

**DIE PRINZIPIEN
DER LEBENSVERSICHERUNGS-
TECHNIK**

VON

ALFRED BERGER

ERSTER TEIL

DIE PRINZIPIEN DER LEBENSVERSICHERUNGS- TECHNIK

VON

DR. ALFRED BERGER

MATHEMATIKER DER LEBENSVERSICHERUNGSGESELLSCHAFT
PHÖNIX IN WIEN

ERSTER TEIL
DIE VERSICHERUNG DER NORMALEN
RISIKEN



BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1923

ISBN-13:978-3-642-93918-1 e-ISBN-13:978-3-642-94318-8
DOI: 10.1007/978-3-642-94318-8

ALLE RECHTE, INSBESONDERE
DAS DER ÜBERSETZUNG IN FREMDE SPRACHEN,
VORBEHALTEN.
SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 1ST EDITION 1923

Vorwort.

Opportunitas in omnibus optima.

Wiederholte Anregungen engerer Fachkollegen haben mich dazu bestimmt, dieses Buch zu schreiben. Ich muß dies gleich eingangs fast entschuldigend feststellen, weil ich selbst sehr wohl weiß, daß die heutigen Zeiten einem solchen Beginnen aus inneren und äußeren Gründen durchaus nicht günstig sind. So bin ich denn auch darauf gefaßt, da und dort nur ein mitleidiges, um nicht zu sagen geringschätziges Lächeln für diesen ganz und gar unzeitgemäßen Versuch einzuheimsen.

Und dennoch fällt es mir nicht schwer, die auf die Veröffentlichung dieser Prinzipien gewendete Zeit und Mühe zu rechtfertigen: vor allem wegen des tatsächlichen Mangels an einem Buche, welches weniger auf die erschöpfende Darstellung versicherungstechnischen Details und weitab der Praxis liegender Möglichkeiten, als vielmehr auf eine knappe Herleitung des prinzipiell Wichtigen aus einem einheitlichen Gesichtspunkte abgestellt ist. Die im Texte zwischendurch notwendig gewordenen mathematischen Entwicklungen mögen daher stets nur als der Ausdruck des Selbstverständlichen erscheinen. Dies gilt aber durchaus nicht immer von den Prinzipien, aus denen sie sich herleiten, oder von den Zwecken, denen sie dienen.

Ich denke, daß es nicht angeht, an die Probleme der Lebensversicherungstechnik einfach mit einem möglichst kompletten Formelapparat, einigem mathematischen Handwerkszeug und den nötigen statistischen Unterlagen heranzutreten. Wenn die Versicherungstechnik dem Aufbau und der Erhaltung eines wichtigen Instruments der Wirtschaft dienen soll, dann scheint mir der richtige Eingang zur Entwicklung ihrer Methoden und Grundsätze nur von der Betrachtung der Funktion und der Bedürfnisse dieser wirtschaftlichen Einrichtung in Hinsicht auf die allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnisse aus gegeben. Man muß sich dabei allerdings dessen bewußt bleiben, daß die Versicherungstechnik nicht berufen sein kann, Schwierigkeiten jeder Art auszugleichen, welche aus der Gestaltung der allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnisse entstehen können. Dies wird stets zum weitest größten Teile Sache der Betriebs- und Finanzpolitik der Unternehmungen bleiben müssen. Aber die zögernde Anpassung der Gesetzgebung und die stetigen, wenn auch immer unzureichenden Versuche der Betriebe, bei Änderung der allgemeinen Verhältnisse hinterher die Anpassung auch in technischer Hinsicht zu erzwingen, lassen doch mit

aller Deutlichkeit erkennen, daß die Prinzipien der technischen Betriebsführung, eingefahren in die alten Gleise der Trägheit, in vieler Hinsicht zu wünschen übriglassen.

Das mag immerhin den Versuch rechtfertigen, eine Darstellung der Versicherungstechnik zu geben, welche sich dieser Umstände bewußt ist und auf die Sicherung der Betriebsführung innerhalb weiter Grenzen Bedacht nimmt. Damit ist allerdings schon der Verzicht auf die Befolgung der bisherigen Darstellungsmethode ausgesprochen, für welche die Analyse der Einzelversicherung den Ausgangspunkt bildete, welchen wir im Gegensatz hierzu in dem gewissermaßen letzten und einzigen Maßstab der Betriebsführung, nämlich in der totalen Gewinn- und Verlustrechnung, erblicken.

Man erwarte darum von dem Inhalt dieses Buches nicht etwa durchaus neue Gesichtspunkte. Liegt doch die Tendenz der Bemühungen der letzten zwanzig Jahre vollständig in dieser Richtung, und wenn es auch an einer einheitlichen Darstellung gemangelt hat, so ist doch die versicherungstechnische Literatur reich an Beiträgen erster Fachgenossen, welche die Arbeit des Verfassers mehr auf eine geeignete Auswahl als auf grundlegende Weiterbildung oder gar Neuland verwiesen. Es liegt auf der Hand, daß bei dieser Darstellung auch der historische Gesichtspunkt zu seinem Rechte gelangen mußte. Jedenfalls dürfte die Literatur der letzten zwanzig Jahre so weit berücksichtigt worden sein, daß bedeutendere Arbeiten kaum übersehen worden sind, wenn auch sonst in dieser Hinsicht kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden kann.

Die Versicherungstechnik in jenem Umfange, wie er von den zahlreichen Lehrbüchern eingehalten wird, muß für das Verständnis des Inhaltes dieses Buches vorausgesetzt werden. Mathematische Ableitungen werden nur in aller Kürze gegeben. Hingegen hat der Verfasser Wiederholungen im Text nicht gescheut, zumal sie sich bei der Anordnung des Ganzen gar nicht vermeiden ließen.

Was jedoch in erster Linie angestrebt wurde, war der Hinweis auf jene Methoden, welche innerhalb unserer heutigen Hilfsmittel zur Erreichung eines betriebsnotwendigen Endzweckes als unerläßlich erkannt wurden, sollten auch sonst andere Möglichkeiten und bequemere Wege die einfachere, aber nur teilweise Erreichung desselben vermitteln. Die Erfahrung hat gelehrt, daß mit weitgehenden Abstraktionen in der Versicherungstechnik stets das Gegenteil von dem erreicht wird, was beabsichtigt wurde. Die nachträgliche Anpassung eines mangelhaften technischen Apparates an die tatsächlichen Verhältnisse bedingt stets weit größere Mühen und Kosten als die direkte Berücksichtigung aller Möglichkeiten. Aber allen Bestrebungen in dieser Hinsicht sind relativ enge Grenzen gezogen, und ich habe mich bemüht, bei allen Fragen die bedingte Gültigkeit ihrer Lösungen entsprechend den Grenzen ihrer praktischen Anwendung näher zu umschreiben.

Soweit Detailuntersuchungen angestellt wurden, beziehen sich diese in dem vorliegenden ersten Teil stets auf die Versicherung auf Ab- und Erleben. Die Übertragung der Resultate auf andere Versicherungsarten ist meist von selbst gegeben, und wo dies nicht der Fall ist, müßten Spezialuntersuchungen angestellt werden, welche den Rahmen dieses Buches nicht belasten durften.

Der zweite Teil soll nach denselben Grundsätzen die Behandlung der Extrarisiken, die Versicherung der minderwertigen Leben und die Invaliditätsversicherung, soweit diese in die große Lebensversicherung Aufnahme gefunden hat, behandeln.

In der mathematischen Bezeichnungsweise habe ich stets möglichsten Anschluß an die Originalarbeiten angestrebt, um bei Eintritt in speziellere Studien den Leser nicht unnötig zu verwirren. Im übrigen ist an der internationalen Bezeichnungsweise festgehalten worden, mit einer einzigen Ausnahme: Aus technischen Gründen war der Verfasser genötigt, entgegen der allgemeinen Gepflogenheit zur Bezeichnung der im vorhinein zahlbaren Rentenwerte das kursive a zu verwenden, worauf zur Vermeidung von Mißverständnissen hiermit ausdrücklich verwiesen sei.

Der Kenner der Materie wird aus dem Inhalt des ersten Teiles dieses Buches entnehmen, daß die von den Herren Dr. G. Höckner und Dr. P. Böhmer für die Entwicklung der Versicherungstechnik gewiesenen Wege vom Verfasser vielfach auch dort besprochen wurden, wo dies im Text nicht ausdrücklich hervorgehoben erscheint. Ich will aber gerne hoffen, daß die Vielseitigkeit des behandelten Stoffes auch abweichende Ansichten des Verfassers zu rechtfertigen vermag.

Herr Dr. R. Schmidt, Direktor der Münchener Rückversicherungsgesellschaft, hat vor einigen Jahren mit mir den Plan dieses Buches eingehend erörtert. Mit Herrn C. C. Christiansen, Aktuar der Fram in Kristiania, hatte ich wiederholt Gelegenheit, alles nähere Detail zu besprechen. Ich darf behaupten, daß das vorliegende Buch ohne das freundliche Interesse der beiden genannten Herren nicht geschrieben worden wäre.

Die Herren Prof. Dr. Ernst Blaschke und Dozent Dr. Emil Förster haben sich der großen Mühe einer Durchsicht des Manuskriptes unterzogen. Für die erteilten, durchaus wertvollen Ratschläge habe ich ihnen meinen verbindlichsten Dank zu sagen. Dank schulde ich auch den Herren Dr. P. Böhmer und J. Altenburger für wertvolle briefliche Mitteilungen und Herrn Vers.-Techn. R. Janicek für die Beihilfe bei der Lesung der Korrekturen. Nicht zuletzt dem Verlage, welcher trotz aller Schwierigkeiten der Zeit sein den Wissenschaften stets bewiesenes Entgegenkommen auch diesem Buch nicht versagte.

Ober St. Veit, Ostern 1923.

Dr. Alfred Berger.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1
§ 1. Versicherungsbetrieb und Versicherungstechnik	1
§ 2. Das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung	3
§ 3. Der Einfluß der Rechnungsgrundlagen	6
§ 4. Überschuß- und Rücklagenbildung	9
I. Grundlegendes aus der Versicherungsmathematik	14
§ 5. Sterblichkeit und Zins	14
§ 6. Die Berechnung der Prämien und Rücklagen	20
§ 7. Die Verwaltungskosten als Rechnungsgrundlage	23
II. Die Berechnung der Tarifprämien	27
§ 8. Allgemeines zur Bemessung der Tarifprämien	27
§ 9. Die technischen Erfordernisse bei der Berechnung der Tarifprämien	29
§ 10. Sterblichkeit und Zinsfuß als Rechnungsgrundlagen	31
§ 11. Die Analyse der Verwaltungskosten	32
§ 12. Die mathematischen Formeln zur Berechnung der Tarifprämien	38
§ 13. Die Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung	50
§ 14. Die Sicherheitszuschläge	53
§ 15. Die Veränderlichkeit der Grundlagen und die Sicherheitsmaßnahmen	59
III. Die Berechnung des Deckungskapitals	63
§ 16. Die Entwicklung der verschiedenen Methoden	63
§ 17. Kritik der Methoden der Deckungskapitalberechnung	73
§ 18. Deckungskapital und Sicherheitsreserve	78
§ 19. Die Methode der Deckungsprämien	81
§ 20. Die Gruppenrechnung des Deckungskapitals	85
§ 21. Spezielle Gruppenmethoden	93
§ 22. Näherungsmethoden für die Deckungskapitalberechnung	99
§ 23. Rekursionsformeln für das Deckungskapital	108
§ 24. Prämienübertrag und gestundete Prämie	110
IV. Die Ermittlung und Verteilung des Gewinnes	112
§ 25. Allgemeines über Dividenden	112
§ 26. Die fortlaufende Prüfung der Rechnungselemente und die Analyse des Gewinns aus der Jahresgebarung	119
§ 27. Der Gewinn aus den Zuschlägen zu den Prämien zur Deckung der Verwaltungskosten	124
§ 28. Der Gewinn aus der Sterblichkeit (Risikogewinn)	128
§ 29. Der Gewinn aus der Verzinsung der Kapitalsanlagen	136
§ 30. Die Dividende als notwendiges technisches Hilfsmittel	140

	Seite
§ 31. Die mathematischen Formeln für die Berechnung der Dividenden und Dividendendeckungskapitale	143
§ 32. Charakteristik spezieller Dividendenpläne	155
§ 33. Der natürliche Dividendenplan	160
§ 34. Zwei Beispiele für den natürlichen Dividendenplan	170
§ 35. Der mechanische Dividendenplan	184
§ 36. Der Dividendenplan der Gothaer Lebensversicherungsbank	202
§ 37. Zusammenfassende Bemerkungen über die Gewinnssysteme	218
V. Die Berechnung der Versicherungswerte bei vorzeitiger Ver- tragslösung	220
§ 38. Allgemeine Prinzipien der Berechnung der Abfindungswerte	220
§ 39. Spezielle Methoden der Berechnung der Abfindungswerte	234
Literatur zu II, III, IV, V	240

Angewendete Abkürzungen.

- J. I. A. = Journal of the institute of actuaries.
 T. A. S. = Transactions of the actuarial society of America.
 T. F. A. = Transactions of the faculty of actuaries in Scotland.
 Z. f. d. g. V. W. = Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft.
 Z. f. V. W. = Zeitschrift für Versicherungswesen.
 Veröff. d. V. f. V. W. = Veröffentlichungen des deutschen Vereins für Ver-
 sicherungswissenschaft.
 Cong. Intern. 19 . . = Verhandlungen der internationalen Kongresse der Aktuare.

Einleitung.

§ 1. Versicherungsbetrieb und Versicherungstechnik.

Die Versicherungstechnik steht als eine Disziplin, welche dem Aufbau, der Erhaltung und stetigen Weiterentwicklung der Lebensversicherung zu dienen hat, selbst unter dem Einfluß gewisser Maximen und Grundsätze, welche an die Lebensversicherungsgesellschaften als die Träger dieser wirtschaftlichen Einrichtung angelegt werden müssen, wenn diese ihre Aufgabe im Dienste der Öffentlichkeit erfüllen sollen. Schon aus dem Umstande, daß diese Unternehmungen Massenerscheinungen zum Gegenstande ihrer Betätigung haben, entspringt für die Versicherungstechnik die Forderung, die Verbreiterung der Basis der Gesellschaften, d. h. die stetige Vergrößerung des Versicherungsstockes in jeder Weise zu fördern und Rechnungsmethoden zu vermeiden, welche diesem Bestreben des Versicherers hinderlich sind. Andere Grundsätze entspringen aus dem Zwange zur gerechten Behandlung sämtlicher Versicherten. Wiederum andere aus dem Bemühen des Versicherers, die übernommenen Verpflichtungen unter allen Umständen einzuhalten. Dazu kommt die Forderung, in dem steten Wandel der wirtschaftlichen Verhältnisse die Unternehmungen genügend anpassungsfähig zu erhalten. Dies bedingt aber eine gewisse Schmiegsamkeit des technischen Apparates, welche innerhalb starrer Schemen, und mögen diese in speziellen Verhältnissen noch so bewährt sein, sicherlich nicht zu gewährleisten ist.

Das ist aber nicht alles. Der Versicherer weiß nie, ob die aufsteigende Linie, in welcher er sein Unternehmen zu erhalten wünscht, auch andauernd gegen Krieg, Wirtschaftsnot und andere widrige Verhältnisse, auch wenn diese nur seine Anstalt allein betreffen, einzuhalten sein wird. Auch hierauf muß die Versicherungstechnik Bedacht nehmen und die Methoden so einrichten, daß sie bei einer Störung der stetigen Entwicklung des Unternehmens oder bei Rückfällen nicht versagen. Zudem weiß man auch in der Versicherungstechnik niemals, ob nicht etwa die Einführung einer Methode eine Änderung jener Bedingungen bewirkt, unter denen sie entstanden ist.

Wenn man die Geschichte der Lebensversicherung verfolgt, so hat man oft Ursache, sich darüber zu verwundern, wie oft Vollkommeneres gegenüber Unzureichendem ins Hintertreffen gelangt ist. Das lag aber

meist in dem Umstande begründet, daß das Mangelhafte für spezielle Verhältnisse eben noch gerade hinreichte, während das Bessere seine Zeit noch nicht gefunden hatte. Wenn wir eine Bemerkung Karups¹⁾ dahin deuten müssen, daß ein mangelhafter Kalkül durch einen andern Fehler aufgewogen werden könne und daß eine verfehlte Annahme der Praxis oft besser dienlich sein könne als eine korrekte, so mag diese Bemerkung doch nur in dem Sinne angehen, daß unter besonderen Verhältnissen gewisse Mängel nicht in Erscheinung treten müssen, welche unter allgemeineren Umständen sehr bedenklich erscheinen müßten. Glücklicherweise sind ja die Zeiten andauernder Entwicklung und stabiler wirtschaftlicher Verhältnisse häufiger als die abnormalen. Aber angesichts der Entwicklung so manchen großen Unternehmens fällt es oft gar nicht leicht, darüber zu entscheiden, ob ein solches trotz eines unzureichenden technischen Apparates hoch gekommen ist, oder aber ob dieser gerade die Zeit und die besondere Gestaltung der äußeren und inneren Verhältnisse gefunden hat, für welche er eben noch zur Not taugte. Für die Versicherungstechnik kann aber doch niemals der Umstand, wie man eine Sache unter besonderen Verhältnissen einrichten kann, sondern nur der Zwang, unter dem man es so und nicht anders, für alle Verhältnisse passend einrichten muß, ein brauchbares Prinzip abgeben.

Damit soll nun nicht gesagt sein, daß die Versicherungstechnik nicht vor Aufgaben gestellt werden könnte, welche auf besondere Verhältnisse zugeschnitten sind, sofern nur die Stabilität dieser Verhältnisse einigermaßen sichersteht. Ja in der öffentlichen Versicherung ist dies die Regel. Der Privatversicherer aber kann die Stabilität nicht erzwingen. Selbst die Zusammensetzung des Versicherungsstockes, Zugang, Abgang, Riskenauslese u. v. a. sind Momente, welche nur zum Teile seinem Einfluß unterliegen, ganz abgesehen von den allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnissen.

Als erste Forderung, welche man an die Versicherungstechnik stellen muß, ergibt sich sonach die ihrer Gültigkeit und Anwendbarkeit unter ganz allgemeinen Verhältnissen. Jede beschränkende Annahme über die voraussichtliche Zusammensetzung und Bewegung des Versicherungsstockes, über die wirtschaftlichen Verhältnisse und den Zeitpunkt ihrer Gültigkeit ist zu vermeiden. Der Versicherer darf niemals vor eine Situation gestellt werden, der gegenüber sein technischer Apparat kläglich versagt.

Aus der Forderung der Allgemeinheit ergibt sich im besonderen, daß es nicht angeht, von einem Grundsatz, der für einen bestimmten Zeitpunkt der Versicherungsdauer als notwendig erkannt ist, für einen andern Zeitpunkt abzurücken. Denn anderenfalls könnte der Ver-

¹⁾ Die Reform des Rechnungswesens der Gothaer Lebensversicherungsbank a. G. Jena 1903, S. 1.

sicherungsstock immer so zusammengesetzt gedacht werden, daß der Grundsatz im ganzen gilt oder nicht.

Es scheint aber zunächst schwierig, die an die Führung des Gesamtunternehmens zu stellenden Forderungen in geeigneter Weise auf die Versicherungstechnik umzulegen. Allerdings ist hier der gesamte statistische und mathematische Apparat im Dienste dieser Forderungen geschaffen und zumal dem Prinzip der Gerechtigkeit läßt sich sicherlich von hier aus voll entsprechen. Aber das genügt nicht. Die Gerechtigkeit gegen die Versicherten ist mit der korrekt bemessenen Prämie noch nicht gewährleistet. Die Sicherheit des Unternehmens erfordert besondere technische Vorkehrungen und nicht minder die Erweiterungsfähigkeit und möglichste Anschmiegsamkeit an die jeweiligen Verhältnisse, manches andere nicht zu nennen, das die Technik zwar nicht unmittelbar fördern kann, dem sie sich jedoch nicht hinderlich erweisen darf.

§ 2. Das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung.

Glücklicherweise gibt es nun aber bei den Lebensversicherungsunternehmen die Gepflogenheit, alljährlich in Form einer Gewinn- und Verlustrechnung und einer Bilanz Wohl und Wehe der abgelaufenen Geschäftsperiode zur Darstellung zu bringen. Aus diesen Darstellungen könnte man allerdings über die Erfüllung fast aller an das Unternehmen zu stellender Forderungen ein zuverlässiges Bild gewinnen, wenn — muß man leider einschränkend hinzufügen — die Versicherungstechnik derselben Auffassung ist. Es erscheint nun höchst trivial, die Forderung zu erheben, daß sich ein günstiger Verlauf der Sterblichkeit unter den Versicherten, ein über die Erwartung hinausgehendes Zinserträgnis der veranlagten Kapitalien, eine Erhöhung der Prämieinnahme durch Erweiterung des Versicherungsstockes, eine Minderung der Regieauslagen, kurz jeder für das Unternehmen günstige Umstand, soweit er sich in Ziffern auszudrücken vermag, in einem Gewinn aus der Jahresgebarung äußern soll und umgekehrt. Und doch folgt aus dieser selbstverständlichen Forderung, wenn sie nur in aller Allgemeinheit erhoben wird, fast alles, was zur Begründung einer rationellen Versicherungstechnik bei sonst strengsten Anforderungen an die Betriebsführung nötig ist. Immer abgesehen natürlich von allem sonstigen statistischen und mathematischen Werkzeug.

Das ist letzten Endes auch gar nicht verwunderlich. Denn auf das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung laufen alle Überlegungen und mathematischen Formeln der Versicherungstechnik, soweit diese die Prämienberechnung und die Bilanzarbeiten betreffen, hinaus. Das Unglück wollte nur, daß die Versicherungstechnik die angeführte Auffassung, die wir als Trivialität bezeichnet haben, durchaus nicht immer teilte und z. B. Jahrzehnte daran festgehalten hat, daß die Anwerbung

einer neuen Versicherung für die Gesellschaft kein günstiges, sondern ein ungünstiges Ereignis darstelle, das seinen ziffernmäßigen Ausdruck in Form eines Verlustes aus der Jahresgebarung finden müsse. Daß sich bei einer solchen Auffassung der „Saldo“ der Gewinn- und Verlustrechnung nicht zu einem zuverlässigen Maßstabe der Geschäftsgebarung gestalten konnte, liegt auf der Hand.

Wir wollen aber fürs erste, unbeschadet der Argumente, welche für die erwähnte Auffassung geltend gemacht wurden, daran festhalten, daß sich ein für den Versicherer günstiger Geschäftsverlauf und eine Ausdehnung des Geschäftsbetriebes in einer Steigerung der Jahresüberschüsse ausdrücken soll, und demgemäß von der Versicherungstechnik verlangen, daß sie sich dieser Forderung unterordnet. Ja noch mehr: Die Versicherungstechnik soll geradezu die sich aus der gesamten Geschäftsgebarung ergebenden Saldi zu einem zuverlässigen Maßstabe der Geschäftsentwicklung und des Geschäftsverlaufes gestalten. Denn es wäre verkehrt und sinnwidrig, den bilanzmäßigen Ausdruck etwa einer Betriebsreduktion oder Einstellung der Produktion in einer Steigerung des Jahresüberschusses suchen zu wollen. Wir verlangen überdies zufolge des Prinzips der Allgemeinheit, daß die erwähnten Saldi diese ihre Eigenschaft behalten sollen, wie immer sich der Geschäftsverlauf im Wandel der Zeiten gestalten mag und welche Veränderungen immer der Versicherungsstock erleidet.

Es fragt sich jetzt nur, was aus dieser in Hinsicht auf den Gesamtbetrieb gestellten Forderung für die Einzelversicherung folgt und inwieferne sich aus ihr bestimmte Richtlinien für die versicherungstechnische Behandlung der einzelnen Versicherungen ableiten lassen.

Jedenfalls haben die Resultate des Schemas der Gewinn- und Verlustrechnung, insbesondere der entstehende Saldo, nur im Hinblick auf einen großen Stock von Versicherungen Realität auch in kaufmännischem Sinne, so daß der sich ergebende Saldo als tatsächlicher Gewinn oder Verlust aus der Jahresgebarung gedeutet werden kann. Im Hinblick auf den Verlauf einer einzelnen Versicherung aber ist der sich ergebende Saldo für den Gesamtbetrieb zunächst ohne jede Bedeutung. Denn über den Verlauf einer einzelnen Versicherung kann im voraus gar nichts ausgesagt werden und der individuelle Einzelsaldo einer Versicherung, also etwa ein Verlust, der für den Versicherer durch vorzeitiges Ableben eines auf den Todesfall Versicherten eintritt, ist für den Gesamtbetrieb belanglos, sofern sich die Summe dieser Einzelsaldi annähernd im Rahmen der über die Sterblichkeit der Versicherten gemachten Annahmen hält.

Fassen wir aber die einzelne Versicherung als durchschnittlichen Typus einer großen Zahl gleichartiger Versicherungen auf, dann hat es sehr wohl einen Sinn, bei einer Einzelversicherung für einen bestimmten Zeitpunkt von einem durchschnittlichen Saldo zu sprechen, wobei nur

stets im Auge zu behalten ist, daß sich dieser auf Grund von Durchschnittswerten hinsichtlich der Einnahmen und Ausgaben des Versicherers ergibt, für welche die den Rechnungen zugrunde liegenden Annahmen, die Rechnungsgrundlagen maßgebend sind. Es kommt demnach dem durchschnittlichen Saldo der Einzelversicherung Realität in dem Sinne zu, daß dieser Saldo für den typischen Verlauf der Versicherung nach den den Rechnungsgrundlagen zugrunde liegenden Annahmen charakteristisch ist. Es fragt sich jetzt, inwieweit die an den Totalsaldo des Gesamtgeschäftes gestellte Forderung den durchschnittlichen Saldo der Einzelversicherung berührt.

Es zeigt sich nun leicht, daß die an den Totalsaldo gestellte Forderung, sich als zuverlässiger Maßstab des Geschäftsverlaufes und der Geschäftsentwicklung zu erweisen, die Gleichheit der durchschnittlichen Saldi einer Einzelversicherung für die ganze Dauer der Versicherung zur Folge hat. Denn angenommen, dies wäre nicht der Fall, dann ließe sich stets eine solche Zusammensetzung des Versicherungsstockes herausfinden, daß z. B. bei schlechter Geschäftsentwicklung oder ungünstiger Gestaltung der Verhältnisse die totalen Überschüsse aus der Jahresgebarung steigen und umgekehrt, was ja unserer Forderung widerspricht, welche unter allen Umständen erfüllt werden sollte. Der Versicherer ist aber, wie noch näher zu zeigen ist, aus Gründen der Sicherheit des Unternehmens auf die Erzielung ansehnlicher Betriebsüberschüsse angewiesen, so daß aus unserer allgemeinen Forderung das Prinzip der gleichbleibenden Überschüsse für die Einzelversicherung folgt.

Das letztere Prinzip ist wohl zum ersten Male von Sprague aufgestellt worden. Sein Einfluß auf die Gestaltung der Versicherungstechnik ist jedoch erst von Höckner klar erkannt und hervorgehoben worden. Allerdings kann seine Geltung für die Einzelversicherung zwar als berechtigt, nicht aber als notwendig mit Rücksicht auf den Gesamtbetrieb erwiesen werden. Wir haben es daher vorgezogen, das Prinzip der gleichbleibenden Überschüsse als notwendige Folge der an die Spitze gestellten allgemeinen Forderung zu erweisen.

Aus dem Prinzip der gleichbleibenden Überschüsse folgt, daß die Belastung einer Versicherung zugunsten anderer, auch wenn dies nur vorübergehend sein sollte, unstatthaft erscheint. Jede Versicherung hat für die aus ihrer Anwerbung und Fortführung erwachsenden Leistungen des Versicherers im Durchschnitt der auf sie entfallenden Beträge selbst aufzukommen. Denn anderenfalls wären die durchschnittlichen Überschüsse der Einzelversicherung andauernd von der Gestaltung des Versicherungsstockes abhängig. Im Vereine mit den Tatsachen angepaßten Rechnungsgrundlagen wird demnach der Forderung der Gerechtigkeit gegen die Versicherten bis auf einen noch näher zu bezeichnenden Umstand sicherlich entsprochen. Aber auch die Ausdehnungsfähigkeit des Betriebes ist voll gewährleistet, wenn die hierfür

erforderlichen Mittel unmittelbar jeder neu angeworbenen Versicherung zur Last fallen. An dieser Sachlage wird nichts geändert, wenn der Versicherer im Vereine mit den Prämien noch bestimmte durchschnittliche Beiträge einhebt, welche er zunächst Sicherheitszwecken zu widmen hat. Denn es kann niemals verlangt werden, daß die Überschüsse im ganzen und damit auch im Einzeldurchschnitt andauernd verschwinden sollen. Diese Forderung könnte ja nur bei absolut stabilen Verhältnissen erhoben werden, von welchen bei der Lebensversicherung als einem im höchsten Maße von den allgemeinen Verhältnissen beeinflussten Wirtschaftsinstrument niemals die Rede sein kann, selbst wenn wir annehmen wollten, daß die Bedeckung der unvermeidlichen zufälligen Schwankungen eine besondere Vorsorge nicht nötig machte. Man wird vielmehr verlangen müssen, daß ansehnliche Betriebsüberschüsse dem Versicherer die Möglichkeit bieten, im Dienste der Sicherheit des Unternehmens die nötigen Rücklagen anzusammeln, d. h. die Überschüsse so lange der Speisung besonderer Fonds vorzubehalten, als sich dies notwendig erweist. Allerdings folgt hieraus auch die Verpflichtung des Versicherers, diese Überschüsse nach Maßgabe ihres Nichtbedarfes an die Versicherten zurückzuleiten. Das ist in gewissem Sinne das umgekehrte Problem zu jenem, welches der Bestimmung der Prämien und Rücklagen zugrunde liegt, und wir wollen nur hervorheben, daß man sich leicht überlegt, daß aus unserer allgemeinen Forderung wiederum zweierlei abzuleiten ist: Es folgt nämlich, daß die Verteilung dieser Überschüsse nach Maßgabe ihrer durchschnittlichen Aufbringung durch die einzelnen Versicherungen zu erfolgen habe und daß eine auch nur zeitweise Belastung einer Versicherung zugunsten anderer hierbei unstatthaft ist. Denn anderenfalls wäre wieder eine Zusammensetzung des Versicherungsstockes denkbar, bei welcher durch Vorherrschen der Versicherungen, die relativ am wenigsten zur Gewinnbildung beigetragen haben, die Verteilung von nur teilweise oder noch gar nicht verdienten Gewinnen an die vorhandenen Versicherungen, die Kontinuität der Überschußbildung gefährden würde. Erst mit dieser ergänzenden Bemerkung rücksichtlich der Verteilung der Überschüsse ist auch dem Prinzipie der Gerechtigkeit gegen die Versicherten im Rahmen unserer allgemeinen Forderung völlig Genüge getan.

§ 3. Der Einfluß der Rechnungsgrundlagen.

Wir haben darauf hinweisen müssen, daß den Resultaten versicherungstechnischer Rechnungen, soweit sich diese auf die Einzelversicherung beziehen, durchaus der Charakter von Durchschnittswerten zukommt, welche nach ganz bestimmten Annahmen über den durchschnittlichen zukünftigen Verlauf der Ereignisse erhalten werden. Man bezeichnet die Gesamtheit dieser Annahmen als Rechnungsgrundlagen.

Da von ihrer Wahl sämtliche Versicherungswerte abhängen, so ist klar, daß ihre Wahl auch für die Ergebnisse des Gewinn- und Verlustkontos, demnach die gesamte Überschubbildung von Bedeutung sein wird. Dies darf jedoch nicht etwa so verstanden werden, daß sich durch die Wahl der Rechnungsgrundlagen der totale Überschub allgemein nach oben oder unten beeinflussen ließe. Denn dieser hängt offenbar nur von den tatsächlichen Einnahmen des Versicherers an Prämienzahlungen, Zinseneinnahmen u. a. und von den tatsächlichen Ausgaben ab. Daß die Prämien- und Zinseneinnahme in Abhängigkeit von den gewählten Rechnungsgrundlagen steht, ist zwar in dem Sinne richtig, als für die Bestimmung der Höhe der Prämien und der zinstragenden Kapitalien zum weitaus überwiegenden Teile die Rechnungsgrundlagen maßgebend sind. Eine allgemeine Erhöhung der Überschüsse ließe sich aber doch nur durch eine Erhöhung der Prämien erzielen, auf welche letzten Endes alle Einnahmen des Versicherers zurückführen. Wird demnach die Höhe der von den Versicherten zu zahlenden Prämien beibehalten, dann ist unter denselben Verhältnissen eine allgemeine Erhöhung der Überschüsse durch eine Änderung der Rechnungsgrundlagen ausgeschlossen.

Würde der Versicherte fortlaufend eine Prämie bezahlen, welche die Leistungen des Versicherers für das laufende Jahr sicherlich deckt und der sich ergebende Überschub immer am Ende der Jahre an den Versicherten zurückgestellt, dann wäre es in der Tat gänzlich gleichgültig, von welchen Annahmen aus die Prämie berechnet wird. In der Lebensversicherung liegen aber die Verhältnisse nicht so einfach. Denn die Zahlung der Prämien erfolgt ihrer Höhe und Fälligkeit nach durchaus nicht in einem äußeren Zusammenhange mit der voraussichtlichen Leistung des Versicherers. Dieser ist daher gezwungen, durch eine geeignete Rücklagenbildung die erwähnte Inkongruenz zwischen der Beitragsleistung des Versicherten und seinen eigenen voraussichtlichen Verpflichtungen auszugleichen. Die Höhe und Verteilung dieser Rücklagenbildung über die Versicherungsdauer ist aber von den gewählten Rechnungsgrundlagen abhängig. Dadurch ist nun bedingt, daß die Verteilung der durchschnittlichen Überschüsse über die Versicherungsdauer in hervorragendem Maße von der genannten Rücklagenbildung abhängt. Es folgt aber hieraus weiter, daß sich die Wahl der Rechnungsgrundlagen zwar nicht allgemein in einer Erhöhung oder Erniedrigung der totalen Überschüsse, wohl aber in der Verteilung der durchschnittlichen Überschüsse der Einzelversicherung über die Versicherungsdauer äußert. Daß damit auch die Verteilung der totalen Überschüsse im Laufe der Jahre beeinflußt erscheint, liegt auf der Hand, und damit ist auch schon zum Ausdruck gebracht, daß unter diesen Umständen die totalen Geschäftsüberschüsse aufhören, einen brauchbaren Maßstab nach unserem allgemeinen Prinzip abzugeben.

Es erhebt sich demnach vor allem die Frage, wie die gewählten Rechnungsgrundlagen beschaffen sein müssen, wenn unser Grundprinzip aufrecht bleiben soll. Die Antwort hierauf fällt nicht schwer. Denn wenn der Versicherer von Voraussetzungen ausgeht, welche mit dem zu erwartenden Verlauf der Dinge nicht übereinstimmen, dann wird sich dies offenbar darin äußern müssen, daß die durchschnittlichen Saldi der Einzelversicherung während des Verlaufes der Versicherung positive oder negative Werte aufweisen. Sollen diese Werte jedoch untereinander gleich sein, dann würde diese Forderung für sämtliche praktisch in Betracht kommende Relationen eine so große Anzahl von Bedingungsgleichungen für die die Rechnungsgrundlagen bestimmenden Parameter ergeben, daß von einer Erfüllbarkeit der Forderung keine Rede sein kann. Ausgenommen den einzigen Fall, daß diese Bedingungsgleichungen auf Identitäten hinauslaufen. Dies ist aber dann der Fall, wenn die erwähnten Saldi sämtlich verschwinden, also die gewählten Rechnungsgrundlagen mit den tatsächlichen durchschnittlichen Erfahrungen übereinstimmen.

Wir erhalten somit das wichtige Resultat, daß der Versicherer in Erfüllung unseres Grundprinzipes gezwungen ist, die Rechnungsgrundlagen so zu wählen, daß ein möglichst enger Anschluß an die Tatsachen verbürgt wird. Wir brauchen nicht zu betonen, daß solche Aussagen nur im Sinne der Approxionsmathematik Sinn haben, weil doch ein exakter Anschluß zwischen der Schätzung und der Wirklichkeit weder notwendig noch überhaupt möglich erscheint.

Von diesem Gesichtspunkte aus tun die Versicherer in der Tat recht daran, wenn sie an der Verbesserung ihrer Rechnungsgrundlagen unablässig tätig sind, weil sie damit im Interesse einer Klärung und Verbesserung ihrer Rechnungslegung handeln. Allerdings wird man von hier aus das eitle Wohlgefallen an Gewinnen aus der Sterblichkeit und ähnlichen, rein äußerlichen Aufmachungen nicht recht verstehen können.

Wir brauchen wohl nicht hervorzuheben, daß das Prinzip der gleichbleibenden Überschüsse weit davon entfernt ist, in der Praxis annähernd realisiert werden zu können. Zufällige Schwankungen und säkulare Änderungen der den Rechnungsgrundlagen unterlegten Erfahrungsdaten bewirken auch in sonst normalen Zeiten recht beträchtliche Störungen der Kontinuität der Überschußbildung. Aber sein Wert für die Gestaltung der Versicherungstechnik wird hierdurch kaum berührt. Ja es muß betont werden, daß es kaum eine allgemeine Frage der Technik zu geben scheint, welche seinem regulativen Einfluß entzogen werden könnte. Und doch mag es scheinen, daß unser allgemeines Grundprinzip angesichts zweier Einwände nicht standhalten könne. Der erste ist der, daß es dem Versicherer gar nicht möglich ist, die dauernde Anpassung seiner Rechnungsgrundlagen an die wirklichen

Verhältnisse durchzuführen, weil sich dies wegen des damit verbundenen Arbeitsaufwandes von selbst verbietet. Der zweite aber besagt, daß selbst unter Einräumung dieser Möglichkeit noch gar nichts für das Prinzip gewonnen sei, weil der Versicherer solche Grundlagen aus Gründen der Betriebssicherheit gar nicht verwenden dürfte.

Was den ersten Einwand betrifft, so ist zu entgegnen, daß für eine Änderung der Rechnungsgrundlagen naturgemäß nur längere Zeiträume in Betracht kommen, weil die Änderung der Verhältnisse auch nur in solchen genügend erheblich ist. Der zweite aber übersieht, daß der Versicherer die Prämien und Rücklagen sehr wohl nach Grundlagen rechnen kann, welche allen Anforderungen rücksichtlich ihrer vorsichtigen Wahl genügen, wenn er nur die sich dann aus der Wahl der Rechnungsgrundlage ergebenden Überschüsse nicht als eigentliche Betriebsüberschüsse, sondern vielmehr als Verpflichtungen gegen die Versicherten auffaßt, welche sich eben aus der strengen Wahl der Grundlagen herleiten. Geschieht dies, dann ist er auch in der Lage, auf Grund von den Tatsachen entsprechenden Grundlagen über die voraussichtliche ziffermäßige Höhe dieser Überschüsse Aussagen zu machen. Eine Verpflichtung zur Auszahlung der Überschüsse in dieser Höhe kann der Versicherer wohl nicht übernehmen, weil diese von der tatsächlichen Gestaltung der Verhältnisse abhängt. Werden aber seine gesamten Verpflichtungen einschließlich der eben genannten Verbindlichkeiten nach den Tatsachen entsprechenden Grundlagen geschätzt, dann bleibt unser Grundprinzip voll in Kraft. Tatsächlich ist dies auch der Weg, den die moderne Entwicklung der Versicherungstechnik gegangen ist. Hier liegt der Ursprung des Dividendenproblems, wie es im Besonderen die deutsche Lebensversicherungstechnik bearbeitet hat. Der Unterschied gegenüber der englisch-amerikanischen Auffassung liegt gerade darin, daß bei der letzteren die Betriebsüberschüsse keinesfalls mehr als zureichender Maßstab für den Geschäftsverlauf und die Geschäftsentwicklung angesehen werden können.

Wir wollen endlich noch darauf verweisen, daß die Gestaltung der Betriebsüberschüsse auch umgekehrt eine fortlaufende Kritik der Rechnungsgrundlagen gestattet, wie es ja auch natürlich ist, wenn man des Einflusses gedenkt, den die Rechnungsgrundlagen auf die Regulierung der Überschüsse ausüben. Es dürfte aber aus dem Vorhergehenden klar geworden sein, daß eine solche Kritik an gewisse Voraussetzungen gebunden ist, welche sicherlich dann nicht vorliegen, wenn das Grundprinzip nicht voll zur Durchführung gebracht ist.

§ 4. Überschuß- und Rücklagenbildung.

Wir haben erkannt, daß der Versicherer zur Wahrung des allgemeinen Grundprinzipes, dem die Überschußbildung unterliegen soll,

gezwungen ist, seine Berechnungen nach Grundlagen vorzunehmen, welche aller Voraussicht nach dem Verlaufe der Ereignisse möglichst entsprechen. Andererseits gebietet aber die notwendige Vorsorge für die Sicherheit des Unternehmens über die aus diesen Rechnungsgrundlagen resultierenden Prämien hinaus Beträge zur Einhebung zu bringen, welche eine Überschufbildung im Gefolge haben, die für Sicherheitszwecke zu verwerten ist. Soweit die Sicherung gegen zufällige Schwankungen des Geschäftsverlaufes in Betracht kommt, könnte die Risikotheorie für die Bestimmung der genannten Prämien erhöhungen geeignete Anhaltspunkte liefern, zumal solche zufälligen Schwankungen zum größten Teile aus dem Verlaufe der Sterblichkeit unter den Versicherten herrühren werden. Ganz anders ist dies jedoch angesichts der Möglichkeit säkularer Änderungen der Rechnungsgrundlagen. Um sich auch gegen diese in gehöriger Weise vorzusehen, bleibt kaum etwas anderes übrig, als die Versicherungswerte nach Rechnungsgrundlagen zu bemessen, welche so vorsichtig gewählt sind, daß ihnen gegenüber eine zu Ungunsten des Versicherers ausschlagende Gestaltung der Verhältnisse kaum mehr in Frage kommt. Wie weit hierbei zu gehen ist, bleibt immer Sache des freien Ermessens unter Berücksichtigung der allgemeinen und der das Unternehmen selbst betreffenden speziellen Verhältnisse.

Wir wollen nun annehmen, die Prämien seien nach solchen strengen Rechnungsgrundlagen berechnet und wollen davon absehen, daß sich die so berechneten Prämien noch in mannigfacher Hinsicht von den endgültigen Tarifprämien unterscheiden können. Dem Versicherer bieten sich jetzt zwei Möglichkeiten für das versicherungstechnische Verfahren, welches bei der Fortführung der Versicherung einzuhalten wäre: Die erste besteht darin, daß er nach Rechnungsgrundlagen arbeitet, welche den tatsächlichen Verhältnissen möglichst nahekommen, und wir wollen fürs erste die Voraussetzung gelten lassen, daß diese Annahme auch für die ganze Versicherungsdauer zutrifft. Er wird also die Rücklagen auf Grund von Prämien berechnen, welche kleiner sind als die nach den strengen Grundlagen erhaltenen, und die „rechnungsmäßigen“ Überschüsse werden Null sein, weil die Annahmen vom Verlaufe der Ereignisse bestätigt werden. Da er aber tatsächlich Prämien vereinnahmt, welche höher sind, so wird er alljährlich aus der Prämie einen für die ganze Dauer der Versicherung gleichbleibenden Betrag erübrigen, welcher Sicherheitszwecken zu widmen ist, solange dies erforderlich erscheint, sich aber im übrigen als Verbindlichkeit des Versicherers gegen den Versicherten darstellt. Da eine andere Überschufquelle nicht vorgesehen ist, so bleiben die Überschüsse im übrigen andauernd Null. Der Sicherheitsreserve fließt gerade jener Betrag in gleicher Höhe für alle Versicherungsjahre zu, welcher sich aus der aus Sicherheitszwecken vorgenommenen Prämienhöhung ableitet, demnach — ab-

gesehen von den Zinsen — die Differenz der nach den strengen und den korrekten Grundlagen gerechneten Prämien.

Bei der zweiten Möglichkeit werden die strengen Rechnungsgrundlagen auch weiterhin beibehalten. Weil diese Grundlagen den Tatsachen nicht entsprechen, werden sich Überschüsse ergeben, welche für die einzelnen Versicherungsjahre nicht gleichbleiben, sondern bei den für die Praxis wichtigen Versicherungskombinationen mit zunehmender Bestandsdauer der Versicherung stetig anwachsen. Man kann nun die Höhe dieser Überschüsse auf Grund korrekter Rechnungsgrundlagen abschätzen, und da auch sie den Sicherheitszwecken zu widmen sind, so wird man sie selbst als Verbindlichkeiten des Versicherers auffassen und in Ausgabe stellen können. Natürlich ist in beiden Fällen der Betrag der Rücklage im ganzen genau derselbe. Der Unterschied ist aber so zu charakterisieren. Im ersten Falle erfolgt die Berechnung der Rücklage nach den korrekten Prämien und Grundlagen, die Speisung der Sicherheitsreserve durch gleiche Beträge während der ganzen Dauer. Im zweiten Falle erfolgt die Berechnung der Rücklage nach den strengen Prämien und Grundlagen, die Speisung der Sicherheitsreserve auf Grund der sich dann ergebenden Überschüsse. Da wir wissen, daß der Inhalt der Sicherheitsreserve nach Maßgabe des Nichtbedarfes an die Versicherten zurückfließt, dieser Bedarf aber mit zunehmender Bestandsdauer der Versicherung stetig abnimmt, so ergibt sich, daß unter gleichen Voraussetzungen über diese Rückerstattung die beiden Fälle versicherungstechnisch gleichwertig erscheinen. Der Unterschied besteht demnach bisher nur in einer Verschiebung der Beträge, welche den den Sicherheitszwecken bzw. den eigentlichen Verpflichtungen des Versicherers dienenden Rücklagen zugeführt werden. Der diesen beiden Rücklagen im ganzen zugeführte Betrag ist offenbar in beiden Fällen für jedes Versicherungsjahr derselbe, wenn auch sonst von Jahr zu Jahr verschieden. Maßgebend ist nur, daß im ersten Falle die Speisung der Sicherheitsreserve aus der Erhöhung der rechnungsmäßigen Prämie, im zweiten Falle aus den rechnungsmäßigen Überschüssen bei sonst gleicher Prämie erfolgt.

Die Berechnung der Rücklagen ergibt sich nun wieder auf Grund unseres allgemeinen Prinzipes, welches, wie wir sahen, bedingt, daß die durchschnittlichen rechnungsmäßigen Überschüsse der Einzelversicherung sämtlich verschwinden. Diese auf das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung zugeschnittene Forderung findet aber ihren dem Bilanzkonto entsprechenden Ausdruck in der Forderung, daß die vorhandene Rücklage für irgendeinen Zeitpunkt der Versicherungsdauer einer Einzelversicherung als Durchschnittsversicherung im Vereine mit der künftigen Prämieinnahme des Versicherers gerade hinreichen muß, um die künftigen Verpflichtungen des Versicherers zu decken. Wir wollen das hier ausgedrückte Prinzip als Äquivalenzprinzip be-

zeichnen und erkennen, daß dieses nichts anderes ist, als das im Sinne des Bilanzkontos ausgelegte Prinzip der verschwindenden rechnungsmäßigen Überschüsse. Die Rücklagen sind damit völlig eindeutig festgelegt. Wir erkennen aber, daß die Berechnung der Rücklagen in jedem Falle auf einer Schätzung der Zukunft beruht, mag sich nun diese Schätzung auf kürzere oder längere Zeiträume erstrecken. Die für einen bestimmten Zeitpunkt in Betracht kommenden Schätzungswerte müssen alle auf dieselben Rechnungsgrundlagen zurückgeführt sein, nach wie verschiedenen Grundlagen die Schätzungen im übrigen zu verschiedenen Zeitpunkten bewerkstelligt werden mögen.

Wir haben bisher an der Voraussetzung festgehalten, daß die angewandten Rechnungsgrundlagen in dem Sinne korrekt sind, daß sich ihre Annahmen während der ganzen Dauer der Versicherung als zutreffend erwiesen haben. Wie gestaltet sich aber die Sachlage unter dem Zwange einer Änderung der Verhältnisse, welche die bisher verwendeten Grundlagen aufzugeben zwingt? Wir wollen zunächst den Fall ins Auge fassen, daß die erwähnte Änderung zuungunsten des Versicherers wirkt, d. h., daß sie eine Minderung der zu erwartenden Überschüsse zur Folge hat. In dem ersten der früher erwähnten Fälle kann man die Äquivalenz dadurch aufrechterhalten, daß man die Rücklage aus Mitteln der Sicherheitsreserve erhöht, oder aber, sofern dies untunlich sein sollte, dadurch, daß man die künftig für die Rücklagenbildung in Betracht kommenden Prämien erhöht, demnach die früher erwähnten gleichbleibenden Überschüsse vermindert. Im zweiten Falle kommt eine Erhöhung der Rücklage, weil diese ohnehin auf Grund der strengen Grundlagen gerechnet wird, gar nicht in Betracht. Die Änderung der Rechnungsgrundlage würde sonach hier nur für die Schätzung der Überschüsse in Betracht kommen, die Rücklagenbildung jedoch ganz unberührt lassen. Im umgekehrten Falle einer für den Versicherer günstigen Änderung der Verhältnisse wird in beiden Fällen eine Erhöhung der Überschüsse Platz greifen. Im ersten Falle wird allerdings der aus der Reduzierung der Rücklage freiwerdende Betrag zunächst der Sicherheitsreserve zuzuführen sein, so daß sich hier die Änderung der Verhältnisse an der Erhöhung der für Sicherheitszwecke verfügbaren Mittel unmittelbar ausdrückt. In diesem Falle kommt also der letzteren die Funktion eines Regulators der technischen Rücklage zu. Im zweiten Falle ist dies wegen der starren Höhe der Rücklage zufolge der verwendeten strengen Grundlagen nicht der Fall. Damit soll aber nicht zum Ausdruck gebracht werden, daß hier etwa die technische Rücklage zum Teile die Funktion der Sicherheitsreserve übernimmt. Denn das Charakteristische der letzteren ist der Umstand, daß über sie nach Maßgabe des Bedarfes jederzeit verfügt werden kann, was doch bei Aufrechterhaltung des Äquivalenzprinzipes bei der Rücklage völlig ausgeschlossen erscheint. Hier könnte kein Betrag entnommen werden, der im Laufe

der Versicherung nicht wieder zurückgestellt werden müßte, also eine Schmälerung der Überschüsse bewirkte, und gerade so wenig wäre es zu rechtfertigen, wenn dieser Rücklage Beträge zugeführt würden, von denen doch nur die künftigen Überschüsse profitieren könnten. Die Versicherungstechnik kennt keine Operationen, deren Wirkungen auf kurze Dauer abgestellt sind. Die Eskomptierung der Zukunft, die den Inhalt ihrer Überlegungen bildet, vermag aber an Bestehendem nichts zu ändern. Von hier aus wird es klar, daß Ausdrucksweisen wie „Stärkung der Reserven“, Entnahme verfügbarer Mittel aus diesen u. ä. in einem geordneten Betrieb vollständig sinn- und zwecklose Operationen bedeuten, soweit unter diesen Reserven technische Rücklagen gemeint sind. Dem Wandel der Verhältnisse ist allein durch eine verständige Regulierung der an die Versicherten zu gewährenden Überschüsse, niemals aber durch gewaltsame Eingriffe zu begegnen.

Damit soll denn auch zum Ausdruck gebracht werden, daß wir die Kontinuität des Geschehens als eine *Conditio sine qua non* bezeichnen, wenn sich die Versicherungstechnik zur Bewältigung der ihr zugewiesenen Aufgabe fähig erweisen soll. In dem Rahmen der knapp bemessenen Ausführungen der vorangegangenen Zeilen mag noch manche Lücke klaffen, welche durch den Inhalt des folgenden auszufüllen sein wird. Fürs erste mag es aber genügen, an die gestellte Aufgabe mit jener Zuversicht herantreten zu können, welche sich immer dort einstellt, wo es zu gelingen scheint, weitverzweigte Fragen und vielgestaltige Probleme von einem einheitlichen Gesichtspunkte aus erfassen zu können.

I. Grundlegendes aus der Versicherungsmathematik.

§ 5. Sterblichkeit und Zins.

Wir wollen zunächst in diesem Abschnitt in aller Kürze das Wichtigste aus der Versicherungsmathematik in jener Form zur Darstellung bringen, welche sich künftig für unsere Zwecke geeignet erweist und es ermöglicht, durch Verweisungen auf die betreffende Stelle dieses Abschnittes Unterbrechungen und Einschaltungen in den späteren Auseinandersetzungen entbehrlich zu machen.

Die versicherungstechnischen Berechnungen werden auf Grund von aus der Erfahrung entnommenen Parametern durchgeführt, welche in ihrer Gesamtheit als Rechnungsgrundlagen bezeichnet werden. So ist es wenigstens heute allgemein üblich. Daß diese Parameter hierbei als Größen aufgefaßt werden, welche voneinander unabhängig sind, ist eine Annahme, an deren Unzulänglichkeit gar nicht zu zweifeln ist. Es wäre auch sehr naheliegend von dieser Annahme abzusehen und die genannten Parameter als voneinander abhängige Größen in die Rechnungen einzuführen. Leider sind jedoch diese Abhängigkeiten nach dem heutigen Stande der Erkenntnis noch nicht in exakter Form wiederzugeben. Es unterliegt keinem Zweifel, daß die Veränderlichkeit der allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnisse die Rechnungsgrundlagen in hohem Maße beeinflußt und daß unter diesem Einfluß von einer isolierten Änderung einer Rechnungsgrundlage kaum gesprochen werden kann, wenn wir auch gezwungen sind, diese Änderungen als solche zu behandeln, solange die gegenseitigen Zusammenhänge nicht erforscht sind. Für die stets angestrebte Stabilität in den Versicherungsbetrieben scheint ja das erwähnte Moment von hoher Bedeutung, zumal es sich erweist, daß solche Änderungen der Verhältnisse nicht einsinnig zugunsten oder ungunsten des Versicherers ausschlagen. Natürlich muß es sich hier um eingreifende Änderungen, nicht etwa um solche rein zufälligen und vorübergehenden Charakters, handeln. Wenn aber der Satz gilt, daß für die Gestaltung der wirtschaftlichen Verhältnisse die Höhe des Zinses einen zuverlässigen Maßstab abgibt, dann dürfte es

kaum ungerechtfertigt erscheinen, in Zeiten ungünstigen Geschäftsverlaufes oder schlechter Geschäftsentwicklung von dem dann steigenden Zinsfuß eine entsprechende Gegenwirkung zu erwarten. Wie schon gesagt, ist die Versicherungstechnik noch weit davon entfernt, solche Annahmen bei ihren Rechnungen zu verwenden. Wir mußten aber auf diesen Punkt gleich eingangs verweisen und werden gelegentlich noch hierauf zurückkommen.

Von den vier bei versicherungstechnischen Rechnungen in Betracht kommenden Rechnungsgrundlagen — wir beziehen uns immer nur auf die große Lebensversicherung mit Ausschluß der Versicherung für den Fall der Invalidität — kommen für unsere Zwecke nur drei: die Sterblichkeit, der Zinsfuß und die Verwaltungskosten, in Betracht. Der vierten Rechnungsgrundlage, dem vorzeitigen Abfall vom Versicherungsvertrag, kommt nicht annähernd dieselbe Bedeutung zu wie den drei erstgenannten. Der Mangel an Stabilität und die große Abhängigkeit von der Gestaltung der wirtschaftlichen Verhältnisse läßt die Einführung des Stornos als Rechnungsgrundlage auch bei sonst zureichenden statistischen Untersuchungen bedenklich erscheinen, zumal wenn dies, wie später gezeigt werden wird, eine Herabsetzung der Prämien zur Folge hat. Zudem läßt sich seine Einführung als Rechnungsgrundlage nur unter Voraussetzungen rechtfertigen, gegen welche schwerwiegende Bedenken erhoben werden können. Wir werden hierauf später ausführlich zurückkommen.

Der Rechnungszinsfuß i geht in die Rechnungen meist als Diskontierungsfaktor $v = \frac{1}{1+i}$, als Aufzinsungsfaktor $1+i = e^\delta$ und als Zinsintensität $\delta = \log(1+i)$ ein.

Als Maßzahlen der Sterblichkeit wären die Sterbenswahrscheinlichkeit, das Komplement derselben, die Erlebenswahrscheinlichkeit, weiter die Sterbensintensität und das zentrale Sterblichkeitsverhältnis (central mortality rate) zu nennen.

Ist l_x eine stetige, durchaus differentierbare und integrierbare Funktion des Alters x , welche für ganzzahlige x die Anzahl der Lebenden der einzelnen Alter der Sterbetafel angibt, dann ist die Sterbenswahrscheinlichkeit ${}_nq_x$ definiert durch

$$(1) \quad {}_nq_x = 1 - {}_np_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

$$\text{und im besondern} \quad {}_1q_x = q_x = 1 - p_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x},$$

wenn d_x die Anzahl der auf der Altersstrecke von x bis $x+1$ nach der Sterbetafel zu erwartenden Toten ist.

