht. Es liegen hier mutatis mutandis ähnliche Verhältnisse vor wie beim frisch getrockneten Leinöl.

Zur Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches wurde im hiesigen Laboratorium unter anderem die Durchlässigkeit gegen Wasserdämpfe untersucht, über die wenig bekannt ist, und die bei der strittigen Frage von hervorragender Bedeutung sein dürfte.

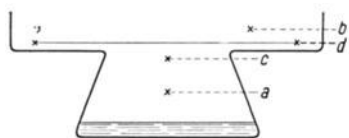


Bild 7. Anordnung zur Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Filmen. Schematischer Querschnitt.



Bild 8. Ansicht.



Bild 9. Aufsicht.

Bild 8 u. 9. Anordnung zur Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Filmen.

Auf eine Kristallisierschale *a* (Bild 7) ist eine zweite *b* mit durchlöcherter Boden aufgeschmolzen. Der Durchmesser des am Boden von *b* befindlichen Loches *c* ist genau bekannt und damit auch dessen Inhalt. In *a* befinden sich 10 cm³ Wasser. Verschließt man *c*, indem man einen Film *d* aufkittet, die ganze Apparatur in einen absolut trockenen Raum (Ätzkali-Exsikkator) stellt und sie nach gewissen, genau bekannten Zeiten wiegt, so besitzt man die erforderlichen Angaben, um die Wasserdampfdurchlässigkeit des Filmmaterials zu

berechnen, da nur durch die Poren des Films Wasser die Apparatur verlassen haben kann bzw. vom Ätzkali des Exsikkators aufgenommen sein kann.

In der Praxis erwies es sich als notwendig, verschiedene Abänderungen dieser prinzipiellen Apparatur vorzunehmen. So war es z. B. notwendig, zwischen Kristallisierschale *a* und *b* einen Schliff (vgl. Bilder 8 und 9) zu legen, da dieser es ermöglichte, das Aufkleben des Filmes mit geschmolzenem Wachs [indischem Insektenwachs¹⁾] vorzunehmen, unabhängig von dem in Kristallisierschale *a* befindlichen Wasser, das dabei sonst erwärmt wurde und Wasserdampf abgab, der sich beim Abkühlen in Tropfenform auf der Innenseite des Filmes niederschlug und so die Messung illusorisch machte. — Bei besonders empfindlichen Substanzen, wie sehr lange lagerndem Schellack oder Schellackreinharz, war es zweckmäßig, in die Öffnung noch dünne tragende Drähte aus Platin zu spannen, da ein Durchhängen der sehr zerbrechlichen Harzfilme unweigerlich zu Rißbildungen führte.

Der durch die Waage ermittelte Gewichtsverlust führte natürlich nur zu vergleichbaren Werten, wenn er auf zweckmäßig gewählte Einheiten reduziert wurde. Bei allen untersuchten Filmen wurde daher die Wasserdampfdurchlässigkeit bezogen auf eine Fläche von 1 cm² für einen Film von 0,1 mm Dicke, die Temperatur von 20° und die Zeit von 100 Minuten.

Die Reduktion auf eine Filmfläche von 1 cm² wurde dadurch ermöglicht, daß die wirksame Filmfläche bekannt war. Die Ermittlung der Filmstärke geschah mittels direkter mechanischer Messung durch eine Mikrometerschraube, die die hundertstel Millimeter abzulesen, tausendstel Millimeter zu schätzen gestattete. Die Temperaturmessung erfolgte zweimal am Tage, was ausreichte, da die Apparatur in einem Raum gleichbleibender Temperatur aufbewahrt wurde. Die Wägung erfolgte rund alle 30 Stunden; die Zeit, in der der Film arbeitete, wurde jeweils auf Minuten genau festgelegt²⁾.

Bei einer solchen Reduktion des festgestellten Gewichtsverlustes wird vorausgesetzt, daß die Wasserdampfdurchlässigkeit der Filmstärke umgekehrt proportional ist. Bei dem beschriebenen Verfahren hat sich diese Annahme auch stets bestätigen lassen; es muß aber darauf hingewiesen werden, daß sie zur Erzielung sehr großer Genauigkeit nicht stichhaltig ist, da die Diffusionsgeschwindigkeit des Wasserdampfes in dem Film von den Tensionen auf beiden Seiten abhängt, und diese auf der Oberseite durch die Schnelligkeit der Verdunstung des austretenden Wassers reguliert wird. — Auch gibt das Dickenmeßverfahren zur Entstehung von Fehlerquellen Veranlassung, da es nicht gelingt, vollkommen ebene Filme herzustellen; die Lösung (endlose Quellung) und Trocknung (Entquellung) erfolgt, selbst bei Anwendung aller Vorsichtsmaßnahmen, nicht so regelmäßig, wie es zur Erzielung höchster Genauigkeit notwendig wäre³⁾.

¹⁾ Allen anderen untersuchten Wachsen (Bienenwachs, Montan-, Carnauba- und Candelilla- sowie Kunst-Wachsen) in bezug auf Plastizität und chemische Eigenschaften überlegen.

²⁾ Bei Stoffen mit so geringer Wasserdampfdurchlässigkeit wie Schellack genügt dieses Meßverfahren durchaus.

³⁾ Die Filme wurden durch Verdunstenlassen einer alkoholischen Schellacklösung auf einer Hg-Oberfläche erzielt. Wie früher nachgewiesen wurde, absorbieren so dargestellte Filme hartnäckig Alkohol; jedoch ist der Unterschied in der Wasserdampfdurchlässigkeit nach 1 monatiger Lagerung so gering, daß er vernachlässigt werden kann, obwohl der Gehalt an absorbiertem Alkohol noch um volle Prozente schwankt. — Ob ein Einfluß der Verdunstungsgeschwindigkeit und der Konzentration der Schellacklösung, d. h. der dadurch bedingten Änderung der Mizellengröße in den Filmen, von Belang ist, wurde nicht untersucht, da vielmehr immer mit konzentrierten, filtrierten Lösungen gearbeitet wurde. Die Verdunstungsgeschwindigkeit wurde nur besonders kontrolliert, wenn sie zu schnell oder zu langsam erfolgte, da in dem einen Fall der Film blasig, in dem anderen zu weich wurde. Sie erfolgte stets unter H₂O-Ausschluß, da sonst Trübung infolge von sich kondensierendem Wasser eintritt.

Diese und noch andere Fehler¹⁾, die der Methode anhaften, bewirken, daß man mit Streuungen der Werte von 10 % rechnen muß.

In untenstehender Zahlentafel wird der Gewichtsverlust an Wasserdampf in Milliontelgrammen (γ) wiedergegeben.

Zahlentafel 2.

Schellack, alkoholische Lösung, filtriert	15
Schellackreinharz.	150
Schellackreinharz, durch Erwärmen auf 140° gehärtet	48
Schellackreinharz, mit Diazomethan verestert	48

Hieraus geht hervor, daß normaler Schellack eine Wasserdampfdurchlässigkeit besitzt, die außerordentlich gering ist (die der besten trocknenden Öle beträgt das Mehrfache, andere Naturharze, Zellosederivate und ähnliche Lackrohstoffe lassen gewöhnlich die mehrhundertfache Menge durch). Verglichen werden können mit ihm, abgesehen von Kautschuk, Wachs- und Paraffinprodukten, nur gewisse Kunststoffe der Styrol- und Vinylreihe. Aus den Werten kann ferner ersehen werden, daß offenbar nicht das Schellackharz als solches für dieses günstige Verhalten verantwortlich gemacht werden kann, sondern das beigemengte Wachs. Zwar wird durch den Filtrationsprozeß der alkoholischen Lösung, wie er sich zur Erzielung homogener Filme als notwendig erwies, ein Teil des Wachses entfernt, jedoch bleiben die alkohollöslichen Bestandteile im Film, ganz abgesehen davon, daß langkettige aliphatische Substanzen mit nur einem Substituenten, die ebenfalls wachsartigen Charakter tragen, auch die Wasserdampfdurchlässigkeit herabsetzen dürften²⁾.

Obwohl also die Wasserdampfdurchlässigkeit von Schellackreinharz bedeutend größer ist als von Schellack, der noch die Wachs- und wachsähnlichen Komponenten enthält, ist sie doch noch recht niedrig (etwa so groß wie von einem normal getrockneten Leinölanstrich). Sie kann auf etwa ein Drittel herabgesetzt werden dadurch, daß man den Film durch Temperaturerhöhung härtet. Diese Härtung wurde durchgeführt in einem Autoklaven unter Stickstoffdruck von 5 at und bei einer Temperatur von 140°³⁾. Der Harzfilm gewinnt hierbei eine hornartige Konsistenz, er verliert seine Sprödigkeit fast ganz und wird zugleich dunkler und härter.

Einen ähnlichen Effekt kann man erzielen, wenn das Schellackreinharz verestert wird. Zwar muß diese Prozedur möglichst schonend vorgenommen werden, da die üblichen Veresterungsmittel, wie konzentrierte Schwefelsäure, Salzsäure und ähnliche, die große und empfindliche Molekel des Schellacks zerschlagen oder zum wenigsten chemisch angreifen, so daß nur flüssige oder sirupartige Derivate erhalten werden, die sich zur Filmbildung nicht eignen. Verestert man dagegen in schonender Weise mit Diazomethan, so kommt man zu einem alkohollöslichen Harz, das nach dem Abdunsten des Lösungsmittels einen festen homogenen Film hinterläßt, dessen Wasserdampfdurchlässigkeit außerordentlich gering ist. — Die merkwürdige Über-

¹⁾ Streng genommen verändert sich der Film ja auch während der Aufnahme und Abgabe von Wasser. Bei der Aufnahme tritt Quellung, also Verengerung von vorhandenen Poren, ein; bei der Entquellung Schrumpfung, ganz abgesehen davon, daß auch eine Betätigung 4wertiger Sauerstoffatome im Bereich des Möglichen liegt.

²⁾ Ob die vermehrte Wasserdampfdurchlässigkeit des Reinharzes vielleicht auf einen Richtungseffekt zurückzuführen ist, wird das Röntgenogramm lehren.

³⁾ Wesentlich zur Erzielung homogener Filme ist das allmähliche Anwärmen. Der zunächst noch plastische Schellackfilm hat hierbei Gelegenheit, sich bildende Wasserdampfblasen entweichen zu lassen und homogen wieder zusammenzufließen.

einstimmung der Zahlenwerte mit denen des temperaturogehärteten Reinharzes legt allerdings den Gedanken nahe, daß auch hier eine Härtung (wenn auch nur teilweise) eingetreten ist. Dieselben Argumente, die für die überraschende Erhöhung des Erweichungspunktes, die im vorigen Kapitel beschrieben wurde, lassen sich auch hier anführen. Die widerstandsfähigere Beschaffenheit des Films spricht ferner dafür, während als wichtigster Beweisgrund gegen diese Annahme das völlige Verschwinden der beträchtlichen Säurezahl des Schellackreinharzes angeführt werden kann.

Zusammenfassung.

Es werden wenig bekannte Eigenschaften des Schellacks studiert, um später die Möglichkeit zu haben, Derivatbildungen oder überhaupt chemische Veränderungen in der Harzmolekel festzustellen.

Untersucht wird zunächst die Hydrolyse von Schellackreinharz durch Basen und Säuren verschiedener Konzentration und verschiedenen chemischen Charakters. Von den basisch wirkenden Stoffen kann gesagt werden, daß sie nicht nur absättigend auf die sauren Gruppen des Reinharzes, sondern auch hydrolysierend wirken. In welchem Ausmaße der letztere Vorgang vor sich geht, hängt von der Konzentration und der chemischen Natur der Base ab. — Säuren wirken in ungleich geringerem Maße spaltend, jedoch ist bei fast allen ein sekundärer chemischer Vorgang zu erwarten.

Zur Bestimmung des Erweichungspunktes von Schellackfilmen wurde eine Methode ausgearbeitet, die in Anlehnung an die früher veröffentlichte Bestimmung des Erweichungspunktes bei Harzen zu reproduzierbaren Werten führt. — Genauer untersucht wurde die allmähliche Steigerung des Erweichungspunktes bei der Wärmehärtung, sowie bei Veresterung von Reinharz und Aggregation.

Als besonders charakteristisch für unverändertes bzw. chemisch behandeltes Reinharz stellt sich die Wasserdampfdurchlässigkeit dar. Auch hier wurde das Verhalten von ungehärteten und mit Wärme unter Druck behandelten Filmen untersucht.

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XVI. Band

Zweites Heft (abgeschlossen am 6. August 1937)

Mit 72 Bildern

Unter Mitwirkung von

Otto von Auwers, Heinrich von Buol, Robert Fellingner, Hans Gerdien,
Friedrich Heintzenberg, Reinhard Hellmann, Gustav Hertz, Hans Jacoby,
Wilhelm Janovsky, Hans Kerschbaum, Leo Kirchgeßner, Carl Köttgen,
Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Adolf Rechten, Moritz Schenkel,
Walter Schottky, Hermann von Siemens, Eberhard Spenke,
Richard Swinne, Julius Wallot, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Berlin

Verlag von Julius Springer

1937

ISBN-13: 978-3-642-98839-4 e-ISBN-13: 978-3-642-99654-2
DOI: 10.1007/978-3-642-99654-2

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1937 by Julius Springer in Berlin.
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1937

Vorwort.

Das vorliegende zweite Heft des XVI. Bandes der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken bringt Arbeiten, die überwiegend für die Nachrichtentechnik von Bedeutung sind.

Die an der Spitze dieses Heftes stehenden drei Mitteilungen „Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes“ betreffen die durch die korpuskulare Natur der Elektronen bedingten Stromschwankungen beim Übergang von Glühelektronen im Vakuum, und zwar für das in Verstärkerröhren maßgebende Raumladungsgebiet. Denn neuerdings werden besonders hohe Anforderungen an Verstärkerröhren und -schaltungen auf den Gebieten der Trägerfrequenztelephonie und des Fernsehens gestellt, so daß ein Bedürfnis nach einer Bestimmung der Größe des aus den Röhren kommenden Rauschens entstand. In der I. Mitteilung bringt W. Schottky „Theoretische Grundlagen und Hauptergebnisse“, in der II. Mitteilung E. Spenke eine „Durchführung der Theorie für ebene Anordnungen“; in der III. Mitteilung berichten H. Jacoby und L. Kirchgeßner über neue „Meßergebnisse“ an mit erheblichen meßtechnischen Schwierigkeiten untersuchten Diodenanordnungen.

Es folgt eine Mitteilung von R. Hellmann über „Die Grundlagen der Bemessung von Schwebungssummern mit Ringmodulator“, wo die theoretisch mögliche und die praktisch erreichte Leistung solcher, seit mehreren Jahren erfolgreich eingeführten Schwebungssummer für Betriebsmessungen umfassend behandelt wird. Hieran schließt sich ein Beitrag von W. Janovsky und A. Rechten „Über die für eine Schallübertragung in Luft günstigste Sendefrequenz“; hier wird auch die Richtwirkung akustischer Signalsender neben der Luftdämpfung und der Ohrempfindlichkeit berücksichtigt.

Den Abschluß dieses Heftes bildet eine Arbeit von O. v. Auwers „Über einige Regeln der magnetischen Bindung. Beiträge zum Stereomagnetismus“. Sie ist eine teilweise Wiedergabe einer von dem Kuratorium der Zusatzstiftung zu Zeitlers Studienhaus-Stiftung in Berlin bei der Preisaufgabe „Ferromagnetismus“ aus dem Jahre 1935 ausgezeichneten Arbeit des Verfassers. In dieser wird versucht, einige gemeinsame Züge zwischen dem Ferromagnetismus und dem temperaturunabhängigen Metallparamagnetismus nachzuweisen, und damit zu empirischen Regeln der homöopolaren Bindung im Metallgitter der Elemente und der binären Legierungen zu gelangen.

Berlin-Siemensstadt, im September 1937.

**Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.**

Inhaltsübersicht.

	Seite
W. Schottky: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.	
I. Theoretische Grundlagen und Hauptergebnisse	1
E. Spenke: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.	
II. Durchführung der Theorie für ebene Anordnungen	19
H. Jacoby u. L. Kirchgeßner: Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.	
III. Meßergebnisse	42
R. Hellmann: Die Grundlagen der Bemessung von Schwebungssummern mit Ringmodulator	58
W. Janovsky u. A. Rechten: Über die für eine Schallübertragung in Luft günstigste Sendefrequenz	84
O. v. Auwers: Über einige Regeln der magnetischen Bindung. Beiträge zum Stereomagnetismus	92

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.

I. Theoretische Grundlagen und Hauptergebnisse.

Von Walter Schottky.

Mit 10 Bildern.

Mitteilung aus der Zentralabteilung des Wernerwerkes der
Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Juli 1937.

Einleitung.

Der Grund, weshalb wir der Theorie des Röhrenrauschens neuerdings wieder unser Interesse zuwenden, ist wohl in weiteren Kreisen bekannt. Es sind die extremen Anforderungen an Verstärkerröhren und Verstärkerschaltungen, die auf dem Trägerfrequenztelephonie- und Fernsehgebiet neuerdings gestellt werden durch die Forderung der gleichzeitigen gleichmäßigen Übertragung eines Frequenzgebietes von einigen Millionen Hertz (Breitbandverstärker). In solchen Fällen muß man mit der Signalstärke, die auf die einzelnen Frequenzgebiete entfällt, soweit wie möglich heruntergehen, um nicht zu große Gesamtsignalamplituden zu bekommen, und daran wird man gehindert, wenn das einzelne Signal in den Röhrenrauschpegel des betreffenden Frequenzgebietes einzutauchen beginnt. Nun gibt es bekanntlich Rauscheffekte, die man auf alle Fälle einkalkulieren muß und auch einkalkuliert hat, nämlich das thermische Rauschen der Leitungen und Widerstände. Diese Grenze hat man aber bei den Breitbandverstärkern nie erreicht; es zeigte sich, daß ein aus den Röhren kommendes Rauschen, das mit dem 1918 entdeckten Schroteffekt zusammenhängen muß, eine viel stärkere Rauschquelle bildet. Dieser Effekt war deshalb nicht vorauszusehen, weil eine hinreichend durchgebildete Rauschtheorie zwar für die Sättigungsströme, aber nicht für das in Verstärkerröhren maßgebende Raumladungsgebiet existierte. Das technische Bedürfnis gab den Anstoß, sich dieser Frage erneut und energisch zuzuwenden, um festzustellen, was man auf diesem Gebiet günstigenfalls erreichen kann und welche Konstruktionen für diesen Zweck die besten sind. Über diese Arbeiten, bei denen mich mein Mitarbeiter, Herr Dr. E. Spenke, in wirksamster Weise unterstützt hat, möchte ich im folgenden einen Überblick geben; die genaue Durchführung der Rechnungen im ebenen Fall wird von Herrn Dr. E. Spenke selbst im II. Teil der Arbeit dargestellt. In einem III. Teil wird endlich über neue Versuche zur Prüfung der Theorie berichtet, und es werden einige Ursachen für die noch vorhandenen Abweichungen erörtert.

1. Raumladungstheorie des Schrotoeffektes.

Ich darf mit einem kurzen Rückblick auf den raumladungsfreien Schrotoeffekt, den Schrotoeffekt im Sättigungsgebiet, beginnen. Aus einer Glühkathode K treten Elektronen aus, werden sämtlich von dem zwischen Anode und Kathode angelegten Feld erfaßt und landen nach Zeiten von der Größenordnung $10^{-7} \dots 10^{-8}$ s auf der Anode. Man kann nun annehmen, daß der Austritt der Elektronen aus der Glühkathode gänzlich unregelmäßig erfolgt; die mittleren Entfernungen zwischen den gleichzeitig austretenden Elektronen sind so groß, daß keines von den Elektronen, die austreten wollen, weiß und merkt, wie viele andere Elektronen noch gleichzeitig die Kathode verlassen. Unter diesen Umständen kann der übergehende Strom nicht völlig gleichmäßig sein; Zeiten, in denen etwas zuviel Elektronen übergehen, werden mit solchen abwechseln, in denen etwas zuwenig Elektronen übergehen, und diese Stromschwankungen werden sich in den angeschlossenen Stromkreisen bemerkbar machen. Zur Berechnung dieser statistischen Stromschwankungen gibt es nun eine physikalisch sehr einleuchtende Methode. Man fragt nach der mittleren Schwankung des übergehenden Stromes innerhalb einer gegebenen Elementarzeit τ . Bei einer mittleren Stromstärke i gehen im Mittel in dieser Zeit:

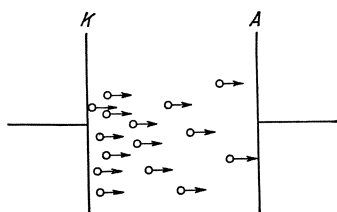


Bild 1. Elektronenübergang im beschleunigenden Feld zwischen Kathode und Anode.

Elektronen über, weil $i \cdot \tau = e \bar{n}_\tau$ die in der Zeit τ übergehende mittlere Ladungsmenge ist.

$$\bar{n}_\tau = \frac{i \tau}{e}$$

In Wirklichkeit gehen nun aber nicht immer \bar{n}_τ , sondern n_τ Elektronen über, wobei n_τ in verschiedenen Fällen, wo man immer wieder ein Zeitintervall τ von gleicher Größe betrachtet, bald größer, bald kleiner als \bar{n}_τ sein wird. Die Schwankung vom Mittelwert ist $N_\tau = n_\tau - \bar{n}_\tau$, und was sich statistisch ohne weiteres berechnen läßt, ist das mittlere Schwankungsquadrat $\overline{N_\tau^2}$, gemittelt über sehr viele gleiche Einzelzeiten τ . Für $\overline{N_\tau^2}$ gilt nämlich, wenn alle Elementarergebnisse unabhängig voneinander sind, das schon lange in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bekannte Gesetz:

$$\overline{N_\tau^2} = \bar{n}_\tau.$$

Berücksichtigt man nun, daß $J_\tau = e N_\tau / \tau$ die Abweichung des individuellen mittleren Stromes i_τ in der Zeit τ von seinem langzeitigen Mittelwert i ist, so kommt man von hier aus auf die einfachste Schrotoeffektformel:

$$\overline{J_\tau^2} = \frac{e^2}{\tau^2} \overline{N_\tau^2} = \frac{e^2}{\tau^2} \bar{n}_\tau = \frac{e \cdot i}{\tau}.$$

Das mittlere Stromschwankungsquadrat in Zeitintervallen von der Größe τ ist also proportional der Elementarladung, proportional der langfristig gemittelten Stromstärke, und umgekehrt proportional der Zeit τ , über die die Stromschwankungen summiert werden.

Leider ist jedoch diese physikalisch am einfachsten zu berechnende „ τ -Schwankung“ des Stromes nicht direkt diejenige Größe, auf die unsere Leitungen und Schaltungskreise ansprechen. Man kann sich zwar Vorrichtungen denken, die während der Zeit τ einen Kontakt schließen und in dieser Zeit die Differenz zwischen

Röhrenstrom und einem kompensierenden mittleren Strom zur Aufladung eines Kondensators benutzen, der dann in einer Zwischenzeit völlig entladen wird, ehe die nächste Kontaktgebung erfolgt. Durch thermische oder gleichrichtende Vorrichtungen, die auf das Spannungsquadrat des aufgeladenen Kondensators ansprechen, würde man dann in der Tat $\overline{J_\tau^2}$ bestimmen.

Die Vorrichtungen, in denen man das Rauschen untersuchen und bekämpfen muß, haben jedoch keineswegs diesen Zackencharakter, sondern nehmen sich aus der unregelmäßigen Schwankung Wirkungen heraus, die sich graduell verschieden addieren oder subtrahieren, je nach der Zeitspanne, die zwischen zwei herausgegriffenen Zeitintervallen liegt. Um diese Wirkungen auf ganz beliebige Leitergebilde zu erfassen, ist das bekannte klassische Mittel die Fourieranalyse des Schwankungsvorganges; es muß festgestellt werden, wie groß das mittlere spektrale Amplitudenquadrat $\overline{C_\nu^2} d\nu$ des Schwankungsstromes zwischen den Frequenzen ν und $\nu + d\nu$ ist und das für das ganze Frequenzgebiet von 0 bis ∞ .

Das Ergebnis der betreffenden Fourieranalyse ist für den Schroteffekt:

$$\overline{C_\nu^2} = 4ei$$

für das mittlere Amplitudenquadrat der Stromschwankung mit der Frequenz ν je Frequenzeinheit, und

$$J^2 = 2ei,$$

wenn man unter J den mittleren Effektivwert der sinusförmigen Schwankung der Frequenz ν je Frequenzeinheit $d\nu$ versteht. Die Dimensionen sind richtig, weil die Beziehung auf die Einheit des Frequenzintervalls der Multiplikation mit einer Größe von der Dimension einer Zeit entspricht. Der Inhalt der spektralen Schwankungsaussage ist noch einfacher als der der Elementarzeitaussage: die Intensität je Frequenzeinheit ist für alle Frequenzen die gleiche.

Die Frequenzformel läßt sich aus der Elementarzeitformel ableiten, indem man die zu untersuchende Fourierperiode in Intervalle τ einteilt, die klein sind gegen die betreffende Periode, und bei der Quadratbildung der betreffenden Fourierintegrale berücksichtigt, daß die Abweichungen in verschiedenen Intervallen τ voneinander unabhängig sind und einen Mittelwert proportional ei/τ besitzen. Statt auf diese Ableitung genauer einzugehen, möchte ich mich jedoch sogleich einer anderen, viel allgemeineren Überlegung zuwenden, die als bequemster Ausgangspunkt für die Theorie des raumladungsgeschwächten Schroteffektes dienen kann, die hier zur Diskussion steht.

Anstatt das Fourierspektrum des ganzen komplizierten Schwankungsvorganges zu betrachten, untersuchen wir zunächst nur die Fourierdarstellung des Stromvorganges, der durch eine einzelne übergehende Ladung von der Größe ε bedingt ist. Es tritt da zunächst scheinbar eine Schwierigkeit auf; man könnte denken, daß ein wirklicher Strom nur in den beiden Momenten auftritt, wo das Elektron durch die Kathodenfläche und nachher durch die Anodenfläche hindurchgeht. In Wirklichkeit influenziert jedoch das Elektron auf der Kathoden- und Anodenfläche Ladungen, die sich während seines Hinüberfliegens verändern, so daß ein stetiger Ladungszustrom von außen zur Kathoden- und Anodenfläche mit der Bewegung des Elektrons verbunden ist, und zwar müssen diese beiden Zuströme, wenn keine weiteren — Ladung zu- oder abführenden — Elektroden in den Raum hineingreifen, gerade einander gleich sein. Durch diese Influenzladungen werden

auch die Zacken, die im Ladungsstrom beim Durchgang durch Kathoden- und Anodenfläche auftreten, aufgehoben, so daß man ein Zustrombild wie Bild 2 bekommt. Der genaue Verlauf dieses Zeitbildes hängt natürlich von der Elektrodenform und der Bewegung des Elektrons ab.

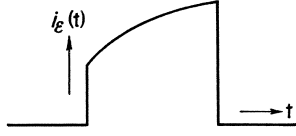


Bild 2. Zustrombild einer einzelnen übergehenden Ladung ε .

Bildet man nun die Fourierdarstellung eines einzelnen derartigen Stromstoßes, so sind die Koeffizienten vom Feldverlauf, von der Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen und von der Frequenz abhängig für Frequenzen, deren Periode von derselben Größenordnung oder kleiner als die Laufzeit des Elektrons, $\approx 10^{-7}$ s, ist. Für tiefere Periodenzahlen von der Größenordnung von einigen Megahertz und darunter ist jedoch für die betreffende Fourieramplitude der genauere zeitliche Verlauf des Ladungsüberganges gleichgültig; es kommt dann keine andere Aussage in Betracht, als daß der gesamte Elementarprozeß im Übergang einer bestimmten Ladungsmenge ε von der Kathode zur Anode besteht, wobei ε für die Vorgänge des reinen Schroteffektes gleich der Elementarladung $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ elst. Einheiten ist, im Raumladungsgebiet aber, wie sich zeigen wird, andere Effektivwerte erhält.

Bei der Fourierdarstellung von i_ν muß man, um nachher die notwendigen Grenzübergänge ausführen zu können, von einer beliebig großen, aber endlichen Grenzzeit \mathfrak{T} der Fourierdarstellung ausgehen. Man bekommt dann durch eine einfache Ausrechnung der Fourierkoeffizienten nach bekannten Methoden für die k -te Amplitude

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

die Darstellung

$$c_k = 2\varepsilon/\mathfrak{T},$$

gültig für alle Frequenzen, die klein sind gegen die reziproke Übergangszeit $1/t_{ii}$ der betreffenden Ladung ε .

Nun wird bei allen späteren Rechnungen nicht c_k gebraucht, sondern eine Summe von Amplitudenquadraten c_k^2 über eine große Anzahl benachbarter k -Werte, dividiert durch das Frequenzintervall $\Delta\nu$, das diesem k -Intervall entspricht. Dieses „Amplitudenquadrat je Frequenzeinheit“, C_ν^2 , läßt sich aus den c_k berechnen, wenn man berücksichtigt, daß jeder Laufzahl k eine Frequenz k/\mathfrak{T} , also einer Laufzahländerung um 1 eine Frequenzänderung $1/\mathfrak{T}$ entspricht. Auf die Frequenzänderung $\Delta\nu$ entfallen also $\Delta\nu \cdot \mathfrak{T}$ aufeinanderfolgende k -Werte¹⁾, und wenn die c_k innerhalb des Intervalls $\Delta\nu$ konstant sind, wird schließlich

$$C_\nu^2 = \frac{\sum_k c_k^2}{\Delta\nu} = \mathfrak{T} \cdot c_k^2.$$

Auf diese Weise ergibt sich für das — frequenzunabhängige — Fourierspektrum von i_ν für $\nu \ll 1/t_{ii}$ die Beziehung:

$$C_\nu^2 = \mathfrak{T} \cdot \left(\frac{2\varepsilon}{\mathfrak{T}}\right)^2 = 4\varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{\mathfrak{T}}.$$

Benutzt man statt C_ν den $1/\sqrt{2}$ mal kleineren Effektivwert J_ν der Stromamplitude, so kommt man auf die Darstellung für den Übergang einer einzigen

¹⁾ \mathfrak{T} kann immer so groß gewählt werden, daß für beliebig kleine $\Delta\nu$ noch eine große Anzahl k -Werte auf das Intervall $\Delta\nu$ entfallen.

Ladung ε :

$$J_v^2 = 2\varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{\mathfrak{T}} \quad \text{für } v \ll 1/t_{ii}.$$

Von hier aus vollzieht sich nun der Übergang zur Statistik beliebig vieler voneinander unabhängig über die Zeit \mathfrak{T} verteilter Ladungsübergänge, deren Ladungen wir zunächst für jeden Einzelübergang verschieden, $= \varepsilon_q$, annehmen wollen, indem man den Satz benutzt, daß sich im Mittel die Quadrate der Effektivwerte aller Einzelvorgänge ungestört superponieren. Man erhält so für den Ausdruck $J^2 = \sum_q J_{v,q}^2$ einfach die Aussage:

$$J^2 = \sum_q 2\varepsilon_q \cdot \frac{\varepsilon_q}{\mathfrak{T}}. \quad (1)$$

Hat man insbesondere eine Reihe von unabhängigen Ereignissen, bei denen stets die gleiche Elementarladung $\varepsilon_q = e$, gleichviel mit welcher Geschwindigkeit, übergeht, so kann man $2e$ heraussetzen; $\Sigma e/\mathfrak{T}$ ist die mittlere Zahl der übergehenden Ladungen je Zeiteinheit, also die Stromstärke i , und man erhält die Schroteffektformel

$$J_s^2 = 2ei \quad \text{je Frequenzeinheit, wie vorher.} \quad (2)$$

Sind andererseits die Elementarladungen ε_q zwar nicht alle untereinander gleich, aber in p Gruppen mit jeweils gleicher Elementarladung ε_p aufteilbar, und sind in jeder dieser Gruppen n_p voneinander unabhängig über die Zeit \mathfrak{T} verteilte Elementarladungen zu berücksichtigen, so erhält (1) die Form:

$$J^2 = \sum_p 2\varepsilon_p \cdot \frac{n_p \varepsilon_p}{\mathfrak{T}}. \quad (1')$$

Wir gehen nun dazu über, mit Hilfe dieser allgemeinen Beziehung (1') das Spektrum des raumladungsgeschwächten Schroteffektes zu behandeln.

In der Raumladungsstrecke können wir nicht mehr annehmen, daß jede von K ausgehende Elementarladung ohne Beeinflussung der anderen übergehenden Ladungen zur Anode gelangt. Es sind vielmehr folgende Effekte zu berücksichtigen:

1. Wenn U_1 der Potentialunterschied zwischen Schwelle und Kathode ist, so gelangen nur diejenigen Elektronen nach A , deren Anfangsgeschwindigkeit zur Überwindung des Gegenpotentials U_1 ausreicht. Diese durch die Schwelle hindurchgehenden Elektronen bezeichnen wir als Transselektronen, die vor der Schwelle zurückkehrenden Elektronen als Rückelektronen.

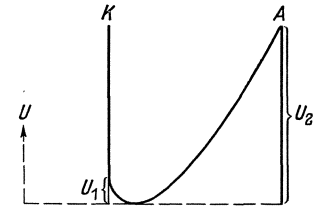


Bild 3. Potentialverlauf in der Raumladungsstrecke.

2. Jedes Transelektron und jedes Rückelektron beeinflusst die Gesamtheit der übergehenden Elektronen durch die Raumladung, die es mit sich führt. Soweit diese Beeinflussung sich nur auf die Geschwindigkeit der anderen Elektronen auswirkt, interessiert sie uns in dem zunächst zur Diskussion stehenden Frequenzgebiet $v \ll 1/t_{ii}$ nicht, weil in diesem Frequenzgebiet alle Effekte nur von der Zahl je Zeiteinheit, nicht von der Geschwindigkeit der übergehenden Ladungen abhängen. Außer der Geschwindigkeitsbeeinflussung findet jedoch auch eine Mengenbeeinflussung statt, und zwar ausschließlich dadurch, daß die Potentialschwelle durch den Aufenthalt des betrachteten Elektrons im Entladungsraum eine gewisse Zeit lang in der Umgebung des betrachteten Elektrons etwas gesenkt wird.

Das Prinzip nun, das die einfache Berechnung dieser Rückwirkung auf die übrigen Elektronen gestattet, ist die Annahme, daß man bei der Berechnung dieser Rückwirkung eines einzelnen Elektrons die Gesamtheit der übrigen Elektronen als ein Kontinuum betrachten kann. Das ist deshalb erlaubt, weil bei den in Frage kommenden Stromdichten die Wechselwirkung eines einzelnen Elektrons mit seinen unmittelbaren Nachbarn immer weit zurücktritt gegenüber der Wirkung, die jedes Elektron von allen weiter entfernt liegenden Elektronen erfährt. Ferner ist die lokale Vertiefung der Potentialschwelle durch ein einzelnes Elektron während des überwiegenden und ausschlaggebenden Teiles der Zeitdauer dieser Wirkung so gering, daß eine ungestörte Superposition der Wirkungen verschiedener Elektronen auf den Stromübergang der übrigen durch die Potentialschwelle angenommen werden kann; aus demselben Grunde ist es auch erlaubt, das Elektron, bei Untersuchung seiner Rückwirkungen, über den ganzen Entladungsquerschnitt verschmiert zu denken. Endlich spielt für Frequenzen $\nu \ll 1/t_i$ die genaue Zeit, während der die Wirkung auf die Potentialschwelle auftritt, keine Rolle, und es ist deshalb erlaubt, für die Berechnung der Rückwirkung das einzelne Elektron durch einen stationären Strom mit der entsprechenden kontinuierlichen Raumladungsverteilung längs seiner Entladungsbahn zu ersetzen¹⁾.

Die aus der Kathode austretenden Elektronen besitzen bekanntlich keine einheitliche Geschwindigkeit, sondern haben Anfangsgeschwindigkeiten, die im Idealfall fehlender Reflexion²⁾ in ihrer Größe und Richtung nach dem Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz verteilt sind. Wir greifen nun eine Gruppe dieser Elektronen mit der Anfangsgeschwindigkeit v_{0p} in der Normalrichtung heraus; wir nehmen für das Weitere an, daß die Kathode und Schwelle so nahe aneinander liegen, daß sie als eben betrachtet werden können; es läßt sich dann leicht einsehen, daß es auf die Quergeschwindigkeiten nicht ankommt.

Wir betrachten zunächst Elektronen einer p -Gruppe, die zu den Transelektronen gehört. Unsere Aufgabe ist, die Ladung ε_p zu berechnen, die mit dem Übergang eines Transelektrons von der Kathode zur Anode verbunden ist. Diese Ladung besteht einmal aus der Elementarladung e , die von dem Teilchen selbst getragen wird. Außerdem hat aber das Teilchen während seines Übergangs eine Rückwirkung auf den Ladungstransport, der von der Gesamtheit der übrigen Elektronen getragen wird, und zwar im schwächenden Sinne. Erst die algebraische Summe von Elementarladung und der insgesamt durch den Übergang des Transelektrons am Übergang verhinderten Ladungen der übrigen Elektronen gibt den gesuchten, mit dem Übergang des Transelektrons gekoppelten Ladungskomplex ε_p .

Im Einklang mit der im II. Teil dieser Arbeit von Dr. E. Spenke verwendeten Bezeichnungsweise führen wir für den p -Anteil des von der Kathode emittierten Sättigungsstromes die Bezeichnung s_p ein. Die mittlere Anfangsgeschwindigkeit dieser Elektronen in Normalrichtung ist v_{0p} . Das Geschwindigkeitsintervall dv_{0p} , innerhalb dessen die Elektronen noch der p -Gruppe zugerechnet werden sollen, kann beliebig klein angenommen werden, nachdem einmal festgestellt ist, daß eine gegenseitige Beeinflussung der Rückwirkung auf die Gesamtheit der übrigen Elek-

¹⁾ Zur genaueren Diskussion dieser verschiedenen „Als ob“-Sätze vgl. in meinen früheren Arbeiten insbesondere: Die Telefunktöröhre H. 8 (1936) S. 182/188 und Z. Physik **104** (1937) S. 271.

²⁾ Bedingung der „schwarzen“ Elektronenemission, analog der Temperaturstrahlung des „schwarzen Körpers“.

tronen weder zwischen den Elektronen derselben p -Gruppe noch zwischen den Elektronen verschiedener p -Gruppen stattfindet; nur wenn derartige Wechselwirkungen vorhanden wären, würde ja die Zahl der gemeinsam betrachteten Elektronen und damit die Größe des Intervalls dv_{0p} einen Einfluß auf die Berechnung von ε_p haben.

Bezeichnen wir weiter den für die Berechnung der Rückwirkung kontinuierlich anzunehmenden Gesamtstrom als „Massenstrom“ i_m , so ist nach dem Vorgehenden die Rückwirkung eines zusätzlichen Elektrons der Gruppe p auf den Stromübergang einfach aus der Änderung $\partial i_m / \partial s_p$ zu berechnen, die der Massenstrom, bei konstant gehaltenem Potentialunterschied zwischen Kathode und Anode, auf dem Umweg über die Beeinflussung der Potentialschwelle, durch eine unendlich kleine Änderung des Sättigungsanteils s_p der Transelektronen der Gruppe p erfährt. Beim Übergang eines Transelektrons ist innerhalb einer Zeit, die klein ist gegen die Periode der Beobachtungsfrequenzen, ∂s_p von 0 verschieden, und zwar derart, daß ∂s_p irgendeine nicht näher bekannte Zeitfunktion, aber jedenfalls:

$$\int \partial s_p dt = e$$

ist. Die während dieser Zeit insgesamt zusätzlich übergegangene Elektrizitätsmenge des Massenstromes ist gegeben durch

$$\int \partial i_m dt = \int \frac{\partial i_m}{\partial s_p} \partial s_p dt.$$

Da nun ∂s_p eine kleine Größe ist, und $\partial i_m / \partial s_p$ trotz der raschen zeitlichen Veränderlichkeit von ∂s_p nach den obengemachten Bemerkungen in jedem Moment aus der stationären Änderung von i_m und s_p berechnet werden kann, läßt sich hier $\partial i_m / \partial s_p$ heraussetzen, und man erhält für die zusätzlich übergehende Elektrizitätsmenge den Ausdruck:

$$\int \partial i_m dt = \frac{\partial i_m}{\partial s_p} \cdot e,$$

wobei $\partial i_m / \partial s_p$ eine negative Größe ist.

Da das Transelektron primär die Elementarladung e mit sich führt, wird schließlich der beim Übergang eines Transelektrons der p -Gruppe kohärent übergehende Ladungsbetrag:

$$\varepsilon_{p\text{trans}} = \left(1 + \frac{\partial i_m}{\partial s_p}\right) \cdot e. \quad (3)$$

Auf der Tatsache, daß $\partial i_m / \partial s_p$ negativ ist, beruht die schwächende Wirkung einer vorhandenen Raumladeschwelle auf den Schroteffekt.

Für die Rückelektronen ist ein direkter Beitrag zur übergehenden Ladung nicht vorhanden, da ja keines der Rückelektronen die Anode erreicht. Wohl aber ist ein Einfluß auf den Massenstrom (und zwar ebenfalls ein Einfluß im Sinne einer Schwächung) vorhanden dadurch, daß die vor der Potentialschwelle umkehrenden Elektronen während ihrer Aufenthaltsdauer die Potentialschwelle erniedrigen. Wir erhalten also für jedes aus der Kathode austretende Elektron, das einer s_p -Gruppe der Rückelektronen angehört, nur das Glied:

$$\varepsilon_{p\text{rück}} = \frac{\partial i_m}{\partial s_p} \cdot e. \quad (4)$$

Um aus den kohärenten Ladungskomplexen ε_p eines einzelnen p -Elektronenüberganges die Gesamtheit der Stromschwankungen bei beliebig vielen gleichzeitig

übergelassenen Elektronen gleicher oder verschiedener p -Gruppen zu berechnen, haben wir nun weiter nichts zu tun, als von Gleichung (1') Gebrauch zu machen. Denn die dort vorausgesetzte Unabhängigkeit der durch die verschiedenen Elektronen derselben p -Gruppe sowie durch die Elektronen verschiedener p -Gruppen erzeugten Ladungsübergänge voneinander ist erfüllt, sofern, wie beim Schroteffekt im Sättigungsgebiet, die gegenseitige Unabhängigkeit der aus der Kathode austretenden Elektronen, mögen sie nun einer Trans- oder Rückgruppe angehören, erfüllt ist.

Man erhält durch Einsetzen von (3) und (4) in (1'):

$$J^2 = \sum_p^{\text{trans}} \frac{2 e^2 n_p}{\mathfrak{X}} \left(1 + \frac{\partial i_m}{\partial s_p} \right)^2 + \sum_p^{\text{rück}} \frac{2 e^2 n_p}{\mathfrak{X}} \cdot \left(\frac{\partial i_m}{\partial s_p} \right)^2. \quad (5)$$

Es handelt sich nun noch darum, diese Summe in ein Integral überzuführen, was wegen der beliebigen Kleinheit des eine p -Gruppe kennzeichnenden dv_{0p} -Intervalls ohne weiteres möglich ist. Hierbei ist es jedoch zweckmäßig, an Stelle der Anfangsgeschwindigkeit in Normalrichtung, v_{0p} , die Gegenspannung U_{0p} einzuführen, welche die v_{0p} -Elektronen gerade noch zu überwinden vermögen. Für quasiaebene Anordnungen und Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung eines austretenden Sättigungsstromes s mit dem Voltäquivalent $\mathfrak{B} = kT/e$ der Glühtemperatur wird dann die Zahl n_p der in einem kleinen Geschwindigkeitsintervall in der Grenzzeit \mathfrak{X} austretenden Elektronen nach bekannten Sätzen gegeben durch

$$n_p = \mathfrak{X} \cdot \frac{s}{e} \cdot e^{-U_{0p}/\mathfrak{B}} \cdot \frac{dU_{0p}}{\mathfrak{B}}. \quad (6)$$

Für die sogleich durchzuführenden Berechnungen ist es noch bequemer, eine Gegenspannung U_p einzuführen, die durch $U_{0p} = U_p + U_1$ definiert ist, wobei U_1 die Gegenspannung zwischen Schwelle und Kathode bedeutet. Es wird dann:

$$n_p = \mathfrak{X} \frac{s}{e} \cdot e^{-U_1/\mathfrak{B}} \cdot e^{-U_p/\mathfrak{B}} \cdot \frac{dU_p}{\mathfrak{B}},$$

und, da $s \cdot e^{-U_1/\mathfrak{B}}$ den durch die Schwelle hindurchgehenden Strom i ($= i_m$) bedeutet, kann man setzen:

$$n_p = \mathfrak{X} \frac{i}{e} e^{-\eta_p} d\eta_p, \quad (6')$$

wobei noch $U_p/\mathfrak{B} = \eta_p$ gesetzt ist. Hierbei durchlaufen die η_p für die Transelektronen die Werte von 0 bis ∞ , für die Rückelektronen die Werte von $-\eta_1$ ($= -U_1/\mathfrak{B}$) bis 0.

Durch Einsetzen von (6') erhält (5) für den raumladungsgeschwächten Schroteffekt $J^2 = J_S^2$ die Form:

$$J_S^2 = 2ei \left[\int_0^\infty \left(1 + \frac{\partial i_m}{\partial s_p} \right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p + \int_{-\eta_1}^0 \left(\frac{\partial i_m}{\partial s_p} \right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p \right]. \quad (7)$$

Der Klammerfaktor der rechten Seite ist aus Kontinuumsrechnungen zu ermitteln; da $2ei$ den vollen Schroteffekt für den übergelassenen Strom i bedeuten würde, hat der Klammersausdruck die Bedeutung des quadratischen Schwächungsfaktors F^2 , wenn

$$J_S = F \cdot J_S \quad (8)$$

gesetzt wird und J_S die volle Schrotschwankung $\sqrt{2ei}$ des übergelassenen Stromes

bedeutet. Dieser Schwächungsfaktor ist, ebenso wie der reine Schroteffekt, für die betrachteten Frequenzen $\nu \ll 1/t_{ii}$ von der Frequenz unabhängig.

Der Ausdruck (7) gilt nicht nur für ebene Anordnungen, sondern auch für beliebige andere, z. B. zylindrische, bei denen der Abstand zwischen Schwelle und Kathode klein gegen den Krümmungsradius der Kathodenoberfläche ist. Die völlig exakte Berechnung der $\partial i_m / \partial s_p$ ist jedoch bisher nur für ebene Anordnungen möglich gewesen, und auch nur dank einer nicht wenig Geschick und Ausdauer erfordernden Rechenarbeit, die von Herrn Dr. E. Spenke gemeinsam mit Herrn Schulamtskandidat K. Berner durchgeführt wurde, und über die im II. Teil von Herrn Dr. E. Spenke selbst berichtet wird¹⁾.

Hier möge es genügen, auf die wesentlichsten Ergebnisse dieser Rechnung hinzuweisen, wobei zugleich der Anschluß an die bisherigen, wie sich nunmehr herausgestellt hat, nur gewisse Teileffekte berücksichtigenden Rechnungen²⁾ hergestellt werden soll. Hierbei ist es, wenn auch nicht für die explizite Ausrechnung, so doch für die anschauliche Diskussion zweckmäßig, dem Umstand Rechnung zu tragen, daß der größte Teil des durch die Zahl 1 in (7) repräsentierten vollen Ladungsüberganges der Transelektronen durch den Gegeneffekt auf den Massenstrom kompensiert wird, und deshalb das Gesamtglied $1 + \partial i_m / \partial s_p$ von vornherein als Differenzeffekt zu schreiben. Man erhält dann in einer Schreibweise, die gleich erläutert wird, den Ausdruck:

$$\left(1 + \frac{\partial i_m}{\partial s_p}\right)_{\text{trans}} = \frac{R_1 + (X_2 - X_{p2}) + (R_2 - R_{p2})}{R_1 + R_2 + X_2}. \quad (9)$$

Hierbei bedeuten:

- R_1 den differentiellen Widerstand dU_1/di der Anlaufstrecke zwischen Kathode und Schwelle.
- R_2 den differentiellen Widerstand $\partial U_2/\partial i$ der Beschleunigungsstrecke zwischen Schwelle und Anode bei konstanter Schwellenlage.
- X_2 das differentielle Widerstandsglied, das wegen der Verschiebung der Schwelle bei Veränderung von i_m dazu kommt, so daß $R_1 + R_2 + X_2 = R$ der gesamte differentielle Widerstand der Raumladestrecke wird.
- X_{p2} bedeutet etwas Entsprechendes wie X_2 , jedoch für die Änderungen eines Stromes von Elektronen, der die konstante Anfangsgeschwindigkeit der betreffenden p -Gruppe besitzt.
- R_{p2} bedeutet die Änderung von U_2 bei konstanter Schwellenlage bei Änderung eines Stromes, der nur von Elektronen mit der Anfangsgeschwindigkeit der betreffenden p -Gruppe getragen wird.

Für die Rückelektronen wird der entsprechende Ausdruck einfacher; man erhält, mit gleicher Bedeutung der entsprechenden Größen,

$$\left(\frac{\partial i_m}{\partial s_p}\right)_{\text{rück}} = \frac{-X_{p2}}{R_1 + R_2 + X_2}. \quad (10)$$

¹⁾ Es möge noch darauf hingewiesen werden, daß im II. Teil die Größe δs_p nicht von vornherein unendlich klein angenommen wird. Die Größen ∂s_p und die durch eine partielle Änderung von s_p hervorgerufene Änderung δi_m erhalten dort die Bezeichnungen $s_p^{(1)}$ und $i_p^{(1)}$. Auch ist es bei auswertenden Rechnungen notwendig, die Stromgrößen je Flächeneinheit der Emissionsfläche einzuführen, während hier im I. Teil alle i , s usw. sich auf den ganzen Entladungsquerschnitt beziehen.

²⁾ W. Schottky: Schroteffekt und Raumladungsschwelle. Die Telefunkenröhre H. 8 (1936) S. 175 ... 195 und W. Schottky: Zusammenhänge zwischen korpuskularen und thermischen Schwankungen in Elektronenröhren. Z. Physik **104** (1937) S. 248 ... 274.

Ihrer physikalischen Bedeutung nach kennzeichnen wir die verschiedenen Glieder in den gegebenen Darstellungen der $\partial i_m / \partial s_p$ -Ausdrücke wie folgt:

R_1/R Spannungsteilerglied,

$\frac{X_2 - X_{p2}}{R}$ bzw. $\frac{-X_{p2}}{R}$ Schwellenverschiebungsglied,

$\frac{R_2 - R_{p2}}{R}$ Streuungsglied.

Diese Einteilung gibt zugleich die historische Entwicklung der Theorie wieder. Wäre nur das Spannungsteilerglied vorhanden, so könnte man annehmen, daß durch die Raumladung der Schroteffekt des Stromes i für alle p -Gruppen in gleicher Weise, und zwar in einem Maße geschwächt wird, das dem Verhältnis des Widerstandes R_1 der Anlaufstrecke zum Gesamtwiderstand R der Raumladestrecke entspricht. Es wäre dann ebenso, als wenn ein Kurzschlußstrom, eine Einströmung, nur in dem Teilwiderstand R_1 eines Spannungsteilers wirksam wäre, während die nach außen abzugehenden Ströme an den äußeren Klemmen mit dem Gesamtwiderstand R abgenommen werden müssen. Ich hatte ursprünglich angenommen, daß dies das Hauptglied sei, und daß die beiden anderen Glieder, die bei den Transelektronen überdies mit wachsendem p ihr Vorzeichen wechseln, dagegen zu vernachlässigen seien. Die genauere Durchrechnung hat diese Vermutung nicht bestätigt. Das Schwellenverschiebungsglied liefert trotz seines Vorzeichenwechsels doch einen überwiegend positiven Beitrag, weil der Beitrag der Schwankungen der Transelektronen zur Schwellenverschiebung einer anderen Art von Mittelwertbildung entspricht, als sie bei dem

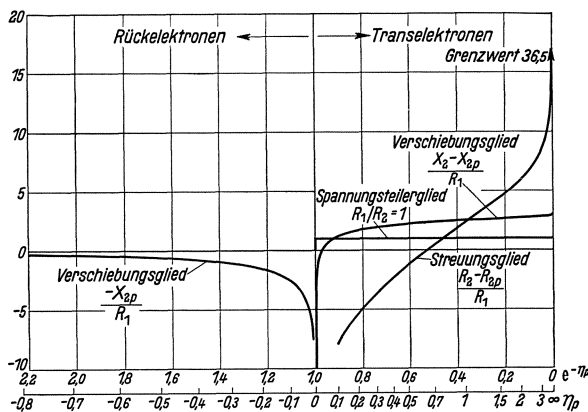


Bild 4. Relativer Beitrag der verschiedenen Effekte jeder p -Gruppe zum Schwankungsstrom.

Massenstrom im ganzen wirksam ist. Das dritte Glied wird als Streuungsglied bezeichnet, weil es bei einheitlicher Geschwindigkeit der die Schwelle passierenden Elektronen verschwinden würde. Auch dieses Glied wechselt mit wachsendem p sein Vorzeichen; es wird nur dadurch wirksam, daß nicht eine lineare, sondern eine quadratische Mittelbildung über die Beiträge der verschiedenen p -Gruppen zu erfolgen hat. Es hat sich sogar gezeigt, und diese Erkenntnis ist erst

neuesten Datums und durch die Rechnungen von Herrn Dr. E. Spenke erschlossen, daß bei großen Beschleunigungsspannungen dieses Glied den größten Beitrag zu den Schwankungen liefert.

Eine Übersicht über die Bedeutung und den Charakter der verschiedenen Glieder gibt Bild 4, wo diese in ihrem Verhältnis zum Spannungsteilerglied für verschiedene η_p -Werte dargestellt sind¹⁾. Mit Rücksicht auf das Integrationsintervall $e^{-\eta_p} d\eta_p = -d(e^{-\eta_p})$ von Gleichung (7) sind die verschiedenen Glieder gleich in Funktion von $e^{-\eta_p}$ aufgetragen, jedoch so, daß $e^{-\eta_p} = 0$, $\eta_p = \infty$ auf der rechten Seite liegt. Nach

¹⁾ Hierbei ist das Verschiebungsglied sowie das Streuungsglied durch das Spannungsteilerglied R_1/R dividiert, erhält also R_1 statt R im Nenner. Das Spannungsteilerglied bekommt bei dieser Normierung den Wert R_1/R : $R_1/R = 1$, was in der Abbildung nicht ganz glücklich ausgedrückt ist.

rechts wachsen also auf der Abszisse die Anfangsgeschwindigkeiten der betreffenden Gruppe. Rechts vom Mittelstrich sind die Transelektronen, links die Rückelektronen, deren Beitrag, wenn auch nur noch mit unbedeutenden Resten, sich bis $e^{+\eta_1}$, also unter Umständen über das gezeichnete Gebiet hinaus, erstreckt. Um die Integrale (7) zu bilden, hat man sich die verschiedenen Einzelbeträge algebraisch addiert, quadriert und über die zugehörigen Abszissenbereiche integriert zu denken. Man sieht, daß für den dargestellten Fall, der einer mittleren Anodenspannung ($U_2/\mathfrak{R} = \eta_2 = 50$, d. h. $U_2 = 5 \cdots 10$ V) und dem später zu erläuternden Grenzfall $A = \infty$ entspricht, in der Tat das Verschiebungsglied groß gegen das Spannungsteilerglied ist, das hier auf den Wert 1 normiert ist, und daß das Streuungsglied wegen des hohen Anstieges seiner Beträge für $e^{-\eta_p} = 0$ und 1 die beiden anderen Glieder überwiegt. Das Rückelektronenglied, das ebenso quadratisch über den linken Teil des Bildes zu integrieren ist, gibt offenbar nur verhältnismäßig kleine Beiträge.

Was praktisch noch mehr interessieren wird als diese Einzelfragen, ist das Ergebnis der Gesamtauswertung der verschiedenen Glieder, die Berechnung der Gesamtintegrale von (7), deren Wurzel nach (8) den Schwächungsfaktor F des Schrotoeffektes liefert. Dieses Ergebnis kann in Strenge nicht in geschlossener Form wiedergegeben, sondern nur durch Zahlentafeln und Kurven dargestellt werden. Die wichtigsten Resultate zeigt Bild 5 in einer Darstellung, die bis auf kleine Korrekturen schon das experimentell brauchbare Ergebnis liefert. Als Abszisse ist wieder die reduzierte Spannung, d. h. die durch das Voltäquivalent der Glühkathodentemperatur dividierte Spannung aufgetragen; jedoch nicht genau die angelegte Gesamtspannung, sondern die Beschleunigungsspannung $U_2/\mathfrak{R} = \eta_2$, die sich von der reduzierten Gesamtspannung $\eta = U/\mathfrak{R}$ durch die Anlaufspannung U_1/\mathfrak{R} unterscheidet. Der Betrag dieser Korrektur wird in einem späteren Bilde berücksichtigt. Dargestellt sind drei verschiedene Kurven, bei denen ein Parameter A die Werte 10, 100 und ∞ besitzt. Dieser Parameter berücksichtigt den Elektrodenabstand, und zwar in seinem Verhältnis zu einer charakteristischen Länge d , die mit der Raumladung des Sättigungsstromes zusammenhängt. Denkt man sich die Raumladung, die der Sättigungsstrom beim Sättigungspotential, also beim Potentialgradienten 0 an der Kathode, hervorruft, in derselben Stärke über den ganzen Raum verteilt, so ist in dem entsprechenden parabolischen Potentialbild die charakteristische Länge d diejenige Entfernung von der Kathode, in der gerade der Potentialunterschied \mathfrak{R} gegenüber dem Kathodenpotential herrscht. Nur bei sehr kleinen Sättigungsströmen oder sehr kleinen Elektrodenentfernungen erhält A Werte von der Größenordnung 10 und darunter; meist wird man mit größeren A -Werten rechnen können.

Die dargestellten F -Kurven zeigen nun folgendes bemerkenswerte Verhalten: Für $\eta_2 = 0$, also für den Fall, wo der ganze Entladungsraum von der Anlaufstrecke

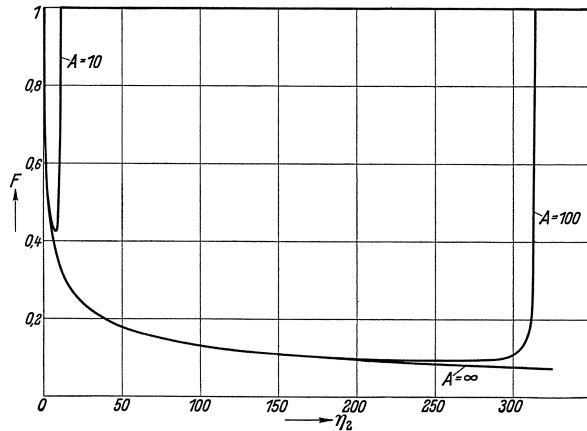


Bild 5. Schwächungsfaktor F in Abhängigkeit von der reduzierten Beschleunigungsspannung für $A = 10, 100, \infty$.

Die dargestellten F -Kurven zeigen nun folgendes bemerkenswerte Verhalten: Für $\eta_2 = 0$, also für den Fall, wo der ganze Entladungsraum von der Anlaufstrecke

ausgefüllt wird und die Potentialschwelle unmittelbar an der Anode liegt, haben wir noch den vollen Schroteffekt, $F = 1$, was ja bekanntlich auch für das ganze Anlaufgebiet gilt und aus dem Fehlen des Schwelleneffektes ohne weiteres verständlich wird. Mit wachsendem η_2 tritt nun die Potentialschwelle von der Anode zurück

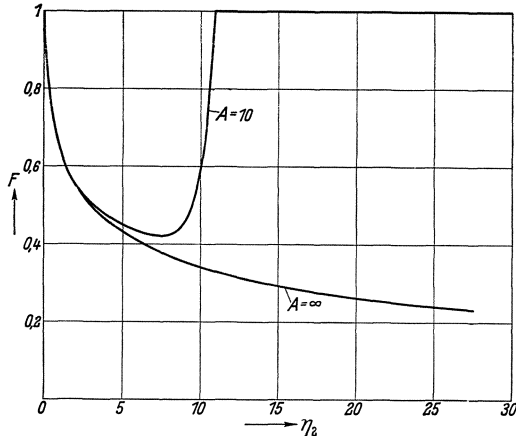


Bild 6. F in Abhängigkeit von η_2 für $A = 10$ und $A = \infty$ in größerem Spannungsmaßstabe.

in den Entladungsraum auf die Kathode zu; wir erhalten dann einen sehr schnellen Abfall von F bis auf Werte von 0,5 und darunter. Für große A -Werte, d. h. große Sättigungsströme oder große Elektrodenentfernungen, geht nun dieser Abfall ständig verlangsamt weiter, im dargestellten Bereich für $\eta_2 = 300$ bis auf etwa 0,1. Für kleinere A -Werte tritt aber in der Nähe der betreffenden Sättigungsspannung eine Abweichung nach oben auf, welche bewirkt, daß die Schwächungsfaktoren zwar sehr schnell, aber doch stetig dem Wert 1 zustreben, den sie nach der alten Schroteffekttheorie im Sättigungsgebiet annehmen müssen. Dieser Wiederanstieg ist aber, besonders bei den größeren A -Werten, so scharf, daß man für alle überschlägigen Rechnungen kaum einen Fehler begeht, wenn man bis unmittelbar vor die Sättigung der Grenzkurve $A = \infty$ folgt und dann einen un stetigen Übergang zum Wert 1 annimmt.

In Bild 6 ist der Fall $A = 10$, für den diese Annäherung schon besonders schlecht ist, nochmals in vergrößertem Spannungsmaßstabe dargestellt. Auch hier läuft jedoch

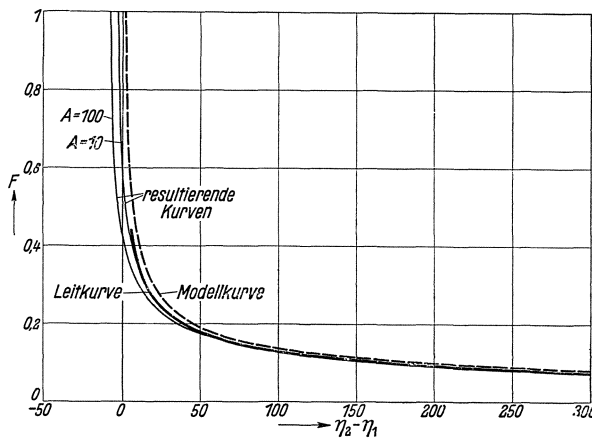


Bild 7. Konstruktion der F -Kurve in Abhängigkeit von der reduzierten Gesamtspannung η , ohne Berücksichtigung der Sättigungseffekte.

nur dadurch bedingt, daß, je nach der Größe des Sättigungsstromes, die η_1 -Werte bei gleichem η_2 verschieden sind. Für die (F, η) -Kurven ergibt sich eine Konstruktion, bei der von einer „Führungskurve“ aus, und zwar von demjenigen η -Wert aus, bei dem gerade die Sättigung erreicht ist, eine Parallele zu der „Modellkurve“ gezeichnet wird, die in ihrer Form genau mit der (F, η_2) -Kurve (für $A = \infty$) übereinstimmt. Auf diese Weise wird die resultierende Spannung, bei der das Anlaufgebiet

für kleine η_2 -Werte die ($A = 10$)-Kurve noch praktisch genau in die ($A = \infty$)-Kurve ein. Bild 7 zeigt die kleinen Abweichungen, die diese Darstellung erfährt, wenn man als Abszisse nicht η_2 , sondern die reduzierte Gesamtspannung $U/\mathfrak{B} = \frac{U_2 - U_1}{\mathfrak{B}} = \eta_2 - \eta_1$ aufträgt. Diese Darstellung beschränkt sich auf den Fall relativ großer Sättigungsströme und Anodenabstände, wo die ($A = \infty$)-Kurve bis fast unmittelbar zur Sättigung den F -Faktor noch genügend genau wiedergibt. Im Gebiet unterhalb der Sättigung ist dann eine Verschiedenheit der resultierenden F -Kurven

für kleine η_2 -Werte die ($A = 10$)-Kurve noch praktisch genau in die ($A = \infty$)-Kurve ein.

Bild 7 zeigt die kleinen Abweichungen, die diese Darstellung erfährt, wenn man als Abszisse nicht η_2 , sondern die reduzierte Gesamtspannung $U/\mathfrak{B} = \frac{U_2 - U_1}{\mathfrak{B}} = \eta_2 - \eta_1$ aufträgt. Diese Darstellung beschränkt sich auf den Fall relativ großer Sättigungsströme und Anodenabstände, wo die ($A = \infty$)-Kurve bis fast unmittelbar zur Sättigung den F -Faktor noch genügend genau wiedergibt. Im Gebiet unterhalb der Sättigung ist dann eine Verschiedenheit der resultierenden F -Kurven

in das Raumladegebiet übergeht, wie es sein muß, negativ, und zwar desto stärker, je größer der Sättigungsstrom ist.

Bei dieser Darstellung wird das Übergangsgebiet von Raumladung zur Sättigung nicht mit erfaßt. Deshalb bringt das nächste Bild 8 noch eine Darstellung der strengen F, η -Kurve für $A = 10$, wo auch die η_1 -Korrektur beim Übergang zur Sättigung berücksichtigt ist.

Als Gesamtergebnis dieser Berechnungen und Darstellungen können wir feststellen, daß es bei ebener Anordnung unter idealen Bedingungen, insbesondere bei streng Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen, leicht zu erreichen sein müßte, F -Faktoren von $0,2 \cdots 0,1$ zu erzielen. Günstig hierfür sind große A -Werte, d. h. große Sättigungsströme und große Elektrodenabstände und ein Arbeiten in einem Spannungsgebiet, das ziemlich nahe der Sättigungsspannung liegt. Da sowohl die A -Werte wie die η -Werte unter sonst gleichen Bedingungen mit abnehmendem \mathfrak{B} wachsen, ist schließlich noch eine möglichst niedrige Kathodentemperatur ein zur Herabdrückung des raumladungsgeschwächten Schrotrauschens günstiges Moment.

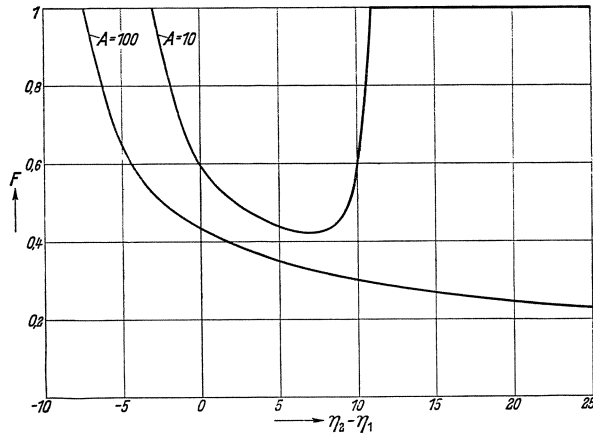


Bild 8. Sättigungsabweichung für $A = 10$.
(Vergrößerter Spannungsmaßstab.)

Als Gesamtergebnis dieser Berechnungen und Darstellungen können wir feststellen, daß es bei ebener Anordnung unter idealen Bedingungen, insbesondere bei streng Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen, leicht zu erreichen sein müßte, F -Faktoren von $0,2 \cdots 0,1$ zu erzielen. Günstig hierfür sind große A -Werte, d. h. große Sättigungsströme und große Elektrodenabstände und ein Arbeiten in einem Spannungsgebiet, das ziemlich nahe der Sättigungsspannung liegt. Da sowohl die A -Werte wie die η -Werte unter sonst gleichen Bedingungen mit abnehmendem \mathfrak{B} wachsen, ist schließlich noch eine möglichst niedrige Kathodentemperatur ein zur Herabdrückung des raumladungsgeschwächten Schrotrauschens günstiges Moment.

2. Beziehung zwischen korpuskularen und thermischen Schwankungen.

Die letzte Bemerkung leitet von selbst zu der Frage über, ob für das Raumladungsgebiet nicht doch vielleicht irgendein Zusammenhang mit den thermischen Schwankungen eines Widerstandes von der Größenordnung des differentiellen Widerstandes R und der Temperatur der Glühkathode besteht. Für das Sättigungsgebiet liegt ein solcher Zusammenhang sicher nicht vor; das reine Schroteffektrauschen ist beliebig viel größer als das thermische Rauschen eines entsprechenden gewöhnlichen Widerstandes, auch wenn man den hohen Wert des Röhrenwiderstandes im Sättigungsgebiet berücksichtigt.

Merkwürdigerweise besteht aber, wie die experimentelle und theoretische Untersuchung der letzten Zeit gezeigt hat, ein einfacher Zusammenhang zwischen dem Schroteffektrauschen $2ei$ im Anlaufgebiet und dem thermischen Rauschen einer Anlaufstrecke, das je Frequenzeinheit der Leistung $4e\mathfrak{B}$, also dem Stromschwankungsquadrat $J_{th}^2 = 4e\mathfrak{B}/R$ entsprechen würde¹⁾. Diese Beziehung läßt sich einfach daraus erschließen, daß der differentielle Widerstand R einer Anlaufstrecke mit Maxwellverteilung gegeben ist durch

$$R_{Anlauf} = \mathfrak{B}/i. \quad (11)$$

Infolgedessen ist
oder

$$J_{th}^2 = \frac{4e\mathfrak{B}}{R_{Anlauf}} = 4ei_{Anlauf} = 2 \cdot J_{S_{Anlauf}}^2$$

$$J_{S_{Anlauf}}^2 = \frac{1}{2} \cdot J_{th}^2. \quad (12)$$

¹⁾ H. Nyquist: Phys. Rev. **32**, 113, 1928.

Die Deutung dieser merkwürdigen Beziehung, die von F. C. Williams in Oxford vor einiger Zeit experimentell begründet und auf Grund der Beziehungen (2) und (11) theoretisch abgeleitet wurde¹⁾, habe ich vor einiger Zeit geben können²⁾: man kann sich die Anlaufstrecke, in der ja schon viele von K ausgesandte Elektronen von selbst umkehren, durch einen von A emittierten Strom gleicher Temperatur, der gerade gleich dem Anlaufstrom ist, zu einem thermischen Gleichgewichtssystem ergänzt denken, in dem an jeder Stelle genau so viele Elektronen mit gleicher Geschwindigkeitsverteilung nach der einen wie nach der anderen Seite fliegen. Ein solches System, das sich bei Kurzschluß zweier verschieden emittierender Materialien gleicher Temperatur von selbst herstellen würde, muß in seiner Entladungsstrecke die normalen thermischen Schwankungen des entsprechenden differentiellen Widerstandes zeigen. Unser Ausgangssystem unterscheidet sich nun von dem thermisch ergänzten System dadurch, daß bei ihm der Strom i nur in einer Richtung durchgeht; da sich jedoch beim thermischen System die Stromschwankungsquadrate für die in beiden Richtungen hindurchgehenden Ströme ungestört addieren müssen, muß das J^2 unserer Anordnung halb so groß sein wie das des thermisch ergänzten Widerstandes. Da überdies der von der Anode ausgehende Ergänzungsstrom ein Sättigungsstrom ist, also nichts zum differentiellen Widerstand des Gebildes beiträgt, ergibt sich, daß die Schroteffektschwankung im Anlaufgebiet auch halb so groß ist wie die thermische Schwankung an einem gewöhnlichen Widerstand von der Temperatur T der Glühkathode und dem differentiellen Widerstand der Anlaufstrecke allein. Dieses Gesetz wird in etwas abgekürzter Form als $T/2$ -Gesetz bezeichnet³⁾.

Wie ist es nun mit dem Raumladungsgebiet? Nachdem wir die exakte Berechnung für die ebene Anordnung durchgeführt hatten, haben wir interessehalber dazu auch einmal den Schwächungsfaktor F_{hth} aufgetragen, wie er sich für das Raumladungsgebiet unter Annahme der halbthermischen Schwankungen an einem Widerstand $R = R_1 + R_2 + X_2$ ergeben würde. Der Betrag dieser Schwankungen müßte sein

$$J_{\text{hth}}^2 = \frac{2e\mathfrak{A}}{R}$$

oder

$$F_{\text{hth}}^2 = \frac{J_{\text{hth}}^2}{J_s^2} = \frac{\mathfrak{A}}{i} \cdot \frac{1}{R} = \frac{R_1}{R} \quad (13)$$

(R_1 ist als Widerstand einer Anlaufstrecke gleich \mathfrak{A}/i), also

$$F_{\text{hth}} = \sqrt{R_1/R}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich in Abhängigkeit von η_2 wesentlich leichter berechnen als unsere Schwankungsausdrücke; die Rechnung ist für $A = \infty$ durchgeführt; das Ergebnis ist zusammen mit den früher berechneten F -Kurven für $A = 10$, $A = 100$, und $A = \infty$ in Bild 9 in doppelt logarithmischem Maßstab wiedergegeben.

Diese Darstellung bringt uns eine große Überraschung: der halbthermische Schwächungsfaktor liegt überall unterhalb des aus der Raumladungstheorie berechneten,

¹⁾ F. C. Williams: J. Instn. electr. Engr. **78** (1936) S. 326. — Vorher war bereits von G. L. Pearson: Physics **6** (1935) S. 6 eine Beziehung zwischen $J_{s\text{Anlauf}}^2$ und J_{th}^2 gesucht und festgestellt worden, daß die „Schrottemperaturren“ beträchtlich kleiner anzunehmen sind als die wahren Glühtemperaturen.

²⁾ Z. Physik **104** (1937) S. 248 ··· 274.

³⁾ Über einige weitere Überlegungen hierzu vgl. W. Schottky u. E. Spenke: Naturwiss. **25** (1937) S. 447.

aber nur so wenig, daß man fast an eine Ungenauigkeit unserer Raumladungsrechnung denken möchte. Wir sind jedoch fest davon überzeugt, daß die Abweichung reell ist. Nur für $\eta_2 = 0$ fallen beide F -Kurven zusammen, für große η_2 befolgen sie zwar beide ein Wurzelgesetz $F \sim 1/\sqrt{\eta_2}$, aber der in geschlossener Form angebbare Faktor ist um etwa 10% verschieden, nämlich:

$$\lim F_{S'} = \frac{3 \sqrt{1 - \frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\eta_2}} = \frac{1,390}{\sqrt{\eta_2}}$$

und

$$\lim F_{\text{hth}} = \frac{\sqrt{2/3}}{\sqrt{\eta_2}} = \frac{1,225}{\sqrt{\eta_2}}$$

In der Annahme, daß diese Abweichung reell ist, werden wir auch dadurch bestärkt, daß die genauere Rechnung ja für endliche A eine erhebliche Abweichung von der ($A = \infty$)-Kurve in der Nähe der Sättigung ergibt; die halbthermische Schwankung müßte hier bis unmittelbar zur Sättigung in der Nähe der ($A = \infty$)-Kurve verlaufen, da der differentielle Widerstand einer idealen Raumladungsstrecke ja bis zum Sättigungspunkt keine merklichen Anomalien zeigt und erst im Sättigungspunkt selbst unstetig zu außergewöhnlich hohen Werten ansteigt.

Aus diesen Überlegungen geht schon hervor, daß es keine ganz leichte Aufgabe sein wird, den beinahe halbthermischen Charakter der Raumladungsschwankungen durch allgemeine Betrachtungen abzuleiten. Die Lösung dieser Aufgabe wäre deshalb wichtig, weil dann das theoretisch noch wesentlich schwierigere, experimentell aber desto bedeutsamere Gebiet der zylindrischen Anordnungen mit einem Schlage mit großer Annäherung zu erfassen wäre. Für ebene Anordnungen können wir jedenfalls für die zum Schluß noch anzuschließenden Betrachtungen über das Rauschen von Verstärkerröhren mit einer Genauigkeit, die für alle Überschlagsbetrachtungen bei weitem ausreicht, das $T/2$ -Gesetz als ideales Grenzgesetz zugrunde legen.

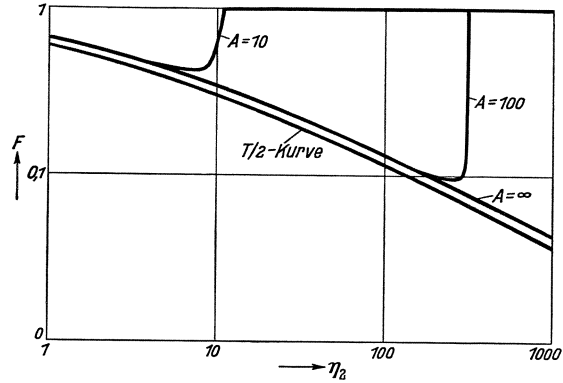


Bild 9. Die F, η_2 -Kurve in doppelt logarithmischem Maßstabe. Vergleich mit der halbthermischen Kurve.

3. Ideale Grenze des Rauschens in Verstärkerröhren nach dem $T/2$ -Gesetz.

In Verstärkerröhren, in denen auf die Glühkathode das Steuergitter und dann die Anode, oder Schirmgitter + Anode, folgt, spielen sich alle bisher geschilderten Vorgänge nicht zwischen Kathode und Anode, sondern zwischen Kathode und Steuergitter ab. Was sich hinter dem Steuergitter ereignet, kann in seiner Wirkung auf die Raumladestrecke zwischen Kathode und Gitter bei nicht zu großer Maschenweite des Gitters vollständig berücksichtigt werden durch die Berechnung eines entsprechenden Einflusses auf die Steuerspannung, d. h. die resultierende Spannung an der Gitterfläche. Wenn die Strecke zwischen G und A praktisch raumladungsfrei ist, werden bei festgehaltenem Potential sämtlicher Elektroden keine Rückwirkungen auf die zwischen K und G übergehenden Ströme aus dem weiteren Teil der Entladungsstrecke zu erwarten sein; die bei nicht festgehaltenem Elektrodenpotential

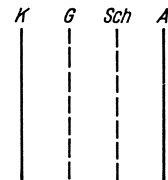


Bild 10. Elektrodenanordnung in einer Schirmgitterröhre.

auftretenden Rückwirkungen lassen sich aber in bekannter Weise aus den inneren Widerständen und Kapazitäten der betreffenden Teilkreise berechnen, brauchen also hier nicht diskutiert zu werden.

Die betrachteten Stromschwankungen J_S^2 , die sich in Diodenanordnungen zwischen Kathode und Anode ergeben, treten also in Verstärkerröhren der betrachteten Art zwischen Kathode und Steuergitter auf; als Spannung U_2 ist aber nicht die Spannung zwischen Potentialschwelle und Steuergitter einzusetzen, sondern der Potentialunterschied zwischen Potentialschwelle und dem Effektivpotential in der Gitterfläche, das jetzt allgemein als Steuerspannung bezeichnet wird und sich aus der Gitterspannung und der Durchgriffswirkung der weiteren Elektroden additiv zusammensetzt. Infolgedessen ist auch der totale Widerstand R der Raumladungsstrecke gegeben durch

$$\frac{1}{R} = \frac{di}{dU_{st}},$$

während die Steilheit S sich auf die Änderung von i mit der Gitterspannung U_g bezieht:

$$S = \frac{di}{dU_g} = \lambda \cdot \frac{di}{dU_{st}}, \quad (\lambda \text{ Steuerschärfe} = 0,9 \dots 1)$$

also

$$\begin{aligned} S &= \lambda/R, \\ R &= \lambda/S. \end{aligned} \quad (14)$$

Um nun die Rauschwirkung in Verstärkerröhren zu charakterisieren, hat es sich als das bequemste und anschaulichste erwiesen, das Schrotrauschen mit dem thermischen Rauschen zu vergleichen, das durch einen im Gitterkreis vorhandenen Widerstand R_g hervorgerufen werden würde. Dieses thermische Rauschen erzeugt, bei negativ vorgespanntem Gitter, eine Spannungsschwankung am Gitter, die gleich der thermischen Leerlaufspannungsschwankung am Gitterwiderstand R_g ist, also nach den bekannten Untersuchungen von Nyquist je Frequenzeinheit gegeben ist durch

$$(U_g^2)_{R_g} = 4 e \mathfrak{B}_0 R_g. \quad \left(\mathfrak{B}_0 = \frac{k T_0}{e}, \quad T_0 \text{ Zimmertemperatur} \right).$$

Der entsprechende Schwankungsstrom je Frequenzeinheit ist

$$(J^2)_{R_g} = S^2 \cdot 4 e \mathfrak{B}_0 R_g$$

oder

$$(J^2)_{R_g} = 4 e \mathfrak{B}_0 \frac{R_g \cdot \lambda^2}{R^2}. \quad (15)$$

Das Schroteffektrauschen ergibt nach dem $T/2$ -Gesetz einen Schwankungsstrom:

$$J_{S'}^2 = \frac{2 e \mathfrak{B}}{R}. \quad (16)$$

Es wirkt also ebenso wie ein Gitterwiderstand

$$R'_g = \frac{J_{S'}^2}{R_{R_g}^2} \cdot R_g, \quad (17)$$

oder, nach (15) und (16):

$$R'_g = \frac{\mathfrak{B}/2}{\mathfrak{B}_0} \cdot \frac{R}{\lambda^2},$$

oder

$$R'_g = \frac{T/2}{T_0} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{S}. \quad (18)$$

Das ist für ebene Anordnungen sicher und für zylindrische Anordnungen recht wahrscheinlich die untere Grenze des Röhrenrauschens.

Es ist nun sehr interessant, den numerischen Wert dieses Gitterwiderstandes zu ermitteln. Er ist offenbar desto kleiner, je größer die Steilheit und je niedriger die Temperatur der Glühkathode ist. Für Oxydkathoden mit $T \approx 3 T_0$, $S \approx 3 \cdot 10^{-3}$ A/V wird z. B.

$$R'_g = \frac{3}{2} \cdot \frac{10^3}{3} = 500 \Omega.$$

Ob dieses Rauschen über oder unter dem unvermeidlichen thermischen Rauschen der Leitung liegt, hängt einfach davon ab, ob die wirksamen Gitterwiderstände R'_g , speziell in Breitbandverstärkern, größer oder kleiner sind als dieses R'_g . Da ihre Größenordnung bei den jetzt benutzten Frequenzbändern 1000 bis 2000 Ω beträgt, müßte man eigentlich sagen, daß der Idealfall des $T/2$ -Gesetzes, wenn er hinreichend verwirklicht werden könnte, die Sorgen wegen des Röhrenrauschens beheben müßte.

Allgemein besteht bekanntlich eine Beziehung zwischen der Gitterkapazität C_g der benutzten Verstärkerröhren und den äußeren Widerständen, die im Gitterkreis angewendet werden können. Es kommt, wenn alle übrigen schädlichen Kapazitäten hinreichend unterdrückt sind, für die Rauschgüte der Röhren auf das Produkt $R'_g C_{gk}$ an, das möglichst klein gemacht werden muß (C_{gk} , Gitter-Kathoden-Kapazität). Eine Bestimmung dieses Produktes aus dem Ansatz für die Gitterkapazität und dem $T/2$ -Gesetz zeigt nun, daß für Anordnungen, die nur das $T/2$ -Rauschen zeigen, die Rauschgüte proportional sein würde:

$$\text{Rauschgüte} \approx \frac{1}{R'_g C_g} \approx \frac{\sqrt{U_{st}}}{r} \cdot \frac{T_0}{T}, \quad (19)$$

wobei r den Halbmesser des Steuergitters bedeutet. Man würde dann also die Regel erhalten, mit möglichst kleinen Gitterdurchmessern, jedoch so hohem Sättigungsstrom zu arbeiten, daß hohe Steuerspannungen angewendet werden können. Außerdem ist eine niedrige Kathodentemperatur natürlich günstig.

4. Vergleich mit den bisherigen Meßergebnissen.

Die experimentelle Bestimmung der F -Faktoren hat bisher meist Werte von etwa 0,5, günstigstenfalls von 0,3 ergeben. Werte von 0,2 bis 0,1, wie sie für größere Spannungen von der jetzigen Theorie verlangt werden und vom $T/2$ -Gesetz als Grenzgesetz verlangt werden würden, sind, außer in einer alten Arbeit von J. B. Johnson¹⁾, nie mehr beobachtet worden. Es ist nicht anzunehmen, daß das mit dem durchweg benutzten zylindrischen Aufbau der Anordnungen zusammenhängt; wenn das $T/2$ -Gesetz nicht die Grenze wäre, würde man nach Überschlagsbetrachtungen für zylindrische Anordnungen eher noch kleinere F -Faktoren erwarten als für ebene. Glücklicherweise liegen jedoch in unseren Werken schon einige Messungen vor, bei denen besonders die Störwirkungen der von den kalten Glühdrahtenden ausgehenden Sättigungsströme vermieden sind, und außerdem, unter erheblichen meßtechnischen Schwierigkeiten, mit Diodenanordnungen gearbeitet wurde. Über die Ergebnisse dieser mit Tantaldrähten durchgeführten Messungen wird im III. Teil berichtet.

¹⁾ Physic. Rev. **26** (1925) S. 71.

Zusammenfassung.

Die von der korpuskularen Natur der Elektronen herrührenden Stromschwankungen beim Übergang von Glühelctronen im Vakuum (Schrotoeffekt) werden im Raumladungsgebiet dadurch geschwächt, daß jede zusätzlich übergehende Elementarladung die Raumladungsschwelle vertieft und dadurch den Stromübergang aller übrigen Elektronen während einer gewissen Zeit behindert. Es wird gezeigt, daß man die durch ein Elektron insgesamt auf diese Weise bewirkte Verminderung der übergegangenen Ladungen mit der Eigenladung des übergehenden Elektrons zusammen als Übergang eines einzigen, verminderten Ladungsquantums betrachten und die durch verschiedene Elektronen bewirkten resultierenden Ladungsübergänge wieder als unabhängig voneinander annehmen kann. Die vor der Potentialschwelle umkehrenden „Rückelektronen“ liefern nur einen indirekten Beitrag. Für Meßfrequenzen, die klein sind gegen die Übergangszeit der Elektronen, läßt sich überdies die erwähnte Ladungsverminderung aus stationären Raumladungsbetrachtungen ermitteln. Über die Ergebnisse der für ebene Anordnungen im folgenden Teil der Arbeit von E. Spenke durchgeführten Rechnungen wird ein allgemeiner Überblick gegeben; es wird das (frequenzunabhängige) Spektrum des raumladungsgeschwächten Schrotoeffektes mit dem des reinen Schrotoeffektes bei gleichem Anodenstrom verglichen und als Hauptergebnis festgestellt, daß der berechnete lineare Schwächungsfaktor F von einem Wert 1 im Anlaufgebiet mit wachsender Anodenspannung im Raumladegebiet ständig absinkt, um erst kurz vor der Sättigung wieder steil auf den Wert 1 des Sättigungs-Schrotoeffektes anzusteigen.

Die exakte Berechnung der Schrotoeffektschwankungen in ebenen Raumladungsanordnungen ermöglicht es auch, auf die seit langem schwebende Streitfrage nach der Beziehung zwischen korpuskularen und thermischen Schwankungen einer Glühelctronenstrecke eine Antwort zu geben (Abschnitt 2). Außer der bereits bekannten Tatsache, daß im Anlaufgebiet der Schrotoeffekt von selbst das „halbthermische“ Rauschen, d. h. das Rauschen einer nur einseitig, aber mit thermischer Geschwindigkeitsverteilung übergehenden Entladung liefert, folgt aus den Rechnungen, daß auch im Raumladungsgebiet eine sehr enge Beziehung zum halbthermischen Rauschen besteht derart, daß das Schrotoeffektrauschen sich nahe gleich, aber immer etwas größer erweist als das halbthermische Rauschen eines Ohmschen Widerstandes von Glühkathodentemperatur und dem differentiellen Widerstand der Entladungsstrecke.

Dieser Befund ermöglicht eine einfache Aussage über die ideale Grenze des Rauschens in Verstärkerröhren (Abschnitt 3). Das Schrotrauschen läßt sich im Raumladungsgebiet unter idealen Bedingungen annähernd durch das Rauschen eines äußeren Gitterwiderstandes ersetzen, der halbe Kathodentemperatur und einen Ohmschen Widerstand gleich der reziproken Steilheit der Verstärkerröhre besitzt. Daraus folgen weitere Aussagen über die optimale Rauschgüte von Breitbandverstärkerröhren in Abhängigkeit von ihren Betriebsdaten.

Endlich werden im Abschnitt 4 die theoretischen Ergebnisse mit den bisherigen Meßresultaten verglichen, jedoch wird für die genauere Diskussion an Hand neuer Messungen auf den letzten, experimentellen Teil der Arbeit verwiesen.

Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.

II. Durchführung der Theorie für ebene Anordnungen.

Von Eberhard Spenke.

Mit 15 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der
Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Juli 1937.

Einleitung.

Die Schwächung des Schroteffektes durch die Raumladung beruht nach den bisherigen Arbeiten von W. Schottky¹⁾ über dieses Thema auf der Tatsache, daß der Übergang eines zusätzlichen Elektrons von der Kathode zur Gegenelektrode beim Vorhandensein einer Potentialschwelle Rückwirkungen auf den von den übrigen Elektronen²⁾ getragenen Massenstrom ausübt. Nachdem die in einer Theorie des Schroteffektes notwendigen statistischen Betrachtungen und Fourier-Entwicklungen bereits im I. Teil dieser Arbeit von W. Schottky gebracht worden sind, wird es sich jetzt im II. Teil im wesentlichen um die Berechnung der erwähnten Rückwirkungen handeln. Wir beschränken uns dabei auf den ebenen Fall. Kathode und Gegenelektrode sollen also zwei parallele Ebenen sein, die sich in so großer Ausdehnung im Abstand D gegenüberstehen, daß Randeffekte zu vernachlässigen sind. In diesem Fall kommt es bekanntlich nur auf die normal zur Kathode gerichtete Komponente der Anfangsgeschwindigkeit an. Wenn im folgenden abgekürzt von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 der Elektronen die Rede ist, ist damit stets diese Komponente gemeint. Weiter darf man sich bei der Berechnung dieser Rückwirkungen auf den Sonderfall beschränken, daß die Spannung U zwischen Kathode und Gegenelektrode konstant bleibt, daß also im äußeren Stromkreis zwischen Kathode und Gegenelektrode wechselstrommäßig Kurzschluß herrscht. Man berechnet nämlich auf diese Weise die Stromergiebigkeit einer das Schrotrauschen hervorbringenden Ersatzstromquelle, als deren innerer Leitwert der reziproke differentielle Widerstand zwischen Kathode und Gegenelektrode anzusetzen ist. Liegt jetzt im äußeren Stromkreis zwischen Kathode und Gegenelektrode auch wechselstrommäßig nicht mehr Kurzschluß vor, und erzeugen infolgedessen die Schrotschwankungen des Stromes auch Spannungsschwankungen, so sind diese Fälle in gewohnter Weise als Belastung der Ersatzstromquelle mit einem endlichen äußeren Leitwert zu behandeln.

¹⁾ W. Schottky: Die Telefonröhre H. 8 (1936) S. 175. — Z. Physik **104** (1936) S. 248. — Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 1.

²⁾ Das ist also die mittlere Gesamtmenge oder die „Masse“ der Elektronen.

Die Berechnung der erwähnten Rückwirkungen darf sich nun nach den Ausführungen Schottkys im I. Teil dieser Arbeit bei Beschränkung auf Frequenzen, die klein gegen die reziproke Laufzeit der Elektronen sind, nach folgendem Schema abspielen: Es ist einmal der ungestörte Fall zu betrachten, in dem die Emission der Kathode sich auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeitsintervalle $(v_0, v_0 + \Delta v_0)$ nach dem bekannten Maxwell'schen Ansatz verteilt. Der räumliche und zeitliche Mittelwert des die Kathode verlassenden Sättigungsstromes sei der „Massensättigungsstrom $Qs^{(0)}$ “, von dem der Anteil $Qi^{(0)}$ zur Gegenelektrode gelangt. Hier bedeutet Q den Entladungsquerschnitt, so daß $s^{(0)}$ und $i^{(0)}$ die betreffenden Stromdichten sind. Das andere Mal sollen im p . Geschwindigkeitsintervall $(v_{0p}, v_{0p} + \Delta v_{0p})$ dauernd außer den „mittleren Maxwell-Elektronen“ des ungestörten Falles noch zusätzliche „Störeelektronen“ emittiert werden, die einen Störsättigungsstrom hervorrufen, dessen räumlicher und zeitlicher Mittelwert $Qs_p^{(1)}$ sei. Durch die Raumladungswirkung dieses Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$ ändert sich der Anteil des Massensättigungsstromes, der zur Gegenelektrode gelangt, gegenüber dem ungestörten Fall um $Qi_p^{(1)}$, so daß er jetzt $Qi = Q(i^{(0)} + i_p^{(1)})$ beträgt. Bei der Ermittlung der „Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ “ darf $s_p^{(1)}$ als beliebig klein gegen $s^{(0)}$ betrachtet und außerdem mit Kontinuumsansätzen gerechnet werden. Diese Rückwirkungskoeffizienten sind die uns eigentlich interessierenden Größen, denn sie treten in einer Gleichung auf, die W. Schottky im I. Teil dieser Arbeit¹⁾ für den von H. Rothe²⁾ eingeführten linearen Schwächungsfaktor F ableitet. Sie lautet

$$F^2 = \int_{\eta_p=0}^{\eta_p=\infty} \left(1 + \frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}}\right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p + \int_{\eta_p=-\eta_1^{(0)}}^{\eta_p=0} \left(\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}}\right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p. \quad (1)$$

Hier sind noch die Größen F , $\eta_1^{(0)}$ und η_p zu erklären. F gibt das Verhältnis der tatsächlich vorhandenen Effektivschwankung J je Frequenzeinheit zu der Schwankung $\sqrt{2e i^{(0)} Q}$ an, wie sie beim gleichen Anodenstrom $Qi^{(0)}$ ohne Raumladungsschwächung vorhanden wäre. η_p bedeutet die in der Energie-Einheit kT der Kathodentemperatur T gemessene kinetische Energie der Störeelektronen der p -Gruppe am Orte der Raumladungsschwelle. Erteilen wir der Kathode das Potential $V = 0$, und bezeichnen wir das Potential der Schwelle mit $V_m < 0$, so ist also

$$\eta_p = \frac{1}{kT} \left(\frac{m}{2} v_{0p}^2 + eV_m \right). \quad (2)$$

Hierbei ist $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$ erg/Grad die Boltzmannsche Konstante und $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ ESE, so daß jedes Elektron die Ladung $-e$ hat. η_p ist für Transelektronen positiv, für Ruckelektronen negativ. Es bleibt in (1) noch die Größe $\eta_1^{(0)}$ zu erklären. Diese ist gleich dem zeitlichen Mittelwert des in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T gemessenen Potentialunterschiedes zwischen Kathode und Schwelle.

Das Endziel des hier vorliegenden II. Teiles der Arbeit besteht nun darin, die Schottkysche Formel (1) für den ebenen Fall bis zu numerischen Ergebnissen auszuwerten. Wegen der beiden Integrale über η_p in (1) ist es zunächst erforderlich, die Abhängigkeit des Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ von der Anfangsgeschwindigkeit v_{0p} bzw. — was mathematisch damit ja gleichwertig ist — von η_p anzugeben. Da $i_p^{(1)}$ definiert ist als der Unterschied in den Stromdichten zwischen denjenigen

¹⁾ Sie ergibt sich unmittelbar aus den dortigen Gleichungen (7) und (8).

²⁾ H. Rothe u. G. Plato: Die Telefonröhre H. 7 (1936) S. 92.

Teilen $Qi = Q(i^{(0)} + i_p^{(1)})$ und $Qi^{(0)}$ des Massensättigungsstromes $Qs^{(0)}$, die bei Vorhandensein eines Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$ bzw. ohne Vorhandensein von $Qs_p^{(1)}$ zur Gegenelektrode gelangen, und da weiter diese Anteile des Massensättigungsstromes $Qs^{(0)}$ durch die jeweilige Tiefe V_m der Potentialschwelle bestimmt werden, muß die Abhängigkeit zwischen Schwellentiefe V_m und Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ berechnet werden. Das ist aber nicht möglich, ohne daß der gesamte Potentialverlauf zwischen Kathode und Gegenelektrode ermittelt wird.

Für die einzelnen Abschnitte des hier vorliegenden II. Teiles der Arbeit ergeben sich also folgende drei Aufgaben:

Abschnitt 1 — Berechnung des Potentialverlaufs zwischen Kathode und Gegenelektrode beim Fließen eines Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$.

Abschnitt 2 — Ermittlung der Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$.

Abschnitt 3 — Numerische Auswertung der Schottkyschen Formel (1).

1. Berechnung des Potentialverlaufs zwischen Kathode und Gegenelektrode.

Übersicht. Das Ziel dieses Abschnittes besteht darin, den Potentialverlauf zwischen Kathode und Gegenelektrode für den gestörten Fall zu berechnen. Der ungestörte Fall ist schon von P. S. Epstein¹⁾, T. Fry²⁾ und I. Langmuir³⁾ behandelt worden. Wir brauchen also diese Arbeiten nur nach Art einer Störungsrechnung zu erweitern, wobei der zum Massensättigungsstrom $Qs^{(0)}$ hinzutretende Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ als Ursache der Störungen anzusehen ist. Diese Erweiterung setzt demgemäß bei dem expliziten Ansatz für die Anzahl $n(v_0) dv_0$ derjenigen Elektronen ein, die die Kathode je Zeit- und Flächeneinheit mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen v_0 und $v_0 + dv_0$ verlassen. Dagegen ändert sich nichts an den Grundlagen der Theorie, die von der Poissonschen Gleichung, dem Energiesatz und dem Ausdruck für die Raumladungsdichte eines stationären Konvektionsstromes gebildet werden. Da die Raumladungsdichte sofort eliminiert werden kann, handelt es sich mathematisch im wesentlichen um zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten: Potential $V(x)$ an der Stelle x und Geschwindigkeit $v(x, v_0)$ an der Stelle x eines Elektrons mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 .

Die eine der beiden Gleichungen, die aus der Poissonschen Gleichung durch Elimination der Raumladungsdichte entstanden ist, ist eine Differentialgleichung 2. Ordnung, so daß zwei Integrationen notwendig werden. Die erste Integration wird genau wie bei P. S. Epstein, T. Fry und I. Langmuir vorgenommen, da hierzu der explizite Ausdruck für $n(v_0) dv_0$, durch den sich unsere Rechnungen ja erst von denen der genannten Autoren unterscheiden, noch gar nicht benötigt wird. Danach, also noch vor der zweiten Integration, ist es allerdings zweckmäßig, den vorher passend gewählten Ausdruck für $n(v_0) dv_0$ einzuführen und die Formeln durch Auswertung einiger bestimmter Integrale zu vereinfachen. Soweit es sich dabei um Glieder handelt, die vom Massensättigungsstrom $Qs^{(0)}$ herrühren, können die Ergebnisse wieder von P. S. Epstein, T. Fry und I. Langmuir übernommen werden. Der Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ verursacht aber noch das Auftreten von zwei „Störintegralen“, bei deren Auswertung ebenso wie im weiteren Verlauf der Rechnung zu unterscheiden ist, ob Trans- oder Rückelektronen vorliegen. Die bisher einheit-

¹⁾ P. S. Epstein: Ber. dtsch. physik Ges. **21** (1919) S. 85.

²⁾ T. Fry: Physic. Rev. **17** (1921) S. 441.

³⁾ I. Langmuir: Physic. Rev. **21** (1923) S. 419.

liche Rechnung spaltet also in zwei Fälle auf, innerhalb deren sie jedoch beide Male nach demselben Schema fortschreitet. Dieses Schema besteht in der Auswertung der Störintegrale, der Festlegung der von der ersten Integration herührenden Integrationskonstante und in der Durchführung der zweiten Integration. Damit ist eigentlich das Ziel dieses I. Abschnittes, die Ermittlung des Potentialverlaufs zwischen Kathode und Gegenelektrode, schon erreicht. Da die Wirkung des Störsättigungsstromes $Q s_p^{(1)}$ aber nach W. Schottky als kleine Störung aufgefaßt werden darf, lassen sich die Formeln noch wesentlich vereinfachen, indem in der bei Störungsrechnungen gewohnten Weise Reihenentwicklungen angesetzt und mit dem Gliede erster Ordnung abgebrochen werden. Auf diese Weise erreicht man, daß die Formeln für den Potentialverlauf zunächst einmal als Hauptterm solche Glieder enthalten, die vom Massensättigungsstrom $Q s^{(0)}$ herrühren und schon von P. S. Epstein, T. Fry und I. Langmuir her bekannt sind, und daß sich die Wirkung des Störsättigungsstromes $Q s_p^{(1)}$ im Hinzutreten von Korrekturgliedern erster Ordnung äußert.

Durchführung. Im ungestörten Fall, der durch einen rechts oben angehängten Index (0) gekennzeichnet wird, verteilt sich die Emission der Kathode auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeitsintervalle gemäß dem bekannten Maxwell'schen Ansatz. Die Anzahl der Elektronen, die im Mittel die Kathode je Zeit- und Flächeneinheit mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen v_0 und $v_0 + dv_0$ verlassen, ist also

$$n^{(0)}(v_0) dv_0 = \frac{s^{(0)}}{e} \frac{m}{kT} e^{-\frac{m v_0^2}{2kT}} v_0 dv_0. \quad (1,01)$$

Beim Hinzutreten eines Störsättigungsstromes $Q s_p^{(1)}$ ist dieser Ansatz in folgender Weise zu erweitern:

$$n(v_0) dv_0 = n^{(0)}(v_0) dv_0 + n_p^{(1)}(v_0) dv_0, \quad (1,02)$$

wobei also $n_p^{(1)}(v_0) dv_0$ die Anzahl derjenigen Störelektronen ist, die den Strom $Q s_p^{(1)}$ bilden und im Mittel je Zeit- und Flächeneinheit die Kathode mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen v_0 und $v_0 + dv_0$ verlassen. Da sich der p . Störsättigungsstrom $Q s_p^{(1)}$ nur aus Elektronen des p . Anfangsgeschwindigkeitsintervalls $[v_{0p}, v_{0p} + \Delta v_{0p}]$ zusammensetzen soll, ist $n_p^{(1)}(v_0) \cdot dv_0$ außerhalb dieses Intervalls gleich 0 zu setzen. Die Art der Abhängigkeit von $n_p^{(1)}(v_0)$ von v_0 innerhalb dieses Intervalls ist gleichgültig, da dieses Intervall doch als beliebig eng betrachtet wird und es nur darauf ankommt, daß die Gesamtzahl der Störelektronen der p -Gruppe den richtigen Wert $s_p^{(1)}$ für die Stromdichte des betrachteten Störsättigungsstromes ergibt. Wir machen also beispielsweise den Ansatz (s. auch Bild 1)

$$n_p^{(1)}(v_0) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{für } 0 < v_0 < v_{0p}, \\ \frac{s_p^{(1)}}{e} \cdot \frac{1}{\Delta v_{0p}} & \text{für } v_{0p} < v_0 < v_{0p} + \Delta v_{0p}, \\ 0 & \text{für } v_{0p} + \Delta v_{0p} < v_0 < \infty. \end{array} \right\} \quad (1,03)$$

Mit den Ausdrücken (1,02), (1,01) und (1,03) ist in die folgenden Grundgleichungen¹⁾ der Theorie einzugehen:

¹⁾ Diese Grundgleichungen sowie überhaupt die prinzipiellen Fragen sind bei P. S. Epstein und bei T. Fry ausführlich dargestellt. Eine numerische Auswertung ihrer Ergebnisse wird aber durch eine Reihe von ungewöhnlichen und deshalb irreführenden Definitionen erschwert. Deshalb hat I. Langmuir ohne nochmaliges Eingehen auf Ableitungen und prinzipielle Fragen die Resultate von P. S. Epstein und von T. Fry in verwendungsfähige Form gebracht.

1. Die Poissonsche Gleichung, die das Potential $V(x)$ mit der Dichte $\rho(x)$ der Raumladung verknüpft:

$$V''(x) = -4\pi \rho(x); \quad (1,04)$$

2. Der Energiesatz, der eine Beziehung zwischen dem Potential $V(x)$ an der Stelle x und der Geschwindigkeit $v(x, v_0)$, die alle Elektronen mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 an der Stelle x haben, herstellt:

$$v^2(x, v_0) = v_0^2 + \frac{2e}{m} V(x); \quad (1,05)$$

3. Eine Gleichung, die die Raumladungsdichte $\rho(x)$ mit der Geschwindigkeit $v(x, v_0)$ verbindet:

$$\rho(x) = \left\{ \begin{array}{l} -e \int_{v_0=v'_0}^{v_0=\infty} \frac{n(v_0)}{v(x, v_0)} dv_0 \quad \text{für } x_m < x < D, \\ -e \int_{v_0=v'_0}^{v_0=\infty} \frac{n(v_0)}{v(x, v_0)} dv_0 - 2e \int_{v_0=\sqrt{-\frac{2e}{m}V(x)}}^{v_0=v'_0} \frac{n(v_0)}{v(x, v_0)} dv_0 \quad \text{für } 0 < x < x_m. \end{array} \right\} \quad (1,06)$$

Hierbei ist x die Entfernung eines Punktes von der Kathode, so daß (s. Bild 2) für die Kathode $x = 0$, für die Schwelle $x = x_m$ und für die Gegenelektrode $x = D$ gilt. Weiter ist v'_0 diejenige kritische Anfangsgeschwindigkeit, die die Elektronen gerade noch zum Erreichen der Raumladeschwelle ($x = x_m, V = V_m$) befähigt. Sie kommen dann in der Schwelle gerade mit der Geschwindigkeit $v(x_m, v'_0) = 0$ an, so daß aus (1,05)

$$v'_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V_m} \quad (1,07)$$

folgt. Elektronen mit größerer Anfangsgeschwindigkeit (Transektronen $v_0 > v'_0$) passieren sowohl die Anlaufstrecke $0 < x < x_m$ wie die Beschleunigungsstrecke $x_m < x < D$ nur einmal. Dagegen passieren Elektronen mit kleinerer Anfangsgeschwindigkeit (Rückelektronen $v_0 < v'_0$) diejenigen Punkte der Anlaufstrecke $0 < x < x_m$, die sie überhaupt erreichen, zweimal, einmal auf dem Hin- und das andere Mal auf dem Rück-

flug. Deshalb hat in (1,06) das Integral $\int_{v_0=\sqrt{-\frac{2e}{m}V(x)}}^{v_0=v'_0} \dots$, das

$$v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V(x)}$$

den Beitrag der Rückelektronen zur Raumladung angibt, einen Faktor 2 gegenüber den Integralen $\int_{v_0=v'_0}^{v_0=\infty} \dots$, die den Beitrag der Transektronen darstellen. Die untere

Grenze $v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V(x)}$ des Rückelektronenintegrals ist diejenige Anfangsgeschwindigkeit, die ein Rückelektron mindestens haben muß, um überhaupt bis zur Stelle x gelangen und dort zur Raumladung beitragen zu können.

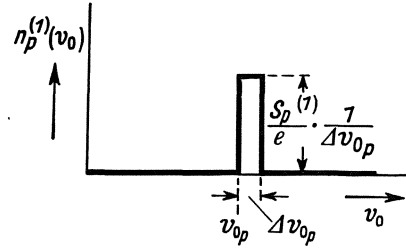


Bild 1. Verteilung der Störelektronen der p . Gruppe auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeiten v_0 .

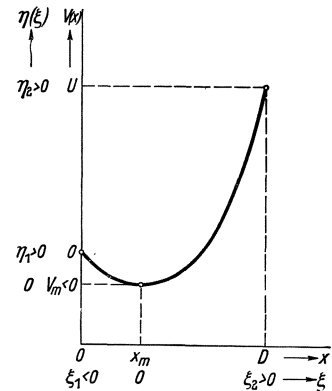


Bild 2. Potentialverlauf (qualitativ) zwischen Kathode und Gegenelektrode. (V, x)- und (η, ξ)-Darstellung.

(1,04) und (1,05) sind zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten $V(x)$ und $v(x, v_0)$; denn $\varrho(x)$ ist ja nach (1,06) durch die als gegeben zu betrachtende Größe $n(v_0)$ und die beiden Unbekannten $V(x)$ und $v(x, v_0)$ ausgedrückt. Es gelingt nun eine einmalige Integration von (1,04), ohne daß schon der explizite Ansatz (1,02) [in Verbindung mit (1,01) und (1,03)] für $n(v_0)$ benutzt zu werden braucht. Diese Tatsache, die für die Durchführung unserer erweiterten Rechnung eine große Erleichterung bedeutet, hat besonders T. Fry betont. Wir übernehmen von ihm mit nur unwesentlichen Abweichungen das Ergebnis dieser ersten Integration. In der Beschleunigungsstrecke $x_m < x < D$ gilt

$$(V'(x))^2 - C_2 = 8\pi m \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n(v_0) \cdot v(x, v_0) dv_0 \quad (1,08)$$

und in der Anlaufstrecke $0 < x < x_m$

$$(V'(x))^2 - C_1 = \left\{ \begin{array}{l} 8\pi m \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n(v_0) \cdot v(x, v_0) \cdot dv_0 \\ + 2 \cdot 8\pi m \int_{v_0=\sqrt{-\frac{2e}{m}V(x)}}^{v_0=v_0'} n(v_0) \cdot v(x, v_0) \cdot dv_0. \end{array} \right\} \quad (1,09)$$

C_1 und C_2 sind Integrationskonstanten.

Jetzt ist es zweckmäßig, den expliziten Ausdruck (1,02) für $n(v_0)$ [in Verbindung mit (1,01)] einzuführen. Eliminieren wir außerdem die zweite Unbekannte $v(x, v_0)$ mit Hilfe von (1,05), so ergibt sich aus (1,08)

$$(V'(x))^2 - C_2 = 8\pi m \left. \begin{array}{l} \frac{s^{(0)}}{e} \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} e^{-\frac{mv_0^2}{2kT}} \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m}V(x)} d\left(\frac{mv_0^2}{2kT}\right) \\ + 8\pi m \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m}V(x)} dv_0, \text{ für } x_m < x < D. \end{array} \right\} \quad (1,10)$$

Das erste Integral auf der rechten Seite läßt sich bei Verwendung der Gaußschen Fehlerfunktion

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{y=0}^{y=z} e^{-y^2} dy$$

geschlossen auswerten. Da es in gleicher oder ähnlicher Form schon bei P. S. Epstein und bei T. Fry vorkommt, gehen wir auf Einzelheiten weiter nicht ein — außer einem Hinweis auf die Bedeutung von v_0' nach (1,07) — und geben sogleich das Ergebnis an:

$$(V'(x))^2 - C_2 = \left\{ \begin{array}{l} 8\pi m \left(\frac{2kT}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{s^{(0)}}{e} e^{+\frac{eV(x)}{kT}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi(\sqrt{\eta}) + \sqrt{\eta} e^{-\eta} \right] \\ + 8\pi m \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m}V(x)} dv_0 \\ \text{für } x_m < x < D. \end{array} \right\} \quad (1,11)$$

Hier tritt ganz automatisch die dimensionslose Größe

$$\eta = \frac{e}{kT} (V(x) - V_m) \quad (1,12)$$

auf, die der in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T gemessene Potentialunterschied zwischen dem Punkt x und der Schwelle ist. Dies gibt uns Veranlassung, die Gleichung (1,11) zu normieren, und zwar führen wir zu diesem Zweck die Größe η überall in (1,11) an Stelle von V als dimensionsloses Maß für den Potentialverlauf ein (s. Bild 2). Da η nicht — wie das bisher verwendete V — an der Kathode, sondern an der Schwelle verschwindet, dürfte es sich empfehlen, auch die Lage eines Punktes zwischen den beiden Elektroden nicht mehr durch seine Entfernung von der Kathode, sondern durch eine dimensionslose Größe

$$\xi = 2L(x - x_m) \quad (1,13)$$

zu messen, die der Entfernung $(x - x_m)$ von der Schwelle proportional ist und in der Beschleunigungsstrecke positiv, in der Anlaufstrecke negativ ist. Die ξ -Koordinaten von Kathode und Gegenelektrode werden mit $\xi_1 [= -2Lx_m]$ und $\xi_2 [= +2L(D - x_m)]$ bezeichnet. Der Proportionalitätsfaktor $2L$ hat die Dimension einer reziproken Länge und wird im Anschluß an I. Langmuir

$$2L = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{1}{4}} (ei)^{\frac{1}{2}} \quad (1,14)$$

gesetzt¹⁾. Hierbei ist i die Dichte desjenigen Teiles des Massensättigungsstromes $Qs^{(0)}$, der zur Gegenelektrode gelangt und der sich bekanntlich²⁾ aus der Beziehung

$$i = s^{(0)} e^{\frac{e}{kT} V_m} \quad (1,15)$$

berechnet. Mit allen diesen Festsetzungen erreichen wir, daß (1,11) die folgende, von überflüssigen Zahlenfaktoren und Konstanten möglichst befreite Form annimmt:

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^2 - C'_2 = \left\{ \begin{array}{l} e^\eta - e^\eta \Phi(\sqrt{\eta}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} \\ + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e}{i} \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{mv_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot dv_0 \end{array} \right\} \quad \text{für } 0 < \xi < \xi_2. \quad (1,16)$$

Auf dieselbe Weise, wie wir (1,16) aus (1,08) erhalten haben, ergibt sich aus (1,09) für die Anlaufstrecke $\xi_1 < \xi < 0$

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^2 - C'_1 = \left\{ \begin{array}{l} e^\eta + e^\eta \Phi(\sqrt{\eta}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} \\ + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e}{i} \int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{mv_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot dv_0 \\ + 2 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e}{i} \int_{v_0=v_0'}^{v_0=v_0'} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{mv_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot dv_0 \cdot \\ v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V(x)} \end{array} \right\} \quad (1,17)$$

¹⁾ Die Einführung der Größen η und ξ erfolgt genau wie bei den früheren Autoren. Deshalb wird auch die von P. S. Epstein stammende und von I. Langmuir leider übernommene, höchst unglückliche Bezeichnung des Proportionalitätsfaktors mit $2L$ (Dimension cm^{-1} !) beibehalten, weil die überflüssige 2 und die dem Leser durch die Wahl gerade des Buchstabens L fälschlich erteilte Suggestion, L sei eine Länge, immer noch als das kleinere Übel erscheint gegenüber einem Abweichen von den Langmuirschen Bezeichnungen, da wir dessen Arbeit später als Grundlage für numerische Auswertungen zu benutzen haben werden.

²⁾ Siehe z. B. Handbuch von W. Wien und F. Harms, **XIII**, 2. Beitrag von W. Schottky und H. Rothe: S. 233 u. 234. Der Gang der Rechnung zeigt übrigens, daß unter i in (1,14) in jedem Falle die Dichte des Massenodenstromes zu verstehen ist. i ist also nur im ungestörten Fall mit $i^{(0)}$ identisch, während bei Anwesenheit von Störeelektronen $i = i^{(0)} + i_p^{(1)}$ gilt.

In (1,16) und (1,17) erscheinen zwei Integrale, die sich nur durch ihre Integrationsgrenzen unterscheiden, während der Integrand bei beiden gleich

$$n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{m v_0^2}{2 k T} + \frac{e}{k T} V_m + \eta}$$

ist. Der Faktor $n_p^{(1)}(v_0)$ zeigt uns, daß das Auftreten dieser Integrale durch die Stör-Elektronen verursacht wird, weshalb wir sie als Störintegrale bezeichnen, und zwar

$$\int_{v_0 = v'_0}^{v_0 = \infty} \dots dv_0 \quad \text{als das erste Störintegral}$$

und

$$\int_{v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V(x)}}^{v_0 = v'_0} \dots dv_0 \quad \text{als das zweite Störintegral.}$$

Bei ihrer Auswertung müssen wir unterscheiden, ob es sich um Trans-Störelektronen oder um Rück-Störelektronen handelt. Wir beginnen mit dem Fall der Trans-Störelektronen.

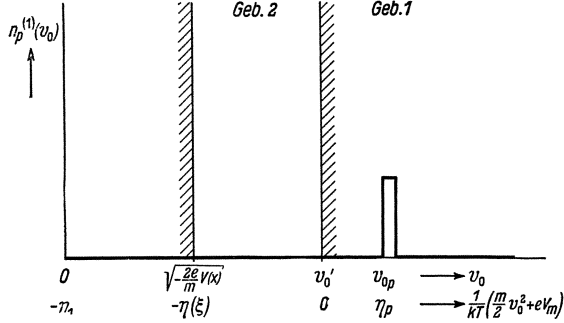


Bild 3. Fall A: Trans-Störelektronen $v'_0 < v_{0p} < \infty$ oder $0 < \eta_p < \infty$.

Geb. 1 = Integrationsgebiet des ersten Störintegrals.
Geb. 2 = Integrationsgebiet des zweiten Störintegrals.

A. Trans-Störelektronen.

$n_p^{(1)}(v_0)$ ist nach (1,03) und Bild 1 nur in dem engen Intervall $(v_{0p}, v_{0p} + \Delta v_{0p})$ von 0 verschieden. Dieses Intervall fällt für die durch

$$v_{0p} > v'_0$$

definierten Trans-Störelektronen nur in das Integrationsgebiet des ersten Störintegrals (s. Bild 3). Das zweite Störintegral verschwindet also völlig, während

sich für das erste mit Benutzung von Gleichung (2) der Einleitung

$$\int_{v_0 = v'_0}^{v_0 = \infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{m v_0^2}{2 k T} + \frac{e}{k T} V_m + \eta} \cdot dv_0 = \frac{s_p^{(1)}}{e} \cdot \frac{1}{\Delta v_{0p}} \cdot \sqrt{\frac{m v_{0p}^2}{2 k T} + \frac{e}{k T} V_m + \eta} \cdot \Delta v_{0p} = \frac{s_p^{(1)}}{e} \sqrt{\eta_p + \eta}$$

ergibt. Diese Werte der Störintegrale werden in (1,16) und (1,17) eingesetzt und die Integrationskonstanten C'_1 und C'_2 auf Grund der Forderung bestimmt, daß der Potentialgradient $d\eta/d\xi$ überall stetig verlaufen und in der Schwelle ($\eta = 0$, $\xi = 0$) den Wert 0 haben muß. Führen wir außerdem die Funktionen

$$f_+(\eta) = e^\eta - e^\eta \Phi(\sqrt{\eta}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} - 1 \quad (1,18)$$

und

$$f_-(\eta) = e^\eta + e^\eta \Phi(\sqrt{\eta}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} - 1 \quad (1,19)$$

ein, so kommt

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2 = f_+(\eta) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i} [\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}] \quad \text{für } 0 < \xi < \xi_2, \quad (1,20)$$

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2 = f_-(\eta) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i} [\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}] \quad \text{für } \xi_1 < \xi < 0. \quad (1,21)$$

Diese Gleichungen lassen sich ohne weiteres durch Trennung der Variablen integrieren. Außerdem legen wir die beiden auftretenden Integrationskonstanten sofort durch die Bedingung fest, daß zum Werte $\eta = 0$ der Wert $\xi = 0$ [Schwelle! Siehe auch (1,12) und (1,13)] gehört.

$$\xi(\eta) = + \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_+(\eta) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i} [\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}]}} \quad \text{für } 0 < \xi < \xi_2, \quad (1,22)$$

$$\xi(\eta) = - \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_-(\eta) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i} [\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}]}} \quad \text{für } \xi_1 < \xi < 0. \quad (1,23)$$

(1,22) und (1,23) stellen den Ort ξ dar, an dem ein bestimmter Potentialwert η im gestörten Fall — also beim Fließen eines Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$ — angenommen wird. Damit ist eigentlich schon die Aufgabe dieses Abschnittes gelöst.

Es ergibt sich aber noch eine wesentliche Vereinfachung, wenn wir von der Tatsache Gebrauch machen, daß der Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ gegenüber dem Massensättigungsstrom $Qs^{(0)}$ als beliebig klein angesehen werden darf. Daraus folgt nämlich unter Berücksichtigung von (1,15), daß auch $s_p^{(1)}/i$ beliebig klein gegen 1 ist. Deshalb dürfen wir in (1,22) und (1,23) Reihenentwicklungen nach $s_p^{(1)}/i^{(0)}$ ansetzen¹⁾ und diese mit dem Gliede erster Ordnung abbrechen:

$$\xi(\eta) = + \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_+(\eta)}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}}{\sqrt{f_+(\eta)}^3} d\eta \quad \text{für } 0 < \xi < \xi_2, \quad (1,24)$$

$$\xi(\eta) = - \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_-(\eta)}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}}{\sqrt{f_-(\eta)}^3} d\eta \quad \text{für } \xi_1 < \xi < 0. \quad (1,25)$$

Die ersten Glieder in (1,24) und (1,25) treten auch auf, wenn $s_p^{(1)} = 0$ ist, wenn also gar kein Störsättigungsstrom fließt. Deshalb sind diese Integrale schon in den Arbeiten von P. S. Epstein, T. Fry und I. Langmuir in gleicher oder ähnlicher Form zu finden. Für die numerische Auswertung verweisen wir auf eine Tabelle bei Langmuir (a. a. O., S. 426), in der

$$+ \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_+(\eta)}} = \xi_+(\eta) \quad (> 0)^2 \quad (1,26)$$

und

$$- \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{f_-(\eta)}} = \xi_-(\eta) \quad (< 0)^2 \quad (1,27)$$

¹⁾ Zunächst ergeben sich aus (1,22) und (1,23) Reihenentwicklungen nach $s_p^{(1)}/i$. Da aber $i = i^{(0)} + i_p^{(1)}$ ist (siehe Einleitung S. 20 u. 21 und Fußnote 2 auf S. 25) und da $i_p^{(1)}$ mindestens von derselben Ordnung klein wie $s_p^{(1)}$ gegenüber $i^{(0)}$ sein wird, bedeutet der Übergang von $s_p^{(1)}/i$ zu $s_p^{(1)}/i^{(0)}$ eine Korrektur, die sich frühestens in dem sowieso wegzulassenden Gliede 2. Ordnung bemerkbar machen würde.

²⁾ Da die Abstände ξ von der Schwelle im Beschleunigungs- und im Anlaufgebiet in ganz verschiedener Weise von η abhängen — ganz abgesehen von der Tatsache, daß der numerische Wert von ξ nach (1,13) diesseits und jenseits der Schwelle verschiedenes Vorzeichen hat — haben wir es als zweckmäßig empfunden, zur Betonung dieser verschiedenen funktionalen Abhängigkeit von η an die Buchstaben ξ einen Index + bzw. — anzuhängen.

angegeben sind. Für die in (1,24) und (1,25) von dem Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ hervorgerufenen zweiten Summanden führen wir folgende beiden neuen Funktionen ein:

$$\zeta_+(\eta, \eta_p) = \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}}{\sqrt{f_+(\eta)}^3} d\eta, \quad (1,28)$$

$$\zeta_-(\eta, \eta_p) = \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta} - \sqrt{\eta_p}}{\sqrt{f_-(\eta)}^3} d\eta. \quad (1,29)$$

Diese beiden Funktionen sind durch numerische Integration ausgewertet worden, worüber weiter unten im Abschnitt 3 berichtet werden wird.

Mit (1,26) bis (1,29) gehen schließlich (1,24) und (1,25) über in

$$\xi(\eta) = \xi_+(\eta) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \zeta_+(\eta, \eta_p) \quad \text{für die Beschleunigungsstrecke} \quad 0 < \xi < \xi_2, \quad (1,30)$$

$$\xi(\eta) = \xi_-(\eta) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \zeta_-(\eta, \eta_p) \quad \text{für die Anlaufstrecke} \quad \xi_1 < \xi < 0. \quad (1,31)$$

Damit ist aber das Ziel des vorliegenden Abschnittes 1 für den Fall der Trans-Störelektronen $0 < \eta_p < \infty$ völlig erreicht. Denn aus (1,30) und (1,31) ergibt

sich der Ort ξ , an dem ein bestimmter Potentialwert η herrscht, und zwar als Summe zweier Glieder, von denen das erste den Wert bei Abwesenheit eines Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$ und das zweite die Änderung bei Anwesenheit eines solchen darstellt (siehe Bild 4)¹⁾.

B. Rück-Störelektronen.

Dieses Mal verschwindet das erste Störintegral

$$\int_{v_0=v_0'}^{v_0=\infty} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{m v_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot dv_0 = 0. \quad (1,32)$$

Denn in seinem Integrationsgebiet $v_0' < v_0 < \infty$ ist der Integrand infolge des Verlaufs von $n_p^{(1)}(v_0)$ nach Bild 1 und infolge der Rück-Störelektronenbedingung $v_{0p} < v_0'$ identisch gleich 0 (s. Bild 5a und b).

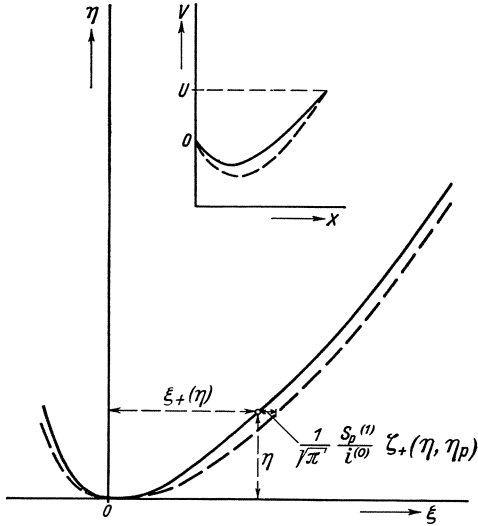


Bild 4. Gestörter und ungestörter Potentialverlauf (qualitativ) in der (η, ξ) - bzw. (V, x) -Darstellung.

¹⁾ Eigentlich würde man die gegenseitige Lage des ungestörten und des gestörten Potentialverlaufs so wählen, wie es die kleine Skizze oben rechts in Bild 5 zeigt. Jedenfalls knüpft eine solche gegenseitige Anordnung, bei der man das Kathodenpotential — und damit wegen $U = \text{const}$ — auch das Anodenpotential festhält, besser an die anschauliche Vorstellung vom „Atmen“ und „Pulsieren“ der Raumladungsschwelle infolge der Raumladungsschwankungen an. Da wir aber auch bei der Berechnung des gestörten Potentialverlaufs die Festsetzungen (1,12) und (1,13) getroffen haben, ist das Minimum sowohl der ungestörten wie der gestörten Potentialverteilung durch $\eta = 0, \xi = 0$ gekennzeichnet, behält also in der (η, ξ) -Darstellung nach wie vor seinen Platz im 0-Punkt des Koordinatensystems. Daraus ergibt sich dann eine gegenseitige Lage der gestörten und der ungestörten Potentialkurve, wie sie das Bild 5 in der Hauptfigur zeigt.

Bei der Behandlung des zweiten Störintegrals ist die Anlaufstrecke $\xi_1 < \xi < 0$ in zwei Gebiete zu unterteilen. Für jede Gruppe von Rück-Störelektronen existiert nämlich eine Stelle $\xi = \xi_{\text{Umkehr}}$, an der die kinetische Anfangsenergie dieser Elek-

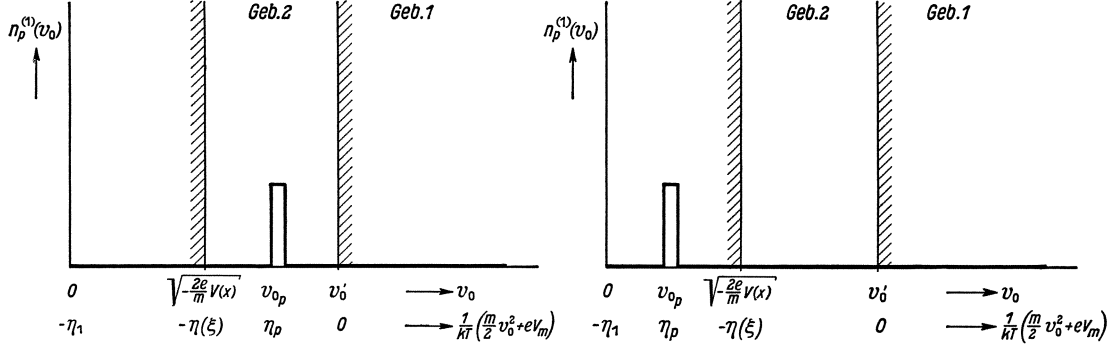


Bild 5 a. Fall Ba: Rück-Störelektronen, die den Punkt ξ auf dem Hin- und Rückflug passieren.
 $-\eta(\xi) < \eta_p < 0$.

Bild 5 b. Fall Bb: Rück-Störelektronen, die schon vor dem Punkt ξ umkehren.
 $-\eta_1 < \eta_p < \eta(\xi)$.

Geb. 1 = Integrationsgebiet des ersten Störintegrals. Geb. 2 = Integrationsgebiet des zweiten Störintegrals.

tronengruppe durch das Ersteigen des Potentialberges verbraucht ist und an der die Elektronen daher zur Umkehr gezwungen sind. Diese Stelle (Bild 6) ist also durch

$$\frac{m}{2} v_{0p}^2 = -e V(x_{\text{Umkehr}}) \text{ oder } \eta_p = -\eta(\xi_{\text{Umkehr}}) \quad (1,33)$$

gekennzeichnet.

Gebiet a. Für die Punkte zwischen Kathode und diesem Umkehrpunkt, also für

$$\xi_1 < \xi < \xi_{\text{Umkehr}}$$

gilt

$$\eta_p > -\eta(\xi).$$

Diese Punkte werden von den Störelektronen zweimal passiert, einmal auf dem Hin- und das andere Mal auf dem Rückflug.

Das Intervall $(v_{0p}, v_{0p} + \Delta v_{0p})$ liegt (s. Bild 5 a) innerhalb des Integrationsgebietes des zweiten Störintegrals, das also mit Berücksichtigung von Bild 1 und (1,03)

$$\int_{v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m} V(x)}}^{v_0 = v_0'} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{m v_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot dv_0 = \frac{s_p^{(1)}}{e} \frac{1}{\Delta v_{0p}} \sqrt{\frac{m v_{0p}^2}{2kT} + \frac{e}{kT} V_m + \eta} \cdot \Delta v_{0p} \quad (1,34)$$

$$= \frac{s_p^{(1)}}{e} \sqrt{\eta_p + \eta}$$

wird.

Gebiet b. Für die Punkte zwischen dem Umkehrpunkt und der Schwelle

$$\xi_{\text{Umkehr}} < \xi < 0$$

gilt

$$\eta_p < -\eta(\xi).$$

Diese Punkte werden von den Rück-Störelektronen der p -Gruppe überhaupt nicht mehr erreicht. Das Intervall $(v_n, v_n + \Delta v_n)$ liegt (s. Bild 5 b) außerhalb des Inte-

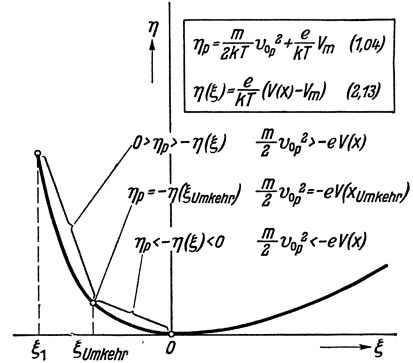


Bild 6. Die Unterteilung des Anlaufgebietes in zwei Teile:

$\xi_1 < \xi < \xi_{\text{Umkehr}}$ und $\xi_{\text{Umkehr}} < \xi < 0$.
 Im ersten Teil liegt Fall a vor. Diese Punkte werden von p -Elektronen zweimal passiert.
 Im zweiten Teil liegt Fall b vor. Diese Punkte werden von p -Elektronen gar nicht erreicht.

grationsgebietes des zweiten Störintegrals, das also verschwindet:

$$\int_{v_0 = \sqrt{-\frac{2e}{m}V(x)}}^{v_0 = v_0'} n_p^{(1)}(v_0) \sqrt{\frac{mv_0^2}{2kT} + \frac{e}{kT}V_m + \eta} \cdot d v_0 = 0. \quad (1,35)$$

Mit diesen Aussagen (1,32) und (1,34) bzw. (1,35) über die Störintegrale gehen wir jetzt in die Gleichungen (1,16) und (1,17) ein und führen die entsprechenden Operationen wie bei den Trans-Störelektronen durch. Nachdem wir die in (1,29) eingeführte Funktion $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ auch für negative Werte von η_p definiert haben:

$$\zeta_-(\eta, \eta_p) = \begin{cases} 0 & \text{für } \eta < -\eta_p, \\ \int_{\eta = -\eta_p}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta}}{\sqrt{f_-(\eta)^3}} d\eta & \text{für } \eta > -\eta_p, \end{cases} \quad (1,36)$$

können wir die endgültigen Ergebnisse für Rück-Störelektronen $-\eta_1 < \eta_p < 0$ angeben. Sie lauten:

$$\xi(\eta) = \xi_+(\eta) \quad \text{für } 0 < \eta < \eta_2 \quad \text{bzw. } 0 < \xi < \xi_2 \quad (1,37)$$

Beschleunigungsstrecke, die von den p -Elektronen überhaupt nicht erreicht wird.

$$\xi(\eta) = \xi_-(\eta) \quad \text{für } 0 < \eta < -\eta_p \quad \text{bzw. } 0 > \xi > \xi_{\text{Umkehr}} \quad (1,38)$$

Anlaufstrecke, soweit sie von den p -Elektronen nicht mehr erreicht wird.

$$\xi(\eta) = \xi_-(\eta) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \zeta_-(\eta, \eta_p) \quad \text{für } -\eta_p < \eta < \eta_1 \quad \text{bzw. } \xi_{\text{Umkehr}} > \xi > \xi_1 \quad (1,39)$$

Anlaufstrecke, soweit sie von den p -Elektronen erreicht wird.

Damit ist das Ziel des vorliegenden Abschnitts 1 jetzt auch für den Fall der Rück-Störelektronen $-\eta_1 < \eta_p < 0$ völlig erreicht.

2. Die Berechnung der Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$.

Übersicht. Wir beginnen mit einigen Vorbemerkungen über die stationäre Kennlinie einer Diode, die bekanntlich den „Anodenmassenstrom $Q_i^{(0)}$ “ in Abhängigkeit von der Anodenspannung U zeigt. Eine bestimmte Diode mit ebener Elektrodenanordnung ist durch drei Größen gekennzeichnet, nämlich die Massensättigungsstromdichte $s^{(0)}$, die Kathodentemperatur T und den Elektrodenabstand D , so daß die stationären Kennlinien sämtlicher Dioden an und für sich eine dreiparametrische Kurvenschar bilden. Es wird nun gezeigt, daß diese dreiparametrische Kurvenschar durch die Einführung geeigneter dimensionsloser Strom- und Spannungsmasse auf eine einparametrische Kurvenschar zurückgeführt werden kann, wobei der allein übrigbleibende Parameter A als ein dimensionsloses Maß für den Elektrodenabstand D aufgefaßt werden kann. Sodann wiederholen wir die von I. Langmuir a. a. O. gegebene Berechnung der stationären Kennlinie, weil dies der geeignete Ausgangspunkt für eine Ermittlung der uns eigentlich interessierenden Größe $i_p^{(1)}$ ist. Wir brauchen dazu nämlich in der Langmuirschen Rechnung nur die durch den Störsättigungsstrom $Q s_p^{(1)}$ hervorgerufenen Korrekturen erster Ordnung, mit denen wir uns ja im vorigen Abschnitt 1 ausführlich befaßt haben, überall zu berücksichtigen.

Hierbei wird die ganz zu Beginn der Einleitung gemachte Bemerkung wichtig, daß man sich auf den Sonderfall $U = \text{const}$ beschränken darf, woraus hervorgeht, daß an der Anodenspannung U keine Korrektur anzubringen ist. Wir bekommen dann $i_p^{(1)}$ als Korrektur von $i^{(0)}$. Da die Korrektur $i_p^{(1)}$ natürlich der Störungsursache $s_p^{(1)}$ proportional ist, ist mit $i_p^{(1)}$ auch der gesuchte Rückwirkungskoeffizient $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ gegeben.