Die Sterbensintensität μ_x ist definiert durch

$$(2) \quad \mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \frac{dl_x}{dx}.$$

Das zentrale Sterblichkeitsverhältnis m_x ist nichts anderes als die durchschnittliche Sterbensintensität auf der Altersstrecke x bis $x + 1$, demnach

$$m_x = \frac{\int_x^{x+1} \mu_x l_x dx}{\int_x^{x+1} l_x dx}.$$

Der Zähler dieses Bruches ist aber $l_x - l_{x+1}$. Nimmt man an, daß die Änderung von l_x auf der Altersstrecke von x bis $x + 1$ linear vor sich geht, dann ist der Nenner $\frac{1}{2}(l_x + l_{x+1})$. Demnach ergibt sich für das zentrale Sterblichkeitsverhältnis

$$(3) \quad m_x = 2 \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x + l_{x+1}} = \frac{2 d_x}{l_x + l_{x+1}} = \frac{2 q_x}{2 - q_x}.$$

Aus dem Ausdruck (2) für μ_x folgt durch Integration zwischen den Grenzen 0 und x

$$(4) \quad l_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_x dx} \quad \text{oder für} \quad l_0 = 1, \quad l_x = e^{-\int_0^x \mu_x dx}$$

und hieraus

$$(5) \quad {}_n p_x = e^{-\int_x^{x+n} \mu_x dx} = e^{-\int_0^n \mu_{x+t} dt}$$

Für μ_x benutzt man gerne die Näherungsformel

$$(6) \quad \mu_x = \frac{l_{x-t} - l_{x+t}}{2t l_x},$$

welche aus den Entwicklungen von l_{x-t} und l_{x+t} in die Taylorsche Reihe mit Vernachlässigung höherer Potenzen hervorgeht. Für $t = 1$ erhält man

$$(7) \quad \mu_x = \frac{l_{x-1} - l_{x+1}}{2 l_x} = \frac{d_{x-1} + d_x}{2 l_x}.$$

Gleichwie in der Theorie des Zinses als Abzinsungsfaktor eines Kapitals 1 vom Zeitpunkt t_2 auf den Zeitpunkt t_1 der Ausdruck

$$(8) \quad e^{-\int_{t_1}^{t_2} \delta dt} = e^{-(t_2-t_1)\delta} = e^{-\int_0^{t_2} \delta dt} : e^{-\int_0^{t_1} \delta dt} = e^{-t_2 \delta} : e^{-t_1 \delta},$$

spielt in der Versicherungstechnik der zusammengesetzte Ausdruck

$$(9) \quad e^{-\int_{t_1}^{t_2} (\mu_{x+t} + \delta) dt} = e^{-\int_0^{t_2} (\mu_{x+t} + \delta) dt} : e^{-\int_0^{t_1} (\mu_{x+t} + \delta) dt},$$

welcher den Wert eines im Zeitpunkte t_2 fälligen Kapitals 1, jedoch unter Rücksicht auf Sterblichkeit und Zins für den Zeitpunkt t_1 angibt, eine wichtige Rolle. Wie dort die Zahlen

$$e^{-t_2 \delta} \quad \text{bzw.} \quad e^{-t_1 \delta}$$

als Diskontierungsfaktoren für die Zeitpunkte t_2 und t_1 , so werden die Zahlen

$$(10) \quad e^{-\int_0^{t_2} (\mu_{x+t} + \delta) dt} \quad \text{und} \quad e^{-\int_0^{t_1} (\mu_{x+t} + \delta) dt}$$

als diskontierte Zahlen der Lebenden für die Basis x und die Alter t_2 bzw. t_1 bezeichnet. Wählt man als Basis das Alter Null, so stellt sich die diskontierte Zahl schlechthin als

$$(11) \quad D_x = e^{-\int_0^x (\mu_t + \delta) dt} = l_x \cdot v^x$$

dar. Hiernach ist der Wert eines im Alter $x + n$ fälligen Erlebenskapitales 1 für einen x jährigen

$$(12) \quad E_{x,n} = \frac{D_{x+n}}{D_x}.$$

Sonach ist der Wert der n Jahre dauernden Leibrente vom Betrage 1

$$(13) \quad \bar{a}_{x, \overline{n}|} = \int_0^n e^{-\int_0^t (\mu_{x+t} + \delta) dt} dt = \int_0^n \frac{D_{x+t}}{D_x} dt.$$

Bezeichnet man $\int_0^\infty D_{x+t} dt$ mit \bar{N}_x , so erhält man für die temporäre Leibrente

$$(14) \quad \bar{a}_{x, \overline{n}|} = \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}{D_x}.$$

Benutzt man an Stelle des Integrales $\int_0^n \frac{D_{x+t}}{D_x} dt$ die Summe $\sum_0^{n-1} \frac{D_{x+t}}{D_x}$ über alle ganzzahligen Werte t , so erhält man den Wert der pränumerando zahlbaren temporären Leibrente. Bezeichnet man dann analog

$$(15) \quad \sum_0^\infty D_{x+t} \quad \text{mit} \quad N_x,$$

so erhält man

$$(16) \quad a_{x, \overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}.$$

Ist die Rente nicht in ganzjährigen, sondern in unterjährigen Raten im vorhinein zahlbar, so ist

$$(17) \quad a_{x, \overline{n}|}^{(h)} = \frac{N_x^{(h)} - N_{x+n}^{(h)}}{D_x},$$

wobei
$$N_x^{(h)} = \sum_0^\infty D_{x+\frac{t}{h}}.$$

Mittels der Euler-MacLaurinschen Summenformel läßt sich $N_x^{(h)}$ auf \bar{N}_x und damit die unterjährig zahlbare Rente auf die kontinuierliche Rente zurückführen. Nachdem die Ableitung von D_x

$$D'_x = -(\mu_x + \delta) D_x \quad \text{und} \quad D_\infty = 0,$$

gilt

$$\int_x^\infty D_x dx = N_x^{(h)} - \frac{1}{2h} D_x - \frac{1}{12h^2} (\mu_x + \delta) D_x - \dots,$$

$$N_x^{(h)} = \bar{N}_x + \frac{1}{2h} D_x + \frac{1}{12h^2} (\mu_x + \delta) D_x + \dots$$

Man beschränkt sich hierbei meist auf die explizit angeschriebenen Glieder. Hieraus folgt

$$(18) \quad \overset{(h)}{a}_{x, \overline{n}|} = \bar{a}_{x, \overline{n}|} + \frac{1}{2h} \left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right) + \frac{1}{12h^2} (\mu_x + \delta) \left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right).$$

Wir erhalten weiter den Barwert der Zahlungen im Betrage von I , welche aus den Todesfällen der Altersstrecke $x + n$ bis $x + n + 1$ erwachsen, bezogen auf das Alter x in der Form

$$(19) \quad \frac{\bar{C}_{x+n}}{D_x} = \int_0^1 \mu_{x+n+t} \frac{D_{x+n+t}}{D_x} dt.$$

Die Zahlen
$$\bar{C}_x = \int_0^1 \mu_{x+t} D_{x+t} dt$$

werden als die diskontierten Zahlen der Toten bezeichnet. Hiernach ergibt sich für den Wert der kurzen Todesfallversicherung von der Dauer n

$$(20) \quad \bar{A}_{x, n} = \frac{1}{D_x} \int_0^n \mu_{x+t} D_{x+t} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n}}{D_x},$$

wenn die \bar{M}_x durch $\bar{M}_x = \sum_0^\infty \bar{C}_{x+t}$ definiert werden.

Der Barwert einer Versicherung auf Ab- und Erleben (abgekürzte Versicherung auf den Todesfall) ist dann

$$(21) \quad \bar{A}_{x, \overline{n}|} = \bar{A}_{x, n} + E_{x, n} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}.$$

In dem speziellen Falle der Gültigkeit der Moivreschen Annahme

$$l_{x+t} = l_x - t(l_x - l_{x+1}) = l_x(1 - tq_x),$$

demnach unter der Voraussetzung der linearen Änderung der l_x auf der Altersstrecke von x bis $x + 1$ fällt das zentrale Sterblichkeitsverhältnis mit der Sterbensintensität für das Alter $x + \frac{1}{2}$ zusammen. Denn für $t = \frac{1}{2}$ ergibt sich aus der Näherungsformel (6)

$$\mu_{x+\frac{1}{2}} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_{x+\frac{1}{2}}} = 2 \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x + l_{x+1}} = m_x.$$

Nachdem sich unter derselben Annahme für das zentrale Sterblichkeitsverhältnis auf der Altersstrecke von x bis $x + 2t$ der Ausdruck

$$\frac{q_x}{1 - tq_x}$$

ergibt, kann dieses auch als Näherungswert für μ_{x+2t} aufgefaßt werden.

Man erhält so einen Näherungswert für die \bar{C}_x in der Gestalt

$$(22) \quad \bar{C}_x = \int_0^1 \frac{q_x}{1 - tq_x} \cdot l_x(1 - tq_x) v^{x+t} dt = q_x \cdot D_x \cdot \frac{iv}{\delta} = \frac{i}{\delta} (vD_x - D_{x+1}).$$

Als Näherungswert für $\bar{M}_x = \sum \bar{C}_x$ erscheint dann

$$(23) \quad \bar{M}_x = \frac{i}{\delta} (vN_x - N_{x+1}) = \frac{i}{\delta} (D_x - ivN_x).$$

Sonach erhält man als Näherungswert der Versicherung auf Ab- und Erleben

$$(24) \quad \bar{A}_{x, \bar{n}|} = \frac{\frac{i}{\delta} (D_x - ivN_x - D_{x+n} + ivN_{x+n}) + D_{x+n}}{D_x},$$

ein Ausdruck, der auf Grund der Formel (16) für die temporäre Rente in

$$(25) \quad \bar{A}_{x, \bar{n}|} = \frac{i}{\delta} \left(1 - iv a_{x, \bar{n}|} - \frac{i - \delta}{\delta} \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} \right)$$

übergeht.

Der exakte Wert der \bar{M}_x wird auf Grund von

$$(26) \quad \bar{M}_x = \int_x^{\infty} \mu_x D_x dx = - \int_x^{\infty} v^x dl_x = D_x - \delta \bar{N}_x$$

erhalten, woraus sich für den exakten Wert von $\bar{A}_{x, \bar{n}|}$

$$(27) \quad \bar{A}_{x, \bar{n}|} = 1 - \delta \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}{D_x} = 1 - \delta \bar{a}_{x, \bar{n}|}$$

ableitet.

Wird die versicherte Summe nicht, wie bisher angenommen, sofort beim Ableben, sondern am Ende der den Prämienzahlungsterminen entsprechenden Perioden ausgezahlt, eine Annahme, welche in der Praxis von Bedeutung ist, dann haben wir in unsern Formeln die \bar{N}_x durch die ${}^{(h)}N_x$ und die \bar{C}_x durch die ${}^{(h)}C_x$ zu ersetzen. Diese letzteren Größen bestimmen sich aus

$$(28) \quad \text{als} \quad \begin{aligned} d_{x+\frac{k}{h}} &= l_{x+\frac{k}{h}} - l_{x+\frac{k+1}{h}} \\ {}^{(h)}C_x &= v^{\frac{k}{h}} D_x - D_{x+\frac{1}{h}} \end{aligned}$$

$$\text{und} \quad {}^{(h)}M_x = v^{\frac{k}{h}} N_x - N_{x+\frac{1}{h}}.$$

Hiernach ist der Wert der Versicherung auf Ab- und Erleben, wenn die Auszahlung des Kapitals am Ende der eben genannten Termine stattfinden soll, durch die Formel gegeben

$$(29) \quad A_{x, \bar{n}|} = \frac{{}^{(h)}M_x - {}^{(h)}M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}.$$

Unter Benutzung des nominellen Zinsfußes $j = h \left((1+i)^{\frac{1}{h}} - 1 \right)$ ergibt sich

$${}^{(h)}M_x = \frac{{}^{(h)}N_x}{1 + \frac{j}{h}} - N_{x+\frac{1}{h}} = D_x - \frac{j}{h} v^{\frac{1}{h}} {}^{(h)}N_x$$

und demnach

$$(30) \quad A_{x, \bar{n}|} = 1 - \frac{j}{h} v^{\frac{1}{h}} a_{x, \bar{n}|} = 1 - \left(1 - v^{\frac{1}{h}} \right) a_{x, \bar{n}|}.$$

§ 6. Die Berechnung der Prämien und Rücklagen.

Es sei nun $L_{t_0, t}$ der im Sinne der vorausgehenden Entwicklungen auf Grund einer bestimmten Sterblichkeitstafel und eines bestimmten Zinsfußes berechnete Wert eines im Zeitpunkte t seitens des Versicherers zu leistenden Betrages L_t bezogen auf den Zeitpunkt t_0 . $B_{t_0, t}$ sei der nach denselben Rechnungsgrundlagen berechnete Wert einer Zahlung B_t des Versicherten im Zeitpunkte t bezogen auf den Zeitpunkt t_0 . Die Differenz der Beträge L_t und B_t werde mit V_t bezeichnet und ihr auf den Zeitpunkt t_0 bezogener Wert sei

$$V_{t_0, t} = B_{t_0, t} - L_{t_0, t}.$$

Demnach ist $V_{t_0, t}$ der auf den Zeitpunkt t_0 bezogene Wert des aus den im Zeitpunkt t stattfindenden gegenseitigen Zahlungen entstehenden Saldos. Wir wollen dabei übereinkommen, daß für $t < t_0$, $B_{t_0, t}$ als vereinnahmte Zahlung des Versicherten positiv und $L_{t_0, t}$ als verausgabter Betrag negativ, hingegen für $t > t_0$, $B_{t_0, t}$ als zu erwartende Zahlung des Versicherten negativ und $L_{t_0, t}$ als zu erwartende Leistung des Versicherers positiv zu nehmen sei.

Bezeichnen wir nun den Beginn der Versicherung mit T_0 und das Ende derselben mit T_1 , so ergibt sich zufolge der Definition der $V_{t_0, t}$

$$(31) \quad \int_{T_0}^{t_0} (V_{t_0, t} - B_{t_0, t} + L_{t_0, t}) dt = 0$$

$$\text{und} \quad \int_{t_0}^{T_1} (V_{t_0, t} - B_{t_0, t} + L_{t_0, t}) dt = 0$$

für jeden beliebigen Zeitpunkt t_0 der Versicherungsdauer. Sind nun die Beträge B_t für die ganze Versicherungsdauer bestimmt, dann ergibt die erste der Relationen (31) auf Grund der bisherigen Leistungen des Versicherers unter der Voraussetzung des Zutreffens der Rechnungsgrundlagen die Rücklage im Zeitpunkte t_0 . Die zweite Relation hingegen ergibt den auf den Zeitpunkt t_0 bezogenen Wert des Überschusses der Verpflichtungen des Versicherers bis zum Ablaufe der Versicherungsdauer über den Wert der künftigen Zahlungen des Versicherten. Wenn dieser durch die vorhandene Rücklage gerade gedeckt sein soll, dann folgt durch Subtraktion der Gleichungen (31)

$$(32) \quad \int_{T_0}^{T_1} B_{t_0, t} dt = \int_{T_0}^{T_1} L_{t_0, t} dt,$$

demnach die Äquivalenz der gegenseitigen Leistungen für die ganze Versicherungsdauer bezogen auf irgendeinen Zeitmoment. Umgekehrt folgt aus dieser Gleichung die Gleichheit der vorhandenen Rücklage und des Wertes des vorgenannten Überschusses. Sind jedoch die B_t nicht von vornherein für die ganze Dauer festgelegt, demnach nur für den abgelaufenen Teil der Versicherungsdauer von T_0 bis t_0 bekannt,

dann folgt aus der ersten Relation wie bisher die Höhe der Rücklage für den Zeitpunkt t_0 . Ist dann diese Rücklage bestimmend für den Überschuß der künftigen Leistungen des Versicherers über die künftigen Zahlungen des Versicherten, dann folgt aus der zweiten Relation entweder auf Grund bestimmter L_t die Höhe der restlichen B_t oder aber auf Grund bestimmter B_t die Höhe der restlichen L_t . Diese Bestimmung gilt natürlich nur für die Gesamtheit der restlichen gegenseitigen Zahlungen, sagt demnach über die Höhe einer einzelnen derselben nur nach Maßgabe bestimmter Annahmen über den Verlauf der Leistungen des Versicherers oder des Verlaufes der Prämien etwas aus.

Es sei nun der Versicherer in Rücksicht auf eine bestimmte durchschnittliche Einzelversicherung nach Ablauf einer Dauer t seit Beginn der Versicherung im Besitze einer durchschnittlichen Rücklage ${}_tV_x$. Setzen wir die Zahlung der Prämie kontinuierlich voraus, so wird der Versicherer für einen nächstfolgenden Zeitmoment $t + dt$ an Prämie des Versicherten den Betrag $\bar{p}dt$ und außerdem an Zinsen der vorhandenen Rücklage ${}_tV_x \cdot \delta \cdot dt$ vereinnahmen, hingegen für Todesfälle im Durchschnitt der Einzelversicherung den Betrag $\mu_{x+t}(1 - {}_tV_x)dt$ über die vorhandene Rücklage ${}_tV_x$ hinaus aufwenden müssen.

Im Zeitpunkte $t + dt$ hat demnach der Versicherer eine Rücklage in Händen, welche sich nach dem Schema der Gewinn- und Verlustrechnung als

$$(33) \quad {}_{t+dt}V_x = {}_tV_x + {}_tV_x \cdot \delta \cdot dt + \bar{p}dt - \mu_{x+t}(1 - {}_tV_x)dt \text{ bestimmt.}$$

Hieraus aber folgt

$$(34) \quad \frac{d{}_tV_x}{dt} = {}_tV_x \cdot \delta + \bar{p} - \mu_{x+t}(1 - {}_tV_x)$$

als Differentialgleichung, der die Rücklage zu genügen hat. Denken wir uns nun die Prämien jährlich entrichtet und machen im übrigen von der Annahme der linearen Änderung der Anzahl der Lebenden auf der Altersstrecke von $x + \nu$ bis $x + \nu + 1$ Gebrauch, wobei ν eine ganze Anzahl von Jahren bedeutet, welche seit Beginn der Versicherung verfließen sind. Die Rücklage am Ende des ν ten Versicherungsjahres ist demnach ${}_\nu V_x$. Dann kann die Rücklage im Zeitmomente $\nu + t$, ($t \leq 1$) nach Beginn der Versicherung wieder nach dem Schema der Gewinn- und Verlustrechnung ermittelt werden.

Der Versicherer vereinnahmt die vorhandene Rücklage und die zum Termine ν bezahlte Prämie samt Zinsen im Gesamtbetrage von $({}_\nu V_x + \bar{p})e^{\delta t}$. Er verausgabt die Sterbefallzahlungen für die Zeitstrecke t . Da für jeden Zeitmoment der Betrag $q_{x+\nu}dt$ verausgabt wird, bestimmt sich zum Zeitpunkte $\nu + t$ der Gesamtwert dieser Beträge mit $q_{x+\nu} \frac{e^{\delta t} - 1}{\delta}$. Zudem steht jedoch für diese Todesfälle die bezügliche Rücklage im Betrage von ${}_{\nu+t}V_x \cdot q_{x+\nu} \cdot t$ für den Zeitpunkt $\nu + t$ zur Verfügung. Sonach ergibt sich

$$(35) \quad {}_{r+t}V_x = ({}_rV_x + p) e^{\delta t} - q_{x+r} \frac{e^{\delta t} - 1}{\delta} + {}_{r+t}V_x \cdot q_{x+r} \cdot t$$

und hieraus

$$(36) \quad {}_{r+t}V_x = \frac{({}_rV_x + p) e^{\delta t} - \frac{q_{x+r}}{\delta} (e^{\delta t} - 1)}{1 - q_{x+r} \cdot t}.$$

Setzen wir in dieser Formel für $t = 1$, dann ergibt sich

$$(37) \quad {}_{r+1}V_x = \frac{({}_rV_x + p) e^{\delta} - \frac{e^{\delta} - 1}{\delta} q_{x+r}}{1 - q_{x+r}} = \frac{({}_rV_x + p) (1 + i) - \frac{i}{\delta} q_{x+r}}{1 - q_{x+r}}.$$

Hieraus folgt die Rekursionsformel

$$(38) \quad ({}_rV_x + p) (1 + i) = \frac{i}{\delta} q_{x+r} + {}_{r+1}V_x (1 - q_{x+r}).$$

Ersetzen wir in der Formel (36) ${}_rV_x + p$ auf Grund des aus der Rekursionsformel erhaltenen Wertes, so ergibt sich

$$(36a) \quad {}_{r+t}V_x = \frac{{}_{r+1}V_x (1 - q_{x+r}) e^{\delta t - \delta} - \frac{q_{x+r}}{\delta} (e^{\delta t - \delta} - 1)}{1 - q_{x+r} \cdot t}.$$

Setzen wir im speziellen $t = \frac{1}{2}$, so erhält man aus den beiden Formeln (36) und (36a)

$$\begin{aligned} {}_{r+\frac{1}{2}}V_x &= \left[({}_rV_x + p) e^{\frac{\delta}{2}} - \frac{q_{x+r}}{\delta} (e^{\frac{\delta}{2}} - 1) \right] : \left(1 - \frac{q_{x+r}}{2} \right), \\ {}_{r+\frac{1}{2}}V_x &= \left[{}_{r+1}V_x (1 - q_{x+r}) e^{-\frac{\delta}{2}} - \frac{q_{x+r}}{\delta} (e^{-\frac{\delta}{2}} - 1) \right] : \left(1 - \frac{q_{x+r}}{2} \right), \end{aligned}$$

und wenn wir die zweite dieser Gleichungen mit $e^{\frac{\delta}{2}}$ multiplizieren und beide addieren, ergibt sich die wichtige Formel

$$(39) \quad {}_{r+\frac{1}{2}}V_x \left(1 + e^{\frac{\delta}{2}} \right) = \frac{({}_rV_x + p) e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{r+1}V_x (1 - q_{x+r})}{1 - \frac{q_{x+r}}{2}}.$$

Durch diese erscheint die Rücklage für die Mitte des Versicherungsjahres auf die entsprechenden Rücklagen zu Anfang und Ende des Versicherungsjahres zurückgeführt. In der Praxis wird häufig von einer Annäherung Gebrauch gemacht, welche sich aus (39) dadurch ergibt, daß man die Größen $e^{\frac{\delta}{2}}$, $1 - q_{x+r}$, $1 - \frac{q_{x+r}}{2}$ sämtlich, oder wenigstens die beiden letzteren durch die Einheit ersetzt. Es ergeben sich dann die beiden folgenden Ausdrücke:

$$(40) \quad {}_{r+\frac{1}{2}}V_x = \frac{({}_rV_x + p) e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{r+1}V_x}{1 + e^{\frac{\delta}{2}}}$$

und

$$(41) \quad {}_{r+\frac{1}{2}}V_x = \frac{{}_rV_x + p + {}_{r+1}V_x}{2}.$$

§ 7. Die Verwaltungskosten als Rechnungsgrundlage.

Wir haben die bisherigen mathematischen Entwicklungen sämtlich vom Gesichtspunkt der reinen „Nettorechnung“ aus zur Darstellung gebracht. Wir sind also von der offenbar unzutreffenden Voraussetzung ausgegangen, daß für die Bestimmung der Prämien und Rücklagen des Versicherers einzig die beiden Rechnungsgrundlagen Sterblichkeit und Zinsfuß maßgebend sind. Tatsächlich hat die Versicherungstechnik ihre Rechnungen auch durch Jahrzehnte so durchgeführt, als ob die sonstigen Leistungen des Versicherers, also insbesondere die Kosten der Anwerbung und Verwaltung des Versicherungsstockes zwar in einer gewissen Prämienerrhöhung ihren summarischen Ausdruck zu finden habe, sonst aber die Rechnungen nicht beeinflussen.

Wir haben aber schon früher erkannt, daß dieser Weg für uns nicht gangbar ist, weil er die elementarsten Anforderungen an eine einwandfreie Gebarung nicht berücksichtigt und zu den widersinnigsten Konsequenzen führt. Wenn wir bei den mathematischen Entwicklungen bisher der Nettorechnung gefolgt sind, so hat dies nur in dem Umstande seine Begründung, daß die erhaltenen Resultate mühelos jene Erweiterung erhalten können, welche die Einführung der neuen Rechnungsgrundlage bedingt. Denn wenn die Verwaltungskosten selbst als Leistung des Versicherers aufgefaßt werden können, dann wird offenbar die Berücksichtigung dieser Leistung in unseren Formeln nur die entsprechenden Ergänzungen bedingen.

Als dritte Rechnungsgrundlage nehmen daher die Verwaltungskosten gegenüber den beiden ersten Rechnungsgrundlagen eine wesentlich andere Stellung ein. Gemeinsam ist allen dreien nur das Moment der Schätzung und es wird nach dem in der Einleitung Gesagten auch bei den Verwaltungskosten auf möglichst zutreffende Annahmen großes Gewicht zu legen sein. Werden aber die Verwaltungskosten als Leistungen des Versicherers aufgefaßt, welche den reinen Versicherungsleistungen vollständig zu koordinieren sind, dann gelten auch für sie die beiden ersten Rechnungsgrundlagen als Hilfsmittel ihrer rechnerischen Behandlung. Man könnte daher die Verwaltungskosten insoweit einer vollständig getrennten Berechnung zuführen, als die Schätzung dieser Leistungen besondere Einnahmen des Versicherers in bestimmter Höhe bedingt und nach Maßgabe der letzteren auch besondere Rücklagen zur Deckung künftiger Verwaltungskosten notwendig werden. In der Tat lassen auch viele Fachausdrücke der Praxis auf eine solche etwas gewaltsame Zerlegung der Prämien und Rücklagen schließen. Wir wollen uns aber nicht an Begriffsbildungen halten, welche sich im Rahmen der betriebsnotwendigen Einrichtungen als überflüssig oder gar sinnlos erweisen. Wir werden im Verlaufe des Folgenden sehen, daß Begriffe wie Nettoprämie, reines (Netto-)Deckungskapital, Unkostenreserve

u. a. zwar im Verlaufe des synthetischen Aufbaues der Versicherungstechnik eine Rolle spielen, daß ihnen jedoch im Rahmen eines wohlgeordneten Betriebes eine Bedeutung überhaupt nicht zukommt. Jede auf ihre gesonderte Berechnung abgestellte Bemühung bedingt Voraussetzungen, welche die tatsächlichen Verhältnisse gänzlich außer acht lassen. Insoweit demnach die Prämien- und Rücklagenberechnung im ganzen von den Verwaltungskosten nicht minder abhängig ist wie von den beiden ersten Rechnungsgrundlagen, dürfen wir die Verwaltungskosten als eine den anderen gleichberechtigte Rechnungsgrundlage betrachten. Wenn der Umstand, daß die Verwaltungskosten auch als Leistung des Versicherers erscheinen, eine Trennung der Resultate in dem Sinne ermöglicht, daß der von den Verwaltungskosten herrührende Bestandteil leicht dargestellt werden kann, so folgt hieraus gewiß noch nicht, daß man diesen Teil einfach vernachlässigen kann. Folgerichtig könnte man die Ergebnisse der Rechnung auch auf Grund der ersten beiden Rechnungsgrundlagen auseinanderlösen. Das Beginnen wäre zwar etwas mühevoller, aber darum nicht weniger überflüssig.

Eine eingehende Analyse der Verwaltungskosten, wie sie später vorzunehmen sein wird, läßt erkennen, daß man diese mit genügender Schärfe für die Rechnung berücksichtigen kann, wenn man eine Teilung derselben nach drei Gesichtspunkten vornimmt. Wir wollen künftig unter α jene Verwaltungskosten verstehen, welche sich für den Versicherer gleich zu Beginn der Versicherung, zum Teil sogar vor Abschluß derselben ergeben, und es sollen diese in Prozenten der versicherten Summe bemessen werden, so daß α diesen Prozentsatz zum Ausdruck bringt. Wir wollen zweitens mit β jene Verwaltungskosten bezeichnen, für welche die reine Barprämie (Tarifprämie abzüglich der auf diese entfallenden Rückvergütung oder Dividende) als Maßstab dient, und es sollen diese Kosten in Prozenten dieser Barprämie bemessen werden, so daß β diesen Prozentsatz ausdrückt. Endlich soll eine dritte Art von Verwaltungskosten in Prozenten der versicherten Summe für die ganze Versicherungsdauer für den Beginn jeden Versicherungsjahres verrechnet werden. Der Prozentsatz dieser Kosten soll mit γ bezeichnet werden. Es wird späterhin zu zeigen sein, daß sich unter diese drei Typen von Verwaltungskosten tatsächlich alle mit der Verwaltung und dem stetigen Ausbau des Geschäftes verbundenen Aufwendungen des Versicherers einordnen lassen.

Hiernach erscheinen als Rechnungsgrundlagen für uns künftig die Sterblichkeit, der Zinsfuß und die Verwaltungskosten, als deren Ausdruck in unseren Formeln die Bezeichnungen q_x , μ_x , δ , i , v , D_x , \bar{C}_x , N_x , \bar{M} , α , β , γ eingehen werden. Die jeweilige Barprämie für das k te-Versicherungsjahr werde mit B_k bezeichnet, wobei uns der Umstand, welcher eine Veränderlichkeit der Prämien bedingt, zunächst noch nicht zu beschäftigen hat. Über die verwendeten Rechnungsgrundlagen

werden hier noch gar keine Voraussetzungen gemacht, und wir verzichten an dieser Stelle im besonderen auch darauf, die Verwendung von Selekttafeln durch die üblichen eckigen Klammern zu kennzeichnen.

Der Barwert der gesamten Leistungen des Versicherers bei einer Versicherung auf Ab- und Erleben ist dann für den Beginn der Versicherung gegeben durch

$$(42) \quad \bar{A}_{x, \bar{n}} + \alpha + \beta \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} + \gamma a_{x, \bar{n}}.$$

Der Barwert der gesamten Prämienleistung des Versicherten für denselben Zeitpunkt ist

$$(43) \quad \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x}.$$

Hierbei ist die Dauer der Versicherung mit n , die Dauer der Prämienzahlung mit m bezeichnet. Wenn nun für die Berechnung der Prämie andere Umstände als die Versicherungsleistung und die drei Rechnungsgrundlagen nicht in Betracht kommen, was zunächst vorausgesetzt werden soll, dann ergibt das Aquivalenzprinzip die Relation

$$(44) \quad \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \frac{1}{1-\beta} \cdot (\bar{A}_{x, \bar{n}} + \alpha + \gamma a_{x, \bar{n}}).$$

Setzen wir nun voraus, daß die Prämie andauernd dieselbe Höhe behalten soll und im übrigen wieder alle Verpflichtungen des Versicherers unter Rücksicht auf ganz bestimmte Rechnungsgrundlagen gerade deckt, dann muß, wenn wir diese Prämie mit P^a bezeichnen

$$\sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = P^a a_{x, \bar{m}}$$

sein, woraus

$$(45) \quad P^a = \frac{\bar{A}_{x, \bar{n}} + \alpha + \gamma a_{x, \bar{n}}}{(1-\beta) a_{x, \bar{m}}}$$

folgt. Wir wollen diese Prämie als die den gewählten Rechnungsgrundlagen entsprechende Minimalprämie bezeichnen.

Nachdem die auf Grund der ersten beiden Rechnungsgrundlagen unter Ausschaltung jeder Verwaltungskosten berechnete reine Netto-prämie durch

$$P = \frac{\bar{A}_{x, \bar{n}}}{a_{x, \bar{m}}}$$

gegeben ist, entspricht der Deckung der Verwaltungskosten der Teil der Prämie, welcher durch die Differenz

$$(46) \quad P^a - P = \frac{\alpha}{a_{x, \bar{m}}} + \beta P^a + \gamma \frac{a_{x, \bar{n}}}{a_{x, \bar{m}}}$$

gegeben ist.

Wie sich die reine Netrorücklage in den beiden Formeln

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_rV_x = P \frac{N_x - N_{x+r}}{D_{x+r}} - \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+r}}{D_{x+r}} \\ {}_rV_x = \frac{\bar{M}_{x+r} - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+r}} - P a_{x+r, \bar{m}-r} \end{array} \right.$$

zur Darstellung bringen läßt, so ist für die Rücklage unter Berücksichtigung der Verwaltungskosten, für welche wir unter Bezug auf die eben eingeführte Minimalprämie P^a die Bezeichnung ${}_v V_x^a$ wählen, die Richtigkeit der beiden folgenden Darstellungen unmittelbar zu übersehen.

$$(48) \quad \begin{cases} {}_v V_x^a = -\alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} + \frac{N_x - N_{x+v}}{D_{x+v}} [(1 - \beta) P^a - \gamma] - \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+v}}{D_{x+v}} \\ {}_v V_x^a = \frac{\bar{M}_{x+v} - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+v}} + \gamma a_{x+v, n-v} - (1 - \beta) P^a \cdot a_{x+v, m-v}. \end{cases}$$

Ist $v > m$, dann ist für das mittlere Glied in der ersten Formel

$$\frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+v}} \cdot (1 - \beta) P^a - \frac{N_x - N_{x+v}}{D_{x+v}} \cdot \gamma$$

zu setzen, während die zweite Formel ungeändert bleibt.

Die bisherigen Entwicklungen werden späterhin eine wesentliche Erweiterung erfahren, welche wir jedoch wegen der hier maßgebenden Begriffsbildungen erst in dem Kapitel über die Dividenden zur Darstellung bringen können. Hingegen müssen wir die in (48) gegebene Rücklage für die abgelaufene Dauer $v + \frac{1}{2}$ in Beziehung zu den Rücklagen ${}_v V_x^a$ und ${}_{v+1} V_x^a$ setzen, ganz analog, wie dies durch Formel (40) für ${}_{v+\frac{1}{2}} V_x$ geschehen ist. Da jetzt der Versicherer für den Anfang des Versicherungsjahres an Prämie P^a vereinnahmt und zudem für laufende Verwaltungskosten in der Höhe βP^a und γ aufzukommen hat, so ergibt sich

$$(49) \quad {}_{v+\frac{1}{2}} V_x^a = \frac{[{}_v V_x^a + (1 - \beta) P^a - \gamma] e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{v+1} V_x^a}{1 + e^{\frac{\delta}{2}}}.$$

In Analogie zu Formel (41) hingegen ergibt sich

$$(50) \quad {}_{v+\frac{1}{2}} V_x^a = \frac{{}_v V_x^a + (1 - \beta) P^a - \gamma + {}_{v+1} V_x^a}{2}.$$

Für spätere Zwecke müssen wir noch einer Begriffsbildung gedenken, welche auf Zillmer zurückgeht. Wir verstehen unter aufgezinsten, reiner Risikoprämie den Ausdruck

$$(51) \quad \pi \cdot e^\delta = ({}_v V_x + P) e^\delta - {}_{v+1} V_x.$$

Unter Verwendung der Rekursionsformel (38) ergibt sich dann

$$(52) \quad \pi e^\delta = q_{x+v} \left(\frac{i}{\delta} - {}_{v+1} V_x \right)$$

und

$$(53) \quad \pi \cdot e^\delta = \frac{q_{x+v}}{1 - q_{x+v}} \left(\frac{i}{\delta} - ({}_v V_x + P) e^\delta \right).$$

Multipliziert man (53) mit $1 - q_{x+v}$ und addiert zu (52), so ergibt sich

$$(2 - q_{x+v}) \cdot \pi \cdot e^\delta = 2 q_{x+v} \cdot \frac{i}{\delta} - [({}_v V_x + P) e^\delta + {}_{v+1} V_x] q_{x+v}.$$

Nun ist aber nach (40)

$${}_{v+\frac{1}{2}}V_x \left(1 + e^{\frac{\delta}{2}}\right) = \left[({}_vV_x + P) e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{v+1}V_x\right]$$

und es gilt auch die Näherung

$$2 {}_{v+\frac{1}{2}}V_x \cdot e^{\frac{\delta}{2}} = [({}_vV_x + P) e^{\delta} + {}_{v+1}V_x].$$

Demnach erhalten wir für die reine aufgezinste Risikoprämie den Ausdruck

$$(54) \quad \pi \cdot e^{\delta} = \frac{2 q_{x+v}}{2 - q_{x+v}} \left[\frac{i}{\delta} - e^{\frac{\delta}{2}} {}_{v+\frac{1}{2}}V_x \right]$$

$$\text{oder} \quad \pi \cdot e^{\delta} = m_{x+v} \left[\frac{i}{\delta} - e^{\frac{\delta}{2}} {}_{v+\frac{1}{2}}V_x \right].$$

In ganz analoger Weise kann unter Rücksicht auf die Heranziehung der dritten Rechnungsgrundlage die aufgezinste Risikoprämie in der Form

$$(55) \quad \pi^a \cdot e^{\delta} = [{}_vV_x^a + (1 - \beta) P^a - \gamma] e^{\delta} - {}_{v+1}V_x^a$$

definiert werden, wofür sich nach einer ganz gleich verlaufenden Umformung der Näherungswert

$$(56) \quad \pi^a \cdot e^{\delta} = m_{x+v} \left[\frac{i}{\delta} - e^{\frac{\delta}{2}} {}_{v+\frac{1}{2}}V_x^a \right]$$

ergibt.

Damit sind unsere mathematischen Entwicklungen soweit vorbereitet, daß wir in die speziellen Untersuchungen eintreten können. Diesen müssen auch alle Erweiterungen und näheren Begründungen vorbehalten bleiben, welche in dem Inhalt dieser vorläufigen Betrachtungen keinen Platz gefunden haben, jedoch im Verlaufe des Folgenden benötigt werden sollten.

II. Die Berechnung der Tarifprämien.

§ 8. Allgemeines zur Bemessung der Tarifprämien.

Im Vergleiche mit anderen Rechnungswerten, denen im Betriebe eine mehr oder weniger bedeutsame Rolle zufällt, nimmt die Tarifprämie insoweit eine besondere Stellung ein, als ihre Höhe für die einzelnen Jahre unverrückbar feststeht und nachträgliche Änderungen im Laufe der Versicherung ausgeschlossen erscheinen. Der Versicherer übernimmt die Erfüllung der Verpflichtungen an den Versicherten gegen Zahlung fester Beträge und er verzichtet ausdrücklich darauf, an diesen späterhin Änderungen zuungunsten des Versicherten vornehmen zu können. Das erscheint zunächst weder notwendig noch besonders praktisch, zumal doch auch die Höhe der Prämie auf einer Schätzung der Zukunft beruht. Viel naheliegender wäre es, von einer festen Prämie im Versicherungsvertrag gar nicht zu sprechen, sondern ihre

Höhe Jahr für Jahr auf Grund der gemachten Erfahrungen rücksichtlich des Zutreffens der Rechnungselemente zu bestimmen.

Diesen Weg ist aber die Lebensversicherung aus naheliegenden Gründen nicht gegangen. Man hat zu allen Zeiten an der festen Vertragsprämie festgehalten und hat andere Mittel und Wege gefunden, um trotz der festen Prämie den Anschluß an die jeweiligen Verhältnisse in völlig befriedigender Weise zu finden. Wir wollen allerdings nicht übersehen, daß die Lebensversicherungsgesellschaften auf Gegenseitigkeit unter gewissen Umständen eine Nachschußpflicht der Versicherten vorsehen, welche praktisch mit der Möglichkeit einer nachträglichen Erhöhung der Beitragsleistung der Versicherten gleichbedeutend ist. Man wird aber die praktische Bedeutung solcher Bestimmungen nicht tief genug ansetzen können, da ihre Handhabung unter allen Umständen das Vertrauen in das Unternehmen erschüttern müßte.

Für den Versicherer erscheint es viel richtiger, die Erfüllung der übernommenen Verpflichtungen gegen Bezahlung einer wenn auch reichlich hoch bemessenen Prämie, dann aber unter allen Umständen zu gewährleisten. Wir sehen daher, daß der Tarifprämie in der heutigen Lebensversicherung durchaus der Charakter einer Maximalprämie zukommt. Wenn aber die Tarifprämien unter dem Zwange der Notwendigkeit, bei ihrer Bemessung mit aller Vorsicht zu Werke gehen zu müssen, weil die hierbei gemachten Annahmen allein die Sicherheit der Betriebsführung verbürgen können, höher liegen müssen, als dies aller Voraussicht nach notwendig sein wird, dann darf doch wieder nicht übersehen werden, daß hohe Prämien die Entwicklungsfähigkeit des Unternehmens gefährden und die Wirtschaftlichkeit der Versicherung beeinträchtigen können. Allerdings hat es sich gezeigt, daß hohe Prämien im Konkurrenzkampfe der einzelnen Unternehmungen nicht so hinderlich sind, wie man anzunehmen versucht wäre. Denn hohe Prämien bedingen unter sonst gleichen Verhältnissen auch hohe Überschüsse an die Versicherten, und die Aussicht auf die letzteren läßt z. B. in England die Höhe der Prämie als untergeordnetes Moment erscheinen. Immerhin wird man von einer gesunden Tarifpolitik eines Unternehmens nur dann sprechen können, wenn sich die Prämien im Rahmen des als unbedingt notwendig Erkannten halten. Wir wollen uns daher bei der Berechnung der Tarifprämie an jene Grundsätze halten, welche den Versicherer bestimmen, an Prämie nur so viel einzuheben, als im Interesse der Sicherheit des Unternehmens erforderlich ist.

Es läßt sich nun aber leider nicht behaupten, daß selbst unter Anerkennung des eben genannten Umstandes die Berechnung der Tarifprämie zwangsläufig vor sich gehen könnte. Dem persönlichen Ermessen ist reichlich Spielraum gegeben und die große Verschiedenheit der Prämien der einzelnen Unternehmungen beweist, daß für die Bestimmung der Höhe der Tarifprämien unmöglich versicherungstechnische Er-

wägungen allein maßgebend sein können. Allerdings muß zugegeben werden, daß eine rationelle Begründung der Prämien die genannten Differenzen in weit engeren Grenzen halten müßte, als dies tatsächlich der Fall ist. Hier spielt aber wohl der Umstand eine große Rolle, daß die Möglichkeit der Betätigung ausländischer Gesellschaften in die Tarifpolitik eine Mannigfaltigkeit bringt, welche sich eben nur durch die Anpassung an andere Verhältnisse, mitunter auch durch den Zwang der fremdländischen Gesetzgebung erklären und nicht ohne weiteres an anderem Orte und unter geänderten Bedingungen als richtig und begründet erweisen läßt. Die Anstalten sind dann gezwungen, im Konkurrenzkampfe die Anpassung zu suchen, zumal die Versicherungsnehmer kaum jemals in der Lage sind, selbst zu einem zutreffenden Urteil zu gelangen.

Daß zudem auch die Anpassung an die wirtschaftlichen Verhältnisse des einzelnen bei der Herstellung der Tarife eine Rolle spielt, ist ja nur selbstverständlich, und in der Tat suchen die Gesellschaften innerhalb der technischen Möglichkeiten die Leistungsfähigkeit des Versicherten dadurch zu berücksichtigen, daß dieselbe Versicherung, selbstverständlich unter entsprechender Regulierung der im Durchschnitt auf sie entfallenden Überschüsse zu höherer oder niedrigerer Anfangsprämie abgeschlossen werden kann.

Aber nicht einmal die technischen Erwägungen bei der Berechnung der Tarifprämien sind so gestaltet, daß nicht eine mehr oder weniger strenge Auffassung die Höhe der Prämien in recht weiten Grenzen beeinflussen könnte. Dies gilt zwar sicherlich nicht von den Rechnungsgrundlagen, welche unter allen Umständen die möglichste Anpassung an die tatsächlichen Verhältnisse suchen müssen. Aber schon alle im Dienste der Sicherheit vorzunehmenden Erhöhungen der nach den Rechnungsgrundlagen erhaltenen Prämien sind von der Beurteilung der allgemeinen und besonderen Verhältnisse in hohem Grade abhängig. Es wäre jedenfalls gänzlich verfehlt, die Leistungsfähigkeit eines Unternehmens nach der Höhe der Tarifprämien allein beurteilen zu wollen. Aber der Techniker wird sich bescheiden müssen und die genannten Momente bei der Herstellung der Tarife nicht außer acht lassen dürfen. Ein Zuviel ist hier nicht minder schädlich wie ein Zuwenig, und die richtige Lage eines Prämientarifes wird beim ersten Versuch kaum getroffen werden.

§ 9. Die technischen Erfordernisse bei der Berechnung der Tarifprämien.

Wenn man den allein unter Verwendung der beiden Rechnungsgrundlagen Sterblichkeit und Zinsfuß berechneten reinen Nettoprämien noch heute eine selbständige Bedeutung im Rechnungswesen einer Lebensversicherungsgesellschaft zuerkennen will, so mag als Prämienzuschlag

schlechthin jener Betrag bezeichnet werden, welcher sich als die Differenz der Tarifprämie und der reinen Nettoprämie darstellt. Für uns sollen jedoch diese Begriffsbildungen nur historische Bedeutung haben. Unter ihrer Aufrechterhaltung läßt sich nämlich das Rechnungswesen nicht in zureichender Weise entwickeln, weil eine korrekte Rücklagebildung gänzlich andere Voraussetzungen bedingt. Zudem kann keine Bemessung des Prämienzuschlages, welche mehr sein will als reine Willkür, auf eine genauere Analyse der den Zuschlag beeinflussenden Faktoren verzichten, und es erscheint daher geboten, diese an Hand statistischer Untersuchungen neben der Sterblichkeit und dem Rechnungszinsfuß als vollwertige Rechnungsgrundlage einzuführen. Wir wollen daher die Verwaltungskosten, deren genauer Ermittlung durch die Statistik gewiß nichts im Wege steht, als dritte Rechnungsgrundlage betrachten, zumal in Rücksicht auf die Stabilität dieser Rechnungsgrundlage kaum Ungünstigeres zu vermuten ist, als bei der Sterblichkeit und dem Rechnungszinsfuß. Ja man wird zugeben müssen, daß die direkte Abhängigkeit dieser drei Elemente voneinander im Wandel der wirtschaftlichen Verhältnisse ihre Gleichstellung im Rechnungsapparat geradezu verlangt.

Es könnte demnach höchstens noch die Zweckmäßigkeit dieser Erweiterung des Rechnungswesens in Frage stehen, ein Einwand, der zunächst seine Erledigung nur durch einen Hinweis auf die Darlegungen des nächsten Abschnittes finden kann. Dort wird sich allerdings die Einführung der Verwaltungskosten als Rechnungsgrundlage nicht nur als zweckmäßig, sondern als durchaus notwendig erweisen.

Wir müssen aber gleich an dieser Stelle eines Rechnungselementes gedenken, welches wir weder bei der Berechnung der Prämien noch auch späterhin als solches berücksichtigen werden, obwohl seine Berücksichtigung als weiterer Rechnungsgrundlage theoretisch sehr wohl vertreten werden kann und auch praktisch wiederholt versucht worden ist. Gemeint ist der vorzeitige Abfall des Versicherten vom Versicherungsvertrag. Näheres hierüber wird zwar erst in dem diesen Gegenstand betreffenden Abschnitt zu sagen sein. Für die Berechnung der Tarifprämien ist diese Angelegenheit jedoch insoweit von Bedeutung, als der vorzeitige Verfall von Versicherungen mit seinen in der Regel zu tief bemessenen Abfindungswerten nach bisheriger Gepflogenheit für den Versicherer eine Einnahmequelle bedeutet und daher auf die Tarifprämien vermindern wirkt. Bei der Unsicherheit seiner Bemessung auf Grund vorangegangener statistischer Untersuchungen und mit Rücksicht auf den Umstand, daß Erfahrungen einer Anstalt eine Anwendung auf eine andere nicht zulassen und diese überdies in höchstem Maße mit den allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnissen schwanken, wird man dem vorzeitigen Abgang nicht im entferntesten jene Bedeutung beimessen dürfen, welche ihn als Rechnungsgrundlage geeignet erscheinen

ließe, zumal wenn die Gefahr besteht, daß seine Berücksichtigung nur zu leicht zu einer Insuffizienz der Prämien führen kann.

Wir werden daher die Berechnung der Tarifprämien auf Grund der drei Rechnungsgrundlagen Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten vornehmen. Es wird sich hierbei herausstellen, daß sich die Frage nach den im Dienste der Sicherheit des Unternehmens noch zu treffenden Maßnahmen zum größten Teile durch die zu treffende Wahl der Rechnungsgrundlagen von selbst miterledigt. Auf einzelne hierher gehörige Fragen wird am Ende dieses Abschnittes einzugehen sein.

§ 10. Sterblichkeit und Zinsfuß als Rechnungsgrundlagen.

Wenn bei der Wahl der Rechnungsgrundlagen für den Versicherer Vorsicht geboten ist, dann schiene es wohl das einfachste, durch eine entsprechende Überschätzung dieser Rechnungselemente von vornherein allen Bedenken Rechnung zu tragen. Wir haben jedoch schon in der Einleitung darauf verwiesen, daß dieser Weg bei der ersten Rechnungsgrundlage nicht gangbar ist. Wenn man der Ansicht ist, daß zur Deckung der zufälligen Schwankungen im Verlaufe der Sterblichkeit die Bildung einer besonderen Reserve notwendig erscheint, dann steht einer solchen auf Grund entsprechend höher bemessener Tarifprämien nichts im Wege und die Risikotheorie gibt hierfür theoretisch vollständig zureichende Anhaltspunkte. Die Sicherung gegen eine säkulare Zunahme der Sterblichkeit jedoch lag in den letzten Jahrzehnten außerhalb des Interesses, weil im Zusammenhange mit der Verbesserung der ärztlichen Auslese und der fortschreitenden Zivilisation von einer Verschlechterung der Sterblichkeit nichts zu befürchten stand. Ob hier durch den Krieg nicht manches zum Stillstand gekommen oder gar rückläufig geworden ist, wird allerdings erst die Statistik der Zukunft erweisen. Man darf aber nicht übersehen, daß die von den Gesellschaften verwendeten Tafeln ausnahmslos strenger waren, als den Erfahrungen der letzten Jahrzehnte entsprach. Zudem erstrecken sich die statistischen Untersuchungen ohnehin über längere Zeiträume und bieten schon dadurch einige Gewähr gegen Rückläufigkeit. Man darf aber wohl bei genauer Erwägung aller in dieses Kapitel der statistischen Forschung gehörenden Momente behaupten, daß sich eine besondere Vorsorge für säkulare Änderungen der Sterblichkeit zur Zeit erübrigen dürfte. Im übrigen soll die gewählte Sterblichkeitstafel den bestmöglichen Anschluß an die Tatsachen verbürgen und es erscheint geboten, die Hilfsmittel der Statistik in vollem Umfange dem technischen Dienste nutzbar zu machen, insbesondere daher den Spezialuntersuchungen nach Versicherungsart und Risikobewertung voll gerecht zu werden.

Gänzlich anders ist die Sachlage schon bei der zweiten Rechnungsgrundlage, dem Rechnungszinsfuß. Die Gefahr rein zufälliger Schwan-

kungen scheidet hier unter Rücksicht auf die Langfristigkeit der Kapitalanlagen der Versicherungsgesellschaften aus. Aber das Moment der säkularen Änderungen ist hier ungleich höher zu bewerten als bei der ersten Rechnungsgrundlage, weil es die Höhe der Rücklagenbildung sehr stark beeinflußt. Der Versicherer muß unter allen Umständen erwarten können, daß der den Prämien zugrunde gelegte Rechnungszinsfuß auch während der ganzen Versicherungsdauer zu erzielen sein wird, weil er sonst Gefahr läuft, daß seine Rücklagen im Vereine mit der restlichen Prämieinnahme nicht mehr zureichen, um die übernommenen Verpflichtungen zu decken. Nichts erscheint daher naheliegender, als der Prämienberechnung einen Zinsfuß zugrunde zu legen, der so tief liegt, daß er die Möglichkeit seiner Erzielung auf längere Zeit geradezu verbürgt. Die so berechneten Prämien enthalten dann einen Sicherheitsfaktor, welcher hinsichtlich des Zinsfußes nichts mehr befürchten läßt. Die Spannung zwischen dem Rechnungszinsfuß für die Prämien und dem tatsächlichen Zinsfuß beträgt bei den einzelnen Anstalten $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}\%$. Es ist wieder zum Teil auch Sache der Prämienpolitik, wie weit man hier gehen will, denn das Ansteigen der Prämie mit dem Abfallen des Zinsfußes setzt natürliche Schranken. Keinesfalls darf hier des Guten zuviel getan werden, wie bei Besprechung der Rücklagen klar werden wird.

Die aus Gründen der Sicherheit unbedingt notwendige relativ tiefe Veranschlagung des Rechnungszinsfußes bei der Berechnung der Prämien bedingt natürlich die Bildung von Überschüssen aus dem Ertragnis der veranlagten Kapitalien, sofern der Rücklagenbildung selbst ein solch niedriger Zinsfuß zugrunde gelegt wird. Es wird sich nun ergeben, daß das letztere durchaus nicht der Fall zu sein braucht und wir wollen, um spätere Mißverständnisse zu vermeiden, ausdrücklich hervorheben, daß die Wahl des niedrigen Zinsfußes bei der Berechnung nur aus dem Grunde nötig erscheint, um einen zuverlässigen Maßstab für die Höhe der Tarifprämie zu gewinnen, wenn diese auch strengen Anforderungen an die Sicherheit des Unternehmens genügen soll. Damit ist aber noch keineswegs ausgesprochen, daß diesem Zinsfuß auch für die Berechnung der Rücklagen die Bedeutung des Rechnungszinsfußes zukommt. Die hier vorliegenden Verhältnisse werden erst aus den Darlegungen des nächsten Abschnittes genügend klar zu machen sein.

§ 11. Die Analyse der Verwaltungskosten.

Die Einführung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage ist an zwei Voraussetzungen gebunden. Die erste ist die Möglichkeit einer detaillierten Analyse der Verwaltungskosten an Hand der Geschäftsergebnisse. Die zweite betrifft die Möglichkeit, diese Resultate mit bestimmten Größen, als welche vor allem die Tarifprämie, die versicherte Summe, die Anzahl der Versicherungen, aber auch die tech-

nischen Rücklagen und das reduzierte (Risiko-)Kapital in Betracht kommen, in Relation setzen zu können.

Auf den ersten Blick erscheint eine Trennung der gesamten Verwaltungskosten in solche, welche mit der Anwerbung des neuen Geschäftes, und solche, welche mit der Verwaltung des bestehenden Geschäftes verbunden sind, leicht durchführbar. Zu den ersteren wird man unzweifelhaft die Agentenprovisionen samt Superprovisionen der Generalvertreter und etwa vorhandenen festen Pauschalien, die Kosten der ärztlichen Auslese, die Kosten der Ausstellung der Policen, soweit diese nicht durch die Einhebung besonderer Gebühren gedeckt sind, die Kosten der Organisation, soweit sich diese auf die Anwerbung neuen Geschäftes erstreckt, die dem gleichen Zwecke dienenden Reisekosten und im übrigen alle hierher gehörigen Spesen und Gehalte zu rechnen haben. Alle übrigen Verwaltungsauslagen wollen wir als laufende Verwaltungskosten bezeichnen und in Zusammenhang mit dem bestehenden Geschäft bringen.

Für die Berechnung der Tarifprämie ist eine möglichst genaue Erfassung der für den Abschluß der Versicherung verausgabten einmaligen und der übrigen laufenden Kosten noch nicht einmal von gleicher Wichtigkeit wie für die Rücklagenberechnung. Im übrigen wird aber an der ein für allemal festgesetzten Einordnung der Kosten in eine der beiden Gruppen natürlich sowohl bei der Prämien- wie bei der Rücklagenberechnung festgehalten werden müssen.

Man begegnet in der Literatur, insbesondere in der englischen und amerikanischen, häufig der Ansicht, daß zu den einmaligen Kosten nur die Abschlußprovision, die Kosten der ärztlichen Auslese und die Kosten der Ausstellung der Versicherungsscheine zu rechnen seien. Andere hingegen vertreten den Standpunkt, daß als Kosten des Neugeschäftes und damit als einmalige Abschlußkosten alle jene Ausgaben des Versicherers zu verrechnen wären, welche in Wegfall kämen, wenn die Produktion eingestellt würde.

Uns erscheint die erstere Ansicht zu eng, die zweite jedoch viel zu weitgehend. Denn sehr zahlreiche Posten des Spesenkontos hängen unmittelbar mit der Produktion des Neugeschäftes zusammen, wie sich z. B. ein Ausbau der Organisation im Dienste einer Erhöhung des Neuzuganges unter Umständen unmittelbar durch eine solche äußert, während es doch nicht angeht, die ganzen hierfür aufgewendeten Kosten einfach dem alten Geschäft anzulasten. Vielmehr erscheint es weit richtiger, von dem neuen Geschäft auch die Amortisation des gemachten Aufwandes zu verlangen, also diesen mit einem entsprechenden durchschnittlichen Betrage bei den Gestehungskosten mit zu verrechnen. Andererseits aber wäre es sicherlich nicht zu rechtfertigen, in Zeiten abflauender Geschäftsentwicklung oder gar völligen Stillstandes die Kosten eines leerlaufenden Anwerbeapparates ganz oder doch zum größten

Teile aus den laufenden Prämien decken zu wollen, die ja ohnehin schon mit einer entsprechenden Amortisationsquote für Abschlußkosten belastet sind. Die Anpassung an die geänderten Verhältnisse wird doch stets geraume Zeit in Anspruch nehmen und selbst ein Abbau des Anwerbeapparates wird nicht so unvermittelt vorgenommen werden können, wie es sein müßte, wenn man der zweiterwähnten Ansicht zustimmen wollte.

Man wird daher zu den einmaligen Kosten des Neugeschäftes nur jene rechnen dürfen, welche von den Schwankungen der Produktion unmittelbar beeinflußt werden oder aber mit der Einstellung des Neugeschäftes unmittelbar in Wegfall kommen würden. Demnach werden feste Bezüge von Außenbeamten hier nicht unbedingt einzubeziehen sein. Dasselbe gilt von den Kosten der Direktions- und Agenturbüros, während für das Neugeschäft verausgabte Reisekosten, Porti, Drucksachen, Reklame usw. voll zur Anrechnung gelangen. Es muß zugegeben werden, daß eine solche Trennung der Verwaltungskosten meist nicht ohne weiteres den Aufzeichnungen der Buchhaltung entnommen werden kann, aber es werden sich immer Annahmen finden lassen, welche der Wahrheit genügend nahekommen. Die Notwendigkeit einer fortlaufenden Prüfung der erhaltenen Resultate ergibt sich von selbst.