Durchführung. Die stationäre Kennlinie zeigt den Anodenstrom, im ebenen Fall besser gleich die Anodenstromdichte $i^{(0)}$ in Abhängigkeit von der Anodenspannung U . Sättigungsstromdichte $s^{(0)}$, Kathodentemperatur T und Elektrodenabstand D sind drei Parameter, die die Form der stationären Kennlinie beeinflussen, so daß die Gesamtheit aller möglichen Kennlinien einer ebenen Diodenanordnung eine drei parametrische Kurvenschar bildet. Es ist nun zweckmäßig, nicht $i^{(0)}$ gegen U , sondern $i^{(0)}/s^{(0)}$ gegen $\frac{e}{kT}U$ aufzutragen, also den Anodenstrom in Bruchteilen des Sättigungsstromes und die Anodenspannung U in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T zu messen. Denn es steht zu erwarten, daß in eine Beziehung zwischen zwei solchen dimensionslosen Größen als Parameter nur Größen eingehen werden, die ihrerseits auch wieder dimensionslos sind, und daß sich vor allen Dingen die Anzahl der Parameter verringert. Dies ist auch — wie wir weiter unten bei Durchführung der Berechnung der stationären Kennlinie sehen werden — tatsächlich der Fall, und zwar bleibt nur noch ein Parameter übrig, den wir mit einiger Sicherheit bereits jetzt angeben können. Der Elektrodenabstand D wird nämlich genau wie alle Abstände in die Berechnung des Potentialverlaufs und damit in die der stationären Kennlinie nur in der Verbindung $2LD$ eingehen, wobei nach (1,14)

$$2L = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{1}{4}} (ei)^{\frac{1}{2}}$$

ist. $2LD$ selbst kann aber noch nicht der gesuchte Parameter sein, denn hierin ist ja wegen $i = i^{(0)} + i_p^{(1)}$ noch die längs einer bestimmten Kennlinie variierende Anodenstromdichte $i^{(0)}$ enthalten, die wir andererseits nur in der Verbindung $i^{(0)}/s^{(0)}$ auftreten lassen wollen. Wir schreiben also

$$2LD = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{1}{4}} (e s^{(0)})^{\frac{1}{2}} D \sqrt{\frac{i}{s^{(0)}}},$$

$$2LD = A \sqrt{\frac{i}{s^{(0)}}}, \tag{2,01}$$

wobei

$$A = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{1}{4}} (e s^{(0)})^{\frac{1}{2}} D \tag{2,02}$$

der gesuchte Parameter ist; denn A enthält außer universellen Konstanten nur noch die drei ursprünglichen Parameter $s^{(0)}$, T und D . Um über die Größenordnung der Zahlenwerte von A , die praktisch in Frage kommen, Klarheit zu schaffen, haben wir (2,02) in zwei extremen Fällen numerisch ausgewertet.

$$T = 1000^\circ \text{ K} \quad s^{(0)} = 10 \text{ A/cm}^{-2} \quad \text{und} \quad D = 1 \text{ cm} \quad \text{ergibt} \quad A = 1,63 \cdot 10^{+4}.$$

$$T = 2500^\circ \text{ K} \quad s^{(0)} = 10^{-2} \text{ A/cm}^{-2} \quad \text{und} \quad D = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \text{ cm} \quad \text{ergibt} \quad A = 1,30 \cdot 10^{+1}.$$

Praktisch interessiert also der Bereich $10^1 < A < 10^4$. Man kann A als ein dimensionsloses Maß für den Elektrodenabstand D betrachten:

$$A = \frac{D}{d}.$$

Die Längeneinheit d , in der D dann gemessen wird, ist¹⁾

$$d = 2^{-\frac{5}{4}} \pi^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{kT}{e}\right)^{\frac{3}{4}} (s^{(0)})^{-\frac{1}{2}} = 0,178 \left(\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{kT}{e}\right)^{\frac{3}{4}} (s^{(0)})^{-\frac{1}{2}}.$$

Man muß sich aber stets gegenwärtig halten, daß A nicht nur von D , sondern auch von T und $s^{(0)}$ abhängt. $A \rightarrow \infty$ bedeutet z. B. keineswegs unbedingt $D \rightarrow \infty$, sondern kann ebensogut durch $s^{(0)} \rightarrow \infty$ erzielt werden.

Damit schließen wir die Vorbemerkungen ab und kommen zur Berechnung der stationären Kennlinie, die wir im Anschluß an I. Langmuir vortragen. Wir sehen dabei $i^{(0)}$ bzw. $i^{(0)}/s^{(0)}$ als gegeben an und suchen den zugehörigen Wert von U bzw. $\frac{U}{\mathfrak{B}} = \frac{e}{kT} U$ zu ermitteln. Aus $\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}}$ ergibt sich zunächst das dimensionslose Maß $\eta_1 = -\frac{e}{kT} V_m$ für die Potentialdifferenz V_m zwischen Schwelle und Kathode gemäß der schon im vorigen Abschnitt (1,15) erwähnten Gleichung für den Anlaufstrom

$$\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}} = e^{-\eta_1^{(0)}}. \quad (2,03)^2)$$

Mit Hilfe von $\eta_1^{(0)}$ erhalten wir das dimensionslose Maß $\xi_1^{(0)}$ für den Abstand der Schwelle von der Kathode aus der Gleichung

$$\xi_1^{(0)} = \xi_-(\eta_1^{(0)}). \quad (2,04)$$

Wir erinnern daran, daß $\xi_1^{(0)}$ negativ ist. Der Abstand Kathode-Gegenelektrode ($2LD$) muß gleich der Differenz der Koordinatenwerte der Gegenelektrode ($\xi_2^{(0)}$) und der Kathode ($\xi_1^{(0)}$) sein.

$$2LD = \xi_2^{(0)} - \xi_1^{(0)}.$$

Hieraus und aus (2,01) folgt

$$\xi_2^{(0)} = A \sqrt{\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}}} + \xi_1^{(0)}, \quad (2,05)$$

eine Gleichung, die uns den Abstand $\xi_2^{(0)}$ der Gegenelektrode von der Schwelle liefert. Daraus kann wiederum der Potentialunterschied $\eta_2^{(0)}$ zwischen Gegenelektrode und Schwelle nach der Gleichung

$$\xi_2^{(0)} = \xi_+(\eta_2^{(0)}) \quad (2,06)$$

gewonnen werden, und nun ergibt sich die gesuchte Potentialdifferenz zwischen Gegenelektrode und Kathode, die „Anodenspannung“ sehr einfach in der Form

$$\frac{U}{\mathfrak{B}} = \frac{eU}{kT} = \eta_2^{(0)} - \eta_1^{(0)}. \quad (2,07)$$

Auf diese Weise sind für verschiedene A -Werte einige stationäre Kennlinien berechnet und in Bild 7 zusammengestellt worden.

¹⁾ Eine anschauliche Deutung dieser Bezugslänge d gibt W. Schottky im I. Teil dieser Arbeit. Herr M. Steenbeck machte mich darauf aufmerksam, daß man sich d auch folgendermaßen merken kann: Man denke sich 2 Elektroden in solchem Abstand a voneinander aufgestellt, daß bei Anlegung der Spannung $\mathfrak{B} = kT/e$ der übergeladene Anodenstrom $s^{(0)}$ sein würde, falls die bekannte Langmuir-Schottkysche Näherungsgleichung

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{U^{\frac{3}{2}}}{a^2}$$

zugrunde gelegt wird. Dann ist die fragliche Länge $d \approx 0,8 a$.

²⁾ Wir verstehen die in der Berechnung der stationären Kennlinie auftretenden Potentiale η und Strecken ξ mit einem rechts oben angehängten Index (0). Dies soll darauf hindeuten, daß es sich um diejenigen Werte handelt, die die betreffenden Größen bei Abwesenheit von Störeelektronen haben.

Diesen ganzen Rechnungsgang, der uns soeben die stationäre Kennlinie geliefert hat, wiederholen wir im Prinzip jetzt noch einmal, aber unter der Voraussetzung, daß nicht nur der Massensättigungsstrom $Qs^{(0)}$, sondern auch ein Störsättigungsstrom $Qs_p^{(1)}$ aus der Kathode austritt. Wieder betrachten wir den Massenanodenstrom, der ja im gestörten Fall die Dichte $i = i_0^{(0)} + i_p^{(1)}$ hat, zunächst als gegeben und berechnen die dazugehörige Anodenspannung. Für diese muß sich aber derselbe Wert wie im ungestörten Fall ergeben, da wir uns auf den Sonderfall $U = \text{const}$ beschränken. Aus dieser Forderung ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für das gesuchte $i_p^{(1)}$.

An Stelle von (2,03) tritt also im gestörten Fall die Gleichung

$$\frac{i}{s^{(0)}} = \frac{i_0^{(0)} + i_p^{(1)}}{s^{(0)}} = e^{-\eta_1^{(0)} - \eta_1^{(1)}}. \quad (2,08)$$

$\eta_1^{(0)}$ ist dabei der Wert, den die Potentialdifferenz zwischen Kathode und Schwelle in Abwesenheit von Störelektronen hätte, und der also der Gleichung (2,03) genügt. $\eta_1^{(1)}$ ist als Änderung der erwähnten Potentialdifferenz durch die Raumladungswirkung des Störsättigungsstromes $Qs_p^{(1)}$ eine beliebig kleine Größe¹⁾. Infolgedessen kann aus (2,08)

$$\frac{i_0^{(0)}}{s^{(0)}} \left(1 + \frac{i_p^{(1)}}{i_0^{(0)}} \right) = e^{-\eta_1^{(0)}} (1 - \eta_1^{(1)})$$

und weiter durch Subtraktion von (2,03)

$$\frac{i_p^{(1)}}{i_0^{(0)}} = -\eta_1^{(1)} \quad (2,09)$$

gefolgert werden. Damit ist die Korrektur $\eta_1^{(1)}$ von $\eta_1^{(0)}$ ermittelt worden.

An Stelle von (2,04) tritt im gestörten Fall unter Berücksichtigung von (1,31) bzw. (1,39) folgende Gleichung:

$$\xi_1 = \xi_1^{(0)} + \xi_1^{(1)} = \xi_-(\eta_1^{(0)} + \eta_1^{(1)}) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i_0^{(0)}} \xi_-(\eta_1^{(0)} + \eta_1^{(1)}, \eta_p) \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty, \quad (2,10)$$

$$\xi_1 = \xi_1^{(0)} + \xi_1^{(1)} = \xi_-(\eta_1^{(0)} + \eta_1^{(1)}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i_0^{(0)}} \xi_-(\eta_1^{(0)} + \eta_1^{(1)}, \eta_p) \quad \text{für } -\eta_1 < \eta_p < 0. \quad (2,101)$$

Wir entwickeln auf der rechten Seite nach der kleinen Größe $\eta_1^{(1)}$ und begnügen uns mit den linearen Gliedern, wobei wir beachten, daß schon $s_p^{(1)}/i_0^{(0)}$ nach den Ausführungen auf S. 27 eine kleine Größe erster Ordnung ist. Durch Subtraktion der entsprechenden ungestörten Gleichung (2,04) und Berücksichtigung von (2,09)

¹⁾ Das folgt einfach aus der beliebigen Kleinheit der Störungsursache $Qs_p^{(1)}$, so lange man sich auf den Kontinuumsstandpunkt stellt, wie es ja bei der Berechnung der Rückwirkungen durchweg geschieht. Daß aber auch bei Berücksichtigung der endlichen Elementarladung eines Elektrons während des größten Teiles der Wirkungsdauer dieses Elektrons $\eta_1^{(1)} \ll 1$ gilt, hat W. Schottky in seiner Arbeit in der „Telefunkenröhre“ H. 8 (1936) S. 182 gezeigt und damit die Berechtigung des Kontinuumsstandpunktes nachgewiesen.

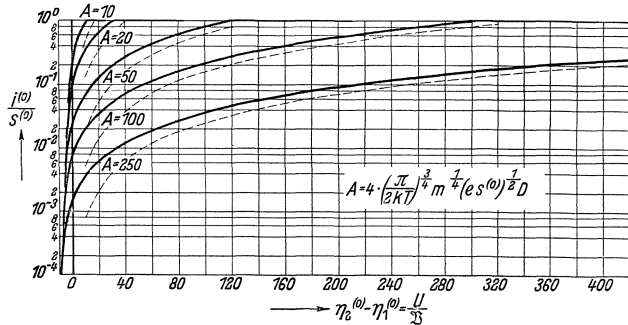


Bild 7. Stationäre Kennlinien.

— Kennlinien mit exakter Berücksichtigung der Maxwell-Verteilung der Elektronenanfangsgeschwindigkeiten.
 - - - Kennlinien nach der Langmuir-Schottkyschen Näherungsgleichung $i_0^{(0)} = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \cdot \sqrt{\frac{e}{m}} \cdot \frac{U^{3/2}}{D^2}$ oder $\frac{i_0^{(0)}}{s^{(0)}} = \frac{8}{9} \sqrt{\pi} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \left(\frac{U}{25}\right)^{3/2}$.

folgt dann
$$\xi_1^{(1)} = -\xi'_-(\eta_1^{(0)}) \frac{i_p^{(1)}}{i^{(0)}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p) \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty, \quad (2,11)$$

$$\xi_1^{(1)} = -\xi'_-(\eta_1^{(0)}) \frac{i_p^{(1)}}{i^{(0)}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p) \quad \text{für } -\eta_1 < \eta_p < 0. \quad (2,111)$$

Damit ist die Korrektur $\xi_1^{(1)}$ von $\xi_1^{(0)}$ ermittelt worden.

Nach demselben Schema:

Aufstellung der gestörten Gleichung, Entwicklung nach kleinen Größen, Subtraktion der ungestörten Gleichung und Benutzung der schon ermittelten Korrekturen

werden jetzt nacheinander auch die Gleichungen (2,05) bis (2,07) behandelt. Jedesmal ergibt sich die Korrektur derjenigen Größe, die im ungestörten Rechnungsgang von der entsprechenden ungestörten Gleichung geliefert wurde. Wir führen das im einzelnen nicht durch, sondern weisen nur darauf hin, daß die Korrektur der Anodenspannung, die sich bei Anwendung des Schemas auf (2,07) — die letzte derartig zu behandelnde Gleichung — ergibt, gleich null zu setzen ist, da wir uns auf den Sonderfall $U = \text{const}$ beschränken. Das gibt eine Bestimmungsgleichung für das gesuchte $i_p^{(1)}$. Wir erhalten auf diese Weise

$$\frac{i_p^{(1)}}{i^{(0)}} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \frac{\zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) + \zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\xi'_+(\eta_2^{(0)}) - \xi'_-(\eta_1^{(0)}) + \frac{1}{2} A \sqrt{\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}}}} \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty, \quad (2,12)$$

$$\frac{i_p^{(1)}}{i^{(0)}} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{s_p^{(1)}}{i^{(0)}} \frac{\zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\xi'_+(\eta_2^{(0)}) - \xi'_-(\eta_1^{(0)}) + \frac{1}{2} A \sqrt{\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}}}} \quad \text{für } -\eta_1 < \eta_p < 0. \quad (2,121)$$

Der Nenner wird noch auf eine einfachere Form gebracht, indem wir

1. (2,03) berücksichtigen und

2. den Gleichungen (1,26) und (1,27) durch Differentiation nach η die Werte

$$\xi'_+(\eta) = \frac{1}{\sqrt{f_+(\eta)}} \quad \text{und} \quad \xi'_-(\eta) = -\frac{1}{\sqrt{f_-(\eta)}} \quad \text{entnehmen.}$$

So erhalten wir für die gesuchten Rückwirkungskoeffizienten

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) + \zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1^{(0)})}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}}} \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty, \quad (2,13)$$

Trans-Störeelektronen

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1^{(0)})}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}}} \quad \text{für } -\eta_1 < \eta_p < 0. \quad (2,131)$$

Rück-Störeelektronen

3. Numerische Auswertung.

Übersicht. Der vorliegende Abschnitt 3 hat als Endziel die numerische Auswertung der Schottkyschen Formel [Einleitung Gl. (1)]. Er zerfällt in zwei Teile, von denen sich der Teil a) mit der Ermittlung der ζ_- - und ζ_+ -Funktionen befaßt. Die Ergebnisse werden graphisch dargestellt und einige im vorliegenden Zusammenhang belangreiche Eigenschaften dieser Funktionen hervorgehoben. Im Teil b) wird nach einigen Vorbemerkungen kurz angegeben, wie die Schwankungsbeiträge

der Transelektronen und der Rückelektronen bei beliebiger Lage des Arbeitspunktes im Raumladegebiet berechnet werden. Rückt der Arbeitspunkt an die Grenze entweder des Anlauf- oder des Sättigungsgebietes, so läßt sich das Verhalten des Schwächungsfaktors F leicht ohne numerische Rechnungen übersehen. Schließlich behandeln wir den Grenzfall $A = \infty$ und stellen die gesamten Ergebnisse in einem Bild zusammen, das den Schwächungsfaktor in Abhängigkeit von $\eta_2^{(0)}$ zeigt. Eine Schlußbemerkung beschäftigt sich mit der erzielten Genauigkeit.

Durchführung.

a) Die Funktionen $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ und $\zeta_+(\eta, \eta_p)$.

Wir beginnen mit der Ermittlung von $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ für negative $\eta_p < 0$. Hier gilt nach (1,36)

$$\zeta_-(\eta, \eta_p) = \begin{cases} 0 & \text{für } \eta < -\eta_p, \\ \int_{\eta=-\eta_p}^{\eta} \frac{\sqrt{\eta_p + \eta}}{\sqrt{f_-(\eta)}^3} d\eta & \text{für } \eta > -\eta_p. \end{cases} \quad (1,36)$$

Hierbei ist

$$f_-(\eta) = e^\eta + e^\eta \Phi(\sqrt{\eta}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta} - 1, \quad (1,19)$$

wo $\Phi(\sqrt{\eta})$ das Gaußsche Fehlerintegral

$$\Phi(\sqrt{\eta}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{y=0}^{y=\sqrt{\eta}} e^{-y^2} dy$$

bedeutet.

Bei der numerischen Berechnung behandeln wir η als laufende Variable und η_p als beliebigen, aber fest gegebenen Parameter. Das bietet nämlich folgenden Vorteil: Hat man ζ_- für einen bestimmten η -Wert einmal berechnet, und soll nun ζ_- für einen anderen größeren η -Wert ermittelt werden, so braucht die numerische Rechnung nicht wieder gänzlich von vorn angefangen zu werden, sondern es ist die Integration in (1,36) einfach ein Stück weiter bis zu dem neuen, größeren η -Wert zu erstrecken.

Wie geht nun die Berechnung selbst vor sich? Für sehr kleine η -Werte ($\eta \leq 0,01$) wird $\frac{1}{\sqrt{f_-(\eta)}}$ in eine Reihe nach $\sqrt{\eta}$ entwickelt. Die entstehenden Ausdrücke lassen sich geschlossen integrieren. Für die darauffolgenden η -Werte $0,01 \leq \eta \leq 100 |\eta_p|$ wird das Integral von 0,01 ab bis η nach der Trapezmethode numerisch ausgewertet. Für noch größere $\eta > 100 |\eta_p|$

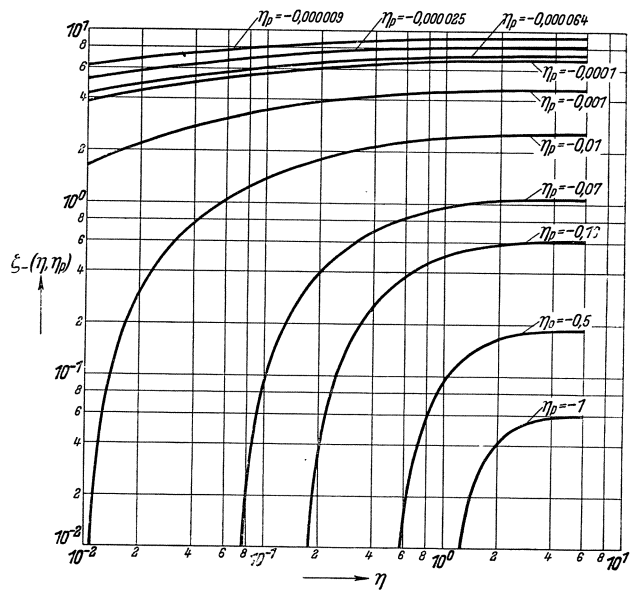


Bild 8. $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ für verschiedene negative η_p -Werte in Funktion von η .

kann mit genügender Genauigkeit eine Reihenentwicklung von $\sqrt{\eta_p + \eta}$ nach Potenzen von η_p/η vorgenommen werden, wobei dann die Koeffizienten Funktionen von η allein werden, die als bestimmte Integrale mit oberer Grenze η

definiert sind und nur ein für allemal nach der Trapezmethode ausintegriert zu werden brauchen. Überschreitet η eine gewisse, allerdings noch von η_p abhängige obere Grenze, so ändert sich ζ_- praktisch nicht mehr, weil dann $\sqrt{f_-(\eta)}^3$, der Nenner des Integranden, rapide ansteigt.

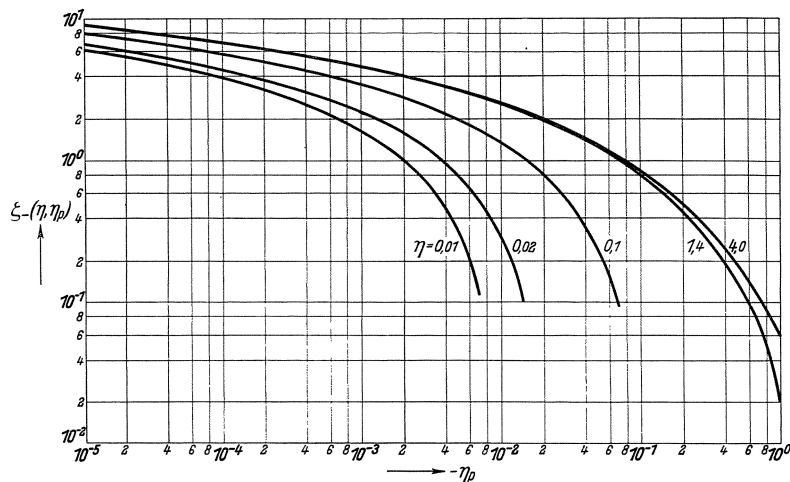


Bild 9. $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ für verschiedene η -Werte in Funktion von $-\eta_p$. $\eta_p < 0$.

Die Ergebnisse zeigen wir in Bild 8. Hier ist $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ wie bei der Berechnung als Funktion von η dargestellt. η_p fungiert als Parameter. Bei der Auswertung der Schottkyschen Formel (1) brauchen wir allerdings ζ_- gerade umgekehrt als

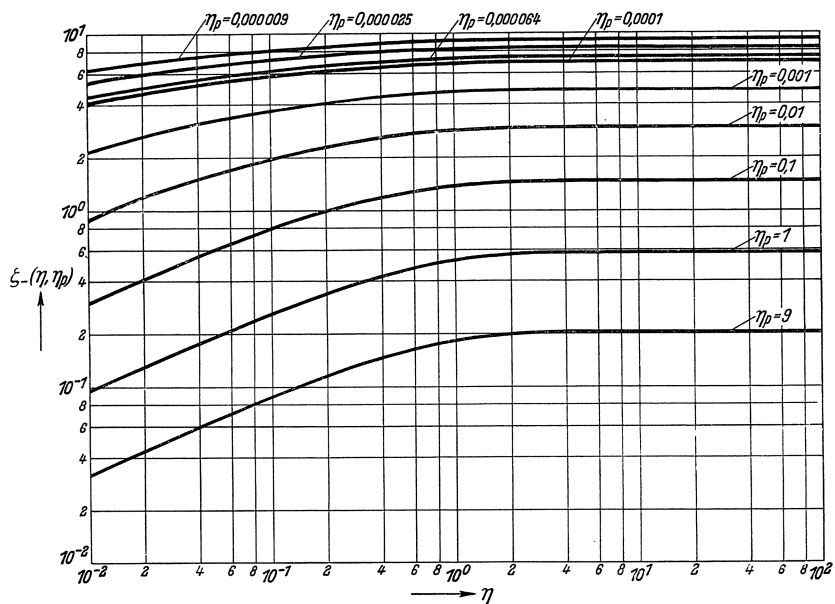


Bild 10. $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ für verschiedene positive η_p -Werte in Funktion von η .

Funktion von η_p , während η den festen Wert $\eta_1^{(0)}$ hat. Deshalb ist im folgenden Bild 9, das durch Umzeichnung aus Bild 8 entstanden ist, ζ_- als Funktion von η_p dargestellt, während η als Parameter behandelt wird. In dieser Darstellung wirkt sich die schon erwähnte Tatsache, daß ζ_- für genügend große η -Werte von η praktisch unabhängig wird, dahingehend aus, daß eine Grenzkurve existiert, oberhalb

deren keine ζ_- -Kurven mehr liegen. Für $|\eta_p| \rightarrow 0$ geht $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ nach ∞ . Eine Majorantenabschätzung zeigt, daß das wie $\ln \frac{1}{|\eta_p|}$ geschieht.

Die bei Ermittlung von ζ_- für negative η_p -Werte benutzten Methoden können mit leichten Änderungen auch bei der Berechnung von ζ_- für positive η_p -Werte und von ζ_+ , das ja überhaupt nur für positive η_p -Werte definiert ist, verwendet werden. Wir zeigen sofort in den Bildern 10 bis 13 die Ergebnisse. Bild 10 zeigt, daß ζ_- auch bei positiven η_p -Werten schließlich für genügend großes η von η unabhängig wird. Deshalb existiert entsprechend zu Bild 9 auch in Bild 11 eine obere Grenzkurve, die hier praktisch mit der Kurve $\eta = 4$ zusammenfällt. Bei ζ_+ läßt sich an Hand von Bild 12 feststellen, daß sich für $\eta \rightarrow \infty$ alle ζ_+ -Kurven um ein und dieselbe Kurve $1,111 \eta^{\frac{3}{2}}$ gruppieren. Deshalb kann aber in Bild 13 keine obere Grenzkurve existieren. Bild 11 zeigt schließlich, daß ζ_- auch dann nach ∞ geht, wenn man von positiven Werten her mit $\eta_p \rightarrow 0$ geht. Das gleiche gilt nach Bild 12 für ζ_+ . Majorantenabschätzungen zeigen, daß das in beiden Fällen wieder logarithmisch, also wie $\ln \frac{1}{\eta_p}$ geschieht.

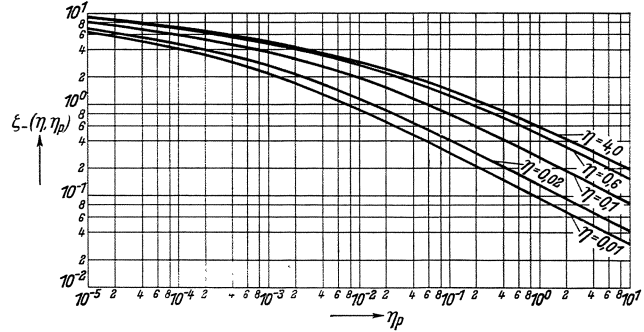


Bild 11. $\zeta_-(\eta, \eta_p)$ für verschiedene η -Werte in Funktion von η_p . $\eta_p > 0$.

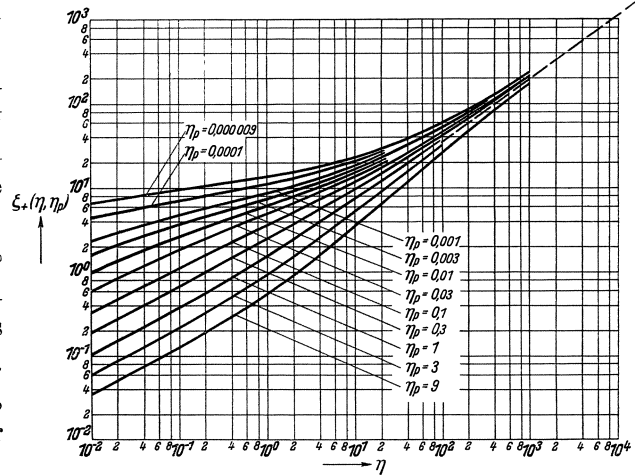


Bild 12. $\zeta_+(\eta, \eta_p)$ für verschiedene positive η_p -Werte in Funktion von η .

b) Die numerische Auswertung der Schottkyschen Formel (1).

Die Schottkysche Formel (1) stellt das Quadrat des Schwächungsfaktors F als Summe der Schwankungsbeiträge der Transelektronen und der Rückelektronen dar:

$$F^2 = \int_{\eta_p=0}^{\eta_p=\infty} \left(1 + \frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}}\right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p + \int_{\eta_p=-\eta_1^{(0)}}^{\eta_p=0} \left(\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}}\right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p. \quad [\text{Einleitung, Gl. (1)}]$$

Für die Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ haben wir im vorigen Abschnitt 2 folgende Formeln entwickelt:

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) + \zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})} + \sqrt{f_-(\eta_1^{(0)})} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}}} \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty \quad (2, 13)$$

Trans-Störeelektronen,

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_-(\eta_1^{(0)}, \eta_p)}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})} + \sqrt{f_-(\eta_1^{(0)})} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}}} \quad \text{für } -\eta_1^{(0)} < \eta_p < 0 \quad (2, 131)$$

Rück-Störeelektronen.

Die drei Größen, die für eine bestimmte Diode charakteristisch sind, also die Sättigungsstromdichte $s^{(0)}$, die Kathodentemperatur T und der Elektrodenabstand D kommen in diesen Gleichungen genau wie bei der Berechnung der reduzierten stationären Kennlinie $\frac{i^{(0)}}{s^{(0)}} = f\left(\frac{eU}{kT}\right)$ nur in der Verbindung

$$A = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{3}{4}} m^{\frac{1}{4}} (e s^{(0)})^{\frac{1}{2}} D \quad (2,02)$$

vor. Dioden, die zwar verschieden sind, aber im A -Wert übereinstimmen, haben also nicht nur dieselbe reduzierte Kennlinie, sondern auch der Verlauf des Schwächungsfaktors F in Abhängigkeit von der Lage des Arbeitspunktes auf der gemeinsamen reduzierten Kennlinie ist bei all diesen „ähnlichen“ Dioden derselbe. Wir müssen also bei der Auswertung von (1) so vorgehen, daß zunächst ein bestimmter A -Wert

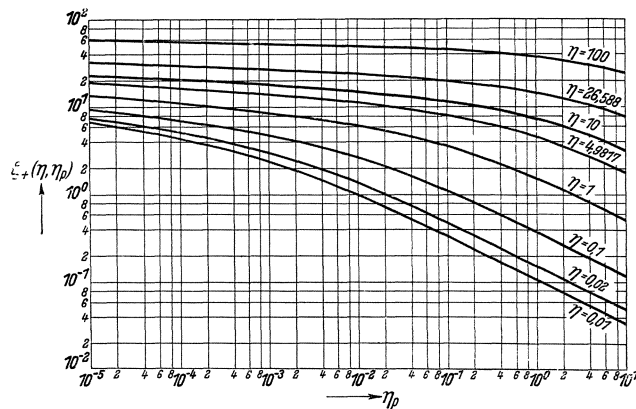


Bild 13. $\zeta_+(\eta, \eta_p)$ für verschiedene η -Werte in Funktion von η_p . $\eta_p > 0$.

herausgegriffen wird, z. B. $A = 100$. Dann ist auf der zu $A = 100$ gehörigen Kennlinie des Bildes 7 ein bestimmter Arbeitspunkt zu wählen, zu dem also ein ganz bestimmtes Wertepaar $(\eta_1^{(0)}, \eta_2^{(0)})$ gehört. Ist das geschehen, so liegt in (2,13) und (2,131) der Nenner bereits zahlenmäßig fest und durch Hinzunehmen der Bilder 9, 11 und 13 können die Integranden des Trans- und des Rückintegrals in ihrer Abhängigkeit von der Integrationsvariablen η_p angegeben und die Integrale und schließlich auch F selbst berechnet werden.

Beim Rückintegral ist noch eine Besonderheit zu erwähnen: Wird in dieses Integral nämlich (2,131) eingesetzt, so kommt

$$\int_{\eta_p = -\eta_1^{(0)}}^{\eta_p = 0} \left(\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} \right)^2 e^{-\eta_p} d\eta_p = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1^{(0)})}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2}\eta_1^{(0)}} \right)^2} R(\eta_1^{(0)}), \quad (3,01)$$

wobei

$$R(\eta_1^{(0)}) = \int_{\eta_p = -\eta_1^{(0)}}^{\eta_p = 0} \zeta_-^2(\eta_1^{(0)}, \eta_p) e^{-\eta_p} d\eta_p \quad (3,02)$$

eine Funktion allein von $\eta_1^{(0)}$ ist. Ein Wechsel im A -Wert macht sich nur im Faktor von $R(\eta_1^{(0)})$ bemerkbar, da lediglich dort $\eta_1^{(0)}$ und $\eta_2^{(0)}$ nebeneinander vorkommen. Man braucht also bloß für einige $\eta_1^{(0)}$ -Werte das Integral (3,02) auszuwerten und hat dann eine Funktion $R(\eta_1^{(0)})$ (s. Bild 14), die bei allen A -Werten verwendungsfähig ist, während beim Transintegral durch das gleichzeitige Auftreten von $\eta_1^{(0)}$ und $\eta_2^{(0)}$ im Integranden alle Rechnungen und numerische Integrationen bei einem Wechsel des A -Wertes wieder von neuem durchgeführt werden müssen.

Sehr übersichtlich sind die beiden Fälle, in denen der Arbeitspunkt einmal gerade an der Grenze zwischen dem Anlauf- und dem Raumladegebiet und das andere Mal gerade auf der Grenze zwischen dem Raumlade- und dem Sättigungsgebiet der

herausgegriffenen stationären Kennlinie liegt. Im ersten Fall ist $\eta_2^{(0)} = 0$, im zweiten $\eta_1^{(0)} = 0$. Nach (1,18) bzw. (1,19) wird dann

$$f_+(\eta_2^{(0)}) = 0 \quad \text{bzw.} \quad f_-(\eta_1^{(0)}) = 0,$$

so daß die Nenner der Rückwirkungskoeffizienten (2,13) bzw. (2,131) in beiden Grenzfällen gleich ∞ werden. Da die Zähler endlich bleiben, wie man sich durch Betrachtung der Bilder 9, 11 und 13 überzeugt, verschwinden also die Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ für alle η_p -Werte, und man sieht aus (1) leicht, daß $F=1$ wird.

Damit ist also festgestellt, daß der Schwächungsfaktor bei Übergang vom Raumladegebiet sowohl in das Sättigungsgebiet wie in das Anlaufgebiet der stationären Kennlinie beide Male stetig zu dem Wert 1 geht, den er bekanntlich in diesen beiden Teilen der gesamten Diodenkennlinie haben muß. Darüber hinausgehende Angaben über den Wert des Schwächungsfaktors lassen sich auf rein analytischem Wege nicht mehr erzielen. Es muß also eine Reihe von Beispielen numerisch durchgeführt werden, und als solche wurden zunächst die Fälle $A = 10$ und $A = 100$ herausgegriffen.

Die dabei erzielten Ergebnisse ließen es als wünschenswert erscheinen, auch noch den Grenzfall $A = \infty$ zu behandeln. Hier bestehen zunächst noch zwei Unklarheiten, über deren Beseitigung kurz berichtet werden soll. Es fragt sich nämlich erstens, welche Werte von $\eta_1^{(0)}$ und $\eta_2^{(0)}$ zueinander gehören. Zweitens steht nicht von vornherein fest, welcher Wert dem im Nenner der Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ auftretenden Summanden $\frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}}$ beizulegen ist. Die zweite Frage kann sofort auf die erste zurückgeführt werden durch die Bemerkung, daß nach (2,05) und (2,03)

$$A e^{-\frac{1}{2} \eta_1^{(0)}} = \xi_2^{(0)} - \xi_1^{(0)},$$

also nach (2,06) und (2,04)

$$A e^{-\frac{1}{2} (\eta_1^{(0)})} = \xi_+(\eta_2^{(0)}) - \xi_-(\eta_1^{(0)}) \tag{3,03}$$

ist. Zugleich geht aber aus (3,03) hervor, daß bei endlichen $\eta_2^{(0)}$ die Gültigkeit von (3,03) nur dann gewahrt bleibt, wenn zugleich mit A auch $\eta_1^{(0)}$ nach ∞ geht. Auf diese Weise gehen für $A \rightarrow \infty$ die Gleichungen (2,13) und (2,131) über in

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) + \zeta_-(\infty, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\infty)}} + \frac{1}{2} \xi_+(\eta_2^{(0)}) - \frac{1}{2} \xi_-(\infty)} \quad \text{für} \quad 0 < \eta_p < \infty$$

und

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_-(\infty, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\infty)}} + \frac{1}{2} \xi_+(\eta_2^{(0)}) - \frac{1}{2} \xi_-(\infty)} \quad \text{für} \quad -\infty < \eta_p < 0.$$

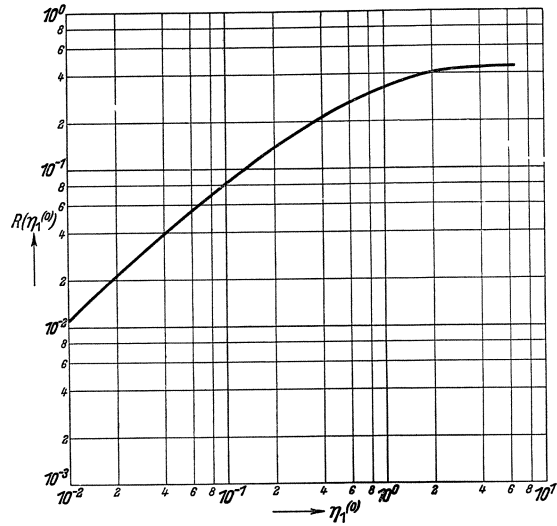


Bild 14. Der Faktor $R(\eta_1^{(0)})$ des Rück-Integrals.

Nach den Langmuirschen Tabellen ist

$$\xi_-(\infty) = -2,5539.$$

Nach (1,19) ist weiter

$$\frac{1}{\sqrt{f_-(\infty)}} = 0.$$

Schließlich wird $\zeta_-(\infty, \eta_p)$ durch die Grenzkurven in Bild 9 bzw. 11 dargestellt. Die Gleichungen

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) + \zeta_-(\infty, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{2}\xi_+(\eta_2^{(0)}) + 1,277} \quad \text{für } 0 < \eta_p < \infty, \quad (3,04)$$

$$\frac{i_p^{(1)}}{s_p^{(1)}} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\zeta_-(\infty, \eta_p)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2^{(0)})}} + \frac{1}{2}\xi_+(\eta_2^{(0)}) + 1,277} \quad \text{für } -\infty < \eta_p < 0 \quad (3,05)$$

sind also für den Fall $A = \infty$ ein vollwertiger Ersatz für die zunächst unbrauchbar gewordenen Gleichungen (2,13) und (2,131), so daß die numerische Berechnung von F als Funktion von $\eta_2^{(0)}$ mit Hilfe von (1), (3,04) und (3,05) in entsprechender Weise wie für endliche A -Werte durchgeführt werden kann.

Da für $A \rightarrow \infty$ die Sättigungsspannung auch nach ∞ geht (s. Bild 7), muß das asymptotische Verhalten von F bei unbegrenzt wachsendem $\eta_2^{(0)}$ untersucht werden. Hierfür braucht man folgende drei Angaben: Für $\eta_2^{(0)} \rightarrow \infty$ geht

$$\begin{aligned} \zeta_+(\eta_2^{(0)}, \eta_p) &\rightarrow 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1} \cdot \pi^{\frac{3}{4}} \eta_2^{(0)\frac{3}{4}} \left\{ 1 + \left[\frac{3^2}{2^2} \pi^{\frac{1}{2}} - 3 \sqrt{\eta_p} \right] \eta_2^{(0)-\frac{1}{2}} \right\}, \\ \xi_+(\eta_2^{(0)}) &\rightarrow 2^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{-1} \cdot \pi^{\frac{1}{4}} \eta_2^{(0)\frac{3}{4}} \left\{ 1 + 2^{-2} \cdot 3 \cdot \pi^{\frac{1}{2}} \cdot \eta_2^{(0)-\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned}$$

und schließlich

$$f_+(\eta_2^{(0)}) \rightarrow 2 \cdot \pi^{-\frac{1}{2}} \cdot \eta_2^{(0)\frac{1}{2}}.$$

Verwendet man diese Angaben in (3,04), (3,05) und (1), so ergibt sich

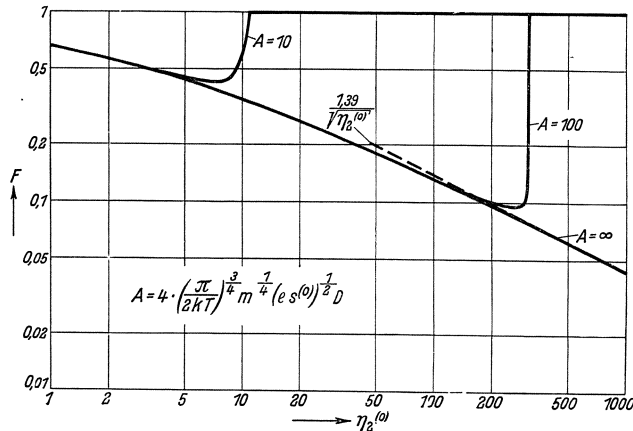


Bild 15. Der Schwächungsfaktor F in Abhängigkeit von der Spannung $\eta_2^{(0)}$ zwischen Schwelle und Gegenelektrode.

$$F \rightarrow \frac{3 \sqrt{1 - \frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\eta_2^{(0)}}} = 1,39 \eta_2^{(0)-\frac{1}{2}}.$$

Damit können wir auch den Grenzfall $A \rightarrow \infty$ als vollkommen abgeschlossen betrachten.

Die Ergebnisse der gesamten numerischen Rechnungen hat W. Schottky bereits in Teil I dieser Arbeit mitgeteilt und diskutiert. Wir wollen als Abschluß daher nur Bild 15 bringen, in dem der Schwächungsfaktor F gegen $\eta_2^{(0)}$ in doppelt logarithmischem Maßstabe aufgetragen ist. Will man F als Funktion der (von $\eta_2^{(0)}$ in den meisten Fällen nur wenig verschiedenen) Anodenspannung $\eta_2^{(0)} - \eta_1^{(0)}$ auftragen, so bietet das keine weiteren Schwierigkeiten, da ja bei der Berechnung von F die zusammengehörigen Werte von $\eta_2^{(0)}$ und $\eta_1^{(0)}$ sowieso schon ermittelt werden mußten. Im übrigen geht der jeweilige Zusammen-

hang zwischen $\eta_2^{(0)}$ und $\eta_1^{(0)}$ ja auch aus der betreffenden reduzierten stationären Kennlinie des Bildes 7 hervor.

Sorgfältige Genauigkeitsabschätzungen bei den numerischen Rechnungen, die wir der Kürze halber nicht erwähnt haben, zeigen, daß die Unsicherheit der F -Werte in keinem Fall 12% übersteigen dürfte, daß sie aber gewöhnlich nur die Hälfte und noch weniger beträgt.

Ich habe Herrn Prof. Dr. W. Schottky für viele wertvolle Diskussionen und Herrn Studienreferendar K. Berner für ausdauernde, schnelle und dennoch zuverlässige Mitarbeit bei den umfangreichen numerischen Rechnungen zu danken.

Zusammenfassung.

Der durch Raumladung geschwächte Schrotoeffekt wird für den ebenen Fall unter Beschränkung auf Frequenzen, die klein gegen die reziproke Laufzeit der Elektronen sind, berechnet. Dabei wird nach Anweisungen und Richtlinien verfahren, die W. Schottky in mehreren Veröffentlichungen zu diesem Thema gegeben hat. Die Rechnung erweitert Arbeiten von P. S. Epstein, T. Fry und I. Langmuir¹⁾, die die stationären Verhältnisse in einer Diode mit Berücksichtigung der Maxwell'schen Verteilung der Elektronen-Anfangsgeschwindigkeiten behandeln, nach Art einer Störungsrechnung, wobei kleine Abweichungen der Emission von der mittleren Maxwell-Verteilung als Ursache der Störungen angesehen werden.

Die Ergebnisse werden in der Form dargestellt, daß der lineare Schwächungsfaktor F als Funktion der (in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T gemessenen) Beschleunigungsspannung $\eta_2^{(0)}$ zwischen Gegenelektrode und Schwelle angegeben wird. $\eta_2^{(0)}$ unterscheidet sich meistens nur wenig von der „Anodenspannung“ zwischen Gegenelektrode und Kathode und kann jedenfalls bei gegebener stationärer Kennlinie leicht aus der Anodenspannung ermittelt werden. Die $F(\eta_2^{(0)})$ -Kurven bilden eine einparametrische Kurvenschar, wobei der Parameter A als ein dimensionsloses Maß für den Elektrodenabstand aufgefaßt werden kann. Da im Anlaufgebiet der Schrotoeffekt nicht geschwächt wird, beginnen die $F(\eta_2^{(0)})$ -Kurven alle bei $\eta_2^{(0)} = 0$ mit $F = 1$. Sie sind praktisch von der Grenzkurve $A = \infty$ nicht zu trennen, die für große Spannungen einen Abfall wie $1,39/\sqrt{\eta_2^{(0)}}$ zeigt, und verlassen diese erst ganz kurz vor der zum jeweiligen A -Wert gehörigen Sättigungsspannung, um dann äußerst steil, aber stetig den Wert $F = 1$ zu erreichen, worauf im Sättigungsgebiet wieder der ungeschwächte Schrotoeffekt vorhanden ist.

¹⁾ Anmerkung bei der Revision: Nachträglich wurde festgestellt, daß hier auch zwei Arbeiten von R. Gans, Ann. Physik (4) **69** (1922) S. 385, **70** (1923) S. 625, zu nennen sind, die im Handbuchschrifttum nicht angeführt werden.

Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes.

III. Meßergebnisse.

Von **Hans Jacoby** und **Leo Kirchgeßner**.

Mit 13 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske AG
und dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Juli 1937.

Die in den Teilen I und II dieser Arbeit von W. Schottky und E. Spenke dargestellte Theorie der Raumladungsschwächung des Schroteffektes berechnet Schwächungsfaktoren von 0,1 und weniger bei Anodenspannungen (effektiven Gitterspannungen), die ebenso groß sind wie die, mit denen die handelsüblichen Verstärkerröhren betrieben werden, während durch Messungen an solchen Röhren weit größere Schwächungsfaktoren, nämlich mindestens 0,3, festgestellt worden sind¹⁾, und der niedrigste Schwächungsfaktor, der durch das Schrifttum bekanntgeworden ist, 0,15 beträgt²⁾. Man wird für diese Unterschiede zum Teil die idealisierenden Voraussetzungen verantwortlich machen müssen, die für die theoretische Ableitung eingeführt wurden, um übergroße rechnerische Schwierigkeiten zu vermeiden, und um die Ergebnisse in übersichtlicher Form erscheinen zu lassen. Von diesen Voraussetzungen nennen wir folgende: Es wird abgesehen von Randverzerrungen des Raumladungsfeldes und Inselbildung, vom Spannungsabfall längs der Kathode und von der Ungleichmäßigkeit der Temperatur auf ihrer Oberfläche; es wird ferner angenommen, daß die Röhren vollständig entgast sind, daß die Kathode nur Elektronen und keine Ionen emittiert, und daß die Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen eine rein Maxwellsche Verteilung aufweisen.

Der vorliegende III. Teil der Arbeit berichtet über Rauschmessungen an besonderen Meßröhren, deren Eigenschaften in möglichst vielen Punkten mit den Voraussetzungen übereinstimmten, unter denen die Theorie abgeleitet ist, um so den Einfluß derjenigen Eigenschaften (wie z. B. die Verteilung der Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen) herauszuschälen, die man nicht in der Hand hat. Eine Weiterverfolgung dieses Weges verspricht nützliche Hinweise für den Bau rauscharmer Verstärkerröhren zu geben.

Um das Röhrenrauschen einwandfrei messen zu können, mußten besondere Meßapparate geschaffen werden; denn die gebräuchlichen Hoch- und Tonfrequenzspannungsmesser besitzen keine hinreichende Empfindlichkeit für diese Messungen. Es waren weiter besondere Maßnahmen notwendig, um das Eigenrauschen der Verstärker hinreichend klein gegen das zu untersuchende Rauschen zu halten.

¹⁾ H. Rothe u. G. Plato: Die Telefunktöröhre H. 7 (1936) S. 94.

²⁾ J. B. Johnson: Physic. Rev. **26** (1925) S. 71.

Die Anforderungen, die man an die Eigenschaften der Meßapparatur und der Meßobjekte stellen muß, und das Aufzeigen der Mittel, mit denen man diese Eigenschaften erzielt, bilden den Inhalt der ersten beiden Abschnitte der folgenden Arbeit; im dritten Abschnitt werden die gewonnenen Meßergebnisse mitgeteilt und besprochen.

1. Die Meßapparatur.

Die Forderungen, die an die Meßapparatur gestellt werden müssen, sind: Die Empfindlichkeit muß so groß sein, daß die Rauschleistungen eine gut ablesbare Anzeige ergeben; es muß ein wohldefiniertes Frequenzband übertragen und das Eigenrauschen der Meßapparatur möglichst klein gehalten werden; es muß der Effektivwert der Rauschspannung bzw. des Rauschstromes angezeigt werden, und schließlich muß die Apparatur unempfindlich sein gegen äußere Störfelder.

Die notwendige Verstärkung ergibt sich aus dem Verhältnis der Leistung, die ein gutes Drehspulinstrument zum Vollausschlag braucht, zur Rauschleistung, die gemessen werden soll. Dieses Verhältnis muß noch dividiert werden durch den Wirkungsgrad eines quadratisch arbeitenden Gleichrichters. Die Leistung, die das Drehspulinstrument braucht, beträgt etwa $2 \cdot 10^{-6}$ W; die zu messende Rauschleistung ist nach der Theorie etwa gleich der halben thermischen Rauschleistung bei Kathodentemperatur, also

$$N_x = 2kT_k \cdot \Delta f = 2,7 \cdot 10^{-20} \frac{\Delta f}{\text{Hz}} \text{ W}$$

(Δf = Breite des übertragenen Frequenzbandes). Der Wirkungsgrad eines quadratisch arbeitenden Gleichrichters liegt bei etwa 1%. Die notwendige lineare Verstärkung beträgt also

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{10^{-2} \cdot 2,7 \cdot 10^{-20} \cdot \frac{\Delta f}{\text{Hz}}}} \approx \frac{10^8}{\sqrt{\frac{\Delta f}{\text{Hz}}}} \quad (1)$$

Die zulässige Breite Δf des zu übertragenden Frequenzbandes hängt von der Bemessung des Eingangskreises ab, und diese wiederum ist bestimmt durch das günstigste Verhältnis des zu untersuchenden Rauschens zum Eigenrauschen der Apparatur. Dies soll zunächst genauer auseinandergesetzt werden.

Den Eingang der gesamten Apparatur bildet ein abgestimmter Übertrager. Die Sekundärwicklung des Übertragers ist mit dem Gitter der ersten Verstärkeröhre verbunden, die Primärwicklung mit dem Meßobjekt. Die Einströmungen und Leitwerte im Eingangskreis sind im Bild 1 dargestellt.

- A_x bedeutet den Leitwert des Meßobjektes, also die Steilheit der untersuchten Diode;
- $A_{ü1}$ den Resonanzleitwert des Vorübertragers, bezogen auf die Primärseite;
- X_1 den Blindleitwert des Übertragers, ebenfalls auf die Primärseite bezogen;
- c_x die Rauscheinströmung in das Meßobjekt, also die Rauscheinströmung, die gemessen werden soll;
- c_{th} die thermische Rauscheinströmung in den Leitwert $A_{ü1}$ infolge der Wärmebewegung der Elektronen bei Zimmertemperatur.

Das Quadrat der an den Eingangsklemmen des Vorübertragers auftretenden Spannung ist also:

$$U^2 = \frac{c_x^2}{c_x^2 + c_{th}^2}$$

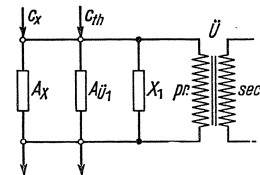


Bild 1. Ersatzschaltbild für den Eingangskreis der Meßapparatur. ü idealer Übertrager.

Die Spannung U_1 , multipliziert mit dem Übersetzungsverhältnis \ddot{u} des Übertragers, liegt am Gitter der ersten Röhre. Sie addiert sich zu der auf das Gitter bezogenen Rauschspannung der ersten Röhre je Frequenzeinheit u_r . Ist nun $V(f)$ die von der Frequenz abhängige Verstärkung zwischen dem Gitter der ersten Röhre und dem Eingang des Gleichrichters, so ist die Anzeige des Meßinstrumentes proportional:

$$U_2^2 = \ddot{u}^2 \int_0^\infty \frac{c_x^2 + c_{th}^2}{(A_x + A_{\ddot{u}1} + jX_1)^2} \cdot V^2(f) df + \int_0^\infty u_r^2 V^2(f) df. \quad (3)$$

Die Anzeige ist also abhängig nicht nur von der Größe der zu messenden Rauscheinströmung c_x , sondern außerdem von dem Frequenzgang der Verstärkung $V(f)$ und des Blindleitwertes X_1 des Übertragers, von der Größe der thermischen Rauscheinströmung c_{th} sowie dem Wirkleitwert des Übertragers $A_{\ddot{u}1}$ und schließlich von der Rauschspannung der ersten Verstärkerröhre u_r . Die zu untersuchende Rauscheinströmung c_x würde man also nicht unmittelbar, sondern erst nach einer umständlichen Auswertung bei jedem Meßpunkt erhalten. Durch geeignete Bemessung des Übertragers kann man dafür sorgen, daß die Anzeige im wesentlichen durch die Rauschspannung der zu messenden Röhre bestimmt ist, und daß die Integrale in Gl. (3) nur einmal ausgewertet zu werden brauchen. Man erreicht dies auf folgendem Wege: In Kette mit dem Verstärker wird ein Bandpaß geschaltet, dessen Durchlaßbereich so schmal gemacht wird, daß innerhalb dieses Durchlaßbereiches der Blindleitwert X_1 des Übertragers klein ist gegen die Summe der Wirkleitwerte der untersuchten Röhre A_x und des Übertragers $A_{\ddot{u}1}$. Frequenzen, die weit außerhalb des Durchlaßbereiches dieses Bandpasses liegen, tragen dann zum Wert der Integrale in Gl. (3) nicht mehr wesentlich bei, und es genügt, diese Integrale über einen Bereich zu erstrecken, innerhalb dessen der Nenner des Integranden konstant ist. Da auch der Zähler des Bruches unter dem Integral, die Rauscheinströmungen ($c_x^2 + c_{th}^2$), frequenzunabhängig ist, kann man den ganzen Bruch vor das Integral setzen und erhält jetzt das Quadrat der am Eingang des Gleichrichters liegenden Spannung in der Form:

$$U_2^2 = \left[\ddot{u}^2 \frac{c_x^2 + c_{th}^2}{(A_x + A_{\ddot{u}1})^2} + u_r^2 \right] \cdot \int_{f_1}^{f_2} V^2(f) df. \quad (4)$$

Die Gl. (4) enthält also jetzt ein Integral, dessen Wert nur noch von den Eigenschaften von Verstärker und Filter abhängt, nicht mehr von den Eigenschaften des Eingangskreises und der zu untersuchenden Röhre. Diese Größen kommen nur noch in dem Klammerausdruck der Gl. (4) vor.

Wir besprechen zunächst diesen Klammerausdruck und kommen später auf die geforderten Größenverhältnisse von X_1 , A_x und $A_{\ddot{u}1}$ zurück; auch über die Auswertung des Integrals soll erst später gesprochen werden.

Soll die Anzeige im wesentlichen von der zu untersuchenden Rauscheinströmung c_x abhängen, so muß sein:

$$c_x^2 \gg c_{th}^2 + \frac{u_r^2}{\ddot{u}^2} (A_x + A_{\ddot{u}1})^2. \quad (5)$$

Von den auf der rechten Seite vorkommenden Größen haben wir nur das Übersetzungsverhältnis des Übertragers \ddot{u} und den Wirkleitwert $A_{\ddot{u}1}$ in der Hand. Dieser Wirkleitwert hängt aber wieder vom Übersetzungsverhältnis ab. Man erkennt dies, wenn man die thermische Rauscheinströmung durch die thermische Rauschleistung

$N_{th} = 4kT$ je Frequenzeinheit und durch den Wirkleitwert des Übertragers ausgedrückt, und den Wirkleitwert des Übertragers wieder durch seine primäre und sekundäre Kapazität (C_1 und C_2) und durch seine Zeitkonstante τ . Die rechte Seite der Ungleichung (5), also die Summe der Quadrate aller Störeinströmungen, erscheint dann in der Form:

$$c_{st}^2 = \frac{N_{th}}{\tau} (C_1 + \ddot{u}^2 C_2) + \frac{w_r^2}{\ddot{u}^2} \left(A_x + \frac{1}{\tau} (C_1 + \ddot{u}^2 C_2) \right)^2. \quad (6)$$

In ihr kommt an willkürlich veränderlichen Größen nur noch das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} vor. Dies muß also so gewählt werden, daß c_{st}^2 als Funktion von \ddot{u}^2 ein Minimum hat. Man erhält für das gesuchte optimale Übersetzungsverhältnis:

$$\ddot{u}^4 = \frac{\tau w_r^2 \left(A_x + \frac{C_1}{\tau} \right)^2}{C_2 \left(N_{th} + \frac{w_r^2 C_2}{\tau} \right)}. \quad (7)$$

Bevor wir diesen Ausdruck noch weiter vereinfachen, wollen wir auf die Frequenz eingehen, bei der unsere Rauschmessungen gemacht wurden. Gl. (7) zeigt, daß das Übersetzungsverhältnis um so größer gemacht werden kann, je größer die Zeitkonstante des Übertragers ist, d. h. je geringer seine Verluste sind, aber auch je tiefer die Frequenz ist, auf die er abgestimmt ist, denn es ist leichter bei tiefen als bei hohen Frequenzen eine große Zeitkonstante zu erreichen. Die Verwendung sehr tiefer Frequenzen verbietet sich jedoch deshalb, weil wir in einem Gebiet messen müssen, bei dem der Funkeffekt keine Rolle mehr spielt. Die Frequenzen, bei denen man mißt, sollten also mindestens außerhalb des Gebietes der Hörfrequenzen liegen. Wir haben uns beim Bau der Apparate für eine Frequenz von 1 MHz entschieden, und zwar aus zwei Gründen:

1. Das Rauschen in diesem Frequenzgebiet hat ein besonders großes praktisches Interesse, weil die meisten Verstärker mit sehr großen Verstärkungen — bei denen also das Rauschen störend werden kann — wie z. B. Rundfunkverstärker, Breitband- oder Fernsehverstärker bei Frequenzen in dieser Größenordnung arbeiten;

2. deshalb, weil für technische Spulen und Kondensatoren mit möglichst geringen Verlusten in diesem Frequenzgebiet besonders große Erfahrungen vorliegen.

Bei einer Frequenz von 1 MHz können wir Zeitkonstanten von etwa 50 μ s mit den besten Spulen und Kondensatoren erzielen. Die primäre und sekundäre Kapazität C_1 und C_2 hat man mit etwa 20 pF anzusetzen. Die auf das Gitter bezogene Rauschspannung unserer besten Schirmgitterröhren entspricht etwa der thermischen Rauschspannung eines 3 k Ω -Widerstandes bei Zimmertemperatur. Wir können also an Stelle von w_r^2 den Ausdruck $N_{th} \cdot 3 \text{ k}\Omega$ einführen. Mit Hilfe dieser Zahlen sind wir jetzt imstande, die Gl. (7) noch zu vereinfachen. Im Nenner kann man den Ausdruck $w_r^2 C_2 / \tau$ gegen N_{th} und im Zähler den Ausdruck C_1 / τ gegen A_x vernachlässigen (A_x liegt in der Größenordnung von $10^{-3} \dots 10^{-4}$ S) und erhält dann schließlich für das optimale Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u}^4 = \frac{3 \cdot 10^3 \left(\frac{\tau}{\text{s}} \right) \left(\frac{A_x}{\text{S}} \right)^2}{C_2 \text{ F}}. \quad (8)$$

Nachdem dieses optimale Übersetzungsverhältnis bekannt ist, können wir prüfen, wie gut die Ungleichung (5) erfüllt ist, d. h. wie stark die gesuchte Rauscheinström-

mung c_x die störende Rauscheinströmung c_{st} überragt. Setzen wir die genannten Zahlen für die Kapazitäten, die Zeitkonstante, die Rauschspannung der Röhre und das optimale Übersetzungsverhältnis ein, so erhalten wir nach Gl. (6) und (8) für das Quadrat der Störeinströmung den Wert

$$c_{st}^2 = \frac{N_{th}}{\bar{W}/\text{Hz}} \left[4 \cdot 10^{-7} \left(1 + 0,87 \cdot 10^5 \frac{A_x}{S} \right) + 3,45 \cdot 10^{-2} \frac{1}{A_x} \left(\frac{A_x}{S} + 4 \cdot 10^{-7} \left(1 + 0,87 \cdot 10^5 \frac{A_x}{S} \right) \right)^2 \right] A^2. \quad (9)$$

Man sieht, daß die Störeinströmung um so größer ist, je größer der innere Leitwert der zu untersuchenden Röhre ist. Wie groß die Störleistung im Vergleich mit der zu messenden Rauschleistung ist, erkennen wir, wenn wir die Ungleichung (5) durch Division durch den inneren Leitwert der Röhre A_x in eine Beziehung zwischen zu suchender Rauschleistung und Störleistung, an Stelle der Beziehung zwischen den entsprechenden Einströmungen verwandeln:

$$N_x \gg \frac{1}{A_x} \left[c_{th}^2 + \frac{u_r^2}{\ddot{u}^2} (A_x + A_{\ddot{u}1})^2 \right] = \frac{c_{st}^2}{A_x} \quad (10)$$

und mit einem Leitwert der Diode von höchstens 1 mS rechnen. Für die rechte Seite der Ungleichung (10) erhalten wir bei Benutzung von Gl. (9) den Ausdruck

$$N_{st} = N_{th} \cdot 7 \cdot 10^{-2}.$$

Nach der Theorie sind die Rauschleistungen N_x , die man zu erwarten hat, etwa gleich der halben thermischen Rauschleistung bei Kathodentemperatur, also mindestens ebenso groß wie die volle thermische Rauschleistung bei Zimmertemperatur. Die Störleistungen betragen also selbst in dem ungünstigen Fall eines inneren Leitwertes von 1 mS weniger als 10 % der zu untersuchenden Rauschleistung.

Wir kommen jetzt auf die Forderung zurück, daß der Blindleitwert des Übertragers klein sein soll gegen die Summe der Wirkleitwerte von Übertrager und Diode, also die Beziehung, die es uns ermöglichte, die Gl. (3) in die Gl. (4) zu überführen. Der Blindleitwert X_1 des Übertragers ist bedingt durch die Parallelschaltung seiner Induktivität und der Summe sämtlicher an seinen Klemmen liegenden Kapazitäten, alle Werte auf die Primärseite des Übertragers bezogen:

$$X_1 = 2\pi f_0 (C_1 + \ddot{u}^2 C_2) \left(1 - \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \right). \quad (11)$$

Dieser Blindleitwert soll innerhalb des Bereichs, den der Bandpaß durchläßt, klein sein gegen die Summe der Wirkleitwerte des Übertragers und der zu untersuchenden Röhre ($A_{\ddot{u}1} + A_x$). Wir rechnen also sicher, wenn wir dafür sorgen, daß er klein ist gegen den inneren Leitwert der Röhre allein. Läßt der Bandpaß ein Frequenzband Δf durch, und ist f_0 die Frequenz seiner Lochmitte, so beträgt an den Grenzen des Durchlaßbereichs der Blindleitwert des Übertragers

$$X_1 = 2\pi \Delta f (C_1 + \ddot{u}^2 C_2). \quad (12)$$

Der von uns benutzte Bandpaß hatte eine Durchlaßbreite von 10 kHz, seine Lochmitte lag bei 1 MHz. Setzen wir für C_1 und C_2 wieder je 20 pF an, so erhalten wir

$$X_1 = 1,26 \cdot 10^{-6} (1 + \ddot{u}^2). \quad (13)$$

Das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} ist aber durch Gl. (8) schon so festgelegt, daß sich das günstigste Verhältnis zwischen zu messender und störender Rauschleistung

ergibt. Da nun der innere Leitwert der Diode A_x groß sein soll gegen X_1 , so können Röhren nur bei Betriebsbedingungen gemessen werden, unter denen

$$A_x \gg 1,26 \cdot 10^{-6} (1 + \ddot{u}^2) S \quad (14)$$

ist.

Wir betrachten nun den Integralausdruck in Gl. (4):

$$\lambda = \int_{f_1}^{f_2} V^2(f) df.$$

Die Frequenzabhängigkeit der Verstärkung $V(f)$ ist in erster Linie gegeben durch die Frequenzabhängigkeit der Siebdämpfung. Da unter dem Integral außer dieser Frequenzabhängigkeit der Verstärkung keine andere frequenzabhängigen Größen vorkommen, so kann aus der gemessenen Dämpfungskurve das Integral einmal ausgewertet und sein Wert dann für alle weiteren Messungen benutzt werden. Immerhin muß man damit rechnen, daß sich die Dämpfungskurve des Filters durch Änderung seiner Elemente mit der Zeit ändert. Um dann nicht jedesmal die Frequenzabhängigkeit neu aufnehmen und das Integral neu auswerten zu müssen, wurde folgender Weg beschritten: Es wurde nach dem Zusammenbau der Apparatur einmalig die Verstärkung in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmt und hieraus berechnet, welchen Ausschlag das thermische Rauschen eines Ohmschen Widerstandes liefern müßte, das ja theoretisch bekannt ist. Es stellte sich heraus, daß dieser Wert mit einer Genauigkeit von 1% auch tatsächlich gemessen wurde. Bei allen weiteren Messungen wurde dann die Apparatur einfach mit diesem Ohmschen Widerstand geeicht, d. h. es wurde die gemessene Rauschspannung auf das thermische Rauschen eines definierten Ohmschen Widerstandes bezogen.

Wir fassen noch einmal zusammen: Das Übersetzungsverhältnis, bei dem die Störleistungen gegenüber den zu messenden Rauschleistungen besonders gering sind, ist abhängig von dem Leitwert der zu messenden Röhre und ergibt sich aus Gl. (8). Bei Benutzung dieses günstigen Übersetzungsverhältnisses beträgt die Störleistung weniger als 10% der zu messenden Rauschleistung. Die Röhren können bei der Bandbreite des benutzten Filters nur unter Betriebsbedingungen gemessen werden, bei denen der innere Leitwert die Forderung Gl. (14) erfüllt. Die Integration über die Frequenzabhängigkeit der Apparatur braucht nur einmal vorgenommen zu werden, spätere Eichungen benutzen die thermische Rauschleistung eines bekannten Ohmschen Widerstandes.

Es bleibt noch ein Wort zu sagen über die Bestimmung der Leitwerte A_x und $A_{\ddot{u}1}$, die man ja braucht, um aus den Rauschspannungen die Rauscheinströmungen zu berechnen. Die inneren Leitwerte des Meßobjektes A_x wurden bei den ersten Messungen aus der aufgenommenen Stromspannungskennlinie durch graphische Differentiation später durch eine Brückenmessung bei Tonfrequenz bestimmt. Die Leitwerte $A_{\ddot{u}}$ wurden bei der Frequenz von 1 MHz mit Hilfe eines Vorschaltkondensators bestimmt. Es wurde einmal eine Wechselspannung von 1 MHz direkt an den Eingang des Verstärkers gelegt, das andere Mal über einen Kondensator von bekannter Größe. Der Eingangsübertrager wurde dann so abgestimmt, daß man ein Maximum der Anzeige erhielt. Aus dem Verhältnis der Anzeigen bei direktem Anlegen der Spannung und Anlegen der Spannung über den Kondensator konnte man dann den Eingangswiderstand der Apparatur berechnen.

Bezüglich der Meßgenauigkeit kann man folgende Abschätzungen vornehmen: Die Apparatur wurde vor und nach jeder Messung geeicht. Hierbei ergaben sich Abweichungen, die 3% im allgemeinen nicht überschritten. Man kann also auch annehmen, daß während der Messung die Empfindlichkeit der Apparatur um nicht mehr als $\pm 2\%$ von dem Mittelwert der Eichungen vor und nach der Meßreihe abgewichen ist. Die Bestimmung der Leitwerte ist etwa auf 1% genau. Schließlich ist die Rauschspannung des Ohmschen Widerstandes ebenfalls auf 1% genau bekannt. Da wir bei allen tatsächlich vorgenommenen Messungen hinreichend weit von dem Eigenrauschen der Apparatur entfernt waren, so kann man mit einiger Sicherheit annehmen, daß sämtliche Messungen auf $\pm 5\%$ genau sind. Diese Annahme wird auch dadurch bestätigt, daß bei Messungen in der Sättigung der Schrotteffekt selten mehr als $\pm 5\%$ von dem theoretischen Wert abwich.

Bild 2 zeigt schematisch den Aufbau der ganzen Meßapparatur. Das Meßobjekt ist mit der Primärseite des abgestimmten Übertragers verbunden. Die Spannung wird von den Sekundärklemmen des Übertragers einem Vorverstärker zugeführt, der zwei Schirmgitterröhren enthält, die ebenfalls durch einen abgestimmten Kreis gekoppelt sind, um möglichst hohe Verstärkungen zu erzielen. Der Ausgang des Vorverstärkers ist mit dem Eingang eines aperiodischen 4-Röhrenverstärkers verbunden.

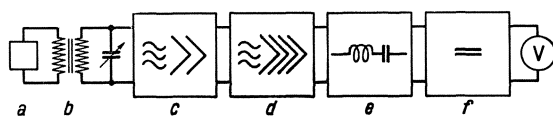


Bild 2. Schaltbild der ganzen Meßapparatur.
a Meßobjekt, b abstimmbarer Übertrager, c Vorverstärker,
d Hauptverstärker, e Sieb, f Röhrenvoltmeter.

Der Ausgang dieses aperiodischen Verstärkers liegt an den Eingangsklemmen des Filters, mit den Ausgangsklemmen des Filters ist ein Röhrenvoltmeter verbunden. Die Gleichrichterröhre des Röhrenvoltmeters ist so vorgespannt, daß ein

möglichst reinquadratischer Teil der Kennlinie benutzt wird. Die Aussteuerung dieser Röhre ist gering. Um die diesen Aussteuerungen entsprechenden kleinen Änderungen des Anodenstroms messen zu können, wird der Anodenruhestrom durch den einer zweiten Röhre kompensiert. Meßobjekt, Vorübertrager und Vorverstärker sind durch einen besonderen Kasten geschirmt, der mit dem Ausgang des Vorverstärkers verbunden ist. Auf diese Weise werden alle störenden Ströme dem Ausgang des Verstärkers zugeführt, so daß der Eingang des Verstärkers gegen Störfelder hinreichend unempfindlich ist.

2. Meßobjekte.

Die im Schrifttum beschriebenen Messungen an handelsüblichen Röhren haben stets Schwächungsfaktoren durch die Raumladung ergeben, die wesentlich größer sind als die Theorie verlangt. Wir haben deshalb die Theorie zunächst unter möglichst einfachen Verhältnissen nachgeprüft und als Meßobjekte Dioden benutzt. Bei Dioden ist die Gefahr der Inselbildung an den Gitterstäben vermieden. Sie erfordern ferner geringere Betriebsspannungen als Trioden, wenn man das gleiche wirksame Potential auf der Gegenelektrode erreichen will; die Gefahr der Restgasionisation ist daher geringer.

Sämtliche Röhren, die im folgenden beschrieben werden, wurden im Laboratorium des Siemens-Röhren-Werks entworfen und hergestellt.

Die Theorie setzt ein ideales ebenes Feld ohne Randverzerrungen voraus. Da es schwierig erschien, eine ebene Elektrodenanordnung ohne Randverzerrung zu verwirklichen, wurde hierauf von vornherein verzichtet und zylindrische Anordnungen

benutzt. Trotzdem waren die Schwierigkeiten, ideale Feldbedingungen zu erhalten, noch ziemlich groß. Die Punkte, auf die besonderer Wert gelegt wurde, waren: gute Homogenität des Feldes und geringe Randverzerrungen sowie geringer Spannungsabfall längs der Kathode, geringer Gang der Temperatur längs der Kathode, eine längs der Kathodenoberfläche gleichmäßige Emission, gute Entgasung und gute Isolation.

Um eine geringe Änderung der Temperatur und des Potentials längs der Kathode zu erreichen, hätte es nahe gelegen, indirekt geheizte Kathoden zu benutzen. Eine gute Entgasung und eine gleichmäßige Emission sind nur bei Verwendung von reinen Metallen zu erreichen. Die Konstruktion indirekt geheizter Kathoden aus reinem Metall stößt aber auf große Schwierigkeiten. Es wurde deshalb mit direkt geheizter Kathode aus reinen Metallen gearbeitet, und zwar wurden zunächst mehrere Röhren mit Wolframkathoden gebaut, da Wolfram als Fadenmaterial am besten bekannt ist. Alle diese Röhren zeigten aber bei negativen Spannungen der Anode gegen die Kathode Ionenströme, die in der Größenordnung von 10^{-7} und 10^{-8} A lagen. Wir haben deshalb das Wolfram als Fadenmaterial verlassen und haben Tantal benutzt, bei dem die Ionenstürme unter 10^{-9} A lagen.

Um für die Messung ein möglichst homogenes Feld zu haben, waren sämtliche Röhren so ausgeführt, daß sie einen sehr langen Heizfaden hatten, und daß die Anode in drei Teile aufgeteilt war, von denen nur der mittlere für die Messung benutzt wurde, während die beiden äußeren lediglich dazu dienten, das Feld nach den Rändern zu möglichst gleichmäßig fortzusetzen. Die erste Konstruktion ist grundsätzlich im Bild 3 dargestellt. Die beiden äußeren An-

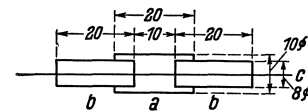


Bild 3. Elektrodenanordnung bei den ersten Rauschröhren.

a Meßanode, b Hilfsanode,
c Kathode.

oden, die ebenfalls zylindrisch sind, haben einen geringeren Durchmesser als die mittlere Anode und ragen etwas in die mittlere Anode hinein. Sie sollten bei der Messung so vorgespannt werden, daß sie das Feld in axialer Richtung gleichmäßig fortsetzen. Diese Lösung stieß allerdings auf konstruktive Schwierigkeiten. Auch ist ja das Verhältnis der Potentiale auf einer Fläche mit dem Radius der äußeren Zylinder zu dem Potential auf der Anode vom Anodenstrom abhängig, so daß also die Spannung an diesen Zylindern bei jedem Meßpunkt — wenn auch nur wenig — hätte geändert werden müssen. Wir haben deshalb diese Konstruktion verlassen und haben die äußeren Zylinder als Fortsetzung des mittleren Zylinders mit dem gleichen Durchmesser ausgeführt. Es blieb dann allerdings zwischen den äußeren Zylindern und dem mittleren Zylinder ein kleiner Zwischenraum, der eine gewisse Größe nicht unterschreiten darf, weil sonst die Gefahr besteht, daß der mittlere und die äußeren Zylinder sich berühren, wenn die Röhre warm wird. Um also einigermaßen saubere Verhältnisse zu erhalten, darf man den mittleren Zylinder nicht zu kurz machen, damit die durch die Lücke zwischen dem mittleren und den äußeren Zylindern bedingte Verzerrung des Feldes keine allzu große Rolle spielt. Der der mittleren Anode gegenüberliegende Teil des Heizfadens ist dann natürlich auch lang und weist einen Spannungsabfall von etwa 1 V auf. Dies ist aber unbedenklich, wenn der Spannungsabfall klein gegen die Anodenspannung bleibt, und das ist in der Tat gewährleistet, denn die Abstände zwischen Anode und Kathode wurden möglichst groß gewählt, um hohe Sättigungsspannungen zu erhalten, bei denen ja die Theorie eine besonders starke Schwächung des Schroteffektes voraussagt. Die Konstruktion

einer solchen Röhre mit Schutzzyylinder als Fortsetzung der Meßanode zeigt das Bild 4. An einer solchen Röhre mit Tantalkathode wurden die ersten Messungen gemacht. Diese Röhre wird im folgenden als „Rauschröhre 6“ bezeichnet. Die

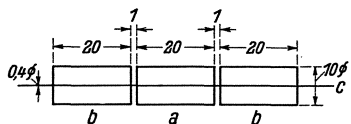


Bild 4. Elektrodenanordnung bei der Rauschröhre 6.

a Meßanode, b Hilfsanode, c Kathode.

Kathode hatte einen Durchmesser von 0,4 mm. Längs des mittleren Teiles des Heizfadens betrug der Spannungsabfall etwa 0,7 V bei einer Temperatur von 2200° K; die Temperatur änderte sich um weniger als 50/100.

Die Rauschröhre 6 wurde, wie im Bild 5 gezeigt, an die Meßapparatur angeschlossen. Die Meßanode A erhielt ihre Anodenspannung über die Drossel Dr , die über einen großen Kondensator an den Eingang der Meßapparatur gelegt war. Die beiden äußeren Anoden erhielten ihre Spannung über einen Widerstand R , der dazu diente, sie auf die gleiche Spannung zu bringen wie die mittlere Anode, deren Spannung infolge des Spannungsabfalls an der Drossel etwas niedriger ist als die Batteriespannung. Wechselstrommäßig lagen die äußeren Anoden auf Kathodenpotential. Bei der Messung des inneren Widerstandes der so angeschalteten Diode ergaben sich erhebliche Unterschiede zwischen den Werten, die man aus der Kennlinie entnahm und denen, die durch direkte Messung ermittelt wurden. Die Erklärung für diese Unterschiede liegt in folgendem: Die mit

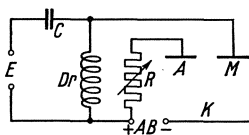


Bild 5. Schaltung der Rauschröhre 6 bei der Messung.

E Verstärkereingang, K Kathode, A Außenanode, M Meßanode.

Erklärung für diese Unterschiede liegt in folgendem: Die mit einer Geschwindigkeit von 100 V auf den Anoden ankommenden Elektronen lösen sowohl auf der mittleren als auch auf den äußeren Anoden Sekundärelektronen aus, und diese Sekundärelektronen können — da zwischen den äußeren und der mittleren Anode keine Spannungsdifferenz besteht — sowohl von der mittleren zu den äußeren Anoden als auch umgekehrt fliegen. Im Mittel werden sich diese Ströme aufheben. Es wird also kein Gleichstrom zwischen Meßanode und Hilfsanode fließen. Führt aber die Hilfsanode Wechselspannung, z. B. Rauschspannung, gegen die äußeren Anoden, so verursacht diese Spannung einen Strom zur äußeren Anode, der von den Sekundärelektronen getragen wird. Der diesem Stromübergang entsprechende Widerstand legt sich zu dem Widerstand der Strecke Kathode—Meßanode parallel. Eine Überschlagsrechnung hat gezeigt, daß der Widerstand zwischen Meß- und Hilfsanode den zwischen Kathode und Meßanode in der Tat beträchtlich zu fälschen vermag. Der Stromübergang zwischen der mittleren Anode und den Randanoden weist nun außerdem natürlich noch einen Schroteffekt auf, und schließlich geht auch von den äußeren Teilen des Heizfadens zu den äußeren Anoden Strom über, der ebenfalls einen Schroteffekt hat, und zwar, da diese Teile des Heizfadens kälter sind als die Mitte, den vollen Schroteffekt. Die Rauschspannung, die also an der Drossel Dr auftritt, entspricht nicht nur der Rauscheinströmung zwischen der mittleren Anode und der Kathode, sondern ist eine komplizierte Funktion der drei Rauscheinströmungen zwischen der Kathode und der mittleren Anode, der Kathode und den Randanoden, der mittleren und den Randanoden sowie von den Widerständen zwischen diesen drei Elektroden, und es ist unmöglich, diese verschiedenen Einflüsse voneinander zu trennen. Es mußte also darauf verzichtet werden, das Rohr in der vorgesehenen Weise zu benutzen; die Messung wurde deshalb so durchgeführt, daß die beiden äußeren Zylinder auf das Potential der Kathodenmitte gelegt wurden.

Sekundärelektronen, die jetzt auf der mittleren Anode ausgelöst werden, können wegen der großen Spannungsdifferenz, die zwischen der Meßanode und den Schutzzyklindern liegt — nämlich gegen die volle Anodenspannung — nicht anlaufen. Auf den Schutzzyklindern werden keine Sekundärelektronen ausgelöst, denn es kommen keine Primärelektronen mit großen Geschwindigkeiten an. Eine Emission von Photoelektronen spielt ebenfalls noch keine Rolle. In der Tat erhielt man nun eine gute Übereinstimmung zwischen den inneren Widerständen, die aus der Kennlinie entnommen wurden, und denen, die durch unmittelbare Messung ermittelt wurden. In dieser Schaltung hat jedoch die Konstruktion der Rauschröhre 6 natürlich ihren eigentlichen Sinn verloren. Anstatt einen homogenen Teil der Entladung auszuwählen, bewirkt man durch die auf Kathodenpotential gelegten Randzylinder an den Rändern des Meßstückes eine starke Verzerrung. Infolgedessen hat man eine saubere Grenze zwischen Raumladungsgebiet und Sättigungsgebiet nicht zu erwarten und die Form des Feldes wird von der des idealen radialen Feldes erheblich abweichen.

Die Maßnahmen, die man bei weiteren Versuchsröhren hätte anwenden müssen, um die Randverzerrung zu vermeiden, stießen auf große konstruktive Schwierigkeiten. Wir haben deshalb bei der nun gebauten Rauschröhre 7 vor allem darauf geachtet, daß die äußeren kälteren Teile des Heizfadens nicht zur Meßanode emittieren können. Wir gingen dabei von dem Gedanken aus, die Schutz Elektroden so anzuordnen, daß sie mit der Kathode verbunden werden konnten, ohne das Feld nennenswert zu verzerren. Gleichzeitig würden sie dann verhindern, daß die äußeren Teile des Heizfadens zur Meßanode emittieren. Um aber zu vermeiden, daß die äußeren Teile des Heizfadens unter anderen Abstrahlungsverhältnissen arbeiten als die Mitte, haben wir an Stelle von Schutzzyklindern Kegelstümpfe verwandt, deren Spitzen nach der Mitte gerichtet waren (Bild 6). An den Spitzen hatten diese Kegel eine Öffnung von 2 mm Durchmesser gegenüber 10 mm Durchmesser der mittleren Anode. Nach außen hin öffneten sich die Kegel ebenfalls auf einen Durchmesser von 10 mm. Bei dieser Röhre wurde der Heizfaden an Stelle eines Durchmessers von 0,4 mm (Rauschröhre 6) mit einem Durchmesser von 0,2 mm ausgeführt. Da bei dünneren Heizfäden die Wärme in noch stärkerem Maße durch Strahlung und nicht durch Leitung weggeführt wird, ist eine noch gleichmäßigere Temperatur des Heizfadens gewährleistet. Tatsächlich änderte sie sich längs des wirksamen Teils des Heizfadens um weniger als 3‰. Das entspricht Änderungen der spezifischen Emission von höchstens 7%. Der Spannungsabfall an dem mittleren Teil des Heizfadens war bei dieser Röhre wegen des dünnen Heizfadens größer als bei der Rausch-

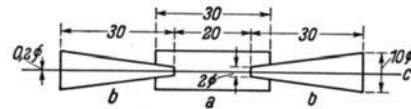


Bild 6. Elektrodenanordnung bei der Rauschröhre 7.
a Meßanode, b Schutzkegel, c Kathode.

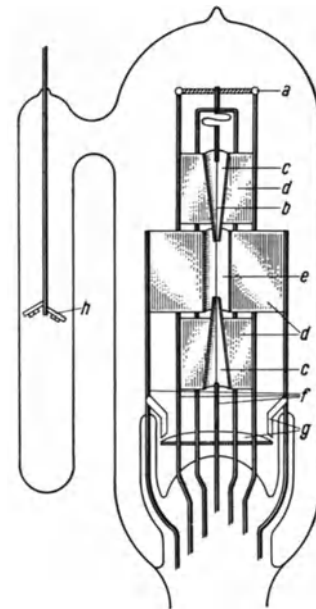


Bild 7. Rauschröhre 7.
a Hartglasperle, b Heizfaden, c Schutzkegel, d Kühlflügel, e Anode, f Stäbe 1,5 mm, g Schutzbleche, h Getterpillen.

eine Anodenspannung von 100 V notwendig war, erschien dieser Spannungsabfall noch hinreichend klein.

Bild 7 zeigt eine Zeichnung der Rausröhre 7 einschließlich des Glasgefäßes und des Fußes. Sie läßt den Aufbau des Systems erkennen und vor allen Dingen auch die Mittel, die angewendet wurden, um eine gute Isolation sicherzustellen. Die Zuführungen zur Meßanode sitzen an zwei besonderen Glasarmen, die an den Fuß angeschmolzen sind, um einen möglichst langen Kriechweg zwischen der Anode einerseits und dem Heizfaden und den äußeren Anoden andererseits zu erreichen. Das Glasgefäß war bei sämtlichen Röhren genau wie bei Rausröhre 7; es hatte an einer Seite eine Anschmelzung, in der die Getterpille untergebracht war. Diese Maßnahme war getroffen, um zu verhindern, daß sich Getterdämpfe auf den Elektroden niederschlagen.

3. Meßergebnisse.

Das Schrotrauschen wurde gemessen an den Rausröhren 6 und 7, also an den beiden Röhren mit Tantalkathode, bei denen der Ionenstrom kleiner als 10^{-9} A war. Bild 8 zeigt für Rausröhre 6 die Kennlinie und den Gang des inneren Widerstandes als Funktion der Anodenspannung bei drei verschiedenen Temperaturen. Der innere Widerstand ist bei dieser Röhre aus der Kennlinie bestimmt worden. Die angegebenen Werte sind deshalb ungenauer als $\pm 1\%$, sie dürften etwa auf $\pm 5\%$ stimmen. Sowohl bei den Kennlinien als auch bei den Kurven für den inneren Widerstand fällt auf, daß der obere Knick ziemlich unscharf ist. Sämtliche Kurven müßten, da sie im doppelt logarithmischen Maßstab dargestellt sind, als Funktion der Anodenspannung annähernd geradlinig verlaufen. Abweichungen von dem geradlinigen Verlauf — namentlich bei hohen Anodenspannungen — bedeuten eine Abweichung der Kennlinien von der idealen Raumladungskennlinie. In der Sättigung hat man ein plötzliches Ansteigen des inneren Widerstandes und ein

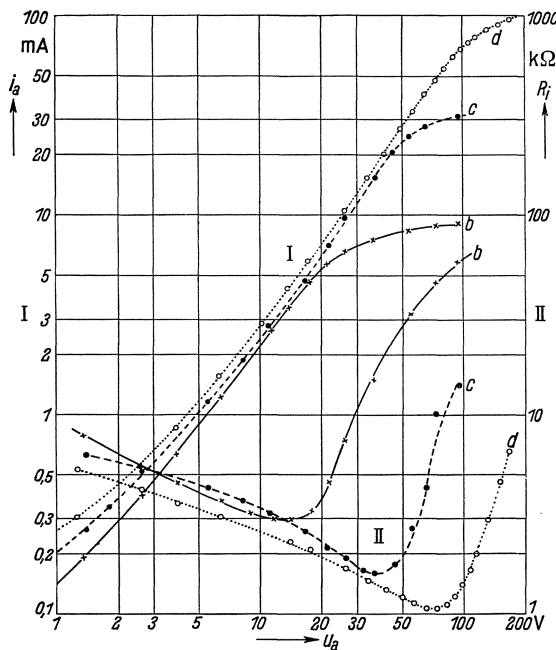


Bild 8. Anodenstrom und innerer Widerstand als Funktion des Anodenstromes bei der Rausröhre 6.

b) $T = 2020^\circ \text{K}$, c) $T = 2140^\circ \text{K}$, d) $T = 2230^\circ \text{K}$.

Konstantbleiben des Anodenstromes zu erwarten. Betrachtet man die Kurven, so erkennt man, daß der innere Widerstand in der Sättigung nicht auf unendlich geht, und daß auch der Anodenstrom nicht konstant bleibt, was bekanntlich auf der Wirkung des elektrischen Feldes beruht (Schottky-Effekt). Aber auch der Übergang von dem Teil der Kennlinien, in dem der Strom durch die Raumladung bedingt ist, zu dem sättigungsbedingten Gebiet ist nicht scharf, sondern schon bei Anodenspannungen, die etwa bei der Hälfte der Sättigungsspannung liegen, beginnt die Kurve allmählich vom geradlinigen Verlauf abzuweichen, so daß der obere

stades als Funktion der Anodenspannung bei drei verschiedenen Temperaturen. Der innere Widerstand ist bei dieser Röhre aus der Kennlinie bestimmt worden. Die angegebenen Werte sind deshalb ungenauer als $\pm 1\%$, sie dürften etwa auf $\pm 5\%$ stimmen. Sowohl bei den Kennlinien als auch bei den Kurven für den inneren Widerstand fällt auf, daß der obere Knick ziemlich unscharf ist. Sämtliche Kurven müßten, da sie im doppelt logarithmischen Maßstab dargestellt sind, als Funktion der Anodenspannung annähernd geradlinig verlaufen. Abweichungen von dem geradlinigen Verlauf — namentlich bei hohen Anodenspannungen — bedeuten eine Abweichung der Kennlinien von der idealen Raumladungskennlinie. In der Sättigung hat man ein plötzliches Ansteigen des inneren Widerstandes und ein

Knick ziemlich abgerundet erscheint. Dies mag daraus erklärt werden, daß, wie schon oben gesagt, das Feld am Rand des ausgeblendeten mittleren Stückes bedeutend schwächer ist als in der Mitte, so daß die Sättigung nur sehr allmählich erreicht wird.

In Bild 9 sind die Ergebnisse der Rauschspannungsmessungen an Röhre 6 als Funktion der Anodenspannung aufgetragen, und zwar nicht die Rauscheinströmungen selbst, sondern der sog. Schwächungsfaktor, das ist das Verhältnis der tatsächlichen Rauscheinströmungen zu den Rauscheinströmungen, die dem ungeschwächten Schroteffekt entsprechen würden:

$$F = \frac{c_x}{\sqrt{2ei}}. \quad (15)$$

Als Abszisse ist nicht die Anodenspannung selbst, sondern das Verhältnis der Potentialdifferenz zwischen Anode und Raumladungsschwelle zu der der Kathodentemperatur äquivalenten Spannung aufgetragen

$$\eta_2 = \frac{u_a - u_m}{\mathfrak{B}}. \quad (16)$$

Dieses Verhältnis ist das gleiche, das auch bei der theoretischen Ableitung benutzt wurde, so daß durch diese Darstellung der Meßergebnisse ein leichter Vergleich mit der Theorie möglich ist.

Neben den Meßergebnissen selbst ist in der Zeichnung auch die theoretisch errechnete Grenzkurve des Schwächungsfaktors aufgetragen. In der Nähe der Sättigung steigt er nach der Theorie von der Grenzkurve ausgehend ziemlich steil auf den Wert 1.

Es sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die theoretischen Kurven für ebene Anordnungen abgeleitet worden sind, und daß man nur mit einer gewissen Sicherheit vermuten kann, daß der Gang der Rauscheinströmung mit der Anodenspannung auch bei zylindrischen Anordnungen ähnlich wie bei ebenen Anordnungen ist. Vergleicht man die Meßergebnisse mit der theoretischen Kurve, so lassen sich folgende Feststellungen machen: Zunächst fällt, wie dies die Theorie auch verlangt, der Schwächungsfaktor mit steigender Anodenspannung, wenn auch — namentlich bei höheren Anodenspannungen — langsamer. Bei Spannungen, die weit unter der Sättigungsspannung liegen, verläuft der Schwächungsfaktor jedoch dann annähernd horizontal und steigt bei noch höheren Spannungen zunächst langsam und schließlich in unmittelbarer Nähe der Sättigung rasch auf 1. Im übrigen liegen sämtliche Kurven auch bei kleineren Anodenspannungen merklich über der theoretischen Kurve. Besonders auffallend ist dieses zuerst langsamere und dann raschere Ansteigen des Schwächungsfaktors bei hohen Anodenspannungen bei der Kurve für die höchste Temperatur. Hier besteht aber die Möglichkeit, daß der Heizfaden irgendwelchen Schaden erlitten hatte, denn er ist einige Zeit später durchgebrannt. Der Kurve für die höchste Temperatur darf also kein allzu großes Gewicht beigelegt werden. Die Abweichungen des gemessenen Schwächungsfaktors von dem nach der Theorie zu erwartenden könnten, ebenso wie bei der Abweichung der Kenn-

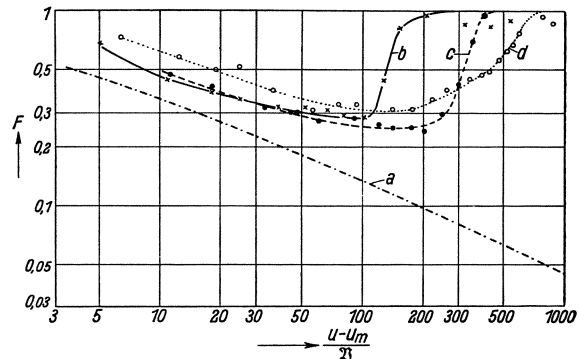


Bild 9. An der Rauschröhre 6 gemessene Schwächungsfaktoren.

a) Theoretische Grenzkurve, b) $T = 2020^\circ \text{K}$, c) $T = 2140^\circ \text{K}$, d) $T = 2230^\circ \text{K}$.

linien von der theoretisch zu erwartenden, einigermaßen zwanglos aus dem gesättigten Anteil des Anodenstroms erklärt werden, denn, wie schon oben gesagt, greift die mittlere Anode bei dieser Röhre sicherlich auch auf kältere Teile des Heizfadens

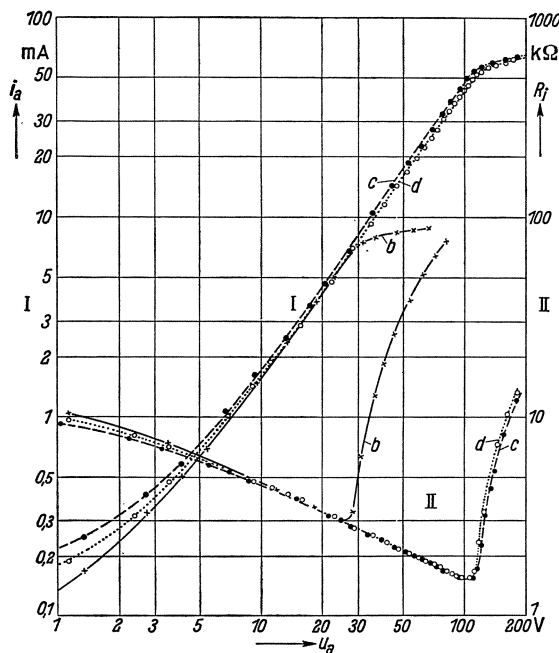


Bild 10. Anodenstrom und innerer Widerstand als Funktion des Anodenstromes bei der Rauschröhre 7.

b) $T = 2045^\circ \text{K}$, c) $T = 2235^\circ \text{K}$,
d) $T = 2235^\circ \text{K}$ (Schutzkegel auf -3V).

genommenen Kurven, so fällt in der Tat auf, daß die Sättigung wesentlich schärfer einsetzt, daß also der gesättigte Anteil des Anodenstromes offenbar wesentlich kleiner ist. Bild 11 zeigt nun die an dieser Röhre gemessenen Schwächungsfaktoren

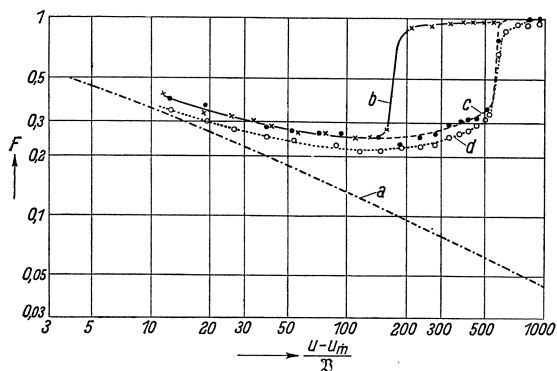


Bild 11. An der Rauschröhre 7 gemessene Schwächungsfaktoren.

a) Theoretische Grenzkurve, b) $T = 2045^\circ \text{K}$, c) $T = 2135^\circ \text{K}$,
d) $T = 2235^\circ \text{K}$ (Schutzkegel -3V).

die Absolutwerte des Schwächungsfaktors näher an der theoretischen Kurve als das bei Rauschröhre 6 der Fall war. Das langsame Aufbiegen der Kurven schon weit vor der Sättigung ist jedoch bei diesen Kurven genau so zu beobachten wie bei

Wie W. Schottky¹⁾ gezeigt hat, genügt bereits ein gesättigter Anteil von 10%, um zu bewirken, daß der Schwächungsfaktor nicht mehr unter den Wert von 0,3 heruntergehen kann.

Nach den mit dieser Röhre gemachten Erfahrungen wurde dann die oben beschriebene Rauschröhre 7 gebaut, bei der mit einiger Sicherheit vermieden ist, daß auch kältere Teile des Heizfadens zur Anode emittieren. Die an dieser Röhre gemessenen Kennlinien und Widerstandskurven zeigt das Bild 10.

Das Kurvenblatt enthält drei Kennlinien und drei Widerstandskurven, von denen wir zunächst die durchgezogene (b) und die gestrichelte (c) betrachten. Bei der Aufnahme dieser Kurven lagen die Schutzkegel auf dem Potential der Kathodenmitte. Vergleicht man diese Kurven mit den entsprechenden, an Rauschröhre 6 auf-

genommenen Kurven, so fällt in der Tat auf, daß die Sättigung wesentlich schärfer einsetzt, daß also der gesättigte Anteil des Anodenstromes offenbar wesentlich kleiner ist. Bild 11 zeigt nun die an dieser Röhre gemessenen Schwächungsfaktoren in der gleichen Darstellung wie die entsprechende Kurve für die Rauschröhre 6 und auch wieder zusammen mit der theoretischen Grenzkurve (a). Auch hier sind wieder drei Kurven eingetragen, von denen wir wieder zunächst nur die durchgezogene (b) und die gestrichelte (c) betrachten. Auffallenderweise unterscheiden sich diese Kurven in ihrem allgemeinen Verlauf nur sehr wenig von den an Rauschröhre 6 aufgenommenen Kurven. In der Nähe der Sättigung steigt jedoch der Schwächungsfaktor merklich steiler an; auch liegen bei kleinen Anodenspannungen

¹⁾ W. Schottky: Die Telefunkenröhre H. 8 (1936) S. 75.

den an Rauschröhre 6 aufgenommenen. Um uns zu überzeugen, daß bei dieser Röhre gesättigte Anteile des Anodenstromes nur einen sehr geringen Prozentsatz ausmachen, haben wir den theoretischen Gang des Anodenstromes und des inneren Widerstandes als Funktion der Anodenspannung berechnet, und zwar für die höhere der beiden Temperaturen (2235°K) und haben sie zusammen mit der gemessenen Kurve im Bild 12 aufgetragen. Hier stellt die strichpunktierte Kurve *a* die theoretische und die gestrichelte Kurve *c* die gemessenen Werte dar. Die punktierte Kurve lassen wir wieder einstweilen außer Betracht. Die Absolutwerte der theoretischen Kurve sind willkürlich so festgelegt, daß sie mit den gemessenen Kurven ungefähr

zusammenfallen, da die genaue Länge des wirksamen Heizfadens nicht bekannt war. Bringt man aber die theoretische und die gemessene Kurve an einem Punkt in Übereinstimmung, dann fallen sie bei höheren Anodenspannungen sehr genau zusammen, z. B. beträgt bei 30 V Anodenspannung die Abweichung vom theoretischen Verlauf erst etwa 2%. Der gesättigte Anteil des Anodenstromes ist also sicher kleiner als 2%. Wenn die Kurven bei kleineren Anodenspannungen stärker auseinander laufen, so erklärt sich dies daraus, daß die Schutzkegel bei kleineren Anodenspannungen für das gesamte Potential eine größere Rolle spielen als bei hohen, also gewissermaßen als Gitter wirken. Das Potential dieses Gitters und der Durchgriff der mittleren Anode durch dieses Gitter müßten also eigentlich in die Rechnung einbezogen werden. Schon aus diesen Überlegungen geht hervor, daß gesättigte

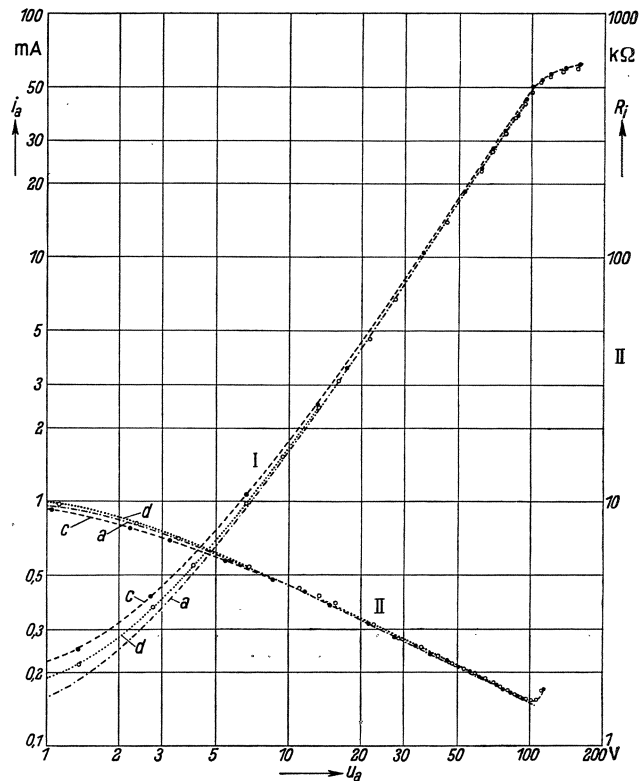


Bild 12. Theoretische und gemessene Abhängigkeit des Anodenstromes und des inneren Widerstandes von der Anodenspannung bei der Rauschröhre 7.

a) Theoretische Kurve, c) $T = 2235^{\circ}\text{K}$, d) $T = 2235^{\circ}\text{K}$ (Schutzkegel auf -3V).

Anteile des Anodenstroms nicht der Grund dafür sein können, daß der Schwächungsfaktor nicht den theoretisch erwarteten Verlauf zeigt. Immerhin bestand noch die Möglichkeit, daß die Schutzkegel — die das Potential der Kathodenmitte haben, von denen also der eine gegenüber dem Heizfadenende positiv ist — am Rande die Raumladungswirkung kompensieren. Um auch diese Möglichkeit auszuschließen, wurde eine weitere Meßreihe aufgenommen, bei der die Schutzkegel auf eine Spannung von -3V gegen Kathodenmitte gebracht wurden. Die Ergebnisse dieser Messung sind durch die punktierten Kurven in den Bildern 10...12 dargestellt. Der Gang des Widerstandes und des Anodenstromes als Funktion der Anodenspannung stimmen mit dem theoretischen Verlauf namentlich bei niedrigen Anodenspannungen noch besser überein als in dem Fall, in dem die Schutzkegel keine Vorspannung

hatten. Auch im Gang des Schwächungsfaktors ist eine weitere Verbesserung zu erkennen, die ganze Kurve liegt nämlich merklich tiefer, und zwar besonders bei kleinen Anodenspannungen. Der Übergang zur Sättigung verläuft etwas flacher. Wenn auch diese Unterschiede nicht mehr weit von der Grenze der Meßgenauigkeit liegen, sind sie doch noch so groß, daß man sie als reell bezeichnen kann. Aber auch diese Kurve zeigt grundsätzlich das gleiche Verhalten wie alle übrigen; nur bei niedrigen Anodenspannungen ist der Absolutwert des Schwächungsfaktors und auch sein Gang mit der Anodenspannung so, wie es die Theorie verlangt. Bei höheren Anodenspannungen ist der Schwächungsfaktor zunächst annähernd konstant und steigt dann langsam mit der Anodenspannung an. Nachdem nun sicher erscheint, daß diese Abweichung nicht durch gesättigte Anteile des Anodenstromes bewirkt werden können (selbst bei 2% gesättigtem Anteil am Anodenstrom, müßte der Schwächungsfaktor noch auf einen Wert von 0,15 heruntergehen), muß nach anderen Gründen gesucht werden, welche dieses Verhalten des Schwächungsfaktors erklären können.

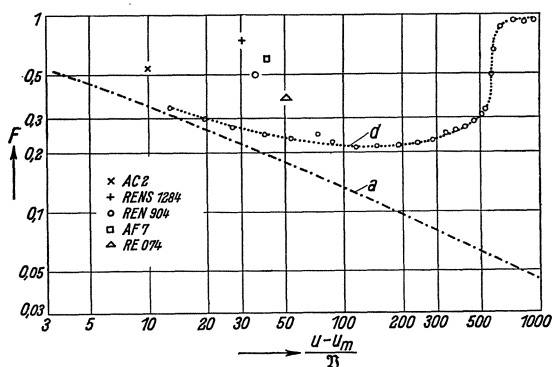


Bild 13. Vergleiche unserer Meßergebnisse mit denen von Rothe und Plato.

a) Theoretische Grenzkurve, d) Rausröhre 7, $T = 2235^\circ \text{K}$ (Schutzkegel auf -3V).

gere Lösung würde es sein, wenn man zu dem Aufbau der Rausröhre 6 zurückkehren könnte, aber durch geeignete Mittel eine Emission von Sekundärelektronen verhinderte. Jedenfalls erscheint es lohnend, diese Wege weiter zu verfolgen.

Bei allen Messungen zeigt die absolute Größe des Schwächungsfaktors gegenüber bisher bekanntgewordenen Messungen eine bessere Übereinstimmung mit der Theorie. Um dies zu zeigen, haben wir in Bild 13 die von uns an der Rausröhre 7 gemessenen Schwächungsfaktoren (Kurve *d*) aufgezeichnet, zusammen mit der theoretischen Kurve (*a*) und den von H. Rothe und G. Plato (a. a. O.) an handelsüblichen Röhren gemessenen Werten. Eine gewisse Unsicherheit liegt bei den zum Vergleich herangezogenen Werten von H. Rothe und G. Plato in der Abszisse; da diese Autoren jedoch keine große Abhängigkeit des Schwächungsfaktors vom Anodenstrom festgestellt haben, kann diese Unsicherheit das Gesamtbild nicht stark beeinflussen. Bei niedrigen Anodenspannungen wird auch zum erstenmal der von der Theorie vorausgesagte Gang des Schwächungsfaktors mit der Anodenspannung einigermaßen richtig beobachtet. Doch sind namentlich bei Annäherung an die Sättigung noch erhebliche Abweichungen von der Theorie vorhanden, deren Aufklärung der weiteren Forschung überlassen bleiben muß.

Abgesehen von grundsätzlichen Abweichungen von den Voraussetzungen der Theorie, wie etwa Nichterfüllung der Maxwell'schen Verteilung, wäre hier noch der Einfluß etwaiger Ionenemission zu diskutieren, selbst wenn sie, wie bei dieser Röhre, kleiner als 10^{-9}A ist. Von der experimentellen Seite her könnte man daran denken, den mittleren Teil des Heizfadens und auch die mittlere Anode länger zu machen, um auf diese Weise den etwaigen Anteil von Randeffekten noch weiter herunterzusetzen. Eine andere noch günstigere

Zusammenfassung.

Es werden die Meßapparatur und die Meßobjekte beschrieben, mit denen die Theorie des raumladungsgeschwächten Schrotrreffektes nachgeprüft werden sollte. Die Meßapparatur bestand aus einem Röhrenvoltmeter mit einem Verstärker, der ein Band von 10 kHz Breite in der Umgebung von 1 MHz selektiv verstärkte. Die günstigsten Arbeitsbedingungen der Meßanordnung werden näher untersucht. Es wird gezeigt, welche Verstärkung man anwenden und wie man den Eingangskreis des Verstärkers bemessen muß, um eine Anzeige zu erhalten, die gut ablesbar ist und durch das Eigenrauschen der Verstärker nicht gefälscht wird.

Als Meßobjekte wurden Dioden mit zylindrischer Elektrodenanordnung benutzt. Die Kathode bestand aus einem direkt geheizten Tantalfaden. Schutzelektroden bewirkten, daß nur der mittlere, gleichmäßig warme Teil der Kathode zur Meßanode emittierte.

Die an diesen Röhren gemessenen Rauschströme werden angegeben und ihre Größe mit der nach der Theorie zu erwartenden verglichen. Die Abweichungen sind geringer als bei bisher bekanntgewordenen Messungen. Auf die Möglichkeiten, die noch bestehenden Unterschiede aufzuklären, wird hingewiesen.

Die Grundlagen der Bemessung von Schwebungssummern mit Ringmodulator.

Von **Reinhard Hellmann.**

Mit 15 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 7. Juni 1937.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|---|
| A. Einleitung und Ziel der Arbeit: Der Schwebungssummer als Tonfrequenzquelle. | 1. Zur Bemessung des Modulators. |
| B. Der Schwebungssummer mit Ringmodulator und seine theoretische Grenzleistung. | 2. Zur Anpassung und Bemessung der HF-Sender. |
| 1. Erste Annäherung: Der verlustlose Ringmodulator im Leerlauf. | 3. Die Unsymmetrie des Ringmodulators. |
| 2. Zweite Annäherung: Der Ringmodulator mit exponentieller Kennlinie bei Belastung. | a) Berechnung der Unsymmetrie-Spannung. |
| 3. Die Leistungsaufnahme des Ringmodulators. | b) Klirrfaktor und Unsymmetrie. |
| 4. Innerer Widerstand und Amplitudengang der Niederfrequenzseite. | 4. Maßnahmen zur Entkoppelung; Wahl der Frequenzen. |
| 5. Die theoretische Grenzleistung. | 5. Zur Bemessung der Spulen. |
| C. Die praktische Leistungsgrenze des Schwebungssummers. | 6. Praktische Regeln für den Entwurf von Schwebungssummern. |
| | D. Schwebungssummer für hohe Frequenzen. |
| | Zusammenfassung. |

A. Einleitung und Ziel der Arbeit. Der Schwebungssummer als Tonfrequenzquelle.

Seit einigen Jahren hat sich wegen seiner zahlreichen Vorzüge der Schwebungssummer als Spannungsquelle für Tonfrequenzmessungen eingeführt [7]¹). Sein Anwendungsgebiet beschränkt sich nicht auf die physikalische, technische und medizinische Forschung, sondern umfaßt heute auch die fabrikmäßige Entwicklung und Prüfung fernmeldetechnischer Geräte und nicht zuletzt die betriebsmäßige Überwachung von Leitungsanlagen. Insbesondere für den letztgenannten Fall wurden die elektrischen Anforderungen an die Meßspannungsquelle durch die wachsenden Anforderungen an die Anlagen selbst bestimmt und ständig gesteigert. Welche elektrischen Eigenschaften von einem Schwebungssummer verlangt werden, ist in Zahlentafel 1 zusammengestellt. Hierin beziehen sich die Werte in Spalte 2 auf die letzten Empfehlungen des C.C.I.F. (Comité Consultatif International Téléphonique) für Pegelaufzeichnungen auf zwischenstaatlichen Leitungen [6]. Für fabrikmäßig hergestellte Schwebungssummer, wie sie z. B. im Pegelschreiber der Siemens & Halske AG verwendet werden, gilt Spalte 3.

¹) Die eingeklammerten schrägen Zahlen [7] beziehen sich auf die Nummern des Schrifttums am Schluß der Arbeit.

Es ist kein technisches Problem mehr, die weitgehenden Forderungen, wie sie aus der Zahlentafel hervorgehen, an sich zu erfüllen. Das Bestreben geht bereits seit einiger Zeit dahin, den notwendigen Aufwand im Interesse einer wirtschaftlichen Fertigung nach Möglichkeit zu verringern [3]. Ein Weg, der die technische Entwicklung des Schwebungssummers maßgebend in diesem Sinne beeinflusst hat, ist die Einführung des sog. Ringmodulators, einer von C. H. Walter zuerst angegebenen Modulationsschaltung, mit der — vorzugsweise unter Benutzung von Sperrschichtgleichrichtern — die beiden Hochfrequenzspannungen des Summers ohne wesentliche Rückwirkung miteinander moduliert werden können. Das Schaltbild eines Schwebungssummers, der nach diesem Prinzip arbeitet, ist in Bild 1 gezeichnet.

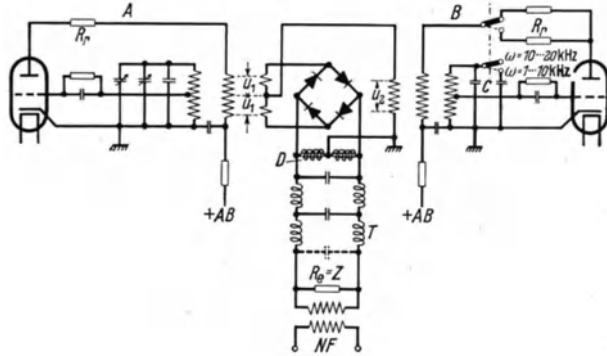


Bild 1. Grundsaltbild eines Schwebungssummers mit Ringmodulator.

A Sender 1 ($\Omega_1 U_1$); B Sender 2 ($\Omega_2 U_2$); T Tiefpaß (ω_0, Z); NF Ausgang (ω, U_{NF}).

Nachdem die Entwicklung auf diesem Gebiet heute zu einem gewissen Abschluß gelangt ist, soll das Ziel der vorliegenden Arbeit sein, aufzuzeigen, welche Grenzwerte für die verschiedenen, in Zahlentafel 1 aufgeführten elektrischen Eigenschaften erreichbar sind, wenn etwa der in Bild 1 skizzierte Aufwand an Schaltmitteln zur

Zahlentafel 1. Elektrische Eigenschaften von Schwebungssummern in Pegelschreibern.

Eigenschaft	C.C.I. 1934	S & H-Pegelschreiber 1936	Bemerkung
1	2	3	4
a) Frequenzbereich	30 ··· 10000 Hz	Wahlweise 0 (30) ··· 10000 Hz 5000 ··· 15000 „ 10000 ··· 20000 „	
b) Einstellgenauigkeit der Frequenz (im ganzen Frequenzbereich)	± 2% unterhalb 100 Hz ± 2 Hz	± 1% unterhalb 100 Hz: ± 1 Hz	
c) Einbrennzeit	—	10 Min.; Frequenzänderung nach je weiteren 15 Min. nach Einschalten: ± 2 Hz	
d) Frequenzänderung bei Heiz- und Anodenspannungsänderungen innerhalb der Grenzen	—	± 2 Hz	Grenzen für Heiz- und Anodenspannung ± 2%
e) Frequenzfolge	0 ··· 100 Hz linear, 100 ··· 10000 Hz logarithmisch	wie Spalte 2	
f) Klirrfaktor der Ausgangsspannung	—	30 ··· 50 Hz: ≤ 2,0% 50 Hz: ≤ 1,5%	Gemessen hinter Verstärker bei max 8 V an 600 Ω
g) Frequenzgang der Ausgangsspannung	—	30 ··· 20000 Hz ± 0,02 N (unabhängig vom Sendepiegel)	Gemessen hinter Verstärker mit konstanter reeller Belastung

Grundlage genommen wird. Dabei wird die Theorie der zugrunde liegenden elektrischen Vorgänge berührt werden müssen. Sie soll in einem ersten Teil so weit entwickelt werden, als dies zur Abschätzung der theoretisch denkbaren Leistungsfähigkeit eines idealen Schwebungssummers erforderlich ist. In einem zweiten Teil werden praktische Gesichtspunkte erörtert, die für die Dimensionierung und die wirkliche Leistungsfähigkeit maßgebend sind, welche von dem theoretischen Wert erheblich verschieden ist. Hier bietet sich auch Gelegenheit, auf Mittel näher einzugehen, mit denen der Aufwand an Röhren und Schaltelementen bei gleichbleibender Leistung herabgesetzt werden kann. Im dritten, abschließenden Teil wird auf einige erweiterte Anwendungsmöglichkeiten eingegangen, welche über den ursprünglichen Bereich der Tonfrequenz bereits hinausführen.

Zahlreiche dabei auftretende Fragen, die sich auf das Schwebungssummerprinzip als solches beziehen, würden vielleicht eine ausführlichere Behandlung rechtfertigen, als sie hier gegeben werden kann. Es erweist sich bei der Durchrechnung, daß fast alle diese Teilprobleme mit der Bemessung des Modulators im Zusammenhang stehen. Da sich die Arbeit auf Summer mit Ringmodulatoren beschränkt, erscheint es zweckmäßig, Eigenschaften und Arbeitsweise dieser Modulatorschaltung an den Anfang der Ausführungen zu stellen.

B. Der Schwebungssummer mit Ringmodulator und seine theoretische Grenzleistung.

Der Ringmodulator ist eine Brückenschaltung, deren vier Zweige aus Gleichrichtern bestehen. Diese sind so geschaltet, daß ihre Ströme in Durchlaßrichtung den Ring im gleichen Umlaufssinn durchfließen. Die Wirkungsweise des Ringmodulators, der außer beim Schwebungssummer heute bei zahlreichen Modulationsproblemen der Trägerstromübertragung Anwendung findet, ist bereits eingehend behandelt worden [14]. Indessen ist bisher die Darstellung gerade mit Bezug auf einige Punkte ergänzungsbedürftig, die beim Schwebungssummer von ausschlaggebender Wichtigkeit sind. Es sei daher im folgenden zunächst eine gedrängte Übersicht über die Eigenschaften des Ringmodulators gegeben, soweit sie mit der Behandlung unserer Aufgabe im Zusammenhang stehen.

Die beiden Spannungen verschiedener Frequenz, die in den beiden Schwingkreisen erzeugt und über induktive Ankopplung dem Ringmodulator zugeführt werden, seien mit $u_1 = u_1(U_1, \Omega_1)$ und $u_2 = u_2(U_2, \Omega_2)$ bezeichnet.

Ω_2 sei die unveränderliche Hochfrequenz, Ω_1 sei von Ω_2 bis $(\Omega_2 - \omega)$ veränderbar, wobei ω die gewünschte Niederfrequenz ist.

Je nach der Amplitude U_1 und U_2 unterscheidet man verschiedene Betriebsweisen des Modulators, von denen beim Schwebungssummer im Hinblick auf Frequenzunabhängigkeit der Niederfrequenzspannung in erster Linie die der sog. linearen Aussteuerung interessiert. Hierbei macht man z. B. U_1 soviel größer als U_2 , daß die Widerstände des Modulators praktisch durch U_1 allein bestimmt und durch diese Spannung um Größenordnungen verändert werden. U_1 heißt demgemäß auch „Steuerspannung“. Grundsätzlich ist es einerlei, ob U_1 oder U_2 die größere der beiden Spannungen ist. Die Schaltung läßt sich in einen Fall als Brücke, im andern Fall als Differentialübertragerschaltung leichter übersehen. Wir wollen der Einfachheit halber uns auf den Fall beschränken, daß U_1 die größere Spannung ist.

Die Ringmodulatorschaltung hat beim Schwebungssummer den grundlegenden Vorzug, daß jede der beiden Hochfrequenzspannungen in einem Nullzweig zur anderen liegt. Theoretisch, d. h. bei vollkommen gleicher Spannungsabhängigkeit der einzelnen Brückenweige, sind beide Röhrensender mithin vollständig entkoppelt und gegenseitige Beeinflussung ihrer Schwingungszustände sollte nicht stattfinden. Weiterhin besteht unter diesen Voraussetzungen vollständige Entkopplung zwischen Hoch- und Niederfrequenzkreisen.

Im Verlauf der Arbeit wird zu zeigen sein, daß es in erster Linie die Eigenschaften des Ringmodulators sind, die die Leistungsfähigkeit des Schwebungssummers begrenzen. Gemäß der einleitend angedeuteten Gliederung wird versucht, diese Grenze schrittweise in zwei Stufen näher zu bezeichnen. Beim ersten Schritt, der Bestimmung einer „theoretischen Grenzleistung“ des Summers, sollen für die Gleichrichterzellen des Modulators bestimmte idealisierende Voraussetzungen bezüglich ihrer Stromspannungskennlinie gemacht werden. Als Endziel dieser Betrachtungen wäre festzuhalten, welche Leistung niederfrequenzseitig dem Summer mit vorgegebenem Klirrfaktor entnommen werden kann, und welche Leistung dabei hochfrequenzseitig aufzuwenden ist.

Die Erfahrung zeigt, daß diese „theoretische Grenzleistung“ aus verschiedenen Gründen nicht erreicht wird, die fast alle mit den „Unvollkommenheiten“ der wirklich herstellbaren Gleichrichterzellen im Zusammenhang stehen. Es sind vor allem drei Eigenschaften der Gleichrichter, deren Auswirkungen dabei berücksichtigt werden müssen:

1. die Temperaturabhängigkeit der Gleichrichterzellen,
2. die Begrenzung der Aussteuerbarkeit mit Rücksicht auf die Lebensdauer,
3. die Unsymmetrie der Brückenschaltung.

Alle diese Einflüsse laufen im wesentlichen auf eine Verminderung der entnehmbaren Ausgangsleistung, ferner der Amplituden- und Frequenzkonstanz hinaus sowie auf eine Verschlechterung der Kurvenform. Sie berühren also gerade die Punkte, die nach Zahlentafel 1 für die Brauchbarkeit eines Summers ausschlaggebend sind.

1. Erste Annäherung: Der verlustlose Ringmodulator im Leerlauf.

Bei der Bestimmung der „theoretischen“ Höchstleistung des Summers seien die Kennlinien der vier Gleichrichterzellen als genau gleich angenommen. Eine gute Vorstellung von der Wirkungsweise des Modulators erhält man nach A. Schmid [14], wenn man in Annäherung die Schaltung als einen Umpoler (Bild 2) auffaßt. Bei dieser Auffassung übernimmt die Steuerfrequenz Ω_1 die Aufgabe, den vier spannungsabhängigen Brückenweigen in richtiger zeitlicher Reihenfolge solche Widerstände zu erteilen, daß die Spannung mit der Frequenz Ω_2 am Niederfrequenzausgang bei jedem Nulldurchgang der Steuerspannung ihr Vorzeichen wechselt. So entsteht an den Ausgangsklemmen der Spannungsverlauf (Bild 3a), falls $\Omega_1 \gg \Omega_2$; wenn, wie beim Schwebungssummer, Ω_1 und Ω_2 nicht sehr voneinander verschieden sind, ergibt sich der Charakter von Bild 3b. Man erkennt ohne weiteres den Typ der modulierten, jedoch stark verzerrten Schwingung. Es gilt zunächst die Art der Verzerrungen festzulegen.

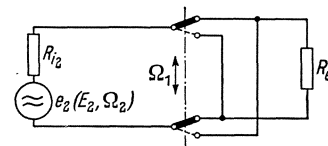


Bild 2. Umpoler.

Das gewählte Ersatzschaltbild ist verschiedener Verfeinerungen fähig, auf die wir bei Bedarf zurückkommen. Zur Klarstellung einiger grundsätzlicher Folgerungen

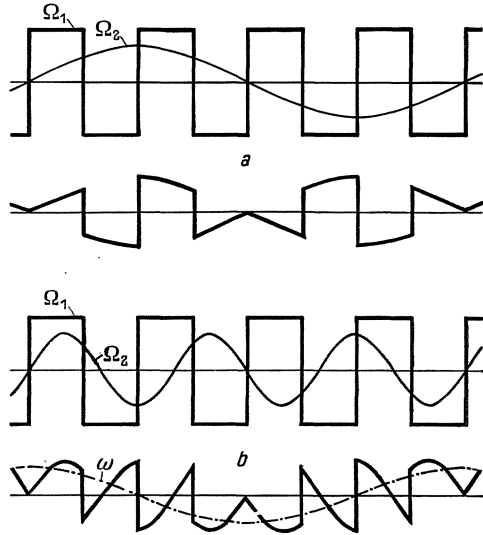


Bild 3. Modulation durch Umpoler.

a) $\Omega_1 = 4$, $\Omega_2 = 1$; b) $\Omega_1 = 4$, $\Omega_2 = 3$, $\omega = \Omega_1 - \Omega_2$.

sei als einfachstes Bild des Umpolers angenommen, daß der Gleichrichterwiderstand im Durchlaßbereich 0, im Sperrbereich unendlich sei. Arbeitet ferner die Schaltung im Leerlauf — ein Fall, der aus später zu besprechenden Gründen praktisch wenigstens annähernd erreicht wird —, so wird auf der Niederfrequenzseite das Frequenzspektrum der elektromotorischen Kräfte dargestellt durch

$$E = u_2(\Omega_2) \cdot f(t). \quad (1)$$

Hierbei ist $f(t)$ eine mit Ω_1 periodische Zeitfunktion, die im Intervall von 0 bis π den Wert 1, von π bis 2π den Wert -1 besitzt. Nach Fourierzerlegung ist

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left(\cos \Omega_1 t - \frac{1}{3} \cos 3\Omega_1 t + \dots \right), \quad (2)$$

und mithin das Frequenzspektrum für $u_2 = U_2 \cos \Omega_2 t$:

$$E = \frac{2}{\pi} U_2 \left[\cos(\Omega_1 + \Omega_2)t + \cos(\Omega_1 - \Omega_2)t - \frac{1}{3} \cos(3\Omega_1 + \Omega_2)t - \frac{1}{3} \cos(3\Omega_1 - \Omega_2)t + \dots \right]. \quad (3)$$

Die Nutzfrequenz $\Omega_1 - \Omega_2$ tritt demnach mit der $\frac{2}{\pi}$ -fachen Amplitude von U_2 an der halben Wicklung der Niederfrequenzdrossel auf (Bild 1). Am Ausgang erscheint die Leerlaufspannung $U_{NF} = \frac{4}{\pi} U_2$. Der innere Widerstand für die Niederfrequenzspannung ist an dieser Stelle $4R_{i2}$, wenn R_{i2} den (reellen) Widerstand des Generators bedeutet. Selbstverständlich sind alle in Gl. (3) enthaltenen „Modulationsprodukte“ unabhängig von der Steueramplitude U_1 . Wie man sieht, kommen in diesem Spektrum weder die Frequenzen Ω_1 und Ω_2 , wie das deutlich auch im Bild 3b zum Ausdruck kommt, noch höhere Harmonische der Differenzfrequenz $\Omega_1 - \Omega_2$ vor. (Die dort zufällig als ganzzahliges Vielfaches von ω auftretende Frequenz $\Omega_1 + \Omega_2$ kann nicht als Oberwelle gerechnet werden!) Die Modulation geschieht also verzerrungsfrei. Die Glieder mit $(3\Omega_1 - \Omega_2)$, $(5\Omega_1 - \Omega_2)$ usw. geben einen ersten Hinweis bezüglich der Wahl der Hochfrequenzen: Ω_1 und Ω_2 sind so groß zu wählen, daß $(3\Omega_1 - \Omega_2)$ usw. stets außerhalb des NF-Bandes fällt und, zusammen mit der Summenfrequenz $\Omega_1 + \Omega_2$ und höheren Komponenten, durch einen Tiefpaß dem Ausgang ferngehalten werden kann.

Angenommen, der Grenzfall des leerlaufenden Ringmodulators sei bei einem Schwebungssummeer verwirklicht, so können erfahrungsgemäß Verzerrungen der Ausgangsspannung noch dann auftreten, wenn die Spannung Ω_2 Oberwellen enthält. Unsere Näherung ergibt noch für diesen Fall eine Übersicht. Wenn

$$u_2 = U_2 (\cos \Omega_2 t + \alpha_2 \cos 2\Omega_2 t + \dots) \quad (4)$$

gesetzt wird, liefern in Gl. (4) bei der Multiplikation mit Gl. (2) nur die Glieder mit ungeraden Koeffizienten niederfrequente Beiträge. Ordnet man das sich er-

gebende Spektrum nach aufsteigenden Frequenzen, so lautet sein Anfang

$$E = \frac{2}{\pi} U_2 \left[\cos(\Omega_1 - \Omega_2)t - \frac{a_3}{3} \cos 3(\Omega_1 - \Omega_2)t + \frac{a_5}{5} \cos 5(\Omega_1 - \Omega_2)t - + \dots \right]. \quad (5)$$

Es folgen Glieder mit Frequenzen in der Nähe von Ω_1 und Ω_2 sowie höhere Frequenzen. Der Leerlauf-Klirrfaktor der niederfrequenten Ausgangsspannung ist demnach

$$k_l = \frac{1}{e_1} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} e_n^2} = \sqrt{\left(\frac{a_3}{3}\right)^2 + \left(\frac{a_5}{5}\right)^2 + \dots} \quad (6)$$

Praktisch folgt daraus, daß beim Schwebungssummer die Spannung des Senders U_2 möglichst sinusförmig sein, vor allem möglichst wenig die dritte Oberwelle enthalten soll. Das kann im allgemeinen durch Anwendung von Siebmitteln, durch Gegenkopplung des Oszillators usw. in beliebigem Maße erreicht werden. Es folgt andererseits, daß bei gewöhnlichen (nicht gegengekoppelten) Sendern bei gleichem Aufwand an Siebmitteln und unter entsprechenden Anpassungsbedingungen der Triodenoszillator dem mit Pentode in dieser Hinsicht vorzuziehen ist, da letztere im allgemeinen die dritte Oberwelle stärker erzeugt.

2. Der Ringmodulator mit exponentieller Kennlinie bei Belastung.

Die bisherige Betrachtungsweise wird den praktischen Verhältnissen in mehreren Hinsichten nicht gerecht. Es zeigt sich nämlich, daß sowohl der Fall der Belastung des Modulators als auch derjenige endlicher Steuerleistung in den Kreis der Betrachtungen gezogen werden müssen, und daß ferner die Steueramplitude nicht als konstant angenommen werden kann. Würden wir das einfache Bild des verlustfreien Umpolers hier beibehalten, so ergeben sich bei Belastung mit dem (reellen) Widerstand R_e weder in bezug auf die Verzerrungen noch auf die Nutzamplitude neue Gesichtspunkte. Die Spannung am Belastungswiderstand R_e lautet, analog Gl. (3), für die in Bild 1 gezeichnete Schaltung:

$$U_e = \frac{2}{\pi} U_2 \frac{R_e}{4R_i + R_e} \left[\cos(\Omega_1 \pm \Omega_2)t - \frac{1}{3} \cos(3\Omega_1 \pm \Omega_2)t + - \dots \right]. \quad (7)$$

Der Begriff der Steuerleistung verliert für den so vereinfachten Modulator seinen Sinn, da sein Wellenwiderstand $Z = \sqrt{R_D \cdot R_S}$ ($R_D =$ Widerstand eines Brücken-zweiges im Durchlaß, R_S in Sperrichtung) mit $R_D = 0$ und $R_S = \infty$ unbestimmt wird. Aus diesen beiden Gründen ist es notwendig, die Gleichrichter Kennlinie durch bestimmte Funktionen genauer anzunähern und zunächst festzustellen, inwieweit die bisherigen Ergebnisse dann noch gelten. Es handelt sich dabei um drei Punkte, durch die der Modulator als Stromquelle gekennzeichnet ist, nämlich:

- a) die Kurvenform der EMK,
- b) ihre Amplitude und
- c) die inneren Widerstände.

Die Abhängigkeit des mit Gleichstrom bestimmten Widerstandes einer Kupferoxydulzelle von der angelegten Spannung zeigt Bild 4. Eine besonders im Durchlaßbereich gut zutreffende, oft benutzte Näherung ist der Ausdruck

$$\ln R = \ln R_0 - k \cdot u, \quad (8)$$

einer Stromspannungskennlinie

$$i = \frac{U}{R_0} e^{ku}$$

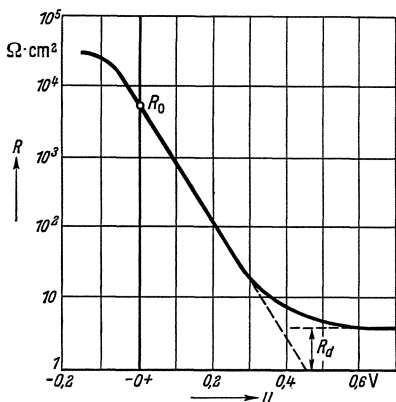
entsprechend. Betrachtet man jetzt wieder den Ringmodulator als Umpoler, so hat man die Widerstände der vier Brückenweige als endlich, aber von der Steuerspannung u_1 stetig abhängig aufzufassen. — Diese kann z. B. sinusförmig sein. Dann wird, im Fall reellen Abschlusses auf der Niederfrequenzseite, die an R_e auftretende Spannung wieder darstellbar sein durch den allgemeinen Ansatz:

$$U_e(t) = u_2 \cdot g(t), \quad (9)$$

wobei $g(t)$ eine in Ω_1 periodische Zeitfunktion ist. Über die Form dieser Funktion sind Untersuchungen angestellt worden. Sie ist im allgemeinen nicht rechteckförmig, nähert sich jedoch mit stärkerer Aussteuerung und wachsendem Belastungswiderstand dieser Form an. Es ist gezeigt worden¹⁾, daß $g(t)$ unter unseren Voraussetzungen stets als Fourier-Reihe in Ω_1 allein entwickelt werden kann, deren Koeffizienten Besselsche Funktionen sind.

Damit ist die Frage nach den Verzerrungen beantwortet: Auch bei Belastung treten im exponentiell ausgesteuerten Modulator keine Oberwellen der Differenzfrequenz auf.

Bild 4. Kennlinie von Kupferoxydulgleichrichtern, bezogen auf 1 cm².



Dies wird erst dann der Fall sein, wenn $g(t)$ außer von Ω_1 auch noch von Ω_2 abhängt; d. h. wenn der Einfluß der Amplitude von Ω_2 auf die Steuerwirkung von Ω_1 nicht mehr vernachlässigt werden kann. Betrachtungen, die hier nur kurz angedeutet werden sollen, zeigen in Übereinstimmung mit der Messung, daß das Verhältnis U_1 zu U_2 den Wert $3 \cdots 4$ nicht unterschreiten darf. Andernfalls wachsen die Verzerrungen der Differenzfrequenz schnell an.

Die Überlegung, die zu diesem Resultat führt, ist kurz folgende: Wird U_2 größer und schließlich gleich U_1 , so sind beide Frequenzen in ihrer Steuerwirkung gleich-

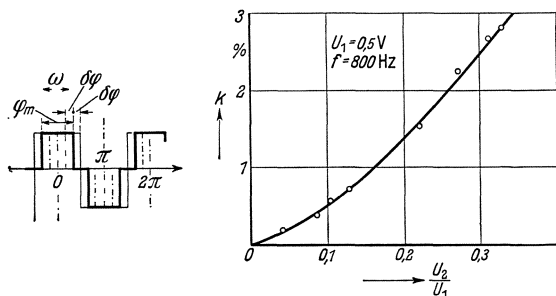


Bild 5. Aussteuerung und Klirrfaktor k .

berechtigt. Gehen wir wieder auf das ursprüngliche Bild des Relaisumpolers zurück, so ist klar, daß die Zeiten zwischen den Nulldurchgängen der „resultierenden“ Steuerspannung nicht konstant sind, sondern je nach der augenblicklichen Phasenlage zwischen U_1 und U_2 wechseln. Für die Funktion $g(t)$ ergibt das eine Rechteckkurve nach Bild 5 a, deren Rückenlänge periodisch, und zwar mit der Periode ω , schwankt.

Die Fourier-Koeffizienten in $g(t)$ ergeben, mit u_2 multipliziert, auch Glieder, die den erwähnten Sachverhalt zum Ausdruck bringen. Die Durchführung der Rechnung bestätigte qualitativ den in Bild 5 b dargestellten Kurvenverlauf, bei dem für verschiedene Aussteuerungsverhältnisse U_2/U_1 der Klirrfaktor hinter dem Modulator gemessen wurde.

Wir halten das Ergebnis fest, daß zur Erzielung eines kleinen Niederfrequenzklirrfaktors (etwa $\cong 2\%$) die kleinere Hochfrequenzspannung, die an einer Gleich-

¹⁾ In einer mir zugänglich gemachten unveröffentlichten Arbeit von H. Schönfeld (1935).

richterzelle auftritt, höchstens ein Viertel der größeren betragen darf. Da die Niederfrequenzamplitude im günstigsten Falle $\frac{4}{\pi} U_2$ ist, ist ihre absolute Größe nunmehr auf U_1 zurückgeführt, und es ist selbstverständlich, daß man diese Spannung so groß wie möglich wählen wird. Dem steht beim idealen Modulator nur ein Gesichtspunkt entgegen, nämlich der Bedarf an Steuerleistung, der vom Generator U_1 aufzubringen ist. Diese soll daher zuerst berechnet werden.

3. Die Leistungsaufnahme des Ringmodulators.

Die von der Ringmodulatorschaltung aufgenommene Steuerleistung N_1 ergibt sich als das Vierfache der auf einen Zweig entfallenden Leistung N_{zweig} . Da der Ringmodulator ein stark nichtlinearer Widerstand ist, so sollte strenggenommen nur die von ihm aufgenommene Momentanleistung u_1^2/R bzw. deren Maximalwert

$$\frac{U_1^2}{R_0 e^{-k U_1}}$$

für die Bemessung der Steuerspannungsquelle maßgebend sein. Um jedoch den Zusammenhang zwischen Rechnung und Messung herzustellen, sei zunächst als Leistung der (meßbare) Mittelwert

$$N_{\text{zweig}} = \frac{1}{T} \int_0^T N(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u_1^2(\Omega_1 t)}{R(\Omega_1 t)} d(\Omega_1 t) \quad (10)$$

bezeichnet. Hier ist $\Omega_1 t$ der Phasenwinkel der sinusförmigen Steuerspannung u_1 und R der davon abhängige Momentanwiderstand eines Zweiges. Die Grenzen des Integrals beziehen sich auf eine volle Periode. — Der Ausdruck enthält daher den Leistungsanteil sowohl in der Durchlaß- als auch in der Sperrperiode. Ein analytischer Ausdruck für R , der in beiden Bereichen für beträchtliche Aussteuerung gültig ist, läßt sich zwar nicht angeben, aber da der Leistungsanteil in Sperrichtung ($u_1 < 0$) gegenüber dem in Durchlaßrichtung ohnehin stark zurücktritt, kann Gl. (8) auch im Sperrbereich als gültig angesehen werden. Solange also für R gilt

$$R = R_0 e^{-k u},$$

wird aus Gl. (10)

$$N_{\text{zweig}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{U_1^2 \cos^2 \Omega_1 t}{R_0 e^{-k U_1 \cos \Omega_1 t}} d(\Omega_1 t). \quad (11)$$

Das Integral läßt sich offensichtlich auch mit den Grenzen 0 und π schreiben:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi}$$

so daß die ganze Modulationsleistung wird:

$$N_1 = \frac{2 U_1^2}{\pi R_0} \int_0^{\pi} \cos^2 \Omega_1 t e^{k U_1 \cos \Omega_1 t} d(\Omega_1 t)$$

oder

$$N_1 = \frac{2 U_1^2}{\pi R_0} \left[\int_0^{\pi} \cos 2\Omega_1 t e^{k U_1 \cos \Omega_1 t} d(\Omega_1 t) + \int_0^{\pi} e^{k U_1 \cos \Omega_1 t} d(\Omega_1 t) \right].$$

Unter Benutzung von

$$J_n(z) = \frac{i^{-n}}{\pi} \int_0^\pi e^{iz \cos \varphi} \cos n \varphi d\varphi \quad (12)$$

mit $z = -ikU_1$ erhält man [15]

$$N_1 = \frac{2U_1^2}{R_0} [J_0(ikU_1) - J_1(ikU_1)]. \quad (13)$$

Dieser mittleren Wirkleistung bei sinusförmiger Spannung entspricht ein scheinbarer Eingangswiderstand R_s , der mit einem Effektivwerte anzeigenden Strommesser aus einer Stromspannungsmessung ermittelt werden kann. Der Wert R_s ist aus Gl. (13)

$$R_s(U_1) = \frac{R_0}{2[J_0(ikU_1) - J_1(ikU_1)]}.$$

Bei starker Aussteuerung ($k \cdot U_1 \gg 10$) gilt übrigens die Näherung

$$\lim_{kU_1 \rightarrow \infty} J_0(ikU_1) = -\lim_{kU_1 \rightarrow \infty} J_2(ikU_1) = \frac{e^{kU_1}}{\sqrt{2\pi k U_1}}; \quad (14)$$

damit ist im Grenzfall

$$\frac{R_s}{R_0} = \sqrt{\frac{\pi k U_1}{8}} e^{-kU_1}. \quad (15)$$

In Bild 6 ist die auf 1 cm² Zellenfläche bezogene Steuerleistung der Scheiben aufgetragen, deren Kennlinie in Bild 4 dargestellt war. Gleichzeitig ist über U_1 der Wert

$$N = 2U_1^2/R_D \quad (16)$$

eingezeichnet, der dem Grenzwert R_D entspricht, dem R nach Bild 4 bei großer positiver Aussteuerung zustrebt.

Die nach Gl. (13) und (16) errechneten Werte der Steuerleistung sind in Bild 6 gestrichelt aufgetragen; die näherungsweise eingezeichnete starke Kurve gestattet mit genügender Genauigkeit diejenige maximale Spannung U_1 zu ermitteln, die bei Verwendung einer Schwingröhre mit gegebener Leistung dem Modulator zugeführt werden kann, sobald über die (zunächst willkürliche) Aufspaltung der Leistung in die Faktoren Spannung und Widerstand verfügt worden ist.

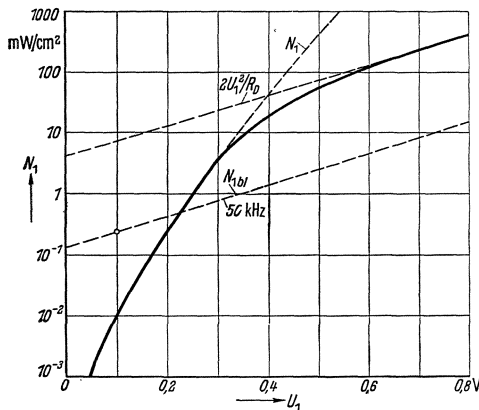


Bild 6. Steuerleistung, bezogen auf 1 cm².
 U_1 Amplitude der Steuerspannung.

Dann liegt nach den Ausführungen im vorigen Abschnitt auch das zulässige U_2 und die Niederfrequenzspannung fest, die bei einer gegebenen Schwingröhre entnehmbar ist. Es sei daran erinnert, daß momentan größere Leistungen aufgebracht werden müssen, wodurch die Schwingröhre augenblickweise stärker belastet wird. Dem wirkt meist die sich dann einstellende Verzerrung der Spannungskurve zu rechteckähnlichem Verlauf entgegen, was nach dem Obengesagten im Hinblick auf die Verzerrungen im Modulator nicht ungünstig ist. Die Auswirkungen des Modulators als Belastung für den Sender werden noch in Abschnitt C zu streifen sein. Bei Kupferoxydulmodulatoren ist übrigens zu berücksichtigen, daß die Kapazität der Zellen Blindleistung erfordert. Diese ist für den ganzen Modulator, wenn man je Zweig

$C = 15 \text{ nF/cm}^2$ annimmt:

$$N_{1 \text{ blind}} = 8\pi U_1^2 \cdot f \cdot C \approx 4 \cdot 10^{-4} \left(\frac{U_1}{\text{V}}\right)^2 \cdot \frac{f}{\text{kHz}} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}. \quad (17)$$

Sie ist für 50 kHz ebenfalls in Bild 6 eingezeichnet. Bei dieser Frequenz ist die Blindleistung demnach klein gegenüber der Wirkleistung, wenn die Aussteuerung größer als 0,3 V ist. Für die Leistung der Röhre kommt sie jedoch überhaupt nur im Fall „aperiodischer“ Ankopplung in Betracht.

4. Innerer Widerstand und Amplitudengang.

Bevor wir die theoretische Höchstleistung des Summers festlegen können, ist die Kenntnis seines inneren Widerstandes sowie der günstigsten Anpassung notwendig. Der innere Widerstand für die Niederfrequenzseite setzt sich offensichtlich aus einem festen Bestandteil, nämlich dem übersetzten inneren Widerstand $4 R_{i2}$ des Generators U_2 , und einem weiteren Anteil zusammen, der vom Modulator herührt. Der letztere ist von der Steuerspannung abhängig; man kann ihm dabei keinen bestimmten Wert im Sinne der Definition des „inneren Widerstandes“ bei linearen und fast-linearen Leitern zuschreiben. Anstatt etwa mit Momentanwerten zu rechnen, erweist es sich für qualitative Betrachtungen als vorteilhaft, auch hier ähnlich wie bei der Ermittlung der Steuerleistung einen Mittelwert r_s für den Widerstand einzuführen, der dem Integralwert für R_s aus dem vorigen Abschnitt nachgebildet ist. Die Berechtigung zu diesem Verfahren läßt sich aus der Betrachtung der Leistungen vor und hinter dem als Frequenzwandler wirkenden Umpoler ableiten. Unter der Voraussetzung, daß die über eine Steuerfrequenzperiode gemittelte „Verlustleistung“ im Modulator klein sei gegenüber der vom Sender 2 an R_e abgegebenen, erscheint der Hauptanteil der letzteren in den beiden Frequenzen $\Omega_1 \pm \Omega_2$, deren Amplituden dann über r_s in einen „quasilinearen“ Zusammenhang mit u_2 gebracht werden dürfen.

Bei exakter Rechnung hätte man r_s auf Grund der Brücken- bzw. Differential-schaltung zu ermitteln, wobei die einzelnen Elemente fremdgesteuerte Widerstände sind und dem Strom der Frequenz Ω_2 ihren differentiellen Widerstand $r = du/di$ entgegensetzen. Unter Vernachlässigung der Zeiten mit kleiner Steuerspannung, die zum Mittelwert wenig beitragen, genügt es, als Widerstand nur den der aus-gesteuerten Zweige zu betrachten, eine Näherung, die bei $U_1 = 50 \text{ mV}$ um etwa 10% fehlerhaft ist und mit wachsender Aussteuerung besser wird. Mit

$$i = \frac{u}{R_0} e^{ku}$$

wird der differentielle Widerstand

$$r(u_1) = \frac{du}{di} = \frac{u_1}{R_0} e^{ku_1} \frac{1}{1 + k u_1} = \frac{R(u_1)}{1 + k u_1}, \quad (18)$$

und mit diesem Wert übersetzt er sich auch auf die Niederfrequenzseite. Die Ermittlung des Integralwertes

$$r_s = \frac{4 R_0}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \Omega_1 t e^{k U_1 \cos \Omega_1 t} (1 + k U_1 \cos \Omega_1 t) d(\Omega_1 t)$$

führt in Analogie zum vorigen Abschnitt auf die Gleichung

$$\frac{R_0}{r_s} = 2 J_0(i k U_1) - 3 k U_1 i J_2(i k U_1) - 2 J_2(i k U_1) + k U_1 i J_3(i k U_1) \quad (19)$$

und auf einen Wert r_s , der rund $(1 + k \cdot U_1)$ mal kleiner ist als R_s , wie das nach der Form der Gl. (8) und (18) zu erwarten war.

Mit Kenntnis dieses fiktiven Widerstandes r_s läßt sich nun die Amplitude der Niederfrequenzspannung an Hand eines einfachen Spannungsteilerschemas ermitteln

Mit $r_s = \eta R_0$ und $R_e = \xi \cdot R_0$ wird

$$\frac{\pi}{4} \cdot \frac{U_e}{U_2} = \frac{R_e}{R_e + r_s} = \frac{\xi}{\eta(U_1) + \xi}. \quad (20)$$

Bild 7 zeigt nun den Charakter der Kurven $U_e = f(U_1)$ für $\xi = 1, 1/10, 1/100$ und $1/1000$. Man sieht, daß im Kurzschluß die Abhängigkeit der Nutzspannung U_{NF} von der

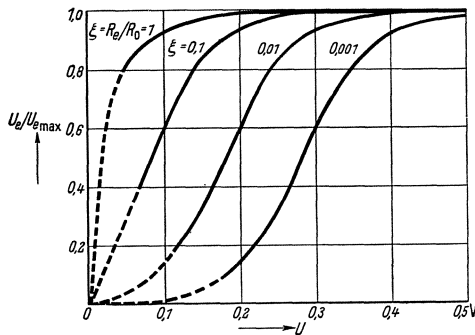


Bild 7. Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Steuerspannung.
 U_1 Amplitude der Steuerspannung.

Steuerspannung groß ist, U_{NF} jedoch mit wachsender Überanpassung im Bereich großer Aussteuerung praktisch unabhängig von der Steuerspannung wird. Letztere Betriebsweise ist daher die für den Schwebungssummer geeignete, da hier die Steueramplitude infolge der notwendigen Frequenzänderung grundsätzlich nicht konstant gehalten werden kann. Je tiefer die Hochfrequenz liegt, um so größer ist die relative Frequenzänderung und die zu erwartende Amplitudenschwankung; man muß mit $\pm 10\%$ rechnen. Liegt der Mittelwert der Steuerspannung fest, so ergibt sich nun an Hand der Kurven das Maß der Überanpassung, die erforderlich ist, damit die Niederfrequenzamplitude sich um nicht mehr als einen vorgegebenen Wert, etwa 1%, ändert. Praktisch wird der Wert für ξ zwischen $1/10$ und $1/100$ liegen.

5. Die theoretische Grenzleistung.

Die theoretische Grenzleistung, ausgedrückt als unverzerrte elektrische Ausgangsleistung der Frequenz ω , kann nunmehr wie folgt formuliert werden: Die vom Steuer-generator bei Anpassung abgebbare Hochfrequenzleistung betrage N_0 W. Im Idealfall könnte diese Leistung ganz als Steuerleistung an den Modulator abgegeben werden. Mittels der Fläche der Modulator-Gleichrichter ist, wie später noch auszuführen ist, die Aufspaltung dieser Leistung in die Faktoren Strom und Spannung durchzuführen. Ist die Wahl getroffen, so liegen nunmehr die vorher definierten scheinbaren Widerstände R_s und r_s sowie die (sinusförmige) Steuerspannung U_1 fest. Mit $U_2 = \frac{1}{4} U_1$ ergibt sich die Niederfrequenz-EMK zu $U_{NF} = U_1/\pi$ an einem inneren Widerstand, der etwa $4R_{i2} + r_s$ ist. Die unverzerrte Niederfrequenzleistung, die mit konstanter Amplitude abgegeben werden kann, ist daher

$$N_{NF} = \frac{U_1^2}{\pi} \frac{R_e}{(R_e + 4R_{i2} + r_s)^2}. \quad (22)$$

R_e ist dabei nach den Gesichtspunkten des vorigen Abschnittes gewählt und wird im allgemeinen groß gegen $4R_{i2} + r_s$ sein, so daß sich (22) nicht sehr von dem Wert

$$N_{NFmax} = \frac{1}{\pi^2} \frac{U_1^2}{R_e} = \frac{1}{\pi^2} \frac{R_s}{R_e} N_0 \quad (23)$$

unterscheidet. Dies ist der größte theoretisch denkbare Wert der Ausgangsleistung

Ein Beispiel möge die Verhältnisse zahlenmäßig veranschaulichen. Verfügbare Generatorleistung sei 100 mW, die Steuerspannung $0,7 V_{sp}$. Dann dürften die Modulatorgleichrichter mit 2 cm^2 -Cu₂O-Scheiben ausgeführt werden, deren $R_0 = 3000 \Omega$ ist. Es sei $\xi = 1/100$ ermittelt worden, so daß $R_e = 30 \Omega$ ist.

$R_s = U_{1\text{eff}}^2/N_0$ ist $2,5 \Omega$, daher wird

$$N_{NF\text{max}} = \frac{1}{\pi^2} \frac{2,5}{30} \cdot 0,1 = 0,7 \text{ mW}^1).$$

Dem sei gegenübergestellt, daß bei hochwertigen Summern mit ähnlichen Schwingröhren der praktisch erreichte Wert zur Zeit etwa 10^{-5} W beträgt. Im nächsten Abschnitt soll untersucht werden, durch welche Gesichtspunkte diese Abweichung von Gl. (23) begründet ist.

C. Die praktische Leistungsgrenze des Schwebungssummers.

1. Zur Dimensionierung des Modulators.

Die Aufspaltung der Steuerleistung des Modulators in Spannung und Widerstand wurde bisher als frei wählbar angenommen. In Wirklichkeit wird die Freiheit der Wahl teils durch den Modulator selbst, teils durch seine Anpassung an die Hoch- und Niederfrequenzseite beschränkt.

Die Spannungsbeanspruchung von Kupferoxydulzellen darf, wie bei allen Sperrschichtgleichrichtern, einen bestimmten Betrag nicht überschreiten, oberhalb dessen eine Zerstörung der Sperrschicht eintritt. Diese Grenze, die für die Spannungsbeanspruchung der sog. Leistungsgleichrichter maßgebend ist — und je nach Art zwischen 5 und 15 V je Schicht liegt —, darf bei Ringmodulatoren bei weitem nicht erreicht werden. Ausschlaggebend ist hier vielmehr diejenige Spannung, durch deren dauernde Einwirkung eben meßbare Veränderungen der Gleichrichterkennlinie hervorgerufen werden. Sie liegt erfahrungsgemäß bei „normal geglühtem“ Kupferoxydul bei einer Spannung, bei der nach Bild 4 ohnehin schon nahezu der Grenzwert R_d des Durchlaßwiderstandes erreicht wird.

Nach den Ausführungen des vorigen Abschnittes wird man andererseits an diese zulässige Grenze soweit wie möglich herangehen, so daß die Steuerspannung je Zelle damit praktisch festliegt. Die Leistung kann außer durch die Wahl der Fläche (Parallelschaltung) noch durch Hintereinanderschaltung von Zellen beeinflusst werden; so daß nunmehr Steuerleistung N_{1f} und Fläche F in eindeutigen Zusammenhang stehen:

$$N_{1f} = F \cdot N_1. \quad (24)$$

Einen weiteren Beitrag zur Dimensionierung des Modulators liefert die Anpassungsbedingung von der Niederfrequenzseite her gesehen. An sich wäre es denkbar, die als Übertrager ausgebildete NF-Drossel sekundärseitig unmittelbar auf das Gitter eines Rohres arbeiten zu lassen, und so den angestrebten Idealfall des leerlaufenden Modulators weitgehend zu verwirklichen. Das Rohr müßte jedoch so verzerrungsfrei arbeiten, daß durch die gleichzeitige Beaufschlagung des Gitters mit nieder- und hochfrequenten Komponenten ($\Omega_1 + \Omega_2$, usw.) keine Kombinationsfrequenzen

¹⁾ Die theoretisch mögliche Ausnutzung der HF-Leistung ist also recht gering; nach unseren obigen Ausführungen rührt dies in erster Linie von dem geforderten Höchstverhältnis 1:4 der Amplituden her, wodurch nur $1/16$ der Leistung ausnutzbar wird; die restlichen Verluste sind im wesentlichen auf unvermeidliche Anpassungsfehler zurückzuführen.

entstehen. Dies bedeutet entweder Überdimensionierung oder aber Verlust an Spannung, sei es im Übertrager, sei es durch linearisierende Gegenkopplung. Der übliche Weg ist daher die Aussiebung des „nützlichen“ NF-Bandes unmittelbar hinter dem Modulator durch einen Tiefpaß. Dessen Wellenwiderstand und damit das in Abschnitt B eingeführte R_e ist im wesentlichen durch die Rücksicht auf die darauffolgende frequenzunabhängige Hochübersetzung bestimmt. Bei einer Drosselkette (Bild 8) mit dem Wellenwiderstand Z und der Grenzfrequenz ω_0 ist

$$Z = \frac{2}{\omega_0 C_1}. \quad (25)$$

Nun liegt aber ω_0 sowie $C_2/2$ nahezu fest; ω_0 wird z. B. bei einem Summer mit der höchsten Niederfrequenz 20 kHz bei etwa 30 kHz liegen; $C_2/2$, im wesentlichen die

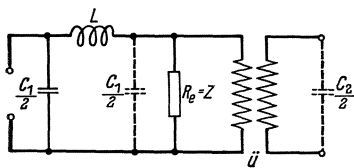


Bild 8. Drosselkette.

Kapazität der Sekundärwicklung und die Eingangskapazität des folgenden Rohres, liegt größenordnungsmäßig bei 10^{-10} F. Das größte erreichbare Z ist demnach für $C_1 = \dot{U}^2 C_2$:

$$Z_{\max} = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^{-10} \dot{U}^2} \approx \frac{5 \cdot 10^4}{\dot{U}^2} \Omega.$$

Es handelt sich also zur Erzielung einer möglichst hohen Spannungsübersetzung darum, niedrigen Wellenwiderstand für den Tiefpaß zu wählen; darauf ist dann R_0 und damit die Fläche der Gleichrichter nach den in Abschnitt B 4) gegebenen Gesichtspunkten zu bestimmen.

Diese galten allerdings nur unter der Voraussetzung, daß der Abschlußwiderstand R_e des Modulators für alle Frequenzen reell ist. Im anderen Fall können Reflexionen auftreten, die sich als Frequenzgang der Ausgangsspannung wie auch als zusätzliche Verzerrung auswirken können. Da normale Filter die Bedingung konstanten, reellen Eingangswiderstandes nur innerhalb gewisser Frequenzgrenzen erfüllen, kann man zwischen Modulator und Tiefpaß eine Entkopplung in Gestalt einer Ohmschen Dämpfung einfügen.

Dadurch wird zwar die nutzbare Spannung kleiner; im Hinblick auf den zwei Größenordnungen umfassenden Unterschied zwischen theoretischer und praktischer Leistung kann man jedoch sagen, daß durch die praktischen Bedingungen auf der Niederfrequenzseite keine nennenswerten Verluste an Leistung gegenüber dem theoretisch erreichbaren Wert entstehen.

2. Zur Anpassung und Dimensionierung der HF-Sender.

Die Belastung, die die Modulatorschaltung für die beiden HF-Sender darstellt, ist verschieden; und zwar wird stets die „Steuerleistung“ die Leistung des schwachen Senders weit überwiegen. Wollte man im Grenzfall, gemäß den Annahmen im theoretischen Teil, durch Anpassung an den Steuersender dessen ganze Röhrenleistung im Modulator nutzbar machen, so würde der Sender Ω_2 also nahezu leerlaufen.

Nun ist eine der wichtigsten Voraussetzungen für die Brauchbarkeit eines Summers die Konstanz seiner Frequenz (siehe Zahlentafel 1) und ihre Unabhängigkeit von Schwankungen der Speisespannungen. Unter anderen bekannten Mitteln trägt möglichst gleichartiger Aufbau beider Sender erheblich zur Frequenzstabilität bei; erfahrungsgemäß ist die Differenz der Frequenzschwankungen beider Sender bei einem richtig gebauten Schwebungsummer um eine halbe Größenordnung kleiner als die Schwankung jedes Senders [1]. Der nächstliegende und auch beschrittene Weg

ist demnach, auch den Steuersender durch die Wahl der Anpassung so schwach zu belasten, daß praktisch beide Sender leerlaufen. Dadurch arbeiten zwar beide Sender unter gleichen Bedingungen; aber die Ausnutzung der Senderleistung ist naturgemäß schlecht (rund 50 % der bei Anpassung möglichen Leistung). Die Stabilisierung der Frequenz gegen Netzspannungsschwankungen ist für den Schwebungssummer ein Problem von besonderer Bedeutung. Die zu seiner Lösung vorgeschlagenen und angewandten Mittel unterscheiden sich jedoch nicht von den auch bei anderen Sendern gebrauchten, so daß sich ein näheres Eingehen darauf hier erübrigt. Es sei nur erwähnt, daß bei diesen Schaltungen entweder ein beträchtlicher Leistungsverlust (wie durch den Stabilisierungswiderstand R_r , der in der Schaltung Bild 1 einen Verlust an Sendeleistung von 80 ··· 90 % hervorrufen kann) oder Mehraufwand (mindestens 1 hochwertiger Übertrager je Schwingstufe) in Kauf genommen werden muß. Indessen ermöglichen Senderschaltungen, wie sie in den letzten Jahren angegeben worden sind [10], [13], und die im wesentlichen phasenreine Rückkopplung teils durch Kompensation, teils durch Gegenkopplung bezwecken, mit einfachen Mitteln eine Frequenzstabilisierung der Hochfrequenz auf etwa $\pm 10^{-5}$ bei den praktisch auftretenden Schwankungen der Speisespannung. Damit wäre z. B. bei 50 kHz Hochfrequenz die größtmögliche Frequenzschwankung noch 1 Hz, die damit innerhalb der üblichen Toleranzen läge. Zwar sind solche Schaltungen bisher vorwiegend in Verbindung mit linearen Belastungswiderständen angewandt worden; die Überlegung zeigt jedoch in Übereinstimmung mit der Erfahrung bei Trägerstromsystemen, daß die Nichtlinearität der Belastung an sich grundsätzlich keine neuen Schwierigkeiten bietet. Es ist nur notwendig, durch Verlegung des Schwingkreises in den Gitterkreis und gute Entkopplung vom Anodenstrom für Sinusform der Gitterspannung Sorge zu tragen, da bekanntlich Verzerrung und Frequenzkonstanz eng miteinander verbunden sind [11]. Diese Gesichtspunkte werden vermutlich in Zukunft die Dimensionierung der Schwebungssummer stark beeinflussen.

Bei Kupferoxydulgleichrichtern als Belastung eines Senders tritt jedoch ein weiterer Gesichtspunkt hinzu, nämlich die Temperaturabhängigkeit seiner Eigenschaften. Messungen ergaben für R_0 (kleine Aussteuerung) einen Temperaturkoeffizienten $\alpha_{R_0} = -5 \cdot 10^{-2} \text{ grad}^{-1}$; derjenige des parallelgeschaltet gedachten C ist zwischen 10 und 35 °C: $\alpha_C = 7 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$. Für große Aussteuerung verschieben sich die Verhältnisse etwas, aber für das folgende nicht wesentlich.

Liegt der Modulator als Belastung parallel zum Schwingkreis, wie z. B. im Schaltbild 1, so geht mindestens die Temperaturabhängigkeit der Kapazität unmittelbar in die Frequenz des Senders ein, und zwar nur beim belasteten Sender (der Einfluß der temperaturabhängigen Ohmschen Komponente kann durch die angedeuteten Maßnahmen beseitigt werden). Soll die Temperaturabhängigkeit der Frequenz nicht größer als $\alpha_f = 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$ sein, so darf das Verhältnis der Modulatorkapazität C_s zur übersetzten Kapazität C des Schwingkreises nicht kleiner sein als

$$\frac{C}{C_s} = \frac{\alpha_C}{2\alpha_f} = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-5}} = 350. \quad (26)$$

Da nun andererseits das Verhältnis der vom Modulator aufgenommenen Blindleistung zur Wirkleistung laut Bild 6 festliegt, existiert bei gegebenem Ω_1 eine Grenze für die Belastung des Schwingkreises:

$$R_{\text{Bel}} \geq R_s \frac{C_s}{C} \frac{\alpha_C}{2\alpha_f} \quad (27)$$

Praktisch ist der kleinste nach (27) zulässige Wert von R_{Bel} erheblich niedriger als der Resonanzwiderstand $R_{\text{res}} = L/R_L C$ des Schwingkreises, so daß ein Verlust an Wirkleistung durch Überanpassung des Modulators nicht einzutreten braucht.

Aufmerksamkeit erfordert die Bedingung, daß die Frequenz des Summers gegen äußere Einflüsse (Röhrenwechsel, Schwankungen der Netzspannung) unempfindlich sein muß. Die möglichen Schwankungen in den Röhrenkapazitäten dürfen also — ähnlich wie beim Modulator ausgeführt — nur einen bestimmten Bruchteil der Schwingkreiskapazität ausmachen.

3. Die Unsymmetrie des Ringmodulators.

Die Wirkungsweise des Ringmodulators wird wesentlich beeinträchtigt durch die Unsymmetrie der Zweige.

Es liegt in der Natur der Sperrschichtgleichrichter, daß Elemente mit absolut gleichen elektrischen Eigenschaften sich schwer in großen Mengen fabrikmäßig herstellen lassen. Man schaltet daher aus einer großen Zahl von Zellen nur solche zu einem Ringmodulator zusammen, deren Kennlinien nach vorheriger Messung in einem bestimmten Toleranzbereich liegen. Dessen Breite ergibt sich aus wirtschaftlichen Überlegungen. Die so erzielbare Gleichheit der Brücken Zweige untereinander genügt im allgemeinen nicht, um die in Abschnitt B vorausgesetzte hoch- und niederfrequenzseitige Entkopplung der Spannungen zu gewährleisten. Wie aus dem Schaltbild 1 hervorgeht, können bei Unsymmetrie vor allem die Hochfrequenzspannungen U_1 und U_2 am Eingang des Tiefpasses auftreten. Da man bei vielen Anwendungen verlangen muß, daß die hochfrequente Störspannung mindestens 7 N unter der Meßspannung liegt, bedeutet dieser Umstand erhöhten Aufwand für den Tiefpaß. Außerdem bringt, wenn man nicht die beiden Sender durch zwischengeschaltete Röhren entkoppelt, ihre Kopplung über den Modulator niederfrequente Verzerrungen mit sich. Da eine Klarstellung des Mechanismus dieser beiden Erscheinungen für den Bau hochwertiger Klein-Schwebungssummer nicht ohne Bedeutung ist, soll darauf im folgenden näher eingegangen werden.

a) Berechnung der Unsymmetriespannung.

Um die geringe Unsymmetrie, die bei ausgesuchten Ringmodulatoren noch verbleiben kann, überhaupt rechnerisch erfassen zu können, mußte zunächst festgestellt

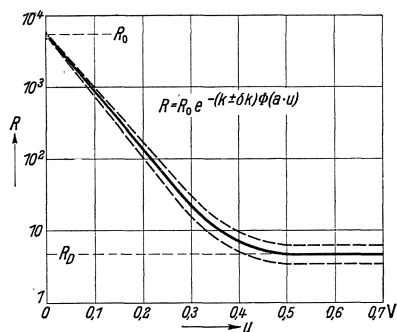


Bild 9. Gleichrichterkennlinie mit Toleranzbereich.

werden, welcher Art die Abweichungen der einzelnen Gleichrichterkennlinien untereinander in der Regel sind. Zu diesem Zweck wurden die Gleichrichter von 100 Modulatoren, die aus verschiedenen Fabrikationsserien stammten, auf Grund genauer Kennlinienmessungen bei konstanter Temperatur statistisch untersucht. Es ergab sich, daß im Durchschnitt die Kennlinien der in einem Modulator zusammengeschalteten Gleichrichter sowohl eine Drehung als eine Parallelverschiebung aufweisen. Um die Rechnung nicht zu komplizieren, ist für das folgende nur eine Drehung um den Schnittpunkt mit der Achse $u = 0$ angenommen. Durch diese Annahme wird die Unsymmetrie bei kleinen Aussteuerungen (siehe Bild 9) vernachlässigt; dies ist um so eher zulässig, als praktisch dort

die Unsymmetriespannungen ohnehin von geringem Interesse sind. Es gelingt im übrigen leicht, die Rechnung für diesen Zweck mit einer besseren Annäherung an die Gleichrichtercharakteristik durchzuführen als sie Gl. (8) darstellte; schreibt man

$$R = R_0 \cdot e^{-k \Phi(a \cdot u)}, \tag{28}$$

wo

$$\Phi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x^2} dx \tag{29}$$

das Gaußsche Fehlerintegral ist, so läßt sich damit auf einfache Weise das Umbiegen des R bei großen Aussteuerungen sowie das Konstantwerden der durchschnittlichen Widerstandsabweichungen erfassen. Für die Rechnung ist die Funktion Φ insofern bequem, als sie einschließlich ihrer Ableitungen tabelliert ist.

Betrachten wir zunächst die vom Steuergenerator herrührende Unsymmetriespannung, so läßt sich die vollständige Schaltung (Bild 1) zu dem in Bild 10 dargestellten Ersatzschema vereinfachen. Dabei sind u die beiden gleichen und gleichphasigen Hälften der Steuerspannung, R_2 und R_3 die in Durchlaßphase befindlichen nichtlinearen Widerstände des Modulators und \mathfrak{R}_1 der Brückenwiderstand, bestehend aus dem reellen, übersetzten Abschlußwiderstand $R_0/4$ in Reihe mit dem Innenwiderstand \mathfrak{R}_{i2} des Generators 2.

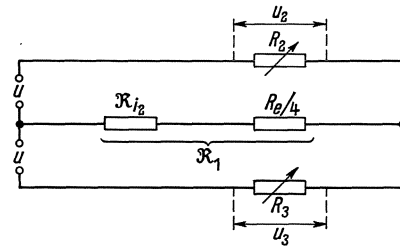


Bild 10. Ersatzschema für die Schaltung nach Bild 1.

Wie sich leicht auch allgemein zeigen läßt, ist eine solche Schaltung mit Cu_2O -Widerständen ein „symmetriestabiles“ Gebilde; d. h. eine Ungleichheit der Kennlinien R_2 und R_3 bewirkt eine solche Spannungsverteilung u_2, u_3 , daß die Ungleichheit der Widerstände von R_2 und R_3 und daher auch der daranliegenden Spannungen kleiner wird. Demnach ist die Anwendung einer stufenweisen Näherungsrechnung hier zweckmäßig; wir werden uns hier auf die erste Stufe beschränken.

Für Momentanwerte von u ist die Brückenspannung an \mathfrak{R}_1

$$\delta u = \frac{R_3 - R_2}{(R_2 + R_3) + \frac{R_2 R_3}{\mathfrak{R}_1}} \cdot u, \tag{30}$$

wobei wir

$$R_2 = R_0 e^{-k_2 \Phi(a u_2)} \quad \text{und} \quad R_3 = R_0 e^{-k_3 \Phi(a u_3)}$$

schreiben.

Es sei

$$k_2 = k + \delta k, \quad k_3 = k - \delta k,$$

$$u_2 = u - \delta u, \quad u_3 = u + \delta u.$$

So wird

$$R_{2,3} = R_0 e^{-(k \pm \delta k) \Phi(a u \mp \delta a u)}. \tag{31}$$

Einen Begriff über die Größenordnung der Konstanten soll folgendes Beispiel geben, das sich auf eine Messung an Scheiben mit 20 mm Durchmesser bezieht.

$$R_0 = 6000 \Omega \cdot \text{cm}^2,$$

$$k = 7,31,$$

$$k = 0,043, \text{ entsprechend einer größten Verschiedenheit von } 5\%,$$

$$a = 2,91 \text{ V}^{-1}.$$

Unter Vernachlässigung der Glieder zweiter Ordnung ergibt sich damit:

$$\frac{\delta u}{u} = \frac{\sin\{\delta k \cdot \Phi(au) - k \cdot \Phi'(au) \cdot \delta(au)\}}{\cos\{\delta k \cdot \Phi(au) - k \cdot \Phi'(au) \cdot \delta(au)\} + \frac{R_0}{2\Re_1} e^{-k\Phi(au)}}. \quad (32)$$

Für kleine δk kann diese Gleichung nach δu aufgelöst werden. Setzt man $u = A \sin x$, so liefert sie mit den Parametern R_1 und A verzerrte Sinuskurven, von denen einige in Bild 11 dargestellt sind. Für den Schwebungssummeer nähern sich diese Kurven fast immer dem Fall $R_1 \rightarrow \infty$; dann vereinfacht sich Gl. (32) zu

$$\frac{\delta u}{u} \approx \frac{\delta k \cdot \Phi(au)}{1 + k\Phi'(au)}, \quad (33)$$

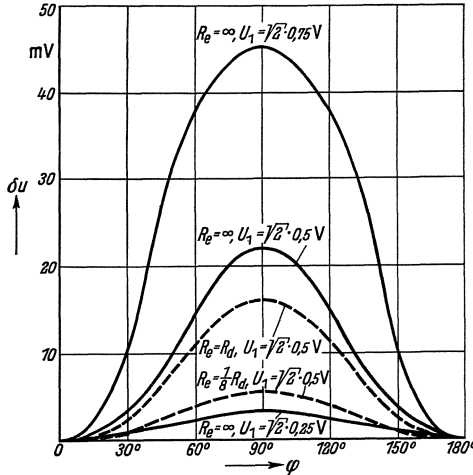


Bild 11. Brückenspannung.
 δu Brückenspannung; φ Phasenwinkel von u_1 .

die für große u natürlich dem Wert $\delta u/u = k$ zustrebt. Wie Bild 11 zeigt, formt die Brücke während einer Halbwelle die Steuerspannung in eine mehr oder weniger sinusförmige Brückenspannung der doppelten Frequenz um. Je nach der Verteilung der Unsymmetrie kann demnach die Spannung hinter dem Modulator in der nächsten Halbperiode entweder wieder ganz über oder ganz unter der 0-Achse liegen, d. h. sie kann vorwiegend die Frequenz Ω_1 oder $2\Omega_1$ enthalten. Letzterer Fall ist nur insofern von Interesse, als die Störspannung dann ganz über dem Filtereingang liegt, während \Re_{i2} , als Widerstand eines Parallelschwingungskreises, für

diese Frequenz sehr klein ist. Im anderen Grenzfalle jedoch, wo die Grundwelle die Frequenz Ω_1 hat, fällt auch über \Re_{i2} ein Teil der Spannung ab. Ist nämlich allgemein $f(t) = A(1 - \cos 2x)$, so ergibt die Fourier-Zerlegung für letzteren Fall

$$f(t) = \frac{1}{2} b_0 + \sum b_n \sin nx = A \left(\frac{16}{3\pi} \sin x - \frac{2}{3\pi} \sin 3x + \dots \right). \quad (34)$$

Die Amplitude A ist hier

$$A = \delta u_{\max} \frac{R_{i2}}{R_{i2} + \frac{R_e}{4}}, \quad (35)$$

und demnach ist im ungünstigsten Fall die Amplitude U_{12} der Frequenz Ω_1 am Schwingkreis des Senders 2 mit Gl. (34) gegeben durch

$$\frac{u_{12}}{u_2} = \frac{16}{3\pi} \delta k \frac{R_{i2}}{R_{i2} + R_e/4} \cdot \frac{u_1}{u_2}. \quad (36)$$

Die Sinusspannung u_{12} stellt für den Sender 2 eine Fremdspannung dar und hat bezüglich des Mitziehens und der Verzerrungen grundsätzlich die Wirkungen, die z. B. beim Mitnahmeempfang mittels Audion von H. G. Möller [8] und kürzlich auf graphischem Wege auch von U. Bab [12] behandelt worden sind. Beim Schwebungssummeer handelt es sich stets um kleine Fremdspannungen, und zwar um benachbarte, doch außerhalb des Mitnahmebereiches liegende Frequenzen. Das ermöglicht die Anwendung einer vereinfachten Theorie der niederfrequenten Kurvenverzerrung, die des praktischen Interesses halber gebracht werden soll.

b) Klirrfaktor und Unsymmetrie.

An Schwebungssummern, deren Oszillatoren sorgfältig gegeneinander geschirmt waren, wurde schon früher beobachtet, daß der Klirrfaktor der Ausgangsspannung mit abnehmender Differenzfrequenz anstieg. Es lag nahe, eine der Mitnahme verwandte Erscheinung zur Erklärung heranzuziehen, wobei die Kopplung in unserem Falle nur mehr im Modulator zu suchen sein kann. Die Kenntnis der Unsymmetriespannung macht diese Erscheinung der quantitativen Berechnung zugänglich.

So wie der Steuersender U_1 auf den anderen infolge der Unsymmetrie des Modulators rückwirkt, besteht natürlich umgekehrt eine Rückwirkung von U_2 auf den Sender U_1 , deren Berechnung ähnlich, diesmal unter Benutzung der differentiellen Widerstände im Modulator, vor sich geht. In praktischen Fällen sind die Verstimmungen der beiden Sender, die durch diese Rückwirkungen hervorgerufen werden, nicht gleich. Vielmehr läßt sich zahlenmäßig zeigen, daß der störende Einfluß des Steuersenders meist der ausschlaggebende ist. Zur Herausstellung des Wesentlichen wollen wir daher nur diesen Fall näher betrachten. Die in Gl. (36) berechnete Spannung u_{12} an der Koppelspule des Senders 2 addiert sich dort geometrisch zur Spannung u_2 ; mit gleichem Amplitudenverhältnis sind beide Spannungen auch am Gitter des Schwingrohres 2 vorhanden (u_{g2}). Von der dadurch hervorgerufenen Modulation kann wegen der Kleinheit der Fremdspannung der Anteil der Amplituden- und Frequenzmodulation getrennt betrachtet werden.

Hinsichtlich der Frequenzmodulation läßt sich folgendes sagen: Solange der Frequenzunterschied $\Omega_1 - \Omega_2$ und das Amplitudenverhältnis zur Mitnahme des Senders 2 nicht ausreichen, pendelt der resultierende Gitterspannungsvektor um den Winkel

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{u_{12} \sin(\Omega_1 - \Omega_2)t}{u_2 + u_{12} \cos(\Omega_1 - \Omega_2)t} \approx \frac{u_{12}}{u_2} \sin \omega t \quad (37)$$

hin und her und verursacht durch diese Vor- und Nacheilung eine Frequenzschwankung des Senders. Diese berechnet sich aus (37) gemäß der allgemeinen Phasenbedingung

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{1}{R_L} \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right) \quad (38)$$

zu

$$\Delta \Omega = \frac{R_L}{2L} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Omega}{2Q} \operatorname{tg} \varphi, \quad \left(Q = \frac{\Omega L}{R_L} = \text{„Gütefaktor“ der Spule} \right) \quad (39)$$

wo C , L und R_L die Schwingkreisdaten sind. Strenggenommen wird bekanntlich die Ortskurve der resultierenden Gitterspannung nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen; die Frequenzmodulation erfolgt somit nicht sinusförmig. Trotzdem wird das Wesentliche des Vorgangs wiedergegeben, wenn wir die modulierte Gitterspannung schreiben [9]:

$$u_{g2} = U_2 \cos \left[\Omega_2 t + \frac{\Delta \Omega_{\max}}{\omega} \sin \omega t \right]. \quad (40)$$

Hierin ist ω die Modulationsfrequenz und $\Delta \Omega_{\max}$ der „Modulationshub“; der Ausdruck $m = \frac{\Delta \Omega_{\max}}{\omega}$ entspricht etwa dem Modulationsgrad bei Amplitudenmodulation. Nun zeigt ein zahlenmäßiger Überschlag, daß im betrachteten Fall $m \ll 1$ sein wird; für kleine m können wir Glieder in m von höherer Ordnung als 2 vernachlässigen, so daß das Spektrum im wesentlichen wird:

$$\frac{u_{g2}}{u_2} = \cos \Omega_2 t - \frac{m}{2} \cos(\Omega_2 \mp \omega)t + \dots \quad (41)$$

Bei Unsymmetrie des Modulators ist also die (kleine) Spannung u_2 nicht rein sinusförmig, sondern enthält vor allem als oberes und unteres Seitenband die Frequenzen $\Omega_2 \pm \omega$. Davon fällt das obere mit Ω_1 zusammen und ist daher wirkungslos; das untere jedoch ergibt auf der NF-Seite die zweite Oberwelle der Frequenz ω . Die Ausgangsspannung ist bei unsymmetrischem Modulator daher mit einem Klirrfaktor k behaftet, der in erster Linie von der Niederfrequenz ω abhängt, und dessen Größe nach obigem ist:

$$k = \frac{m}{2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta \Omega_{\max}}{\omega} = \frac{1}{4q} \frac{\Omega}{\omega} \frac{u_{12}}{u_2}. \quad (42)$$

Ein Zahlenbeispiel möge über die Größe des Klirrfaktors Aufschluß geben. Mit billigen Hochfrequenzseisenpulven läßt sich bei 50 kHz etwa $\Omega/q = 10^4$ erzielen, bei 50 Hz Differenzfrequenz wird demnach

$$k_{50} = 8,3 \cdot \frac{U_{12}}{U_2}. \quad (43)$$

U_{12}/U_2 läßt sich aus Gl. (36) berechnen; es sei unter Annahme von $\pm 5\%$ Toleranz für die Scheiben und z. B. 10facher Überanpassung an R_{i2}

$$\frac{u_{12}}{u_2} = \frac{16}{3\pi} \cdot 0,09 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{U_1}{U_2} \approx 2,2 \cdot 10^{-3} \quad \text{bei} \quad \frac{U_1}{U_2} = 4.$$

Der Klirrfaktor bei 50 Hz wäre also unter diesen Bedingungen etwa 3,6% und entspräche bereits nicht mehr den höchsten Anforderungen.

Die Ergebnisse der Rechnung und die Richtigkeit der Theorie wurden auf verschiedenen Wegen nachgeprüft. Der Gang des Klirrfaktors mit $1/\omega$ läßt sich an Hand der Kurven Bild 12 nachweisen, die auf Grund einer Messung mit der Klirrfaktormeßbrücke von S & H aufgezeichnet sind.

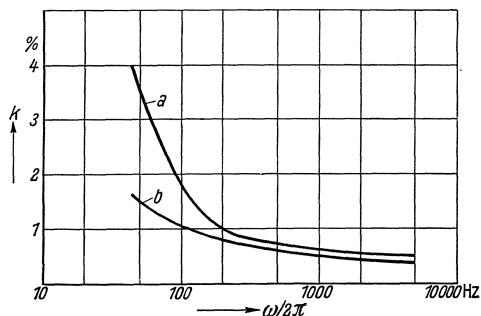


Bild 12. Klirrfaktor k in Abhängigkeit von der Frequenz $\omega/2\pi$.

Kurve *a* bezieht sich auf „normale“ Restspannung u_{12} . Bei Kurve *b* wurde sie durch Ankopplung des Senders U_2 über einen Spannungsteiler künstlich etwa auf die Hälfte verkleinert, wodurch allerdings die Ausgangsspannung und auch die im nachfolgenden Verstärker entstehende Klirrspaltung (frequenzunabhängiger Rest des Klirrfaktors!) kleiner wurde. Es wurde natürlich darauf geachtet, daß der Klirrfaktoranstieg nicht etwa durch Eisensättigung in Übertragern vorgetäuscht sein konnte.

Weiter ist der Zusammenhang zwischen Klirrfaktor und Breite des Mitnahmebereiches leicht experimentell nachprüfbar. Dazu mißt man zunächst den Klirrfaktor beispielsweise bei 50 Hz und verringert dann die Differenzfrequenz so weit, bis die beiden Sender „in Tritt fallen“ und die NF-Spannung verschwindet. Verstimmt man den frequenzveränderbaren Sender noch weiter, so kann man auch das Wiedereinsetzen der Schwebungen und mithin die Breite des Mitnahmebereiches feststellen. Diese ist aber bei konstanter Rückkopplung bekanntlich ein direktes Maß für das Verhältnis Fremdspannung zu Rückkopplungsspannung, wodurch die Richtigkeit der Gl. (42) geprüft werden kann. — Da bei normalen Summern die Mitnahmebreite weit unterhalb 1 Hz ist, wurde für diesen Versuch ein Modulator mit besonders schlechter Symmetrie ausgesucht. Der Eintritt der Mitnahme wurde mit

Hilfe eines Braunschens Rohres festgestellt, an dessen Plattenpaaren die (verstärkten) beiden Spannungen u_1 und u_2 angeschlossen waren. Die „Fremdspannung“ u_{12} wurde wie vorher durch Einfügung eines Spannungsteilers geändert und wurde bei ausgeschaltetem Sender 2 direkt an dessen Ankopplungsspule gemessen. Das Ergebnis ist in Zahlentafel 2 wiedergegeben; es bestätigt die Theorie befriedigend innerhalb der Meßgenauigkeit. Die Breite des Mitnahmebereichs wurde dabei übrigens etwas größer gefunden, wenn die Messung von dessen Mitte aus erfolgte, als wenn man sich von außerhalb näherte.

Zahlentafel 2. Fremdspannung, Klirrfaktor und Breite des Mitnahmebereiches ($U_2 = 246 \text{ mV}$; $\Omega_2 = 56 \text{ kHz}$).

Ausgangsspannung u_e mV	Fremdspannung u_{12} mV	Klirrfaktor bei 50 kHz K 50 %	Mittlere Breite des Mitnahmebereichs
50	0,58	0,80	1,8
100	0,98	1,25	3,5
150	1,47	2,0	4,3
200	2,05	3,0	8,5
250	3,22	5,4	11,0

4. Maßnahmen zur Entkopplung; Wahl der Frequenzen.

Die ansteigende Verzerrung der Ausgangsspannung nach tiefen Frequenzen zu ist um so unerwünschter, als eine nachträgliche Aussiebung gerade in diesem Frequenzbereich große und daher teure Filter erfordert. Es ist daher selbstverständlich, daß man zunächst schon durch statische Schirmung, zweckentsprechende Bemessung der Anodensiebmittel usw. dafür sorgt, daß außer der Spannung u_{12} unkontrollierbare Koppelspannungen nicht auftreten. Wäre letzteres auch bei Mehrgitterröhren durchführbar, so stände der Vereinigung beider Oszillatoren in einer Röhre nichts im Wege. Wie die Durchrechnung zeigt, ist dieser häufig vorgeschlagene Gedanke beim heutigen Stande der Röhrentechnik höchstens für Summer empfehlenswert, an deren elektrische Eigenschaften nur mäßige Anforderungen gestellt werden.

Wege zur Verringerung von u_{12} ergeben sich aus Gl. (36). Nimmt man R_e als durch andere Überlegungen gegeben an, so sinkt offenbar das Verhältnis u_{12}/u_2 schnell, wenn die Zahl der Koppelwindungen n auf der Senderspule 2 vermindert wird; denn damit nimmt zwar U_2 proportional n , R_{i2} jedoch mit n^2 ab. Der Nachteil ist, daß auch die Ausgangsleistung nahezu mit $1/n^2$ abnimmt. Anlässlich der Versuche ist ein anderer Weg erwähnt worden, nämlich die Ankopplung der Modulatorschaltung an den Sender 2 über einen Spannungsteiler. Auch diese Methode bedingt, wenn sie nicht mit erheblicher Erhöhung des inneren Widerstandes R_{i2} verbunden sein soll, eine gleichzeitige Herabsetzung der am Modulator wirksamen Spannung U_2 und somit einen Verlust gegenüber der bei höheren Frequenzen verzerrungsarm verfügbaren Leistung. Ähnlich unvorteilhaft ist nach den Ausführungen des Abschnittes C 1 übergroße Bemessung des Wellenwiderstandes Z . Der günstigste Weg wäre die Erhöhung der Modulatorsymmetrie durch künstliche Mittel, von denen verschiedene bei

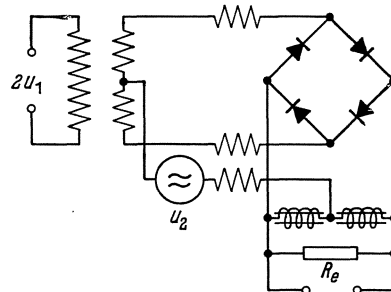


Bild 13. Schaltung zur Erhöhung der Modulatorsymmetrie.

Trägerstromsystemen mit Erfolg benutzt werden. Ein in Bild 13 skizziertes Verfahren scheint für den Schwebungssummer besonders vorteilhaft zu sein, da es die Unsymmetrie des Modulators auch bei ungleichmäßigen zeitlichen Änderungen der Gleichrichter selbsttätig ausgleicht. Eine als Ausgleichübertrager geschaltete Spule übersetzt die Differenz der Steuerströme derart auf die Spule des Senders 2, daß die dort auftretende Restspannung $u_{1,2}$ kompensiert wird. Die mitgekoppelte Spannung der Frequenz Ω_2 wirkt als positive oder negative Rückkopplung und ist für den Betrieb des Senders 2 ohne Bedeutung.

Laut Formel (42) ist eine weitere Möglichkeit, den Einfluß der gegenseitigen Kopplung zu verringern, in der Wahl der festen Frequenz Ω_2 gegeben. Da deren Festsetzung noch von anderen, den Bau des Summers wesentlich bestimmenden Faktoren abhängt, sei hierauf noch kurz eingegangen.

Für die Wahl einer möglichst hohen Trägerfrequenz (bei einer festliegenden höchsten Ausgangsfrequenz von z. B. 10 kHz) sprechen drei Gesichtspunkte, die man auch vielfach in der Literatur angegeben findet [1], [4].

a) Kleine relative Änderungen der Frequenz Ω_1 ergeben kleine Amplitudenschwankungen von U_1 ;

b) die Trennung der hoch- und niederfrequenten Modulationsprodukte hinter dem Modulator ist leichter;

c) bei logarithmischer Skalenteilung (siehe Zahlentafel 1) wird der Frequenzdrehkondensator kleiner.

Dem stehen zwei Gesichtspunkte gegenüber, die eine möglichst niedrige Frequenz Ω_2 befürworten:

d) die Frequenzstabilität wächst umgekehrt mit Ω_2 ;

e) die Verzerrungen infolge unerwünschter Kopplungen werden kleiner.

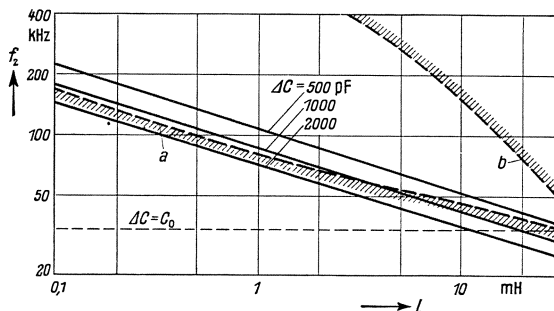


Bild 14. Zur Dimensionierung der Schwingkreise.
a) Ausführbarkeitsgrenze für Drehkondensatoren; b) Grenze für HF-Eisenspulen.

Unter Bezugnahme auf die Ausführungen in Abschnitt B 4 und C 1 können wir zu Punkt a) bemerken, daß Schwankungen der Steuerspannung durch geeignete Bemessung des Ringmodulators unschädlich gemacht werden können.

Punkt c) ist einer strengeren Rechnung zugänglich, von der hier nur das Ergebnis an Hand zweier Diagramme angedeutet sei. Bild 14 zeigt zunächst den Zusammenhang zwischen der Frequenz f_2 des festen Senders, der Induktivität L und den veränderbaren Teil ΔC der Kapazität $C = C_0 + \Delta C$ für eine größte Differenzfrequenz von $f_{\max} = 10000 - 100 = 9900$ Hz nach der Gleichung

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 \Delta C} \left[\frac{1}{(f_2 - f_{\max})^2} - \frac{1}{f_2^2} \right]. \quad (44)$$

Betrachtet man die Linie $\Delta C = C_0$ als die obere Grenze für ΔC in Rücksicht auf die Amplitudenschwankung, so ergibt sich als tiefste überhaupt erreichbare Frequenz $\Omega_2 = 34$ kHz. Andererseits ist die Anwendungsgrenze von HF-Eisenspulen auf Grund deren Eigenkapazität eingezeichnet. Daraus ergibt sich, daß zu tiefen Frequenzen Drehkondensatoren gehören, deren ΔC in der Größenordnung 1000 pF und höher liegt.

Zur Untersuchung der Ausführbarkeit solcher Kondensatoren sind nun in Bild 15 die Größenverhältnisse unter der Voraussetzung aufgetragen, daß die Frequenzfolge auf der Kondensatorskala zwischen 100 und 10000 Hz logarithmisch sei (siehe auch Zahlentafel 1):

$$f = 100 \cdot e^{k\alpha} \quad \left(k = \frac{1}{\alpha_{\max}} \ln 100; \quad \alpha = \text{Drehwinkel} \right). \quad (45)$$

Als Ordinate ist der größte Plattenhalbmesser r_{\max} eines „Bezugskondensators“ gewählt, der nur aus 1 Rotor- und 2 Statorplatten besteht. In Wirklichkeit wird man statt dessen natürlich stets einen n -Plattenrotor ausführen; aber dessen Volumen, gegeben durch den Plattenhalbmesser ρ und die Rotorbaulänge $c \cdot n$, ist wegen der Beziehung

$$r_{\max}^2 = \rho^2 (n - 1) \quad (46)$$

eindeutig durch r_{\max} gekennzeichnet. Der Kurvenschar in Bild 15 sind Zahlenwerte zugrunde gelegt, die der Praxis entsprechen. Die Ausführbarkeitsgrenze liegt — im wesentlichen gegeben durch die Einhaltbarkeit der Toleranzen — bei etwa $r_{\max} = 40$ cm. Man sieht, daß die obere Grenze von ΔC bei logarithmischen Präzisionskondensatoren etwa bei 1000 pF liegt (im Gegensatz etwa zu Kreisplattenkondensatoren), und daß dem eine Frequenz von etwa 70 kHz entspricht. Will man zu tieferen Frequenzen übergehen, so muß man kleinere C und damit größeren Einfluß konstanzvermindernder Störkapazitäten in Kauf nehmen.

Die absolute Frequenzgrenze nach unten ist nach alledem jedoch nicht durch die Kondensatorenfrage gesetzt, sondern praktisch durch den oben angeführten Gesichtspunkt b). Wir wollen hierauf theoretisch nicht näher eingehen; die Praxis zeigt, daß z. B. für einen Summer, dessen höchste Ausgangsfrequenz durch Umschalten von Ω_2 auf 20 kHz eingestellt werden kann (siehe Bild 1), wegen des letzterwähnten Gesichtspunktes die feste Frequenz Ω_2 nicht unterhalb 50 kHz gewählt werden sollte. Damit liegt für den Summer nicht nur die Dimensionierung des hochfrequenten Teiles, sondern auch die Frequenzstabilität und die Verzerrung bei tiefen Frequenzen fest.

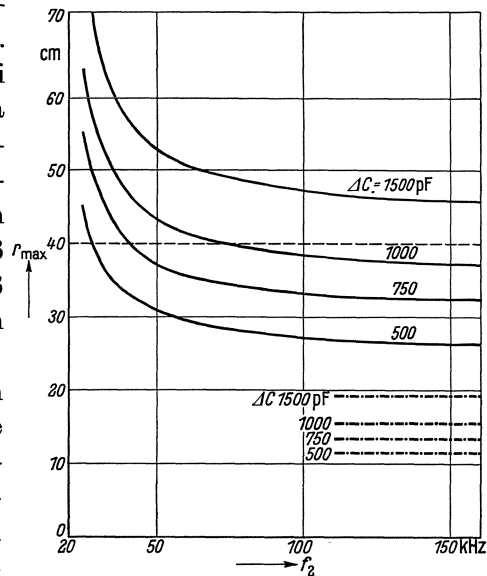


Bild 15. Zur Dimensionierung von Drehkondensatoren für Schwebungssummer mit logarithmischer Frequenzskala.

..... Ausführbarkeitsgrenze; - - - - - Zum Vergleich: Kreisplatten-Kondensatoren; r_{\max} Plattenhalbmesser des Bezugskondensators; Plattenabstand 0,7 mm; Plattenstärke 0,5 mm; Höchste Frequenz 10 000 Hz; Drehwinkel 170°.

5. Dimensionierung der Spulen.

Die Bemessung der Spulen bietet beim Schwebungssummer kaum Probleme, die nicht auch bei zahlreichen anderen Schaltungen aufgetreten und gelöst worden wären. Die Schwingspulen sollten nach Möglichkeit temperaturunabhängig sein; zumindest darf der Temperaturgang ihrer Induktivität sich auch nach vielen Temperaturzyklen nicht ändern, damit die verbleibende Induktivitätsänderung beim einen Sender durch den Temperaturgang seiner Kapazität oder aber gegen die des

anderen Senders kompensiert werden kann. Höchste Verlustfreiheit ist nicht erforderlich, so daß die Kosten dieser Spulen gering werden können.

Die von hoch- und niederfrequenten Strömen durchflossene Drossel D muß so berechnet sein, daß einerseits durch ihre Querinduktivität bei der tiefsten Niederfrequenz kein Spannungsabfall eintritt; andererseits muß der Widerstand der Streuinduktivität zwischen ihren Wicklungshälften bei Ω_2 klein gegen R_e sein, da dieser in Verbindung mit dem nichtlinearen Modulationswiderstand Verzerrungen der Spannung U_2 begünstigt. Außerdem muß die Symmetrie dieser Drossel — wie auch die der Senderspule 1 — groß gegenüber der Symmetrie des Modulators sein. Daher wird die Drossel D am besten mit einer Spezialwicklung ausgeführt, wie sie z. B. bei Viererabschluß- und anderen Ausgleichsübertragern bekannt ist. Es sei erwähnt, daß diese Drossel und ebenso der Ausgangsübertrager besonders empfindlich gegen magnetische Beeinflussung seitens des Netzspannungsübertragers sind und dementsprechend montiert bzw. durch Schirmung geschützt werden müssen.

6. Praktische Regeln für den Entwurf von Schwebungssummern.

Nachdem die Wirkungsweise des Summers und die Bemessung der einzelnen Teile im Zusammenhang mit der Theorie erläutert sind, seien abschließend in Form praktischer Regeln die Folgerungen zusammengefaßt, welche sich aus den einzelnen elektrischen Forderungen ableiten ließen. Sie beziehen sich in erster Linie auf einen Summer, der aus zwei getrennten Schwingröhren und einem an die Schwingkreise direkt gekoppelten Ringmodulator besteht (Bild 1).

a) Die Frequenzstabilität erfordert gleichen elektrischen und mechanischen Aufbau der beiden Schwingungskreise, deren Frequenz so niedrig wie möglich (das 2...3fache der höchsten Ausgangsfrequenz) zu wählen ist und durch besondere Schaltmittel möglichst unabhängig von Netzspannungsschwankungen, Röhrenwechsel und Temperaturänderungen gehalten wird. Die Temperaturabhängigkeit des Modulators bei Cu_2O erfordert etwa 350fache Überanpassung der Gleichrichterkapazität in bezug auf die des Steuersender-Schwingkreises.

b) Die praktisch erreichbare Ausgangsleistung bleibt, hauptsächlich infolge der erwähnten geringen Ausnutzung der Hochfrequenzleistung, hinter dem theoretischen Höchstwert von etwa 1% der Röhrenleistung zurück. Wesentlich im Hinblick auf die Spannungsverstärkung ist niederohmige Bemessung des Modulatorwiderstandes und des Wellenwiderstandes des folgenden Tiefpasses. Die Bedingungen für die Anpassung ergeben sich aus den Forderungen bezüglich Frequenzgang und Kurvenform der Ausgangsspannung.

c) Für viele Zwecke ist Unabhängigkeit der Ausgangsspannung von der eingestellten Frequenz notwendig. Nach Festlegung der Hochfrequenz gemäß a) muß mit $\pm 10\%$ Frequenzabhängigkeit einer der beiden HF-Amplituden gerechnet werden. Wählt man die veränderliche Spannung als Steuerspannung für den Ringmodulator, so kann durch richtige Bemessung des Abschlußwiderstandes die Amplitudenänderung beliebig klein gehalten werden. Praktisch wird $Z = R_e = 0,01 R_0$ für etwa 0,02 N Dämpfungsverzerrung. Diese darf durch die nachfolgenden Schaltmittel — Drossel, Tiefpaß, Übertrager — nicht wesentlich vergrößert werden, was ohne grundsätzliche Schwierigkeiten gelingt.

d) Der Klirrfaktor der Ausgangsspannung hat im allgemeinen einen frequenzunabhängigen und einen frequenzabhängigen Anteil. Ersterer kann dadurch unter

1····2% gehalten werden, daß das Verhältnis der Modulatorspannungen $u_2 : u_1$ den Wert 1:4 übersteigt, und daß ferner der Gehalt der Spannung u_2 an 3. Harmonischer kleiner als 3% ist. Der frequenzabhängige Anteil hängt hauptsächlich von der Symmetrie des Modulators ab. Bei Übereinstimmung der Gleichrichter kennlinien auf etwa $\pm 5\%$ im Durchlaßbereich erübrigen sich besondere Maßnahmen zur Symmetrierung, da die Entkopplung der beiden Sender — zwar gegebenenfalls unter Leistungsverlust — durch Anpassungsmaßnahmen erreicht werden kann. Der Gesamtklirrfaktor bei 50 Hz kann so auf 1····2% herabgedrückt werden.

e) Störspannungen am Summerausgang, die im allgemeinen nicht unter den Begriff des „Klirrfaktors“ gerechnet werden, können noch von den beiden Hochfrequenzsendern und vom Netzanschlußteil herrühren. Da für die Steuerspannung nach den obigen Ausführungen nur mit einer Dämpfung von $b_m = 3 \cdots 4$ N im Modulator gerechnet werden kann, muß die Dämpfung des Tiefpasses für die Steuerfrequenz $b_T = b_S + b_R - b_M$ N betragen, wenn $b_S = \ln \frac{u_1}{u_e}$ und b_R (etwa 7 N) der zulässige Rest der Steuerspannung bezogen auf die „Nutzfrequenz“ ist; das ergibt etwa $b_T = 6$ N und erfordert meist verstellte Siebglieder. Die elektrostatische und magnetische Abschirmung des niederfrequenten gegen die Hochfrequenzkreise und den Netzteil erfordert Aufmerksamkeit in der Anordnung der Einzelteile untereinander.

D. Schwebungssummer für hohe Frequenzen.

Die Anwendbarkeit des Kupferoxydul-Ringmodulators auf höhere Frequenzen findet ihre Grenze durch die wiederholt erwähnte Kapazität, deren Sitz räumlich in der Sperrschicht zu suchen ist. Bei der Wahl eines zweckmäßigen Ersatzschaltbildes treten insofern Schwierigkeiten auf, als es nicht nur die Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit, sondern auch die Temperaturkoeffizienten der fraglichen Teilkapazitäten und -widerstände richtig wiedergeben soll. Aber auch unter der Annahme einer einfachen Parallelschaltung kann man aus Bild 6 extrapolieren, daß bei einigen 100 kHz der Eingangsscheinwiderstand des Modulators, vom Steuer sender aus gesehen, auch bei den höchstzulässigen Steuerspannungen überwiegend kapazitiv sein wird. Auf die Umpoler-Ersatzschaltung (Bild 2) angewandt, bedeutet dies, daß dann weder die Voraussetzung reeller Abschlußwiderstände noch die des Leerlaufs praktisch realisierbar ist. Mithin gelten unsere Aussagen über Verzerrungen, Amplitudengang und Unsymmetriespannung in diesem Gebiet nicht mehr, und ihre Berechnung stößt unter diesen Bedingungen auf erhebliche praktische Schwierigkeiten.

Immerhin haben Versuche gezeigt, daß bis zu einer Frequenz $f_2 = 250$ kHz der Ringmodulator mit Cu_2O -Zellen noch in Übereinstimmung mit den entwickelten Anschauungen arbeitet. Es war möglich, auf Grund der bei niedrigen Frequenzen gewonnenen Erkenntnisse einen Summer zu bauen, der das Frequenzband von $50 \cdots 100\,000$ Hz überstreicht, ohne in seinen elektrischen Eigenschaften wesentlich hinter denen der Tonfrequenzsummer zurückzustehen. Es hat allerdings für die meisten Meßaufgaben in diesem Frequenzbereich wenig Sinn, das ganze Band logarithmisch mit einer einzigen Kondensatordrehung überstreichen zu wollen. Man ändert daher nach einem Vorschlag von H. G. Thilo die Frequenz f_2 in Stufen um je 10 kHz und überstreicht den Zwischenbereich durch Änderung von f_1 mittels

Kreisplattenkondensator. Dadurch können die Schwingkreise so günstig bemessen werden, daß trotz der erhöhten Frequenz Amplitudenänderung und Stabilität den Anforderungen entsprechen. Der Aufwand für die Filter wird natürlich etwas größer, da der Abstand von der höchsten „Niederfrequenz“ zur tiefsten Hochfrequenz nur 40 kHz betrug; doch liegen im ganzen gesehen, die Schwierigkeiten mehr auf dem Gebiete einer verzerrungsfreien Verstärkung mit niederohmigem Ausgang — worauf einzugehen aber den Rahmen der Arbeit überschreiten würde.

Die Frequenzgrenze für die Anwendung des Kupferoxydul-Ringmodulators ist zwar damit noch nicht erreicht; doch kann man sagen, daß für noch höhere Frequenzen, wie sie bei Messungen im Rundfunk- und Fernsehgebiet benötigt werden, Sperrschichtgleichrichter grundsätzlich nicht mehr in Frage kommen. Das Prinzip des Ringmodulators bleibt aber weiterhin anwendbar, wobei die einzelnen Brückenzweige z. B. durch Elektronenröhren zu ersetzen sind. Das Stadium, in dem sich die Entwicklung auf diesem Gebiet befindet, rechtfertigt aber zur Zeit noch nicht, hierauf näher einzugehen.

Zusammenfassung.

Entscheidend für die Brauchbarkeit von Schwebungssummern für elektrische Betriebsmessungen ist die elektrische Leistung, die mit möglichst geringem technischen Aufwand abgegeben werden kann, wenn die höchstzulässige Verzerrung der Ausgangsspannung sowie deren Frequenzabhängigkeit und Frequenzinkonstanz vorgegeben sind. Summer, die mit Ringmodulator ausgerüstet sind, entsprechen diesen Anforderungen zur Zeit am besten. Daher wird im ersten Teil für diese Type die „theoretische Grenzleistung“ berechnet, die unter Annahme eines idealisierten Modulators erreichbar ist. Es ergibt sich, daß unter Zugrundelegung der praktischen Anforderungen etwa 1% der hochfrequent aufgewandten Leistung auf der Niederfrequenzseite nutzbar gemacht werden könnte.

Im zweiten Teil werden die technischen Gründe aufgezeigt, warum die praktisch erreichte Ausgangsleistung zur Zeit um 2 ··· 3 Größenordnungen unter der theoretischen liegt. Verantwortlich hierfür sind im wesentlichen die „Unvollkommenheiten“ der herstellbaren Modulatorzellen, wie deren Temperaturabhängigkeit, ferner ihre begrenzte Aussteuerbarkeit und Symmetrie. Es werden Wege angegeben, wie trotzdem z. B. die Frequenzkonstanz und die Kurvenverzerrung auf günstigere Werte gebracht werden können; die hierzu angestellten Rechnungen und Überlegungen werden teilweise durch Versuche belegt. Die gewonnenen Ergebnisse werden in Form von Berechnungsregeln zusammengestellt.

Im Schlußteil wird besprochen, wieweit die Überlegungen noch auf Schwebungssummer anwendbar sind, deren Frequenzbereich über den der Tonfrequenz hinausgeht.

Schrifttum.

A. Schwebungssummer.

1. R. v. Radinger: Ein verbesserter Überlagerungssummer. *Z. techn. Physik* **15** (1933) S. 197, dort auch Schrifttumangaben bis 1932.
2. M. v. Ardenne: Ein einfacher Tongenerator für Meßzwecke. *Filmtechn.* **9** (1933) S. 189.
3. H. G. Thilo u. C. v. Riml: Ein billiger Netzanschluß-Schwebungssummer. *Veröff. Nachr.* **4**, 2. Folge (1934) S. 119.
4. H. Meyer: Ein frequenzkonstanter Überlagerungsgenerator. *Bull. Schweiz. elektrotechn. Ver.* **25** (1934) S. 49.

5. W. H. F. Griffiths: Precision Heterodyne Oscillators. *Wirel. Engineer* **11** (1934) S. 234.
6. C. C. I. F.: X^{ième} Assemblée Plénière. Budapest (1934) **IV** S. 246f.
7. R. Tamm u. U. Hennecke: Tonfrequenzgeneratoren für Meßzwecke. *Hochfrequenztechn. u. Elektroakust.* **47** (1936) S. 133

B. Spezielle Probleme.

8. H. G. Möller: Über störungsfreien Gleichstromempfang mit dem Schwingaudion. *Jb. drahtl. Telegr.* **17** (1921) S. 256.
 9. B. van der Pol: Frequency Modulation. *Proc. Inst. Radio Engr.* **18** (1930) S. 1194.
 10. Y. Kusunose u. Sh. Ishikawa: Frequency Stabilization of Radio Transmitters. *Proc. Inst. Radio Engr.* **20** (1932) S. 310.
 11. J. Groszkowski: The Interdependence of Frequency Variation and Harmonic Content, and the Problem of Constant-Frequency-Oscillators. *Proc. Inst. Radio Engr.* **21** (1933) S. 958.
 12. U. Bab: Graphische Behandlung von Mitnahmeerscheinungen. *Diss. Techn. Hochsch. Berlin* (1933).
 13. E. Divoire et P. Baudoux: Sur la stabilisation de la fréquence dans les oscillateurs à triode. *Onde élect.* **13** (1934) S. 54; dort auch weiteres Schrifttum über Frequenzstabilisierung.
 14. A. Schmid: Die Wirkungsweise der Ringmodulatoren. *Diss. Techn. Hochsch. Berlin* (1936).
 15. E. Jahnke u. F. Emde: *Funktionentafeln*. Leipzig u. Berlin (1933).
-

Über die für eine Schallübertragung in Luft günstigste Sendefrequenz.

Von **Wilhelm Janovsky** und **Adolf Rechten**.

Mit 6 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 6. August 1937.

Übersicht.

Einleitend wird darauf hingewiesen, daß neben der Luftdämpfung auch die bisher noch nicht berücksichtigte Richtwirkung der Signalsender einen Einfluß auf die günstigste Sendefrequenz hat. Bei Hörempfang bringt die Ohrempfindlichkeit noch eine dritte Frequenzabhängigkeit dazu, die allerdings von der Lautstärke am Empfangsort abhängt. Unter Berücksichtigung neuerer Meßergebnisse werden Festlegungen für die Bündelung und Luftdämpfung getroffen. Mit diesen kann die Schallausbreitung längs der Hauptstrahlungsrichtung der Sender ermittelt werden. Die günstigste Sendefrequenz wird berechnet und der Einfluß der Richtwirkung, der Luftdämpfung und der Ohrempfindlichkeit kurvenmäßig festgelegt. Ein Vergleich der Rechnung mit Messungen zeigt eine befriedigende Übereinstimmung.

Einleitung.

Erfahrungsgemäß lassen sich Schallsignale tiefer Frequenz auf größere Entfernungen übertragen als hohe. Diese Tatsache hat bereits Lord J. W. Rayleigh (1) darauf zurückgeführt, daß die tiefen Frequenzen bei der Ausbreitung in Luft weniger stark gedämpft werden als die hohen. F. Aigner (2) hat noch berücksichtigt, daß das menschliche Ohr für mittlere Frequenzen am empfindlichsten ist, und hat mit den damals bekannten Werten für die Ohrempfindlichkeit und die Luftdämpfung die für eine bestimmte Entfernung optimale Frequenz berechnet. Unberücksichtigt ist dagegen bisher geblieben, daß auch die frequenzabhängige Richtwirkung des Senders einen Einfluß auf die optimale Sendefrequenz hat.

Vergleicht man akustische Signalsender verschiedener Frequenz miteinander, die alle die gleichen äußeren Abmessungen haben und die gleiche akustische Leistung abstrahlen sollen, so wird man feststellen, daß die Sender höherer Frequenz stärker gerichtet strahlen als die tiefer. Mit einem Sender höherer Frequenz müßte man also danach in der Hauptsenderichtung eine größere Reichweite erzielen als mit einem tiefer Frequenz.

Andererseits werden aber bei der Schallausbreitung in Luft die akustischen Signale hoher Frequenz stärker gedämpft als die tiefen. Das heißt also, daß es für einen Schall-

sender bestimmter Abmessungen wegen der entgegengesetzten Abhängigkeit der Richtwirkung und der Luftdämpfung von der Frequenz eine günstigste Sendefrequenz geben muß, die von der Entfernung abhängt.

Soll nun noch auf der Empfangsseite das Signal mit dem Ohr abgehört werden, so kommt wegen der bekannten Ohrempfindlichkeit ein dritter frequenzabhängiger Einfluß auf die optimale Sendefrequenz zustande. Dieser muß sich so auswirken, daß die im Gebiet maximaler Ohrempfindlichkeit liegenden Frequenzen um 2000 Hz besonders bevorzugt werden. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, daß unser Ohr nur an der Hörschwelle so stark frequenzabhängig ist, bei größeren Lautstärken dagegen angenähert frequenzunabhängig empfindet.

Im folgenden sollen nun zunächst gewisse Festlegungen über die Richtwirkung von Signalsendern, über die Luftdämpfung und den Einfluß der Ohrempfindlichkeit gemacht werden, die dann gestatten, die Schallausbreitung und die günstigste Sendefrequenz zu berechnen.

Richtwirkung des Schallsenders, Luftdämpfung und Ohrempfindlichkeit.

Um ein Maß für die Richtwirkung eines Schallsenders zu gewinnen, vergleichen wir am besten den gerichteten Sender mit einem vollkommen ungerichteten gleicher akustischer Gesamtleistung. Während der letztere keine Richtung bevorzugt, strahlt der erstere den größeren Teil seiner Sendeenergie längs der Hauptachse seiner Richtkennlinie. In dieser Richtung wird durch die Bündelung somit eine scheinbare Schalldruckverstärkung erzielt. Diese Verstärkung kann als Maß für die Bündelung dienen. Die Bündelung erhalten wir also als das Verhältnis des Schalldrucks des gerichteten Senders in seiner Hauptrichtung zu dem eines ungerichteten, wenn in der gleichen Entfernung von beiden Sendern gemessen wird, und wenn beide die gleiche akustische Leistung abstrahlen.

Wie bereits eingangs erwähnt, hängt die Bündelung von den Abmessungen des Senders oder genauer von seinen Abmessungen im Vergleich zur Wellenlänge der Signalfrequenz ab; sind die Abmessungen im Vergleich zur Wellenlänge klein, strahlt er ungerichtet ab, die Bündelung v ist also 1. Bei großem Verhältnis dagegen nimmt die Bündelung mit den Abmessungen bzw. mit der Signalfrequenz zu. Die Bündelung kann also in erster Näherung durch den einfachen Ausdruck

$$v = 1 + k \left(\frac{D}{\lambda} \right)^m = 1 + k \left(\frac{D/\text{cm}}{\lambda/\text{cm}} \right)^m \quad (1)$$

beschrieben werden, oder in einer für die weitere Rechnung bequemer Form

$$v = 1 + \alpha \omega^m = 1 + k \left(\frac{D/\text{cm}}{20,7 \cdot 10^4} \right)^m \left(\frac{\omega}{\text{s}^{-1}} \right)^m. \quad (2)$$

Die beste Bündelung erhält man nach unseren Erfahrungen, wenn die Schallquelle in einen Parabolspiegel eingebaut wird. In Bild 1 zeigen die Kurven 1 und 2 die Meß-

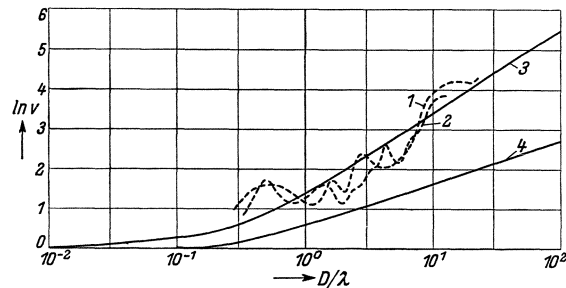


Bild 1. Abhängigkeit der Bündelung v von den Abmessungen des Signalsenders.
 D Durchmesser des Spiegels bzw. Länge der Gruppe. λ Wellenlänge.

ergebnisse an zwei Spiegeln mit verschiedenem Durchmesser D und verschiedenem Spiegelparameter; es wurde $\ln v$ in Abhängigkeit von D/λ aufgetragen, da diese Darstellung für die weitere zum Teil graphische Ermittlung der günstigsten Sendefrequenz bequemer ist. Kurve 3 zeigt, daß die Annäherung durch Gleichung (1) befriedigend ist, wenn für $k = 3$ und für $m = 1$ gesetzt wird. Einen gleichen, D direkt proportionalen Anstieg der Bündelung findet man übrigens auch bei optischen Scheinwerfern¹⁾, ein weiterer Beweis für die Berechtigung der Gleichung (1).

Während mit einem Spiegel der Schall vorwiegend in eine einzige Richtung gestrahlt wird, kann mit bestimmten Gruppenanordnungen auch eine Bündelung in einer Ebene erzielt werden. Werden z. B. Schallsender, die klein zur Wellenlänge sind, senkrecht übereinander zu einer geraden Gruppe angeordnet, so erhält man bekannterweise eine Bündelung in der Horizontalen. Die Stärke der Bündelung einer derartigen Gruppe mit der Länge D und der Wellenlänge λ gibt Kurve 4 in Bild 1.

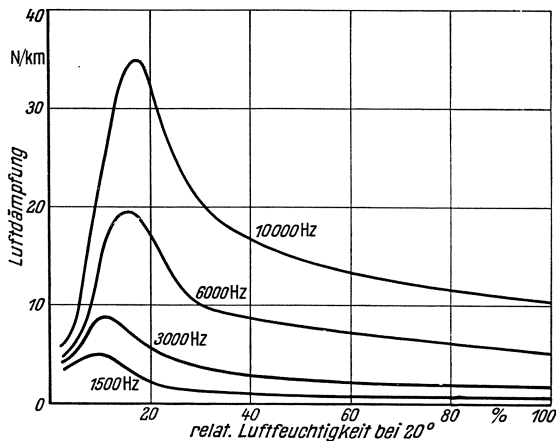


Bild 2. Abhängigkeit der Luftdämpfung von der relativen Feuchtigkeit für verschiedene Frequenzen (nach V. O. Knudsen).

Es zeigt sich, daß die Bündelung bei großem D/λ mit $(D/\lambda)^{\frac{1}{2}}$ wächst.

Der Einfluß der Dämpfung kann durch Einführung eines Dämpfungsfaktors ε^{-b} , wobei

beschrieben werden. Nach der Berechnung von G. Stokes und G. Kirchhoff (2), die die Wärmeleitung der Luft und die Mediumreibung berücksichtigen, ist $\beta = 3,34 \cdot 10^{-10} \text{ s}^2/\text{km}$ und $n = 2$. Experimentell wurde schon vor vielen Jahren von N. Neklepajew (2) bei Frequenzen von 130 bis 400 kHz ein $\beta = 8,4 \cdot 10^{-10}$ und mit guter Annäherung $n = 2$ gefunden. F. Aigner (2) weist bereits darauf hin, daß diese höhere Dämpfung nicht auf Wärmestrahlung zurückzuführen ist.

$$b = \beta \omega^n r = \frac{\beta}{\text{s}^n \text{ km}^{-1}} \cdot \left(\frac{\omega}{\text{s}^{-1}}\right)^n \cdot \frac{r}{\text{km}} \quad (3)$$

In der letzten Zeit haben sich V. O. Knudsen (4), (5), (6) und H. O. Kneser (7) näher mit der Luftdämpfung befaßt. Nach den Untersuchungen von V. O. Knudsen ist die Luftdämpfung von der Luftfeuchtigkeit abhängig. Das aus seiner letzten Arbeit (6) entnommene Bild 2 zeigt den Verlauf der Luftdämpfung, bezogen auf den Schallweg b/r mit der relativen Feuchtigkeit, d. h. dem Sättigungsgrad der Luft. Bei einer mittleren Feuchtigkeit von 65 %, einem Wert, mit dem man in praktischen Fällen rechnen kann (8), ist aus Bild 2 zunächst zu entnehmen, daß b nur noch annähernd ω^2 proportional ist; n ist etwas kleiner als 2, β im Mittel $60 \cdot 10^{-10}$. Wir glauben aber für den vorliegenden Zweck und für den betrachteten Frequenzbereich von 100 bis 20000 Hz die tatsächlichen Verhältnisse mit einem $\beta = 60 \cdot 10^{-10} \text{ s}^2/\text{km}$ und $n = 2$ genügend genau wiedergeben zu können²⁾.

¹⁾ Bei Scheinwerfern (3) wird als Maß für die Bündelungsverstärkung das Verhältnis der Lichtstärken genommen; die Bündelung ist dann D^2 proportional. Dieser Verlauf stimmt mit unserem Ergebnis überein, da ja die Lichtstärke der Schallintensität, nicht aber dem Schalldruck entspricht.

²⁾ Der Einfluß der Schallabsorption des Erdbodens wurde nicht berücksichtigt. Er kann bei der Schallausbreitung in Bodennähe eine Rolle spielen, so daß dann mit einer höheren Dämpfung zu rechnen wäre.

Der bekannte Verlauf der Ohrempfindlichkeit läßt sich nicht in eine für unsere Berechnung genügend einfache analytische Form bringen. Wir haben deshalb die Ohrempfindlichkeit bei der Berechnung der günstigsten Sendefrequenz graphisch berücksichtigt. Dabei wurden die bekannten Kurven gleicher Lautstärke von B. A. Kingsbury (9) zugrunde gelegt.

Schalldruckverlauf in der Senderichtung.

Mit den obigen Festlegungen für die Bündelung des Schallsenders Gleichung (2) und die Luftdämpfung Gleichung (3) kann nun der Schalldruckverlauf in der Senderichtung berechnet werden. Dabei bezeichnen wir mit N die gesamte abgestrahlte Leistung der Schallquelle, mit r den Abstand von dieser und mit p_r den Schalldruck in der Hauptachse und im Abstand r .

$$p_r = \sqrt{\frac{N \cdot c \cdot \rho}{4\pi}} \cdot \frac{1}{r} \cdot v \cdot \varepsilon^{-b} = 5,76 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{N}{W}} \cdot \frac{1}{r/\text{km}} \cdot v \cdot \varepsilon^{-b} \mu\text{bar} . \quad (4)$$

In Bild 3 wurde, um eine von der Senderleistung unabhängige Darstellung zu bekommen, der Ausdruck $p_r / 5,76 \cdot 10^{-2} \sqrt{N}$ als Funktion der Entfernung mit der Frequenz als Parameter aufgetragen. Für die Richtwirkung wurde die eines Spiegels mit 1 m Durchmesser zugrunde gelegt. Für andere Signalsender müssen die entsprechenden Werte für die Bündelung eingesetzt werden. Der Verlauf der Kurven mit der Entfernung r bleibt erhalten; sie werden lediglich in Richtung der Ordinatenachse entsprechend der anderen Bündelung verschoben.

Um den Einfluß von Richtwirkung und Dämpfung abschätzen zu können, wurde noch der Schalldruckverlauf mit $1/r$, also ohne Berücksichtigung der Richtwirkung und Luftdämpfung gestrichelt eingetragen. Man erkennt, daß bei tiefen Frequenzen bis zu sehr großen Entfernungen der Einfluß der Richtwirkung überwiegt, bei hohen Frequenzen dagegen schon in verhältnismäßig kleinen Entfernungen die Luftdämpfung. Im Bereich oberhalb der $1/r$ -Abnahme ist die Reichweitenvergrößerung durch die Richtwirkung des Senders etwa der Bündelung proportional, darunter dagegen bringt die Bündelung nur eine Reichweitzunahme um einen konstanten Betrag, bei 20 000 Hz z. B. nur um rund 55 m, wie aus Bild 3 zu entnehmen ist. Dazwischen liegen entsprechende Mittelwerte.

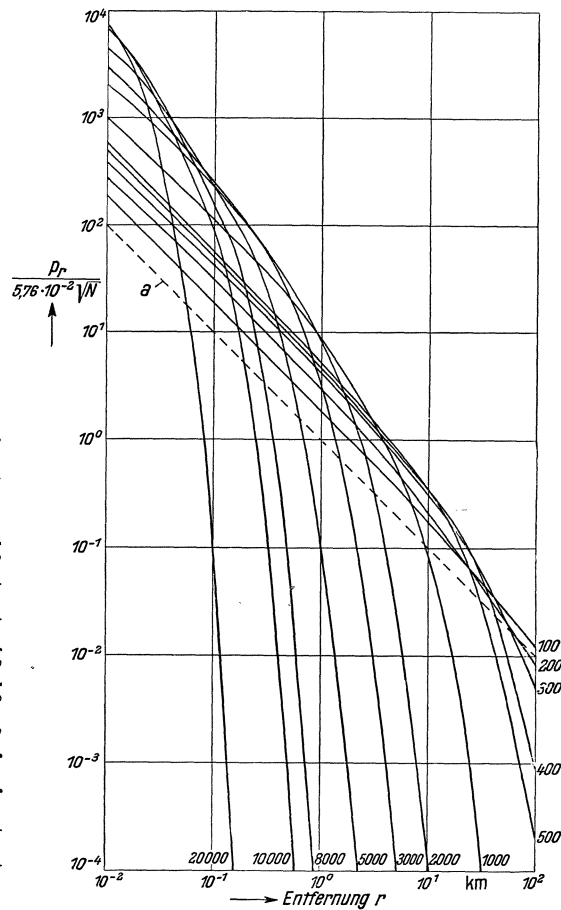


Bild 3. Schalldruckverlauf in der Senderichtung. Als Parameter die Frequenz von 100 ... 20 000 Hz. a ungestörte Ausbreitung mit $1/r$.

Berechnung der günstigsten Sendefrequenz.

Zunächst sei festgelegt, was wir unter günstigster Sendefrequenz verstehen. Dazu machen wir folgenden Versuch. Ein Signalsender mit gegebenen Abmessungen werde nacheinander mit verschiedenen Frequenzen betrieben, die gesamte abgestrahlte akustische Leistung aber jeweils konstant gehalten. Dabei werden nun längs der Hauptsenderichtung die Orte konstanten Empfangspegels bestimmt. Es zeigt sich, daß die Entfernung dieser Orte vom Sender, in Hinkunft kurz mit Reichweite bezeichnet, zunächst mit der Frequenz wächst, später jedoch wieder abnimmt. Unter den erwähnten Voraussetzungen gibt es somit eine maximale Reichweite. Die zu dieser maximalen Reichweite gehörige Sendefrequenz soll als günstigste Sendefrequenz bezeichnet werden.

Um die maximale Reichweite zu bestimmen, formen wir zunächst die Gleichung (4) um und setzen die Bündelung nach (2) und die Luftdämpfung nach (3) ein und erhalten

$$\ln r + \beta \omega^n r = \ln(1 + \alpha \omega^m) + \ln 5,76 \cdot 10^{-2} \sqrt{N} - \ln p_r. \quad (5)$$

Für tiefe Frequenzen, solange $\ln r \gg \beta \omega^n r$ gilt, nimmt r mit ω zu; bei hohen Frequenzen dagegen, wenn $\ln r \ll \beta \omega^n r$ wird, muß r mit ω wieder abnehmen. Dazwischen liegt das

Maximum.

Aus (5) kann die maximale Reichweite r_m berechnet werden:

$$r_m = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{m}{n} \cdot \omega^{m-n} \cdot \frac{1}{1 + \alpha \omega^m}. \quad (6)$$

Man erkennt, daß sie unter den erwähnten Voraussetzungen — konstante Sendeleistung und konstanter Empfangspegel — allein von der Bündelung, der Luftdämpfung und der Sendefrequenz abhängt. Besonders einfach wird diese Beziehung, wenn $\alpha \omega^m \gg 1$ wird, d. h. wenn D/λ genügend groß gegen 1 ist, Bild 1. Praktisch wird dies fast immer der Fall sein. Es kann dann natürlich auch sehr einfach die günstigste Sendefrequenz ω_m zu der gewünschten Reichweite r berechnet werden:

$$\omega_m = \sqrt[n]{\frac{m}{\beta n r}} = \sqrt[n]{\frac{1}{\beta/s^n \text{ km}^{-1}} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{1}{r/\text{km}}} \text{ s}^{-1}. \quad (7)$$

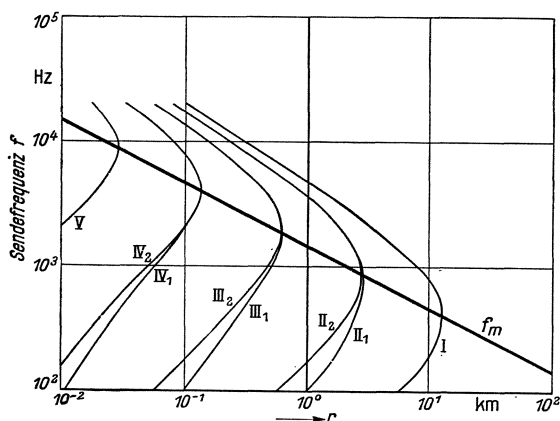


Bild 4. Abhängigkeit der günstigsten Sendefrequenz f_m von der Reichweite r . Einfluß von Sendeleistung und -größe sowie vom Empfangspegel. f_m günstigste Sendefrequenz.

Kurve	$N_{(\text{Watt})}$	$D_{(\text{m})}$	$p_{r(\mu\text{bar})}$	Kurve	$N_{(\text{Watt})}$	$D_{(\text{m})}$	$p_{r(\mu\text{bar})}$
I	10^2	10	1	IV ₁	10^2	1	100
II ₁	10^2	1	1	IV ₂	10^{-2}	1	1
II ₂	10^0	10	1		10^0	10	100
III ₁	10^0	1	1	V	10^0	1	100
III ₂	10^2	10	100		10^{-2}	10	100
					10^{-4}	1	1

Um eine bessere Vorstellung zu geben, haben wir in Bild 4 für verschiedene akustische Sendeleistungen und verschiedene Empfangspegel die Reichweite in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen. Dabei wurde eine Bündelung nach Kurve 3 in Bild 1 zugrunde gelegt, d. h. mit $m = 1$ gerechnet. Für die Luftdämpfung wurde der Knudsen'sche Mittelwert von $\beta = 60 \cdot 10^{-10} \text{ s}^2/\text{km}$ und eine ω^2 -Abhängigkeit, d. h. $n = 2$, eingesetzt. Man erkennt, daß die maximale Reichweite recht deutlich ausgeprägt ist. Im doppellogarithmischen Maßstab liegen die Maxima auf einer Geraden, die umgekehrt natürlich die günstigste Sendefrequenz zu einer vorgegebenen Reichweite abzulesen gestattet.

Weiter wurde noch der Einfluß der Ohrempfindlichkeit berücksichtigt. In diesem Fall wird also nicht mit einem konstanten Empfangspegel gerechnet, sondern mit dem Schwellenwert des Ohres. Bild 5 zeigt die graphisch gewonnenen Ergebnisse. Zum Vergleich wurde noch die günstigste Sendefrequenz für konstanten Empfangspegel eingezeichnet; wie zu erwarten war, liegt die günstigste Sendefrequenz bei Ohrempfang und kleinen Reichweiten tiefer, bei großen Entfernungen dagegen höher. Der Schnittpunkt fällt mit dem Optimum der Ohrempfindlichkeit zusammen.

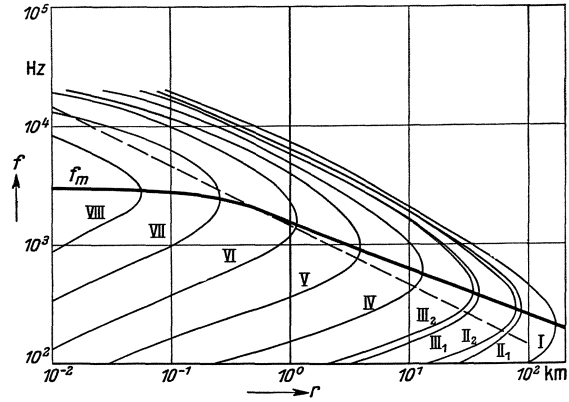


Bild 5. Günstigste Sendefrequenz f_m für Hörempfang. Einfluß von Senderleistung und -größe.

Kurve	$N_{(Watt)}$	$D_{(m)}$	Kurve	$N_{(Watt)}$	$D_{(m)}$
I	10^2	10	IV	10^{-2}	1
II ₁	10^2	1	V	10^{-4}	1
II ₂	10^0	10	VI	10^{-6}	1
III ₁	10^0	1	VII	10^{-8}	1
III ₂	10^{-2}	10	VIII	10^{-8}	0,1

Endlich wurde noch die günstigste Sendefrequenz für eine Gruppenanordnung mit Bündelung in einer Ebene und die eines ungerichteten Senders, aber unter Berücksichtigung der Ohrempfindlichkeit, berechnet. Sämtliche Ergebnisse sind in Bild 6 zusammengestellt, so daß der Einfluß der einzelnen Faktoren, nämlich der Bündelung, der Luftdämpfung und der Ohrempfindlichkeit, deutlich in Erscheinung tritt.

der Einfluß der einzelnen Faktoren, nämlich der Bündelung, der Luftdämpfung und der Ohrempfindlichkeit, deutlich in Erscheinung tritt.

Kurve	Bündelung	Luftdämpfung	Empfangspegel
1	ungerichtet	$\beta = 60 \cdot 10^{-10} \text{ s}^2/\text{km} \quad n = 2$	Hörschwelle
2	Spiegel, $m = 1$		Hörschwelle
3	Spiegel, $m = 1$		$p_r = \text{konstant}$
4	gerade Gruppe, $m = 1/2$		$p_r = \text{konstant}$

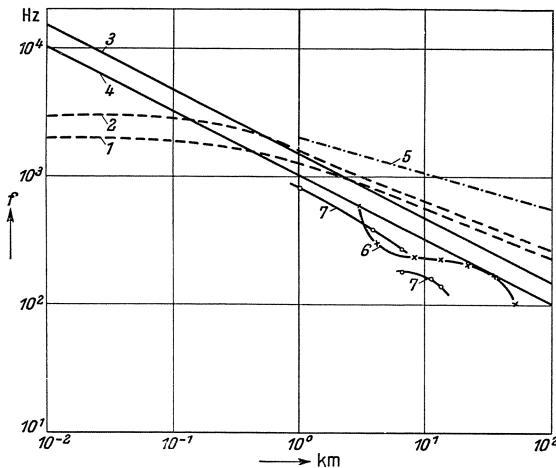
Vergleich mit F. Aigner und mit Messungen.

F. Aigner (2) hat bei seiner Berechnung nur ungerichtete Sender betrachtet. Seine Ergebnisse sind als Kurve 5 in Bild 6 eingetragen und können mit Kurve 1 verglichen werden. Nach F. Aigner liegt die günstigste Sendefrequenz höher; da er mit den damals bekannten geringeren Werten für die Luftdämpfung gerechnet hat. Die geringere Neigung ist darauf zurückzuführen, daß der Berechnung die Messungen von M. Wien über die Ohrempfindlichkeit zugrunde liegen; diese weichen aber insofern von den neuesten Messungen ab, als sie für tiefe Frequenzen einen schnelleren Empfindlichkeitsabfall zeigen.

Experimentelle Untersuchungen über die günstigste Sendefrequenz sind nur wenige bekanntgeworden. Zu nennen sind die Beiträge zur Seezeichentagung 1937 in Berlin von U. John (10) und von Th. Pederzani (11). Beide bringen Darstellungen ähnlich Bild 4 und 5. Ein unmittelbarer Vergleich ist aber leider nicht möglich, da die Empfangsbedingungen nicht konstant waren. Es wurden die Orte gleicher subjektiver Lautstärke gemessen. Bei kleinen Reichweiten, also höherer Sendefrequenz, wären sie daher mit den Kurven konstanten Empfangspegels, bei größeren

Reichweiten mit den unter Berücksichtigung der Ohrempfindlichkeit berechneten zu vergleichen. Die günstigste Sendefrequenz nach zwei Versuchsreihen von Th. Pederzani ist als Kurve 7, die nach U. John als Kurve 6 in Bild 6 dargestellt. Es ist noch zu beachten, daß es sich in beiden Fällen um gerade Gruppen handelt, und zwar um eine Reihe senkrecht übereinander angeordneter Membranschallsender. Zum Vergleich ist also vor allem unsere berechnete Kurve 4 heranzuziehen. Die Übereinstimmung muß als gut bezeichnet werden.

Es fällt auf, daß man nach Bild 5 mit verhältnismäßig kleiner Leistung sehr große Reichweiten erzielen müßte, mit einem mittleren Sender von etwa 1 m Durchmesser



und 1 W rund 36 km. Es muß deshalb darauf hingewiesen werden, daß eine Reihe Einflüsse bei der Rechnung nicht erfaßt werden können, die aber die Schallausbreitung, und zwar gerade bei den größten Entfernungen, stark beeinflussen. So wird am Empfangsort immer ein gewisser akustischer Störpegel herrschen, der das Signal verdeckt, so daß es erst bei größerem Schalldruck als dem Schwellwert hörbar wird. Weiterhin konnten Beugungserscheinungen nicht berücksichtigt werden. Bei einer Schallausbreitung über große Entfernungen spielt aber die Schallbeugung, sei es, daß sie auf eine Temperaturschichtung der Atmosphäre oder auf verschiedene Windgeschwindigkeit in verschiedener Höhe zurückzuführen ist, eine bestimmende Rolle. Die bei Beobachtung (8), (12) von Explosionsvorgängen gefundenen toten

Bild 6. Einfluß der Bündelung und der Empfangsbedingungen auf die günstigste Sendefrequenz. Vergleich mit Meßergebnissen.

Kurve	Bündelung	Empfangsbedingung	Bemerkungen
1	ungerichtet	Hörschwelle	berechnet
2	Spiegel	Hörschwelle	berechnet
3	Spiegel	konst. Schalldruck	berechnet
4	gerade Gruppe	konst. Schalldruck	berechnet
5	ungerichtet	Hörschwelle	berechnet (Aigner)
6	gerade Gruppe	nicht einheitlich	gemessen (John)
7	gerade Gruppe	nicht einheitlich	gemessen (Pederzani)

Zonen sind auf Schallbeugung zurückzuführen. Andererseits haben aber gerade auch diese Beobachtungen gezeigt, daß man mit sehr großen Hörreichweiten rechnen muß.

Zusammenfassung.

Daß es eine günstigste Sendefrequenz gibt, ist auf die Frequenzabhängigkeit der Richtwirkung des Senders, der Luftdämpfung und der Ohrempfindlichkeit zurückzuführen. Bisher wurde nur die Luftdämpfung und die Ohrempfindlichkeit berücksichtigt. Es wird gezeigt, daß es wegen der verschiedenen Frequenzabhängigkeit der Richtwirkung und der Luftdämpfung auch für einen konstanten Empfangspegel eine günstigste Sendefrequenz gibt. Auf Grund neuerer Messungen können Festlegungen für die Bündelung und die Luftdämpfung getroffen werden. Diese gestatten, das Schallfeld längs der Senderichtung zu berechnen. Die günstigste Sendefrequenz wird ermittelt und ihre Abhängigkeit von der Entfernung gezeigt. Eine Gegenüberstellung

ermöglicht einen Vergleich mit einer älteren Rechnung von F. Aigner und mit neueren Meßergebnissen von U. John und Th. Pederzani.

Schrifttum.

1. J. W. Strutt, Baron Rayleigh: Die Theorie des Schalles. Übersetzt von F. R. Neesen. **2**, S. 368. Braunschweig (1880).
2. F. Aigner: Z. Physik **1** (1920) S. 161.
3. W. Wien u. F. Harms: Handb. d. Experimentalphysik **20**, 2, S. 265. Leipzig (1929).
4. V. O. Knudsen: J. acoust. Soc. Amer. **3** (1931) S. 126.
5. V. O. Knudsen: J. acoust. Soc. Amer. **5** (1933) S. 112.
6. V. O. Knudsen: J. acoust. Soc. Amer. **6** (1935) S. 199.
7. H. O. Kneser: J. acoust. Soc. Amer. **5** (1933) S. 124.
8. J. Müller u. C. S. M. Pouillet: Lehrbuch der Physik **5**, 11. Aufl. Braunschweig (1928).
9. W. Wien u. F. Harms: Handb. d. Experimentalphysik **17**, 2, S. 134. Leipzig (1934).
10. U. John: Les progrès réalisés dans l'évolution des émetteurs de signaux sonores de brume. Electroacoustic (1937).
11. Th. Pederzani: The development of electrical aerial sound transmitters during the last years. Julius Pintsch Kommanditgesellschaft (1937)
12. H. Geiger u. K. Scheel: Handb. d. Physik **8**, S. 677. Berlin (1927).

Über einige Regeln der magnetischen Bindung. Beiträge zum Stereomagnetismus.

Von **Otto v. Auwers.**

Mit 13 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 30. Juli 1937.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

I. Die Bedeutung der Wechselwirkung.

II. Magnetismus der metallischen Elemente.

1. Die einwertigen Metalle und die
B-Untergruppen.

2. Die Übergangsreihen.

3. Die Seltenen Erden.

III. Magnetismus binärer Legierungen.

1. Verdünnte Lösungen nichtferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern.

2. Verdünnte Lösungen ferromagnetischer Metalle in diamagnetischen Gittern.

3. Konzentrierte Lösungen ferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern.

Zusammenfassung.

Einleitung.

Die Mannigfaltigkeit der magnetischen Erscheinungen hat schon M. Faraday in Dia- und Paramagnetismus eingeteilt. Später hat H. Du Bois aus Zweckmäßigkeitsgründen vom Paramagnetismus den Ferromagnetismus abgespalten, so daß man in älteren Lehrbüchern noch heute diese Dreiteilung: Dia-, Para- und Ferromagnetismus findet. Zur Unterscheidung dieser drei Typen des Magnetismus ist aber nicht nur die bekannte Verschiedenheit der Feldstärkenabhängigkeit und Momente (induzierte und permanente) entscheidend, sondern auch die Temperaturabhängigkeit. Während der Diamagnetismus (mit seinen nur induzierten Momenten) als reine Atomeigenschaft im allgemeinen temperaturunabhängig ist, werden große Teile des Para- und Ferromagnetismus (mit ihren permanenten Momenten) von den Curie-Weißschen und Langevin-Weißschen Gesetzen beherrscht, die die Temperaturabhängigkeit beider Magnetismusformen befriedigend wiedergeben. Die Erfahrung hat aber gelehrt, daß es noch eine ausgedehnte Gruppe paramagnetischer Stoffe gibt, deren thermisches Verhalten sich keineswegs dem der „Norm“ fügt: nämlich den temperaturunabhängigen Metallparamagnetismus, dessen völlige theoretische Beherrschung bis in die Gegenwart hinein Schwierigkeiten bereitet, und der den größten Teil der metallischen Elemente umfaßt. Im folgenden soll versucht werden, zwischen diesem und dem Ferromagnetismus einige gemeinsame Züge nachzuweisen und auf diesem Wege zu einigen Sätzen zu gelangen, die man als empirische Regeln der homöopolaren Bindung im Metallgitter ansprechen kann. Da die Metallchemie wegen ihres Mangels an stöchiometrischen Beziehungen im Gegen-

satz zur klassischen Chemie noch auf einer verhältnismäßig niedrigen Entwicklungsstufe steht, darf man in ihrem Bereich wohl jeden empirischen Befund gesetzmäßigen Verhaltens willkommen heißen, auch wenn seine Deutung im Augenblick noch nicht gegeben werden kann.

I. Die Bedeutung der Wechselwirkung.

Für den Gegenstand der folgenden Überlegungen enthalten die bisher angedeuteten Unterscheidungsmerkmale der Feldstärken- und Temperaturabhängigkeit und die der induzierten und permanenten Momente nicht das Wesentliche; dies liegt vielmehr in dem Maß der Wechselwirkung zwischen benachbarten Bausteinen.

Man kann den Diamagnetismus und den dem Curie- oder Curie-Weißschen Temperatargesetz folgenden Paramagnetismus in erster Näherung als Erscheinungen freier¹⁾ — induzierter oder permanenter — Momente betrachten und behandeln, während der temperaturunabhängige Metallparamagnetismus und der Ferromagnetismus erst durch starke Wechselwirkung benachbarter Bausteine verständlich wird, und zwar eine Wechselwirkung, die sich bis auf die Drallmomente benachbarter Atome erstreckt.

Der Elektronendrall kann nur zwei Stellungen im Magnetfeld einnehmen: entweder parallel oder antiparallel zu den Kraftlinien des Feldes. Ebenso können sich in der homöopolaren Bindung zweier Atome die Elektronendralle parallel oder antiparallel einstellen, d. h. sich addieren oder gegenseitig absättigen.

W. Heisenberg [17]²⁾ hat gezeigt, daß die Erscheinungen des von P. Weiß eingeführten Molekularfeldes, das bekanntlich rein phänomenologisch den Ferromagnetismus aus dem Langevinschen Paramagnetismus abzuleiten erlaubt, auf dem Elektronenaustausch der homöopolaren Bindung beruht, und zwar tritt Ferromagnetismus dann auf, wenn das Heisenbergsche Austauschintegral I^3) positiv ist, d. h. wenn die Elektronendralle benachbarter Bausteine parallel gerichtet sind. Wegen der Sinnfälligkeit der dadurch in Erscheinung tretenden Eigenschaften — eben der spontanen Sättigung der Weißschen Elementargebiete — hat man diesen Zustand mit einem besonderen Namen, nämlich Ferromagnetismus belegt, während der begrifflich und chemisch gleichberechtigte Zustand des negativen Austauschintegrals, der der antiparallelen Stellung der Elektronendralle benachbarter Bausteine entspricht, demgegenüber trotz seiner größeren Häufigkeit und seiner energetisch und chemisch einleuchtenderen Beschaffenheit stark im Hintergrund geblieben ist. Wir wollen ihn im folgenden der Kürze halber mit „Antiferromagnetismus“ bezeichnen. Das Ziel der folgenden Betrachtungen ist, einige Regeln aus den Erfahrungstatistiken abzuleiten, nach denen in festen Stoffen parallele oder antiparallele Drallkopplung, d. h. Ferromagnetismus oder Antiferromagnetismus, zu erwarten ist. Man kann diese Frage unmittelbar als eine Erweiterung der Hundschen Regeln über das Auftreten von regelrechten oder verkehrten Termen im Atom, d. h. im Einzelbaustein, auf die homöopolare Bindung zwischen benachbarten Atomen auffassen,

¹⁾ Wenn bei der Gültigkeit des Curie-Weißschen Gesetzes auch zweifellos gegenseitige Beeinflussungen der atomaren Bahnmomente stattfinden [Δ -Korrektur, vgl. Gl. (3), S. 96], so bleiben doch sicher die Drallmomente ohne Wechselwirkung frei drehbar.

²⁾ Die eingeklammerten schrägen Zahlen [17] beziehen sich auf die Nummern des Schrifttums am Schluß der Arbeit.

³⁾ Vgl. Gl. (4), S. 96.

also als Regeln der metallischen „Verbindungsbildung“, wobei das Wort „Verbindung“ nicht im stöchiometrischen Sinn, sondern nur im Sinne einer räumlich-geometrisch bedingten Wechselwirkung aufgefaßt werden soll.

Wir beschränken uns hier also nicht auf die im Schrifttum oft aufgeworfene Frage nach dem „Wesen des Ferromagnetismus“, d. h. auf die Frage, wann — und warum nur in diesen wenigen Fällen — die sinnfällige Erscheinung des Ferromagnetismus auftritt, sondern fragen allgemeiner nach der Verteilung der parallelen und antiparallelen Drall-Drall-Kopplung in reinen und legierten Metallen. Wir werden sehen, daß sich über diese Verteilung in Anlehnung an das Periodische System einige Gesetzmäßigkeiten ableiten lassen, die zugleich ein Verständnis der engeren Frage nach dem Auftreten von Ferromagnetismus anbahnen.

II. Magnetismus der metallischen Elemente.

Die Verteilung der magnetischen Eigenschaften im Periodischen System — Dia-, Para- und Ferromagnetismus — ist in Lehr- und Handbüchern schon oft Gegenstand kritischer Erörterungen gewesen, ohne daß jedoch mehr als nur eine allgemeine Verständlichmachung in Anlehnung an den Atombau erreicht worden ist. So ist z. B. der Diamagnetismus der Baustoffe mit abgeschlossenen Elektronenschalen ohne weiteres verständlich, ebenso weitgehend das Verhalten der Seltenen Erden. Wie es im Wesen der Sache liegt, beziehen sich diese Erkenntnisse jedoch hauptsächlich auf die magnetischen Eigenschaften der freien Atome und Ionen, während sie auf den metallischen Zustand nicht übertragbar sind. Vom Atombau aus verständlich sind der Diamagnetismus und der temperaturabhängige Langevin-Curiesche Paramagnetismus, nicht dagegen der temperaturunabhängige Metallparamagnetismus und der Ferromagnetismus, die beide erst eine Folge einer Vielheit von Atomen sind, also ausgesprochene Wechselwirkungserscheinungen, mit denen wir uns hier beschäftigen wollen. Wie schon angedeutet, sollen sie als ein gemeinsames Problem aufgefaßt werden, das sich lediglich durch das Vorzeichen der durch die Wechselwirkung der Drallmomente erzwungenen Einstellungen unterscheidet.

Um diesen Unterschied zwischen Dia- und Langevin-Curie-Paramagnetismus auf der einen und Metallparamagnetismus und Ferromagnetismus auf der anderen Seite klarer zu machen, sei ein kurzer Überblick über den Magnetismus der metallischen Elemente gegeben.

Zu diesem Zwecke teilen wir die Metalle in Anlehnung an die Systematik aus anderen Erfahrungsgebieten [27] in drei Gruppen ein:

1. die einwertigen Metalle und die B-Untergruppen,
2. die Übergangsreihen,
3. die Seltenen Erden.

1. Die einwertigen Metalle und die B-Untergruppen.

Magnetische Messungen bilden ein wichtiges und gleichzeitig fast das einzige¹⁾ Hilfsmittel, etwas über den Elektronenzustand eines Bausteins im metallischen²⁾ Gitterverband auszusagen. Es muß aber betont werden, daß sie alle an einer grund-

¹⁾ In gewissem Umfang könnten auch kreiselmagnetische Versuche das gleiche leisten.

²⁾ Ausgenommen sind nur die Seltenen Erden und einige Schwermetalle, bei denen auch die Optik helfen kann.

sätzlichen meßtechnischen Schwierigkeit kranken, der nämlich, daß sie — im Gegensatz zur Optik — stets die Summe mehrerer magnetischer Größen messen, die in ihre interessierenden Bestandteile zu zerlegen zunächst noch unmöglich ist: der Paramagnetismus des Elektronengases und der Magnetismus der Ionen oder Atome seien als die wichtigsten hervorgehoben; die übrigen — man muß mindestens 7 Summanden [2a] in Betracht ziehen — mögen als weniger wichtig unberücksichtigt bleiben.

Auf dieser Grundlage kann man den durch die Messung bestimmten Magnetismus der Alkalimetalle und der Edelmetalle nach dem Ansatz des „idealen Metallzustandes“ [27]

$$\chi_{\text{Metall}} = \chi_{\text{Ion}} + \chi_{\text{Elektron}} \quad (1)$$

aus dem diamagnetischen Anteil der edelgasartig abgeschlossenen oder auf 10^1) Elektronen aufgefüllten Elektronenschalen und dem paramagnetischen Anteil des Elektronengases einigermaßen befriedigend darstellen. In dieser Gruppe scheint also die Ionisierung weitgehend vorherrschend zu sein, obwohl man über die wirklich vorhandene Elektronenkonzentration nichts Bestimmtes aussagen kann, und viele voneinander unabhängige Bestimmungsmethoden (Hall-Effekt, Photoeffekt, Leitfähigkeit usw.) auf eine geringere Konzentration als 1 Elektron je Atom hinzuweisen scheinen.

Ebenso einfach ist das Verhalten der B-Untergruppen, die sich an die Edelmetalle anschließen: sie alle sind diamagnetisch bis zu den Nichtmetallen der VI. und VII. Gruppe hin, obwohl sie — schon wegen der Verschlechterung des Metallcharakters — nicht mehr als vollständig ionisiert angenommen werden können. Ihre magnetische Besonderheit liegt in den merklich werdenden Gittereinflüssen der Kristallstrukturen, doch sei darauf hier nicht eingegangen, da wir auf seine ausschlaggebende Bedeutung in einer späteren Arbeit in anderem Zusammenhang ausführlich zurückkommen werden.

2. Die Übergangsreihen.

Sehr wichtig dagegen sind für uns die beiden folgenden Gruppen, die Übergangsreihen und die Seltenen Erden, die beide para- (und ferro-) magnetisch sind und uns die ersten Ansätze zu den Bedingungen des Ferro- und Antiferromagnetismus geben werden.

Phänomenologisch ist über diese drei Reihen, in denen die unvollständig besetzten d -Schalen aufgebaut werden, die den Paramagnetismus bedingen, folgendes zu sagen:

In der ersten Reihe, der „Eisenreihe“²⁾, nimmt der Paramagnetismus ständig zu, um nach dem Chrom und Mangan, die schon ferromagnetische Legierungen bilden können, in Ferromagnetismus überzugehen.

Die zweite Reihe, die „Palladiumreihe“, zeigt einen entsprechenden Gang, erreicht aber Ferromagnetismus nicht mehr.

Die dritte Reihe, die „Platinreihe“, ist zwar am Anfang etwas paramagnetischer als die vorausgehende, setzt aber die absinkende Tendenz am Ende (Paramagnetis-

¹⁾ Oder besser gesagt 18. Die Zahl 10 ist wegen später zu besprechender Zusammenhänge beibehalten.

²⁾ Sinngemäß sollte man sie „Nickelreihe“ nennen.

mus statt Ferromagnetismus) weiter fort, indem der zwar weiterhin steigende Paramagnetismus abermals hinter dem der Vorreihe zurückbleibt, wie es z. B. Bild 1 in etwas anderer¹⁾ Auffassung zum Ausdruck bringt.

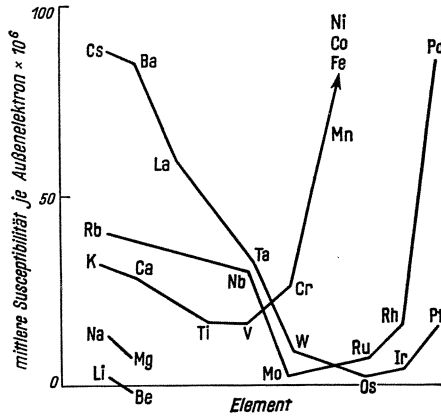


Bild 1. Mittlere Suszeptibilität je Außenelektron in den horizontalen Reihen des Periodischen Systems. (Übergangsreihen: linke Hälfte der langperiodischen Schreibweise.)

mäßig viel größeren Werten als es dem Paulischen Elektronenparamagnetismus entspricht, oder Ferromagnetismus. Die Ursache beider Erscheinungen ist die starke Wechselwirkung zwischen den dicht gepackten Metallionen mit permanentem Moment, das von den ungeschützt außen liegenden Valenzelektronen der unabgeschlossenen *d*-Schalen herrührt.

Ruft diese Wechselwirkung bei den maßgeblichen Elektronen benachbarter Bausteine antiparallele Einstellung (Absättigung) hervor ($\mu \neq 0$; $I < 0$)⁴⁾, so kommen wir zum „metallischen“ Paramagnetismus, ruft er Parallelstellung hervor ($\mu \neq 0$; $I > 0$) zum Ferromagnetismus.

Diese Frage ist bisher nur so allgemein lösbar gewesen (W. Heisenberg, 1928), daß man für den Sonderfall nur dann eine befriedigende Antwort bekommen könnte, wenn man jeden Fall gesondert, d. h. für jede Atomart und jedes bei dieser vorkommende Gitter zahlenmäßig durchrechnen würde, m. a. W. wenn man die Methode von J. C. Slater [25], die dieser für die Berechnung der Kohäsionskräfte des Natriums angewandt hat, im Sinne seiner Anwendung auf den Ferromagnetismus für alle Sonderfälle durchrechnen würde.

Den Einfluß, den die Gitterstruktur auf das Vorzeichen des Austauschintegrals *I* (+ = Ferro-, - = Antiferromagnetismus) hat, kann man sich leicht aus der Bauweise dieses Integrals veranschaulichen

$$I = \frac{e^2}{2} \iiint \left(\frac{2}{r_{12}} + \frac{2}{r_{ab}} - \frac{1}{r_{a2}} - \frac{1}{r_{b1}} \right) \psi_a^{(1)} \psi_b^{(1)} \psi_a^{(2)} \psi_b^{(2)} d\tau_1 d\tau_2, \quad (4)$$

¹⁾ Hier ist nach F. Bitter [5] die mittlere spezifische Suszeptibilität je Außenelektron (errechnet durch Subtraktion der inneren Edelgaskonfiguration und Division durch die Zahl der Außenelektronen) über der Ordnungszahl dargestellt.

²⁾ Auf die Ausnahme der Endglieder Pd und Pt sowie der ferromagnetischen Elemente Fe, Co, Ni im paramagnetischen Zustand werden wir im Abschnitt III, 2, S. 107ff eingehen.

³⁾ Deshalb ist eine Bestimmung des magnetischen Atommoments (wegen der Ungültigkeit des Curie-Weißschen Gesetzes bei stark negativen Δ -Werten) in reinen Metallen sehr hypothetisch.

⁴⁾ *I* = Heisenbergsches Austauschintegral [vgl. S. 93 und Gl. (4), S. 96].

Wichtig für unser Problem ist an diesen Verhältnissen im Periodischen System allein die Tatsache, daß in allen²⁾ diesen Metallen nicht der normale Paramagnetismus der Salzlösungen auftritt, dessen Temperaturabhängigkeit durch das Curiesche Gesetz

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (2)$$

oder das Curie-Weißsche Gesetz

$$\chi = \frac{C}{T \pm \Delta} \quad (3)$$

gegeben ist, aber auch nicht der schwache temperaturunabhängige Paramagnetismus des entarteten Fermi-Gases der Leitungselektronen, sondern entweder ein Übergang³⁾ zwischen beiden Typen des Paramagnetismus mit zahlen-

in dem die wechselseitigen Anziehungs- und Abstoßungskräfte benachbarter Kerne und Elektronenschalen vorkommen. Auf einen positiven Wert arbeiten die Wechselwirkungen der beiden Elektronenhüllen ε_1 und ε_2 und der beiden Kerne k_a und k_b , d. h. also die Glieder $1/r_{12}$ und $1/r_{ab}$, hin; auf einen negativen die des Kerns k_a auf die Elektronenhülle ε_2 und des Kerns k_b auf die Elektronenhülle ε_1 , also $1/r_{a2}$ und $1/r_{b1}$. Der positive Betrag wird um so größer sein, je kleiner die Wechselwirkungen $k_a \leftrightarrow \varepsilon_2$ und $k_b \leftrightarrow \varepsilon_1$ sind, d. h. je größer die Kernabstände a gegen die Halbmesser r_a der als „Bahn“, d. h. Ladungsschwerpunkt, in Frage kommenden Außenelektronen sind. Tatsächlich ist dieses Verhältnis bei den „ferromagnetischen Elementen“ besonders groß, wie Zahlentafel 1 zeigt:

Zahlentafel 1.

Element	Ti	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Pd	Pt	Ce	Yb
Verhältnis $a/r_a \approx v$	2,24	2,31	2,94	3,26	3,64	3,96	2,82	2,46	3,20	5,28

Wir werden auf diese „geometrische“ Beziehung in einer späteren Arbeit ausführlicher zurückkommen.

Andererseits erfordert eine kleine Ladungsdichte $\rho = \psi_a \psi_b$ in der Nähe der Kerne ein größeres l , d. h. eine hohe Azimutalquantenzahl der unabgeschlossenen Schale. Nach diesen beiden Bedingungen läßt sich der Verlauf von $I(\approx A)$ durch das Bild 2 wiedergeben. Diese Verhältnisse umfassen den Antiferromagnetismus ebenso wie den Ferromagnetismus.

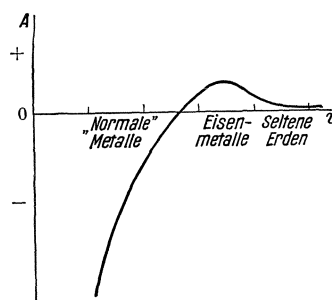


Bild 2. Qualitativer Verlauf des Austauschenergie A in Abhängigkeit vom Verhältnis $v =$ (Gitterabstand benachbarter Atome): (Halbmesser der unabgeschlossenen Elektronenschale). Für welche Metalle die verschiedenen Werte von v verwirklicht sind, ist an der Abszisse vermerkt. Positive Austauschenergie = Ferromagnetismus, Absolutwert von A proportional Curietemperatur.

3. Die Seltenen Erden.

Einen ausgesprochenen Gegensatz zu den Elementen der Übergangsreihen bilden von dem hier in den Vordergrund geschobenen Gesichtspunkt der starken Wechselwirkung aus die Seltenen Erden, deren Ionenmagnetismus bekanntlich nach der Hundschen Theorie¹⁾ [18] gerade deshalb so gut aus dem Elektronenzustand berechenbar ist, weil diese — störende — Wechselwirkung wegen der geschützten Lage der für das magnetische Moment verantwortlichen unabgeschlossenen f -Schale ausgeschlossen ist. Deshalb erfüllen die Seltenen Erden auch im metallischen Zustand das Curiesche Gesetz verhältnismäßig sehr gut.

Die dadurch gegebene Bestimmbarkeit der magnetischen Momente führt zu einer befriedigenden Übereinstimmung mit den aus den Salzen bekannten Werten, zwingt aber zu dem Schluß, daß nur Cer, Neodymium und Gadolinium in der bevorzugten Valenzstufe des dreiwertigen Ions, Praseodymium dagegen als vierwertiges und Erbium als einwertiges Ion vorliegt [27]. Dieser Befund deckt sich weitgehend mit der von W. Klemm [20] aus chemischen Gesichtspunkten gegebenen Systematik der Seltenen Erden.

Vom Standpunkt des hier verfolgten Gedankens des Ferro- und Antiferromagnetismus als Wechselwirkung benachbarter Elektronendralle aus sollte man nach dem eben Gesagten erwarten, daß die Seltenen Erden — entgegen einer oft geäußerten

1) Mit normaler Drall-Bahnmoment-Kopplung.

Vermutung¹⁾ — auch bei tiefen Temperaturen nicht in der Lage sind, in den ferromagnetischen Zustand überzugehen, da ihre Fähigkeit, in Wechselwirkung zu treten, offenbar durch den Aufbau ihrer Schalen sehr behindert, wenn nicht zerstört ist. Tatsächlich werden von den bisher bekannten fünf metallisch untersuchten Seltenen Erden (s. oben) vier bis zur Temperatur der flüssigen Luft nicht ferromagnetisch. Neuerdings ist es aber G. Urbain, P. Weiß und F. Trombe [30] gelungen, metallisches Gadolinium in ferromagnetischem Zustand zu messen. Seine Sättigung übertrifft, wie für den Fall der Erreichbarkeit zu erwarten war, die des Eisens, ist aber — im Gegensatz zu den Elementen der Eisengruppe mit starker Wechselwirkung — sehr schwer²⁾ erreichbar. Trotzdem liegt seine Curietemperatur überraschend hoch:

$$\Theta_f = 16^\circ \pm 2^\circ \text{ C}, \quad \Theta_p = 29,5^\circ \text{ C}.$$

Man darf wohl annehmen, daß die Seltenen Erden wegen ihrer behinderten Fähigkeit zur Wechselwirkung nicht gerade die aussichtsreichsten Objekte zum Studium des Ferro- und Antiferromagnetismus sind. Es ist aber bemerkenswert, daß es gerade das Element mit 10 in nichtaufgefüllten Schalen sitzenden Elektronen ist, das zuerst ferromagnetisch gefunden worden ist. Immerhin sollte man der Möglichkeit, die Seltenen Erden in metallischen Lösungen in ferromagnetischen Zustand überzuführen, mehr Aufmerksamkeit widmen³⁾; vgl. jedoch auch S. 104.

Will man über diese sehr allgemeinen Gesetzmäßigkeiten über die Verteilung von Ferro- und Antiferromagnetismus hinaus einen Einblick in die „Bindungsverhältnisse“ — die Drall-Drall-Kopplung — gewinnen, muß man sich von der Unveränderlichkeit der Verhältnisse in reinen Stoffen, wie es die Elemente sind, freimachen. Denn es ist klar, daß man eher erwarten kann, diesem Ziel näherzukommen, wenn man beispielsweise zwei Elemente, die den entgegengesetzten Typen angehören, z. B. Fe und Pd, miteinander legiert und die mit der Konzentration beider Elemente veränderlichen Bindungsverhältnisse untersucht. Die Möglichkeit dessen, hierdurch im Metallverband etwas über die Drallstellungen aussagen zu können, beruht auf dem glücklichen Umstand, daß die Richtungen der Drallmomente durch magnetische Messungen faßbar ist.

Wir greifen zu diesem Zweck drei Gruppen von binären Legierungen heraus, deren Auswahl durch die Beschränkung des bisher gesammelten Tatsachenmaterials bedingt ist.

III. Magnetismus binärer Legierungen.

In diesen drei Gruppen wollen wir zunächst die Frage des Moments weiterverfolgen, die zugleich in gesteigertem Maße eine Frage des Ionisierungszustandes im Metallgitter werden wird. Denn es ist klar, daß das reine Metall angesichts der S. 95 erwähnten Unmöglichkeit, die verschiedenen Summanden durch Messung zu trennen, keine sehr weitgehenden Schlüsse erlauben kann. Anders wird das sein, wenn es sich zeigen sollte, daß sich der Ionisierungszustand (und mithin auch das magne-

¹⁾ Die sich wohl in erster Linie auf das Vorhandensein großer und leicht drehbarer permanenter Momente stützt. Beide Gesichtspunkte sind aber nicht ausschlaggebend.

²⁾ Der Koeffizient a in dem Gesetz $\sigma_{\text{S}} = \sigma_{\infty}(1 - a/\xi)$ ist > 1250 (für Eisen zum Vergleich < 10).

³⁾ Die Momente von Dysprosium, Holmium und Erbium übertreffen (als Ionen) das des Eisens um das Fünffache.

tische Moment als meßbare Größe) in einer festen Lösung mit der Konzentration ändern kann. Tatsächlich werden wir zu diesem Ergebnis geführt werden.

Die drei Gruppen, die wir herausgreifen wollen, sind folgende:

1. Verdünnte Lösungen nichtferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern.
2. Verdünnte Lösungen ferromagnetischer Metalle in diamagnetischen Gittern.
3. Konzentrierte Lösungen ferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern¹⁾.

Wir erkennen zugleich, daß die bisher besprochenen reinen Metalle als Grenzfälle von 1 oder 3 aufgefaßt werden können.

1. Verdünnte Lösungen nichtferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern.

Die Frage der Veränderung der magnetischen Eigenschaften eines ferromagnetischen reinen Metalles durch Zusätze ist wohl so alt wie der Ferromagnetismus selbst. Ihre systematische Durchmusterung kann bei der Mannigfaltigkeit der Kombinationsmöglichkeiten nicht unsere Aufgabe sein und dürfte bei der Verschiedenwertigkeit der Angaben auch kaum lohnen, so groß auch das technische Interesse dieser Erfahrungen sein mag. Wir wollen uns vielmehr — um das Wesentliche des bisher Erkennbaren herauszuheben — auf eine verhältnismäßig schmale Grundlage beschränken, die im wesentlichen von der Straßburger Schule²⁾ geschaffen ist. Der Grundgedanke ist folgender: Wenn man in einem Zweistoffsystem die Änderung der magnetischen Sättigung mit der Konzentration verfolgt, so folgt diese für kleine Zusätze (und diese wollen wir hier ja zunächst nur betrachten) über einen Konzentrationsbereich schwankender Ausdehnung in erster Näherung dem Mischungsgesetz. Man kann also aus der Tangente an die Sättigungskurve das Moment des gelösten Metalls bestimmen. Dabei ist es keineswegs a priori selbstverständlich, daß dieser Weg zu einem vernünftigen Ergebnis führen muß: es wäre durchaus denkbar, daß die gelösten Stoffe einfach nach einem Gesetz der Verdünnung des ferromagnetischen Bestandteils mit statistischer Drallrichtungsverteilung wirkten. Die Rechtfertigung dieses Weges liegt vielmehr a posteriori in der Einfachheit der gefundenen Gesetzmäßigkeit, wobei ihre Deutung heute noch keineswegs feststeht und über die bisherigen theoretischen Versuche hinaus noch weitere Bearbeitung erfordern wird.

Leider ist die bisher vorliegende Tatsachensammlung noch zu lückenhaft, um voll zu befriedigen. Aber einige überraschende Ergebnisse sind doch schon an ihr erkennbar geworden. Verwandt sind als Lösungsmittel Eisen, Kobalt und Nickel.

¹⁾ Wir lassen dabei bewußt beiseite die interessanten Erscheinungen der Änderung oder gar der Entstehung von magnetischen Momenten in den binären Lösungen zweier diamagnetischer Bestandteile (z. B. CuSb) wegen der Dürftigkeit des vorliegenden Erfahrungsmaterials, obwohl diese Erscheinung dem Wesen nach sicher in den Rahmen unseres Themas, das wir ja auch als „Chemie“ der Metalle auffassen können (wenn wir unter „Chemie“ den Umbau der Elektronenschalen zweier Partner durch wechselseitige Beeinflussung verstehen), hineingehört. Denn es ist nur ein Schritt weiter, zu verstehen, warum eine Schale aufgefüllt oder abgebaut wird, und warum das einmal mit Parallelstellung und das andere Mal mit Antiparallelstellung beteiligter Drallmomente geschieht. Und wir lassen ferner bewußt beiseite alle Einflüsse der Geometrie, der Kristallstruktur, in Sonderheit der Überstrukturen, da diese erst in einem späteren Zusammenhang behandelt werden sollen.

²⁾ Es handelt sich in erster Linie um die Mitarbeiter von P. Weiß: M. Fallot, R. Forrer, L. Néel, Ch. Sadron u. a.

Die gefundenen Momente der gelösten Metalle sind in Zahlentafel 2¹⁾ angegeben.

Zahlentafel 2.

Gelöst in		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Eisen	Element ..	Au		Al	Si	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni
	Moment ...	0		0	0	0	0	-1	+11	+16,3	+14
Kobalt	Element ..				Si						
	Moment ...				-18						
	Element ..							Mn	Fe	Co	Ni
	Moment ...							-15	+14,7	+9	+3
	Element ..	Au									Pt
Moment ...	+2,3									+3	
Nickel	Element ..			Al	Si						
	Moment ...			-12,2	-18						
	Element ..			-15,5	-20						
	Moment ...										
	Element ..	Cu	Zn		Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni
	Moment ...	-2	-7,3			-23	-19	+15	+14	+9	+3
	Element ..					-25,5	-20	+11,5	+11	+7	
	Moment ...	-5,2	-10								
Element ..				Sn	Mo					Pd	
Moment ...				-18	-24,5	-19				+3	
Element ..				-20	-25,5	-30				-1	
Moment ...										-1	
Element ..	Au						W			Pt	
Moment ...	-3,5						-9			-3	
							-30				

Die Gesetzmäßigkeiten, die von Ch. Sadron [23] an Hand einer graphischen Darstellung seiner Befunde (Bild 3) größtenteils an Nickellegierungen gefunden sind,

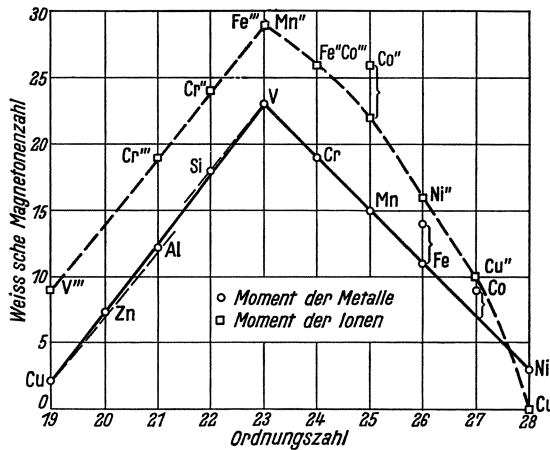


Bild 3. Abhängigkeit der Weiss'schen Magnetonzahlen von der Ordnungszahl (nach Ch. Sadron).

lauten etwa so:

1. Das Atommoment bleibt in den Vertikalreihen des Periodischen Systems konstant.

2. Das Moment nimmt in den Übergangsreihen zunächst für jedes angebaute Elektron bis zu einem Höchstwert bei der 5. Vertikalreihe um je 5 Weiss'sche Magnetonen zu, dann um je 4 Magnetonen ab.

Da zum Teil Erstatzelemente aus anderen Reihen gewählt sind (Cu, Zn, Al, Si) hat es den Anschein, als wenn das magnetische Moment, bezogen auf ein und dasselbe Lösungsgitter, lediglich eine Funktion der Zahl der Außenelektronen der Untergruppen ist²⁾.

Wir haben in Bild 4 unter Hinzunahme neuerer Ergebnisse von M. Fallot [10] und unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Momente, mit denen sie in Lösung gehen, eine andere Darstellung gewählt, die für unser Thema aufschlußreicher zu sein scheint. Wenn man von dem nur zum Teil richtigen Gesetz (1) von Ch. Sadron

¹⁾ Die Kursivzahlen stammen von V. Marian [Diss. Straßburg (1936); Ann. de Physique (11) 7 (1937), S. 459]; die geraden von M. Fallot [10] und Ch. Sadron [23].

²⁾ In dieser verallgemeinerten Form ist das Ergebnis auch in Lehrbücher [vgl. z. B. (2b)] eingedrungen. Diese Auffassung übersieht eine wesentliche Seite und geht gerade an der uns hier interessierenden Frage vorbei.

Gebrauch macht, kann man (unter vorläufiger Weglassung des Ru-Wertes in Nickel) feststellen, daß zwar die Absolutwerte im allgemeinen (wenigstens in Ni und Co) dem Sadronschen Gesetz (2) folgen, daß aber das Vorzeichen zwischen Cr und Fe in allen drei Fällen einen Umschlag erleidet. Dies führt zur

Folgerung I: Je nach dem Lösungsmittel werden am Anfang der Untergruppen die gelösten Momentträger mit antiparallelem Drall in das ferromagnetische lösende Gitter aufgenommen, am Ende dagegen mit parallelem Drall (Beteiligung am Ferromagnetismus des lösenden Gitters), und zur

Folgerung II: Die positiven Höchstwerte des magnetischen Moments werden mit zunehmender Elektronenzahl $Z_a(x)$ des lösenden Gitters um ebensoviel zu kleineren Elektronenzahlen $Z_a(y)$ des gelösten Elements verschoben: $Z_a(x) + Z_a(y) = \text{const.}$ Für den Umschlag von antiparalleler zu paralleler Drallstellung scheint eine entsprechende Regel wirksam zu sein.

Man erkennt ferner, daß erstens der Absolutwert des Moments des gelösten Elements entgegen dem Satz (1) von Ch. Sadron nicht immer — wie in der 6. Vertikalreihe (Cr, Mo, W) in Ni gelöst — konstant bleibt (Cu-Au und Fe-Ru in Ni und Co und außerdem alle Elemente vor Eisen in Eisen im Vergleich zum Co und Ni als Lösungsmittel), und zweitens, daß sich zugleich auch das Vorzeichen, das für unsere Frage ja ausschlaggebend ist, in allen genannten Ausnahmen des Gesetzes (1) von Ch. Sadron umkehrt. Man kann also strenggenommen nicht den Satz (1)

von Ch. Sadron zu Hilfe nehmen, um das bisher zu lückenhafte Erfahrungsmaterial durch Ersatzelemente derselben Vertikalreihe zu ergänzen, sondern muß für jede Horizontalreihe gesondert Kurven aufstellen, wie es, soweit bisher möglich, in Bild 4 getan ist.

Daß der allgemeine Verlauf der Kurven in Bild 4 natürlich dasselbe Gesetz von Ch. Sadron wiedergibt, daß das Moment zunächst mit jedem hinzukommenden Elektron um etwa 1 Bohrsches Magneton steigt und dann fällt, ist klar. Er sagt aber darüber hinaus noch aus, daß sich das Moment des gelösten Stoffes jeweils dann anders zum lösenden Gitter einstellt, wenn die Drallzahl des gelösten Stoffes die nach einer Art Pauli-Prinzip mögliche Anzahl paralleler Dralle in der Schale zu übersteigen beginnt und deshalb zu dem das Moment wieder herabsetzenden antiparallelen Anbau übergehen muß. Offenbar wirkt hier also für das wechselseitige Verhalten der Partner in einem höheren

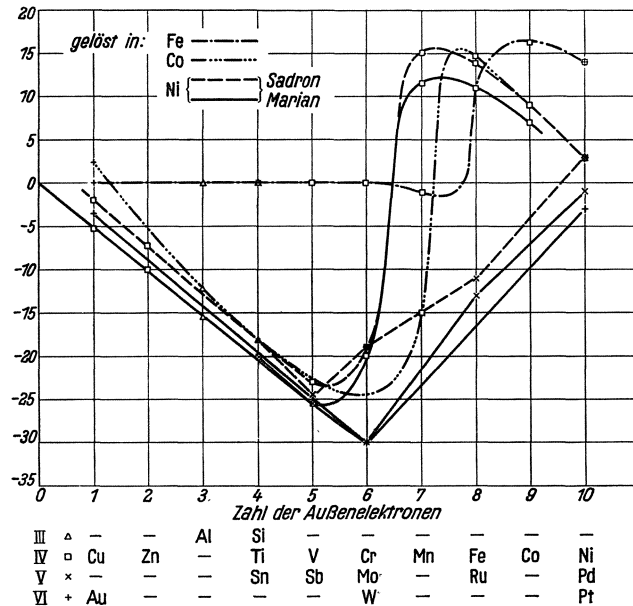


Bild 4. Größe und Vorzeichen der Weißschen Magnetonzahlen in den verschiedenen Horizontalreihen des Periodischen Systems.