Als Maßstab für die Bemessung der Höhe der Abschlußkosten gilt allgemein die versicherte Summe oder die Tarifprämie, letzteres namentlich in Amerika. In der Tat wird die Abschlußprovision, welche den weitaus überwiegenden Teil der Abschlußkosten darstellt, nach der Summe oder der Prämie bemessen. Die Wahl des einen oder anderen Maßstabes ist sonst von untergeordneter Bedeutung. Fraglich ist nur, ob eine solche Proportion zwischen dem gewählten Maßstab und der Höhe der Abschlußkosten abgesehen von dem reinen Provisionsbetrage auch zutrifft. Schon bei den Kosten der ärztlichen Untersuchung kann das Bestehen eines solchen direkten Verhältnisses nicht behauptet werden, wenn auch zugegeben werden muß, daß die Kosten der ärztlichen Auslese mit der versicherten Summe zunehmen, zumal bei höheren Summen die Kosten der Untersuchung durch einen zweiten Arzt, hausärztliche Atteste, chemische Analysen u. a. in Frage kommen können. Andere Ausgaben stehen aber sicherlich gar nicht in einem solchen Verhältnis zur Summe bzw. Prämie, z. B. die Kosten der Ausstellung der Police, soweit diese nicht durch besondere Gebühren gedeckt sind, Korrespondenz, Porto, Bürokosten u. a. Umgekehrt allerdings treffen die Kosten des Rückversicherungsverkehres, soweit diese als einmalige Kosten anzusprechen sind, und auch als laufende Verwaltungskosten ausnahmslos die hohen Versicherungen. Mit Rücksicht auf den Umstand jedoch, daß alle diese Kosten gegenüber der Provision in den Hintergrund treten, wird das übliche Verfahren wohl kaum zu beanstanden sein. Wir wollen daher als einmalige Abschlußkosten einen bestimmten

Prozentsatz der versicherten Summe oder der Tarifprämie in die Berechnungen einführen. Das letztere ist allerdings nur dann zu vertreten, wenn zwischen der versicherten Summe und der Tarifprämie direkte Proportionalität besteht, ein Umstand, auf welchen wir noch zurückkommen werden. Der Prozentsatz der Abschlußkosten soll mit α bezeichnet werden.

Alle übrigen Kosten wollen wir als laufende Verwaltungskosten bezeichnen. Ein einheitlicher Maßstab ist aber für diese durchaus nicht zu geben. Gewisse dieser Kosten sind ohne weiteres der Prämie (Tarifprämie oder Barprämie) proportional zu setzen, z. B. die Inkassoprovisionen. Andere, wie die Kosten der Ausstellung, Versendung und Buchung der Prämienquittungen, die Kosten des technischen Büros, die Kosten der Kapitalsverwaltung, Miete, Beheizung und auch Steuern stehen in keiner Relation zur versicherten Summe oder Prämie. Nur bei den Kosten des Rückversicherungsverkehres mag noch eine Relation zur versicherten Summe oder Prämie zu finden sein. Jedenfalls folgt aus der Tatsache, daß ein bestimmter Teil der laufenden Verwaltungskosten, welche wir im folgenden als Inkassokosten bezeichnen wollen, der Prämie proportional ist, ein anderer erheblicher Teil der laufenden Kosten jedoch für jede Versicherung in gleicher Höhe ohne Rücksicht auf die versicherte Summe angesetzt werden kann und gegenüber diesen beiden Arten der laufenden Kosten alle anderen weitaus an Bedeutung zurücktreten, daß die laufenden Verwaltungskosten relativ zur Höhe des versicherten Kapitals abfallen. Je höher die versicherte Summe, desto kleiner der Prozentsatz der laufenden Verwaltungskosten.

Manche Autoren messen diesem Umstande eine so große Bedeutung bei, daß sie nachdrücklichst die Forderung einer mit der Versicherungssumme relativ abfallenden Prämie (Summenrabbat) erheben. Tatsache ist, daß die Außerachtlassung dieses Umstandes gegen das Prinzip der Gerechtigkeit verstößt und auch sonst den Gepflogenheiten des Wirtschaftslebens widerspricht. Andererseits ist aber nicht zu übersehen, daß der erwähnte Prämienabfall mit Rücksicht auf das Überwiegen der Abschluß- und Inkassokosten keineswegs sehr ins Gewicht fällt und in die Berechnung der Prämien und Rücklagen ein verwirrendes Moment bringt. Auch fehlt es nicht an Stimmen, welche eine Berücksichtigung dieses Umstandes aus wirtschaftlichen Gründen ablehnen und es gerechtfertigt finden, wenn die Prämien für höhere Versicherungssummen zugunsten der wirtschaftlich Schwächeren etwas mehr mit Verwaltungskosten belastet sind, als einer korrekten Rechnung entspricht.

Wir entscheiden uns dafür, die laufenden Verwaltungskosten einfach in einen der Prämie und einen der versicherten Summe proportionalen Teil zu zerlegen, weil wir aus einer allzu weitgehenden Analyse

im Sinne des erwähnten Umstandes eine Komplikation des Rechnungswesens voraussehen, für deren Kosten aber gerade die höheren Versicherungssummen aufzukommen hätten, in deren Interesse sie geschaffen wurde. Dies würde aber sicherlich den Erfolg sehr in Frage stellen, ja unter Umständen das gerade Gegenteil von dem bewirken können, was beabsichtigt war. Zudem sind solche Fragen insoweit nur sehr bedingt zu beantworten, als die von einem Unternehmen befolgte Rückversicherungspolitik die Erwägungen sehr beeinflusst. Denn die mit der wachsenden Versicherungssumme fortschreitende Prämienermäßigung muß offenbar ihr vorzeitiges Ende finden, wenn durch die Zersplitterung der Summe durch Rückversicherungen einerseits neue Verwaltungskosten erwachsen und andererseits die hohe Versicherungssumme gar nicht mehr geschlossen zum Ausdruck kommt. Nicht unerwähnt darf endlich bleiben, daß in manchen Staaten, so fast ausnahmslos in Amerika, eine Abstufung der verrechneten Verwaltungskosten in dem genannten Sinne gesetzlich untersagt ist.

Sämtliche mit der Einhebung der Prämien verbundenen Auslagen des Versicherers sollen daher künftig mit einem bestimmten Prozentsatz β der Prämie zur Verrechnung gelangen. Alle übrigen laufenden Verwaltungsauslagen kommen durch einen bestimmten, jährlich zu verrechnenden Prozentsatz der versicherten Summe γ zum Ausdruck. Wir haben aber bisher nur von der Prämie schlechthin gesprochen und müssen noch nachtragen, von welcher Prämie die Inkassokosten zu berechnen sind.

Offenbar ist die Konstante β auf jene Prämie zu beziehen, nach der die Inkassoprovision bemessen wird. In der Praxis ist dies nun entweder die Tarifprämie oder aber die Barprämie (Tarifprämie abzüglich Dividende). Das letztere ist das richtigere, wenn überhaupt daran festgehalten wird, daß die genannte Vergütung ein Entgelt für die weitere Aufrechterhaltung der Versicherung darstellt. Denn es erscheint widersinnig, ein solches Entgelt auch dann in der vollen ursprünglichen Höhe zu bezahlen, wenn die Prämienleistung des Versicherten in erheblichem Maße reduziert oder gar gänzlich durch Rückvergütungen des Versicherers aufgewogen erscheint, welche auf die Prämie zur Anrechnung gelangen oder sonstwie dem Versicherten zugute kommen. In Deutschland ist diese Art der Bemessung der Inkassoprovision auch allgemein üblich, während in Amerika die Tarifprämie als Maßstab dieser Bemessung bevorzugt wird. Allerdings hängt das jeweilige Verfahren zum guten Teile mit der Ausbildung der verschiedenen Gewinnsysteme selbst eng zusammen. Wir wollen uns dem deutschen Verfahren anschließen, zumal sich das andere zwanglos durch eine geringe Änderung der Formeln ergibt.

Es bleibt noch zu erörtern, inwieweit bei der Verwendung der dritten Rechnungsgrundlage besondere Vorsichtsmaßregeln geboten erscheinen.

Es ist klar, daß hierbei die Verwaltungskosten vom Typus α von selbst ausscheiden, weil hier die Anpassung an geänderte Verhältnisse jederzeit sofort gefunden werden kann und im übrigen dem Versicherer auf die Gestaltung dieser Kosten ein weit größerer Einfluß zusteht, als dies bei den Kosten vom Typus β und γ der Fall ist. Angesichts der heute in Mitteleuropa herrschenden Regieverhältnisse wird man allerdings nicht im entferntesten daran denken können, eine Sicherung gegen solch extreme Zustände bei der Bemessung der Verwaltungskostensätze vorsehen zu wollen. Die Sanierung der Verhältnisse liegt hier gänzlich außerhalb jeden versicherungstechnischen Ermessens und findet ihre Möglichkeit zum allergrößten Teile von selbst in der vollständigen Entwertung des alten Versicherungsstockes und dem gänzlichen Neuaufbau des Geschäftes unter Angleichung der Summen an den gesunkenen Geldwert. Für die Versicherungstechnik kann es sich dabei nur darum handeln, diesen Neuaufbau nicht durch verfehlte Methoden zu erschweren oder gar zu verhindern, nicht aber darum, die Verwaltung eines gänzlich entwerteten und wirtschaftlich bedeutungslosen Stockes von Versicherungen gegen jede bessere Einsicht zu ermöglichen. Wenn wir also von Sicherheitsmaßnahmen bei den Verwaltungskosten sprechen, so können dabei nur jene natürlichen Grenzen in Betracht kommen, welche auch bei den ersten beiden Rechnungsgrundlagen ins Auge gefaßt wurden. Der Versicherer muß gegen zufällige oder systematische Abweichungen der tatsächlichen Verwaltungskosten von den gemachten Annahmen innerhalb gewisser Grenzen gesichert sein. Diese Grenzen werden auf Grund einer statistischen Untersuchung der Verwaltungskosten einer Reihe von Geschäftsjahren normalen Charakters leicht festzustellen sein. Mangels eigener Erfahrungen können die anderer Anstalten, welche unter denselben Bedingungen arbeiten, herangezogen werden. Im übrigen können hier gerade so wenig wie bei der Wahl des aus Sicherheitsgründen niedriger als voraussichtlich nötig angenommenen Zinsfußes genauere Anweisungen gegeben werden. Nur ist bei den Verwaltungskosten mehr noch wie beim Zinsfuß darauf hinzuweisen, daß die speziellen Verhältnisse des Unternehmens voll zu berücksichtigen sind. Zumal für neugegründete Anstalten ist Vorsicht geboten, da weder hinsichtlich der Stabilität noch auch der Höhe der Verwaltungskosten Vergleiche mit bereits bestehenden oder gar langjährig bewährten Gesellschaften ohne weiteres angebracht sind. Unter allen Umständen wird man auch bei den Verwaltungskosten innerhalb der für die Höhe der Prämien gezogenen Höchstgrenzen strengere Annahmen zugrunde legen müssen, als dies nach der Statistik im Durchschnitt erforderlich wäre. Einem solchen Vorgange steht auch sonst nichts im Wege, weil sich die Rückverrechnung der aus den Verwaltungskostensätzen α , β , γ herrührenden Überschüsse an die Versicherten sehr einfach gestaltet.

Zusammenfassend dürfen wir demnach sagen, daß die Berechnung der Tarifprämie auf Grund einer den Tatsachen möglichst entsprechenden Sterblichkeit und auf Grund vorsichtig gewählter Annahmen bezüglich des Zinsfußes und der Verwaltungskosten vom Typus β und γ zu erfolgen habe, während für die Abschlußkosten der tatsächlich geltende Satz zu verwenden ist. Ob die so berechneten Prämien schon als Tarifprämien verwendet werden oder ob diese noch weitere außerhalb der Rechnungsgrundlagen liegende Bedingungen erfüllen sollen, ist nicht allgemein zu beantworten, sondern hängt von den speziellen Anforderungen des Unternehmens, von besonderen äußeren Verhältnissen, nicht zuletzt auch vom Geschmack und Takt des Versicherungstechnikers ab. Das gleiche gilt übrigens auch von dem Verlauf der Prämie selbst, ob diese gleichbleibend, steigend oder fallend angenommen werden soll. Die Forderung einer möglichst raschen Bildung einer zunächst für Sicherheitszwecke in Betracht kommenden Reserve bedingt hier besondere Maßnahmen, ebenso wie das häufig gestellte Verlangen nach einer Überschußbildung in bestimmter Mindesthöhe. Rationell zu begründen wäre wohl nur noch ein im Dienste der Bildung eines Sterblichkeitsschwankungsfondes zu berechnender Zuschlag zu den Prämien. Wir werden auf diesen Gegenstand am Ende dieses Abschnittes zurückkommen.

§ 12. Die mathematischen Formeln zur Berechnung der Tarifprämien.

Bezeichnen wir die nach den eben charakterisierten Rechnungsgrundlagen berechneten Prämien mit \mathcal{B} , die Tarifprämie mit B und die zu Beginn des k ten Versicherungsjahres zahlbare Prämie mit B_k . Die Tarifprämie mag demnach aus der nach den Rechnungsgrundlagen berechneten Prämie durch Hinzufügung außerhalb der Rechnungsgrundlagen liegender Aufschläge hervorgegangen sein, während die Barprämie einfach die Tarifprämie nach Abzug etwa zu verrechnender Rückvergütungen aus den Geschäftsüberschüssen darstellt. Wir wollen annehmen, daß die Tarifprämie für die ganze Zahlungsdauer m in gleicher Höhe vorgesehen sei.

Dann gilt, wenn die Abschlußkosten nach der versicherten Summe bemessen werden, die Gleichung

$$(1) \quad \mathcal{B} \cdot a_{x, \overline{m}|} = \alpha + \bar{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma \cdot a_{x, \overline{n}|} + \beta \cdot \sum_1^m B_k \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}.$$

Werden die Abschlußkosten hingegen als Prozentsatz der Tarifprämie verrechnet, so gilt

$$(2) \quad \mathcal{B} \cdot a_{x, \overline{m}|} = \alpha \cdot B + \bar{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma \cdot a_{x, \overline{n}|} + \beta \cdot \sum_1^m B_k \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}.$$

Die Tarifprämie geht aus der Prämie \mathcal{B} durch Hinzufügung des obengenannten Aufschlages hervor, welchen wir ohne Rücksicht auf die

gerade vorliegende, nach Eintrittsalter und Versicherungs- bzw. Zahlungsdauer näher bestimmte Relation mit \mathcal{D} bezeichnen, so daß

$$B = \mathcal{B} + \mathcal{D}$$

ist. Aus (1) und (2) ist es noch nicht möglich, die Tarifprämie explizit zu bestimmen. Wir müssen zu diesem Behufe erst eine Übereinkunft über das Verhältnis der Barprämien zu der Tarifprämie treffen und wollen festsetzen, daß diese durch die Relation

$$(3) \quad B = B_k + \Delta_{k-1}$$

verbunden seien. Hierbei bedeuten die Größen Δ_{k-1} die in einem späteren Abschnitte eingehender zu besprechenden Dividenden, so daß Δ_{k-1} die zu Beginn des k ten Versicherungsjahres fällig werdende und auf die k te Prämie zur Anrechnung gelangende Dividende bezeichnet. Die Formeln (1) und (2) gehen dann in die beiden folgenden über:

$$(4) \quad \mathcal{B} \cdot a_{x, \overline{m}|} = \alpha + \overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|} + \beta \cdot (\mathcal{B} + \mathcal{D}) \cdot a_{x, \overline{m}|} - \beta \sum_1^m \Delta_{k-1} \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}$$

und

$$(5) \quad \mathcal{B} \cdot a_{x, \overline{m}|} = \alpha(\mathcal{B} + \mathcal{D}) + \overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|} + \beta(\mathcal{B} + \mathcal{D}) \cdot a_{x, \overline{m}|} - \beta \sum_1^m \Delta_{k-1} \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}.$$

Hieraus ergeben sich dann für \mathcal{B} die Darstellungen

$$(6) \quad \mathcal{B} = \frac{\alpha + \overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|} + \beta \cdot \mathcal{D} \cdot a_{x, \overline{m}|} - \beta \sum_1^m \Delta_{k-1} \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}}{(1 - \beta) a_{x, \overline{m}|}}$$

und

$$(7) \quad \mathcal{B} = \frac{\alpha \cdot \mathcal{D} + \overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|} + \beta \cdot \mathcal{D} \cdot a_{x, \overline{m}|} - \beta \sum_1^m \Delta_{k-1} \cdot \frac{D_{x+k-1}}{D_x}}{(1 - \beta) a_{x, \overline{m}|} - \alpha}.$$

Einfacher gestalten sich die Ausdrücke unter der Annahme, daß die Verwaltungskosten vom Typus β nicht nach der Barprämie, sondern nach der Tarifprämie B zu bemessen sind. In diesem Falle kommt das letzte Glied im Zähler von (7) und (8) in Fortfall und man erhält für die Tarifprämie

$$(8) \quad B = \left(\frac{\alpha + \gamma a_{x, \overline{n}|}}{a_{x, \overline{m}|}} + P + \mathcal{D} \right) \cdot \frac{1}{1 - \beta}$$

und

$$(9) \quad B = \frac{\overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|} + \mathcal{D} \cdot a_{x, \overline{m}|}}{(1 - \beta) a_{x, \overline{m}|} - \alpha}.$$

Man wird aber die beiden letzteren Formeln in der Praxis auch dann benutzen, wenn die Inkassokosten tatsächlich nach der Barprämie verausgabt werden, zumal diese Ungenauigkeit im Sinne einer Prämien-erhöhung wirkt und die Rechnungen wesentlich vereinfacht.

Unsere Entwicklungen über die Berechnung der Tarifprämien sind durch die Aufstellung der eben mitgeteilten Formeln zu einem vorläufigen Abschlusse gelangt. Wir werden späterhin wesentlich erweiterte Hilfsmittel bereitstellen müssen, um die erhaltenen Resultate befriedigend auszugestalten und insbesondere jenes enge Verhältnis von Prämie

und Rücklage zu gewinnen, das den in der Einleitung auseinandergesetzten Prinzipien entspricht. Zunächst aber sollen die in den einzelnen Ländern üblichen Berechnungsmethoden der Tarifprämien gleich hier zur Darstellung gelangen, weil zu ihrem Verständnis die bisherigen Entwicklungen ausreichen. Damit soll nicht gesagt sein, daß diese Methoden durchaus mangelhaft oder unzureichend erscheinen. Wir dürfen nicht übersehen, daß auch anscheinend willkürliche und unbegründete Methoden mitunter zu völlig brauchbaren Resultaten führen können, wenn anders die nötige Kritik nicht gemieden wird, welche hinterher alles genügend rechtfertigt. Letzten Endes hat das Streben nach möglicher Einfachheit gewiß auch seine Berechtigung und man wird oft den gesunden Takt bewundern müssen, welcher trotz mangelhafter Voraussetzungen brauchbare und lang bewährte Resultate finden ließ.

Das in Amerika übliche Verfahren zur Bestimmung der Brutto-
prämien ist äußerst einfach. Für die Versicherungen ohne Gewinn-
anteil gilt als Rechnungsgrundlage die amerikanische Tafel und ein
Zinsfuß von $3\frac{1}{2}\%$. Die Tarifprämie wird durch einen einheitlichen
Zuschlag zur reinen Nettoprämie gewonnen. Hierzu kommt ohne Rück-
sicht auf die Versicherungskombination als weiterer Zuschlag der gleiche
Prozentsatz der reinen Nettoprämie für eine Versicherung auf Ableben
mit lebenslänglicher Zahlung der Prämie.

Ist demnach λ der Prämienzuschlag, P^s die reine Nettoprämie der
in Rede stehenden Versicherung, P die reine Nettoprämie für die Ver-
sicherung auf Ableben mit lebenslänglicher Prämienzahlung und L der
Prozentsatz des Zuschlages bemessen an der reinen Nettoprämie, dann
ergibt sich der Prämienzuschlag als

$$(10) \quad \lambda = \left[P^s \left(1 + \frac{L}{2} \right) + P \frac{L}{2} \right] - P^s$$

und für die reine Todesfallversicherung

$$(11) \quad \lambda = L \cdot P.$$

Der Wert von L variiert hierbei zwischen 10 und 15%.

Daß dieser Aufschlag nicht ausreicht, um die Abschlußkosten im
Betrage von 50, 45 und 30% der jährlichen Prämie bei Versicherungen
auf Ableben mit lebenslänglicher und abgekürzter Prämienzahlung
bzw. bei Versicherungen auf Ab- und Erleben im Vereine mit einer
weiteren durch 9 Jahre zahlbaren Provision von 5% der Prämie und
einer Inkassoprovision von 1 bis $2\frac{1}{2}\%$ zu decken, ist offenkundig.
Man setzt eben stillschweigend voraus, daß der Gewinn aus der Sterb-
lichkeit in den ersten Versicherungsjahren bei der angewendeten Tafel
ebenso wie der Zinsgewinn als sehr wesentliche Einnahmequellen des
Versicherers hinzutreten. Dies ist auch in dem Aufsichtsgesetze für den
Staat New York dadurch zum Ausdruck gebracht, daß die zulässige

Abschlußprovision auf den Wert des Prämienzuschlages und des Sterblichkeitsgewinnes der ersten 5 Versicherungsjahre beschränkt wird.

Es erhebt sich demnach zunächst die Frage, welche Kosten durch den Prämienzuschlag, den Sterblichkeits- und den Zinsgewinn tatsächlich gedeckt sind. Weiter, ob die Methode auf die Prämien der verschiedenen Relationen und Versicherungskombinationen in gleicher Weise wirkt und zu annähernd gerechten Prämien führt.

Für eine Versicherung auf reines Ableben ergebe sich nun nach der von uns erwähnten Dreiteilung der Verwaltungskosten, wenn von jedem weiteren Sicherheitszuschlag zu den Prämien abgesehen wird,

$$(12) \quad \begin{cases} B = P_x + \frac{\alpha \cdot B}{a_x} + \beta B + \gamma \\ B = \frac{P_x + \gamma}{1 - \frac{\alpha}{a_x} - \beta} \end{cases}$$

Diese Formel unterscheidet sich von der Formel von Sprague

$$(13) \quad B = (1 + \beta) \left(P_x + \frac{\alpha}{a_x} + \gamma \right)$$

nur dadurch, daß in letzterer die Abschlußkosten als Prozentsatz der Summe und die Inkassakosten nach der reinen Nettoprämie verrechnet erscheinen. Für eine Versicherung auf Ab- und Erleben würde sich die Bruttoprämie allgemeiner durch die Formel

$$(14) \quad B = \left({}_m P_{x, \bar{n}} + \gamma + \frac{\gamma' m |a_{x, \bar{n}-m}|}{a_{x, \bar{m}}} \right) : \left(1 - \frac{\alpha}{a_{x, \bar{m}}} - \beta \right)$$

darstellen lassen, wobei wieder n die Versicherungs-, m die Zahlungsdauer und γ' den Satz der Verwaltungskosten nach Aufhören der Prämienzahlung in Prozenten der versicherten Summe darstellt.

Bei den in der Praxis viel wichtigeren Versicherungen mit Anteil der Versicherten am Gewinn werden die Tarifprämien ebenfalls nach dem eingangs erwähnten Verfahren berechnet. Nur wird hier als Rechnungsgrundlage fast ausnahmslos die amerikanische Tafel mit einem Zinsfuß von 3% verwendet. Der einheitlich zur Nettoprämie gegebene Zuschlag variiert zwischen 25 und 33,3% derselben.

Ein solches Verfahren erscheint zunächst völlig aus der Luft gegriffen, wenn der Zuschlag im Vereine mit dem Sterblichkeits- und Zinsgewinn dazu dienen soll, nicht nur die Verwaltungskosten, sondern auch die Gewinnanteile der Versicherten zu decken. Denn über die Höhe der letzteren muß zunächst eine Annahme gemacht werden, wenn über die annähernde Richtigkeit der Bruttoprämie unter Berücksichtigung der einzelnen Verwaltungskosten etwas ausgesagt werden soll. Die an die Versicherten zu gewährenden Gewinnanteile werden in Amerika meist vom Anfang des zweiten, seltener des dritten Versicherungsjahres ab entweder bar verrechnet, oder zur Erhöhung der

Versicherungssumme verwendet. Hierbei wird der entsprechende Summenzuwachs durch Division des entfallenden baren Gewinnanteiles durch die entsprechende Einmalprämie nach den Rechnungsgrundlagen der Hauptversicherung ermittelt. Setzt man voraus, daß die Dividende am Anfang des zweiten Versicherungsjahres $\frac{1}{p}$ der Tarifprämie beträgt und fortan jährlich um $\frac{1}{q}$ der Tarifprämie wächst, dann ergibt sich für die Versicherung auf reines Ableben

$$(15) \quad B = (P_x + \gamma) : \left(1 - \frac{\alpha}{a_x} - \beta - \frac{\frac{1}{p} N_{x+1} + \frac{1}{q} S_{x+2}}{N_x} \right).$$

Wir sehen also, daß auf die Entstehung der Dividenden aus den verschiedenen Gewinnquellen noch gar kein Bezug genommen ist. Ganz analog wäre die Formel für die Versicherung auf Ab- und Erleben aufzustellen. Hierbei soll die weitere Annahme gemacht werden, daß die Dividende in dem prämienfreien Teil der Versicherung beginnend, von $\frac{1}{r} B$ um den s ten Teil der Prämie ansteigt. Gelten sonst die gleichen Annahmen wie bei der Versicherung auf reines Ableben, so erhält man die Formel

$$(16) \quad B = \left(m/P_{x,\overline{n}} + \gamma + \frac{\gamma' \cdot m/a_{x,\overline{n-m}}}{a_{x,\overline{m}}} \right) : \left(1 - \frac{\alpha}{a_{x,\overline{m}}} - \beta - A \right).$$

Hierbei ist zur Abkürzung

$$\begin{aligned} A = & \left[\frac{1}{p} (N_{x+1} - N_{x+m+1}) + \frac{1}{q} (S_{x+2} - S_{x+m+1} - \overline{m-1} \cdot N_{x+m+1}) \right. \\ & + \frac{1}{r} (N_{x+m+1} - N_{x+n+1}) + \frac{1}{s} (S_{x+m+2} - S_{x+n+1} \\ & \left. - \overline{n-m-1} \cdot N_{x+n+1}) \right] : (N_x - N_{x+m}) \end{aligned}$$

gesetzt worden.

Betrachten wir nun die Tarifprämien als Größen, welche nach dem erwähnten Verfahren der Zuschlagsbestimmung und bei Benutzung der genannten Rechnungsgrundlagen festgelegt erscheinen, so bleibt die Frage zu beantworten, welche Rechnungsgrundlagen einschließlich der Verwaltungskosten unter Berücksichtigung der nach den Formeln (15) und (16) beabsichtigten Prämienverminderung zu Tarifprämien führen, welche mit den nach dem summarischen Verfahren ermittelten annähernd übereinstimmen.

Es zeigt sich nun, daß unter Zugrundelegung der entsprechenden Selekttafel und von 4% Rechnungszinsfuß sich aus Formel (12) und (14) Prämien ergeben, welche mit den nach dem angenäherten Verfahren für Versicherungen ohne Gewinnanteil bestimmten genügend übereinstimmen, wenn der bereits erwähnte Erwerbskostensatz Anwendung findet und die laufenden Verwaltungskosten vom Typus β mit 5%

der Jahresprämie und die vom Typus γ mit 2,5% der Summe bemessen werden, während für γ' 0,5% der Summe anzunehmen wäre. Diese Verwaltungskostensätze erfüllen aber auch die Bedingungen der Formel (15) und (16), wenn als Rechnungszinsfuß 4½% Verwendung findet und angenommen wird, daß die Prämienverminderung zu Beginn des zweiten Versicherungsjahres mit 10% der Prämie einsetzt und jährlich um 1% derselben zunimmt. Für den prämienfreien Teil der Versicherung wird angenommen, daß die Verminderung am Ende der Zahlungsdauer 20% ausmacht und hinfort um ½% zunimmt. Immer gilt hierbei die Prämie selbst als Maßstab der Dividende. Es wäre demnach in Formel (16) einzusetzen $p = 0,1$, $q = 0,01$, $r = 0,2$, $s = 0,005$. Man muß sich geradezu verwundern, daß die überaus primitive Berechnung der Tarifprämie nach Grundlagen, welche mit den tatsächlichen Verhältnissen in keiner Richtung etwas gemein haben, dennoch Werte ergeben soll, welche unter Einführung der den Tatsachen entsprechenden Annahmen von den wahren Werten kaum erheblich abweichen. Aber noch mehr. Auch die gemachte Annahme hinsichtlich der Verminderung der Prämien durch die Dividende entspricht in genügendem Maße den tatsächlichen, auf Grund des dort üblichen Gewinnplanes zur Ausschüttung gelangenden Beträgen. Die folgende Tabelle veranschaulicht für einige Relationen die auf Grund der Formeln (15) bzw. (16) berechneten Prämien in der zweiten und die bei einigen bedeutenden amerikanischen Anstalten in Geltung stehenden Tarifprämien für gewinnberechtigte Versicherungen in der ersten Kolonne.

Alter	Reines Ableben		Ableben mit 20jähr. Prämienzahlung		Ab- und Erleben Vers.-Dauer 20	
25	20.68	20.14	29.71	30.12	48.25	48.15
35	26.91	26.35	35.97	36.22	49.68	49.85
45	37.73	37.08	45.78	45.73	53.72	54.22
55	57.06	56.93	62.31	62.68	64.85	66.35

Die Bestimmung der Bruttoprämien nach dem eben geschilderten Verfahren bietet ein gutes Beispiel für unsere Behauptung, daß sich auch scheinbar willkürliche Methoden hinterher sehr wohl rechtfertigen lassen, wenn eine strenge Kritik unter Beachtung der tatsächlichen Verhältnisse die gefundenen Werte als entsprechend und gerecht ermittelt erweist. Daß wir hierbei etwas vorausgreifen und Begriffsbildungen heranziehen mußten, deren eingehende Besprechung erst einem späteren Abschnitt vorbehalten ist, liegt in der Natur der Sache. Mit der Berechnung der Tarifprämien allein ist eben noch nicht gar viel zu erreichen. Wir hätten aber im Hinblick auf Formel (15) und (16) auch einfach fragen können, wie die Parameter p , q , r , s beschaffen sein müssen, wenn bei Rechnungsgrundlagen, welche den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen, Prämien erhalten werden sollen, welche den vorgegebenen,

auf Grund eines gänzlich andern Verfahrens erhaltenen annähernd entsprechen. Es hätte sich dann gezeigt, daß diese Parameter die angegebenen Werte haben müßten und damit eine ganz bestimmte Verminderung der Prämie bedingt ist. Befriedigend aber ist das geschilderte Verfahren sicherlich nicht. Für den angestrebten Erfolg kann bei der großen Zahl der in Betracht kommenden Relationen keinesfalls gebürgt werden, und selbst wenn sich ein solcher einstellt, so gilt er doch nur unter recht beschränkten Möglichkeiten.

Ein vollständig anderes Bild bietet die Berechnung der Tarifprämien bei den französischen Anstalten. Man kann nicht behaupten, daß dies ausschließlich auf die dortige Gesetzgebung zurückzuführen sei, vielmehr hat sich das Aufsichtsgesetz, wie es ja auch natürlich ist, den dort herrschenden Gepflogenheiten angepaßt. Die starre Festlegung sehr ins einzelne gehender Bestimmungen mutet allerdings befremdend an, zumal wenn man die freiere Entwicklung des deutschen oder englischen Lebensversicherungswesens zum Vergleiche heranzieht. Aber wir wollen nicht unterlassen, darauf zu verweisen, daß andere Verhältnisse andere Methoden rechtfertigen und wir in dieser Hinsicht das Urteil der dortigen Aktuare respektieren müssen, welches im allgemeinen weder der strengen Gesetzgebung noch den vorgeschriebenen Berechnungsmethoden ungünstig ist.

Das französische Aufsichtsgesetz vom 25. März 1905 schreibt einen Minimaltarif für die Tarifprämien vor. Die Prämien und Prämienreserven der gegenseitigen, nicht auf Gewinn abgestellten Unternehmungen, welche keine Anwerbekosten bezahlen, müssen im Minimum nach folgenden Grundlagen berechnet sein: Ein Rechnungszinsfuß von 3,5%, als Sterbetafel die Tafel *AF* für Ablebensversicherungen und die Tafel *CR* für Erlebens- und Rentenversicherungen. Ein Zuschlag von 6% der Bruttoprämie für laufende Verwaltung und von 1% der Bruttoprämie für Inkasso.

Für alle andern Gesellschaften ist als Rechnungsgrundlage vorgeschrieben: Ein Zinsfuß von 3,5%, als Sterbetafel die Tafel *AF* für Ablebensversicherungen und die Tafel *RF* für Erlebens- und Rentenversicherungen. Ein Zuschlag für Ablebens- und gemischte Versicherungen von 3,5‰ des versicherten Kapitals für laufende Verwaltung, von 6% der Bruttoprämie für Inkassokosten und von 1% des versicherten Kapitals für Akquisitionskosten. Für temporäre, Erlebens- und Rentenversicherungen gelten entsprechend modifizierte Bestimmungen.

Die angeführten Grundlagen und Zuschläge sind durchaus nicht obligatorisch, sondern dienen nur dem Zwecke, für die Minimalprämien einen passenden Maßstab festzulegen. Der Wahl eines andern Zuschlagssystems unter Respektierung der Minimalprämien steht nichts im Wege. Der Artikel 3 des Aufsichtsgesetzes besagt weiter, daß die Prämienreserven nicht kleiner sein dürfen als jene, welche auf Grund

der „Inventarprämie“ erhalten werden. Diese sind aber nichts anderes als die Bruttoprämien, jedoch nach Ausscheidung des auf die Deckung der Inkasso- und Anwerbekosten entfallenden Teiles. Da bei der Berechnung der Prämienreserven die laufenden Verwaltungskosten mit der eben genannten Einschränkung berücksichtigt werden müssen, so ergibt sich, daß die vorgeschriebenen Minimalreserven mindestens den Nettioreserven gleich sein müssen.

Nach dem Dekret vom 20. I. 1906, modifiziert mit Dekret vom 24. VI. 1916, müssen die reinen Minimalprämien berechnet sein mit einem Zinsfuß von 4,25% und der Tafel *AF* für Ablebensversicherungen und der Tafel *RF* für Erlebensversicherungen.

Für die reine Todesfallversicherung ergibt sich als Minimalnettoprämie unter Anwendung der in den dortigen amtlichen Veröffentlichungen üblichen Bezeichnungweise, wobei unter a_x die im nachhinein zahlbare Rente verstanden ist:

$$\text{Einmalige Minimalnettoprämie } \Pi_x = \frac{1 - 0,0425 a_x}{1,0425^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Jährliche Minimalnettoprämie } \pi_x = \frac{\Pi_x}{1 + a_x}.$$

Die Inventarprämie wird aus den Nettoprämien erhalten durch Hinzufügung des Zuschlages für laufende Verwaltungskosten oder aus der Bruttoprämie durch Abzug des Zuschlages für Akquisitions- und Inkassokosten. Der Satz für Verwaltungskosten ist mit 3,5^{0/00} der Summe festgesetzt, so daß sich ergibt:

$$\text{Einmalige Inventarprämie } \Pi'_x = \Pi_x + 0,0035 (1 + a_x).$$

$$\text{Jährliche Inventarprämie } \pi'_x = \pi_x + 0,0035.$$

Die Inkassokosten sind mit 6% der Bruttoprämie bestimmt und der Satz für Abschlußkosten mit 1% der versicherten Summe, so daß sich für die Minimalbruttoprämie ergibt:

$$\text{Einmalige Minimalbruttoprämie } \Pi''_x = \frac{\Pi'_x + 0,01}{0,94},$$

$$\text{Jährliche Minimalbruttoprämie } \pi''_x = \frac{\pi'_x + \frac{0,01}{1 + a_x}}{0,94}.$$

Nach genau denselben Grundsätzen verläuft die Berechnung der bezüglichen Prämien für die gemischten Versicherungen.

Der auffallend niedrigen Bemessung der Abschlußkosten lag wohl der Gedanke zugrunde, durch eine gesetzliche Vorschrift Provisionsabgaben an Versicherte unmöglich zu machen. Solchen Verfügungen ist erfahrungsgemäß ein Erfolg immer versagt. Versicherungen mit Anteil am Gewinne werden in Frankreich so gut wie gar nicht betrieben, so daß sich alles hierauf bezügliche erübrigt. Wichtig ist für uns jedoch die Tatsache, daß die französischen Gesellschaften die gesetzliche Minimalprämie fast unverändert als Tarifprämie benutzen. Nur werden die laufenden Verwaltungskosten meist nicht mit dem gesetzlichen

Satz von $3,5\text{‰}$ der Summe, sondern mit 4‰ bei Versicherungen auf den Todesfall, mit 6‰ bei Überlebensversicherungen und mit 8‰ bei temporären Versicherungen verrechnet.

Für die Berechnung der Tarifprämien in England sind nach H. W. Andras folgende Elemente maßgebend: 1. Die Sterblichkeitsbasis, welche den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen soll. 2. Der Zinsfuß, welcher von den Kapitalsanlagen während der Dauer der Versicherung zu erzielen ist. 3. Der Zuschlag, und zwar a) zur Deckung der Verwaltungskosten und b) zur Sicherstellung gegen die Gefahren einer Übersterblichkeit oder Unterverzinsung gegenüber den gemachten Annahmen, endlich c) zur Sicherstellung von Geschäftsüberschüssen zugunsten der Versicherten oder der Aktionäre. 4. Der Einfluß der Konkurrenz. 5. Eine gewisse Stetigkeit in der Abstufung der Prämien von Alter zu Alter und in Hinsicht auf die verschiedenen Tarife, welche für die unterschiedlichen Kombinationen Verwendung finden.

In der Erkenntnis, daß der Gewinnanteil der gewinnberechtigten Versicherungen gegenüber der Prämienverbilligung bei den Versicherungen ohne Gewinnberechtigung weitaus vorzuziehen sei, genießen heute die ersteren den überwiegenden Vorzug. Die Berechnung der Prämien muß daher auf diesen Umstand von vornherein gebührend Rücksicht nehmen.

Andererseits hängt die Entwicklung der Berechnung der Tarifprämien eng mit der der Sterblichkeitsuntersuchungen zusammen. So ist es nicht verwunderlich, daß die Zuschlagsbestimmung auch in England ursprünglich nach recht rohen Verfahren vor sich ging.

Der älteste bekannte nach Eintrittsaltern abgestufte Prämientarif für die reine Ablebensversicherung ist der der Equitable Society aus dem Jahre 1762. Die Prämien sind auf Grund der Northampton-Tafel mit einem Zinsfuß von 3% und einem Zuschlag von 15% zur Nettoprämie berechnet. Schon im Jahre 1781 wurde auch ein Gewinnssystem eingerichtet, welches der Vorläufer aller späteren sog. reversionary bonus systems geworden ist. Im Jahre 1786 ließ man jedoch den 15% Zuschlag fallen und benutzte die reine Nettoprämie als Tarifprämie. Im Jahre 1815 veröffentlichte J. Milne die Carlisle Mortality Table und berechnete die Tarifprämien nach dieser Tafel auf Grund eines 4% Zinsfußes und eines Zuschlages von 40% der Nettoprämie. Gompertz befürwortete 1820 in einer der Royal Society überreichten Schrift die Berechnung der Tarifprämien nach Rechnungsgrundlagen, welche den tatsächlichen Erfahrungen mehr entsprechen sollten unter Verwendung von Zuschlägen zu den Prämien für Sicherheitszwecke, Gewinn und zur Bestreitung der Verwaltungskosten. Indessen blieb die Northampton-Tafel als Rechnungsgrundlage weiter in Geltung.

Auch die im Jahre 1825 von Griffith Davies konstruierte Equitable Table und die 1843 publizierte Tafel der 17 englischen Gesell-

schaften vermochten die viel verwendete Carlisle-Tafel noch lange Zeit nicht zu verdrängen, zumal die nach dieser Tafel mittels des angegebenen primitiven Verfahrens berechneten Prämiensätze in bemerkenswerter Weise durch spätere Untersuchungen gestützt wurden. Erst die im Jahre 1863 veröffentlichte Tafel der 20 englischen Gesellschaften hat alle andern als Basis für die Prämienberechnung zurückgedrängt, bis diese selbst wieder durch die 1903 veröffentlichten British Offices Life Tables (1863—1893) abgelöst wurde.

Genauere Untersuchungen über den Prämienzuschlag wurden erst seit 1850 angestellt. Bei der Unmöglichkeit, die Verwaltungskosten, abgesehen von den Erwerbs- und Inkassokosten, auf alle Versicherungen gleichmäßig zu verteilen, wurde eine Aufteilung derselben im Verhältnis der versicherten Summe im Betrage von 0,25% dieser ohne Rücksicht auf das Eintrittsalter als ein gerechter Satz angesehen. Zur Deckung der Abschluß- und Inkassokosten wurde ein Zuschlag von 5% der Tarifprämie gegeben. Zur Sicherung von Geschäftsüberschüssen wählte man den Rechnungszinsfuß 1% unter dem Erfahrungssatz und belegte die Tarifprämien mit einem weiteren Zuschlag von 4% derselben. Eine Änderung dieses Verfahrens erwies sich jedoch von 1875 ab als unerlässlich, als an Stelle der bisherigen Provisionen von 10% der ersten und 5% der folgenden Prämien 1% der versicherten Summe im ersten Jahre und weiterhin $2\frac{1}{2}\%$ der Prämie gewährt werden sollte. Aber auch die wachsende Beliebtheit der Versicherungen mit Gewinnanteil bedingte exaktere Methoden. Wesentlich für diese Bemühungen war jedoch die Einführung der Selekttafeln durch Sprague und deren Anwendung zur Ermittlung von Tarifprämien nach korrekteren Methoden im Jahre 1881. Die Formel von Sprague lautet für Versicherungen auf reines Ableben unter Verwendung der Tafel $H^{[M]}$ Selekt und eines Zinsfußes von 4%:

$$(17) \quad 1,075 \left[P_{[x]} + \frac{0,01}{a_{[x]}} + 0,0015 \right].$$

Der laufende Zuschlag von 7,5% sollte dabei eine Inkassoprovision von 2,5% und im Vereine mit nach der Prämie zu bemessenden Verwaltungskosten auch die Gewähr gegen ungünstige Abweichungen von den Rechnungsgrundlagen bieten.

Die Verteilung der Geschäftsüberschüsse an die Versicherten erfolgt in England entweder in Form des einfachen Bonus (simple reversionary bonus), wobei für jede Berechnungsperiode die versicherte Summe um einen bestimmten Prozentsatz derselben erhöht wird, oder in Form des compound reversionary bonus, bei welcher als Grundlage dieser Erhöhung nicht nur die versicherte Summe, sondern auch der bereits zur Anrechnung gelangte Bonus gilt. Für diese Versicherungen mit Gewinnanteil schlägt Sprague vor, den Zuschlag genau so zu berechnen wie bei den Versicherungen ohne Gewinnanteil, doch muß

an Stelle der früheren Nettoprämie diejenige treten, welche die Steigerung der Summe in dem beabsichtigten Ausmaße gewährleistet. An Stelle des laufenden Zuschlages von 7,5% sollte jedoch ein solcher von 5% treten, weil in diesem Falle offenbar der Sicherheitsfaktor kleiner bemessen werden könne.

In Anpassung an die inzwischen weiter geänderten Verhältnisse rücksichtlich der Höhe und Verteilung der Verwaltungskosten schlägt H. J. Rothery für die Berechnung der Bruttoprämie folgende unmittelbare verständliche Formel vor:

$$(18) \quad B = \left[P_{[x]} + \frac{0,02 + 0,05 B}{a_{[x]}} \right] \frac{1}{0,92},$$

woraus sich

$$(19) \quad B = \frac{P_{[x]} \cdot a_{[x]} + 0,02}{0,92 a_{[x]} - 0,05}$$

ergibt. Die Rechnungsgrundlagen sind dieselben wie bei Sprague. Man übersieht sofort, daß die Formel von Rothery im Hinblick auf die den Tatsachen entsprechendere Bemessung der Abschlußkosten einen Fortschritt bedeutet, und Rothery betont, daß die Zuschlagsbemessung bei andern Versicherungskombinationen in ganz gleicher Weise erfolgen könne. Die Bemessung der ganzen laufenden Verwaltungskosten im Verhältnis der Prämie muß jedoch als Fehlgriff bezeichnet werden.

Nach Einführung der 0^M -Tafel wurden an den Formeln noch mannigfache Veränderungen hinsichtlich der Höhe der die Verwaltungskosten und Sicherheitsmaßregeln betreffenden Parameter vorgeschlagen. Prinzipiell hat sich jedoch kaum etwas geändert. Wir führen noch drei solche Formeln für die Berechnung der Bruttoprämie, und zwar die von H. J. Rietschel, die von H. W. Andras und die von F. J. Cameron an. Sie lauten in der angeführten Reihenfolge:

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{ll} 1,047 \cdot P_{[x]} + \frac{0,043}{a_{[x]}} + 0,00068 & \text{Grundlagen: } 0^{[M]}, 3\frac{1}{2} \% \\ 1,05 \left[P_{[x]} + \frac{0,02}{a_{[x]}} + 0,00125 \right] & 0^{[M]}, 3\frac{1}{2} \% \\ \frac{1}{0,94} \left[P_{[x]} + \frac{0,02}{a_{[x]}} + 0,001 \right] & 0^{[NM]}, 3\frac{3}{4} \% \end{array} \right.$$

Im allgemeinen darf gesagt werden, daß man bei der Berechnung der Tarifprämien in England in gleicher Weise bemüht war, theoretischen wie praktischen Anforderungen gerecht zu werden. Die Verrechnung der Verwaltungskosten bei den Prämien war stets ein Gegenstand, dem die Aktuarer die notwendige Aufmerksamkeit schenkten. Allerdings, zu einer voll befriedigenden Lösung konnte es innerhalb der Methoden der Nettorechnung nicht kommen. Eine solche ist ja nur von der Einführung der Verwaltungskosten als gleichberechtigter dritter Rechnungsgrundlage zu erwarten. Die überragende Bedeutung, welche dem reinen Nettokalkül dort auch heute beigemessen wird, steht aber einer

befriedigenden Lösung im Wege, zumal das Bestreben nach Stellung möglichst hoher Reserven im Sinne einer streng gewählten Nettogrundlage einerseits, und andererseits der Umstand, daß in England weit mehr als anderswo die Höhe der Tarifprämien durch Jahrzehnte feststehende Größen sind, welche man auch bei Änderung der Rechnungsgrundlagen nicht gern aufgibt, solche Tendenzen, auch wenn sie sonst als richtig erkannt sind, nicht begünstigen. Hierzu kommt, daß sich die Konkurrenz der Anstalten in diesem Lande heute weit mehr auf die Höhe des Bonus, als auf die der Tarifprämie erstreckt und die alte und stetige Entwicklung der Lebensversicherung dort naturgemäß die Dringlichkeit der Lösung von Fragen nicht aufweist, welche zwar in der Unvollkommenheit überkommener Methoden wurzeln, unter stabilen Verhältnissen jedoch nicht aktuell erscheinen. Nur unter solchen speziellen Verhältnissen ist auch der Vorschlag von Sprague zu verstehen, den Bonus bei der Berechnung der Nettoprämie zu berücksichtigen. Für die Versicherung auf reines Ableben und bei Anrechnung des Bonus erstmalig nach 5 Jahren im Betrage von je 1% p. a. ergäbe sich dementsprechend für den simple reversionary bonus die Nettoprämienformel

$$(21) \quad P_{[x]} = \frac{M_{[x]} + 0,05 M_{[x]+5} + 0,01 R_{[x]+5}}{N_{[x]}}$$

und für den compound reversionary bonus

$$(22) \quad \left\{ \begin{aligned} P_{[x]} &= \frac{1}{N_{[x]}} \{ M_{[x]} - M_{[x]+5} + 1,05 (M_{[x]+5} - M_{[x]+10}) \\ &+ 1,05^2 (M_{[x]+10} - M_{[x]+15}) + \dots + 0,01 [1,05 (R_{[x]+5} - R_{[x]+10}) \\ &- 5 M_{[x]+10} + 1,05^2 (R_{[x]+10} - R_{[x]+15} - 5 M_{[x]+15}) + \dots] \}. \end{aligned} \right.$$

Mit einer Gewinnverteilung hat dieses Vorgehen allerdings noch nichts gemein.

Wir könnten diesen Exkurs über die Berechnung der Bruttoprämien noch weiter ausdehnen und die in andern Ländern üblichen Berechnungsmethoden zur Darstellung bringen. Sachlich würde sich jedoch hierbei ein Gewinn kaum ergeben, weil das Typische des Verfahrens allenthalben gleich ist und die Berücksichtigung besonderer Verhältnisse unserem Plane fern liegt. Es wäre hier nur noch einer Methode der Berechnung der Bruttoprämie zu gedenken, welche zwar als eine zutreffende Lösung für uns nicht in Frage kommt, jedoch des theoretischen Interesses nicht entbehrt.

Wir haben schon erwähnt, daß mitunter die nach strengeren Rechnungsgrundlagen ausgewerteten reinen Nettoprämien als Tarifprämien Verwendung gefunden haben. In einer dem Amsterdamer Kongreß vorgelegten Arbeit hat nun J. Billing darauf verwiesen, daß man, abgesehen von den Anwerbe- und Inkassokosten, die laufenden Unkosten einer Lebensversicherungsgesellschaft trennen könne in solche, welche sich auf das Risikogeschäft und solche, welche sich auf die Verwaltung der Kapitalien beziehen.

Setzt man die ersteren dem reduzierten Kapital, die zweiten der Prämienreserve mittels zweier Faktoren ϱ und σ proportional und bedeutet μ die Sterblichkeitsintensität, δ die Zinsintensität und π die Prämienintensität, so gilt die Differentialgleichung

$$(23) \quad \frac{dV}{dt} = (\mu + \delta)V - \mu S - \varrho(S - V) - \sigma V + \pi$$

oder, wenn man $\mu + \varrho = \mu_1$, $\delta - \sigma = \delta_1$ setzt,

$$(24) \quad \frac{dV}{dt} = (\mu_1 + \delta_1)V - \mu_1 S + \pi.$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Prämie, welche auch die fraglichen Teile der Unkosten deckt, sich genau in derselben Weise wie die Nettoprämie aus einer um einen konstanten Betrag erhöhten Sterblichkeitsintensität $\mu + \varrho$ und einer ebenso erniedrigten Zinsintensität $\delta - \sigma$ berechnen läßt. Zu dieser Prämie käme dann ein prozentueller Zuschlag für die Inkassokosten, und Billing vertritt noch einen weiteren von Prämie und Summe unabhängigen Zuschlag für die Buchungskosten. Setzt man ϱ gleich σ , so wird dieser Teil der Kosten der versicherten Summe proportional, entspricht demnach den Kosten, die wir mit γ bezeichnet haben. Wir vermerken in diesem Zusammenhange nur noch die Tatsache, daß sich durch Erhöhung der Sterblichkeitsintensität um einen konstanten Betrag unter gleichzeitiger Verminderung der Zinsintensität um denselben Betrag die Werte der temporären Renten

$$\bar{a}_{x, \bar{n}} = \int_0^n e^{-\int_0^t (\mu_x + \delta) dt} \cdot dt$$

und damit die Werte der Nettoprämienreserven für die Versicherung auf Ab- und Erleben nicht ändern. Es ergibt sich demnach, daß die Verwaltungskosten vom Typus γ auf die Größe dieser Reserven unter den gemachten Voraussetzungen keinen Einfluß haben, ein Umstand, der übrigens einfach daraus folgt, daß diese Verwaltungskostenzuschläge aus der Prämie fortlaufend in jedem Versicherungsjahr in voller Höhe verbraucht werden.

§ 13. Die Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung.

Wir haben in den vorangehenden Paragraphen wiederholt darauf hingewiesen, daß sich die Einführung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage als unerläßlich erweist. Soweit aber damit nur gesagt ist, daß die Berechnung der Tarifprämien auf Grund einer genauen Analyse der Kosten des Versicherers zu erfolgen habe, wäre mit dieser Erkenntnis noch recht wenig gewonnen. Denn wir haben gesehen, daß auch recht summarische Verfahren der Prämienberechnung auf eine solche Zergliederung der Kosten nicht verzichten konnten. Schlimmer allerdings war es, diese Zuschläge in Abhängigkeit von den verwendeten

Nettogrundlagen gebracht zu sehen, weil hierdurch offenbar jede Beurteilung über die entsprechende Höhe der Prämie sehr erschwert wird. Der Hauptmangel liegt aber nicht so sehr bei der Berechnung der Prämien selbst, als vielmehr in dem Umstande begründet, daß die Berücksichtigung der Verwaltungskosten in Form von Prämienzuschlägen von der Voraussetzung ausgeht, daß die Verwaltungskosten auf die Höhe der Rücklagen des Versicherers, demnach auf die Höhe der Prämienreserve und der Sicherheitsreserven keinen Einfluß ausüben. Betrachtet man die Verwaltungskosten hingegen als Rechnungsgrundlage, dann muß die genannte Rücklagenbildung voll unter deren Einflüsse stehen. Dies bedeutet aber nichts anderes, als daß auch für die Verwaltungskosten, wie dies ja für die reine Versicherungsleistung als selbstverständlich gilt, eine entsprechende Reservebildung vorgesehen werden muß, wenn die Einnahmen zur Bestreitung der Verwaltungskosten über die ganze Dauer der Prämienzahlung gleichmäßig verteilt sind, der Bedarf aber während der einzelnen Versicherungsjahre ein ungleicher ist.

Wenn nun aber auch die Abhängigkeit des Verwaltungskostenzuschlages von der Wahl des Rechnungszinsfußes und der Sterblichkeitstafel bei einer bestimmten Höhe der Tarifprämie durchaus vage und willkürlich erscheint, so könnte ein solches Verfahren dennoch angehen, wenn die Höhe der Prämienreserve, allerdings unter Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Verpflichtungen des Versicherers, von der Einführung der Verwaltungskosten in die künftig zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben gar nicht abhängig wäre. Wir haben zu Ende des letzten Paragraphen gerade einen solchen Fall näher besprochen. Aber hier handelte es sich nur um einen Teil der Verwaltungskosten, dessen Bestreitung gerade aus der laufenden Prämie erfolgt und für den eine Reservebildung daher nicht in Betracht kommen kann. Allgemein ist dies aber schon aus dem Grunde nicht der Fall, weil die Belastung mit Verwaltungskosten im ersten Jahre viel höher ist als in den folgenden, weil prämienfrei gewordene Versicherungen auch Verwaltungskosten verursachen, weil die Gewinnverteilung den Verlauf der Verwaltungskosten beeinflusst und zudem auch die Einnahme an Verwaltungskostenzuschlägen vom Verlauf der Prämie abhängt. Dazu kommt aber, daß der Bedarf an Sicherheitsmitteln eine Regulierung innerhalb der Prämienreservebildung durchaus nicht zuläßt.

Wenn wir also auch durch Verwendung strenger Annahmen hinsichtlich Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten zu Prämien gelangen, deren Verwendung als Tarifprämien nichts im Wege steht, so würde uns dennoch jedes Urteil über die Höhe der getroffenen Sicherheitsmaßnahmen und die dem Versicherer hinfort zur Deckung seiner Verpflichtungen jeder Art zur Verfügung stehenden Mittel ermangeln. Ein solches gewinnen wir erst, wenn wir den voraussichtlichen Bedarf des Versicherers an Hand von Rechnungsgrundlagen, die den Tatsachen

möglichst entsprechen, abschätzen und die nach diesen Grundlagen erhaltenen Prämien und Rücklagen mit den tatsächlich zu vereinnahmenden Prämien und der Höhe der beabsichtigten Rücklagebildung vergleichen.

Wir wollen im Anschlusse an Höckner diese auf die tatsächlichen Verhältnisse zutreffenden Rechnungsgrundlagen als Grundlagen zweiter Ordnung bezeichnen. Ihnen gegenüber sollen die nach vorsichtigen Annahmen bemessenen als Grundlagen erster Ordnung Verwendung finden.

Die Einführung der Grundlagen zweiter Ordnung erweist sich aber noch aus einem weiteren Grunde als erwünscht. Denn wenn der Versicherer Prämien vereinnahmt, welche das Ausmaß des voraussichtlichen Bedarfes übersteigen, dann wird er auch dafür Vorsorge treffen müssen, daß diese Mehreinnahmen an die Versicherten nach Maßgabe des Nichtbedarfes wieder zurückfließen. Dies läßt sich zwar in einer allen Anforderungen entsprechenden Weise auch ohne die Verwendung von Grundlagen zweiter Ordnung verwirklichen. Die Benutzung dieser Grundlagen wird jedoch unerlässlich, wenn die naheliegende Forderung gestellt wird, über die Höhe dieser Rückvergütungen ziffernmäßige Aussagen zu machen. Da im Konkurrenzkampfe der Unternehmungen heute nicht nur, wie schon erwähnt, in England, sondern auch anderswo nicht so sehr auf die Höhe der Prämien als gerade auf die Höhe der zu erwartenden Gewinne größtes Gewicht gelegt wird, so wird der Versicherer einer solchen „Dividendenschätzung“ nicht aus dem Wege gehen können und er wird die Bemessung der Grundlagen zweiter Ordnung so sorgfältig vornehmen müssen, daß seine Versprechungen letzten Endes auch zutreffen.

Die nach den Grundlagen zweiter Ordnung unter Berücksichtigung zutreffender Annahmen über Sterblichkeit, Zins und Verwaltungskosten berechneten Prämien bezeichnet Höckner als ausreichende Prämien. Die Differenz der Tarifprämien und der ausreichenden Prämien gibt dann den Maßstab für die vom Versicherer zu Sicherheits- und Gewinnzwecken getroffenen Vorkehrungen. Die ausreichenden Prämien haben daher den Charakter von Minimalprämien, wenn das Zutreffen der verwendeten Rechnungsgrundlagen erwartet werden kann.

Bei der Berechnung der ausreichenden Prämien ist zu beachten, daß nach unserer Vereinbarung die Bemessung der Inkassokosten β nach der Barprämie erfolgen soll. Da aber für den Beginn der Versicherung der Barwert der ausreichenden Prämien gleich sein muß dem Barwerte der Barprämien, so folgt, daß der Gesamtwert der Inkassokosten für diesen Zeitpunkt auch nach der ausreichenden Prämie bestimmt werden kann. Somit ergibt sich für die ausreichende Prämie die Formel

$$(25) \quad a_{x, \overline{m}|} \cdot P^a = \alpha + \overline{A}_{x, \overline{n}|} + \gamma \cdot a_{x, \overline{m}|} + \beta \cdot a_{x, \overline{m}|} \cdot P^a$$

und hieraus

$$(26) \quad P^a = \frac{\alpha + \overline{A}_{x, \overline{m}|} + \gamma a_{x, \overline{n}|}}{(1 - \beta) \cdot a_{x, \overline{m}|}}.$$

Hierbei sind die Abschlußkosten, wie späterhin stets, nach der Summe bemessen.

Nach den bisherigen Ausführungen sind wir in der Lage, die für die Berechnung der Prämien maßgebenden Gesichtspunkte folgender Art zusammenzufassen: Die Berechnung der Tarifprämien erfolgt nach Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung, also unter Berücksichtigung der voraussichtlich geltenden Sterblichkeits-, Zins- und Verwaltungskostenverhältnisse. Zu diesen ausreichenden Prämien kommen die Sicherheitszuschläge. Hierbei gilt als regulatives Prinzip, daß die nach denselben Gesichtspunkten, aber unter Zugrundelegung der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung berechneten Prämien als Minimalprämien für die Tarifprämien zu betrachten sind.

Die Berechnung der Prämienreserven oder Deckungskapitale erfolgt unter Zugrundelegung der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung. Diese Deckungskapitale werden als ausreichende Deckungskapitale bezeichnet. Die nach denselben Gesichtspunkten, jedoch unter Verwendung der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung berechneten Deckungskapitale gelten wieder nur als Maßstab für die getroffenen Sicherheitsmaßregeln. Die Differenz der nach den Grundlagen erster und zweiter Ordnung berechneten Deckungskapitale ist als das Minimum jenes Betrages anzusehen, welchen der Versicherer auf Grund der gemachten Annahmen aus Sicherheitsgründen in Händen haben muß.

§ 14. Die Sicherheitszuschläge.

Wir haben die bisher im Interesse der Sicherheit des Unternehmens bei der Bemessung der Tarifprämien getroffenen Maßnahmen noch in einigen Belangen zu ergänzen. Wir haben uns ja nur auf jene Maßregeln beschränkt, welche unmittelbar aus der Wahl der Rechnungsgrundlagen entspringen und es bleibt noch zu erwägen, ob damit auch alles Wünschenswerte erreicht worden ist.

Da muß zunächst zugegeben werden, daß hinsichtlich der Sterblichkeit hier eine voll befriedigende Lösung noch aussteht. Ja man muß gestehen, daß die sonst wertvollen Ansätze, welche die Risikotheorie geliefert hat, kaum Aussicht haben, in der Praxis Eingang zu finden. Das liegt zum Teil an ihrer nicht eben leichten Handbarkeit, mehr aber wohl noch in dem Umstande, daß die Sicherung gegen zufällige Schwankungen der Sterblichkeit gleich für den Beginn der Versicherung einen Fond erforderlich macht, an dessen zeitgerechte Aufbringung durch Sicherheitszuschläge zu den Prämien nicht gedacht werden kann. Im übrigen ist zur Sicherung gegen diese Schwankungen in dem Gründungsfond oder einer eigenen im Laufe der Zeit gebildeten Rücklage meist ohnehin genügende Deckung vorhanden. Allerdings werden zu diesem Zwecke Mittel vom Versicherer immer bereitgehalten werden müssen

und die aus diesem Titel zu leistenden Prämienzuschläge können demnach als ein Entgelt hierfür angesehen werden und entsprechend wäre wohl auch eine Dividende an die Aktionäre zu deuten. Normale Zeiten vorausgesetzt, wird es sich hierbei nie um Beträge handeln können, deren plötzlicher Bedarf eine Erschütterung der Jahresgebarung bedeuten könnte. Auch liegen in der Praxis die Verhältnisse doch insofern noch günstiger, als andere Rücklagen und auch der Dividendenfond dem gedachten Zwecke dienlich sein können.

Es kann sich demnach nur darum handeln, jenen Betrag zu bestimmen, der auf die einzelne Versicherungsprämie als Zuschlag und Beitrag zum Sterblichkeitsschwankungsfond entfällt, wobei uns der Umstand, daß eine zeitgerechte Auffüllung im einzelnen gar nicht möglich erscheint, aus den genannten Gründen nicht weiter zu beschäftigen hat. Die Risikothorie setzt uns nun in der Tat in die Lage, die Höhe dieses Schwankungsfonds so festzusetzen, daß mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit erwartet werden kann, daß die Höhe dieses Fonds von den zufälligen Schwankungen des finanziellen Ergebnisses des Verlaufes der Sterblichkeit nicht erreicht wird. Damit ist aber auch die Möglichkeit einer Berechnung des genannten Sicherheitszuschlages zur Prämie gegeben. Wir verweisen in diesem Zusammenhange insbesondere auf die beiden Arbeiten in den Schriften des VI. Intern. Kongresses für Versicherungswissenschaft: Bohlmann, Die Theorie des mittleren Risikos in der Lebensversicherung, und Tauber. Über Risiko und Sicherheitszuschlag.

Wir wollen in dem vorliegenden Zusammenhange auf die letztere Abhandlung etwas näher eingehen. Die Frage, die hier beantwortet wird, ist die folgende: Wie berechnet sich die Prämie, durch welche sowohl die Erfüllung des Versicherungsanspruches und bestimmter Unkosten als auch ein bestimmter Teil des vom Versicherer übernommenen Risikos genau gedeckt, oder aber in einem bestimmten Ausmaße überdeckt wird? Hiermit hängt dann die Frage nach der Ermittlung der Rücklage zusammen, welche in irgendeinem Zeitpunkte im Vereine mit den künftigen Prämien des Versicherten sowohl die Erfüllung des künftigen Versicherungsanspruches und die Bestreitung der künftigen Kosten, als auch einen bestimmten Teil des Risikos deckt.

Wir wollen im besonderen die Verhältnisse, wie sie bei der Versicherung auf Ab- und Erleben vorliegen, als Beispiel für das allgemeine, von Tauber eingehaltene Verfahren betrachten. Dabei soll von den laufenden Verwaltungskosten gänzlich abgesehen werden, weil in unserem Falle die Annahme zulässig ist, daß diese unmittelbar in jedem Versicherungsjahre durch die entsprechenden Prämienteile Deckung finden. Es soll demnach die Prämie \mathfrak{P} gerade für die Bestreitung der Anwerbekosten, der Versicherungsleistung und die genannten Sicherheitszwecke nach vorgegebenen Rechnungsgrundlagen ausreichen. Stirbt der Ver-

sicherte nun im Laufe des k ten Versicherungsjahres und wird die Auszahlung für das Ende dieses Jahres als fällig angenommen, so erleidet der Versicherer einen Schaden von

$$(27) \quad 1 - [(\mathfrak{P} - \alpha)r^k + \mathfrak{P}(r^{k-1} + r^{k-2} + \dots + r)] = 1 + \frac{\mathfrak{P}r}{r-1} + \left(\alpha - \frac{\mathfrak{P}r}{r-1}\right)r^k \\ = 1 + \frac{\mathfrak{P}}{1-v} + \left(\alpha - \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right)\frac{1}{v^k}$$

bei allen Werten von k , für die

$$\mathfrak{P} \frac{r^{k+1} - r}{r-1} - \alpha r^k < 1,$$

wobei α die Abschlußkosten bedeuten.

Die größte dieser Zahlen k sei K , welche durch die beiden Ungleichungen

$$\mathfrak{P} \frac{1-v^K}{1-v} < \alpha + v^K$$

und

$$\mathfrak{P} \frac{1-v^{K+1}}{1-v} > \alpha + v^{K+1}$$

bestimmt ist, während die Gleichung

$$(28) \quad \mathfrak{P} \frac{1-v^\varrho}{1-v} = \alpha + v^\varrho$$

die „Risikodauer“ ϱ bestimmt, so zwar, daß $K = [\varrho]$, also die größte in ϱ enthaltene ganze Zahl bedeutet.

Bezeichnet man nun mit R das durchschnittliche Risiko für den Beginn der Versicherung, so wird dieses durch die Summierung der Produkte

$$v^k \left[1 + \frac{\mathfrak{P}}{1-v} + \left(\alpha - \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right)\frac{1}{v^k} \right]_{k-1/q_x}$$

über alle Werte $k = 1, 2, \dots, K$ erhalten. Demnach ist dieses

$$R = \left(1 + \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right) \sum_1^K v^k {}_{k-1}q_x + \left(\alpha - \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right) \sum_1^K {}_{k-1}q_x$$

oder wegen $\sum_1^K v^k {}_{k-1}q_x = {}_K A_x$, $\sum_1^K {}_{k-1}q_x + {}_K \dot{p}_x = 1$

$$(29) \quad R = \left(1 + \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right) {}_K A_x + \left(\alpha - \frac{\mathfrak{P}}{1-v}\right) \left(1 - \frac{l_{x+K}}{l_x}\right).$$

Setzt man hier auf Grund der Definitionsgleichung (28) der Risikodauer

$$\frac{\mathfrak{P}}{1-v} = \frac{\alpha + v^\varrho}{1-v^\varrho},$$

so erhält man

$$(30) \quad R = \frac{1+\alpha}{1-v^\varrho} \left[{}_K A_x - v^\varrho \left(1 - \frac{l_{x+K}}{l_x}\right) \right] = \Phi(\varrho).$$

In diesem Ausdruck für das durchschnittliche Risiko wird dieses als Funktion von ϱ und $K = [\varrho]$ dargestellt.

Soll nun die Prämie so bemessen sein, daß diese ein bestimmtes Vielfaches Θ des durchschnittlichen Risikos deckt, so ist die Prämie aus der Gleichung

$$(31) \quad \mathfrak{B} a_{x, \bar{n}|} = \alpha + A_{x, \bar{n}|} + \Theta R$$

zu ermitteln. Ersetzt man hier die Prämie

$$\mathfrak{B} \text{ durch } (1-v) \frac{\alpha + v^e}{1-v^e} \quad \text{und} \quad A_{x, \bar{n}|} \text{ durch } 1 - (1-v) a_{x, \bar{n}|},$$

so geht die Gleichung in

$$(32) \quad v^e - A_{x, \bar{n}|} = \Theta [{}_K A_x - v^e (1 - {}_K p_x)]$$

über, welche von Tauber als Risikogleichung bezeichnet wird.

Sie gestattet auf Grund eines vorgegebenen Θ die Berechnung von ϱ und damit der erforderlichen Prämie. Andererseits läßt sich bei vorgegebener Prämie der Sicherheitskoeffizient Θ ermitteln, der dieser Prämie entspricht.

Für die Durchführung der Rechnung ist zu beachten, daß die Bestimmung von ϱ die Kenntnis von K voraussetzt. Aus dem Umstande, daß die rechte Seite von (32) mit wachsendem ϱ wächst und ϱ zwischen K und $K+1$ liegen muß, folgt mit Rücksicht auf

$$\begin{aligned} {}_K A_x + v^K {}_K p_x &= A_{x, \bar{K}|} \\ v^K - A_{x, \bar{n}|} - \Theta [A_{x, \bar{K}|} - v^K] &> 0 \\ v^{K+1} - A_{x, \bar{n}|} - \Theta [A_{x, \overline{K+1}|} - v^{K+1}] &< 0 \\ \text{oder} \quad v^K - \Theta [A_{x, \bar{K}|} - v^K] &> A_{x, \bar{n}|} \\ v^{K+1} - \Theta [A_{x, \overline{K+1}|} - v^{K+1}] &< A_{x, \bar{n}|}. \end{aligned}$$

Wird also die Funktion

$$(33) \quad \Omega_k(\Theta) = v^k - \Theta [A_{x, \bar{k}|} - v^k] = (1 + \Theta) v^k - \Theta A_{x, \bar{k}|}$$

tabelliert, so läßt sich auf Grund von x und $A_{x, \bar{n}|}$ das K unmittelbar aus der Tabelle entnehmen.

Es handelt sich nun noch um die Bestimmung der eingangs erwähnten Rücklage. Wir wollen diese Rücklage mit \mathfrak{B} bezeichnen. Gegenüber unseren früheren Entwicklungen ist aber Prinzipielles gar nicht mehr zu ergänzen. Denn wenn wir α durch $-\mathfrak{B}$ ersetzen und berücksichtigen, daß das Alter nach ν abgelaufenen Jahren $x' = x + \nu$ und die restliche Versicherungsdauer $n' = n - \nu$ ist, so ergibt sich für den Wert des künftigen durchschnittlichen Risikos für den Zeitpunkt ν

$$(34) \quad R' = \left(1 + \frac{\mathfrak{B}}{1-v}\right) {}_K A_{x'} - \left(\mathfrak{B} + \frac{\mathfrak{B}}{1-v}\right) \left(1 - \frac{l_{x'+K'}}{l_{x'}}\right),$$

wobei K' die ganz analoge Bedeutung wie K hinsichtlich der künftigen Risikodauer ϱ' besitzt, wo also

$$\mathfrak{B} \frac{1-v^{\varrho'}}{1-v} = -\mathfrak{B} + v^{\varrho'}.$$

An Stelle der Gleichung (31) gilt nun hier

$$(35) \quad \mathfrak{B} + \mathfrak{P} a_{x', \overline{n}|} = A_{x', \overline{n}|} + \Theta' R'$$

und durch Einführung von ϱ' in diese Gleichung ergibt sich als Risikogleichung für den erwähnten Zeitpunkt

$$(36) \quad v\varrho' - A_{x', \overline{n}|} = \Theta' [K' A_{x'} - v\varrho' (1 - K' p_{x'})]$$

Für die Rücklage kann der Ausdruck

$$\mathfrak{B} = v\varrho' - \mathfrak{P} \frac{1 - v\varrho'}{1 - v}$$

durch Einführung von

$$\frac{\mathfrak{P}}{1 - v} = \frac{\alpha + v\varrho}{1 - v\varrho}$$

auch in der Form geschrieben werden

$$(37) \quad \mathfrak{B} = v\varrho' - \frac{\alpha + v\varrho}{1 - v\varrho} (1 - v\varrho') = \frac{v\varrho' - v\varrho}{1 - v\varrho} - \alpha \frac{1 - v\varrho'}{1 - v\varrho}$$

Umgekehrt wäre auf Grund einer vorgegebenen Rücklage aus der Risikogleichung wieder der Sicherheitskoeffizient Θ' zu ermitteln.

Das sind die wesentlichen Gedanken, welche für die Entwicklungen Taubers in Betracht kommen. Für die Behandlung des allgemeinen Falles müssen wir auf die Originalabhandlung verweisen. Man erkennt aber, daß die Bestimmung der Prämien unter Berücksichtigung der Sterblichkeitsschwankungen nach dem Gesagten einer befriedigenden Behandlung im Sinne der Risikotheorie durchaus zugänglich ist.

Wir dürfen aber nicht übersehen, daß die Theorie des durchschnittlichen Risikos in ihrer Anwendbarkeit auf die Einzelversicherung beschränkt ist. Im Hinblick auf die Gesamtheit von Versicherungen kann nur die Theorie des mittleren Risikos Zweckdienliches leisten, weil nur hier die Ausdehnung der für die Einzelversicherung erhaltenen Resultate auf den gesamten Versicherungsstock rechnerisch zu bewältigen ist. Hier spielt aber die Größe des Versicherungsstockes im Vereine mit der Absicht des Versicherers, vorhandene Sicherheitsmittel oder zu erwartende Überschüsse zur Bedeckung vorübergehender Verluste aus der Sterblichkeit heranziehen zu wollen oder nicht, eine entscheidende Rolle. Ja man wird der Bildung eines eigenen Sterblichkeitsschwankungsfonds in allen Fällen eine untergeordnete Bedeutung beilegen müssen, wo ohnehin außerhalb der zur Bedeckung der Verpflichtungen des Versicherers vorhandenen Rücklagen freie Reserven mit Einschluß der Dividendenreserven oder aber künftig zu erwartende Überschüsse zur Verfügung stehen, gegen deren Heranziehung zur Deckung zeitweiliger Sterblichkeitsverluste sonst keine Bedenken vorliegen und deren Höhe ein gewisses Vielfaches des mittleren Risikos des Gesamtgeschäftes übersteigt. Das ist aber bei den weitaus meisten Unternehmungen ohnehin der Fall, so daß dort dem Sterblichkeitsschwankungsfond eine praktische Bedeutung gar nicht mehr zukommt. Wir müssen im Hinblick

auf alle hierher gehörigen Einzelheiten auf die erste der beiden genannten Arbeiten verweisen, welche sich als Monographie dieses Gegenstandes darstellt und auch alle wichtigeren Literaturnachweise bringt.

Es bleibt nur noch die Frage zu beantworten, ob nicht, abgesehen von der Sicherung gegen Schwankungen der Sterblichkeit, außerhalb der durch die Rechnungsgrundlagen bedingten Rücklagen die Bildung von Sicherheitsreserven erwünscht sein kann. Das hängt nun immer von dem Vertrauen ab, welches man den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung, die wir ja als Maßstab für die Bemessung der Prämie und Rücklagen angesehen wissen wollen, entgegenbringt. Gegenüber den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung ist die Bildung von Sicherheitsreserven unter allen Umständen geboten und wenn hier die durch die Grundlagen erster Ordnung gegebenen Grenzen nicht ausreichend erscheinen, dann wird nichts anderes übrigbleiben, als die Prämien mit Zuschlägen auszustatten, welche den gewünschten Zweck zu erreichen gestatten. Nicht selten wird verlangt, daß die allgemeine Sicherheitsreserve unter Anrechnung aller außerhalb des Deckungskapitales zur Verfügung stehender Mittel 1 bis $1\frac{1}{2}\%$ der versicherten Summe betragen solle. Zudem soll die Ansammlung dieser Sicherheitsreserve möglichst rasch erfolgen und alle aus den ersten Versicherungsjahren zur Verfügung stehenden Überschüsse diesem Zwecke zugeführt werden. In einem solchen Falle ist es natürlich leicht möglich, daß die nach den Grundlagen erster Ordnung bemessenen Prämien nicht ausreichen, um in der vorgesehenen Zeit die Sicherheitsmittel auf die vorgeschriebene Höhe zu bringen. Die Prämien werden demnach noch besondere Sicherheitsaufschläge erhalten müssen, so daß die Tarifprämien über das durch die Grundlagen erster Ordnung gegebene Ausmaß hinausgeraten. Wir werden einen solchen Fall zu besprechen haben, zumal sich hier besondere Verhältnisse für die Verteilung der Überschüsse ergeben. Hierher ist es aber auch wohl zu rechnen, wenn über die Höhe der zu verteilenden Überschüsse oder über die Höhe der Dividenden selbst Festsetzungen getroffen werden, denen durch Bestimmung der Höhe der Prämien entsprochen werden soll. Auch in diesem Falle ist die Differenz der Tarifprämie und der nach Grundlagen zweiter Ordnung berechneten ausreichenden Prämien als Sicherheitszuschlag anzusprechen, wenn auch die Höhe dieses Zuschlages das aus Sicherheitsgründen zu rechtfertigende Ausmaß sehr erheblich übersteigen kann.

Wir werden später sehen, daß die Tarifprämie als Minimalprämie und das totale Deckungskapital — ausreichendes Deckungskapital und rechnungsmäßige Sicherheitsreserve — als Minimaldeckungskapital mit Rücksicht auf die im Dienste der Sicherheit zu treffenden Vorkehrungen bei Anwendung des natürlichen Dividendensystems verhältnismäßig am reinsten zutage tritt. Im allgemeinen wird jedoch die Tarifprämie und das totale Deckungskapital auf Grund des eben Gesagten höher sein.

§ 15. Die Veränderlichkeit der Grundlagen und die Sicherheitsmaßnahmen.

Wir haben bereits bei früherer Gelegenheit kurz darauf hingewiesen, daß es im Hinblick auf die allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnisse und die wechselweise Beeinflussung der hier maßgebenden Faktoren nicht zulässig erscheint, bei der Behandlung der vom Versicherer im Dienste der Sicherheit der Betriebe zu treffenden Vorkehrungen einfach so vorzugehen, als ob die Rechnungsgrundlagen im Laufe der Zeit Veränderungen unterliegen können, welche sämtlich zuungunsten des Versicherers ausschlagen. Zeiten vollständiger wirtschaftlicher Konsolidierung sind im allgemeinen durch einen niederen Zinsfuß ausgezeichnet, dem geordnete Arbeits- und Lohnverhältnisse, reger Wettbewerb, billigere Arbeitskräfte und kleinere Verwaltungsauslagen im Vereine mit ruhigerer und gesünderer Lebenshaltung und damit geringerer Sterblichkeit der Versicherten gegenüberstehen. Die Auswirkungen des Krieges haben sich, abgesehen von der Erhöhung der Sterblichkeit, vor allem in einer sprunghaften, mit der Geldentwertung zusammenhängenden Erhöhung der Regien für die Lebensversicherungsbetriebe ungeheuer fühlbar gemacht, weil die Anpassung an die neuen Verhältnisse durch entsprechende Erhöhung der Versicherungssumme nur ungleich langsamer erfolgt, als es die rasch ansteigenden Verwaltungskosten bedingen würden. Da jedoch erfahrungsgemäß die Geldentwertung in rascherem Tempo erfolgt als die Inflation selbst, und die damit zusammenhängende Geldknappheit sich unter allen Umständen in einem Anziehen des Zinsfußes ausdrückt, anderseits die Wiederkehr gesünderer Verhältnisse durch eine Stabilisierung und allmähliche Verminderung des Zinsfußes ihren bestimmten Ausdruck findet, so ist es wohl naheliegend, den Zinsfuß als allgemeinen Maßstab für die jeweilige Wirtschaftslage anzusehen. Hierzu kommt aber, daß innerhalb gewisser Grenzen die drei Rechnungsgrundlagen Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten gegeneinander vertauschbar sind, so daß ohne Änderung des betreffenden Versicherungswertes eine Änderung der Sterblichkeit oder der Verwaltungskosten durch eine solche des Zinsfußes aufgewogen werden kann. Dies läßt ein Blick auf die mathematischen Formeln erkennen und wir haben schon Gelegenheit gehabt, anlässlich der Besprechung des Billingschen Vorschlages auf diesen Umstand zu verweisen.

Im allgemeinen wird nun eine Erhöhung der Sterblichkeit oder der Verwaltungskosten durch eine Erhöhung des Zinsfußes ihre Kompensation finden können und es ist daher naheliegend, sich bei der Bemessung der vom Versicherer zu treffenden Sicherheitsmaßnahmen nicht in weitab von der Möglichkeit liegende Annahmen zu verlieren, sondern hierbei von der gegensätzlichen Wirkung der Rechnungsgrundlagen das

zu erwarten, was an Hand der Daten der Wirtschaftsgeschichte erwiesen und auch begründet erscheint. Ob sich die Abhängigkeit der Rechnungsgrundlagen voneinander jemals ziffernmäßig so bestimmen lassen wird, daß der Techniker seine Rechnungen unter diesem Gesichtspunkte anlegen darf, mag dahingestellt bleiben. An dieser Stelle aber dürfen wir wohl angesichts völlig extremer Verhältnisse auf Zusammenhänge hinweisen, welche für die Beurteilung der Sicherheitsmaßnahmen auch unter normalen Umständen nicht völlig außer acht gelassen werden sollten.

In einer dem VII. Aktuarenkongreß in Amsterdam überreichten Arbeit hat Höckner die Frage behandelt, welchen Anforderungen die zu den ausreichenden Minimalprämien gehörenden Sicherheitszuschläge genügen müssen, damit sie gleichzeitig gegen eine Erhöhung der Sterblichkeit, gegen eine Verminderung des Zinsfußes und gegen eine Erhöhung der Verwaltungskosten den gewünschten Schutz bieten. Obwohl wir aus den angeführten Gründen die Frage in dieser Form nicht gestellt sehen möchten, wollen wir die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit mitteilen, da ihnen an sich ein hohes Interesse zukommt. Allerdings können wir die Ableitungen Höckners dadurch gänzlich ersparen, daß wir an Hand bekannter Sätze der Versicherungstechnik unter Anwendung der kontinuierlichen Methode die Resultate ganz ohne Rechnung gewinnen.

Zunächst folgt aus der Formel für die kontinuierlich zahlbare Rente, daß eine Vermehrung der Sterbensintensität um eine konstante Größe und eine gleichzeitige Verminderung der Zinsintensität um dieselbe konstante Größe den Rentenwert völlig ungeändert läßt. Da sich die Nettoprämienreserven als Komplement der Rentenquotienten darstellen, so folgt auch die Unveränderlichkeit der Reserven bei der angeführten Änderung der Sterblichkeit und des Zinsfußes.

Die kontinuierlich zahlbare Prämie einer Versicherung auf Ab- und Erleben hingegen ist durch die Formel

$$\bar{p}_{x, \bar{n}|} = \frac{1}{\bar{a}_{x, \bar{n}|}} - \delta$$

gegeben und es ergibt sich unmittelbar, daß die Vermehrung der Sterbensintensität und gleichzeitige Verminderung der Zinsintensität um eine konstante Größe die Prämie um eben diese konstante Größe ändert.

Aus diesen Tatsachen fließt der Inhalt der beiden von Höckner formulierten Sätze: Bei Verwendung von künstlichen oder Sicherheitsgrundlagen an Stelle der aktuellen Sterbensintensitäten und der wahrscheinlichen Zinsintensität ist, bezogen auf die gleich eins gesetzte Leistungspflicht der Gesellschaft im Todesfalle, für alle Versicherungsarten und für jedes Versicherungsjahr derselbe Überschuß zu erwarten. Der Erfolg des Abänderungsverfahrens der Rechnungsgrundlagen oder der Anwendung der Sicherheitsgrundlagen ist mithin derselbe, wie er bei der Rechnung mit den aktuellen Sterbensintensitäten und dem

wahrscheinlichsten Zinsfuß durch Anbringung desselben Sicherheitsaufschlages an allen Prämien und für jedes Versicherungsjahr erzielt wird. Ein Aufschlag zu allen Prämien und für jedes Versicherungsjahr gewährt vollkommenen Schutz gegen eine Erhöhung der rechnungsmäßigen Sterbensintensitäten um den gleichen Betrag und gleichzeitig auch vollkommenen Schutz gegen eine Verminderung der Zinsintensität um denselben Betrag.

Hierbei ist stets angenommen, daß die Berechnung der Prämien und Rücklagen eine durchaus zweckentsprechende und vernunftgemäße sei und nicht irgendwelchen veralteten, nur auf Gewohnheit gestützten Methoden folge. Es genügt sonach die Feststellung, daß die Methode der ausreichenden Prämien durch Verwendung der wahrscheinlichen Verwaltungskostensätze als dritte Rechnungsgrundlage es ermöglicht, nicht nur in der Theorie, sondern auch in der Praxis den genannten Aufschlag für jede Versicherung und jedes Versicherungsjahr zur Sicherung des Betriebes gegen eine Sterblichkeitserhöhung und gegen einen Zinsrückgang um den gleichen Betrag wirklich zur Verfügung zu haben.

Daß eine Sicherung gegen allmähliche Änderungen der Erwerbskosten durch einen Sicherheitszuschlag nicht in Betracht kommt, liegt auf der Hand. Ebenso einleuchtend aber ist andererseits, daß man sich gegen Änderungen der Kosten der laufenden Verwaltung durch einen Sicherheitszuschlag zur Prämie gewiß innerhalb der angenommenen Grenzen schützen kann.

Wir können uns nicht versagen, die Folgerungen, welche Höckner aus den angeführten Tatsachen zieht, hier anzuführen:

1. Wenn es überhaupt einmal geboten erscheinen sollte, mit anderen als den wahrscheinlichsten Annahmen über die zukünftigen Sterblichkeits-, Zins- und Verwaltungskostenverhältnisse zu rechnen, so kann dies nicht aus Gründen der Sicherheit geschehen.

2. Wenn es feststeht, daß die Ermittlung möglichst gerechter Versicherungsbeiträge (Prämien abzüglich Dividenden) nur an Hand der wahrscheinlichsten Annahmen über die künftigen Sterblichkeits-, Zins- und Verwaltungskostenverhältnisse möglich ist, dann dürfte kein anderes auf Gerechtigkeit und Sicherheit bedachtes Beitragssystem einfacher und übersichtlicher sein, als ein nach dem Prinzip sich gleichbleibender Überschüsse und Dividenden eingerichtetes System, bei welchem die Rechnungsgrundlagen entweder mit den wahrscheinlichsten Annahmen über Sterblichkeit, Verzinsung und Verwaltungskosten genau übereinstimmen, oder mit ihnen durch konstante Differenzen verbunden sind.

3. Bei einem nach dem Prinzip der sich gleichbleibenden Überschüsse und Dividenden wie unter 2. eingerichteten Beitragssystem ist die Versicherungssumme als Maßstab der Gewinnverteilung unter die Versicherten anzunehmen.

4. Sobald bleibende Änderungen der Sterblichkeitssätze, des Zinsfußes oder der Verwaltungskosten eine Änderung der Rechnungsgrundlagen bedingen und solange keine dieser Änderungen eine Erhöhung der Sterbensintensitäten, eine Verminderung des Zinsfußes und eine Erhöhung der Verwaltungskosten über das vorgesehene Ausmaß hinaus nötig macht, kann die Änderung der Rechnungsgrundlagen stets ohne Kapitalbedarf und mit rückwirkender Kraft vorgenommen werden. Die mit den neuen Rechnungsgrundlagen und den alten Sicherheitskoeffizienten berechneten neuen Tarife können mit den alten Tarifen in einem großen, einheitlichen Gewinnverbände vereint bleiben, wenn die nach den alten Tarifen Versicherten bedingungslos verpflichtet sind, eine den neuen Rechnungsgrundlagen und dem verbleibenden Aufschlage entsprechende abgeänderte Summe als gewinnanteilberechtigte Summe anzuerkennen. Unter dieser Voraussetzung wird ein einziger Dividendensatz im vereinigten Bestand alter und neuer Versicherungen den Verhältnissen jeder einzelnen der in den Tarifen vorgesehenen Versicherungen allezeit gerecht.

Wir müssen an dieser Stelle noch einer Methode gedenken, deren Besprechung zwar erst dem nächsten Abschnitt vorbehalten sein sollte, welche jedoch hier zu erwähnen ist, weil die Gesichtspunkte, aus denen die Berechnung der Prämien erfolgt, dabei wesentlich andere sind. Die Idee geht auf Engelbrecht zurück und wurde dann von Nabholz neuerdings aufgegriffen.

Wir haben bisher den Standpunkt eingehalten, daß die Berechnung der Versicherungswerte nach Grundlagen erfolgt, welche den tatsächlichen Verhältnissen möglichst entsprechen. Dies bedingt, daß eine Aussage über die Zukunft gemacht wird, welcher man einen mehr oder weniger hohen Grad von Zuverlässigkeit beimißt. Man kann jedoch auf eine solche Annahme verzichten, wenn man eine Regulierung der Prämie in beliebigen Zeitpunkten vorsieht, sobald eine erheblichere Änderung einer oder mehrerer Rechnungsgrundlagen dies notwendig erscheinen läßt.

Denken wir uns demnach eine Tarifprämie im Sinne einer nach gewählten Rechnungsgrundlagen ausreichenden Prämie einschließlich der notwendigen Sicherheitszuschläge festgesetzt. Die ausreichende Prämie gelte jedoch nur für das erste Versicherungsjahr und am Ende desselben werde das ausreichende Deckungskapital V_1^a zurückgestellt. Bezeichnen wir den Barwert sämtlicher Verpflichtungen des Versicherers zu Anfang der Versicherung mit \mathfrak{L}_1 , so ist, wenn P_1^a die ausreichende Prämie bezeichnet,

$$(38) \quad P_1^a \cdot a_{x, \overline{n}|} = \mathfrak{L}_1$$

und das ausreichende Deckungskapital am Ende des ersten Jahres

$$(39) \quad V_1^a = \mathfrak{L}_2 - P_1^a \cdot a_{x+1, \overline{n-1}|}.$$

Demnach bestimmt sich die zweite Prämie in diesem Zeitpunkte aus

$$(40) \quad P_2^a = \frac{1}{a_{x+1, \overline{n-1}|}} \cdot (\mathfrak{L}_2 - V_1^a).$$

Haben sich die Rechnungselemente Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten während dieses Jahres nicht geändert, so stimmt offenbar P_2^a mit P_1^a überein. Ist jedoch eine Änderung eingetreten, so wären in Gleichung (40) für $a_{x+1, \overline{n-1}|}$ und \mathfrak{L}_2 die neuen Rechnungselemente zu verwenden und man würde einen Wert von P_2^a erhalten, der von P_1^a abweicht. Allgemein wäre dann das Deckungskapital am Ende des v ten Versicherungsjahres

$$(41) \quad V_v^a = \mathfrak{L}_{v+1} - P_v^a \cdot a_{x+v, \overline{n-v}|}$$

und die Prämie für das folgende Jahr

$$(42) \quad P_{v+1}^a = \frac{1}{a_{x+v, \overline{n-v}|}} (\mathfrak{L}_{v+1} - V_v^a),$$

wobei in \mathfrak{L}_{v+1} und $a_{x+v, \overline{n-v}|}$ stets die entsprechenden, dem eben abgelaufenen Versicherungsjahre entsprechenden Rechnungsgrundlagen zu verwenden wären. Es ist demnach möglich, den systematischen Änderungen von Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten stets durch Übergang auf neue Rechnungsgrundlagen zu begegnen, ohne daß hierbei für die vorhandenen Rücklagen eine Änderung in Betracht käme, so daß also jeder Kapitalaufwand für die Anpassung der Rücklagen an die geänderten Verhältnisse entfällt, vielmehr jede Regulierung an den künftig zu verrechnenden Prämien erfolgt.

Natürlich wird man sich zu dieser Änderung der Rechnungsgrundlagen nur dann veranlaßt sehen, wenn die Verschiedenheit der neuen Rechnungselemente nennenswert ins Gewicht fällt.

Die so berechneten Prämien erscheinen aber dann nicht als ausreichende Prämien schlechthin, sondern geradezu als notwendige Prämien. Selbstverständlich ist der ganze Vorgang nur denkbar, wenn die vorgesehene Tarifprämie die Veränderlichkeit der Prämien überhaupt zuläßt und im übrigen durch einen Gewinnplan für die Rückerstattung der Mehrleistungen der Versicherten im Nichtbedarfsfalle vorgesorgt ist. Engelbrecht nennt die im Grunde variablen Prämien Deckungsprämien, und die ganze Methode wäre demnach als die der Deckungsprämien zu bezeichnen. Man sieht aber sehr wohl ein, daß mit dieser Methode zunächst nur für die Berechnung des Deckungskapitales prinzipiell etwas gewonnen ist. Wir werden hierauf im nächsten Abschnitt zurückzukommen haben.

III. Die Berechnung des Deckungskapitales.

§ 16. Die Entwicklung der verschiedenen Methoden.

Neben der Berechnung der Prämien ist die Berechnung der technischen Rücklagen die wichtigste und für den Betrieb notwendigste Arbeit des Technikers. Ja man kann sagen, daß letzten Endes jede Arbeit

des letzteren mit der Berechnung der Rücklagen und der Tarifberechnung in Zusammenhang zu bringen ist. Eine Trennung der Berechnung von Prämie und Rücklage in dem Sinne, daß die bei der Berechnung der Prämie in Betracht kommenden Richtlinien und Grundsätze bei der Berechnung der Rücklagen nicht in Betracht kämen, erscheint völlig widersinnig, wenn diese Rücklagen im Verein mit den künftigen Prämien die Aufgabe erfüllen sollen, dem Versicherer für den Fall des Bedarfes gerade so viel, nicht mehr und nicht weniger, zur Verfügung zu stellen, als eben auf Grund der verwendeten Rechnungsgrundlagen zu erwarten ist. Denn die Notwendigkeit der Bildung der Rücklagen entspringt einzig und allein dem Umstande, daß die in Form der Prämie eingehenden Zahlungen der Versicherten durchaus nicht dem jeweiligen Bedarfe des Versicherers entsprechen, sondern bald größer, bald kleiner sind als dieser. Hierdurch erleiden aber die der Prämienberechnung zugrunde gelegten Prinzipie nach keiner Richtung eine Verschiebung. Der Sachverhalt wird am klarsten, wenn die Rücklage als einmalige Einlage des Versicherten aufgefaßt wird, welcher die Aufgabe zufällt, die künftige Prämienleistung in ihrem Barwerte auf jenen Betrag zu ergänzen, welcher der künftigen Leistungspflicht des Versicherers im Zeitpunkte der Berechnung der Rücklage entspricht. Dann erscheint die Rücklage selbst als Prämie und unterliegt offenbar auch den für die Berechnung dieser festgesetzten Normen.

Wenn die Entwicklung der Lebensversicherungstechnik erkennen läßt, daß die verschiedenen Berechnungsmethoden der Prämienreserve durchaus nicht dem eben ausgesprochenen Grundsatz gerecht geworden sind, so ist dies nur zum Teil aus mangelnder Erkenntnis zu erklären. Wir möchten vielmehr, wie schon in der Einleitung gesagt wurde, die Ursache mehr in dem Umstande suchen, daß die ausgefahrenen Geleise der Trägheit auch in der Versicherungstechnik selbst dann bevorzugt werden, wenn der durch sie gewiesene Weg durch die im Laufe der Zeit erfolgte Änderung der Verhältnisse zum Teil verlegt wird. Der Verkehr wird aber auch dann noch, wenn auch etwas beschwerlich aufrecht erhalten, bis endlich irgend ein äußerer Umstand die Gefahr eines völligen Steckenbleibens so deutlich heraufbeschwört, daß man sich zum Einschlagen einer andern Richtung gezwungen sieht.

Die Berechnung des Deckungskapitales nach der Nettomethode ist das älteste und trotz der seit Jahrzehnten immer wieder hervor gehobenen Unzulänglichkeit auch heute noch verbreitetste Verfahren. Es wäre unbillig, über eine Methode nur deshalb aburteilen zu wollen, weil sie heute nicht mehr entspricht. Allerdings werden wir allzu strenge Forderungen an die Betriebsführung bei Anwendung dieser Methode niemals stellen dürfen. Aber bei dem Mangel einer Belastung des Versicherers mit einmaligen Abschlußkosten in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts dürfen wir die Nettomethode im Rahmen der damaligen

Bedürfnisse wohl als entsprechend bezeichnen, wenn man von der Annahme ausgeht, daß der Zuschlag zu den reinen Nettoprämien fortlaufend zur Deckung der Verwaltungskosten verbraucht wird und im übrigen die Rechnungsgrundlagen gewisse Sicherheitskoeffizienten enthalten. Eine einigermaßen entsprechende Verrechnung der Überschüsse kam nicht in Betracht und die Anstalten hatten gar keine Ursache, an einer Frage zu rühren, welche mit den damaligen Gepflogenheiten keinen Zusammenhang hatte.

Allerdings war die Sachlage auch damals für neu gegründete Gesellschaften gänzlich anders. Die Notwendigkeit der Amortisation der Gründungskosten, für welche doch die Versicherten aufkommen mußten, zeitigte den Gedanken, die notwendigen Mittel zunächst den zur Erfüllung der Versicherungsleistungen gewidmeten Rücklagen zu entnehmen. In diesem Bestreben ging man nun gleich so radikal vor, als dies überhaupt möglich war, indem man die nach annähernd entsprechenden Nettogrundlagen berechneten Versicherungsverpflichtungen des Versicherers ins Passivum, ins Aktivum aber gleich den Barwert der vollen künftigen Prämieingänge stellte. Man stellte damit die gesamten Prämienzuschläge für den genannten Zweck zur Verfügung und ließ für Verwaltungskosten gar nichts mehr übrig. Veröffentlicht ist über diese ehemalige „Bruttomethode“ nichts, aber die abfälligen Worte, welche Zillmer und Manly für dieses Verfahren gebrauchten, weisen darauf hin, daß es von einigen Gesellschaften wirklich angewendet worden ist.

Da diese Bruttomethode bewußt künftige Verpflichtungen des Versicherers auf der Passivseite unterdrückt, so ist wohl zu ihrer Charakteristik kein Wort zu verlieren. Ganz anders wäre das Verfahren zu beurteilen, wenn auf diese voraussichtlichen Kosten gebührend Rücksicht genommen würde, oder aber ins Aktivum Prämien gestellt würden, welche sich aus den Tarifprämien nach Abzug der auf die Verwaltungskosten entfallenden Zuschläge ergeben, sofern diese einigermaßen dem Erfordernis entsprechen. Diese „modifizierte Bruttomethode“ wird für die Beurteilung der Qualität eines Geschäftes, also insbesondere bei Übertragung von Versicherungsbeständen an andere Anstalten, stets eine gewisse Bedeutung haben. Die Bedeutung einer selbständigen Methode im Sinne einer Deckungskapitalberechnung kommt ihr aber in dieser Zeit nicht zu.

Viele mißverständliche Berechnungen des Deckungskapitales lassen sich aus dem Bestreben ableiten, dieses aus vermeintlichen Sicherheitsgründen möglichst hoch zu halten. Das Deckungskapital hat aber mit einer Sicherheitsreserve gar nichts gemein, zum mindesten nicht in dem Sinne, daß es für Zeiten besonderen Bedarfes Mittel zur Verfügung stellen könnte, wie dies bei einer Sicherheitsreserve zu verlangen ist. Die im Deckungskapital gebundenen Beträge sind nach den zugrunde

gelegten Annahmen für die Erfüllung der vom Versicherer übernommenen Verpflichtungen zur Gänze erforderlich und wenn die Höhe des Deckungskapitales unter Anwendung verschiedener Grundlagen auch verschieden hoch ausfällt, so will dies nur besagen, daß bei strengeren Annahmen die Erfüllung der Verbindlichkeiten auch mit einem größeren Grade von Sicherheit gewährleistet werden kann, niemals aber, daß bei strengeren Annahmen das Deckungskapital neben seiner Hauptfunktion auch die einer Sicherheitsreserve in dem oben angeführten Sinne erfüllen könnte. Gänzlich verfehlt sind solche Bestrebungen vollends dann, wenn die eingeführten Annahmen im allgemeinen eine Erhöhung des Deckungskapitales gar nicht bewirken. Dies gilt z. B. von der Methode von Tucker.

Die Methode ist zugleich Brutto- und Nettomethode und wird in England „Fictitious, hypothetical“ oder „reinsurance method“ genannt. Sie beruht darauf, daß man aus den Tarifprämien bei Zugrundelegung eines bestimmten Zinsfußes eine Sterblichkeitstafel berechnet, auf Grund deren dann die Tarifprämien als Nettoprämien erscheinen. Man erhält dasselbe Resultat, wenn man in der Reserveformel

$$(1) \quad \frac{P_{x+v} - P_x}{P_{x+v} + d}$$

ohne Vermittlung einer fingierten Absterbeordnung die Bruttoprämien statt der Nettoprämien verwendet. Man glaubte durch diese Methode eine ganz besonders hohe Reserve zu erhalten. Sprague hat jedoch nachgewiesen, daß dies zwar möglich, jedoch nicht notwendig ist, je nach der Bestimmung der Prämienzuschläge. Ist der Zuschlag ein gleichbleibender Prozentsatz der Nettoprämie, dann ist diese Reserve stets größer, ist der Zuschlag ein gleichbleibender Prozentsatz der Summe, dann ist diese Reserve stets kleiner als die bezügliche Nettoreserve. Die Prämienreserven sind nach der hypothetischen und der Nettomethode gerechnet einander gleich, wenn die Bruttoprämie aus der Nettoprämie durch die Formel

$$(2) \quad B = (1 + \varepsilon) P_x + \varepsilon \cdot d$$

hervorgeht, wo ε eine beliebige Konstante bedeutet und $d = \frac{i}{1+i}$ ist.

Zillmer war der erste, welcher in seiner Arbeit von 1863 einen Weg wies, wie die Abschlußkosten bei der Berechnung der Prämienreserve berücksichtigt werden sollten. Er steht durchaus auf dem Boden der Nettomethode und findet diese Methode unter Verhältnissen, wie sie vormals bestanden, einwandfrei. Aber diese änderten sich allmählich dadurch ganz wesentlich, daß an Stelle der bisher allein üblichen Inkassoprovisionen die Abschlußprovision trat. Der Gedanke Zillmers war nun, diese Abschlußprovision als eskomptierte Inkassoprovision anzusehen und der ersten Prämie zu entnehmen, hingegen die Prämien des zweiten und der folgenden Versicherungsjahre um den Betrag

dieses Teiles der Inkassoprovision höher zu halten und auf Grund dieser Nettoprämien die Reserve zu berechnen.

Ist demnach ${}_1P'_x$ die Nettoprämie des ersten Jahres und P'_x die Nettoprämie für die fernere Dauer bei einer Versicherung auf Ableben, so soll nach dem Gedankengange Zillmers

$${}_1P'_x = P'_x - \alpha'$$

sein, wobei α' die Abschlußprovision — nur von dieser ist bei Zillmer die Rede — bedeutet. Sonach ist

$$A_x = {}_1P'_x + P'_x(a_x - 1),$$

aus welcher Gleichung

$$(3) \quad P'_x = \frac{A_x + \alpha'}{a_x} = \frac{A_x}{a_x} + \frac{\alpha'}{a_x} = P_x + \frac{\alpha'}{a_x}$$

folgt. Die Erhöhung der Folgeprämien gegenüber den reinen Nettoprämien ergibt sich demnach durch Division der „Zillmerquote“ durch die Rente, wobei unter Zillmerquote der verwendete Satz der Abschlußprovision verstanden ist.

Aus der Forderung Zillmers, daß die Prämienreserve niemals negativ sein dürfe, folgt

$$\frac{A_x + \alpha'}{a_x} - \alpha' \geq \frac{C_x}{D_x},$$

woraus sich für α' die Bedingung

$$(4) \quad \alpha' \leq \frac{A_x}{a_x - 1} - \frac{a_x}{a_x - 1} \cdot \frac{C_x}{D_x} = \frac{a_x}{a_x - 1} \left(P_x - \frac{C_x}{D_x} \right)$$

herleitet. Wir können dies auch in der Form schreiben

$$(5) \quad \alpha' \leq \frac{a_x}{a_x - 1} \left(P_x - P_x \cdot a_x + \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot A_{x+1} \right) \\ \leq \frac{a_x}{a_x - 1} [P_x - P_x \cdot a_x + P_{x+1}(a_x - 1)] = a_x(P_{x+1} - P_x).$$

Hieraus aber folgt, daß unter Festhaltung der Zillmerschen Forderung die erhöhte Prämie P'_x nicht höher sein darf, als die des nächsthöheren Alters. Nach dem Gesagten beträgt die Zillmersche Reserve

$$(6) \quad A_{x+v} - P'_x \cdot a_{x+v} = 1 - \frac{a_{x+v}}{a_x} - \alpha' \frac{a_{x+v}}{a_x}.$$

Sie ist gegenüber der Nettoreserve um den Betrag

$$\alpha' \frac{a_{x+v}}{a_x} = \alpha' (1 - {}_vV_x)$$

kleiner. Die Übertragung der Verhältnisse auf die Versicherung auf Ab- und Erleben ergibt sich ganz von selbst.

Was wir heute unter „Zillmerscher Methode“ verstehen, ist mit den Zillmerschen Ideen nicht ganz identisch. Zillmer verwendet im ersten Versicherungsjahre eine Prämie, welche um einen bestimmten Betrag gegenüber den Folgeprämien gekürzt erscheint, während die Folgeprämien die Nettoprämie um einen Betrag übersteigen, welcher

durch Division des an der ersten Prämie gekürzten Betrages durch die Rente erhalten wird. An diese Abstufung der Prämie wird heute nicht mehr gedacht, wenn von der Zillmerschen Methode die Rede ist. Man versteht hierunter einfach die Entnahme des Betrages α' zwecks Deckung von Abschlußkosten aus der ersten Prämie, so zwar jedoch, daß diese selbst und alle Folgeprämien in gleicher Weise zur Amortisation dieses Betrages während der Versicherungs- (Prämienzahlungs-) Dauer jährlich mit dem Betrage $\frac{\alpha'}{i_x}$ herangezogen werden. In die Formel für die Prämienreserve gehen demnach die um den letzteren Betrag erhöhten Nettoprämien ein, während die Prämienreserve jeweils um den Betrag der noch nicht amortisierten Abschlußkosten, demnach um den Betrag der noch ausstehenden Amortisationsraten gegenüber der Nettoreserve gekürzt erscheint.

Zillmer hat bei seiner Methode nur die Agentenprovision im Auge, nicht die sonstigen Abschlußkosten. Er verwirft unbedingt negative Reserven und bezieht sich immer auf eine Gesellschaft, die bisher nur Inkassoprovision vergütet hat und unter Abänderung dieses Verfahrens bei gleichzeitiger Reduktion der Inkassoprovision eine dem Barwert dieser Reduktion entsprechende Abschlußprovision geben will. Der Vorwurf, daß Zillmers Gedanke nicht originell gewesen sei, ist nach den Feststellungen von Engelbrecht abzulehnen, da englische Vorbilder für sein Vorgehen nicht vorhanden sind. Sprague nimmt in seiner ersten Arbeit von 1870 selbst auf Zillmer Bezug, und in der Arbeit Manly's vom Jahre 1869 wird eine vollständige Übersicht über die damals in England bekannten Methoden gegeben, ohne daß einer Methode Erwähnung getan wird, welche der Zillmerschen ähnlich wäre.

Neuerdings ist die Frage der Berechnung der Prämienreserve ausführlich von Warner behandelt worden. Dieser bespricht die Zillmersche Methode ziemlich ausführlich vor Sprague. Sprague hat die Anregung zu seiner Schrift von Zillmer durch dessen Arbeit von 1863 erhalten. Die von Sprague vorgeschlagene sog. $x + 1$ -Methode ist auch schon von Zillmer behandelt, denn dieser sagt ausdrücklich, daß man auch die Nettoprämie jeden Beitrittsalters gleich der gewöhnlichen Nettoprämie des nächsthöheren Alters setzen könnte, wobei für jedes Alter der von ihm als Maximalrate für Abschlußkosten bezeichnete Betrag gerechnet würde. Er verwirft dieses Verfahren aber hauptsächlich deshalb, weil die Prämie für höhere Beitrittsalter dadurch sehr verteuert würde.

Sprague will die Gesamtheit der Abschlußkosten aus den Prämien der neuen Versicherungen gedeckt wissen. Zu den Abschlußkosten werden von ihm alle Ausgaben gerechnet, die eine Gesellschaft mit Aufgabe des neuen Geschäftes bei zweckentsprechender Verwaltung

ersparen würde. Tut man dies, so würden jedoch die Reserven sehr vieler Relationen negativ werden, was Sprague für durchaus unzulässig erklärt. Wenn nun der Aufwand für das neue Geschäft so groß ist, daß durch die Deckung des Risikos und die anderen Ausgaben die ganze erste Jahresprämie verbraucht wird, dann soll nach dem Vorschlage Spragues jeweils nur so viel reserviert werden, als zur Deckung des laufenden Risikos nötig ist und im übrigen die Annahme gelten, daß die Policen im nächsthöheren Alter zum Abschluß gelangt sind. In diesem Falle wäre demnach als Prämienreserve

$$(7) \quad A_{x+v} - a_{x+v} \cdot P_{x+1} = a_{x+v} (P_{x+v} - P_{x+1})$$

zurückzustellen. Sind aber die Ausgaben für das Neugeschäft so groß gewesen, daß sie zusammen mit der Deckung des Risikos die beiden ersten Prämien voll konsumieren, dann soll für die Policen, die noch nicht zwei Jahre in Kraft sind, nur eine das laufende Risiko deckende Reserve zurückgestellt werden, für länger als zwei Jahre bestehende Policen hingegen soll die Reserve durch die Formel

$$(8) \quad A_{x+v} - a_{x+v} \cdot P_{x+2} = a_{x+v} (P_{x+v} - P_{x+2})$$

definiert sein. Ganz analoges soll gelten, wenn die Verwaltungskosten und die Deckung des Risikos die ersten t Prämien absorbiert. Dann ist für Policen, die noch nicht t Jahre bestehen, nur für die Deckung des Risikos vorzusorgen und nach Ablauf dieser Zeit von der Formel

$$(9) \quad A_{x+v} - a_{x+v} \cdot P_{x+t} = a_{x+v} (P_{x+v} - P_{x+t})$$

Gebrauch zu machen. Sprague tritt dafür ein, daß eine wenn auch kleine Reserve zur Deckung künftiger Unkosten zurückgestellt werden soll, hält aber strenge daran fest, daß keine Police einen negativen Wert besitzen darf. Hieraus folgt aber, daß die Anwendung seines Verfahrens beschränkt bleibt und in der Praxis t nur kleine Werte annehmen kann. Für $t = 1$ kommt das Verfahren dem Zillmerschen in der Wirkung gleich.

Sehr wichtig ist die Bemerkung von Sprague, daß der Aktuar bei der Reserveberechnung bestrebt sein müsse, die Überschüsse der Gesellschaft alle gleichzumachen oder, anders ausgedrückt, den Überschuß aus jeder Police oder jeder Klasse von Policen so gleichmäßig wie möglich auf die ganze Dauer der Versicherung zu verteilen. Sprague hat hierbei allerdings noch nicht beabsichtigt, die Wahl der Sterbetafel und des Rechnungszinsfußes dieser Forderung zu unterordnen, obwohl ja die Einführung der Selekttafeln auf ihn zurückgeht.

In der im Lit.-Nachweis angeführten Arbeit stellt Sorley die Nettomethode als einen Mittelweg dar, weil die Abschlußkosten durch die Wirkung der Auslese im Anfang der Versicherung bei Verwendung von Aggregattafeln teilweise aufgewogen würden. Die Abschlußkosten werden bei Sorley nach der Bruttoprämie bemessen, eine Möglichkeit, welche

übrigens auch Zillmer schon berücksichtigt hat. Die erste Nettoprämie ist bei Sorley um die halbe Bruttoprämie kleiner als die Folgeprämien. Wie bei Sprague werden jedoch die ganzen Abschlußkosten, nicht nur die Abschlußprovision ins Auge gefaßt. Im Gegensatz zu den Bemühungen der genannten Autoren vertritt Baily in seiner Arbeit von 1878 die Verwendung der Nettomethode, jedoch mit Benutzung einer der Wirklichkeit entsprechenden Tafel und einem der Wahrheit möglichst nahekommenden Zinsfuß. Sprague hingegen hat stets die Verwendung eines niedrigeren Zinsfußes, zumal bei Versicherungen mit Gewinnanteil befürwortet.

In den Schriften des ersten internationalen Versicherungskongresses hat Sprague eine etwas andere Methode vertreten. Danach soll die bei der Reserveberechnung zu benutzende Prämie aus demjenigen positiven oder negativen Betrage ermittelt werden, welcher am Schlusse des ersten Versicherungsjahres nach Deckung aller Kosten des ersten Jahres einschließlich des Todesfallrisikos noch vorhanden ist. Alle weiteren Prämien, auf Grund deren die Reserveberechnung erfolgt, sollen einander gleich sein. Negative Reserven sind jedoch unbedingt zu vermeiden und durch Null zu ersetzen. Als Rechnungsgrundlagen soll eine Selektionstafel und 3% Zinsfuß Verwendung finden.

In neuerer Zeit ist die Frage der Berechnung der Prämienreserve insbesondere in Deutschland und Amerika wiederholt behandelt worden. Im Band VII der T. A. S. veröffentlichte Dawson die „*Select and Ultimate Method*“, welche 1906 durch das Armstronggesetz für die Gesellschaften im Staate New York als bindend festgelegt wurde, nachdem die Methode auf dem dortigen Aktuarenkongreß durch den Bericht von Henry Moir zum Gegenstand der Diskussion gemacht worden war.

Dawsons Formel ist mit der Formel der Nettorechnung identisch

$$(10) \quad V_{x+r} = A_{[x]+r} - P_x \cdot a_{[x]+r},$$

wobei jedoch für P_x eine Tafel verwendet wird, welche die Sterblichkeit nach Ablauf der Auswahlperiode — *Ultimate Table* — angibt, $A_{[x]+r}$ und $a_{[x]+r}$ hingegen nach der Selekttafel zu berechnen sind. Der Gedanke hierbei ist wiederum der, den Sterblichkeitsgewinn der Auswahlperiode in den Dienst der Bedeckung der Abschlußkosten zu stellen. Die Methode rechnet mit einer Prämie, welche im Anfang größer ist, als die nach der gleichzeitig verwendeten Tafel berechnete und stellt daher für den Anfang der Versicherung so viel zur Bedeckung der Abschlußkosten zur Verfügung, als in den Jahren der Wirkung der Selektion der Wert der Mindersterblichkeit der Selektionstafel gegenüber der Schlußtafel ergibt. Da die Selekttafel in die Schlußtafel übergeht, ist von dem Zeitpunkte ab, in welchem dies der Fall ist, die Nettomethode nach der Schlußtafel allein in Gültigkeit. Die Anwendung

dieser Tafel vom Beginne der Versicherung ab hätte den Gewinn aus der Sterblichkeit aber nicht in seinem gesamten Barwert gleich zu Beginn der Versicherung zur Verfügung gestellt, wie die Select and Ultimate Method, sondern dieser Gewinn würde über die ganze Auswahlperiode verteilt werden, entsprechend der in den einzelnen Jahren beobachteten Mindersterblichkeit.

Der Gedanke, in der Reserveformel zwei Sterbetafeln zu verwenden, war übrigens nicht neu. In England verwendete man in dem Bestreben, die Reserven möglichst hoch zu halten, in den ersten Versicherungsjahren Nettoreserven unter Verwendung einer Aggregattafel. Nach Ablauf der Auswahlperiode hingegen wurden die Reserven nach der Ultimate Table jedoch unter Beibehaltung der nach der Aggregattafel ermittelten Prämie berechnet. Während also bei der Methode von Dawson im Anfange der Versicherung eine Prämie Verwendung findet, welche größer ist als die nach der gleichzeitig verwendeten Sterbetafel berechnete, benutzt die letztere Methode nach Ablauf der Auswahlperiode eine Prämie, welche kleiner ist als die, welche den dann verwendeten Rechnungsgrundlagen entspricht.