Sinn ein den Hundschen Regeln entsprechendes¹⁾ Gesetz²⁾, das die Frage der Verteilung des Ferro- oder Antiferromagnetismus regelt.

Von dieser Blickrichtung aus ist eine Erweiterung der Erfahrungssammlung von Interesse: Es wäre wünschenswert zu wissen, wie sich ein Endglied der Übergangsreihen, z. B. die ferromagnetischen Metalle Fe, Co oder Ni, in kleinen Mengen in Metallen der ersten Vertikalreihen des Periodischen Systems lösen. Ansätze zu dieser Fragestellung werden wir im nächsten Abschnitt 2 finden, doch sind dort die Endglieder in den verschiedenen Vertikalgliedern der ersten Reihe gelöst, während hier die Lösung ein und desselben Endelementes in verschiedenen Anfangselementen ein und derselben Horizontalreihe³⁾ gefordert wird. Daß diese Aufgabe trotz des fehlenden Ferromagnetismus grundsätzlich lösbar ist, werden wir im nächsten Abschnitt 2 kennenlernen.

Man kann aber darüber hinaus noch einen Schritt weiter gehen, indem man die Frage aufwirft, ob die Regeln I und II in Gültigkeit bleiben, wenn man als lösende Stoffe Elementé mit kleinerer Ordnungszahl wählt, also zunächst zum Mn übergeht und damit den Ferromagnetismus des lösenden Gitters verläßt. Wegen der antiparallelen Stellung der Drallmomente in temperaturunabhängig paramagnetischen Stoffen verliert die Frage nach der Richtung des Einbaus verdünnter gelöster Drallmomente zunächst ihren Sinn, kann ihn aber für höhere Konzentrationen wiedergewinnen.

Wenn Regel II weiterhin Gültigkeit behalten soll, muß der positive Höchstwert jetzt bei Ni angekommen sein. Andererseits weiß man aus dem Verhalten des reinen Mangans, das Antiferromagnetismus hat, daß der Wert des Austauschintegrals beim Mn negativ ist. Dasselbe kann man wohl nach der Lage der Curietemperaturen für die nach rechts folgenden Elemente Fe und Co annehmen, wenn schon eine Nachprüfung⁴⁾ nötig ist. Ferner weiß man aus der Cu-Mn- und Ag-Mn-Reihe, daß in ihnen positive Wechselwirkungen erreicht werden, und daß Legierungen des B, Al, Sn, N, P, Ag, Sb und Bi⁵⁾ mit Mangan ferromagnetisch werden können. Aus allen diesen Tatsachen zusammen läßt sich ohne nähere Kenntnis der absoluten Momentwerte vermuten

(Folgerung III), daß der Kurvenverlauf des Bildes 4 bei Mangan für hinreichende Konzentrationen spiegelbildlich zu denen des Co und Ni verlaufen wird, d. h. daß mit Annäherung an die halbbesetzte Untergruppe das Gesetz, das die parallele oder antiparallele Einstellung bestimmt (Pauli-Prinzip zweiter Art), umschlägt.

¹⁾ Dabei bleibt die Frage offen, ob es sich hier um angeregte Zustände handelt. Die aus den kreisel magnetischen Ergebnissen (g sehr nahe = 2) geforderten S -Zustände sind für die Metallgitter oft als unmöglich abgelehnt worden. Auf alle Fälle aber muß es sich um die bei der Beobachtungstemperatur nach dem Pauli-Prinzip möglichen energieärmsten Zustände handeln.

²⁾ Dieser Gedanke findet sich in gewissem Sinne — wie Verf. erst nachträglich bemerkte — schon implizite bei J. Dorfman [8], der das positive Vorzeichen mit fehlenden, das negative mit überschüssigen Elektronen in der d^{10} -Schale in Zusammenhang brachte. Während wir hier den Vorzeichenwechsel für entstehenden Ferromagnetismus in der Mitte der Untergruppe betont haben, hat Dorfman schon den entgegengesetzten, ergänzenden Vorgang am Ende der Untergruppe hervorgehoben. Wir werden darauf noch einmal bei den konzentrierten Lösungen ferromagnetischer Metalle ineinander (Abschnitt 3, S. 112) zurückkommen.

³⁾ Wobei noch zwischen den B-Untergruppen (mit ihrem Übergang zur homöopolaren Bindung) und den eigentlichen Übergangsreihen (unabgeschlossene d -Schalen) zu unterscheiden wäre.

⁴⁾ Diese ist immer möglich, indem man das Temperaturverhalten der paramagnetischen Suszeptibilität untersucht.

⁵⁾ D. h. also u. a. aller (!) Elemente der 5. Vertikalreihe des Periodischen Systems.

Eine Vorbereitung dieses Umschlags deutet sich in dem Nullwerden der Eisenkurve in der linken Hälfte des Periodischen Systems an. Man käme also zu einer wesentlichen Erweiterung der ersten Regel, die nicht nur die ferromagnetischen Legierungen der rechten Hälfte, sondern auch die meist als „überraschend“ empfundenen der linken Hälfte aus dem Obwalten des gleichen Gesetzes herzuleiten erlaubt.

Die Behauptung der Folgerung III bleibt natürlich sehr problematisch, da sie sich eigentlich nur auf einen einzigen Punkt, den Antiferromagnetismus des reinen Mn stützt. Ohne Kenntnis dieses Punktes würde man aus den positiven Werten der ersten Hälfte und des Ni ebensogut auf einen zur Pd-Reihe (in Bild 4 gestrichelt) spiegelbildlichen, also rein positiven Verlauf ohne Umschlag in der Mitte, schließen, denn offensichtlich ist der Verlauf der Kurven in den verschiedenen Horizontalreihen (in ein und demselben Element gelöst) keineswegs stets der gleiche mit dem Umschlag, sondern er kann auch dem zweiten Typ, ohne Umschlag, angehören (Sadron-Kurve). Wir können demnach etwa folgende sechs allgemeine Formen erwarten (Bild 5), wobei der Übergang von *a* in *d* und *c* in *f* durch die Art des lösenden Gitters (Fortschreiten in einer horizontalen Reihe des Periodischen Systems) und von *a* in *c*

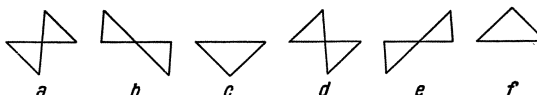


Bild 5. Mögliche Schemata der Abhängigkeit der Magnetonenwerte und -vorzeichen von der Zahl der Außenelektronen; Koordinaten vgl. Bild 4.

durch den Übergang von einer Horizontalreihe zu einer anderen des Periodischen Systems erfolgen kann. Dazwischen gibt es ausgesprochene Übergänge, wie die Kurve der in Eisen gelösten Elemente zeigt. Es sei schon hier darauf hingewiesen, daß die Ursache des Überganges von *a* zu *c* in einer geometrischen Bedingung zu suchen ist, auf die wir an anderer Stelle zurückkommen werden.

Die Ermittlung aller dieser Kurven ist der experimentelle Weg, der zwangsläufig zur Erkennung der für den Antiferro- und Ferromagnetismus verantwortlichen Gesetze führen muß.

Nach dieser etwas hypothetischen Zwischenschaltung wollen wir zu den Gegebenheiten des Bildes 4 zurückkehren, die uns noch einige weitere Einblicke erlauben werden.

Zunächst ist — wenn wir von der eben gegebenen Erklärung wegen ihres hypothetischen Charakters absehen — das in der ersten Hälfte der Untergruppe völlig abweichende Verhalten der im Eisen gelösten Metalle auffällig. Das tiefe Minimum, das von den im gelösten Metall parallel, zum lösenden Gitter aber antiparallel eingebauten Drallen herrührt, ist im Fe-Gitter fast völlig unterdrückt. Dieser Befund läßt zwei Deutungen zu: 1. Entweder treten die vor dem Eisen stehenden Elemente in dem eingangs (S. 99) beargwöhnten Zustand als „Verdünnungsmittel“ in das Gitter ein, ohne in Wechselwirkung zu treten, d. h. ohne in das Molekularfeld des Eisengitters einbezogen zu werden. Dann können sie sehr wohl ein Moment tragen, das aber paramagnetisch ist und als solches neben dem Ferromagnetismus unmeßbar bleibt. Oder — und dieser Gedanke hat mehr Wahrscheinlichkeit — sie können 2. ihrer Elektronen so weit beraubt werden, daß sie dadurch ihr Moment verlieren. Eine dritte Möglichkeit, daß nur ein Abbau auf eine gerade Anzahl von Drallen erfolgt, und daß sich diese dann unter Veränderung ihres Anregungszustandes jeweils gegenseitig absättigen, erscheint wenig plausibel.

An der ersten Möglichkeit ist eigentlich nur bemerkenswert, daß sie uns noch einmal Gelegenheit gibt, auf die Tatsache hinzuweisen, daß der Sadronsche Gedanke nicht a priori zu einem vernünftigen Ergebnis führen mußte. Denn bei dem naiverweise näherliegenden Gedanken der Verdünnung ohne Wechselwirkung hätte in allen Fällen das Moment Null für alle gelösten Elemente in allen lösenden Gittern gefunden werden müssen. Daß das nicht der Fall ist, ist eigentlich überraschend, wird aber durch das Gesetz des Vorzeichenwechsels (Folgerung I) über jeden Deutungszweifel erhaben gemacht. Wir haben hier eben dasselbe Ergebnis des „Antiferromagnetismus“ vor uns, zu dem uns schon die Betrachtung der reinen Elemente gebracht hatte. Beide Erscheinungen, der metallische temperaturunabhängige Paramagnetismus und dieser zweite Antiferromagnetismus in der ersten Hälfte der Übergangsgruppen, sind wesensverwandt und gehen auf die gleiche Ursache eines Pauli-Prinzips zurück, wobei die Wechselwirkung mit den Leitungselektronen im Sinne E. C. Stoners [26], auf die wir noch S. 112 zurückkommen werden, durchaus in die Betrachtung einzubeziehen ist. Das beiden Gemeinsame ist eben das Vorhandensein einer starken Wechselwirkung, und von diesem Standpunkt aus ist die Deutung (1), daß im Eisengitter diese Wechselwirkung fehlen soll, wohl grundsätzlich¹⁾ zu verwerfen. Am ehesten könnte man bei den Seltenen Erden erwarten, daß ihr (großes) Moment nicht in Wechselwirkung mit einem anderen Metallgitter treten kann, und daß insofern der S. 98 geäußerte Gedanke abwegig ist. Lediglich die Tatsache des Ferromagnetismus von Gadolinium rechtfertigt ihn dennoch.

Wir kommen also notgedrungen²⁾ zu dem Schluß einer weitgehenden Ionisierung, so unsympathisch er auch sein mag. Ein vollkommen entsprechendes Verhalten kennen wir ja schon vom Diamagnetismus der B-Untergruppen (S. 95), der dem Verständnis vom Standpunkt des Ionisierungszustandes aus auch gewisse Schwierigkeiten bereitet, die in der gleichen Richtung liegen.

Daß dieser Elektronenraub am gelösten Stoff erst beim Eisen merklich wird, hat seinen verständlichen Grund wohl darin, daß die Neigung zur Elektronenaufnahme mit zunehmender Unvollkommenheit der d^{10} -Zwischenschale zunehmen muß³⁾. Frei von solchen Neigungen ist aber sicher auch das Ni-Gitter nicht, denn es ist eine auffällige Tatsache (Bild 3), daß die Momente, die Ch. Sadron gefunden hat, eine deutliche Abnahme um rund 1 Bohrsches Magneton zeigen, ohne daß deshalb jedoch der Höchstwert in der Sadronschen Kurve nach dem Kosselschen Verschiebungssatz gegen die Ionen um einen Platz nach links verschoben ist. In dieser Tatsache liegt eigentlich eine nicht genug beachtete Schwierigkeit⁴⁾: einerseits sind die Sadronschen Momente ungefähr um 1 Bohrsches Magneton gesenkt, andererseits zeigt aber die Lage des Höchstwertes⁵⁾ an, daß sie doch als neutrale Ele-

¹⁾ Wenn wir von unserer Hypothese der spiegelbildlichen Umkehrung (Folgerung III) keinen Gebrauch machen wollen. Im anderen Fall ist die Wechselwirkung tatsächlich dadurch „aufgehoben“, daß Parallel- und Antiparallelstellung in diesem Sonderfall gleich wahrscheinlich werden.

²⁾ Wieder mit der Einschränkung, daß Folgerung III nicht bewiesen ist.

³⁾ Wir werden darauf noch ausführlich im nächsten Abschnitt (2) zurückkommen.

⁴⁾ F. Hund hat 1932 in einer frdl. brieflichen Mitteilung dafür den Hinweis gegeben, daß zwar für die Berechnung der Ionenmomente die Formel $\mu\sqrt{4S(S+1)}$, für Gitter aber (weil S sehr groß ist) $\mu\sqrt{2S(S+1)}$ anzuwenden ist. Man erhält also im Gitter je Atom für das magnetische Moment den Wert μn gegenüber $\mu\sqrt{n(n+2)}$ für Ionen, also einen merklich kleineren Wert (n = Zahl der äußeren Elektronen oder „Lücken“).

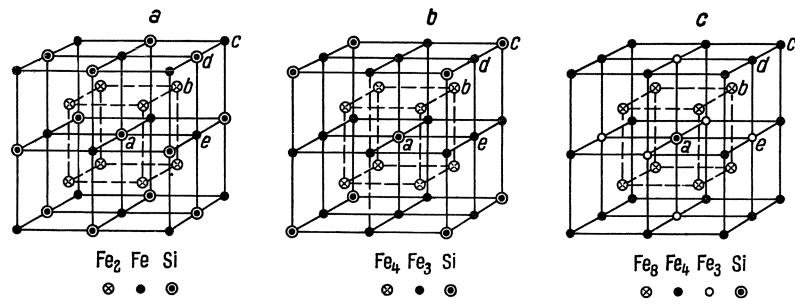
⁵⁾ Vanadium (Ordnungszahl 23) mit 5 Außenelektronen.

mente eingehen oder wenigstens als solche, die im Zeitmittel alle ihnen als neutrale Elemente zustehenden Elektronen um sich versammelt haben. Es ist in diesem Zusammenhang bedauerlich, daß bisher kein Wert von Titan in einem ferromagnetischen Gitter gemessen ist¹⁾.

Für die Tatsache der Elektronenaufnahme durch das Eisengitter spricht noch ein anderer sehr eigenartiger Befund, auf den wenigstens kurz hingewiesen werden soll. Wir setzen als bekannt²⁾ voraus, daß der Ionisierungszustand zweier Partner bei starken Änderungen der Konzentration nicht konstant bleibt. Täte er das, so müßten die Sättigungswerte aller binären Systeme über den ganzen Bereich homogener Mischkristalle jeweils der linearen Mischungsregel folgen, wovon fast nie³⁾ die Rede sein kann. Nun hat M. Fallot [10] aus den verschiedenen Neigungen, in die man die Sättigungs-Konzentrationskurven oft mit großer Genauigkeit, manchmal mit geringerer Berechtigung zerlegen kann, nach der Methode von Forrer-Sadron die Änderungen der Momente des Eisengitters in den verschiedensten Fällen bestimmt und ist da-

bei zu der Feststellung gekommen, daß die Änderungen des Eisenmomentes für alle (untersuchten) Zusatzelemente vor Eisen eine Verkleinerung, nach Eisen eine Vergrößerung mit sich bringen. Die Elemente der ersten Sorte sind Al, Si, V, Cr. Man könnte geneigt sein, in dieser Verkleinerung grundsätzlich einen Hinweis auf eine

(teilweise) Aufnahme von Elektronen in die Fe-Elektronenhüllen zu sehen, die nach dem Kosselschen Verschiebungssatz bei Eisen eine Erniedrigung des Moments mit sich bringen muß. Tatsächlich kommt auch M. Fallot auf Grund rein geometrischer Betrachtungen⁴⁾ zu dem Ergebnis, daß bei Fe₃Al, Fe₇Si, Fe₃Si, Fe₃V und Fe₇Cr ein bestimmbarer Teil der Eisenatome ein verkleinertes Moment trägt, und zwar jeweils nur der Anteil der Eisenatome, der das gelöste Element im kleinsten Abstand ([111]-Achse) hat⁵⁾, wie Bild 6 zeigt,



	a			b			c			
	Fe ₂	Fe	Si	Fe ₄	Fe ₃	Si	Fe ₈	Fe ₄	Fe ₃	Si
Zusammensetzung	Fe ₂	Fe	Si	Fe ₄	Fe ₃	Si	Fe ₈	Fe ₄	Fe ₃	Si
Orte der Atome	b	c-e	a-d	b	d-e	a-c	b	c-d	e	a
Zahl der benachbarten Si-Atome in der [111]-Richtung	4	0		2	0		1	0	0	
Zahl der benachbarten Si-Atome in der [100]-Richtung	0	6		0	2		0	0	2	

Bild 6. Überstrukturgitter der Eisen-Silicium-Legierungen.

¹⁾ Mit Leitfähigkeitsmessungen ist der Frage der Elektronengaskonzentration und des Ionisierungszustandes bekanntlich wegen ihrer Abhängigkeit von der freien Weglänge nicht gut näherzukommen. Hier könnte der Hall-Effekt helfen.

²⁾ Vgl. z. B. die bekannten binären Systeme Fe-Co und Fe-Ni.

³⁾ Eine der seltenen Ausnahmen sind die γ -Co-Ni-Kristalle.

⁴⁾ Durch die Annahme von Überstrukturen, die zum Teil zwar recht hypothetischer, geradezu gewagter Natur, zum Teil aber durch das Verhalten der Sättigung, ihrer Temperaturabhängigkeit und der Curietemperatur recht gut gestützt sind.

⁵⁾ Dabei scheint die Frage der Überstruktur bei kleinen Konzentrationen von untergeordneter Bedeutung, solange nur die Wahrscheinlichkeit, daß ein gelöstes Fremdatom allseitig von lösenden Gitteratomen umgeben ist, groß ist.

während die übrigen unverändert bleiben. Man muß dann sinngemäß die genannten Formeln:

$$\begin{array}{cccccc} & \text{Fe}_2\text{FeAl} & \text{Fe}_4\text{Fe}_3\text{Si} & \text{Fe}_2\text{FeSi} & \text{Fe}_2\text{FeV} & \text{und} & \text{Fe}_4\text{Fe}_3\text{Cr} \\ \mu_w & 7 \quad 11 & 10 \quad 11 & 7 \quad 11 & 7 \quad 11 & & 10 \quad 11 \end{array}$$

schreiben, wobei die jeweils im kleinsten Abstand unterbringbaren Fe-Atome zuerst, die im größten Abstand ([100]-Achse) an zweiter Stelle genannt sind. Die daruntergeschriebenen Ziffern geben die Weißschen Magnetonzahlen μ_w an, mit denen die bei diesen Zusammensetzungen gemessenen Sättigungen genau berechenbar sind. Nach dieser Anschauung muß man wohl annehmen, daß die Nullmomente von Al, Si, V und Cr in ursächlichem Zusammenhang mit der Abnahme der Eisenmomente stehen, und daß diese nach dem umgekehrt als gewöhnlich angewandten Kossel'schen Verschiebungssatz auf Elektronenaufnahme zurückzuführen sind, wenn schon so geringe Abnahmen wie die um nur 1 Weißsches Magneton vom theoretischen Standpunkt aus zunächst auch schwer verständlich bleiben¹⁾. Nach M. Fallot [10] ist die Erniedrigung um so größer, je mehr Fremdatome sich zu den Eisenatomen im kleinsten Abstand befinden (Fe₂FeSi hat 4 [111]-Nachbarn, Fe₄Fe₃Si 2). Neben der Änderung des Ionisierungszustandes, der Wertigkeit, bleibt auch die Möglichkeit angeregter Zustände zu berücksichtigen.

Trotzdem befriedigt diese Anschauung keineswegs völlig, da dann für die das Moment vergrößernden Elemente Au, Sn und Pt sinngemäß der entgegengesetzte Prozeß angenommen werden müßte, was — besonders im Fall des Au und Sn — wenig einleuchtend scheint. Etwas gemildert wird diese Schwierigkeit durch M. Fallots Deutung, daß für Fe₇Au und Fe₁₅Sn — im Gegensatz zu vorhin — nur die Eisenatome im größten Abstand ([100]-Achse) verändert werden, so daß die gemessenen Sättigungen wieder mit der gleichen Übereinstimmung sinngemäß aus den Formeln

$$\begin{array}{ccc} & \text{Fe}_4\text{Fe}_3\text{Au} & \text{und} & \text{Fe}_8\text{Fe}_4\text{Fe}_3\text{Sn} \\ \mu_w & 11 \quad 12 & & 11 \quad 11 \quad 13 \\ & [100] & & [100] \end{array}$$

berechenbar sind. Es liegt in diesem Fall vielleicht näher, nicht an Elektronenabgabe zu denken, sondern nur an Anregungen, die durch den van Vleck'schen Kristallgitter-Starkeffekt hervorgerufen werden und den größeren Atomabständen in den [100]-Achsen entsprechen. Doch scheint es bei der Dürftigkeit unserer augenblicklichen theoretischen und experimentellen Kenntnisse müßig, sich hierüber in weitere Spekulationen zu verlieren.

Als wesentlich wollen wir für diesen Abschnitt festhalten, daß er uns abermals auf den Begriff des Antiferromagnetismus geführt hat, daß er einen deutlichen Zusammenhang mit der Zahl der Außenelektronen aufgezeigt hat, daß er die gesetzmäßige Wirksamkeit einer Art Pauli-Prinzip aufgedeckt hat, die für Parallel-(Ferro-) oder Antiparallelstellung (Antiferromagnetismus) verantwortlich ist; wir betonen nur nebenbei, ohne es näher auszuführen, daß die reinen ferromagnetischen Metalle nach dem Vorausgehenden implizite hierin als Grenzfälle enthalten sind — wie wir schon S. 98, 99 angedeutet haben — da wir die drei Werte Fe in Fe, Co in Co und Ni in Ni ohne weiteres für den Verlauf der Kurven in Bild 4 verwandt haben.

¹⁾ In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß auch die Sadronschen Kurven durch ihre verschiedenen Neigungen einen Hinweis auf eine kleinere Magnetoneneinheit (etwa durch sich nur teilweise kompensierende Drallpaare gebildet) zu enthalten scheinen; vgl. S. 100, Satz 2 von Ch. Sadron. Vielleicht findet von hier aus die Problematik [2c] der Weißschen Magnetoneneinheit eine späte Rechtfertigung.

(Ergänzend zu Bild 4 sei hinzugefügt, daß Pt auch in Eisen mit positivem Molekularfeld gelöst wird.) So gesehen ist auch der Ferro- oder Antiferromagnetismus der reinen Elemente grundsätzlich verständlich, wenn man diese als mindestens binäre Legierung auffaßt.

Auf die Anklänge an geometrische Beziehungen werden wir an anderer Stelle zurückkommen und wollen uns jetzt einer kurzen Betrachtung der zweiten Gruppe zuwenden.

2. Verdünnte Lösungen ferromagnetischer Metalle in diamagnetischen Gittern.

Wir hatten schon angedeutet, daß die zweite Gruppe — verdünnte Lösungen ferromagnetischer Metalle in diamagnetischen Gittern — im wesentlichen bisher an Elementen der I. Vertikalreihe des Periodischen Systems untersucht ist. Wir wollen einen kurzen Blick auf die Systematik dieses Gebiets werfen, um das, was für unser Thema wesentlich ist, herausheben zu können.

Der Gedanke, Elemente, die im reinen Metallzustand ferromagnetisch sind, in diamagnetischen kristallinen Lösungsmitteln zu lösen oder, allgemeiner gesagt, Atome mit permanentem Moment in einem magnetisch unwirksamen Gitter zu lösen, scheint an sich so naheliegend und aufschlußreich, daß man sich eigentlich wundern muß, daß seine Systematik so jungen Datums ist und seine bisher zusammengetragenen Erfahrungstatsachen dementsprechend noch verhältnismäßig beschränkt (vgl. Zahlentafel 3) sind. Er ist bisher nennenswert nur an Elementen der letzten Vertikalreihen, die ausschließlich in denen der ersten gelöst sind, durchgeführt und ist — im Gegensatz zu der französischen Schule des voraufgehenden Abschnitts — im wesentlichen an die Marburger und Stockholmer Schulen, an die Namen von E. Vogt, J. H. Seemann und G. Borelius und ihrer Mitarbeiter geknüpft. Es fehlt dagegen noch völlig eine Systematik der Elemente der ersten Hälfte der Untergruppen (steigende Magnetonzahlen der Ionen und Sadronschen Atomwerte durch parallelen Anbau der Drallmomente der Außenelektronen) in den Gittern der ersten Gruppe und — wie schon wiederholt betont — der zweiten Hälfte der Untergruppen (abnehmende Magnetonzahl der Ionen und Sadronschen Atomwerte durch — nach dem Pauli-Prinzip notgedrungen — absättigenden, antiparallelen Einbau der weiteren Drallmomente) in den diamagnetischen Gittern der weiteren 2., 3. usw. Vertikalreihen des Periodischen Systems.

Diese Einteilung, die gleichbedeutend mit der Aufstellung neuer Arbeitsprogramme ist, ist mehr als nur ein öder Schematismus, deren man sich viele ausdenken könnte, sondern es ist die Forderung nach Erweiterung des Erfahrungsmaterials nach Bild 4, denn es liegt auf der Hand, daß es ebensowenig vorauszusehen ist, wie die entsprechenden Kurven für die genannten Kombinationen aussehen werden, wie es keineswegs selbstverständlich war, daß dieses Pauli-Prinzip zweiter Art in Bild 4 wirksam ist.

Die Erfahrungen an verdünnten Lösungen ferromagnetischer Metalle in diamagnetischen Gittern lassen bisher drei deutlich getrennte Gruppen unterscheiden, die wir in Anlehnung an E. Vogt [27] als a-, b- und c-Typ bezeichnen wollen. Sie sind an den aus Zahlentafel 3 hervorgehenden Legierungen gesammelt.

Zahlentafel 3.

Lösendes Gitter	Gelöste Metalle				
	Cr	Mn	Fe	Co	Ni Pd Pt
Cu	—	a	—	—	c b b
Ag	—	a	—	—	— b —
Au	a	—	a	a	c b c

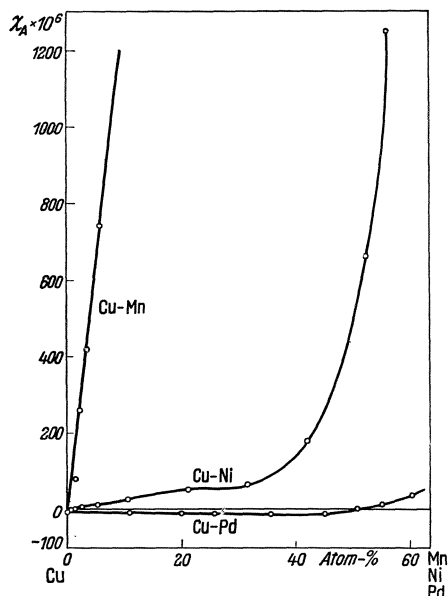


Bild 7. Atomsuszeptibilitäten einiger in Kupfer gelöster Übergangselemente.

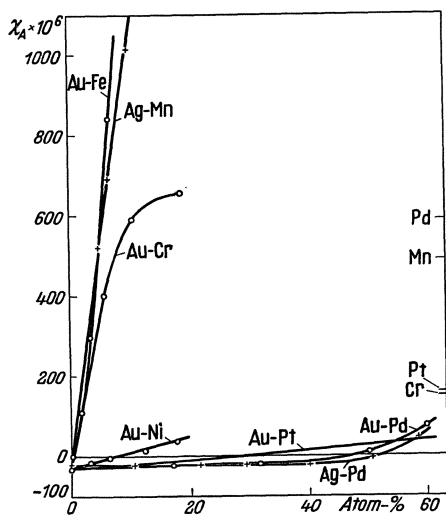


Bild 8. Atomsuszeptibilitäten einiger in Silber (+) und Gold (o) gelöster Übergangselemente; am rechten Rand des Bildes sind die Atomsuszeptibilitäten einiger reiner Übergangsmetalle eingetragen.

des „ferromagnetischen“ Elements) das Curie-Weißsche Gesetz stets in erster Annäherung, meist sogar über größere Temperaturbereiche, sehr gut erfüllen. Daraus erkennt man:

1. daß die genannten Elemente ihre permanenten Momente bei ihrem Einbau in das diamagnetische Gitter behalten, und

¹⁾ Da wir uns hier im Gebiet des Dia- und Paramagnetismus bewegen werden, benutzen wir zur Charakterisierung des Momentes, wie üblich, das auf die Feldstärkeneinheit bezogene Moment, die Atomsuszeptibilität $\chi_A = \kappa V_A = \sigma_A / \mathfrak{H}$ ($\kappa = \mathfrak{S} / \mathfrak{H} =$ Volumenssuszeptibilität, $V_A =$ Atomvolumen, $\sigma_A =$ Atommoment des Mols).

Die Bilder 7 und 8 geben die wichtigsten Daten nach E. Vogt [29] wieder.

Phänomenologisch unterscheiden sich diese drei Typen durch die Größe ihrer magnetischen Momente¹⁾:

a) χ_A ist paramagnetisch von der Größenordnung $+10^{-2}$,

b) χ_A ist diamagnetisch von der Größenordnung -10^{-5} ,

c) χ_A ist paramagnetisch von der Größenordnung $+10^{-4}$.

Man wird ohne weiteres zugeben, daß das überraschende Unterschiede sind, wenn man bedenkt, daß es sich in allen Fällen um die in Edelmetallen gelösten Endglieder der Übergangsreihen handelt. Wir werden aber sehen, daß sich diese Unterschiede wieder aus der Wirksamkeit der gleichen Gesetzmäßigkeiten ableiten lassen, die wir bei den reinen Elementen und bei dem voraufgehenden Abschnitt gefunden haben, weshalb wir die Besprechung dieser Gruppen vorangestellt haben, obwohl die uns hier beschäftigende Frage für ein unbefangenes Urteil als die einfachste und klarste erscheinen mag.

So wie wir gesehen hatten, daß sich der metallische Paramagnetismus ganz wesentlich von dem klassischen Langevin-Paramagnetismus durch die Verschiedenheit seiner Temperaturabhängigkeit unterscheidet, so werden wir auch hier zunächst nach dem Temperaturverhalten der beiden paramagnetischen Typen fragen müssen, um ihren Charakter — freier Langevin-Paramagnetismus oder wechselwirkungsbedingter Antiferromagnetismus — zu erkennen.

Typ a. Die Erfahrung antwortet auf diese Frage für den Typ a, dem die Elemente Cr, Mn, Fe und Co mit weniger als 10 Außenelektronen außerhalb der abgeschlossenen Edelgasschale angehören, daß sie (bei hinreichenden Verdünnungen)

2. daß diese paramagnetischen Momente praktisch nicht miteinander in Wechselwirkung treten.

Die aus den Neigungen der Curieschen Geraden berechenbaren Momente bewegen sich durchweg in der Größenordnung der theoretischen Ionen- und Atommomente, ohne daß jedoch etwas mit Sicherheit über den Ionisierungszustand der gelösten Elemente ausgesagt werden kann, da der theoretische Spielraum — je nach der zugrunde gelegten Kopplung zwischen Bahn- und Drallmoment (F. Hund, D. M. Bose-E. C. Stoner) — zu groß ist. In den Zahlentafeln 4 und 5 sind die gemessenen und berechneten Weißschen Magnetonzahlen nach E. Vogt [26] gegenübergestellt. Schon die Tatsache, daß die Sadronschen Werte nach der Methode des Abschnitts 1 gesetzmäßig kleiner als die Ionenwerte sind, schließt — solange diese Erniedrigung nicht verständlich ist (vgl. S. 104) — jede Bestimmung des Ionisierungszustandes nach der Magnetonzahl aus.

Zahlentafel 4. Experimentelle Magnetonzahlen.

Mn in Cu	25	V in Ni	23	Mn ⁺⁺ Fe ⁺⁺⁺	29
Mn „ Ag	23	Cr „ „	19	Fe ⁺⁺ Co ⁺⁺⁺	26
Cr „ Au	24	Mn „ „	15	Co ⁺⁺	26; 22
Fe „ „	26			Ni ⁺⁺	16
Co „ „	22				

In den Zahlentafeln 4 und 5 sind die gemessenen und berechneten Weißschen Magnetonzahlen nach E. Vogt [26] gegenübergestellt. Schon die Tatsache, daß die Sadronschen Werte nach der Methode des Abschnitts 1 gesetzmäßig kleiner als die Ionenwerte sind, schließt — solange diese Erniedrigung nicht verständlich ist (vgl. S. 104) — jede Bestimmung des Ionisierungszustandes nach der Magnetonzahl aus.

Zahlentafel 5. Theoretische Magnetonzahlenwerte.

			Zahl der Außenelektronen	Grundterm	Hund	Bose-Stoner
Cr ⁺⁺⁺	Mn ⁺⁺⁺⁺		3	$4F_{3/2}$	3,48	19,18
Cr ⁺⁺	Mn ⁺⁺⁺		4	$5D_{0..}$	0	24,26
Cr ⁺	Mn ⁺⁺		5	$6S_{5/2}$	29,30	29,30
Cr	Mn ⁺	Fe ⁺⁺	6	$5D_4$	33,22	24,26
	Mn	Fe ⁺ Co ⁺⁺	7	$4F_{9/2}$	32,85	14,18
		Fe Co ⁺	8	$3F_4$	27,68	14,01
		Co	9	$2D_{5,2}$	17,58	8,58

Bei größeren Konzentrationen müssen die gelösten Elemente nach und nach immer mehr in Gitternachbarschaft und damit in gegenseitige Wechselwirkung treten. Tatsächlich geht der Langevin-Charakter damit mehr und mehr verloren, und wir kommen zu den beiden Möglichkeiten: Parallelstellung oder Antiparallelstellung, Ferromagnetismus oder Antiferromagnetismus, und münden somit — wie es ja sein muß — zwangsläufig in die Ergebnisse des Abschnitts 1. Der Übergang vom Curieschen Gesetz $\chi = C/T$ (ohne jede Wechselwirkung) über das Curie-Weißsche Gesetz $\chi = C/(T \pm \Delta)$ (mit teilweiser Behinderung der Bahnmomente) bis zum Ferro- oder Antiferromagnetismus (temperaturunabhängiger Metallparamagnetismus) erfolgt formal¹⁾ durch das Größer- oder Kleinerwerden der Bezugstemperatur $\Delta(\theta)$, oberhalb der das Curiesche Gesetz gültig bleibt. Dabei liegt auf der Hand, daß die Bestimmbarkeit des paramagnetischen Moments aus der Neigung der $1/\chi - T$ -Geraden bei stark negativen Δ -Werten immer illusorischer werden muß und schließlich ihren Sinn verliert. Die Gesetze dieses Übergangs, die jedoch mit unserem eigentlichen Thema der Drallkopplung nichts Unmittelbares zu tun haben, hat W. Klemm [21] sehr deutlich an dem Übergang vom salzartigen zum metallischen Charakter einer Bindung — beispielsweise in der Reihe $\text{CuSO}_4, \text{CuCl}_2, \text{CuBr}_2, \text{CuO}$,

¹⁾ Man muß sich jedoch davor hüten, die Δ -Werte des paramagnetischen Weißschen Gesetzes physikalisch mit den θ -Werten des Ferromagnetismus gleich zu setzen: in dem einen Fall handelt es sich um Bahn-Bahn- oder Bahn-Drall-Kopplungen, in dem anderen (meist) um Drall-Drall-Kopplungen (Ausnahme: Pyrrhotin).

CuS, CuSe — aufgezeigt¹⁾. Doch sei darauf hier nicht näher eingegangen, da es — wenn auch für das allgemeine Verständnis der Magnetochemie sehr wichtig — mit unserem eigentlichen Thema nichts mehr zu tun hat²⁾.

Ebenso sei auf einen Einfluß des Abstandes der Atome auf das Vorzeichen von Δ — wie er z. B. bei der Mn-Cu-Reihe auftritt — erst in einer späteren Arbeit eingegangen.

Als wesentlich für den a-Typ sei hier nur festgehalten, daß die Suszeptibilitätswerte dieser Legierungen um ein bis zwei Zehnerpotenzen größer sind, als sie bei reinen Metallen der Übergangsrerien vorkommen, die Seltenen Erden ausgenommen, bei denen der Mangel an Wechselwirkung der Momente nicht durch fremde umgebende Atome bewirkt wird, sondern bereits im Aufbau der Elektronenschalen (vgl. S. 97) bedingt ist.

Typ b. Ebenso grundsätzlich einfach — wenn auch auf den ersten Blick überraschend — ist das Verhalten des b-Typs: er umfaßt (bisher) nur Elemente der Ni-Vertikalreihe mit 10 Außenelektronen, nämlich Pd und Pt, Pd in allen drei Edelmetallen, Pt in Cu. Beide gehen in allen vier Fällen diamagnetisch in das Gitter ein, obwohl sie als reine Metalle stark paramagnetisch sind. Pd ist sogar das am stärksten paramagnetische reine Metall, die Seltenen Erden natürlich ausgenommen. Dieser Befund besagt eindeutig, daß diese Elemente als neutrale Atome in ihrem optischen Grundzustand in das Gitter eingehen. Hier wird also auf Kosten der Leitungselektronen des Edelmetallgitters ein Idealzustand der Auffüllung aller d -Elektronen erreicht, der den vorausgehenden Elementen wegen ihrer zu großen Zahl fehlender Elektronen ebenso verwehrt ist wie den Endgliedern selber, wenn sie in sich selbst gelöst sind.

Die Verhältnisse sind im einzelnen sehr genau untersucht und die Ionisierungszustände in Abhängigkeit von der Konzentration — z. B. durch Analogie zur Wasserstoffaufnahme-fähigkeit des Pd — sehr gut belegt, doch bieten sie für unser Thema nichts Wesentliches über den Gedanken hinaus, daß der Ionisierungszustand und mithin auch das magnetische Moment eine Funktion der Konzentration ist, und auch hier ein Streben vorherrscht — soweit möglich —, zu den im Rahmen des Pauli-Prinzips erlaubten abgesättigten Idealzuständen zu kommen.

Typ c. Zweifellos am schwierigsten zu beurteilen und zu verstehen ist der Typ c, der (bisher) Ni in Cu und Au, sowie Pt in Au umfaßt und einen Paramagnetismus von der Größenordnung des metallischen Paramagnetismus zeigt. Ob es sich wirklich um diesen handelt, kann man nur aus dem Temperaturverhalten beurteilen: bei Ni in Cu und Au wird das Curie-Weißsche Gesetz in keiner Weise erfüllt. Für Pt in Au liegen — soweit wir sehen — noch keine Messungen darüber vor. Diese Auffassung scheint also berechtigt, zumal die Grundzustände beider — im Gegensatz zum momentlosen $^1S_0d^{10}$ -Zustand von Pd — mit Momenten behaftete $^3F_4d^8s^2$ -Zustände sind. Die Frage, ob eine Wechselwirkung auftritt oder nicht — nach allem bisher Gesagten muß eine solche aus Größe und Temperaturunabhängigkeit der Suszeptibilität zwangsläufig gefolgert werden —, ist gleichbedeutend mit dem Vorhanden-

¹⁾ Es handelt sich hier um eine Verschiebung der Ionenkonzentration, die mit der Polarisierbarkeit des Anions zusammenhängt. Der Salzcharakter nimmt in der angeführten Reihenfolge ab, der metallische Charakter mit sinkender Temperatur zu.

²⁾ Es sei hier daran erinnert, daß Ferromagnetismus bei Ionengittern mit heteropolarer Bindung ausgeschlossen ist und nur bei Gittern mit unipolarer Bindung, in denen die äußeren Valenzelektronen nicht mehr einem bestimmten Atom zugeordnet werden können, in Frage kommt. In Sonderheit sind alle Metallsalze infolge ihrer edelgasähnlichen Ionen diamagnetisch.

sein eines Moments; ein diamagnetisch abgeschlossenes Atom oder Ion kann natürlich nicht in Wechselwirkung treten (Typ b von beiden Partnern aus gesehen, Typ a vom Gitter aus gesehen). Das wirft die Frage auf, mit wem denn die Ni- und Pt-Momente in antiferromagnetische Wechselwirkung treten sollen, wenn das lösende Gitter doch diamagnetisch ist, da die eigene Wechselwirkung bei großen Verdünnungen natürlich nicht in Frage kommt (Typ a). Hier gibt es zwei Möglichkeiten: entweder mit dem Valenzelektronensystem des Gesamtgitters, das ja paramagnetisch ist, oder mit einem Teil des Edelmetallgitters, der dazu ebenfalls paramagnetisch werden muß. Der erste Gedanke ist nicht sehr einleuchtend, da man nicht einsieht, warum er nicht auch a fortiori bei den Elementen des a-Typs auftritt. Der zweite würde erfordern, daß die Lösung von Elementen mit 10 *d*-Elektronen, wie sie Ni und Pt ja mitbringen, den Ionisierungszustand des Edelgasgitters zu ungunsten des idealen Metallocharakters (auf dem der Diamagnetismus der Edelmetalle ja beruht) [Gl. (1), S. 95] zurückdrängt und damit neutrale Atome schafft, deren Grundzustand als ${}^2S_{1/2}$ -Term stets ein Moment hat. Daß die Elemente vor Ni, Pd, Pt nicht dieselbe Wirkung hervorrufen, hat seinen Grund darin, daß diese dank ihrer un abgeschlossenen *d*-Schalen eher zur Steigerung als zur Senkung des Ionisierungszustandes der Edelmetallgitter befähigt sind.

Gestützt wird diese Ansicht durch die Tatsache, daß beim Ni-Au-System der temperaturunabhängige Paramagnetismus bei tiefen Temperaturen allmählich eine Neigung zum Übergang in den Langevin-Paramagnetismus zeigt (ohne allerdings bei Temperaturen bis zu -180°C das Curie-Weißsche Gesetz schon zu erfüllen), und daß das Ni-Cu-System ein Suszeptibilitätsmaximum zwischen 300 und 400°C aufweist. Derartige Änderungen des Charakters der Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität weisen immer auf thermisch verschiebbare Gleichgewichte verschiedener Ionisierungszustände¹⁾ hin, wie am deutlichsten die S. 109 erwähnten Untersuchungen von W. Klemm [21] gezeigt haben. Auch E. Vogt [29] kommt beim Ni-Au-System zu diesem Schluß, denkt aber — da er den c-Typ wesentlich anders²⁾ auffaßt als wir hier — an eine Ionisierung des Ni zu Ni^+ und nicht an eine Neutralisierung des Edelmetallgitters, die uns bei großen Verdünnungen wegen des sonst vorhandenen Widerspruchs zum a-Typ unerläßlich scheint. Wir glauben, mit dieser Anschauung auch den c-Typ, der bisher im Schrifttum eine wenig klare und befriedigende Rolle gespielt hat, in den Rahmen unserer hier entwickelten allgemeinen Anschauungen eingeordnet zu haben, und fassen sein Wesen weder als b- noch als a-Typ, sondern als temperaturunabhängigen metallischen Paramagnetismus (Antiferromagnetismus) mit verschieblichem Ionisationsgleichgewicht auf. Die binären c-Typ-Systeme treten damit in unmittelbare Nachbarschaft und Verwandtschaft mit den reinen Metallen Ru, Rh, Os und Ir mit 8 und 9 Außenelektronen, die alle vier die Anomalie eines mit steigender Temperatur steigenden Paramagnetismus zeigen, so daß man beide als nach demselben Schema zusammengesetzte Systeme mit ähnlichen, thermisch verschiebbaren Gleichgewichten auffassen kann.

¹⁾ Beim Ni-Cu-System tritt ein starker Anstieg des Paramagnetismus (im Sinne des a-Typs) erst bei 35 At.-% Ni auf und zeigt dadurch die Entstehung von Ni^+ -Ionen mit unvollständiger *d*-Schale an.

²⁾ E. Vogt faßt den c-Typ als eine Zwischenstufe zwischen a und b auf mit einer größeren Verwandtschaft zu b als c und begründet das damit, daß Pt einmal zu a, einmal zu c gehört. Er kommt aber auch zu dem Schluß, daß Ni und Pt ebenso wie Pd neutral, nicht ionisiert, in Cu und Au eingebaut werden, und daß eine schwache Wechselwirkung durch „Auflockerung“ der d^{10} -Schale stattfindet. Als Partner scheint er das zum Gesamtgitter gehörige Valenzelektronensystem im Auge zu haben.

Wir wollen diesen zweiten Abschnitt der binären Legierungen mit der Bemerkung schließen, daß wir in ihnen für die Übergangselemente die drei Typen des Magnetismus: Diamagnetismus, reinen (Langevin-) Paramagnetismus und metallischen Paramagnetismus wiedergefunden haben, von denen bei den reinen Übergangselementen — wie wir gesehen hatten — neben dem Ferromagnetismus nur der letzte Typ annähernd verwirklicht wird. Ferner haben wir die Veränderlichkeit des magnetischen Moments mit der Konzentration und seine Abhängigkeit vom zweiten Partner in eindringlicher Weise kennengelernt.

3. Konzentrierte Lösungen ferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Gittern.

Nach allem bisher Gesagten können wir von den binären Legierungen ferromagnetischer Legierungen keine wesentlichen Einblicke in das Problem mehr erwarten. Trotzdem seien sie der Vollständigkeit halber kurz gestreift, zumal sie uns Gelegenheit geben werden, noch einmal auf die Frage der Veränderlichkeit des Ionisierungszustandes mit der Konzentration und der Nichtganzzahligkeit der Sättigungswerte von reinem Fe, Co und Ni zurückzukommen. Beide Fragen hängen eng

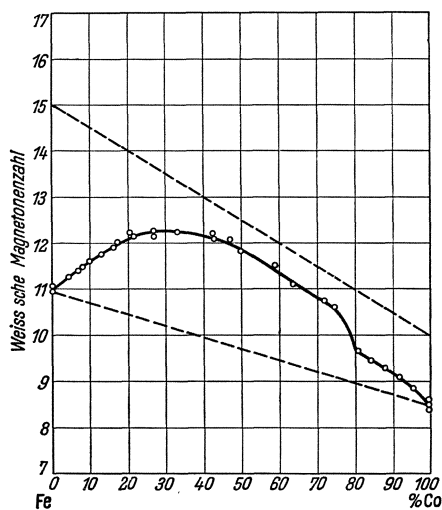


Bild 9. Der Sättigungsverlauf (in Weiß-schen Magnetonzahlen) im Eisen-Kobalt-System.

miteinander zusammen, sind aber wegen der mehrfach erwähnten (vgl. z. B. S. 95, 109) Schwierigkeit der exakten Bestimmbarkeit der Ionenwerte im festen Metall noch nicht eindeutig beantwortbar. So kann man z. B. mit J. Dorfman [8], von der Bemerkung ausgehend, daß die nach dem Forrer-Sadronschens Verfahren gefundenen Magnetonenwerte von Cu, Zn, Al und Sn in Ni ganzzahlig 0 bzw. —1, —2 und —3 Bohrsche Magnetonen werden, wenn man dem Ni⁺-Ion 1 Bohrsches Magneton und dem Ni-Atom 0 Magnetonen zuschreibt, wie es der Schalenbau in beiden Fällen erfordert, zu der oft gemachten Annahme kommen, daß der Ni-Wert von 0,6 Bohrschen Magnetonen durch 60% Ni⁺-Ionen (²D_{5/2}d⁹) und 40% Ni-Atome (¹S₀d¹⁰) hervorgerufen wird. Auf die gleiche Weise findet man für Fe mit $\mu_B = 2,2$ 20% Fe⁺ und 80% Fe und für Co mit $\mu_B = 1,75$ 70% Co⁺ und 30% Co. Dem-

gegenüber hat A. Wolf [32] für Ni 70% Ni (¹S₀d¹⁰) und 30% Ni⁺ (³F₄d⁸s²) vorgeschlagen. Nach E. C. Stoner [26] sieht die Sache etwas verwickelter aus, denn er betrachtet das Gleichgewicht, das sich einstellt, als eine Funktion der beiden widerstreitenden Bestrebungen, einerseits die Elektronendralle durch das Heisenbergsche Austauschintegral parallel zu stellen, andererseits möglichst viele Elektronendralle in die niedrigste Energiezelle zu bringen, d. h. möglichst viele Paare zu kompensieren. Hier tritt das Austauschintegral an die Stelle des äußeren Feldes in der Behandlung des paramagnetischen Elektronengases von W. E. Pauli.

In ähnlicher Weise lassen sich dann auch die Magnetonenwerte der binären Reihen Fe-Co, Fe-Ni und Co-Ni verstehen, die — wie hier nur durch die Bilder 9

und 10 angedeutet sei — Mischungswerten zwischen den neutralen und ionisierten Metallen entsprechen. Der Verlauf deutet allerdings in allen drei Fällen auf eine Zunahme der Ionisierung hin, die wohl grundsätzlich schwer zu verstehen ist. Oberhalb der Curietemperatur soll die Suszeptibilität der FeCo-Legierungen genau der vollständigen Ionisierung beider Komponenten entsprechen. Eine mehr an E. C. Stoner anklingende Erklärung hat neuerdings U. Dehlinger [7] hierfür gegeben, der drei gesonderte Austauschintegrale — zwischen den Atomrümpfen untereinander, den s -Elektronen untereinander und zwischen den Atomrümpfen und dem Elektronengas — benutzt, um die notwendige Erniedrigung des theoretischen Ionenwerts zu erreichen. Doch sei hier nicht näher darauf eingegangen, da sie zu unserem eigentlichen Thema vorläufig noch nichts wesentlich Neues beitragen können.

Dagegen scheint es erwünscht, an dieser Stelle noch einen besonderen Blick auf die binären Systeme der 8. Vertikalreihe zu werfen, diese als Gesamtheit der drei Fe-, Co-, Ni-Reihen aufgefaßt, nämlich Fe-Ni [3], Fe-Pd [15], Fe-Pt [12] und Pd-Pt [28] und außerdem darüber hinaus noch Fe-Mn, Ni-Mn und Pt-Cr hinzuzunehmen¹⁾. Diese Systeme entbehren gegenüber den unter 1. und 2. behandelten Gruppen zweifellos der Einfachheit der Fragestellung, die in der Beschränkung der Konzentrationen lag, und eignen sich deshalb sicher weniger, die chemischen Voraussetzungen des Ferro- oder Antiferromagnetismus zu enthüllen. Tatsächlich stellen sie auch in ihrem Verhalten die kompliziertesten Systeme mit den bizarrsten Eigenschaften dar.

Betrachten wir zunächst die drei ersten Systeme, die unter sich eine auffällige Verwandtschaft zeigen. Wir haben sie in Bild 11 zusammengezeichnet. Allen²⁾ gemeinsam ist der Übergang vom raumzentrierten (α -) zum flächenzentrierten kubischen (γ -) Gitter mit steigender Konzentration und ein Höchstwert einer Umwandlungslinie im γ -Gebiet, deren Deutung für das Ni- und Pt-System als Curietemperaturen feststeht. Ebenso ist den Fe-Ni-, Fe-Pt- und Co-Pd-Systemen [13, 14] (das Fe-Pd-System ist noch nicht hinreichend untersucht) die noch immer so rätselhafte Erscheinung der Irreversibilität³⁾ der kristallographischen Umwandlung gemeinsam.

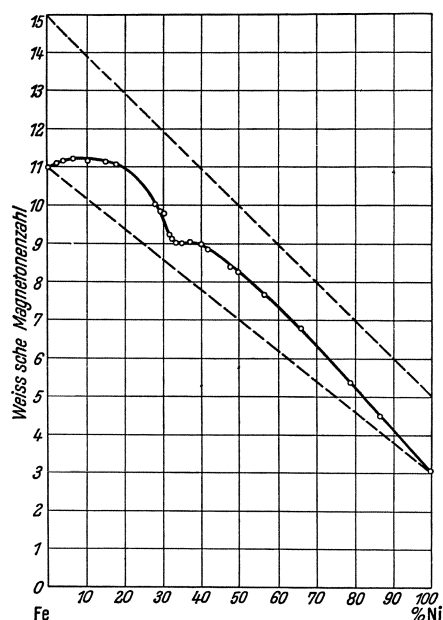


Bild 10. Der Sättigungsverlauf (in Weisschen Magnetonzahlen) im Eisen-Nickel-System.

¹⁾ Hier wären außerdem noch zu nennen: die ferromagnetischen Systeme Fe-Cr [1], Co-Cr [31] und Co-Pd [13, 14], die alle gewisse Besonderheiten zeigen, und die paramagnetischen Systeme Pd-Pt [27] und Rh-Pt [27], doch bieten diese nichts in diesen Zusammenhang Gehöriges: Pd löst sich in Pt nach dem c-Typ (Abschnitt 2), so daß das Pt-Gitter hier wie ein Edelmetallgitter wirkt, bis es mit höheren Konzentrationen zum Verhalten des reinen Pd übergeht, das — in sich selbst gelöst — dem a-Typ nahekommt, und Rh tut dies — entsprechend seinem in der d -Schale fehlenden Elektron — von vornherein schon bei kleinen Konzentrationen.

²⁾ Für Fe-Pd fehlen die röntgenographischen und magnetischen Messungen noch. Doch scheint die hier gewagte Verallgemeinerung nach dem aus Haltepunkten aufgestellten Verlauf des Zustandsdiagramms nicht allzu kühn.

³⁾ Wir setzen die Einzelheiten dieser Erscheinung, über die es an Hand des Fe-Ni- und des Fe-Mn-Systems ein umfangreiches Schrifttum gibt, als bekannt voraus. Eine sehr plausible Deutung auf ener-

Darüber hinaus ist beim Fe-Pt-System im γ -Gebiet das Auftreten einer FePt-Phase mit nahezu der gleichen Gitterkonstanten des γ -Gebietes bekannt, ohne daß jedoch eine Überstruktur aufträte. Ebensovienig ist durch Abschrecken oder Tempern die eine oder die andere Phase rein zu erhalten. Beide Phasen sind ferromagnetisch mit verschiedenen Curietemperaturen: die der FePt-Phase liegt — zum Teil sehr beträchtlich — höher. Ferner zeigt das Pt-System einen starken Anstieg der Sättigung des Eisens mit Zusatz des Fremdmittels. Dies entspricht derselben schwer

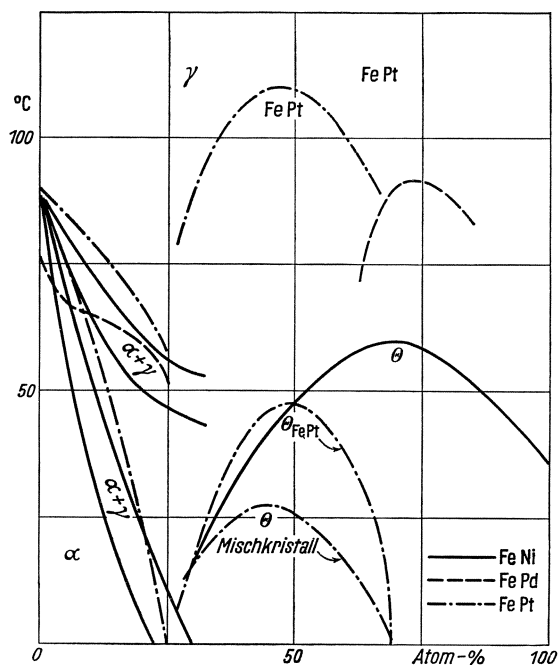


Bild 11. Die Zustandsschaubilder der drei Zweistoff-Systeme Fe-Ni, Fe-Pd und Fe-Pt.

verständlichen Zunahme der Ionisierung, die wir schon bei den Systemen Fe-Co, Fe-Ni und Co-Ni gefunden hatten.

Schließlich sei bei diesen Systemen noch darauf hingewiesen, daß die Curie-temperatur in einem großen Konzentrationsbereich steigt, obwohl die Sättigung fällt. Diese wenig beachtete, aber deshalb nicht minder ungewöhnliche Tatsache deutet grundsätzlich auf die Entstehung einer energetisch stabileren Phase hin, die beim Fe-Pt-System bei 50 At.-% als FePt bekannt ist, beim Fe-Pd-System bei 75 At.-% Pd als „Verbindung“ FePd_3 vermutet wird und beim Fe-Ni-System als eine FeNi_3 -Überstruktur bei 75 At.-% Ni angesprochen wird, während der Höchstwert der Curie-temperatur bei FeNi_2 (66,7 At.-% Ni) liegt. Wir werden darauf in einer späteren Arbeit zurückkommen.

Das Fe-Mn-System [16] gehört — wenigstens in seiner eisenreichen Hälfte — zweifellos ebendaher, da es auch die Erscheinung der Irreversibilität¹⁾ in sehr starkem Maße zeigt.

Wieder eine ganz neue Erscheinung zeigt das Ni-Mn-System [19], das im statistischen Mischkristall dem Fe-Mn ähnelt, aber durch Tempern bei 25 At.-% Mn aus dem paramagnetischen (antiferromagnetischen) in den ferromagnetischen Zustand übergeht. Dieser Vorgang ist mit der Entstehung einer Überstruktur verknüpft.

Und — um die Summe der Besonderheiten vollends rund zu machen —: das Pt-Cr-System [11] zeigt — aus zwei paramagnetischen Komponenten zusammengesetzt — Ferromagnetismus von 22 ··· 49 (rund 25 ··· 50) At.-% Cr bei stetig steigender Curie-temperatur, die auch dann noch steigt, wenn der Ferromagnetismus (gegen 50 At.-% Cr) schon wieder zum temperaturabhängigen Para-(Antiferro-)

getischer Grundlage hat M. Fallot [9] gegeben, der die Erscheinung als Stabilisierung des α -Gitters durch seinen Ferromagnetismus auffaßt. Dieser Auffassung bereiten allerdings die neuesten Ergebnisse von E. Scheil [24] gewisse Schwierigkeiten. Hingewiesen sei auch auf die Deutung von U. Dehlinger [6]. Immerhin gibt es u. W. kein einziges System, das diese Erscheinung zeigt, ohne ferromagnetisch zu sein.

¹⁾ Ihrem unvollkommen bekannten Zustandsdiagramm nach könnten auch die Systeme CoV und NiCr hierher gehören.

Magnetismus des Chroms abfällt (Bild 12). Doch damit nicht genug: bei noch höheren Cr-Gehalten (PtCr_3) tritt eine Überstruktur auf in einem Gebiet, in dem der Ferromagnetismus längst zerstört ist (Bild 13), also im schroffen Gegensatz zum Ni_3Mn und zu den Heuslerschen Legierungen, auf die wir an anderer Stelle eingehen werden. Wenn man zu einer halbwegs vernünftigen Auffassung dieses Systems kommen will, so muß man wohl annehmen, daß es ternär aufzufassen ist: daß erst die in überschüssigem Pt gelöste Überstruktur PtCr_3 zum Ferromagnetismus führt. Dafür spricht vor allem, daß die geglühten Legierungen erheblich ferromagnetischer sind als die abgeschreckten, und daß die Curietemperatur — soweit verfolgbar — mit Annäherung an die Überstruktur stetig ansteigt.

In diesem Zusammenhang verdient noch eine andere Besonderheit einer — allerdings ternären — Legierung dieser Gruppe von Elementen erwähnt zu werden: die eingeschnürten und ausgebauchten Hysteresisschleifen der Fe-Co-Ni-Legierungen [22], d. h. der Kombination aller drei ferromagnetischen reinen Metalle. Für diese Erscheinung ist die Erklärung gegeben worden, daß es sich um die magnetische Entkopplung zweier (auf Überstruktur beruhenden?) ohne äußeres Feld teilweise antiparallel eingestellten Teilgitter handelt [4].

Allen diesen Erscheinungen gemeinsam scheint uns die Tatsache zu sein, daß in den Kombinationen der Elemente dieser Gruppe schon sehr kleine Kräfte ausreichen, wesentliche Änderungen in der gegenseitigen Einstellung und Bindung hervorzurufen, sei es, daß der Energieinhalt des Ferromagnetismus das Instabilwerden eines Gitters verhindert (Fe-Ni, Fe-Pt, Co-Pd, Fe-Mn), sei es, daß Überstruktur (also Platzwechsel) ausreicht, Antiferromagnetismus in Ferromagnetismus zu verwandeln (Ni-Mn, [Pt-Cr]), sei es, daß sich die gegenseitige Antiparallelstellkraft zweier Gitter als so schwach erweist, daß sie durch äußere Felder aufgehoben werden kann (Fe-Co-Ni).

Die Fülle der befremdlichen Eigenschaften scheint uns unter diesem gemeinsamen Gesichtspunkt nicht mehr so völlig unverständlich: wie wir in der Mitte der Untergruppen (Bild 4) den Übergang vom Antiferromagnetismus zum Ferromagnetismus (Folgerung I) oder umgekehrt (Folgerung III) fanden, so finden wir hier am Ende der Gruppen wieder eine gesteigerte Empfindlichkeit gegen die geringsten Unterschiede der Energie, durch die eine Veränderung des Vorzeichens des Heisenbergschen Austauschintegrals verursacht wird.

Da das Vorzeichen des Heisenbergschen Austauschintegrals jedoch keineswegs allein eine Frage der Elektronenbesetzungszahl, sondern auch der Geometrie, des Abstands und der Zahl der Nachbarn ist, sei in einer späteren Arbeit auf diese Fragen gesondert eingegangen.

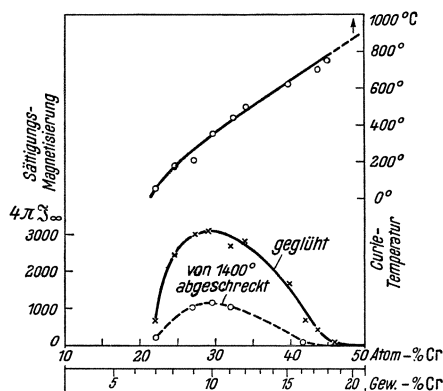


Bild 12. Sättigungswerte und magnetische Umwandlungspunkte der Pt-Cr-Legierungen.

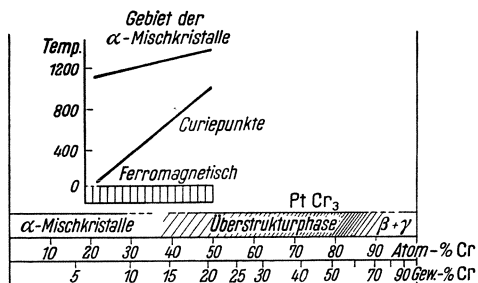


Bild 13. Schematischer Überblick über die Zustandsfelder im System Pt-Cr.

Zusammenfassung.

An Hand des magnetischen Momentes wird geprüft, ob die bisherige Erfahrung eine Gesetzmäßigkeit für das Auftreten einer parallelen oder antiparallelen Drall-Drall-Kopplung sowohl im Periodischen System wie in den binären Metallegierungen erkennen läßt. Von den vier Arten des Magnetismus — Diamagnetismus, Langevin- und Metallparamagnetismus, sowie Ferromagnetismus — umfassen die beiden ersten Gruppen die Stoffe (mit und ohne Eigenmoment) ohne Wechselwirkung der Bausteine untereinander, während die beiden anderen Gruppen die Stoffe mit Wechselwirkung darstellen. Diese Wechselwirkung kann nach den beiden Einstellmöglichkeiten des Dralls eine Antiparallelstellung (Absättigung) des Drallmoments benachbarter Bausteine (temperaturunabhängiger Metallparamagnetismus, „Antiferromagnetismus“) oder eine Parallelstellung (Ferromagnetismus) hervorrufen. Die Regeln, nach denen das eine oder das andere auftritt, zeigen einen deutlichen Zusammenhang mit der Zahl der Drallmomente (bzw. der Lücken) der unvollständigen Schalen der mitwirkenden Partner, die eine Erweiterung der für das Atom abgeleiteten Hundschens Regeln auf die homöopolare Bindung zwischen zwei Nachbarn darstellen. Das Verhalten der reinen Elemente ordnet sich diesen Regeln vom Standpunkt (mindestens binär) zusammengesetzter Stoffe unter.

Schrifttum.

1. F. Adcock: J. Iron Inst. **124** (1931) S. 99.
2. O. v. Auwers: Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 11. Aufl. **4**, **4**, a) S. 709, b) S. 770, c) S. 699. Braunschweig (1934).
3. O. v. Auwers: Gmelin's Handbuch der anorg. Chem. **59** Teil D, Berlin (1936) S. 129.
4. O. v. Auwers u. H. Kühlwein: Ann. Physik (5) **17** (1933) S. 107, 121.
5. F. Bitter: Physik. Z. **30** (1929) S. 503.
6. U. Dehlinger: Z. Metallkde. **26** (1934) S. 112.
7. U. Dehlinger: Z. Elektrochem. **41** (1935) S. 657.
8. J. Dorfman: Physik. Z. Sowjetunion **3** (1933) S. 399.
9. M. Fallot: C. R. Acad. Sci., Paris **199** (1934) S. 128.
10. M. Fallot: Diss. Straßburg (1935).
11. E. Friederich u. A. Kussmann: Physik. Z. **36** (1935) S. 185.
12. L. Graf u. A. Kussmann: Physik. Z. **36** (1935) S. 544.
13. G. Grube: Angew. Chem. **48** (1935) S. 714.
14. G. Grube u. O. Winkler: Z. Elektrochem. **41** (1935) S. 52.
15. A. T. Grigorjew: Z. anorg. Chem. **209** (1932) S. 297.
16. M. Hansen: Der Aufbau der Zweistoff-Legierungen. Berlin (1936) S. 676.
17. W. Heisenberg: Z. Physik **49** (1928) S. 619.
18. F. Hund: Z. Physik **33** (1925) S. 855.
19. S. Kaya u. A. Kussmann: Z. Physik **72** (1931) S. 293.
20. W. Klemm: Z. anorg. Chem. **209** (1932) S. 321.
21. W. Klemm u. W. Schüth: Z. anorg. Chem. **203** (1931) S. 104.
22. H. Kühlwein: Wiss. Veröff. Siemens **X**, 2 (1931) S. 72; **XI**, 1 (1932) S. 124.
23. Ch. Sadron: C. R. Acad. Sci., Paris **192** (1931) S. 1070 — Diss. Straßburg (1932) — Ann. de Physique (10) **17** (1932) S. 371.
24. E. Scheil: Arch. Eisenhüttenwes. **9** (1935/36) S. 163.
25. J. C. Slater: Physic. Rev. (2) **35** (1930) S. 509; **36** (1930) S. 57; **49** (1936) S. 931.
26. E. C. Stoner: Phil. Mag. (7) **15** (1933) S. 1018 — Magnetism and Matter. London (1934) S. 432.
27. E. Vogt: Z. Elektrochem. **37** (1931) S. 640 — Erg. exakt. Naturwiss. **11** (1932) S. 323.
28. E. Vogt: Ann. Physik (5) **14** (1932) S. 1.
29. E. Vogt: Ann. Physik (5) **18** (1933) S. 771 — Z. Metallkde. **27** (1935) S. 40 — Angew. Chem. **48** (1935) S. 734.
30. G. Urbain, P. Weiß u. F. Trombe: C. R. Acad. Sci., Paris **200** (1935) S. 2132.
31. F. Wever u. U. Haschimoto: Mitt. K. W. I. Eisenforsch. **11** (1929) S. 293.
32. A. Wolf: Z. Physik **70** (1931) S. 519.

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XVI. Band

Drittes Heft (abgeschlossen am 8. Oktober 1937)

Mit 93 Bildern

Unter Mitwirkung von

Hans Beiersdorf, Heinrich von Buol, Friedrich Dönch, Alfred von Engel,
Robert Fellingner, Fritz Feßel, Heinrich Garthe, Hans Gerdien, Friedrich
Heintzenberg, Gustav Hertz, Georg Keinath, Hans Kerschbaum,
Fritz Kesselring, Bernhard Kirschstein, Carl Köttgen, Floris Koppelman,
Fritz Lieneweg, Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Moritz
Schenkel, Walter Schottky, Werner Schütze, Richard Schwenn,
Hermann von Siemens, Eberhard Spenke, Richard Swinne,
Julius Wallot, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Berlin

Verlag von Julius Springer

1937

ISBN-13: 978-3-642-98839-4 e-ISBN-13: 978-3-642-99654-2
DOI: 10.1007/978-3-642-99654-2

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1937 by Julius Springer in Berlin.
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1937

Vorwort.

Mit dem vorliegenden dritten Heft schließt der XVI. Band der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken ab. Der größere Teil seines Inhalts ist der Erforschung der Gasentladungen gewidmet.

Am Anfang des Heftes steht die „Untersuchung einer Bogenentladung mit schnellen Spannungstößen“ von F. Koppelman. Die aufschlußreichen Messungen ergeben, daß bis zu Vielfachen der normalen Brennspannung die Ionisierung des Bogens thermisch bedingt wird.

Die folgende Arbeit von F. Koppelman und B. Kirschstein: „Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas, Teil II“, bringt die Auswertung und Besprechung der im ersten Heft dieses Bandes S. 51 ··· 71 schon mitgeteilten Versuchsergebnisse derselben Verfasser. Die hier erreichten hohen Werte der Elektronen- und der Stromdichte bedingen besondere Wirkungen bei dem erzielten stark ionisierten Bogenplasma. Diese Untersuchung ist von Bedeutung für die Erkenntnis der Vorgänge bei Hochleistungsschaltern.

Hieran schließt sich ein „Beitrag zur Minimumtheorie der Lichtbogensäule, Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung“ von denselben Verfassern; das ursprüngliche Minimumprinzip unseres Mitarbeiters M. Steenbeck wird hier verallgemeinert und sowohl auf den stabilisierten Bogen als auch auf den Bogen im schnellströmenden Gas angewendet. Es folgt ein, weitere Versuchsergebnisse bringender Nachtrag zu der Arbeit: „Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff“ von B. Kirschstein.

Dann behandelt A. v. Engel rechnerisch, in erster Linie als Wärmeleitungsproblem, die beim elektrischen Schweißen auf ein Werkstück übergehende Stoffmenge in der Mitteilung „Über die Natur der Werkstoffwanderung im elektrischen Schweißbogen“. Die letzte entladungs-physikalische Arbeit stammt von W. Schütze und berichtet „Über einen neuen Massenspektrographen nach der Parabelmethode und Messungen der relativen Häufigkeit der Argonisotope“.

Nunmehr folgen zwei meßtechnische Mitteilungen. H. Garthe und F. Dönch bringen eine erstmalige theoretische „Untersuchung eines Ringkolben-Flüssigkeitszählers“, der in steigendem Maße zur genauen Erfassung auch kleinster Flüssigkeitsmengen angewendet wird. F. Lieneweg behandelt als Wärmeübertragungsfrage rechnerisch „Die Anzeigeverzögerung von Thermometern“, die sowohl aus gleichartigen als auch aus verschiedenartigen Werkstoffen zusammengesetzt sein können.

Den Abschluß des Heftes bildet eine für die Verstärkertechnik belangreiche theoretische Arbeit von E. Spenke: „Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes“. Sie schließt sich an an die drei an der Spitze des zweiten Heftes dieses Bandes erschienenen Mitteilungen über „Die Raumladungsschwächung des Schroteffektes“ und ist wegen der technischen Verwendung der Verstärkerröhren bei immer höheren Frequenzen von Bedeutung.

Berlin-Siemensstadt, im Oktober 1937.

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.

Inhaltsübersicht.

	Seite
F. Koppelman: Untersuchung einer Bogenentladung mit schnellen Spannungsstößen	1
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas. Teil II	26
B. Kirschstein u. F. Koppelman: Beitrag zur Minimumtheorie der Lichtbogensäule, Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung	56
B. Kirschstein: Nachtrag zu der Arbeit: „Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff“	69
A. v. Engel: Über die Natur der Werkstoffwanderung im elektrischen Schweißbogen	70
W. Schütze: Über einen neuen Massenspektrographen nach der Parabelmethode und Messungen der relativen Häufigkeit der Argonisotope	89
H. Garthe u. F. Dönch: Untersuchung eines Ringkolben-Flüssigkeitszählers	99
F. Lieneweg: Die Anzeigeverzögerung von Thermometern	112
E. Spenke: Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes	127
Namenverzeichnis zu Band XVI, Heft 1	137
Sachverzeichnis zu Band XVI, Heft 1	139

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Untersuchung einer Bogenentladung mit schnellen Spannungsstößen.

Von Floris Koppelman.

Mit 21 Bildern.

Mitteilung aus dem Schaltwerk der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 27. Mai 1937.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.	Messungen am Bogen.
Beschreibung der Meßanordnung.	Lange Spannungsstöße.
Versuchsaufbau.	Kurze Spannungsstöße.
Berechnung der Spannungsstöße.	Messung des Scheitelwertes der Spannung.
Meßfehler.	Stöße entgegen der ursprünglichen Stromrichtung.
Prüfung des Meßverfahrens.	Auswertung und Diskussion der Meßergebnisse.
	Zusammenfassung.

Verzeichnis der verwendeten Bezeichnungen.

r	Widerstand des Shunts zur Messung der Stromstöße.
r_s	Widerstand der Bogensäule.
r_{Dr}	Drahtwiderstand, an die Stelle des Bogens gesetzt.
U_0	Effektivwert der Primärspannung des Transformators.
I_0	Gleichstrom durch den Bogen.
U_{Bo}	Bogenspannung vor dem Stoß.
U_{K+A}	Spannung für Kathoden- und Anodenfall.
l	Bogenlänge.
d	Bogendurchmesser.
U_K	Kompensationsspannung.
ΔU_K	Meßfehler der Kompensationsspannung.
n_s	Nach der Saha-Gleichung aus der jeweiligen Gastemperatur berechnete Elektronendichte im Falle eines thermodynamischen Gleichgewichts.
n	Tatsächliche jeweilige Elektronendichte.

Einleitung.

Die vorliegende Arbeit untersucht experimentell das Verhalten eines Gleichstrombogens (2 A, 1 ··· 2 cm Länge, Stickstoff) gegenüber kurzzeitigen, den Elektroden aufgedrückten Spannungsstößen; und zwar wurde der Scheitelwert des auftretenden Stromstoßes gemessen. Von Interesse war dabei die Frage, ob die Ionisation in der stationär brennenden Bogensäule tatsächlich thermisch erfolgt, und vor allem wie schnell sich bei plötzlichen Änderungen der Gastemperatur (hervorgerufen durch die Stöße) der Ionisationsgrad der geänderten Gastemperatur anpaßt. Diese Fragen sind von technischer Bedeutung bei dem Problem der Löschung oder Entionisierung von Bogenentladungen. Im Schrifttum sind bereits Arbeiten bekannt,

welche das Verhalten von Gleichstrombögen bei überlagertem Wechselstrom besonders im Zusammenhang mit dem Problem der Schwingungserzeugung durch den Lichtbogen untersuchen¹⁾. Die vorliegende Untersuchung bestätigt diese älteren Arbeiten bezüglich der Ohmschen Kennlinie der Bogenentladung bei hohen Frequenzen. Sie ermöglicht aber darüber hinaus Aussagen über die Geschwindigkeit der thermischen Ionisation.

Beschreibung der Meßanordnung.

Versuchsaufbau. Bild 1 zeigt das Schaltschema des Versuchsaufbaus. Er bestand aus drei Teilen: dem Lichtbogenkreis, der Anordnung zur Erzeugung der periodischen Spannungstöße und einer Kompensationsschaltung zum Messen der Scheitelwerte der Strom- und Spannungstöße.

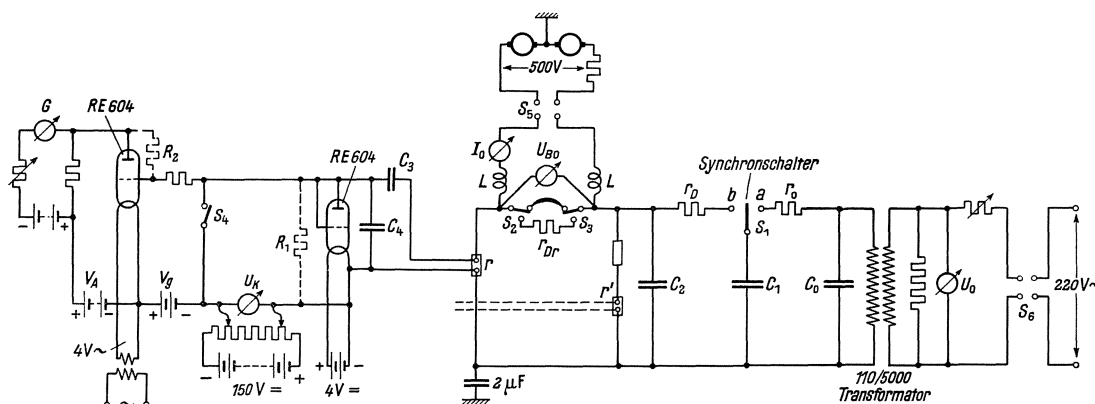


Bild 1. Schaltschema des Versuchsaufbaus.

Der Bogen wurde von zwei in Reihe geschalteten Gleichstromgeneratoren von zusammen 500 V Gleichspannung unter Zwischenschaltung regelbarer Ohmscher Widerstände gespeist. Um den hochfrequenten Stößen den Weg in den Gleichstromkreis abzusperren, waren Luftdrosseln in die Zuleitungen zum Bogen eingeschaltet. An Stelle des Bogens konnte durch die Umschalter S_2 und S_3 ein induktionsarmer Drahtwiderstand r_{Dr} geschaltet werden, der dann ebenfalls von Gleichstrom durchflossen wurde. Dieser Widerstand diente zur Kontrolle und Eichung des Meßverfahrens.

Die Spannungstöße wurden auf folgende Weise erzeugt: An der Hochspannungswicklung eines Transformators, dessen Niederspannungswicklung über regelbare Vor- und Nebenwiderstände aus dem Netz (Bewag) gespeist wurde, lag dauernd ein großer Kondensator C_0 ($\approx 10^{-7}$ F). Der Transformator übersetzte 110/5000 V. Die Hochspannung führte über einen Widerstand r_0 an die Klemme a eines von einem Synchronmotor angetriebenen Umschalters S_1 . Der Synchronmotor wurde über einen Drehtransformator aus dem Netz betrieben. Er schaltete 25 mal in der Sekunde den Kondensator C_1 abwechselnd an die Klemmen a und b . Dabei war der Drehtransformator so eingestellt, daß gerade im Spannungsmaximum der Schalter bei a

¹⁾ Zusammenfassende Berichte über diese Arbeiten findet man in: R. Seeliger: Einführung in die Physik der Gasentladungen. 2. Aufl. Leipzig (1934). — J. Zenneck: Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 5. Aufl. Stuttgart (1925). — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen II. Berlin (1934).

trennte, so daß der Kondensator C_1 auf den Scheitelwert der Hochspannung geladen blieb. Der Schalter S_1 legte sich wenig später auf die Klemme b und entlud dadurch C_1 über den Dämpfungswiderstand r_D auf den Kondensator C_2 . Der durch den Bogen fließende Stromstoß erzeugte an r einen Spannungsabfall, dessen Scheitelwert mit einer Kompensationsschaltung gemessen wurde.

Diese Kompensationsschaltung bestand zunächst aus einer Hochvakuumgleichrichterröhre (Telefunken RE 604) mit ausgesucht hohem Isolationswiderstand zwischen Gitter und Anode einerseits und Kathode andererseits. Die Spannung an r legte sich über den ebenfalls hochisolierten Glimmerkondensator C_3 (5000 pF) an die Gleichrichterröhre und den dazu parallel liegenden Luftkondensator C_4 (250 pF). Die Anode der Hochvakuumröhre lud sich während des Stoßes auf eine Spannung auf, welche angenähert gleich dem Scheitelwert des Spannungsabfalles an r war. Wenn infolge ungenügender Ergiebigkeit der Glühkathode die Anode nicht beim ersten Stoß die volle Höhe dieser Spannung erreichte, so hatte sie während der folgenden Stöße Gelegenheit, sich dieser Spannung weiter anzunähern.

Als Meßröhre diente wieder eine Telefunkenröhre RE 604 mit besonders hohem Isolationswiderstand. Um die hochfrequenten Spannungsstöße vom Gitter der Meßröhre fernzuhalten, war diese über einen Widerstand von $10\text{ M}\Omega$ mit der Anode der Gleichrichterröhre verbunden. Die Kathode der Meßröhre war über eine durch ein Potentiometer fein regelbare und mit einem Drehspulinstrument genau meßbare Spannung U_K , welche von einer Anodenbatterie geliefert wurde, mit der Kathode der Gleichrichterröhre verbunden. Bei geschlossenem Schalter S_4 lag am Gitter der Meßröhre die negative Gittervorspannung V_g , welche rund 10 V betrug. Die Widerstände in der in Bild 1 angedeuteten Schaltung des Anodenkreises wurden so abgestimmt, daß das Galvanometer G bei geschlossenem Schalter S_4 stromlos war.

Zur Messung wurde der Schalter S_4 vorübergehend geöffnet. Sofort zeigte dann das Galvanometer G einen großen Ausschlag, da das Gitter der Meßröhre die Spannung der Anode der Gleichrichterröhre annahm. Die Messung ging in der Weise vor sich, daß U_K so einreguliert wurde, daß das Galvanometer G auch bei geöffnetem Schalter S_4 stromlos blieb. Die dazu erforderliche Spannung U_K war dann unmittelbar gleich der Spannung an der Gleichrichterröhre.

Beim Aufbau der Schaltung mußte sorgfältig darauf geachtet werden, daß nicht durch Influenz oder Induktion ungewollte Spannungen an der Gleichrichterröhre auftraten, was sich durch Kurzschließen des Shunts r kontrollieren ließ. Um diese ungewollten Spannungen zu vermeiden, war der Stoßkreis aus eng verdrillten Leitungen aufgebaut. Die beiden Hochvakuumröhren waren in einem geerdeten Aluminiumgehäuse untergebracht, welches sie gleichzeitig vor Licht und damit vor lichtelektrischen Strömen schützte. Der aus r , C_3 und C_4 gebildete Kreis war aus äußerst kurzen Leitungen aufgebaut.

Bei einigen Versuchen war es erforderlich, außer dem Scheitelwert des Stromes auch den der Spannung zu messen. Zu dem Zweck wurde parallel zu C_2 ein Spannungsteiler aus induktionsarmen Drahtwiderständen geschaltet, und die Meßleitungen wurden an einen Abgriff r' dieses Spannungsteilers statt an r angeschlossen.

Mit einigen Worten sei auf die Konstruktion der Apparatur eingegangen. Bild 2 zeigt die Elektrodenanordnung. Um den Bogen zu stabilisieren, war eine schwache Gasströmung, welche durch eine zwischen den Elektroden angebrachte Kupferscheibe von 11 mm lichter Weite geführt wurde, vorgesehen. Die Elektroden waren

wassergekühlt und bestanden aus Kupfer. Als Blasgas wurde nicht Luft, sondern Stickstoff mit einem geringen Zusatz von Luft ($\approx 5\%$)¹⁾ verwendet. Der Elektrodenabbrand ist in einem solchen sauerstoffarmen Gas besonders klein, und der Bogen brannte infolgedessen, wie es unbedingt erforderlich war, besonders ruhig. Die Bogensäule war in dem angegebenen Gasgemisch im Gegensatz zum weißen Luftbogen ausgesprochen rot gefärbt.

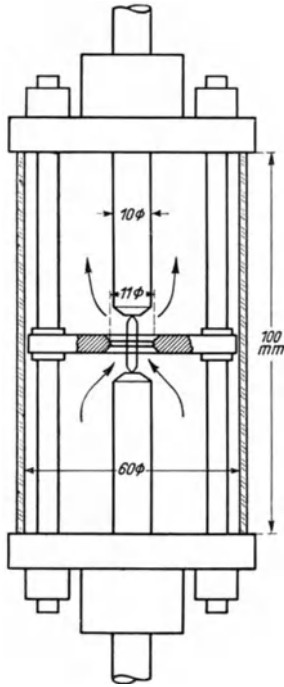


Bild 2. Elektrodenanordnung (Abmessung in mm). Der Bogen ist nach Photographie (Versuch Bild 14) maßstäblich eingezeichnet.

Der Schalter S_1 bestand aus einer auf der Achse des Synchronmotors befestigten Stahlkugel K (Bild 3), welche über einen Schleifring A mit dem Kondensator C_1 verbunden war, und bei ihrem Umlauf zunächst über eine zweite Schleiffeder D und ein mit der Kugel umlaufendes Schleifsegment E mit dem Pol a Kontakt machte, wobei die Phase des Motors so geregelt, und die Länge des Segments E so gewählt waren, daß D mit E im Augenblick des Nulldurchganges der Transformatorspannung Kontakt machte, und dieser Kontakt gerade bis zum Augenblick des Spannungsmaximums andauerte, so daß das Schließen wie auch das Öffnen dieses Kontaktes trotz der Hochspannung funkenfrei erfolgte. Die Entladung des so auf den Scheitelwert der Hochspannung aufgeladenen Kondensators C_1 auf C_2 erfolgte im Gegensatz dazu durch einen kräftigen Funken zwischen der rotierenden Stahlkugel und der Kupferschiene F . Diese Schiene war an ihrer inneren Fläche etwas spiralförmig zur Achse des Motors angeordnet, so daß sich bei der Bewegung der Kugel der Abstand zwischen Kugel und Schiene F nur allmählich verringerte und schließlich am Ende von F fast Null wurde. Durch diese Anordnung und durch Bestrahlung der Kugel mit einer Bogenlampe wurde vermieden, daß die Zündung verspätet mit mehr oder weniger

großer Überspannung erfolgte. Da die Spannungsschübe sehr steil anstiegen, übte der zeitliche Ablauf der Funkenzündung einen gewissen Einfluß auf ihre Höhe aus.

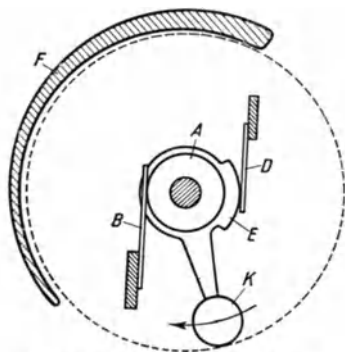


Bild 3. Synchronumschalter.

Nach Beseitigung der Zündverzögerung konnte dagegen U_K sauber auf weniger als 1 V genau eingestellt werden, vorausgesetzt, daß der Bogen ruhig brannte.

Die Widerstände r_D , r_{Dr} , r usw. waren Drahtwiderstände. Der Draht war zu einer Schleife von 5 mm Weite ausgespannt. Der Ohmsche Widerstand betrug etwa $60 \Omega/\text{m}$, die Induktivität etwa $10^{-6} \text{ H}/\text{m}$. Durch einen verstellbaren Klemmschieber konnte die Drahtschleife und damit der Widerstandsbetrag nach Belieben geändert werden. Die Induktivitäten L waren einlagige Zylinderspulen; die Induktivität je Spule war etwa $6 \cdot 10^{-3} \text{ H}$.

Berechnung der Spannungsschübe. In der Stellung a des Synchronschalters lud sich C_1 — gedämpft durch den Widerstand r_0 — auf den Scheitelwert der Wechselspannung U_{10} des Transformators auf. War U_0 der Effektivwert der Primärspannung

¹⁾ B. Kirschstein: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 1 (1937) S. 72.

des Transformators, so war der Scheitelwert der Hochspannung:

$$U_{10} = 5000 \sqrt{2} \frac{U_0}{110} = 64,3 U_0, \quad (1)$$

also im Höchstfall bei $U_0 = 110 \text{ V}$ reichlich 7000 V .

Der Verlauf des Spannungsstoßes wurde unter Vernachlässigung des Widerstandes des Schaltfunken und der Induktivität der Leitungen berechnet. Denkt man sich den Bogen ersetzt durch einen Widerstand r_s (Bogensäule) und eine vom Strom unabhängige Spannung U_{K+A} (Kathoden- und Anodenfall), welche auch während des Spannungsstoßes ungeändert bleibt, und bezeichnet man mit U_{B0} die Brennspannung des Bogens vor dem Stoß, so wird (s. Bild 4)

$$u_1 = K_1 e^{-\varepsilon_1 t} + K_2 e^{-\varepsilon_2 t} + U_{B0}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}; \quad (3)$$

$$a = \frac{\left(1 + \frac{r_D}{r + r_s}\right) \frac{C_1}{C_2} + 1}{C_1 r_D}; \quad (4)$$

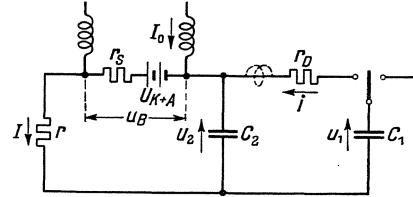


Bild 4. Berechnung der Spannungsstöße.

$$b = \frac{1}{r_D(r + r_s) C_1 C_2}. \quad (5)$$

Die Konstanten K_1 und K_2 sind so zu wählen, daß für $t = 0$ (Augenblick der Funkenzündung bei b in Bild 1) $u_1 = U_{10}$ und $u_2 = U_{B0}$ wird. Damit erhält man schließlich für den Verlauf der Spannung am Bogen:

$$u_B = U_{B0} + (U_{10} - U_{B0}) \frac{r_s}{r + r_s} \gamma \varphi(t); \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{1}{r_D C_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}; \quad (7) \quad \varphi(t) = e^{-\varepsilon_2 t} - e^{-\varepsilon_1 t} \quad (8)$$

und für den Spannungsabfall am Widerstand r :

$$I r = (U_{10} - U_{B0}) \frac{r}{r + r_s} \gamma \varphi(t). \quad (9)$$

Die Zeit t_{\max} , nach der sowohl u_B als auch $I r$ ihren Höchstwert erreichen, ergibt sich durch Differenzieren von (8):

$$t_{\max} = \frac{\log \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{0,434(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}. \quad (10)$$

In Bild 5 ist für verschiedene später interessierende Fälle der Verlauf der Funktion $\varphi(t)$ aufgetragen. Es zeigte sich, daß γ ungefähr gleich

$$\frac{C_1}{C_1 + C_2} \text{ war.}$$

Die Induktivitäten der

Leitungen sind in obiger Rechnung vernachlässigt. Besonders in dem aus C_1 , r_D und C_2 gebildeten Kreis könnte wegen seiner kleinen Zeitkonstanten diese Induktivität L_1 den Scheitelwert des Spannungsstoßes beeinflussen. Um eine schwingende Entladung von C_1 zu vermeiden, muß der Dämpfungswiderstand r_D ungefähr den Wert haben: $r_D \geq 2\sqrt{L_1/C_1}$. Schätzen wir $L_1 = 10^{-7} \text{ H}$, so wird $r_D \geq 10 \Omega$ für $C_1 = 4000 \text{ pF}$,

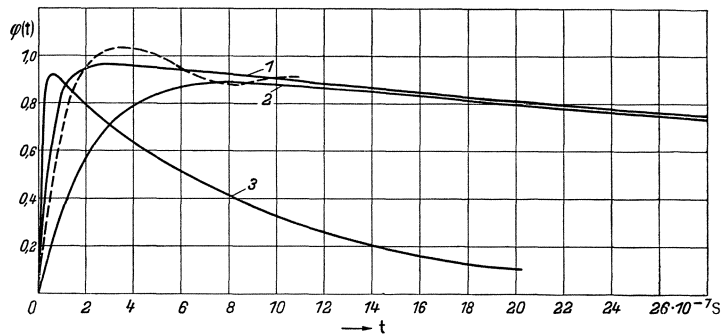


Bild 5. Spannungsstöße.

- 1: $C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$, $r + r_{Dr} = 70 \Omega$,
 2: $C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 20 \Omega$, $r + r_{Dr} = 70 \Omega$,
 3: $C_1 = 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$, $r + r_{Dr} = 70 \Omega$.

$r_D \cong 5 \Omega$ für $C_1 = 16000 \text{ pF}$. Bei kleineren Werten r_D überlagert sich dem Spannungsstoß eine gedämpfte Schwingung, wie sie beispielsweise in Bild 5 angedeutet ist.

Aus (9) sieht man, daß $I r$ proportional mit $(U_{10} - U_{B0})$ ist, wobei U_{10} wiederum nach (1) mit U_0 , der Primärspannung des Transformators, proportional ist. Für konstantes r_s erwartet man also, wenn die gemessene Spannung $(I r)_{\max}$ über der Primärspannung U_0 aufgetragen wird, eine Gerade, welche auf der Ordinatenachse ein Stück

$$\Delta U_0 = \pm \frac{U_{B0}}{64,3} \quad (11)$$

abschneidet, wobei bei Stößen entgegen der Richtung von I_0 das negative Zeichen gilt.

Meßfehler. Der an r auftretende Spannungsabfall verteilt sich auf C_3 und C_4 (Bild 1). Da $C_3 = 5000 \text{ pF}$ und $C_4 = 250 \text{ pF}$ war, so lagen am Gleichrichter nur etwa 95 %

der zu messenden Spannung. Es wurden daher alle gemessenen Werte U_K von vornherein um 5 % erhöht.

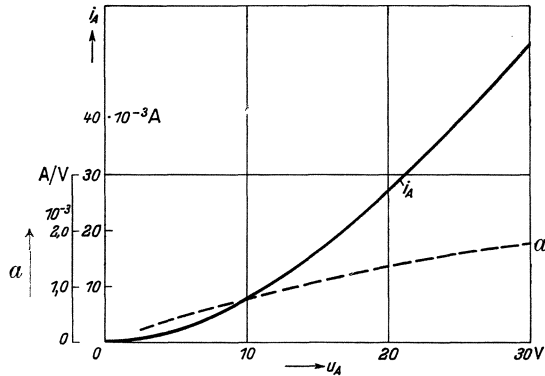


Bild 6. Kennlinie des Gleichrichterrohres.

Bei genügend großer Emission der Gleichrichterröhre und genügend hohen Isolationswiderständen würde sich die Anode auf das Potential $(I r)_{\max}$ negativ gegenüber dem negativen Ende des Glühfadens aufladen. Eine Aufladung darüber hinaus durch die der Temperatur der Kathode entsprechende thermische Geschwindigkeit der Glühelctronen kommt bei der geringen Temperatur der Oxydkathode praktisch nicht zustande.

Nun hatte aber die verwendete Röhre bei kleinen Spannungen verhältnismäßig geringe Anodenströme (Bild 6). Außerdem waren die Isolationswiderstände nicht extrem groß, wie aus folgender Zahlentafel hervorgeht:

	kalt	warm
Gleichrichter (Anode und Gitter gegen Kathode)	$R_1 = 1,5 \cdot 10^{10} \Omega$	$R_1 = 1,0 \cdot 10^{10} \Omega$
Meßrohr (Gitter gegen Anode)	$R_2 \approx 2 \cdot 10^{10} \Omega$	$R_2 \approx 4 \cdot 10^9 \Omega$

Durch diese Isolationswiderstände verlor die Anode der Gleichrichterröhre andauernd von ihrer negativen, während der einzelnen Stöße aufgenommenen Ladung. Die Folge war, daß der zeitliche Mittelwert des Potentials der Anode sich auf einen um den Betrag ΔU_K kleineren Wert als der zu messende Scheitelwert $(I r)_{\max}$ des Spannungsabfalls an r einstellte, so daß also

$$(I r)_{\max} = U_K + \Delta U_K \quad (12)$$

war (Bild 7). Der Betrag ΔU_K soll näherungsweise berechnet werden: Im stationären Zustand muß während der einzelnen Stöße über die Gleichrichterröhre der Anode ebensoviel negative Ladung zufließen wie in den Zeiträumen zwischen den Stößen über die Isolationswiderstände R_1 und R_2 abfließt. Die zufließende Ladung Q_1 ist bei 25 Stößen in der Sekunde:

$$Q_1 = 25 \int_{t_1}^{t_2} i_A dt, \quad (13)$$

wobei i_A nach Bild 6 vom Augenblickswert der an der Röhre liegenden, in Bild 7 schraffierten Spannung u_A abhängt. Wir ersetzen die gekrümmte Kennlinie in Bild 6 durch eine Gerade mit der Neigung:

$$a = \left(\frac{i_A}{u_A} \right)_{u_A = u_{A \max}} \text{ A/V.} \quad (14)$$

Dann wird:

$$Q_1 \leq 25 a \int_{t_1}^{t_2} u_A dt. \quad (15)$$

Andererseits wird, wenn $T_2 \approx (C_1 + C_2)(r + r_s)$ die Zeitkonstante des abklingenden

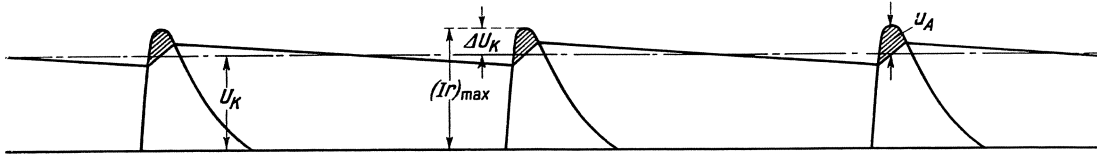


Bild 7.

Stoßes ist, nach Bild 8:

$$\int_{t_1}^{t_2} u_A dt \approx 0,5 T_2 \frac{\Delta U_K^2}{U_K + \Delta U_K}. \quad (16)$$

Damit wird:

$$Q_1 \approx 12,5 a T_2 \frac{\Delta U_K^2}{U_K + \Delta U_K}. \quad (17)$$

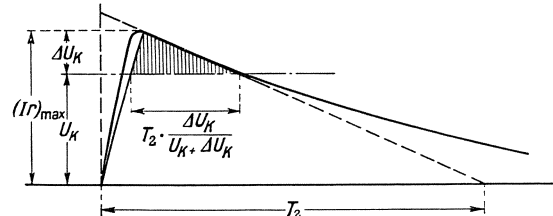


Bild 8.

Bild 7 u. 8. Berechnung des Meßfehlers.

Die abfließende Ladung Q_2 setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem Strom

$i_1 = \frac{U_K}{R_1}$, welcher über R_1 zur Kathode fließt, und einem Strom $i_2 = \frac{V_A + V_G}{R_2}$, welcher unabhängig von U_K ist und zur Anode der Meßröhre geht ($V_A + V_G =$ Anoden- + Gitter-Spannung der Meßröhre). Im Gleichgewicht muß sein $Q_1 = Q_2$, also:

$$12,5 \cdot a T_2 \frac{\Delta U_K^2}{U_K + \Delta U_K} \approx \frac{U_K}{R_1} + i_2. \quad (18)$$

Daraus errechnet sich ΔU_K als Funktion von U_K : $\frac{U_K}{R_1} + i_2$

$$\Delta U_K \approx D + \sqrt{D(D + 2U_K)}; \quad D = \frac{R_1 + i_2}{25aT_2}. \quad (19)$$

Bei der Auswertung ist man auf Probieren angewiesen, da a nach (14) eine Funktion von $u_{A \max}$, bzw., da $u_{A \max} \approx \Delta U_K$, von ΔU_K ist.

Die Spannung $V_A + V_G$ war bei allen Versuchen $150 + 10 = 160$ V, also war $i_2 = 4 \cdot 10^{-8}$ A.

Prüfung des Meßverfahrens.

In Bild 9 Kurve 1 ist zunächst eine Messung an einem Drahtwiderstand $r_{Dr} = 70 \Omega$ eingetragen. Der Gleichstrom I_0 war dabei abgeschaltet. Man sieht, daß die Meßpunkte recht genau auf einer Geraden lagen, welche praktisch durch den Nullpunkt zielte. Nach (19) ergibt sich mit den unter Bild 9 angegebenen Daten dieses Versuchs für eine Primärspannung $U_0 = 110$ V: $U_K = 103$ V, $\Delta U_K = 7$ V,

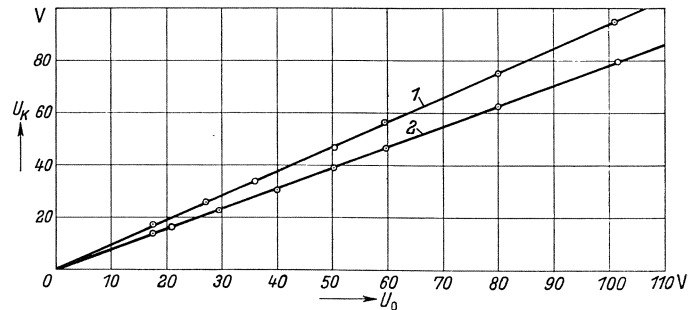


Bild 9. Prüfung des Meßverfahrens.

$$C_1 = 16 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad C_2 = 175 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad r_D = 20 \Omega, \\ r = 16 \Omega, \quad r_{Dr} = 70 \Omega.$$

also: $(Ir)_{\max} = 103 + 7 = 110$ V.

In Bild 9 ist noch eine zweite Messung eingetragen, bei der parallel zum Isolationswiderstand R_1 zusätzlich ein Widerstand von $7 \cdot 10^7 \Omega$ geschaltet war. Die Meß-

punkte lagen wieder auf einer durch den Koordinatenursprung zielenden Geraden. Berechnet man hier den Meßfehler ebenfalls für $U_0 = 110 \text{ V}$, so erhält man $U_K = 86 \text{ V}$, $\Delta U_K = 21 \text{ V}$, also $(Ir)_{\max} = 107 \text{ V}$. (19) gibt also selbst bei diesen großen Isolationsfehlern den Meßfehler noch einigermaßen richtig wieder.

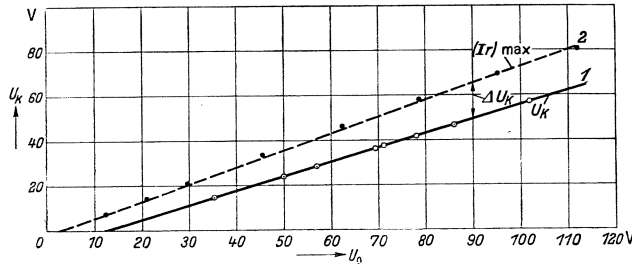


Bild 10. Prüfung des Meßverfahrens (Kurve 1 ist die aus Bild 15 entnommene Kurve 4).

In Bild 10 zeigt Kurve 1 das Ergebnis einer Messung an einem Drahtwiderstand $r_{\text{Dr}} = 70 \Omega$, welche einem späteren Versuch (Bild 15) entnommen ist. Der Widerstand war während der Messung von einem mit dem Spannungsstoß gleichsinnigen Gleichstrom $I_0 = 2 \text{ A}$ durchflossen. Aus diesem Grunde ist nach (11) eine Nullpunktverschiebung um etwa 2 V nach rechts zu erwarten. Die Zeitkonstante des abklingenden Stoßes war bei diesem Versuch sehr klein, so daß nach (19) eine weitere große Nullpunktverschiebung auftreten muß und auch gemessen wurde. Man sieht, daß die nach (19) korrigierten Meßwerte angenähert auf einer Geraden liegen, welche auf der Ordinatenachse den oben berechneten Betrag von etwa 2 V abschneidet (Kurve 2). Hätten wir den Meßfehler genau berechnet, müßten die

korrigierten Werte genau auf einer Geraden liegen.

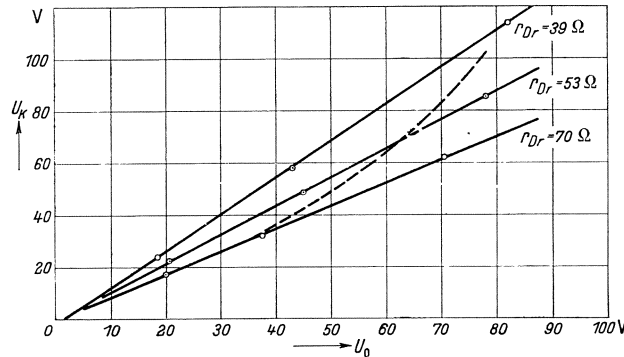


Bild 11. Prüfung des Meßverfahrens.
 $C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$,
 $r = 10 \Omega$, $r_{\text{Dr}} = 70 \Omega$, 53Ω und 39Ω .

In Bild 11 sind Messungen an Drahtwiderständen von $r_{\text{Dr}} = 70$, 53 und 39Ω aufgetragen. Hier war wieder $I_0 = 0$. Für eine Primärspannung von z. B. $U_0 = 110 \text{ V}$ war hier $(Ir)_{\max} = 105$, 130 und 164 V . Nach (9) errechnet sich für zwei Messungen mit den Widerständen r_{Dr_1} und r_{Dr_2} bei sonst gleichen Bedingungen:

$$\frac{(Ir)_{\max_1}}{(Ir)_{\max_2}} = \frac{\varphi_{\max_1}}{\varphi_{\max_2}} \cdot \frac{r + r_{\text{Dr}_1}}{r + r_{\text{Dr}_2}}. \quad (20)$$

In derselben Reihenfolge wie oben errechnet sich hieraus ein Verhältnis $47:60:76$, welches mit dem gemessenen Verhältnis $105:130:164$ befriedigend übereinstimmt.

Bei einem Widerstand, dessen Betrag mit wachsender Spannung U_0 abnimmt (wie in den späteren Versuchen der Widerstand r_s der Bogensäule), würde man stärker als linear mit U_0 ansteigende Werte U_K messen, wie die gestrichelte Kurve in Bild 11 andeutet.

Man kann die Messungen an den Drahtwiderständen auch auf ihren absoluten Betrag prüfen, indem man nach (9) und (10) den Scheitelwert von Ir berechnet und mit der Messung vergleicht. Führt man diese Rechnung aus, so findet man, daß die berechneten Werte bis zu 20% größer oder kleiner sind als die gemessenen. Diese Abweichungen sind wahrscheinlich auf die bei der Berechnung der Spannungsstöße vernachlässigte Induktivität der Leitungen, aus denen der Stoßkreis aufgebaut war, zurückzuführen.

Messungen am Bogen.

Lange Spannungsstöße. In Bild 12 ist eine Messung wiedergegeben, bei der an die Stelle des bisherigen Drahtwiderstandes r_{Dr} der Bogen gesetzt war.

Man sieht, daß bis zu etwa $U_0 = 50$ V die Meßpunkte auf einer Geraden lagen. Der Bogen verhielt sich also bis zu dieser Grenze gegenüber den Spannungsstößen wie ein konstanter Ohmscher Widerstand, jedenfalls was den durch die Messung erfaßten Scheitelwert des Stromstoßes anbetrifft. Bei größeren Spannungen begann dieser Scheitelwert des Stromes stärker als linear mit der Spannung anzusteigen, und zwar, wie sich später zeigen wird, infolge thermischer Ionisation durch erhöhte Bogentemperatur. Die Nullpunktverschiebung des geradlinigen Teiles der gemessenen Kurve ist mit 5 V etwa so groß, wie sich nach (11) und (19) berechnet.

Von Interesse ist vor allem, welchem Widerstand der lineare Anstieg der gemessenen Kurve bei kleinen Spannungen entspricht. Die Bogenspannung U_{Bo} setzt sich zusammen aus einer Spannung U_{K+A} für Anoden- und Kathodenfall und aus der Spannung, die erforderlich ist, den Strom I durch die Bogensäule zu treiben. Für diesen Stromtransport durch die Bogensäule setzen wir

$$I = enb^- \mathcal{E} \frac{\pi d^2}{4}, \quad (21)$$

wobei n die Elektronenkonzentration, e das Elementarquantum, b^- die Beweglichkeit der Elektronen, \mathcal{E} der Säulengradient und d der Säulendurchmesser ist. Ist die Säule axial homogen, so wird der Säulenwiderstand:

$$r_s = \frac{U_{Bo} - U_{K+A}}{I_0} = \frac{l}{en b^- \frac{\pi}{4} d^2}, \quad (22)$$

wobei l die Bogenlänge ist. Aus der Theorie der Bewegung von Elektronen in Gasen ist bekannt, daß die Beweglichkeit der Elektronen unabhängig vom Feld ist, solange die Elektronentemperatur nicht wesentlich größer ist als die Gastemperatur. (Ist dies infolge zu großer Feldstärke nicht mehr der Fall, so nimmt die Beweglichkeit ab.) Unter der weiteren, später sich bestätigenden Voraussetzung, daß bis zum Zeitpunkt t_{max} , in dem der Strom seinen Höchstwert erreicht, sowohl n als auch d unter der Wirkung der erhöhten Spannung an den Elektroden sich nicht ändern, ist zu erwarten, daß die Bogensäule sich gegenüber den Spannungsstößen verhält wie ein konstanter Widerstand von dem durch (22) gegebenen Betrag. Mit $V_{A+K} = 20$ V (vgl. S. 23) und unter der Voraussetzung, daß Anoden- und Kathodenfall den erhöhten Strom ohne erhöhten Spannungsaufwand liefern, ergibt sich nach (22) für den Fall des Bildes 12: $r_s = 60 \Omega$.

Welchem Widerstand entspricht nun der lineare Teil der Messung in Bild 12? Man könnte diesen Widerstand aus (1) und (9) berechnen. Dieses Verfahren wäre

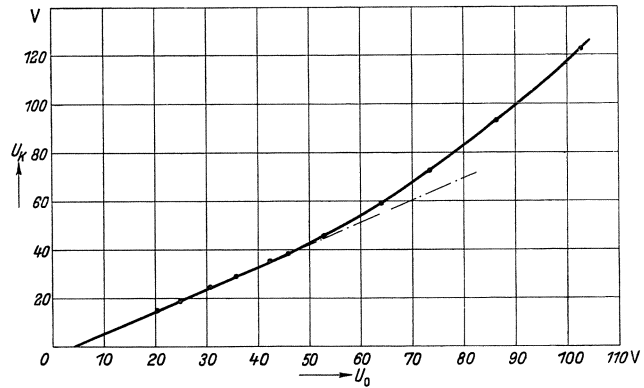


Bild 12. Lange Stöße, Bogenmessung.

$C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9}$ F, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9}$ F, $r_D = 5 \Omega$,
 $r = 10 \Omega$, $I_0 = 2$ A, $U_{Bo} = 140$ V, $l = 1,5$ cm,
 $d \approx 0,3$ cm.

aber unsicher, da, wie schon erwähnt, die Berechnung der Spannungen nach (6) bzw. (9) Fehler bis zu 20% hatte.

Es wurde daher bei allen folgenden Messungen immer unmittelbar vor oder nach der Messung am Bogen dieser durch einen induktionsarmen Drahtwiderstand r_{Dr}

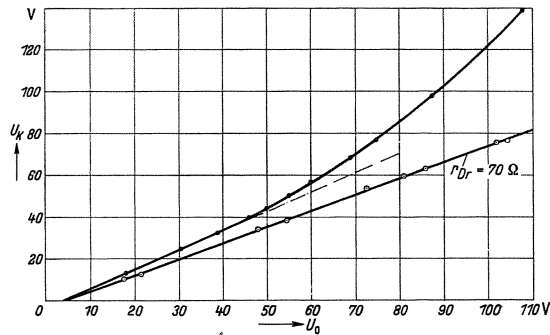


Bild 13. Lange Stöße, Bogenmessung und Kontrollmessung an r_{Dr} .

$$C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \\ r_D = 5 \Omega, \quad r = 10 \Omega, \quad I_0 = 2 \text{ A}, \quad U_{Bo} = 140 \text{ V}, \\ l = 1,5 \text{ cm}, \quad d = 0,32 \text{ cm}, \quad r_{Dr} = 70 \Omega.$$

ersetzt und wieder gemessen. Der Drahtwiderstand war dabei ebenso wie der Bogen vom Gleichstrom I_0 durchflossen, sein Betrag wurde so eingestellt, daß der Spannungsabfall des Gleichstroms an ihm etwa so groß war wie die Brennspannung des Bogens. Dabei wurde darauf geachtet, daß zwischen beiden Messungen keine Änderung an dem Versuchsaufbau gemacht wurde.

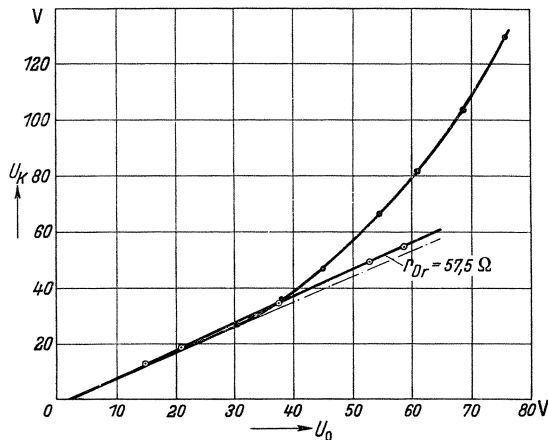


Bild 14. Lange Stöße, Bogenmessung und Kontrollmessung an r_{Dr} .

$$C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \\ r_D = 15 \Omega, \quad r = 10 \Omega, \quad I_0 = 2 \text{ A}, \quad U_{Bo} = 153 \text{ V}, \\ l = 1,5 \text{ cm}, \quad d = 0,265 \text{ cm}, \quad r_{Dr} = 57,5 \Omega.$$

punkte des Widerstandes r_{Dr} lagen dagegen über den ganzen Bereich der Primärspannung U_0 auf einer Geraden, welche auf der Ordinatenachse etwa den gleichen Betrag abschnitt wie die Messung des Bogens.

In den Bildern 13 und 14 sind solche Messungen wiedergegeben. Man sieht bei der Bogenmessung wieder den zunächst linearen Anstieg des Stromes, dann das Abbiegen vom linearen Anstieg. Die Meßpunkte des Widerstandes r_{Dr} lagen dagegen über den ganzen Bereich der Primärspannung U_0 auf einer Geraden, welche auf der Ordinatenachse etwa den gleichen Betrag abschnitt wie die Messung des Bogens.

Um den Widerstand r_s zu ermitteln, der dem ersten linearen Anstieg der Messung am Bogen entspricht, benutzt man Gleichung (9). Sie liefert für r_s , wenn die Bogenmessung mit dem Index 1, die Messung an r_{Dr} mit 2 gekennzeichnet wird, und wenn man berücksichtigt, daß $r_s \approx r_{Dr}$ war:

$$r_s = \frac{(U_K + \Delta U_K)_2}{(U_K + \Delta U_K)_1} (r + r_{Dr}) - r. \quad (23)$$

Z. B. wird für $U_0 = 60 \text{ V}$ nach Bild 13 $U_{K1} = 51,6$, $U_{K2} = 42,8 \text{ V}$, also, wenn $\Delta U_K \propto U_K$ ist:

$$r_s = \frac{42,8}{51,6} (10 + 70) - 10 = 56,5 \Omega.$$

Rechnet man für Anoden- und Kathodenfall $V_{K+A} = 20 \text{ V}$, so wird der aus der Brennspannung ermittelte Säulenwiderstand: $r_s = 60 \Omega$.

Der Versuch Bild 12 wurde unter genau gleichen Verhältnissen wie Bild 13 ausgeführt, jedoch einige Tage früher. Die Messungen stimmen, wie man sieht, untereinander befriedigend überein, ein Zeichen, daß sie reproduzierbar waren.

In Bild 14 war gegenüber dem vorigen Versuch der Dämpfungswiderstand r_D von 5Ω auf 15Ω erhöht. Der Spannungsstoß hatte also flacheren Anstieg und breitere Kuppe (Bild 5). Das Abbiegen der Bogenkurve erfolgte gegenüber Bild 13

bereits bei kleinerer Spannung U_0 , was, wie sich später zeigen wird, seinen Grund in der infolge stärkerer Gasströmung erhöhten Brennspannung und dem verringerten Bogendurchmesser hatte. Die Nullpunktverschiebung der gemessenen Kurven war gegenüber Bild 12 und 13 verringert. Dies rührt daher, daß infolge der breiteren Kuppe des Spannungsstoßes der Meßfehler kleiner war. In der angenäherten Berechnung des Meßfehlers wurde dies nicht berücksichtigt (vgl. Bild 8). — Für den Säulenwiderstand errechnet sich nach (23) ein Wert $r_s = 62 \Omega$, gegenüber einem aus der um $V_{K+A} = 20 \text{ V}$ verminderten Brennspannung folgenden Wert $r_s = 66,5 \Omega$.

In Zahlentafel 1, in der das Ergebnis aller Versuche zusammengestellt ist, ist noch ein weiterer Versuch aufgeführt, bei dem die Zeitkonstante des Stoßes etwa doppelt so groß war wie bislang. Auch hier stieg bis zu einer gewissen Spannung U_0 der Strom I_{\max} linear mit U_0 an, um dann stärker anzuwachsen. Der Säulenwiderstand r_s ergab sich hier zu 59Ω gegenüber 60Ω aus der Brennspannung mit $V_{A+K} = 20 \text{ V}$.

Zahlentafel 1. Zusammenstellung der ausgeführten Versuche.

Bild	C_1 10^{-9} F	C_2 10^{-9} F	r_D Ω	r Ω	r_{Dr} Ω	I_0 A	U_{Bo} V	l cm	$\frac{U_{Bo}-20}{I_0}$ Ω	r_s Ω
12	12,3	105	5	10	—	2	140	1,5	60	(56,5)
13	12,3	105	5	10	70	2	140	1,5	60	56,5
14	12,3	105	15	10	57,5	2	153	1,5	66,5	62
—	16,8	210	5	10	70	2	140	1,5	60	59
15	4,3	8	5	2,85	70	2	140	1,5	60	58
15	4,3	8	5	2,85	—	2	100	0,75	40	38
15	4,3	8	5	2,85	—	2	0	—	—	—
16	12,3	105	20	10	66,3	2,4	183	2,0	68	(63)
17	4,3	8	15	2,85	55	2	127	1,0	53,5	(49)
18	12,3	105	5	10	67,5	-2	-135	0,8	57,5	58
19	12,3	105	5	10	—	-2	-140	1,5	60	(60)

Kurze Spannungsstöße. Die bisherigen Versuche wurden alle mit verhältnismäßig langdauernden Spannungsstößen ausgeführt (Bild 5). Der stärker als linear mit der Spannung ansteigende Strom kam hier, wie wir noch zeigen werden, durch Aufheizung des Bogengases und thermische Ionisation zustande. Was geschieht nun, wenn die Dauer der Stöße so klein gewählt wird, daß die Aufheizung infolge der Trägheit der thermischen Ionisation sich nicht auswirken kann?

Bild 15 zeigt Versuche mit Spannungsstößen, deren Dauer rund eine Größenordnung kleiner war als bislang (Bild 5). Die Bogenlänge war einmal 1,5 cm (Kurve 1), einmal 0,75 cm (Kurve 2) und einmal Null, d. h. in diesem Fall war der Bogen am Klemmbrett kurzgeschlossen (Kurve 3). Schließlich ist noch die Messung an einem Drahtwider-

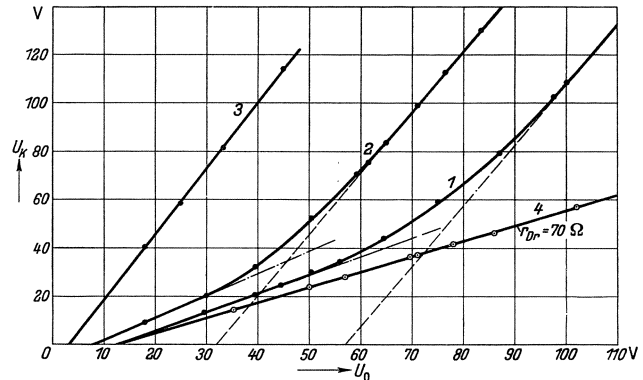


Bild 15. Kurze Stöße, Bogenmessungen und Kontrollmessung an r_{Dr} .

$C_1 = 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$,
 $r = 2,85 \Omega$, $I_0 = 2 \text{ A}$.
 Kurve 1 $l = 1,5 \text{ cm}$, $U_{Bo} = 140 \text{ V}$,
 „ 2 $l = 0,75 \text{ cm}$, $U_{Bo} = 100 \text{ V}$,
 „ 3 $l = 0$, $U_{Bo} = 0$,
 „ 4 Messung an $r_{Dr} = 70 \Omega$.

stand von 70Ω eingetragen (Kurve 4), wobei der Gleichstrom in diesem Widerstand wie im Bogen auf 2 A einreguliert war; diese Messung wurde bereits oben zur Prüfung der Formeln für den Meßfehler herangezogen, und die große Nullpunktverschiebung, nämlich im Falle des Widerstandes r_{Dr} bzw. des Bogens von 1,5 cm Länge etwa $U_0 = 13 \text{ V}$, erklärt.

Ebenso wie bei den früheren Versuchen mit langen Stößen lagen auch hier die Meßpunkte des Bogens bei kleinen Spannungen auf einer Geraden, wie man besonders an der Kurve 1 erkennt. Bei größeren Spannungen begann dann ähnlich wie früher der Strom stärker als linear anzusteigen. Berechnet man die Spannung, bei der dieses Abbiegen anfing, so findet man bedeutend höhere Werte als bei den früheren Versuchen. So begann z. B. bei der Messung 1 das Abbiegen bei $U_K \approx 30 \text{ V}$. Der Meßfehler war etwa 12 V, also $(Ir)_{\max} \approx 42 \text{ V}$, und daher mit $r = 2,85 \Omega$ $I_{\max} \approx 15 \text{ A}$. Bei einem Säulenwiderstand von 60Ω ergibt das eine Spannung am Bogen $u_{B\max} = U_{Bo} + 60 \cdot I_{\max} \approx 1000 \text{ V}$, während die entsprechende Rechnung z. B. für den früheren Versuch in Bild 12 nur $I_{\max} \approx 4 \text{ A}$ und $u_{B\max} \approx 400 \text{ V}$ ergibt. Wie sich noch zeigen wird, ist bei diesen kurzen Spannungsstößen die Abweichung vom linearen Verlauf auf Erhöhung der Elektronendichte der Bogensäule durch Stoßionisation zurückzuführen.

Wie man weiter sieht, lagen die Meßwerte bei sehr hohen Spannungen U_0 sowohl bei 1,5 wie auch bei 0,75 cm Bogenlänge auf einer Geraden, welche angenähert parallel zu der Kurzschlußmessung 3 liefen. Gegenüber dieser Kurzschlußmessung waren sie jedoch um eine gewisse Strecke nach rechts verschoben, welche bei der Messung 1 etwa doppelt so groß war wie bei der Messung 2 mit halber Bogenlänge. Dies bedeutet, daß bei kurzdauernden Stößen der Scheitelwert der Spannung am Bogen einen gewissen Wert nicht überschritt, wie groß auch der Bogenstrom war und daß dieser Wert mit wachsender Bogenlänge etwa proportional zunahm (vgl. Bild 17).

Aus dem Vergleich der Widerstandsmessung mit dem ersten linearen Anstieg der Bogenmessung kann wieder wie früher der konstante Widerstand ermittelt werden, den die Bogensäule den Stößen bei kleiner Spannung bot. Es ergibt sich z. B. bei $l = 1,5 \text{ cm}$ $r_s = 58 \Omega$, während aus der Brennspannung des Bogens mit $U_{K+A} = 20 \text{ V}$ ein Säulenwiderstand von 60Ω sich errechnet.

Messung des Scheitelwertes der Spannung. Solange der Widerstand, den der Bogen den Spannungsstößen bietet, unter der Einwirkung dieser Stöße konstant bleibt, wächst nach (9) der Scheitelwert der Stoßspannung proportional mit U_0 . Dies ist auch dann noch der Fall, wenn der Widerstand r_s sich erst nach dem Zeitpunkt des Scheitels der Spannungswelle vermindert. Wenn aber r_s sich verringert, bevor die Spannung ihren Scheitelwert erreicht, steigt dieser weniger als proportional mit U_0 , da der Spannungsstoß durch den verringerten Widerstand zusammenbricht. Durch Messung des Scheitelwertes der Spannung mußte sich also feststellen lassen, ob die Verringerung des Bogenwiderstandes bereits vor oder erst nach dem Zeitpunkt des Scheitels der Spannung eintrat.

In den Bildern 16 und 17 sind nun Versuche dargestellt, bei denen außer dem Scheitelwert des Stromes dieser Scheitelwert der Spannung am Bogen (einschließlich Spannungsabfall an r) gemessen wurde, und zwar mit dem schon erwähnten Ohmschen Spannungsteiler parallel zu C_2 . Beim Drahtwiderstand r_{Dr} muß die Messung des Scheitelwertes der Spannung gerade so wie die des Stromes einen

linearen Anstieg mit U_0 ergeben. Dies wird bestätigt durch die Meßkurven 3 in beiden Bildern. Die Kurve 1 stellt in beiden Bildern die Strommessung am Bogen dar, die Kurve 2 die Strommessung am Widerstand r_{Dr} . Die Kurve 4 dagegen gibt die Spannungsmessung am Bogen (einschließlich Spannungsabfall an r) wieder. Man sieht, daß in Bild 16, wo es sich

um einen Versuch mit langen Spannungsstößen handelt, diese Spannung über den ganzen Bereich von U_0 linear mit U_0 anstieg, obwohl schon bei etwa $U_0 = 40$ V die Stromkurve abzubiegen begann. In Bild 17 dagegen begann etwa bei derjenigen Spannung (nämlich $U_0 = 25$ V), bei der die Kurve des Stromes im Bogen stärker als linear anzusteigen begann, die Kurve der Spannung am Bogen nach unten abzubiegen, um bis zu etwa $U_0 = 65$ V auf nahezu konstanter Höhe zu bleiben und dann wieder anzusteigen.

Der Grund für dieses verschiedenartige Verhalten liegt, wie sich später bestätigen wird, darin, daß die Abweichung des Stromes vom linearen Verlauf in Bild 16 durch thermische Ionisation zustande kam, welche erst einige Zeit nach dem Zeitpunkt des Scheitelwertes der Spannung den erhöhten Strom aufkommen ließ, während die Abweichung des Stromes vom linearen Verlauf in Bild 17, welche auf Stoßionisation beruhte, bereits einsetzte, bevor die Spannung am Bogen ihren Scheitelwert erreichte und daher diesen Scheitelwert des Spannungsstoßes zunächst nicht über eine gewisse Spannung, nämlich die „Durchschlagspannung“ der Bogensäule, ansteigen ließ.

Der erste lineare Anstieg des Stromes entsprach auch bei diesen Versuchen einem Säulenwiderstand, welcher etwas kleiner war als der aus der Brennspannung ermittelte, wenn man für U_{K+A} den Wert von 20 V annimmt (Zahlentafel 1).

Versuche mit Stößen entgegen der Richtung des ursprünglichen Stromes. Bei allen bislang beschriebenen Versuchen war die Richtung des Spannungsstoßes so gewählt, daß er den Strom I_0 zu verstärken suchte. Dabei blieb also für den Stoßstrom der ursprüngliche Kathodenfall · Kathodenfall. Das gleiche gilt für den Anodenfall, während der Stromdurchgang durch die Bogensäule richtungsunab-

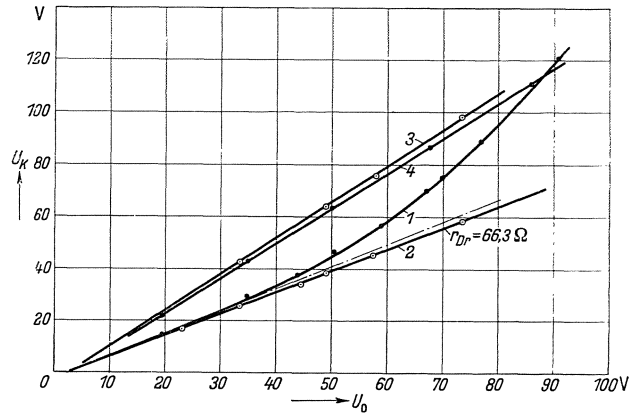


Bild 16. Lange Stöße, Messung von Strom und Spannung am Bogen und Widerstand r_{Dr} .
 $C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9}$ F, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9}$ F, $r_D = 20 \Omega$,
 $r = 10 \Omega$, $I_0 = 2,4$ A, $l = 2,0$ cm, $U_{Bo} = 183$ V,
 $d \approx 0,4$ cm, $r_{Dr} = 66,3 \Omega$.

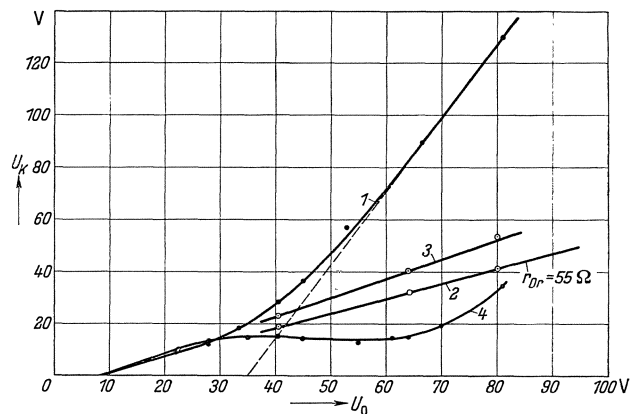


Bild 17. Kurze Stöße, Messung von Strom und Spannung am Bogen und am Widerstand r_{Dr} .
 $C_1 = 4,3 \cdot 10^{-9}$ F, $C_2 = 8,0 \cdot 10^{-9}$ F, $r_D = 15 \Omega$,
 $r = 2,85 \Omega$, $I_0 = 2$ A, $U_{Bo} = 127$ V, $l = 1,0$ cm,
 $d \approx 0,3$ cm, $r_{Dr} = 55 \Omega$.

hängig ist. Was geschieht nun, wenn die Richtung des Stoßes der ursprünglichen Stromrichtung entgegengesetzt ist?

In den Bildern 18 und 19 sind solche Versuche wiedergegeben. Die Umpolung des Spannungsstoßes ließ sich leicht durch die Umschalter S_5 oder S_6 und durch Vertauschen der Meßleitungen an r bewerkstelligen.

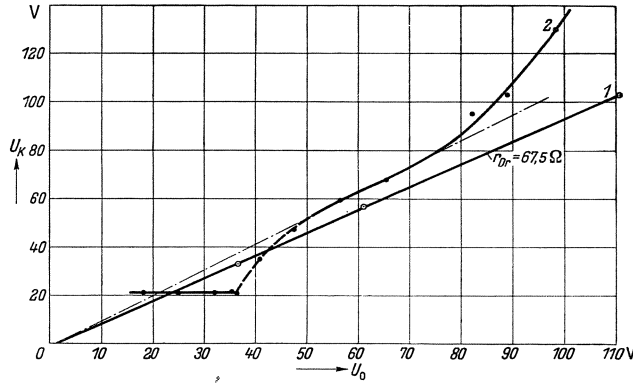


Bild 18. Lange Stöße entgegen der ursprünglichen Stromrichtung, Bogenmessung und Kontrollmessung an r_{Dr} .

$C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$,
 $r = 10 \Omega$, $I_0 = -2 \text{ A}$, $U_{B_0} = -135 \text{ V}$, $l = 0,8 \text{ cm}$,
 $d \approx 0,3 \text{ cm}$, $r_{Dr} = 67,5 \Omega$.

Meßpunkte auf einer angenähert durch den Koordinatenursprung zielenden Geraden. Bei noch höheren Spannungen trat ähnlich wie bei den früheren Versuchen ein Abweichen von dieser Geraden zu größeren Strömen auf.

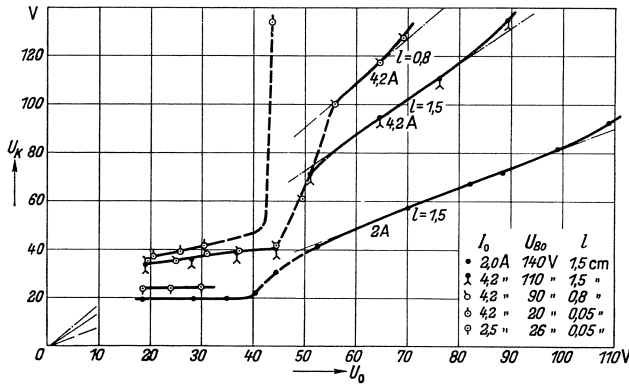


Bild 19. Lange Stöße entgegen der ursprünglichen Stromrichtung, Bogenmessungen mit veränderter Stromstärke und Bogenlänge.

$C_1 = 12,3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 105 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $r_D = 5 \Omega$,
 $r = 10 \Omega$, $I_0 = -(2 \dots 4,2) \text{ A}$, $U_{B_0} = -(26 \dots 140) \text{ V}$,
 $l = 0,05 \dots 1,5 \text{ cm}$.

gann, berechnet sich, da nur wenig Ladung durch die Bogenstrecke abfloß, aus:

$$u_B \approx \frac{U_{10} C_1 - U_{B_0} C_2}{C_1 + C_2} = \frac{64,3 \cdot 36 \cdot 12,3 - 135 \cdot 105}{117,3} = 120 \text{ V}. \quad (24)$$

Von $U_0 = 50 \text{ V}$ bis $U_0 = 70 \text{ V}$ lagen die Meßpunkte angenähert auf einer Geraden, die einem Säulenwiderstand $r_s = 58 \Omega$ entspricht. Aus der Brennspannung errechnet sich mit $V_{A+K} = 20 \text{ V}$ ein Säulenwiderstand von $57,5 \Omega$.

In Bild 19 sind weitere Versuche, und zwar mit verändertem Bogenstrom und veränderter Bogenlänge aufgetragen. Man sieht in allen Fällen bei kleinen Span-

Bild 18 zeigt in Kurve 2 die Messung eines Bogens von $I_0 = 2 \text{ A}$. Die Kurve 1 ist die Kontrollmessung an dem ebenfalls von $I_0 = 2 \text{ A}$ durchflossenen Drahtwiderstand r_{Dr} an Stelle des Bogens. Man sieht, daß im Gegensatz zu den Versuchen mit gleichsinniger Polarität hier bei kleinen Spannungen U_0 die gemessene Spannung U_K bis zu etwa $U_0 = 36 \text{ V}$ unabhängig von der Spannung $U_K = 21 \text{ V}$ war. Bei größeren Spannungen von $U_0 = 50 \text{ V}$ bis zu etwa $U_0 = 70 \text{ V}$ lagen die Meßpunkte auf einer angenähert durch den Koordinatenursprung zielenden Geraden. Bei noch höheren Spannungen trat ähnlich wie bei den früheren Versuchen ein Abweichen von dieser Geraden zu größeren Strömen auf.

Die konstante Spannung $U_K = 21 \text{ V}$ entspricht einem Strom $I_{\max} = 2,1 \text{ A}$. Da der Gesamtstrom im Bogen hier infolge der entgegengesetzten Polarität gleich der Differenz $I_{\max} - I_0$ war, so war bis zu einer Spannung $U_0 = 36 \text{ V}$ der Bogenstrom im Scheitelwert der Spannungswelle ungefähr gleich null, d. h. die Bogenstrecke ließ trotz der negativen Elektroden-spannung keinen negativen Strom durch. Die negative Bogen-spannung u_B , bei der Strom in umgekehrter Richtung zu fließen be-

nungen bis zu etwa $U_0 = 40$ V den Strom I_{\max} zunächst angenähert konstant gleich dem eingestellten Bogenstrom I_0 bleiben. Bis zu dieser Spannung ließ also auch hier die Bogenstrecke im wesentlichen keinen negativen Strom durch. Bei größerer Spannung sprangen dann die Meßwerte auf die nahezu durch den Koordinatenursprung zielende Gerade, die entsprechend dem mehr oder weniger großen, aus Bogenspannung und Bogenstrom I_0 errechenbaren Säulenwiderstand mehr oder weniger steil verliefen.

Auswertung und Diskussion der Meßergebnisse.

Die thermische Ionisation in der Bogensäule. Die Ergebnisse dieser Arbeit fügen sich gut ein in den Rahmen der bestehenden Anschauungen über den Mechanismus der Bogenentladung. Dies gilt vor allem für die zuerst von Compton aufgestellte und verschiedentlich schon geprüfte¹ Theorie der thermischen Ionisation in der Bogensäule. Denn die thermische Ionisation ist definitionsgemäß nur abhängig von der Gastemperatur. Bei einer Änderung des Feldes wird also — solange nicht sekundäre Effekte auftreten, wie z. B. eine Änderung der Gastemperatur — die Zahl der vorhandenen Ladungsträger ungeändert bleiben, und der Strom wird — bei konstanter, vom Feld unabhängiger Beweglichkeit — proportional der Feldstärke, wie es tatsächlich gemessen wurde. Wenn die Ionisation in der Säule (die erforderlich ist, um die Ladungsträgerverluste durch Wiedervereinigung und Diffusion zu decken) nicht thermisch erfolgte, sondern wie z. B. in der Glimmsäule auf Grund einer hohen bei Feldänderungen sich fast trägheitslos einstellenden Elektronentemperatur (in der Glimmsäule $10 \cdots 100$ mal größer als die Gastemperatur), so hätte man bei einer Erhöhung der Feldstärke exponentielles Anwachsen des Stromes zu erwarten, da die Ionisation exponentiell mit der Elektronentemperatur zunimmt, die Beweglichkeit der Elektronen dagegen sich nur mit \sqrt{T} ändert. Tatsächlich war aber — bei genügend kurzen Spannungsstößen wie in Bild 15 — sogar bis etwa zum 7,5fachen der normalen Brennspannung der Strom der Spannung proportional.

Abschätzung des Elektronenrekombinationskoeffizienten. Der Koeffizient der Rekombination freier Elektronen mit positiven Ionen (Wiedervereinigungskonstante) ist von Bedeutung für das Problem der Entionisierung bzw. Löschung von Bogenentladungen. Er soll im folgenden aus den Messungen abgeschätzt werden.