Im Jahre 1902 erschienen die beiden für unsern Gegenstand wichtigen Arbeiten von Liebetanz und Logophilus. In der ersten wird nach einer historischen Entwicklung des Abschlußkostenproblems auf die Schwierigkeiten verwiesen, welche sich insbesondere der Entwicklung neuer Gesellschaften durch die Frage der Aufbringung der Kosten des Neugeschäftes ergeben. Der Verfasser sieht die einzige Möglichkeit in der Verwendung von Methoden bei der Berechnung der Prämienreserve, welche auf eine geregelte Amortisation der Abschlußkosten im Laufe der Versicherungsdauer Bedacht nehmen. Nach einer eingehenden Prämienanalyse wendet er sich gegen die Überschätzung der Bedeutung der Prämienreserve als Sicherheitsreserve und zeigt, wie einer Gesellschaft, die nach der Nettomethode rechnet, durchaus nicht reichlichere Mittel für den Fall außergewöhnlichen Bedarfes zur Verfügung stehen, wie einer, welche nach der Zillmerschen Methode rechnet.

Höckner stellt das Problem in der Form, daß eine Methode der Deckungskapitalberechnung gefunden werden müsse, welche gestattet, ein getreues, unverschleiertes Bild der Finanzlage einer Anstalt aus der Bilanz zu erhalten. Es handelt sich demnach hier gar nicht mehr darum, wie die Amortisation der Abschlußkosten in geeigneter Weise zu erfolgen habe, sondern vielmehr um den Beweis, daß diese sowie die laufenden Kosten bei der Deckungskapitalberechnung berücksichtigt werden müssen, wenn der Gegensatz zwischen Rechnungsmethode und Wirklichkeit beseitigt werden soll. Höckner findet die Lösung in der Einführung der ausreichenden Prämien und der ausreichenden Deckungskapitale unter Einführung der Verwaltungskosten als vollberechtigter

dritter Rechnungsgrundlage neben Sterblichkeit und Zinsfuß. Dazu kommt, daß eine gerechte Verteilung der Geschäftsüberschüsse nur bei systematischer Berücksichtigung der Verwaltungskosten möglich erscheint. Wir haben schon gesehen, daß die ausreichende Prämie jene Prämie ist, welche bei den Tatsachen möglichst entsprechenden Annahmen über Sterblichkeit und Zinsfuß gerade den Wert der Versicherungsleistung und der voraussichtlichen Verwaltungskosten deckt. Das ausreichende Deckungskapital hingegen ist durch die Differenz des Barwertes der zukünftigen Versicherungsleistungen und Verwaltungskosten einerseits und der künftigen ausreichenden Prämien anderseits gegeben. Gegenüber den Ansichten von Zillmer, Sprague und auch Liebetanz hält Höckner die Einstellung negativer Deckungskapitale in die Bilanz nicht nur für zulässig, sondern für notwendig. Mit diesen Prinzipien Höckners erscheint die Spraguesche Forderung der gleichbleibenden Überschüsse beträchtlich erweitert. Die endgültige Fassung hat Höckner in seiner Arbeit von 1905 mitgeteilt. In dieser wird die Bedeutung des Prinzipes für den Lebensversicherungsbetrieb nachgewiesen und seine Anwendung auch bei Feststellung der über Sterblichkeit und Zinsfuß zu machenden Annahmen gefordert. Erst die Anwendung der Methode der ausreichenden Prämien würde unter Zugrundelegung des wirklichen Zinsfußes, der wirklichen, so scharf wie möglich erfaßten Sterblichkeit und der wirklichen Verwaltungskosten die Möglichkeit eines rationellen Betriebes der Lebensversicherung ergeben. Im einzelnen möchten wir noch folgende wesentlichen Punkte aus der Arbeit Höckners hervorheben:

Ogleich der Versicherer das zur Befestigung seiner steten Zahlungsfähigkeit erforderliche Deckungskapital nicht frei abschätzt, sondern aus gewissen statistischen Forschungsergebnissen und vorsichtigen Annahmen rechnerisch ableitet, beruht dieses Deckungskapital doch nur auf einer mehr oder weniger vorsichtigen Schätzung der künftigen Sterblichkeit unter den Versicherten, der künftigen Verzinsung der Vermögensanlagen, des künftigen Bedarfes zur Deckung der Verwaltungskosten und aller sonstigen Erfordernisse, die mit dem Geschäftsbetrieb verbunden sind.

Während so das zum Schutze der Versicherten nötige Deckungskapital lediglich ein Schätzungsprodukt darstellt, ist die wirkliche Prämienreserve, die der Versicherer nach Bestreitung der bereits eingetretenen Verpflichtungen und aller zugehörigen oder sonst noch entstandenen Nebenkosten aus den bereits empfangenen Versicherungsbeiträgen erübrigt hat, eine feste, durch den Tatbestand bestimmte Größe. Deckungskapital und Prämienreserve sind demnach streng voneinander zu scheiden. Als theoretische Prämienreserve endlich gelte eine möglichst gute schätzungsweise Annäherung an die wirkliche Prämienreserve. Sie ist vom Deckungskapital verschieden, weil letzteres

absichtlich aus unzutreffenden, vorsichtig ausgewählten Rechnungsgrundlagen abgeleitet zu werden pflegt¹⁾.

Die Ausführungen Höckners gipfeln in den folgenden Sätzen:

1. Da der Überschuß der Prämienreserve aus den überrechnungsmäßigen Einzahlungen des Versicherungsnehmers über das zum Schutze des Versicherten nötige Deckungskapital ganz oder zum größten Teile den Versicherten gebührt, so werden durch die mehr oder minder reichliche Dotierung des Deckungskapitales in erster Linie die Rechte des Versicherten berührt.

2. Die Rechte des Versicherungsnehmers werden am einfachsten und übersichtlichsten durch eine Deckungskapitalberechnung gewahrt, die eine möglichst gleichbleibende Ersparnis an Jahresprämie anstrebt.

3. Will der Versicherer rückläufige Überschüsse dadurch vorweg vermeiden, daß er mittels der Deckungskapitalberechnung systematisch die Zukunft auf Kosten der Gegenwart bevorzugt, so muß er die Überschußverteilung individualisieren, d. h. er muß jeder einzelnen Versicherung spätestens bei ihrem regulären Ausscheiden aus der Versicherungsgemeinschaft die während der Versicherungszeit durch überreichliche Dotierung des Deckungskapitales zurückgehaltenen Überschüsse gewähren. An Stelle des Systems der gleichbleibenden Dividenden mit individual bemessener einmaliger Dividendennachzahlung kann diesfalls auch ein System steigender Dividende mit individuell bemessenem Dividendensatz treten.

4. Eine Deckungskapitalberechnung, die keine Rücksicht auf die Erwerbskosten der Versicherungen nimmt, macht die Rechte der Versicherungsnehmer auf Rückgewähr ihrer den wirklichen Bedarf übersteigenden Einzahlungen überhaupt illusorisch. Bei einer solchen Deckungskapitalberechnung können die Rechte der Versicherten nur durch eine besonders komplizierte Dividendenverteilung und nur innerhalb gewisser Grenzen gewahrt werden. Jenseits dieser Grenzen, die namentlich bei jungen und kleinen Gesellschaften außerordentlich enge sind, versagt dieser Notbehelf.

5. Je vollkommener mit Hilfe einer rationellen Deckungskapitalberechnung die Rechte der Versicherungsnehmer auf Rückgewähr ihrer Einzahlungen gewahrt sind, desto billiger, sicherer und ausdehnungsfähiger ist auch der Geschäftsbetrieb.

§ 17. Kritik der Methoden der Deckungskapitalberechnung.

Wir haben mit Absicht unsern historischen Überblick bis zu einem Punkte fortgeführt, von dem aus eine Beurteilung der einzelnen Metho-

¹⁾ Abweichend hiervon definiert Bohlmann in der Enzykl. d. math. Wiss. Bd. I, S. 862. Der Überschuß des Kapitalwertes der für eine Gesamtheit noch zu leistenden Auszahlungen über die von ihr noch zu erwartenden Einzahlungen bildet das Deckungskapital der betreffenden Gesamtheit. Sein wahrscheinlicher Wert heißt die Prämienreserve dieser Gesamtheit zu dem betreffenden Zeitpunkt.

den leichter möglich erscheint, wenn erst mal erkannt ist, in welcher Richtung späterhin eine Weiterbildung und Vervollkommnung der Methoden unerlässlich erschien.

Über die alte Bruttomethode ist in diesem Zusammenhange wohl kein Wort zu verlieren, und es hat sich auch niemals ein Fachmann gefunden, der für sie eingetreten wäre. Der modifizierten Bruttomethode hingegen kommt eine Bedeutung für die Deckungskapitalberechnung deshalb nicht zu, weil die Verwendung der Bruttoprämien hierbei an die Voraussetzung gebunden wäre, daß auf der Ausgabenseite all das berücksichtigt wird, wofür die vollen Bruttoprämien Deckung bieten. Da eine solche Analyse der Prämien dieser Methode jedoch fremd ist, so verliert sie hier jede Bedeutung, unbeschadet ihrer Brauchbarkeit für den speziellen bereits früher angeführten Zweck. Ihre kritiklose Anwendung ist absolut zu verwerfen. Zwischen der Tarifprämie und dem Deckungskapital besteht gar kein direkter Zusammenhang, da die ersteren außerhalb der drei Rechnungsgrundlagen liegende Komponenten enthalten, auf Grund deren durch Vorwegnahme dieser künftigen Eingänge bei der Deckungskapitalberechnung die Höhe des letzteren beliebig beeinflußt werden könnte. Aber auch die hypothetische Methode muß als gänzlich verfehlt gelten. Sie stellt den technischen Apparat geradezu auf den Kopf und der Umweg, den sie ohne bestimmtes Ziel einschlägt, führt in dichteste Wildnis. Ganz abgesehen davon, daß sie sich auf eine Behauptung stützt, welche sich rechtzeitig als Irrtum erwiesen hat.

Wir haben schon betont, daß die reine Nettomethode für ihre Zeit ein ziemlich vollkommenes Instrument bedeutete. Denn die Voraussetzung, daß die Verwaltungskosten eine Rücklagebildung nicht nötig machten, traf in jener Zeit fast zu. Wenn wir daher neben ihr Methoden entstehen sahen, welche sich in jeder Beziehung gegenüber der Nettomethode als minderwertig erwiesen, so dürfen wir nicht nur an das Problem der Deckung der Abschlußkosten denken, zumal die Aufnahmegebühren in früheren Jahren eine sehr erhebliche Rolle gespielt haben und hierdurch ein großer Teil der Abschlußkosten gedeckt erschien. Wohl aber waren es die falsch angewendeten Sicherheitsmaßnahmen, welche sowohl bei den Rechnungsgrundlagen als auch bei den Methoden selbst ein immer weiteres Abschwenken von den tatsächlichen Verhältnissen und den Bedürfnissen der Praxis zur Folge hatten. Nur von diesem Gesichtspunkte aus ist die hypothetische oder die *HM^s*-Methode einigermaßen zu entschuldigen, wenngleich das gewählte Mittel zur Erreichung dieses Zweckes untauglich war.

Demgegenüber bedeutet allerdings die Select and Ultimate Method insoweit einen Fortschritt, als sie den beabsichtigten Zweck, die Bereitstellung von Mitteln zur Deckung der Abschlußkosten, im Sinne einer Anpassung an die tatsächlichen Verhältnisse wieder in den Vordergrund

stellt. Aber sie erreicht diesen Zweck nur zum Teile und auf einem Umweg. Denn zwischen der Höhe der Abschlußkosten und dem Gewinne aus der Sterblichkeit besteht absolut kein Zusammenhang, und die Mittel, welche diese Methode dem Versicherer für den genannten Zweck zur Verfügung stellt, sind ganz und gar ungenügend.

Wir dürfen aber bei der Kritik der Methoden einen Umstand nicht außer acht lassen, welcher die Verbesserung oder auch nur Änderung der Methoden nicht einfach dem Belieben oder der besseren Einsicht des Aktuars überantwortet ließ. Vielmehr hat gerade auf die Methoden der Deckungskapitalberechnung die Gesetzgebung der einzelnen Staaten stets einen nachhaltigen Einfluß geübt. Dieser Einfluß hat sich aber meist nicht nur auf die Methode selbst, sondern auch auf die Wahl der Grundlagen und anderes erstreckt, mit dem die Berechnungsmethode des Deckungskapitales in Einklang zu bringen war. Im allgemeinen darf ja gesagt werden, daß die gesetzlichen Bestimmungen stets zu einer Bevorzugung der Nettomethode hingeneigt haben. Wir dürfen aber nicht übersehen, daß es nur natürlich erscheint, wenn diesfalls in einem Lande wie Frankreich, wo die bezüglichen Vorschriften sehr ins Detail gehen, das Interesse an einer mehr individuellen, den Bedürfnissen und Verhältnissen der einzelnen Anstalten angepaßten Behandlung des Gegenstandes stärker zurücktritt, während in Staaten, wo ähnliche Vorschriften über die Rechnungsgrundlagen, Berechnung der Prämien u. a. nicht existieren, offenbar auch die Behandlung der Deckungskapitalfrage von einer freieren Auffassung beeinflußt sein muß. Auch in Deutschland und Österreich sind die ehemals aus einer Begünstigung der Nettomethode erlassenen Vorschriften heute einer freieren Auffassung gewichen.

In England bestimmte der Life Assurance Companies Act von 1870 die getrennte Berechnung des Wertes der versicherten Summe und des Bonus bzw. des Wertes der noch zu zahlenden Prämien, so daß sich die Prämienreserve als Differenz beider Größen darstellt. Diese Vorschrift führte von selbst dazu, die Policen am Bilanztage in solche mit gleichen „Reversions“ und solche mit gleichen „Annuity values“ zu ordnen und im übrigen wie bei der Einzelrechnung vorzugehen. Aber eine Vorschrift hinsichtlich der zu wählenden Methode oder gar der Sterbetafel und des Rechnungszinsfußes wurde nicht erlassen. Hingegen müssen alle Gesellschaften dem Board of Trade Nachweisungen liefern, aus welchen eine Darstellung der gewählten Methode und ihrer Resultate hervorgeht und vermittels deren eine approximative Schätzung der letzteren möglich wird. Es kommt indessen sehr häufig vor, daß die Basis der Berechnung der Prämien und Reserven hinsichtlich Sterblichkeit und Rechnungszinsfuß nicht dieselbe ist. Im übrigen genügt eine exakte Berechnung von fünf zu fünf Jahren.

Gänzlich anders in Amerika. Hier gilt im allgemeinen als vor-

geschriebene Rechnungsgrundlage die American experience table of mortality und ein Zinsfuß von höchstens $3\frac{1}{2}\%$. Für New York gelten als Minimalreserven jene, welche sich nach der Select and ultimate method ergeben, wenn die Sterblichkeit des ersten bis fünften Versicherungsjahres bzw. 50, 65, 75, 85, 95% der Sterblichkeit der amerikanischen Tafel beträgt und im übrigen die Nettomethode gilt. Der Umstand, daß in einzelnen Staaten die Reserven von der Aufsichtsbehörde gerechnet werden und zu diesem Behufe die Einzeldaten jeder Police in einer Liste vorzulegen waren, in welche die Einzelreserven von der Behörde eingesetzt wurden, hat dort Tabellenwerken, welche die Reserven aller Versicherungskombinationen und Relationen enthalten, eine viel größere Bedeutung verliehen als anderswo. Solche Tafeln, welche die mean reserves für die einzelnen Jahre auf Karten gedruckt enthalten, werden als Insurance Departments Valuation Tables von der Aufsichtsbehörde des Staates New York seit 1887 herausgegeben.

Neben der Select and ultimate method sind insbesondere verschiedene Abarten der $x + 1$ -Methode in Brauch. Bei der „Full preliminary term method“ wird die Versicherung einfach als kurze Todesfallversicherung auf ein Jahr aufgefaßt und späterhin die entsprechende Versicherung für das um ein Jahr höhere Beitrittsalter und für die um ein Jahr verkürzte Versicherungs- bzw. Zahlungsdauer der Reserveberechnung unterlegt. „The Ohio Method“ ist für reine Ablebensversicherungen und solche mit abgekürzter Prämienzahlung über zwanzig Jahre mit der eben genannten Methode identisch. In allen andern Fällen der letzteren Versicherung tritt zu der Prämie für die kurze Todesfallversicherung des ersten Jahres eine Prämie π' , welche sich aus

$$\pi' = \frac{D_{x+m}(A_{x+m} - m_{-1}V_{x+1})}{N_x - N_{x+m}}$$

bestimmt, wobei V die Prämienreserve der reinen Ablebensversicherung bedeutet. Die Prämie des zweiten und der folgenden Jahre ist sonach

$$m_{-1}P_{x+1} + \pi',$$

so daß sich als Prämienreserve für die Versicherung auf reines Ableben mit abgekürzter Prämienzahlung

$$v_{-1}V_{x+1} + \pi' \frac{N_x - N_{x+v}}{D_{x+v}} \quad (v < m)$$

ergibt. Ganz ähnlich ist für die gemischte Versicherung die Prämie des ersten Versicherungsjahres

$$P_{x, \overline{n}|}^1 + \pi''$$

und die der folgenden Versicherungsjahre

$$P_{x+1, \overline{n-1}|} + \pi'',$$

wobei

$$\pi'' = \frac{D_{x+n}(1 - n_{-1}V_{x+1})}{N_x - N_{x+n}}.$$

Die Prämienreserve des ν ten Versicherungsjahres ist demnach

$${}_{\nu-1}V_{x+1} + \pi'' \frac{N_x - N_{x+\nu}}{D_{x+\nu}}.$$

Es gibt noch zahlreiche andere Abarten, so die Ilionis Method u. a. m. Ein prinzipielles Interesse darf wohl keine von ihnen beanspruchen.

Gegenüber all diesen Versuchen, den äußeren Schein der Nettomethode gegen jede bessere Einsicht retten zu wollen, erscheinen die viel älteren Vorschläge von Zillmer und Sprague weitaus überlegen, vor allem schon deshalb, weil sie ehrlich gemeint sind und an den Tatsachen nicht vorbeigeraten wollen. Man wird hierbei wohl der Ansicht Engelbrechts beipflichten, daß die Zillmersche Methode methodisch den beiden von Sprague vorgeschlagenen überlegen ist. Aber dem letzteren gebührt das Verdienst, als erster die Verwaltungskosten analysiert und auf die wichtige Rolle hingewiesen zu haben, welche dem Deckungskapital im Hinblick auf die Überschußbildung zukommt. Wir dürfen aber nicht übersehen, daß Sprague nur an die reinen Todesfallversicherungen gedacht hat und es nicht ihm anzulasten ist, wenn seine Methode bei stark abgekürzten Versicherungen unbrauchbar und gefährlich wird, weil sie offenbar über den tatsächlichen Bedarf hinaus Mittel zur Verfügung stellt.

Grundlegende Bedeutung besitzt die Methode Höckners. Hier wird zum ersten Male die Bedeutung des Prinzips der gleichbleibenden Überschüsse voll erkannt und insbesondere die Wahl der Rechnungsgrundlagen diesem Grundsatz untergeordnet. Zum ersten Male wird die Ungefährlichkeit negativer Deckungskapitale klar erwiesen und damit eine Schranke hinweggeräumt, welche alle Autoren vor ihm gewissenhaft respektiert haben. Nachdem negative Deckungskapitale als Aktiva des Versicherers aufgefaßt werden müssen, so ist allerdings der Standpunkt der älteren Autoren dem gleichen Bestreben entsprungen, welches die mannigfach überspannten Berechnungsmethoden und die Integrität der Nettoreserven durch Jahrzehnte erhalten hat. Hier konnte erst eine reinliche Feststellung der Funktionen des Deckungskapitales alteingewurzelte Vorurteile brechen und den Hinweis auf die Zweifelhafteigkeit des genannten Aktivums damit entkräften, daß ein vorzeitiger Rücktritt vom Verträge, welcher bei negativem Deckungskapitale zum Schaden des Versicherers ausschlägt, gerade so mit seinem durchschnittlichen Werte zu bemessen sei, wie etwa ein vorzeitiger Todesfall und daher nach Einführung der dritten Rechnungsgrundlage evtl. bei der Bemessung der durchschnittlichen Abschlußkosten vorweg zu berücksichtigen sei.

Im Grunde liegt aber der Wert dieser neuen Bruttomethode in ihrer Folgerichtigkeit, welche sie nach Einführung der dritten Rechnungsgrundlage als konsequente Weiterbildung der Nettomethode erscheinen läßt. Engelbrecht sieht gerade in der Einführung der Verwaltungs-

kosten einen Schönheitsfehler der neuen Methode und hält eine Verquickung der Deckungskapitalberechnung mit den Verwaltungskosten für unstatthaft. Er begründet dies mit dem Umstande, daß eine Abschätzung der künftigen Verwaltungskosten weit schwieriger sei, als eine solche der künftigen Sterblichkeit und des Zinsfußes. Sein Hauptbedenken entspringt jedoch aus der Schwierigkeit, die Verteilung der Verwaltungskosten auf die einzelnen Versicherungen mit genügender Objektivität feststellen zu können. Auch sei es zweifelhaft, ob im Falle des Konkurses dem Versicherten ein Recht auf Beträge zuerkannt werden könnte, welche der Deckung künftiger Verwaltungskosten dienen. Im Falle des Rückkaufes sei dies jedenfalls zu bestreiten.

Wir möchten jedoch gegen die ersten beiden Einwände zu bedenken geben, daß der schon mehrfach erwähnte Zusammenhang der Veränderlichkeit der Rechnungsgrundlagen kaum die einseitige Bevorzugung von zweien unter diesen zuläßt, auch wenn der quantitative Effekt einer solchen Änderung bei den Verwaltungskosten mehr ins Gewicht fallen sollte. Das zweite Bedenken aber wiegt kaum schwerer als jenes, welches man gegen die Beurteilung der Risikenqualität vorbringen könnte. Alle Bestrebungen, in solchen Dingen so weit als nur irgend möglich Gerechtigkeit walten zu lassen, finden bald ihre natürlichen Schranken und sind letzten Endes auch der Verbreiterung der Basis des Unternehmens zuwider. Die Frage aber, ob das Unkostendeckungskapital bei dem übrigen Deckungskapital zu verrechnen sei oder nicht, ist unserer Ansicht nach nur aus Opportunitätsgründen, nicht aber von der ästhetischen Seite aus zu behandeln. Auf die letztgenannten Bedenken Engelbrechts werden wir an späterer Stelle zurückkommen.

Es wäre nunmehr am Platze, unter Einführung der dritten Rechnungsgrundlage die formelmäßigen Entwicklungen für die Bildung des Deckungskapitales zu erbringen. Wir ziehen es jedoch vor, dies dem nächsten Abschnitte vorzubehalten, weil sich die hierher gehörenden Begriffsbildungen im Vereine mit der Entwicklung der Überschuß- und Dividendenberechnung leichter ergeben und von der letzteren selbst wieder die Verteilung der Verwaltungskosten in gewissem Sinne abhängt. Hingegen gilt es, die Funktion, welche das Deckungskapital im Betriebe zu erfüllen hat, noch nach einer Seite näher zu umschreiben.

§ 18. Deckungskapital und Sicherheitsreserve.

Wir haben schon bei der Besprechung der Berechnungsmethoden der Tarifprämie gesehen, daß man zwecks vorsichtiger und doch gerechter Bemessung derselben gezwungen sein wird, Rechnungsgrundlagen erster Ordnung zu verwenden, vermittels deren wir imstande sind, uns über die aus Sicherheitsgründen anzunehmende Höhe der Prämien ein Bild zu machen. Und wir haben schon an dieser Stelle angedeutet, daß diesen

Grundlagen auch bei der Deckungskapitalberechnung eine analoge Aufgabe zufallen wird. Die historische Übersicht hat auch erkennen lassen, daß das Bestreben, beim Deckungskapital gewissen Sicherheitsanforderungen gerecht zu werden, allezeit vorhanden war, ja man hat diesem selbst die Funktionen einer Sicherheitsreserve zu übertragen versucht, wozu es seiner Natur und Bestimmung nach gänzlich ungeeignet ist. Die Ansichten über diesen Gegenstand sind auch heute noch nicht völlig geklärt. So viel steht jedenfalls fest, daß das Deckungskapital die Rolle einer Sicherheitsreserve niemals in dem Sinne übernehmen kann, daß die Möglichkeit bestünde, ihm für den Fall außerordentlichen in den Rechnungsgrundlagen nicht vorgesehenen Bedarfes Beträge zu entnehmen. Diese Funktion kann nur eine freie Reserve erfüllen, welche der Versicherer im Falle des Bedarfes ohne weiteres heranziehen kann. Mit einer solchen Funktion hat also das Deckungskapital, welches ja stets Bestandteil der für erwartete Verpflichtungen vorhandenen Deckung bleibt, nichts zu tun.

Wir dürfen aber niemals vergessen, daß das Deckungskapital selbst stets einen Schätzwert darstellt und daher genau so wie bei der Prämie Maßnahmen zu treffen sind, welche innerhalb gewisser Grenzen die Erfüllung der ihm zugewiesenen Aufgabe auch dann garantieren, wenn sich die bei seiner Schätzung gemachten Annahmen als unzutreffend erweisen sollten. Zur Erfüllung dieser natürlichen Forderung sind zwei Möglichkeiten offen. Entweder das Deckungskapital wird selbst so vorsichtig eingeschätzt, daß seine Höhe voraussichtlich auch bei einer ungünstigen Wendung der Verhältnisse ausreicht. Diesen Weg ist die Versicherungstechnik in der Regel gegangen und hat durch Überspannung der der Deckungskapitalberechnung dienenden Grundlagen den erstrebten Zweck erreicht, allerdings in primitiver und unzureichender Weise. Denn durch ein solches Vorgehen wird, wie wir wissen, die Überschußbildung sehr wesentlich beeinflusst, und es mußte somit eine komplizierte Gewinnanalyse und Überschußverteilung an die Versicherten in Kauf genommen werden. Eine zweite Möglichkeit besteht aber darin, das Deckungskapital nach Grundlagen zweiter Ordnung zu rechnen, im übrigen aber durch Ansammlung freier Reserven den Betrieb genügend zu sichern. Das Dividendenproblem gestaltet sich in diesem Falle wesentlich einfacher. Ob aber dem einen oder dem andern Wege der Vorzug eingeräumt werden soll, ist a priori nicht zu entscheiden. Ja man kann geneigt sein, die ganze Frage als müßig zu erachten, wenn man bedenkt, daß auch im zweiten Falle eine annähernd zutreffende Schätzung der freien Sicherheitsreserve nur an Hand von Rechnungsgrundlagen erster Ordnung möglich sein wird und im übrigen die Sicherung gegen zufällige Schwankungen des Geschäftsverlaufes in beiden Fällen einer freien Sicherheitsreserve zu übertragen sein wird.

Wir sehen demnach, daß wir im ersten Falle die Grundlagen erster und zweiter Ordnung — letztere zur Schätzung der Dividenden — gerade so benötigen wie im zweiten. Verzichtet man aber hier auf eine Schätzung der Überschüsse, so kann man sich mit der Verwendung der Grundlagen zweiter Ordnung begnügen, wenn anders ein plausibler Maßstab für die Höhe der zu bildenden Sicherheitsreserven vorhanden ist. Ein Verzicht auf die Schätzung der Überschüsse im ersten Falle würde aber die Verwendung der Grundlagen zweiter Ordnung entbehrlich machen, sofern die Verteilung der Überschüsse an Hand der tatsächlich beobachteten Verhältnisse geregelt wird.

Auf den ersten Blick mag es erscheinen, daß die größere Höhe der frei verfügbaren Mittel zugunsten der zweiterwähnten Möglichkeit spricht. Dem ist aber entgegenzuhalten, daß diese Mittel von vornherein zur Deckung säkularer Schwankungen — gegen die zufälligen Schwankungen muß ja anderweitig vorgesorgt werden — gewidmet waren und es daher gar nicht ohne weiteres angeht, im Bedarfsfalle aus andern Gründen auf sie zu greifen. Werden sie aber ohnehin dem genannten Zwecke vorbehalten, dann fallen offenbar beide Möglichkeiten zusammen.

Jedenfalls besitzen wir in den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung einen Maßstab, welcher mit Rücksicht auf die im Dienste der Sicherheit notwendigen Vorkehrungen auch für die Bemessung der Höhe des Deckungskapitales seine Bedeutung, die schon bei der Prämienberechnung offenbar wurde, behält. Die beiden Möglichkeiten aber, entweder nur die Grundlagen erster Ordnung zu benutzen und alles andere einer hinterher einsetzenden Gewinnanalyse zu überlassen, oder nur die Grundlagen zweiter Ordnung zur Schätzung der Deckungskapitale zu verwenden, hingegen alle darüber hinausgehenden Mittel für freie Reserven und Überschuß vorzubehalten, stellen zwei Extreme dar, zwischen denen sich die Methoden der Praxis in mannigfachen Abstufungen einordnen lassen. Wir wissen ja, daß ein exakter Anschluß an die Tatsachen nicht zu erreichen ist, wenn man die Rechnungsgrundlagen für längere Zeiträume festlegt, so daß auch die Grundlagen zweiter Ordnung niemals restlos befriedigen können. Durch die Verwendung von Rechnungsgrundlagen erster Ordnung sind aber wieder die Sicherheitsvorkehrungen noch nicht befriedigend erfüllt. In der Praxis ist deshalb die Sachlage meist die, daß über die durch die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung gezogenen Grenzen der Deckungskapitale hinaus noch Sicherheitsreserven angesammelt werden, die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung aber selbst so vorsichtig gewählt sind, daß die Gestaltung der Verhältnisse voraussichtlich wesentlich günstiger verläuft, als den hier zugrunde gelegten Annahmen entspricht.

Von den beiden extremen Fällen selbst ist nur der eine beim reinen Kontributionsplan realisiert. Der zweite Fall stimmt mit Ideen über-

ein, welche auf Engelbrecht zurückgehen, jedoch in der Praxis keinen Eingang gefunden haben. Aus dem Vorangegangenen dürfte aber klar geworden sein, daß das Deckungskapital unter allen Umständen eine Schuld des Versicherers, nicht aber eine Sicherheitsreserve darstellt, welche Grundlagen immer bei seiner Berechnung Verwendung gefunden haben. Auch das Wort Prämienreserve, welches wir nach allgemeinem Gebrauche synonym mit der Bezeichnung Deckungskapital anwenden, soll nur auf die Entstehung derselben aus den Prämien hinweisen. Allerdings hat man durch Überschätzung der Rechnungsgrundlagen beim Deckungskapital Beträge angehäuft, welche richtiger in freien Reserven zu Sicherheitszwecken zur Verfügung gehalten werden sollten. Aber auch dann, wenn diese Beträge die durch die nötige Vorsicht gebotenen Grenzen überschreiten sollten, hat die Prämienreserve noch nicht den Charakter einer Sicherheitsreserve angenommen, weil ihre Freimachung die Konvertierung der Grundlagen und damit den Neuaufbau des ganzen technischen Apparates notwendig machen würde. Die damit verbundene Unterbrechung der Kontinuität der Überschußbildung wäre demnach das genaue Gegenteil von dem, was durch die Bildung von Sicherheitsreserven angestrebt wird. Denn der Zweck derselben kann doch nur darin erblickt werden, im Dienste einer egal verlaufenden Überschußbildung die zufälligen und sälukaren Störungen des Geschäftsverlaufes zum Ausgleich zu bringen.

§ 19. Die Methode der Deckungsprämien.

In seiner Arbeit von 1907 vertritt Engelbrecht den Standpunkt, daß das Deckungskapital auf den für die Erfüllung der normalen Verpflichtungen nötigen Bedarf beschränkt bleiben solle, hingegen der Bildung der freien Reserven zur Deckung jeden außerordentlichen Bedarfes mehr Aufmerksamkeit zu schenken sei. Denn nur von der Höhe dieser hängt die Sicherheit des Unternehmens im Vereine mit genügenden Sicherheitsaufschlägen zu den Prämien und der regelmäßigen Überschußbildung ab. Das Prinzip der gleichbleibenden Überschüsse bedürfe aber dann nach zwei Richtungen einer Einschränkung. Es soll sich nicht auf die Zinsen der freien Reserven beziehen, demnach nur auf die eigentlichen Betriebsüberschüsse. Höckners Ansicht, daß freie Reserven überhaupt nicht zu bilden sind, sondern für jede Versicherung nur die Überschußanteile der ersten Versicherungsjahre als Sicherheitsreserve zurückzuhalten seien, sei nur so lange richtig, als eine Änderung der Rechnungsgrundlagen nicht nötig erscheine. Das Prinzip besagt weiter, daß der Überschuß der Zukunft für jede Versicherung dem absoluten Betrage nach so groß sein soll, wie der Überschuß der Gegenwart. Aber auch die Höcknersche Methode der ausreichenden Prämien entspräche nicht diesem Prinzip, weil sie bei Änderung der Grundlagen die Rechnungen wieder auf den Ausgang der Versicherung zurückstellen müsse.

Dann ist aber der Überschuß dieses Jahres stets wieder größer oder kleiner als der Überschuß der folgenden Jahre.

Engelbrecht definiert zur Vermeidung dieses Mangels aller bisherigen Methoden der Deckungskapitalberechnung folgendermaßen: Deckungskapital ist derjenige Betrag, aus dem zusammen mit den zukünftigen Deckungsprämien die Gesellschaft ihre Verpflichtungen erfüllen kann. Die Deckungsprämien sind hierbei jene Teile der Brutto- prämien, deren Barwert, zusammen mit dem zuletzt eingestellten Deckungskapital die Versicherungsverpflichtungen der Gesellschaft deckt. Dabei gilt die zusätzliche Forderung, daß die Deckungsprämien mindestens um so viel niedriger sind als die Brutto- prämien, daß aus dem Barwert der Differenz zusammen mit dem letzten Verwaltungskostendeckungskapital die zukünftigen Verwaltungskosten gedeckt werden. Ferner ist der Zusatz zu machen, daß das Deckungskapital am Anfang des ersten Versicherungsjahres gleich dem negativen Betrag der durchschnittlichen Abschlußkosten ist.

Ist demnach für die Todesfallversicherung V_{v-1} das zuletzt gestellte Deckungskapital des letzten Versicherungsjahres, so ist die Deckungs- prämie

$$(11) \quad (v)P = \frac{A_{x+v-1} - V_{v-1}}{a_{x+v-1}}$$

und das nächste Deckungskapital ist

$$(12) \quad V_v = A_{x+v} - \frac{A_{x+v-1} - V_{v-1}}{a_{x+v-1}} \cdot a_{x+v}.$$

Werden die Abschlußkosten gleich α gesetzt, so ist die Deckungsprämie des ersten Versicherungsjahres

$$(1)P = \frac{A_x + \alpha}{a_x}$$

und das Deckungskapital am Ende des ersten Versicherungsjahres

$$V_1 = A_{x+1} - \frac{A_x + \alpha}{a_x} \cdot a_{x+1}.$$

Im ersten Versicherungsjahre und, unter der Voraussetzung, daß Änderungen der Rechnungsgrundlagen nicht eingetreten sind, auch in den folgenden Versicherungsjahren ist also der obige Ausdruck für das Deckungskapital nur eine andere Schreibweise für die Zillmersche Methode und der so berechnete Ausdruck stimmt, wenn die Versicherungs- dauer gleich der Prämienzahlungsdauer ist und die zukünftigen Ver- waltungskosten als gleichbleibend angenommen werden, mit dem nach der Höcknerschen Methode der ausreichenden Prämien berechneten Deckungskapitale überein.

Macht man die Substitution

$$a_{x+v} = (a_{x+v-1} - 1) \frac{1+i}{p_{x+v-1}}$$

und

$$A_{x+v} = \left[A_{x+v-1} (1+i) - q_{x+v-1} \right] \frac{1}{p_{x+v-1}},$$

so läßt sich der Ausdruck für das Deckungskapital in der folgenden Form schreiben:

$$(13) \quad V_v = \left[\left(V_{v-1} + \frac{A_{x+v-1} - V_{v-1}}{a_{x+v-1}} \right) (1+i) - q_{x+v-1} \right] \frac{1}{p_{x+v-1}}$$

oder auch

$$(14) \quad V_v = \left(V_{v-1} + \frac{A_{x+v-1} - V_{v-1}}{a_{x+v-1}} \right) (1+i) - (1 - V_{v-1}) q_{x+v-1},$$

wobei die Annahme gemacht ist, daß die Sterblichkeitsfälle am Ende des Versicherungsjahres eintreten.

Bei Versicherungen mit laufender Prämienzahlung ergibt sich das Deckungskapital also auch als derjenige Betrag, welcher unter Berücksichtigung der Zinsen und der Sterblichkeit von dem zuletzt zurückgestellten Deckungskapital und den inzwischen gezahlten Deckungsprämien, nach Abzug der inzwischen rechnungsmäßig fällig gewordenen Versicherungsverpflichtungen übrigbleibt.

Wenn nun der Berechnung der Deckungsprämie stets als Rechnungsgrundlage die nach den tatsächlichen Verhältnissen beste Schätzung der Sterblichkeit und des Zinsfußergebnisses der nächsten Zukunft zugrunde gelegt wird und im ersten Versicherungsjahre die tatsächlichen Abschlußkosten verrechnet wurden und auch späterhin verrechnet werden, so bietet diese Methode die Garantie einer möglichsten Konstanz der Überschüsse, da diese nur durch wirklich unvorhergesehene Zwischenfälle gestört werden kann. Zur Ausgleichung dieser dienen die freien Reserven. Nur bei der Berechnung der Bruttoprämie liegt die ganze Zukunft vor. Daher muß diese so hoch genommen werden, daß ausreichende Deckung und überdies noch genügende Sicherheitszuschläge vorhanden sind. Bei der Berechnung des Deckungskapitales aber kommt die fernere Zukunft gar nicht in Betracht. Nur um die nächste Zukunft kann es sich handeln. Natürlich müssen die Grundlagen geändert werden, wenn sie nicht mehr genügen.

Engelbrecht findet es unlogisch, daß alle bisherigen Methoden eine Änderung der Grundlagen insoweit auf die Vergangenheit beziehen mußten, als durch eine solche stets das vorhandene Deckungskapital beeinflusst wird. Eine Änderung der Grundlagen könne sich nur auf die Zukunft beziehen und müsse das vorhandene Deckungskapital intakt lassen. Deshalb wird bei Berechnung der neuen Deckungsprämien nicht vom Ausgang der Versicherung, sondern vom letzten Deckungskapital auszugehen sein. Die Möglichkeit der Änderung der Deckungsprämien ist aber durch die vorhandenen Sicherheitszuschläge gegeben. Die Bruttoprämie zerfällt demnach in die Nettoprämie, den Zuschlag zur Deckung der Abschlußkosten, den Zuschlag zur Deckung der laufenden Kosten und den Sicherheitszuschlag. Sind die Abschlußkosten gedeckt, so fällt der Zuschlag für ihre Deckung fort und vereinigt sich mit der Nettoprämie zur Deckungsprämie. Die übrigen Teile bleiben

ungeändert. Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit, das Deckungskapital am Anfang gleich den negativen Abschlußkosten zu setzen.

Die freien Reserven werden nur dann herangezogen, wenn die Sicherheitszuschläge zur Erhöhung der Deckungsprämien nicht mehr ausreichen oder bereits ganz in Anspruch genommen sind. Als Zinsfuß soll der zugrunde gelegt werden, welcher für die nächste Zukunft (fünf Jahre) zu erwarten ist. Die Berücksichtigung von Änderungen unter $\frac{1}{4}\%$ hält Engelbrecht nicht für zweckmäßig, weil sich die stärkere Reduktion der Sicherheitszuschläge durch den Zinsgewinn ausgleicht. Als Sterblichkeit ist die durchschnittliche der Gegenwart für die nächste Zukunft zu verwenden. Engelbrecht hält es nicht für notwendig, eine aus einem bestimmten Materiale auf direktem Wege abgeleitete Tafel zu verwenden. Solche Tafeln müssen natürlich die Grundlage der Schätzungen bilden, aber schätzungsweise Abänderungen entsprechend den Beobachtungen am eigenen Bestande sind gerechtfertigt.

Zur Beurteilung der Methode von Engelbrecht müßten wir uns allerdings im Besitze der wichtigsten Resultate der Theorie der Überschußbildung und Gewinnverteilung befinden, Dinge, welche in zusammenhängender Darstellung erst dem nächsten Abschnitte vorbehalten sind. Die Folgerichtigkeit des Verfahrens ist überaus bestechend, zumal wenn man auch die letzten von Engelbrecht gemachten Vorbehalte fallen läßt und in die Deckungskapitalberechnung die Verwaltungskosten als vollberechtigte Rechnungsgrundlage einführt. In der Praxis wird es ja notwendig sein, die ständige Kontrolle der Rechnungsgrundlagen auch auf die Verwaltungskosten auszudehnen und damit die Unkostendeckungskapitale Engelbrechts denselben Prinzipien zu unterwerfen wie die für die Versicherungsleistung gebildeten Rücklagen. Man könnte also sehr wohl in den Formeln Engelbrechts statt der reinen die ausreichenden Deckungskapitale substituieren und im übrigen an der Bildung der Deckungskapitale nach seinem Vorgange festhalten. Aber auch unter dieser Voraussetzung muß wohl gesagt werden, daß der praktische Erfolg der Methode bei planmäßig vorgesehener Bildung der Sicherheitsreserven sich kaum von dem unterscheiden wird, was bei Anwendung eines wohl durchdachten Dividendenplanes tatsächlich erreicht wird. Der Hauptunterschied bei der Anwendung der Methode der ausreichenden Prämien und der Methode der Deckungsprämien reduziert sich dann im Grunde auf die Tatsache, daß bei der letzteren Methode die Anpassung des Deckungskapitales gewissermaßen automatisch erfolgt, während es im ersteren Falle bei Änderung der Rechnungsgrundlagen zu der von Engelbrecht beanstandeten Diskontinuität der Überschußbildung kommen kann, wenn etwa die Heranziehung freier Mittel zur Regulierung des Deckungskapitales nicht möglich wäre. Man darf aber diesen Umstand in seiner

Bedeutung für die Praxis keinesfalls überschätzen, da auch bei der Methode von Engelbrecht die Regulierung der Grundlagen nur für längere Zeiträume praktisch in Betracht kommen kann und im übrigen eine Erhöhung der Deckungsprämie oder eine Herabsetzung der Dividende letzten Endes auf dasselbe hinausläuft. Da überdies, wie wir schon ausführten, der restlosen Zuweisung aller über das unbedingt notwendige Ausmaß im Deckungskapital enthaltenen Beträge an die freien Reserven eine prinzipielle Bedeutung gar nicht zukommt, so dürfte das Verfahren unbeschadet seines hohen theoretischen Wertes in die Praxis nicht leicht Eingang finden. Man darf auch nicht übersehen, daß die Bildung freier Reserven nicht allein vom Ermessen des Technikers abhängt, sondern bei der Dotierung solcher Reserven für Aktiengesellschaften auch Rücksicht auf die evtl. Steuerpflichtigkeit solcher Reserven zu nehmen ist. Bei stabilen Verhältnissen ist mit der Methode Engelbrechts nichts zu gewinnen. Anderenfalls aber wird die Praxis nicht gern einer Methode nähertreten wollen, welche zwar eine ideale Anpassungsfähigkeit und Folgerichtigkeit bekundet, diese Vorteile jedoch nur um den Preis ihrer nicht gerade leichten Handbarkeit darbietet. Wir verweisen in diesem Zusammenhange jedoch zur Anführung gegenteiliger Ansichten auf die im Literaturnachweis erwähnte Abhandlung von Nabholz.

§ 20. Die Gruppenrechnung des Deckungskapitales.

Die Darstellung der Berechnung des Deckungskapitales im einzelnen fällt nicht in den Rahmen dieses Buches. Wir wollen daher gleich jene Methoden ins Auge fassen, welche es ermöglichen, bei relativ großen Beständen den Rechenapparat möglichst herabzudrücken. Hierbei ist zu unterscheiden zwischen solchen Verfahren, welche nur durch eine geeignete Anordnung der Rechnung den Ziffernverbrauch herabmindern — Gruppenmethode im engeren Sinne — und im übrigen ein mit der Einzelrechnung übereinstimmendes Resultat ergeben, und den Näherungsverfahren, welche auf die Erlangung einer approximativen Ziffer des Gesamterfordernisses abgestellt sind.

Die Berechnung des Deckungskapitales für die Bilanz einer Lebensversicherungsgesellschaft kann so erfolgen, daß das Deckungskapital für jede einzelne Versicherung berechnet und durch Summation dieser Einzelposten die gesamte Verbindlichkeit festgestellt wird. Ein solcher Vorgang wird immer dann eingehalten werden müssen, wenn die Zersplitterung des Versicherungsstockes nach Tarifen, Währungen und Operationsgebieten eine so große ist, daß größere gleichartige Versicherungsbestände, welche in den für die Deckungskapitalberechnung wesentlichen Daten übereinstimmen, nicht vorhanden sind. Im allgemeinen aber ist man seit langem daran gewöhnt, sich die in den Formeln für die Einzelberechnung im Hinblick auf einen größeren Stock

gleichartiger Versicherungen enthaltenen Rechenvorteile zunutze zu machen.

Der der Gruppenrechnung zugrunde liegende Gedanke beruht im allgemeinen darauf, daß die genannten Formeln die versicherte Summe und die für die Deckungskapitalberechnung in Betracht kommende Prämie explizit enthalten, so daß diese beiden Größen bei einer großen Anzahl gleichartiger Versicherungen mit denselben gemeinsamen Faktoren in die Rechnungen eingehen. Das Prinzip ist immer dasselbe, ob nun die Berechnung nach der reinen Nettomethode oder irgendeinem andern Verfahren vorgenommen wird.

Wir müssen aber beachten, daß die Berechnung des Deckungskapitales auch nach der Gruppenmethode für das Ende des Bilanzjahres und nicht für das Ende der Versicherungsjahre zu erfolgen hat. Somit ist es erforderlich, nicht von den Formeln der Einzeldeckungskapitale für das Ende der Versicherungsjahre (Terminal Reserves), sondern von den Formeln für das Einzelbilanzdeckungskapital (Mean Reserves) auszugehen. Man wird also in diesem Falle zweckmäßig von den Formeln 40, 41, 49 des ersten Abschnittes Gebrauch zu machen haben. Unter gewissen Umständen erscheint es jedoch einfacher, die Gruppierung auf die Reserven am Ende der Versicherungsjahre anzuwenden und erst hinterher die Bilanzreserve für den ganzen Versicherungsstock der Gruppe zu gewinnen. Das erstere Verfahren ist das in Amerika gebräuchliche. Im zweiten Falle wäre man gezwungen, die Berechnung für die einzelnen Zugangsalter und innerhalb jeder Gruppe auch für die um ein Jahr aufgerückten Zugangsalter vorzunehmen. Man kann dies aber ersparen, wenn man den Rechnungen nicht die Zugangsalter, sondern die jeweiligen Alter am Bilanztage zugrunde legt und auf Grund dieser die entsprechend interpolierten Versicherungswerte in die Rechnungen einführt.

Ob man nach dem einen oder andern Verfahren vorgeht, ist rücksichtlich des Resultates nicht immer gleichgültig. Dazu kommt, daß die verschiedenen Möglichkeiten der Bestimmung der Alter und Dauern die Resultate der Rechnungen recht erheblich beeinflussen.

Karup hat in einem Briefe an den Insurance Record vom 26. Mai 1871 eine Methode zur Berechnung der Bilanzreserve unter korrekter Berücksichtigung der abgelaufenen Versicherungsdauer bei Zusammenfassung in Gruppen angegeben. Die Methode ist erst im 38. Bande des J. I. A., S. 431 zur Veröffentlichung gelangt. Der ihr zugrunde liegende Gedanke besteht in folgendem.

Sei x das Alter beim Abschluß der Versicherung und sei $\nu + t$ die abgelaufene Versicherungsdauer, wo ν eine ganze Zahl und t eine gebrochene Zahl darstellt. Dann ist bei linearer Interpolation die Reserve nach $\nu + t$ Jahren

$$(15) \quad {}_{\nu+t}V_x = (1 - t)({}_{\nu}V_x + P_x) + t \cdot {}_{\nu+1}V_x,$$

wofür man auch schreiben kann

$$(16) \quad \begin{aligned} {}_{v+t}V_x &= A_{x+v} - P_x(a_{x+v} - 1) + t(A_{x+v+1} - A_{x+v}) \\ &\quad - P_x \cdot t(a_{x+v+1} - a_{x+v} + 1). \end{aligned}$$

Ist nun die versicherte Summe S und die korrespondierende Netto-
prämie π , so daß $\pi = S \cdot P_x$, dann ist

$$(17) \quad \begin{aligned} S \cdot {}_{v+t}V_x &= S \cdot A_{x+v} - \pi(a_{x+v} - 1) + S \cdot t(A_{x+v+1} - A_{x+v}) \\ &\quad - \pi \cdot t(a_{x+v+1} - a_{x+v} + 1). \end{aligned}$$

Wir betrachten nun eine Gruppe von Versicherungen auf reines Ab-
leben, deren versicherte Summen $S_1, S_2, S_3 \dots$ sind und deren Ver-
sicherte bei Abschluß die Alter $x, y, z \dots$ hatten und sämtlich im gleichen
Kalenderjahre geboren sind. Für diese an einem bestimmten Bilanztage
in Kraft stehenden Policen mögen die abgelaufenen Versicherungsdauern
 $v_1 + t_1, v_2 + t_2, v_3 + t_3 \dots$ sein. Dann ist

$$x + v_1 = y + v_2 = z + v_3 = \dots m.$$

Wir erhalten nun die Summe der Reserven aller dieser Versicherungen
am Bilanztage durch den Ausdruck

$$(18) \quad \begin{aligned} \sum V &= \sum S \cdot A_m - \sum \pi \cdot (a_m - 1) + \sum S \cdot t \cdot (A_{m+1} - A_m) \\ &\quad - \sum \pi \cdot t \cdot (a_{m+1} - a_m + 1). \end{aligned}$$

Zwecks Anwendung der Formel müssen demnach die Policen sämtlich
nach dem Geburtsjahre der Versicherten geordnet werden. Die ersten
beiden Kolumnen des Registers sind die gewöhnlichen, welche Summe
und Nettoprämie enthalten. Weitere zwei Kolumnen enthalten die
Größen $S \cdot t$ und $\pi \cdot t$, welche für die ganze Versicherungsdauer konstant
bleiben. Zwecks Ausführung der Rechnung werden alle vier Kolumnen
addiert und mit den bezüglichen Faktoren multipliziert, womit die
Rechnung vollendet ist.

$x, y, z \dots$ bedeuten bei Karup die mittleren Beitrittsalter, dem-
nach die Differenzen der Beitrittsjahre und der Geburtsjahre, während t
den Jahresbruchteil vom Beitrittstag bis zum Bilanztag angibt. Natür-
lich können die Beitrittsalter auch in anderer Weise bestimmt werden.
Die Formel nimmt auf die abgelaufene Dauer exakt Rücksicht und gibt
ein Resultat, welches der tatsächlichen Verteilung des Prämieeneinganges
über das Rechnungsjahr vollauf gerecht wird. Auch für gemischte
Versicherungen kann die Formel ohne Veränderung angewendet werden,
wenn eine weitere Unterteilung der Policen nach gleichem Erfüllungs-
alter vorgesehen wird.

Wenn demnach nach dem Vorschlage von Karup auch innerhalb
der Gruppenbildung eine genaue Berücksichtigung der abgelaufenen
Versicherungsdauer möglich erscheint, so sind, wie schon erwähnt,
auch die Gesichtspunkte, nach denen die Ordnung der Policen am
Bilanztage erfolgt, von erheblicher Bedeutung für das Resultat der

Rechnung. Im allgemeinen werden hierbei das Geburtsdatum und das Beitrittsdatum die wichtigste Rolle spielen. In der Regel wird man aber auch auf eine genauere Berücksichtigung der abgelaufenen Versicherungsdauer auf Jahresbruchteile gern verzichten wollen und das Rechnungsergebnis wird demnach unter dem Einfluß der Methoden stehen, welche für die Bestimmung des Beitrittsalters, der abgelaufenen Versicherungsdauer bis zum Bilanztage, des Alters am Bilanztage u. a. m. zur Anwendung gelangt. Wäre eine völlig gleichmäßige Aufteilung des Zuges über das Jahr und überdies die Unabhängigkeit der Beitrittsdaten von den Geburtsdaten anzunehmen, dann wäre eine genauere Untersuchung überflüssig, weil die für den Bilanztag geltenden durchschnittlichen Werte auf analytischem Wege leicht zu erhalten wären. Aber weder das eine noch das andere ist der Fall und wir müssen daher, bevor wir in die Besprechung der Gruppenrechnung eingehen, die Frage beantworten, welchen Einfluß die nach irgendeinem summarischen Verfahren erfolgende Bestimmung der Versicherungsdaten auf den Gesamtwert des Deckungskapitales ausübt.

D. C. Fraser hat in einer sehr verdienstvollen Arbeit den Fragenkomplex an Hand einer Mustergesellschaft (model office) für reine Ablebensversicherungen unter der Annahme untersucht, daß alle in Betracht kommenden Versicherungen gleich sind. Es werden hier sämtliche in England üblichen Verfahren der Bestimmung der Versicherungsdaten in ihrer Wirkung auf die Reserveberechnung miteinander verglichen und die erhaltenen Resultate gestatten hinsichtlich der Güte des einen oder andern Verfahrens ein ganz bestimmtes Urteil.

Gemäß der Formel (15) von Karup kann die Reserve nach $\nu + t$ Jahren durch zwei andere ersetzt werden, und zwar durch eine für die versicherte Summe t , welche am Beginne des Beitrittsjahres abgeschlossen wurde und durch eine für die versicherte Summe $1 - t$, welche am Ende des Beitrittsjahres zum Abschlusse kam. Demnach können alle Policen durch zwei entsprechende ersetzt werden, deren Summen durch den Beitrittstag bestimmt sind. Setzen wir nun voraus, daß für eine Anzahl $m_1, m_2, m_3 \dots$ von Policen die betreffenden Jahresbruchteile, gerechnet vom Anfang des Kalenderjahres bis zum Beitrittsdatum, durch $t_1, t_2, t_3 \dots$ gegeben seien, dann wird die zu Ende des Jahres abgeschlossene Versicherungsanzahl durch $m_1 t_1 + m_2 t_2 + \dots$ gegeben sein, so daß diese gegenüber der gesamten Anzahl der abgeschlossenen Versicherungen desselben Jahres $m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ einen Bruchteil

$$\frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 + m_3 t_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

ausmacht. Dieser Bruch kann auch aufgefaßt werden als Bruchteil des Jahres, welcher dem Zeitraum vom Anfang des Kalenderjahres bis zum mittleren Abschlußtermin — mittleren Beitrittsdatum — entspricht. In der Mustergesellschaft Frasers ergibt sich für diesen Bruch

0,382. Es kann also angenommen werden, daß 0,382 der Versicherungen zu Beginn des Jahres und 0,618 zu Ende des Jahres zum Abschluß kommen.

Diese beiden Gruppen können aber weiter unterteilt werden, je nachdem sie zu Beginn oder zu Ende des laufenden Altersjahres des Versicherten abgeschlossen wurden. Es ergab sich so folgende Tabelle:

Beitrittsdatum	Zugang zum Alter des letzten Geburtstages	Zugang zum Alter des nächsten Geburtstages	Summe
1. Januar	0,123	0,259	0,382
31. Dezember	0,198	0,420	0,618
Summe . . .	0,321	0,679	1,000

Wenn wir nun für diese durchaus gleichartigen Versicherungen eines Zugangsjahres, von denen jedoch ein Teil zur Prämie des x -Jährigen, der andere Teil zur Prämie des $x + 1$ -Jährigen versichert ist, v Jahre später am 31. Dezember die Reserve für diese ganze Zugangsgruppe bestimmen wollen und dieser Betrag mit der Summe der exakten Einzelreserven übereinstimmen soll, dann ist leicht ersichtlich, daß wir die totale Reserveziffer durch Multiplikation der Summe des Zuganges mit dem Faktor

$$(19) \quad 0,123 {}_{v+1}V_x + 0,259 {}_{v+1}V_{x+1} + 0,198 ({}_vV_x + P_x) + 0,420 ({}_vV_{x+1} + P_{x+1})$$

erhalten.

Es sollen nun die Bruchteile des Gesamtzuganges, welche den Zugang der ersten bzw. zweiten Jahreshälfte darstellen, mit a_1 und a_2 bezeichnet werden. Weiter bezeichne b_1 den Bruchteil der Policen, für welche das Intervall zwischen Beitrittsdatum und nächstfolgendem Geburtstag kleiner ist als sechs Monate und b_2 entsprechend den Bruchteil der Policen, für welche dieses Intervall sechs Monate übersteigt. Endlich bezeichne c_1 den Bruchteil der Policen, für welche der nächste Geburtstag in die erste Hälfte des Beitrittsjahres fällt und entsprechend sollen c_2, c'_1, c'_2 , die Bruchteile der Policen bezeichnen, für welche der nächste Geburtstag in die zweite Hälfte des Beitrittsjahres bzw. in die erste Hälfte des diesem Beitrittsjahre folgenden Jahres oder endlich in die zweite Hälfte des letztgenannten Jahres fällt. Die mannigfachen Möglichkeiten der Charakterisierung der Policen nach Beitrittsdatum (a), Intervall zwischen Beitrittsdatum und nächstem Geburtsdatum (b) und nächstem Geburtsdatum (c) können nun durch die drei Buchstaben in einfachster Weise festgelegt werden.