Wir berechnen zu dem Zwecke zunächst die während des Spannungsstoßes der Bogensäule zusätzlich zugeführte Leistung:

$$\Delta N = (I + I_0)(u_B - U_{K+A}) - I_0(U_{Bo} - U_{K+A}). \quad (25)$$

Dabei ist nach (6)

$$u_B = U_{Bo} + U^* \varphi(t); \quad U^* = (U_{10} - U_{Bo}) \frac{r_s \gamma}{r + r_s}. \quad (26)$$

Mit $I + I_0 = \frac{u_B - U_{K+A}}{r_s}$ und $I_0 = \frac{U_{Bo} - U_{K+A}}{r_s}$ erhält man:

$$\Delta N = \frac{1}{r_s} [(U^* \varphi(t))^2 + 2U^* \varphi(t)(U_{Bo} - U_{K+A})]. \quad (27)$$

¹) Z. B. L. S. Ornstein, H. Brinkman u. A. Beunes: Z. Physik **77** (1932) S. 72. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens **XII**, 1 (1933) S. 74.

Die der Bogensäule zusätzlich zugeführte Wärmemenge ΔQ folgt durch Integration dieser Gleichung

$$\Delta Q = \int_0^t \Delta N dt = \frac{U^{*2}}{r_s} \left[\frac{1 - e^{-2\varepsilon_2 t}}{2\varepsilon_2} - \frac{2(1 - e^{-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)t})}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} + \frac{1 - e^{-2\varepsilon_1 t}}{2\varepsilon_1} \right] + \frac{2(U_{B_0} - U_{K+A}) U^*}{r_s} \left[\frac{1 - e^{-\varepsilon_2 t}}{\varepsilon_2} - \frac{1 - e^{-\varepsilon_1 t}}{\varepsilon_1} \right]. \quad (28)$$

Diese erhöhte Wärmezufuhr hat eine Temperatursteigerung des Bogenplasmas zur Folge¹⁾. Man kann, da die Temperatursteigerung nur gering ist, für die Dauer des Stoßes die Erhöhung der Wärmeabfuhr (Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung) vernachlässigen und erhält für die Temperaturerhöhung

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_p \frac{\pi}{4} d^2 l}. \quad (29)$$

Dabei ist d der Bogenradius und l die Bogenlänge. Für die spezifische Wärme c_p des Bogengases setzen wir:

$$c_p = \frac{8,1}{2} k N, \quad (30)$$

$k = 4,18 \cdot 3,28 \cdot 10^{-24}$ Joule/Grad (Boltzmannsche Konstante); $N = 2,7 \cdot 10^{19} \frac{273^\circ}{T} \text{ cm}^{-3}$.

Der Faktor $\frac{8,1}{2}$ setzt sich dabei, wenn bei Lichtbogentemperatur etwa 57% der ursprünglich vorhandenen Molekeln dissoziiert sind (Dissoziationsgrad $x = 0,57$), zusammen aus:

- $\frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{7}{2}$ kinetische Energie, Rotationsenergie und Schwingungsenergie der zweiatomigen Molekeln;
- $\frac{2x}{1+x} \cdot \frac{3}{2}$ kinetische Energie der Atome;
- $\frac{2}{2}$ Elektronenanregungsenergie im thermodynamischen Gleichgewicht;
- $\frac{2}{2}$ Arbeit gegen den äußeren Druck, da während des Spannungsstoßes der durch die Erwärmung im Bogen entstehende Überdruck sich ausgleichen kann²⁾.

Aus (30) wird mit den obigen Werten: $c_p T = 0,41$ Joule/cm³ gegenüber $c_p T = 0,35$ Joule/cm³ bei einem kalten zweiatomigen Gas. Die Erhöhung gegenüber kaltem Gas kommt dadurch zustande, daß bei hoher Temperatur Rotation und Schwingungen der Molekeln und außerdem Elektronenanregung der Atome und Molekeln auftreten. Obige Berechnung von c_p setzt voraus, daß die Entartung des Gases bezüglich dieser Freiheitsgrade bei Bogentemperatur in vollem Maße aufgehoben ist, und daß außerdem der Zustand des Gases dem thermodynamischen Gleichgewicht entspricht. Die Erhöhung der spezifischen Wärme durch die Dissoziationsarbeit ist hier unberücksichtigt geblieben, da sie geradeso wie die Ionisation

¹⁾ Diese Temperatursteigerung war bis zum Beginn des folgenden Stoßes ($4 \cdot 10^{-2}$ s später!) längst wieder abgeklungen, so daß eine Dauererwärmung des Bogens durch die Stöße, welche sich in eine Verriegerung der Brennspannung hätte zeigen müssen, nicht zustande kam.

²⁾ Für den Druckausgleich steht nach Bild 20 eine Zeit von etwa $5 \cdot 10^{-6}$ s zur Verfügung. Bei einer zurückzulegenden Wegstrecke von etwa 0,1 cm (Bogenhalbmesser) ist also eine Geschwindigkeit von $2 \cdot 10^4$ cm/s erforderlich. Die Schallgeschwindigkeit des Bogengases ist dagegen groß, nämlich etwa $3 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{6200}{273}} \approx 15 \cdot 10^4$ cm/s.

nur zeitlich verzögert auftreten dürfte¹⁾, während die Übertragung der Energie der Elektronen auf die Molekeln durch elastische und unelastische Stöße und der Ausgleich der Energie der Molekeln untereinander durch elastische Stöße und durch Stöße zweiter Art demgegenüber sehr schnell erfolgt. Aus (29) wird

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta Q}{0,41 \cdot \frac{d^2 \pi}{4} l}. \quad (31)$$

Hiernach läßt sich der zeitliche Verlauf der Temperaturerhöhung des Bogenplasmas berechnen. Wie schnell erhöht sich nun die Elektronendichte auf den der erhöhten Gastemperatur entsprechenden Wert?

Im thermodynamischen Gleichgewicht der Ionisation hängen Elektronendichte n_s und Gastemperatur T nach der Saha-Gleichung zusammen, welche (in einer für numerische Rechnung geeigneten Form) für Atmosphärendruck und kleine Ionisationsgrade lautet:

$$n_s = 4,3 \cdot 10^{18} \cdot T^{\frac{1}{4}} \cdot 10^{-2520 \frac{V_j}{T}}, \quad (32)$$

wobei V_j die Ionisierungsspannung des Gases in V ist.

Über die Geschwindigkeit dn/dt , mit der sich bei einer Steigerung der Gastemperatur die Elektronendichte n auf den der erhöhten Temperatur entsprechenden Wert erhöht, sagt diese Gleichung nichts aus. Man kann über diese Geschwindigkeit aber auf folgende Weise Auskunft erhalten²⁾: Im Gleichgewichtsfall ist die Geschwindigkeit $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{therm}}$ der thermischen Neuerzeugung von freien Ladungsträgern gerade so groß wie die Geschwindigkeit $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{wied}}$ ihrer Beseitigung durch Wiedervereinigung, welche ihrerseits proportional der Stoßzahl der Ladungsträger untereinander, also proportional n_s^2 ist:

$$-\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{therm}} = \left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{wied}} = -\rho n_s^2. \quad (33)$$

Dabei ist ρ die Wiedervereinigungskonstante (Elektronen-Rekombinationskoeffizient).

Setzt man nun voraus, daß die thermische Ionisation nicht durch Elektronenstöße, sondern vorwiegend durch Stöße der Molekeln untereinander oder durch Photonen erfolgt — eine Voraussetzung, auf die wir noch ausführlich zurückkommen —, so wird auch in dem Fall, daß die Gastemperatur und mit ihr der Anregungsgrad der Molekeln plötzlich um einen gewissen Betrag ΔT erhöht ist, die Elektronendichte aber noch den ursprünglichen Wert hat, die thermische Ionisation $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{therm}} = \rho n_s^2$ sein, wenn unter n_s die zu der erhöhten Temperatur nach (32) gehörige Gleichgewichtskonzentration verstanden wird. Denn die thermische Ionisation hängt unter der oben gemachten Voraussetzung nur von der kinetischen Energie der Molekeln und von ihrem Anregungszustand, nicht aber von der Anwesenheit der Elektronen ab. Da die Geschwindigkeit der Wiedervereinigung nur durch die jeweilige tatsächliche Elektronendichte n bestimmt wird, so ist die Geschwindigkeit

¹⁾ Es ist bekannt, daß die Rekombinationsgeschwindigkeit im Volumen, z. B. von atomarem Wasserstoff, außerordentlich klein ist.

²⁾ R. Holm, B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 2 (1934) S. 63.

keit dn/dt , mit der sich die tatsächliche Elektronendichte n auf den der erhöhten Temperatur entsprechenden Gleichgewichtswert erhöht:

$$\frac{dn}{dt} = \left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{therm}} + \left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{Wied}} = \rho(n_s^2 - n^2). \quad (34)$$

Über die Größe der Wiedervereinigungskonstanten ρ im Bogenplasma ist im Schrifttum nur sehr wenig bekannt¹⁾. Mit Gewißheit läßt sich lediglich eine obere Grenze angeben, nämlich $\rho < 10^{-7}$; dieser Wert würde dann zutreffen, wenn jeder Stoß zwischen Elektronen und Ionen zur Wiedervereinigung führen würde. Es ist bekannt, daß dies (zum mindesten in Glimmentladungen) bei weitem nicht der Fall ist, sondern daß nur ein ganz geringer Bruchteil aller Stöße zur Wiedervereinigung führt.

Zur Abschätzung von ρ aus den Messungen verfahren wir in folgender Weise: Der zeitliche Verlauf des Stromstoßes wird nach (34) für verschiedene angenommene Werte von ρ berechnet, und zwar für eine Spannungswelle mit demjenigen Scheitelwert, bei dem nach dem Experiment das Abbiegen des Stromes vom proportionalen Verlauf einsetzte. Dabei zeigt sich, daß (bei genügend großen Werten ρ) die Stromkurve einen zweiten Scheitel aufweist, der um so höher ansteigt, je größer ρ gewählt wird. Derjenige Wert von ρ , bei dem der zweite Scheitel der Stromkurve gerade die Höhe des ersten überschreitet, ist die gesuchte Wiedervereinigungskonstante.

Der folgenden Rechnung soll der Versuch Bild 14 zugrunde gelegt werden, da hier das erste Abbiegen des Stromes vom proportionalen Verlauf am besten zu erkennen war. Es erfolgte bei $U_0 = 32,5$ V bzw. $U_K = 28$ V. Der Meßfehler dürfte wegen des großen Dämpfungswiderstandes ($r_D = 15 \Omega$) kleiner gewesen sein als nach (19); wir setzen $\Delta U_K = 3$ V. Damit wird nach (9), (12) und (26)

$$U^* \varphi(t_{\max}) = (U_K + \Delta U_K) \frac{r_s}{r} = 31 \frac{62}{10} = 190 \text{ V},$$

und mit (10) und (8) $U^* = 209$ V. In Bild 20 ist der hiermit nach (31) und (28) berechnete Verlauf von $\Delta T/T$ eingetragen. Die Temperatur des Bogenplasmas steigt maximal um etwa 30% an.

Aus (34) folgt

$$\frac{dn}{dt} = n_0^2 \rho \left[\left(\frac{n_s}{n_0}\right)^2 - 1 \right], \quad (35)$$

wenn auf der rechten Seite n durch n_0 ersetzt wird. Man darf dann (35) nur bis zu Werten von n integrieren, welche klein gegen n_s sind. Für den Ausdruck $(n_s/n_0)^2$ erhält man aus (32)

$$\left(\frac{n_s}{n_0}\right)^2 = \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^{0,5} \cdot 10^{5040 \frac{V_j}{T} \frac{\Delta T/T}{1 + \Delta T/T}}, \quad (36)$$

wobei T die ursprüngliche Bogentemperatur ist. Nach (21) und (32) wird ferner

$$2520 \frac{V_j}{T} = \log \frac{eb^- \mathfrak{E} \frac{\pi}{4} d^2 4,3 \cdot 10^{18} \cdot T^{1/4}}{I_0}. \quad (37)$$

Mit $\mathfrak{E} \approx 80$ V/cm, $T \approx 6000^\circ$ K, $b^- \approx 5 \cdot 10^4$ cm² s⁻¹ V⁻¹, $d \approx 0,27$ cm, $e = 1,59 \cdot 10^{-19}$ C, $I_0 = 2$ A wird

$$2520 \frac{V_j}{T} = 5,8, \quad (38)$$

¹⁾ K. T. Compton u. I. Langmuir: Rev. Modern Physics **2** (1930) S. 197. — E. H. Bramhall: Proc. Cambridge Philos. Soc. **27** (1931) S. 421. — R. Seeliger: Einführung in die Physik der Gasentladungen. 2. Aufl. Leipzig (1934) S. 431. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **II**. Berlin (1934) S. 223.

also, wenn für V_j die Ionisierungsspannung des Stickstoffatoms ($V_j = 14,5$ V) als maßgeblich für die thermische Ionisation gesetzt wird, $T = 6200^\circ$.

In Bild 20 ist der auf diese Weise nach (36) berechnete Ausdruck $[(n_s/n_0)^2 - 1]$ eingetragen. Er läßt sich im unteren Bereich durch folgende Potenzfunktion annähern:

$$\left(\frac{n_s}{n_0}\right)^2 - 1 \approx k \left(\frac{t}{10^{-6}}\right)^\mu; \quad k = 2,07; \quad \mu = 1,8. \quad (39)$$

Damit wird durch Integration von (35)

$$\frac{n}{n_0} \approx 1 + \varrho n_0 10^{-6} \frac{k}{\mu+1} \left(\frac{t}{10^{-6}}\right)^{\mu+1}. \quad (40)$$

n/n_0 ist ebenfalls in Bild 20 eingetragen.

Der Strom in der Bogensäule

$$I' = \frac{n}{n_0} e b^- i_0 \frac{\pi d^2}{4} \mathcal{E}' \quad (41)$$

ist, da b^- nur mit \sqrt{T} anwächst, und da T an sich nur wenig steigt, proportional der Größe n/n_0 in (40)¹⁾. Um den Verlauf des Stromes zu konstruieren, muß außer n/n_0 noch der Verlauf von \mathcal{E}' bzw. u'_B ermittelt werden. Dieser weicht von dem in (6) für konstantes r_s berechneten Verlauf u_B ab, da die Spannungswelle unter der erhöhten Leitfähigkeit der Bogensäule zusammenbricht²⁾. Die Berechnung von u'_B führen wir nur angenähert durch, nämlich unter Vernachlässigung von r, r_D und U_{K+A} . Es ist dann (s. Bild 4)

$$\frac{d u'_B}{dt} \approx - \frac{I}{C_1 + C_2} = - \frac{u'_B}{r'_s (C_1 + C_2)}, \quad (42)$$

wobei u'_B der Verlauf der gesuchten Spannung und $r'_s = r_s \frac{n_0}{n}$ der jeweilige, infolge des Anwachsens von n verringerte Säulenwiderstand ist. Also wird

$$\int_0^t \frac{d u'_B}{u'_B} \approx - \frac{1}{r_s (C_1 + C_2)} \int_0^t \frac{n}{n_0} dt = - \frac{1}{r_s (C_1 + C_2)} \left[\int_0^t dt + \int_0^t \left(\frac{n}{n_0} - 1\right) dt \right]. \quad (43)$$

Mit (26) und (40) wird für $t \gg t_{\max}$:

$$\frac{u'_B}{U^*} \approx e^{-\frac{t}{r_s (C_1 + C_2)} \left[1 + \varrho n_0 10^{-6} \frac{k}{(\mu+1)(\mu+2)} \left(\frac{t}{10^{-6}}\right)^{\mu+2} \right]}. \quad (44)$$

Damit wird der gesuchte Verlauf des Stromes I'

$$I' = \frac{u'_B}{r'_s} \approx \frac{U^*}{r_s} \frac{n}{n_0} \left(e^{-\frac{t}{r_s (C_1 + C_2)} \left[1 + \frac{\varrho n_0 k 10^{-6}}{(\mu+1)(\mu+2)} \left(\frac{t}{10^{-6}}\right)^{\mu+2} \right]} \right) \quad (45)$$

In Bild 20 ist für $\varrho = 3 \cdot 10^{-10}$, $2 \cdot 10^{-10}$ und 10^{-10} der auf diese Weise berechnete Verlauf von I' und u'_B aufgetragen, und zwar beide Größen im Verhältnis zu den

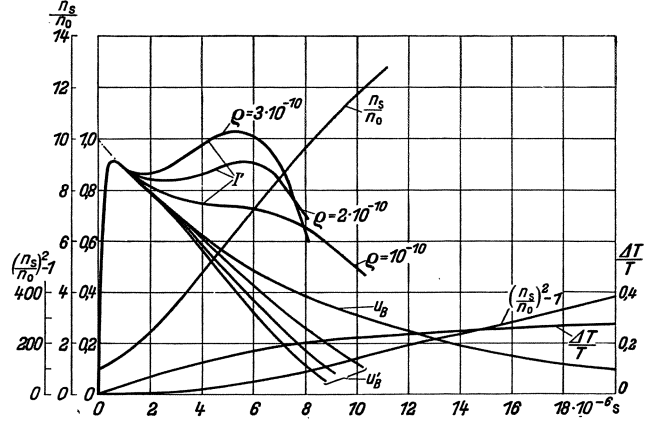


Bild 20. Berechnung der Wiedervereinigungskonstanten ϱ aus Versuch Bild 14 (Bogendurchmesser $d = 0,265$ cm).

¹⁾ Bei der Erwärmung des Bogengases tritt außerdem mit dem Druckausgleich eine Verringerung von n_0 und gleichzeitig eine Vergrößerung von d auf, jedoch so, daß $n_0 d^2$ konstant bleibt.

²⁾ Damit ändert sich natürlich auch der zeitliche Verlauf der in (28) berechneten Erwärmung, in der Hauptsache jedoch erst nach dem Zeitpunkt des zweiten Stromscheitels im Bild 20, so daß wir bei der Abschätzung von ϱ , für welche die Zeit vor diesem zweiten Stromscheitel maßgebend ist, angenähert mit (28) rechnen können.

auf $t = 0$ extrapolierten Anfangswerten der abklingenden e -Funktion. Man sieht, daß für $\rho = 3 \cdot 10^{-10}$ der zweite Scheitelwert des Stromes größer wird als der erste, für $\rho = 10^{-10}$ dagegen kleiner, während er für $\rho = 2 \cdot 10^{-10}$ ebenso groß wird wie der erste, d. h. also das Abbiegen des Stromes vom proportionalen Verlauf bei der gemessenen Spannung $U^* = 209 \text{ V}$ läßt sich nur erklären, wenn für die Wiedervereinigungskonstante der Wert $\rho = 2 \cdot 10^{-10}$ angenommen wird. Bei größeren Werten ρ müßte das Abbiegen bereits bei kleineren Spannungen erfolgen, bei kleineren Werten dagegen erst bei größeren Spannungen.

Es ist nun zu fragen, welchen Anspruch auf Genauigkeit diese Abschätzung von ρ machen kann. Einfluß auf das Ergebnis der Rechnung hat vor allem der Wert der

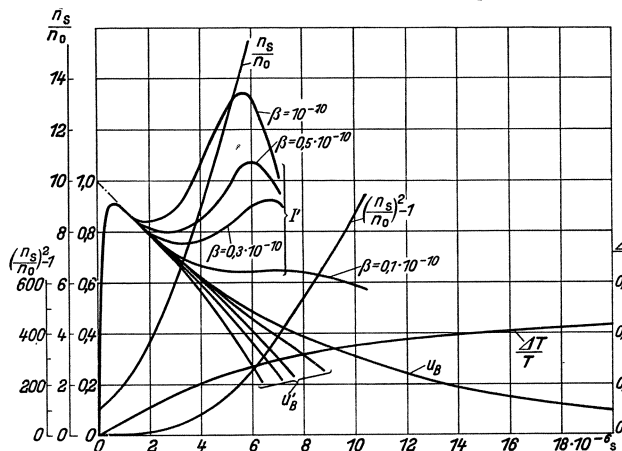


Bild 21. Berechnung der Wiedervereinigungskonstanten ρ aus Versuch Bild 14 (Bogendurchmesser $d = 0,21 \text{ cm}$).

Temperaturerhöhung $\Delta T/T$ in (31). Die Berechnung der spezifischen Wärme des Bogengases dürfte einigermaßen das Richtige treffen. Die größte Unsicherheit bringt der quadratisch eingehende Bogendurchmesser d . Es wurde dafür der Wert $d = 0,265 \text{ cm}$ gesetzt, wie er sich als Durchmesser des intensiv leuchtenden Bogenkernes aus photographischen Aufnahmen und Ausmessen der Photographien unter dem Mikroskop ergab. Diese Bestimmung ist nicht genauer als auf etwa $\pm 10\%$ ¹⁾, also war $d = 0,24 \dots 0,29 \text{ cm}$. Die obige Berechnung von ρ wurde für verschiedene Werte von d wiederholt. Bild 21 zeigt z. B. das Ergebnis für den Fall $d = 0,21$, nämlich $\rho = 0,3 \cdot 10^{-10}$. Auf diese Weise wurden zu den obigen Grenzwerten des Durchmessers die Grenzen $\rho = 1,0 \dots 3,6 \cdot 10^{-10}$ ermittelt. — Eine weitere Unsicherheit erhält die Berechnung von ρ dadurch, daß der Bogen nicht auf seiner ganzen Länge gleichbleibenden Durchmesser hatte. Vielmehr verengte sich der Querschnitt der Bogensäule in der Nähe der beiden Elektroden auf den Querschnitt der Brennflecke (Bild 2). Bei der Berechnung von ρ wurde die Wärme ΔQ als gleichmäßig über die Bogenlänge verteilt angesetzt. Tatsächlich wird an den verengten Stellen in der Nähe der Elektroden die Temperaturerhöhung größer und dafür an anderen Stellen kleiner gewesen sein als der Mittelwert. Dadurch werden die berechneten Werte von ρ zu groß. Die verengten Stücke machten nur etwa ein Fünftel der gesamten Bogenlänge, nämlich an jeder Elektrode etwa $0,15 \text{ cm}$ aus (Bild 2). Auf der übrigen Länge war der Querschnitt der Bogensäule durch günstigste Einstellung der Metallblende (etwa in der Mitte zwischen den Elektroden) konstant, so daß schätzungsweise ρ infolge dieses Effektes etwa an der unteren der angegebenen Grenzen liegen dürfte.

Nach Bild 20 war zur Zeit des zweiten Stromscheitelwertes $\frac{n_s}{n_0} \approx 7$ und $\frac{n}{n_0} \approx 2,5$. Die tatsächliche Elektronendichte n war also in diesem Augenblick nur etwa ein Drittel der bei der erhöhten Temperatur $T + \Delta T$ dem thermodynamischen Gleich-

¹⁾ B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XVI, 1** (1937) S. 60.

gewicht entsprechenden Elektronendichte n_s . Es fragt sich daher, ob für solche Verhältnisse der Ansatz (33), welcher für thermodynamisches Gleichgewicht ($n = n_s$) gilt, noch zutrifft. Wenn die thermische Ionisation vorwiegend durch Stöße von Elektronen mit Molekeln erfolgte, so wäre bei $\frac{n}{n_s} \approx \frac{1}{3}$ die Größe $\frac{dn}{dt}$ kleiner anzusetzen als in (34), und zwar etwa nur $\frac{1}{3}$ so groß, da ja die Gesamtzahl der in Frage kommenden Stöße nur $\frac{1}{3}$ betragen würde. Wir hätten dann den berechneten Wert ρ zu verdreifachen, um die Wiedervereinigungskonstante zu erhalten, und würden z. B. statt $1,0 \cdot 10^{-10}$ den Wert $3 \cdot 10^{-10}$ bekommen. — Tatsächlich erfolgte aber, wie sich weiter unten ergeben wird, die thermische Ionisation vorwiegend durch Molekelstöße oder Photoionisierung, so daß diese Korrektur von ρ nicht notwendig ist.

Für die Berechnung von ρ wurde der Versuch des Bildes 14 zugrunde gelegt. Hier war infolge etwas stärkerer Gasströmung (erkennbar an der höheren Bogen-spannung) der Bogen sowohl im Querschnitt als auch über die Länge homogener als z. B. bei Bild 13. Die Spannung, bei welcher der gemessene Strom stärker als linear anzusteigen begann, war in Bild 13 größer als in Bild 14, nämlich $U^* = 278$ V statt 209 V. Infolge der schwächeren Gasströmung war ebenfalls der Bogendurchmesser größer, nämlich $d \approx 0,32$ statt 0,265 cm. Beide Erhöhungen heben sich in (31) angenähert auf, so daß für den Versuch in Bild 13 die Größe $\Delta T/T$ etwa den gleichen Wert hatte wie in Bild 14. Damit ergibt sich auch für ρ etwa der gleiche Wert. Die Versuche in den Bildern 16, 18 und 19 sollen zur Berechnung von ρ nicht herangezogen werden, da bei ihnen zum Teil der Bogendurchmesser, zum Teil die Spannung U^* nicht genügend genau gemessen wurde. Immerhin hatte die Spannung U^* bei diesen Versuchen Werte, welche überall auf etwa gleiche Werte für $\Delta T/T$ führen. Z. B. war in Bild 18 U^* beträchtlich größer als in Bild 14, nämlich $U^* \approx 500$ V. Da hier aber der Spannungsstoß der ursprünglichen Stromrichtung entgegengesetzt war, so ist U^* in (28) mit negativen Vorzeichen einzusetzen, so daß $\Delta T/T$ trotz des großen Wertes von U^* nur etwa ebenso groß wird wie in Bild 14.

Der berechnete Wert der Wiedervereinigungskonstanten $\rho \approx 2 \cdot 10^{-10}$ entspricht der Größenordnung nach dem, was man nach den Erfahrungen bei Glimmentladungen erwartet¹⁾. Er bedeutet, daß etwa jeder 500. gaskinetische Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem positiven Ion zur Wiedervereinigung führt. Die Wiedervereinigungskonstante spielt eine Rolle bei dem Problem der Löschung von Bogenentladungen. Der berechnete Wert $\rho \approx 2 \cdot 10^{-10}$ ist noch etwas kleiner als in früheren Arbeiten geschätzt wurde²⁾.

Bei den Versuchen mit kurzen Spannungsstößen war die Spannung, bei der die erste Abweichung des Stromes vom proportionalen Verlauf beobachtet wurde, sehr viel größer. Z. B. war in Bild 15 (Kurve 1) $U^* \approx 1100$ V. Errechnet man daraus nach (28) und (31) die größte Erwärmung, so erhält man $\Delta T/T \approx 0,3$, also etwa ebensoviel wie in Bild 14. Da aber die Zeitkonstante der kurzen Stöße rund eine Größenordnung kleiner war als die der langen, so müßte, um das Anwachsen des Stromes durch thermische Ionisation erklären zu können, die Wiedervereinigungskonstante rund eine Größenordnung größer angenommen werden als oben berechnet. Das Anwachsen des Stromes kann hier also nicht durch thermische Ionisation erklärt werden, was auch schon aus Bild 17 gefolgert worden war. Dagegen werden die

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen I. Berlin (1932) S. 223.

²⁾ Arch. Elektrotechn. 29 (1935) S. 1.

Elektronen durch die erhöhte Bogen Spannung so stark beschleunigt, daß sie direkt ionisieren können. Wir kommen darauf im folgenden zurück.

Störung des thermodynamischen Gleichgewichtes der Ionisation durch Diffusion.

Wenn die Ionisation im untersuchten Bogen rein thermisch war, so ist damit nicht gesagt, daß der Ionisationsgrad den Wert des thermodynamischen Gleichgewichtes nach (32) hatte. Und zwar könnte vor allem der Elektronenverlust durch radiale Diffusion bewirken, daß die tatsächliche Elektronendichte n_0 kleiner war als die der Gastemperatur nach (32) entsprechende Elektronendichte n_s . Dieser Einfluß der Diffusion kann, wenn ϱ bekannt ist, auf folgende Weise abgeschätzt werden: Die Geschwindigkeit, mit der die Elektronendichte unter dem alleinigen Einfluß der ambipolaren Diffusion zum Bogenumfang absinken würde, ist¹⁾:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{Diff}} \approx -\frac{cn_0}{pd^2}, \quad c = \frac{10b^+pU_e}{\pi/4}, \quad (46)$$

wobei b^+ die Beweglichkeit der positiven Ionen und U_e die in V gemessene thermische Geschwindigkeit der Elektronen (also $U_e = 1$ V bei $T = 7700^\circ$ K), und p der Druck in at bedeuten. Die Bedingung für Gleichgewicht der Elektronenkonzentration lautet:

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{therm}} + \left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{Wied}} + \left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{Diff}} = 0. \quad (47)$$

Mit (34) und (47) wird

$$\varrho(n_s^2 - n_0^2) \approx \frac{cn_0}{pd^2}. \quad (48)$$

$$\frac{n_s}{n_0} \approx \sqrt{1 + \frac{c}{\varrho n_0 p d^2}}.$$

Mit $b^+ = 50 \frac{\text{cm}^2}{\text{sV}}$, $U_e = 0,8$ V, $p = 1$ at, $\varrho = 2 \cdot 10^{-10}$, $n_0 = 10^{14}$ ²⁾, $d = 0,265$ cm wird $\frac{n_s}{n_0} \approx 1,2$, d. h. also, die Elektronendichte im Bogen war infolge des Diffusionsverlustes nur um 20 % kleiner als dem thermodynamischen Gleichgewicht bei der betreffenden Gastemperatur entsprechen würde.

Bei der Abschätzung von ϱ wurde in (34) die Diffusion vernachlässigt. Ihre Berücksichtigung würde, da nach Bild 20 $n_s^2 \gg n^2$ und da außerdem $(dn/dt)_{\text{Diff}} \ll \varrho n_s^2$ war, das Ergebnis nur unwesentlich beeinflusst haben.

Unabhängigkeit der Beweglichkeit der Elektronen von der Feldstärke. Aus den Bildern 20 und 21 entnimmt man, daß im Augenblick des ersten Stromscheitels die Erwärmung $\Delta T/T$ des Bogengases nur 2...3 % betrug. Dieselben kleinen Werte ergeben sich auch für die Versuche mit kurzen Stößen. Da die Beweglichkeit der Elektronen sich nur mit \sqrt{T} ändert (bei konstantem Druck Anstieg mit \sqrt{T} , bei konstantem Volumen Abnahme mit \sqrt{T}), so ergibt sich, daß die Erhöhung der Gastemperatur bis zum Augenblick des ersten Scheitels des Stromes praktisch ohne Einfluß auf die Beweglichkeit und damit auf den Strom war.

Dagegen ist eine Verringerung der Beweglichkeit zu erwarten, sobald infolge großer Feldstärke die Elektronen eine über der Gastemperatur liegende Temperatur annehmen. Dies tritt dann ein, wenn die Energieabgabemöglichkeiten der Elektronen an das Gas klein, und die Energieaufnahme aus dem elektrischen Feld groß ist. Im kalten Stickstoff z. B. beginnt schon bei Feldstärken von $\frac{\mathcal{E}}{p \frac{T_0}{T}} \approx 10^{-2}$ V/(cm Torr)

¹⁾ W. Schottky: Physik. Z. **25** (1924) S. 635. — R. Holm, B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 2 (1934) S. 69.

²⁾ Aus (21) mit $I_0 = 2$ A, $b^- = 5 \cdot 10^4$ cm/s V/cm, $d = 0,265$ cm.

die Beweglichkeit mit der Feldstärke abzunehmen¹⁾. Nach Bild 15 war dagegen hier bis zu Werten $\mathfrak{E} = 760 \text{ V/cm}$ [vgl. (49)], also $\frac{\mathfrak{E}}{p \frac{T}{T_0}} \approx 20 \text{ V/(cm Torr)}$ der Strom der

Spannung proportional, also die Beweglichkeit konstant²⁾. Dies deutet darauf hin, daß im Bogenplasma die Möglichkeiten der Energieabgabe an das Gas für die Elektronen sehr viel größer sind als im kalten Gas. Die thermische Energie der Elektronen ist bei 6200° schon so groß (ungefähr $0,8 \text{ V}$), daß sie mit großer Häufigkeit bei ihren Stößen Elektronenanregung hervorrufen (kleinste Anregungsspannung für N_1 $2,4 \text{ V}$) bei Stößen mit Molekeln außerdem Rotations- und Kernschwingungen anregen können³⁾.

Der Säulenwiderstand r_s . Der mit Hilfe der Spannungsstöße gemessene Widerstand r_s der Bogensäule war bei den meisten Versuchen etwas kleiner als der aus der um 20 V verminderten Bogen Spannung U_{B_0} sich errechnende Wert. Der Betrag von 20 V ($18 \cdots 22 \text{ V}$) für Kathoden- und Anodenfall ergab sich als Brennspannung des Bogens, wenn die Elektroden auf kleinsten Abstand ($\approx 10^{-2} \text{ cm}$) zusammengeschoben wurden. Es ist denkbar, daß nicht nur Kathoden- und Anodenfall, sondern auch ein Teil der im Querschnitt gegenüber der eigentlichen Säule stark zusammengeschürften Übergangsgebiete in der Nähe der beiden Elektroden nur eine vom Strom unabhängige Spannung benötigten. Dies wäre z. B. dann der Fall, wenn in diesen Gebieten infolge größerer Feldstärke und geringerer Ionisierungsspannung (Cu!) ebenso wie im Kathoden- und Anodenfall die Feldionisation bereits bei normaler Brennspannung eine Rolle spielte. Der mit Hilfe der Spannungsstöße gemessene Säulenwiderstand würde mit dem aus der Brennspannung U_{B_0} ermittelten Wert übereinstimmen, wenn statt $18 \cdots 22 \text{ V}$ ein Betrag von $20 \cdots 30 \text{ V}$ von der Brennspannung U_{B_0} in Abzug gebracht wird. — Der gemessene kleinere Säulenwiderstand kann zum Teil auch folgende, im Meßverfahren begründete Ursache haben: Die Brennspannung U_{B_0} und der Strom I_0 wurden mit Instrumenten gemessen, welche den zeitlichen Mittelwert anzeigten (Drehspulen). Im Gegensatz dazu wurden mit dem Röhrenvoltmeter bei kleinen unvermeidlichen Schwankungen der Brennspannung U_{B_0} bzw. des Säulenwiderstandes r_s grundsätzlich die Scheitelwerte derjenigen Stöße gemessen, welche den größten Strom führten, d. h. welche zu Zeiten erfolgte, in denen der Säulenwiderstand vorübergehend kleiner war als der zeitliche Mittelwert.

Ionisation der Elektronen bei hohen Feldstärken. Nach Bild 15 (Kurve I) mußte die Feldstärke in der Säule auf

$$\mathfrak{E} = \frac{U_K + \Delta U_K}{r} r_s + U_{B_0} - U_{K+A} = \frac{1030 + 140 - 30}{1,5} = 760 \text{ V/cm} \quad (49)$$

gesteigert werden, damit sich der Scheitelwert des Stromes durch zusätzliche Ionisation der Elektronen um etwa 1% gegenüber dem proportionalen Anstieg erhöhte. Die Zeit, während welcher diese Feldstärke wirksam war, war bei der hier verwendeten Stoßwelle nach Bild 5 etwa $\Delta T \approx 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. Die ursprüngliche Elektronen-

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen I. Berlin (1932) S. 190.

²⁾ Es wäre denkbar, daß bei hoher Spannung eine Verringerung der Beweglichkeit mit einer gerade einsetzenden Trägererzeugung sich über einen gewissen Bereich in ihrer Wirkung auf den gemessenen Strom kompensierten. Über einen größeren Bereich ist diese Kompensation jedoch nicht denkbar, da die Ionisation exponentiell, die Beweglichkeit dagegen nur wenig vom Feld abhängt.

³⁾ Vgl. z. B. A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens XV, 3 (1936) S. 58.

dichte $n_0 = 10^{14}$ wurde während dieser Zeit um etwa 1%, d. h. um $\Delta n_0 = 10^{12}$, erhöht, die Geschwindigkeit der zusätzlichen Feldionisation durch Elektronen war also $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{El}} = \frac{\Delta n_0}{\Delta t} \approx 5 \cdot 10^{18}$ bei $\mathcal{E} = 760$ V/cm.

Eine Nachrechnung dieses gemessenen Wertes ist nur schwer möglich. Einmal ist bei $\mathcal{E} = 760$ V/cm die auf einer freien Weglänge aus dem Feld aufgenommene Energie der Elektronen von der Größenordnung der bereits vorhandenen thermischen Energie, so daß letztere nicht vernachlässigt werden kann. Ferner können die Elektronen unter Umständen doch über mehr als eine freie Weglänge aus dem Feld Energie aufspeichern, was sich infolge der exponentiellen Abhängigkeit der Ionisation von der Energie der stoßenden Elektronen in der Ionisationsausbeute sehr viel stärker bemerkbar machen würde als in der Beweglichkeit, so daß die experimentell festgestellte Konstanz der Beweglichkeit hier keinen entscheidenden Rückschluß auf die Elektronentemperatur zuläßt. Schließlich handelt es sich bei der großen Stromdichte und Gastemperatur im Bogen höchstwahrscheinlich um Ionisation bereits angeregter Molekeln, also um Stufenionisation, welche der Nachrechnung heute noch wenig zugänglich ist.

Erfolgt die thermische Ionisation durch Elektronenstöße oder durch Molekelstöße?

Grundsätzlich kann die thermische Ionisation, welche erforderlich ist, um den Ladungsträgerverlust durch Wiedervereinigung und Diffusion zu ersetzen, durch Stöße von Elektronen mit Molekeln oder von Molekeln untereinander oder von Photonen mit Molekeln erfolgen. Bei einer Elektronendichte $n_0 = 10^{14}$ und $\rho = 2 \cdot 10^{-10}$ ist die Geschwindigkeit der Wiedervereinigung $\left(\frac{dn}{dt}\right)_{\text{Wied}} = 2 \cdot 10^{18}$. Ebenso groß muß die Summe der genannten drei Ionisationsprozesse sein.

Wie schon angegeben, war bei einer auf 760 V/cm erhöhten Säulenfeldstärke die Ionisationsgeschwindigkeit der Elektronen nach Versuch Bild 15 etwa $5 \cdot 10^{18}$, war also etwa ebenso groß wie die Geschwindigkeit der Wiedervereinigung. Bei dieser Feldstärke nahmen die Elektronen auf einer einzigen freien Weglänge $\lambda \approx 10^{-3}$ cm eine Energie $\mathcal{E} \lambda \approx 0,76$ V auf gegenüber einer schon vorhandenen thermischen Energie von etwa 0,8 V, so daß ihre Gesamtenergie 1,56 V war. Infolge der exponentiellen Abhängigkeit der Ionisationsausbeute von der Energie der stoßenden Elektronen muß infolgedessen die Geschwindigkeit der rein thermischen Ionisation der Elektronen ($\mathcal{E} = 0$) und auch die Ionisation bei normaler Brennspannung ($\mathcal{E} = 80$ V/cm) sehr viel — d. h. um Größenordnungen — kleiner gewesen sein als $5 \cdot 10^{18}$, d. h. die thermische Ionisation erfolgte im untersuchten Bogen mit $n_0 \approx 10^{14}$ jedenfalls nicht durch Elektronenstöße, sondern durch einen der beiden übrigen Prozesse. Damit ist die bei der Abschätzung der Wiedervereinigungskonstanten gemachte Voraussetzung (S. 17) gerechtfertigt.

Verhalten von Kathoden- und Anodenfall. Bei den Versuchen, bei denen die Stöße gleichsinnig mit dem ursprünglichen Strom I_0 waren, benötigten während des Stoßes Kathoden- und Anodenfall nicht wesentlich größere Spannung als für den Dauergleichstrom I_0 , obwohl der Scheitelwert des Stromstoßes Werte bis zum 10fachen Betrage von I_0 erreichte; und zwar lieferten Kathoden- und Anodenfall diese großen Ströme bereits innerhalb einer Zeit in der Größenordnung von $10^{-7} \dots 10^{-6}$ s, nämlich innerhalb der Zeit, in der die Stoßspannung auf ihren Scheitelwert anstieg. Die geringe Trägheit des Kathodenfalls ist verständlich, da es sich an Kupferelektroden um Feldemission handelt, bei der eine geringe Erhöhung der

positiven Raumladung vor der Kathode sogleich eine beträchtliche Steigerung der Elektronenausbeute ergibt¹⁾). An thermischen Kathoden, z. B. bei Kohle, würde man ein anderes Verhalten erwarten.

Bei den Versuchen mit Stößen entgegen der ursprünglichen Stromrichtung kam zunächst kein Stromfluß zustande, d. h. die ganze Spannung des Stoßes lag an den Fallgebieten vor den Elektroden. Wenn diese Spannung den Wert von etwa 120 V überschritt, so zündete ein Kathodenfall an der bisherigen Anode und ein Anodenfall an der Kathode. In kaltem Stickstoff würde für die Zündung eines Kathodenfalls eine Spannung von mindestens 250 V erforderlich sein. In unserem Fall erfolgte die Zündung jedoch im Kupferdampf, der unmittelbar an den Elektroden in genügender Dichte vorhanden war, und kam daher infolge der kleineren Ionisierungsspannung des Kupfers mit kleinerer Spannung aus.

Zusammenfassung.

Gegenstand der Untersuchung war ein Gleichstrombogen von $2 \cdots 4$ A in Stickstoff. Durch periodische Entladung eines Kondensators wurden auf die Elektroden dieses Bogens 25mal je s Spannungsstöße gegeben.

Es ergab sich, daß bis zu einer gewissen Spannung, welche ein Mehrfaches der Bogenspannung war, die Scheitelwerte von Strom und Spannung einander genau proportional waren. Ihr Verhältnis entsprach dem Widerstandswert, den man aus der um etwa $20 \cdots 30$ V (Kathoden- und Anodenfall) verminderten Brennspannung als Säulenwiderstand berechnet und erwartet. Bei Steigerung der Spannung begann der Scheitelwert des Stromes stärker als proportional mit der Spannung anzusteigen, und zwar bei Stößen von 10^{-5} s Dauer etwa beim 2,5fachen, bei Stößen von 10^{-6} s Dauer etwa beim 7,5fachen der Brennspannung.

Im ersten Fall kam die Abweichung vom proportionalen Verlauf durch Aufheizung und thermische Ionisation des Bogenplasmas, im zweiten Fall dagegen durch Feldionisation der Elektronen zustande.

Aus den Messungen ließ sich die Geschwindigkeit der Elektronenerzeugung durch thermische Ionisation abschätzen. Die Wiedervereinigungskonstante ρ ergab sich von der Größenordnung 10^{-10} . Die Ionisation im Bogen war rein thermisch. Erst bei einem hohen Vielfachen der normalen Brennspannung kam die Geschwindigkeit der Feldionisation durch Elektronen in die Größenordnung der thermischen Ionisation. Die Störung des thermodynamischen Ionisationsgleichgewichtes durch Diffusion war nur gering.

Bei Stößen entgegen der Richtung des ursprünglichen Stromes ließ die Bogenstrecke zunächst keinen Rückstrom durch. Erst wenn die Spannung über einen gewissen Betrag gesteigert wurde, begann der Strom in dieser Richtung zu fließen.

¹⁾ Vergl. G. Mierdel: Z. f. techn. Phys. **17** (1936) S. 452.

Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas. Teil II.

Von **Bernhard Kirschstein** und **Floris Koppelman**.

Mit 8 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke
und dem Schaltwerk der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 2. August 1937.

Inhaltsübersicht.

Verzeichnis der verwendeten Bezeichnungen. Einleitung.	8. Die Elektronendichte in der Bogensäule.
1. Die Bogensäule in strömendem Gas.	9. Die Energieübertragung von den Elektronen auf das Gas.
2. Der Stromdurchgang durch strömendes Plasma.	10. Die Energiebilanz der Bogensäule.
3. Das magnetische Eigenfeld der Bogensäule.	11. Diskussion der Energiebilanz.
4. Das elektrische Eigenfeld der Bogensäule.	12. Die Strahlung der Bogensäule.
5. Das Bogenplasma als Gas.	13. Die Temperatur der Bogensäule.
6. Die Beweglichkeit der Elektronen.	Zusammenfassung.
7. Der Einfluß der Felder der positiven Ionen auf die Beweglichkeit der Elektronen.	

Verzeichnis der verwendeten Bezeichnungen.

In dieser Arbeit sind durchgehend Größengleichungen verwendet.

Zeichen	Bedeutung des Zeichens	Einheit
I	Bogenstromstärke	A
$\mathcal{E} = \frac{U_s}{s}$	mittlere elektrische Feldstärke im Bogen zwischen den beiden Sonden (in Teil I mit \mathcal{E}_m bezeichnet)	V/cm
U_s	Sondenspannung	V
s	Sondenabstand	cm
j	Stromdichte im Bogen	A/cm ²
d	Durchmesser des Bogens	cm
p	Druck in der Mitte der Düsenanordnung	at
T	Lichtbogentemperatur	° K
w^-	wahrscheinlichste thermische Geschwindigkeit der Elektronen = $\sqrt{\frac{2kT}{m}}$	cm/s
\bar{w}^-	arithmetischer Mittelwert der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen = $\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$	cm/s
w_{eff}^-	quadratischer Mittelwert der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen = $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$	cm/s
v^-, v^+	Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen, Ionen	cm/s
v_G	Strömungsgeschwindigkeit des Gases	cm/s
v_{sch}	Schallgeschwindigkeit	cm/s
v_r	radiale Geschwindigkeitskomponente des zuströmenden Gases	cm/s
n^-, n^+, n	Zahl der Elektronen, Ionen bzw. Atome je cm ³	cm ⁻³
N	Zahl aller Teilchen je cm ³ , $N = n^- + n^+ + n$	cm ⁻²
m	Masse des Elektrons = $9,0 \cdot 10^{-28}$ g	g
M	Masse des Atoms und des positiven Ions	g

Verzeichnis der verwendeten Bezeichnungen (Fortsetzung).

Zeichen	Bedeutung des Zeichens	Einheit
\bar{M}	Mittlere Masse aller Teilchen (einschließlich der Elektronen)	g
λ_0, λ	freie Weglänge der Elektronen ohne bzw. mit Berücksichtigung der Ionenfelder	cm
b_0, b^-	Beweglichkeit der Elektronen ohne bzw. mit Berücksichtigung der Ionenfelder	cm/s
α_0, α	Ionisationsgrad ohne bzw. mit Berücksichtigung der Ionenfelder	$\frac{V}{cm}$
Z_0, Z	Wirkungshalbmesser der Atome bzw. Ionen	cm
A	$= Z^2/Z_0^2$	
V_a	$e \cdot V_a \frac{1}{300} =$ Dissoziationsarbeit in erg	V
V_j	$e \cdot V_j \frac{1}{300} =$ Ionisationsarbeit in erg	V
V_a	$e \cdot V_a \frac{1}{300} =$ Anregungsarbeit in erg	V
e	elektrisches Elementarquantum $= 4,77 \cdot 10^{-10}$ el.st. Einh.	el.st. Einh.
k	Boltzmannsche Konstante $= 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/grad	erg/grad
ϵ_0	Influenzkonstante $= 0,886 \cdot 10^{-13}$ F/cm	F/cm
μ_0	Induktionskonstante $= 1,256 \cdot 10^{-8}$ H/cm	H/cm

Einleitung.

Im ersten Teil dieser Arbeit [1]¹⁾ und in einer früheren Arbeit [2] haben wir die Ergebnisse von Versuchen an Lichtbögen in schnellströmendem Gas mitgeteilt. Von diesen Ergebnissen ausgehend, bringen wir im folgenden einige Überlegungen und Rechnungen, welche unter anderem die Eigenschaften des hochionisierten Lichtbogenplasmas behandeln [3]. Die bisher vorliegenden rechnerischen Ansätze zur Beschreibung des Lichtbogenplasmas beziehen sich meist auf Bögen, bei denen die Elektronendichte Werte von 10^{15} Elektronen je cm^3 nicht überschritt. In den von uns untersuchten Bögen war die Elektronendichte, wie wir sehen werden, wesentlich höher, und daher treten eine Reihe von neuartigen Erscheinungen auf, welche im folgenden behandelt werden sollen.

1. Die Bogensäule in strömendem Gas.

Wie schon in Teil I gesagt wurde, gelang es uns nur durch die besondere Gasströmung der Doppeldüse, den Bogen zu stabilisieren und Metaldampf aus ihm fernzuhalten. Diese Gasströmung, welche leider die Bogensäule in axialer Richtung inhomogen machte, ist in Bild 1 schematisch dargestellt. Durch die Anwesenheit des Bogens in der Achse der Düsenanordnung wird die Gasströmung in ihrem Verlauf beeinflusst. Wir fassen ein Stück Lichtbogensäule im mittleren Teil der Düsenanordnung ins Auge. Aus diesem strömt axial nach beiden Seiten heißes Bogengas ab. Im stationären Zustand muß dieselbe Gasmenge als kaltes Frischgas von allen Seiten radial in das betrachtete Bogenstück eindringen. Die Stromlinien der Gasströmung biegen also nicht, wie es bei einem festen Zylinder der Fall sein würde, an der Oberfläche

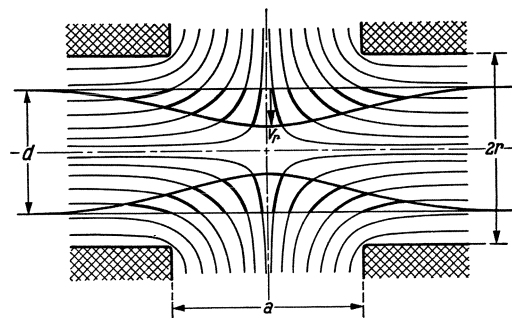


Bild 1. Schematische Darstellung des Verlaufs der Gasströmung in einer Doppeldüse und ihr Einfluß auf die Lichtbogensäule.

¹⁾ Die schräg gestellten Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf die Nummern des Schrifttums am Schluß der Arbeit.

des Bogens vollkommen in die axiale Richtung um, sondern sie behalten eine gewisse radiale, ins Innere des Bogens gerichtete Komponente, welche aber verhältnismäßig klein ist, weil das kalte eindringende Gas sein Volumen durch Aufheizung, Dissoziation und Ionisation fast auf das Hundertfache vergrößert. Trotzdem ist die Wirkung dieser radialen Komponente der Gasströmung auf das Verhalten des Bogens von ausschlaggebender Bedeutung. Um dies zu erkennen, denken wir uns die Energiezufuhr für eine kurze Zeitspanne unterbrochen, dann wird sich die Bogensäule zunächst abschnüren, entsprechend dem Verlauf der Gasströmung, wie es in Bild 1 angedeutet ist. Soll nun der ursprüngliche Strom erneut durch den Bogen fließen, so ist als Folge der Querschnittsverringerung eine erhöhte Längsfeldstärke und damit eine erhöhte Energiezufuhr an der eingeschnürten Stelle notwendig. Infolgedessen steigt die Temperatur in dem eingeschnürten Bogenstück an, und am Umfang des Bogens entsteht ein erhöhter Gradient der Temperatur und der Dichte der Elektronen und Ionen. Dieser bewirkt durch Wärmeleitung und Diffusion eine Ausbreitung des Bogenquerschnitts bis auf den ursprünglichen Wert, gleichzeitig sinkt die Feldstärke auf ihren ursprünglichen Wert ab. Im stationären Zustand stellt sich das Temperaturgefälle am Umfang des Bogens und der Bogendurchmesser so ein, daß die radiale Ausbreitung des Bogens durch Wärmeleitung und Diffusion ebenso schnell erfolgen würde wie die Zusammenschnürung durch die Gasströmung. Daher ist das Temperaturgefälle am Umfang des Bogens überall da besonders groß und der Bogendurchmesser besonders klein, wo die radiale Komponente der Gasgeschwindigkeit groß ist, d. h. bei nicht zu großem Düsenabstand in der Mitte zwischen den beiden Düsen (vgl. Bild 1).

Der Bogen gibt also an das zuströmende kalte Gas die zugeführte elektrische Energie durch radiale Wärmeleitung und Diffusion ab. Daraus folgt, daß im stationären Zustand die Energiezufuhr über die Bogenlänge verteilt sein muß, entsprechend der radialen, ins Innere des Bogens gerichteten Komponente der Gasgeschwindigkeit, welche in der Nähe der Düsenmitte am größten ist. Tatsächlich wurde an dieser Stelle ein ausgesprochenes Maximum der Feldstärke gemessen (Teil I, Bild 6); nach beiden Seiten fiel die Feldstärke steil ab bis auf weniger als 10 % des Höchstwertes.

Die Bedeutung der radialen Geschwindigkeitskomponente des zuströmenden kalten Gases erkennt man auch aus dem Einfluß, den die Düsenabmessungen auf Durchmesser und Längsfeldstärke des Bogens hatten. Das Gas strömte durch einen Ringspalt radial auf den Bogen zu und strömte axial durch die beiden Düsen ab (Bild 1). Mit abnehmendem Düsenabstand, d. h. mit abnehmendem Strömungsquerschnitt im Ringspalt, wird die Geschwindigkeit des radial zuströmenden Gases ansteigen, bis sie den Wert der Schallgeschwindigkeit erreicht hat. Dies wird dann der Fall sein, wenn der Strömungsquerschnitt des Ringspalt $2\pi r \cdot a$ gleich dem der beiden Düsen $2 \cdot \pi r^2$ geworden ist, d. h. wenn $a = r$ ist. Tatsächlich muß a noch kleiner werden, etwa gleich $\frac{1}{2} r$, ehe in dem Ringspalt Schallgeschwindigkeit erreicht wird, weil in den engen, scharfkantigen Düsen, wie wir sie verwendet haben, eine Kontraktion der Gasströmung eintrat. Wird der Düsenabstand noch weiter herabgesetzt, so bleibt die Geschwindigkeit des radial zuströmenden Gases zunächst konstant, um schließlich durch Gasreibung an den Wänden wieder abzunehmen. Von der Gasgeschwindigkeit, die das radial zuströmende Gas im Ringspalt besitzt, hängt auch die radiale Geschwindigkeitskomponente des in den Bogen selbst eindringenden Gases ab. Mit abnehmendem Düsenabstand a (bei festgehaltenem Düsendurchmesser $2r$) muß daher

der Durchmesser des Bogens zunächst abnehmen und nach Durchlaufen eines Minimums wieder ansteigen, und umgekehrt muß die Feldstärke zunächst ansteigen und dann wieder abnehmen. Dies ist das Verhalten, wie wir es gemessen haben, und wie es in Teil I, Bild 7, dargestellt ist.

Nach demselben Bild war der Durchmesser der Düsen ohne Einfluß auf Bogendurchmesser und Feldstärke, solange der kleinste Strömungsquerschnitt in den Düsen liegt, dort also Schallgeschwindigkeit herrscht. Der Verlauf der Gasströmung in der Nähe der Achse der Düsenanordnung — und nur dieser beeinflusst den Bogen — hängt dann nämlich vom Durchmesser der Düsen nur wenig ab.

Der beschriebene Einfluß der Gasströmung auf den Bogendurchmesser ist von technischer Bedeutung für die Konstruktion der Leistungsschalter der Hochspannungstechnik, bei denen es zur Erzielung guter Löschwirkung erforderlich ist, den Querschnitt des noch brennenden Schalterlichtbogens so klein wie möglich zu machen [4].

In Teil I, Bild 10, haben wir eine Aufnahme des Bogenstücks zwischen den beiden Düsen gezeigt. Der Bogen hat auf der ganzen Länge — im Fall des Bildes 10 waren es 0,25 cm — gleichbleibenden Durchmesser. Bei größeren Düsenabständen wird der Bogen in der Mitte zwischen den Düsen dicker sein als in den Düsen selbst, da sich dann in der Mitte zwischen den Düsen ein Gebiet kleiner Gasgeschwindigkeit befindet [5]. Außerhalb der Düsenanordnung wird der Bogenquerschnitt wieder zunehmen, da hier die Bogensäule — abgesehen von turbulenten Gasbewegungen — in dem umgebenden Gas ohne Relativgeschwindigkeit schwimmt. Der Durchmesser würde daher hier durch radiale Wärmeleitung und Diffusion bis auf die großen Durchmesserwerte von Bögen in ruhender Luft anwachsen, doch wird dieser Zustand bei unseren Bögen sicher nicht erreicht, weil das Gas bei der großen Strömungsgeschwindigkeit das Ende des Bogens erreicht hat, ehe eine wesentliche Zunahme des Bogendurchmessers durch Wärmeleitung oder Diffusion hat eintreten können. Die große Strömungsgeschwindigkeit bewirkt, daß sich der Bogen in vieler Hinsicht ähnlich verhält wie kurzlebige Bögen, z. B. Funken. Der Lichtbogenzustand, wie er bei Funken auftritt, wird bei unseren Bögen durch die Gasströmung zum Dauerzustand.

Wenn auch die elektrisch zugeführte Energie an das zuströmende kalte Gas durch radiale Wärmeleitung und Diffusion abgegeben wird, so verläßt sie den Bogenraum letzten Endes doch durch Konvektion, nämlich als Wärmeinhalt des nach beiden Seiten abströmenden Bogenplasmas. Wir kommen hierauf bei der Energiebilanz noch zurück.

Die Geschwindigkeit des axial abströmenden Bogenplasmas ist mindestens gleich der des außerhalb des Bogens abströmenden kalten Gases. An der Stelle, wo der Druck entsprechend dem kritischen Druckverhältnis auf etwa die Hälfte abgesunken ist, strömt das kalte Gas mit der seiner Temperatur entsprechenden Schallgeschwindigkeit ($3 \cdot 10^4$ cm/s bei Luft von Zimmertemperatur). Abgesehen von der Gasreibung, muß an dieser Stelle das Bogenplasma entsprechend seiner höheren Temperatur und seinem geringeren Molekulargewicht mit bedeutend größerer Geschwindigkeit strömen, da die Schallgeschwindigkeit von Gasen mit der Wurzel aus der Temperatur und mit abnehmendem Molekulargewicht ansteigt.

In einer früheren Arbeit [2] haben wir Aufnahmen eines Lichtbogens gezeigt, der in einem zylindrischen Glasrohr brannte, durch welches Gas mit großer Geschwindig-

keit strömte. Von der einen Elektrode lösten sich von Zeit zu Zeit kleine Metalltröpfchen los, welche verdampften und als Dampf Wolken mit dem Lichtbogenplasma abströmten. Die Wanderungsgeschwindigkeit dieser Dampf Wolken wurde photographisch zu $2,5 \cdot 10^4$ cm/s ermittelt. Bei unserer damaligen Anordnung brannte der Bogen in einem zylindrischen Rohr; es fand also im Lichtbogenraum selbst keine Expansion, also auch keine Beschleunigung des Gases statt; infolgedessen strömte das Gas in- und außerhalb des Bogens mit der gleichen Geschwindigkeit, der Lichtbogen schwamm in dem umgebenden Gas. Anders liegen die Verhältnisse in einer Düse, hier expandiert das Lichtbogenplasma selbst. Für die Berechnung der dabei erreichten Geschwindigkeiten muß die Bernoullische Gleichung für das heiße Lichtbogenplasma und für das kalte umgebende Gas gesondert angesetzt werden. Dann ergibt sich für das Lichtbogenplasma eine Geschwindigkeit, welche 10- bis 30mal größer ist als die des umgebenden kalten Gases. Wir werden dies später bei der Energiebilanz berücksichtigen müssen.

2. Der Stromdurchgang durch strömendes Plasma.

Welchen Einfluß hat nun die große Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas auf den Stromdurchgang? In der Säule einer Entladung in ruhendem Gas ist die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen und Ionen ausschließlich durch das elektrische Feld bestimmt, so daß sich der Gesamtstrom entsprechend den Beweglichkeiten auf Elektronen und Ionen verteilt. Für die Stromdichte gilt, wenn v^- und v^+ in Richtung auf die Kathode positiv gerechnet werden:

$$j = j^- + j^+ = n^-(-e)v^- + n^+(+e)v^+. \quad (1)$$

In ruhendem Gas ist dabei:

$$v^- = -b^- \mathcal{E}; \quad v^+ = b^+ \mathcal{E}. \quad (2)$$

Im vorliegenden Fall überlagert sich der Wanderungsgeschwindigkeit im Feld die Strömungsgeschwindigkeit des Gases:

$$v^- = -b^- \mathcal{E} \mp v_G; \quad v^+ = b^+ \mathcal{E} \mp v_G, \quad (3)$$

wobei das obere Vorzeichen zwischen Düse und Anode, das untere zwischen Düse und Kathode gilt.

Durch Einsetzen von Gl. (3) in Gl. (1) ergibt sich:

$$j = (n^- b^- + n^+ b^+) e \mathcal{E} \pm (n^- - n^+) e v_G. \quad (4)$$

Für $n^- = n^+$ fällt der zweite Summand und damit der Einfluß der Gasströmung auf den Stromdurchgang weg. Auf der Anodenseite wird für $n^- < n^+$ die Gesamtstromdichte verringert; in dem Fall ist auf der Kathodenseite wegen des symmetrischen Verlaufs der Feldstärke (vgl. Teil I, Bild 6) $n^- > n^+$, so daß die Stromdichte hier ebenfalls verringert ist. Grundsätzlich könnte also durch sehr große Gasgeschwindigkeit das Zustandekommen eines Stromes durch das Plasma ganz verhindert werden.

Wie sich aber später zeigen wird, ist die Differenz $n^- - n^+$, welche eine freie Raumladung bildet, im Bogen von der Größenordnung 10^8 Elementarladungen je cm^3 . Bei einer Strömungsgeschwindigkeit von einigen 10^5 cm/s (vgl. S. 47) wird die durch den zweiten Summanden in Gl. (4) dargestellte Konvektionsstromdichte nur von der Größenordnung 10^{-6} A/cm². Man kann daher praktisch den zweiten Summanden gegenüber dem ersten vernachlässigen, d. h. man kann den Stromdurchgang wie bei

ruhem Plasma berechnen. Das gilt auch dann, wenn v_G gerade so groß oder sogar größer ist als die Wanderungsgeschwindigkeiten $b^- \cdot \mathcal{E}$ bzw. $b^+ \cdot \mathcal{E}$ der Träger im Feld. An einer Stelle in der Düse, wo v_G den Wert der Schallgeschwindigkeit erreicht hat, ist z. B. nach Teil I, Bild 3 und 6, $\mathcal{E} \approx 80 \text{ V/cm}$. Die Beweglichkeit der Elektronen bzw. Ionen ist bei $T = 15000^\circ \text{K}^1$) und $p \approx 3 \text{ at}$ unter Berücksichtigung der Herabsetzung der Beweglichkeit durch die Ionen (vgl. S. 39): $b^- \approx 5 \cdot 10^3 \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}$ bzw. $b^+ \approx 50 \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}$. Die Schallgeschwindigkeit von Luft bei $T = 15000^\circ \text{K}$ beträgt $v_G = 4 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ (vgl. S. 47). Damit wird nach (3):

$$v^- \approx -4 \cdot 10^5 \mp 4 \cdot 10^5 \text{ cm/s}; \quad v^+ \approx 4 \cdot 10^3 \mp 4 \cdot 10^5 \text{ cm/s}. \quad (5)$$

Man sieht, daß in diesem Fall sicher die Ionen, vielleicht sogar die Elektronen je auf einer Seite der Düse entgegen der Bewegungsrichtung im Feld von der Gasströmung mitgerissen wurden. Der Stromdurchgang durch das strömende Plasma wird hierdurch, wie Gl. (4) zeigt, nicht beeinflußt.

In jeder Entladung muß die Neuerzeugung von Ladungsträgern die Wiedervereinigung in gleichem Volumen überwiegen, weil eine Abwanderung von Ladungsträgern durch Diffusion stattfindet. In den Bögen in schnellströmendem Gas wird die Diffusion durch die Wirkung des magnetischen Eigenfeldes des Bogens teilweise aufgehoben (vgl. S. 33), andererseits kommt ein weiterer Verlust von Ladungsträgern hinzu, welcher auf der Abwanderung von Ladungsträgern beruht, die gemäß Gl. (5) von der Gasströmung mitgerissen werden. Dieser Verlust ist — zumindest in dem mittleren Teil der Säule — viel größer als die Diffusionsverluste. Diese Abwanderung muß durch eine über die Wiedervereinigung hinausgehende Neuerzeugung ersetzt werden. Da stets gleich viele negative und positive Träger abströmen, so ist dies gleichbedeutend mit einem Abströmen von Materie, und die Neuerzeugung von Ladungsträgern erfolgt durch Ionisation des durch den Lichtbogenmantel eindringenden Kaltgases (vgl. hierzu Bild 1).

3. Das magnetische Eigenfeld der Bogensäule.

Bei der großen Stromdichte in der Säule ist zu erwarten, daß das vom Bogenstrom selbst erzeugte magnetische Feld Einfluß auf den Stromdurchgang durch die Säule hat. Das magnetische Feld H im Abstand r von der Achse berechnet sich aus:

$$H = \frac{1}{r} \int_0^r j r dr; \quad (6)$$

z. B. wird an der Oberfläche einer Bogensäule von 1000 A und $d = 0,2 \text{ cm}$ Dmr. $H = 2000 \emptyset$, also schon von beträchtlicher Größe. Im Innern des Bogenquerschnitts nimmt es zur Achse hin auf Null ab.

Zwei Wirkungen dieses Magnetfeldes müssen hier erwähnt werden. Einmal übt es einen Einfluß auf die Beweglichkeit der Elektronen aus, und zwar dadurch, daß die Bahnen der Elektronen zwischen je zwei Stößen gekrümmt werden. Dadurch wird die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit im Feld herabgesetzt.

Die Bahnen der Elektronen sind auch ohne Magnetfeld nicht vollkommen gradlinig, weil die Elektronen auch noch unter dem Einfluß des äußeren elektrischen

¹⁾ Wie in Abschnitt 13 „Die Temperatur der Bogensäule“ gezeigt wird, ist $T = 15000^\circ \text{K}$ als wahrscheinlichster Wert anzusehen. In der ganzen Arbeit setzen wir diesen Wert ein, wenn eine Zahlenrechnung durchzuführen ist.

Feldes und des elektrischen Eigenfeldes des Bogens (vgl. Abschnitt 4) stehen. Für die hier durchgeführte Abschätzung können wir diese Einflüsse vernachlässigen und die Elektronenbahnen ohne Magnetfeld als gradlinig ansehen, dann ergibt sich für den Halbmesser der Kreisbahn unter dem Einfluß des Magnetfeldes:

$$\varrho = \frac{m w'}{\mu_0 e H} = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{w' / \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{H / \emptyset} \text{ cm}, \quad (7)$$

wobei w' die jeweilige Geschwindigkeitskomponente des Elektrons senkrecht zum Magnetfeld bedeutet. Setzt man $w' = \bar{w}^- = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi m}} = 7,6 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$ ($T = 15000^\circ \text{K}$) und $H = 2000 \emptyset$, so wird $\varrho \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$, also von der Größenordnung der normalen freien Weglänge im Bogen. Die Verringerung der Beweglichkeit durch das Magnetfeld ist nach A. v. Engel und M. Steenbeck [6]:

$$\frac{\Delta b^-}{b^-} = 17,5 \cdot \left(\frac{\lambda_1 T}{p T_0} \right)^2 \frac{(H/\emptyset)^2}{T/\text{grad}}, \quad (8)$$

wobei λ_1 die auf 1 at und $T_0 = 273^\circ \text{K}$ bezogene freie Weglänge, und p der Gasdruck in at ist. Mit $\lambda_1 \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $T = 15000^\circ \text{K}$, $H = 2000 \emptyset$, $p_0 = 3 \text{ at}$ wird $\frac{\Delta b^-}{b^-} \approx 3 \cdot 10^{-3}$, also vernachlässigbar klein. Noch kleiner würde dieser Einfluß, wenn für λ_1 die durch die Mikrofelder der Ionen verringerte freie Weglänge gesetzt würde (vgl. S. 39).

Dagegen ist eine zweite Wirkung des magnetischen Eigenfeldes von größerer Bedeutung. Die parallel zueinander brennenden Stromfäden der Säule üben aufeinander eine anziehende elektrodynamische Kraft aus, unter deren Wirkung sich im Innern des Bogens ein erhöhter Druck einstellt. Hierauf hat auch F. Ollendorff [7] in seinem „Versuch einer Theorie der Blitzsäule“ schon hingewiesen, dessen Überlegungen wir im übrigen jedoch nicht zu folgen vermögen. Für die Druckzunahme im Bogen gilt:

$$dp = -\mu_0 H j dr. \quad (9)$$

Die Integration ergibt mit (6) für den Überdruck in der Achse des Bogens, wenn die Stromdichte j über den Bogenquerschnitt als konstant angenommen wird:

$$\Delta p_{\text{mag}} = \frac{\mu_0}{4\pi} I j \approx 10^{-8} \frac{I}{\text{A}} \frac{j}{\text{A/cm}^2} \text{ at}. \quad (10)$$

Für einen Bogen mit $I = 1000 \text{ A}$, $j = 30000 \text{ A/cm}^2$ ($p = 3 \text{ at}$) wird $\Delta p_{\text{mag}} \approx 0,3 \text{ at}$ (weitere Werte siehe Zahlentafel 1).

E. Lawrence und F. Dunnington [8] haben den kondensierten Funken in Luft von Atmosphärendruck untersucht. Mit Hilfe photographischer Aufnahmen, deren Belichtung durch eine Kerrzelle gesteuert wurde, konnten sie den Funkendurchmesser in den verschiedenen Stadien des Funkens ermitteln. In zwei Fällen fanden sie für das Anfangsstadium bei einer mittleren Stromstärke von $I = 800 \text{ A}$ bzw. $I = 1100 \text{ A}$ Stromdichten von $j = 1,7 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ bzw. $j = 0,58 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$. Die magnetische Feldstärke am Rande des Funkenkanals geben sie selbst mit $H = 20000 \emptyset$ an und errechnen einen Krümmungshalbmesser der Elektronenbahnen von $\varrho = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. Aus den angegebenen Werten errechnet sich nach Gl. (10) ein magnetisch bedingter Überdruck in der Bogenachse von $\Delta p_{\text{mag}} \approx 13,6 \text{ at}$ bzw. $\Delta p_{\text{mag}} \approx 6,4 \text{ at}$, der also weit über dem äußeren Druck liegt. Während der magnetische Überdruck für die von uns untersuchten Bögen nur die Bedeutung einer Korrektur hat, wird er – wie man sieht – von entscheidender Bedeutung für kondensierte Funken, für Blitze und möglicherweise auch für den Kathodenansatz von Lichtbögen.

Die magnetischen Kräfte greifen vor allem an den schnellströmenden Elektronen an. Die Elektronen ziehen durch ein sich ausbildendes elektrisches Radialfeld die positiven Ionen hinter sich her. Dieser Vorgang ist also ähnlich wie bei der ambipolaren Diffusion, jedoch entgegengesetzt gerichtet. Die neutralen Teilchen bleiben von den magnetischen Kräften unberührt, ihr Partialdruck bleibt daher zunächst ungeändert. Durch die magnetischen Kräfte würde also der Partialdruck der Ladungsträger in der Bogenachse unabhängig von der dort herrschenden Temperatur um den Betrag Δp_{mag} gegenüber dem Bogenumfang erhöht. Tatsächlich tritt jedoch bei stark erhöhter Trägerdichte in der Achse eine erhöhte Wiedervereinigung auf, welche den Ionisationsgrad herabsetzt und neutrale Teilchen in der Achse entstehen läßt. So wird auch der Partialdruck der neutralen Teilchen im Inneren erhöht, und der durch Gl. (10) gegebene gesamte Überdruck verteilt sich auf geladene und ungeladene Teilchen. Nimmt man hinzu, daß durch die erhöhte Wiedervereinigung in der Bogenachse eine Temperaturerhöhung auftritt, welche ihrerseits eine erhöhte thermische Ionisation zur Folge hat, so sieht man, daß die Säule durch das magnetische Eigenfeld zusammengedrückt wird. Die Wirkung der Diffusion, welche den Säulenquerschnitt zu erweitern sucht, wird durch das magnetische Eigenfeld teilweise aufgehoben.

Die Ladungsträger diffundieren unter dem Einfluß des Konzentrationsgefälles von innen nach außen, durch das magnetische Eigenfeld werden sie nach innen getrieben. Welcher von beiden Einflüssen stärker ist, d. h. in welcher Richtung die Ladungsträger tatsächlich wandern, erkennt man durch einen Vergleich des Partialdrucks der Ladungsträger $\Delta p_{\text{el}} = p \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha}$, welcher für die Diffusion maßgebend ist, mit dem durch das magnetische Eigenfeld hervorgerufenen Überdruck Δp_{mag} . In Zahlentafel 1 sind in den beiden letzten Spalten beide Werte für eine Reihe von Lichtbögen eingetragen. Die Werte für I , \mathcal{E} , j und p wurden den Bildern 11, 12, 15 und 16 des ersten Teils dieser Arbeit entnommen. Man erkennt, daß im allgemeinen die Diffusion überwiegt, nur bei Bögen großer Stromstärke bei kleinem Druck überwiegt die Wirkung des magnetischen Eigenfeldes des Bogens. Da der Verlauf von Δp_{el} und Δp_{mag} von der Säulenachse nach außen für beide Größen verschieden ist, so verändert sich auch das Verhältnis derselben, und es kann vorkommen, daß in einem Teil des Säulenquerschnittes die Ladungsträger nach innen, in einem anderen

Zahlentafel 1. Zusammenstellung gemessener¹⁾ und errechneter Angaben über Lichtbögen in Abhängigkeit von Stromstärke und Druck.

I A	p at	\mathcal{E} V/cm	j A/cm ²	$\mathcal{E} \cdot j$ kW/cm ³	α	n^- cm ⁻³	j/\mathcal{E} S/cm	T °K	Δp_{el} at	Δp_{mag} at
1000	11	218	44000	9600	0,09	$4,4 \cdot 10^{17}$	202	14500	0,91	0,44
1000	6	168	37500	6300	0,11	$2,9 \cdot 10^{17}$	223	14000	0,60	0,38
1000	2	102	25600	2600	0,13	$1,1 \cdot 10^{17}$	251	13300	0,23	0,26
2000	11	205	(37000) ²⁾	(7600)	(0,076)	($3,1 \cdot 10^{17}$)	(180)	(14200)	(0,78)	0,74
1400	11	211	40000	8400	0,083	$4,1 \cdot 10^{17}$	190	14400	0,84	0,56
1000	11	218	44000	9600	0,09	$4,4 \cdot 10^{17}$	202	14500	0,91	0,44
500	11	228	51500	11800	0,10	$4,8 \cdot 10^{17}$	226	14800	1,00	0,26
300	11	248	61000	15200	0,14	$6,5 \cdot 10^{17}$	246	15600	1,35	0,18

¹⁾ Vgl. Teil I, Bild 11, 12, 15 und 16.

²⁾ Dieser Wert wurde durch Extrapolation der bis $I = 1400$ A gemessenen Kurve $j = f(I)$ ermittelt (vgl. Teil I, Bild 16).

nach außen wandern. Aus der Materiebilanz folgt, daß jede Wanderung von Ladungsträgern in einer Richtung durch eine gleich große Wanderung von neutralen Teilchen in entgegengesetzter Richtung ausgeglichen werden muß.

4. Das elektrische Eigenfeld der Bogensäule.

Die axiale Verteilung der Bogen Spannung über die Länge der Bogensäule, wie sie für ein Beispiel in Teil I, Bild 6, dargestellt war, kann natürlich nicht durch die Elektrodenladungen, sondern nur durch Raumladungen im Bogenplasma bewirkt werden. In der Nähe der Düsenmitte betrug die Feldstärkeänderung ungefähr 100 V/cm auf einer Strecke von 0,5 cm. Um solche Feldstärkeänderungen zu erzeugen, genügen nach der Poissonschen Gleichung Raumladungen von 10^8 Elementarladungen je cm^3 . Diese Raumladungen treten als Überschuß der Teilchen eines Vorzeichens auf. Sie bilden sich automatisch durch Abwandern oder Aufstauen einer Teilchenart so, daß an jeder Stelle des Bogens die zur Aufrechterhaltung desselben notwendige Feldstärke (Energiezufuhr) auftritt.

Auch in radialer Richtung bildet sich ein Raumladungsfeld aus. Bei der stromschwachen Glimmsäule ist infolge der ambipolaren Diffusion dieses Feld von innen nach außen gerichtet. Die schneller diffundierenden Elektronen wandern nach außen, werden aber von den langsamer nachfolgenden positiven Ionen zurückgezogen. Bei der stromstarken Bogensäule werden, wie bereits oben gesagt, die Elektronen magnetisch nach innen, auf die Bogenachse zu, gedrängt und von den langsam folgenden positiven Ionen zurückgehalten. Dieser Effekt ist unter Umständen stärker als die ambipolare Diffusion nach außen, so daß dann das radiale elektrische Feld von außen nach innen gerichtet ist.

Außer diesen makroskopischen Raumladungsfeldern sind die Mikrofelder der einzelnen Ladungsträger vorhanden, und zwar auch dann, wenn das Plasma als Ganzes raumladungsfrei ist. Bei einer Trägerdichte $n^- = n^+ = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (vgl. S. 40) ist der mittlere Abstand zweier Ladungsträger:

$$\varrho = \sqrt[3]{\frac{1}{n^- + n^+}} \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ cm.} \quad (11)$$

In diesem Abstand beträgt die Feldstärke E einer Elementarladung:

$$E = \frac{e}{4\pi \epsilon_0 \varrho^2} \approx 70\,000 \text{ V/cm.} \quad (12)$$

Die Molekeln befinden sich also in einem elektrischen Feld, welches im Mittel rund 1000mal größer ist als das von außen angelegte, „treibende“ Feld. Bei der Annäherung an einen Ladungsträger nimmt die Feldstärke noch erheblich zu.

In Funken in Luft [8] bzw. Wasserstoff [9] wurden aus Starkeffektbeobachtungen Mikrofeldstärken von 10^6 V/cm und mehr ermittelt. Bei der kurzen Aufbauzeit der Funken kann die Gasdichte sich nicht entsprechend der Temperatur einstellen, es findet vielmehr eine plötzliche Druckerhöhung statt, welche man als Knall wahrnimmt. Die Gasdichte ist daher auch bei Funken in Luft von Atmosphärendruck größer als in unseren Bögen. Da das Gas in beiden Fällen weitgehend ionisiert ist, so ergibt sich im Funken eine größere Ionendichte und damit auch eine größere Mikrofeldstärke.

Da die Elektronen sich mit einer thermischen Geschwindigkeit von rund $7 \cdot 10^7$ cm/s bewegen, so durchfliegen sie den mittleren Abstand ϱ zweier Ladungsträger in:

$$\tau = \frac{\varrho}{w^-} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ s.} \quad (13)$$

Das Mikrofeld schwankt also nach Größe und Richtung unregelmäßig mit einer Frequenz von im Mittel rund 10^{14} Hz.

Das Lichtbogenplasma weist bezüglich des hier behandelten Mikrofeldes eine Ähnlichkeit mit den starken Elektrolyten auf. In beiden Fällen haben wir eine hohe Dichte geladener Teilchen, deren Wechselwirkung nicht mehr vernachlässigt werden darf. Im folgenden werden einige auf dieser Wechselwirkung beruhende Einflüsse behandelt.

Das Mikrofeld übt ähnlich wie das Magnetfeld einen Einfluß auf die Bahn und damit auf die Beweglichkeit der Elektronen aus [10]. Die Bahn eines Elektrons, welches sich einem positiven Ion nähert, wird gekrümmt, auch dann, wenn es nicht zu einem eigentlichen gaskinetischen Zusammenstoß kommt. Diesen Einfluß der Ionenfelder auf die Beweglichkeit der Elektronen werden wir in einem gesonderten Abschnitt behandeln.

Gleichzeitig mit der Ablenkung des Elektrons im Felde eines Ions findet auch ein Energieaustausch mit dem Ion statt. Dadurch wird die Möglichkeit der Energieübertragung zwischen Elektronen und Ionen größer als die zwischen Elektronen und neutralen Teilchen. Wir werden hierauf noch zurückkommen.

In einem Feld der oben angegebenen Größe sind die nahe an der Ionisierungsgrenze liegenden Anregungsniveaus der Atome und Ionen nicht mehr stabil [11], und es findet praktisch eine Herabsetzung der Ionisierungsarbeit statt. Da das Mikrofeld mit steigendem Ionisationsgrad ansteigt, so muß der Ionisationsgrad mit steigender Temperatur steiler ansteigen, als die einfache thermodynamische Berechnung angibt.

Das Mikrofeld wird auch auf die von dem Bogen ausgesandte Strahlung von Einfluß sein. Neben Linienverbreiterung durch Starkeffekt ist das Auftreten „verbotener Linien“ zu erwarten.

Die in dem Mikrofeld enthaltene Wechselwirkungsenergie der Elektronen und Ionen stellt eine zusätzliche innere Energie des Plasmagases dar und bewirkt genau wie bei starken Elektrolyten einen elektrostatischen Kohäsionsdruck. M. Steenbeck wies uns darauf hin, daß dieser genau wie bei starken Elektrolyten nach der Debye-Hückelschen Theorie berechnet werden kann, wenn man nur berücksichtigt, daß infolge des großen Unterschiedes in der Beweglichkeit der Elektronen und Ionen die letzteren den schnellen Schwankungen des Mikrofeldes ($\approx 10^{14}$ Hz) nicht zu folgen vermögen und daher mit statistischer Unordnung verteilt sind, während sich die Elektronen im Potentialfeld der Ionen gemäß dem Boltzmannschen Gesetz verteilen. Der elektrostatische Kohäsionsdruck wird dann ebenso groß wie bei einem Elektrolyten, dessen Ionendichte halb so groß ist wie die des Plasmas. Es ergibt sich [12]:

$$\Delta p_{\text{elst}} = \sqrt{\frac{e^6 (n^-/2)^3}{72 \pi^2 \epsilon_0^3 k T}} = 5,5 \cdot 10^{-27} \left(\frac{T}{\text{grad}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{n^-}{1/\text{cm}^3}\right)^{\frac{3}{2}} \text{ at.} \quad (14)$$

Mit $n^- = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und $T = 15000^\circ \text{ K}$ wird $\Delta p_{\text{elst}} = 0,042 \text{ at}$. Der elektrostatische Kohäsionsdruck kann also gegenüber dem äußeren Druck, der stets einige Atmosphären betrug, vernachlässigt werden. E. Lawrence und F. Dunnington [8] geben für den von ihnen untersuchten kondensierten Funken in Luft von Atmosphärendruck eine Elektronendichte von $9 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ an. Mit diesem Wert errechnet sich ein elektrostatischer Kohäsionsdruck, von $\Delta p_{\text{elst}} = 1,3 \text{ at}$, der also in diesem Fall schon größer ist als der äußere Druck.

5. Das Bogenplasma als Gas.

Infolge der hohen Temperatur (10 000 ··· 20 000° K) befindet sich das Bogengas in einem Zustand, der in verschiedener Hinsicht von dem normaler Gase abweicht. Zunächst ist (und zwar auch bei dem schwer dissoziierenden Stickstoff) das Gas praktisch vollständig dissoziiert [13]. Weiter befindet sich ein großer Teil der Atome und Ionen in angeregten Zuständen. Für den ersten Anregungszustand des Stickstoffatoms (Anregungsspannung 2,37 V) ergibt sich z. B. aus der Boltzmannschen Formel bei $T = 15\,000^\circ\text{K}$ ein Anregungsgrad von 16% (bezogen auf die neutralen Teilchen). Schließlich ist das Gas in so hohem Grade thermisch ionisiert, daß die Partialdrucke der 3 Teilgase, nämlich Atomgas, Elektronengas und Ionengas, von gleicher Größenordnung sind (vgl. S. 40).

Durch Dissoziation, Anregung und Ionisation werden die das physikalische Verhalten bestimmenden atomaren Größen, wie z. B. die mittlere Teilchenmasse und Teilchengröße, stark verändert. Bei 100proz. Ionisation ist das mittlere Molekulargewicht des Plasmagases $\frac{1}{4}$ von dem des kalten zweiatomigen Gases. Die differentielle spezifische Wärme wird durch Dissoziation verringert, durch die Aufhebung der Entartung bezüglich der Elektronenanregung erhöht und durch die Ionisation wiederum verringert, weil die Elektronen nicht anregbar sind. Die Rückwirkungen dieser Änderungen auf die Schallgeschwindigkeit und damit auf die Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas und auf die Energiebilanz des Bogens wird weiter unten behandelt (vgl. S. 46). — Die Wärmeleitfähigkeit ist infolge der normalen Temperaturabhängigkeit, nämlich Anstieg mit \sqrt{T} , auf etwa das 7fache erhöht. Darüber hinaus wird sie durch die Abnahme des Molekulargewichtes nochmals auf das 2- bis 4fache erhöht. Andererseits wird durch die Felder der Elektronen und Ionen (vgl. S. 39) und durch die Anregung die freie Weglänge und damit die Wärmeleitfähigkeit verringert, während durch die Dissoziation die freie Weglänge etwas vergrößert wird. Eine wesentliche Erhöhung der Energieabgabe an das kältere Gas kommt schließlich dadurch zustande, daß die dissoziierten, ionisierten und angeregten Teilchen entsprechend ihrem auf etwa das 3fache vergrößerten Wärmeinhalt (vgl. S. 48) mehr Energie mitführen als die normalen Molekeln bei gleicher Temperatur [13]. Insgesamt kann aus den aufgezählten Gründen die Wärmeleitfähigkeit das 100fache des Wertes bei Zimmertemperatur betragen. Eine eingehende Berechnung der Wärmeleitfähigkeit verschiedener Gase in Abhängigkeit von Druck und Temperatur unter Mitberücksichtigung von Dissoziation und Ionisation wurde kürzlich von K. H. Riewe und R. Rompe [14] ausgeführt.

Bekanntlich spielt im Inneren von Sternen für den Energiefluß nach außen die Strahlung gegenüber der Wärmeleitfähigkeit meist eine ausschlaggebende Rolle. Daß in unserem Fall der Energietransport durch Strahlung keine Rolle spielte gegenüber dem durch Wärmeleitung, folgt daraus, daß nur geringe Reabsorptionen von Strahlung im Inneren des Bogens auftrat (vgl. S. 50), und daß dabei die gesamte nach außen gelangende Strahlung nur wenige Prozent der im Inneren der Bogensäule umgesetzten Energie ausmachte (vgl. Teil I, S. 66).

Eine Reihe weiterer charakteristischer Eigenschaften des hochionisierten Plasmas beruht darauf, daß ein beträchtlicher Bruchteil der Teilchen elektrische Ladung trägt. Es wurde bereits erwähnt, daß durch die Mikrofelder ein elektrostatischer Kohäsionsdruck auftritt (vgl. S. 35). Es wurde ebenfalls bereits die Verringerung der freien

Weglänge durch die Mikrofelder erwähnt. Durch diese Verringerung wird der innere Wärmekontakt zwischen Elektronengas und Ionengas erhöht. Die elektrischen Ladungen der Elektronen und Ionen bringen es ferner mit sich, daß bei einer Entmischung von Elektronengas und Ionengas Raumladungen auftreten, welche eine solche Entmischung nur in ganz geringem Maße zulassen. Der Überschuß der Dichte der Teilchen eines Vorzeichens kann nicht größer werden als etwa 10^8 Teilchen je cm^3 , bei einer Gesamtdichte von rund 10^{17} Teilchen je cm^3 (vgl. S. 34). Ein Anlaß zur Entmischung wird gegeben durch die größere Diffusionsgeschwindigkeit des Elektronengases. Die Elektronen ziehen bei Diffusion nach außen die Ionen durch ein sich ausbildendes Radialfeld hinter sich her (ambipolare Diffusion). Der gleiche Vorgang, aber in entgegengesetzter Richtung, tritt infolge des magnetischen Eigenfeldes auf.

Die elektrischen Ladungen der Elektronen und Ionen ermöglichen schließlich, daß sich beide Gase durch ein äußeres, elektrisches Feld gegeneinander verschieben lassen, wodurch die Leitfähigkeit des Plasmas zustande kommt. Diese ist bei 100proz. Ionisation unter Berücksichtigung der durch die Mikrofelder verringerten Beweglichkeit rechnermäßig etwa 380 S/cm^1). Gemessen wurden Werte zwischen 180 und 250 S/cm (vgl. Zahlentafel 1 auf S. 33). Die Leitfähigkeit von Kupfer beträgt etwa $5 \cdot 10^5$, die von Quecksilber etwa 10^4 und die von Kohle etwa 10^2 S/cm . Durch Erhöhung der Gasdichte würde die Leitfähigkeit des Plasmas nicht ansteigen, da die Erhöhung der Teilchenzahl durch die Verringerung der Beweglichkeit aufgehoben wird. Die Leitfähigkeit eines 100proz. ionisierten Plasmas würde danach auch bei sehr großer Gasdichte einige Größenordnungen kleiner sein als die der Metalle. Dies hat seinen Grund darin, daß es sich bei Metallen um eine durch thermische Bewegung verhältnismäßig wenig gestörte Gitterleitfähigkeit handelt, während beim Bogenplasma die thermische Bewegung so groß ist, daß von Gitterstruktur keine Rede sein kann.

Bei Stromdurchgang durch das Bogenplasma tritt infolge der schon besprochenen magnetischen Kräfte eine Erhöhung des Druckes im Innern der Säule über den durch die normale Zustandsgleichung gegebenen Wert und außerdem eine Erhöhung des Ionisationsgrades über den thermodynamisch berechenbaren Gleichgewichtswert auf.

6. Die Beweglichkeit der Elektronen.

Durch Einsetzen von (2) in (1) erhält man die Stromtransportgleichung:

$$I = \frac{\pi d^2}{4} j = \frac{d^2 \pi}{4} n^- e \mathcal{E} (b^+ + b^-). \quad (15)$$

Da die Ionen infolge ihrer großen Masse eine wesentlich kleinere Beweglichkeit haben als die Elektronen, kann b^+ gegen b^- vernachlässigt werden. Gl. (15) gestattet dann aus den gemessenen Werten von I , d und \mathcal{E} die Elektronendichte n^- zu bestimmen, sobald b^- , die Beweglichkeit der Elektronen, bekannt ist.

In den von uns untersuchten Bögen war die Elektronentemperatur wahrscheinlich nur sehr wenig größer als die Gastemperatur (vgl. S. 43), so daß eine konstante, d. h. vom elektrischen Felde unabhängige, Beweglichkeit der Elektronen vorhanden war [22], welche sich nach der Langevinschen Formel berechnet [15]:

$$b^- = \frac{e \lambda}{m \bar{w}^-} = 1,76 \cdot 10^{15} \cdot \frac{\lambda / \bar{w}^-}{\text{s}} \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}. \quad (16)$$

¹⁾ $\left(\frac{j}{\mathcal{E}}\right)_{\text{max}} = e \cdot n_{\text{max}}^- \cdot b^- = e \cdot \frac{1}{2} N \cdot \frac{e \lambda}{m \bar{w}^-} = \frac{e^2}{m \bar{w}^- Z^2 \pi} \approx 380 \text{ S/cm}$, wobei $T = 15000^\circ \text{ K}$ und $Z = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ (vgl. S. 40) gesetzt wurde.

Bei kleinen Elektronendichten und Zimmertemperatur ist diese Formel in guter Übereinstimmung mit direkten Messungen der Beweglichkeit. Natürlich sind stets die unter den entsprechenden Bedingungen gültigen Werte von λ und \bar{w}^- einzusetzen. So setzen wir in N_2 bei einer Elektronenergie von 1 bis 2 eV: $\lambda \approx 4 \cdot 10^{-5}$ cm [16] (bei einer Gasdichte entsprechend $p = 1$ at und $T = 273^\circ$ K). Dann wird z. B. für $T = 15000^\circ$ K und $p = 3$ at: $\lambda_0 \approx 7 \cdot 10^{-4}$ cm und $\bar{w}^- = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 7,6 \cdot 10^7$ cm/s, und nach (16):

$$b_0^- \approx 1,5 \cdot 10^4 \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}} \quad (\text{bei } T = 15000^\circ \text{ K und } p = 3 \text{ at}). \quad (17)$$

Für unsere Bögen sind an diesem Wert verschiedene Korrekturen anzubringen:

1. Das Bogengas ist praktisch vollkommen dissoziiert, besteht also nicht aus Molekeln, sondern aus Atomen. Dadurch wird λ vergrößert.

2. Die Atome und Ionen sind zu einem großen Teil angeregt. Dadurch wird λ verringert.

3. Bei hohem Ionisationsgrad ist der Partialdruck der Elektronen gegenüber dem der übrigen Teilchen des Plasmas nicht mehr zu vernachlässigen. Für die Berechnung der Beweglichkeit dürfen aber die Stöße der Elektronen untereinander nicht mit berücksichtigt werden, weil bei diesen die gerichtete Geschwindigkeit beider Elektronen insgesamt erhalten bleibt. Dadurch wird die Beweglichkeit um den Faktor $(1 + \alpha)$ größer [vgl. Gl. (21) für $A = 1$].

4. Durch das magnetische Eigenfeld des Bogens wird die Gasdichte im Inneren des Bogens erhöht, die Beweglichkeit also herabgesetzt, z. B. bei einem Bogen von 1000 A und $p = 3$ at um rund 10% (vgl. die letzte Spalte von Zahlentafel 1 auf S. 33).

5. Durch das magnetische Eigenfeld werden die Elektronenbahnen gekrümmt. Dieser Einfluß kann, wie wir vorn gesehen haben, vernachlässigt werden.

6. Das von den Elektronen und Ionen herrührende Mikrofeld bewirkt eine Abweichung vom Zustand idealer Gase im Sinne einer Erhöhung der Gasdichte im Inneren und setzt dadurch die Beweglichkeit herab. Auch dieser Einfluß kann — wie wir vorne gesehen haben — vernachlässigt werden.

7. Die Elektronen erfahren im Felde der positiven Ionen Richtungsänderungen, auch dann, wenn es zu einem gaskinetischen Zusammenstoß nicht kommt [10]. Durch diese Richtungsänderungen wird die gerichtete Geschwindigkeit der Elektronen genau so wie bei gaskinetischen Zusammenstößen in eine ungerichtete Geschwindigkeit umgewandelt. Die Ionenfelder wirken daher auf die Beweglichkeit der Elektronen ebenso wie eine Herabsetzung der freien Weglänge.

Diese letzte Korrektur wird bei hohem Ionisationsgrad von großem Einfluß auf die Beweglichkeit, und die übrigen Korrekturen treten demgegenüber zurück, zumal sie sich teilweise gegenseitig aufheben. Der Einfluß der Ionenfelder soll daher im weiteren zusammen mit dem unter 3. aufgeführten Einfluß allein berücksichtigt und im folgenden Abschnitt genauer abgeschätzt werden.

7. Der Einfluß der Felder der positiven Ionen auf die Beweglichkeit der Elektronen.

Für kleine Ionisationsgrade gilt wie oben angegeben:

$$b^- = \frac{e \lambda}{m \bar{w}^-} = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{\lambda / \bar{w}^-}{\text{s}} \frac{\text{cm/s}}{\text{V/cm}}. \quad (16)$$

In unserem Fall ist b^- für ein Gasgemisch, bestehend aus $N \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ neutralen Teilchen und aus $N \frac{\alpha}{1+\alpha}$ Ionen, zu berechnen¹). Zusammenstöße der Elektronen untereinander werden — wie schon oben erwähnt wurde — nicht berücksichtigt, weil bei ihnen insgesamt kein Verlust an gerichteter Geschwindigkeit auftritt. Für ein Gasgemisch aus den Gasen 1 und 2 gilt:

$$\frac{1}{\lambda} = q_1 N_1 + q_2 N_2, \quad (18)$$

wobei q_1 und q_2 die Wirkungsquerschnitte der Atome, N_1 und N_2 die Teilchendichten beider Gase sind. Der Einfluß der positiven Ionen auf die Beweglichkeit der Elektronen beruht auf der Ablenkung, welche letztere in den Coulombschen Feldern der ersteren erfahren. Da diese Felder vom Kern des Ions nach außen stetig auf Null abnehmen, so besitzen die Ionen keinen definierten Wirkungsquerschnitt; trotzdem wird sich ihr Einfluß auf die Beweglichkeit der Elektronen durch einen passend gewählten Ersatzquerschnitt beschreiben lassen. Nimmt man an, daß dieser Wirkungsquerschnitt eines positiven Ions A -mal größer ist als der Wirkungsquerschnitt q eines neutralen Teilchens, so ergibt sich:

$$\frac{1}{\lambda} = q \cdot N \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + A \cdot q N \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad (19)$$

und

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1+\alpha}{1+(A-1)\alpha}, \quad (20)$$

wobei λ die freie Weglänge mit Berücksichtigung der Ionenfelder und $\lambda_0 = \frac{1}{Nq}$ die freie Weglänge im unionisierten Gas ist, welches die Teilchendichte N hat. Also wird nach Gl. (20) und (16):

$$b^- = b_0^- \frac{1+\alpha}{1+(A-1)\alpha}. \quad (21)$$

Zur Abschätzung von A muß man davon ausgehen, daß für die Beweglichkeit die Richtungsänderungen bei Zusammenstößen maßgebend sind. Bei der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Ionen ist diese Richtungsänderung von dem Abstand z abhängig, in dem das Elektron an dem Ion vorbeifliegen würde, wenn es keine Ablenkung erfahren würde. Die tatsächlich auftretende Richtungsänderung ist gegeben [17] durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 m w_{\text{eff}}^2 z}. \quad (22)$$

Wir berechnen nun einen „Wirkungsquerschnitt“ des Ions $A \cdot q = Z^2 \pi$, welcher so definiert ist, daß die Geschwindigkeitskomponente des Elektrons in der Richtung, welche es vor dem Zusammenstoß hatte, nach dem Stoß im Mittel Null ist; denn dies ist gerade die Annahme, die der Berechnung der Langevinschen Formel zugrunde liegt:

$$\frac{1}{Z^2 \pi} \int_0^z \cos \delta \, 2\pi z \, dz = 0. \quad (23)$$

¹ Für die Beweglichkeit in einem hochionisierten Plasma wird gelegentlich die von D. Gábor [32] angegebene Formel verwendet [27], [31], [33]. Dies ist jedoch, wie uns Herr Gábor selbst mitteilte, nicht zulässig, weil die von ihm eingeführte Beweglichkeit anders definiert ist als die Beweglichkeit, welche für die Wanderungsgeschwindigkeit des gesamten Elektronengases in einem elektrischen Feld maßgebend ist.

Durch numerische Auswertung von Gl. (22) und (23) erhält man den Wert von Z , welcher der Bedingung (23) genügt. Mit $T = 15000^\circ \text{K}$ ergab sich $Z = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$. Die Größe A berechnet sich aus Z und dem Wirkungshalbmesser des neutralen Atoms Z_0 :

$$A = (Z/Z_0)^2. \quad (24)$$

Z_0 berechnen wir rückwärts aus der normalen freien Weglänge:

$$\lambda_0 = \frac{1}{N Z_0^2 \pi}; \quad Z_0 = \sqrt{\frac{1}{N \pi \lambda_0}} = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}; \quad (25)$$

damit wird $A \approx 10$, und nach Gl. (21) ergibt sich für die Beweglichkeit der Elektronen ein Verlauf, wie er in Bild 2 in Abhängigkeit vom Ionisationsgrad aufgetragen ist.

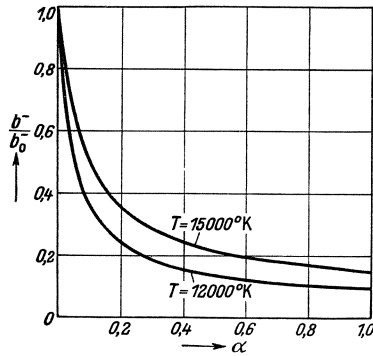


Bild 2. Das Verhältnis der Beweglichkeiten mit und ohne Berücksichtigung der Felder der positiven Ionen in Abhängigkeit von dem Ionisationsgrad α .

Mit steigendem Ionisationsgrad (unter sonst festgehaltenen Bedingungen) sinkt die Beweglichkeit bis auf 15% ihres normalen Wertes ab. Würden wir mit einer Bogentemperatur von 12000°K rechnen, so würde sie sogar bis auf 10% ihres normalen Wertes absinken. Dieser Temperatureinfluß beruht darauf, daß die Elektronen in den Ionenfeldern um so weniger abgelenkt werden, je größer ihre Geschwindigkeit ist [vgl. (22)]. Bei der Berechnung von Z haben wir alle diejenigen Elektronen unberücksichtigt gelassen, die in einem größeren Abstand als Z an dem Ion vorbeifliegen, aber auch diese erfahren noch eine Ablenkung durch das Feld des Ions. Z ist daher als eine untere Grenze anzusehen, und dementsprechend auch der daraus berechnete Wert $A \approx 10$; die Beweglichkeit wird eher noch kleiner, als wir sie berechnet haben, zumal wenn man die im vorigen Abschnitt aufgeführten Korrekturen noch mit berücksichtigt würde.

8. Die Elektronendichte in der Bogensäule.

Mit den soeben ermittelten Werten für die Beweglichkeit der Elektronen läßt sich jetzt aus der Stromtransportgleichung die Elektronendichte n^- und der Ionisationsgrad α berechnen. Da die Beweglichkeit jetzt vom Ionisationsgrad selbst abhängt, wird die Formel etwas verwickelter als ohne Berücksichtigung der Ionenfelder. Aus Gl. (15) und (21) folgt mit $n^- = N \frac{\alpha}{1 + \alpha}$:

$$\alpha = \frac{j}{N e b_0^- \mathcal{E} - j(A - 1)} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0(A - 1)}. \quad (26)$$

Wie man sieht, ist α unabhängig vom Gasdruck, weil b_0^- mit steigendem N proportional $1/N$ abnimmt. Für $A = 1$, d. h. gleichen Wirkungsquerschnitt aller Teilchen, geht (26) in die zur Berechnung von α normalerweise verwendete Formel über.

In Bild 3 ist das aus (26) berechnete α für einen bestimmten Bogen ($I = 1000 \text{ A}$, $\mathcal{E} = 127 \text{ V/cm}$, $d = 0,215 \text{ cm}$, $j = 27000 \text{ A/cm}^2$, $p = 3 \text{ at}$) als Funktion der Größe A aufgetragen, wobei $T = 15000^\circ \text{K}$ gesetzt wurde. Man sieht, daß für $A = 1$, also ohne Berücksichtigung der Ionenfelder, $\alpha_0 = 0,053$ und damit $n_0^- = 7,4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ wird. Für $A = 10$, wie es oben berechnet wurde, ergibt sich dagegen $\alpha = 0,10$ und $n^- = 1,3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Bei $A \approx 19$ würde $\alpha = 1$ und $n^- = 7,4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ werden.

Wenn man von der Möglichkeit von Mehrfachionisation absieht, ist das eine obere Grenze für die Elektronendichte im Lichtbogen (bei $p = 3$ at).

In Zahlentafel 1 auf S. 33 sind für verschiedene Bögen aus den in Teil I angegebenen Messungen die Werte von I , \mathcal{E} , p und j angegeben und daraus nach Gl. (26) berechnet die Werte von α und n^- . Im äußersten Fall, bei hohem Druck und kleiner Stromstärke, ergibt sich ein Ionisationsgrad $\alpha = 0,14$ und eine Elektronendichte $n^- = 6,5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Wie schon gesagt, ist die Berechnung von b^- unsicher, der wirkliche Wert ist wahrscheinlich kleiner als der von uns berechnete. Nimmt man hinzu, daß wir bei der Auswertung der photographischen Aufnahmen wahrscheinlich zu große Durchmesserwerte, also zu kleine Stromdichten, angegeben haben (vgl. Teil I, S. 71), so ist damit zu rechnen, daß der Ionisationsgrad in unseren Bögen wesentlich größer, vielleicht sogar nahezu 1 gewesen ist, die Leitfähigkeit also den für ein Gas größtmöglichen Wert erreicht hatte. Auch durch Steigerung des Drucks läßt sich die Leitfähigkeit nicht mehr steigern, weil die Beweglichkeit in gleichem Maße abnehmen würde, wie die Elektronendichte (bei 100proz. Ionisation) ansteigt. Infolge des Einflusses der Mikrofelder auf die Beweglichkeit würde sogar eine Abnahme der Leitfähigkeit mit steigendem Druck zu erwarten sein.

Die in Funken beobachteten Stromdichten [8], [9] liegen teilweise noch um eine Zehnerpotenz höher als die von uns beobachteten Werte. Da eine wesentliche Steigerung der Leitfähigkeit über den von uns gemessenen Wert kaum möglich ist, so muß man annehmen, daß die in diesen Funken auftretenden Längsfeldstärken größer waren als die von uns im stationär brennenden Bogen gemessenen. Diese Annahme wird durch die Beobachtung von E. Lawrence und F. Dunnington (8) bestätigt, daß die positiven Ionen im Funken eine Wanderungsgeschwindigkeit von $2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ hatten, die also 50mal größer war als die von uns mit einer Feldstärke von 80 V/cm berechnete Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen (vgl. S. 31).

W. Finkelburg [9] errechnet bei einem kondensierten Funken in Wasserstoff von Atmosphärendruck aus der Linienverbreiterung durch Starkeffekt eine Mikrofeldstärke von 200000 V/cm und daraus einen Ionisationsgrad von 15%. Dies bestätigt unsere obige Aussage, daß bei den von uns untersuchten Bögen infolge der Gasströmung ein funkenähnlicher Zustand zum Dauerzustand wird.

9. Die Energieübertragung von den Elektronen auf das Gas.

Die dem Bogen zugeführte elektrische Energie wird von dem elektrischen Feld in erster Linie auf die Elektronen übertragen. Die Ionen nehmen nur einen Energieanteil auf, der ihrem Anteil am Gesamtstrom entspricht. Nur ein kleiner Teil der zugeführten Energie verläßt den Bogen als kinetische Energie der Elektronen (vgl. S. 45). Der größte Teil der zugeführten Energie muß also von den Elektronen an die schweren Teilchen (Atome und Ionen) weitergegeben werden. Diese Energieübertragung erfolgt

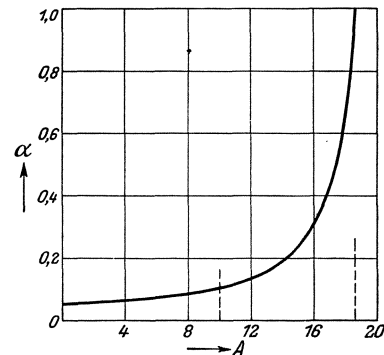


Bild 3. Der Ionisationsgrad α , aus der Stromtransportgleichung errechnet, in Abhängigkeit von A , dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte der positiven Ionen und der neutralen Atome.

teilweise durch elastische Stöße, bei welchen nur kinetische Energie von dem einen Teilchen auf das andere übertragen wird, teils durch unelastische Stöße, bei welchen die kinetische Energie der Elektronen in Anregungs-, Dissoziations- oder Ionisationsenergie der schweren Teilchen umgewandelt wird. Bei der Energieübertragung durch elastische Stöße muß man unterscheiden zwischen Stößen mit neutralen Teilchen und Stößen mit Ionen. Im ersten Falle ist der gaskinetische Wirkungsquerschnitt der Teilchen maßgebend, während im letzteren Falle für die Energieübertragung

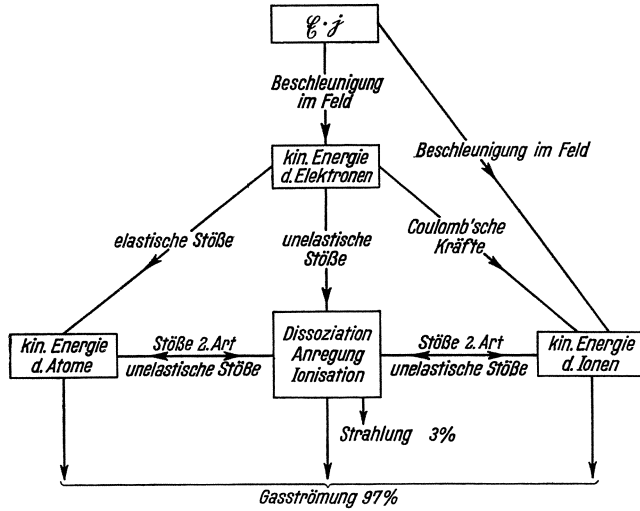


Bild 4. Schematische Darstellung der inneren Energieübertragung im Bogen.

die Coulombschen Felder der Elektronen und Ionen maßgebend sind, ähnlich, wie wir es bei der Betrachtung der Beweglichkeit der Elektronen schon gesehen haben. Die innere Energieübertragung im Bogen ist in vereinfachter Form im Bild 4 schematisch dargestellt.

Beim zentralen elastischen Stoß beträgt, wenn das gestoßene Teilchen ruht, die abgegebene Energie $4 \frac{m}{M} eV^-$, wobei eV^- die mittlere Energie des stoßenden Elektrons ist. Wenn man einerseits berücksichtigt, daß die gestoßenen Teilchen eine mittlere

thermische Energie eV_G haben, und andererseits über alle Stoßrichtungen mittelt, so ergibt sich für den im Mittel je Stoß übertragenen Energieanteil [18]:

$$\chi = 2,66 \frac{m}{M} \left(\frac{\Delta V}{V^-} \right); \quad \Delta V = V^- - V_G. \quad (27)$$

Für die je cm^3 und s übertragene Energie U folgt dann:

$$U = n^- \frac{\bar{w}^-}{\lambda} \frac{1}{2} m w_{\text{eff}}^{-2} \cdot 2,66 \frac{m}{M} \frac{\Delta V}{V^-}. \quad (28)$$

Soll von der gesamten elektrisch zugeführten Energie

$$j \mathcal{E} = n^- e b^- \mathcal{E}^2 = n^- e \mathcal{E}^2 \frac{e \lambda}{m w^-} \quad (29)$$

ein Anteil $\beta j \mathcal{E}$ von den Elektronen durch elastische Stöße an das Gas übertragen werden, so ergibt sich:

$$\beta = \left(\frac{V^-}{\mathcal{E} \lambda} \right)^2 \cdot 4,52 \frac{m}{M} \frac{\Delta V}{V^-}, \quad \Delta V = -\frac{V_G}{2} + \sqrt{\frac{V_G^2}{4} + \frac{\beta (\mathcal{E} \lambda)^2 M}{4,52 m}}. \quad (30)$$

Diese Gleichung gestattet bei vorgegebenem β und bekannter Gastemperatur V_G die Übertemperatur der Elektronen ΔV zu bestimmen.

Wenn die gesamte Energie $j \mathcal{E}$ durch elastische Stöße von den Elektronen auf das Gas übertragen werden soll ($\beta = 1$), so ergibt sich mit $\lambda_0 \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ ($p = 3 \text{ at}$), $V_G \approx 2 \text{ V}$ ($T \approx 15000^\circ \text{ K}$), $\mathcal{E} = 130 \text{ V/cm}$ für ΔV ein Wert $\Delta V \approx 5,5 \text{ V}$ ($\Delta T \approx 42000^\circ \text{ K}$). Soll entsprechend dem Anteil, den die kinetische Energie der Atome und Ionen im Energieinhalt des abströmenden Gases ausmacht (vgl. S. 46), nur rund 10% der

zugeführten Energie durch elastische Stöße übertragen werden ($\beta = 0,1$), so ergibt sich $\Delta V \approx 1,3 \text{ V}$ ($\Delta T \approx 10000^\circ \text{ K}$).

Bisher wurde mit dem gaskinetischen Wert λ_0 gerechnet. Um das Mikrofeld zu berücksichtigen, müßten wir eigentlich ein neues λ einführen, welches die Energieübertragung durch Mikrofelder berücksichtigt. Wir rechnen der Einfachheit halber mit dem oben für die Beweglichkeit berechneten Wert von λ in der Annahme, daß der für die Energieübertragung maßgebende Wirkungsquerschnitt der Ionen sich nicht wesentlich unterscheiden wird von dem für die Beweglichkeit maßgebenden. Rechnet man mit dem zu $\alpha = 0,1$ gehörigen Wert von λ , so ergibt sich für die Übertemperatur der Elektronen statt der oben errechneten Werte mit $\beta = 1$: $\Delta V \approx 2,3 \text{ V}$ ($\Delta T \approx 18000^\circ \text{ K}$) bzw. mit $\beta = 0,1$: $\Delta V \approx 0,4 \text{ V}$ ($\Delta T \approx 3100^\circ \text{ K}$).

Die Ausbildung so hoher Übertemperaturen wird im Bogen jedoch durch die Energieübertragung durch unelastische Stöße verhindert. R. Mannkopff [19] konnte zeigen, daß bei einem Kohlebogen in Luft von Atmosphärendruck die Übertemperatur der Elektronen infolge von unelastischen Stößen sicher kleiner als 20° C ist. Es ist nicht von vornherein sicher, daß dies auch bei den Bögen in schnellströmendem Gas der Fall ist, weil nach Gl. (30) die Übertemperatur ΔV stark mit $\mathcal{E} \cdot \lambda$ ansteigt, dieses Produkt aber bei den Bögen in schnellströmendem Gas ungewöhnlich groß ist. Allerdings ist infolge der hohen Bogentemperatur die mittlere Energie der Elektronen beinahe ebenso groß wie die kleinste Anregungsspannung des Gases, welche bei Stickstoff 2,37 bzw. 3,56 V [20] beträgt. Die Häufigkeit anregender Stöße muß daher groß sein, sie läßt sich quantitativ nicht berechnen, weil die Anregungswahrscheinlichkeiten nicht genau bekannt sind. Eine Abschätzung läßt sich folgendermaßen ausführen: Beträgt die Anregungsspannung eines Gases V_a Volt, so erfolgt von allen Zusammenstößen z_0 zwischen Elektronen und Gasatomen wegen der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung ein Anteil [21]:

$$\frac{z}{z_0} = \left(1 + \frac{eV_a}{2kT}\right) e^{-\frac{eV_a}{2kT}} \quad (31)$$

mit einer Relativenergie, welche größer ist als $e \cdot V_a$. Ist φ die mittlere Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein solcher Stoß zur Anregung führt, so ist der Energieanteil, der im Mittel je Stoß von den Elektronen durch Anregung dieses Zustandes an das Gas abgegeben wird:

$$\chi = \frac{eV_a}{2kT} \left(1 + \frac{eV_a}{2kT}\right) e^{-\frac{eV_a}{2kT}} \cdot \varphi \frac{\Delta V}{V^-}; \quad (32)$$

dabei ist, wie auch oben bei der Berechnung der Energieübertragung durch elastische Stöße, zunächst eine einseitige Energieübertragung von den Elektronen auf das Gas angesetzt. Die Energieübertragung in umgekehrter Richtung wurde wie in (27) durch den Zusatzfaktor $\Delta V/V^-$ berücksichtigt. Berechnet man χ nach Gl. (32) für die beiden oben angegebenen kleinsten Anregungsspannungen des Stickstoffatoms und setzt die Summe beider Werte an Stelle von Gl. (27) in Gl. (30) ein, so ergibt sich mit $V^- \approx V_G \approx 2 \text{ V}$, $\lambda_0 \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $\mathcal{E} = 130 \text{ V/cm}$ und $\beta = 1$ eine Übertemperatur:

$$\Delta V \approx \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\chi_1 + \chi_2} \text{ V} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,70\varphi_1 + 0,83\varphi_2} \text{ V}, \quad (33)$$

und wenn wir vorsichtig $\varphi_1 = \varphi_2 = 0,01$ ansetzen: $\Delta V \approx 10^{-1} \text{ V}$ ($\Delta T \approx 800^\circ \text{ K}$). Tatsächlich muß die Übertemperatur noch viel kleiner gewesen sein, weil wir nur

zwei Anregungszustände berücksichtigt haben, und weil bei dem hohen im Bogen herrschenden Anregungsgrad auch Anregung in Stufen häufig vorkommen muß. Außerdem verläßt, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, ein beträchtlicher Teil der zugeführten Energie den Bogenraum als Dissoziationsarbeit des kalt, also zweiatomig zuströmenden Gases. Auch diese Arbeit muß von den im elektrischen Feld beschleunigten Elektronen direkt oder indirekt geleistet werden. Die Anregung von Molekelschwingungen ist daher als eine weitere Möglichkeit der Energieübertragung von den Elektronen auf das Gas anzusehen, welche die Übertemperatur der Elektronen herabsetzt.

Daß sogar bei Bögen erheblich kleinerer Temperatur und kleinerer Stromdichte selbst bei erheblich größeren Weglängenspannungen $\mathcal{E} \cdot \lambda$ keine wesentliche Übertemperatur der Elektronen auftritt, folgt aus Messungen, die der eine von uns ausgeführt hat, und die ebenfalls in diesem Heft erscheinen [22].

Eine gewisse Mindestübertemperatur der Elektronen ergibt sich daraus, daß die Elektronen schon auf einer freien Weglänge einen endlichen Energiebetrag aus dem Feld aufnehmen. Für diesen berechnet sich bei $\mathcal{E} = 130 \text{ V/cm}$ und $\lambda_0 = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ eine Übertemperatur $\mathcal{E} \cdot \lambda_0 = \Delta V = 0,085 \text{ V}$ ($\Delta T = 65^\circ \text{ K}$).

10. Die Energiebilanz der Bogensäule.

Die Energiebilanz soll für das Stück der Lichtbogensäule aufgestellt werden, welches sich zwischen den beiden Sonden befand, weil für dieses Stück die zugeführte Energie aus Sondenspannung und Bogenstrom angegeben werden kann.

Der Energieumsatz in diesem Bogenstück war außerordentlich groß; z. B. betrug in einem Fall bei einem Sondenabstand $s = 0,8 \text{ cm}$ die Sondenspannung $U_s = 102 \text{ V}$, der Strom $I = 1000 \text{ A}$, der Bogendurchmesser $d = 0,215 \text{ cm}$. Die zugeführte elektrische Energie war also 102 kW , umgerechnet auf die Volumeneinheit ergibt sich eine zugeführte Energie von 3500 kW/cm^3 !

Trotz dieser ungeheuren Energiezufuhr trat keine Aufspeicherung von Energie ein, sondern zugeführte und abfließende Energie hielten sich in jedem Augenblick das Gleichgewicht. Dies folgt aus der Beobachtung, daß Lichtbogendurchmesser, Lichtbogenspannung, Sondenspannung und Flächenhelligkeit stets eindeutig durch den Momentanwert der Stromstärke gegeben waren, unabhängig davon, ob die Messung im ansteigenden oder abfallenden Teil der Stromhalbwelle ausgeführt wurde. Wir können daher, besonders im Maximum der Stromhalbwelle, auf das sich die oben angegebenen Werte beziehen, so rechnen wie mit einer stationären Entladung.

Die dem betrachteten Bogenstück zugeführte elektrische Energie wird einerseits dazu verwendet, das in die Säule eindringende kalte Gas aufzuheizen, andererseits dazu, bei der Erwärmung des Gases die Ausdehnungsarbeit gegen den äußeren Druck zu leisten.

Derjenige Anteil der zugeführten Energie, welcher zum Aufheizen des kalten Gases verwendet wird, verläßt das betrachtete Bogenstück teils durch Strahlung, teils durch axiale Konvektion, d. h. durch Abströmen des aufgeheizten Gases in Richtung der Bogenachse, und zwar nach beiden Seiten. Ein Energieabfluß durch radiale Wärmeleitung tritt nicht auf. Zwar wird, wie schon erwähnt wurde, die elektrisch zugeführte Energie durch radiale Wärmeleitung bzw. Diffusion auf das zuströmende kalte Gas übertragen. Dieses strömt aber mit gleicher Geschwindigkeit

auf das Innere des Bogens zu, so daß aus dem betrachteten, im Raum feststehenden Volumen radial keine Energie abfließt.

Die Energie, die den Bogen als Strahlung verläßt, wurde gemessen (s. Teil I, S. 63 ··· 66). Sie beträgt nur einige Prozent der gesamten dem Lichtbogen zugeführten Energie. Der weitaus größte Teil dieser Energie strömt daher als Wärmeinhalt des Bogenplasmas mit diesem in axialer Richtung ab. Von dem Wärmeinhalt des abströmenden Plasmas müßte der des zuströmenden kalten Gases abgezogen werden; man sieht jedoch leicht, daß letzterer vernachlässigt werden kann.

Im folgenden wird der Wärmeinhalt des abströmenden Plasmas unter der Voraussetzung berechnet, daß sich das Bogenplasma im thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Dann ist die Energie je Teilchen und je Freiheitsgrad $\frac{1}{2} kT$, und Dissoziations- und Ionisationsgrad lassen sich aus Temperatur, Druck und Dissoziations- bzw. Ionisationsarbeit nach den Gesetzen des thermodynamischen Gleichgewichts berechnen.

Die Energie des Bogenplasmas setzt sich zusammen aus kinetischer Energie, Anregungsenergie, Dissoziationsenergie und Ionisationsenergie. Im folgenden werden die verschiedenen Energieanteile stets für ein Teilchen berechnet und dann mit der Zahl der Teilchen, welche sekundlich aus dem betrachteten Bogenstück abströmen und Träger der betreffenden Energieart sind, multipliziert.

Die Temperatur im Bogen ist so hoch, daß die Molekeln praktisch vollkommen in Atome dissoziiert sind. Es sind daher 3 Teilchenarten vorhanden: Atome, positive Ionen und Elektronen. Von doppelt ionisierten Atomen sehen wir ab. Der Ionisationsgrad α ist definiert als das Verhältnis der Zahl der ionisierten Atome zu der Zahl der ursprünglich vorhandenen neutralen Atome. Letztere ist gleich der Summe aller Atome und Ionen, also ist:

$$\alpha = \frac{n^+}{n + n^+}. \quad (34)$$

Mit $N = n + n^+ + n^-$ ergibt sich:

$$n = N \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}; \quad n^+ = n^- = N \frac{\alpha}{1 + \alpha}. \quad (35)$$

Die Ausdehnungsarbeit W_1 . Das Gas, das kalt zuströmt und heiß aus dem betrachteten Lichtbogenstück mit Schallgeschwindigkeit abströmt, leistet beim Zu- und Abströmen mechanische Arbeit gegen den äußeren Druck. Diese Arbeit beträgt je Teilchen $k \cdot T_0$ bzw. $k \cdot T$. Da T mindestens 30mal größer ist als T_0 , und da außerdem die Zahl der je Sekunde abströmenden Teilchen infolge von Dissoziation und Ionisation mindestens zweimal größer ist als die Zahl der sekundlich zuströmenden Teilchen, so kann $k \cdot T_0$ vernachlässigt werden. Wenn N die Zahl aller in einem cm^3 des Plasmas enthaltenen Teilchen und v_G die Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas in axialer Richtung ist, so ist $N \cdot v_G \cdot 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$ die Zahl aller sekundlich durch beide Düsen aus dem betrachteten Stück der Säule abströmenden Teilchen. Die Ausdehnungsarbeit beträgt daher:

$$W_1 = N v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} kT. \quad (36)$$

Die kinetische Energie W_2 der thermischen Bewegung. Diese beträgt für die drei Freiheitsgrade der kinetischen Energie $3/2 kT$ je Teilchen. Es wird daher:

$$W_2 = N v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} \frac{3}{2} kT. \quad (37)$$

Da N mit steigender Temperatur proportional mit T abnimmt, so ist diese Energie von der Temperatur nur abhängig, soweit v_G von der Temperatur abhängt.

Die kinetische Energie W_3 der Gasströmung. Für ein Gas der Temperatur T , das mit Schallgeschwindigkeit v_{Sch} strömt, ist die mittlere Energie der Strömung je Teilchen:

$$\frac{1}{2} M v_{Sch}^2 = \frac{1}{2} k T \kappa; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}. \quad (38)$$

Für $v_G = v_{Sch}$ ist also:

$$W_3 = N v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{2} k T \kappa. \quad (39)$$

$v_G = v_{Sch}$ und κ in Gl. (39) sind für das Gasgemisch aus Elektronen, Ionen und Atomen zu berechnen [30]. Bei der Berechnung von κ ist zu beachten, daß die Elektronen nur kinetische Energie aufnehmen können, während die Atome und Ionen auch Anregungsenergie aufnehmen. Für κ ergibt sich daher:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{5}{2} k + \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{7}{2} k + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \frac{7}{2} k}{\frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{3}{2} k + \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{5}{2} k + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \frac{5}{2} k} = \frac{5\alpha + 7}{3\alpha + 5}. \quad (40)$$

Wenn α von 0 auf 1 ansteigt, nimmt also κ von 1,4 auf 1,5 zu. Diese Änderung ist so gering, daß es für unsere Berechnung nicht notwendig ist, sie zu berücksichtigen. Für v_G erhält man jetzt mit Gl. (38) und (40):

$$v_G = v_{Sch} = \sqrt{\frac{kT}{M} \frac{5\alpha + 7}{3\alpha + 5}}. \quad (41)$$

Dabei ist die mittlere Masse der Teilchen \bar{M} , wenn die Masse der Elektronen vernachlässigt wird und M die Masse eines Atoms bzw. Ions ist:

$$\bar{M} = M \frac{n + n^+}{N} = M \frac{1}{1 + \alpha}. \quad (42)$$

Die Änderung von κ kann in Gl. (41) erst recht vernachlässigt werden, weil es unter der Wurzel steht. v_G steigt also mit \sqrt{T} an und nimmt außerdem, wenn α von 0 bis 1 ansteigt, nach Gl. (41) und (42) um den Faktor $\sqrt{2}$ zu.

Die Anregungsenergie W_4 . Die Temperatur im Bogen ist so hoch, daß die Entartung des Gases in bezug auf die Freiheitsgrade der Anregungsenergie vollständig aufgehoben sein dürfte. Diese Energie, welche zwei Freiheitsgrade ausfüllt, ist daher kT je anregbares Teilchen. Da nur Atome und Ionen angeregt werden, wird mit Gl. (35):

$$W_4 = N \frac{1}{1 + \alpha} v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} k T. \quad (43)$$

Dieser Energieanteil steigt mit zunehmender Temperatur weniger als v_G an, weil der Faktor $\frac{1}{1 + \alpha}$ mit steigendem Ionisationsgrad von 1 auf $\frac{1}{2}$ abnimmt.

Die Dissoziationsenergie W_5 . Die Dissoziationsarbeit beträgt je Molekel $e \cdot V_d$. Die Zahl der dissoziierten Molekeln je cm^3 ist $\frac{1}{2} \cdot (n^+ + n) = \frac{1}{2} N \cdot \frac{1}{1 + \alpha}$, also ergibt sich:

$$W_5 = N \frac{1}{2(1 + \alpha)} v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} e V_d. \quad (44)$$

Die Temperaturabhängigkeit dieses Anteils ist durch $N \cdot v_G \cdot \frac{1}{1 + \alpha}$ gegeben. Setzt man für v_G den Wert aus Gl. (41), so ergibt sich, daß dieser Anteil mit steigender Tempe-

ratur proportional $\frac{1}{\sqrt{T(1+\alpha)}}$ abnimmt. (Dieser Abnahme geht natürlich bei kleinen Temperaturen ein Anstieg entsprechend dem ansteigenden Dissoziationsgrad voraus.)

Die Ionisationsenergie W_6 . Die Ionisationsarbeit beträgt je ionisiertes Atom $e \cdot V_j$. Die Zahl der ionisierten Atome ist $n^+ = N \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha}$. Für diesen Energieanteil ergibt sich also:

$$W_6 = N \frac{\alpha}{1+\alpha} v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} e V_j. \quad (45)$$

Die Temperaturabhängigkeit ist nicht so einfach zu übersehen; sie ist gegeben durch $N \cdot \frac{\alpha}{1+\alpha} \cdot v_G$. Nach Einsetzen des Wertes von v_G ergibt sich ein Ausdruck $\frac{\alpha}{\sqrt{T(1+\alpha)}}$. Zähler und Nenner nehmen mit steigender Temperatur nach der Saha-Gleichung zu, zunächst überwiegt die Wirkung des Zählers. Erst bei größeren Werten von α steigt der Nenner stärker an, und der Energieanteil der Ionisation nimmt dann analog dem der Dissoziation mit steigender Temperatur ab.

Bei höheren Temperaturen treten neben den einfachionisierten auch mehrfachionisierte Atome auf. Wie eine Abschätzung ergibt, liefern diese sicherlich bis 25000° , wahrscheinlich aber sogar bis 30000° noch keinen nennenswerten Beitrag zum Wärmeinhalt des Plasmas. Die mehrfache Ionisation wurde daher nicht berücksichtigt.

Für die Summe W von Ausdehnungsarbeit und Energieinhalt des abströmenden Plasmas ergibt sich unter Zusammenfassung der Glieder $W_1 \cdots W_4$ und $W_5 \cdots W_6$:

$$W = N v_G \cdot 2 \frac{\pi d^2}{4} \left[kT \left(1 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{1+\alpha} \right) + \frac{1}{1+\alpha} \left(\frac{eV_d}{2} + \alpha eV_j \right) \right], \quad (46)$$

$$N = 2,7 \cdot 10^{19} \frac{273^\circ}{T} \frac{p}{\text{at}} \text{ cm}^{-3}.$$

Diese Beziehung gilt wegen der Annahmen, die bei ihrer Aufstellung gemacht wurden, nur in dem Temperaturbereich $10000 < T < 25000^\circ \text{ K}$. In Bild 5 ist $\frac{W}{\pi d^2/4}$ aufgetragen, wobei $V_d = 8,0 \text{ V}$ gesetzt und α nach der Saha-Gleichung berechnet wurde:

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} \frac{p}{\text{at}} = 3,2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{T}{\text{grad}} \right)^{2,5} 10^{-\frac{5040 V_j/V}{T/\text{grad}}}. \quad (47)$$

und mit einem Druck $p = 1,6 \text{ at}$ (entsprechend einem Blasdruck von 3 at) und $V_j = 14,3 \text{ V}$ gerechnet. Der Einfluß der angeregten Atome auf das Ionisationsgleichgewicht ist in Gl. (47) unberücksichtigt geblieben.

In Bild 5 ist gleichzeitig die Gasgeschwindigkeit v_G nach Gl. (41) und (42) mit eingetragen. Die Zunahme von W mit steigender Temperatur ist fast ausschließlich der Zunahme von v_G zuzuschreiben.

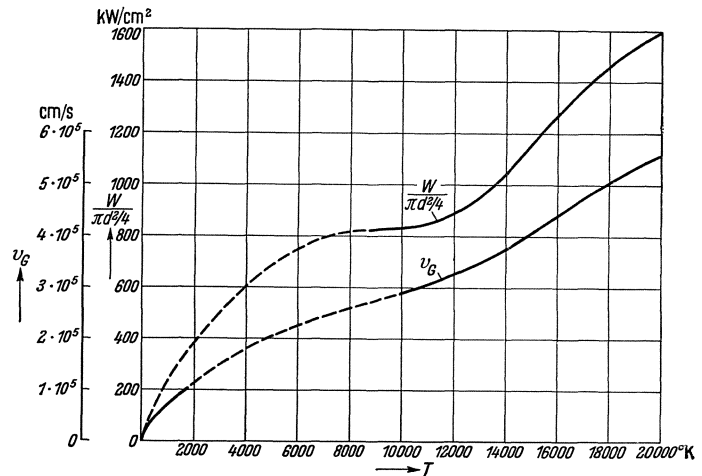


Bild 5. Die je cm^2 und s mit dem Lichtbogengas abströmende Energie und die Strömungsgeschwindigkeit des Gases in Abhängigkeit von der Lichtbogentemperatur T (Luft, $p = 1,6 \text{ at}$).

Der Energieinhalt U von 1 cm^3 Lichtbogengas ergibt sich aus Gl. (46), wenn der Faktor $v_G 2 \frac{\pi d^2}{4}$ sowie die Beiträge der Ausdehnungsarbeit und der Strömungsenergie abgezogen werden:

$$U = N \left[kT \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{1+\alpha} \right) + \frac{1}{1+\alpha} \left(\frac{eV_a}{2} + \alpha eV_j \right) \right]. \quad (48)$$

Der Verlauf von U ist in Bild 6 aufgetragen, und zwar für einen Druck $p = 1,6 \text{ at}$. In dem betrachteten Temperaturbereich von 10000 bis 20000°K ist U von der Temperatur praktisch unabhängig, weil die Zunahme der Energie der einzelnen Teilchen ausgeglichen wird durch die Abnahme der Zahl N der Teilchen (U ist die Energie je cm^3 und nicht je Mol!). Auch die Zunahme der Energie durch Anstieg von Dissoziations- und Ionisationsgrad wird immer wieder ausgeglichen durch die

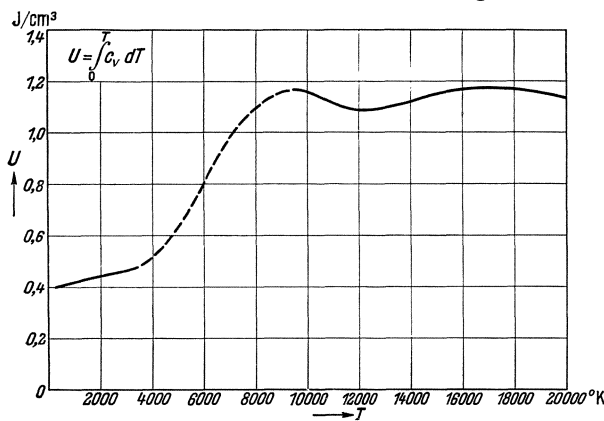


Bild 6. Der Energieinhalt von 1 cm^3 des Lichtbogengases in Abhängigkeit von der Lichtbogentemperatur T (Luft, $p = 1,6 \text{ at}$).

Abnahme der Zahl der entsprechenden Energieträger. Gegenüber kaltem Gas ist der Wärmeinhalt auf etwa das 3fache erhöht.

Der wellenförmige Anstieg von W und v_G (Bild 5) beruht auf dem entsprechenden Anstieg von Dissoziation und Ionisation. Diese wirken sich auch auf v_G aus, weil bei jedem dieser Prozesse die mittlere Masse der Teilchen abnimmt, was bewirkt, daß v_G nicht wie bei einem idealen Gas proportional \sqrt{T} , sondern praktisch proportional T ansteigt. Zu dem gleichen Ergebnis kommt auch C. G.

Suits [30] und [31], welcher aus einer experimentellen Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Bogenplasma die Temperatur desselben ermittelte.

11. Diskussion der Energiebilanz.

In Bild 5 ist die je cm^2 in axialer Richtung abströmende Energie aufgetragen, und zwar für einen Blasdruck von 3 at , also $1,6 \text{ at}$ im engsten Ausströmungsquerschnitt. Bei diesem Druck wurde dem Bogenstück zwischen den Sonden bei einer Sonden-spannung $U_s = 102 \text{ V}$ und einer Stromdichte $j = 27500 \text{ A/cm}^2$ eine Leistung $U_s \cdot j = 2800 \text{ kW/cm}^2$ zugeführt (vgl. Teil I, Bild 11 und 12). Die berechnete Energieabfuhr ist, wenn gemäß Abschnitt 13 eine Bogentemperatur $T = 15000^\circ \text{K}$ angenommen wird, nach Bild 5: 1160 kW/cm^2 , also nur 41% der zugeführten Energie. Ungefähr der gleiche Bruchteil würde sich auch bei Bögen bei anderen Drucken als $p = 3 \text{ at}$ ergeben, da sowohl die gemessene zugeführte Energie (Zahlentafel 1) als auch die berechnete Energieabfuhr angenähert proportional mit p anwachsen. Da nach den Messungen mit abnehmendem Strom $\mathcal{E} \cdot j$ bzw. $U_s \cdot j$ erheblich anstieg, die Bogentemperatur dagegen wahrscheinlich nur wenig zunahm (Zahlentafel 1), so wird der Fehlbetrag bei kleinen Strömen noch größer. Es entsteht die Frage, aus welchen Gründen der berechnete Wert der Energieabfuhr zu klein ist.

Die Gastemperatur von 15000°K dürfte einigermassen zutreffen. Jedenfalls ist es unwahrscheinlich, daß diese größer als 20000°K war, wie man annehmen müßte,

um den Fehlbetrag durch höhere Bogentemperatur zu erklären. Die Strömungsgeschwindigkeit des Gases, welche in Gl. (46) eingeht, kann nicht wesentlich größer gewesen sein, als in Gl. (41) berechnet; bei $T = 15000^\circ \text{K}$ wird sie bereits 4 km/s! Es ist im Gegenteil anzunehmen, daß infolge der Gasreibung diese hohen Werte nicht, oder jedenfalls nicht im ganzen Bogenquerschnitt, erreicht werden. In Abschnitt 9 wurde bereits gezeigt, daß die Elektronentemperatur nur sehr wenig größer war als die Gastemperatur. Damit fällt auch die Möglichkeit hin, den Fehlbetrag der Energiebilanz damit zu erklären, daß die Anregungsenergie größer war als $k \cdot T$ je anregbares Teilchen.

Dagegen bleiben für die Erklärung des Fehlbetrages andere Möglichkeiten: Unter dem Einfluß des magnetischen Eigenfeldes wird z. B. bei einem 1000 *A*-Bogen die Gasdichte und damit die Teilchendichte N in Gl. (46) in der Bogenachse um etwa 0,3 at größer als außerhalb des Bogens, also im obigen Beispiel 1,9 at statt 1,6 at im Ausströmquerschnitt. Dies reicht allein jedoch nicht aus, um den Fehlbetrag in der Energiebilanz zu erklären.

Die beste Erklärung für den Fehlbetrag in der Energiebilanz ist folgende: Es wurde bislang stillschweigend angenommen, daß der für den Stromtransport maßgebliche Durchmesser d , welcher in Teil I definiert wurde, und aus welchem hier die Stromdichte j und damit die zugeführte Energie berechnet wurde, übereinstimmt mit dem in Gl. (46) auftretenden Durchmesser. Dieser letztere ist so zu definieren, daß die gesamte abströmende Energie erfaßt wird. Eine solche Definition führt zu größeren Werten als den in Teil I für den Stromtransport definierten Durchmessern, weil der Energieabfluß nach Bild 5 nur etwa linear, die Stromdichte dagegen exponentiell mit der Temperatur abnimmt. Nach Teil I, Bild 22, betrug im Abstand $d/2$ von der Bogenachse die Strahlungsemission je cm^3 noch 10 ··· 20 % des Maximalwertes in der Bogenachse, und es ließ sich zeigen, daß in diesem Abstand die Stromdichte nur noch einige Prozent des Maximalwertes betrug. In diesem Abstand von der Bogenachse wird die Temperatur noch rund 10000°K betragen haben, der Energieabfluß je cm^3 also noch etwa zwei Drittel vom Maximalwert in der Achse. Da in Gl. (46) die berechnete Energieabfuhr proportional d^2 ist, so würde der Fehlbetrag von 60 % in der Energiebilanz verschwinden, wenn statt des stromführenden Durchmessers d ein um etwa 25 % größerer Wert gesetzt würde. — Endlich ist zu beachten, daß in Gl. (46) für d der Wert am Ort der beiden Sonden und nicht in der Symmetrieebene der Düsenanordnung zu setzen ist. Die photographischen Aufnahmen (Teil I, Bild 10) ergaben zwar, daß zwischen den Düsenmündungen der Bogendurchmesser in Strömungsrichtung nicht wesentlich zunahm. Da aber die Sonden noch etwa 0,3 cm innerhalb der Düsen sich befanden, könnte auf dieser Strecke eine Zunahme des Durchmessers vorhanden gewesen sein, die nicht beobachtet werden konnte.

12. Die Strahlung der Bogensäule.

Wie in Teil I gezeigt wurde, verlassen den Bogen durch Strahlung nur einige Prozent der von außen zugeführten Energie. Ohne die Gewißheit, daß der Strahlungsanteil nur wenige Prozent ausmacht, würde die vorn aufgestellte Energiebilanz unvollkommen sein.

Trotz des niedrigen Anteils der Strahlung am gesamten Energieumsatz ist hier die Bogensäule eine sehr intensive Lichtquelle, weil der Energieumsatz im Bogen un-

geheuer groß ist. Dies wird besonders deutlich, wenn man die von dem Bogen ausgehende Strahlung mit der des schwarzen Körpers vergleicht. Bei einem Bogen von $I = 1000$ A, $\mathcal{E} = 218$ V/cm, $p = 11$ at, $d = 0,17$ cm betrug die Strahlung 5,4 kW je cm Säulenlänge. Diese Strahlung wird nicht von der Oberfläche der Säule ausgesandt, sondern kommt aus dem Inneren; bezieht man sie trotzdem auf die zylinderförmige Oberfläche, so ergibt sich eine Strahlung von 10,1 kW je cm² Säulenoberfläche. Ein schwarzer Körper müßte eine Temperatur von 6500° K haben, um die gleiche Energie auszustrahlen. Dies ist also als Mindestwert für die Temperatur des Bogens anzusehen. Bei einer Bogentemperatur von 15000° K, wie sie sich im nächsten Abschnitt als wahrscheinlich ergibt, würde die gemessene Strahlung rund 4% der Strahlung eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur ausmachen.

W. Elenbaas [23] hat an einem Bogen in Quecksilberdampf von 200 at in einem Quarzrohr von 1 mm lichter Weite eine Flächenhelligkeit von $1,8 \cdot 10^5$ HK/cm² gemessen (dabei war $T = 8900$ ° K). Um diesen Wert mit unseren Messungen vergleichen zu können, muß man ihn auf kW/cm² umrechnen; dann ergibt sich bei dem Bogen von Elenbaas eine Flächenhelligkeit von 3,2 kW/cm² gegenüber 10,1 kW/cm² bei dem von uns untersuchten Bogen. Berücksichtigt man, daß Elenbaas entsprechend der Definition der HK nur photometrisch die im Sichtbaren gelegene Strahlung gemessen hat, während wir bolometrisch die Gesamtstrahlung gemessen haben, so erkennt man, daß die Strahlungsintensität beider Bögen nicht sehr verschieden gewesen sein kann.

Für eine gasförmige Lichtquelle ist eine Strahlungsintensität, welche schon bei einer Schichtdicke von rund 2 mm 4% der Strahlung eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur ausmacht, sehr groß. Trotzdem zeigt die Strahlung des Bogens noch alle charakteristischen Merkmale eines gasförmigen Strahlers. So ist das Spektrum noch ein ausgesprochenes Linienspektrum, wie man an Bild 19 in Teil I erkennt (auf den besonderen Fall des Wasserdampfbogens kommen wir noch zurück). Die einzelnen Linien zeigen allerdings teilweise eine starke Verbreiterung, welche wahrscheinlich auf Starkeffekt unter dem Einfluß des Mikrofeldes zurückzuführen ist.

Eine Annäherung an den schwarzen Körper müßte sich in einer wachsenden Reabsorption der Strahlung bemerkbar machen, d. h. in einem Übergang vom Volumenstrahler zum Oberflächenstrahler. Ob ein solcher Effekt vorhanden ist, läßt sich auf Grund der Messung des Verlaufs der Flächenhelligkeit senkrecht zur Bogenachse entscheiden. Bei einem Oberflächenstrahler, z. B. einem glühenden Draht, würde diese Kurve einen rechteckigen Verlauf haben, bei einem Volumenstrahler mit kreisförmigem, homogenem Querschnitt würde diese Kurve entsprechend der Schichtdicke einen ellipsenförmigen Verlauf haben. In Teil I, Bild 22, ist außer dem gemessenen Verlauf der Flächenhelligkeit auch ein dieser Kurve angepaßter ellipsenförmiger Verlauf und ein rechteckiger Verlauf eingezeichnet. Da der Lichtbogen in Wirklichkeit nicht über den Querschnitt homogen ist, so nimmt die Flächenhelligkeit außen stetig auf Null ab. Es ist daher nicht sicher, wo man den Durchmesser für die Ellipse anzusetzen hat. Trotz der hierin liegenden Unsicherheit kann man sagen, daß von einer Annäherung an den rechteckigen Verlauf eines Oberflächenstrahlers noch nichts festzustellen ist. Die Strahlung kommt ohne nennenswerte Reabsorption aus dem Inneren des Bogens. Wir müssen hierauf nachdrücklich hinweisen, weil wir in einer früheren Arbeit [24] auf Grund einer weniger sorgfältigen Messung das Gegenteil glaubten feststellen zu können.

Daß die von uns untersuchten Bögen Volumenstrahler waren, erkennt man auch aus der Abhängigkeit der Flächenhelligkeit vom Druck und von der Stromstärke. Bei einem Volumenstrahler muß die Flächenhelligkeit der Dicke der strahlenden Schicht und der in ihr herrschenden Gasdichte proportional sein, solange die Änderung der Schichtdicke und der Gasdichte nicht zugleich mit einer Änderung der mittleren Strahlung je Teilchen verknüpft ist. Da im Bogen, wie in Abschnitt 9 gezeigt wurde, praktisch thermodynamisches Gleichgewicht herrschte und der Anregungsgrad eines Gases im thermodynamischen Gleichgewicht nur von der Temperatur abhängt, und da, wie man aus Zahlentafel 1 sieht, die Temperatur sich nur wenig änderte, wenn die Stromstärke und der Druck in weiten Grenzen verändert werden, so muß man erwarten, wenn keine Reabsorption stattfindet, daß die Flächenhelligkeit dem Produkt aus Lichtbogendurchmesser d und Druck p proportional ist. In Bild 7 ist unter Verwendung der in Teil I mitgeteilten Messungen diese Abhängigkeit aufgetragen. Man sieht, daß in erster Näherung Proportionalität zwischen der Flächenhelligkeit und dem Produkt $p \cdot d$ besteht¹⁾.

Mit dem bisher Gesagten erscheint die in Teil I mitgeteilte Beobachtung, daß der Absolutwert der Strahlung bei den drei Gasen Luft, Stickstoff und Kohlendioxid übereinstimmt, besonders merkwürdig. Bei festen und flüssigen Körpern ist die Strahlung, die bei höherer Temperatur ausgesandt wird, von den speziellen Eigenschaften des Körpers weitgehend unabhängig und hängt nur von der Temperatur

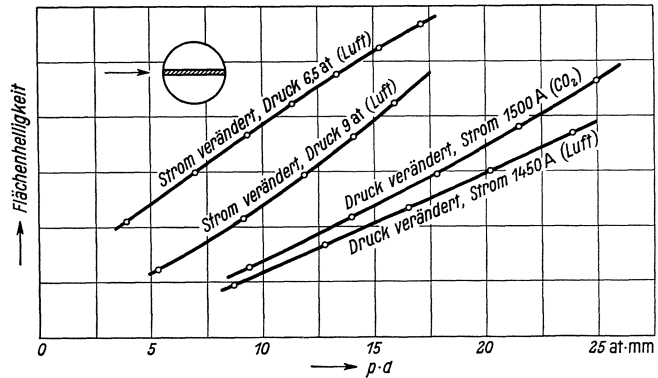


Bild 7. Die Flächenhelligkeit in Abhängigkeit von dem Produkt aus Druck p und Lichtbogendurchmesser d .

ab (Plancksches Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers). Bei den drei genannten Gasen dürfte die Bogentemperatur angenähert die gleiche gewesen sein, weil bei ihnen die Werte von Ionisierungsarbeit, Diffusionsgeschwindigkeit, Wärmeleitfähigkeit, spezifischer Wärme und Schallgeschwindigkeit angenähert übereinstimmen. Die Gleichheit im Absolutwert der Strahlung wäre daher zu erwarten, wenn die Gase im Bogen angenähert wie der schwarze Körper strahlen würden. Dies ist aber, wie wir gesehen haben, nicht der Fall, und ist auch gar nicht zu erwarten, wie gerade ein Vergleich mit einem festen Körper deutlich zeigt. Denn auf die Dichte eines festen Körpers komprimiert, würde unser Lichtbogen auf eine Schichtdicke von rund 10^{-5} cm zusammenschrumpfen. Bei dieser Schichtdicke ist aber selbst ein fester Körper schon weitgehend durchsichtig. Außerdem ist die Mikrofeldstärke, welche das Linienspektrum verwäscht, bei unseren Bögen mit rund 100 000 V/cm immer noch rund 1000 mal kleiner als die Mikrofeldstärke in festen Körpern. Wenn trotzdem die Gesamtstrahlung bei den drei Gasen von der Natur des Gases unabhängig war, so beruht dies, wenn man von der Möglichkeit eines Zufalls absieht, wahrscheinlich darauf, daß das Termschema aller drei Gase sehr kompliziert — d.h. sehr termreich — ist, und daß bei der hohen Temperatur des Bogens alle Terme bis an die Ionisierungsgrenze mit beträchtlicher Häufigkeit angeregt sind. Durch die ungeheure Vielzahl

¹⁾ Vgl. auch Bild 5 und 6 der folgenden Arbeit in diesem Heft S. 67.

von Übergangsmöglichkeiten verschwindet die individuelle Eigenart des einzelnen Gases, zumal durch das Mikrofeld die Auswahlregeln durchbrochen und damit verbundene Übergänge möglich werden.

Das Spektrum des Wasserdampfbogens (vgl. Bild 20 in Teil I) zeigt ein Kontinuum, welches durch die Verbreiterung der Balmer-Linien durch Starkeffekt zustande kommt, wie man durch Vergleich der beiden Photometerkurven im Kern und in der Hülle des Bogens deutlich erkennt. Ob in diesem Falle die Strahlung im Absolutbetrag der eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur näher kommt, und ob die spektrale Verteilung sich der Planckschen Kurve annähert, wurde noch nicht untersucht.

Eine ähnliche Linienverbreiterung — wenn auch nicht ganz so stark — wurde von H. Gerdien und A. Lotz [25] an einem Bogen beobachtet, der durch eine wasserumspülte Düse hindurchbrannte. Der entstehende Wasserdampf bewirkt ebenso wie bei unserer Anordnung eine Gasströmung, die von einer mittleren Stelle, nämlich der Düse, auf beide Elektroden zu gerichtet ist und den Bogen auch in gleicher Weise einschnürt. Eine Photometerkurve, die mit der von uns für den Kern eines Wasserdampfbogens gefundenen (vgl. Teil I, Bild 20, Kurve *a*) sehr weitgehend übereinstimmt, wurde von W. Finkelnburg [9] an einem kondensierten Funken in Wasserstoff von 30 at Druck gemessen. Im Augenblick der Entladung muß der Druck im Funkenkanal selbst noch wesentlich größer gewesen sein. Ein hoher Druck muß also auch in dem von uns photographierten Bogen geherrscht haben. Der Bogen brannte in einer etwas anderen Anordnung als der in Teil I beschriebenen; er brannte in einem Rohr, in welches durch seitliche Öffnungen Wasser eingespritzt wurde. Wir vermuten, daß der sich bildende Wasserdampf nicht schnell genug abströmen konnte und sich daher in dem mittleren Teil des Rohres, wo die Spektralaufnahme gemacht wurde, aufgestaut hat.

Das Fehlen von Banden im Spektrum des Luftbogens (vgl. Bild 19 in Teil I) bestätigt, daß das Gas im Bogen praktisch vollkommen dissoziiert ist. Ferner beweist die große Intensität, mit der die Funkenlinien auftreten, daß das Gas weitgehend ionisiert ist, wie wir es auch aus der Stromtransportgleichung gefolgert hatten.

Die bolometrischen Messungen mit Flußspat-, Quarz- und Glasfiltern hatten ergeben, daß 80 % der gesamten Strahlung im Sichtbaren liegt. Hieraus läßt sich ein Wert für die Temperatur des Bogens abschätzen, wenn man die Voraussetzung macht, daß die spektrale Verteilung der Strahlung mit der eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur übereinstimmt, obgleich der Absolutbetrag nur einige Prozent der Strahlung eines schwarzen Körpers ausmacht. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich eine Bogentemperatur von 8000 bis 9000° K. Tatsächlich war die Bogentemperatur wahrscheinlich rund 15000° K (vgl. S. 53), woraus folgt, daß der Anteil der Bogenstrahlung im Sichtbaren größer war, als der Verteilung der schwarzen Strahlung entspricht.

13. Die Temperatur der Bogensäule.

Für den durch Gaswirbel stabilisierten Bogen kleiner Stromstärke in Luft bzw. Stickstoff fanden A. v. Engel und M. Steenbeck eine Temperatur von 4600 bzw. 5300° K [26]. An in freier Luft brennenden Bögen ebenfalls geringer Stromstärke wurde von L. S. Ornstein und Mitarbeitern 6000 bis 7000° K gemessen [27]. W. Elenbaas gibt für eine Hochdruckentladung in Quecksilberdampf eine Temperatur von 8900° K an [23]. C. G. Suits bestimmte die Temperatur in einem stabili-

sierten Bogen kleiner Stromstärke zu 4050°K , in frei brennenden Bögen je nach den Versuchsbedingungen zu 5500 bis 6400°K [31].

Da im vorliegenden Fall die Bogentemperatur nicht direkt gemessen wurde — eine solche Messung wäre experimentell schwer ausführbar gewesen —, sind wir auf indirekte Schlüsse angewiesen. Zunächst folgt, wie schon gesagt, aus dem bolometrisch gemessenen Absolutwert der Bogenstrahlung, z. B. für einen Bogen in Luft mit $I = 1000\text{ A}$, $\mathcal{E} = 218\text{ V/cm}$, $j = 44000\text{ A/cm}^2$, $p = 11\text{ at}$, eine Temperatur von mindestens 6500° . Tatsächlich muß die Bogentemperatur beträchtlich größer gewesen sein, da nach dem Spektrum (Teil I, Bild 19) durch die Linien nur ein geringer Bruchteil der der schwarzen Strahlung entsprechenden Fläche der Planckschen Verteilung ausgefüllt wurde, und weil keine Linie mehr strahlen kann, als der Planckschen Kurve für diese Frequenz bei der im Bogen herrschenden Temperatur entspricht. Wenn dieser Bruchteil z. B. 10% der schwarzen Strahlung betragen würde, so wäre die schwarze Strahlung das 10fache der gemessenen und damit die Bogentemperatur $6500 \sqrt[10]{10} = 11500^\circ\text{K}$. Wie groß der Bruchteil tatsächlich war, läßt sich natürlich nicht ohne weiteres aus der Spektralaufnahme angeben. Obige Abschätzung zeigt nur, daß die Temperatur erheblich größer gewesen sein muß als 6500° .

Einen besseren Anhalt für die Bogentemperatur gibt die aus den Messungen ermittelte Elektronendichte bzw. der Ionisationsgrad α (vgl. Zahlentafel 1). In Bild 8 ist der Zusammenhang von α mit der Gastemperatur T für verschiedene Drücke nach der Saha-Formel für Luft aufgetragen. Dabei wurde als Mittelwert $V_j = 14,3\text{ V}$ gesetzt ($V_j = 14,5$ für N_1 , $V_j = 13,5$ für O_1). In Zahlentafel 1 ist die aus Gl. (26) und Bild 8 sich ergebende Temperatur T eingetragen. Man sieht, daß die so ermittelte Bogentemperatur je nach Druck und Stromstärke zwischen 13300 und 15600°K lag. Da, wie bereits gesagt, der Einfluß der Mikrofelder auf die Beweglichkeit wahrscheinlich größer war, als von uns berechnet, und da außerdem die tatsächliche Stromdichte infolge zu groß ausgewertetem Bogendurchmesser (vgl. Teil I, S. 77) größer gewesen sein dürfte, als in Zahlentafel 1 angenommen, so wird die Bogentemperatur größer gewesen sein, als in Zahlentafel 1 ausgerechnet. Wie bereits an verschiedenen Stellen erwähnt wurde, treten im untersuchten Bogen Abweichungen vom Verhalten idealer Gase auf, welche sich auch auf die Gültigkeit der Saha-Formel und damit auf die berechnete Temperatur auswirken. Außerdem sind in der von uns benutzten Form der Saha-Formel die angeregten Zustände der Atome nicht berücksichtigt und die Mischung von Sauerstoff und Stickstoff nur durch Mittelung der zugehörigen Ionisationsarbeiten angenähert berücksichtigt. Aus all diesen Gründen sind obige Temperaturen nur als angenähert zutreffend zu betrachten.

In der folgenden Arbeit in diesem Heft berechnen wir die Bogentemperatur auf Grund eines theoretischen Ansatzes. Es ergeben sich für $V_j = 14,3\text{ V}$ bei Drucken

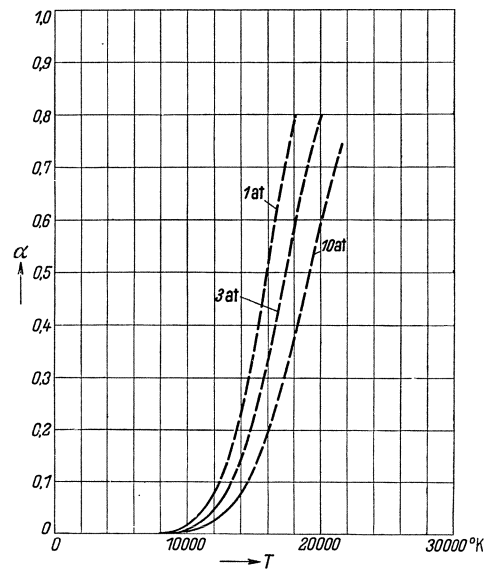


Bild 8. Der Ionisationsgrad α in Abhängigkeit von der Temperatur T bei drei verschiedenen Drucken nach der Saha-Gleichung mit $V_j = 14,3\text{ V}$ berechnet.

von 1 bis 10 at Werte von 20000 bis 23000° K. Wegen einiger Vernachlässigungen, die bei der Durchführung der Theorie gemacht wurden, sind diese Werte zu groß (die Verringerung von b^- durch die Ionenfelder blieb unberücksichtigt, es wurde mit rein axialem Abströmen der Energie gerechnet).

Tatsächlich dürfte die Temperatur der untersuchten Bögen nahe 15000° K gewesen sein, ein Wert, mit dem in dieser Arbeit durchweg gerechnet wurde.

E. Wrede [28] und Ilse Wyneken [29] haben bei Unterwasserfunken aus der Lage des Intensitätsmaximums der Strahlung auf Temperaturwerte von 7500 bis 10000° K geschlossen. Abgesehen davon, daß es zweifelhaft ist, ob sich bei einer so kurz dauernden Entladung überhaupt ein Gleichgewichtszustand ausbildet, dem man eine Temperatur zuschreiben könnte, muß auch die Meßmethode als unsicher angesehen werden, wenn die spektrale Verteilung — wie es der Fall war — nicht mit der eines schwarzen Strahlers übereinstimmt. E. Lawrence und F. Dunnington (8) haben an kondensierten Funken in Luft von Atmosphärendruck aus dem Intensitätsmaximum der Strahlung auf eine Temperatur von 6200° K, aus der Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen im Funken auf eine Temperatur von 10900° K geschlossen. Aus der Linienverbreiterung durch Starkeffekt schlossen sie auf eine Mikrofeldstärke von rund 10^6 V/cm, daraus auf eine Elektronendichte von rund 10^{19} cm⁻³, hieraus mit Hilfe der Saha-Gleichung auf eine Temperatur von 13500° K, wobei sie den Druck im Funkenkanal auf 10 at schätzten und für die Ionisierungsarbeit 9,3 eV entsprechend dem Elektrodenwerkstoff Zn einsetzten.

Da bei der kurzen Aufbauzeit von Funkenentladungen ein Druckausgleich nicht eintreten kann, so herrscht im Funkenkanal selbst ein 20- bis 50mal höherer Druck als in der Umgebung. Außerdem bewirkt das magnetische Eigenfeld des Funkens einen inneren Überdruck, den wir bei dem von E. Lawrence und F. Dunnington [8] untersuchten Funken zu 13,6 at bzw. 6,4 at berechnen konnte (vgl. S. 32). Wir würden daher nach Zahlentafel 1 erwarten, daß die Funkentemperaturen — soweit man von solchen überhaupt sprechen kann — über den von uns am Lichtbogen gefundenen Werten liegen. Wir halten aus den angegebenen experimentellen Gründen die von uns gefundenen Werte für zuverlässiger.

Ganz allgemein gestatten Messungen an Bögen in schnellströmendem Gas Untersuchungen von funkenähnlichen Zuständen unter viel saubereren Bedingungen, als das bei Funken möglich ist. Die Brenndauer ist für die Ausbildung eines stationären Zustandes ausreichend, es ist daher eine Angabe über den im Bogen herrschenden Druck möglich, die Zusammensetzung des Gases ist genau bekannt (kein Metalldampf aus den Elektroden!), und Stromdichte und Längsfeldstärke können mit hinreichender Genauigkeit gemessen werden.

Zusammenfassung.

Die experimentellen Ergebnisse des früher erschienenen ersten Teiles dieser Arbeit werden ausgewertet und besprochen. Für den Ionisationsgrad des Bogenplasmas ergibt sich je nach Druck und Stromstärke eine untere Grenze von 7 bis 14%; der Ionisationsgrad war wahrscheinlich noch wesentlich größer. Die entsprechende Bogen-temperatur betrug rund 15000° K. Druck und Stromstärke, welche in weiten Grenzen verändert wurden, hatten einen verhältnismäßig geringen Einfluß auf Ionisationsgrad und Bogentemperatur. Die Elektronendichte von mehr als 10^{17} Elektronen je

cm³ und die Stromdichte von 20000 bis 50000 A/cm² bringen eine Reihe von Wirkungen mit sich, welche in einem weniger hoch ionisierten Bogenplasma noch keine Rolle spielen. Zum Teil konnte auf diese Wirkungen nur hingewiesen werden, ohne daß es möglich war, sie zu berechnen oder auch nur abzuschätzen. — Die zugeführte elektrische Energie betrug mehrere 1000 kW je cm³; sie verließ den Bogen fast ausschließlich als Wärmehalt des mit Schallgeschwindigkeit abströmenden Bogengases.

Schrifttum.

1. B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 1 (1937) S. 51. (Weiter als Teil I bezeichnet.)
2. B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 3 (1934) S. 52.
3. R. Holm, B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 2 (1934) S. 63.
4. F. Kesselring u. F. Koppelman: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 1; **30** (1936) S. 71.
5. E. Marx: Lichtbogenstromrichter. Berlin (1932) Abb. 83 auf S. 126.
6. A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **I**, Berlin (1932) S. 201.
7. F. Ollendorff: Arch. Elektrotechn. **27** (1933) S. 169.
8. E. Lawrence u. F. Dunnington: Physic. Rev. **35** (1930) S. 396.
9. W. Finkelburg: Z. Physik **77** (1931) S. 375 — Physik. Z. **33** (1932) S. 888.
10. M. Steenbeck: Physik. Z. **33** (1932) S. 809.
11. H. Geiger u. K. Scheel: Handbuch der Physik **XXIV**/1, 2. Aufl. (1933) S. 412ff.
12. Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik **4**, 4, Braunschweig (1934) S. 492ff.
13. O. Mayr: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 757.
14. K. H. Riewe u. R. Rompe: Z. Physik **105** (1937) S. 478.
15. A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. S. 180.
16. J. S. Townsend: J. Franklin Inst. **200** (1925) S. 563. — R. Kollath: Physik. Z. **31** (1930) S. 1002. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. S. 166.
17. H. Geiger u. K. Scheel: Handbuch der Physik **XXIV**, Berlin (1927) S. 4.
18. A. M. Cravath: Physic. Rev. **36** (1930) S. 248.
19. R. Mannkopff: Z. Physik **86** (1933) S. 161.
20. H. Landolt u. R. Börnstein: Ergänzungsband **III**, 2, 5. Aufl., Berlin (1935) S. 869.
21. M. Knoll, F. Ollendorff u. R. Rompe: Gasentladungstabellen. Berlin (1935) S. 27.
22. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 3 (1937) S. 1.
23. W. Elenbaas: Z. techn. Physik **17** (1936) S. 61.
24. B. Kirschstein u. F. Koppelman: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 604.
25. H. Gerdien u. A. Lotz: Wiss. Veröff. Siemens **II** (1922) S. 489.
26. A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens **X**, 2 (1931) S. 155; **XII**, 1 (1933) S. 74 u. S. 89.
27. L. S. Ornstein, H. Brinkman u. A. Beunes: Z. Physik **77** (1932) S. 72. — L. S. Ornstein u. H. Brinkman: Physica **1** (1934) S. 797. — D. ter Horst, H. Brinkman u. L. S. Ornstein: Physica **2** (1935) S. 652.
28. E. Wrede: Ann. Physik (5) **3** (1929) S. 823.
29. Ilse Wyneken: Ann. Physik (4) **86** (1928) S. 1071.
30. G. Schweikert: Ann. Physik (4) **48** (1915) S. 593, besonders S. 649ff. und H. Poritzky u. C. G. Suits: Physics **6** (1935) S. 196.
31. C. G. Suits: Ephysics **6** (1935) S. 190 u. 315, Proc. Nat. Acad. Sci. **21** (1935) S. 48 und Gen. El. Rev. **39** (1936) S. 194.
32. D. Gábor: Z. Physik **84** (1933) S. 474, besonders S. 493.
33. R. Seeliger: Naturwiss. **20** (1932) S. 711.

Beitrag zur Minimumtheorie der Lichtbogensäule, Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung.

Von **Bernhard Kirschstein** und **Floris Koppelman**.

Mit 6 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke
und dem Schaltwerk der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 2. August 1937.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

1. Das Prinzip der kleinsten Brennspannung.
2. Durchführung der Rechnung.

3. Vergleich der Theorie mit der Erfahrung.

a) Der stabilisierte Lichtbogen.

b) Der Lichtbogen in schnellströmendem Gas.

Schluß.

Zusammenfassung.

Einleitung.

Vergleicht man die Eigenschaften der Bogensäule in schnellströmendem Gas, wie wir sie in der vorhergehenden Arbeit in diesem Heft dargestellt haben¹⁾, mit der in ruhendem bzw. langsam strömendem Gas, wie sie z. B. von W. Grotrian²⁾ und von A. v. Engel³⁾ untersucht wurde, so entsteht die Frage, warum die Bogensäule in beiden Fällen so verschieden ist, insbesondere warum im ersten Falle die elektrische Leitfähigkeit so ungeheuer groß ist, wo man doch zunächst erwarten könnte, daß wegen des großen mit der Gasströmung verbundenen Energieentzugs die Temperatur im Bogen abnimmt und damit bei thermischer Ionisation auch die Elektronendichte und die Leitfähigkeit.

Versucht man eine Theorie der Bogensäule entsprechend der Theorie der Glimmsäule aufzustellen, welche bei gegebenem Strom unter den verschiedenen äußeren Bedingungen Feldstärke, Temperatur, Elektronendichte und Durchmesser vorzuberechnen gestattet, so stößt man schon bei dem einfachsten Fall eines Bogens mit rein radialem Energieabfluß durch Wärmeleitung auf große mathematische Schwierigkeiten. Ganz aussichtslos wird die Sache aber bei einer Bogensäule, bei der strömendes Gas einen Teil der elektrisch zugeführten Energie nach außen mitnimmt.

Ein Ansatz, trotz dieser Schwierigkeiten zu einer Theorie der Bogensäule zu kommen, stammt von M. Steenbeck⁴⁾, welcher das vom Kathodenfall der Glimm-

¹⁾ Vgl. „Der elektrische Lichtbogen in schnellströmendem Gas. Teil II.“ Wiss. Veröff. Siemens **XVI. 3** (1937) S. 26, weiterhin kurz „Vgl. dieses Heft“ zitiert.

²⁾ W. Grotrian: Ann. Physik (4) **47** (1915) S. 141.

³⁾ A. v. Engel: Z. techn. Physik **10** (1929) S. 505.

⁴⁾ M. Steenbeck: Physik. Z. **33** (1932) S. 809. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen. **II**. Berlin (1934) S. 141ff.

entladung her bekannte Minimumprinzip auf die Lichtbogensäule eines stabilisierten Bogens übertrug. Dieser Ansatz wird im folgenden verallgemeinert und sowohl auf den stabilisierten Bogen als auch auf den Bogen in schnellströmendem Gas angewandt.

1. Das Prinzip der kleinsten Brennspannung.

Für die Beschreibung einer Lichtbogensäule stehen zunächst zwei Beziehungen zur Verfügung, die Stromtransportgleichung und die Energiebilanzgleichung. Für einen Bogen mit unendlich langer, axial homogener und radial symmetrischer Säule, der in einem Rohr vom Halbmesser R brennt, nimmt die Stromtransportgleichung die Form an:

$$I = \int_0^R j 2r\pi dr; \quad (1)$$

dabei ist I der Gesamtstrom, dessen Größe durch die Bedingungen des Stromkreises vorgegeben sein soll, r die Ortskoordinate und j die mit r veränderliche Stromdichte. Für letztere gilt:

$$j = n^- b^- e \mathfrak{E}. \quad (2)$$

Dabei ist n^- die Elektronendichte, b^- die Beweglichkeit der Elektronen, e die elektrische Elementarladung und \mathfrak{E} die über den ganzen Querschnitt konstante Längsfeldstärke. Setzt man voraus, daß die Elektronendichte n^- an jeder Stelle der Säule den Wert besitzt, welcher der dort herrschenden Temperatur nach der Saha-Gleichung¹⁾ entspricht, so ist, da auch die Beweglichkeit b^- nur von der Temperatur abhängt, die spezifische Leitfähigkeit des Plasmas j/\mathfrak{E} ausschließlich durch die örtliche Temperatur bestimmt. Der Bogen wird dann durch zwei Angaben eindeutig beschrieben, durch Angabe der Längsfeldstärke \mathfrak{E} und des radialen Temperaturverlaufs.

Bei der Aufstellung der Energiebilanz setzen wir zunächst voraus, daß der Bogen stationär brennt, d. h. daß Temperatur, Elektronendichte usw. an jeder Stelle des Bogens einen zeitlich unveränderlichen Wert besitzen, und daß die gesamte elektrische zugeführte Energie ausschließlich durch Wärmeleitung in radialer Richtung abfließt. Beide Voraussetzungen sind streng niemals erfüllt; die letztere wohl am besten bei einem kürzlich von M. Steenbeck untersuchten Bogen, welcher in einem frei fallenden Kasten — also in einem schwebefreien Raum — brannte²⁾. Nach den beiden obigen Voraussetzungen gilt für jede Ringzone $2r\pi dr$ der Säule, daß die im Innern elektrisch erzeugte Wärme in jedem Augenblick gleich sein muß dem Überschuß der nach außen abfließenden Wärme über die von innen her zufließende:

$$\mathfrak{E} j 2r\pi dr + d\left(2r\pi\lambda \frac{dT}{dr}\right) = 0, \quad (3)$$

und mit Gl. (2):

$$e \mathfrak{E}^2 n^- b^- + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (4)$$

wobei λ die von der Temperatur abhängige Wärmeleitfähigkeit des Gases ist. Die Differentialgleichung (4) stellt eine Beziehung zwischen T , r und \mathfrak{E} dar. Da sie

¹⁾ Vgl. dieses Heft, Gl. (47) auf S. 47.

²⁾ Vgl. den Vortrag von M. Steenbeck auf der Physikertagung 1937 in Bad Kreuznach.

von zweiter Ordnung ist, so bestehen zwei Randbedingungen:

$$\text{für } r = R \text{ soll } T = T_0 = \text{Wandtemperatur sein,} \quad (5)$$

$$\text{ferner muß für } r = 0 \quad \frac{dT}{dr} = 0 \text{ sein.} \quad (6)$$

Eine Lösung der Differentialgleichung (4) unter gleichzeitiger Befriedigung von Gl. (1) ist exakt nicht möglich und numerisch sehr umständlich, weil n^- , b^- und besonders λ sehr verwickelte Funktionen der Temperatur sind¹⁾.

Wir führen daher über die schon oben gemachten Vereinfachungen hinaus noch eine weitere ein. In den meisten Fällen hebt sich die Bogensäule von ihrer Umgebung als ein verhältnismäßig scharf begrenzter Faden deutlich ab. Auch eingehendere Untersuchungen über den radialen Verlauf der für die Säule kennzeichnenden Größen, Temperatur, Stromdichte, Elektronendichte, spezifische Strahlungsemission haben dies bestätigt²⁾. Es ist daher naheliegend, die Lichtbogensäule zunächst als ein Gebilde mit wohldefiniertem Durchmesser d zu behandeln, in dessen Innerem die Temperatur konstant sein soll, also $\lambda = \infty$. Dann folgt, daß im Innern auch Elektronendichte und Stromdichte konstant sind. Für die Umgebung des Bogens setzen wir einen Temperaturverlauf an, wie er sich aus Gl. (4) ergibt, wobei wir zur Vereinfachung der Rechnung j außerhalb der Säule gleich Null setzen. Unter diesen sehr vereinfachten Voraussetzungen wird aus Gl. (1) und Gl. (2):

$$I = \frac{d^2\pi}{4} n^- b^- e \mathfrak{E}, \quad (7)$$

und an Stelle von Gl. (4) tritt:

$$\mathfrak{E} I = -2r\pi\lambda \frac{dT}{dr} \quad (8)$$

mit der Nebenbedingung Gl. (5). Durch Integration von Gl. (8) erhält man unter Berücksichtigung der Nebenbedingung Gl. (5):

$$\mathfrak{E} \cdot I = \frac{2\pi \int \lambda dT}{\ln \frac{R}{r}}, \quad (9)$$

wodurch, wenn \mathfrak{E} gefunden ist, der Verlauf von T außerhalb der Säule festgelegt ist. Für $r = d/2$ wird aus Gl. (9):

$$\mathfrak{E} \cdot I = \frac{2\pi \int \lambda dT}{\ln \frac{R}{d/2}}, \quad (10)$$

dabei ist T_s die Temperatur im Inneren der Bogensäule, die wir oben für $r \leq d/2$ als konstant angesetzt haben. In den beiden Gleichungen (7) und (10) sind \mathfrak{E} , d und T_s als Veränderliche anzusehen. Man sieht, daß das durch die Gleichungen (1), (2), (4), (5) und (6) beschriebene Problem durch die Vereinfachung, die wir eingeführt haben, mathematisch unbestimmt geworden ist³⁾.

¹⁾ Über die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Temperatur unter Berücksichtigung von Dissoziation und Ionisation vgl. K. H. Riewe u. R. Rompe: Z. Physik **105** (1937) S. 478.

²⁾ C. G. Suits [Gen. Electr. Rev. **39** (1936) S. 194] hat bei einer Reihe von verschiedenen Bögen festgestellt, daß die Temperaturunterschiede im Kern der Säule 300° nicht überschreiten. Vgl. auch H. Hörmann: Z. Physik **97** (1935) S. 539 — B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 1 (1937) S. 51, besonders Bild 22.

³⁾ Vgl. hierzu den Briefwechsel zwischen W. Elenbaas einerseits und F. Kesselring u. F. Koppelman andererseits, Elektrotechn. Z. **57** (1936) S. 1497.

Diese Unbestimmtheit wird nun nach einem Vorschlag von M. Steenbeck¹⁾ durch die zusätzliche Annahme aufgehoben, daß von der nach Gl. (7) und Gl. (10) möglichen unendlichen Schar von Wertetripeln \mathcal{E} , d , T_s dasjenige das Verhalten des wirklichen Bogens am besten beschreibt, welches den kleinsten Wert der Längsfeldstärke \mathcal{E} hat²⁾. Zusammen mit \mathcal{E} nimmt auch die gesamte Brennspannung des Bogens den kleinstmöglichen Wert an. Diese zusätzliche Bedingung kann mathematisch

$$\frac{d\mathcal{E}}{dT_s} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d\mathcal{E}}{dd} = 0 \quad (11)$$

geschrieben werden. Wir werden im weiteren stets die erste Gleichung verwenden. Die Gleichungen (7), (10) und (11) bilden nun ein Gleichungssystem, welches die Werte von \mathcal{E} , d und T_s zu berechnen gestattet.

Verliert der Bogen die elektrisch zugeführte Energie nicht oder nicht ausschließlich durch Wärmeleitung in radialer Richtung, so tritt an die Stelle von Gl. (4) bzw. Gl. (8) eine andere Beziehung. Grundsätzlich ändert sich dadurch bezüglich der Anwendung des Minimumprinzips zunächst nichts. Betrachten wir jedoch den anderen Grenzfall einer Säule, welche die elektrisch zugeführte Energie ausschließlich in axialer Richtung — z. B. durch Abströmen des Lichtbogenplasmas — abgibt, dann tritt gar kein radialer Energiefluß auf, die einzelnen Stromfäden werden energetisch voneinander unabhängig so wie mehrere getrennt brennende Entladungen, die parallel von der gleichen Stromquelle gespeist werden. In diesem Grenzfall wird auch bei exakter Fassung von Stromtransportgleichung und Energiebilanz das Problem mathematisch unbestimmt, und das Prinzip der kleinsten Brennspannung ist dann nichts anderes als eine Stabilitätsbedingung. Man denke sich, daß die Entladung mit einer Temperatur brennt, welche der Minimumbedingung Gl. (11) nicht entspricht. Sobald dann irgendeiner der parallel brennenden Stromfäden zufällig — z. B. durch eine statistische Schwankung — eine Temperatur annimmt, welche sich der von der Minimumbedingung geforderten Temperatur nähert, so kann dieser Stromfaden seinen Anteil mit geringerer Feldstärke führen als die übrigen, d. h. aber die Feldstärke der Säule sinkt, und die übrigen Stromfäden sterben zugunsten dieses einen ab, wobei sich die Temperatur der ganzen Säule dem stabilen, der Minimumbedingung entsprechenden Wert nähert.

Denkt man sich nun, von dem Grenzfall verschwindender radialer Energiekoppelung ausgehend, eine Entladung, bei der ein radialer Energiefluß zunächst nur in sehr geringem Maße vorhanden ist, so wird auch jetzt noch die Stabilitätsbedingung (Gl. 11) für das Verhalten der Säule ausschlaggebend bleiben. Dabei tritt unter Umständen ein Widerspruch zu Gl. (3) bzw. Gl. (4) auf, welche die Bedingung enthalten, daß an jeder Stelle die Temperatur zeitlich konstant ist. D. h. die Bedingung der Stabilität führt zu einer Entladung, deren Temperatur- und Stromdichteverteilung unter den gegebenen Randbedingungen zeitlich nicht konstant sein kann. Die auftretenden zeitlichen Schwankungen werden um so geringfügiger sein, je schwächer die radiale Energiekoppelung der einzelnen Stromfäden ist, d. h. z. B. je kleiner die Wärmeleitfähigkeit λ ist.

¹⁾ M. Steenbeck: Physik. Z. **33** (1932) S. 809.

²⁾ F. Ollendorff [Arch. Elektrotechn. **27** (1933) S. 169] hat diese Unbestimmtheit durch die zusätzliche Bedingung aufgehoben, daß der Partialdruck der Ladungsträger am Rande des Bogens mit dem von dem magnetischen Eigenfeld des Bogens auf die Ladungsträger ausgeübten Druck im Gleichgewicht sein soll, so daß der Partialdruck der neutralen Teilchen in- und außerhalb des Bogens der gleiche ist. (Vgl. dieses Heft, Abschnitt 3 „Das magnetische Eigenfeld der Bogensäule“.)

Auch in dem Fall, wo die elektrisch zugeführte Energie vorwiegend durch Wärmeleitung in radialer Richtung abgeführt wird, also z. B. bei einem stabilisierten Bogen in einem gekühlten Rohr, wird zu untersuchen sein, ob die aus Gl. (3) bzw. Gl. (4) grundsätzlich berechenbare Temperatur- und Stromdichteverteilung stabil ist. Dies ist durchaus nicht selbstverständlich, weil eine zufällige örtliche Temperaturerhöhung, z. B. in der Bogenachse, an dieser Stelle eine Steigerung der elektrischen Leitfähigkeit und damit eine Steigerung der zugeführten Energie und damit wieder eine Steigerung der Temperatur zur Folge haben kann. Eine Temperaturverteilung ist nur dann stabil, wenn eine solche zufällige, örtliche Temperaturerhöhung zu einer Steigerung der Energiezufuhr führt, welche kleiner ist als die zu der gleichen Temperaturerhöhung gehörige Steigerung des Energieabflusses, im umgekehrten Fall ist sie instabil. Für die Stabilität einer Entladung ist es notwendig, daß jedes beliebig herausgegriffene Gebiet der Entladung in diesem Sinne stabil ist. Man kann sich vorstellen, besonders wenn der Rohrdurchmesser groß ist, daß die Entladung aus Stabilitätsgründen eine Temperaturverteilung annimmt, die von der aus den Gleichungen (1) bis (5) berechenbaren abweicht, und für welche statt der Gl. (4) die allgemeinere Gleichung gilt:

$$\mathcal{E} \cdot j + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (11a)$$

wobei c die spezifische Wärme des Gases ist. Die auftretenden zeitlichen Temperaturschwankungen $\partial T / \partial t$ können dabei so geringfügig sein oder so schnell und regelmäßig erfolgen, daß sie sich der Beobachtung zunächst entziehen, so daß im Mittel wieder mit einer konstanten Temperatur- und Stromdichteverteilung gerechnet werden kann. Die laufenden Schichten in der Glimmsäule bilden ein Beispiel für eine solche quasi-stationäre Entladung. Als Ursache für ihre Entstehung wurde von R. Holm ebenfalls eine Minimumbedingung vermutet¹⁾.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Bedingung der kleinsten Brennspannung im Fall rein axialen Energieabflusses eine Stabilitätsbedingung ist. Der Anwendung dieser Bedingung auch auf andere Fälle, z. B. auf den Fall rein radialen Energieabflusses, liegt die Vorstellung zugrunde, daß auch in diesen Fällen das Verhalten des Bogens in erster Linie durch die Bedingung der Stabilität vorgeschrieben wird, und daß diese Stabilitätsbedingung die Form der Gl. (11) annimmt, wenn das Problem so vereinfacht wird, wie wir es durch Einführung eines Bogendurchmessers getan haben.

Eine strenge theoretische Ableitung der Minimumbedingung können wir vorläufig nicht geben. Die obigen Betrachtungen sollten nur zeigen, auf welchem Wege unseres Erachtens eine strenge Ableitung derselben versucht werden muß. Die Rechtfertigung, die Minimumbedingung anzuwenden, liegt unseres Erachtens darin, daß sie zu Ergebnissen führt, welche mit der Erfahrung weitgehend übereinstimmen.

2. Durchführung der Rechnung.

Von den drei Gleichungen (7), (10) und (11), auf welchen die folgenden Rechnungen aufgebaut sind, geben wir der Energiebilanzgleichung (10) eine allgemeinere Form, welche es gestattet, sie gleichzeitig für den stabilisierten Bogen und für den Bogen in schnell strömendem Gas anzuwenden. Der Energiefluß ist ganz allgemein

¹⁾ R. Holm: Physik. Z. **15** (1914) S. 247.

eine Funktion von Säulentemperatur T_s und Säulendurchmesser d . In den genannten beiden Fällen läßt sich die Abhängigkeit von T_s und d durch das Produkt zweier Potenzfunktionen annähern¹⁾:

$$\mathcal{E} \cdot I = k_1 T_s^\varepsilon d^\mu; \tag{12}$$

zusammen mit Gl. (7):

$$I = k_2 d^2 \mathcal{E} n^- b^- \tag{13}$$

ergibt sich durch Eliminieren von d :

$$\mathcal{E}^{\mu+1} \cdot I^{\mu-1} = k_3 \frac{T_s^\mu}{n^- b^-}; \quad k_3 = \frac{k_1^\mu}{k_2}. \tag{14}$$

Mit der Minimumbedingung Gl. (11) ergibt sich:

$$\frac{d}{dT_s} \left(\frac{T_s^\mu}{n^- b^-} \right) = 0. \tag{15}$$

Durch Gl. (15) ist die Säulentemperatur T_s bestimmt. Wir rechnen mit einer dem thermodynamischen Gleichgewicht entsprechenden Elektronendichte n^- , haben also für den Ionisierungsgrad α zu setzen²⁾:

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} p = \text{konst.} T_s^{2.5} e^{-\frac{eV_j}{kT_s}}, \tag{16}$$

wobei V_j die Ionisierungsspannung des Gases ist.

Elektronendichte und Ionisationsgrad hängen nach folgender Gleichung zusammen³⁾:

$$n^- = \text{konst.} \frac{p}{T_s} \frac{\alpha}{1+\alpha}. \tag{17}$$

Für kleine Werte von α vernachlässigen wir zunächst α^2 bzw. α im Nenner von Gl. (16) und Gl. (17) gegen 1. Berücksichtigen wir außerdem, daß

$b^- = \text{konst.} \frac{T_s^{0.5}}{p}$ ist⁴⁾, so wird:

$$n^- b^- = \text{konst.} p^{-0.5} T_s^{0.75} e^{-\frac{eV_j}{2kT_s}}. \tag{18}$$

Führen wir jetzt die Differentiation in Gl. (15) aus und lösen nach T_s auf, so ergibt sich:

$$T_s = \frac{5800 V_j/V}{\left(\frac{2\varepsilon}{\mu} - 0,75\right)} \text{ grad K.} \tag{19}$$

T_s ist in Bild 1 als Funktion von ε/μ für Luft, $V_j = 14,3$ V, aufgetragen (gestrichelte Kurve).

Die Durchführung derselben Rechnung aber ohne Vernachlässigung von α^2 bzw. α im Nenner von Gl. (16) bzw. Gl. (17) ist etwas umständlich, bietet aber sonst keine Schwierigkeiten. Wie man aus Gl. (16) und Gl. (17) sieht, wird das Ergebnis der genaueren Rechnung von p abhängig. Wir haben es für drei verschiedene Drucke in Bild 1 eingetragen, und zwar wieder für $V_j = 14,3$ V. Bei großen Werten von ε/μ verschwindet der Einfluß des Druckes und die Werte der genaueren Rechnung fallen

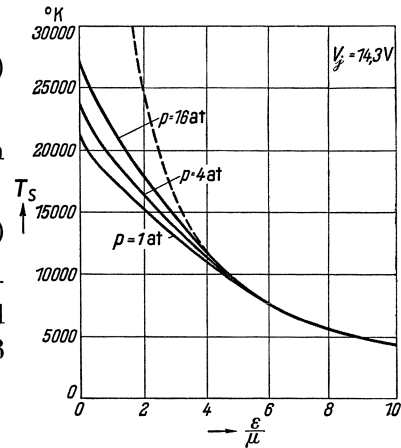


Bild 1. Aus der Minimumbedingung errechnete Bogentemperatur abhängig von dem Verhältnis ε/μ für drei verschiedene Drucke und $V_j = 14,3$ V.

¹⁾ Die Durchführung der Rechnung wurde in ähnlicher Form schon mitgeteilt in: R. Holm, B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 2 (1934) S. 63 und F. Kesselring: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 92, 116 und 165.

²⁾ Vgl. dieses Heft, Gl. (47) auf S. 47.

³⁾ Vgl. dieses Heft, Gl. (35) auf S. 45.

⁴⁾ Vgl. dieses Heft, Gl. (16) auf S. 37.

mit denen der vereinfachten Rechnung zusammen. Bei kleinen Werten von ε/μ ergibt die genauere Rechnung kleinere Temperaturen, und zwar um so kleiner, je kleiner der Druck ist.

In Bild 1 haben wir das gesamte Ergebnis der Theorie vor uns, denn wenn die Bogentemperatur T_s ermittelt ist, so sind die Werte der Längsfeldstärke \mathcal{E} und des Bogendurchmessers d durch Gl. (12) und Gl. (13) eindeutig festgelegt und damit das ganze Verhalten des Bogens unter den durch die Werte von ε und μ beschriebenen äußeren Bedingungen.

3. Vergleich der Theorie mit der Erfahrung.

a) Der stabilisierte Lichtbogen.

Um unsere Rechnung mit der Erfahrung vergleichen zu können, muß in jedem Fall zunächst festgestellt werden, welche Werte für die beiden Exponenten ε und μ in Gl. (12) zur Beschreibung des Energieabflusses unter den speziellen Kühlungsverhältnissen einzusetzen sind.

Der durch Gaswirbel stabilisierte Bogen verliert seine Energie in der Hauptsache durch Wärmeleitung in radialer Richtung. Die Abhängigkeit des Energieabflusses vom Durchmesser d bei konstanter Temperatur T_s ist, wie Gl. (10) zeigt, eine logarithmische Funktion, welche bei nicht zu kleinem Rohrdurchmesser durch eine Funktion $r^{\frac{1}{2}}$ gut angenähert werden kann¹⁾. Wir haben also $\mu \approx 0,5$ zu setzen. Für die Abhängigkeit des Energieabflusses von der Temperatur T_s bei konstantem Bogendurchmesser d hätten wir nach Gl. (10), wenn die Wärmeleitfähigkeit konstant wäre, Proportionalität mit T_s , also $\varepsilon = 1$ zu setzen. Die Wärmeleitfähigkeit nimmt aber bereits bei kleinen Temperaturen mit $T^{0,5} \dots T^1$ zu. Bei hohen Temperaturen kommt die Steigerung der Wärmeleitfähigkeit durch Dissoziation und Ionisation hinzu, so daß wir schätzungsweise insgesamt mit einer Wärmeleitfähigkeit proportional $T^2 \dots T^3$ rechnen müssen. Wir hätten also $\varepsilon = 3 \dots 4$ und $\varepsilon/\mu = 6 \dots 8$ zu setzen. Nach Bild 1 wird damit die Säulentemperatur $T_s = 5400 \dots 7400^\circ \text{K}$. Dieser Wert ist von Stromstärke und Druck unabhängig, solange ε/μ von Stromstärke und Druck nicht abhängt. Bei einer anderen Ionisierungsspannung als $V_j = 14,3 \text{ V}$ ändert sich nach Gl. (19) T_s proportional mit V_j .

Messungen der Lichtbogentemperatur sind in neuerer Zeit nach verschiedenen Methoden ausgeführt worden. v. Engel und Steenbeck²⁾ haben an einem durch Gaswirbel stabilisierten Bogen von 2 A in Luft bzw. Stickstoff die Gásdichte mit Hilfe von α -Strahlen gemessen und daraus Temperaturen von 4600 bzw. 5300° K ermittelt. Ornstein und seine Mitarbeiter³⁾ haben an in freier Luft brennenden Bögen auf spektroskopischem Wege Temperaturen von 5000 bis 7000° K gemessen. Hörmann⁴⁾ hat nach einem dritten Verfahren an einem in freier Luft brennenden

¹⁾ Die hier gewählte Darstellung des Energieabflusses weicht von der ab, die M. Steenbeck: Physik. Z. **33** (1932) S. 809 und A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **II**, Berlin (1934) S. 141ff. angegeben haben; vgl. auch F. Kesselring: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 92.

²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens **X**, 2 (1931) S. 155; **XII**, 1 (1933) S. 74 u. S. 89.

³⁾ L. S. Ornstein: Physik. Z. **32** (1931) S. 517. — L. S. Ornstein, H. Brinkman u. A. Beunes: Z. Physik **77** (1932) S. 72 — Proc. Acad. Amsterd. **34** (1934) S. 764. — L. S. Ornstein u. H. Brinkman: Physica **1** (1934) S. 797. — D. Th. J. ter Horst, H. Brinkman u. L. S. Ornstein: Physica **2** (1935) S. 652.

⁴⁾ H. Hörmann: Z. Physik **97** (1935) S. 539.

Bogen von 10 A eine Temperatur zwischen 6000 und 7000° K ermittelt. Suits¹⁾ hat die Schallgeschwindigkeit im Lichtbogenplasma gemessen und daraus für einen stabilisierten Bogen von 2 A in Luft eine Temperatur von 4050° K und für frei brennende Bögen je nach den Versuchsbedingungen Temperaturen von 5500 bis 6400° K ermittelt.

Die Theorie fordert, daß die Bogentemperatur von der Stromstärke und vom Druck unabhängig sein soll. Ornstein, Brinkman und Beunes²⁾ haben an einem in freier Luft brennenden Bogen zwischen 1 und 12 A keine Änderung der Temperatur feststellen können. Bei einer Verminderung des Druckes von 1 at bis auf 0,1 at fanden sie eine Abnahme der Bogentemperatur von 6700 auf 6000° K, während also der Druck auf $\frac{1}{10}$ abnahm, sank die Temperatur nur um 10%. [Vgl. auch ¹⁾.]

Setzt man $\mu = 0,5$ in Gl. (14) ein, so ergibt sich: $\mathcal{E} \propto I^{-\frac{2}{3}}$. Dies ist im Strombereich von 1 bis 100 A in guter Übereinstimmung mit Messungen, die v. Engel an einem durch Luftwirbel stabilisierten Bogen ausgeführt hat³⁾.

Nach Gl. (2) ist die Stromdichte j bei konstanter Temperatur der Längsfeldstärke \mathcal{E} proportional. Da die Temperatur, wie wir gesehen haben, von der Stromstärke nicht abhängt, so muß also die Stromdichte ebenso wie die Feldstärke mit steigendem Strom proportional $I^{-\frac{2}{3}}$ abnehmen. Eine Abnahme der Stromdichte mit wachsender Stromstärke wurde von Grotrian⁴⁾ in Kohlensäure gemessen. In Luft tritt eine solche Abnahme ebenfalls auf, wenn nur der Durchmesser des Rohres, in dem der Bogen brennt, groß genug ist⁵⁾. Ist dieser Durchmesser $2R$ nämlich zu klein, so ist die Annäherung von $\frac{1}{\ln 2R/d}$ durch $\left(\frac{d}{2R}\right)^{0,5}$, wie sie der Rechnung zugrunde liegt, nicht mehr zulässig.

R. Foitzik⁶⁾ hat an einem Wälzbogen Messungen der Bogen Spannung und des Bogen durchmessers in verschiedenen Gasen bei Drucken bis zu 40 at ausgeführt und das Ergebnis der Messungen mit den Aussagen der Minimumtheorie verglichen. Seine Messungen, welche uns leider zur Veröffentlichung noch nicht zur Verfügung stehen, sind mit den Aussagen der Theorie in bester Übereinstimmung und würden eine wesentliche Vervollständigung unseres Vergleichs zwischen Theorie und Erfahrung darstellen.

Man sieht also, daß die Messungen an stabilisierten Bögen in erster Näherung von der Theorie richtig wiedergegeben werden, obwohl gerade bei diesen Bögen, welche verhältnismäßig wenig scharf begrenzt sind, die von der Theorie vorgenommene Schematisierung der Lichtbogensäule durch Einführung eines scharf begrenzten Lichtbogenquerschnitts am wenigsten berechtigt ist.

Die umfangreichen Messungen, welche Elenbaas⁷⁾ an Quecksilberhochdruckbögen ausgeführt hat, sind für einen Vergleich mit der hier dargestellten Theorie wenig geeignet, weil bei den von ihm verwendeten engen Röhren die Wand von entscheidendem Einfluß auf das Verhalten des Bogens ist. In diesem Falle wird daher

¹⁾ C. G. Suits: Physics **6** (1935) S. 190 u. 315, Proc. Nat. Acad. Sciences **21** (1935) S. 48 und Gen. electr. Rev. **39** (1936) S. 194.

²⁾ L. S. Ornstein, H. Brinkman u. A. Beunes: Z. Physik **77** (1932) S. 72.

³⁾ A. v. Engel: Z. techn. Physik **10** (1929) S. 505; vgl. auch F. Kesselring: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 92.

⁴⁾ W. Grotrian: Ann. Physik (4) **47** (1915) S. 141.

⁵⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen. **II**. Berlin (1934) S. 149 Abb. 100.

⁶⁾ Diese Untersuchung wurde im Hochspannungsinstitut Neubabelsberg der Technischen Hochschule Berlin, Vorstand Prof. A. Matthias, ausgeführt und erscheint demnächst an anderer Stelle.

⁷⁾ W. Elenbaas: Physica **1** (1934) S. 211 u. 673; **2** (1935) S. 169 u. 757 — Z. techn. Physik **17** (1936) S. 61.

die oben gestellte Frage nach der Stabilität der durch die Gleichungen (1), (2) und (4) gegebenen Temperatur- und Stromdichteverteilung wahrscheinlich positiv zu beantworten sein. Dann muß aber die durch die Gleichungen (1), (2) und (4) gegebene Temperatur- und Stromdichteverteilung auch tatsächlich eintreten.

b) Der Lichtbogen in schnellströmendem Gas¹⁾.

In der in diesem Heft vorausgehenden Arbeit wurde die Energiebilanz des Bogens in schnellströmendem Gas ausführlich behandelt (vgl. S. 44). Die elektrisch zugeführte Energie verließ das mittlere Stück der Bogensäule — und nur mit diesem wollen wir uns im folgenden beschäftigen — fast ausschließlich als Wärmeinhalt des Lichtbogenplasmas, welches aus dem betrachteten Stück der Bogensäule in axialer Richtung mit Schallgeschwindigkeit abströmte.

Der Energieverlust war also bei gegebener Temperatur dem Querschnitt der Bogensäule proportional, wir haben also $\mu = 2$ zu setzen. Die Abhängigkeit des Energieabflusses von der Temperatur bei konstantem Durchmesser ist allein durch das Anwachsen der Strömungsgeschwindigkeit des Gases gegeben, weil der Energieinhalt des Bogengases bei gegebenem Druck von der Temperatur praktisch unabhängig ist (vgl. dieses Heft, Bild 6 auf S. 48). Wie man aus Bild 5 (vgl. dieses Heft S. 47) sieht, steigt die Strömungsgeschwindigkeit des Gases ungefähr proportional mit T an, wir haben also $\varepsilon \approx 1$ und $\varepsilon/\mu \approx 0,5$ zu setzen.

Der Absolutwert der Temperatur. Mit $\varepsilon/\mu \approx 0,5$ ergeben sich nach Bild 1 je nach dem Druck Temperaturen von 20 000 bis 23 000° K.

In Abschnitt 13 der vorausgehenden Arbeit (vgl. dieses Heft S. 52) haben wir aus unseren Messungen auf eine Bogentemperatur von rund 15 000° K geschlossen. Der Wert liegt also tiefer, als wir ihn nach der Theorie erwarten würden. Immerhin gibt die Theorie den Tatbestand richtig wieder, daß bei den Bögen in schnellströmendem Gas Temperaturen auftreten, die weit oberhalb der in stabilisierten Bögen gemessenen Werte liegen. Diese Leistung der Theorie ist beachtlich, denn die Steigerung der Temperatur auf den 2 ··· 3fachen Wert steigert die Stromdichte wegen des exponentiellen Anstiegs der Elektronendichte auf das 100- bis 10 000fache. Dieser große Unterschied in der Stromdichte zwischen den beiden Lichtbogenformen wird also von der Theorie richtig wiedergegeben. Mehr war aber bei den vielen Vernachlässigungen und rohen Annäherungen, die in der Rechnung enthalten sind, kaum zu erwarten. Auf eine Begründung für die mangelnde Übereinstimmung im Absolutwert der Temperatur zwischen Theorie und Messungen kommen wir noch zurück.

Der Gang der Säulentemperatur mit der Stromstärke und dem Druck. Die Abhängigkeit der Säulentemperatur vom Druck ist aus Bild 1 zu ersehen, wo für einen Druck von 1 bzw. 4 bzw. 16 at die Temperatur als Funktion von ε/μ aufgetragen ist. Mit $\varepsilon/\mu \approx 0,5$ würde sich hiernach im Bereich von 2 bis 11 at ein Anstieg von 20 000 auf 23 000° K ergeben. Nach der Theorie ist die Säulentemperatur von der Stromstärke unabhängig, solange ε und μ nicht von der Stromstärke abhängen.

Wie man aus Zahlentafel 1 (vgl. dieses Heft S. 33) sieht, stieg die aus den Messungen errechnete Temperatur mit steigendem Druck von 13 300 auf 14 500° K an,

¹⁾ Die experimentellen Unterlagen, welche hier zum Vergleich mit der Theorie herangezogen werden, sind folgenden Arbeiten der Verfasser entnommen: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 1 (1937) S. 51 (als Teil I zitiert), und **XVI**, 3 (1937) (dieses Heft) S. 26. Vgl. auch B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 3 (1934) S. 52 und R. Holm, B. Kirschstein u. F. Koppelman: Wiss. Veröff. Siemens **XIII**, 2 (1934) S. 63.

war jedoch vom Strom nicht unabhängig, sondern stieg von $14\,000^\circ\text{K}$ bei $2\,000\text{ A}$ mit abnehmender Stromstärke auf $15\,600^\circ\text{K}$ bei 300 A . Wir haben die Absolutwerte der Temperatur aber nur indirekt bestimmt, und zwar aus den beiden Gleichungen (13) und (18), welche zusammengefaßt ergeben:

$$\frac{I}{d^2\pi \cdot \mathcal{E}} = \frac{j}{\mathcal{E}} = e n^- b^- = \text{konst. } p^{-0,5} T_s^{0,75} e^{-\frac{e V_j}{2k T_s}}. \quad (20)$$

Es ist daher sinnvoller, an Stelle der Abhängigkeit der Temperatur T_s von Stromstärke und Druck direkt die Abhängigkeit der experimentell bestimmten elektrischen Leitfähigkeit j/\mathcal{E} von Stromstärke und Druck mit der Theorie zu vergleichen. Nach der Theorie soll T_s von der Stromstärke unabhängig sein, also müßte nach Gl. (20) auch j/\mathcal{E} von der Stromstärke unabhängig sein. In Bild 2 ist j/\mathcal{E} nach Teil I, Bild 15 und 16, als Funktion von I aufgetragen. Man erkennt, daß mit abnehmender Stromstärke die elektrische Leitfähigkeit j/\mathcal{E} ansteigt. Die Abweichung von dem erwarteten Verhalten macht sich besonders bei kleineren Stromstärken bemerkbar.

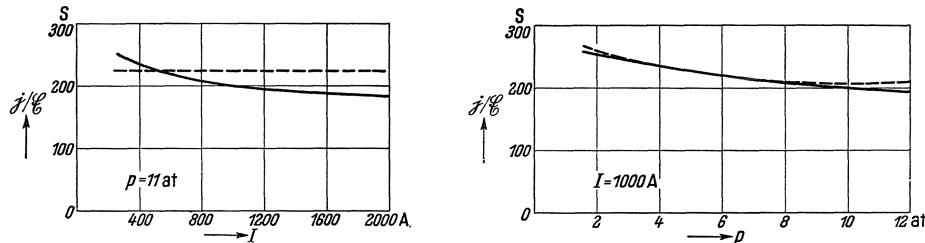


Bild 2. Leitfähigkeit der Bogensäule als Funktion von Stromstärke und Druck.
 ————— gemessen, - - - - - nach Minimumtheorie.

In Gl. (20) ist T_s vom Druck abhängig; entnimmt man diese Druckabhängigkeit aus den Kurven von Bild 1, so ergibt sich für die elektrische Leitfähigkeit eine Druckabhängigkeit, wie sie in Bild 2 durch eine gestrichelte Kurve dargestellt ist, während die gemessene Kurve ausgezogen ist. Durch geeignete Wahl der Konstanten in Gl. (20) wurden beide Kurven in einem Punkt zur Deckung gebracht.

Die Theorie gibt also den Absolutwert und auch den Gang der Säulentemperatur mit Stromstärke und Druck in erster Näherung richtig wieder; dann muß sie, wie schon gesagt wurde, auch die übrigen gemessenen Größen, Feldstärke, Stromdichte, Gesamtstrahlung und Flächenhelligkeit richtig wiedergeben. Wir wollen dies im folgenden im einzelnen prüfen, uns dabei aber auf die Prüfung der Abhängigkeiten dieser Größen von Stromstärke und Druck beschränken.

Die Prüfung des Absolutwertes der Temperatur wurde bereits auf S. 64 vorgenommen. Die Prüfung des Absolutwertes der Feldstärke und der Stromdichte würde auf eine Wiederholung der in der vorhergehenden Arbeit durchgeführten Energiebilanz und Strombilanz hinauslaufen. Die Prüfung des Absolutwertes der Strahlung und der Flächenhelligkeit ist nicht möglich, weil die für die Strahlung maßgebenden Übergangswahrscheinlichkeiten nicht hinreichend bekannt sind.

Gang der Längsfeldstärke mit der Stromstärke. Setzt man $\mu = 2$ in Gl. (14) ein und berücksichtigt, daß nach der Theorie T_s nicht von der Stromstärke abhängt, so ergibt sich, daß die Feldstärke von der Stromstärke unabhängig ist. Gemessen wurde bei 8 at zwischen 500 und $2\,500\text{ A}$ eine Abhängigkeit $\mathcal{E} \propto I^{-0,076}$ (Bild 3). Diese Abhängigkeit würde sich nach der Theorie ergeben, wenn statt $\mu = 2$ gesetzt

würde $\mu = 1,72$. Jedoch würde für $\mu = 1$ (Oberflächenkühlung) oder gar $\mu = 0,5$ (Kühlung durch radiale Wärmeleitung) das Ergebnis der Theorie sehr stark von den Messungen abweichen, wie aus Bild 3 zu ersehen ist.

Gang der Stromdichte mit der Stromstärke. Nach Gl. (7) ist für konstante Temperatur die Stromdichte proportional der Feldstärke \mathcal{E} , d. h. nach der Theorie ist die Stromdichte ebenso wie die Feldstärke unabhängig von der Stromstärke. Nach der Messung nimmt sie z. B. bei 11 at zwischen 500 und 1500 A etwa mit $I^{-0,225}$ ab

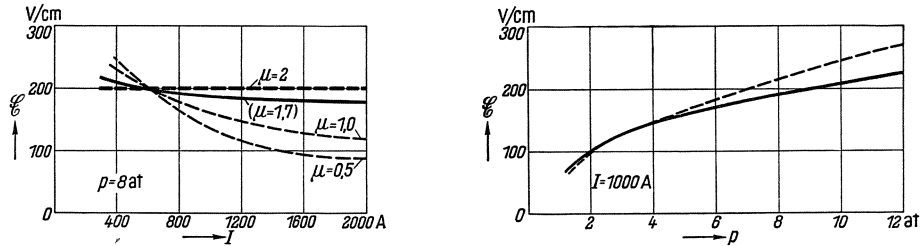


Bild 3. Feldstärke der Bogensäule als Funktion von Stromstärke und Druck.
 ————— gemessen, - - - - - nach Minimumtheorie.

(Bild 4). Setzt man statt $\mu = 2$ den Wert $\mu = 1,72$, der die Feldstärkemessungen besser zu beschreiben gestattete, so ergibt die Theorie für die Stromdichte den in Bild 4 angedeuteten Verlauf. Auch dieser weicht von der Messung noch erheblich ab, was, wie schon besprochen wurde, auf ein geringes, von der Theorie nicht wiedergegebenes Absinken der Temperatur mit steigender Stromstärke hindeutet.

Gang der Feldstärke und der Stromdichte mit dem Druck. Die Konstante k_1 in Gl. (12) ist, da bei gegebener Temperatur und gegebenem Durchmesser die mit dem Plasma abströmende Energie der Gasdichte proportional ist, dem Druck p pro-

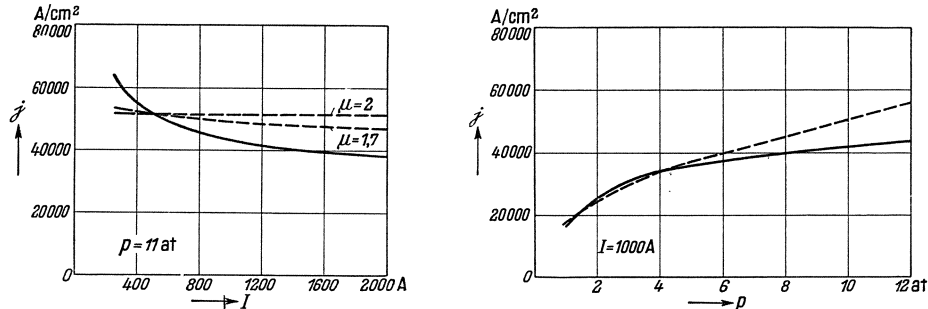


Bild 4. Stromdichte der Bogensäule als Funktion von Stromstärke und Druck.
 ————— gemessen, - - - - - nach Minimumtheorie.

portional, wenigstens oberhalb des kritischen Druckverhältnisses, wo die Gasgeschwindigkeit von p unabhängig ist. Die Konstante k_2 in Gl. (13) ist vom Druck unabhängig. Damit wird bei konstantem Strom für $\mu = 2$, $\varepsilon/\mu = 0,5$ nach Gl. (14):

$$\mathcal{E}^2 \propto \frac{p T_s}{n - b^-} \quad (21)$$

und mit Gl. (18):

$$\mathcal{E} \propto p^{0,75} T_s^{0,125} e^{-\frac{e V_j}{4 k T_s}} \quad (22)$$

In dieser Gleichung ist T_s nach Bild 1 eine Funktion des Druckes. In Bild 3 ist Gl. (22) mit der Messung (Teil I, Bild 11) verglichen. Nach der Theorie wie nach dem Experiment steigt die Feldstärke \mathcal{E} mit dem Druck weniger als linear an. Dasselbe

ergibt sich für die Stromdichte j , wenn man den gemessenen Verlauf (Teil I, Bild 12) mit dem aus Gl. (20) und Gl. (22) berechneten Verlauf vergleicht, wie es in Bild 4 geschieht.

Gang der Gesamtstrahlung und der Flächenhelligkeit mit der Stromstärke. Bei reiner Volumenstrahlung ohne Reabsorption und bei konstanter Temperatur T_s muß die Gesamtstrahlung proportional mit der Zahl der strahlenden Molekeln —

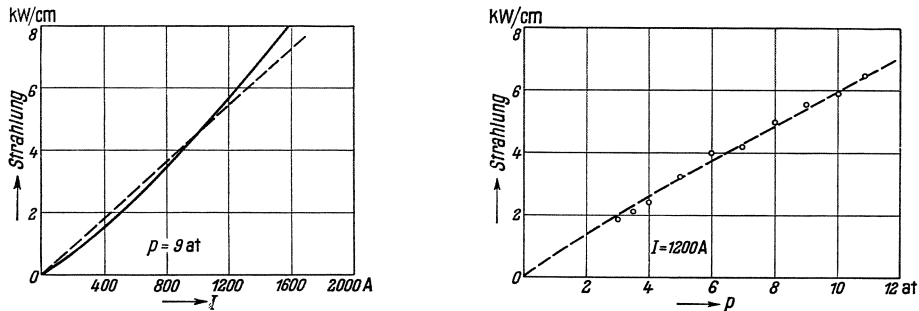


Bild 5. Strahlung der Bogensäule als Funktion von Stromstärke und Druck.
 ——— bzw. ooooo gemessen, - - - - - nach Minimumtheorie.

also proportional mit d^2 — anwachsen, die Flächenhelligkeit proportional mit d . Da nach der Theorie T_s und j unabhängig vom Strom sind, so wird $d \sim I^{0,5}$, und damit die Gesamtstrahlung proportional mit I , die Flächenhelligkeit proportional mit $I^{0,5}$. Den Vergleich dieser Aussagen der Theorie mit den Messungen (Teil I, Bild 18 und 19) zeigen Bild 5 und 6; die Übereinstimmung ist sehr gut.

Gang der Gesamtstrahlung und der Flächenhelligkeit mit dem Druck. Bei reiner Volumenstrahlung müßte bei konstanter Temperatur die Gesamtstrahlung proportional mit der Teilchenzahl im Querschnitt, also mit $p \cdot d^2$, die Flächenhelligkeit proportional mit $p \cdot d$ anwachsen. Tatsächlich steigt nach der Theorie die Temperatur

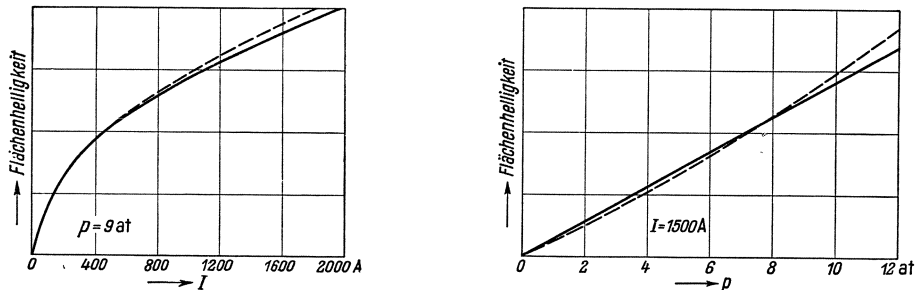


Bild 6. Flächenhelligkeit der Bogensäule als Funktion von Stromstärke und Druck.
 ——— gemessen, - - - - - nach Minimumtheorie.

mit dem Druck an. Die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Temperatur läßt sich nicht ohne weiteres angeben. Da, wie in Teil I gezeigt wurde, der Absolutwert der Strahlung schon einige Prozent der schwarzen Strahlung erreichte, so könnte man annehmen, daß die Strahlung der Bogensäule proportional mit T_s^4 anwächst. Unter dieser Annahme müßte die Gesamtstrahlung bei konstantem Strom proportional $p T_s^4 / j$, die Flächenhelligkeit proportional $p T_s^4 / \sqrt{j}$ sein, wobei die Abhängigkeit der Temperatur vom Druck nach Bild 1 die Abhängigkeit der Stromdichte vom Druck durch die gestrichelte Kurve in Bild 4 gegeben ist. In den Bildern 5 und 6 wird der so berechnete Verlauf von Gesamtstrahlung und Flächenhelligkeit mit den Messungen (Teil I, Bild 13 und 14) verglichen und stimmt sehr gut überein.

Schluß.

Faßt man das Ergebnis des Vergleichs zwischen der Theorie und den Messungen zusammen, so muß man feststellen, daß die Theorie gleichzeitig für den durch einen Gaswirbel stabilisierten Bogen und für den Bogen in schnellströmendem Gas die Verhältnisse in erster Näherung richtig wiedergibt. Manche quantitative Abweichungen lassen sich dabei noch erklären. So würde z. B. eine Berücksichtigung des Einflusses der Mikrofelder auf die Beweglichkeit (vgl. dieses Heft S. 38), welche bei hohem Ionisationsgrad bzw. hoher Temperatur den Stromdurchgang durch die Säule erschweren, eine Verringerung der theoretisch berechneten Bogentemperatur also eine Annäherung an die experimentell ermittelten Werte ergeben. Es zeigte sich ferner, daß bei dem Bogen in schnellströmendem Gas ein Exponent $\mu = 1,7$ statt $\mu = 2$ die Messungen besser wiedergeben würde. Der Exponent $\mu = 2$ würde genau genommen nur dann am Platze sein, wenn der Bogen z. B. an einem Metallgitter als Elektrode ansetzen würde, und wenn die kalte Gasströmung durch das Metallgitter hindurch gleichmäßig über den ganzen Bogenquerschnitt verteilt in den Bogen eindringen würde. Tatsächlich drang das kalte Gas durch die Säulenoberfläche radial in den Bogen ein, so daß der Exponent μ tatsächlich kleiner als 2 angesetzt werden müßte.

In der vorgetragenen einfachen Form kann die Minimumtheorie infolge allzu starker Idealisierung der Bogensäule natürlich niemals den Rang einer exakten Theorie erlangen. Sie ist aber vorläufig die einzige geschlossene Bogentheorie, die das Verhalten der Bogensäule unter so verschiedenartigen Bedingungen wie bei dem durch einen Gaswirbel stabilisierten Bogen und bei dem in schnellströmendem Gas brennenden Bogen richtig wiedergibt. Es scheint also bei der Ausbildung der Bogensäule tatsächlich eine Stabilitätsbedingung, welche sich in einfachster Form mathematisch als Minimumbedingung für die Längsfeldstärke ausdrückt, von maßgebender Bedeutung zu sein.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß das Prinzip der kleinsten Brennspannung bei der Lichtbogensäule wahrscheinlich als eine Stabilitätsbedingung aufzufassen ist. Der ursprüngliche Ansatz von M. Steenbeck wird so erweitert, daß er zugleich auf Lichtbögen anwendbar ist, welche unter den verschiedensten äußeren Bedingungen brennen. Das Ergebnis der Theorie wird mit Messungen an Bögen, die durch einen Gaswirbel stabilisiert sind, und mit Messungen an Bögen in schnellströmendem Gas verglichen. In beiden Fällen ergibt sich in erster Näherung Übereinstimmung zwischen der Theorie und den Messungen.

Nachtrag zu der Arbeit

Über Abbrandversuche an Lichtbögen in einem Gemisch von Luft und Stickstoff.

Von **Bernhard Kirschstein.**

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Juli 1937.

In der genannten Arbeit¹⁾ wurde über Versuche an einem Lichtbogen berichtet, der in einem Gemisch von Luft und Stickstoff brannte. Mit abnehmendem Sauerstoffgehalt erfolgte bei einem Sauerstoffgehalt von 0,1 bis 0,2% ein Umschlag in eine andere Entladungsform. Der Bogen zerstörte den bisher vorhandenen Oxydfleck und lief dann unruhig auf der gereinigten Oberfläche umher. Es wurde die Vermutung ausgesprochen, daß der Kathodenansatz des Bogens bei noch kleinerem Sauerstoffgehalt schließlich in einem Glimmansatz auf der reinen Metalloberfläche umschlagen würde.

Diese Vermutung konnte inzwischen durch Versuche bestätigt werden. Der Bogen brannte mit einer Stromstärke von 1 bis 2 A zwischen wassergekühlten Kupferelektroden in einem Gemisch, das zunächst 0,1% Sauerstoff enthielt. Das Gas wurde durch einen umgebauten Staubsauger in einem geschlossenen Kreislauf durch den Bogenraum hindurchgetrieben. In diesem rotierte das Gas außerdem um die Lichtbogenachse und bewirkte so eine Stabilisierung des Bogens²⁾. Eine genaue Beschreibung der Versuchsanordnung wird demnächst in einer Arbeit über Linienverbreiterung im Wasserstoffbogen von M. Graf v. d. Schulenburg mitgeteilt werden. Infolge des Kreislaufes des Gases nahm offenbar der Sauerstoffgehalt desselben unter der Einwirkung des Lichtbogens ähnlich wie bei der Gasreinigung in einem Kalziumbogen immermehr ab. Es wurde ein Kathodenansatz beobachtet, bei dem Glimmansatz und Bogenansatz sich in schneller Folge abwechselten, so daß man beide Erscheinungen praktisch gleichzeitig beobachtete. Der Glimmansatz bedeckte die ganze vordere Kuppe der Elektrode mit einem ruhigstehenden, rosablau leuchtenden Glimmsaum, der Bogenansatz lief — wie in der genannten Arbeit beschrieben — mit großer Geschwindigkeit mit kleinem, grün leuchtendem Fußpunkt auf der an den Glimmsaum anschließenden Mantelfläche der Elektrode umher.

Oszillographische Messungen haben ergeben, daß beim Umschlag vom Bogenansatz in den Glimmansatz die gesamte Bogenspannung sprungweise von rund 300 auf rund 600 V zunimmt. Da in der Säule selbst keine Änderung eintritt, muß angenommen werden, daß diese Zunahme dem Kathodenfall zuzuschreiben ist.

¹⁾ B. Kirschstein: *Wiss. Veröff. Siemens* **XVI**, 1 (1937) S. 72.

²⁾ Vgl. die Versuchsanordnung von A. v. Engel: *Z. techn. Physik* **10** (1929) S. 505.

Über die Natur der Werkstoffwanderung im elektrischen Schweißbogen.

Von Alfred von Engel.

Mit 11 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 9. Juni 1937.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. Bisherige Untersuchungen, Aufgabestellung. | 4. Aufheizzeit und Kurzschlußzeit. |
| 2. Abschmelzzahl und Tropfenfolge. | Zusammenfassung. |
| 3. Schmelzleistung und Bogenbrennspannung. | |

1. Bisherige Untersuchungen, Aufgabestellung.

Unterhält man zwischen einem senkrecht stehenden Metalldraht und einer darunter befindlichen horizontalen Metallplatte eine Bogenentladung, so findet ein Abbau des Elektrodenwerkstoffes an beiden Elektroden statt. Diese Werkstoffabwanderung in die Umgebung erfolgt von den heißesten, meist geschmolzenen Teilen der Elektroden aus, die häufig gleichzeitig die Ansatzstellen des Bogens sind.

Ist die Stromstärke im Bogen genügend klein, so geht der Werkstoff von den Elektroden stetig ab. Steigert man den Bogenstrom, so werden größere Teile des Metalldrahtendes glühend und tropfen auf die darunter befindliche Metallplatte ab. Bei zu kleinem Elektrodenabstand bildet der Tropfen einen Kurzschluß, wobei der Bogen infolge des Erstarrens der leitenden Metallbrücke dauernd erloschen bleiben kann. Bei zu großem Elektrodenabstand kann der frei fallende Tropfen etwa durch die dabei erzwungene Verdrängung der Bogenbrennflecke eine so große Spannungssteigerung an der Bogenstrecke hervorrufen, daß die Entladung bei der in der Regel benutzten nicht sehr hohen treibenden Spannung abreißt.

Beim Lichtbogenschweißen wird von dieser Art der Übertragung verflüssigten Werkstoffes von einem Metalldraht auf ein Werkstück Gebrauch gemacht. Die Aufgabe, neben anderen schweißtechnischen Erfordernissen (Festigkeit, Einbrandtiefe usw.) einen möglichst gleichmäßigen Werkstoffübergang zu erzielen und dabei eine große Werkstoffmenge überzuführen, ist danach u. a. geknüpft an die Einhaltung bestimmter Bogenlängen und Stromstärken für einen vorgegebenen Schweißdraht.

Die Gleichmäßigkeit des Werkstoffüberganges bedeutet aber nicht, daß der Werkstoff im kleinsten Teilchen mit großer Regelmäßigkeit vom Schweißdraht auf das Werkstück übergeht, oder etwa daß er von Tröpfchen getragen ist, deren Durchmesser stets kleiner als der Elektrodenabstand ist, so daß Kurzschlüsse vermieden werden. Vielmehr handelt es sich in der Mehrzahl der Fälle um ein Abtropfen aus der geschmolzenen Zone des Metalldrahtes, wobei gerade der wesentliche Teil des übertragenen Werkstoffes durch solche Tropfen erfolgt, die einen Kurzschluß der Ent-

ladungsstrecke herbeiführen. Mit der Bezeichnung Tropfen ist damit die Gestalt der übergehenden flüssigen Metallmenge keineswegs genau bestimmt; denn es handelt sich in Wirklichkeit um ein Abfließen des Werkstoffes aus dem geschmolzenen Metalldrahtende in das darunter befindliche flüssige Bad. Eine praktisch ausreichende Gleichmäßigkeit bei dieser Art der Werkstoffwanderung wird dann erreicht, wenn der sog. Kurzschlußtropfen sich selbst unterbricht. Die Unterbrechung des Kurzschlußtropfens oder -fadens erfolgt anscheinend letzten Endes durch die in der Kurzschlußbahn freiwerdende Stromwärme unter Mitwirkung elektrodynamischer Kräfte¹⁾.

Das hier in groben Zügen entworfene Bild hat erst spät seine Gestalt bekommen, weil zur Zeit der Einführung des elektrischen Bogenschweißens Untersuchungen über stromstarke Bogenentladungen fehlten. Auf Grund der Arbeiten über Bogen geringerer Stromstärke (< 10 A) herrschte die Ansicht vor, daß der Werkstoff im Schweißbogen durch einen reinen (neutralen) Verdampfungs- und Sublimationsvorgang auf das Werkstück übergeht, so wie dies aus Abbrandmessungen an Kohle- und Metallbogen geschlossen worden ist²⁾. R. Seeliger und H. Wulfheckel³⁾ brannten einen (Dauer-) Gleichstrombogen von 0,5 bis 4 A zwischen einer ungekühlten Eisenelektrode von 4 mm Durchmesser und einer gekühlten Kupferanode in Luft und fanden einen kathodenseitigen Werkstoffabbau von $M \approx 50 \mu\text{g}/(\text{A} \cdot \text{s})$. R. Holm, F. Güldenpfennig und R. Störmer⁴⁾ bestimmten den Werkstoffabbau durch Verdampfung an einem kurzzeitigen Abreibbogen von ≤ 5 A Anfangsstrom zwischen Fe in N_2 bei Atmosphärendruck zu $\approx 45 \mu\text{g}/(\text{A} \cdot \text{s})$. K. T. Compton und C. C. van Voorhis⁵⁾ vermuteten schon, daß der Kathodenwerkstoff eines Bogens nicht nur atomar verdampft, sondern daß größere Teile ausgetrieben und übergeführt werden, daß also eine Art Verspritzen auftritt, wie es später J. von Issendorff⁶⁾ an der Kathode einer Quecksilberdampfentladung meßtechnisch verfolgt hat. Ziemlich ungeklärt ist bis heute noch die Beeinflussung des Werkstoffabbaues durch die den Bogen umgebende Flamme⁷⁾, die als eine Art Schutzgasmantel angesehen wurde, der die Reaktion des geschmolzenen Metalles mit der umgebenden Luft verhindern soll.

Erst die oszillographischen Messungen gaben Aufschluß über die Bedeutung des vorübergehenden Kurzschlusses für den Tropfenübergang⁸⁾. Dabei ergab sich, daß die Dauer des Kurzschlusses meistens sehr klein, höchstens aber gleich der Zeit zwischen zwei Tropfenübergängen ist. Der Kurzschluß ist fast vollständig; die Restspannung ist von der Größenordnung 1 V (Spannungsabfall im Stab, Übergangswiderstände usw.). Untersuchungen über den zeitlichen Verlauf der Vorgänge innerhalb der Kurzschlußzeit fehlen noch. Bekannt ist die Kurzschlußdauer, die bei blanken Stäben von der Größenordnung 10^{-2} s ist und die sich davon nur wenig

¹⁾ Der Selbstunterbrechungsvorgang unterscheidet sich von dem im wohlbekannten Wehnelt- oder Simon-Unterbrecher dadurch, daß bei letzteren infolge der hohen Stromdichte vor der Spitze bzw. im Loch eine schnelle Vergasung (Elektrolyse, Verdampfung, Dissoziation) der Flüssigkeit eintritt, so daß die Stromleitung schließlich unterbrochen wird. Dagegen muß hier wohl als primäre Ursache die hydrodynamisch bedingte Tropfengestalt angesehen werden, indem die bei der Ablösung auftretende Verengung des Tropfenhalses die spätere Unterbrechungsstelle darstellt.

²⁾ R. Seeliger: Handb. d. Experimentalphysik **13/3** S. 740 Leipzig (1929).

³⁾ R. Seeliger u. H. Wulfheckel: Ann. Physik **6** (1930) S. 87. M stromabhängig.

⁴⁾ R. Holm, F. Güldenpfennig u. R. Störmer: Wiss. Veröff. Siemens **XIV**, 1 (1935) S. 53.

⁵⁾ K. T. Compton u. C. C. van Voorhis: Proc. Nat. Acad. Sc. **13** (1927) S. 336.

⁶⁾ J. v. Issendorff: Physik. Z. **29** (1928) S. 857.

⁷⁾ M. Le Blanc fils: L'arc électrique. Paris (1922).

⁸⁾ Siehe z. B. K. Meller: Lichtbogenschweißung, 2. Aufl. Leipzig (1932).

unterscheidet, bei umhüllten Stäben mit dünnem Mantel bzw. bei getauchten Elektroden.

Die Bewegung der Tropfen erfolgt anscheinend beim üblichen Schweißen wohl wesentlich unter dem Einfluß des Schwerfeldes. Über die Kräfte, die insbesondere beim Schweißen nach oben (über Kopf Schweißen) wirksam sind, herrscht bis heute ein unentschiedener Meinungsstreit. Zeitlupenaufnahmen¹⁾ und ballistische Messungen der mechanischen Kräfte auf die Elektroden²⁾ haben darin noch keine endgültige Klärung geschaffen. So nimmt P.Flamm³⁾ an, daß der Tropfenübergang wesentlich durch die Oberflächenspannung und damit durch die Form der Stabspitze während des Abschmelzens beeinflusst wird. F.Creedy²⁾ hält den Pinch-Effekt (radiales Schrumpfen, also Auftreten hydrostatischer Drucke bei stromdurchflossenen Leitern) für das Ausschleudern von Tropfen nach oben für maßgeblich, während H. von Conrady⁴⁾ eine im einzelnen noch unbekanntete Impulsübertragung zwischen Ladungsträgern und Material, also eine Art elektrischer Wind, für die Bewegung gegen das Schwerfeld verantwortlich macht. Auch die Ausschleuderung von Tropfen durch gelöste Gase⁵⁾ im Schweißdraht bzw. durch den überhitzten Dampf unter der flüssigen Oberfläche ist schon zur Erklärung herangezogen worden.

Die beim Schweißen senkrecht nach unten übergehenden Stoffmengen sind systematisch wohl zuerst von N.Lefring⁶⁾ zahlenmäßig bestimmt worden. Er findet im Strombereich $50 \dots 200$ A an Elektroden von 2 bis 5 mm Durchmesser für die je Zeiteinheit abgeschmolzene Menge (die Abschmelzzahl) Proportionalität mit der Stromstärke. Die je A · s übergehende Werkstoffmenge beträgt bei blanken Stäben 2,5 mg, und sie schwankt bei den verschiedenen Arten blanker, getauchter und dick ummantelter Drähte zwischen 2 und 3 mg/(A · s). Die positive Polung ergibt etwa 40 %, die Wechselstromschweißung rund 10 % höhere Abschmelzzahlen als die negative Polung bei getauchtem Draht. Die Abschmelzzahl kann aber in noch viel stärkerem Maße von der Elektrodenzusammensetzung abhängen. Bei kohlenstoff- und manganreichen Elektroden ist die abgeschmolzene Menge bei positiver Polung sogar geringer als bei negativer⁷⁾. Diese Schweißversuche sind sämtlich von Hand durchgeführt worden.

K.Meller⁸⁾, der ähnliche Versuche zwischen 50 und 500 A bei 3 ··· 5 mm dickem blankem Draht mittels Schweißautomaten bzw. 4 ··· 8 mm dicken ummantelten Stäben mit Handschweißung angestellt hat, bestätigt diese Ergebnisse. Als Abschmelzzahl für blanke Stäbe bei linearer Extrapolation nach der Stromstärke Null ergibt sich eine positive Größe; das bedeutet, daß bei sehr kleinen Strömen, die im übrigen aber praktisch weniger interessieren, an den linearen Teil der Kennlinie ein durch die Messungen nicht erfaßtes, gegen die Abszisse konkaves Kurvenstück anschließt (vgl. Fußnote 2 auf S. 71). (Bei umhüllten Stäben verbindet dagegen ein konvex

¹⁾ A. Hilpert u. R. Thun: Mitt. d. Fachaussch. f. Schweißtechnik. im VDI Nr. 11 (1929) S. 7 (7 ··· 31 Tropfen/s; Kurzschlußzeit $1 \cdot 10^{-2}$ s im Mittel, Grenzen: $1/7 \dots 1/2000$ s). — A. Hilpert: Z. VDI. **73** (1929) S. 798. — K. Bung: Z. DVI **72** (1928) S. 750.

²⁾ F. Creedy, R. O. Lerch, P. W. Seal u. E. P. Sordon: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (1932) S. 556.

³⁾ P. Flamm: Schmelzschweißung **9** (1930) S. 105.

⁴⁾ H. v. Conrady: Elektroschweißung **5** (1934) S. 21.

⁵⁾ G. E. Doan: J. Amer. Inst. electr. Engr. **49** (1930) S. 453.

⁶⁾ N. Lefring: Forschg. Ing.-Wes. H. 332. Berlin (1930).

⁷⁾ K. Tewes: Diss. Berlin (1929).

⁸⁾ K. Meller: Elektroschweißung **5** (1934) S. 61.

gekrümmter Kurventeil die Gerade mit dem Koordinatenanfang.) Bei hohen Stromstärken nimmt die Abschmelzzahl schneller als proportional mit der Stromstärke zu. Die Abweichung setzt bei um so kleineren Stromstärken ein, je dünner der Stab, je größer die stromdurchflossene Stablänge, je weiter also die Einspannstelle von der Schweißstelle entfernt ist. Der größere Wärmewiderstand zwischen dem Bogenbrennfleck und der Einspannung hat wohl eine Erhöhung der Stabtemperatur insgesamt, eine Verflüssigung des Stabendes über eine größere Länge und damit ein größeres erschmolzenes Volumen zur Folge. So ist auch die Feststellung der genannten Autoren, daß ein blanker Stab als Anode eine etwa doppelt so hohe Abschmelzzahl besitzt wie als Kathode in analoger Weise gedeutet worden¹⁾, insbesondere aus den Meßergebnissen über die Brennflecktemperaturen von K. Langbein²⁾. Danach hatte die Anode eines Eisenbogens bei $4 \dots 17$ A (0,7 cm Bogenlänge) eine um etwa 200° höhere Temperatur als die Kathode.

Stellt man die Ergebnisse der Versuche dieser verschiedenen Autoren nebeneinander, so ist man leicht geneigt, die Frage nach der Menge des beim Schweißen übergehenden Werkstoffes einmal als reines Wärmeleitungsproblem zu behandeln³⁾. Dieser Standpunkt werde im folgenden eingenommen, und erst in zweiter Linie soll eine Verbindung zu den elektrischen bzw. gasentladungstechnischen Vorgängen gesucht werden.

2. Abschmelzzahl und Tropfenfolge.

a) Ebene Wärmewellenfront.

Für die Bestimmung der in der Zeiteinheit abgeschmolzenen Metallmenge legen wir folgendes einfache Modell zugrunde: An der Stirnfläche eines zylindrischen unendlich langen und auf konstanter Temperatur befindlichen Stabes (Bild 1) werde plötzlich die Temperatur von einem Anfangswert ϑ_a auf den Endwert ϑ_0 erhöht. Die Wärmewelle pflanze sich in das Stabinnere nur in axialer Richtung fort, d. h. von seitlichen Wärmeverlusten irgendwelcher Art sei abgesehen⁴⁾. Desgleichen sollen auch seitliche Wärmequellen, wie sie durch Reaktion zwischen dem Metall und dem Gas der Umgebung auftreten können, ausgeschlossen sein. Ob es sich hierbei um die Anode oder die Kathode eines Schweißbogens handelt,

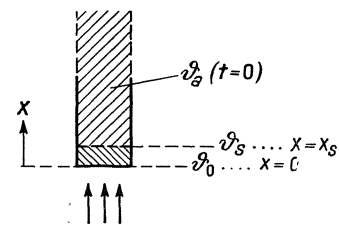


Bild 1. Zur Ableitung des Temperaturfeldes an der Schweißstabspitze bei voller Bedeckung durch den Bogenbrennfleck und fester Brennflecktemperatur ϑ_0 . ϑ_s Schmelztemperatur. x_s Dicke der Schmelzschicht, ϑ_a Anfangstemperatur.

¹⁾ N. Lefring: a. a. O. S. 2.

²⁾ K. Langbein: Diss. Basel (1918).

³⁾ Dieses Bild entspricht der bisher allgemein angenommenen Vorstellung, nach der sich an der Metallkathode eines Bogens durch Ionenaufheizung bzw. Kühlung infolge des Elektronenaustritts, Schmelzens usw. eine bestimmte hohe Oberflächentemperatur im Brennfleck einstellt. Diese etwa pyrometrisch meßbare Temperatur könnte ähnlich wie bei der Kathode eines Quecksilberbrennflecks oder an der Anode eines Beckbogens die schwarze Temperatur einer genügend dichten, im Brennfleck vorgelagerten Dampfschicht sein. Bei der mit autoelektrischer Emission arbeitenden Metallelektrode, aber auch an der Metallanode eines Bogens wären aber auch andere Mechanismen der Aufheizung möglich. So z. B. könnte ein großer Teil der stets in hoher Konzentration vor den Elektrodenansatzstellen vorhandenen angeregten Atome bzw. dissoziierten Molekeln ihre Anregungs- bzw. Dissoziationsarbeit an die Metalloberfläche abgeben und diese erwärmen. Tatsache bleibt, daß im Schweißbogen der Schmelzpunkt des Metalles wesentlich überschritten wird, gleichgültig, welcher Art der Mechanismus der Energiezufuhr zur Elektrodenoberfläche ist.

⁴⁾ Ein verwandtes Problem ist die Erwärmung von Kontakten durch Abreibbogen; siehe z. B. F. Kesselring, *El. Schaltgeräte* I S. 44 Berlin (1928).

ist ebenfalls gleichgültig; der Unterschied ist nur durch die Höhe der Stirnflächentemperatur ϑ_0 bestimmt¹⁾, die der Brennflecktemperatur gleich sein soll. Es sei weiterhin angenommen, daß die Temperatur ϑ_0 an der Stirnfläche überall die gleiche ist. (Da dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist, müssen solche Annahmen eine zu große abgeschmolzene Werkstoffmenge ergeben.) Gesucht ist diejenige Stoffmenge m , die innerhalb des Zeitraumes t_h , der Heizzeit, auf eine Temperatur erwärmt wurde, die mindestens gleich der Schmelztemperatur ϑ_s ist.

Diese Aufgabe wird beschrieben durch die bekannte partielle Differentialgleichung der Wärmeleitung, die den Zusammenhang zwischen der Temperatur ϑ , der Zeit t und dem Ort x angibt:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}, \quad (1)$$

wobei die Temperaturleitfähigkeit a^2 durch die Wärmeleitfähigkeit λ , die spezifische Wärme c und die Dichte s gegeben ist nach

$$a^2 = \frac{\lambda}{c \cdot s}. \quad (1a)$$

λ und c sind hierbei als temperaturunabhängig angenommen, was in Wirklichkeit nicht zutrifft. Da es sich aber wesentlich nur um das Temperaturintervall ϑ_0 bis ϑ_s handelt, ist das Arbeiten mit Mittelwerten gerechtfertigt. Die Schmelzwärme sei in c

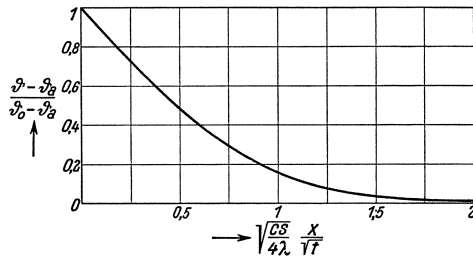


Bild 2. Örtliche Temperaturverteilung und zeitlicher Temperaturverlauf beim Eindringen einer ebenen Wärmewelle in einen homogenen Körper mit vorgegebener Anfangstemperatur.

schon berücksichtigt.

Die Lösung Gl. (2) enthält das Gaußsche Fehlerintegral²⁾. Sie lautet mit den Randbedingungen $\vartheta = \vartheta_a$ für $t = 0$ und alle x , mit $\vartheta = \vartheta_0$ für $x = 0$ und alle t und unter Berücksichtigung, daß der Ort gesucht ist, bis zu dem die Schmelztemperatur ϑ_s fortgeschritten ist:

$$\frac{\vartheta - \vartheta_a}{\vartheta_0 - \vartheta_a} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{u=0}^{u=\frac{1}{2a} \frac{x}{\sqrt{t}}} e^{-u^2} du = \frac{\vartheta_s - \vartheta_a}{\vartheta_0 - \vartheta_a}. \quad (2)$$

Bei gegebener konstanter Anfangstemperatur ϑ_a stellt die rechte Seite der Gl. (2) einen Festwert dar. ϑ_a ist dabei die mittlere Temperatur der glühenden Stabspitze nach einem Tropfenübergang. Ihre Größe wird weiter unten näher bestimmt. Vorläufig müssen wir noch plausible Werte für ϑ_a einsetzen.

Die Gl. (2) ist in Bild 2 dargestellt. Auf der Abszisse ist die obere Grenze des Integrals, also eine x/\sqrt{t} proportionale Größe aufgetragen, als Ordinate das Verhältnis des Überschusses der Schmelz- und Brennflecktemperatur über die Anfangstemperatur.

Für ein bestimmtes Temperaturverhältnis ergibt die Abszisse des Bildes 2 den zugehörigen Wert der oberen Integralgrenze und mit der bekannten Temperaturleitfähigkeit unmittelbar den Proportionalitätsfaktor zu der Beziehung

$$x_s \approx \sqrt{t}, \quad (3)$$

wobei x_s die Dicke der Schmelzzone ($\vartheta \geq \vartheta_s$) bedeutet. So ist danach für $\vartheta_s = 1500^\circ \text{C}$,

¹⁾ Bogen mit niedrigen Brennflecktemperaturen sind bisher nur bei kleinen Strömen unter besonderen Bedingungen beobachtet worden.

²⁾ Siehe z. B. E. Jahnke u. F. Emde: Funktionentafeln, 2. Aufl. Leipzig (1933).

$\vartheta_a = 1000^\circ\text{C}$, $\vartheta_0 = 2110^\circ\text{C}$, $\lambda = 7 \cdot 10^{-2} \text{ cal/grad cm s}^1$, $c = 0,2 \text{ cal/grad g}$, $s = 7,8 \text{ g/cm}^3$, $(\vartheta_s - \vartheta_a)/(\vartheta_0 - \vartheta_a) = 0,454$, woraus folgt $\sqrt{\frac{c \cdot s}{4\lambda}} \cdot \frac{x_s}{\sqrt{t}} = 0,54$ und $x_s = 0,24 \sqrt{t}$. Die Schmelzgrenze ist also nach $1/100 \text{ s}$ bis zu einer Tiefe von $24 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$, nach $1/10 \text{ s}$ $76 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ weit in den Stab eingedrungen.

Die innerhalb einer Zeit $t = t_h$ aufgeschmolzene Menge m ist in unserem Falle einfach durch $m = x_s \cdot d^2 \cdot \pi \cdot s/4$ gegeben, wobei d der Stabdurchmesser ist. Die Abschmelzzahl Γ , also die auf die Zeiteinheit bezogene geschmolzene Menge m/T , ist aber

$$\Gamma = \frac{d^2 \pi s \cdot x_s}{4 T} = 0,79 \left(\frac{d}{\text{cm}}\right)^2 \frac{s}{\text{g/cm}^3} \frac{x_s}{\text{cm}} \frac{1}{T/\text{s}} \frac{\text{g}}{\text{s}}, \quad (4)$$

wobei T die Dauer einer Tropfenperiode bedeutet, die sich aus der Kurzschlußzeit t_k und der Aufheizzeit t_h zusammensetzt:

$$T = t_h + t_k. \quad (5)$$

Die mittlere Tropfenfrequenz $1/T$ bzw. die sekundliche Tropfenzahl z ist danach für $t_h \geq 10 t_k$ einfach $z \approx 1/t_h$.

Aus Bild 2 und Gl. (4) ist mit den oben angegebenen Werten von c , λ und s für Eisen die Abhängigkeit der Abschmelzzahl Γ von der Tropfenperiode T bzw. der Tropfenzahl z für $t_k = 1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ errechnet (Bild 3); Parameter ist dabei die Anfangstemperatur ϑ_a und der Stabdurchmesser d . Ersichtlich nimmt mit steigender Periodendauer, also abnehmender Tropfenzahl z die sekundlich abgeschmolzene Menge Γ ab. Es ist dies ein Ausdruck dafür, daß die Wärmewelle, die von der Stirnfläche her in das Stabinnere eintritt, mit größerer Tiefe langsamer fortschreitet. Da nach Gl. (3) für gegebene Temperaturwerte ϑ_s , ϑ_a , ϑ_0 das Integral ein Festwert ist, folgt daraus, daß die Eindringgeschwindigkeit v der Wärmewelle $v \sim 1/x$ ist. Für genügend kleine z (daher $t_k \ll t_h$) ist nach Gl. (4) Γ proportional $1/\sqrt{T}$. Mit steigender Anfangstemperatur ϑ_a nimmt der Wert des Bruches in Gl. (3) ab, was bei gleichem t_h eine Zunahme von x und damit von Γ bedeutet. Bei immer kleinerer Periodendauer muß schließlich der relativ schnelleren Aufschmelzung ein Ende gesetzt werden durch die für das Abtropfen verlorene (konstante) Zeit t_k , so daß die auf den Zeitraum T bezogene Materialmenge wieder abnimmt. Man erkennt aus Bild 3, daß das Maximum von Γ etwa bei $t_h = t_k$ liegt. Bei gegebener Kurzschlußdauer bringt daher eine Steigerung der Tropfenzahl über etwa $z = 50/\text{s}$ keine Erhöhung der Abschmelzzahl.

Die hier errechneten Abschmelzzahlen wollen wir mit den gemessenen in der Weise vergleichen, daß wir uns z. B. den blanken 4 mm Eisendraht mit der üblichen Stromstärke von etwa 200 A belastet denken. Aus der empirisch gefundenen Beziehung

Die hier errechneten Abschmelzzahlen wollen wir mit den gemessenen in der Weise vergleichen, daß wir uns z. B. den blanken 4 mm Eisendraht mit der üblichen Stromstärke von etwa 200 A belastet denken. Aus der empirisch gefundenen Beziehung

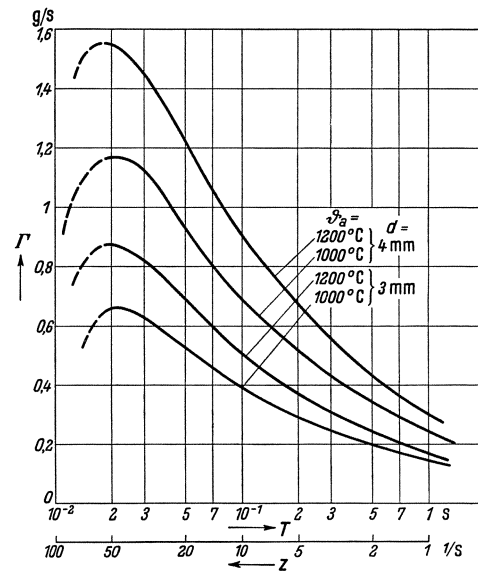


Bild 3. Oberer Grenzwert der Abschmelzzahl Γ nackter Eisenelektroden in Abhängigkeit von der Tropfenperiode T bzw. der sekundlichen Tropfenzahl z für verschiedene Stabdurchmesser d und Anfangstemperaturen ϑ_a bei fester Kurzschlußzeit $t_k = 1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

¹⁾ W. Espe u. M. Knoll: Werkstoffkunde d. Hochvakuumtechnik S. 59 Berlin (1936), ferner K. Honda u. T. Simidu: Sci. Rep. Tôhoku Univ. I/6 (1917) S. 225.

für die Abschmelzzahl¹⁾ $I = 2,2 i/A \text{ mg/s}$ folgt $I = 0,44 \text{ g/s}$; bei $z = 10 \text{ Tropfen/s}$ ergibt sich demgegenüber nach Bild 3 für $\vartheta_a = 1000^\circ \text{ C}$: $I = 0,75 \text{ g/s}$, also ein Wert gleicher Größenordnung. Dieser Rechnungsansatz liefert danach stets höhere I -Werte als beobachtet, wie auch auf Grund der obenstehenden Annahmen zu erwarten war.

b) Halbkugelige Wärmewellenfront.

Die zahlenmäßige Behandlung in der hier gegebenen Form setzte voraus, daß an der Stirnfläche des Stabes überall die gleiche Temperatur herrscht. Die Forderung wäre erfüllt, wenn der Brennfleck des Bogens die Endfläche gerade voll bedecken würde. Das ist aber keineswegs der Fall. Vielmehr sind — wenn man eine Stromdichte $j_k = 7000 \text{ A/cm}^2$ zugrunde legt²⁾ — in der Regel stets nur etwa 20% der Stirnfläche vom Strom durchflossen. Diese Feststellung verstößt aber nur scheinbar gegen die obengemachte Annahme konstanter Endflächentemperatur. Eine Vergleichmäßigung der Temperatur an der Elektrodenstirn wird nämlich erreicht durch die Wirkung der Strömungen im flüssigen Eisen, die allen Beobachtern wohl bekannt sind. Diese unregelmäßigen turbulenten Strömungsvorgänge sind teils durch Dichteunterschiede, teils durch die Reibung der mit großer Geschwindigkeit vorbeistreichenden Gasmassen und nicht zuletzt durch das Tanzen des Brennflekes und durch Druckunterschiede elektrodynamischen Ursprungs bedingt. Die genannten Einflüsse lassen sich aber größtenteils zahlenmäßig nicht einwandfrei erfassen.

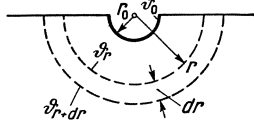


Bild 4. Zur Ableitung des Temperaturfeldes an der Schweißstabspitze bei teilweiser Bedeckung durch den Bogenbrennfleck und fester Brennflecktemperatur ϑ_0 .

Nimmt man wieder einen stillstehenden Brennfleck an, der nur einen relativ kleinen Teil der Stirnfläche des Stabes ausfüllt, so läßt sich ein anderer Grenzfall heranziehen, dessen Modell in Bild 4 dargestellt ist. Hier ist die Fläche gleicher Temperatur ϑ_0 die Oberfläche einer Halbkugel, deren Radius r_0 der kathodischen Stromdichte j_k entspricht³⁾. Die Ausbreitung der Wärmewelle erfolgt von da aus in einem unendlich ausgedehnten homogenen Halbraum. Es handelt sich also hier wiederum um die Bestimmung der Schichtdicke und damit des Werkstoffvolumens, das innerhalb einer Zeit $t = t_h$ eine Temperatur $\vartheta \cong \vartheta_s$ erreicht.

Die Differentialgleichung für den Kugelfall nach Bild 4 lautet mit a nach Gl. (1a):

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Sie geht durch Einführen von $z = r \cdot \vartheta$ in eine der Gl. (1) entsprechende Form über

$$\frac{\partial(r\vartheta)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial(r\vartheta)}{\partial r^2}. \quad (7)$$

Hat der Stab zur Zeit $t = 0$ überall die Temperatur ϑ_a und zu allen Zeiten für $r = r_0$ die Temperatur ϑ_0 , so folgt als Lösung von Gl. (7) mit $\vartheta = \vartheta_s$

$$\frac{r}{r_0} \frac{\vartheta_s - \vartheta_a}{\vartheta_0 - \vartheta_a} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{u=0}^{\frac{r-r_0}{2a\sqrt{t}}} e^{-u^2} du. \quad (8)$$

¹⁾ Vgl. N. Lefring: a. a. O. — K. Meller: a. a. O. Als Abschmelzzahl wird im Schrifttum, abweichend von dem hier benutzten Begriff, häufig auch die abgeschmolzene Werkstoffmenge je Zeit- und Stromeinheit (g/Coul) bezeichnet.

²⁾ Siehe A. v. Engel u. M. Steenbeck: El. Gasentladungen II S. 136 Berlin (1934).

³⁾ Der Stromtritt erfolgt also gleichsam in eine Kreisplatte.

Die Auswertung dieser Gleichung ist von der der Gl. (3) etwas verschieden, da der Ort außer in der oberen Integralgrenze noch auf der linken Seite der Gl. (8) erscheint. Die Gl. (8) ist durch die Schaulinie Bild 2 wiedergegeben, wenn man sich die Ordinate in Einheiten von $(r/r_0)(\vartheta_s - \vartheta_a/\vartheta_0 - \vartheta_a)$ und die Abszisse in Einheiten von $(r - r_0)/\sqrt{t}$ eingeteilt denkt. Daher wurde so vorgegangen, daß für bestimmte Werte u der oberen Grenze des Integrals aus der Schaulinie Bild 2 der linken Seite der Gl. (8) zugeordnete Zahlenwert entnommen wurde, aus dem sofort der Halbmesser r_s der Schmelzgrenze folgt. Dieser liefert, in den Ausdruck für die obere Grenze eingesetzt, das der Schmelzzone r_s zugehörige Zeitintervall t_h ¹⁾.

Die in der Zeiteinheit aufgeschmolzene Menge Γ' ermittelt sich aus der Masse einer Halbkugelschale vor der Dicke $r_s - r_0$ zu:

$$\Gamma' = \frac{2\pi s(r_s^3 - r_0^3)}{3T} = 2,1 \frac{s}{g/cm^3} \frac{(r_s^3 - r_0^3)/cm^3}{T/s} \frac{g}{s} \quad (9)$$

Die Abhängigkeit der Abschmelzzahl Γ' von der Periodendauer T (der reziproken Tropfenzahl z) ist für zwei Anfangstemperaturen ϑ_a in Bild 5 dargestellt. Dem Bild 3 gegenüber unterscheidet es sich dadurch, daß hier der Stabdurchmesser nicht mehr eingeht. Vergleicht man die Abschmelzzahlen beispielsweise für gleiche Werte $\vartheta_a = 1000^\circ C$, so ergeben sich im letzteren Fall kleinere Γ' -Werte. Für eine Tropfenzahl $z = 10/s$ beträgt hiernach $\Gamma' = 0,34 g/s$, eine Zahl, die mit Rücksicht auf die zahlreichen Vereinfachungen recht gut mit den beobachteten Abschmelzzahlen (s. Abschnitt 1) übereinstimmt.

c) Weitere Vergleiche zwischen Rechnung und Versuch.

Wir wollen jetzt prüfen, ob sich die im ersten Abschnitt mitgeteilten Versuchsergebnisse über das Verhalten der Abschmelzwerte bei positiver und negativer Polung zahlenmäßig verstehen lassen. Wird die Brennflecktemperatur an der Anode des Eisenbogens zu $2300^\circ C$ ²⁾ angenommen, so erhält man für den linearen Fall der Wärmeausbreitung die in Bild 6 gezeigte Abhängigkeit des Γ von T bei positiver Polung. Wegen der stets sehr geringen anodischen

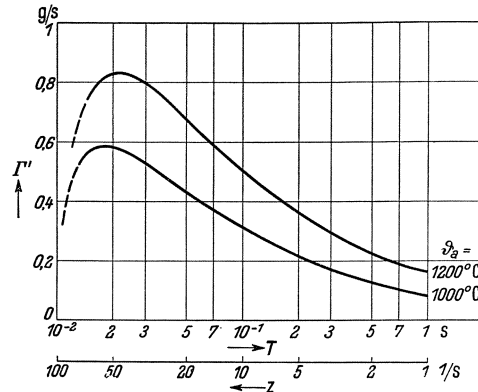


Bild 5. Oberer Grenzwert der Abschmelzzahl Γ' einer nackten Eisenelektrode in Abhängigkeit von der Tropfenperiode T bzw. der sekundlichen Tropfenzahl z für verschiedene Anfangstemperaturen ϑ_a bei einem Halbmesser der Stromeintrittsfläche $r_0 = 0,1$ cm (Stromstärke $i = 220$ A, Stromdichte $j_k = 7000$ A/cm²) und einer festen Kurzschlußzeit $t_k = 1 \cdot 10^{-2}$ s.

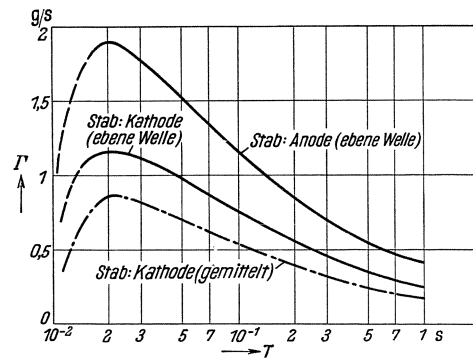


Bild 6. Abschmelzzahl Γ eines anodischen bzw. kathodischen blanken Schweißdrahtes, ferner eines kathodischen Schweißdrahtes, wobei Mittelwerte der Schaulinien der kugeligen ($i = 220$ A, $\vartheta_a = 1000^\circ C$) und der ebenen Wärmewelle ($d = 4$ mm, $\vartheta_a = 1000^\circ C$) benutzt sind, abhängig von der Dauer T der Tropfenperiode.

¹⁾ Lassen wir eine kugelige Wärmewelle in das Metallinnere eindringen, so wird nach genügend langer Zeit die Schmelzzone eine gewisse Grenzdicke nicht mehr überschreiten, die sich wegen Fortfall des Integralen in (8) zu

$$r_s/r_0 = (\vartheta_0 - \vartheta_a)/(\vartheta_s - \vartheta_a)$$

ergibt. Der größte Schmelzhalbmesser ist also mit den obigen Zahlen etwa dem doppelten Anfangshalbmesser gleich. Bei der ebenen Wärmewelle findet dagegen keine asymptotische Annäherung an einen Grenzhalbmesser statt. ²⁾ K. Langbein: a. a. O.

Stromdichten¹⁾ bei Metallbogen (bei Cu höchstens ein Fünftel der kathodischen) muß man bei anodischem Schweißdraht mit fast voller Bedeckung seiner Stirnfläche rechnen, so daß hier der Fall der ebenen Wärmewelle gut erfüllt sein muß. Zum Vergleich ist die kathodische Abschmelzung (ausgezogen) eingetragen für den linearen Fall, strichpunktiert eine mittlere Kurve für negative Polung. Das Verhältnis

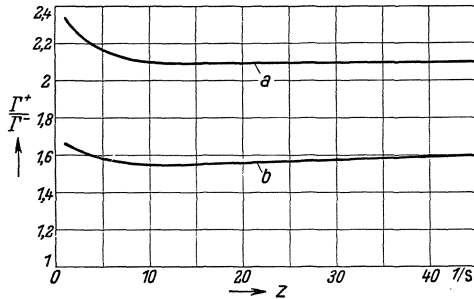


Bild 7. Verhältnis Γ^+/Γ^- der Abschmelzzahlen bei positiver und negativer Polung des Schweißdrahtes abhängig von der sekundlichen Tropfenzahl z .

Schaulinie *a*: Ebene Wärmewelle an der Anode, Mittelwerte zwischen ebener und kugelförmiger Wärmewelle an der Kathode. Schaulinie *b*: Ebene Wärmewelle an Kathode und Anode.

wurzel aus der Stromstärke proportional ist. Zunächst wurde aus Gl. (8) I'' für verschiedene Ströme als Parameter abhängig von der Tropfenperiode T berechnet; daraus sind dann die im Bild 8 dargestellten Schaulinien abgeleitet. Die Abschmelzzahl für festgegebene Tropfenzahl je Sekunde nimmt (bis etwa 200 A) praktisch proportional mit der Stromstärke zu, ein Ergebnis, das sich mit den Messungen

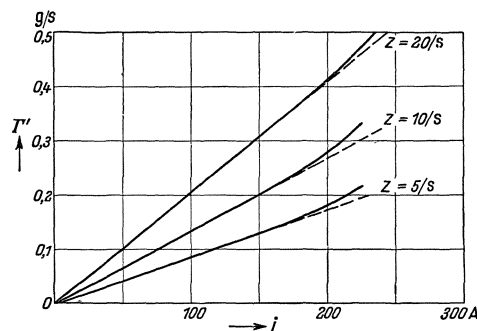


Bild 8. Abschmelzzahl Γ' eines kathodischen Schweißdrahtes (Kugelwelle) abhängig von der Stromstärke i für verschiedene sekundliche Tropfenzahlen z (gestrichelt: linearer Verlauf).

Abstand Elektrode—Werkstück der sich entwickelnde Tropfen früher die Bogenstrecke kurzschließt, wodurch die Aufheizzeit und die Tropfenperiode verkleinert wird. Einen geringeren Einfluß wird die bei kleiner Bogenlänge erhöhte gegenseitige Zustrahlung der Brennflecke und die dadurch bewirkte größere Aufheizgeschwindigkeit haben. Dem läuft entgegen die mit Verringerung der Bogenlänge steigende

der Abschmelzzahlen Γ^+/Γ^- abhängig von der Tropfenzahl z für zwei geometrische Fälle zeigt Bild 7. Es folgt bei Tropfenzahlen $z \geq 10/s$, daß an der Anode 1,55 ··· 2,1mal größere Mengen an blanken Stäben abgeschmolzen werden als an der Kathode, fast unabhängig von z . Dieses Ergebnis spiegelt also die Beobachtungen gut wieder, wie die Ausführungen in Abschnitt 1 zeigen.

Der Einfluß der Stromstärke auf die Abschmelzzahl läßt sich bei Annahme einer sich kugelig ausbreitenden Wärmewelle ohne weiteres zeigen. In Gl. (8) war r_0 der Anfangsradius bzw. der Brennfleckeradius, der bei konstanter Stromdichte der Quadratwurzel aus der Stromstärke proportional ist. Zunächst wurde aus Gl. (8) I'' für verschiedene Ströme als Parameter abhängig von der Tropfenperiode T berechnet; daraus sind dann die im Bild 8 dargestellten Schaulinien abgeleitet. Die Abschmelzzahl für festgegebene Tropfenzahl je Sekunde nimmt (bis etwa 200 A) praktisch proportional mit der Stromstärke zu, ein Ergebnis, das sich mit den Messungen deckt²⁾. Die Annahme, daß sich die Tropfenfolge mit der Stromstärke nicht ändert, ist experimentell gerechtfertigt.

Das mittlere Gewicht G eines Einzeltröpfens ist das Produkt aus Abschmelzzahl und Tropfenperiode. Aus Bild 5 wurde $G = I'' \cdot T$ bestimmt. In Bild 9 ist G abhängig von T bzw. z aufgetragen. Größeren Tropfenzahlen entsprechen kleinere Tropfengewichte, steigend mit größerer Anfangstemperatur. Tropfenzahlen $z > 10/s$ ergeben Tropfengewichte $G < 50$ mg.

Von der Bogenlänge hängt die Abschmelzzahl in der Weise ab, daß bei kleinerem

¹⁾ An Eisen in atmosphärischer Luft ist die anodische Bogenstromdichte m. W. bisher noch nicht gemessen worden.

²⁾ Vgl. Abschnitt 1.

Wärmeableitung während der Kurzschlußzeit, welche eine Senkung der Anfangstemperatur ergibt.

Die in den Bildern 3, 5, 6 dargestellten Schaulinien zeigen die höchstmöglichen Abschmelzzahlen. Die tatsächlich übergehenden Werkstoffmengen sind vermutlich darum geringer, weil ein Rest der Schmelze stets an der Stabspitze nach dem Abfließen des Tropfens haftenbleibt. Man kann darüber nur aussagen, daß bei kleiner Tropfenzahl/s, also großen Tropfen nach Bild 9, ein kleinerer Bruchteil der geschmolzenen Masse am Stab verbleibt oder daß mit steigender sekundlicher Tropfenzahl ein immer kleinerer Teil der Schmelze als Tropfen übergeht. Daher wird bei großem z ein relativ kleineres I auftreten, d. h. die übergehende Werkstoffmenge hängt von z wohl in geringerem Maße (bei hohen Tropfenzahlen) ab, als die Schaulinien zeigen¹⁾.

d) Die Anfangstemperatur.

Die in Bild 3, 5 und 6 dargestellten Schaulinien enthalten als Parameter die Anfangstemperatur ϑ_a , deren Wert wir durch eine Abschätzung näher bestimmen wollen. Wir wissen aus Bild 2, daß im ebenen Fall die Temperatur in einem gegebenen Augenblick in der hier allein interessierenden Zone hoher Temperatur etwa linear mit dem Ort abnimmt. Ist daher am Ende der ersten Aufheizperiode die Temperatur in der geschmolzenen Zone ϑ_0 bis ϑ_s , so wird in der folgenden Zone gleicher Dicke auch der nämliche Temperaturunterschied auftreten. Man begeht also sicher keinen großen Fehler, wenn man die Anfangstemperatur gleich der mittleren Temperatur in dieser zweiten Zone setzt. Man erhält daraus ohne weiteres als oberen Grenzwert

$$\vartheta_a = \frac{3\vartheta_s - \vartheta_0}{2}. \quad (10)$$

Mit $\vartheta_s = 1500^\circ \text{C}$ und $\vartheta_0 = 2100^\circ \text{C}$ ergibt sich $\vartheta_a = 1200^\circ \text{C}$, für $\vartheta_0 = 2300^\circ \text{C}$ (positiver Polung des Schweißdrahtes entsprechend) wird $\vartheta_a = 1100^\circ \text{C}$. Diese Betrachtung gilt praktisch unabhängig von der sekundlichen Tropfenzahl. Zum angenähert gleichen Ergebnis kommt man übrigens, wenn man anstatt einer stoßweise zugeführten Wärmeenergie eine gleichmäßige Abschmelzgeschwindigkeit annimmt.

Es wurde weiterhin untersucht, welche Anfangstemperatur sich bei Ausbreitung einer kugeligen Wärmewelle ergibt. Hier zeigte sich, daß die nach dem Volumen gemittelte Temperatur in der Kugelschale zwischen $(2r_s - r_0)$ und $(r_s - r_0)$ etwa auf die gleiche Anfangstemperatur führt wie im ebenen Fall.

Abschließend sei bemerkt, daß die exakte Betrachtung eine Anfangstemperaturverteilung an Stelle der hier benutzten örtlich gleichen Anfangstemperatur verwenden muß. Doch sind diese Verfeinerungen sowie die Diskussion über die Abhängigkeit der Anfangstemperatur von Stabdicke, Stromstärke, Bogenlänge und Polung m. E. erst nach einer experimentellen Unterbauung der theoretischen Ansätze von Wert.

Aus dem Umstand, daß die aus zwei verschiedenen geometrischen Modellen entspringenden Ergebnisse die praktischen Beobachtungen umschließen, muß gefolgert

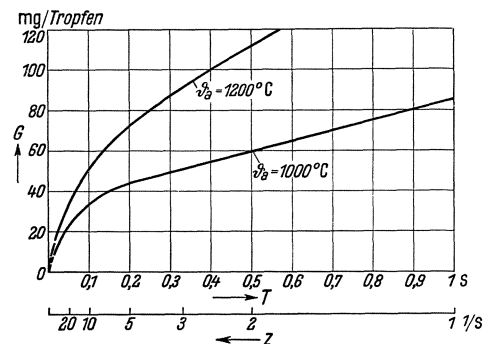


Bild 9. Mittleres Gewicht G eines Einzeltropfens abhängig von der Tropfenperiode T bzw. der sekundlichen Tropfenzahl z für einen kathodischen Schweißdraht ($i = 220 \text{ A}$) und verschiedene Anfangstemperaturen ϑ_a .

¹⁾ Über einen weiteren Grund für den unvollkommenen Abfluß siehe Ende des Abschnittes 4.

werden, daß sich die Vorgänge beim Werkstoffübergang im Schweißbogen sehr wahrscheinlich in der der Rechnung zugrunde gelegten Weise abspielen. An diesen Betrachtungen wird sich wohl auch Grundsätzliches nicht ändern, wenn später eingehendere Untersuchungen von unseren Annahmen verschiedene Aussagen machen werden, so etwa über die restliche Menge flüssigen Werkstoffes, die nach dem Abtropfen jeweils an der Stabspitze verbleibt, über die statistische Verteilung der Tropfenzahl und -größe, über die Abkühlung während der Kurzschlußzeit usf.

3. Schmelzleistung und Bogenbrennspannung.

Die im vorigen Abschnitt berechneten Abschmelzzahlen sollen nunmehr mit dem entsprechenden Teil der Lichtbogenenergie in Verbindung gebracht werden. Der für das Aufschmelzen des Werkstoffes notwendige Energiebetrag, in dem wieder die durch Abwandern der Wärme in den Stab auftretenden Verluste mit enthalten sind, soll dabei für die beiden Fälle: ebene und kugelige Wärmewelle, berechnet werden.

Die Energie Q_h , die während der Zeit t_h von der Stirnfläche des Stabes vom Durchmesser d dem Stabinneren zugeführt wird, wenn die Temperatur am Ort $x = 0$ sprungweise von ϑ_a auf ϑ_0 ansteigt, ist allgemein:

$$Q_h = -\frac{d^2 \pi}{4} \lambda \int_{t=0}^{t=t_h} \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right]_{x=0} dt, \quad (11)$$

wenn, wie oben, für λ eine mittlere Wärmeleitfähigkeit eingesetzt wird.

Bestimmt man aus Gl. (2) $\partial \vartheta / \partial x$, so folgt aus (11):

$$Q_h = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\lambda \cdot c \cdot s} (\vartheta_0 - \vartheta_a) \sqrt{t_h}. \quad (12)$$

Dieser Betrag stellt die im Mittel zum Aufschmelzen eines Tropfens erforderliche Wärmemenge dar; von Konstanten abgesehen, ist Q_h porportional der Quadratwurzel aus der Aufheizzeit. [In Gl. (12) ist wieder die eigentliche Schmelzwärme in der spezifischen Wärme bereits enthalten.] Wir bestimmen den vom Kathodenfall zu deckenden Leistungsanteil durch das Spannungsäquivalent U_s der nach Gl. (12) berechneten Wärmemenge. Bei der sekundlichen Tropfenzahl z beträgt die entsprechende mittlere elektrische Leistung $z \cdot Q_h$ und daher das mittlere Spannungsäquivalent der Aufschmelzleistung

$$U_s = \frac{z \cdot Q_h}{i} = \frac{d^2 \sqrt{\pi}}{4} \sqrt{\lambda \cdot c \cdot s} (\vartheta_0 - \vartheta_a) \frac{\sqrt{t_h}}{T} \frac{1}{i}. \quad (13)$$

Für den Kugelfall lautet die der Gl. (11) analoge Beziehung

$$Q'_h = -\lambda \int_{t=0}^{t=t_h} 2 \pi r^2 \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right]_{r=0} dt. \quad (14)$$

Unter Benutzung von Gl. (8) ergibt sich daraus

$$Q'_h = 2 \pi r_0 \lambda (\vartheta_0 - \vartheta_a) t_h \left[1 + \frac{2 r_0}{a \sqrt{\pi} \sqrt{t_h}} \right]. \quad (15)$$

Eine Vereinfachung dieser Gleichung ist darum nicht möglich, weil in den hier vorliegenden Fällen die beiden Summanden in der eckigen Klammer von gleicher Größe sind.

Für das mittlere Spannungsäquivalent der gesamten Schmelzwärme erhält man einen der Gl. (13) entsprechenden Ausdruck:

$$U_s = 2\pi r_0 \lambda (\vartheta_0 - \vartheta_a) \left[1 + \frac{2r_0}{\sqrt{\frac{\pi\lambda}{c \cdot s}} \sqrt{t_h}} \right] \frac{t_h}{T} \frac{1}{i} = 2\lambda \sqrt{\frac{\pi}{j}} (\vartheta_0 - \vartheta_a) \frac{t_h}{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{i}} \left[1 + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{j \cdot \lambda}{c \cdot s}} \cdot \sqrt{t_h} \right]. \quad (16)$$

In der folgenden Zahlentafel findet man eine Zusammenstellung der nach Gl. (13) und (16) berechneten Spannungsäquivalente für verschiedene sekundliche Tropfenzahlen, Polarität der Elektroden und Anfangstemperaturen. Da die T -Werte obere Grenzwerte darstellen, gilt das gleiche auch für die hier angeführten U_s -Werte. Man entnimmt dieser Aufstellung, daß der zum Aufschmelzen notwendige Spannungsanteil des Elektrodenfalles in der Größe von Einer-Volt liegt, ganz in Übereinstimmung mit den Erwartungen. Abschätzungen¹⁾, die nur den für das Schmelzen der Tropfenmasse erforderlichen Betrag erfaßten, haben Spannungsäquivalente ähnlicher Größe ergeben. Es ist verständlich, daß im ebenen Fall die U_s -Werte viel höher als die entsprechenden Werte des Kugelfalles liegen, ferner daß im ersteren eine viel stärkere Abhängigkeit von der sekundlichen Tropfenzahl vorliegt, wenn man die geometrischen Voraussetzungen und den damit verbundenen größeren Energiebedarf berücksichtigt.

Zahlentafel 1.

Modell	z 1/s	ϑ_a °C	d mm	U_s V
Ebener Fall: Kathode	10	1000	4	3,4
	10	1200	4	2,8
	50	1000	4	5,7
	50	1200	4	4,7
Kugelfall: Kathode	10	1000	—	2,4
	10	1200	—	2,0
	50	1000	—	2,8
	50	1200	—	2,3
Ebener Fall: Anode	10	1000	4	4,0
	10	1200	4	3,4
	50	1000	4	6,7
	50	1200	4	5,7

Die Werte der Zahlentafel sind sämtlich unter der Annahme einer Stromstärke von ≈ 200 A berechnet. Die Abhängigkeit des Spannungsäquivalentes von der Stromstärke allgemein zu betrachten, hat hier wenig Sinn. Eine Vergrößerung des Stromes über $200 \cdots 250$ A bei einem blanken 4 mm dicken Stab ist praktisch ohne Interesse. Eine wesentliche Verkleinerung der Stromstärke bedeutet immer mehr einen Verstoß gegen die Annahme gleicher Stirnflächentemperatur. Weiterhin zieht eine Änderung der Stromstärke eine Veränderung der Tropfenmasse nach sich (wohl weniger der sekundlichen Tropfenzahl), ohne daß sich allgemeine Zusammenhänge schon angeben lassen (Kugelfall s. oben). Es ist also nur noch der Einfluß der Stromstärke auf das Spannungsäquivalent der Schmelzwärme für den Kugelfall zu untersuchen. Aus Gl. (16) ersieht man, daß wegen $r_0 \approx \sqrt{i}$ bei genügend kleinem Strom, für den das zweite Glied in der eckigen Klammer gegen 1 vernachlässigt werden kann, $U_s \approx 1/\sqrt{i}$ folgt, während für genügend große Ströme also $1 \ll 2r_0/\text{const} \cdot \sqrt{t_h}$, U_s unabhängig von i wird.

Es ist bisher immer stillschweigend vorausgesetzt worden, daß während des Schmelzvorganges die Homogenität des erschmolzenen Stabendes erhalten bleibt. Da der Bogen in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch brennen soll, braucht diese Voraussetzung durchaus nicht erfüllt zu sein. Denn gerade bei Metalllichtbogen wird oft durch Wärmeleitung von der Bogenansatzstelle in das Elektrodeninnere für reine Metalle ein Spannungsbetrag vom Elektrodenfall angefordert, der die bekannten

¹⁾ A. v. Engel: Wiss. Veröff. Siemens **XIV**, 3 (1935) S. 47.

Mindestspannungen um eine Größenordnung überschreitet¹⁾. Es erscheint daher notwendig, die Verhältnisse für den Eisenbogen hier in dieser Hinsicht zu diskutieren.

Das Spannungsäquivalent U_a der Wärmeableitung, berechnet aus dem Wärmeausbreitungswiderstand einer auf einem ausgedehnten, homogenen Eisenblock befindlichen Kreisplatte, deren Durchmesser d der Bogenstromstärke i bei der Stromdichte j entspricht und deren Temperatur gleich der Brennflecktemperatur sein soll, ist:

$$U_a = \vartheta \cdot \lambda \cdot \frac{2d}{i} = \vartheta \cdot \lambda \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi i j}} \quad (17)$$

oder

$$U_a = 2,25 \frac{\vartheta}{\text{Grad}} \cdot \frac{\lambda}{\text{W/cm Grad}} \cdot \frac{1}{\sqrt{i/\text{A}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{j/\text{A cm}^{-2}}} \text{V}. \quad (18)$$

In Bild 10 ist die Größe U_a für eine Eisenkathode in atmosphärischer Luft ($\vartheta^- = 2100^\circ \text{C}$, $j^- = 7000 \text{ A/cm}^2$, $\lambda = 0,293 \text{ W/Grad cm}$) abhängig von der Stromstärke aufgetragen. Ein Vergleich dieser Werte mit den Mindestbrennspannungen zeigt, daß man allenfalls bei kleinen Stromstärken gezwungen ist, das Vorhandensein einer dünnen schlechter wärmeleitenden Schicht anzunehmen. Daß die Verhältnisse im Eisenbogen sich zahlenmäßig so sehr von den im Kupferbogen unterscheiden, hat seinen Grund darin, daß bei hohen Temperaturen die Wärmeleitfähigkeit des Eisens über 10mal geringer als die des Kupfers ist, wozu außerdem noch die an der Eisenkathode beobachtete höhere Stromdichte, also der kleinere Brennfleckdurchmesser hinzukommt. Da aber zu vermuten ist, daß sich die Mindestbrennspannungen bei Stromstärken unter 10 A am Eisenbogen auch nicht wesentlich über den bei größeren Strömen gemessenen Werten liegen, ist das Vorhandensein einer dünnen Oxyd- oder Nitrid-

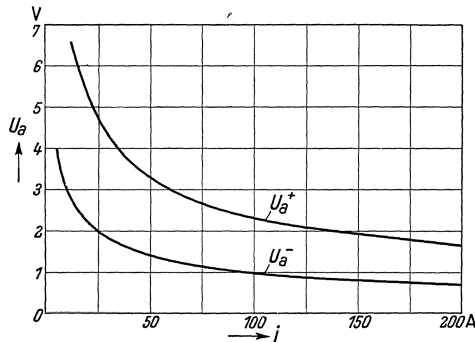


Bild 10. Spannungsäquivalent U_a der Wärmeleitung aus dem kathodischen (—) und anodischen (+) Brennfleck in das homogene Eisen abhängig vom Bogenstrom i ($\vartheta^+ = 2600^\circ \text{K}$, $j^+ = 1400 \text{ A/cm}^2$ geschätzt; $\vartheta^- = 2400^\circ \text{K}$, $j^- = 7000 \text{ A/cm}^2$ bei fehlender, den Wärmestrom drosselnder Zwischenschicht).

schicht mit kleinerem λ als das reinen Eisens danach wahrscheinlich. Es kann daraus wieder gefolgert werden, daß die berechneten Abschmelzzahlen darum höher als die beobachteten sind, weil die Wärmewelle erst eine schlechter wärmeleitende Schicht zu durchlaufen hat. Möglicherweise ist die Verminderung der Wärmeleitfähigkeit nicht so sehr durch eine homogene Schicht einer Metallverbindung geringerer Wärmeleitfähigkeit bedingt, die ja durch die Strömungen in der Schmelze zerrissen und vermischt wird, als durch den Umstand, daß die im Schweißstab gelösten Gase mit dem Metall im Volumen reagieren, wenn die Wärmewelle in das Innere einzieht.