Es ergeben sich sonach die folgenden Charakteristiken für die gebräuchlichen Gruppierungen der Policen:

1. Abgeschlossen im ersten Halbjahr a_1
2. Abgeschlossen im zweiten Halbjahr a_2
3. Abgeschlossen weniger als sechs Monate vor dem nächsten Geburtstag b_1

4. Abgeschlossen mehr als sechs Monate vor dem nächsten Geburtstag b_2
5. Der nächste Geburtstag fällt in die erste Jahreshälfte des Beitrittsjahres c_1
6. Der nächste Geburtstag fällt in die zweite Jahreshälfte des Beitrittsjahres c_2
7. Der nächste Geburtstag fällt in die erste Jahreshälfte des dem Beitrittsjahre folgenden Jahres c'_1
8. Der nächste Geburtstag fällt in die zweite Jahreshälfte des dem Beitrittsjahre folgenden Jahres c'_2
9. Beitrittsdatum in der ersten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag kleiner als sechs Monate. $a_1 b_1$
10. Beitrittsdatum in der ersten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag größer als sechs Monate $a_1 b_2$
11. Beitrittsdatum in der zweiten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag kleiner als sechs Monate $a_2 b_1$
12. Beitrittsdatum in der zweiten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag größer als sechs Monate $a_2 b_2$
13. Beitrittsdatum in der ersten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag kleiner als sechs Monate. Nächster Geburtstag in der zweiten Hälfte des Beitrittsjahres $a_1 b_1 c_2$
14. Beitrittsdatum in der zweiten Jahreshälfte. Intervall bis zum nächsten Geburtstag mehr als sechs Monate. Nächster Geburtstag in der ersten Hälfte des folgenden Jahres $a_2 b_2 c'_1$

Im Verfolg der verschiedenen Kombinationen der a , b und c ergeben sich auch für die am Bilanztage für die Berechnung der Prämienreserve zu bildenden Gruppen die mannigfachsten Möglichkeiten, je nach der Bestimmung der drei Größen Beitrittsalter, abgelaufene Versicherungsdauer am Bilanztage und Alter am Bilanztage. Wir brauchen nicht erst darauf zu verweisen, daß die sich ergebenden Gesamtheiten in bekannter Weise einer sehr anschaulichen geometrischen Darstellung fähig sind, auf welche wir jedoch nicht eingehen. Für die Berechnung sind nur zwei der drei am Bilanztage in Betracht kommenden Größen zu bestimmen, da die dritte immer durch die beiden andern gegeben ist.

Im folgenden sind nun alle in England gebräuchlichen Bestimmungen aufgeführt, wobei wir bemerken, daß die erste nur zu Vergleichszwecken angeführt erscheint und die 14. nach dem Vorschlage von King zunächst zur Bestimmung des laufenden Risikos in Betracht kommt.

Unter nächstes Beitrittsalter ist hierbei jenes verstanden, welches dem Versicherten an dem dem Beitrittstage zunächstliegenden Geburtstage zukommt. N. G.-T. bedeutet das Alter des Versicherten an dem dem Beitrittstage folgenden Geburtstage. Unter mittlerem Alter ist jenes Alter verstanden, wonach dem Versicherten das Alter $x + 1$ oder

x zugeschrieben wird, je nachdem sein nächster Geburtstag in das Beitrittsjahr oder in das dem Beitrittsjahre folgende Jahr fällt. Unter abgekürzter abgelaufener Dauer versteht man die Differenz von Bilanz- und Beitrittsjahr. Unter nächster abgelaufener Dauer ist zu verstehen, daß diese mit $\nu + 1$ angenommen wird, wenn der Beitritt in der ersten Jahreshälfte erfolgte und mit ν , wenn hierfür die zweite Jahreshälfte des Zugangsjahres in Betracht kommt.

Nr.	Beitrittsalter	Abgelaufene Dauer	Alter am Bilanztag
1	exakt	exakt	exakt
2	nächstes	exakt	
3	N. G.-T.	exakt	
4	N. G.-T.	nächste	
5	N. G.-T.	abgekürzt	
6	N. G.-T.	abgekürzt + $\frac{1}{2}$	
7	N. G.-T.	abgekürzt + 1	
8	N. G.-T.		N. G.-T.
9	N. G.-T.		nächstes
10	N. G.-T.		letzter G.-T. + $\frac{1}{2}$
11	mittleres Alter	abgekürzt + $\frac{1}{2}$	letzter G.-T. + $\frac{1}{2}$
12	nächstes	nächste	
13	nächstes		nächstes
14		nächste	nächstes
15	nächstes	abgekürzt + $\frac{1}{2}$	

Es ergeben sich nach diesem Schema folgende Formeln für die Bilanzreserve:

1. $0,259 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,123 \cdot {}_{\nu+1}V_x + 0,420 \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + 0,198 \cdot {}_{\nu}V_x$
2. $0,382 (b_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + b_2 \cdot {}_{\nu+1}V_x) + 0,618 (b_1 \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + b_2 \cdot {}_{\nu}V_x)$
3. $0,382 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,618 \cdot {}_{\nu}V_{x+1}$
4. $a_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + a_2 \cdot {}_{\nu}V_{x+1}$
5. ${}_{\nu}V_{x+1}$
6. $0,5 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,5 \cdot {}_{\nu}V_{x+1}$
7. ${}_{\nu+1}V_{x+1}$
8. $(c_1 + c_2) {}_{\nu+1}V_{x+1} + (c'_1 + c'_2) {}_{\nu}V_{x+1}$
9. $c_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + (c_2 + c'_1) \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + c'_2 \cdot {}_{\nu-1}V_{x+1}$
10. $0,5 (c_1 + c_2) {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,5 \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + 0,5 (c'_1 + c'_2) {}_{\nu-1}V_{x+1}$
11. $(c_1 + c_2) \cdot (0,5 {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,5 {}_{\nu}V_{x+1}) + (c'_1 + c'_2) (0,5 {}_{\nu+1}V_x + 0,5 {}_{\nu}V_x)$
12. $a_1 b_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + a_1 b_2 \cdot {}_{\nu+1}V_x + a_2 b_1 \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + a_2 b_2 \cdot {}_{\nu}V_x$
13. $c_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + (b_1 - c_1) \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + (b_2 - c'_2) {}_{\nu+1}V_x + c'_2 \cdot {}_{\nu}V_x$
14. $c_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + (a_1 - c_1) {}_{\nu+1}V_x + (a_2 - c'_2) \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + c'_2 \cdot {}_{\nu}V_x$
15. $0,5 b_1 \cdot {}_{\nu+1}V_{x+1} + 0,5 b_2 \cdot {}_{\nu+1}V_x + 0,5 b_1 \cdot {}_{\nu}V_{x+1} + 0,5 b_2 \cdot {}_{\nu}V_x$.

Das Glied, welches sich auf die laufende Prämie bezieht, ist hierbei in allen Ausdrücken weggelassen. Aus der folgenden kleinen Tabelle

ist zu entnehmen, wie durch die verschiedenen Arten der Bestimmung der Daten für die Berechnung der Prämienreserve am Bilanztage die Werte der letzteren unter den speziellen Verhältnissen der von Fraser konstruierten Mustergesellschaft beeinflußt werden. Als Beispiel dient hierbei wieder die Versicherung auf reines Ableben nach einer Bestandsdauer von 10 Jahren. Die erste Ziffer ist wieder jene, welche sich bei exakter Berücksichtigung der Zugangsverhältnisse ergeben würde, welche also gewissermaßen den genauesten Wert darstellt. Als Rechnungsgrundlage ist die Tafel H^M und ein Zinsfuß von 3% verwendet.

1. 86,310	6. 89,336	11. 88,053
2. 86,275	7. 97,513	12. 86,342
3. 87,208	8. 90,184	13. 86,586
4. 87,274	9. 82,148	14. 86,349
5. 81,157	10. 82,059	15. 88,380

Aus dem Zahlenbeispiel geht hervor, daß die Gruppierung auf Grund der Bestimmung der notwendigen Daten nach 12 und 14 bei weitem die besten Resultate gibt. Im ersten Falle werden die nächsten Beitrittsalter und die nächste abgelaufene Dauer verwendet. Im zweiten wird die Rechnung auf Grund der nächsten Beitrittsalter und der nächsten Alter am Bilanztage durchgeführt. Nach der ersten Methode werden also die Policen am Bilanztage zunächst nach den Beitrittsaltern zu ordnen sein, wobei der dem Beitrittstag zunächst liegende Geburtstag maßgebend ist. Innerhalb dieser Gruppen wird nach der abgelaufenen Dauer geordnet, wobei diese für alle Policen, welche in der zweiten Jahreshälfte zugegangen sind, durch die Differenz von Bilanz- und Beitrittsjahr gegeben ist, während für alle Policen, welche in der ersten Jahreshälfte zugegangen sind, die abgelaufene Dauer um eins größer angenommen wird. Bei der zweiten Methode gilt das eben Gesagte für die Beitrittsalter, während die Alter am Bilanztage nach demselben Verfahren, also auf Grund des dem Bilanztage zunächstliegenden Geburtstages bestimmt werden. Tatsächlich sind diese beiden Methoden auch diejenigen, nach denen auf dem Kontinent fast ausnahmslos gerechnet wird. Für weitere Details müssen wir auf die Arbeit Frasers verweisen.

In Amerika gilt als Beitrittsalter ausnahmslos das nächste Alter, während in England das Alter am nächsten Geburtstag bevorzugt erscheint. Außerhalb Englands können in Europa und auch in Amerika gegen die Annahme der gleichmäßigen Aufteilung des Zuganges über das Jahr wohl kaum Gründe vorgebracht werden, welche diese Annahme bedenklich erscheinen ließe. In England selbst beobachtet man allerdings im Dezember ein starkes Ansteigen des Zuganges. Dies mag neben andern Gründen auch daran liegen, daß die Verrechnung der Gewinnanteile an die Versicherten nicht wie anderswo am Jahrestage

des Beitrittes, sondern zum Ende der Berechnungsperiode, demnach zum Bilanztag erfolgt.

§ 21. Spezielle Gruppenmethoden.

Für reine Ablebensversicherungen mit lebenslänglicher Prämienzahlung gestaltet sich die Gruppenrechnung, wie schon aus dem vorangegangenen Paragraphen klar geworden sein wird, äußerst einfach, weil hier die Versicherungs- bzw. Prämienzahlungsdauer, von der doch die Höhe des Deckungskapitales ganz wesentlich abhängt, nicht zu berücksichtigen ist. Benutzt man die Formel

$$A_{x+y} - P_x \cdot a_{x+y},$$

so genügt ja stets eine entsprechende Altersbestimmung am Bilanztag, um für die ganze Gruppe der Gleichaltrigen das Deckungskapital nach Aufsummierung der Versicherungssummen und bezüglichen Jahresprämien bestimmen zu können. Wir wollen übrigens gleich an dieser Stelle darauf verweisen, daß sich an den Methoden nur Unwesentliches ändert, wenn an Stelle der Nettomethode eine andere Deckungskapitalberechnung angewendet wird, und wir wollen daher auch die verschiedenen Gruppenmethoden an Hand der Nettomethode erläutern, zumal sich die Originalabhandlungen fast ausnahmslos auf diese Methode beziehen. Das Verfahren bei Verwendung von Selekttafeln ergibt sich von selbst.

Handelt es sich nun aber um Versicherungen mit abgekürzter Prämienzahlung oder abgekürzter Versicherungsdauer, so bedingt dieses weiter hinzutretende Element eine Unterteilung der Altersgruppen in solche mit gleicher restlicher Zahlungs- oder Versicherungsdauer bzw. mit gleichem Erfüllungsalter, kurz in Untergruppen, in welchen die Dauer der Zahlung oder der Versicherung als weiteres Unterscheidungsmerkmal hinzutritt. Natürlich können auch an deren Stelle die Kalenderjahre Verwendung finden. Man könnte nun die von Fraser gegebene Analyse entsprechend erweitern, doch wollen wir diesen Gegenstand nicht weiter verfolgen, da sich nichts prinzipiell Neues ergeben würde. Immerhin bedingt diese weitwendige Aufbereitung der Gruppen einen erheblichen Arbeitsaufwand bei gleichzeitiger Herabminderung des Wertes des ganzen Verfahrens, weil die Zersplitterung des Materiales in so viele Gruppen natürlich die erstrebte Arbeitsvereinfachung zum Teil wieder zunichte macht.

Man hat daher in Deutschland, Österreich und auch anderswo zu einem Auskunftsmittel gegriffen, welches gestattet, diese Zersplitterung der Gruppen zu vermeiden. Die Methode ist als die der Hilfszahlen bekannt und jedenfalls lange verwendet, da sie sich fast unmittelbar aus den bezüglichen Formeln für das Einzeldeckungskapital herleitet. In Deutschland werden die genannten Zahlen als Zillmersche Hilfs-

zahlen bezeichnet, obwohl Zillmers Anteil an ihrer Einführung in die Rechnung nicht festzustellen ist. D. Whitting bezeichnet in T. A. S. Bd. 3, S. 427 (s. auch Todhunter: J. I. A. Bd. 35, S. 18) die in Betracht kommende Formel als eine der allgemeinsten und umfassendsten der Gruppenrechnung, ebenso gut, als sie die älteste sei. In den nordischen Staaten wird die Methode Olsen zugeschrieben, der sie jedoch nicht publiziert hat. In einem Briefe an das Journal of the Institute of Actuaries (J. I. A. Bd. 35, S. 152) sagt Altenburger, daß der Formel der Name Karups beizulegen sei, welcher die Methode im Jahre 1878 gefunden und im Jahre 1882 der österreichischen Aufsichtsbehörde als bei der Gothaer Lebensversicherungsbank in Anwendung stehend zur Kenntnis gebracht hat.

Schreiben wir die Prämienreserve allgemein in der retrospektiven Gestalt¹⁾

$$(20) \quad {}_vV_x = \frac{P_x(N_x - N_{x+v}) - (M_x - M_{x+v})}{D_{x+v}},$$

so wird das negative Glied rechter Hand in allen Versicherungskombinationen, welche dasselbe Todesfallrisiko aufweisen, dasselbe sein, während im ersten Glied die entsprechende Nettoprämie zu verwenden sein wird. Die Formel gilt also insbesondere für die reine Todesfallversicherung, für die Todesfallversicherung mit abgekürzter Prämienzahlung und für die Versicherung auf Ab- und Erleben mit Prämienzahlung bis zum Fälligkeitstermin oder mit abgekürzter Prämienzahlung. Da die letzteren Kombinationen gegenüber der reinen Todesfallversicherung erhöhte Prämien aufweisen, so ist ersichtlich, daß hier die Prämienreserve gegenüber der für die reine Ablebensversicherung um den Betrag der nach der Kommutationstafel aufgezinnten Mehrprämie gegenüber der Prämie der reinen Todesfallversicherung höher sein wird. Bezeichnen wir also die Differenz der Nettoprämien der letzteren Versicherungen gegen die Prämie der Ablebensversicherung mit Δ_x , so ergibt sich allgemein die Prämienreserve in der Gestalt

$$(21) \quad {}_vV_x = A_{x+v} - (P_x - \Delta_x) a_{x+v} + \Delta_x \frac{N_x - N_{x+v}}{D_{x+v}}$$

$$= A_{x+v} - P_x \cdot a_{x+v} + \frac{\Delta_x \cdot N_x}{D_{x+v}}.$$

Diese Formel gibt demnach die Prämienreserve in den genannten Fällen nach v Jahren vor Zahlung der zu Beginn des $v + 1$ ten Versicherungsjahres fälligen $v + 1$ ten Prämie. Die Formel enthält nur die Einmalprämie der Todesfallversicherung und die Leibrente für das Bilanzalter, die Nettoprämie der betreffenden Versicherung und ein Korrekturglied, dessen Zähler für die ganze Versicherungsdauer konstant

¹⁾ Die prospektive Definition der Prämienreserve geht auf F. Baily (1813) zurück. Die retrospektive Auffassung scheint zuerst T. B. Sprague: J. I. A. Bd. 11, S. 103—108, begründet zu haben. Vgl. Bohlmann: Enzykl. d. math. Wiss.

ist, während der Nenner von dem jeweiligen Bilanzalter abhängt. Sind die Zähler, welche eben als Hilfszahlen bezeichnet werden, berechnet und mit der Versicherungssumme multipliziert in die Register eingetragen, dann kann die Gruppierung genau so erfolgen, als ob es sich um reine Ablebensversicherungen handelte. Eine Berücksichtigung der restlichen Versicherungs- oder Zahlungsdauer erübrigt sich demnach, wenn die Hilfszahlen der Altersgruppe addiert und mit der totalen Summe multipliziert zur Gesamtreserve der Gruppe dazugestellt werden, wobei alle Versicherungen ohne Unterschied als reine Ablebensversicherungen gelten.

Der Ausdruck für die Hilfszahlen läßt sich noch in einer für die Rechnung bequemer Form darstellen. Ist P_x die Prämie für reines Ableben, ${}_mP_x$ die Prämie für Ableben mit abgekürzter Prämienzahlung und $P_{x,\overline{n}}$ die Prämie für Ab- und Erleben und bezeichnen ${}_mk_x$ und $k_{x,\overline{n}}$ die bezüglichen Hilfszahlen, dann ist

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_mk_x = ({}_mP_x - P_x) \cdot N_x \\ \qquad = {}_mP_x \cdot N_x - M_x \\ \qquad = {}_mP_x \cdot N_x - {}_mP_x (N_x - N_{x+m}) \\ \qquad = {}_mP_x \cdot N_{x+m} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} k_{x,\overline{n}} = (P_{x,\overline{n}} - P_x) \cdot N_x \\ \qquad = \left(\frac{1}{n^{a_x}} - \frac{1}{a_x} \right) \cdot N_x \\ \qquad = \frac{D_x (N_x - N_x + N_{x+n})}{N_x - N_{x+n}} \\ \qquad = \frac{N_{x+n}}{n^{a_x}} \end{array} \right.$$

Zu bemerken ist, daß auch Versicherungen mit Einmalprämie in ganz gleicher Weise zu behandeln sind. Die Prämienreserve ist in diesem Falle in der Form anzusetzen

$$(23) \quad {}_vV_x = A_{x+v} + \frac{(A'_x - A_x) D_x}{D_{x+v}},$$

wobei A'_x die Einmalprämie der betreffenden Versicherungsart des Beitrittsalter x ist. Hiernach besteht zwischen den Hilfszahlen für Tarife mit laufender und einmaliger Prämie auch äußerlich eine Analogie, welche die getrennte Behandlung der Einmalprämien nicht erfordert.

Wie schon erwähnt, müssen die Hilfszahlen für die Zwecke der Praxis tabelliert vorliegen. Für die Tafeln O^M und $O^{[M]}$ und verschiedene Zinsfüße finden sich solche Tabellen in der im Literaturnachweis angeführten Arbeit von Frederick Bell.

Bei der Anwendung der Formel (21) ist aber noch einige Vorsicht geboten. Die Formel wäre ohne weiteres anwendbar, wenn die Berechnung der Reserve für das Ende der Versicherungsjahre erfolgte. Sie bleibt daher auch anwendbar in allen Fällen, wo die Bilanzreserve nach dem Vorgange Karups durch

$$(24) \quad \begin{aligned} V_{v+\varepsilon} &= V_v + P + \varepsilon [V_{v+1} - (V_v + P)] \\ V_{v+\frac{1}{2}} &= \frac{V_v + V_{v+1} + P}{2} \end{aligned}$$

gegeben ist, wo man daher von der Annahme einer gleichmäßigen Aufteilung des Zuganges über das Rechnungsjahr ausgeht und man sich für die Bilanzreserve mit der eben angegebenen Näherung begnügen will. Hat man dann einmal die gesamte Reserve für das Ende des im Bilanzjahre beendeten Versicherungsjahres der einzelnen Versicherungen berechnet und ebenso nach der Methode der Hilfszahlen für das Ende des nächstfolgenden Versicherungsjahres, dann ist die Bilanzreserve auf Grund der angegebenen Mittelbildung gegeben. Durch Absetzung der individuell zu berechnenden Reserven des Abfalles ist dann für das nächste Jahr das erste Glied des Ausdruckes leicht zu ermitteln. Der Neuzugang kann hierbei ganz außer Betracht bleiben, weil die Reserve desselben für den Anfang des Bilanzjahres mit Null anzunehmen ist. Für das zweite Glied der Bilanzreserve gelten aber dann dieselben Grundsätze der Gruppenrechnung mit den Hilfszahlen unter voller Beibehaltung der für das Ende der Versicherungsjahre geltenden Formeln. Das Bilanzreservebuch wäre demnach etwa nach folgendem Schema anzulegen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Geburts- jahr	Alter am nächsten Prämien- termin	Vers.- Summe	Einmal- prämie	Produkt aus 3 und 4	Jahres- prämie	Rente	Produkt aus 6 und 7	Hilfs- zahl

Da hier die Alter am nächsten Prämientermin offenbar aus dem Beitrittsalter durch Addition einer ganzen Anzahl von Jahren erhalten werden, so benutzt man zu dieser Altersbestimmung gern die Einführung des Normaljahres, d. h. jenes Jahres, welches erhalten wird, wenn vom Zugangsjahr das rechnungsmäßige Alter beim Beitritt in Abzug gebracht wird. Das Alter am nächsten Prämientermin ergibt sich dann einfach durch Subtraktion des Geburtsjahres vom Rechnungsjahr.

Man kann aber auch anders verfahren und die Anlehnung an die Formel für die Einzelbilanzreserve vermeiden, wenn man für die Prämienreserveformel (21) und (22) die Alter am Bilanztage selbst und für die restliche Versicherungs- bzw. Prämienzahlungsdauer diese Dauern gerechnet vom Bilanztage ab verwendet. Unter der Annahme, daß der mittlere Zugangstermin auf den 1. Juli verlegt werden könne, ist die restliche Versicherungs- bzw. Zahlungsdauer auf halbe Jahre bestimmt. Um dann die Berechnung der Reserve in Übereinstimmung mit der beim Eintritt maßgebenden Alters- und damit Prämienbestimmung zu halten, wird man wieder vom Normaljahr Gebrauch machen müssen, wenn der mittlere Geburtstag der Versicherten auf den 1. Juli verlegt wird. Das tatsächliche Geburtsjahr kommt demnach hier für die Altersbestimmung am Bilanztag gar nicht in Betracht. Das Alter am

Bilanztage y ist demnach durch die Differenz von Bilanzjahr und Beitrittsjahr plus ein halbes Jahr gegeben. Endlich wird man bei der in die Reserveformel eingehenden Rente berücksichtigen müssen, daß der durchschnittliche Zahlungstermin der 1. Juli ist, demnach die nächste Prämienzahlung um ein halbes Jahr aufgeschoben erscheint, während die halbe Prämie bis zum 1. Juli als schon vorhanden zu betrachten ist. Somit ergibt sich für die Ablebensversicherung mit abgekürzter Prämienzahlung folgende für die Gruppenrechnung taugliche Formel

$$(25) \quad A_y - {}_mP_x \left[\frac{1}{2} a_y + \frac{1}{2} \right] + {}_mP_x \cdot N_{x+n} \cdot \frac{1}{D_y}$$

und für die Versicherung auf Ab- und Erleben

$$(26) \quad A_y - P_{x:\overline{n}|} \left[\frac{1}{2} a_y + \frac{1}{2} \right] + \frac{N_{x+n}}{a_{x:\overline{n}|}} \cdot \frac{1}{D_y}.$$

Hierbei ist

$$y = B - G + \frac{1}{2},$$

wobei B das Bilanzjahr und G das rechnungsmäßige Geburtsjahr, demnach das Normaljahr bedeutet. Da die Rechnung in diesem Falle auf Grund des nächsten Beitrittsalters und der um $\frac{1}{2}$ erhöhten mittleren abgelaufenen Dauer erfolgt, so sind die Bedingungen von Nr. 15 des Schemas von Fraser gegeben. In der Praxis wird übrigens statt der in Formel (25) und (26) angegebenen Form der Rente in der Regel die gewöhnliche Pränumerandorente verwendet.

Erweist sich die Verwendung der mittleren Zugangstermine und des mittleren Geburtstages bedenklich, dann bleibt nichts übrig, als die abgelaufene Dauer zu berücksichtigen und Bilanzalter bzw. Beitrittsalter genauer zu berücksichtigen. Man wird in diesem Falle wohl stets auf das nächste Beitrittsalter bzw. das nächste Bilanzalter und die nächste abgelaufene Dauer greifen, welche, wie aus den Untersuchungen Frasers hervorgeht, die besten Werte verbürgen.

Man wird in diesem Falle die Policen nach Zugangsjahren ordnen, so daß immer der Zugang vom 1. Juli bis zum 30. Juni des nächstfolgenden Jahres in eine Gruppe fällt. Wird innerhalb dieser Gruppe dann nach den nächsten Beitrittsaltern geordnet, dann ergeben sich die Reserven dieser Teilgruppen unmittelbar aus der retrospektiven Reserveformel (20). Viel wichtiger erscheint es aber, innerhalb der erwähnten ganzjährigen Zugangsgruppen nach Bilanzaltern zu ordnen, weil dies ohnehin für andere Zwecke vonnöten ist. Die Berücksichtigung der Versicherungs- bzw. Zahlungsdauern kann dann sehr vorteilhaft durch Benutzung der Hilfszahlen nach Formel (21) bewerkstelligt werden.

Man kann aber die Hilfszahlen auch dann mit Vorteil verwenden, wenn eine getrennte Darstellung des Wertes der voraussichtlichen zukünftigen Leistungen des Versicherers und des Wertes der künftigen Prämienleistung am Bilanztage aus irgendeinem Grunde wünschens-

wert erscheint, die Prämienreserve demnach als Differenz dieser beiden Posten darzustellen ist. Wir haben schon an früherer Stelle erwähnt, daß eine solche Trennung in England gesetzlich vorgeschrieben ist. Wir beziehen uns zur Darstellung der sich in diesem Falle ergebenden Verhältnisse auf die im Literaturnachweis angeführte Arbeit von G. King im 42. Bande des J. I. A.

Für die Versicherung auf Ab- und Erleben ist

$$(27) \quad \left\{ \begin{aligned} {}_vV_{x, n} &= A_{x+v, n-v} - P_{x, n} \cdot a_{x+v, n-v} \\ &= 1 - d \cdot a_{x+v, n-v} - P_{x, n} \cdot a_{x+v, n-v} \\ &= 1 - d \cdot a_{x+v} - P_{x, n} \cdot a_{x+v} + \frac{d N_{x+n}}{D_{x+v}} + \frac{P_{x, n} N_{x+n}}{D_{x+v}} \\ &= A_{x+v} - P_{x, n} \cdot a_{x+v} + \frac{H_{x, n}}{D_{x+v}} + \frac{K_{x, n}}{D_{x+v}}, \end{aligned} \right.$$

wenn

$$H_{x, n} = d \cdot N_{x+n}$$

die Hilfszahl für die Summen und

$$K_{x, n} = P_{x, n} \cdot N_{x+n}$$

die Hilfszahl für die Prämien bedeutet.

Wird das Alter am Bilanztage aus der Differenz von Bilanzjahr und rechnungsmäßigem Geburtsjahr unter Hinzufügung von $\frac{1}{2}$ bestimmt, dann ist der Wert der versicherten Summen am Bilanztage

$$(28) \quad (\sum S) \cdot A_{y+\frac{1}{2}} + \frac{\sum (S \cdot H)}{D_{y+\frac{1}{2}}}$$

und der Wert der Nettoprämien am selben Termine

$$(29) \quad (\sum SP) (a_{y+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}) - \frac{\sum (S \cdot K)}{D_{y+\frac{1}{2}}}.$$

Hierfür kann als weitere Näherung

$$(30) \quad \frac{1}{2} (\sum S) (A_y + A_{y+1}) + \frac{1}{2} \sum (SH) \left(\frac{1}{D_y} + \frac{1}{D_{y+1}} \right)$$

und

$$(31) \quad \frac{1}{2} \sum (SP) (a_y + a_{y+1}) - \frac{1}{2} \sum (SK) \left(\frac{1}{D_y} + \frac{1}{D_{y+1}} \right) - \frac{1}{2} \sum (SP)$$

Verwendung finden, wobei das letzte Glied in (31) den Prämienübertrag bedeutet, nachdem der mittlere Zugangstermin auf den 1. Juli verlegt erscheint und ganzjährige Prämienzahlung angenommen ist.

Die Formeln sind auch für Todesfallversicherungen mit abgekürzter Prämienzahlung anwendbar, in welchem Falle die Konstanten H Null sind.

Wenn als Beitrittsalter nicht das Alter am nächsten Geburtstag gilt, dann wird als Hilfszahl für die Summen besser der Ausdruck dN_z zu nehmen sein, wenn z das nächste Alter am Erfüllungstag der Police bedeutet. Bei ungleichmäßigem Zugang über das Rechnungsjahr wird man dann besser mit dem nächsten Alter w rechnen, giltig für jenen Bilanztag, der dem Jahr der letzten Prämienzahlung entspricht. Dann ist der Wert der künftigen Prämienzahlung $P \cdot a_y$ bzw. $P (a_y - 1)$,

je nachdem die nächste Fälligkeit innerhalb oder außerhalb der nächsten sechs Monate, gerechnet vom Bilanztage aus, fällt. Die auf den Karten zu vermerkenden Hilfszahlen für Prämien sind also dann PN_w bzw. PN_{w+1} , je nachdem der Zugang im ersten oder zweiten Halbjahre erfolgte.

Es versteht sich von selbst, daß gestundete $\frac{1}{2}$ -, $\frac{1}{4}$ - und $\frac{1}{12}$ jährige Prämien in den Registern vermerkt werden müssen.

Eine Gruppenmethode auf Grund der doppelten Gruppierung der Policen nach Geburts- und Beitrittsjahr ist unter Benutzung der retrospektiven Formel näher behandelt von Karl Dickmann.

§ 22. Die Näherungsmethoden für die Deckungskapitalberechnung.

Die Prämienreserven für die Versicherung auf Ab- und Erleben und anderer Versicherungskombinationen ändern sich für die hauptsächlich in Betracht kommenden Beitrittsalter nur um ganz geringfügige Beträge mit diesen Altern. Es liegt daher sehr nahe, bei der Reserveberechnung die Mühe, welche sich aus der doppelten Gruppierung der Policen aus der Berechnung, Eintragung und Aufsummierung der Hilfszahlen ergibt, gänzlich zu sparen und für diese Versicherungen ein mittleres Beitritts- oder aber ein mittleres Erfüllungsalter zu substituieren, auf Grund dessen die Rechnungen durchzuführen sind. Solche Näherungsmethoden werden in der Praxis sicherlich häufig angewendet, wenn auch die Literatur über diesen Gegenstand nicht gerade reichlich ist. Wir erwähnen in diesem Zusammenhange zunächst nur die Arbeit von W. Palin Elderton sowie Bemerkungen von Woodall und H. Archer Thomson in den zitierten Abhandlungen.

Eine allgemeine Vorschrift für die Anwendung der Methode wird kaum zu geben sein, weil hier alles von den speziellen Verhältnissen zu sehr abhängig ist. Um möglichst zutreffende Resultate zu erhalten, wird es wohl am besten sein, von einer exakten Berechnung der Prämienreserve auszugehen. Die Policen werden demnach ohne Rücksicht auf Beitritts- oder Bilanzalter entweder nach der abgelaufenen Versicherungsdauer am Bilanztage oder aber nach der restlichen Versicherungsdauer oder Zahlungsdauer geordnet, nachdem sie vorher in Gruppen nach der Versicherungsdauer bzw. Zahlungsdauer gelegt wurden. Wir haben somit Gruppen gleicher Versicherungs- bzw. Zahlungsdauer und gleicher Bestandsdauer. Ist nun die Reserverechnung durchgeführt, so ist es leicht, auf Grund der erhaltenen Resultate ein mittleres Beitrittsalter oder aber ein mittleres Erfüllungsalter zu ermitteln, welches innerhalb der Gruppe auf Grund der totalen Summe derselben eine Reserve gibt, welche mit dem exakten Wert möglichst übereinstimmt. Man wird hierbei ein mittleres Erfüllungsalter einem mittleren Beitrittsalter

vorziehen, weil offenbar die Bestimmung des ersteren sich über eine weit geringere Anzahl von Jahren zu erstrecken hat als die letztere. Liegen doch die Erfüllungsalter in der Regel zwischen 55 und 65 Jahren, während sich die Zugangsalter zwischen 20 und 60 Jahren verteilen.

Nach den so aus den eigenen Erfahrungen ermittelten Daten ist es dann wohl gestattet, die Schätzung der Reserve für die nächsten Jahre vorzunehmen, wenn keine wesentliche Verschiebung durch die Gestaltung des Zuganges und Abganges zu vermuten ist. Jedenfalls bietet die Methode ein brauchbares Mittel, mit einem sehr geringen Arbeitsaufwand, welcher dem bei der Behandlung der Versicherungen auf Ableben nötigen völlig gleich kommt, eine genügend zuverlässige Schätzung der Reserve zu erhalten. In allen Fällen, wo die Divergenz der Reserven mit dem Beitrittsalter größer ist, wird man sich nicht auf ein Ersatzalter allein beschränken, sondern für entsprechend zu wählende Altersgruppen deren mehrere heranziehen.

Man wird bei der Anwendung der genannten Methode aber auf ein vorhandenes exaktes Rechnungsmaterial durchaus nicht bestehen müssen, sondern die Methode wird allemal auch hinreichend genaue Resultate ergeben, wenn die in Betracht kommende Bestimmung des Durchschnittsalters einfach auf Grund einer Durchschnittsbildung mit oder ohne Berücksichtigung der versicherten Summen als Gewichte vorgenommen wird. Es kann bei solchen Methoden niemals darauf ankommen, durch übergroße Genauigkeit Daten ermitteln zu wollen, deren bedingte Gültigkeit für eine Reihe von Jahren feststeht. Der Aktuar wird stets nur unter genauer Prüfung der speziellen Verhältnisse, unter denen er arbeitet, solche Methoden, deren Resultat zum Teil von seinem Ermessen abhängt, verwenden. Nichts erscheint jedoch verkehrter, als hier mit scharf bestimmten Hilfsgrößen eine Rechnung durchführen zu wollen, welche nur mit der Rücksicht auf Arbeitsersparnis gerechtfertigt werden kann und gar nicht zu dem Behufe durchgeführt wird, einen möglichst exakten Wert auf anderem Wege zu erhalten, sondern vielmehr nur zu dem Zwecke, auf möglichst kurzem Wege zu einem Werte zu gelangen, dessen Abweichung vom exakten Resultate praktisch unter jener Grenze bleibt, welche für die Anstalt und damit für die Versicherten von Bedeutung sein könnte.

Angesichts des Umstandes, daß die Reserven für die Versicherung auf Ab- und Erleben sich innerhalb der gebräuchlichen Zugangsalter und Versicherungsdauern nur um Beträge unterscheiden, welche gegenüber der durch eine geringfügige Änderung des Rechnungszinsfußes bewirkten Abänderung der Reserven meist zurücktreten, wird man sich wohl mit Recht die Frage vorzulegen haben, ob denn für solche Versicherungskombinationen die exakte Berechnung der Reserven überhaupt die Mühe lohnt, zumal doch ohnehin die Tendenz vorherrscht, durch die Wahl des Rechnungszinsfußes die Reserven höher zu halten, als notwendig und zweckmäßig

erscheint. Man könnte ebensogut die Reserven für sämtliche Zugangsalter einheitlich auf Grund jenes Alters zurückstellen, welches für die in Betracht kommende Versicherungsart im Durchschnitt die höchsten Reserven ergibt. Die damit gewonnene Arbeitersparnis wäre sehr beträchtlich und es wird sich nicht leicht erweisen lassen, daß hierdurch gegenüber den Versicherten eine Ungenauigkeit, welche sich durch die Ersparnis an Verwaltungskosten sehr wohl rechtfertigt, durch eine Ungerechtigkeit erkauft wird. Denn diese würde bei der Bemessung der Gewinnanteile wohl kaum nennenswerte Differenzen ergeben. Die Bemessung der Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung erfolgt aber auch sonst nach Methoden, deren Unzulänglichkeit durch die erwähnte Ungenauigkeit kaum herabgemindert werden könnte. Die zünftige Versicherungstechnik wird für eine solche Pauschalierung des Apparates nicht gerade eingenommen sein und auch wir wollen mit dieser Bemerkung nur zum Ausdruck gebracht haben, daß es sinnlos ist, für die Bestimmung einer Größe nebeneinander die Goldwage und die Waggonwage zu verwenden. Andererseits ist aber nicht zu übersehen, daß in richtiger Erkenntnis des bedingten Wertes versicherungstechnischer Exaktheit auch in Ländern, welche an der Ausbildung der Versicherungstechnik den größten Anteil genommen haben, der alljährlichen exakten Berechnung des Deckungskapitales keine große Bedeutung beigelegt wird und daß in Zeiten schwieriger wirtschaftlicher Verhältnisse die Heranziehung aller Möglichkeiten zur Herabsetzung der Verwaltungsausgaben zu einer Existenzfrage der Unternehmungen werden kann.

Unter den Methoden, welche die Prämienreserve auf Grund eines durchschnittlichen Alters für einen ganzen Bestand von Versicherungen zu berechnen gestatten, sind die folgenden erwähnenswert, von denen insbesondere die an dritter Stelle zu nennende in England ob ihrer äußerst zuverlässigen Resultate zu großem Ansehen gelangt ist.

Zunächst wäre die Methode von Woolhouse zu nennen, welche im J. I. A. Bd. 27, S. 433 mitgeteilt ist.

Für die gewöhnliche Ablebensversicherung ist

$$A_x = 1 - d a_x$$

und

$$a_x = \frac{1 - A_x}{d},$$

so daß sich ergibt $P \cdot a_x = \frac{P}{d} (1 - A_x)$.

Bei 4% Rechnungszinsfuß ist demnach

$$(32) \quad P \cdot a_x = 26 \cdot P \cdot (1 - A_x).$$

Damit ist der Barwert der Prämien auf die einmalige Prämie zurückgeführt. Woolhouse wählt nun zur Vereinfachung der Rechnung die einmaligen Prämien möglichst einfach, etwa zu 0,2, 0,3, 0,4 usw. und

bestimmt die versicherte Summe und die Summe der für die Reserve-rechnung in Betracht kommenden Prämien für alle Altersklassen, für welche die oben genannten Werte möglichst entsprechende Mittelwerte der Einmalprämien darstellen. Die ganze Rechnung beschränkt sich dann auf eine geringe Anzahl sehr einfacher Multiplikationen und die Bildung einiger Summen und Differenzen. Die Methode ist auch für gemischte Versicherungen anwendbar, wenn vorher eine Gruppierung nach dem Erfüllungsalter oder dem Liquidationstermin innerhalb der Altersgruppen am Bilanztage vorgenommen worden ist.

Eine zweite Methode geht auf Manly zurück und beruht darauf, daß bei Versicherungen auf Ab- und Erleben, welche nach dem Alter am Erfüllungstage oder nach dem Erfüllungstage selbst oder nach der fernerer Versicherungsdauer, gerechnet vom Bilanztage ab, geordnet vorliegen, sowohl für den Barwert der Versicherungssummen am Bilanztage als auch für den Barwert der künftigen Prämien ein mittleres Alter gefunden werden kann, welches für die Gesamtheit der Versicherungen genau dieselben Barwerte ergibt, welche aus der Summation der Einzelresultate erfolgen.

Bezeichnet y das gesuchte Durchschnittsalter am Bilanztage und $S_x, S_{x+1}, S_{x+2}, \dots$ die den einzelnen Altersgruppen am Bilanztage zukommenden Versicherungssummen, dann müßte, wenn $n - y$ die restliche Versicherungsdauer bedeutet, gelten

$$(33) \quad A_{y, \overline{n-y}|} (S_x + S_{x+1} + \dots) = A_{x, \overline{n-y}|} \cdot S_x + A_{x+1, \overline{n-y}|} \cdot S_{x+1} + \dots$$

$$(34) \quad a_{y, \overline{n-y}|} ([P_x] + [P_{x+1}] + \dots) = a_{x, \overline{n-y}|} \cdot [P_x] + a_{x+1, \overline{n-y}|} \cdot [P_{x+1}] + \dots,$$

wobei die eckigen Klammern die Summen der auf die Altersklassen am Bilanztag entfallenden Prämien bedeuten. Die erste Gleichung kann man auch so schreiben

$$(35) \quad a_{y, \overline{n-y}|} (S_x + S_{x+1} + \dots) = a_{x, \overline{n-y}|} \cdot S_x + a_{x+1, \overline{n-y}|} \cdot S_{x+1} + \dots$$

Sowohl aus der Gleichung für die Summen wie aus der für die Prämien läßt sich der gesuchte Wert von y für das mittlere Bilanzalter an Hand der tabellierten Werte für die in Betracht kommenden temporären Renten mühelos ermitteln. Die aus der einen oder anderen Gleichung erhaltenen Werte werden im allgemeinen nicht exakt übereinstimmen, ein Umstand, auf den bei Besprechung der folgenden Methode näher einzugehen sein wird. Die praktische Anwendung der Methode liegt auf der Hand. Mittels der gefundenen Werte für die den einzelnen zukünftigen Versicherungsdauern entsprechenden mittleren Alter am Bilanztag können die Gesamtwerte der Prämienreserve der betreffenden Gruppe gefunden und zu einer vorläufigen Schätzung der Gesamtverbindlichkeit benutzt werden.

Der Charakter von Berechnungsmethoden aber kann solchen Schätzungen erst dann zugesprochen werden, wenn es möglich ist, die

mittleren Alter fortlaufend für jede Bilanzperiode ohne Mühe auf ihren den stets wechselnden Verhältnissen entsprechenden Wert zurückzuführen und wenn überdies über den durch die Anwendung einer solchen Abschätzung zu gewärtigenden Fehler gegenüber der exakten Rechnung etwas ausgesagt werden kann. Beides wurde von J. Lidstone durch die Veröffentlichung seiner „ZMethod“ geleistet.

Der Gedanke, auf den sich sein Verfahren aufbaut, ist überaus einfach. Es beruht darauf, für die temporären Renten möglichst gut konvergierende Reihenentwicklungen zu geben, so daß man sich in erster Annäherung zwecks Ermittlung des mittleren Alters auf die ersten Reihenglieder beschränken kann und im übrigen nicht dieses selbst, sondern das mittlere Alter gleicher Ablaufstermine bei der Rechnung zu benutzen, weil hierdurch erreicht werden kann, daß die zur Ermittlung des Hilfsalters dienenden Zahlen während der ganzen Versicherungsdauer konstant bleiben und demnach ein für allemal als Hilfszahlen auf den Karten vermerkt werden können.

Zunächst werden alle Versicherungen mit derselben ferneren Versicherungsdauer in eine Gruppe ohne Rücksicht auf Zugangs- oder Bilanzalter zusammengefaßt. Es soll dann ein mittleres Alter derart bestimmt werden, daß der Barwert aller Versicherungssummen der Gruppe bzw. der Barwert aller künftig noch zu zahlenden Prämien der Gruppe dem Barwert unter Zugrundelegung des mittleren Alters für die Gesamtversicherungssumme bzw. die gesamte Prämiensumme der Gruppe entspricht.

Folgt die Sterblichkeitstafel dem Makehamschen Gesetz. so ist

$$l_x = k \cdot s^x g^{cx}$$

und

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} = s^t g^{cx(c^t-1)} = s^t e^{cx(c^t-1)\log n g}.$$

Setzt man

$$\log n g = \gamma,$$

so erhält man

$$v^t {}_t p_x = v^t s^t e^{cx(c^t-1)\gamma}.$$

Durch Entwicklung der Exponentialfunktion in die entsprechende Reihe erhält man

$$v^t {}_t p_x = v^t s^t \left[1 + c^x (c^t - 1) \gamma + \frac{c^{2x} (c^t - 1)^2 \gamma^2}{1 \cdot 2} + \dots \right].$$

Setzt man weiter

$$v s c = v_0, \quad v s c^2 = v_1, \quad v s c^3 = v_2, \quad \dots,$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} v^t {}_t p_x &= v_0^t + c^x \gamma [v_1^t - v_0^t] + \frac{c^{2x} \gamma^2}{1 \cdot 2} [v_2^t - 2 v_1^t + v_0^t] + \dots \\ &= v_0^t + c^x \gamma A(v_0^t) + \frac{c^{2x} \gamma^2}{1 \cdot 2} A^2(v_0^t) + \dots \end{aligned}$$

Wird nun die Summation von 0 bis $n-1$ inklusive durchgeführt und bezeichnet man

$$\sum_0^{n-1} v_0^t \text{ mit } a_0, \quad \sum_0^{n-1} v_1^t \text{ mit } a_1, \quad \text{usw.},$$

so erhält man

$$\sum_0^{n-1} v^t p_x = a_{x, \bar{n}} = a_0 + c^x \gamma \Delta a_0 + \frac{c^{2x} \gamma^2}{1 \cdot 2} \Delta^2 a_0$$

oder symbolisch $a_{x, \bar{n}} = e^{cx \gamma \Delta} a_0$,

wobei Δ als Operationssymbol zu deuten ist, welches sich allein auf a_0 bezieht.

Betrachten wir nun eine Gruppe von Policen, für welche die künftige Versicherungsdauer \bar{n} dieselbe, hingegen das Alter am Bilanztage $x, x+1, \dots$ gleichgültig ist und seien wieder S_x, S_{x+1}, \dots die den Altern $x, x+1, \dots$ entsprechenden Versicherungssummen in dieser Gruppe.

Dann müßte also die Gleichung erfüllt sein

$$(36) \quad a_{y, \bar{n}} [S_x + S_{x+1} + \dots] = a_{x, \bar{n}} \cdot S_x + a_{x+1, \bar{n}} \cdot S_{x+1} + \dots$$

Setzt man nun auf Grund der Reihenentwicklungen die entsprechenden Werte für die temporären Renten ein, wobei man sich jedoch wegen der raschen Konvergenz der Reihen mit den ersten beiden Gliedern zufolge der Kleinheit der Größe γ begnügt, so erhält man

$$(37) \quad c^y \sum S_x = \sum c^x S_x.$$

Lidstone zeigt in seiner zweiten Arbeit über diesen Gegenstand, daß die Mitnahme mehrerer Glieder der Reihen in der Tat mit Rücksicht auf die für praktische Zwecke ganz unerheblichen Differenzen sich erübrigt. Aus der Gleichung (37) kann demnach y in der Form

$$(38) \quad y = \frac{1}{\log n c} \cdot \log n \frac{\sum c^x S_x}{\sum S_x}$$

gefunden werden.

Lidstone setzt jedoch

$$(39) \quad c^{y+\bar{n}} = \frac{\sum c^{x+\bar{n}} S_x}{\sum S_x} = \frac{\sum c^M S_x}{\sum S_x}.$$

Multipliziert man hier beiderseits mit dem Faktor c^k — für die praktische Rechnung wird k gleich — 55 angesetzt, um die Rechnungsgrößen zu verkleinern —, so erhält man

$$(40) \quad c^{y+\bar{n}+k} = \frac{\sum c^{M+k} S_x}{\sum S_x} = \frac{\sum Z_M}{\sum S_M}.$$

Der Vorteil dieser Schreibweise ist der, daß nunmehr nicht das Bilanzalter, sondern das Erfüllungsalter $M = x + \bar{n}$ in die Formeln eingeht, so daß die Zahlen Z für die ganze Versicherungsdauer konstant sind und daher bei Abschluß der Versicherung in den Registern vermerkt werden können.

Damit erfüllt aber die Methode tatsächlich alle an sie zu stellenden Anforderungen. Die mittleren Alter werden in einfachster Weise durch Aufsummierung der ein für allemal vermerkten Zahlen Z und durch Division durch die zugehörige totale Versicherungssumme der Gruppe

erhalten. Es bleibt nur noch die Frage zu beantworten, ob die auf Grund der Versicherungssummen erhaltenen Resultate mit denen, welche auf Grund der Nettoprämien erhalten werden, in genügendem Einklange stehen. Denn erst wenn dies der Fall ist, können die gefundenen mittleren Hilfsalter zur Bestimmung des Barwertes der künftigen Prämien in gleicher Weise wie zur Bestimmung des Barwertes der Versicherungssummen und damit letzten Endes zur Bestimmung der Prämienreserve Verwendung finden.

Theoretisch kann über das Verhältnis der auf Grund der Prämien und der auf Grund der Versicherungssummen resultierenden Werte a priori nichts ausgesagt werden. Hier hängt das Resultat von der zufälligen Verteilung der Eintritts- und Erfüllungsalter über die einzelnen Geschäftsjahre ab. Die beiden Werte werden nur dann übereinstimmen, wenn die Summe der Prämien im Verhältnis zur totalen Versicherungssumme desselben Bilanzalters konstant bleibt. Wenn aber die Prämiensumme im Verhältnis zur Versicherungssumme von jüngeren zu höheren Altern fortschreitend anwächst, dann ist klar, daß der auf Grund der Prämien erhaltene Mittelwert den aus den Summen erhaltenen übersteigen wird und umgekehrt. Am besten wird es sein, hierüber Versuche anzustellen. Man braucht hierzu nur die mittlere Prämienrate für die einzelnen Bilanzalter zu ermitteln und zu untersuchen, ob ein merklicher Abfall oder Zuwachs der Prämienrate mit zunehmendem Bilanzalter festzustellen ist oder nicht. Ist dies aber der Fall, dann wird man die mittleren Alter nach beiden Methoden bestimmen, um über die Differenz ein Urteil gewinnen zu können. Nach den Untersuchungen Lidstones ist kaum zu erwarten, daß eine solche Differenz praktisch eine Rolle spielen kann.

Die Methode gibt vorzügliche Resultate und läßt an Einfachheit der Anwendung wohl kaum etwas zu wünschen übrig. Für numerische Beispiele und Tabellen müssen wir auf die Originalarbeiten verweisen.

Unter den Methoden, welche die Bilanzreserve nach einem Durchschnittsalter berechnen, sind noch zwei erwähnenswert. Die eine ist die von Alfred Henry, für welche man J. I. A. Bd. 51, S. 118 und Bd. 52, S. 48 vergleiche. Die Methode beruht darauf, für die in Betracht kommende Reservefunktion (Valuation factor), als welche in erster Linie die Werte A_x , a_x in Betracht kommen, als Annäherung für sämtliche in Betracht kommende Alter am Bilanztage eine Funktion zweiten Grades $a + bx + cx^2$ oder aber noch einfacher für die Alter bis etwa 54 — die passende Wahl hängt von der benutzten Tafel ab — eine lineare Funktion $a + bx$ und für die Alter über 54 eine lineare Funktion $a' + b'x$ zu substituieren. Zur Bestimmung der Konstanten a , b , a' , b' wird man zunächst für die einzelnen Alter oder Altersgruppen die zugehörigen Versicherungs- bzw. Prämiensummen mit den A_x und a_x multiplizieren und den „mit Gewicht“ versehenen Werten von $a + bx$ gegenüberstellen.

Da in jeder der beiden Altersgruppen nur zwei Werte a, b bzw. a', b' zu bestimmen sind, hierfür jedoch eine größere Anzahl Gleichungen zur Verfügung stehen, so wird man unter den letzteren mehrere zusammenfassen dürfen. Ein Zahlenbeispiel möge das Verfahren näher erläutern.

Sei der Rentenwert des Alters x a_x und das zugehörige Gewicht w_x . Dann soll die Gleichung

$$(41) \quad w_x \cdot a_x = w_x (a + b x)$$

erfüllt sein.

In der ersten Altersgruppe sei das niedrigste Alter 15 und in der zweiten 55. Nach der Tafel O^M 3% hätte man dann auf Grund der ermittelten Gewichte folgende Tabelle:

Alter	Gewicht	$w_x a_x$	$w_x (a + b x)$
17	0	0
22	14	311	14 a + 98 b
27	51	1073	51 a + 612 b
32	88	1736	88 a + 1496 b
37	113	2068	113 a + 2486 b
42	124	2079	124 a + 3348 b
47	127	1918	127 a + 4064 b
52	121	1614	121 a + 4477 b
57	109	1253	109 a' + 218 b'
62	93	897	93 a' + 651 b'
67	74	580	74 a' + 888 b'
72	50	308	50 a' + 850 b'
77	25	116	25 a' + 550 b'
82	9	30	9 a' + 243 b'
87	2	5	2 a' + 64 b'
92	0	0

In der ersten Altersgruppe werden nun die Gleichungen für die Alter 17–37 und 42–52 zusammengefaßt. Man erhält dann

$$266 a + 4692 b = 5188$$

$$372 a + 11889 b = 5611$$

und hieraus $a = 24,94853$ $b = -0,308676$.

Ganz ähnlich in der zweiten Altersgruppe durch Zusammenfassung der Alter 57–67 und 72–92:

$$276 a' + 1757 b' = 2730$$

$$86 a' + 1707 b' = 459$$

und hieraus $a' = 12,041515$ $b' = -0,337768$.

Die a, b und a', b' dienen nun in einfachster Weise zur Bestimmung der Bilanzreserve bzw. des Wertes der Versicherungssummen und Prämienzahlungen am Bilanztage. Seien etwa U_1, U_2, \dots die Versiche-

rungssummen der einzelnen fünfjährigen Altersgruppen und seien die bezüglichen Zentralalter ausgehend von Null durch 2, 7, 12, 17 ... gegeben. Dann ist der Gesamtwert gegeben durch

$$\begin{aligned} & U_1(a + 2b) + U_2(a + 7b) + U_3(a + 12b) + \dots \\ &= (a - 3b)(U_1 + U_2 + U_3 + \dots) + 5b(U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \dots) \\ &= (a - 3b) \sum U_i + 5b \sum \sum U_i, \end{aligned}$$

wo $\sum U_i$ bzw. $\sum \sum U_i$ die erste und zweite Aufsummierung der Versicherungssummen, ausgehend von dem höchsten Alter, bedeutet. Damit ist auch die Berechnung schon vollendet. In ganz analoger Weise wäre bei der Berechnung des Barwertes der Prämien zu verfahren, wobei natürlich die für die Rentenwerte gefundenen Beträge von a, b, a', b' zu verwenden wären.

Für Versicherungen auf Ab- und Erleben müßte vorher eine Zerlegung des Versicherungsstockes nach gleichen Erfüllungsterminen vorgenommen werden. Die Methode gibt recht befriedigende Resultate.

Sehr verwandt mit der eben erwähnten Methode ist die von H. L. Trachtenberg. Bei dieser Methode wird auf die Berücksichtigung der Gewichte verzichtet. Andererseits wird die Genauigkeit dadurch erhöht, daß kleinere Altersgruppen von etwa zehn Jahren zur Verwendung gelangen. Sei $f(x)$ die dem Alter x zugehörige Größe, deren Wert für den Bilanztag zu bestimmen sei (versicherte Summe, Prämie) und u_x der bezügliche Wert der Einmalprämie oder Rente (Valuation faktor). Dann soll für eine Altersgruppe $x - \frac{t-1}{2} \dots x \dots x + \frac{t-1}{2}$ die zu bestimmende Größe $\sum f(x) u_x$ in der Form dargestellt werden

$$(42) \quad \alpha \sum f(x) + \beta \sum x f(x),$$

wobei α und β Größen bedeuten, welche ein für allemal auf Grund gewählter Rechnungsgrundlagen tabuliert werden können. Es wird nun gezeigt, daß für den Fall der linearen Veränderlichkeit von u_x innerhalb der Altersgruppe die obige Forderung bis auf Differenzen zweiter Ordnung der Funktion u_x erfüllt wird, wenn man setzt

$$(43) \quad \alpha = \frac{\sum u_x}{t}, \quad \beta = \left(\sum_{\frac{1}{2}}^{\frac{t-1}{2}} u_x - \sum_{-\frac{t-1}{2}}^{-\frac{1}{2}} u_x \right) : \frac{t^2}{4}.$$

Wie bei der Methode von Henry werden also auch hier die ersten und zweiten Summen der Versicherungssummen bzw. Prämien zu bilden sein, welche dann nach Multiplikation mit den Größen α und β für die betreffende Altersgruppe den gesuchten Wert ergeben. Während jedoch bei der Methode von Henry die Gewichte korrekt berücksichtigt werden, eine Verwendung der Größen a, b, a', b' für andere Bilanzjahre unter geänderten Verhältnissen daher nicht ohne weiteres zulässig erscheint, ermöglicht die Methode von Trachtenberg ein für allemal

die Tabulierung der Hilfsgrößen α , β , allerdings um den Preis der Annahme, daß lineare Veränderlichkeit der Versicherungswerte innerhalb der kleiner gewählten Gruppe zulässig erscheint. Auch diese Methode ist überaus leicht anwendbar und gibt unter den gemachten Einschränkungen für die Praxis völlig genügende Resultate.

Das folgende Beispiel möge die Anwendung der Methode für die Altersgruppe 48—57 nach OM 3% veranschaulichen:

Alter	S	x	Sx
57	192 702	4,5	867 159
56	180 889	3,5	633 112
55	206 423	2,5	516 058
54	129 708	1,5	194 562
53	147 563	0,5	73 782
			+ 2 284 673
52	126 722	− 0,5	− 63 361
51	134 623	− 1,5	− 201 935
50	114 779	− 2,5	− 286 948
49	115 348	− 3,5	− 403 718
48	165 686	− 4,5	− 745 587
			− 1 701 549
Totale	1 514 443	...	+ 583 124

In diesem Falle ist demnach

$$\sum S = 1,514\,443 \quad \text{und} \quad \sum_{x=-\frac{t-1}{2}}^{x=\frac{t-1}{2}} x Sx = + 583\,124.$$

Die Werte von α und β für die Altersgruppe 48—57 sind 0,58804 und 0,01056, so daß der gesuchte Barwert der Summen gleich ist:

$$1\,514\,443 \cdot 0,58804 + 583\,124 \cdot 0,01056 = 896\,711,$$

während sich der exakte Wert mit 896 755 ergeben hat.

§ 23. Rekursionsformeln für das Deckungskapital.