In Bild 10 ist ferner der nach Gl. (18) errechnete Spannungsanteil U_a^+ der Wärmeableitung des Anodenbrennfleckes abhängig vom Bogenstrom für reines Eisen eingezeichnet. Hierbei ist die Annahme gemacht, daß die Stromdichte im Anodenbrennfleck (über die Messungen nicht vorliegen) entsprechend einer Kupferanode, also ein Fünftel der kathodischen ist. Demgemäß ist der Spannungsanteil U_a^+ des Anodenfalles etwa das Doppelte desjenigen des Kathodenfalles. Aus Bild 10 folgt, daß die

¹⁾ A. v. Engel: a. a. O.; Messungen über Mindestbrennspannungen bei hohen Stromstärken siehe H. v. Conrady: Diss. Berlin (1937).

Mindestbrennspannung reiner Eisenelektroden wegen des Spannungsanteiles der Wärmeableitung bei 10 A schon $>10,5$ V, bei kleineren Strömen entsprechend $1/\sqrt{i}$ mehr beträgt.

4. Aufheizzeit und Kurzschlußzeit.

Der Höchstwert der Abschmelzzahl ist nach den obigen Ausführungen nunmehr eindeutig zu bestimmen, wenn die zeitliche Tropfenfolge bekannt ist. Da sich die Dauer dieser Tropfenperiode aus der Aufheizzeit und der Kurzschlußzeit zusammensetzt, wollen wir zunächst wenigstens beschreibend diejenigen Vorgänge betrachten, welche diese beiden Größen maßgeblich beeinflussen. Eine quantitative Aussage über diese Zeiten ist bis jetzt noch nicht möglich.

a) Die Aufheizzeit.

Den Zeitraum zwischen dem Aufhören einer leitenden Verbindung im letzten Kurzschlußtropfen und dem Wiedereintritt des folgenden Kurzschlusses haben wir Heizzeit genannt. In dieser Zeit geht die Tropfenbildung offenbar so vor sich, daß sich mit fortschreitendem Aufheizen die an der Stabspitze gebildete Flüssigkeitsmenge vergrößert, wobei die sich verformende Masse allmählich einen am Stabende hängenden Tropfen bildet, der unter dem Einfluß der Schwerkraft u. a., gegen die Oberflächenspannung kämpfend, schließlich das unter ihm befindliche geschmolzene Bad berührt. Man sieht leicht ein, daß die Heizzeit erheblich verkürzt wird, wenn z. B. die Oberfläche des Tropfens schwingt, innere Strömungen im Tropfen vorhanden sind oder ein Wallen der Badoberfläche auftritt.

Die Gesetze der zeitlichen Verformung eines dem Schwerfeld allein ausgesetzten wachsenden Tropfens sind nicht bekannt¹⁾. Es ist nur möglich, die Größenordnung für diesen Zeitraum anzugeben, wenn man den Einfluß der Kohäsionskräfte oder Expansionskräfte vernachlässigt. Die Aufheizzeit ist dann einfach gleich der Fallzeit über die Bogenlänge zu setzen. Bei einer Bogenlänge von $l = 0,2$ cm wäre die Aufheizzeit $t_h = \sqrt{2l/g} = 2 \cdot 10^{-2}$ s. Unter Einbeziehung der Kurzschlußzeit (s. unten) ergäbe sich daraus eine höchste Tropfenzahl von 33/s. Da größere Tropfenfolgen beobachtet sind, folgt, daß noch andere beschleunigende Kräfte hier wirksam sein müssen. Eine Berücksichtigung der inneren Reibung der dem Tropfen zuströmenden Flüssigkeit würde diese Zeit erhöhen, desgleichen eine Änderung der Oberflächengestalt sowie die Einbeziehung der erforderlichen Beschleunigungsarbeit beim Zustrom zum Tropfen. Eine Verminderung erfährt diese Zeitspanne beim Auftreten von Dampf- oder Gasausbrüchen durch Überhitzung im Materialinnern bzw. durch die im Metall gelösten Gase sowie durch elektromagnetische Druckwirkungen. Die letzteren bedingen eine Art Sprudelwirkung bei weniger erschmolzenen Stabspitzen und eine Durchwirbelung des Tropfens; bei weitergehend geschmolzenen Stabenden müssen vielleicht mechanische Tropfenschwingungen berücksichtigt werden.

Es ist zwar naheliegend, die (statische) Oberflächenspannung des Tropfens als ein Maß für die Tropfengröße anzusehen und diese in Verbindung mit der Energie für die abgeschmolzene Materialmenge je Zeiteinheit und damit der Aufheizzeit zu bringen; bei näherer Prüfung erweist sich aber diese Überlegung als unzutreffend²⁾. Wir können den Beweis hierfür am einfachsten aus den Tropfengewichten führen.

¹⁾ Siehe z. B. G. Bakker in W. Wien u. F. Harms: Handb. d. Experimentalphys. 6. Leipzig (1928).

²⁾ Diese Betrachtung ist angeregt worden durch zahlreiche Aussprachen mit Herrn R. Seeliger.

Sei α die Oberflächenspannung des geschmolzenen Eisens, r der Halbmesser der Haft- (Tropf-) Fläche, so ist das Tropfengewicht eines durch turbulente Strömungen nicht gestörten Tropfens im Abreißmoment

$$G = 4 r \alpha ,$$

wobei der Faktor 4 die Minderung für fallende Tropfen gegenüber dem theoretischen Wert 2π berücksichtigt. Mit $\alpha = 0,5 \cdots 1 \text{ g/cm}$ für Eisen und $r = 0,1 \cdots 0,2 \text{ cm}$, also halbem Stabradius, ergeben sich Tropfengewichte zwischen 200 und 800 mg. Diese Zahlen geben eine obere Grenze der Einzelgewichte. Demgegenüber findet man aus Messungen ($2,2 \text{ mg/A} \cdot \text{s}$) bei einer Tropfenzahl $z = 10/\text{s}$ und 200 A ein mittleres Tropfengewicht um 40 mg. Das aus der statischen Oberflächenspannung bestimmte Tropfengewicht¹⁾ kann demnach nur bei großen Bogenlängen und nicht kurzschließenden Tropfen eine Rolle spielen. Ferner wird die Oberflächenspannung die Bildungsgeschwindigkeit des Tropfens, seine Formung, mitbestimmen, und sie ist schließlich beim Abfluß des Tropfens hinsichtlich der Gestalt des Tropfenkanals zu berücksichtigen.

b) Die Kurzschlußzeit.

Die Kurzschlußzeit ist der Zeitraum vom Beginn metallischer Berührung zwischen Tropfen und Bad bis zur darauffolgenden Stromunterbrechung. Die Kurzschlußzeit kann man sich aus der Abflußzeit und der Unterbrechungszeit (Abschnüren und Durchbrennen der letzten Brücken) zusammengesetzt denken. Da sie erfahrungsmäßig und ziemlich unabhängig vom Werkstoff usf. etwa 10^{-2} s beträgt, muß der Unterbrechungsvorgang im engeren Sinn sich in einem Bruchteil dieser Zeitspanne abspielen.

Für das Abfließen des Tropfens fehlt uns das Bewegungsgesetz. Würde das aufgeschmolzene Material aus einem festen Rohr vom Durchmesser des flüssigen Eisenstrahles ausströmen, so wäre dieser Vorgang mit Hilfe des Poiseuilleschen Gesetzes, das die Geschwindigkeit Null an der Rohrwand und fehlende Turbulenz annimmt, ohne weiteres zu beschreiben. Ist η die Zähigkeit des flüssigen Eisens (fast temperaturunabhängig oberhalb des Schmelzpunktes), l die Länge des Flüssigkeitsfadens, h die mittlere Druckhöhe während des Abfließens, q der Strahlquerschnitt, s das spezifische Gewicht und $v = \Gamma \cdot T/\text{s}$ das Tropfenvolumen, so gilt für die Abflußzeit τ

$$\tau = \frac{8\pi\eta l v}{q^2 s h} = \frac{8\pi\eta l \Gamma T}{q^2 s^2 h} = 8\pi \frac{\frac{\eta}{\text{g/cm}^2} \frac{l}{\text{cm}} \frac{\Gamma}{\text{g/s}} \frac{T}{\text{s}}}{\left(\frac{q}{\text{cm}^2}\right)^2 \left(\frac{s}{\text{g/cm}^3}\right)^2 \frac{h}{\text{cm}}} \text{ s.} \quad (19)$$

Mit $\eta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ g} \cdot \text{s/cm}^2$, $l = 0,2 \text{ cm}$, $v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$ (aus $\Gamma = 0,4 \text{ g/s}$ und $1/T = 10 \text{ Tropfen/s}$) $s = 7,8 \text{ g/cm}^3$, $q = 3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$ ($r = 0,1 \text{ cm}$)²⁾ $h = 0,1 \text{ cm}$ folgt

$$\tau \approx 10^{-3} \text{ s.}$$

Diese Zeit verkleinert sich wegen des ungehemmten Abflusses durch nichtfeste Rohr-

¹⁾ Der Einfluß reaktionsfähiger Gase in der Umgebung oder im Stab auf die Oberflächenspannung ist sehr bedeutend: Nach G. E. Doan u. C. W. Schulte: *Electr. Engng.* **54** (1935) S. 1144 gibt eine 4 mm-Eisenelektrode in einer Ar-Atmosphäre 5 ··· 6 mm (!) dicke Tropfen, was einer Oberflächenspannung von $\alpha > 2 \text{ g/cm}$ entspricht; nach einer Diskussionsbemerkung von G. E. Doan [*Trans. Amer. Inst. Electr. Engr.* **51** (1932) S. 556] sind von Gasen befreite Eisenstäbe für Überkopfschweißen in Luft ungeeignet, da der geschmolzene Werkstoff stetig abrinnt.

²⁾ Vgl. Zeitlupenbilder a. a. O.

wände (Haut einer Metallverbindung?). Sie erhöht sich vielleicht durch die Tatsache, daß die fast über die ganze Stabstirn ausgedehnte Schmelze durch einen kleinen Kanal (Kontraktionswiderstand) in den Tropfen einfließt und sich in die aufgeschmolzene Unterlage ergießt, ferner wegen der notwendigen Massenbeschleunigung.

Eine besondere Bedeutung ist bei der Werkstoffwanderung dem elektrodynamischen Eigendruck (Pinch-Effekt) zugesprochen worden. Er kommt dadurch zustande, daß, in Maxwell'scher Sprache ausgedrückt, durch die Anziehung der Stromfäden untereinander im Leitinnern ein Druckfeld erzeugt wird, wobei der hydrostatische Druck am Leiterrand Null ist und nach dem Innern ansteigt. Das atomtheoretische Bild zeigt, daß die im Metall unter dem Einfluß des elektrischen Längsfeldes beschleunigten Elektronen in dem im Leitinneren herrschenden Magnetfeld radiale Geschwindigkeitskomponenten erhalten; die Konzentration der Elektronen steigt nach der Achse zu etwas an und auf die mit ihnen in Wechselwirkung stehenden Metallionen (Zahl der Metallatome/cm³ \approx Zahl der freien Elektronen/cm³) werden Zugkräfte ausgeübt, durch die sich eine hydrostatische Druckverteilung einstellt.

Ist r der laufende und R der Außenhalbmesser eines sehr langen zylindrischen gestreckten Leiters, der vom Strom i durchflossen wird, und ist die Stromdichte im Leiterquerschnitt konstant, so steigt der Druck p_r (gegen den Druck an der Leiteroberfläche gemessen) von außen nach innen parabolisch an:

$$p_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i^2}{R^2\pi} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \mu_0 \left(\frac{i}{2\pi R} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (20)$$

Der Druck im Leitinnern ist also unabhängig von der Richtung des Stromes und proportional $i \cdot j$ ¹⁾.

Es ist daraus berechnet worden, daß die Druckunterschiede zwischen der Staboberfläche und dem umgebenden Gas beim Schweißen so groß wären, daß sie dem Gewicht eines nach oben getriebenen Tropfens die Waage hielten. Andererseits könnte die durch axiale Druckunterschiede bewirkte Strömung in flüssigen Leitern so intensiv werden, daß die Schmelze gleichsam wie aus einer Düse herausgetrieben wird. Wir wollen aber hier nicht auf die zahlreichen quantitativen Einwände und ihre kritische Prüfung eingehen (Arbeit bzw. Impuls beim Heben des Tropfens müssen ausreichen, bei kleineren Strömen zu geringe Kräfte? usf.), sondern nur eine bisher meines Wissens noch nicht ausgeführte Überlegung anstellen.

Wird die Stromstärke in einem flüssigen Leiter über einen bestimmten kritischen Betrag gesteigert, so schnürt sich bekanntlich dieser selbsttätig ab. Die Abschnürung setzt dann ein, wenn der hydrostatische Druck in der Flüssigkeit, der den Flüssigkeitsfaden zu verdicken sucht, von dem elektrodynamischen Druck, der radial nach innen wirkt, überwunden wird. Von dem Einfluß der auseinanderstrebenden Stromlinien an den Enden des Flüssigkeitszylinders soll zunächst abgesehen werden. Für die Beurteilung der Frage, ob die Abschnürung eines gegen den Halbmesser langen zylindrischen stromdurchflossenen Flüssigkeitsfadens durch den radialen elektrodynamischen Druck allein zu erklären ist, reicht eine angenäherte Berechnung der kritischen Stromstärke aus.

¹⁾ Vgl. die klassische Arbeit von E. F. Northrup: *Physic. Rev.* **24** (1906) S. 474. Über die Druckverteilung bei Berücksichtigung der Stromverdrängung siehe F. Walter: *Elektrowärme* **5** (1935) S. 25; Strömungsmessung siehe E. Blaich: *Elektrotechn. u. Maschinenb.* **48** (1930) S. 1083.

Wir nehmen hierzu an (Bild 11), daß der hydrostatische Druck p_h während der Abschnürung unverändert bleiben soll, wogegen der elektrodynamische Druck p_d in der Achse ($r = 0$) eine Gl. (20) entsprechende Größe hat. Der Beginn des Abschnürens tritt ein bei

$$p_d = p_h. \quad (21)$$

Wird die Abschnürungsstromstärke mit i_{krit} bezeichnet, so folgt mit der Fallbeschleunigung g

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i_{\text{krit}}^2}{R^2 \pi} = g \cdot h \cdot s \quad (22)$$

und mit $s = 7,8 \text{ g/cm}^3$

$$i_{\text{krit}} = 2\pi R \sqrt{\frac{g \cdot h \cdot s}{\mu_0}} = 1,57 \cdot 10^3 \frac{R}{\text{cm}} \sqrt{\frac{h}{\text{cm}}} \text{ A}. \quad (23)$$

Die kritische Stromstärke steigt danach proportional mit dem Halbmesser R des Flüssigkeitsfadens und mit der Quadratwurzel der Druckhöhe h . Die letztere ist höchstens von der Größe der Bogenlänge, der Fadenhalbmesser ist nach den im Abschnitt 1 angeführten Zeitlupenuntersuchungen $R \approx d/4$, wenn d der Schweißdrahtdurchmesser ist. Für einen 4 mm dicken Schweißdraht ergibt sich bei 2 mm Bogenlänge, also $R = 0,1 \text{ cm}$ und $h = 0,2 \text{ cm}$ aus Gl. (23) $i_{\text{krit}} = 70 \text{ A}$, während die normale Schweißstromstärke dieses Drahtes $200 \cdots 250 \text{ A}$ beträgt. Die Abschnürung beginnt demnach bei Stromstärken, die weit unter den betriebsmäßigen Schweißdrahtströmen liegen.

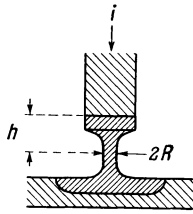


Bild 11. Zur Ableitung der kritischen Abschnürungsstromstärke.

R Halbmesser des Tropfenzylinders. h Druckhöhe.

Man könnte aus diesen Ausführungen schließen, daß damit die Ansichten über den Mechanismus des Unterbrechungsvorganges grundsätzlich eine Wandlung erfahren müssen; jedoch reichen diese Überlegungen hierzu keineswegs aus. Einmal wird mit der Bestimmung der kritischen Stromgrenze nur der Beginn des Überwiegens der elektrodynamischen Abschnürung festgestellt, und es bleibt noch offen, ob in der kurzen Zeit des Kurzschlusses die verfügbaren elektrodynamischen Kräfte allein zu einer völligen Abschnürung führen würden. Weiterhin gelten die obigen Betrachtungen nur für einen langen Zylinder ohne Berücksichtigung des Einflusses der Enden, und schließlich ist von der Mitwirkung der Oberflächenspannung und der Verdampfung abgesehen worden¹⁾. Auf eine Diskussion aller dieser Einzelfaktoren sei vorläufig bis zur Klärung der hydrodynamischen Vorgänge beim Abtropfen verzichtet. Nur auf einen Umstand sei zum Schluß noch hingewiesen, der in diesem Zusammenhang wohl bis jetzt noch keine Beachtung gefunden hat.

Ist nämlich der stromdurchflossene Zylinder so kurz, daß die Voraussetzung der Parallelität der Stromfäden wegen der Querschnittsveränderungen nicht mehr erfüllt ist, dann treten außer den radialen elektrodynamischen Druckunterschieden auch solche in axialer Richtung auf. Die letzteren kommen durch das Zusammenwirken der radial nach innen gerichteten Stromkomponenten mit den tangentialen Komponenten des magnetischen Feldes im Leiterinnern zustande. Es treten demnach Längskräfte auf, die für Konusleiter berechnet worden sind²⁾. Die Richtung dieser Längs-

¹⁾ Über Oberflächenspannung und Pincheffekt s. Bemerk. von R. Seeliger, Elektrowärme 5 (1934) S. 197.

²⁾ H. B. Dwight: J. Amer. Inst. electr. Engr. 46 (1927) S. 1238; s. a. B. Hague, Electromagnetic Problems, London (1929).

kräfte erkennt man ohne weiteres daraus, daß der radiale Druck in der Achse am dünnen Konusende größer ist als am dicken. Die durch die axialen Druckunterschiede verursachten Längskräfte sind also Zerreißkräfte. Bezeichnen wir die Konushalbmesser mit r_1 und r_2 ($r_1 > r_2$), so herrscht zwischen den Konusenden und damit im Leiter eine Längskraft

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} i^2 \ln \frac{r_1}{r_2} = 10^{-5} \cdot \left(\frac{i}{\text{A}}\right)^2 \ln \frac{r_1}{r_2} \text{ Kraftgramm}, \quad (24)$$

die also nur vom Einschnürungsverhältnis der Strombahn abhängt¹⁾. Mit $i = 200 \text{ A}$, $r_1 = 0,2 \text{ cm}$, $r_2 = 0,1 \text{ cm}$ ergibt sich die Längskraft zu $F = 0,28 \text{ g}$. Ein Vergleich mit Bild 9 zeigt, daß die elektrodynamische Zugkraft ein Vielfaches des Tropfengewichtes betragen kann, und daß sie einen erheblichen Anteil der am Längen, Einschnüren und Abreißen des Tropfens beteiligten Kräfte darstellt. Unter ihrer Wirkung wird das abfließende Material zerrissen, so daß nur ein Teil der an der Stabspitze aufgeschmolzenen Metallmenge in die Schmelze des Werkstückes gelangt, während der Stumpf des Tropfens vom Schweißstab gleichsam wieder hochgesaugt wird. Ob diese Kräfte aber die Formveränderung der zu bewegenden geschmolzenen Masse bedingen, oder ob die intensive Verdampfung an der Einschnürungsstelle u. a. während des größten Teiles der Kurzschlußzeit die überwiegende Rolle spielt, bleibt noch aufzuklären.

Unter Heranziehung der oben behandelten Längskraft lassen sich vielleicht eine Reihe von Erscheinungen, die in der Schweißtechnik schon seit langem bekannt sind, erklären²⁾. Insbesondere ist hier auf das Problem des Werkstoffüberganges senkrecht nach oben hinzuweisen, das durch diese Überlegungen unter einem neuen Gesichtspunkt betrachtet werden muß.

Die Durchführung der Untersuchung ist durch wertvolle Diskussionen mit den Herren M. Steenbeck, E. Spenke und G. Mierdel sehr gefördert worden.

Zusammenfassung.

Es wird eine rechnerische Bestimmung der beim Bogenschweißen von einer blanken Elektrode auf ein Werkstück übertragbaren Stoffmenge für eine kurze Gleichstrom-Schweißstrecke erstmalig versucht.

Dabei wird angenommen, daß das Aufschmelzen des Werkstoffes gemäß der Höhe der kathodischen oder anodischen Brennflecktemperatur verläuft, auf die die ganze Stirnfläche des Schweißstabes (ebene Wärmewelle) oder nur ein kleiner der Brennfleckgröße entsprechender Teil (Kugelwelle) kurzzeitig periodisch erhitzt sein soll. Es trifft also eine Wärmesprungwelle die auf eine bestimmte Anfangstemperatur vorgeheizte Stabspitze, wobei sie, den Wärmeausbreitungsgesetzen folgend, in das Stabinnere eindringt. Daraus läßt sich die Lage der Schmelzgrenze und die erschmolzene Masse in dem Augenblick feststellen, in dem der sich längende Tropfen die Schweißstrecke kurzschließt und damit den Wärmeeinstrom unterbricht. Die während dieser Aufheizzeit geschmolzene Menge gibt mit der bekannten Kurzschlußzeit den Zusammenhang zwischen der höchstmöglichen sekundlich übergehenden Werkstoffmenge (Abschmelzzahl) und der mittleren Tropfenzahl je Sekunde.

¹⁾ Gl. (24) gilt übrigens für beliebig verlaufende Querschnittsänderungen.

²⁾ H. v. Conrady: Elektrowärme 4 (1933) S. 21 (Sprudel- und scheinbare Saugwirkungen).

Die Untersuchung ergibt, daß die berechneten Abschmelzzahlen von der Größe der durch Messungen festgestellten sind. Die Erhöhung der Abschmelzzahl eines als Anode betriebenen Schweißdrahtes gegenüber einem kathodischen wird richtig wiedergegeben, wenn man die höhere anodische Brennflecktemperatur einsetzt. Die für verschiedene Brennfleckgrößen, also verschiedene Ströme, ermittelte Abschmelzzahl steht in fast linearer Abhängigkeit zu der Stromstärke in Übereinstimmung mit der Erfahrung. Die Tropfenmasse wird in Abhängigkeit von der Tropfenfolge bestimmt; sie wird von der Oberflächenspannung nur wenig beeinflusst.

Die Vorgänge, welche die Tropfenfolge bedingen, werden nur qualitativ beschrieben: die Aufheizzeit ist von der Größe der Fallzeit des Tropfens, die Kurzschlußzeit von der Größe seiner Abflußzeit. Die gesetzmäßig erfaßbaren elektrodynamischen Abschnürungs- und Zerreißkräfte im Tropfen sowie die Oberflächenspannung scheinen das noch unbekanntes hydrodynamische Geschehen und damit die Kurzschlußzeit wesentlich zu bestimmen.

Über einen neuen Massenspektrographen nach der Parabelmethode und Messungen der relativen Häufigkeit der Argonisotope.

Von Werner Schütze.

Mit 13 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 15. Juli 1937.

1. Beschreibung des Massenspektrographen.

Im folgenden soll über einen neuen Massenspektrographen nach der von W. Wien und J. J. Thomson angegebenen Parabelmethode berichtet werden. Es war das Ziel, das Auflösungsvermögen sowie die Kanalstrahlintensität möglichst hoch zu treiben. Die gewählte Konstruktion schließt sich eng an eine frühere des Verfassers¹⁾ an, mit der eine Trennung der Parabeln ${}^1H_2^+$ und ${}^2D^+$ erreicht werden konnte. Das Auflösungsvermögen beträgt also ungefähr $\Delta m/m = 1/1300$, ist also gegen früher mehr als verdoppelt. Eine Mikrophotographie dieses Dubletts zeigt Bild 1. Die Konstruktion des Massenspektrographen wollen wir an Hand des Bildes 2 erörtern. Die Kanalstrahlen werden in einem ganzmetallischen Kanalstrahlrohr erzeugt. Es besteht aus einem Kathodenzapfen, der den Kanal von 0,5 cm Länge und 0,01 ... 0,001 cm Durchmesser trägt. Der Kathodenzapfen wurde aus Elektrolyteisen ange-

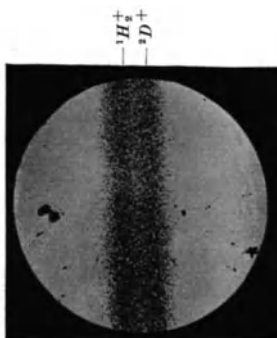


Bild 1. Dublett ${}^1H_2^+ - {}^2D^+$ (etwa 400fach vergrößert).

fertigt, da es sich gezeigt hat, daß bei Verwendung kohlenstoffhaltiger Eisensorten die Kohlenwasserstoffparabeln auf den Massenspektrogrammen nie verschwinden. Die Anode, die durch einen Glimmerring in dem äußeren Glasrohr möglichst genau zentriert werden muß, besteht aus einem Nickelrohr, in das ein Boden aus

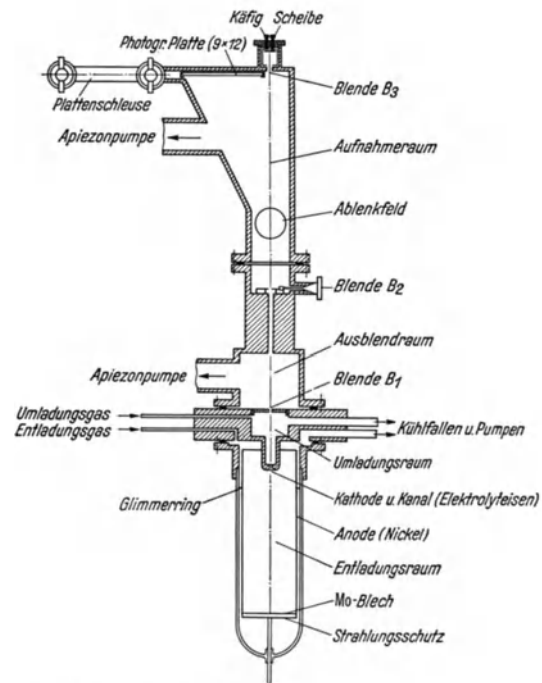


Bild 2. Schema des Massenspektrographen.

fer fertig, da es sich gezeigt hat, daß bei Verwendung kohlenstoffhaltiger Eisensorten die Kohlenwasserstoffparabeln auf den Massenspektrogrammen nie verschwinden. Die Anode, die durch einen Glimmerring in dem äußeren Glasrohr möglichst genau zentriert werden muß, besteht aus einem Nickelrohr, in das ein Boden aus

¹⁾ H. Lukanow u. W. Schütze: Z. Physik **82** (1933) S. 610.

Molybdänblech eingesetzt ist. Durch die von der Kathode ausgehenden Kathodenstrahlen wird das Molybdänblech sehr stark erhitzt, so daß es nötig war, dahinter noch ein weiteres Blech als Strahlungsschutz anzuordnen, um die Glaswand nicht zu stark zu erhitzen. Durch das Entladungsrohr kann während des Betriebes durch

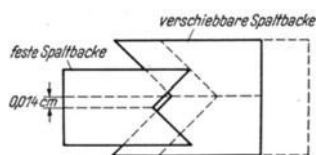


Bild 3. Schema des Kreuzspaltes.

hierzu angebrachte Pumpleitungen dauernd ein Gasstrom zirkuliert werden. Hinter dem Kanal treten die Kanalstrahlen in einen Raum ein, der unabhängig vom Entladungsrohr und den übrigen Räumen mit Gasen von niedrigem Druck gefüllt werden kann. Er dient zur Beobachtung von Umladungserscheinungen und insbesondere zur Umladung von positiven Kanalstrahlionen in negative Ionen. Die Kanalstrahlen verlassen diesen Raum durch eine isoliert angebrachte Blende B_1 , zu der ein Strom i_1 gemessen werden kann. Dieser Strom dient als relatives Maß für die Intensität des Kanalstrahles. Die Blende B_1 ist ebenfalls als Kanal der Länge 0,5 cm und dem Durchmesser 0,05 cm ausgebildet. Der Raum hinter der Blende wird durch eine mit kurzer weiter Pumpleitung angeschlossene Öldiffusionspumpe (E. Leybold, Modell Q) möglichst hoch evakuiert. Die Wände dieses Raumes bestehen aus

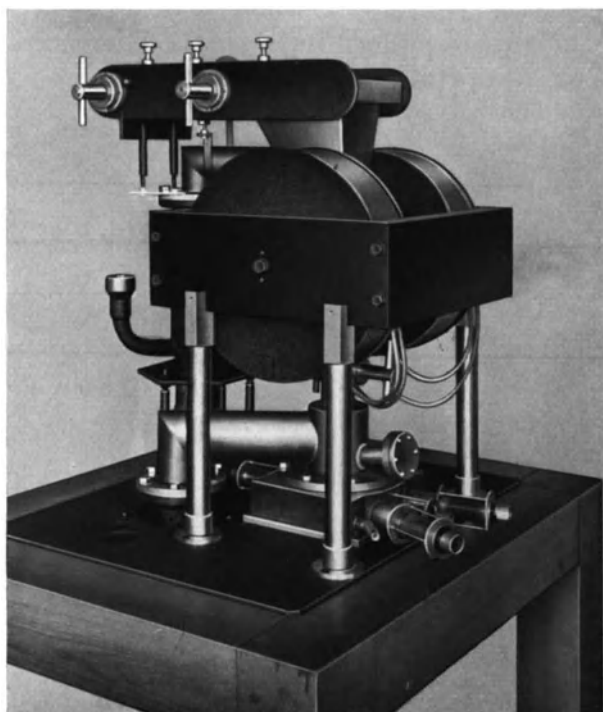


Bild 4. Ansicht des Massenspektrographen.

einem starkwandigen Rohr aus weichem Eisen, um den Kanalstrahl gegen das Streufeld des Ablenkmagneten zu schützen. Die Blende B_2 besteht aus einem Kreuzspalt, der von außen durch einen vakuumdichten Konus-schliff eingestellt werden kann. Das Loch in der Blende wird beim Zusammendrehen des Spaltes, das über eine Differential-schraube mit 0,01 cm Vorschub je Umdrehung geschieht, nicht auf ein quadratisches Loch, sondern zu einem Rechteck von der minimalen Länge 0,02 cm verengt (Bild 3). Der Spalt steht unter 45° gegen die aufeinander senkrechten Richtungen der elektrischen (y) und der magnetischen (x) Ablenkung geneigt. Damit wird bezweckt, daß an den Stellen, an denen die Parabeltangente unter 45° gegen die Achsen geneigt sind (geometrischer Ort dieser Stellen ist die Gerade $y = \frac{1}{2}x$) eine Steigerung des Auflösungsvermögens ohne Intensitätseinbuße stattfindet. Die Ablenkmagneten bestehen aus isoliert in das Messinggehäuse des Aufnahme-raumes eingekitteten Polschuhen aus Fe_2Co , an die von außen die elektrische Ablenkspannung angelegt werden kann, und die sich isoliert zwischen den Polen eines wassergekühlten Elektromagneten befinden. Der Aufnahme-raum wird wieder durch eine schnell-wirkende Öldiffusionspumpe (E. Leybold, Modell Q) evakuiert. Die Platte kann

hierzu angebrachte Pumpleitungen dauernd ein Gasstrom zirkuliert werden. Hinter dem Kanal treten die Kanalstrahlen in einen Raum ein, der unabhängig vom Entladungsrohr und den übrigen Räumen mit Gasen von niedrigem Druck gefüllt werden kann. Er dient zur Beobachtung von Umladungserscheinungen und insbesondere zur Umladung von positiven Kanalstrahlionen in negative Ionen. Die Kanalstrahlen verlassen diesen Raum durch eine isoliert angebrachte Blende B_1 , zu der ein Strom i_1 gemessen werden kann. Dieser Strom dient als relatives Maß für die Intensität des Kanalstrahles. Die Blende B_1 ist ebenfalls als Kanal der Länge 0,5 cm und dem Durchmesser 0,05 cm ausgebildet. Der Raum hinter der Blende wird durch eine mit kurzer weiter Pumpleitung angeschlossene Öldiffusionspumpe (E. Leybold, Modell Q) möglichst hoch evakuiert. Die Wände dieses Raumes bestehen aus

durch eine Plattenschleuse nach E. G. Andresen¹⁾ in den Aufnahme- raum ein- gebracht werden. Zur Messung des unabgelenkten Kanalstrahles oder des Neutral- anteiltes der Kanalstrahlen ist noch eine weitere Blende B_3 angebracht, hinter der sich ein Faradaykäfig befindet. Hier kann entweder der Anteil der geladenen Kanal- strahlteilchen durch Verbinden der Platte mit dem Käfig oder die Sekundäremission der Platte während der Beschießung mit neutralen Kanalstrahlteilchen gemessen werden. Aus der maximalen Intensität dieser Ströme werden die optimalen Be- triebsbedingungen der Gasentladung ermittelt.

Die Konstruktion dieses neuen Massenspektrographen unterscheidet sich von dem alten Instrument (H. Lukanow und W. Schütze, a. a. O.) durch eine Reihe von Verbesserungen. Der Einbau der Umladungskammer erleichtert das Studium der negativen Ionen. Die wesentliche erhöhte Pumpleistung vermindert die Gefahr der Verschleierung der photographischen Platten, indem sie die Streuung und Umladung der Kanalstrahlen außerhalb des Umladungsraumes verhindert. Das Kanalstrahl- rohr ist für höhere Belastungen bemessen und liefert Ionenströme von 0,05 bis 0,3 mA je nach Gasart. Das Format der photographischen Platte ist von $4,5 \times 9 \text{ cm}^2$ auf $9 \times 12 \text{ cm}^2$ vergrößert worden. Eine Ansicht des Massenspektrographen zeigt Bild 4.

2. Messungen der relativen Häufigkeiten der Argonisotope.

Mit diesem Massenspektrographen wurden die relativen Häufigkeiten der drei Argonisotope ^{40}Ar , ^{36}Ar und ^{38}Ar auf photographischem Wege an drei verschiedenen Argongemischen bestimmt. Das erste Gemisch bestand aus normalem reinen Argon der I. G. Farben, Griesheim. Die beiden anderen Gemische wurden von H. Barwich²⁾ mit der von G. Hertz³⁾ angegebenen Apparatur zur Trennung von Isotopengemischen durch Diffusion in strömendem Quecksilberdampf aus normalem technischen Argon der Firma Linde hergestellt. Das zum photometrischen Vergleich der Argonlinien benutzte Verfahren lehnt sich an frühere Versuche von H. Muckenthaler⁴⁾ an. Dieser hat die relativen Häufigkeiten der Sauerstoffisotopen ^{16}O und ^{18}O mit Hilfe der durch die negativen Ionen erzeugten Parabeln (im negativen Massenspektrum existiert das im positiven Spektrum störende Ion der Molekel H_2O nicht) durch Photometrie der Parabelschwärzungen gemessen. Seine Messungen zeigen allerdings sehr große Streuung. Das Verfahren besteht darin, daß man die Intensität des Kanalstrahls über eine längere Zeit möglichst konstant hält und während dieser Zeit ein Massenspektrum der zu untersuchenden Isotope exponiert. Mit Hilfe einer oder mehrerer Linien dieses Massenspektrums erzeugt man sich durch Verschiebung der Linien mit Hilfe der magnetischen Ablenkung dann eine Intensitätsskala, die sich in ihrer Schwärzung symmetrisch um die zu untersuchende Linie gruppiert, mög- lichst eng neben dem Hauptspektrum. Durch Photometrie der Schwärzungen korre- spondierender Stellen der Parabeln lassen sich daraus in bekannter Weise die Inten- sitätsverhältnisse ermitteln. Die Brauchbarkeit dieses Verfahrens hängt daher in erster Linie von der Möglichkeit ab, die Intensität des Kanalstrahls über eine lange Zeit konstant zu halten. Es ist außerdem sehr erwünscht, daß die absolute Inten- sität des Kanalstrahls möglichst groß ist, damit die Expositionszeiten nicht zu lang

¹⁾ E. G. Andresen: Physik Z. **33** (1932) S. 771.

²⁾ H. Barwich: Z. Physik **100** (1936) S. 166. — H. Barwich u. W. Schütze: ebenda **105** (1937) S. 395.

³⁾ G. Hertz: Z. Physik **91** (1934) S. 810.

⁴⁾ H. Muckenthaler: Physik Z. **35** (1934) S. 851.

werden. Im vorliegenden Fall gelang es, die Schwierigkeiten zu überwinden. Die Intensität des Argonkanalstrahls war so groß, daß schon mit Expositionen von einer Sekunde Dauer deutliche Linien des Isotops ^{40}Ar auf Agfa-Schumann-Platten erhalten werden konnten. Die Konstanz der Entladung konnte durch gute Reinigung des Entladungsrohres ebenfalls erreicht werden, wobei folgendermaßen vorgegangen wurde: Durch das Entladungsrohr wurde reines Helium über Absorptionskohle in flüssiger Luft mehrere Tage lang zirkuliert und dabei die Entladung mit Strömen von 30 bis 50 mA bei Spannungen von 30 bis 40 kV betrieben. Die Anode wurde an der der Kathode gegenüberliegenden Seite hellglühend und gut entgast. Gleichzeitig wurden die Glaswände des Kanalstrahlrohres so heiß, daß sie, um ein Einziehen des Glases zu verhindern, durch Anblasen mit Preßluft gekühlt werden mußten.

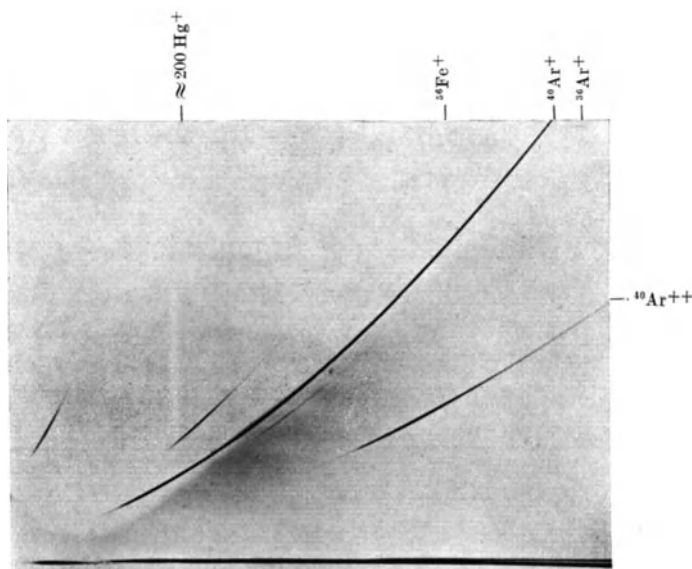


Bild 5. Normales Argon. Belichtungszeit 10 min (Plattenausschnitt in natürlicher Größe).

Selbst der Kathodenzapfen, der in dem wassergekühlten Träger eingeschraubt ist, wurde schwach rotglühend, wie durch ein Loch in der Anode beobachtet werden konnte. Die Reinigung wurde durch Aufnahme von Massenspektren während dieser Zeit kontrolliert und zeigte nach einigen Stunden außer den immer anwesenden Wasserstoffparabeln nur die Heliumlinien He^+ und He^{++} (mit H_2^+ als Dublett) und die Linie des HeH^+ -Ions. Es gelang auch bei weiter fortschreitender Reinigung nicht, die Wasserstofflinien zu beseitigen.

Dagegen tauchten schwache Linien der beiden Isotope $^{54}\text{Fe}^+$ und $^{56}\text{Fe}^+$ auf, die von dem durch Kathodenerstäubung in den Entladungsraum gelangten Eisen stammten. Ein Ausschalten des Kohlenabsorptionsgefäßes zeigte, daß sich innerhalb einer Stunde die Betriebsdaten des Rohres nur so weit änderten, wie es durch Abnahme des Heliumdruckes im Vorratsgefäß zu erwarten war. Eine Verunreinigung war inzwischen nicht eingetreten. Betrieb man darauf das Entladungsrohr mit Argon, so ergaben sich außerordentliche konstante Kanalstrahlintensitäten. Dies wurde durch Messung der Entladungsspannung, des Entladungsstromes, des Stromes zur Blende B_1 und des Stromes zum Faradaykäfig kontrolliert. Hierbei wurde außerdem festgestellt, daß das empfindlichste Maß für Schwankungen der Kanalstrahlintensität die Schwankungen der Entladungsstromstärke und der Entladungsspannung sind. Eine unter diesen Bedingungen erhaltene Aufnahme zeigt Bild 5. Man sieht außer den Linien der einfach und doppelt ionisierten Argonisotope nur noch die Linien $^{56}\text{Fe}^+$ und $^{200}\text{Hg}^+$. Die sonst üblichen Verunreinigungen C^+ , O^+ , CO^+ und die vielen Kohlenwasserstoffe fehlen vollkommen. Das stärkere Auftreten der Eisenparabeln wird durch die große zerstäubende Wirkung der Argonionen an der Kathode hervorgerufen.

Ebenso ist das starke Auftreten der Quecksilberparabel durch die ionisierende Wirkung der metastabilen Argonatome verständlich.

Zur Bestimmung der relativen Häufigkeiten von ^{40}Ar : ^{36}Ar wurde nun wie folgt vorgegangen. Nachdem das Entladungsrrohr mit dem zu untersuchenden Gasgemisch längere Zeit konstant gebrannt hatte, wurde eine Reihe von Aufnahmen mit verschiedenen Expositionen unter dauernder Beobachtung der Entladungsbedingungen nebeneinander auf die photographische Platte exponiert. Die Verschiebung der Linien wurde durch Änderung des Magnetfeldes erzeugt. Die Expositionszeiten wurden so gewählt, daß die zu vergleichenden Linien ungefähr gleiche Schwärzung aufweisen (der Schwarzschildexponent ist für Kanalstrahlen gleich 1). Alle Aufnahmen geschahen auf Agfa-Schumann-Platten; es ist selbstverständlich, daß bei den zur Photometrie verwandten Platten, insbesondere, da es sich um Schumann-Platten handelt, die übliche Sorgfalt auf Entwicklung und Fixierung verwandt wurde.

Die Photometrierung der Platten geschah sofort nach dem Trocknen, das nur etwa 1 min in Anspruch nahm. Dies erwies sich als nötig, da geringe Spuren von Staub auf der sehr rauhen Schumannschicht festhaften und die Photometrie stören. Eine Entfernung der Staubkörner ist wegen der großen mechanischen Empfindlichkeit der Schicht unmöglich. Eine derartige Aufnahme, auf der 5 Einzelaufnahmen ex-

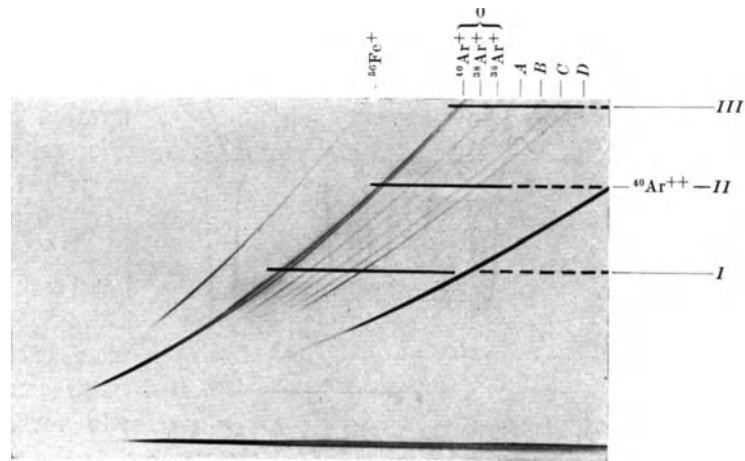


Bild 6. Normales Argon. Vergleichsaufnahme von ^{40}Ar mit ^{36}Ar (Plattenausschnitt in natürlicher Größe).

pониert wurden, und zwar Aufnahme *O* mit 600 s, *A* mit 2, *B* mit 3, *C* mit 4 und *D* mit 6 s Exposition zeigt Bild 6. Die Teilaufnahme *O* zeigt die Parabeln $41 = ^{40}\text{ArH}^+$, $40 = ^{40}\text{Ar}^+$, $38 = ^{38}\text{Ar}^+$ und $36 = ^{36}\text{Ar}^+$. Die weiteren Aufnahmen *A* bis *D* bestehen nur aus je einer Linie, die, wie man aus den Intensitäten der Aufnahme *O* erkennt, nur die verschobene ^{40}Ar -Parabel sein kann. Man sieht auch weiter rein visuell, daß die Linie $^{36}\text{Ar}^+$ der Aufnahme *O* fast die gleiche Schwärzung aufweist wie die Linie $^{40}\text{Ar}^+$ der Aufnahme *C*. Es ist also die relative Häufigkeit ungefähr gleich dem Expositionsverhältnis von *O* und *C*. Ein genauerer Vergleich muß natürlich durch Mikrophotometrie der Linien geschehen, doch ist dabei noch einiges zu beachten. Die Schwärzungsverteilung längs einer Parabel im Massenspektrogramm wird durch zwei Faktoren bedingt, 1. durch die Häufigkeitsverteilung der Ionen verschiedener kinetischer Energie und 2. durch die verschiedene spez. Schwärzung der photographischen Platte durch gleiche Ionenart verschiedener kinetischer Energie. Es ist daher nötig, parallel zur Richtung der magnetischen Ablenkung, also schräg durch die Parabeln zu photometrieren, um immer Ionen gleicher spezifischer Schwärzung zu vergleichen. Weiter muß man voraussetzen, daß die Parabeln von Isotopen die gleiche Häufigkeitsverteilung von Ionen verschiedener kinetischer Energie zeigen, was jedoch erfüllt sein dürfte.

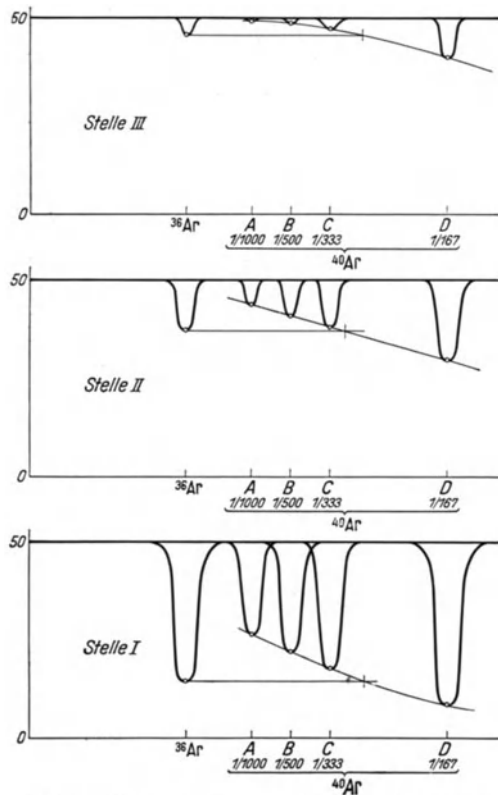


Bild 7. Photometerkurven der Aufnahme Bild 6.

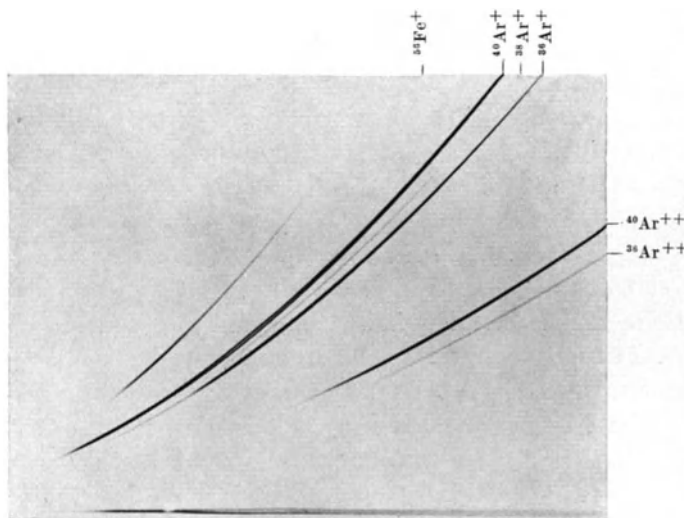


Bild 8. An leichtem Isotop angereichertes Argon. Belichtungszeit 10 min (Plattenausschnitt in natürlicher Größe).

die Schwärzungskurve aufgenommen, und das Verhältnis der Isotope ^{40}Ar und ^{36}Ar durch graphische Interpolation bestimmt. Dasselbe Verfahren wurde ebenso

wenn man die Häufigkeiten von Isotopen auf diese Weise bestimmen will. Genau stimmt diese letzte Forderung sicher nicht, aber für größere Massenzahlen und kleine Massendifferenzen ist dieser Fehler, wie F. W. Aston¹⁾ gezeigt hat, nicht größer als die photometrische Ungenauigkeit. Zur Ausmessung der Aufnahmen wurde ein Mikrophotometer verwandt, das aus einem Projektionsmikroskop mit Photozelle und Elektrometer bestand und eine punktweise Aufnahme der Mikrophotometerkurve gestattete. Die Aufnahme in Bild 6 wurde nun an den Stellen I, II und III parallel zur x -Achse durchphotometriert. Die erhaltenen Photometerkurven sind in Bild 7 dargestellt, und zwar sind sie dort so umgezeichnet, daß die Abstände der Linien A, B, C und D sich wie die entsprechenden Expositionen verhalten. Durch Verbindung der Schwärzungsmaxima erhält man dann eine Art Schwärzungskurve. Man sieht in Bild 7,

wie verschieden der Typus der Schwärzungskurven an den drei untersuchten Stellen ist, und erkennt, daß nur die Schwärzung in der Nähe der Stelle II zu einer Messung der relativen Häufigkeiten geeignet ist. (Aus diesen drei Schwärzungskurven gelingt es nicht, eine Schwärzungskurve für einen größeren Bereich zu erzeugen, weil die drei Kurven zu drei verschiedenen Ionengeschwindigkeiten gehören.) Es wurden nun fünf Aufnahmen unter ähnlichen Bedingungen gemacht, an je fünf Stellen

¹⁾ F. W. Aston: Mass-Spectra and Isotopes, S. 13. London (1933).

für die Messung des Verhältnisses ^{36}Ar zu ^{38}Ar verwandt. Als Mittel aus je 25 Messungen ergaben sich folgende Resultate:

$$\begin{aligned} &^{40}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 319 \pm 15 \quad \quad \quad ^{36}\text{Ar}:^{38}\text{Ar} = 5,0 \pm 0,3 \\ \text{oder } &^{40}\text{Ar}:^{38}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 99,64:(0,06 \pm 0,005):(0,31 \pm 0,02). \end{aligned}$$

Diese Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit Werten von A. O. Nier¹⁾ ($^{40}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 325 \pm 4$ und $^{36}\text{Ar}:^{38}\text{Ar} = 5,10 \pm 0,07$) und A. L. Vaughan, H. J. Williams und J. T. Tate²⁾ ($^{40}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 304$) überein. Zur Untersuchung der angereicherten Argongemische wurde das Entladungsrohr von neuem gut gereinigt

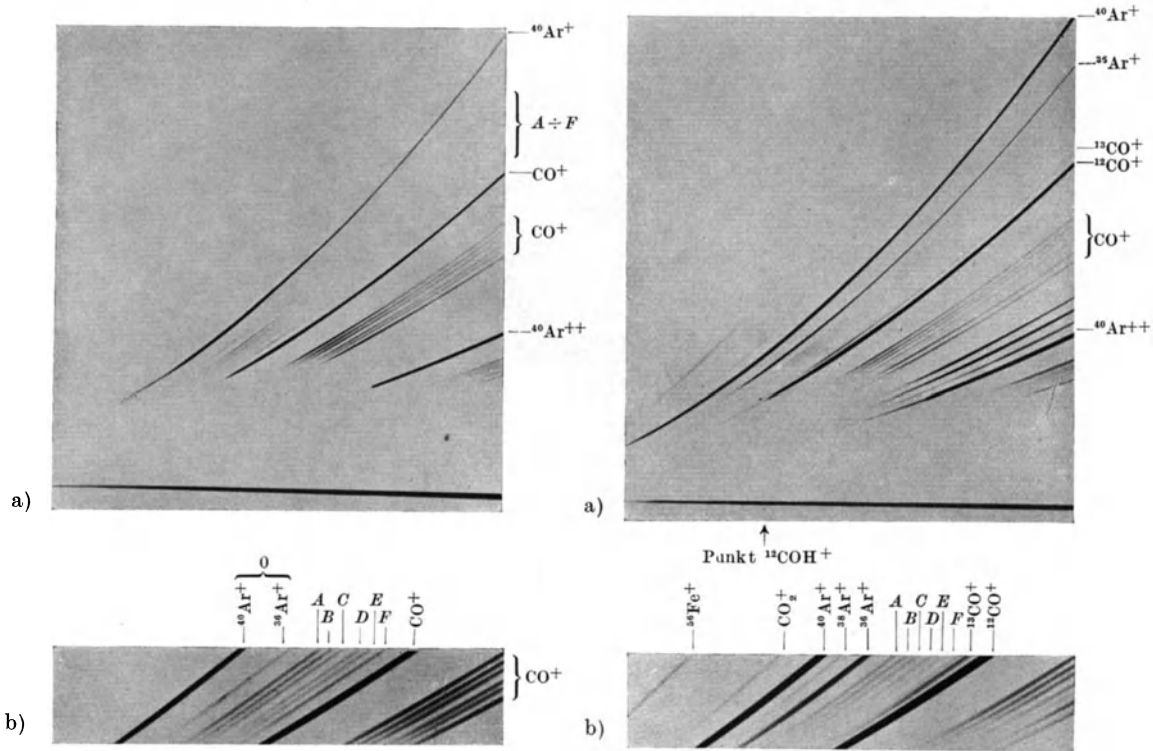


Bild 9. Vergleichsaufnahme von ^{40}Ar mit ^{36}Ar bei angereichertem Argon (Plattenausschnitt in natürlicher Größe). b) Dasselbe $2\frac{1}{2}$ fach vergrößert.

Bild 10. a) Vergleichsaufnahme von ^{40}Ar mit ^{38}Ar bei angereichertem Argon (Plattenausschnitt in natürlicher Größe). b) Dasselbe $1\frac{1}{2}$ fach vergrößert.

und durch Glühen der Metallteile entgast, um den Rest des in den Elektroden okkludierten normalen Argons zu entfernen. Dann wurden eine Reihe von Aufnahmen eines Argongemisches gemacht, das an dem leichten Isotop verarmt ist und die relativen Häufigkeiten der drei Isotope zu

$$\begin{aligned} &^{40}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 433 \pm 20 \quad \quad \quad ^{36}\text{Ar}:^{38}\text{Ar} = 5,0 \pm 0,3 \\ \text{oder } &^{40}\text{Ar}:^{38}\text{Ar}:^{36}\text{Ar} = 99,74:(0,046 \pm 0,009):(0,23 \pm 0,03) \end{aligned}$$

gefunden. Von einer Wiedergabe einer dieser Aufnahmen sei abgesehen, weil sie sich von denen des normalen Argons kaum unterscheiden. Bevor die nächste Fraktion Argon, die am leichten Isotop angereichert war, untersucht wurde, war es wieder

¹⁾ A. O. Nier: Physic. Rev. **49** (1936) S. 272 u. **50** (1936) S. 1041.

²⁾ A. L. Vaughan, H. J. Williams u. J. T. Tate: Bull. Amer. phys. Soc. **9** (1934) S. 3 (23).

nötig, das Entladungsrohr gut zu entgasen. Eine Aufnahme, die unter gleichen Bedingungen wie Bild 5 gemacht wurde, zeigt Bild 8. Man kann deutlich eine Anreicherung der beiden Argonisotope ^{36}Ar und ^{38}Ar erkennen und sieht außerdem, daß das aus der Apparatur zur Isotopentrennung kommende Gas sehr rein ist. Da die zur Verfügung stehenden Gasmengen sehr klein waren, war es allerdings auf die Dauer nicht möglich, eine Verunreinigung zu vermeiden. Es traten nach einem Tag auch CO^+ und N^+ als Parabeln auf; doch störten die von diesen Gasen herrührenden Parabeln die Photometrierung nicht, da sie weit genug von den Argonlinien entfernt waren. Zwei typische Beispiele der Vergleichsauf-

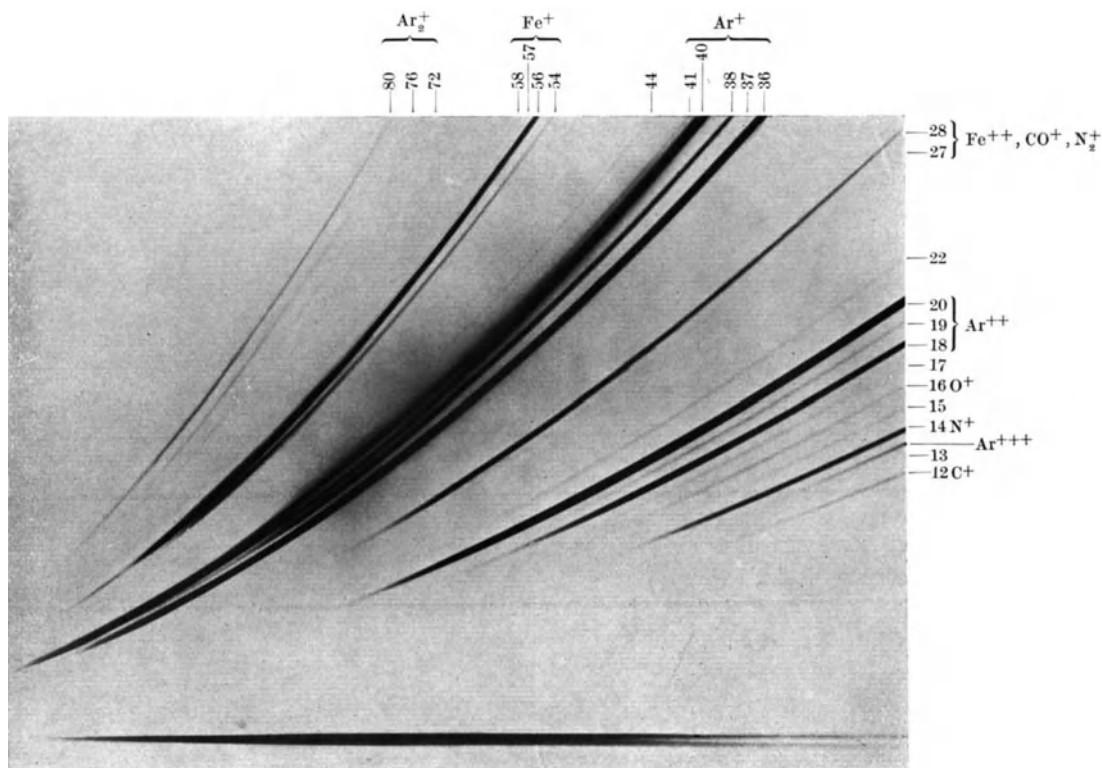


Bild 11. Argonmolekelionen $^{40}\text{Ar}_2^+$, $^{40}\text{Ar}^{36}\text{Ar}^+$ und $^{36}\text{Ar}_2^+$ (die Linien des $^{40}\text{Ar}^+$, $^{40}\text{Ar}^{++}$ und $^{56}\text{Fe}^+$ sind infolge Überstrahlung stark verbreitert und zum Teil solarisiert. Belichtungszeit 60 min, etwa $1\frac{1}{2}$ fach vergrößert).

nahmen zeigen Bild 9 und 10. In der Aufnahme 9 wird ^{40}Ar mit ^{36}Ar verglichen. Die Belichtungszeiten der Aufnahmen $O : A : B : C : D : E : F$ verhalten sich wie $60 : 9,0 : 8,1 : 7,05 : 5,9 : 5,15 : 8,3$ s. Das gleiche geschieht zum Vergleich der Intensität der Isotopen ^{40}Ar mit ^{38}Ar in der Aufnahme Bild 10, wobei die Belichtungszeiten entsprechend $O : A : B : C : D : E : F = 600 : 6,1 : 5,15 : 4,0 : 3,2 : 2,1 : 6,05$ s. abgeändert wurden. Mit dem zur Verfügung stehenden Gas konnten je drei fehlerfreie Aufnahmen gemacht werden, die an je 8 Stellen genau wie früher ausphotometriert wurden. Aus den Ergebnissen ließen sich die relativen Häufigkeiten der Argonisotope im angereicherten Gasgemisch zu

$$\begin{aligned} ^{40}\text{Ar} : ^{36}\text{Ar} &= 10,5 \pm 0,8 & ^{40}\text{Ar} : ^{38}\text{Ar} &= 178 \pm 25 \\ \text{oder } ^{40}\text{Ar} : ^{38}\text{Ar} : ^{36}\text{Ar} &= 90,89 : (0,51 \pm 0,06) : (8,6 \pm 0,9) \end{aligned}$$

bestimmen. Die Konzentration der Argonisotope ^{38}Ar und ^{36}Ar unterscheidet sich

in diesen beiden Gemischen um den Faktor 11 bzw. 41. Auf stärker exponierten Aufnahmen wurde außerdem nach neuen Argonisotopen gesucht, jedoch traten keine Linien auf, die sich als solche deuten ließen. Dagegen ließ sich die Vermutung von P. Zeeman und J. de Gier¹⁾ bestätigen, daß die in Massenspektren des Argons auftretende Linie mit der Masse 80 ein Argonmolekelion $^{40}\text{Ar}_2^+$ ist. Bei fast allen unseren Aufnahmen trat eine solche Linie ebenfalls auf, und in angereicherten Gemischen (Bild 11) wurden zwei weitere Linien mit den Massen 76 und 72 gefunden, die den anderen Argonmolekelionen $^{40}\text{Ar}^{36}\text{Ar}^+$ und $^{36}\text{Ar}_2^+$ zuzuordnen sind. Ihr abgeschätztes Intensitätsverhältnis paßt gut zu dieser Annahme. Gleichzeitig ist ein sehr intensives Massenspektrum des Eisens auf der Platte vorhanden, das alle 4 Isotope des Eisens zeigt.

3. Beobachtung an den Intensitätsverteilungen einiger Parabeln.

Zum Schluß möchten wir noch auf eine merkwürdige Erscheinung aufmerksam machen, die früher von uns bei Aufnahmen mit niedrigem Gasdruck im Entladungsröhr bei H_2 , D_2 und H_2O beobachtet wurde. Es handelt sich um die Intensitätsverteilung von Parabeln vom Typus H_3^+ , OH_3^+ und ArH^+ . In Bild 12 sehen wir eine Aufnahme eines Wasserstoff-Isotopen-Gemisches mit dem Mischungsverhältnis $\text{H}:\text{D} = 1:2$. Die Ionen H^+ , H_2^+ , D^+ , DH^+ und D_2^+ treten dabei als Parabeln auf, während die Ionen H_3^+ , H_2D^+ , D_2H^+ und D_3^+ nur als Punkte im Massenspektrum erscheinen. Eine Ausmessung der Koordinaten ergab, daß die Spannung, die die Ionen vom Typus H_3^+ durchlaufen haben, genau gleich der Anodenspannung ist. Die gleiche Erscheinung wurde auch bei H_2O als Entladungsgas gefunden, indem dort die Ionen O^+ , OH^+ und OH_2^+ als Parabeln und OH_3^+ als Punkt in der Höhe der Parabelköpfe beobachtet wurde. Dasselbe haben wir neuerdings auch bei Aufnahmen mit Argon-Wasserstoff-Gemischen an der Parabel $^{40}\text{ArH}^+$ (Bild 13) beobachtet. Ebenso ist auf der Aufnahme Bild 10 ein Punkt der Masse 29 außer der auch noch auftretenden Parabel der Masse 29 vorhanden. Die Messung des Intensitätsverhältnisses der Parabel 29 zur Parabel $28 = \text{CO}^+$, das zu ungefähr $1/100$ gefunden wurde, läßt vermuten, daß es sich bei der Parabel 29 um das Ion $^{13}\text{CO}^+$ handelt ($^{13}\text{C}:^{12}\text{C} = 1/100$). Analog zu den übrigen beobachteten Punkten muß man dann den Punkt mit der Masse 29 auf Ionen der Molekel COH^+ zurückführen. Erhöht man den Gasdruck in der Entladung, so verschwinden diese Punkte, und statt ihrer treten lange Parabeln auf.

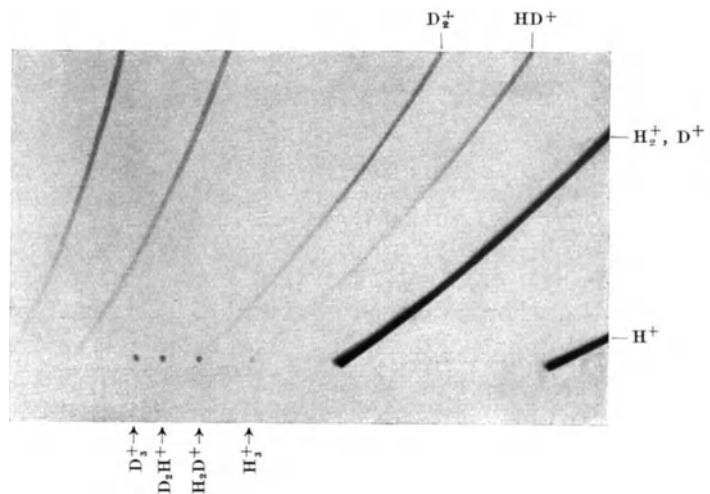


Bild 12. Massenspektrum von Wasserstoff. $\text{H}:\text{D} = 1:2$ (Plattenausschnitt 2fach vergrößert. Um die Punkte deutlicher sichtbar zu machen, wurde die Aufnahme mit weitem Spalt aufgenommen).

¹⁾ P. Zeeman u. J. de Gier: Proc. Acad. Amsterd. **37** (1934) S. 127.

Die Ionen vom Typus H_3^+ entstehen bekanntlich durch Ionenstoß im Gasraum nach der Gleichung $H_2^+ + H_2 \rightarrow H_3^+ + H$. Es ist also ihre Bildung nur bei höheren Gasdrucken an Stellen höherer Ionisation möglich. Da die Ionisationsdichte im Kanalstrahl selbst am höchsten ist, werden sie sich bei hohen Drucken dort bilden. Damit haben sie die gleiche Energieverteilung im Massenspektrum wie gewöhnlich Molekelparabeln, z. B. H_2^+ oder CO^+ . Erniedrigt man den Gasdruck der Entladung, so verschwinden die Parabeln vom Typus H_3^+ viel stärker als andere Molekel-

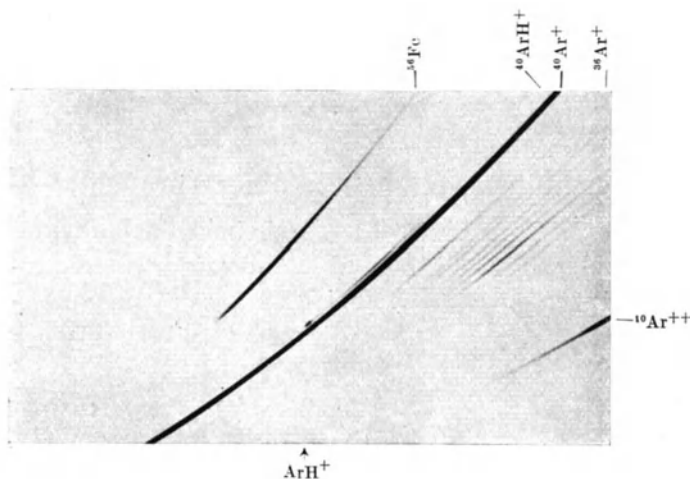


Bild 13. Massenspektrum von Argon + Wasserstoff (Platten-ausschnitt etwa 2fach vergrößert).

parabeln, da ihre Intensität erstens von der Zahl der Gasmolekeln und zweitens von der Zahl der Ionen in der Volumeneinheit abhängt. Da beide Größen mit kleiner werdendem Druck abnehmen, nimmt die Intensität von H_3^+ also stärker ab. Nun kommt hinzu, daß bei niederen Gasdrucken die Stelle höchster Ionisation und Anregung in der Nähe der Kathode liegt. Es müßten daher, wenn überhaupt H_3 -Ionen gebildet werden, nur relativ langsame beobachtet werden. Ganz das Gegenteil ist aber der Fall, wie wir oben gesehen haben. Wir vermuten daher, daß wir es nicht mit Ionen zu tun haben, die im Gasraum entstehen, sondern daß sich die Ionen an der Wand der Anode durch Ionenstöße mit dem dort adsorbierten Gas bilden. Diejenigen Ionen, die ohne Gasstöße den Entladungsraum durchheilen, haben also die gesamte Anodenspannung durchlaufen und treten in der Höhe der Parabelköpfe als Punkte im Massenspektrum auf. Andere Ionen vom Typus H_3^+ werden Gasstöße erleiden, wobei wegen ihrer Instabilität außer dem Energieverlust Zerfall des Ions eintritt. Die Zerfallprodukte bilden aber einen Bestandteil anderer Parabeln und nicht eine H_3^+ -Parabel.

Zusammenfassung.

Es wird ein Massenspektrograph nach der Parabelmethode beschrieben. Der Kanalstrahl wird in einem ganzmetallischen Entladungsrohr erzeugt, durchläuft dann einen Umladungsraum und eine von außen sehr fein einstellbare Blende und wird zwischen zwei Magnetpolen, die gleichzeitig Pole eines Kondensators sind, abgelenkt und auf einer photographischen Platte registriert. Es wird weiter über Messungen an verschiedenen Argongemischen berichtet und die Messungen der relativen Häufigkeiten der Argonisotope durch A. O. Nier bestätigt. Zum Schluß wird auf eine Entstehungsmöglichkeit von Ionen vom Typus H_3^+ hingewiesen.

parabeln, da ihre Intensität erstens von der Zahl der Gasmolekeln und zweitens von der Zahl der Ionen in der Volumeneinheit abhängt. Da beide Größen mit kleiner werdendem Druck abnehmen, nimmt die Intensität von H_3^+ also stärker ab. Nun kommt hinzu, daß bei niederen Gasdrucken die Stelle höchster Ionisation und Anregung in der Nähe der Kathode liegt. Es müßten daher, wenn überhaupt H_3 -Ionen gebildet

Untersuchung eines Ringkolben-Flüssigkeitszählers.

Von **Heinrich Garthe** und **Friedrich Dönch**.

Mit 19 Bildern.

Mitteilung aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 12. August 1937.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|--|
| I. Allgemeines. | IV. Ringkolben mit endlicher Wandstärke. |
| II. Beschreibung und Wirkungsweise. | 1. Gesetz der Füllung. |
| III. Meßkammer mit unendlich dünnem Ringkolben. | 2. Meßfehler. |
| 1. Gesetz der Füllung. | 3. Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung bei konstantem Durchfluß. |
| 2. Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten der Flüssigkeit. | 4. Relativbewegung von Kolben und Kammerzylinder. |
| 3. Kräfte am Ringkolben. | 5. Kräfte am Ringkolben. |
| | Zusammenfassung. |

I. Allgemeines.

Unter den verschiedenen Bauarten der Flüssigkeitszähler zeichnen sich die sog. Volumenzähler (1) durch große Meßempfindlichkeit aus. Zu ihnen gehört der Ringkolbenzähler, der nahe verwandt mit dem Scheibenzähler (2) ist und zur genauen Erfassung auch kleinster Flüssigkeitsmengen in steigendem Maße angewendet wird. Die kinematische Ähnlichkeit der Meßsysteme dieser beiden Zähler kommt darin zum Ausdruck, daß man durch eine geeignete gedachte Verformung die eine Bauart in die andere überführen kann.

II. Beschreibung und Wirkungsweise.

Der Meßraum des Ringkolbenzählers wird durch zwei konzentrische Zylinder 1 und 2 begrenzt (Bild 1 und 2), zwischen denen sich ein dritter Zylinder, der Ringkolben 3, in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene exzentrisch bewegt.

Während beim Scheibenzähler das Meßorgan in einem durch Kugel- und Kegelflächen begrenzten Raum eine Taumelbewegung ausführt, besitzt die Ringkolbenkammer somit nur zylindrische und ebene Begrenzungsflächen, die leichter zu bearbeiten sind.

Der Ringkolben besteht aus einem geschlitzten kreiszylindrischen Ring 3, der gewöhnlich in halber Höhe durch einen Steg 4 mit dem konzentrischen Führungzapfen 5 versteift ist. Kinematisch stellt das Meßorgan des Ringkolbenzählers ein Schubkurbelgetriebe dar. Der Zapfen 5 des Ringkolbens ist dabei durch den Zylinder 2

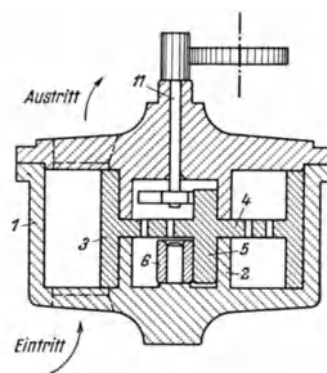


Bild 1. Meßkammer des Ringkolbenzählers, Aufriß.

und die Rolle 6 auf einem Kreis, der Schlitz 7 des Kolbenringes durch die Trennwand 8 auf einer Geraden geführt. Die Verbindungslinie des Ringkolbenmittelpunktes mit dem Schlitz 7 bewegt sich daher ebenso wie die Pleuelstange einer Kolbenmaschine mit feststehendem Zylinder.

Die Ein- und Austrittsöffnungen für die Flüssigkeit sind im Boden bzw. Deckel der Meßkammer auf verschiedenen Seiten der Trennwand angeordnet und werden durch den Kolbenring 3 gesteuert. Die Form der Öffnungen ergibt sich aus der Bedingung, daß in keiner Stellung des Kolbens Ein- und Auslaß miteinander in Verbindung stehen dürfen.

Im Betrieb des Zählers gleitet der kurvenförmige Führungsausschnitt 9 des Kolbenstegs 4 an der gerundeten Innenkante der Trennwand 8 entlang. Dabei berührt der Kolbenring in jeder Stellung gleichzeitig den äußeren und inneren Begrenzungszylinder 1 und 2 der Meßkammer und teilt den ringförmigen Meßraum in zwei sichelförmige Teilräume, die ihrerseits durch die Trennwand 8 in je zwei mit der Kolbenstellung veränderliche Teilkammern zerlegt werden. Auf diese Weise entstehen die Teilräume $I \dots IV$ (Bild 2), von denen I und II mit dem Einlaß, III und IV mit dem Auslaß in Verbindung stehen.

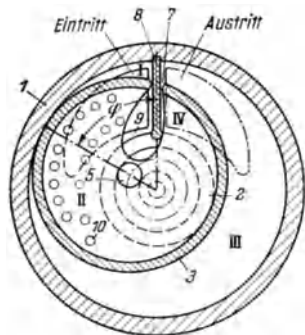


Bild 2. Meßkammer des Ringkolbenzählers, Grundriß (Deckel abgenommen).

Ist φ der Drehwinkel des Kolbenmittelpunktes gegen die Trennwand (Bild 2), so fallen für $\varphi = 0$ die Teilräume I und III , für $\varphi = 180^\circ$ die Räume II und IV zusammen, entsprechend den Totlagen des Schubkurbelgetriebes.

Der Meßvorgang spielt sich nun in folgender Weise ab: Dreht sich der Kolben entgegen dem Uhrzeigersinn aus der Stellung $\varphi = 0$, so wächst das Volumen der Kammer I , während das der zugehörigen Kammer III um denselben Betrag abnimmt. Der Flüssigkeitsaufnahme der Kammer I entspricht also eine gleich große Abgabe der Kammer III . Bei $\varphi = 180^\circ$ sind beide Kammern gleich groß. Nach einer Drehung um 360° ist die Füllung von I beendet und das Volumen von III auf 0 gesunken. Die Füllung I wird nunmehr vom Einlauf getrennt und unmittelbar danach mit dem Auslauf verbunden, worauf sich das Spiel wiederholt.

In gleicher Weise, jedoch um 180° verschoben, arbeiten die Kammern II und IV . Die Füllung von II bzw. die Entleerung von IV beginnt bei $\varphi = 180^\circ$. Bei $\varphi = 0$ sind die Volumina II und IV gleich. Durch das Zusammenarbeiten der beiden um 180° gegeneinander versetzten Meßsysteme $I \dots III$ und $II \dots IV$ ergibt sich eine kontinuierliche Flüssigkeitsabgabe.

In den Totlagen erreicht jeweils die Flüssigkeitsförderung des einen Systems ihren Höchstwert, während die des anderen auf 0 sinkt. Damit die Flüssigkeit in dem System $II \dots IV$ vom Einlauf (Boden) zum Auslauf (Deckel) gelangen kann, ist der Kolbensteg mit entsprechenden Löchern 10 versehen. Die rotierende Bewegung des Kolbenzapfens 5 wird auf eine Mitnehmerwelle 11 übertragen, die über Zahnräder das Zählwerk antreibt.

Die folgende Untersuchung hat nun die Aufgabe, den Zusammenhang zwischen den kinematischen und den Meßeigenschaften des Ringkolbenzählers zu klären. Ferner sollen die dabei auftretenden Kräfte ermittelt und ihr Einfluß auf die Arbeitsweise des Zählers gezeigt werden.

III. Meßkammer mit unendlich dünnem Ringkolben.

1. Gesetz der Füllung.

Die vom Zähler angezeigte Menge ist auf Grund der gewählten Übertragung dem Drehwinkel φ des Ringkolbenzapfens δ verhältnismäßig. Die Messung kann daher nur in allen Stellungen des Ringkolbens fehlerfrei sein, wenn die vom Zähler aufgenommene bzw. abgegebene Flüssigkeitsmenge linear mit dem Drehwinkel φ des Ringkolbenzapfens wächst. Wir nehmen zunächst an, das Volumen des Ringkolbens, d. h. die Wandstärke des Kolbenringes und des Kolbenstegs, sei gleich 0. Ferner sei die Trennwand unendlich dünn. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich die in Bild 3 dargestellte Form der Ein- und Austrittsöffnungen, deren äußere und innere Begrenzungen sich für $\varphi = 0$ bzw. 180° mit dem Kolbenring decken, während die seitliche Begrenzung mit der Trennwand zusammenfällt.

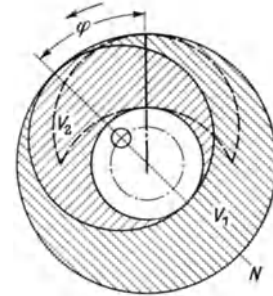


Bild 3. Meßkammer mit unendlich dünnem Ringkolben.

Da die aufgenommene Flüssigkeitsmenge stets der abgegebenen gleich ist, können wir uns auf die Betrachtung der Flüssigkeitsaufnahme beschränken. Unter der Füllung Φ des Zählers sei der Teil des Meßkammervolumens verstanden, der jeweils mit dem Einlauf in Verbindung steht.

Bezeichnet V_1 den außerhalb, V_2 den innerhalb des Kolbenringes liegenden Teil des Meßraumes (Bild 3), so zerlegt die durch die Berührungspunkte des Kolbenringes mit dem inneren und äußeren Meßkammerzylinder gehende Normale N den gesamten Füllungsraum in den konstanten Teil $\frac{1}{2}V_2$ und den veränderlichen $(V_1 + V_2) \frac{\varphi}{2\pi}$. Dabei ist mit den Bezeichnungen von Bild 4 und der Kolbenringhöhe H :

$$V_1 = (R^2 - \varrho^2) \pi H;$$

$$V_2 = (\varrho^2 - r^2) \pi H.$$

Für $0 < \varphi < 180^\circ$ ist die Füllung Φ nach Bild 3 gleich der Summe, für $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ gleich der Differenz der beiden Teilbeträge. Man erhält somit die Beziehung

$$\Phi = (V_1 + V_2) \frac{\varphi}{2\pi} \pm \frac{V_2}{2}, \tag{1}$$

wobei für $0 < \varphi < 180^\circ$ das Pluszeichen, für $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ das Minuszeichen gilt. Die gewünschte Proportionalität zwischen Füllung Φ und Drehwinkel φ wird also unter der gemachten Annahme des unendlich dünnen Kolbens eingehalten. Bild 5 zeigt den Verlauf der Funktion $\Phi = f(\varphi)$, wobei die Unstetigkeitsstellen der plötzlichen Umschaltung eines Meßvolumens vom Einlauf zum Auslauf entsprechen. Die Ableitung $\Phi' = d\Phi/d\varphi$ ist hierbei eine Konstante des Zählers. Bei $\varphi = 0$ ist bereits die Füllung $\frac{1}{2}V_2$ vorhanden. Die Füllung des Raumes V_2 ist jeweils bei $\varphi = 180^\circ$, die von V_1 bei $\varphi = 0^\circ$ beendet.

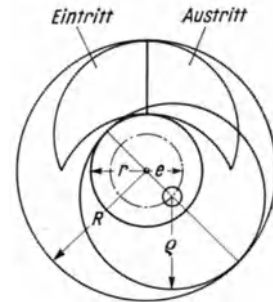
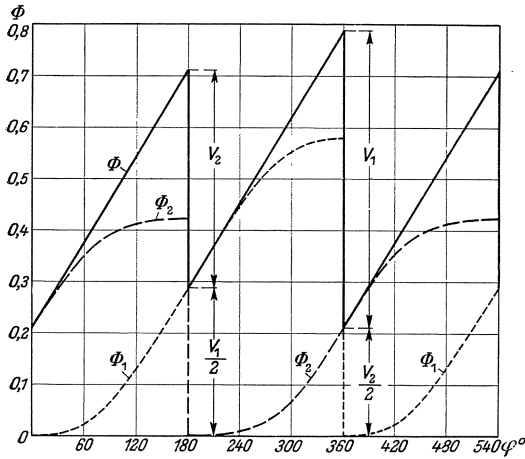


Bild 4. Meßkammer mit unendlich dünnem Ringkolben.

Die gesamte Füllung Φ setzt sich nun aus den Teilfüllungen Φ_1 und Φ_2 der beiden Eintrittskammern I und II zusammen. Da die mathematische Bestimmung dieser Größen als Funktion des Drehwinkels φ schwierig ist, wurden sie durch Aufzeichnen

verschiedener Kolbenstellungen und Planimetrieren der jeweiligen Grundflächen I ermittelt. Dann ist $\Phi_2 = \Phi - \Phi_1$.

In Bild 5 ist Φ_1 und Φ_2 als $f(\varphi)$ für $V_1 + V_2 = 1$ und $R/\varrho = 1,31$ dargestellt. In den Totlagen $\varphi = 0$ und $\varphi = 180^\circ$ ist $d\Phi_1/d\varphi$ bzw. $d\Phi_2/d\varphi = 0$, d. h. es wird keine Flüssigkeit von der betreffenden Meßkammer aufgenommen. Da $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, und



somit auch $\frac{d\Phi}{d\varphi} = \frac{d\Phi_1}{d\varphi} + \frac{d\Phi_2}{d\varphi}$ ist, ergibt sich für $\varphi = 0$

$$\frac{d\Phi_2}{d\varphi} = \frac{d\Phi}{d\varphi},$$

für $\varphi = 180^\circ$

$$\frac{d\Phi_1}{d\varphi} = \frac{d\Phi}{d\varphi}.$$

Das Volumen V_1 ist größer als V_2 , und zwar um so mehr, je größer das Verhältnis R/ϱ gewählt wird. Aus R und ϱ erhält man den Halbmesser des inneren Kammerzylinders

$$r = 2\varrho - R \tag{2}$$

und die Exzentrizität

$$e = R - \varrho \text{ (Bild 4)}. \tag{3}$$

Bild 5. Füllung $\Phi = f(\varphi)$ bei unendlich dünnem Ringkolben. $V_1 + V_2 = 1$; $R/\varrho = 1,31$.

Führt man die Zeit t ein, so ist der Durchfluß (Durchflußmenge/Zeiteinheit):

$$Q = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\varphi/dt$ ändert sich also Q proportional $d\Phi/d\varphi$.

2. Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten der Flüssigkeit.

Da die Wandstärke des Ringkolbens gleich 0 angenommen wurde, sind die gleich großen Ein- und Ausströmöffnungen vom Querschnitt F in allen Stellungen des Kolbens voll geöffnet. Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω sei im Querschnitt F die mittlere Fließgeschwindigkeit $c_m = Q/F$.

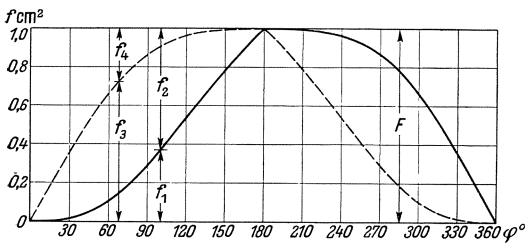


Bild 6. Ein- und Austrittsöffnungen an der Meßkammer bei unendlich dünnem Kolben für $F = 1 \text{ cm}^2$.

Die wirklichen Strömungsgeschwindigkeiten weichen jedoch von diesem Wert c_m erheblich ab, da der Ringkolben die Ein- und Austrittsöffnungen in Teilöffnungen f_1, f_2 bzw. f_3, f_4 mit den Geschwindigkeiten c_1 bis c_4 und den Durchflüssen Q_1 und Q_2 zerlegt.

Die Änderung der vier Querschnitte mit dem Winkel φ zeigt Bild 6 für $F = 1$ und $R/\varrho = 1,31$. Dabei ist $f_1 + f_2 = f_3 + f_4 = F$. Die Kurven wurden durch Planimetrieren ermittelt und sind für die Ein- und Austrittseite spiegelbildlich zur Ordinate bei $\varphi = 180^\circ$ gleich.

Es sei nun $c_m = 1 \text{ m/s}$, entsprechend einer konstanten mittleren Belastung des Zählers angenommen. Für $R = 29,5 \text{ mm}$, $\varrho = 22,5 \text{ mm}$ und $H = 21 \text{ mm}$ entspricht diesem Wert c_m ein Durchfluß von $Q = 0,3105 \text{ l/s}$ und eine Drehzahl des Ringkolbens

von $n = 7,48$ U/s bei konstanter Winkelgeschwindigkeit. Durch tabellarische Differentiation der Kurven Φ_1 und Φ_2 (Bild 5) findet man die entsprechenden Werte Q_1 und $Q_2 = f(\varphi)$, so daß sich mit Hilfe von Bild 6 die Teilgeschwindigkeiten c_1 bis c_4 berechnen lassen. Sie sind in Bild 7 dargestellt. Man ersieht, daß zu beiden Seiten der Totlagen $\varphi = 0$ und $\varphi = 180^\circ$ jeweils in einer Teilöffnung Geschwindigkeiten von einem Vielfachen des mittleren Wertes c_m auftreten. Besonders ungünstig sind die Verhältnisse in den beiden inneren Teilkammern *II* und *IV* in der Nähe von $\varphi = 180^\circ$. Die Entstehung der Geschwindigkeitskurven (Bild 7) wird in ihren Einzelheiten klar, wenn man den Verlauf der zugehörigen Querschnitte f (Bild 6) und die Änderung der Neigung der Kurven $\Phi = f(\varphi)$ (Bild 5) miteinander vergleicht.

Da nach der Grundgleichung der Hydrodynamik die Summe aus potentieller und kinetischer Energie konstant ist, hat eine Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit in den Querschnitten f einen entsprechenden Druckabfall zur Folge. Es fragt sich nun, wie der Zähler durch diese Druckschwankungen beeinflusst wird.

Beim Eintritt in die Meßkammer teilt sich der Flüssigkeitsstrom in zwei Zweige, die sich erst am Austritt wieder vereinigen. Bei einer normalen Rohrverzweigung wird die Verteilung der Flüssigkeit durch den Widerstand der beiden Leitungen bestimmt. Dies ist jedoch beim Ringkolbenzähler nicht möglich, da die beiden Meßsysteme *I* ··· *III* und *II* ··· *IV* durch die Einschaltung des Ringkolbens kinematisch miteinander gekuppelt sind, wodurch die Mengenverteilung auf beide Zweige entsprechend Bild 5 festgelegt ist. Bei konstantem Durchfluß Q muß also zwangsläufig die Geschwindigkeitsverteilung nach Bild 7 herbeigeführt werden. Dabei kann angenommen werden, daß die der Überschreitung von c_m entsprechende Dichte der kinetischen Energie $(c_{1..4}^2 - c_m^2) \frac{\gamma}{2g}$ jeweils hinter den Ein- und Ausströmöffnungen durch Wirbelung vernichtet wird ($\gamma =$ Wichte; $g =$ Fallbeschleunigung).

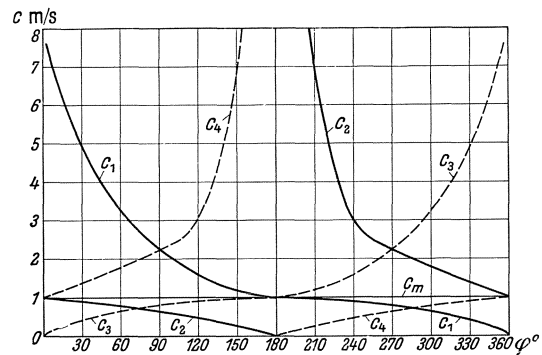


Bild 7. Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten an der Meßkammer bei unendlich dünnem Kolben für $c_m = 1$ m/s.

Da vor den Öffnungen f_1 und f_2 , d. h. außerhalb des Meßraums, der gleiche Flüssigkeitsdruck herrscht, ergeben sich in den Eintrittskammern *I* und *II* verschiedene Drücke p_1, p_2 , und zwar werden sie um so niedriger, je größer die Eintrittsgeschwindigkeiten c_1 bzw. c_2 gegenüber c_m sind.

Ferner ist der Flüssigkeitsdruck hinter den Öffnungen f_3 und f_4 der gleiche. Um die erforderlichen hohen Geschwindigkeiten c_3 und c_4 zu erzeugen, müssen daher in den Austrittskammern *III* und *IV* die Drücke p_3, p_4 jeweils um so höher sein, je größer die zugehörigen Geschwindigkeiten c_3 und c_4 gegenüber c_m sind.

Durch die starken Geschwindigkeitssteigerungen in der Nähe der Totlagen nach Bild 7 treten also in den Eintrittskammern *I* und *II*, d. h. vor dem Ringkolben, Drucksenkungen, in den Austrittskammern *III* und *IV* Druckerhöhungen auf. Beide Druckänderungen üben zusätzliche Kräfte auf den Ringkolben aus, deren Größe zu bestimmen ist.

3. Kräfte am Ringkolben.

Vernachlässigt man zunächst die verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten und die hierdurch erzeugten Druckänderungen, so kann als treibende Kraft am Kolben ein Druckunterschied $p = p_e - p_a$ zwischen Ein- und Auslaufseite angenommen werden. In diesem Fall ist $p_e = p_1 = p_2$, $p_a = p_3 = p_4$.

Nach Bild 8 treten daher wirksame Kräfte am Kolben nur längs des stark ausgezogenen Halbkreises AB auf. Die Richtung der resultierenden Kraft P fällt mit der jeweiligen Bewegungsrichtung des Ringkolbenzapfens zusammen. Es treten daher keine radial gerichteten Kräfte auf. Nach Bild 8 ergibt sich mit $D = 2\varrho$

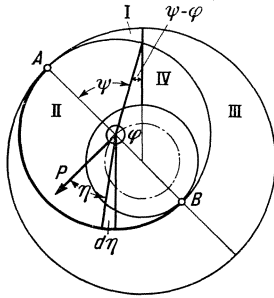


Bild 8. Kräfte am Ringkolben.

$$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} p \frac{D}{2} d\eta \cos \eta$$

oder

$$P = DH(p_e - p_a). \quad (4)$$

Die resultierende Kraft P ist also unabhängig von der Stellung des Kolbens.

Berücksichtigt man den Einfluß der Geschwindigkeitsschwankungen, so sind auch die Drücke in den Teilkammern I und II bzw. III und IV verschieden. Wir müssen dann die Kräfte, die von den Drücken $p_1 \dots p_4$ auf den Kolbenring ausgeübt werden, getrennt betrachten. Nach Bild 8 sei ψ der dem Drehwinkel φ entsprechende Zentriwinkel des Ringkolbens. Aus trigonometrischen Erwägungen findet man die

Beziehung

$$\psi = \varphi + \arcsin\left(\frac{R-\varrho}{\varrho} \sin \varphi\right). \quad (5)$$

Allgemein ist dann die längs des Winkels ψ am Kolben wirkende Kraft

$$R = \int_{-\frac{\psi}{2}}^{+\frac{\psi}{2}} p H \frac{D}{2} d\eta \cos \eta.$$

Für die vier Teilkammern ergibt sich damit nach Bild 9

$$R_1 = DH p_1 \sin \frac{\psi}{2}, \quad R_3 = DH p_3 \sin \frac{\psi}{2},$$

$$R_2 = DH p_2 \cos \frac{\psi}{2}, \quad R_4 = DH p_4 \cos \frac{\psi}{2}.$$

In der Kammer II wirken die Kräfte an einem Winkel $(2R + \psi)$, heben sich jedoch zum Teil auf, so daß nur die Kräfte am Winkel $(2R - \psi)$ wirksam werden. Ähnlich tritt an die Stelle von $(4R - \psi)$ in Kammer III der Winkel ψ .

Aus Bild 9 ersieht man, daß die Kräfte R_1 und R_3 , ebenso wie R_2 und R_4 , gleiche Wirkungslinien haben. Somit ist

$$R_a = R_1 - R_3 = DH \sin \frac{\psi}{2} (p_1 - p_3),$$

$$R_i = R_2 - R_4 = DH \cos \frac{\psi}{2} (p_2 - p_4).$$

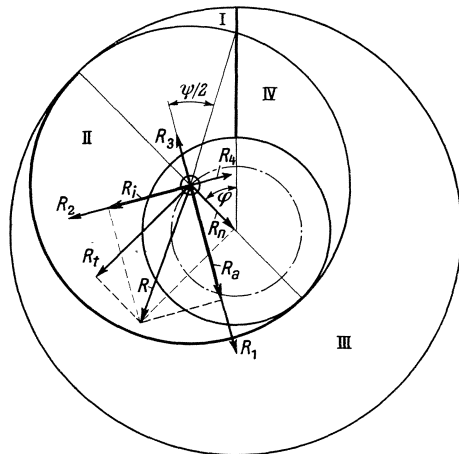


Bild 9. Kräfte am Ringkolben.

Ist R_n die Normal-, R_t die Tangentialkomponente der resultierenden Kraft, so ergibt sich aus Bild 9, wenn eine nach außen gerichtete Normalkraft R_n und R_t im Drehsinn als positiv eingeführt wird:

$$R_n = R_i \sin \frac{\psi}{2} - R_a \cos \frac{\psi}{2},$$

$$R_t = R_i \cos \frac{\psi}{2} + R_a \sin \frac{\psi}{2},$$

oder eingesetzt:

$$R_n = DH \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2} [(p_2 - p_4) - (p_1 - p_3)], \tag{6}$$

$$R_t = DH \left[(p_1 - p_3) \sin^2 \frac{\psi}{2} + (p_2 - p_4) \cos^2 \frac{\psi}{2} \right]. \tag{7}$$

Die durch die Abweichung der Geschwindigkeiten von $c_m = 1$ m/s entstehenden zusätzlichen Drücke in den Meßkammern ergeben sich unter Berücksichtigung des Vorzeichens zu:

$$p_1 = (c_m^2 - c_1^2) \frac{\gamma}{2g}; \quad p_2 = (c_m^2 - c_2^2) \frac{\gamma}{2g};$$

$$p_3 = (c_3^2 - c_m^2) \frac{\gamma}{2g}; \quad p_4 = (c_4^2 - c_m^2) \frac{\gamma}{2g}.$$

Setzt man die so errechneten p -Werte in die Formeln (6) und (7) ein, so ergeben sich die zugehörigen Kräfte am Kolben.

In Bild 10 ist R_n/DH und R_t/DH als $f(\varphi)$ für $c_m = 1$ m/s aufgetragen.

Auf Grund von Versuchen mit einem normalen Zähler, bei dem die erwähnten Druckschwankungen durch später zu besprechende Maßnahmen weitgehend herabgesetzt waren, wurde ferner für $c_m = 1$ m/s ein konstantes Druckgefälle am Ringkolben von $p = \frac{P}{DH} = 10 \frac{g}{cm^2}$ angenommen. Der konstanten positiven Kraft P wirkt jedoch eine erheblich größere negative Kraft R_t entgegen. Nur in den Totlagen wird $R_t = 0$, so daß hier die Kraft P zum Antrieb des Ringkolbens bei $c_m = 1$ m/s ausreicht. In allen anderen Stellungen wird die Bewegung durch R_t verzögert. Gleichzeitig treten erhebliche Normalkräfte R_n mit wechselnden Vorzeichen auf, die den Ringkolben bald am Zylinder 2, bald an der Rolle 6 zur Anlage bringen und dadurch zusätzliche Reibung hervorrufen.

Zur Überwindung der Kräfte R_t und R_n ist daher eine Vergrößerung von P , d. h. eine Erhöhung des Druckgefälles p von periodisch sich änderndem Betrag erforderlich. Bild 11 erläutert die Vorgänge, die sich hierbei abspielen. Es ist dabei angenommen, daß der Zähler in die Zweigleitung eines Rohrnetzes mit dem konstanten Druck h in m WS eingebaut sei. Hinter dem Zähler fließt das Wasser ins Freie aus. Der Kurvenzug I stelle den Druckverlauf für $R_t = 0$ dar, bei dem an

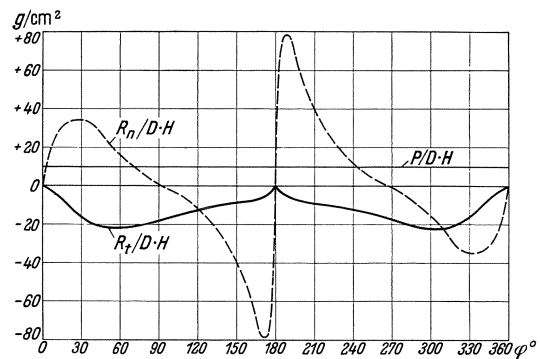


Bild 10. Kräfte am unendlich dünnen Ringkolben.

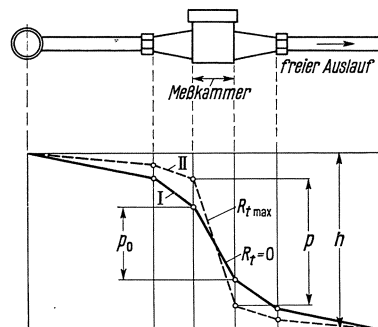


Bild 11. Druckschwankungen infolge veränderlicher Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten an der Meßkammer.

der Meßkammer das Druckgefälle p_0 erforderlich ist ($\varphi = 0$ oder 180°). Nimmt nun der Ringkolben eine Zwischenstellung ein, so wächst R_t bis zu einem Höchstwert, zu dessen Überwindung am Kolben ein größeres Gefälle p erforderlich ist.

Eine Erhöhung von p kann jedoch bei konstantem Gefälle h nur durch Verminderung des Durchflusses zustande kommen, womit gleichzeitig wieder die Kräfte R_t und R_n etwas abnehmen. Es stellt sich dann schließlich ein Wert $p > p_0$ ein, dem der Druckverlauf *II* und somit ein kleinerer Durchfluß entspricht.

Die auf diese Weise entstehenden periodischen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit ω wachsen mit dem Anteil des Druckverlustes p der Meßkammer am Gesamtgefälle h , d. h. mit zunehmender Belastung des Zählers bzw. mit Verkleinerung des Betriebsdruckes.

Da es nicht möglich ist, die Geschwindigkeitsschwankungen durch günstigere Formgebung der Ein- und Austrittsöffnung zu vermindern, sieht man bei praktischen Ausführungen Entlastungsöffnungen vor, die einen entsprechenden Flüssigkeitsaustausch zwischen den Kammern ermöglichen und so die Kräfte R_t und R_n stark herabsetzen. Dabei darf in keiner Kolbenstellung eine Verbindung zwischen Ein- und Auslauf vorhanden sein.

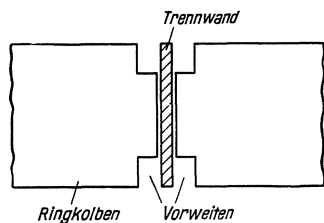


Bild 12. Vorweiten am Ringkolben.

Man bringt daher im Boden und Deckel auf der den Ein- und Austrittsöffnungen gegenüberliegenden Seite der Trennwand Vertiefungen, sog. Taschen, vom Profil der Öffnungen an, die einerseits die Kammern *I* und *II*, andererseits die Kammern *III* und *IV* miteinander verbinden.

Demselben Zweck dienen die sog. Vorweiten, worunter man Ausschnitte im Kolbenring am Schlitz, z. B. nach Bild 12, versteht. Ihre Ausdehnung in der Umfangsrichtung ist auf wenige mm begrenzt, da andernfalls Flüssigkeit ungemessen vom Einlauf zum Auslauf gelangen kann.

IV. Ringkolben mit endlicher Wandstärke.

Durch die endliche Wandstärke des Kolbenringes und -steges treten gewisse Änderungen der für den unendlich dünnen Ringkolben ermittelten Gesetze auf. Hierbei ist zu beachten, daß zur einwandfreien Abdichtung der Ein- und Austrittsöffnungen die Steuorkanten durch den Kolbenring etwas überdeckt werden müssen. Infolgedessen sind, wie Bild 2 zeigt, die wirklichen Öffnungen kleiner, als bei der bisherigen Untersuchung angenommen wurde (Bild 4). In den Totlagen des Kolbens werden die Begrenzungen der Öffnungen etwa um die halbe Stärke des Kolbenringes überdeckt.

1. Gesetz der Füllung.

Wir nehmen nun an, der Ringkolben mit endlicher Wandstärke besitze den gleichen Außendurchmesser $D = 2 \varrho$ wie der unendlich dünne Kolben; ferner seien R und H unverändert. Dann wird durch die endliche Dicke des Kolbenringes und des -steges

1. das innerhalb des Zylinders $D = 2 \varrho$ liegende Meßkammervolumen V_2 (Bild 3) verkleinert;

2. ändert sich das Füllungsvolumen durch ein in den Füllungsraum hineinragendes Stück des Kolbenringes und -steges von mit der Kolbenstellung φ veränderlicher

Winkelweite ψ . Der Halbmesser r des inneren Begrenzungszyllinders vermindert sich um die Wandstärke des Kolbenringes.

Ist nach Bild 13 ϱ_m der mittlere und ϱ_1 der innere Halbmesser des Kolbenringes, so lautet die Beziehung zwischen ψ und φ für den Kolben endlicher Dicke

$$\psi = \varphi + \arcsin\left(\frac{R - \varrho}{\varrho_m} \sin\varphi\right). \quad (5a)$$

Da also ψ sich nicht proportional mit φ ändert, ergibt sich gegenüber dem unendlich dünnen Kolben eine Änderung des Füllungsgesetzes $\Phi = f(\varphi)$.

Ist V_3 der Rauminhalt des Kolbenringes,

V_4 der Rauminhalt des Kolbensteges,

V_5 der Rauminhalt des innerhalb des Zylinders $2r$ liegenden Teils des Stegs,

Δ der Rauminhalt des durch ψ und φ gebildeten schraffierten Dreiecks (Bild 13),

so tritt an die Stelle von V_2 beim Kolben endlicher Dicke das Volumen

$$\bar{V}_2 = V_2 - V_3 - V_4 + V_5. \quad (8)$$

Der Einfluß des Führungsausschnitts und der Trennwand sei zunächst vernachlässigt. Die Löcher im Kolbensteg, Vorweiten und Taschen im Deckel und Boden machen den Füllungs- und Entleerungsvorgang nicht mit und können daher bei der Berechnung der Füllungskurve außer Betracht gelassen werden.

Ist s die Wandstärke des Kolbenstegs, so findet man für das Volumen Δ aus Bild 13

$$\Delta = (R - \varrho) \frac{\varrho_m}{2} s \sin\psi. \quad (9)$$

In Gl. (1) ist nunmehr statt $(V_1 + V_2) \frac{\varphi}{2\pi}$ zu setzen (Bild 13):

$$(V_1 + V_2) \frac{\varphi}{2\pi} - \left[(V_3 + V_4) \frac{\varphi}{2\pi} + \Delta - V_5 \frac{\varphi}{2\pi} \right].$$

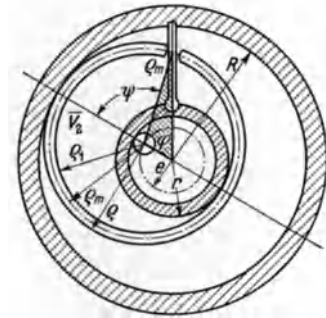


Bild 13. Meßkammer mit Kolben von endlicher Wandstärke.

Ferner tritt an die Stelle von $V_2/2$ der Ausdruck $\bar{V}_2/2$ nach Gl. (8). Durch Einführung des Wertes ψ aus Gl. (5a) und von Δ nach Gl. (9) erhält man nach Ordnen der Glieder:

$$\Phi = (V_1 + \bar{V}_2) \frac{\varphi}{2\pi} \pm \frac{\bar{V}_2}{2} - (V_3 + V_4) \frac{\varphi}{2\pi} - (R - \varrho) \frac{\varrho_m}{2} s \sin\psi. \quad (10)$$

Nach Gl. (5a) wächst $(\psi - \varphi)$ mit $R - \varrho$, d. h. mit der Exzentrizität e . Der Einfluß der endlichen Dicke des Kolbens auf die Funktion $\Phi = f(\varphi)$ wird also um so größer, je kleiner ϱ gegenüber R gewählt wird. Für den gedachten Grenzfall $R = \varrho$ geht Gl. (10) in Gl. (1) über, wobei an Stelle von V_2 der kleinere Wert \bar{V}_2 tritt.

Eine geringe Korrektur erfährt Gl. (10) noch, wenn man den Einfluß des Führungsausschnitts und der Trennwand berücksichtigt. Die je Kolbenumdrehung abgegebene Flüssigkeitsmenge vergrößert sich nämlich um den kleinen Betrag $V_6 = s \cdot f_6$, wenn f_6 die Fläche des Ausschnitts und V_6 das der Stärke s des Stegs entsprechende Volumen ist. Der Verlauf von $V_6 = f(\varphi)$ wurde durch Planimetrieren ermittelt. Der Anteil von V_6 am Gesamtvolumen $(V_1 + V_2)$ beträgt nur etwa 1%.

Durch die endliche Dicke der Trennwand tritt praktisch keine Änderung der abgegebenen Wassermenge ein, da bei Beendigung der Füllung Φ_1 bzw. Φ_2 die

Trennwand jeweils außerhalb des gerade gefüllten Meßraums liegt. Die Füllungskurve $\Phi = f(\varphi)$ erfährt hierbei lediglich eine Parallelverschiebung um den Betrag $H \cdot \frac{b}{2} \cdot (R - r)$, wenn b die Stärke der Trennwand ist.

In Bild 14 ist $\Phi = f(\varphi)$ für das Beispiel eines Ringkolbenzählers mit der Nennbelastung von $3 \text{ m}^3/\text{h}$, entsprechend einem Druckverlust des Zählers von 10 m WS , dargestellt. Die nach Gl. (10) berechnete Füllung wurde entsprechend dem Einfluß von V_6 und der Trennwand korrigiert. Zum Vergleich ist die Füllungsgerade nach Gl. (1) eingezeichnet, die der Anzeige des Zählers entspricht.

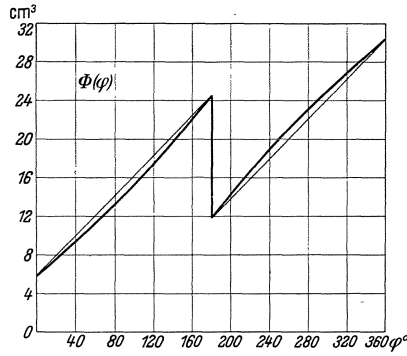


Bild 14. Füllung $\Phi = f(\varphi)$ beim Kolben mit endlicher Wandstärke.

Bei 360° positiv ist, entsteht der größte Meßfehler, wenn die Messung bei $\varphi = 90^\circ$ oder 270° begonnen und bei 270° bzw. 90° beendet wird. Praktisch entsprechen der kleinsten Entnahmemenge stets mehrere Umdrehungen des Kolbens. Der Fehler, bezogen auf die gleiche Entnahmemenge, wächst daher mit der Größe des Meßkammervolumens.

Bei dem untersuchten 3-m^3 -Zähler ergibt sich bei einer Entnahme von $V \approx 11$ für den obenerwähnten ungünstigsten Fall ein Meßfehler von $\mp 0,18\%$.

3. Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung bei konstantem Durchfluß.

Bei konstantem Betriebsdruck und fester Einstellung des Entnahmeventils hinter dem Zähler ist, wie auch Versuche ergeben haben, der Durchfluß Q in erster Näherung konstant. Auf Grund des Füllungsgesetzes nach Bild 14 ist daher die Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\varphi/dt$ periodisch veränderlich.

Nun ist $Q = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$. Bestimmt man daher $\Phi'(\varphi) = \frac{d\Phi}{d\varphi}$, so läßt sich

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{Q}{\Phi'(\varphi)} \quad (11)$$

berechnen.

Durch Differenzierung der Gl. (10) erhält man

$$\Phi'(\varphi) = \frac{V_1 + \bar{V}_2}{2\pi} - \frac{V_3 + V_4}{2\pi} \cdot \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \varphi}} - b \cos \psi \left(1 + \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \varphi}} \right), \quad (12)$$

worin $a = \frac{R - \varrho}{\varrho_m}$ und $b = (R - \varrho) \frac{\varrho_m}{2} s$ ist.

In Bild 15 ist $\Phi' = f(\varphi)$ unter Berücksichtigung der durch den Führungsausschnitt sich ergebenden graphisch ermittelten Korrektur dargestellt. Die endliche Dicke der Trennwand hat auf Φ' keinen Einfluß, da sie nur eine Parallelverschiebung von $\Phi = f(\varphi)$ bewirkt.

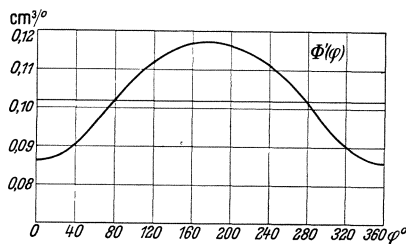


Bild 15. Zunahme der Füllung $\Phi'(\varphi) = f(\varphi)$.

Für den 3-m³-Zähler ergeben sich bei der konstanten Nennbelastung $Q = 3000 \text{ l/h} = 834 \text{ cm}^3/\text{s}$ die Winkelgeschwindigkeiten $\omega = f(\varphi)$ nach Bild 16.

Auf graphischem Wege läßt sich ferner die Winkelbeschleunigung $\omega' = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = f'(\varphi)$ (Bild 17) bestimmen aus Gl. (11) für $Q = \text{const}$:

$$\omega' = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{\Phi'(\varphi)} \right) = \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{Q}{\Phi'(\varphi)} \right) \cdot \omega = -\Phi''(\varphi) \frac{\omega^2}{\Phi'(\varphi)}. \quad (13)$$

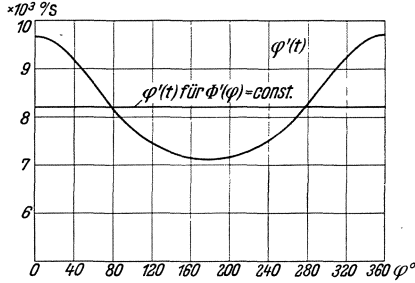


Bild 16. Winkelgeschwindigkeit $\omega = f(\varphi)$ des Ringkolbenzapfens bei konstantem Durchfluß $Q = 3 \text{ m}^3/\text{h}$.

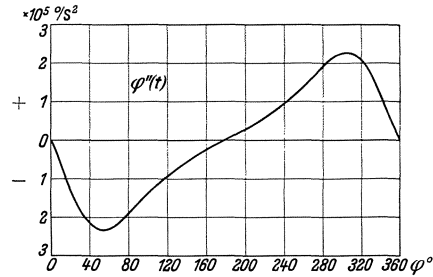


Bild 17. Winkelbeschleunigung $\omega' = f'(\varphi)$ des Ringkolbenzapfens bei konstantem Durchfluß $Q = 3 \text{ m}^3/\text{h}$.

4. Relativbewegung von Kolben und Kammerzylinder.

Da der äußere Umfang des Kolbens kleiner ist als der des Zylinders 1 der Kammer, so findet außen ein Gleiten des Kolbens in Richtung der Drehbewegung statt. Am Zylinder 2 der Meßkammer gleitet dagegen der Kolben in einem der Drehbewegung entgegengesetzten Sinn, weil der Umfang des Kammerzylinders 2 kleiner ist als der innere Kolbenumfang.

Der Gleitweg je Umdrehung beträgt außen: $2\pi(R - \varrho)$ und innen: $2\pi(\varrho_1 - r) = 2\pi(R - \varrho)$, da

$$R + r = \varrho + \varrho_1 \quad (14)$$

ist (Bild 13). Die Gleitgeschwindigkeit wird durch die Beziehung zwischen ψ und φ und die Winkelgeschwindigkeit ω bestimmt. Bis zur Drehung φ ist an dem Begrenzungszyylinder 1 ein Gleitweg zurückgelegt von der Größe $G(\varphi) = R\varphi - \varrho\psi$ (Bild 13) und entsprechend am Zylinder 2 von $g(\varphi) = \varrho_1\psi - r\varphi$ oder unter Berücksichtigung der Gleichungen (5a) und (14)

$$G(\varphi) = (R - \varrho)\varphi - \varrho \arcsin \left(\frac{R - \varrho}{\varrho_m} \sin \varphi \right), \quad (15)$$

$$g(\varphi) = (R - \varrho)\varphi + \varrho_1 \arcsin \left(\frac{R - \varrho}{\varrho_m} \sin \varphi \right). \quad (16)$$

Für $\frac{dG}{d\varphi}$ ergibt die Differentiation nach φ :

$$G'(\varphi) = R - \varrho - \varrho \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (17)$$

$$g'(\varphi) = R - \varrho + \varrho_1 \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (18)$$

wobei $a = \frac{R - \varrho}{\varrho_m}$ ist.

Da die Drehgeschwindigkeit des Kolbens bei konstantem Durchfluß veränderlich ist, muß zur Berechnung der Gleitgeschwindigkeit die Änderung von φ nach der Zeit in die Gleichungen (17) und (18) eingeführt werden nach der Formel

$$G'(t) = G'(\varphi) \cdot \omega.$$

$G'(\varphi)$ hat seinen Größtwert $G'(\pi) = (R - \varrho) \left(1 + \frac{\varrho}{\varrho_m}\right)$ bei $\varphi = \pi; 3\pi \dots$ und seinen Kleinstwert $G'(0) = (R - \varrho) \left(1 - \frac{\varrho}{\varrho_m}\right)$ bei $\varphi = 0; 2\pi \dots$

Für $g'(\varphi)$ erhält man den Größtwert $g'(0) = (R - \varrho) \left(1 + \frac{\varrho_1}{\varrho_m}\right)$ bei $\varphi = 0; 2\pi \dots$ und den Kleinstwert $g'(\pi) = (R - \varrho) \left(1 - \frac{\varrho_1}{\varrho_m}\right)$ bei $\varphi = \pi; 3\pi \dots$

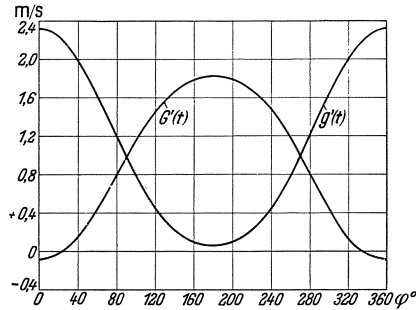


Bild 18. Gleitgeschwindigkeiten $G'(t)$ und $g'(t)$ als $f(\varphi)$ für $Q = 3 \text{ m}^3/\text{h}$.

Die beiden Größtwerte liegen in der Nähe von $2(R - \varrho)$, die beiden Kleinstwerte nahe bei 0. Sie sind jeweils gegeneinander um 180° in der Phase verschoben.

In Bild 18 sind die Kurven $G'(t)$ und $g'(t) = f(\varphi)$ für $Q = 834 \text{ cm}^3/\text{s}$ aufgetragen. Bemerkenswert ist, daß der Höchstwert der inneren Gleitgeschwindigkeit $g'(t)$ erheblich größer ist als der von $G'(t)$. Zu erklären ist diese Tatsache aus der größeren Winkelgeschwindigkeit des Ringkolbens in der Totpunkt-lage $\varphi = 0$ (Bild 16).

Da für den unendlich dünnen Kolben $\varrho = \varrho_1 = \varrho_m$ ist, werden für diesen Fall die Werte $G'(\varphi)$ und $g'(\varphi)$ gleich, sind jedoch um 180° in der Phase verschoben. Dasselbe gilt für die Gleitgeschwindigkeiten $G'(t)$ und $g'(t)$, da ω konstant ist.

5. Kräfte am Ringkolben.

Beim Kolben mit endlicher Wandstärke ist die wirksame Fläche für die innerhalb des Ringkolbens angreifenden Drücke p_2 und p_4 kleiner als für die Drücke p_1 und p_3 . In den Teilkammern *II* und *IV* ist $D \cdot H$ zu ersetzen durch $d \cdot h$, wobei $d = 2\varrho_1$ und $h = H - s$ ist. Dadurch gehen die Gleichungen (6) und (7) über in

$$R_n = [d h (p_2 - p_4) - D H (p_1 - p_3)] \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi}{2}; \quad (6a)$$

$$R_t = D H (p_1 - p_3) \sin^2 \frac{\psi}{2} + d h (p_2 - p_4) \cos^2 \frac{\psi}{2}. \quad (7a)$$

Sieht man zunächst von den Druckschwankungen, die durch die veränderlichen Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten entstehen, ab, so wird $p_1 = p_2$ und $p_3 = p_4$. Man ersieht jedoch aus Gl. (6a) und (7a), daß sich auch für diesen Fall beim Kolben endlicher Dicke veränderliche Normal- und Tangentialkräfte ergeben, die mit P_n und P_t bezeichnet seien, während beim unendlich dünnen Kolben $R_n = 0$ und $R_t = \text{const}$ ist. Man erhält

$$P_n = (p_1 - p_3) (d h - D H) \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi}{2}; \quad (6b)$$

$$P_t = (p_1 - p_3) \left(D H \sin^2 \frac{\psi}{2} + d h \cos^2 \frac{\psi}{2} \right). \quad (7b)$$

Durch die Verkleinerung der Ein- und Austrittsöffnungen, die, wie erwähnt, zur einwandfreien Abdichtung durch den Kolbenring erforderlich ist, wird zunächst die Gesamtfläche F verkleinert, wodurch die Strömungsgeschwindigkeiten wachsen. Bei kleinen Winkeln φ ist bereits der Raum *I* größer als 0, wenn f_1 infolge der Überdeckung durch den Kolbenring noch geschlossen ist. Hier müßte also $c_1 = \infty$ werden. Ähnlich würden auf der Austrittsseite in der Nähe der Totlagen sehr hohe Überdrücke entstehen.

Um dies zu vermeiden, müssen alle Zähler mit Entlastungsöffnungen (Vorweiten und Taschen) versehen sein. Durch diese kann Flüssigkeit in die betreffenden Teilräume auch dann einströmen, wenn die zugehörigen Ein- und Austrittsöffnungen verschlossen sind.

In Bild 19 sind die Kräfte, die an einem 3-m³-Zähler mit Taschen und Vorweiten bei der Nennbelastung von 3 m³/h auftreten, dargestellt. P_n und P_t sind die treibenden Kräfte, die einem konstanten Gefälle am Ringkolben entsprechen. Zu diesen treten infolge der Geschwindigkeitsschwankungen die Kräfte R_n und R_t . Man ersieht, daß trotz der kleineren Ein- und Austrittsöffnungen durch die Wirkung der Vorweiten und Taschen R_n und R_t im Verhältnis zu P_t bedeutend kleiner sind als beim unendlich dünnen Kolben ohne Entlastungsöffnungen (Bild 10). Insbesondere werden die großen Kräfte R_n in der Nähe von $\varphi = 180^\circ$ beseitigt. P_t in Bild 9 entspricht dem Wert $\frac{P}{DH}$ in Bild 10.

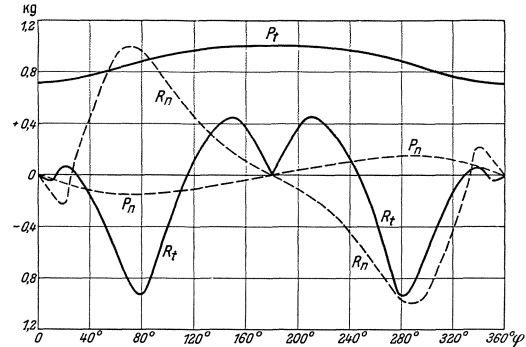


Bild 19. Kräfte am Ringkolben bei endlicher Wandstärke und konstantem Durchfluß $Q = 3 \text{ m}^3/\text{h}$.

Zusammenfassung.

Beim unendlich dünnen Ringkolben nimmt die Füllung linear mit dem Drehwinkel des Ringkolbenzapfens zu. Es treten jedoch erhebliche Geschwindigkeitsschwankungen in den Ein- und Auslaßöffnungen auf, die zusätzliche Kräfte hervorrufen, die berechnet werden. Durch die Anwendung von Entlastungsöffnungen (Vorweiten und Taschen) können diese Kräfte weitgehend beseitigt werden.

Beim Kolben mit endlicher Wandstärke ergibt sich ein nichtlineares Füllungsgesetz. Hierdurch können bei kleinen Entnahmemengen Meßfehler entstehen, deren Größe bestimmt wird. Für konstanten Durchfluß wird die veränderliche Winkelgeschwindigkeit, die Winkelbeschleunigung und die Gleitgeschwindigkeit des Ringkolbens berechnet. Die Kräfte am Ringkolben werden für einen 3-m³-Zähler mit Entlastungsöffnungen ermittelt.

Schrifttum.

1. G. Eggers: Der gegenwärtige Stand der Entwicklung von Volumenwassermessern im In- und Auslande. Gas- u. Wasserfach **77** (1934) S. 794 ··· 797, 807 ··· 811.
2. H. Zölllich: Zur Theorie des Scheiben-Flüssigkeits-Zählers. Wiss. Veröff. Siemens **XIV**, 3 (1935) S. 97 ··· 105.

Die Anzeigeverzögerung von Thermometern.

Von Fritz Lieneweg.

Mit 8 Bildern.

Mitteilung aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 20. August 1937.

Bezeichnungen.

- V Volumen (m^3).
- O Oberfläche (m^2).
- ρ Dichte ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).
- c spezifische Wärme ($\text{kcal} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).
- t Zeit (Stunden oder Sekunden nach besonderen Angaben).
- ϑ Temperatur ($^{\circ} \text{C}$).
- Θ_c Übertemperatur zur Zeit $t = 0$ (grad).
- Θ_m Übertemperatur zur Zeit t (grad).
- Θ_o Übertemperatur an der freien Oberfläche einer Platte, eines Zylinders oder einer Kugel (grad).
- Θ_i Übertemperatur an der isolierten Oberfläche einer Platte, in der Achse eines Zylinders oder im Mittelpunkt einer Kugel (grad).
- p Trägheitsbeiwert oder Zeitkonstante.
- H Halbwertzeit (Sekunden).
- X Dicke einer Platte, Halbmesser eines Zylinders oder einer Kugel (m oder mm nach besonderen Angaben).
- x Abstand von der isolierten Oberfläche einer Platte, von der Achse eines Zylinders oder vom Mittelpunkt einer Kugel (m).
- ξ Fiktive Länge.
- λ Wärmeleitfähigkeit ($\text{kcal} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).
- α Wärmeübergangszahl ($\text{kcal} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).
- $h = \alpha/\lambda$ relative Wärmeübergangszahl.
- \varkappa Wärmedurchgangszahl.
- $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$ Temperaturleitfähigkeit.

Die Anzeigeträgheit oder -verzögerung von Thermometern muß bei der Erörterung ihrer Anzeigegenauigkeit berücksichtigt werden, weil bei kurzzeitigen Temperaturänderungen, z. B. bei Temperaturmessungen in Flugzeugen oder bei Temperaturreglungen von Koch- und Destillationsvorgängen usw., leicht erhebliche Trugschlüsse hinsichtlich der erreichten Temperaturhöhe gezogen werden können. H. Herzog (1) hat gezeigt, daß die angezeigte Übertemperatur Θ_m eines Thermometers nach einer Exponentialfunktion mit der Zeit t sich ändert, wenn dieses plötzlich einer Übertemperatur Θ_c ausgesetzt wird:

$$\Theta_m = \Theta_c \cdot e^{-\frac{t}{p}}; \quad (1)$$

p_1 der „Trägheitsbeiwert“ oder die „Zeitkonstante“ des Thermometers ist seiner-

seits abhängig von dem Verhältnis des Volumens V zur Oberfläche O des Thermometers, von der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c des Thermometerkörpers sowie von der Wärmeübergangszahl α nach

$$p = \frac{V \rho c}{O \alpha}. \quad (2)$$

Diese Formel gilt nur unter der Voraussetzung, daß die Wärmeleitfähigkeit λ des Thermometers sehr groß und praktisch konstant ist. Es müssen sich alsdann die Anzeigetragheiten gleicher Thermometer in verschiedenen Medien umgekehrt wie die Wärmeübergangszahlen α verhalten. Da die Wärmeübergangszahlen α in ruhendem Wasser je nach Temperatur und Durchmesser des Thermometers zwischen 500 und 1200 und in ruhender Luft zwischen 5 und 15 kcal m⁻²h⁻¹grad⁻¹ liegen, wären deshalb in Luft wenigstens 33 · · · 100mal größere Anzeigetragheiten als in Wasser zu erwarten. Bei Metallthermometern (2) und Thermoelementen ist dieses Verhältnis auch erfüllt, dagegen erhält man schon bei Quecksilber-Glasthermometern erheblich kleinere Verhältniszahlen. Das gleiche gilt für fast alle übrigen in der Technik gebräuchlichen Thermometer und auch für solche Metallthermometer und Thermoelemente, die in Schutzrohre mit etwas Luft oder in keramische Schutzhülsen eingebaut sind.

Es scheint zunächst nahezuliegen, statt der Wärmeübergangszahl α die bei stationären Wärmeströmungen übliche Wärmedurchgangszahl κ einzuführen oder die äquivalente Wärmeleitfähigkeit λ_m (10) zuzufügen, wenn die Wärmeleitfähigkeit λ des Thermometers so klein wird, daß diese die Anzeigetragheit mit beeinflußt. Dadurch könnte gleichzeitig die Bauart mit berücksichtigt werden, da die Thermometer im allgemeinen aus zusammengesetzten Körpern, meist in Form von Zylindern oder Kugeln, bestehen. Für diese läßt sich aber die äquivalente Wärmeleitfähigkeit nicht berechnen, da nur für Hohlkörper mit endlichen inneren Durchmessern die Integrationskonstanten A und B der Gleichung für den Verlauf der Temperatur ϑ in Abhängigkeit vom Abstand x von der Achse eines Zylinders

$$\vartheta = A \cdot \ln x + B \quad (3)$$

aus den Grenzbedingungen zu bestimmen sind (3). Für Vollzylinder und -kugeln bleibt demnach die äquivalente Wärmeleitfähigkeit λ_m und die Wärmedurchgangszahl κ unbestimmt.

Eine genauere Kenntnis des Einflusses der Wärmeleitfähigkeit λ und der anderen Stoffeigenschaften sowie der Abmessungen der Thermometer auf die Anzeigetragheit ergibt sich bei Betrachtung der Vorgänge zeitlich veränderlicher Wärmeströmungen ohne Wärmequellen. Dadurch wird die Möglichkeit gegeben, aus den Abmessungen und dem Aufbau der Thermometer die wirklichen Anzeigeverzögerungen zu berechnen, sofern die Thermometer aus vorwiegend gleich wärmeleitenden Stoffen aufgebaut sind. Für Thermometer aus sehr unterschiedlich leitenden Werkstoffen läßt sich das Verhältnis der Anzeigeverzögerungen in verschiedenen Medien, also der Einfluß der Wärmeübergangszahl α auf die Anzeigeverzögerung, durch einfache Untersuchungen leicht bestimmen. Bei den weiteren Betrachtungen wird angenommen, daß sich die Wärmeübergangszahl α und die Stoffeigenschaften während der Abkühlung nicht ändern. Außerdem sollen nur solche Thermometer behandelt werden, die, wie die meisten technischen, als Platten, Zylinder oder Kugeln ausgebildet sind.

I. Berechnung der Anzeigeverzögerung

aus gleichartigen Werkstoffen bestehender Thermometer aus zeichnerischen Darstellungen der Gleichungen für den Temperaturverlauf bei der Abkühlung oder Erwärmung von Körpern bei zeitlich veränderlichen Wärmeströmungen ohne äußere Wärmequelle und daraus sich ergebende allgemeine Gesetzmäßigkeiten.

Die Anzeigeverzögerung eines Thermometers wird je nach seinem Aufbau durch den Temperaturverlauf an der Oberfläche, an dem End- oder Mittelpunkt der Platte, des Zylinders oder der Kugel oder auch an bestimmten Zwischenpunkten auf der Oberflächennormale bzw. auf den Halbmessern bedingt sein. Zur Bestimmung der Anzeigeverzögerung von Thermometern muß deshalb die Erwärmung oder Auskühlung von Platten, Zylindern oder Kugeln und der zeitliche Verlauf ihrer Temperaturfelder berechnet werden, wenn das Thermometer von einer zunächst gleichmäßigen Temperatur plötzlich in ein Medium gleichbleibender höherer oder tieferer Temperatur gebracht wird.

Für das Temperaturfeld solcher Körper gleichartiger Zusammensetzung hat H. Gröber (4) durch Integration der allgemeinen Differentialgleichungen der Wärmeleitung

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}; & \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right); & \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right); \end{aligned} \quad (4)$$

Platte Zylinder Kugel

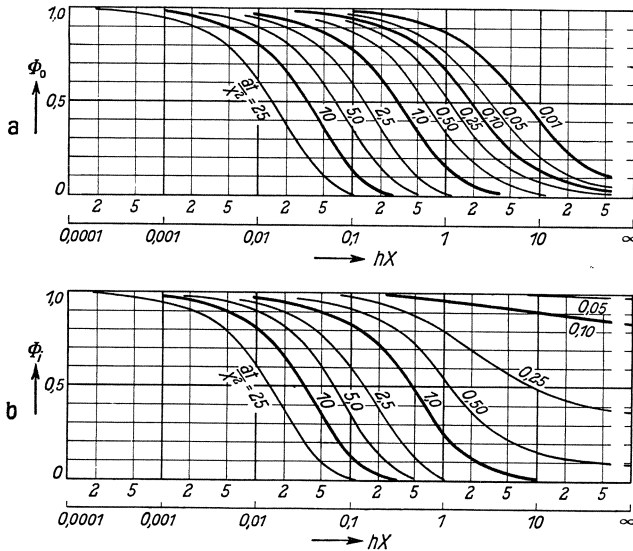


Bild 1. Funktionen Φ_0 und Φ_i zur Berechnung a) der Oberflächentemperatur Θ_0 und b) der Achsentemperatur Θ_i eines sich abkühlenden Zylinders.

nach denen Θ die Übertemperatur zur Zeit t an einer Stelle x des Körpers von der Stärke bzw. dem Halbmesser X eine Funktion der drei dimensionslosen Größen hX , at/X^2 und x/X ist. $h = \alpha/\lambda$ ist die „relative Wärmeübergangszahl“, $a = \lambda/\rho c$ die Temperaturleitfähigkeit des Körpers. Für die Temperatur der Oberfläche Θ_0 und die Temperatur Θ_i an der isolierten Oberfläche der Platte bzw. in der Achse vom Zylinder oder im Mittelpunkt der Kugel sind diese Funktionen Φ , die den Bruchteil von der anfänglichen Übertemperatur Θ_c angeben, von H. Gröber (5) berechnet in Abhängigkeit von hX und at/X^2 (Bild 1, Φ_0 und Φ_i für Zylinder). Die Ableitungen gelten streng für unendlich lange Platten und Zylinder, können aber auch näherungsweise auf begrenzte Körper angewandt werden.

Technische Thermometer sind meist aus verschiedenen Stoffarten mit unter Umständen stark unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten zusammengesetzt. Infolge-

unter Beachtung der räumlichen und zeitlichen Grenzbedingungen die allgemeinen Beziehungen abgeleitet

$$\Theta = \Theta_c \cdot \Phi \left(hX, \frac{at}{X^2}, \frac{x}{X} \right), \quad (5)$$

nach denen Θ die Übertemperatur zur Zeit t an einer Stelle x des Körpers von der Stärke bzw. dem Halbmesser X eine Funktion der drei dimensionslosen Größen hX , at/X^2 und x/X ist. $h = \alpha/\lambda$ ist die „relative Wärmeübergangszahl“, $a = \lambda/\rho c$ die Temperaturleitfähigkeit des Körpers. Für die Temperatur der Oberfläche Θ_0 und die Temperatur Θ_i an der isolierten Oberfläche der Platte bzw. in der Achse vom Zylinder oder im Mittelpunkt der Kugel sind diese Funktionen Φ , die den Bruchteil von der anfänglichen Übertemperatur Θ_c angeben, von H. Gröber (5) berechnet in Abhängigkeit von hX und at/X^2 (Bild 1, Φ_0 und Φ_i für Zylinder). Die Ableitungen gelten streng für unendlich lange Platten und Zylinder, können aber auch näherungsweise auf begrenzte Körper angewandt werden.

dessen sind die von H. Gröber angegebenen Lösungen nicht ohne weiteres zur genauen Berechnung der Trägheitswerte von allen Thermometern anwendbar. Zur Ermittlung der Temperaturverteilung bei der Auskühlung von Platten, die aus verschiedenen Werkstoffen zusammengesetzt sind, ist eine mathematische Lösung von E. F. M. van der Held (6) angegeben. Für Zylinder und kugelförmige Körper liegt dagegen eine allgemeine Lösung nicht vor. Durch das graphische Differenzenverfahren von E. Schmidt (7) und durch das von A. Nessi und L. Nisolle (8) auch für Zylinder und Kugeln verallgemeinerte Verfahren läßt sich für einige Thermometerarten (Platten, Hohlzylinder und -kugeln beliebiger Schichtung, sowie für Vollzylinder und -kugeln aus einheitlichen Werkstoffen) der Temperaturverlauf zeichnerisch bestimmen. Die Verfahren geben aber keinen unmittelbaren Aufschluß über die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten und über die Auswirkungen der einzelnen Einflußgrößen auf die Abkühlung bzw. Anzeigeverzögerung von Thermometern. Bei zweckentsprechender Auswertung lassen sich aber auch die Berechnungen von H. Gröber für die Beurteilung der Trägheitseigenschaften der üblichen Thermometer verwenden, und man erhält dann Zahlenwerte, die mit Erfahrungswerten in guter Übereinstimmung stehen.