Im Hinblick auf die Rekursionsformel für das reine Deckungskapital

$$(44) \quad ({}_{v-1}V + P)(1 + i) = \frac{i}{\delta} q + {}_vV(1 - q)$$

oder für das ausreichende Deckungskapital

$$(45) \quad ({}_{v-1}V^a + (1 - \beta)P^a - \gamma)(1 + i) = \frac{i}{\delta} q + {}_vV^a(1 - q)$$

wäre es naheliegend, das Deckungskapital des nächstfolgenden Jahres aus dem des vorhergehenden Jahres zu entwickeln, wenn vorerst eine Gruppierung der Policen nach dem erreichten Alter vorgenommen worden ist. Ein solches Verfahren bliebe aber praktisch so lange ohne

Bedeutung, als nicht eine Rekursionsformel zur Verfügung steht, welche direkt auf die Bilanzdeckungskapitale anwendbar ist.

Für das Ende der Versicherungsjahre ist eine Rekursionsformel unter der Bezeichnung „Emory Mc. Clintocks accumulation formula“ in Amerika bekannt und auch wohl überall, wenn auch nicht unter diesem Namen, in Anwendung (man vergl. auch M. H. Peiler: T. A. S. Bd. 3, S. 25 und Bd. 9, S. 22). G. F o u r e t hat die genannte Formel für die Zwecke der Bilanzreserve herangezogen. Er verlegt zu diesem Behufe den Jährungstag jeder Police auf den ersten Januar jenes Kalenderjahres, welcher diesem Jährungstag am nächsten liegt. Eine Rekursionsformel für die Bilanzreserven wurde von B o h l m a n n in den im Literaturnachweis genannten Arbeiten entwickelt.

Die B o h l m a n n s c h e Formel basiert auf der Nettorechnung unter der Annahme, daß im Ablebensfalle das versicherte Kapital am Ende des Versicherungsjahres fällig sei.

Bezeichnet man die Bilanzreserve nach Formel (41) des ersten Abschnittes mit V_0 für das Ende des vorausgegangenen Geschäftsjahres und mit V_1 für das Ende des laufenden Geschäftsjahres und sei S die versicherte Summe, P die Nettoprämie und q die durchschnittliche Sterbenswahrscheinlichkeit

$$q = \frac{q_{x+v-1} + q_{x+v}}{2},$$

so ergibt sich nach der Netto-Gewinn- und Verlustrechnung

$$(46) \quad V_0(1+i) + (1 - \frac{1}{2}q) \cdot P \cdot \left(1 + \frac{i}{2}\right) - q \cdot S - (1-q) \cdot V_1 = 0.$$

Man findet hieraus

$$(47) \quad V_1 = \frac{1}{1-q} \cdot [(V_0 + \frac{1}{2}P)(1+i)] + \frac{1}{2}P - \frac{q}{1-q} \cdot S + E,$$

wo
$$E = -\frac{P}{1-q} \cdot \frac{i \cdot q}{4}.$$

Die letztere Größe ist wegen ihrer Kleinheit praktisch jedenfalls zu vernachlässigen. Sie wird, wie aus den allgemeinen Entwicklungen B o h l m a n n s folgt, exakt Null bei einer Todesfallversicherung, bei welcher die versicherte Summe alljährlich um den Betrag der Nettoprämie anwächst.

Die Formel gestattet bei einer gegebenen Sterbetafel und Zinsfuß die Prämienreserve für alle am Ende des Jahres in Kraft stehenden Versicherungen in der Art nach Gruppen zu berechnen, daß alle Policen der Gruppe zugezählt werden, welche zu diesem Zeitpunkt unter dasselbe erreichte Alter fallen. Eine Trennung nach Versicherungsarten ist nicht weiter erforderlich. V_0 bedeutet dann die Bilanzreserve für alle am Ende des Geschäftsjahres in Kraft befindlichen Policen, welche am Ende des Vorjahres zurückzustellen war. Für neu abgeschlossene Versicherungen wird man die Reserve wohl am besten direkt rechnen und ebenso

durch direkte Rechnung von fünf zu fünf Jahren eine Kontrolle der Rechnung durchführen.

Die Methode gibt sehr genaue Resultate, wie insbesondere aus dem Inhalt der zweitangeführten Abhandlung hervorgeht, in welcher der Fehler genauer diskutiert wird. A. Davidson hat für die praktische Durchführung des Verfahrens Details angegeben, welche von Bohlmann in der zweitgenannten Abhandlung verwertet wurden. Eine Anwendung des Verfahrens auf den deutschen Versicherungsstock der New-York ergab Resultate, welche mit den exakt ermittelten praktisch identisch sind.

Wenn wir uns von der Annahme, daß die Versicherungskapitalien erst am Ende der Versicherungsjahre fällig sind, freimachen wollen, so müssen wir auf die genaueren Formeln (37) und (39) des ersten Abschnittes zurückgreifen.

Die Nettoreserve am Ende des ν ten Versicherungsjahres bzw. am Ende des $\nu + 1$ ten Versicherungsjahres ist sonach

$$(48) \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_{\nu}V = \frac{({}_{\nu-1}V + p)e^{\delta} - \frac{i}{\delta} q_{\nu-1}}{1 - q_{\nu-1}} \\ {}_{\nu+1}V = \frac{({}_{\nu}V + p)e^{\delta} - \frac{i}{\delta} q_{\nu}}{1 - q_{\nu}} \end{array} \right.$$

Für die Bilanzreserven hingegen hatten wir gefunden

$$(49) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + e^{\frac{\delta}{2}}\right) \cdot {}_{\nu-\frac{1}{2}}V = \frac{({}_{\nu-1}V + p)e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{\nu}V(1 - q_{\nu-1})}{1 - \frac{q_{\nu-1}}{2}} \\ \left(1 + e^{\frac{\delta}{2}}\right) \cdot {}_{\nu+\frac{1}{2}}V = \frac{({}_{\nu}V + p)e^{\frac{\delta}{2}} + {}_{\nu+1}V(1 - q_{\nu})}{1 - \frac{q_{\nu}}{2}} \end{array} \right.$$

Aus diesen Gleichungen aber enthält man nach leichten Umformungen

$$(50) \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_{\nu+\frac{1}{2}}V(1 - q_{\nu-1}) \left(1 - \frac{q_{\nu}}{2}\right) = {}_{\nu-\frac{1}{2}}V \cdot e^{\delta} \left(1 - \frac{q_{\nu-1}}{2}\right) + p e^{\frac{\delta}{2}} (1 - q_{\nu-1}) \\ \quad \quad \quad - \frac{\frac{i}{\delta}}{1 + e^{\frac{\delta}{2}}} \left(e^{\frac{\delta}{2}} q_{\nu-1} + q_{\nu} (1 - q_{\nu-1}) \right) \end{array} \right.$$

§ 24. Prämienübertrag und gestundete Prämie.

Die Berechnung des Deckungskapitales kann entweder unter der Annahme erfolgen, daß die Prämien nur bis zum Bilanztage vereinnahmt wurden, oder aber unter der Annahme, daß die Prämien bis zum nächsten Jahrestage des Abschlusses der Police bezahlt sind. Im ersten Falle

hat der Versicherer in der Regel schon Prämien vereinnahmt, von denen Teile über den Bilanztag hinausreichen, welche also beim Deckungskapital noch nicht berücksichtigt erscheinen. Im zweiten Falle hingegen wird angenommen, daß die Prämien bis zum nächsten Jährungstag voll bezahlt sind, eine Annahme, welche unzutreffend ist, wenn die Prämie in unterjährigen Raten bezahlt wird.

Auf diese beiden Umstände hat die Deckungskapitalberechnung entsprechend Rücksicht zu nehmen. Wird bei dieser angenommen, daß die nächste Prämienzahlung unmittelbar nach dem Bilanztage erfolgt, dann muß der Versicherer den über den Bilanztag hinaus schon vereinnahmten Prämienteil als Prämienübertrag ins Passivum stellen, da er offenbar für das laufende Geschäftsjahr eine Einnahmepost nicht bildet, sondern erst im nächsten Jahre zur Verrechnung zu gelangen hat. Es ist aber klar, daß der Versicherer von diesem zu übertragenden Prämienteil jenen Betrag in Abzug zu bringen hat, welcher das laufende Geschäftsjahr tatsächlich belastet. Hierzu gehört sicherlich die Inkassoprovision, welche beim Prämieeneingang verausgabt wurde, sowie alle sonstigen Kosten, welche die Vereinnahmung und Buchung der Prämien verursachen. Ja man wird sagen dürfen, daß der Prämienübertrag über den entsprechenden Teil der Nettoprämie nur noch die entfallende Amortisationsquote der Abschlußkosten und den entsprechenden Teil der Verwaltungskosten vom Typus γ enthalten soll. Die allgemeine Gepflogenheit, den Prämienübertrag von der vollen Tarifprämie zu legen, geht offenbar zu weit. Sie beinhaltet eine unnötige Bindung von Geldmitteln, welche vom Versicherer während der ganzen Dauer der Versicherung aus andern Quellen vorgestreckt werden müssen.

Bei der Berechnung des Prämienübertrages wird man in der Regel mit genügender Genauigkeit vorgehen, wenn bei ganzjähriger Zahlung der Prämie eine halbe Prämie, bei halbjähriger Prämienzahlung eine Viertelprämie usw. ins Passivum gestellt wird. Es ist vollständig zwecklos, ja geradezu falsch, die Berechnung des Übertrages auf Grund eines genaueren Interpolationsverfahrens vornehmen zu wollen als jenes ist, welches für die Berechnung des Deckungskapitales Anwendung findet, zumal der Prämienübertrag als Bestandteil des letzteren aufgefaßt werden muß.

Bei allen jenen Berechnungsmethoden des Deckungskapitales, welche den Wert dieses unter der Annahme bestimmen, daß die Prämie bis zum nächsten Jährungstage gezahlt ist, wird offenbar zu viel zurückgestellt, wenn diese letztere Annahme nicht zutrifft. Dies ist aber der Fall, wenn die Prämie in unterjährigen Raten gezahlt wird. In diesem Falle hat der Versicherer beim Versicherten ein Guthaben in Höhe der noch nicht angefallenen bis zum nächsten Jährungstag der Police zu entrichtenden Prämienraten, welche er als gestundete Prämien ins Aktivum zu stellen oder aber vom Deckungskapital bzw. Prämien-

übertrag abzusetzen hat. Es wäre kaum nötig, darauf zu verweisen, daß die Berechnung der gestundeten Prämien nach denselben Gesichtspunkten zu erfolgen hat, wie die des Prämienübertrages, wenn in der Praxis nicht häufig diese Selbstverständlichkeit außer acht gelassen würde. Es kommt vor, daß die Prämienüberträge nach der vollen Tarifprämie, hingegen die gestundeten Prämien nach der Nettoprämie gestellt werden u. a. m. Bei strenger Befolgung der für die Deckungskapitalberechnung unter Berücksichtigung der Kosten als dritter Rechnungsgrundlage maßgebenden Prinzipie wird man auf derartige Dinge nicht leicht verfallen können.

Die gestundete Prämie ist m. E. nur dann als Aktivum des Versicherers anzusehen, wenn dieser bei Eintritt des versicherten Ereignisses auch berechtigt ist, die etwa noch bis zum Ende des Versicherungsjahres ausstehenden Prämienraten von der versicherten Summe in Abzug zu bringen, ein Vorgang, der den Versicherungsbedingungen der meisten europäischen und amerikanischen Gesellschaften entspricht. In England gibt man dagegen der Methode den Vorzug, welche a priori mit der Zahlung der Prämie in unterjährigen Raten rechnet, einen Abzug ausstehender Raten im Todesfalle demnach nicht vorsieht. Selbstverständlich muß auf diesen Umstand auch bei Berechnung des Deckungskapitales Rücksicht genommen werden, so daß beim Prämienübertrag die unterjährige Zahlung ebenfalls eine Rolle spielt und berücksichtigt werden muß. Bei allen Methoden, bei denen die halbe Prämie als Übertrag gilt, müßte demnach die halbe bzw. viertel und achte Jahresprämie substituiert werden, wobei auf die Zuschläge für Ratenzahlung Rücksicht zu nehmen ist. Die gestundete Prämie entfällt in diesem Falle.

Für die summarische Berechnung von Prämienübertrag bzw. gestundeter Prämie sind in den Lehrbüchern die nötigen Anweisungen enthalten und es erübrigt sich bei der Einfachheit des Gegenstandes hier näher darauf einzugehen.

IV. Die Ermittlung und Verteilung des Gewinnes.

§ 25. Allgemeines über Dividenden.

Die Entstehung der gewinnberechtigten Tarife bei den Lebensversicherungsanstalten hat einen dreifachen Ursprung. Das Ziel der Versicherungstechnik, welches wir darin erblickt haben, die Gewinn- und Verlustrechnung zu einem zuverlässigen Maßstab der Geschäftsgebarung zu gestalten, kann nur dann erreicht werden, wenn die in den Rechnungsgrundlagen zum Ausdruck gebrachten Schätzungen dem tatsächlichen Verlauf der Ereignisse möglichst nahekommen und,

soweit dies nicht der Fall ist, in entsprechender Weise für die Kontinuität der Geschäftsgebarung vorgesorgt wird.

Der Versicherer ist demnach gezwungen, von vornherein sein Augenmerk auf die Möglichkeit eines nicht vorhergesehenen Verlaufes der Ereignisse zu richten und er wird zu diesem Behufe auf die Beschaffung von Mitteln und deren entsprechende Bereitstellung bedacht sein müssen, welche ihm die Erfüllung seiner Verpflichtungen auch unter ungünstigen, in den Rechnungsgrundlagen nicht berücksichtigten Verhältnissen gestatten. Um in den Besitz dieser Mittel zu gelangen, wird er gezwungen sein, seine Prämien höher zu bemessen, als dies nach den Rechnungsgrundlagen erforderlich wäre.

Es liegt aber auch im Wesen einer letzten Endes auf dem Gesetze der großen Zahl aufgebauten Wirtschaftseinrichtung, daß auch bei völlig normalem, d. h. vorausgesehenem Verlauf der Ereignisse im allgemeinen, also während einer größeren Anzahl von Jahren, Abweichungen von der Erwartung im einzelnen, d. h. im Durchschnitt der einzelnen Geschäftsjahre vorkommen müssen. Das Bestreben, gegen solche zufällige Störungen der Betriebsergebnisse möglichst gesichert zu sein, zwingt wieder zur Zurückstellung besonderer Fonds und die Aufbringung der Mittel zur Beschaffung derselben kann wieder nur durch eine Erhöhung der rechnungsmäßigen Beitragsleistungen der Versicherten erzielt werden.

Dazu kommt, daß unter gewissen Umständen, z. B. unter dem Zwange gesetzlicher Bestimmungen eine möglichst rasche Auffüllung von Rücklagen oder eine möglichst rasche Tilgung verausgabter Kosten wünschenswert erscheinen kann, welche wiederum eine Erhöhung der Beitragsleistung bedingen.

In all diesen Fällen sind jedoch die erwähnten Mittel für den Versicherer nur bedingt oder nur für eine gewisse Zeit vonnöten und es folgt aus ihrer Einforderung die selbstverständliche Pflicht, sie den Versicherten im Falle des Nichtbedarfes zur Gänze oder aber nach Maßgabe ihres Nichtbedarfes zurückzustellen.

Im übrigen kann aber auch die sorgfältigste Auswahl der Grundlagen und ein durchaus entsprechender Verlauf der Ereignisse nicht verhindern, daß hinsichtlich der gebotenen Gerechtigkeit gegen die Versicherten Maßnahmen erforderlich scheinen, welche ihren Ausdruck in einer weiteren Verbesserung der Rechnungsgrundlagen nicht mehr finden können. Und gerade die Pflicht des Versicherers, die vorerwähnten über das Erfordernis der Rechnungsgrundlagen hinausgehenden Leistungen der Versicherten an diese nach gerechten Grundsätzen, d. h. möglichst nach Maßgabe ihrer Aufbringung durch die einzelnen Versicherten zurückzuerstatten, erfordert die Lösung der in gewissem Sinne der Prämienberechnung entgegengesetzten Aufgabe. Denn während es sich bei dieser darum handelt, die Beiträge der Versicherten auf Grund

bestimmter Schätzungen möglichst gerecht und zutreffend zu bestimmen, soll jetzt die Rückerstattung verfügbarer Beträge nach Maßgabe ihrer Aufbringung aber auch in Rücksicht auf den tatsächlichen Verlauf der Ereignisse erfolgen.

Die Aufstellung der Prinzipien dieser Rückerstattung bildet den Inhalt des Dividendenproblems. Seine Lösung kann heute als gelungen bezeichnet werden. Hingegen wird die Frage nach der Höhe der für die genannten Zwecke zur Einhebung gelangenden Beiträge, wie schon in dem Abschnitt über die Prämienberechnung gesagt wurde, wohl stets individuellem Ermessen und außerhalb des Gegenstandes liegenden Rücksichten weitesten Spielraum lassen. Ja es läßt sich hier nicht einmal ein regulatives Prinzip, wie etwa das, die Prämie möglichst niedrig zu halten, zur Durchführung bringen, weil sich einerseits die Versicherung ohne Gewinnberechtigung als die relativ teuerste erweist und andererseits die Dividendenversprechungen im Konkurrenzkampfe der Gesellschaften nicht minder wichtig erscheinen als die Höhe der Prämien.

Es liegt auf der Hand, daß die Notwendigkeit der Lösung des Dividendenproblems erst einer Zeit einleuchten konnte, welche über sehr verfeinerte Rechnungsgrundlagen verfügte. Die Gewährung von Gewinnanteilen an die Versicherten reicht zwar sehr lange zurück. Aber die Verteilung der Geschäftsüberschüsse an die Versicherten nach einem mehr oder minder willkürlichen Schlüssel hat mit dem Dividendenproblem wohl insoweit nichts zu tun, als für diese Verteilung die Forderungen der Gerechtigkeit gegen die Versicherten gegenüber denen der Einfachheit zurückstanden. Würden die Ereignisse streng nach den gewählten Rechnungsgrundlagen verlaufen, dann wäre natürlich die Erörterung des ganzen Fragenkomplexes überflüssig. Aber gerade die Erkenntnis, daß die Ereignisse den Rechnungsgrundlagen nicht folgen werden und daß, wenn dies schon im allgemeinen der Fall sein sollte, Schwankungen im einzelnen unvermeidlich sind, hat ja das Problem aufgerollt. Man könnte nun gleich hier einwenden, daß es ja dann auf genaue Rechnungsgrundlagen gar nicht mehr ankommen könne, wenn hinterher ohnehin alles durch die Dividende wieder geordnet würde. Das ist allerdings richtig. Aber der Einwand wird hinfällig, wenn die selbstverständliche Forderung gestellt wird, über die Höhe der Dividenden etwas auszusagen. Solchen Aussagen wird aber nur dann Wert zuzusprechen sein, wenn sie aus Annahmen hervorgehen, welche tatsächlich ein Bild der voraussichtlichen Gestaltung der Verhältnisse ergeben.

Die Gesamtheit der Annahmen, von denen man behaupten darf, daß sie für den Versicherer in jeder Hinsicht genügende Sicherheit bieten, haben wir als Rechnungsgrundlagen erster Ordnung bezeichnet und wir haben gesehen, daß sie zunächst bestimmend sind für die Höhe der Prämien. Die dem voraussichtlichen Verlauf der Ereignisse möglichst

angepaßten Grundlagen zweiter Ordnung hingegen sind maßgebend für die Höhe der vorausgeschätzten Dividenden. Wir legen hier den Nachdruck auf den Charakter der Schätzung dieser Größen. Denn offenbar läßt sich die Zukunft hierbei nicht restlos erschöpfen. Wir werden daher im folgenden sehen, daß ein Dividendensystem seiner Aufgabe, Einnahmen und Ausgaben nach den eingangs entwickelten Prinzipien zu verrechnen, nur dann gerecht werden kann, wenn es auf die Abweichungen von den vorausgegangenen Schätzungen im Verlaufe der Ereignisse restlos einzugehen in der Lage ist. Das ist aber, wie aus dem folgenden hervorgehen wird, dann und nur dann der Fall, wenn der verwendete Gewinnplan die Möglichkeit einer nach der Kontributionsformel zu berechnenden Dividende allein oder im Vereine mit auf andere Weise berechneten Dividenden zuläßt.

Je nachdem nun die Kontributionsformel, wie sie späterhin zu entwickeln sein wird, allein für den Gewinnplan bestimmend ist, oder aber die Dividende nach irgend einer Relation zur Prämie, zur Summe der eingezahlten Prämien, zum Deckungskapital oder anderswie bemessen wird, ist man gewohnt, von einem natürlichen oder mechanischen Dividendensystem zu sprechen. Man findet mitunter die Kontributionsformel neben einem mechanischen Plane zur Regulierung der durch letzteren nicht bewältigten Abweichungen von den Grundlagen in Verwendung und spricht dann wohl auch von einem gemischten Dividendensystem.

Da die Dividenden aus den Geschäftsüberschüssen hervorgehen, diese aber letzten Endes sämtlich aus der Prämieinnahme stammen, so folgt, daß bei sonst gleichen Umständen die Dividenden um so höher ausfallen werden, je höher die Prämien sind. Es scheint trivial, bemerken zu sollen, daß die Höhe der Prämien und damit auch der Dividenden nur so weit getrieben werden soll, als dies aus betriebstechnischen Gründen zu rechtfertigen ist. Wir haben aber schon erwähnt, daß sich die Praxis auch an die Einhaltung solch selbstverständlicher Forderungen nicht gebunden erachtet und mitunter sieht man das natürliche Verhältnis, welches die Dividenden aus den betriebsnotwendigen Tarifprämien herleitet, geradezu in sein Gegenteil verkehrt und Dividenden bestimmter Höhe in den Vordergrund des Interesses gerückt, so daß die Prämien erst durch die Höhe der Dividenden bestimmt erscheinen, statt umgekehrt. Dazu tritt meist die Festlegung eines möglichst einfach zu handhabenden mechanischen Schlüssels für die Dividende, so daß der vorerwähnte Ursprung des Dividendenproblems aus dem starren System kaum noch hervortritt. Daß solche Pläne, zumal wenn sie ein starkes Ansteigen der Dividende mit zunehmender Versicherungsdauer vorsehen, zu den schwersten Enttäuschungen führen können, liegt auf der Hand und ist durch die Erfahrungen wiederholt bestätigt.

Die Unentbehrlichkeit der Dividende in einem geordneten Versicherungsbetrieb wird durch die schlimmen Folgen solch unzureichenden Verfahrens nicht berührt. Auch das mechanische Dividendensystem kann in geschickten Händen allen Ansprüchen genügen, welche man billigerweise an das Funktionieren eines Dividendenplanes wird stellen dürfen. Wir können uns jedoch nicht der oft vertretenen Meinung anschließen, daß das natürliche System wegen seiner schwierigeren praktischen Handhabung abzulehnen sei. Denn diese Ansicht ist nicht nur durch die Praxis vieler, vor allem amerikanischer Anstalten widerlegt, sondern es ist auch entgegenzuhalten, daß das mechanische System seine größere Einfachheit in der praktischen Handhabung mit großen Schwierigkeiten bei Übergang zu anderen Rechnungsgrundlagen erkaufen muß, ein Umstand, welcher nicht selten die gänzliche Aufgabe des bisherigen Verfahrens notwendig macht. Rüstet man aber ein mechanisches System so aus, daß es sich auch in schwierigeren Situationen als genügend elastisch erweist, dann wird seine technische Konstruktion und laufende Durchführung wohl an Kompliziertheit und wohl auch Undurchsichtigkeit nichts zu wünschen übriglassen. Und das kann auch nicht anders sein, wenn letzten Endes unsere Behauptung, daß zur restlosen Regulierung der Überschüsse immer auf die natürliche Dividende zurückgegriffen werden muß, als richtig erwiesen ist.

Wenn sich aus den Darlegungen des zweiten Abschnittes ergeben hat, daß die Sicherheitszuschläge zu den Prämien sich als absolute Notwendigkeit erweisen und wenn die Dividende zunächst aus dem Bestreben hervorgegangen ist, diese Zuschläge nach Maßgabe ihres Nichtbedarfes in gerechter Weise an die Versicherten zurückzuleiten, so können wir diese Zuschläge geradezu als Dividendenzuschläge bezeichnen, zumal doch die ihrer Einhebung entsprechende Leistung des Versicherers zwar als eine bedingte anzusehen ist, aber darum nicht weniger als die reine Versicherungsleistung für die Angemessenheit der Prämie von Bedeutung erscheint. Die Bezeichnung Dividendenzuschlag wird dort um so mehr am Platze sein, wo die Höhe der Prämien jene Grenze übersteigt, welche durch die Rücksichten auf die Sicherheit des Unternehmens vorgezeigt ist. Sehen wir daher von der Leistung des Versicherers im Falle des vorzeitigen Rücktrittes des Versicherten vom Verträge ab, so haben wir nunmehr als Leistungen des Versicherers anzusehen:

1. Die Verpflichtung, für bestimmte Zeitpunkte, im Falle der Versicherte diese erlebt, oder für den Fall des Ablebens desselben innerhalb einer bestimmten Dauer eine fest bestimmte Summe zu bezahlen.
2. Für die Zeit der Dauer der Versicherung für alle entstehenden Kosten aufzukommen.
3. Die Einlösung des bei Abschluß der Versicherung gegebenen Versprechens zur Zahlung gewisser vorsichtig geschätzter Beträge für

den Fall eines den angenommenen Rechnungsgrundlagen entsprechenden Verlaufes der Ereignisse. Eine Verpflichtung im Sinne der reinen Versicherungsleistung besteht für den Versicherer zu diesen Zahlungen nicht. Eine umsichtige Geschäftsleitung wird sich jedoch die Einlösung dieser Versprechungen sehr angelegen sein lassen und für den Versicherer ergibt sich hieraus die Notwendigkeit ihrer sorgfältigsten Berechnung.

Man könnte nun die Deckung der erstgenannten Verpflichtungen in der reinen Nettoprämie, die der zweitgenannten in dem Verwaltungskostenzuschlag und die der unter 3. genannten Dividendenversprechungen in dem Dividendenzuschlag erblicken. Demgemäß wäre dann auch bei der Bildung der Rücklagen zwischen dem reinen Deckungskapital, dem Unkostendeckungskapital und dem Dividendendeckungskapital zu unterscheiden. Wir haben jedoch schon im vorigen Abschnitt betont, daß eine solche Unterscheidung nach Einführung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage rücksichtlich der ersten beiden Verpflichtungen sinn- und zweckwidrig erscheint, weil die Einführung der ausreichenden Prämien und der ausreichenden Deckungskapitale eine getrennte Behandlung dieser unbedingten Verpflichtungen des Versicherers gar nicht zuläßt und diesen getrennten Bestandteilen der Prämie bzw. des Deckungskapitales eine Bedeutung im Betriebe überhaupt nicht zukommt, wenn auch sonst diese Trennung ihre historische Begründung haben mag.

Anders liegt dies jedoch bei den Dividendenzuschlägen bzw. dem Dividendendeckungskapital. Denn gemäß ihrer Entstehung aus Sicherheitsgründen steht ihr Verbrauch während der Versicherungsdauer gerade so wenig fest, wie ihre Rückerstattung in Form der Dividenden im Falle ihres Nichtbedarfes. Beides ist bedingt durch den Verlauf der Ereignisse und es mag daher eine Loslösung des Dividendenzuschlages von der Prämie und des Dividendendeckungskapitales von der totalen Rücklage immerhin angehen. Denn im ersten Falle handelt es sich um die unbedingten Leistungen des Versicherers, im zweiten um bedingte und überdies erscheint die getrennte Nachweisung der den Sicherheitszwecken dienenden Einnahmen und Rücklagen wünschenswert. Man darf aber hier doch nicht übersehen, daß dies auch nur soweit zu rechtfertigen ist, als die Dividendenzuschläge und die aus ihnen stammenden Rücklagen tatsächlich Sicherheitszwecken dienen. Ist dieser Zusammenhang nicht ohne weiteres zu erweisen, dann erscheint eine solche summarische Trennung völlig aus der Luft gegriffen, ein Umstand, dem bei der Bemessung der Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung gebührende Aufmerksamkeit zu schenken sein wird.

Wir wollen im übrigen gleich an dieser Stelle vermerken, daß die Trennung der totalen Rücklage in ein reines, ein Unkosten- und ein

Dividendendeckungskapital nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen in der Natur der Sache begründet liegt. Denn die Berechnung der Prämien erfolgt auf Grund einer Schätzung des Bedarfes des Versicherers für die ganze Versicherungsdauer. Die Aufteilung dieses Bedarfes auf die einzelnen Versicherungsjahre spielt hierbei gar keine Rolle und es ist auch gar nicht notwendig, daß bei gleicher Höhe der Prämie während der einzelnen Versicherungsjahre auch die zur Deckung der reinen Versicherungsverpflichtungen, der Unkosten und der Dividenden vorgesehenen Teile der Prämie für die einzelnen Versicherungsjahre die gleiche Höhe behalten, wenn sie sich nur sonst immer zur Gesamtprämie ergänzen. Wir sehen dies schon bei der Zillmerschen Behandlung der Amortisation der Abschlußkosten, welche eine Abstufung der reinen Nettoprämie vorsieht, so daß für die Deckung der Nettoverpflichtungen im ersten Jahre ein geringerer Teil der Prämie zur Verfügung gestellt wird und der erübrigte Betrag der Deckung der Abschlußkosten zugute kommt. Fassen wir nun die aus der Gesamtprämie fließende Rücklage als Ganzes auf, ohne auf die besondere Widmung der Bestandteile derselben in Hinblick auf die unterschiedlichen Verbindlichkeiten des Versicherers Rücksicht zu nehmen, dann ist eine besondere Aussage darüber entbehrlich, welcher Teil der Prämie in den einzelnen Versicherungsjahren für die reinen Verpflichtungen, die Verwaltungskosten und die Dividendenverpflichtungen in Betracht zu kommen habe. Will man aber die Gesamtrücklage in die diesen dreierlei Verpflichtungen des Versicherers entsprechenden Bestandteile zerlegen, dann ist eine Festsetzung darüber nötig, welche Beträge aus den Prämien in den einzelnen Versicherungsjahren diesen einzelnen Zwecken zu widmen seien. Diese Festsetzung ist an sich ganz willkürlich und immer nur an die Bedingung geknüpft, daß für den Anfang der Versicherung für die reinen Versicherungsverpflichtungen und die Nettoprämien, für die gesamten Unkosten und die Unkostenzuschläge und für die Dividendenverpflichtungen und die Dividendenzuschläge im einzelnen das Äquivalenzprinzip gewahrt bleibt.

Am naheliegendsten ist hier wohl die Festsetzung, daß aus der Prämie in den einzelnen Versicherungsjahren gleichbleibende Beträge zur Deckung der genannten dreierlei Verpflichtungen entnommen werden sollen. Diese Annahme hat jedoch zur Folge, daß das Unkostendeckungskapital von der Höhe des Dividendendeckungskapitales abhängig ist, wie später zu zeigen sein wird. Böhmer zieht es daher vor, statt dieser die Forderung zu erheben, daß das reine und das Unkostendeckungskapital von dem Dividendensystem unabhängig sein sollen, eine Festsetzung, welche aber wieder die Aufgabe der Forderung der obengenannten gleichen Teilbeträge der Prämien nach sich zieht. In jedem Falle bedingt die Trennung der Rücklage in ihre Bestandteile in dem vorerwähnten Sinne künstliche Konstruktionen, denen die

praktische Bedeutung mangelt. Am besten wird es stets sein, die gesamte Rücklage als Ganzes zu behandeln, wenn wir es auch nicht unterlassen werden, die genannte Analyse wegen ihrer Bedeutung für die heutige Praxis zu behandeln.

Wir müssen hier noch auf einen Umstand aufmerksam machen, welcher in der Literatur häufig Anlaß zu Mißverständnissen gibt. Das Dividendendeckungskapital, wie wir es bisher betrachtet haben, stellt sich als jene Rücklage des Versicherers dar, welche ihm gestattet, bei normalem Verlauf der Ereignisse im Vereine mit den künftigen Dividendenzuschlägen die gegebenen Dividendenversprechungen einzulösen. Demgegenüber wird häufig als Dividendenfond oder Dividendenreserve etwas ganz anderes bezeichnet. Man versteht darunter jene Rücklage, welche sich über das zur Deckung der Versicherungs- und Unkostenverpflichtungen des Versicherers nach irgendwelchen Grundlagen berechnete Deckungskapital hinaus in Händen des Versicherers befindet. Diese Rücklage dient offenbar auch der Deckung der Dividendenverpflichtungen, sie hat jedoch mit der Höhe der letzteren gar keinen weiteren Zusammenhang, da sie sich einfach als Differenz der gesamten vorhandenen technischen Deckungsmittel und des ohne Rücksicht auf die Dividendenverpflichtungen berechneten Deckungskapitales darstellt. Wir wollen diese Rücklage als Dividendenfond (nach Böhmers technisches Dividendendeckungskapital) bezeichnen und da, wo Mißverständnisse zu befürchten sind, das vorerwähnte Dividendendeckungskapital vom Dividendenfond stets wohl unterscheiden. Die Bedeutung des ersteren für die Praxis ist weitaus geringer als die des letzteren. Bei der Entwicklung der einschlägigen Verhältnisse aber ist die Sachlage umgekehrt. Hier kommt dem Dividendendeckungskapital die weitaus wichtigere Bedeutung zu. Die Verhältnisse werden natürlich erst an Hand der folgenden Ausführungen zu übersehen sein. Wir wollten jedoch gleich hier einer mißverständlichen Auffassung, die durch eine ungenaue Terminologie nur zu leicht hervorgerufen wurde, begegnen.

§ 26. Die fortlaufende Prüfung der Rechnungselemente und die Analyse des Gewinnes aus der Jahresgebarung.

In einem geordneten Lebensversicherungsbetrieb muß Jahr für Jahr eine Kontrolle der Zuverlässigkeit der verwendeten Rechnungsgrundlagen vorgenommen werden. Sie gehört zu den wichtigsten Aufgaben des leitenden Mathematikers und dies aus mehreren Gründen. Der Grad der Übereinstimmung der den Berechnungen zugrunde gelegten Annahmen mit der Erfahrung ist zunächst der einzige zuverlässige Hinweis für die mehr oder minder solide technische Fundierung des Unternehmens. Kritische Untersuchungen über beobachtete Abweichungen erbringen meist ganz von selbst auch die Hilfsmittel für

die Anbringung der nötigen Verbesserungen, wenn sie nicht, wie dies z. B. bei der Untersuchung des Gewinnes aus der Sterblichkeit der Fall ist, die geänderte Rechnungsgrundlage gleichsam nebenher zutage treten lassen.

Aber das ist nicht alles. Wir werden sehen, daß ein geordneter Betrieb nach dem heutigen Stande unseres Wissens ohne das Hilfsmittel der Dividende nicht gedacht werden kann. Dieses feine Instrument erfordert aber, wenn es sich bei seiner Anwendung um mehr als um die Erfüllung einer äußerlichen Form handeln soll, stets eine genaue Analyse des Gewinnes. Denn kein Gewinnplan, und mag er noch so sorgfältig vorbereitet sein, kann für längere Zeit einer solchen Analyse des Gewinnes nach seinen Quellen entraten. Vielmehr wird, wenn nicht der Plan die ganze Ausschüttung der Gewinne von vornherein einer solchen Jahr für Jahr anzustellenden Untersuchung überläßt, immer letzten Endes die Zurückführung nicht vorhergesehener Abweichungen von den Rechnungsgrundlagen Untersuchungen der gedachten Art notwendig machen.

Zudem haben die Aufsichtsbehörden der meisten Staaten den Lebensversicherungsgesellschaften die jährliche Nachweisung derartiger Untersuchungen an Hand besonderer Formulare zur Pflicht gemacht. Wenn hierbei auch nicht übersehen werden darf, daß der Wert solcher Nachweisungen ein sehr bedingter ist, soferne diese von den Gesellschaften als unnötige Belastung mit Arbeit und nicht als eigene Pflicht aufgefaßt werden, so muß doch betont werden, daß gerade durch dieses Verlangen der Aufsichtsbehörden die Behandlung des Gegenstandes sehr befruchtet worden ist. Ich verweise in diesem Zusammenhange nur darauf, daß die Kritik der Methoden zur Darstellung des Gewinnes aus der Sterblichkeit in Deutschland erst im Anschlusse an die bezügliche Forderung der deutschen Aufsichtsbehörde eingesetzt hat.

Die Analyse des Gewinnes geht im einzelnen auf die vier Rechnungselemente zurück, als welche für die Lebensversicherung die rechnungsmäßige Sterblichkeit, der rechnungsmäßige Zinsfuß, die rechnungsmäßigen Verwaltungskosten und der vorzeitige Rücktritt des Versicherten vom Verträge in Betracht kommen.

Je nachdem der Verlauf der Ereignisse in Übereinstimmung mit den bei der Wahl der Rechnungsgrundlagen gemachten Annahmen stand, je nachdem sich in der laufenden Jahresgebarung größere oder kleinere zufällige oder systematische Abweichungen bemerkbar gemacht haben, wird man in Rücksicht auf die ersten drei Rechnungselemente von einem Gewinn oder Verlust aus der Sterblichkeit, aus dem Rechnungszinsfuß und aus den Verwaltungskosten zu sprechen haben. Die Bestimmung dieser Gewinne oder Verluste soll im folgenden zur Darstellung gelangen.

Wir haben daher zunächst die Rechtfertigung dafür zu erbringen, warum wir hierbei die vierte der genannten Rechnungsgrundlagen einfach übergehen. Die Gründe sind die folgenden.

Die vierte Rechnungsgrundlage kann rücksichtlich ihrer Zuverlässigkeit und Notwendigkeit den drei ersten Rechnungsgrundlagen durchaus nicht beigeordnet werden. Die Abgangsfrequenz ist nach den heutigen Erfahrungen keine statistische Ziffer, welcher jenes Mindestmaß von Stabilität zukommt, das die Grundbedingung ihrer Verwendung ausmacht. An die Verwendung fremder Erfahrungen ist hierbei nicht zu denken, weil die Verhältnisse von Anstalt zu Anstalt grundverschieden sind. Als gemeinsamer Grund für die vorzeitige Vertragslösung werden wohl nur die Gegenauslese der Versicherten und die allgemeinen und speziellen wirtschaftlichen Verhältnisse in Betracht kommen. Wir sind hierbei geneigt, den ersten Umstand gegenüber dem zweiten weitaus an Bedeutung hintanzusetzen. Der zweite aber ist eine Größe, welcher man auch bei ein und derselben Gesellschaft die nötige Stabilität nicht leicht zubilligen wird.

Dazu kommt aber weiter, daß die Abgangsverhältnisse durch die Höhe der Prämien, durch die zur Verfügung der Ausscheidenden gestellten Beträge, also durch die Höhe der Abfindungswerte, durch die allgemeinen Gepflogenheiten des Geschäftsverkehrs (Ausspannungen) und andere Momente beeinflußt werden, welche von Anstalt zu Anstalt verschieden und bei derselben Gesellschaft im Laufe der Zeit höchst variabel sind. Die Herstellung einer Dekremententafel mit Rücksicht auf die Frequenz des Abganges bei Lebzeiten durch vorzeitige Vertragslösung bleibt daher auch unter den günstigsten äußeren Umständen ein Beginnen, dessen praktischer Wert sehr in Frage steht. Aus diesem Grunde halten wir auch die genaue Verfolgung der bezüglichen Ergebnisse der Jahresgebarung für kein Beginnen, welches Früchte erwarten läßt, die den Arbeitsaufwand lohnen.

Man müßte jedoch um alle Schwierigkeiten herumzukommen trachten, wenn sich die Einführung der vierten Rechnungsgrundlage aus betriebsnotwendigen Gründen ergeben würde. Dies ist jedoch glücklicherweise nicht der Fall. Wenn die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung, wie in dem betreffenden Abschnitt auszuführen sein wird, in rationeller Weise bestimmt werden, dann erübrigt für den Versicherer nur, die frei gewordenen Beträge jenen Reserven zuzuführen, welche ohnehin schon die Bestimmung haben, für Verluste aus jenen Gründen Deckung zu schaffen, die der Versicherer auch für die zeitweise Einbehaltung von Deckungsmitteln ohnehin geltend machen kann. Demnach werden diese Beträge unter allen Umständen den Sicherheitsreserven zuzuführen sein und von hier aus werden sie den treubleibenden Versicherten wieder zufließen. Sollte es sich allerdings erweisen, daß die Dotierung aus diesem Umstande zu stark wird,

dann müßte zu einer Verminderung der Dividendenzuschläge geschritten werden, wenn schon Gründe vorliegen, auf das näherliegende Mittel einer Erhöhung der Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung verzichten zu sollen.

Aus der Literatur sind vor allem zwei Fälle hervorzuheben, bei welchen zur Aufstellung eines Dividendenplanes der vorzeitige Abgang Berücksichtigung findet. Der erste Fall betrifft das Vorgehen der Gothaer Bank, welche mit bestimmten, nach eigenen Erfahrungen ermittelten Abgangsfrequenzen rechnet, demnach Dekremententafeln der treubleibenden Versicherten verwendet. Da nun die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung unter dem bezüglichlichen Deckungskapital liegen, stellt sich die Berücksichtigung des vorzeitigen Abganges bei der Prämienberechnung als Einnahmequelle des Versicherers dar. Es kommt also zu den vorerwähnten Gründen noch das Bedenken hinzu, welches man gegen eine solche Verminderung der Prämien geltend machen kann. Denn bei einer Verminderung der Abgangsfrequenz, welche doch sehr im Bereiche der Möglichkeit liegt, sind die so berechneten Prämien offenbar zu klein und es müßte demnach, wenn die Beträge nennenswert werden, zu einer Reduktion der vorgesehenen Dividenden geschritten werden. Das ist aber ein recht mißlicher Umstand, zumal ein solcher Rückgang der Abgangsfrequenz mit den allgemeinen wirtschaftlichen Verhältnissen nicht notwendig in Zusammenhang stehen muß, für diese Reduktion der Dividende demnach nicht immer plausible Gründe geltend gemacht werden könnten.

Der zweite Vorschlag stammt von Böhmer und wurde in dessen Preisschrift zur Durchführung gebracht. Böhmer geht von der Annahme aus, daß die Sterblichkeit der vorzeitig Ausscheidenden der der Neueintretenden gleichzuhalten sei und konstruiert auf dieser Annahme die Dekremententafeln der Treugebliebenen. Wird den Ausscheidenden als Abfindungswert das volle Deckungskapital, gerechnet nach der Tafel der Ausscheidenden, gegeben, dann reicht der in Händen des Versicherers verbleibende Betrag gerade aus, um die angenommene Verschlechterung der Qualität des Versicherungsstockes zu kompensieren. Dies ist auch ganz unmittelbar aus dem Umstande zu entnehmen, daß die Dekremententafel der Ausscheidenden und die der Treubleibenden einander zur Dekremententafel der Beigetretenen ergänzen müssen.

Das auf die Ausscheidenden entfallende Deckungskapital, gerechnet auf Grund der für diese konstruierten Tafel, nennt Böhmer den theoretischen Rückkaufswert. Aus seinen Entwicklungen folgt, daß die auf Grund der drei angewendeten Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung berechneten Prämien mit den aus einer Dekremententafel der Treubleibenden berechneten Prämien übereinstimmen, falls als Abgangsentschädigungen die theoretischen Rückkaufswerte gegeben werden. In

dieser Tatsache ist ein wichtiger Fortschritt der Böhmerschen Methode gegeben. Denn es erhellt, daß die Höhe der Prämien von der zugrunde gelegten Abgangsfrequenz jetzt gänzlich unabhängig ist. Der Sachverhalt läßt sich auch ohne Zuhilfenahme formelmäßiger Entwicklungen unschwer überblicken.

Jede auf Grund von Beobachtungen an Versicherten hergestellte Absterbeordnung ist aus den Beobachtungen an den treuen Versicherten hervorgegangen. Wird nun die Annahme gemacht, daß die Sterblichkeit der Ausscheidenden wegen der Gegenauselese derselben besser ist als die der treubleibenden Versicherten, dann wird eine aus der Tafel der Treubleibenden und der Tafel der Ausscheidenden unter Verwendung irgendwelcher Abgangsfrequenzen konstruierte Tafel der Generationen der Beigetretenen sicherlich niedrigere Sterblichkeitsätze aufweisen als die ursprüngliche Tafel der Treubleibenden. Wird nun die Abgangsentschädigung so festgesetzt, daß jeder Ausscheidende gerade so viel zur Erhöhung des Deckungskapitales der Treubleibenden beiträgt, als die durch seinen Austritt bewirkte Schädigung der Gesamtheit vermeintlich beträgt, dann werden faktisch die Treubleibenden durch die Austritte nicht mehr benachteiligt, wieviele auch von dem Rechte des Austrittes Gebrauch machen mögen. Die nach der Tafel der Generationen der Beigetretenen berechneten Prämien sind daher von der tatsächlichen Abgangsfrequenz unabhängig.

Es erhellt hieraus auch, daß die Anpassung an die tatsächliche Bewegung des Versicherungsbestandes im Deckungskapital vor sich geht, dessen Berechnung sich dann allerdings recht kompliziert gestaltet.

Wie in dem Abschnitt über die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung auszuführen sein wird, ist die Bindung des Versicherers an die Gewährung fester Abfindungswerte mit den Prinzipien einer rationellen Betriebsführung nicht vereinbar. Denn gerade so wie die Prämien durch die Dividenden müßten die Rückkaufs- und Reduktionswerte in Anpassung an die jeweiligen Verhältnisse im Versicherungsbestande für jede Jahresgebarung reguliert werden. Solange dem jedoch gesetzliche Bestimmungen gegenüberstehen und solange Abfindungswerte auch für jene Versicherten vorgeschrieben sind, welchen solche noch gar nicht gebühren, wird wohl der heutige Zustand andauern, nach welchem der Versicherer gezwungen ist, die Abfindungswerte niedriger zu halten, als dies theoretisch möglich wäre. Die meisten Dividendenpläne berücksichtigen daher den vorzeitigen Abgang bei Lebzeiten, betrachten demnach die hierbei in Händen des Versicherers verbleibenden Beträge als Einnahmequelle desselben, welche bei Bemessung der Dividenden zu berücksichtigen sei. Die vorerwähnten Bedenken, welche sich diesem Vorgange im Hinblick auf die damit verbundene Verbilligung der Prämien entgegenstellen, werden allerdings in der Praxis nicht sehr ernst genommen. Unserer Ansicht nach

ist dies aber nur dann angängig, wenn es sich um unerhebliche Beträge handelt. In diesem Falle allerdings wird man sich die Frage vorlegen müssen, ob die Berücksichtigung des vorzeitigen Abganges die aufgewendete Mühe überhaupt lohnt. Beim Verfahren von Böhmer treffen diese Bedenken nicht zu. Aber die hier über die ziffernmäßige Wirkung der Antiselektion gemachte Annahme ist wohl nur für einen Bruchteil der Ausscheidenden korrekt, weil unserer Ansicht nach wirtschaftliche Gründe in der Mehrzahl der Fälle für den Rücktritt vom Versicherungsvertrag bestimmend sind.

Wir können zusammenfassend bemerken, daß wir die Heranziehung der vierten Rechnungsgrundlage aus theoretischen und auch praktischen Gründen nicht für gerechtfertigt erachten. Ist aber die Abgangsfrequenz eine erfahrungsgemäß sehr geringe, wie etwa bei der Gothaer Bank, dann scheint uns ihre Berücksichtigung bei der Berechnung von Prämie und Deckungskapital zwar theoretisch vertretbar, jedoch im Vergleiche zum praktischen Endeffekt um einen zu hohen Einsatz erkauft, welchen wir in der großen Komplizierung des technischen Apparates erblicken.

Der Vollständigkeit halber muß noch der Gepflogenheit amerikanischer Anstalten gedacht werden, welche den Gewinn aus der vorzeitigen Vertragslösung in den ersten Versicherungsjahren rechnungsmäßig berücksichtigen, indem sie ihn zur planmäßigen Amortisation der Abschlußkosten heranziehen. Bei der Berechnung der Kontributionsdividende erscheint er jedoch nicht mehr als Rechnungselement, sondern die dieser Quelle entstammenden Gewinne werden im Vereine mit andern nicht rechnungsmäßigen Geschäftsüberschüssen meist in längeren Zeitabschnitten als Superdividende nach irgendeinem einfachen mechanischen Verfahren zur Ausschüttung gebracht.

Nach diesen Bemerkungen können wir zu den technischen Entwicklungen, welche die Darstellung der den drei ersten Rechnungsgrundlagen entstammenden Gewinne beinhalten, schreiten.

§ 27. Der Gewinn aus den Zuschlägen zu den Prämien zur Deckung der Verwaltungskosten.

Wie in dem Abschnitt über die Berechnung der Prämien gezeigt wurde, kommen an Verwaltungskosten die Kosten für die Erwerbung des Neugeschäftes K_α , die Kosten des laufenden Geschäftes, welche im Verhältnis der Prämie K_β und die Kosten des laufenden Geschäftes, welche im Verhältnis der Versicherungssumme dargestellt werden können K_γ , in Betracht. Diese Kosten entsprechen den bezüglichen Sätzen α , β , γ , welche wir bei der Berechnung der Prämien zur Einführung gebracht haben. Wenn man sich einmal klargemacht hat, welche Kosten bzw. unter K_α , K_β , K_γ zu verrechnen sind, so ist eine

reinliche Loslösung dieser Beträge aus den Ergebnissen der Jahresgebarung bei zweckmäßiger Anlage der Buchungen ohne Mühe zu bewerkstelligen. Denn für einen erheblichen Teil der Regieposten der Gewinn- und Verlustrechnung kann die Subsummierung unter α , β , γ unmittelbar den Aufzeichnungen der Buchhaltung entnommen werden. Dies gilt z. B. von den reinen Erwerbskosten, den Ärztekosten, der Inkassoprovision u. a. Wo dies nicht unmittelbar geschehen kann, muß man sich mit plausiblen Annahmen helfen. Jedenfalls hat die Aufteilung der Kosten unter K_α , K_β , K_γ genau nach denselben Richtlinien zu erfolgen, welche bei Ermittlung der Sätze α , β , γ zur Berechnung der Prämien eingehalten worden sind. Denn nur unter dieser Voraussetzung hat es überhaupt einen Sinn, die Größen K_α , K_β , K_γ mit den Sätzen α , β , γ in Relation zu setzen.

Da wir uns entschlossen haben, auf die Einführung des vorzeitigen Abganges bei Lebzeiten als eigener Rechnungsgrundlage zu verzichten, so werden wir den Gewinn aus diesen dem Versicherer zufallenden Teilen des Deckungskapitales bei dem Gewinn aus dem Verwaltungskostenzuschlag zur Verrechnung bringen. Es empfiehlt sich dies aus dem Grunde, weil die bisher üblichen Abzüge am Deckungskapital bei der Bemessung der Rückvergütungen an die Ausscheidenden zum größten Teile mit dem Umstande der noch nicht getilgten Abschlußkosten gerechtfertigt werden und bei einer rationelleren Bemessung der Abfindungswerte die Unterbringung der hier erübrigenden Gewinne in der einen oder andern Gewinnkategorie offenbar nicht von erheblicher Bedeutung sein kann. Auch haben wir schon an früherer Stelle darauf verwiesen, daß der Schaden, welchen der Versicherer dadurch erleiden kann, daß die zur Deckung der Erwerbskosten aufgewendeten Beträge im Momente des Ausscheidens des Versicherten noch nicht voll eingebracht wurden, am besten gleich bei der Bemessung des Kostensatzes α seine Berücksichtigung finden wird. Und wir werden daher folgerichtig die bei vorzeitigem Storno frei werdenden Teile des Deckungskapitales bei dem Gewinn aus dem Satz der Erwerbskosten α zu verrechnen haben. Dies wird also allemal dann der Fall sein, wenn die bereits geleisteten Amortisationsquoten der Abschlußkosten im Vereine mit den verfallenden Teilen des Deckungskapitales die Erwerbskosten noch nicht voll bedecken. Die Verwendung der über die Erwerbskosten hinaus erübrigten Beträge wird wohl am besten zur Verminderung der der Versicherungssumme proportionalen Verwaltungskosten zu rechtfertigen sein, sofern es sich nicht empfiehlt, sie zur Gänze oder teilweise, wie schon früher erwähnt, den Sicherheitsrücklagen zuzuwenden.

Legen wir demnach der Berechnung der Gewinne aus den drei Kostenzuschlägen wieder das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung zugrunde, so ergibt sich:

I. Gewinn aus dem Satz α der Erwerbskosten.

Einnahmen	Ausgaben
Rechnungsmäßige Erwerbskosten $\sum \alpha$	Tatsächliche Erwerbskosten K_α
Verfallenes Deckungskapital $\sum_s (W-U)$	Gewinn G_α

II. Gewinn aus dem Satz β der laufenden Kosten.

Einnahmen	Ausgaben
Rechnungsmäßige Kosten $\sum \beta$	Tatsächliche Kosten K_β
	Gewinn G_β

III. Gewinn aus dem Satz γ der laufenden Kosten.

Einnahmen	Ausgaben
Rechnungsmäßige Kosten $\sum \gamma$	Tatsächliche Kosten K_γ
Verfallenes Deckungskapital $\sum_s (W-U)$	Gewinn G_γ

Hierbei sind die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung mit U bezeichnet. Sonach ergibt sich:

$$(1) \quad \begin{cases} G_\alpha = \sum \alpha + \sum_s (W - U) - K_\alpha \\ G_\beta = \sum \beta - K_\beta \\ G_\gamma = \sum \gamma + \sum_s (W - U) - K_\gamma. \end{cases}$$

Definiert man dann $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ durch

$$\begin{aligned} \sum \alpha_1 + \sum_s (W - U) - K_\alpha &= 0 \\ \sum \beta_1 - K_\beta &= 0 \\ \sum \gamma_1 + \sum_s (W - U) - K_\gamma &= 0, \end{aligned}$$

so ergibt sich

$$(2) \quad \begin{cases} G_\alpha = \sum (\alpha - \alpha_1) \\ G_\beta = \sum (\beta - \beta_1) \\ G_\gamma = \sum (\gamma - \gamma_1). \end{cases}$$

Zu diesen Entwicklungen gelten folgende Bemerkungen: Die rechnungsmäßigen Erwerbskosten werden durch Multiplikation des Erwerbskostensatzes mit der versicherten Summe bzw. der Prämie des Neuzuganges der einzelnen Tarife erhalten, je nachdem die Erwerbskosten nach der Summe oder der Prämie bemessen werden. Sollten je nach dem Tarif oder der betreffenden Versicherungsrelation verschiedene Erwerbskostensätze in Betracht kommen, so ist dies natürlich zu berücksichtigen.

Das verfallene Deckungskapital unter I. stammt, wie schon erwähnt, aus jenen Versicherungen, aus deren Storno der Versicherer dadurch einen Verlust erleidet, daß das frei werdende Deckungskapital zur gänzlichen Tilgung der aufgewendeten Erwerbskosten noch nicht

hinreicht. Werden die Abschlußkosten, wie dies nach der Methode der ausreichenden Prämien der Fall ist, beim Deckungskapital verrechnet, dann werden hier sämtliche Storni zu subsummieren sein, deren Deckungskapital bei Aufgabe der Versicherung noch negativ war.

Bei der Berechnung des verfügbaren Zuschlages unter II. und III. ist wohl zu beachten, daß hierbei der Prämienübertrag des Vorjahres und des Rechnungsjahres nach Abzug der gestundeten Prämien besondere Berücksichtigung finden muß. Bei ersterem ist nur jener Teil des Zuschlages unter die Einnahmen zu stellen, welcher nach Vorwegnahme der schon im Vorjahre bestrittenen Inkassokosten tatsächlich noch für das Rechnungsjahr erübrigt. Es wird sich demnach hier im wesentlichen nur um die unter III. aufgeführten Zuschläge handeln können. Andererseits sind von den Überträgen des Rechnungsjahres nur die unter II. aufgeführten Zuschläge zur Gänze für die laufende Rechnung verfügbar, weil ja die Kosten des Inkassos vorweg verausgabt erscheinen. Bei annähernd stabiler Produktion ist ein näheres Eingehen auf diesen Umstand offenbar überflüssig.

Das verfallene Deckungskapital unter III. bedeutet die Summe jener Teile des den vorgesehenen Abfindungsbetrag übersteigenden Deckungskapitals, für welchen eine Zuweisung an andere Rücklagen nicht vorgesehen ist. Ist demnach bei Berechnung der Prämien ein Gewinn aus dem Storno berücksichtigt worden, dann hat er hier seine Verrechnung zu finden. Ist jedoch für diesen Gewinn eine andere Verwendung vorgesehen, dann entfällt die Berücksichtigung dieser Post unter III.

Der Gewinn aus den Aufschlägen zu den Prämien wäre für den Bilanztag, am Ende des Kalenderjahres betrachtet, noch um die Zinsen für ein halbes Jahr zu vermehren, und zwar diese Zinsen gerechnet nach dem Rechnungszinsfuß, weil jede Art von Zinsgewinn seine besondere Verrechnung unter dieser Post finden soll. Wir werden demnach die Größen

$$\sqrt{1+i} G_{\alpha}, \sqrt{1+i} G_{\beta}, \sqrt{1+i} G_{\gamma}$$

als die für den Bilanztag geltenden Gewinne aus den Prämienzuschlägen α , β , γ betrachten dürfen.

Wie aus dem Vorstehenden erhellt, ist der Ausgangspunkt für die Bestimmung des Gewinnes aus den Verwaltungskostenzuschlägen stets das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung. Wir werden sogleich sehen, daß dieses Verfahren auch bei den andern Gewinnquellen zum Ziele führt, wobei jedoch ein Umstand zu beachten ist. Bisher konnten die Einnahme- und Ausgabeposten unmittelbar gegeneinander zur Bestimmung der bezüglichen Gewinne verwendet werden. Auch für den Gewinn aus der Sterblichkeit gibt die Gewinn- und Verlustmethode noch ein direktes Resultat. Dies gilt jedoch nicht mehr von dem Zinsgewinn, welcher vielmehr vorher die Ermittlung der Gewinne aus den

übrigen Gewinnquellen notwendig macht. Er ist daher jedenfalls als letzter zu berechnen, weil die im Laufe des Jahres entstandenen Überschüsse aus andern Quellen zum Zinsgewinn einen Beitrag liefern.