Die Kurven gemäß Bild 1 geben den vollständigen Temperaturverlauf bei beliebigen Änderungen der Größen α, λ, ρ, c und X für die Oberflächen- und Innentemperaturen der verschiedenen Körper wieder. Bei Thermometern wird nun meist „die Halbwertzeit“ H bestimmt als die Zeit, die vergeht, bis die Übertemperatur des Thermometers gegenüber der Umgebung auf den halben Wert des ursprünglichen Unterschiedes gesunken ist. Sie ergibt sich demnach aus den Funktionswerten $\Phi = 0,5$. Legt man in ähnlicher Weise als „ $9/10$ -Wert-Zeit“ die Zeit fest, bis zu der $9/10$ des ursprünglichen Temperaturunterschiedes ausgeglichen ist, so erhält man diese Zeiten aus den Funktionswerten $\Phi = 0,1$. Sofern die Anzeigeverzögerung nach einer Exponentialfunktion gemäß Gl. (1) verläuft, muß sich bei Auftragen der diesen Zeiten entsprechenden Funktionsgrößen 0,5 und 0,1 in logarithmischem Maße und der zu einem angenommenen hX -Wert zugehörigen at/X^2 -Werte als Größen für die Anzeigeverzögerungszeiten in linearem Maße eine Gerade ergeben, die durch den Koordinatenanfangspunkt $at/X^2 = 0$ und $\Phi = 1$ verläuft. Andernfalls kühlt sich der Körper zu Anfang langsamer oder schneller als gemäß der e -Funktion ab (Bild 2). Der wahre Temperaturverlauf zu Beginn der Abkühlung kann mit genügender Genauigkeit leicht extrapoliert werden. Die Darstellung nur der $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten als Parameterkurven in Abhängigkeit von hX und at/X^2 ergibt deshalb ein fast gleichwertiges Ersatzbild für sämtliche Kurven ähnlich Bild 1. Derartige Kurven sind in Bild 3 wiedergegeben, und zwar für die Oberflächentemperaturen $\theta_o(x/X = 1)$, sowie für die Innentemperaturen $\theta_i(x/X = 0)$ von Platte, Zylinder und Kugel.

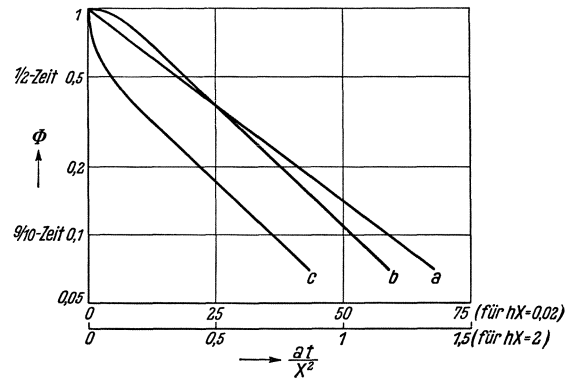


Bild 2. Anzeigeverzögerungskurven.
 a) $hX = 0,02$, Achsentemperatur $\theta_i =$ Oberflächentemperatur θ_o . b) $hX = 2$, Achsentemperatur θ_i . c) $hX = 2$, Oberflächentemperatur θ_o .

Hieraus lassen sich folgende Gesetzmäßigkeiten ableiten:

1. Die $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten und damit die Funktionswerte Φ für Platte, Zylinder und Kugel verlaufen für die Innentemperaturen θ_i einander ähnlich, für

die Oberflächentemperaturen Θ_o fast ähnlich. Setzt man die Anzeigeverzögerungszeit t für die Innentemperatur Θ_i des Zylinders = 1, so sind die Verzögerungszeiten für die Innentemperaturen von Platten = 1,9 und von Kugeln = 0,68 unabhängig von allen anderen Einflußgrößen bei gleichen Abmessungen, Wärmeleitfähigkeiten und

Wärmeübergangszahlen.

2. Sind die hX -Werte kleiner als 0,1, so ist die jeweilige Oberflächentemperatur Θ_o gleich der Innentemperatur Θ_i , bei höheren hX -Werten hinkt die Innentemperatur Θ_i der Oberflächentemperatur Θ_o mehr und mehr nach.

3. Für hX -Werte kleiner als 0,1 gilt für die Anzeigetragheit streng die Exponentialfunktion; das Verhältnis $9/10$ - zu $1/2$ -Wert-Zeit beträgt 3,34. Bei höheren hX -Werten wird das Verhältnis für die Oberflächentemperaturen größer, für die Innentemperaturen kleiner.

(Manchmal wird auch statt der

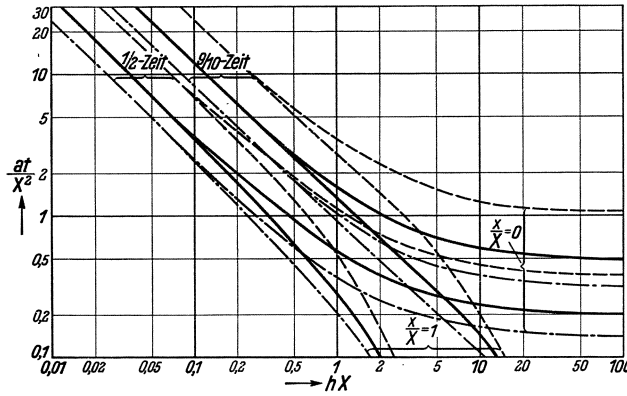


Bild 3. $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten zur Berechnung der Oberflächentemperaturen Θ_o , $x/X = 1$ und der Innentemperaturen Θ_i , $x/X = 0$ sich abkühlender Platten, Zylinder und Kugeln.

----- Platte, ——— Zylinder, - · - · - Kugel.

Halbwertzeit H die Zeitkonstante p angegeben, die sich aus der Exponentialfunktion Gl. (1) als die Zeit ergibt, in welcher die ursprüngliche Übertemperatur auf $1/e$ ihres Wertes gefallen ist. Die beiden Größen stehen untereinander in der Beziehung

$$H = 0,693 p. \tag{6}$$

Da nach obigem die Abkühlungskurven schon bei konstanten Stoffwerten und Übergangszahlen α nicht immer genau der Exponentialfunktion folgen, sich weitere Ab-

weichungen von ihr außerdem durch die Veränderlichkeit insbesondere der Wärmeübergangszahlen α während der Abkühlung ergeben, ist der Zeitkonstante p keine größere Bedeutung beizumessen als der Halbwertzeit H .)

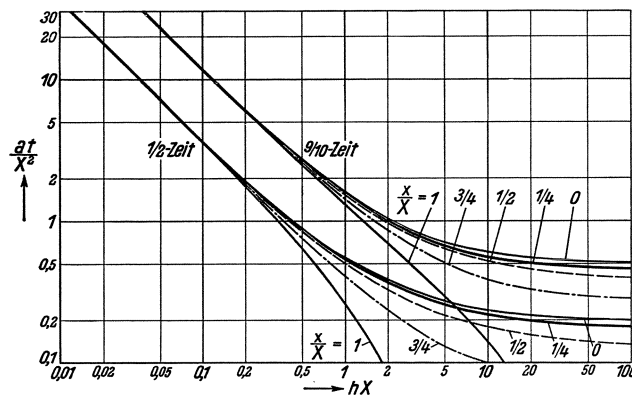


Bild 4. $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten zur Berechnung der Temperaturen innerhalb eines sich abkühlenden Zylinders.

Stelle mehr oder weniger weit von der Oberfläche oder Mitte des Körpers entfernt. Da Platte, Zylinder und Kugel bei gleichen Stoffeigenschaften sich ähnlich verhalten, wurden nur für den Zylinder die $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten nach dem graphischen Verfahren von H. Gröber (5) für Zwischenpunkte auf dem Halbmesser, und zwar für $x/X = 1/4, 1/2$ und $3/4$ ermittelt. Diese Werte sind in Bild 4 mit den Kurven für die Oberflächentemperaturen Θ_o ($x/X = 1$) und Innentemperaturen Θ_i ($x/X = 0$)

eingetragen. Schon bei geringer Eindringtiefe, also x/X -Werten wenig kleiner als 1, nehmen die Kurven den für die Innentemperaturlinien typischen Verlauf an und nähern sich deren Absolutwerten sehr schnell.

Da die meisten Thermometer aus mehreren Stoffarten mit verschiedenen Leitfähigkeiten zusammengesetzt sind, die Kurven aber nur für einheitliche Stoffe gelten, kann man nicht ohne weiteres aus den Abmessungen angeben, welche Stelle auf dem Halbmesser für die Temperaturanzeige maßgebend ist. Für Hohlzylinder ist von A. Nessi und L. Nisolle (8) gezeigt worden, daß für die Temperaturverteilung die

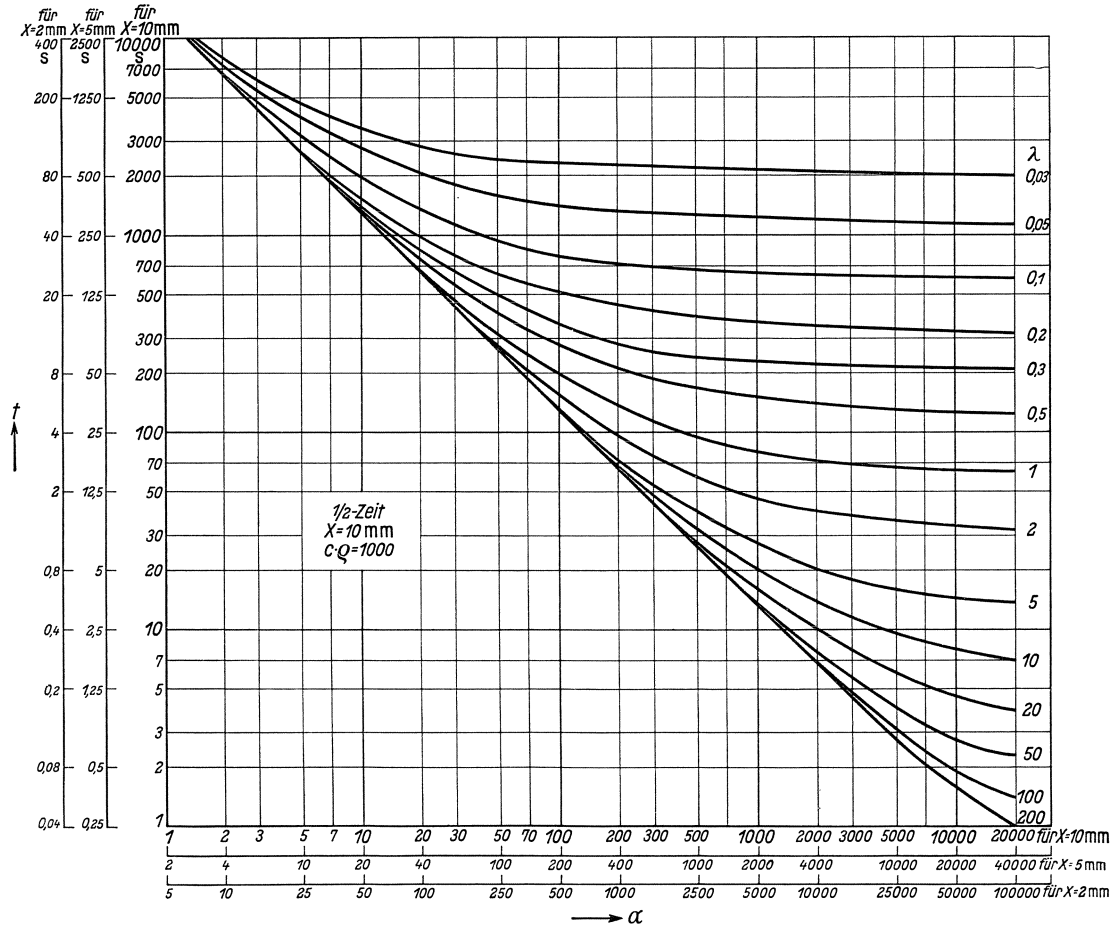


Bild 5. $\frac{1}{2}$ -Wert-Zeiten zur Berechnung der Anzeigeverzögerung t von Zylindern in Abhängigkeit von der Wärmeübergangszahl α und der Wärmeleitfähigkeit λ bei einem Halbmesser von 10 mm, einem Produkt von Dichte und spezifischer Wärme $\rho \cdot c = 1000$, $x/X = \frac{1}{4}$.

gleichen Gesetzmäßigkeiten gelten, die zur Bestimmung der äquivalenten Wärmeleitfähigkeit λ_m für geschichtete Körper bei stationären Wärmeströmungen führen. Die gleichen Gesetze sind auch für Vollzylinder und -kugeln maßgebend, wie später gezeigt wird. Danach findet der größte Temperaturabfall in den schlechtest leitenden Stoffen statt. Denkt man sich die Körper aus fiktiven Platten mit einheitlicher Wärmeleitfähigkeit λ ersetzt, so muß man den schlechter leitenden Stoffen die größeren Wandstärken zuordnen (für Platten ist die fiktive Länge $\xi = X/\lambda$, für Hohlzylinder $\xi = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln X$, für Hohlkugeln $\xi = \frac{1}{\lambda X}$). Hiernach geht z. B. in einem Glas-Quecksilberthermometer der Temperaturabfall fast ausschließlich in dem Glas vor sich,

und man muß, da ja Platte, Zylinder und Kugel sich ähnlich verhalten, die für die Temperaturanzeige charakteristische Stelle auf dem Halbmesser nahe dem Wert $x/X = 0$ annehmen. Bei nackten Quarzglas-Thermometern liegt der charakteristische Wert x/X etwa bei 0,75. Für die Beurteilung und Berechnung der Anzeigeverzögerung kann man für technische Thermometer durchschnittlich mit einem charakteristischen Längenverhältnis $x/X = 1/4$ rechnen. Aus Bild 4 erkennt man, daß die spezifischen Einflüsse der verschiedenen Stoffwerte unter dieser Annahme richtig erfaßt werden, und daß nur die absoluten Anzeigeverzögerungszeiten (at/X^2) weniger genau bestimmbar werden, wenn die charakteristische Stelle außerhalb des Wertes $x/X = 1/2$

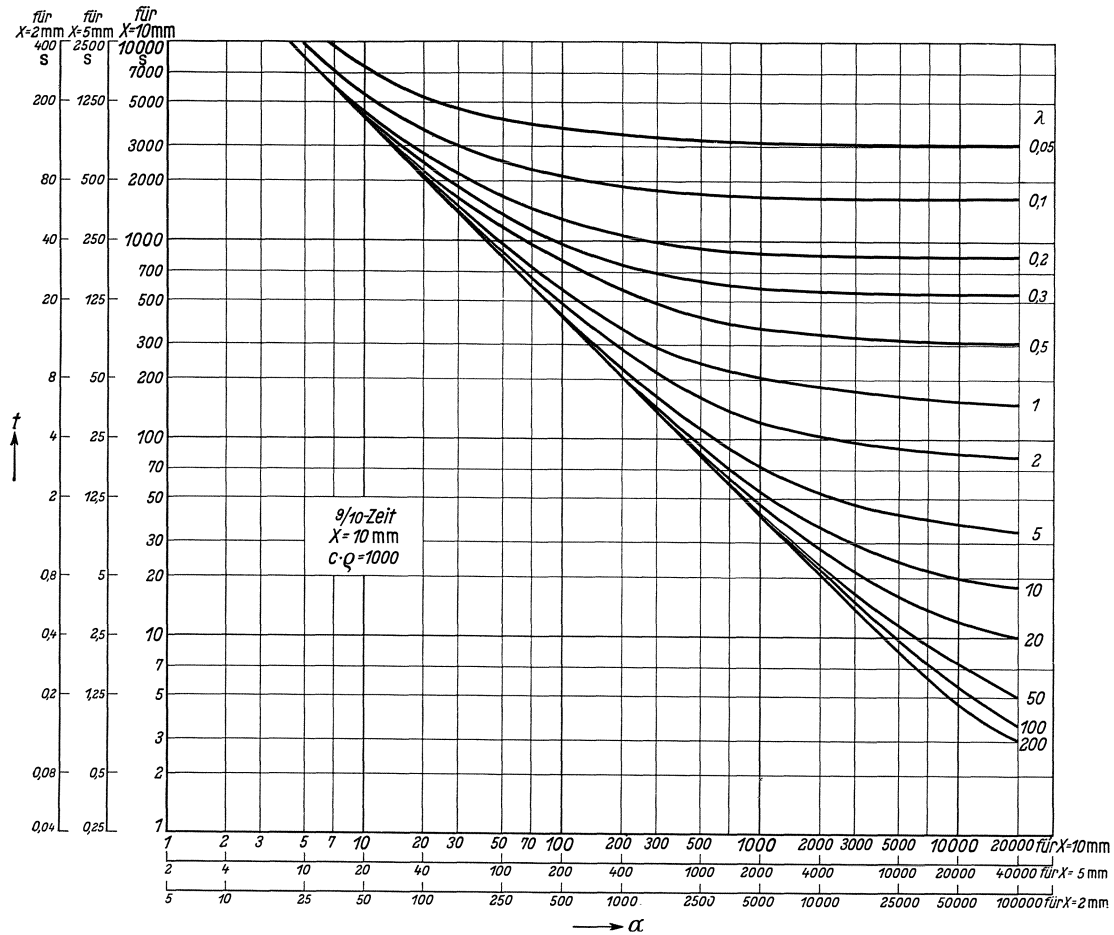


Bild 6. Wie Bild 5, jedoch für $9/10$ -Wert-Zeiten.

liegt und wenn gleichzeitig hX größer als etwa 0,25 wird. Dem Folgenden werden deshalb die $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeitkurven für $x/X = 1/4$ zugrunde gelegt.

In Bild 4 sind die Anzeigeverzögerungszeiten t nicht unmittelbar abzulesen, und es wurden deshalb zur leichteren Auswertung für die $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeitkurven bei $x/X = 1/4$ die Anzeigeverzögerungszeiten explizite in Abhängigkeit von der Wärmeübergangszahl α und der Wärmeleitfähigkeit λ für verschiedene Werte des Produktes aus den Dichten ρ und den spezifischen Wärmen c sowie der verschiedenen Halbmesser berechnet.

In Bild 5 und 6 sind davon die $1/2$ - und $9/10$ -Wert-Zeiten t in Abhängigkeit von α mit λ als Parameter für einen Halbmesser des Zylinders von 10 mm und für $\rho \cdot c = 1000$ wiedergegeben.

Es wurde nun gefunden, daß für andere Halbmesser die gleichen Kurven gelten, wenn man eine Transformation der an den Abszissen und Ordinaten angeschriebenen Wärmeübergangszahlen α und Anzeigeverzögerungszeiten t vornimmt. Diese sind dazu mit den aus Bild 7 ablesbaren Faktoren für α und t bei dem gegebenen Halbmesser X zu multiplizieren. In den Bildern 5 und 6 sind die sich so ergebenden α - und t -Leitern für die Halbmesser 2 und 5 mm mit eingezeichnet.

(Während in den Bildern 1 ··· 4 die Zeit t in Stunden und der Halbmesser X in Metern angegeben ist, wurden der einfacheren Handhabung wegen in den folgenden Bildern 5 ··· 8 und in den Zahlentafeln die Zeiten t in Sekunden und die Halbmesser X in Millimetern wiedergegeben.)

(Das Produkt aus den Dichten und spezifischen Wärmen $\rho \cdot c$ liegt für die verschiedensten Stoffarten, wie Metalle, keramische Stoffe, Gläser, Öle usw., zwischen 300 und 1000, für Luft bei 0,27. Die Halbmesser gebräuchlicher Thermometer liegen zwischen 2 und 10 mm, während mit Leitfähigkeiten von 0,03 bis 1 bis 50 und mehr für Luft, Isolierstoffe und Metalle [Stahl, Rotguß] gerechnet werden muß.)

Durch die Bilder 5 ··· 7 ist dann der ganze Temperaturverlauf an der Stelle $x/X = 1/4$ für zylinderförmige Thermometer in Abhängigkeit von den Abmessungen und allen Einflußgrößen festgelegt. Bei anderen den Thermometern eigenen $\rho \cdot c$ -Werten als 1000 ändert sich die Zeit t proportional mit diesen. Die Tafeln gelten aber auch für platten- und kugelförmige Thermometerkörper, wenn man nach den früheren Ausführungen die zu den gegebenen α - und λ -Werten gefundenen Zeiten t aus Bild 5 ··· 6 mit 1,9 für Platten und 0,68 für Kugeln multipliziert.

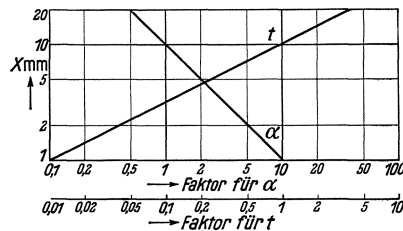


Bild 7. Faktoren zur Umrechnung der α - und t -Leitern der Bilder 5 und 6 für beliebige Halbmesser.

Kennt man also die einzelnen X -, α -, λ -, ρ - und c -Werte für ein Thermometer aus einheitlichem Wertstoff, so kann man aus diesen Kurven die Anzeigeverzögerung leicht ablesen (Zahlentafel 1, Nr. 2, 7 und 8). Ferner können aus den Bildern 4 ··· 6 einige allgemeine Grundsätze angegeben werden.

1. Bei großem hX , also großem α und bzw. oder kleinem λ , ändert sich die Anzeigeverzögerung verhältnismäßig dem Quadrat des Halbmessers X , bei kleinem hX , also kleinem α und bzw. oder großem λ , linear mit X (9).

2. Die Anzeigeverzögerung ändert sich linear mit der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c .

3. Bei kleinem hX , also kleinem α und bzw. oder großem λ , wird die Anzeigeverzögerung durch Änderung der Wärmeleitfähigkeit des Thermometers nicht beeinflusst. Bei großem hX , also großem α und bzw. oder kleinem λ , steigt die Anzeigeverzögerung linear mit sinkender Wärmeleitfähigkeit.

4. Bei kleinem hX , also kleinem α und bzw. oder großem λ , ändert sich die Anzeigeverzögerung linear mit sinkender Wärmeübergangszahl. Bei großem hX , also großem α und bzw. oder kleinem λ , wird die Anzeigeverzögerung durch Änderung von α nicht mehr beeinflusst.

Aus den unter 2 und 3 angeführten Regeln und aus Bild 5 und 6 erklärt sich das scheinbare Paradoxon, daß ein Thermometer mit Schutzrohr aus Isolierstoff eine kleinere Anzeigeverzögerung in Luft besitzt als ein metallgeschütztes Thermometer gleicher Abmessung, während in Wasser das Metallthermometer schneller den

Zahlentafel 1. Anzeigeverzögerungen ($1/2$ -Wert-Zeiten) verschiedener Thermometer in Wasser und Luft.

Thermometer	Wärmeübergangszahl α				$1/2$ -Wert-Zeiten				Verhältnis der $1/2$ -Wert-Zeiten zu Wasser = 1 für				λ	$c \cdot \rho$	Bemerkungen			
	Wasser ruh. 50° C		Luft 100° C		gefunden		berechnet		gefunden		berechnet							
	mm (2 X)	1 m/s	100° C ruh.	1 m/s ruh.	Wasser ruh.	Luft ruh.	Wasser ruh.	Luft 1 m/s	Luft 1 m/s	Luft ruh.	Luft 1 m/s	Luft ruh.						
1. Quecksilber-Glas-Thermometer (Kugel)	6	1100	29	13,5	3	38	72	2,4	35	73	13	24	14,5	31,4	1	420	λ Mittelwert aus $1/2$ - und $9/10$ -Zeiten; $c \cdot \rho$ Mittelw.	
2. Quarzglas-Widerstand-Thermometer	3,5	1220	30,5	15,5	2	29	51	2,2	34	65	14,5	25,5	15,4	29,5	0,8	440		
3. wie 2., mit Nickelhülse	5	1140	29,5	14	4,5	—	170	4,1	—	140	—	38	—	34	1,1	630		
4. wie 3., mit																		
a) Messinghülse	8	1040	28	12	7	210	372	6,8	143	336	30	53	21	49,5				λ und $c \cdot \rho$ von Quarz λ Mittelwert aus $1/2$ - und $9/10$ -Zeiten; $c \cdot \rho$ Mittelw.
b) Messinghülse	11	950	26,5	10,3	10	305	578	11,9	222	574	30,5	58	18,6	48,2				
c) Messinghülse	14	900	26	10,1	16	370	785	17	275	738	23	49	16,3	43,6	3,3	820		
d) Messinghülse	17	860	25,5	10	22,5	490	930	22	345	940	21,7	41,3	15,7	42,7				
5. wie 3., mit																		
a) Hartgummihülse	8	1040	28	12	36	133	190	32	102	185	3,7	5,3	3,2	5,8				λ Mittelwert aller $1/2$ - und $9/10$ -Zeiten; $c \cdot \rho$ von Hartgummi
b) Hartgummihülse	11	950	26,5	10,3	70	190	325	67	176	328	2,7	4,7	2,6	4,2	0,12	400		
c) Hartgummihülse	14	900	26	10,1	110	230	420	106	260	438	2,1	3,8	2,45	4,14				
d) Hartgummihülse	17	860	25,5	10	159	273	570	156	340	585	1,7	3,6	2,2	3,75				
6. wie 3., dazu																		
a) 0,5 mm Luft-, 1,5 mm starke Messing-Hülse	9	1000	27,5	11,5	32	215	475	32	196	410	6,7	14,8	6,3	11,5	0,4	570	λ Mittelwert der $1/2$ - und $9/10$ -Zeiten; $c \cdot \rho$ Mittelwert; Faktoren empirisch ermittelt	
b) 1,5 mm Luft-, 1,5 mm starke Messing-Hülse	11	950	26,5	10,3	63	290	585	62	247	540	4,6	9,4	4	8,7	0,25	490		
c) 0,5 mm Luft-, 1,5 mm Messing-, 0,5 mm Luft-, 1,5 mm Messing-Hülse	13	920	26	10,2	107	400	745	108	370	720	3,8	6,5	3,5	6,7	0,2	610		
d) 1,5 mm Luft-, 1,5 mm Messing-, 2 mm Luft-, 1 mm Messing-Hülse	17	860	25,5	10	290	490	875	290	540	870	1,7	3	1,9	3	0,08	378	λ und $c \cdot \rho$ von Messing	
7. Thermoelement (2,5 mm starke Platte)	8	1040	28	12	2,2	—	190	2,1	—	176	—	86	—	84	74	820		
8. Thermoelement, wie 7., mit Schutzhülse (7 mm starke Platte)	14	900	26	10,1	8,8	—	720	8,2	—	720	—	82	—	88	74	820	λ Mittelwert der $1/2$ - und $9/10$ -Zeiten; $c \cdot \rho$ von Eisen	
9. Technisches Widerstandsthermometer mit Schutzrohr	14	900	26	10,1	73	393	—	61	350	—	5,4	—	5,8	—	0,6	920		
10. Doppel-Widerstandsthermometer mit Schutzrohr	22	820	24	9,6	138	534	—	138	530	—	3,9	—	3,9	—	0,6	920		

Temperaturänderungen folgt. In Luft überwiegt nämlich der Einfluß der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c des Thermometers, während in Wasser seine Wärmeleitfähigkeit λ ausschlaggebend ist. Luftthermometer sollte man deshalb möglichst aus Isolierstoffen, Aluminium oder Blei herstellen.

Der unter 4 genannte Einfluß der Wärmeleitfähigkeit λ auf die Anzeigeverzögerung bei Änderung der Wärmeübergangszahl α geht aus Bild 5 bzw. 6 besonders deutlich hervor. Thermometer mit großen Wärmeleitfähigkeiten (Metalle) ergeben Anzeigeverzögerungen, die sich umgekehrt wie die Wärmeübergangszahlen verhalten (Zahlentafel 1, Nr. 7 und 8), während mit sinkender Wärmeleitfähigkeit der Unterschied immer geringer wird. Das Verhältnis der Anzeigeverzögerung bei zwei verschiedenen Wärmeübergangszahlen wird also mit abnehmender Wärmeleitfähigkeit λ des Thermometers immer mehr = 1.

II. Bestimmung der Anzeigeverzögerung

beliebiger, insbesondere aus verschiedenartigen Werkstoffen zusammengesetzter Thermometer in beliebigen Stoffen.

1. Allgemeines Verfahren.

Für die Beurteilung des Verhaltens von Thermometern in verschiedenartigen Stoffen muß man demnach wissen, welche Wärmeleitfähigkeit λ dem Thermometer zuzuordnen ist. Diese Frage ist insbesondere für Thermometer von Bedeutung, die aus verschiedenen Werkstoffen zusammengesetzt oder in Schutzrohren mit mehr oder weniger großem Luftzwischenraum eingebaut sind.

Die in Bild 5 und 6 dargestellten λ -Kurven sind für solche Thermometer auch zumindest hinsichtlich des Verlaufs der Anzeigeverzögerung in Abhängigkeit von der Wärmeübergangszahl α anwendbar. Trägt man nämlich die Wärmedurchgangszahl \varkappa von Hohlzylindern (10)

$$\varkappa = \frac{\pi}{\frac{1}{2X_1\alpha_1} + \frac{1,51}{\lambda} \cdot \log \frac{X_2}{X_1} + \frac{1}{2X_2\alpha_2}} \quad (7)$$

mit $\alpha_1 = \infty$ für ein Halbmesserverhältnis $X_2 : X_1 = 1,66$ in Abhängigkeit von α_2 mit λ als Parameter auf, so erhält man Kurvenscharen, die völlig gleichartig wie die in Bild 5 und 6 verlaufen. Auch die in Bild 7 gegebene Transformation der Wärmeübergangszahlen α bei Änderung des Halbmessers X ist hier gültig. Da außerdem bei geschichteten Hohlzylindern eine äquivalente Leitfähigkeit λ_m berechenbar ist (8, 10), für die diese Kurven also auch Gültigkeit besitzen, müssen die in Bild 5 ··· 7 wiedergegebenen Kurven auch für Vollzylinder, die aus verschiedenen Stoffen zusammengesetzt sind, anwendbar sein. Lediglich über die absolute Höhe der Anzeigeverzögerungszeit t läßt sich auf diese Weise nichts aussagen, da diese in den Formeln für die Wärmedurchgangszahlen naturgemäß nicht enthalten ist.

Man kann demnach die einem Thermometer entsprechende Wärmeleitfähigkeit λ dadurch ermitteln, daß man in zwei verschiedenen Medien mit bekannten Wärmeübergangszahlen α oder auch in einem Medium mit verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten, also bei zwei verschiedenen Wärmeübergangszahlen, die Anzeigeverzögerungszeiten bestimmt. Im allgemeinen genügt die Bestimmung der Halbwertzeiten. In Bild 5 oder 6 sind unter Berücksichtigung der Transformation der α -Werte in Abhängigkeit vom Durchmesser des Thermometers nach Bild 7 auf der Abszisse diese α -Werte abzugreifen und die Anzeige-

verzögerungszeiten auf der Ordinate für verschiedene Wärmeleitfähigkeiten λ zu ermitteln. Dem Thermometer ist dann die Wärmeleitfähigkeit zuzuordnen, für die das Verhältnis der Anzeigeverzögerungszeiten t_2/t_1 gleich dem Verhältnis der experimentell gefundenen Verzögerungszeiten ist. Zweckmäßig führt man diese Versuche einmal in ruhendem Wasser und einmal in ruhender Luft durch.

Alsdann kann man auch für beliebige andere Stoffe bzw. Wärmeübergangszahlen die wahren Anzeigeverzögerungszeiten auf Grund der dem Thermometer zuzuordnenden λ -Kurve angeben, wenn die Wärmeübergangszahl α dieses Stoffes

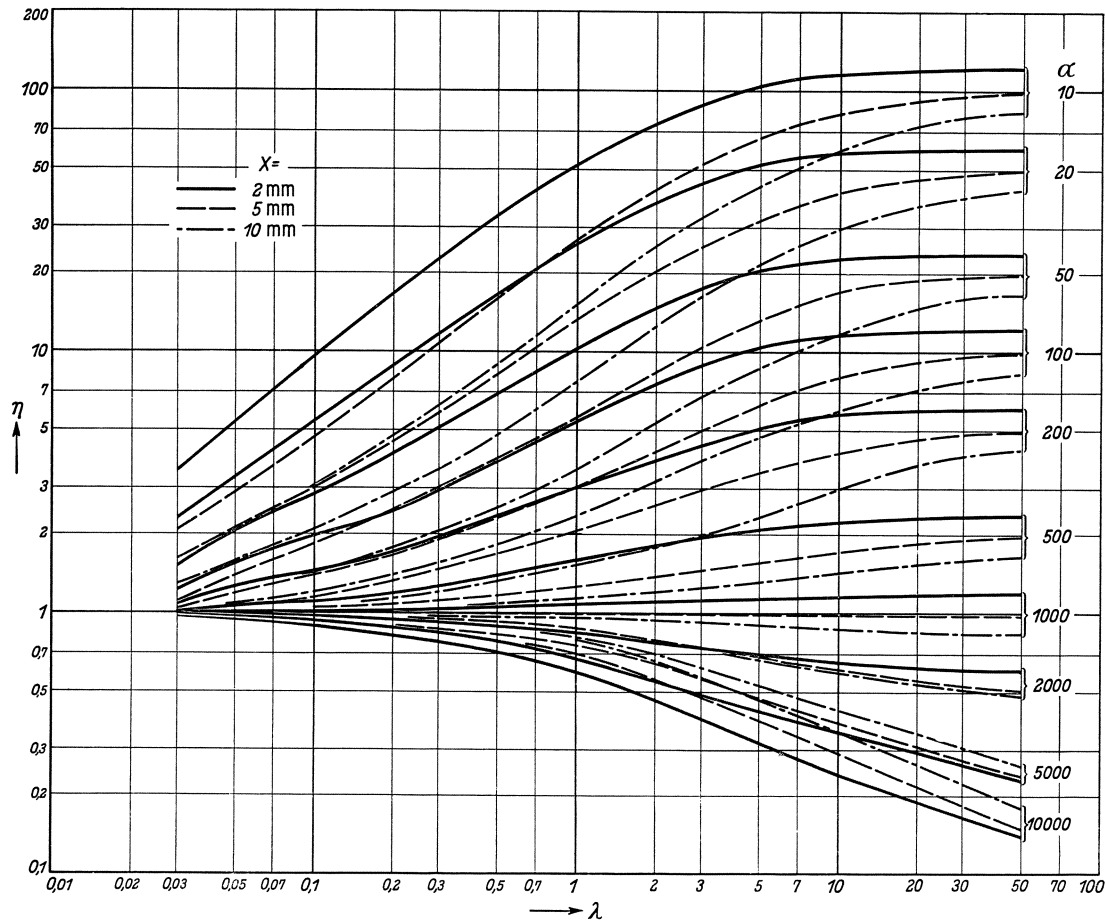


Bild 8. Verhältniszahlen η für die Anzeigeverzögerungen in Stoffen mit Wärmeübergangszahlen α für Thermometer mit der Wärmeleitfähigkeit λ und dem Halbmesser X , bezogen auf Wasser von $50^\circ \text{C} = 1$ zur Berechnung der $1/2$ -Wert-Zeiten.

bekannt ist. Es wird die gefundene Anzeigeverzögerung in einem Medium, z. B. in ruhendem Wasser, multipliziert mit dem Verhältnis der Anzeigeverzögerungszeiten t_3/t_1 , die sich aus Bild 5 oder 6 für die entsprechenden α -Werte unter Berücksichtigung des Durchmessers nach Bild 7 ergeben.

Die Auswertungen lassen sich noch etwas vereinfachen, wenn man die Anzeigeverzögerungszeiten immer im Verhältnis zu ruhendem Wasser von $50^\circ \text{C} = 1$ angibt. Bild 8 gibt für die $1/2$ -Wertzeiten die aus Bild 5 für verschiedene Durchmesser ermittelten Verhältniszahlen η zu ruhendem Wasser $= 1$ in Abhängigkeit von der Wärmeleitfähigkeit λ für verschiedene Wärmeübergangszahlen wieder.

Die den Thermometern zuzuordnende Wärmeleitfähigkeit λ ergibt sich durch Bestimmen des Verhältnisses der Halbwertzeiten in irgendeinem Medium, z. B. ruhender Luft, zu der in ruhendem Wasser von 50°C , aus Bild 8. Umgekehrt wird die Anzeigeverzögerung für beliebige Wärmeübergangszahlen dadurch festgestellt, daß man die Anzeigeverzögerungszeit in Wasser mit dem Faktor η multipliziert, der sich aus Bild 8 für den dem Thermometer zuzuordnenden λ -Wert, seine Abmessungen und die Wärmeübergangszahl α des Mediums ergibt.

Für die Wärmeleitfähigkeiten $\lambda = 50, 1,5$ und $0,1$ sind die zugehörigen Verhältnisse η für verschiedene Wärmeübergangszahlen in Zahlentafel 2 gesondert aufgeführt.

Zahlentafel 2. Verhältnis η der Anzeigeverzögerung ($1/2$ -Wert-Zeit) zu ruhendem Wasser von 50°C bei verschiedenen Wärmeübergangszahlen α in Abhängigkeit vom Halbmesser X und der Wärmeleitfähigkeit λ des Thermometers.

Wärme- übergangs- zahl α	Halbmesser X								
	2 mm			5 mm			10 mm		
	α Wasser = 1200			α Wasser = 980			α Wasser = 820		
	λ			λ			λ		
50	1,5	0,1	50	1,5	0,1	50	1,5	0,1	
10000	0,14	0,54	0,90	0,15	0,65	0,93	0,17	0,75	0,93
5000	0,25	0,6	0,93	0,25	0,68	0,94	0,25	0,78	0,94
2000	0,61	0,82	0,97	0,52	0,8	0,97	0,48	0,85	0,96
1000	1,2	1,1	1,03	1	1	1	0,82	0,96	0,99
500	2,4	1,75	1,11	2	1,35	1,05	1,64	1,2	1,02
200	6	3,4	1,45	5	2,35	1,16	4,1	1,7	1,1
100	12	6,5	2,0	10	3,8	1,35	8,2	2,8	1,2
50	24	12,7	2,8	20	7,1	1,8	16,4	4,5	1,45
20	60	32	5,5	50	17,5	2,9	42	10,3	2,1
10	120	65	9,5	100	35	4,8	83	20,8	3

Auf diese Weise kann man die Anzeigeverzögerungszeiten beliebiger Thermometer bestimmen. Bei Abweichung von den der Ableitung der Kurven zugrundegelegten Annahmen wird lediglich eine Wärmeleitfähigkeit festgestellt, die von der wahren mittleren Wärmeleitfähigkeit des Thermometers mehr oder weniger abweicht. Die gefundene Größe ist dann nur als Hilfszahl aufzufassen. Bei der Verhältnisbestimmung ist die Kenntnis der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c nicht erforderlich, da die Änderungen dieser Größen nach obigen Ausführungen bei allen Wärmeübergangszahlen eine verhältnismäßig große Anzeigenderung ergeben und diese infolgedessen herausfallen.

2. Vergleich mit Versuchsergebnissen.

Aus Zahlentafel 3 erkennt man, wie sich die Anzeigeverzögerung in Luft in Abhängigkeit von der Strömung ändert. Die für ein Thermometer mit der Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 1,2$ durch Versuche ermittelte Abhängigkeit der Anzeigeverzögerung von der Luftströmung befindet sich in guter Übereinstimmung mit der Rechnung. In der gleichen Tafel sind die Verhältniszahlen η zu ruhendem Wasser = 1 für überhitzten Wasserdampf von verschiedenen Drucken und Temperaturen eingetragen, da die Anzeigeträgheiten in überhitztem Wasserdampf sich nur schwer experimentell bestimmen lassen, ihre Kenntnis aber große technische Bedeutung hat.

Zahlentafel 3. Verhältnis der Anzeigeverzögerungen ($1/2$ -Wert-Zeiten) von strömender Luft und überhitztem Wasserdampf zu denen von ruhender Luft bzw. ruhendem Wasser von 50°C ($\alpha = 980$) (5 mm Halbmesser X) bei verschiedenen Wärmeleitfähigkeiten λ der Thermometer.

Luft 100°C					Überhitzter Wasserdampf																	
λ					5 at, 300°C				20 at, 400°C				50 at, 300°C				100 at, 500°C					
					berechnet		gef.		λ				λ				λ				λ	
m/s	α	50	1,5	0,1	1,2	α	50	1,5	0,1	α	50	1,5	0,1	α	50	1,5	0,1	α	50	1,5	0,1	
0	12,7	1	1	1	1																	
2	37	0,34	0,34	0,53	0,41																	
5	60	0,21	0,22	0,43	0,21	135	7,4	3	1,24	330	3	1,7	1,09	950	1,05	1,00	1,00	1150	0,87	0,95	1	
10	90	0,14	0,15	0,36	0,16	195	5,1	2,3	1,16	470	2,1	1,42	1,06	1350	0,74	0,89	0,99	1600	0,63	0,84	0,99	
20	127	0,10	0,12	0,32	0,11	275	3,6	1,9	1,12	670	1,5	1,16	1,02	1950	0,51	0,80	0,98	2250	0,45	0,79	0,97	
50	214	0,06	0,08	0,30	0,09	435	2,3	1,5	1,06	1060	0,94	0,98	1,00	3050	0,33	0,58	0,96	3550	0,28	0,72	0,95	

In Zahlentafel 4 sind für Heizöl durch Versuche gefundene und berechnete Verhältniszahlen angegeben. Die Wärmeleitfähigkeit des Thermometers wurde aus Zahlentafel 1, Nr. 3, eingesetzt. Für bewegtes Öl ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung der Rechnung mit dem gefundenen Wert, während für ruhendes Öl ein größerer Unterschied besteht. Wahrscheinlich ist bei den kurzen Einstellzeiten die Flüssigkeit im Thermometer noch nicht zur Ruhe gekommen und eine Strömung von etwa $0,01\text{ m/s}$ noch vorhanden. Im Gegensatz zu Wasser ist bei Öl schon eine sehr kleine Strömung von großem Einfluß auf die Wärmeübergangszahl.

Zahlentafel 4. Verhältnis der Anzeigeverzögerungen ($1/2$ -Wert-Zeiten) eines Quarzglas-Widerstands-Thermometers mit Nickelhülse von 2,5 mm Halbmesser X in Wasser und Öl.

Wärmeübergangszahl α				$1/2$ -Wert-Zeiten gefunden			Verhältnis der $1/2$ -Wertzeiten zu Wasser = 1 für					λ
							gefunden		berechnet			
Wasser ruhend	Öl ruhend	Öl $0,01\text{ m/s}$	Öl $0,1\text{ m/s}$	Wasser ruhend	Öl ruhend	Öl bewegt	Öl ruhend	Öl bewegt	Öl ruhend	Öl $0,01\text{ m/s}$	Öl $0,1\text{ m/s}$	
1140	45	125	450	4,5	15	6,5	3,35	1,45	10,5	4,1	1,75	1,1

In der oben beschriebenen Weise sind in Zahlentafel 1 für verschiedene Thermometer die Anzeigetragheiten und ihre Verhältniswerte zu ruhendem Wasser = 1 berechnet und diese Werte mit den durch Versuche bestimmten Anzeigeverzögerungszeiten verglichen. Nur für die Thermometer Nr. 2, 7 und 8 sind unmittelbar die bekannten λ -, ρ -, c -Werte eingesetzt. Es wurde λ sowohl aus der $1/2$ - als auch aus der $9/10$ -Wert-Zeit bestimmt und ein Mittelwert der Zahlenberechnung zugrunde gelegt, wobei den Werten aus der Halbwertzeit ein größeres Gewicht wegen der Veränderlichkeit der Wärmeübergangszahl mit der Temperatur beigelegt wurde. Die Übereinstimmung der berechneten Verhältniszahlen mit den gefundenen ist durchaus befriedigend. Auch ergeben sich Wärmeleitfähigkeiten, die den Erwartungen größenordnungsmäßig entsprechen. Ferner stimmen die absoluten Anzeigeverzögerungszeiten, die sich durch Einsetzen der gemittelten Werte für die Dichten ρ und für die spezifischen Wärmen c aus Bild 5 $\cdot \cdot \cdot$ 7 berechnen lassen, mit den gefundenen Werten mit einer Genauigkeit überein, wie sie bei Wärmeübergangsberechnungen zu erwarten ist. Insbesondere sind die Werte für die Thermometer Nr. 5 mit verschiedenen starken Hartgummihülsen zu beachten. Bei den Thermometern mit verschiedenen starken

Messinghülsen Nr. 4 ergeben sich dagegen mit einer gemeinsamen mittleren Wärmeleitfähigkeit schon größere Abweichungen, während bei Thermometern mit verschiedenen großen oder mehreren Lufthüllen (Nr. 6) naturgemäß mit einer einheitlichen mittleren Wärmeleitfähigkeit nicht mehr gerechnet werden kann. Bei diesen Thermometern ergeben sich auch relativ große Abweichungen der errechenbaren absoluten Anzeigeverzögerungen von den gefundenen, wenn man die für jedes Thermometer bestimmte mittlere Wärmeleitfähigkeit λ und den Mittelwert für $\rho \cdot c$ (aus Messing- und Luftquerschnitt bestimmt) einsetzt. Eine sehr gute Übereinstimmung erhält man durch Multiplikation der $\rho \cdot c$ -Werte mit den in Zahlentafel 1 Nr. 6 angegebenen Faktoren. Bemerkenswert ist die Übereinstimmung dieser Faktoren für die beiden Thermometer mit einer und die beiden Thermometer mit zwei Luftschichten. Es muß noch bemerkt werden, daß das Glas-Quecksilberthermometer Nr. 1 als Kugel, die Thermoelemente Nr. 7 und 8 als Platten aufzufassen waren.

(Die Wärmeübergangszahlen α , die den Berechnungen zugrunde gelegt sind, wurden nach den Formeln aus der Arbeit von M. Jakob und S. Erk (11) für freie und erzwungene Strömung bestimmt. Für überhitzten Wasserdampf wurden die Formeln benutzt, die für strömende Luft, Wasser, Paraffinöl usw. Gültigkeit besitzen.)

3. Vereinfachtes, überschlägiges Verfahren.

Für sehr rohe Bestimmungen der Anzeigeverzögerungen von Thermometern in verschiedenen Medien kann man auf die experimentelle Ermittlung der Anzeigeverzögerung in einer zweiten Stoffart, z. B. ruhender Luft, zur Bestimmung der zuzuordnenden Wärmeleitfähigkeit λ verzichten, wenn man auf Grund von Erfahrungswerten den betreffenden Thermometern geeignete Wärmeleitfähigkeiten λ zuordnet. Es wird dann nur die Anzeigeverzögerung in ruhendem Wasser ermittelt und diese mit dem sich aus Bild 8 ergebenden Faktor η multipliziert.

Die geeigneten λ -Werte ergeben sich aus folgenden Überlegungen:

Für Thermometer, die nur aus gut leitenden Werkstoffen bestehen und ohne Wärmeisolation mit dem zu messenden Stoff in Berührung stehen, gelten Wärmeleitfähigkeiten von 20 bis 100. Praktisch ist die Anzeigeverzögerung umgekehrt proportional der Wärmeübergangszahl α .

Für Thermometer, die aus keramischen Stoffen, Glas usw. bestehen, und für solche, die in Schutzrohre aus keramischem Werkstoff eingebaut oder die in metallische Schutzrohre mit wenig Luft eingesetzt sind, muß man mit Wärmeleitfähigkeiten von 0,5 bis 4, im Mittel mit etwa 1,5 rechnen.

Thermometer mit Schutzrohren aus sehr schlecht leitenden Werkstoffen, wie Hartgummi, Asbest, Hartpapier, und Thermometer, die luftisoliert in Schutzrohre eingebaut sind, sowie Flüssigkeitsthermometer, die mit organischen Flüssigkeiten gefüllt sind, besitzen Wärmeleitfähigkeiten zwischen 0,05 und 0,3, im Mittel etwa 0,1.

Rechnet man nur mit den mittleren Wärmeleitfähigkeiten $\lambda = 50, 1,5$ oder $0,1$, so läßt sich die Anzeigeverzögerung in einem Medium mit der Wärmeübergangszahl α durch Multiplikation des aus Zahlentafel 2 abzulesenden Faktors η mit der Anzeigeverzögerung in ruhendem Wasser von 50°C einfach bestimmen. Mit diesen Mittelwerten ergeben sich für die Anzeigetragheiten in ruhender Luft bei geringen Wärmeleitfähigkeiten der Thermometer unter Umständen recht große Fehler. Die Werte genügen im allgemeinen für die Bestimmung der Anzeigeverzögerung von

Thermometern in Medien mit Wärmeübergangszahlen über 150 (größter Fehler + 45 %, - 30 %), mit denen man in bewegtem Öl, Wasser, überhitztem und kondensierendem Wasserdampf sowie in stark bewegter Luft zu rechnen hat.

Zusammenfassung.

Zur Berechnung der Anzeigeverzögerung von Thermometern werden die von H. Gröber (4, 5) abgeleiteten Beziehungen zur Ermittlung des Temperaturverlaufes in homogenen Platten, Zylindern und Kugeln bei zeitlich veränderlichen Wärmeströmungen ohne äußere Wärmequelle in solche zeichnerische Form gebracht, daß sie eine einfache Übersicht über die die Anzeigetragheit beeinflussenden Größen: Wärmeübergangszahl α , Wärmeleitfähigkeit λ , spezifische Wärme c , Dichte ρ und die Abmessungen der Thermometer gestatten. Durch diese Tafeln ist eine einfache Berechnung der Anzeigeverzögerung in beliebigen Stoffen möglich.

Es wird gezeigt, daß die Beziehungen und Tafeln auch zur Bestimmung des Verlaufes der Anzeigetragheit von unhomogenen, aus verschiedenartigen Werkstoffen zusammengesetzten Thermometern in Abhängigkeit von der Wärmeübergangszahl α anwendbar sind. Genaue Werte für die Anzeigeverzögerung in beliebigen Stoffen bekannter Wärmeübergangszahl erhält man, wenn man zunächst die Anzeigetragheit in zwei Stoffen, z. B. ruhendem Wasser und ruhender Luft, feststellt und daraus die dem Thermometer zuzuordnende Wärmeleitfähigkeit λ aus den aufgestellten Tafeln ermittelt. Ist dann die Anzeigeverzögerung in ruhendem Wasser bekannt, so läßt sich auf Grund der Wärmeübergangszahl α des Stoffes und der festgestellten Wärmeleitfähigkeit λ für das Thermometer der Faktor η bestimmen, mit dem diese multipliziert werden muß, um die Anzeigeverzögerung in dem gesuchten Stoff zu erhalten.

Durch Versuche wird die Genauigkeit der so ermittelbaren absoluten und relativen Anzeigeverzögerungen dargelegt.

Ferner werden Richtzahlen für die Wärmeleitfähigkeiten λ von verschiedenen Thermometern gegeben, durch die sich das Berechnungsverfahren zur rohen Ermittlung der Anzeigeverzögerung weiter vereinfacht.

Schrifttum.

1. H. Hergesell: Meteorol. Z. **14** (1897) S. 433 ··· 448.
2. W. Grundmann: Temperaturmeßgeräte. In E. Kleinschmidt: Handbuch der meteorologischen Instrumente I. Berlin (1935).
3. M. ten Bosch: Die Wärmeübertragung. Berlin (1936).
4. H. Gröber u. S. Erk: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Berlin (1933).
5. H. Gröber: Z. VDI **69** (1925) S. 705.
6. E. F. M. van der Held: Physica **2** (1935) S. 943 ··· 951.
7. E. Schmidt: Festschrift August Föppl. Berlin (1924) S. 179.
8. A. Nessi u. L. Nisolle: Méthodes graphiques pour l'étude des installations de chauffage et de réfrigération en régime discontinu. Paris (1929).
9. A. Schack: Stahl u. Eisen **50** (1930) S. 1289 ··· 1297.
10. A. Schack: Der industrielle Wärmeübergang. Düsseldorf (1929).
11. M. Jakob u. S. Erk: Wärmeschutz und Wärmeaustausch. In A. Eucken u. M. Jakob: Der Chemie-Ingenieur **1**, 1. Teil. Berlin (1933).

Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes.

Von Eberhard Spenke.

Mit 7 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske AG
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 8. Oktober 1937.

I. Einleitung.

Die technische Verwendung immer höherer Frequenzen — z. B. bei der Trägerfrequenztelefonie und beim Fernsehen — hat in steigendem Maße dazu geführt, das Verhalten der Verstärkerröhren gegenüber Frequenzen zu untersuchen, die mit der reziproken Elektronenlaufzeit $1/t_{ii}$ vergleichbar sind. Deshalb erscheint es angebracht, auch bei der Behandlung des Schrotrauschens der Röhren die bisher stets gemachte Beschränkung auf „tiefe“ Frequenzen ($\ll 1/t_{ii}$) fallen zu lassen. Wir gehen dabei von den allgemeinen Anweisungen aus, die W. Schottky für die Behandlung von Schwankungsvorgängen in von Korpuskeln durchströmten Entladungsbahnen gegeben hat¹⁾ und durch deren Anwendung die bisher auch für tiefe Frequenzen recht unübersichtliche Theorie des gewöhnlichen Schroteffektes eine so einfache und durchsichtige Gestalt gewonnen hat²⁾. Diese Anweisungen besagen, daß zunächst der gesamte Entladungsvorgang in Einzelvorgänge aufzuteilen ist, die sich vollständig unabhängig voneinander abspielen und deshalb in zeitlich ganz regelloser Weise aufeinander folgen. Weiter ist der von einem solchen Einzelvorgang hervorgerufene Stromstoß in eine Fourier-Reihe zu entwickeln. Schließlich ergibt sich der gesuchte zeitliche Mittelwert des Fourier-Amplitudenquadrates des Gesamtvorganges durch quadratische Superposition der zu den Einzelvorgängen gehörigen Fourier-Spektren; denn die verschiedenen Fourier-Glieder ein und derselben Frequenz, die von den verschiedenen, voneinander unabhängigen Einzelvorgängen geliefert werden, haben jede beliebige Phasendifferenz zwischen 0 und 2π mit gleicher Wahrscheinlichkeit, so daß eine „Interferenz“ zwischen den verschiedenen Einzelvorgängen nicht möglich ist.

II. Die ebene Elektrodenanordnung bei sehr hohen Anodenspannungen.

Diese allgemeinen Anweisungen wenden wir nun auf einen Fall an, der durch die drei Stichworte: ebenes Problem, Maxwell'sche Anfangsgeschwindigkeitsverteilung und Raumladungsfreiheit infolge sehr hoher Anodenspannungen gekennzeichnet ist. Kathode und Gegenelektrode seien also zwei ebene Flächen, die sich in so großer

¹⁾ W. Schottky: Z. Physik **104** (1936) S. 248; siehe namentlich S. 271.

²⁾ W. Schottky: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 1.

seitlicher Ausdehnung (Querschnitt Q) im Abstand D gegenüberstehen, daß Rande-
effekte zu vernachlässigen sind. In diesem Fall kommt es nur auf die Bewegung der
Elektronen normal zur Kathode an. Dementsprechend interessiert nur die Normal-

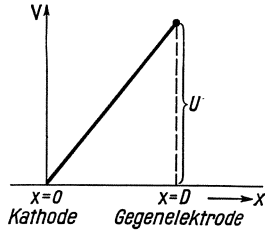


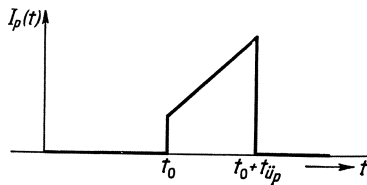
Bild 1.

Potentialverlauf zwischen
Kathode und Gegenelektrode bei sehr hohen
Anodenspannungen.

komponente der Anfangsgeschwindigkeit, die wir im folgen-
den abkürzend einfach mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 be-
zeichnen. Weiter sei die Anzahl $n(v_0) \cdot d v_0$ derjenigen Elek-
tronen, die in der Zeiteinheit aus der Kathodenoberfläche
(Temperatur T) mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen
 v_0 und $v_0 + d v_0$ austreten

$$n(v_0) \cdot d v_0 = \frac{S^{(0)}}{e} \cdot e^{-\frac{m v_0^2}{2kT}} \cdot d \left(\frac{m v_0^2}{2kT} \right). \quad (1)$$

Hierbei ist $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$ erg/grad die Boltzmannsche
Konstante und $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ ESE, so daß jedes Elek-
tron die Ladung $-e$ mit sich führt. $m = 9,02 \cdot 10^{-28}$ g
ist die Elektronenmasse und $S^{(0)}$ der Sättigungsstrom. Schließlich sei die Anoden-
spannung U so groß gegenüber der Sättigungsspannung $U_{sätt}$, daß die den Potential-
verlauf zwischen Kathode und Gegenelektrode darstellende Kurve nicht mehr merk-
lich von der Raumladung der übergehenden Elektronen durchgebogen wird, sondern
linear ist (s. Bild 1). Die Elektronen führen dann einen freien Fall von der Kathode
zur Gegenelektrode in einem Felde mit der ortsunabhängigen Beschleunigung eU/mD
aus, so daß ihre Geschwindigkeit v linear mit der Zeit zunimmt.

Bild 2. Zeitlicher Verlauf eines
Stromstoßes (ebener Fall).

$$v = v_0 + \frac{eU}{mD} (t - t_0). \quad (2)$$

Hierbei bedeutet t_0 den Zeitmoment, in dem das
betrachtete Elektron die Kathode verläßt. Der von
dem Übergang eines Elektrons mit einer Anfangs-
geschwindigkeit zwischen v_{0p} und $v_{0p} + \Delta v_{0p}$ herrüh-
rende Stromstoß zeigt dann folgenden zeitlichen Ver-
lauf (s. Bild 2)

$$I_p(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\infty < t - t_0 < 0 \\ e \frac{1}{D} \left(v_{0p} + \frac{eU}{mD} (t - t_0) \right) & \text{für } 0 < t - t_0 < t_{up} \\ 0 & \text{für } t_{up} < t - t_0 < +\infty, \end{cases} \quad (3)$$

denn eine zwischen zwei ebenen Elektroden übergehende Punktladung erzeugt in
jedem Augenblick einen Strom $\frac{e}{D} v$. t_{up} ist die Flugdauer eines Elektrons mit
der Anfangsgeschwindigkeit v_{0p} .

Ein solcher Stromstoß ist unter den gemachten Voraussetzungen zweifellos als
ein unabhängiger Einzelvorgang aufzufassen. Eine Wechselwirkung zwischen den
einzelnen Elektronen könnte nämlich entweder bei dem Austritt aus der Kathoden-
oberfläche oder aber während des Überganges von der Kathode zur Gegenelektrode
erfolgen. Das erste ist bekanntlich nicht der Fall, wie aus der außerordentlich ge-
nauen experimentellen Bestätigung der Theorie des Schroteffektes im Sättigungs-
gebiet bei tiefen Frequenzen hervorgeht. Die zweite Möglichkeit ist aber durch die
Bedingung $U \gg U_{sätt}$ mit Sicherheit ausgeschlossen. Denn eine gegenseitige Be-
einflussung der einzelnen Elektronen auf dem Wege von der Kathode zur Gegen-

¹ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen I, Berlin (1932) S. 150.

elektrode kann nur durch die im vorliegenden Falle ja zu vernachlässigende Raumladung oder durch Stoßprozesse erfolgen. Diese kommen aber wegen der geringen Elektronenkonzentration, die nicht einmal zur Bildung einer wirksamen Raumladung ausreicht, erst recht nicht in Betracht.

Aus der somit bewiesenen Unabhängigkeit der einzelnen Stromstöße (3) folgt also, daß das mittlere Fourier-Spektrum des Gesamtvorganges aus den Fourier-Spektren der Stromstöße (3) durch quadratische Superposition zusammengesetzt werden darf, und deshalb besteht unsere nächste Aufgabe darin, die Stromstöße (3) in Fourier-Reihen mit einer beliebig großen, aber endlichen Grundperiode \mathfrak{X} zu entwickeln. Wir setzen also

$$I_p(t) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\alpha=+\infty} c_{p\alpha} e^{+j \frac{2\pi}{\mathfrak{X}} \alpha \cdot t} \quad (|\alpha| = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

und fragen nach der Amplitude, mit der eine Frequenz

$$\omega = \frac{2\pi}{\mathfrak{X}} \cdot |\alpha|$$

auftritt. Dazu muß man in (4) die Glieder mit $e^{+j\omega t}$ und $e^{-j\omega t}$ zusammenfassen:

$$I_p(t) = c_{p0} + \sum_{|\alpha|=1}^{|\alpha|=\infty} (c_{p\alpha} e^{+j\omega t} + c_{p_{-1\alpha}} e^{-j\omega t}).$$

Jetzt ist bekanntlich

$$c_{p\alpha} = \frac{1}{\mathfrak{X}} \int_{t=0}^{t=\mathfrak{X}} I_p(t) e^{-j \frac{2\pi}{\mathfrak{X}} \alpha t} dt = |c_{p\alpha}| e^{j\varphi_{p\alpha}},$$

folglich

$$c_{p_{-1\alpha}} = \frac{1}{\mathfrak{X}} \int_{t=0}^{t=\mathfrak{X}} I_p(t) e^{+j \frac{2\pi}{\mathfrak{X}} |\alpha| t} dt = |c_{p\alpha}| e^{-j\varphi_{p\alpha}},$$

so daß wir schließlich

$$I_p(t) = c_{p0} + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=\infty} 2 |c_{p\alpha}| \cdot \cos(\omega t + \varphi_\alpha)$$

erhalten. Die zur Frequenz $\omega = \frac{2\pi}{\mathfrak{X}} \alpha$ gehörige Amplitude ist also nicht, wie man zunächst vermutet, $|c_p(\omega)|$, sondern

$$2 |c_p(\omega)| = \frac{2}{\mathfrak{X}} \left| \int_{t=0}^{t=\mathfrak{X}} I_p(t) e^{-j\omega t} dt \right|.$$

Setzt man hier die Zeitabhängigkeit (3) von $I_p(t)$ ein, so ergibt sich nach längerer Zwischenrechnung für das Amplitudenquadrat des Einzelstoßes $I_p(t)$ der Ausdruck

$$4 |c_p(\omega)|^2 = \frac{4}{\mathfrak{X}^2} \cdot e^2 \left\{ 1 + a\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right) \cdot f(\omega t_{ü_p}) + b\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right) \cdot g(\omega t_{ü_p}) \right\}. \quad (5)$$

Hierbei ist $\eta = \frac{eU}{kT}$ die Anodenspannung U gemessen in Voltäquivalent $\frac{kT}{e}$ der Kathodentemperatur T und $\eta_{0p} = \frac{m v_{0p}^2}{2kT}$ die kinetische Anfangsenergie gemessen in Energieeinheiten kT der Kathodentemperatur T . Die Funktionen $a(\eta_{0p}/\eta)$ und $b(\eta_{0p}/\eta)$ haben folgende Gestalt (s. Bild 3):

$$a\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right) = 2 \left[1 - \frac{1}{8} b\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right) \right], \quad (6)$$

$$b\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right) = 8 \left[\sqrt{1 + \frac{\eta_{0p}}{\eta}} - \sqrt{\frac{\eta_{0p}}{\eta}} \right]^4. \quad (7)$$

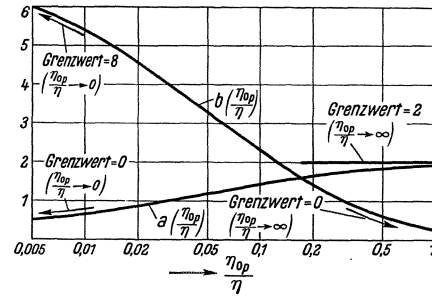


Bild 3. Die Funktionen $a\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right)$ und $b\left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right)$.

Die Definitionsgleichungen der dauernd negativen Funktionen $f(\omega t_{ü_p})$ und $g(\omega t_{ü_p})$ (s. auch Bild 4) lauten

$$f(\omega t_{ü_p}) = \frac{1 - \cos(\omega t_{ü_p}) - \frac{1}{2}(\omega t_{ü_p})^2}{(\omega t_{ü_p})^2},$$

$$g(\omega t_{ü_p}) = \frac{1 - \cos(\omega t_{ü_p}) - \omega t_{ü_p} \sin(\omega t_{ü_p}) + \frac{1}{2}(\omega t_{ü_p})^2 - \frac{1}{8}(\omega t_{ü_p})^4}{(\omega t_{ü_p})^4}.$$

Schließlich ist noch darauf hinzuweisen, daß die Übergangszeit $t_{ü_p}$ von Elektronen mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen v_{0_p} und $v_{0_p} + \Delta v_{0_p}$

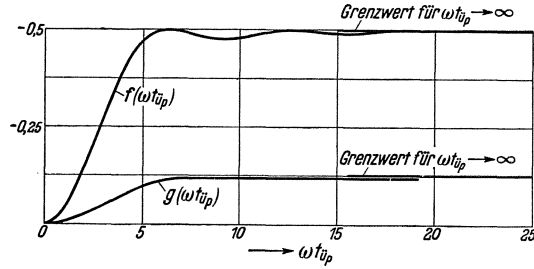


Bild 4. Die Funktionen $f(\omega t_{ü_p})$ und $g(\omega t_{ü_p})$.

$$t_{ü_p} = \frac{\sqrt{\eta_{0_p} + \eta} - \sqrt{\eta_{0_p}}}{\sqrt{1 + \eta} - 1} t_{ü} \quad (8)$$

ist, wobei

$$t_{ü} = 2 \cdot \frac{D}{v_{0_{therm}}} \cdot \frac{1}{\eta} [\sqrt{1 + \eta} - 1] \quad (9)$$

die Übergangszeit von Elektronen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit

$$v_{0_{therm}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (10)$$

ist.

Nachdem wir in (5) das Amplitudenquadrat eines einzelnen Stromstoßes $I_p(t)$ gefunden haben, erhalten wir den zeitlichen Mittelwert des Amplitudenquadrates des Gesamtvorganges, indem wir die Amplitudenquadrate aller während der Zeit \mathfrak{T} stattfindenden Einzelstromstöße addieren. Stromstöße, die von Elektronen mit einer Anfangsgeschwindigkeit zwischen v_{0_p} und $v_{0_p} + dv_{0_p}$ ausgelöst werden, liefern alle ein und dasselbe Amplitudenquadrat (5). Ihre Anzahl während der Zeit \mathfrak{T} ist nach (1)

$$\mathfrak{T} \cdot \frac{S^{(0)}}{e} \cdot e^{-\frac{m v_{0_p}^2}{2kT}} d\left(\frac{m v_{0_p}^2}{2kT}\right).$$

Wir müssen (5) also zunächst mit dieser Anzahl

$$\mathfrak{T} \cdot \frac{S^{(0)}}{e} \cdot e^{-\frac{m v_{0_p}^2}{2kT}} d\left(\frac{m v_{0_p}^2}{2kT}\right)$$

multiplizieren und dann über das gesamte Anfangsgeschwindigkeitsintervall von 0 bis ∞ integrieren. So erhalten wir für den zeitlichen Mittelwert des Stromamplitudenquadrates des Gesamtvorganges

$$\frac{4}{\mathfrak{T}^2} e^2 \cdot \mathfrak{T} \frac{S^{(0)}}{e} \int_{\eta_{0_p}=0}^{\eta_{0_p}=\infty} \{1 + a f + b g\} e^{-\eta_{0_p}} d\eta_{0_p}.$$

Dieses Stromamplitudenquadrat entfällt auf das Frequenzintervall $1/\mathfrak{T}$, da die Kreisfrequenzen $\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \cdot \alpha$ ($\alpha = 1, 2, \dots$) der Fourier-Reihen (4) einen Abstand $\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \cdot 1$, die Frequenzen selbst also einen Abstand $1/\mathfrak{T}$ haben. Auf das \mathfrak{T} mal so große Frequenzintervall 1 entfällt also ein \mathfrak{T} mal so großes Amplitudenquadrat, so daß schließlich das gesuchte mittlere Stromamplitudenquadrat je Frequenzeinheit des Gesamtvorganges

$$I_S^2 = 4e \cdot S^{(0)} \int_{\eta_{0_p}=0}^{\eta_{0_p}=\infty} \{1 + a f + b g\} e^{-\eta_{0_p}} d\eta_{0_p}$$

wird. Mit I_s bezeichnen wir dabei die mittlere Schrotamplitude je Frequenzeinheit. Der Faktor $4 e S^{(0)}$ ist gerade das Stromamplitudenquadrat des Schrotrreffektes bei tiefen Frequenzen. Ähnlich wie in der Theorie der Raumladungsschwächung¹⁾ führen wir einen Faktor F ein, der das Verhältnis der mittleren Schrotamplitude I_s zu ihrem Grenzwert $\sqrt{4e \cdot S^{(0)}}$ für tiefe Frequenzen angibt:

$$F = \frac{I_s}{\sqrt{4e S^{(0)}}}.$$

Dann lautet das Endergebnis unserer Berechnungen

$$F^2 = \int_{\eta_{0p}=0}^{\eta_{0p}=\infty} \left\{ 1 + a \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta} \right) \cdot f(\omega t_{üp}) + b \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta} \right) \cdot g(\omega t_{üp}) \right\} e^{-\eta_{0p}} d\eta_{0p}. \quad (11)$$

Für den Grenzfall $\eta \rightarrow \infty$ sind einfache Gesetzmäßigkeiten zu erwarten, da dann der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten — und damit auch der ihrer Verschiedenheit — verschwinden muß. Im einzelnen ergibt sich für $\eta \rightarrow \infty$ aus Gl. (8)

$$t_{üp} \rightarrow t_{ü} = \text{unabhängig von } \eta_{0p}.$$

Weiter folgt aus den Gl. (6) und (7) (s. auch Bild 3)

$$a \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta} \right) \rightarrow 0,$$

$$b \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta} \right) \rightarrow 8,$$

so daß schließlich Gl. (11) für $\eta \rightarrow \infty$

$$\text{liefert.} \quad F^2 \rightarrow 1 + 8g(\omega t_{ü}) \quad (12)$$

Für endliche η -Werte dagegen muß Gl. (11) numerisch ausgewertet werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß die Berechnungen nur für $U \gg U_{Sätt}$ gelten.

Die niedrigste praktisch interessierende Sättigungsspannung ist (in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T) $\eta_{Sätt} = 10$ ²⁾. Es hat also keinen Sinn, die Formel (11) für niedrigere η -Werte als $\eta = 20$ auszuwerten. In Bild 5 ist F als Funktion von $\omega t_{ü}$ für $\eta = \infty$ und $\eta = 20$ aufgetragen. Der Unterschied zwischen beiden Kurven ist nicht sehr erheblich, was ja zu erwarten war; denn auch die Anodenspannung $\eta = 20$ ist bereits recht groß gegen die mittlere thermische Anfangsenergie $\eta_{0p} \left(= \frac{m v_{0p}^2}{2kT} \right) = 1$ der Elektronen. Man wird also bei der Behandlung z. B. des zylindersymmetrischen Falles im Gebiet $\eta \gg \eta_{Sätt}$ sofort auf die Berücksichtigung der Anfangsgeschwindigkeiten verzichten dürfen. Im übrigen fällt an dem in Bild 5 dargestellten Ergebnis auf, daß der vorauszusehende Abfall der Stromamplitude mit der Frequenz recht früh einsetzt. Wenn man bisher sagte, daß das Schrotrreffektspektrum frequenzunabhängig bis zu Frequenzen $\approx \frac{1}{t_{ü}}$ ist, muß man dem entgegenhalten, daß für die Frequenz $\frac{1}{t_{ü}}$ (also $\omega t_{ü} = 2\pi$) die Stromamplitude schon auf ungefähr ein Drittel

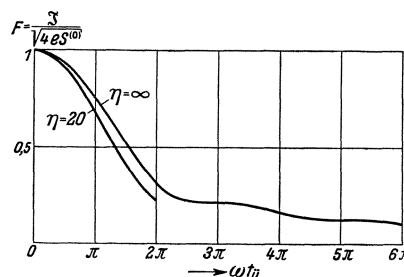


Bild 5. Mittleres lineares Frequenzspektrum des Schrotrreffektes (ebener Fall; sehr hohe Anodenspannungen $\eta \gg \eta_{Sätt}$).

¹⁾ W. Schottky: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 1. — E. Spenke: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 19.

²⁾ An anderer Stelle [Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 31 ff.] wurde gezeigt, daß die reduzierten Kennlinien aller überhaupt denkbaren Dioden eine einparametrische Kurvenschar bilden, wobei als Parameter eine Größe A , die als ein dimensionsloses Maß für den Abstand D aufgefaßt werden kann, fungiert. Es wurde weiter nachgewiesen, daß der niedrigste, noch praktisch interessierende A -Wert $A = 10$ ist. Aus Bild 7 (a. a. O.) ist zu ersehen, daß für diesen Fall die Sättigungsspannung $\eta_{Sätt} \approx 10$ ist.

ihres Wertes für tiefe Frequenzen abgesunken ist. Wie bei den meisten Schwingungsproblemen muß also die Bedingung für „quasistationäre“ Verhältnisse nicht an der Frequenz ν , sondern an der Kreisfrequenz ω angreifen und nicht $\nu t_{\bar{u}} \leq 1$, sondern $\omega t_{\bar{u}} \leq 1$ oder $\nu t_{\bar{u}} \leq \frac{1}{2\pi}$ lauten.

III. Die zylindersymmetrische Elektrodenanordnung bei sehr hohen Anodenspannungen.

Beim zylindersymmetrischen Fall bringt die Vernachlässigung der Anfangsgeschwindigkeiten, von deren Zulässigkeit wir uns soeben im Abschnitt II überzeugt haben, eine wesentliche Vereinfachung mit sich, indem nämlich dann die Bewegung der Elektronen rein radial und das ganze Problem wie im ebenen Fall nur von einer Koordinate abhängig wird. Der Zusammenhang zwischen Strom I und Geschwindigkeit v der übergehenden Ladung lautet hier¹⁾

$$I = e \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{r}{r_1} v, \quad (13)$$

wobei r_1 der Kathodenradius, r_2 der Radius der Gegenelektrode und r der laufende Radius ist. Für die Zeitabhängigkeit von I folgt hieraus durch Integration des Energiesatzes

$$\frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = eU \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

eine Parameterdarstellung, bei der

$$z = \ln \frac{r}{r_1} \quad (14)$$

als Parameter dient. Sie lautet

$$I = I_{\text{Mittel}} \cdot 2 \frac{\psi(\sqrt{z_2})}{z_2} \sqrt{z} e^{-z}, \quad (15)$$

$$t - t_0 = t_{\bar{u}} \cdot \frac{\psi(\sqrt{z})}{\psi(\sqrt{z_2})}. \quad (16)$$

Hierbei bedeutet

$$z_2 = \ln \frac{r_2}{r_1}$$

den Wert des Parameters z an der Gegenelektrode $r = r_2$.

$$I_{\text{Mittel}} = \frac{e}{t_{\bar{u}}}$$

ist die über die Stoßdauer

$$t_{\bar{u}} = r_1 \sqrt{\frac{2m}{eU}} \sqrt{z_2} \cdot \psi(\sqrt{z_2})$$

gemittelte Stromstärke. Für die transzendente Funktion

$$\psi(\sqrt{z_2}) = \int_{y=0}^{y=\sqrt{z_2}} e^{+y^2} dy$$

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen I, Berlin (1932) S. 150.

finden sich im Schrifttum Angaben, Kurvendarstellungen und Tabellen¹⁾, die für unsere Zwecke ausreichen. Die Parameterdarstellung (15) und (16) ist für die Fälle

$$\frac{r_2}{r_1} = e^0 = 1 \text{ (ebener Fall),}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = e^{1,5} = 4,482$$

und

$$\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$$

ausgewertet worden (Bild 6). Man sieht, daß sich der zeitliche Ablauf eines Einzelstoßes mit steigendem Radienverhältnis sehr erheblich ändert, und zwar in dem Sinne, daß der lineare Stromanstieg des ebenen Falles in eine sehr steile Stromzacke zu Beginn des Stromstoßes mit einem nachfolgenden relativ kleinen Rest übergeht. Das erklärt sich physikalisch aus folgenden zwei Gründen. Erstens ist das Feld infolge der Divergenz der Kraftlinien in der Nähe der Kathode sehr viel stärker als in der Nähe der Anode, so daß das Elektron sofort nach dem Austritt aus der Kathode auf hohe Geschwindigkeit beschleunigt wird. Verschiebt man zweitens das Elektron in der Nähe der Kathode um eine kleine Strecke radial nach außen, so klappt ein größerer Teil der von dem Elektron ausgehenden Kraftlinien von der Kathode zur Gegenelektrode um, als wenn die erwähnte Verschiebung in der Nähe der Anode vorgenommen wird. Deshalb ist der bei gleicher Geschwindigkeit v induzierte Strom bei kleinen r -Werten viel größer als an Orten mit größerer Entfernung von der Achse. In Gl. (13) kommt dies durch den Faktor $1/r$ zum Ausdruck.

Die in Bild 6 wiedergegebenen Erkenntnisse über den Verlauf des Einzelstoßes bei radialer Anordnung gestatten bereits ohne weitere Rechnung, die Form des Frequenzspektrums in den beiden Grenzfällen $\frac{r_2}{r_1} = 1$ und $\frac{r_2}{r_1} \rightarrow \infty$ zu übersehen.

Im Falle $\frac{r_2}{r_1} = 1$ oder $z_2 = 0$ muß sich die Kurve $\eta = \infty$ des Bildes 5 ergeben, denn dann liegt ja der ebene Fall mit Vernachlässigung der Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen vor. Im anderen Grenzfalle $\frac{r_2}{r_1} \rightarrow \infty$ sahen wir, daß sich der überwiegende Teil des Stromes immer mehr an den Anfang des Stromstoßes zusammendrängt, so daß nicht erst nach der vollen Übergangszeit t_{ii} , sondern schon nach einem, in der Grenze beliebig kleinen Bruchteil von t_{ii} der gesamte Strom bis auf einen beliebig

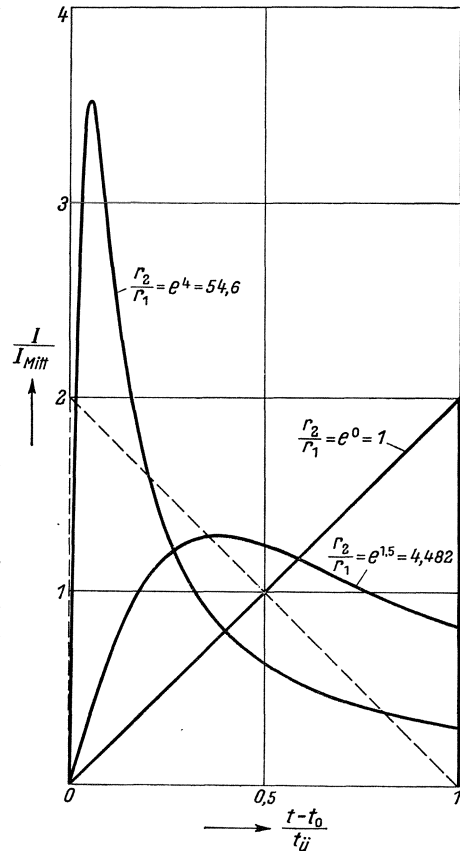


Bild 6. Zeitlicher Verlauf eines Stromstoßes (zylindersymmetrischer Fall).

¹⁾ E. Jahnke u. F. Emde: Funktionentafeln, 2. Aufl. Leipzig u. Berlin (1933) S. 106. — H. S. Dawson: Proc. Lond. math. Soc. 29 II (1897/98) S. 519 ··· 522. — W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen, Berlin (1923) S. 238ff. — M. Knoll, F. Ollendorf u. R. Rompe: Gasentladungstabellen, Berlin (1935) S. 167.

kleinen Rest geflossen ist. Das mittlere Amplitudenquadrat eines beliebig kurzen Stromstoßes ist aber frequenzunabhängig gleich $4eI$, wie uns aus der bisherigen Theorie des Schroteffektes für tiefe Frequenzen wohlbekannt ist, so daß sich im Grenzfalle $\frac{r_2}{r_1} \rightarrow \infty$ für alle Frequenzen der Wert

$$F = \text{const.} = 1$$

ergibt. Für die Praxis fragt sich allerdings, von welchem Radienverhältnis ab dieser Grenzfall bereits einigermaßen angenähert ist. In dieser Beziehung zeigt wieder die Betrachtung von Bild 6, daß bei einem für die modernen Röhrenkonstruktionen wohl als Höchstwert anzusprechenden Radienverhältnis von $\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$ die F -Kurve eigentlich näher an dem unteren Grenzfall $\frac{r_2}{r_1} = 1$ als an dem oberen Grenzfalle $\frac{r_2}{r_1} \rightarrow \infty$ liegen muß. Dreht man nämlich den zeitlichen Verlauf des Stromstoßes im ebenen Fall ($\frac{r_2}{r_1} = 1$) um, so erhält man die gestrichelte Kurve des Bildes 6, die

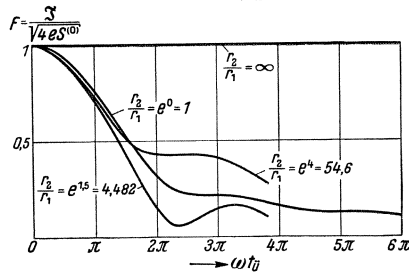


Bild 7. Mittleres lineares Frequenzspektrum des Schroteffektes (zylindersymmetrischer Fall; Anodenspannung $\eta \gg \eta_{\text{sat}}$, Anfangsgeschwindigkeiten vernachlässigt).

sich mit der Kurve $\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$ einigermaßen deckt. Eine solche Umdrehung des Zeitsinnes wirkt sich aber nur auf die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Fourier-Komponenten aus, läßt dagegen die Amplituden und damit das Frequenzspektrum ungeändert. Man wird also im Fall $\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$ im großen und ganzen dasselbe Spektrum wie im ebenen Fall erwarten.

Einzelstoßes mit nachfolgender quadratischer Superposition der Einzelspektren beschreitende Rechnung hat folgendes Ergebnis

$$F^2 = \left[\frac{1}{z_2} \int_{z=0}^{z=z_2} \cos \left(\omega t_{ii} \frac{\psi(\sqrt{z})}{\psi(\sqrt{z_2})} \right) dz \right]^2 + \left[\frac{1}{z_2} \int_{z=0}^{z=z_2} \sin \left(\omega t_{ii} \frac{\psi(\sqrt{z})}{\psi(\sqrt{z_2})} \right) dz \right]^2. \quad (17)$$

Wir verzichten auf eine Begründung im einzelnen und begnügen uns mit der Bemerkung, daß sich die beiden schon besprochenen Grenzfälle an Hand dieser Gleichung nochmals nachprüfen lassen, und zwar der erste ($\frac{r_2}{r_1} = 1$) auf Grund einer Reihenentwicklung für $z_2 \ll 1$ und der zweite ($\frac{r_2}{r_1} \rightarrow \infty$) auf Grund qualitativer Betrachtungen über die Veränderung der Verläufe der Integranden $\cos \left(\omega t_{ii} \frac{\psi(\sqrt{z})}{\psi(\sqrt{z_2})} \right)$ und $\sin \left(\omega t_{ii} \frac{\psi(\sqrt{z})}{\psi(\sqrt{z_2})} \right)$ bei festem ωt_{ii} und beliebig wachsendem z_2 . Die oben geschilderten Ergebnisse werden dabei bestätigt.

Gl. (17) wurde numerisch für die Fälle $\frac{r_2}{r_1} = e^{1,5} = 4,482$ und $\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$ ausgewertet. Die in Bild 7 dargestellten Ergebnisse bestätigen die schon wiedergegebenen anschaulichen Betrachtungen. Eine gewisse Überraschung bereitet freilich die Tatsache, daß der Übergang von der unteren Grenzkurve $\frac{r_2}{r_1} = 1$ zu der oberen Grenzkurve $\frac{r_2}{r_1} = \infty$ keineswegs monoton vor sich geht. Eine Reihenentwicklung für

kleine z_2 und die Kurve $\frac{r_2}{r_1} = e^{1,5} = 4,482$ zeigen im Gegenteil, daß bei steigendem Radienverhältnis die Grenzkurve $\frac{r_2}{r_1} = 1$ zunächst unterschritten wird, und daß erst bei so großen Radienverhältnissen wie $\frac{r_2}{r_1} = e^4 = 54,6$ eine Anhebung der höheren Frequenzen zwischen $\omega t_{ii} = 5$ und 12 stattfindet, während bei den Frequenzen von $\omega t_{ii} = 0$ bis 5 sogar auch dann noch die F -Kurve etwas unter der „unteren“ Grenzkurve des ebenen Falles liegt. Diese Erscheinung läßt sich aber an Hand von Bild 6 wieder recht gut verstehen. Der Stromstoß zeigt im ebenen Fall eine scharfe Spitze am Ende, was sich in relativ großen Amplituden der höheren Frequenzen auswirken muß. Diese Endzacke wird bei steigendem Radienverhältnis erheblich gemildert, ohne daß sich zunächst eine äquivalente Zacke am Anfang des Stromstoßes ausbildet. Dies ist vielmehr erst bei recht großen Radienverhältnissen der Fall. So kommt es, daß mit steigendem r_2/r_1 die F -Kurve anfangs sinkt und daß erst später eine allmähliche Anhebung von den höheren Frequenzen her einsetzt. Für die praktisch vorkommenden Radienverhältnisse hat der Grenzfall $\frac{r_2}{r_1} = \infty$ noch gar keine Bedeutung. Mit diesen Bemerkungen halten wir die Sachlage im zylindersymmetrischen Fall für genügend geklärt.

IV. Die Methoden zur Behandlung der anderen Spannungsgebiete.

Die in den Bildern 5 und 7 dargestellten Ergebnisse sind nur ein allererster Vorstoß in das recht komplizierte Gebiet der Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes. Ähnlich einfach ist womöglich nur der Fall zu erledigen, daß die Anodenspannung so stark negativ ist, daß die Raumladung wiederum keine Rolle spielt und wieder ein linearer Potentialverlauf von der Kathode zur Gegenelektrode vorausgesetzt werden darf. Hierauf gedenken wir in einer späteren Arbeit zurückzukommen, da in diesem an und für sich uninteressanten Fall durch die kohärenten Plus- und Minusstöße der Rückelektroden recht beträchtliche Resonanzeffekte hervorgerufen werden, die in dem praktisch hauptsächlich interessierenden, aber sehr komplizierten Fall des Raumladungsgebietes auch eine Rolle spielen dürften. Aber bereits in den Fällen „Anodenspannung gleich oder nur wenig größer als die Sättigungsspannung“ und „Anodenspannung gleich oder nur wenig niedriger als die Grenzspannung zwischen Anlauf- und Raumladegebiet“ ist nicht unmittelbar zu übersehen, ob die durch die Raumladung auf dem Umwege über Geschwindigkeitsbeeinflussungen zweifellos hervorgerufene Wechselwirkung zwischen den Elektronen vernachlässigt werden kann oder nicht. Beim Vorhandensein einer Raumladeschwelle schließlich, im Raumladegebiet also, gehen diese Geschwindigkeitsbeeinflussungen so weit, daß Trans- in Rückelektroden verwandelt werden können. Die Tatsache der Raumladungsschwächung des Schroteffektes zeigt ja auch, daß in diesem Gebiete die Wechselwirkung zwischen den Elektronen keineswegs zu vernachlässigen ist, sondern im Gegenteil eine entscheidende Rolle spielt.

Es hat den Anschein, als ob in allen diesen Fällen die Durchführung des bisher benutzten Schemas auf recht große Schwierigkeiten stößt. W. Schottky selbst hat sich schon in diesem Sinne geäußert und zugleich auch die Methode angedeutet, die bei vorhandener Wechselwirkung angemessener zu sein scheint¹⁾. Sie besteht in

¹⁾ W. Schottky: Z. Physik **104** (1936) S. 248, siehe namentlich die Fußnote auf S. 272.

folgendem Vorgehen. Der Sättigungsstrom wird wieder nach Geschwindigkeitsgruppen aufgeteilt und die Emission innerhalb jeder Gruppe als Überlagerung eines Gleichstromes und eines Schwankungsanteiles, der sich durch ein Fourier-Spektrum darstellen läßt, aufgefaßt. Jede Fourier-Komponente des Sättigungsstromes ruft eine periodische Schwankung gleicher Frequenz im Anodenstrom hervor, die auf Grund einer Störungsrechnung ermittelt werden muß. Die quadratische Superposition der Amplituden der Anodenwechselströme gibt schließlich das gesuchte mittlere Frequenzspektrum des Anodenstromes.

Diese Methode, die wir stichwortartig als „Fourier-Zerlegung des Sättigungsstromes“ bezeichnen wollen, muß selbstverständlich die gleichen Ergebnisse wie die bisherige Methode der „Fourier-Zerlegung des Einzelvorganges“ liefern. Man kann also z. B. den in der vorliegenden Arbeit behandelten Fall der hohen Anodenspannungen $U \gg U_{\text{sätt}}$ auch nach der neuen Methode durchrechnen und kommt dann tatsächlich zu dem gleichen Ergebnis (11). Bei der Durchführung würde sich zeigen, daß der Rechnungsgang auch rein mathematisch völlig verschieden von den hier angedeuteten Entwicklungen ist, woraus hervorgeht, daß es sich nicht etwa bloß um einen neuen Text zu den alten Formeln handelt. Wir begnügen uns aber mit dieser Andeutung, weil die neue Methode infolge der bei hohen Anodenspannungen fehlenden Wechselwirkung ihre eigentlichen Vorzüge gar nicht zeigen kann, ja sogar im Gegenteil schwerfälliger als die Fourier-Zerlegung des Einzelvorganges wird.

Ich habe den Herren Prof. Dr. W. Schottky und Dr. M. Steenbeck für wertvolle Diskussionen sowie Herrn cand. ing. W. Fiedler für Unterstützung bei den numerischen Auswertungen zu danken.

Zusammenfassung.

Es wird die Frequenzabhängigkeit des mittleren Amplitudenquadrates des Schrot-rauschens für den Fall ermittelt, daß die Anodenspannung sehr groß gegen die Sättigungsspannung ist. Zunächst wird die ebene Elektrodenanordnung behandelt (Abschnitt II). Die Rechnungen zeigen, daß die mittlere Schrotamplitude bei der Frequenz $1/t_{ii}$ schon auf ungefähr ein Drittel ihres Wertes für tiefe Frequenzen abgesunken ist. Weiter wird die Vermutung bestätigt, daß in diesem Spannungsbereich der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten nicht erheblich ist, und daß man bei der Behandlung anderer Elektrodenanordnungen in diesem Spannungsbereich die Anfangsgeschwindigkeiten von vornherein vernachlässigen können wird. Davon wird bei der Untersuchung des zylindersymmetrischen Falles Gebrauch gemacht (Abschnitt III), bei dem sich herausstellt, daß mit steigendem Radienverhältnis r_2/r_1 die Schrotamplitude zunächst kleiner als im ebenen Fall ist, und daß erst bei r_2/r_1 -Werten, die für die heutige Praxis des Röhrenbaues als groß zu bezeichnen sind, eine gewisse Anhebung der Frequenzen von $\omega t_{ii} = 5$ bis 12 stattfindet. Im Abschnitt IV wird kurz eine von W. Schottky vorgeschlagene Methode der Fourier-Zerlegung des Sättigungsstromes besprochen, die für Wechselwirkungsprobleme geeigneter als die bisher verwendete, gleichfalls von W. Schottky angegebene Fourier-Zerlegung des Einzelstromstoßes sein dürfte.

Namenverzeichnis.

[Die fettgedruckten Ziffern beziehen sich auf die Hefte, die anderen Zahlen auf die Seiten.]

- Adcock, F. **2**, 116.
 Aigner, F. **2**, 84, 86, 89ff.
 Andrejew, N. **1**, 118.
 Andresen, E. G. **3**, 91.
 Ardenne, M. v. **2**, 82.
 Aston, F. W. **3**, 94.
 Auwers, O. v. **2**, 92...116.
- Bab**, U. **2**, 74, 83.
 Bakker, G. **3**, 83.
 Barwich, H. **3**, 91.
 Baudoux, P. **2**, 83.
 Baumann, E. **1**, 120...129.
 Berger, K. **1**, 48.
 Berner, K. **2**, 9, 41.
 Beunes, A. **3**, 15, 55, 62f.
 Bewley, L. V. **1**, 3.
 Biermanns, J. **1**, 51.
 Bitter, F. **2**, 96, 116.
 Blaich, E. **3**, 85.
 Börnstein, R. **3**, 55.
 Bois, H. Du **2**, 92.
 Borelius, G. **2**, 107.
 Bosch, M. **1**, 25.
 Bosch, M. ten **3**, 126.
 Bose, D. M. **2**, 109.
 Bramhall, E. H. **3**, 18.
 Brinkman, H. **3**, 15, 55, 62f.
 Browne, T. E. **1**, 51.
 Bullendorf, C. **1**, 50.
 Bung, K. **3**, 72.
 Burstyn, W. **1**, 90, 100.
- Christensen, C. J. **1**, 118.
 Compton, K. T. **3**, 15, 18, 71.
 Conrady, H. v. **3**, 72, 82, 87.
 Cravath, A. M. **3**, 55.
 Creedy, F. **3**, 72.
 Curie, P. **2**, 109.
- Dawson, H. S. **3**, 133.
 Dehlinger, U. **2**, 113f., 116.
 Divoire, E. **2**, 83.
 Doan, G. E. **3**, 72, 84.
 Dönch, F. **3**, 99...111.
 Dorfman, J. **2**, 102, 112, 116.
 Dräger, E. **1**, 41.
 Dunnington, F. **3**, 32, 35, 41, 54f.
 Dwight, H. B. **3**, 86.
- Eddy, W. N. **1**, 41.
 Edler, H. **1**, 41.
 Eggers, G. **3**, 111.
 Elenbaas, W. **1**, 69f.; **3**, 50, 52, 55, 58, 63.
 Elsner, R. **1**, 1...24.
 Emde, F. **2**, 83; **3**, 74, 133.
 Engel, A. v. **1**, 55, 57, 79; **3**, 2, 15, 18, 21, 23, 32, 52, 55f., 62f., 69, 70...88, 128, 132.
 Engelhardt, V. **1**, 43.
 Epstein, P. S. **2**, 21f., 24f., 27, 41.
 Erk, S. **3**, 125f.
 Espe, W. **3**, 75.
 Eucken, A. **3**, 126.
- Fallot, M. **2**, 99f., 105f., 114, 116.
 Faraday, M. **2**, 92.
 Fiedler, W. **3**, 136.
 Fink, P. **1**, 81.
 Finkelnburg, W. **3**, 41, 52, 55.
 Flamm, P. **3**, 72.
 Foitzik, R. **3**, 63.
 Forrer, R. **2**, 99, 105, 112.
 Fourier, J.-B. **2**, 3f., 19, 62, 64, 74; **3**, 127, 129f., 134, 136.
 Friederich, E. **2**, 116.
 Fry, T. **2**, 21f., 24, 27, 41.
- Gábor, D. **3**, 39, 55.
 Gans, R. **2**, 41.
 Gardner, W. H. **1**, 126.
 Garthe, H. **3**, 99...111.
 Gaulrapp, K. **1**, 82, 91.
 Gauss, C. F. **1**, 41; **2**, 24, 73; **3**, 74.
 Geiger, H. **2**, 91; **3**, 55.
 Gerdien, H. **1**, 62, 67; **3**, 52, 55.
 Gier, J. de **3**, 97.
 Gmelin, L. **2**, 116.
 Goldberg, E. **1**, 69.
 Goucher, F. S. **1**, 116, 118.
 Graf, L. **2**, 116.
 Griffiths, W. H. F. **2**, 83.
 Grigorjew, A. T. **2**, 116.
 Gröber, H. **3**, 114f., 126.
 Groszkowski, J. **2**, 83.
 Grotrian, W. **3**, 56, 63.
 Grube, G. **2**, 116.
- Grundmann, W. **3**, 126.
 Güldenpfennig, F. **1**, 75ff., 78f., 81...104; **3**, 71.
 Güntherschulze, A. **1**, 47.
- Hagenguth, J. H. **1**, 3, 7.
 Hague, B. **3**, 86.
 Hansen, M. **2**, 116.
 Hara, G. **1**, 118.
 Harms, F. **2**, 25, 91; **3**, 83.
 Harries, C. **1**, 124.
 Hartmann, C. A. **1**, 118.
 Haschimoto, U. **2**, 116.
 Hayden, J. L. R. **1**, 41.
 Heisenberg, W. **2**, 93, 96, 112, 115f.
 Held, E. F. M. van der **3**, 115, 126.
 Hellmann, R. **2**, 58...83.
 Hennecke, U. **2**, 83.
 Hergesell, H. **3**, 112, 126.
 Hertz, G. **3**, 91.
 Hilpert, A. **3**, 72.
 Hippel, A. v. **1**, 46f.
 Hörmann, H. **1**, 70; **3**, 58, 62.
 Holm, R. **1**, 63, 66, 75ff., 78ff., 81...104, 116, 118; **3**, 17, 22, 55, 60f., 64, 71.
 Honda, K. **3**, 75.
 Horst, D. Th. J. ter **3**, 55, 62.
 Hund, F. **2**, 93, 97, 102, 104, 109, 116.
- I. G. Farben **3**, 91.
 Ishikawa, Sh. **2**, 83.
 Issendorff, J. v. **1**, 25; **3**, 71.
- Jahnke, E. **2**, 83; **3**, 74, 133.
 Jakob, M. **3**, 125f.
 Janovsky, W. **2**, 84...91.
 Joffé, A. **1**, 46.
 John, U. **2**, 89ff.
 Johnson, J. B. **2**, 17, 42.
 Joscheck, R. **1**, 105...119.
 Jungmichl, H. **1**, 25...37.
- Kasperowski, O. **1**, 25.
 Kaufmann, W. **1**, 54.
 Kaya, S. **2**, 116.
 Kesselring, F. **1**, 67, 71; **3**, 55, 58, 61ff., 73.

- Ketnath, A. **1**, 40.
 Kingsbury, B. A. **2**, 87.
 Kirchhoff, G. **2**, 86.
 Kirschstein, B. **1**, 51...71, 72...
 80, 92; **3**, 4, 17, 20, 22, 26...55,
 56...68, 69.
 Kleinschmidt, E. **3**, 126.
 Klemm, W. **2**, 97, 109, 111, 116.
 Kneser, H. O. **2**, 86, 91.
 Knoll, M. **3**, 55, 75, 133.
 Knorr, C. A. **1**, 41.
 Knudsen, V. O. **2**, 86, 88, 91.
 Kollath, R. **3**, 55.
 Kopeliowitsch, J. **1**, 51.
 Koppelmann, F. **1**, 46, 51...71;
3, 1...25, 26...55, 56...68.
 Korn, T. **1**, 118.
 Kraeft, W. **1**, 46.
 Krüger, W. **1**, 89, 92, 103.
 Kühlewein H. **2**, 116.
 Kurchatoff, T. **1**, 46.
 Kussmann, A. **2**, 116.
 Kusunose, Y. **2**, 83.

 Landolt, H. **3**, 55.
 Langbein, K. **3**, 73, 77.
 Langevin, P. **2**, 109; **3**, 37, 39.
 Langmuir, I. **2**, 21f., 25, 27, 30,
 32f., 40f.; **3**, 18.
 Lawrence, E. **3**, 32, 35, 41, 54f.
 Le Blanc fils, M. **3**, 71.
 Lefring, N. **3**, 72f., 76.
 Lerch, R. O. **3**, 72.
 Leybold, E. **3**, 90.
 Lieneweg, F. **3**, 112...126.
 Lotz, A. **1**, 62f., 66f., 79; **3**, 52,
 55.
 Lukanow, H. **3**, 89, 91.

 Madia, G. **1**, 118.
 Mannkopff, R. **3**, 43, 55.
 Marian, V. **2**, 100.
 Marx, E. **1**, 51, 73; **3**, 55.
 Matthias, A. **1**, 46; **3**, 63.
 Maxwell, J. Cl. **2**, 6, 8, 13, 20, 22,
 33, 41f., 56; **3**, 43, 85, 127.
 Mayr, O. **1**, 51; **3**, 55.
 Meller, K. **3**, 71f., 76.
 Mertens, W. **1**, 120.
 Meyer, H. **2**, 82.
 Mierdel, G. **3**, 25, 87.
 Möller, H. G. **2**, 74, 83.
 Muckenthaler, H. **3**, 91.
 Müller, J. **2**, 91, 116; **3**, 55.
 Müller-Hillebrand, D. **1**, 48.

 Näher, R. **1**, 45.
 Nagel, W. **1**, 120...129.
 Néel, L. **2**, 99.
 Neesen, F. R. **2**, 91.

 Neklöpajew, N. **2**, 86.
 Nessi, A. **3**, 115, 117, 126.
 Neuhaus, H. **1**, 3, 9, 48.
 Nier, A. O. **3**, 95, 98.
 Nikuradse, A. **1**, 44ff., 47.
 Nisolle, L. **3**, 115, 117, 126.
 Northrup, E. F. **3**, 85.
 Nyquist, H. **2**, 13, 16.

 Ollendorff, F. **3**, 32, 55, 133.
 Ornstein, L. S. **2**, 15; **3**, 52, 55,
 59, 62f.

 Paluff, K. K. **1**, 3, 7.
 Pauli, W. E. **2**, 96, 112.
 Pearson, G. L. **1**, 118; **2**, 14.
 Pederzani, Th. **2**, 89ff.
 Peek, F. **1**, 46.
 Pittmann, R. R. **1**, 48.
 Plato, G. **2**, 20, 42, 57.
 Pol, B. van der **2**, 83.
 Poritzky, H. **3**, 55.
 Pouillet, C. S. M. **2**, 91, 116; **3**,
 55.
 Prince, D. C. **1**, 51.

 Radinger, R. v. **2**, 82.
 Rayleigh, J. W. Lord **2**, 84, 91.
 Rebhan, J. **1**, 41.
 Rechten, A. **2**, 84...91.
 Riewe, K. H. **3**, 36, 55, 58.
 Riml, C. v. **2**, 82.
 Rogowski, W. **1**, 46.
 Rompe, R. **3**, 36, 55, 58, 133.
 Rorden, H. L. **1**, 4.
 Roth, A. **1**, 51.
 Rothe, W. **2**, 20, 25, 42, 56.

 Sadron, Ch. **2**, 99ff., 103ff., 106f.,
 109, 112, 116.
 Salinger, H. **1**, 118.
 Schack, A. **3**, 126.
 Scheel, K. **2**, 91; **3**, 55.
 Scheil, E. **2**, 114, 116.
 Schenkel, M. **1**, 25.
 Schiele, O. **1**, 25...37.
 Schmid, A. **2**, 61, 83.
 Schmidt, E. **3**, 115, 126.
 Schönfeld, H. **2**, 64.
 Schottky, W. **2**, 1...18, 19ff.,
 22, 25, 32ff., 36f., 40f., 42, 52,
 54; **3**, 22, 127, 131, 135f.
 Schröter, F. **1**, 43.
 Schüth, W. **2**, 116.
 Schütze, W. **3**, 89...98.
 Schulenburg, M. Graf von der **3**,
 69.
 Schulte, C. W. **3**, 84.
 Schumann, W. O. **1**, 46f., 97; **3**,
 133.

 Schweikert, G. **3**, 55.
 Seal, P. W. **3**, 72.
 Seeliger, R. **3**, 2, 18, 55, 71, 83,
 86.
 Seemann, J. H. **2**, 107.
 Simidu, T. **3**, 75.
 Sinjelnikoff, K. **1**, 46.
 Slater, J. C. **2**, 96, 116.
 Slepian, J. **1**, 51.
 Sordon, E. P. **3**, 72.
 Spath, W. **1**, 43.
 Spenke, E. **2**, 1, 6, 9f., 14, 19...
 41, 42; **3**, 87, 127...136.
 Steenbeck, M. **1**, 39, 57; **2**, 32;
3, 2, 15, 18, 21, 23, 32, 35,
 52, 55ff. 59, 62f., 68, 87, 128,
 132, 136.
 Steffen, P. **1**, 71.
 Störmer, R. **1**, 76ff., 78f., 81,
 83, 85ff., 88, 90f., 94f., 99,
 102f.; **3**, 71, 76.
 Stokes, G. **2**, 86.
 Stoner, E. C. **2**, 104, 109, 112f.,
 116.
 Strigel, R. **1**, 3, 9, 38...50.
 Suits, C. G. **3**, 48, 52, 55, 58, 63.

 Tamm, R. **2**, 83.
 Tate, J. T. **3**, 95.
 Tewes, K. **3**, 72.
 Thilo, H. G. **2**, 81f.
 Thomson, J. J. **3**, 89.
 Thun, R. **3**, 72.
 Torok, J. J. **1**, 48.
 Townsend, J. S. **3**, 55.
 Trombe, F. **2**, 98, 116.

 Urbain, G. **2**, 98, 116.

 Vaughan, A. L. **3**, 95.
 Vogt, E. **2**, 107ff., 111, 116.
 Voorhis, C. C. van **3**, 71.

 Walter, C. H. **2**, 59.
 Walter, F. **3**, 85.
 Weiss, P. **2**, 93, 98f., 109, 116.
 Wever, F. **2**, 116.
 Wien, M. **2**, 89.
 Wien, W. **2**, 25, 91; **3**, 83, 89.
 Williams, F. C. **2**, 14.
 Williams, H. J. **3**, 95.
 Winkler, O. **2**, 116.
 Wolf, A. **2**, 112, 116.
 Wrede, E. **3**, 54f.
 Wulfheckel, H. **3**, 71.
 Wyneken, I. **3**, 54f.

 Zeeman, P. **3**, 97.
 Zenneck, J. **3**, 2.
 Zölllich, H. **3**, 111.

Sachverzeichnis.

[Die fettgedruckten Ziffern beziehen sich auf die Hefte, die anderen Zahlen auf die Seiten.]

- Abbrand bei Ausschaltkontakten **1**, 75, 77ff.
 — — Lichtbögen **1**, 73ff., 76ff., 79; **3**, 69.
 Abschmelzzahl und Tropfenfolge beim Schweißbogen **3**, 73ff., 76ff., 79f.
 Abschnürungsstromstärke beim Schweißbogen **3**, 85ff.
 Aluminiumkontakt, Stoffwanderung **1**, 91.
 Amplitudengang des Schwebungssummers mit Ringmodulator **2**, 68.
 Anfangstemperatur beim Schweißbogen **3**, 75, 77, 79f.
 Anodenspannung, Frequenzabhängigkeit des Schrotteffektes bei hoher — **3**, 127ff., 130ff., 133ff.
 Anodenstrom bei Dioden zur Schroteffekt-Rauschmessung **2**, 52ff., 55f.
 Anregungsenergie des Lichtbogengases **3**, 46.
 Anthrazitgrieß für Mikrophone **1**, 104.
 Antiferromagnetismus **2**, 93, 95ff., 98, 103f., 106ff., 109, 111, 113ff., 116.
 Anzeigeverzögerung von Thermometern **3**, 112 ··· 126.
 — — aus gleichartigen Werkstoffen **3**, 114ff., 117ff., 120f.
 — — — — verschiedenartigen — **3**, 121ff., 124ff.
 Argon, Isotopenhäufigkeit **3**, 91ff., 94ff., 97.
 Argonhydridion **3**, 93, 97f.
 Argonmolekelion **3**, 96f.
 Aufbauzeit und Streuzeit des Entladeverzuges in Öl **1**, 43ff., 46.
 Aufheizzeit beim Schweißbogen **3**, 83f.
 Ausdehnungsarbeit des Lichtbogengases **3**, 45.
 Ausschaltkontakte, Stoffwanderung **1**, 81 ··· 104.
 Aussteuerung und Oberwellen beim Steuerumrichter **1**, 26f.
 — — Zündwinkelabstände — — **1**, 27ff.
 Austauschintegral, Heisenbergsches **2**, 93, 96, 112f., 115.
 Balmer-Linien **3**, 52.
 Bernoullische Gleichung **1**, 53, 58, 62; **3**, 30.
 Besselsche Funktionen **2**, 64.
 Beweglichkeit der Elektronen im Lichtbogen **3**, 37ff., 40.
 Bindung, Regeln der magnetischen — **2**, 92 ··· 116.
 Bogenentladung bei schnellen Spannungsstößen **3**, 1 ··· 25.
 Bogenplasma als Gas **3**, 36f.
 Bohrsches Magneton **2**, 101, 104, 112.
 Boltzmannsche Konstante **2**, 20; **3**, 16, 27, 128.
 Boltzmannsches Gesetz **3**, 53f.
 Braunsche Röhre **1**, 110; **2**, 77.
 Breitbandverstärker **2**, 1, 45.
 Brennspannung, Prinzip der kleinsten — **3**, 57ff., 60ff.
 — und Schmelzleistung beim Schweißbogen **3**, 80ff.
 Curiesches Gesetz **2**, 93, 96f., 109.
 Curie-Weissches Gesetz **2**, 92f., 96, 108ff., 111.
 Debye-Hückelsche Theorie **3**, 35.
 Diamagnetismus **2**, 92ff., 104, 111, 116.
 Diazomethan und Schellack **1**, 125f., 128.
 Dioden, Kennlinien **2**, 31ff., 52, 54f.; **3**, 131.
 — zur Schroteffekt-Rauschmessung **2**, 16f., 48ff., 51f.
 — — —, Anodenstrom **2**, 52ff., 55f.
 — — —, Elektrodenanordnung **2**, 49ff.
 — — —, innerer Widerstand **2**, 52, 54f.
 Dioxan und Schellack **1**, 122.
 Dissoziationsenergie des Lichtbogengases **3**, 46f.
 Drall-Drall-Kopplung und Magnetismus **2**, 94, 98, 109.
 Drehstromtransformatoren, Stoßspannungsübertragung **1**, 1 ··· 24.
 —, —, Theorie **1**, 3 ··· 13.
 —, —, Überspannungsschutz **1**, 22ff.
 —, —, Versuche **1**, 13 ··· 22.
 Druck bei Lichtbögen in strömendem Gas **3**, 64ff., 67.
 — bei Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 112ff., 115, 118.
 Druckwiderstandskennlinie von — — **1**, 111ff., 114ff.
 Durchmesser des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 58ff., 61f., 64f., 69ff.
 Durchsteuerung von Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 106ff., 109ff.
 Eigenfeld der Lichtbogensäule, elektrisches **3**, 34f.
 — — —, magnetisches **3**, 31ff.
 Einschaltkontakte **1**, 84, 86f.
 Eisengruppe, Magnetismus **2**, 98, 100ff., 106, 112f.
 Eisenkontakt, Stoffwanderung **1**, 91.
 Eisenlegierungen, — **2**, 99ff., 102f., 105ff., 108, 112ff., 115.
 Eisenreihe, — **2**, 95ff., 102, 107ff., 110f.
 Elektrische Eigenschaften von Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 105 ··· 119.
 — Kontakte, Stoffwanderung **1**, 81 ··· 104.
 — statische Durchbruchfeldstärke **1**, 40f.

- Elektrische Stoßfestigkeit und Schlagweite **1**, 48ff.
 Elektrischer Lichtbogen im Luft-Stickstoff-Gemisch, Kathodenabbrand **1**, 72 ··· 80.
 — — in strömendem Gas **1**, 51 ··· 71; **3**, 26 ··· 55.
 — Schweißbogen, Werkstoffwanderung **3**, 70 ··· 88.
 — Stoßdurchschlag, Mechanismus **1**, 46f.
 Elektrisches Eigenfeld der Lichtbogensäule **3**, 34f.
 Elektroden-Abbrand bei Lichtbögen im Luft-Stickstoff-Gemisch **1**, 72 ··· 80.
 — -Anordnung, ebene, bei hohen Anodenspannungen, Schrotoeffekt **3**, 127ff., 130ff.
 — — —, zylindrische, — — —, — **3**, 132ff., 135.
 — -Härtung und Stoffwanderung bei Kontakten **1**, 86.
 — zur Schrotoeffekt-Rauschmessung **2**, 49ff.
 Elektromotorische Kraft bei Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 107ff., 110f., 116ff., 119.
 Elektronenbeweglichkeit im Lichtbogen **3**, 37f.
 — und Ionenfelder im Lichtbogen **3**, 38ff.
 Elektronendichte der Lichtbogensäule **3**, 40f., 61.
 Elektronendruck und Magnetismus **2**, 93f., 96ff., 99, 101ff., 106f., 109, 112.
 Elektronenübergang in Verstärkerröhren und Schrotoeffekt **2**, 2ff., 5ff., 8ff., 10, 20ff., 23, 25f., 29f., 34f., 50; **3**, 127f., 132f.
 Elektronenwiedervereinigung im Gleichstrombogen bei Spannungsstößen **3**, 15ff., 18ff., 21f.
 Emissionsdichte des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 69ff.
 Energiebilanz der Lichtbogensäule **3**, 44ff., 47ff.
 Energieübertragung im Lichtbogen **3**, 41ff.
 Entkopplung des Schwebungssummers mit Ringmodulator **2**, 77ff.
 Entladeverzug in Öl in gleichförmigem Feld und Schlagweite **1**, 38 ··· 50.
 — — —, Streuzeit und Aufbauzeit **1**, 43ff., 46.
 — — —, Verteilung bei Stoßspannung **1**, 41ff.
 Erdalkalihydroxyd und Schellackreinharz **1**, 121f.
 Erden, Magnetismus der seltenen — **2**, 94, 97f., 104, 110.
 Erweichungspunkt von Schellack **1**, 123ff.
 — — Schellackderivaten **1**, 125f.
 Essigsäure und Schellackreinharz **1**, 120f.
 Feinwanderung beim elektrischen Kontakt **1**, 84f., 95f.
 Feldstärke beim Lichtbogen in strömendem Gas **3**, 65f.
 Fermi-Gas **2**, 96.
 Ferromagnetische Metalle in diamagnetischen Metallen, Magnetismus **2**, 107ff., 110ff.
 — — — ferromagnetischen —, Magnetismus **2**, 112ff., 115.
 Ferromagnetismus **2**, 92ff., 95ff., 98f., 102f., 106f., 109f., 114ff.
 Feuchtigkeit und Grobwanderung bei elektrischem Kontakt **1**, 88ff., 91ff., 100f., 104.
 — — Luftdämpfung von Schall **2**, 86.
 — — Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 116f.
 Flächenhelligkeit des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 67ff.; **3**, 51, 67.
 Fließfähigkeit bei Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 116f.
 Flüssigkeitszähler, Ringkolben- — **3**, 99 ··· 111.
 Frequenz der Oberwellen beim Steuerumrichter **1**, 29, 31.
 Frequenzabhängigkeit des Schrotoeffektes **3**, 127 ··· 136.
 Füllhöhe bei Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 112ff., 115, 117.
 Füllungsgesetz der Ringkolbenzähler-Meßkammer **3**, 101f., 106ff.
 Gadolinium, Ferromagnetismus **2**, 98, 104.
 Gasdruck und Lichtbogen in strömendem Gas **1**, 53f., 57f., 64f., 68.
 Gesamtstrahlung des Lichtbogens — — — **1**, 63ff., 65f.; **3**, 67.
 Glättung der Oberwellen beim Steuerumrichter **1**, 32ff., 35ff.
 Gleichstrombogen bei Spannungsstößen **3**, 1 ··· 25.
 — — — entgegen der Stromrichtung **3**, 13ff., 25.
 — — —, Elektronenwiedervereinigung **3**, 15ff., 18ff., 21f.
 — — —, Ionisierung bei hohen Feldstärken **3**, 23f.
 — — —, kurze Spannungsstöße **3**, 11f.
 — — —, lange — **3**, 9ff.
 — — —, Meßverfahren **3**, 2ff., 6ff.
 — — —, Säulenwiderstand **3**, 23.
 — — —, Spannungsscheitelwert **3**, 12f.
 — — —, Spannungsstoßberechnung **3**, 4ff.
 — — —, thermische Ionisation **3**, 15, 22ff.
 Goldkontakt, Stoffwanderung **1**, 86f., 91f., 94ff., 100f., 104.
 Goldlegierungen, Magnetismus **2**, 106ff., 109ff.
 Goldsilberlegierungskontakt, Stoffwanderung **1**, 87, 92, 96.
 Gradient des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 56ff., 64f.
 Grenzleistung vom Schwebungssummer mit Ringmodulator **2**, 60f., 68f.
 Grießkörnung und Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 105, 117.
 Grießstreckenlänge — — **1**, 106ff., 109f.
 Grobwanderung beim elektrischen Kontakt **1**, 84f., 87ff., 90ff., 93f.
 Größe der Oberwellen beim Steuerumrichter **1**, 29f.
 Härtung von Schellackreinerz **1**, 123f., 128f.
 Hall-Effekt **2**, 95, 105.
 Heisenbergsches Austauschintegral **2**, 93, 96, 112f., 115.
 Heuslersche Legierung **2**, 115.
 Hochfrequenzsender beim Schwebungssummer mit Ringmodulator **2**, 70ff.
 Homöopolare Bindung im Metallgitter **2**, 92f.
 Hydrolyse von Schellackreinharz **1**, 119ff., 123.
 Ionenfelder und Elektronenbeweglichkeit im Lichtbogen **3**, 38ff.
 Ionisierung im Gleichstrombogen bei hohen Feldstärken **3**, 23f.
 — — —, thermische **3**, 15, 22ff.
 Ionisierungsenergie des Lichtbogengases **3**, 47f.
 Ionisierungsgrad — — **3**, 53, 61.
 Isotopenhäufigkeit von Argon **3**, 91ff., 94ff., 97.

- Kalilauge und Schellackreinharz **1**, 120ff.
 Kalziumkupfer-Kathodenabbrand bei Lichtbogen **1**, 76.
 Kapazitiv übertragene Spannung bei Drehstromtransformatoren **1**, **2**, 5ff., 8f.
 Kathodenabbrand bei Ausschaltkontakten **1**, 75, 77ff.
 — — Lichtbögen **1**, 73ff., 76ff., 79, 92; **3**, 69.
 Kinetische Energie der Lichtbogengasströmung **3**, 46.
 Kobaltlegierungen, Magnetismus **2**, 99ff., 102, 105ff., 108f., 112f., 115.
 Körnerzahl bei Mikrofon-Kohlengrießstrecken **1**, 109f., 115, 118f.
 Körnung — — — **1**, 105ff., 115, 117f.
 Kohle-Elektroden für Lichtbogen **1**, 52.
 — — — Mikrofonkammer **1**, 105f.
 — -Kontakt, Stoffwanderung **1**, 90f., 100.
 Kohlengrießstrecken von Mikrofonen und Feuchtigkeit **1**, 116f.
 — — — — Grießkörnung **1**, 105, 117.
 — — — — Druckwiderstandskennlinie **1**, 111ff., 114ff.
 — — — — Durchsteuerung **1**, 106ff., 109ff.
 — — — — Elektromotorische Kraft **1**, 107ff., 110f., 116ff.
 — — — — Meßanordnung **1**, 105f.
 — — — — Widerstand und Feuchtigkeit **1**, 116f.
 — — — — — Füllhöhe **1**, 112, 115, 117.
 — — — — — Streckenlänge **1**, 107f.
 — — — — — Stromstärke **1**, 106f.
 — — — — — zusätzlicher Druck **1**, 113f.
 Kohlensäure, Lichtbogen in **1**, 64.
 Kontakte, Stoffwanderung **1**, 81 ··· 104.
 Kosselscher Verschiebungssatz **2**, 104ff.
 Kristallgitter-Starkeffekt nach van Vleck **2**, 106.
 Kupfer-Kathodenabbrand bei Lichtbogen **1**, 73ff., 76ff., 79.
 — -Kontakt, Stoffwanderung **1**, 86, 91.
 Kupferlegierungen, Magnetismus **2**, 107ff., 110f.
 Kupferoxydulgleichrichter beim Schwebungssummer mit Ringmodulator **2**, 59, 61, 63f., 66, 68f., 71f., 76, 80ff.
 Kurzschlußzeit beim Schweißbogen **3**, 84ff., 87f.

 Längsstrommikrofon **1**, 106f.
 Langevin-Weissches Gesetz **2**, 92.
 Langevinsche Beweglichkeitsformel **3**, 37, 39.
 Langevinscher Paramagnetismus **2**, 94, 108f., 111f., 116.
 Leistungsaufnahme des Ringmodulators beim Schwebungssummer **2**, 65ff.
 Lichtbogen, stabilisierter **3**, 62ff.
 — in Stickstoff-Sauerstoff-Gemisch, Kathodenabbrand **1**, 72 ··· 80; **3**, 69.
 — — strömendem Gas **1**, 51 ··· 71; **3**, 26 ··· 55.
 — — — — Bogendurchmesser **1**, 58ff., 61ff., 64f., 69ff.
 — — — —, Bogengesamtstrahlung **1**, 63ff., 65f.
 — — — —, Bogenplasma als Gas **3**, 36f.
 — — — —, Bogenspannung **1**, 55ff., 58, 64f.
 — — — —, Bogenstromstärke **1**, 54f., 58f., 63, 65, 68.
 Lichtbogen in strömendem Gas, Elektronenbeweglichkeit **3**, 37f.
 — — — —, — und Ionenfelder **3**, 38ff.
 — — — —, Emissionsdichte **1**, 69ff.
 — — — —, Energieübertragung von Elektronen aufs Gas **3**, 41ff.
 — — — —, Flächenhelligkeit **1**, 64, 67ff.
 — — — —, Gasdruck **1**, 53f., 57f., 64f., 68.
 — — — —, Kammer **1**, 52f.
 — — — —, Spektrum **1**, 66f., 69f.
 — — — —, Stromdichte **1**, 60, 64f.
 — — — —, Stromdurchgang durchs Plasma **3**, 30f.
 Lichtbogenkammer **1**, 52f.
 Lichtbogensäule, Minimumtheorie **3**, 56 ··· 68.
 — in strömendem Gas **3**, 27ff., 30, 64ff., 67.
 — — — —, elektrisches Eigenfeld **3**, 31ff.
 — — — —, Elektronendichte **3**, 40f.
 — — — —, Energiebilanz **3**, 44ff., 47ff.
 — — — —, magnetisches Eigenfeld **3**, 31ff.
 — — — —, Strahlung **3**, 49ff., 52, 67.
 — — — —, Temperatur **3**, 52ff., 61f., 64f.
 Lichtbogenschweißen **3**, 70ff., 73.
 Lithiumkupfer-Kathodenabbrand bei Lichtbogen **1**, 76.
 Löschkreiskapazität und Kontaktpaltdurchschlag **1**, 97ff., 103.
 — — Stoffwanderung **1**, 99f., 102f.
 Luft, elektrischer Kontakt in — **1**, 85f., 89, 91f., 94f., 101f.
 —, Lichtbogen in — **1**, 56ff., 60, 62, 64ff., 69, 73f., 76, 79.
 Luftdämpfung bei Schallübertragung in Luft **2**, 84, 86f.
 Luftströmung und elektrischer Kontakt **1**, 86, 94f.

 Magnetisch übertragene Spannung bei Drehstromtransformatoren **1**, **2**, 4ff., 7ff., 10f., 22f.
 Magnetisches Eigenfeld der Lichtbogensäule **3**, 31ff.
 Magnetismus binärer Legierungen **2**, 98ff.
 — der metallischen Elemente **2**, 94ff., 97f.
 — konzentrierter ferromagnetischer Metalle in ferromagnetischen Metallen **2**, 112ff., 115.
 — verdünnter — — — diamagnetischen — **2**, 107ff., 110ff.
 — — nichtferromagnetischer — — ferromagnetischen — **2**, 99ff., 102ff., 105ff.
 Maschinenwicklungen, Gefährdung durch Stoßspannungen **1**, 12f., 23f.
 Massenspektrograph nach der Parabelmethode **3**, 89ff.
 Massenspektrum **3**, 89, 92f., 95ff., 98.
 Meßkammer des Ringkolbenzählers **3**, 99f.
 — mit Ringkolben endlicher Wandstärke **3**, 106ff., 109ff.
 — — unendlich dünnem Ringkolben **3**, 101ff., 104ff.
 Metallparamagnetismus, temperaturunabhängiger **2**, 92ff., 96, 102, 104, 110ff., 113f., 116.
 Mikrofon-Kohlengrießstrecken **1**, 105 ··· 119.
 Minimumtheorie der Lichtbogensäule **3**, 56 ··· 68.
 Molybdän-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91, 93.

- Nickel-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91.
Nickellegierungen, Magnetismus **2**, 99ff., 102ff., 105ff., 109ff., 112ff., 115.
Nichtferromagnetische Metalle in ferromagnetischen Metallen, Magnetismus **2**, 99ff., 102ff., 105ff.
- Oberflächentemperatur, Berechnung **3**, 114ff.
Oberwellen beim Steuerumrichter und Glättung **1**, 26 ··· 37.
Öl, elektrische Stoßfestigkeit und Schlagseite **1**, 48ff.
—, Entladeverzug, Aufbauzeit und Streuzeit **1**, 43ff., 46.
—, —, Verteilung **1**, 41ff.
—, — und Schlagweite **1**, 38 ··· 50.
—, statische Durchbruchfeldstärke **1**, 40f.
—, Vorbehandlung **1**, 39f.
Ohrempfindlichkeit und Schallübertragung in Luft **2**, 84f., 87.
- Palladiumreihe, Magnetismus **2**, 95ff., 101, 103, 107, 110f., 113.
Parabelmethode beim Massenspektrographen **3**, 89ff.
Paramagnetismus (Langevin-Curie- —) **2**, 92ff., 95f., 108f., 111f., 116.
Pauli-Prinzip **2**, 101f., 104, 106f., 110.
Pegelschreiber **2**, 58f.
Pinch-Effekt **3**, 72, 85f.
Plancksches Gesetz **3**, 51ff.
Platin-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 86, 92f., 96, 100f.
—-Reihe, Magnetismus **2**, 95ff., 101, 107, 110f., 113ff.
Platit-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91.
Poiseuillesches Gesetz **3**, 84.
Poissonsche Gleichung **2**, 21, 23.
- Raumladungsschwächung des Schroteffektes **2**, 1 ··· 57.
Rhodium-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91.
Ringkolben-Flüssigkeitszähler **3**, 99 ··· 111.
— mit Ringkolben endlicher Wandstärke **3**, 106ff., 109ff.
—, Füllungsgesetz der Meßkammer **3**, 101ff., 106ff.
—, Kräfte am Ringkolben **3**, 104ff., 110f.
—, Meßkammer **3**, 99f.
—, — mit unendlich dünnem Ringkolben **3**, 101ff., 104ff.
Ringmodulator beim Schwebungssummer **2**, 58 ··· 83.
—-Dimensionierung — — **2**, 69f.
—-Entkopplung — — **2**, 77ff.
—-Leistungsaufnahme — — **2**, 65ff.
—-Unsymmetrie — — **2**, 72ff., 75ff.
—, belasteter, — — **2**, 63ff.
—, verlustloser, im Leerlauf beim Schwebungssummer **2**, 61ff.
Rückelektroden bei Verstärkerröhren **2**, 5, 7ff., 10f., 18, 23, 28ff., 34f., 37, 57ff., **3**, 135;
- Saha-Gleichung **3**, 1, 17, 47, 53f.
Salzsäure und Schellackreinharz **1**, 120, 124f.
Säureeinwirkung auf — **1**, 120ff., 121.
- Sauerstoff und elektrischer Kontakt **1**, 86, 89, 91f., 100, 102.
— — Kathodenabbrand im Lichtbogen **1**, 73ff., 76ff., 79; **3**, 69.
Schallbündelung bei Schallübertragung in Luft **2**, 85ff., 88ff.
Schallfrequenz für — — — **2**, 84ff., 87ff., 90.
Schallsender-Richtwirkung in Luft **2**, 85ff.
Schallübertragung in Luft, günstigste Sendefrequenz **2**, 88ff.
— — —, Luftdämpfung **2**, 84, 86f.
— — —, Ohrempfindlichkeit **2**, 84f., 87.
— — —, Schallsender-Richtwirkung **2**, 85ff.
Schaltung zur Oberwellenglättung beim Steuerumrichter **1**, 31f.
Schellackfilm, Erweichungspunkt **1**, 123f.
—, Wasserdampfdurchlässigkeit **1**, 126f.
Schellackreinharz, Hydrolyse **1**, 120ff., 123.
Schlagweite und Aufbauzeit sowie Streuzeit des Entladeverzugs in Öl **1**, 43ff., 46.
— — elektrische Stoßfestigkeit in Öl **1**, 48ff.
— — Entladeverzug in Öl **1**, 38 ··· 50.
Schmelzleistung und Brennspannung beim Schweißbogen **3**, 80ff.
Schroteffekt, ebene Elektroden bei hohen Anodenspannungen **3**, 127ff., 130ff.
—, Frequenzabhängigkeit **3**, 127 ··· 136.
—, Raumladungsschwächung **2**, 1 ··· 57.
—, —, ideale Rauschgrenze in Verstärkerröhren **2**, 15ff.
—, —, korpuskulare und thermische Schwankungen **2**, 13ff.
—, —, Raumladungstheorie **2**, 2 ··· 13.
—, —, Rauschen in Verstärkerröhren **2**, 1, 3, 13, 15ff., 42 ··· 57; **3**, 127.
—, —, Theorie für ebene Anordnungen **2**, 19 ··· 41; **3**, 127ff., 130ff.
—, Zylinderelektroden bei hohen Anodenspannungen **3**, 132ff., 135.
Schrottrauschen von Verstärkerröhren **2**, 1, 3, 13, 15ff., 42ff., 45ff., 49ff., 52ff., 55ff.; **3**, 127.
Schwächungsfaktor des Schroteffektes **2**, 8f., 11ff., 14f., 17f., 20, 37, 39ff., 42, 53f., 56.
Schwebungsnummer mit belastetem Ringmodulator **2**, 63ff.
— — Ringmodulator **2**, 58 ··· 83.
— — —, Amplitudengang **2**, 68.
— — —, Entkopplung **2**, 77ff.
— — —, Entwurfsregeln **2**, 80f.
— — —, Hochfrequenzsender **2**, 70ff.
— — —, hohe Frequenzen **2**, 81f.
— — —, innerer Widerstand **2**, 67.
— — —, Spulen **2**, 79f.
— — —, theoretische Grenzleistung **2**, 60f., 68f.
— — verlustlosem Ringmodulator im Leerlauf **2**, 61ff.
Schwefelsäure und Schellackreinharz **1**, 119, 121, 125.
Schweißbogen, Werkstoffwanderung im elektrischen — **3**, 70 ··· 88.
Seltene Erden, Magnetismus **2**, 94, 97f., 104, 110.
Sendefrequenz, günstigste, für Luftschallübertragung **2**, 84 ··· 91.

- Siebkreise zur Oberwellenglättung beim Steuerumrichter **1**, 34ff., 36f.
- Silber-Kathodenabbrand im Lichtbogen **1**, 75f., 78f.
- -Konтакт, Stoffwanderung **1**, 85ff., 89ff., 92, 95f., 100ff., 104.
- Silberlegierungen, Magnetismus **2**, 107ff., 110.
- , Stoffwanderung beim Kontakt **1**, 86f., 80, 92, 100.
- Simon-Unterbrecher **3**, 71.
- Spannung des Lichtbogens in schnellströmendem Gas **1**, 55ff., 58, 64f.
- Spannungsoberwellen beim Steuerumrichter und ihre Glättung **1**, 26 ··· 37.
- — —, Aussteuerungseinfluß **1**, 26f.
- — —, — und Zündwinkelabstände **1**, 27ff.
- — —, Frequenz **1**, 29, 31.
- — —, Glättungsberechnung **1**, 32f.
- — —, Glättungsschaltung **1**, 31f.
- — —, Glättungssiebkreise **1**, 34ff., 36f.
- — —, Größe **1**, 29f.
- — —, Phasenverschiebung des Belastungsstromes **1**, 30f.
- Spannungsstöße beim Gleichstrombogen entgegen der Stromrichtung **3**, 13ff., 25.
- — —, Berechnung **3**, 4ff.
- — —, kurze **3**, 11f.
- — —, lange **3**, 9ff.
- — —, Meßverfahren **3**, 6ff.
- Spektrum des Lichtbogens in schnellströmendem Gas **1**, 66f., 69f.; **3**, 32.
- Spulen beim Schwebungssummer mit Ringmodulator **2**, 79f.
- Statische Durchbruchfeldstärke von Öl **1**, 40f.
- Stefan-Boltzmannsches Gesetz **1**, 66.
- Stereomagnetismus **2**, 92.
- Steuerumrichter. Spannungsoberwellen und ihre Glättung **1**, 25 ··· 37.
- Stickstoff und elektrischer Kontakt **1**, 86, 88, 91f.
- , Gleichstrombogen bei schnellen Spannungstößen **3**, 1, 9 ··· 25.
- , Lichtbogen **1**, 64, 69f.
- -Sauerstoff, Lichtbogen **1**, 73ff., 76ff., 79; **3**, 69.
- Stoffwanderung in elektrischen Ausschaltkontakten **1**, 81 ··· 104.
- Stoßdurchschlag, Mechanismus beim elektrischen — **1**, 46f.
- Stoßfestigkeit, elektrische und Schlagweite **1**, 48ff.
- Stoßspannung, Entladeverzugsverteilung bei — **1**, 41ff.
- Stoßspannungen, Übertragung auf Drehstromtransformatoren **1**, 1 ··· 24.
- , — — —, Experimentaluntersuchung **1**, 13 ··· 22.
- , — — —, Folgerungen für Überspannungen **1**, 23ff.
- , — — —, Theorie **1**, 3 ··· 13.
- Stoßwelle, dreiphasig anlaufende, Theorie **1**, 4ff., 7ff.
- , einphasig —, — **1**, 10f.
- , 50 μ s, dreiphasige, Gefährdung von Transformatoren **1**, 22ff.
- , — —, —, Versuche **1**, 14ff., 17ff.
- Stoßwelle, 50 μ s, einphasige, Gefährdung von Transformatoren **1**, 23f.
- , — —, —, Versuche **1**, 19ff., 22.
- Strahlung der Lichtbogensäule **3**, 49ff., 52, 67.
- Streuzeit und Aufbauzeit des Entladeverzugs in Öl **1**, 43ff., 46.
- Stromdichte des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 60, 64f.; **3**, 66f.
- Stromdurchgang durch strömendes Plasma **3**, 30f.
- Stromstärke bei Mikrophon-Kohlengrießstrecken **1**, 106ff., 112.
- des Lichtbogens in strömendem Gas **1**, 54f., 58f., 63, 65, 68; **3**, 64ff., 67.
- und Temperatur der Lichtbogensäule **3**, 6.
- Stromstoß beim Schroteffekt, Verlauf bei hohen Anodenspannungen **3**, 128ff., 132ff., 135.
- Tantalfaden für Verstärkerröhren **2**, 17, 49f., 52, 57.
- Temperatur der Elektroden und Stoffwanderung bei Kontakten **1**, 86, 89ff., 92f.
- — Lichtbogensäule **3**, 52ff., 61ff., 64f.
- Temperaturhärtung von Schellackreinharz **1**, 123f., 128f.
- Thermische Gasbewegung im Lichtbogen **3**, 45f.
- Ionisierung im Gleichstrombogen bei Spannungstößen **3**, 15, 22ff.
- Thermometer, Anzeigeverzögerung **3**, 112 ··· 126.
- Transelektronen bei Verstärkerröhren **2**, 5ff., 8ff., 11, 23, 26ff., 34f., 37.
- Tropfenfolge und Abschmelzzahl beim Schweißbogen **3**, 73ff., 76ff., 79f.
- Übergangsreihen, Magnetismus **2**, 95ff., 110, 112.
- Überspannungsschutz elektrischer Anlagen bei Stoßspannungen **1**, 2, 22ff.
- Übertragung von Stoßspannungen auf Drehstromtransformatoren **1**, 1 ··· 24.
- Unterspannungsseite von Drehstromtransformatoren, Stoßspannungsübertragung **1**, 1 ··· 24.
- — —, —, Messungen **1**, 13 ··· 22.
- — —, —, Theorie **1**, 3 ··· 13.
- — —, —, Überspannungsschutz **1**, 22ff.
- Verstärkerröhren zur Schroteffekt-Rauschmessung **2**, 48ff., 51f.
- , Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes **3**, 127 ··· 136.
- , ideale Rauschgrenze **2**, 15ff.
- , korpuskulare und thermische Schwankungen **2**, 13ff.
- , Meßanordnung fürs Schroteffektrauschen **2**, 43ff., 46ff.
- , Meßergebnisse des Schroteffektrauschens **2**, 17, 52ff., 55f.
- , Raumladungsschwächung des Schroteffektes **2**, 1 ··· 57.
- , Raumladungstheorie — — **2**, 2 ··· 13.
- Vorschaltwiderstand und Stoffwanderung **1**, 99f., 103.
- Wärmebehandlung von Schellackreinharz **1**, 123f., 128f.
- Wärmeleitfähigkeit von Thermometern **3**, 113ff., 117f., 121ff., 124ff.

- Wärmeleitungsproblem beim Schweißbogen **3**, 73f.
 Wärmeübergangszahl bei Thermometern **3**, 113f.,
 116, 119ff., 122ff.
 Wärmewellenfront beim Schweißbogen **3**, 73ff., 76f.
 Wasserdampf und elektrischer Kontakt **1**, 86, 88ff.,
 91ff., 100f., 104.
 Wasserdampfdurchlässigkeit von Schellack **1**, 126ff.
 — — Schellackderivaten **1**, 127ff.
 Wasserdampf, Lichtbogen in — **1**, 58, 67, 69.
 Wasserstoff-Isotope, Massenspektrum **3**, 89, 97f.
 Wehnelt-Unterbrecher **3**, 71.
 Weissche Magnetonen **2**, 100f., 106, 108f.,
 112f.
 Werkstoffwanderung im elektrischen Schweißbogen
3, 70 ··· 88.
 — — —, Abschmelzzahl und Tropfenfolge **3**,
 73ff., 76ff., 79f.
- Werkstoffwanderung im elektrischen Schwe
 Aufheizzeit **3**, 75, 83f.
 — — — —, Kurzschlußzeit **3**, 75, 84ff.,
 — — — —, Schmelzleistung und Bog
 spannung **3**, 80ff.
 Widerstand von Mikrophon-Kohlengrießstr
 106ff., 109, 111ff., 114ff., 117f.
 —, innerer, bei Dioden zur Schroteffekt-
 messung **2**, 52, 54.
 —, —, — Schwebungssummern mit Ring
 tor **2**, 67.
 Widia-Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91, 93,
 Wolfram-Elektroden für Lichtbögen **1**, 52.
 — -Kontakt, Stoffwanderung **1**, 91, 104.
 Zündwinkelabstände und Aussteuerung beim
 umrichter **1**, 27ff.