§ 28. Der Gewinn aus der Sterblichkeit (Risikogewinn).

Wir stellen den Gewinn aus der Sterblichkeit wieder an Hand der Gewinn- und Verlustrechnung dar. Sie wird folgende Posten enthalten, wenn wir zunächst von einer Bestimmung der rechnungsmäßigen Zinsen J_a absehen:

Einnahmen	Ausgaben
Vollständiges Deckungskapital am Anfange des Rechnungsjahres $\sum_0 W$	Ausgezahlte Versicherungskapi- talien $\sum S$
Rechnungsmäßige Prämieein- nahme $\sum B$	Rechnungsmäßige Erwerbs- kosten $\sum \alpha$
Angerechnetes Deckungskapital $\sum_r W$	Rechnungsmäßige laufende Kosten $\sum \beta B + \sum \gamma$
Rechnungsmäßige Zinsen J_a	Vollständiges Deckungskapital am Ende des Jahres $\sum_1 W$
	Deckungskapital aller Storni $\sum_s W$
	Gewinn G_a

Die Summation über die Bilanzdeckungskapitalien hat hierbei den gesamten Versicherungsbestand am Anfange und am Ende des Bilanzjahres zu umfassen. Die rechnungsmäßige Prämieinnahme bezieht sich auf alle als ganzjährig zahlbar angenommenen Prämien, deren Jährungstag in das Rechnungsjahr gefallen ist. Als Prämie ist hierbei die Barprämie, demnach nach Abzug angefallener Dividenden, verstanden, wobei jedoch evtl. Zuschläge, welche außerhalb der Rechnungsgrundlagen stehen, keine Berücksichtigung zu finden haben. Spezielle Sicherheitsaufschläge haben also unter den Einnahmen keine Aufnahme zu finden. Unter ausgezahlten Versicherungskapitalien sind alle Zahlungen für Abläufe und Todesfälle zu verstehen, welche das Rechnungsjahr belasten. Die Summation über die Deckungskapitalien der freiwillig Ausscheidenden bezieht sich nur auf diese. Diese Deckungskapitalien haben hierbei mit dem tatsächlich frei gewordenen Betrag eingestellt zu werden. Wenn bei Abänderungen, Teilungen, Reduktionen oder Reaktivierungen Deckungskapital zur Anrechnung gelangt, so ist dieses mit dem entsprechenden Betrage unter den Einnahmen anzusetzen, Versicherungen mit Einmalprämie können hier oder unter der Post Prämieinnahme ausgewiesen werden.

Demnach erhalten wir für den Gewinn aus der Sterblichkeit die Darstellung

$$(3) \quad G_a = \sum_0 W + \sum (1 - \beta) B - \sum \gamma + \sum_r W - \sum_s W - \sum S - \sum \alpha - \sum_1 W + J_a.$$

Wir können nun J_d unter den andern Einnahmen und Ausgaben ausweisen, wenn wir über die rechnungsmäßige Zinseneinnahme entsprechende Annahmen vorsehen. Wir werden demnach annehmen, daß das Deckungskapital am Anfange des Rechnungsjahres ein ganzes Jahr lang Zins abwirft, demnach mit $(1+i) \sum_0 W$ zu verrechnen ist. Das angerechnete Deckungskapital $\sum_r W$, das Deckungskapital $\sum_s W$, die Prämien und die rechnungsmäßigen Erwerbs- und laufenden Kosten mögen als in die Mitte des Rechnungsjahres fallende Einnahmen bzw. Ausgaben angesehen werden. Ebenso die bei Lebzeiten fällig gewordenen Versicherungskapitalien. Diese Posten werden demnach um die Zinsen für ein halbes Jahr zu erhöhen sein. Für die Todesfälle soll wieder die Annahme gelten, daß sie sich gleichmäßig über das Jahr verteilen und die entsprechende Erhöhung wäre demnach durch $\frac{i}{\delta}$ gegeben. Wir wollen jedoch wegen der Geringfügigkeit des Unterschiedes auch diese Größe durch $\sqrt{1+i}$ ersetzen. Wir erhalten sonach

$$(4) \quad G_d = \sum_0 W \cdot (1+i) + \left[\sum (1-\beta)B - \sum \gamma + \sum_r W - \sum_s W - \sum S - \sum \alpha \right] \sqrt{1+i} - \sum_1 W.$$

Multipliziert man Gleichung (3) mit $\sqrt{1+i}$ und zieht davon den Ausdruck (4) ab, so ergibt sich

$$G_d(\sqrt{1+i}-1) = -\sum_0 W \cdot \sqrt{1+i}(\sqrt{1+i}-1) - \sum_1 W(\sqrt{1+i}-1) + J_d \sqrt{1+i}$$

und hieraus

$$(5) \quad J_d = \frac{\sqrt{1+i}-1}{\sqrt{1+i}} (\sum_0 W \cdot \sqrt{1+i} + \sum_1 W + G_d).$$

In diesem Ausdruck haben wir einen überaus durchsichtigen Wert für die rechnungsmäßigen Zinsen aus dem Deckungskapital und dem Sterblichkeitsgewinn gefunden. Mit Rücksicht auf das rechnungsmäßige Zinsergebnis der Gewinne aus dem Prämienzuschlag ergibt sich demnach als totales rechnungsmäßiges Zinserfordernis

$$(6) \quad J = J_\alpha + J_\beta + J_\gamma + J_d,$$

wobei sich die drei ersten Glieder auf die rechnungsmäßigen Zinsen aus dem Gewinn aus den Verwaltungskostenzuschlägen beziehen.

Die Ableitung stützt sich auf eine Entwicklung von Bohlmann im Bd. 10 der Zeitschr. f. d. ges. V. W. Hier wird allerdings mit Nettoprämien und Nettodeckungskapitalen gearbeitet und überdies die Annahme gemacht, daß das versicherte Kapital jeweils erst am Ende der Versicherungsjahre fällig wird. Ist dann S_{a_1} die im Geschäftsjahre vor dem Jahrestag der Versicherung und S_{a_2} die im Geschäftsjahre nach dem Jahrestag der Versicherung angefallene Todesfallsumme und bezeichnen V_+ und V_- die Deckungskapitale von Zugang und Abgang bei Lebzeiten, berechnet für das Ende des Versicherungsjahres, das

am Jahrestag der Police im Geschäftsjahr abläuft, dann gilt nach Bohlmann für den Sterblichkeitsgewinn $g(M)$ die Gleichung

$$(7) \quad g(M) = V_0(1+i) + (P + V_+) \left(1 + \frac{i}{2}\right) - (S_{a_1} + S_{a_2}v + V_-) \left(1 + \frac{i}{2}\right) - V_1.$$

V_0 und V_1 sind hierbei die Bilanzdeckungskapitalien am Anfange und am Ende des Rechnungsjahres. Denkt man sich $i = 0$ gesetzt und zieht dann den so entstehenden Ausdruck

$$V_0 + P + V_+ - (S_{a_1} + S_{a_2} + V_-) - V_1$$

von (7) ab, so erhält man den rechnungsmäßigen Zinsenbedarf

$$(8) \quad J_a = V_0 i + (P + V_+ - V_- - S_{a_1}) \frac{i}{2} + S_{a_2} \frac{i \cdot v}{2}.$$

Multipliziert man (7) mit $\frac{i}{2}$ und (8) mit $\left(1 + \frac{i}{2}\right)$ und zieht die erste von der zweiten Gleichung ab, so erhält man

$$J_a \left(1 + \frac{i}{2}\right) - g(M) \frac{i}{2} = V_0 \frac{i}{2} + S_{a_2} i \cdot v \cdot \left(1 + \frac{i}{2}\right) + V_1 \frac{i}{2}$$

und da

$$i \cdot v = 1 - v$$

$$(9) \quad J_a = \frac{V_0 + V_1 + g(M)}{2 + i} \cdot i + S_{a_2} (1 - v).$$

Berücksichtigt man, daß hier statt $\sqrt{1+i}$ die Größe $\left(1 + \frac{i}{2}\right)$ verwendet wurde und daß bei Fälligkeit des Kapitals unmittelbar nach dem Tode das zweite Glied in (9) wegfällt, so ergibt sich im wesentlichen Übereinstimmung mit Formel (5). Wir verweisen in diesem Zusammenhange auch auf die beiden im Literaturnachweis angeführten Arbeiten von E. L. Stehlin und D. H. Wells, welche denselben Gegenstand behandeln, ohne jedoch die einfachen, genaueren Formeln (5) bzw. (9) zu erhalten. Wesentlich für Formel (9) ist die Annahme der Auszahlung der Kapitalien am Ende der Versicherungsjahre. Beiden gemeinsam ist die Voraussetzung, daß die Prämien für volle Versicherungsjahre bezahlt wurden, so daß rückständige Raten samt Verzugszinsen vom Todesfallkapital in Abzug zu bringen sind. In der Prämieinnahme erscheint denn auch die von den Toten des Rechnungsjahres, welche nach dem Jährungstage gestorben sind, bezahlte Prämie voll in Einnahme gestellt.

Der Zweck der Ermittlung des Gewinnes aus der Sterblichkeit ist ein doppelter. Einmal soll er für eine möglichst exakte Ermittlung der Dividende, soweit sie aus dieser Gewinnquelle stammt, die Unterlage bieten. Dann aber soll sie auch die stete Kontrolle der benutzten Rechnungsunterlage bieten und die Möglichkeit ihrer Verbesserung vermitteln. Für beide ist die bisher gegebene summarische Formel noch durchaus geeignet.

Ein Gewinn aus der Sterblichkeit kann sehr wohl nur zufälliger Natur sein und aus den natürlichen Schwankungen der Sterblichkeit

stammen, welche sich auch bei großen Versicherungsbeständen bemerkbar machen. Es kann aber auch die angenommene Sterblichkeit in einigen oder allen Altersklassen größer oder kleiner sein als die Erfahrung ergibt, die angewandte Sterblichkeitstafel kann systematische Fehler enthalten, die wirkliche Sterblichkeit kann etwa in den jüngeren Altern unter der Erfahrung liegen und in den höheren darüber u. a. m. In keinem Falle wird das summarische Ergebnis des Sterblichkeitsgewinnes oder Verlustes ein Urteil über die Abweichungen gestatten oder gar ein Urteil über die zufällige oder systematische Natur derselben zulassen. Ja es kann nicht einmal darüber etwas ausgesagt werden, ob der ganze Versicherungsbestand oder nur einzelne Teile desselben oder etwa nur einzelne Tarife vornehmlich an der Abweichung beteiligt sind.

Dazu kommt, daß ein Gewinn oder Verlust aus der Sterblichkeit, wenn er ohne nähere Anführung der verwendeten Sterbetafel in summarischer Form in den Jahresberichten der Gesellschaften angegeben wird, nicht einmal darüber ein Urteil zuläßt, ob das Ergebnis aus der beobachteten Sterblichkeit ein günstiges oder ungünstiges ist. Der Sterblichkeitsgewinn kann, gemessen an einer strengen Tafel, wie etwa M. u. W. I, sehr hoch erscheinen und dabei trotzdem die Sterblichkeit ungünstiger verlaufen sein als bei einer andern Gesellschaft, welche bei vorsichtiger Riskenauswahl eine den Erfahrungen möglichst entsprechende Tafel benutzt und dementsprechend einen nur kleinen Gewinn oder gar Verlust aus der Sterblichkeit ausweisen muß. Natürlich müßte die letztere Anstalt bei sonst gleichen Verhältnissen einen bedeutend höheren Gewinn aus dem Prämienzuschlag erzielen, denn irgendwo müßte ja der Gewinn zutage treten. Denn die Erhöhung eines Gewinnes kann nur auf Kosten von den anderen Quellen entstammenden Gewinnen erfolgen, wenn sonst alles gleichbleibt. Mit der summarischen Nachweisung des Sterblichkeitsgewinnes ist demnach für einen Einblick in die tatsächlichen Verhältnisse so gut wie noch nichts gewonnen.

Dies wird erst möglich, wenn für jede einzelne Risikoklasse der ermittelte Gewinn als Differenz zwischen der erwarteten und der tatsächlichen Sterblichkeit dargestellt wird. Diese Darstellung gibt dann auch die Möglichkeit, den Verlauf der Sterblichkeit innerhalb der Risikoklassen für größere Zeiträume zusammenzufassen und so den Einfluß zufälliger Schwankungen nach Möglichkeit zu eliminieren.

Wir gehen aus von Gleichung

$$(3) \quad G_d = \sum_0 W + \sum [(1 - \beta) B - \gamma] \\ + \sum_r W - \sum_s W - \sum S - \sum \alpha - \sum_1 W + J_d$$

$$\text{bzw.} \quad (4) \quad G_d = (1 + i) \sum_0 W + \sum \sqrt{1 + i} \cdot [(1 - \beta) B - \gamma] \\ + \sqrt{1 + i} \left(\sum_r W - \sum_s W - \sum S - \sum \alpha \right) - \sum_1 W.$$

Durch den Jahrestag jeder Versicherung wird das Geschäftsjahr in zwei Zeitabschnitte geteilt. Der Jahrestag ist hierbei auch die Grenze zweier um ein Jahr verschiedener Altersklassen, in welche die Versicherung während des Geschäftsjahres einzureihen wäre. Wir wollen hierbei auch im folgenden daran festhalten, daß eine Verlegung der Jahrestage auf den mittleren Jahrestermin gestattet ist. Um die beiden Altersklassen rechnungsmäßig auseinanderzuhalten, wollen wir die durch (3) bzw. (4) gegebene Methode der Gewinn- und Verlustrechnung auf die beiden Jahreshälften getrennt anwenden und berechnen sonach den Gewinn aus der Sterblichkeit für die erste und die zweite Jahreshälfte. Wird ersterer mit G_a^1 , letzterer mit G_a^2 bezeichnet, dann ist offenbar der gesamte Gewinn aus der Sterblichkeit für das Geschäftsjahr

$$(10) \quad G_a = G_a^1 \cdot \sqrt{1+i} + G_a^2.$$

Die im ersten und zweiten Halbjahr eingetretenen Todesfälle müssen wir fortan getrennt behandeln, wobei wir die ersteren für das Ende des ersten Halbjahres, die letzteren für den Anfang des zweiten Halbjahres verrechnen. Die Prämieinnahme sowie die außerhalb des Neuzuganges vorkommenden Änderungen des Versicherungsbestandes können wir, weil sie nach unserer Annahme auf die Jahresmitte zu stellen sind, entweder für das Ende des ersten Halbjahres oder für den Anfang des zweiten Halbjahres verrechnen, wobei nur entsprechend auf die rechnungsmäßigen Zinsen Rücksicht zu nehmen ist. Wir wollen die Prämieinnahme bei der zweiten, das bei Zugang und Abgang verrechnete Deckungskapital bei der zweiten bzw. ersten Jahreshälfte verrechnen und die ausgezahlten Kapitalien bei Tod und Ablauf getrennt für jede Jahreshälfte berücksichtigen. Dann ergibt sich

$$(11_1) \quad G_a^1 = \sum_0 W \cdot \sqrt{1+i} - \sum^1 S - \sum_{\frac{1}{2}} W - \sum_s W.$$

$$(11_2) \quad G_a^2 = \sum_{\frac{1}{2}} W \cdot \sqrt{1+i} + \sum [(1-\beta)B - \gamma] \sqrt{1+i} - \sum \alpha \sqrt{1+i} \\ - \sum^2 S \cdot \sqrt{1+i} - \sum_r W \sqrt{1+i} - \sum_1 W.$$

Hierbei bezieht sich die erste Summe in (11₁) auf das gesamte Bilanzdeckungskapital zu Beginn des Rechnungsjahres, die zweite auf die in der ersten Jahreshälfte gezahlten Kapitalien für Tod und Ablauf, die dritte auf das Deckungskapital für die Mitte des Bilanzjahres. Analog bezieht sich in (11₂) die erste Summe auf das Deckungskapital für die Mitte des Jahres, die vierte Summe bezieht sich auf die Auszahlung im zweiten Halbjahr, die fünfte auf die angerechneten Deckungskapitalien für die Mitte des Bilanzjahres, während sich die letzte auf das gesamte Deckungskapital zu Ende des Bilanzjahres erstreckt.

Bezeichnen wir nun die zu Beginn des $\nu + 1$ ten Versicherungsjahres fällige Prämie nach Abzug der evtl. herausgezahlten Dividende

mit B_{v+1} , dann ergibt sich für das Bilanzdeckungskapital am Ende des Jahres

$$(12) \quad W_{v+\frac{1}{2}} = \frac{[W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} + W_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}}.$$

In Analogie zu Formel (55) und (56) des ersten Abschnittes erhalten wir aber auch

$$(13) \quad \begin{aligned} (1+i)\pi &= [W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma](1+i) - W_{v+1}. \\ (1+i)\pi &= m_{x+v}(1 - W_{v+\frac{1}{2}}) \sqrt{1+i}. \end{aligned}$$

An Stelle der dort verwendeten ausreichenden Prämien und Deckungskapitalien tritt hier die obengenannte Barprämie und das vollständige Deckungskapital unter Berücksichtigung der Dividendenleistungen. An dem Aufbau der Formeln ändert sich offenbar nichts, weil ja durch den Hinzutritt der Dividendenleistungen nur die Rücklage und die betreffende Prämie beeinflusst wird.

Wir erhalten sonach

$$(14_1) \quad \begin{aligned} W_{v-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1+i} - W_v &= \frac{[W_{v-1} + (1-\beta)B_v - \gamma](1+i) + W_v \sqrt{1+i} - W_v}{1 + \sqrt{1+i}} \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{1+i}} \left\{ [W_{v-1} + (1-\beta)B_v - \gamma](1+i) - W_v \right\} \\ &= \frac{1+i}{1 + \sqrt{1+i}} \pi_{x+v-1} = \frac{\sqrt{1+i}}{1 + \sqrt{1+i}} \cdot m_{x+v-1}(1 - W_{v-\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

und

$$(14_2) \quad \begin{aligned} & [W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} - W_{v+\frac{1}{2}} \\ &= [W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} - \frac{[W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} + W_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}} \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{1+i}} \left\{ [W_v + (1 - \beta) B_{v+1} - \gamma](1+i) - W_{v+1} \right\} \\ &= \frac{1+i}{1 + \sqrt{1+i}} \Pi_{x+v} = \frac{\sqrt{1+i}}{1 + \sqrt{1+i}} \cdot m_{x+v}(1 - W_{v+\frac{1}{2}}). \end{aligned}$$

Wenn wir aus $\sum^1 S$ in Gleichung (11₁) die Abläufe ausscheiden und zu $\sum^{\frac{1}{2}} W$ das Deckungskapital der Toten der ersten Jahreshälfte hinzufügen und berücksichtigen, daß das Deckungskapital der Abläufe gleich der versicherten Summe ist, dann können wir Relation (11₁) auch in der Gestalt schreiben

$$(15_1) \quad G_d^1 = \sum_0 W \cdot \sqrt{1+i} - (\sum^{\frac{1}{2}} W + \sum_s W + \sum_d^1 W + \sum_a^1 W) - (\sum_d^1 S - \sum_d^1 W).$$

Die Summation über die gesamten Deckungskapitalien des ersten Klammerausdruckes ergibt dann das gesamte Deckungskapital für die Mitte des Jahres bezogen auf den Bestand am Anfange des Jahres, während der zweite Klammerausdruck dem Risikokapital der Toten am Ende der ersten Jahreshälfte entspricht. Trennen wir jetzt nach Altersklassen, so ergibt sich

$$G_d^1 = \sum (W_{v-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1+i} - W_v) - \sum^1 \Theta, \quad \sum^1 \Theta = \sum_d^1 (S - W_v)$$

und auf Grund von (14₁)

$$(16_1) \quad G_d^1 = \frac{\sqrt{1+i}}{1+\sqrt{1+i}} \sum (1 - W_{v+\frac{1}{2}}) m_{x+v-1} - \sum^1 \Theta.$$

Die Summation im ersten Glied ist hierbei über den Anfangsbestand des Geschäftsjahres erstreckt.

Ganz analog verfahren wir bei (11₂). Hier ergibt sich

$$(15_2) \quad \left\{ \begin{aligned} G_d^2 &= \left(\sum_{\frac{1}{2}} W \sqrt{1+i} - \sum \alpha \sqrt{1+i} + \sum_r W \sqrt{1+i} - \sum_a^2 W \cdot \sqrt{1+i} \right) \\ &+ \sum [(1-\beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} - \left(\sum_1 W + \sum_a^2 W \right) \\ &- \left(\sum_a^2 S \cdot \sqrt{1+i} - \sum_a^2 W \right). \end{aligned} \right.$$

Aus der Anordnung der Glieder in diesem Ausdruck ist wieder leicht zu erkennen, daß sich die Summen in dem ersten Klammersausdruck über denselben Versicherungsbestand erstrecken, wie die Summen über die Prämien und die Summen über den zweiten Klammersausdruck für das Ende des Geschäftsjahres. Hierbei wäre nur zu beachten, daß das Glied $\sum \alpha \sqrt{1+i}$ nichts anderes bedeutet, als das Deckungskapital des Neuzuganges vor Zahlung der Prämien bezogen auf das Ende des Geschäftsjahres. Das letzte Glied ist wieder das Risikokapital der Toten der zweiten Jahreshälfte, bezogen auf das Ende des Geschäftsjahres. Unter diesen Umständen ist wieder Relation (14₂) anwendbar und wir erhalten

$$G_d^2 = \sum [W_v + (1-\beta) B_{v+1} - \gamma] \sqrt{1+i} - W_{v+\frac{1}{2}} - \sum^2 \Theta$$

$$\sum^2 \Theta = \sum_a^2 (S \sqrt{1+i} - W_{v+\frac{1}{2}})$$

und

$$(16_2) \quad G_d^2 = \frac{\sqrt{1+i}}{1+\sqrt{1+i}} \sum (1 - W_{v+\frac{1}{2}}) m_{x+v} - \sum^2 \Theta.$$

Die Summation des ersten Gliedes erstreckt sich hierbei auf den um die Toten der zweiten Jahreshälfte vermehrten Endbestand des Geschäftsjahres.

Das erste Glied in den Ausdrücken (16₁) und (16₂) stellt hierbei die nach den Rechnungsgrundlagen erwartete Sterblichkeit, das zweite Glied die tatsächlich eingetretene Sterblichkeit dar. Auf Grund dieser Formeln gelingt dann die Messung der Abweichungen der tatsächlichen Sterblichkeit von der erwarteten. Wir müssen zu diesem Behufe die Ordnung nach Risikoklassen sowohl für die beiden in Betracht kommenden Versicherungsbestände wie für die eingetretenen Todesfälle durchführen und hierbei beachten, daß für die erste Jahreshälfte die Versicherungen mit dem Beitrittsalter x und der abgelaufenen Dauer $v+1$ in dieselbe Altersklasse gelangen, wie die Versicherungen mit dem Beitrittsalter x und der abgelaufenen Dauer v der zweiten Jahreshälfte, wobei die Alter auf den mittleren Jahrestermine bezogen erscheinen.

Für das am mittleren Jahrestermine geltende Alter $x + v$ ergibt sich dann die gesuchte Abweichung für das ganze Geschäftsjahr als

$$(17) \quad G_{x+v} = \frac{\sqrt{1+i}}{1+\sqrt{1+i}} \sum (1 - W_{v+\frac{1}{2}}) m_{x+v} - \sum \Theta.$$

Bestimmen wir dann m'_{x+v} durch

$$(18) \quad m'_{x+v} = \frac{\sum \Theta}{\sum (1 - W_{v+\frac{1}{2}})} \cdot \frac{1 + \sqrt{1+i}}{\sqrt{1+i}},$$

so erhalten wir auch

$$(19) \quad G_{x+v} = \frac{\sqrt{1+i}}{1+\sqrt{1+i}} \sum (1 - W_{v+\frac{1}{2}}) (m_{x+v} - m'_{x+v}).$$

Die tatsächliche Sterbenswahrscheinlichkeit erhalten wir dann durch

$$q'_{x+v} = \frac{2 m'_{x+v}}{2 + m'_{x+v}}.$$

Es ist ersichtlich, daß die so erhaltenen q' zur Messung der Sterblichkeit Verwendung finden können. Wegen der unvermeidlichen Schwankungen werden sich jedoch die Ziffern eines Rechnungsjahres als unzureichend erweisen. Aus den gegebenen Entwicklungen geht aber hervor, daß die Ergebnisse mehrerer Jahre nach denselben Formeln zusammengefaßt werden können, so daß sich letzten Endes eine auf genügend stabilem Material aufgebaute Messung vornehmen läßt, bei der als Zählinheit das Risikokapital Verwendung findet. Nur auf Grund einer solchen größeren Beobachtungsreihe werden sich auch Schlüsse auf das Zutreffen der gewählten Rechnungsgrundlage ziehen lassen oder aber die Ausschüttung von Geschäftsüberschüssen, welche aus Gewinnen aus der Sterblichkeit herrühren, zu verantworten sein.

Wir sind im Vorhergehenden im wesentlichen den Ausführungen Böhmers in seiner Preisarbeit gefolgt. Über Sterblichkeitsuntersuchungen nach dem entwickelten Verfahren ist Näheres bisher nicht bekannt geworden. Auf die Vorteile solcher Untersuchungen wird von Meyer in der im Literaturnachweis angeführten Abhandlung nachdrücklichst verwiesen. Sie bestehen vor allem darin, daß die Untersuchungen fortlaufend an Hand eines ohnehin zur Verfügung stehenden Materiales, welches aus den Deckungskapitalregistern besteht, geführt werden können, während sonst das ganze Material erst nachträglich aufbereitet wird. Die Methode müßte zumindest zu so vertrauenswürdigen Resultaten führen wie die, welche die Person, die Police oder die versicherte Summe als Zählinheit benutzen.

Es ist leicht zu übersehen, welche Modifikationen unsere Formeln erleiden, wenn wir auf die Methode der ausreichenden Prämien oder die Nettomethode zurückgehen, da in ersterem Falle an Stelle des vollständigen Deckungskapitales überall das ausreichende Deckungskapital zu treten hat und die Barprämie durch die ausreichende Prämie zu er-

setzen-ist, während im zweiten Falle Nettodeckungskapital und Netto-prämie zu verwenden sind und die Verwaltungskosten gänzlich aus den Formeln entfallen.

§ 29. Der Gewinn aus der Verzinsung der Kapitalsanlagen.

Wenn wir die erzielte Zinseneinnahme des Geschäftsjahres für die hier in Betracht kommenden Kapitalien mit J'' , das rechnungsmäßige Zinserfordernis mit J bezeichnen, dann erhalten wir in

$$G_i = J'' - J$$

den Gewinn aus dem Zins für das betreffende Bilanzjahr. An der Zinsbildung werden alle Kapitalien der Gesellschaft beteiligt sein. Diese können an dem Zinsertragnis der Jahresgebarung entweder gar nicht oder mit einem ein für allemal feststehenden Satze oder aber mit dem tatsächlich erzielten Zinssatze teilnehmen. Wir werden das Erfordernis der zweitgenannten Fonds einfach vorweg vom Gesamtertragnis absetzen, so daß der Restbetrag voll als Zinsertragnis des Deckungskapitales, der vorhandenen Fonds mit durchschnittlicher Verzinsung und der übrigen während des Geschäftsjahres entstandenen Gewinne anzusehen ist.

An der durchschnittlichen Verzinsung werden sonach die mit dem Durchschnittszinsfuß zu verzinsenden Fonds, die Gewinne G_α , G_β , G_γ , G_d und das Deckungskapital zu beteiligen sein. Bezeichnen wir nun mit i' den Durchschnittszinsfuß der ganzen Zinseneinnahme, so wird nach Vorwegnahme des für die festverzinslichen Fonds betragenden Teiles der Zinseneinnahme diese Zinseneinnahme J' wie folgt anteilig entfallen:

1. Auf die Gewinne aus den Verwaltungskostenzuschlägen wie angenommen

$$J'_1 = (G_\alpha + G_\beta + G_\gamma) (\sqrt{1+i'} - 1).$$

2. Auf das Deckungskapital und den Sterblichkeitsgewinn

$$J'_2 = \frac{\sqrt{1+i'} - 1}{\sqrt{1+i'}} (\sum_0 W \sqrt{1+i'} + \sum_1 W + G_d).$$

3. Auf die übrigen Fonds mit Durchschnittsverzinsung

$$J'_3 = F \cdot i' + f \frac{i'}{2}.$$

Hierbei ist die Höhe der letztgenannten Fonds für den Beginn des Geschäftsjahres mit F , die für die Mitte des Bilanzjahres bezogene Mehrung oder Minderung dieser Fonds während des Jahres mit f bezeichnet.

Wenn wir zur Vereinfachung der Rechnung statt $\sqrt{1+i'} - 1$ überall $\frac{i'}{2}$ verwenden und zunächst $\sqrt{1+i'}$ durch 1 ersetzen, so erhalten wir

$$J'_1 = (G_\alpha + G_\beta + G_\gamma) \frac{i'}{2},$$

$$J'_2 = (\sum_0 W + \sum_1 W) \frac{i'}{2} + G_d \frac{i'}{2}.$$

$$J'_3 = \left(F + \frac{f}{2} \right) i'.$$

Hieraus ergibt sich

$$J' = \frac{i'}{2} [\sum_0 W + \sum_1 W + 2F + f + \bar{G}],$$

wobei

$$\bar{G} = G_\alpha + G_\beta + G_\gamma + G_d$$

gesetzt ist. Hieraus aber ergibt sich der tatsächlich erzielte Zinsfuß mit

$$(20) \quad i' = \frac{2J'}{\sum_0 W + \sum_1 W + 2F + f + \bar{G}}.$$

Sollte die mit diesem Zinsfuß berechnete Verzinsung der in Betracht kommenden Kapitalien mit dem tatsächlichen Zinserträgnis noch nicht übereinstimmen, was wegen der vorgenommenen Vereinfachungen der Ausdrücke zu erwarten ist, dann wird man es mit einem etwas besseren Näherungswert versuchen, bis man zum Ziele gelangt. Da uns die Fonds mit Durchschnittsverzinsung nicht weiter interessieren, werden wir fortan als tatsächliches Zinserträgnis

$$J'' = J' - J'_3$$

zu betrachten haben.

Wenn wir zusammenfassend die aus den 3 Gewinnquellen stammenden Überschüsse bzw. Verluste nochmals zur Darstellung bringen, so hätten wir:

Als Gewinn aus dem Kapitalszins

$$G_i = J'' - J, \quad J = J_\alpha + J_\beta + J_\gamma + J_d = J_{\alpha, \beta, \gamma} + J_d.$$

Als Gewinn aus der Sterblichkeit

$$G_d = \sum_0 W + \sum [(1 - \beta)B - \gamma] + \sum_r W - \sum_s W - \sum S - \sum \alpha - \sum_1 W + J_d.$$

Als Gewinn aus den Verwaltungskostenzuschlägen

$$G_{\alpha, \beta, \gamma} = \sum (\beta B + \gamma) + \sum \alpha + \sum_s (W - U) - K_{\alpha, \beta, \gamma} + J_{\alpha, \beta, \gamma}.$$

Durch Addition ergibt sich dann der gesamte Gewinn aus der Jahresgebarung mit

$$G = \sum_0 W + \sum B + \sum_r W - \sum S - \sum_s U - K_{\alpha, \beta, \gamma} - \sum_1 W + J''.$$

Hierbei erstreckt sich die erste Summation über den Anfangs-, die letzte über den Schlußbestand der gesamten Deckungskapitalien, das zweite Glied ist die gesamte Prämieinnahme des Rechnungsjahres nach Abzug der entfallenden Dividende. Das dritte sind die angerechneten Deckungskapitalien bei Reaktivierungen, Abänderungen, Tei- lungen usw. Das vierte sind die ausbezahlten Kapitalien bei Erlebens- und Todesfällen, das fünfte die ausbezahlten Abfindungswerte und das sechste die tatsächlich verausgabten Verwaltungskosten. Wir wollen zur besseren Übersicht die formelmäßige Darstellung noch in das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung übertragen. Dieses enthält dann:

Einnahmen.

Deckungskapital und Prämienüberträge am Anfang des Jahres	$\sum_0 W$
Prämieneinnahme	$\sum B$
Angerechnetes Deckungskapital	$\sum W$
Zinseneinnahme	J''

Ausgaben.

Zahlungen für Ablebens- und Erlebensfälle	$\sum S$
Abgangsvergütungen	$\sum U$
Erwerbskosten	K_α
Laufende Verwaltungskosten vom Typus β	K_β
Laufende Verwaltungskosten vom Typus γ	K_γ
Deckungskapital und Prämienüberträge am Ende des Jahres	$\sum_1 W$
Gewinn	G

Hierzu wäre demnach noch ergänzend zu bemerken, daß sonstige Rücklagen am Anfange des Rechnungsjahres und die diesen während des Jahres überwiesenen Einnahmen unter die Einnahmen und die den sonstigen Reserven entnommenen Zahlungen sowie diese selbst für das Ende des Jahres unter die Ausgaben zu stellen wären. Man wird jedoch stets besser daran tun, diese Posten für die technische Gewinn- und Verlustrechnung gar nicht heranzuziehen. Man kann hinterher an den einzelnen Gewinnposten leicht die bezüglichen Korrekturen vornehmen. So wird man verfallene Beträge der Schaden- und Ablaufsreserve dem Sterblichkeitsgewinn zuzählen, Zinsenzuweisungen an andere Fonds dagegen vorweg aus den Kapitalserträgen decken. Zuzahlungsgebühren bei Hypothekendarlehen wird man den Kapitalerträgen zuwenden. Zinserträge von freien Fonds, welche eine relativ bedeutende Rolle spielen, werden, soweit sie nicht diesen Fonds zufließen, beim Kapitaleszins verrechnet. Haben diese Fonds eine im voraus bestimmte Höhe in Relation zur Prämie, dem Deckungskapital oder der versicherten Summe, dann wird man auch deren rechnungsmäßiges Zinsertragnis zu berücksichtigen haben, so z. B. in dem Falle, wo eine allgemeine Sicherheitsreserve zu gewährleisten ist. Die Verhältnisse können überaus mannigfaltige sein. Im einzelnen wird aber über die bezügliche Verrechnung kaum ein Zweifel auftauchen können.

An dieser Stelle wäre jedoch noch einiges über den Wert solcher technischer Berechnungen, wie sie eben vorgebracht wurden, abgesehen von ihrer Notwendigkeit für die Zwecke der Dividendenbemessung und die Prüfung der Angemessenheit der Grundlagen nachzutragen.

Die Gewinn- und Verlustrechnung, wie sie die Buchhaltung alljährlich erstellt, mag für die Beurteilung eines Unternehmens in allen jenen Belangen zureichend erscheinen, welche auch sonst für andere, der

öffentlichen Rechnungslegung unterliegende Unternehmungen in Betracht kommen. Aber auch das nur mit gewissen Vorbehalten. Schon die mit Rücksicht auf die großen verwalteten Kapitalien nach Absetzung der planmäßigen Dividendenzahlungen an die Versicherten relativ kleinen Geschäftsüberschüsse lassen erkennen, daß die Prinzipien der Betriebsführung hier gänzlich andere sind als bei anderen auf die Erzielung von Gewinnen abgestellten Erwerbsunternehmungen, und das Bestreben jeder zielbewußten Anstaltsleitung, den Anschluß an die Tatsachen so weit als nur irgend möglich zu treiben, bedeutet doch nichts anderes, als daß in dem Zurückgehen der Jahresüberschüsse durchaus kein zu Bedenken Anlaß gebender Umstand zu erblicken wäre, wenn die Minderung dieser Überschüsse als Folge jener Anpassung gedeutet werden kann.

Die Erkenntnis dieses letzteren Umstandes kann jedoch auf Grund der buchhalterischen Ziffern allein nicht gewonnen werden. Sie sind nur ein Bild der im Rechnungsjahre vereinnahmten und verausgabten Beträge und der sich ergebende Totalsaldo zunächst nichts anderes als der ziffernmäßige Ausdruck für die Unmöglichkeit vollständig entsprechender Annahmen für die Zukunft. Aber auch in dem Falle, wenn die Rechnungsunterlagen, wie es ja stets der Fall ist, planmäßige Betriebsüberschüsse in bestimmter Höhe vorsehen, ist mit einer Betriebsrechnung der erwähnten Art noch nichts getan. Denn die Gewährung einer Dividende an die Versicherten und Aktionäre, welche die Betriebsrechnung in vorgesehener Höhe gestattet, ist damit noch durchaus nicht gerechtfertigt. Sie ist es erst dann, wenn festgestellt ist, daß die einzelnen Gewinnquellen, aus denen der Überschuß geflossen ist, im einzelnen und nicht etwa nur in ihrer Gesamtheit den Erwartungen entsprochen haben.

Diese Erkenntnis kann aber niemals vom Buchhalter, sondern nur vom Versicherungstechniker kommen. Ich beziehe mich hier auch auf jene Anstalten, welche sich zur Erkenntnis der Notwendigkeit der gewinnberechtigten Tarife noch nicht durchgerungen haben. Denn auch hier wird zum Zwecke einer angemessenen Berechnung der Prämien die jährliche Gewinnanalyse nicht zu umgehen sein. Zudem bietet sie eine außerordentlich wirksame Kontrolle der ganzen Jahresgebarung und sollte schon aus diesem Grunde in jedem geordneten Betrieb als absolute Notwendigkeit in Geltung sein. Die von den Aufsichtsbehörden der verschiedenen Länder geforderten Ausweise dienen im Grunde demselben Zweck. Aber die Unmöglichkeit der Anpassung an die von Anstalt zu Anstalt verschiedenen Verhältnisse nehmen einer solchen generell geregelt, nach amtlichen Formularen zu liefernden Ausweisleistung doch wieder viel von ihrem Wert. Ein nach den angeführten Prinzipien auf Grund der einzelnen Gewinnquellen aufgestelltes Gewinn- und Verlustkonto wird in jedem Falle die speziellen Verhältnisse schärfer

beleuchten und vor allem die Ergebnisse in jener Form zur Verfügung stellen, welche nach Maßgabe der speziellen Verhältnisse als die brauchbarste erscheint. Die Herstellung der amtlichen Ausweise erfordert viel Arbeit und verursacht den Versicherern bedeutende Kosten. Es dürfte scheinen, daß durch die Erlassung der äußeren Form die Zuverlässigkeit des Inhaltes nicht minder gewänne wie die Überzeugung von ihrer Notwendigkeit — nicht für die Aufsichtsbehörde, sondern für den Versicherer.

§ 30. Die Dividende als notwendiges technisches Hilfsmittel.

Wie schon an früherer Stelle gesagt wurde, hat die Lebensversicherung mit der Berechnung von dividendenberechtigten (gewinnberechtigten) Tarifen den nach dem heutigen Stande der Wissenschaft einzig möglichen Weg beschritten, welcher die Sicherheit des Betriebes und Gerechtigkeit gegen die Versicherten im Vereine mit den in der Einleitung zum Ausdruck gebrachten anderen Forderungen zu erfüllen vermag. Die in früheren Zeiten üblichen Methoden, nach denen man den Überschuß in irgendeinem Verhältnis zur Prämie, dem Deckungskapital, der versicherten Summe, der Summe der eingezahlten Prämien oder sonstwie zur Ausschüttung brachte, konnten auf die Dauer nicht befriedigen, weil sie eben in keiner Weise darauf Bedacht nahmen, mit welchem Anteil die einzelne Versicherung zum Überschuß beigetragen hat, und weil sie rücksichtlich der Sicherheit der Betriebsführung nur zu oft alles zu wünschen übrig ließen. Im besonderen hat sich die nach irgendeinem willkürlichen Schlüssel ansteigende Dividende in zahlreichen Fällen als der Ruin der Gesellschaften erwiesen. Man war ja in Hinsicht auf die Gewinnverteilung meist auf einige wenige typische Relationen rücksichtlich Alter und Versicherungsdauer angewiesen und behandelte dann alle anderen Relationen nach demselben Modus. Da aber die Tarife durchaus nicht so berechnet waren, daß mit einem solchen Verfahren den einfachsten Anforderungen an die Gerechtigkeit Genüge geschehen wäre und da für die durch die ansteigende Dividende stetig zunehmende Belastung des Versicherers in der Prämieinnahme meist ein entsprechendes Äquivalent gar nicht vorgesehen war, so konnten die schwersten Enttäuschungen und Mißerfolge nicht ausbleiben. Es gibt daher heute noch Fachkollegen, welche die Notwendigkeit und Zweckmäßigkeit der Dividende überhaupt bestreiten. Bei Verzicht auf dieses Hilfsmittel bleiben aber nur zwei Möglichkeiten offen: Entweder die Prämien sind so niedrig bemessen, wie sie sich im Durchschnitt nach Abzug der zu gewährenden Dividenden stellen würden. Dann aber wird für Sicherheitszwecke so gut wie nichts erübrigt werden können und es wird mit der Fundierung des Unternehmens daher nicht zum besten bestellt sein. Oder aber die Prämien erscheinen auch im

Hinblick auf die an die Sicherheit zu stellenden Anforderungen genügend. Dann wird die Versicherung bei einer solchen Anstalt unverhältnismäßig teuer sein. In keinem Falle wird den in der Einleitung aufgeführten Prinzipien auch nur einigermaßen zu entsprechen sein.

Aber auch durch die vorerwähnten Vorkommnisse wird der Notwendigkeit der Dividende kein Abbruch getan. Die genügende Fundierung eines Dividendenplanes erfordert eben recht weitwendige Vorbereitungen hinsichtlich des Ausbaues der Theorie und der Beschaffung der notwendigen Unterlagen. Denn wenn die Dividende auch keine Verpflichtung, sondern nur eine versprochene Leistung des Versicherers darstellt, so ist durch diesen Umstand seitens des Versicherungstechnikers sicherlich nicht eine mindere Qualität des Kalküls beim Dividendenplan gegenüber der Behandlung der Versicherungsverpflichtungen zu entschuldigen. Im Gegenteil. Gerade weil die Dividende dazu geschaffen ist, das Unzulängliche und Vorläufige bei der Tarifberechnung hinterher zu korrigieren, so wird gerade bei ihrer Bemessung genauere Arbeit zu leisten sein.

Man könnte nun aber leicht in den entgegengesetzten Fehler verfallen und der Ansicht sein, daß es dann auf eine möglichst korrekte Berechnung der Tarife gar nicht mehr ankomme, wenn hinterher ohnehin alles durch die Dividende reguliert würde. Das ist aber ein Irrtum. Denn auch die sorgfältigst bemessene Dividende kann Mängel der Prämienbemessung nicht immer restlos beseitigen, und zudem wird man in der Praxis diesen Weg niemals gehen können, weil dann die Berechnung der Dividenden einen Arbeitsaufwand bedingte, der eine solche Nachlässigkeit von vornherein verbietet. In letzterer Hinsicht wird es nämlich stets notwendig sein, daß die Konstruktion der Prämien die Trennung der in ihr enthaltenen Elemente zur Deckung der dem Versicherer voraussichtlich erwachsenden Auslagen leicht und sicher für den ganzen Versicherungsbestand bewerkstelligen läßt. Dies wird ja schon aus der im Voraufgehenden besprochenen Gewinnanalyse klar geworden sein. Sind aber die Prämien nach einem rein äußerlichen Maßstab berechnet, oder besser gesagt, gewählt, dann ginge jeder Maßstab verloren, nach welchem die Ergebnisse der Gewinnanalyse auf die einzelnen Versicherungen zu beziehen wäre. Dazu kommt aber noch, daß selbst für den Fall, daß dies nach einer mühsamen Einzelarbeit gelänge, dennoch nicht jene Ungerechtigkeiten beseitigt werden könnten, welche sich aus einer ungerechten Belastung der einzelnen Relationen ergeben. Wir denken hierbei an den extremen Fall, wo sich Geschäftsüberschüsse aus der einen oder anderen Gewinnquelle gar nicht ergeben, der Versicherer also gar nicht in die Lage kommt, aus dieser Quelle einen Gewinn unter die Versicherten zu verteilen. In diesem Falle würde sonach eine falsche Prämienbemessung stets zu Vor- oder Nachteil des Versicherten ausschlagen können.

Man findet in der Literatur nicht selten die Behauptung, daß das natürliche Dividendensystem, welches direkt auf der Gewinnanalyse des jeweiligen Rechnungsjahres aufgebaut ist, sich sehr wohl dazu eigne, die Gewinne für das abgelaufene Rechnungsjahr einwandfrei unter die Versicherten zu verteilen, daß es aber hier nicht möglich sei, etwas für die Zukunft auszusagen oder mit anderen Worten einen Vorausschlag der Kosten der Versicherung zu geben. Da das Verlangen nach dem letzteren ein gutes Recht des Versicherten ist, letztem Endes aber kein Gewinnplan auf die natürliche Dividende verzichten kann, so wäre mit dieser Behauptung ein Einwand geschaffen, auf den die Praxis gebührend Rücksicht zu nehmen hätte. Uns scheint jedoch diese Behauptung gänzlich unbegründet. Denn eine Vorausschätzung der Dividenden ist natürlich immer möglich, ganz gleichgültig, nach welchem System die Ausschüttung der Dividende erfolgt. Denn maßgebend für die Höhe derselben ist immer nur die Höhe der Prämie und der tatsächliche Verlauf der Ereignisse. Hiernach geht auch jede Dividende, ganz gleichgültig, nach welchem System sie zur Ausschüttung gelangt, aus den natürlichen Gewinnquellen hervor und es hat mit der Möglichkeit ihrer Schätzung gar nichts zu tun, ob die Verteilung der Überschüsse unmittelbar nach ihrer Entstehung oder aber in anderer Weise erfolgt. Natürlich muß in allen Fällen, wenn auf eine solche Aussage über die voraussichtlichen Kosten der Versicherung Wert gelegt wird, die Schätzung nach den Tatsachen möglichst entsprechenden Grundlagen erfolgen. Der Umstand, daß in Amerika, wo der natürliche Plan vor allem in Gebrauch ist, solche Schätzungen in der Regel nicht gemacht werden, hat mit ihrer technischen Möglichkeit nichts zu tun.

Auf einen Umstand aber wollen wir gleich an dieser Stelle aufmerksam machen. Die Anpassungsmöglichkeit eines Dividendenplanes an die jeweiligen Verhältnisse hängt nur davon ab, inwieweit der Plan die Verfolgung der natürlichen Gewinnquellen gestattet oder nicht. Denn die Abhängigkeit der Dividende von den einzelnen Elementen des Gewinnes ist, wie aus den Darlegungen des vorigen Paragraphen hervorgeht, eine recht komplizierte und es ist klar, daß bei einem Gewinnplan um so mehr an Anpassungsfähigkeit an die jeweiligen Verhältnisse verloren geht, je weiter sich die bezüglichen mathematischen Ausdrücke von denen für die Analyse des Gewinnes entfernen. Das ist aber natürlich immer dann der Fall, wenn der für die Gewinnausschüttung gewählte Maßstab in einem nur sehr angenäherten Zusammenhang mit jenen Größen steht, welche in die Formeln der Gewinnanalyse eingehen. Man darf somit sagen, daß bei einem Gewinnplan stets die angestrebte Einfachheit mit dem Mangel an Anpassungsfähigkeit erkaufte wird und daß selbst verwickeltere Konstruktionen die letztere nur innerhalb beschränkter Grenzen behalten. Wir werden

späterhin an Hand spezieller Beispiele diese Tatsache genauer belegen können.

Wenn heute noch viele Gesellschaften die genauere Verrechnung des Gewinnes an die Versicherten ablehnen oder doch in ihren Tarifen nur die äußere Form der gewinnberechtigten Tarife nachahmen, so darf aus dieser Tatsache nicht gefolgert werden, daß es sich hier um einen auch in der Theorie strittigen Fragenkomplex handelt. In Frage kann höchstens kommen, ob die Bedürfnisse der Praxis unter allen Umständen die Einführung dieses an sich nicht leicht zu handhabenden Instrumentes erfordern. Hierauf kann allerdings nur geantwortet werden, daß sich in dem Falle andauernd stabiler Verhältnisse natürlich die Dividende erübrigt. Wir beziehen uns aber auf das in der Einleitung Gesagte und müssen betonen, daß es nicht Sache der Versicherungstechnik sein kann, einen Apparat zur Verfügung zu stellen, der seine Funktion unter geänderten Verhältnissen einstellt, sondern sie soll gerade in Befolgung des Prinzipes der Allgemeinheit die genannte Möglichkeit niemals aus dem Auge verlieren. In diesem Sinne dürfen wir sagen, daß die Einführung der Dividenden die Lebensdauer der Fundamente eines Unternehmens verlängert und die Anwendungsmöglichkeit des technischen Apparates erweitert. Wenn die Möglichkeit bestünde, ohne Störung der Kontinuität bei geänderten Verhältnissen auf andere Rechnungsgrundlagen überzugehen und überdies die Prämie je nach Bedarf variabel zu halten, dann wäre die Erörterung des ganzen Fragenkomplexes müßig. Da jedoch keines von beiden zutrifft, weil die Versicherungen gegen feste Maximalprämien abgeschlossen werden und die Anpassung der Rücklagen bei sonst gleichen Prämien wegen des Kapitalbedarfes unmöglich ist, so bleibt wohl nur der durch die Dividende gewiesene Weg als allein gangbarer übrig.

§ 31. Die mathematischen Formeln für die Berechnung der Dividenden und Dividendendeckungskapitale.

Wenn wir annehmen, daß der Versicherer aus den erzielten Betriebsüberschüssen am Anfange des k ten Versicherungsjahres einen Betrag A_{k-1} herauszahlt, so vermindert sich die Tarifprämie B durch Anrechnung dieser Dividende auf die Prämie auf den Betrag B_k . Wir wollen nun zunächst die Annahme machen, daß die verwendeten Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung in restloser Übereinstimmung mit den tatsächlich beobachteten Verhältnissen stehen. Es ist dies die Annahme, auf welcher zunächst jedes System aufgebaut werden muß, wenn man über die Höhe der Prämie oder der Dividenden — die Höhe der Prämien ist durch die Gesamtheit der Dividenden bestimmt und umgekehrt — etwas aussagen will. Dann besteht zunächst die nachfolgende fundamentale Relation:

$$(21) \quad \sum_1^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}} + \beta \sum_1^m (B - A_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_x} \\ - \beta \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x} + \sum_1^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}, \quad A_0 = 0.$$

Zu dieser Gleichung ist folgendes zu bemerken. Die Dividende wird zum ersten Male zu Beginn des zweiten Versicherungsjahres, zum letzten, Male zahlbar mit der Versicherungssumme im Erlebensfalle angenommen, so daß äußerlich daran festgehalten ist, daß die Dividenden aus den Überschüssen der einzelnen Jahresgebarungen gewährt werden. Diese Annahme entspricht der Natur der Sache. Sie wird jedoch in der Praxis durchaus nicht immer eingehalten. In der Regel werden die Überschüsse der ersten Versicherungsjahre vom Versicherer aus Gründen der Sicherheit zurückgehalten. Es kann aber durch nichts gerechtfertigt werden, wenn auch über den Liquidationstermin hinaus Dividenden vorgesehen werden und wir wollen diesen Fall daher auch gar nicht berücksichtigen. Über die Höhe der Dividenden wollen wir noch gar nichts aussagen. Nur soviel sei bemerkt, daß die letzte, zugleich mit dem Erlebenskapital fällige Dividende in der Regel höher gehalten wird, zum Ausgleich der im Anfang der Versicherung einbehaltenen Beträge und auch aus anderen Gründen, welche späterhin angeführt werden. Betrachten wir nun die nach denselben Grundlagen zweiter Ordnung berechnete ausreichende Prämie

$$(22) \quad P^a \cdot a_{x, \bar{m}} = \alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma \cdot a_{x, \bar{n}} + \beta \cdot P^a \cdot a_{x, \bar{m}} \\ (1 - \beta) P^a = \frac{\alpha}{a_{x, \bar{m}}} + \gamma \frac{a_{x, \bar{n}}}{a_{x, \bar{m}}} + P,$$

wobei P die reine Nettoprämie

$$P = \frac{\bar{A}_{x, \bar{n}}}{a_{x, \bar{m}}}$$

bedeutet, so erhebt sich zunächst die Frage, ob und wann die Einführung der Dividende den Ausdruck (22) für die ausreichende Prämie beeinflusst. Die Antwort hierauf ist leicht gegeben. Denn wenn wir bedenken, daß die Dividende bei den jetzigen Voraussetzungen nur aus jenem Teil der Tarifprämie fließt, welcher durch den Dividendenzuschlag $B - P^a$ gegeben ist und im übrigen die Nettoleistung des Versicherers und die Verwaltungskosten α und γ in den Ausdrücken (21) und (22) in gleicher Weise verrechnet erscheinen, zwischen dem Wert der Dividenden und dem Wert der Prämienteile $B - P^a$ jedoch Äquivalenz besteht, so leuchtet ein, daß die ausreichende Prämie dann und nur dann vom Dividendensystem unabhängig sein wird, wenn die genannte Äquivalenz durch die Bemessung der Verwaltungskosten vom Typus β nicht gestört wird. Das heißt aber nichts anderes, als daß diese Verwaltungskosten sowohl von der Prämie wie von der Dividende zu berechnen

sind, demnach solange Prämie bezahlt wird, nach der Barprämie — Prämie minus Dividende — und nach Aufhören der Prämienzahlung von der Dividende allein zu berechnen sind. Im letzteren Falle wird demnach aus einer Ausgabe eine Einnahme des Versicherers. Dieser Umstand entspricht der Gepflogenheit der Praxis, die Inkassoprovision nach der vereinnahmten Prämie abzüglich Dividende zu bemessen. Gleichung (21) ist nun gleich unter Rücksicht auf die Äquivalenz von Dividende und Dividendenzuschlag, aber auch unter Rücksicht auf die Gleichheit der bezüglichen Verwaltungskostenzuschläge beider vom Typus β für den Beginn der Versicherung aufgestellt.

Somit ist der Nachweis zu erbringen, daß, wenn wir in Gleichung (21) von der Dividende absehen, sich Gleichung (22) ergibt. Hierzu bedarf es aber noch einiger Umformungen. Aus (21) folgt

$$(23) \quad \sum_1^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \sum_1^m A_{k-1} \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \beta \sum_1^m (B - A_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_x}$$

oder

$$= \alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}} + (1 - \beta) \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}$$

$$\sum_1^m (1 - \beta) (B - A_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}} + (1 - \beta) \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}$$

und demnach

$$(24) \quad \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \frac{1}{1 - \beta} (\alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}}) + \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}.$$

Die ausreichende Prämie wäre nun bei Bemessung der Verwaltungskosten vom Typus β definiert durch

$$(25) \quad a_{x, \bar{m}} \cdot P^a = \alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}} + \beta \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \beta \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}.$$

Auf Grund von (24) erhalten wir dann

$$\begin{aligned} a_{x, \bar{m}} P^a &= \sum_1^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \sum_1^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x} \\ &= \sum_1^m B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x} \end{aligned}$$

und nach (24)

$$P^a = \frac{\alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}}}{(1 - \beta) a_{x, \bar{m}}}$$

gleichlautend mit (22), so daß die ausreichende Prämie in der Tat vom Dividendenplan vollständig unabhängig erscheint.

Wir wollen noch bemerken, daß im Falle der Gleichheit von Versicherungs- und Zahlungsdauer, also für $m = n$, Gleichung (24)

$$(26) \quad \sum_1^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \frac{1}{1 - \beta} (\alpha + \bar{A}_{x, \bar{n}} + \gamma a_{x, \bar{n}}) + A_n \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

ergibt.

Die Gleichungen (21) und (24) gelten auch für den Fall, daß die Tarifprämie B nicht für alle Jahre gleich, sondern etwa mit B^1, B^2, \dots, B^m festgesetzt werde. Es müßte dann nur B_k als $B^k - \Delta_{k-1}$ gedeutet werden. In der Praxis hat insbesondere jener Fall Bedeutung, wo die ersten Prämien — gewöhnlich die ersten fünf — niedriger und die folgenden höher bemessen sind, so jedoch, daß die nachfolgende Prämienhöhe durch die dann einsetzende Dividendenzahlung voraussichtlich wieder aufgehoben wird.

Unter Rücksicht auf (2) und (4) können wir die Differenz $P^a - P$ als Verwaltungskostenzuschlag und $B - P^a$ bzw. $B^k - P^a$ als Dividendenzuschlag bezeichnen. Da durch die Nettoprämie die Nettoleistung des Versicherers, durch die ausreichende Prämie diese und die Verwaltungskosten gedeckt werden, so muß sich aus Gleichung (24), wenn wir links den Wert der ausreichenden Prämien, rechts den Wert der Nettoleistung und der Verwaltungskosten absetzen, die Äquivalenz von Dividendenzuschlag und Dividende ergeben. In der Tat erhalten wir dann

$$(27) \quad \sum_1^m (1 - \beta) (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \sum_1^n (1 - \beta) \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_x}.$$

Wird die Prämie B nicht als gleichbleibend vorausgesetzt und kürzt man beiderseits noch $1 - \beta$, so ergibt sich

$$(28) \quad \sum_1^m (B^k - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \sum_1^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_x},$$

in welcher Gleichung die vorerwähnte Äquivalenz zum Ausdruck kommt. Wir dürfen jedoch nicht übersehen, daß die Ausdrücke $P^a - P$ und $B^k - P^a$ nicht die in den einzelnen Versicherungsjahren zur Deckung von Verwaltungskosten und Dividenden tatsächlich zur Verfügung stehenden Beträge aus den Prämien dieser Jahre bedeuten. Denn wir haben ja vereinbart, daß die Verwaltungskosten vom Typus β nicht nach der Prämie B^k , sondern nach der Barprämie $B^k - \Delta_{k-1}$ zu bemessen sind und wir erhalten sonach für den erwartungsmäßig zur Verfügung stehenden Verwaltungskostenzuschlag des k ten Versicherungsjahres

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha}{a_{x, m}} + \beta B^k - \beta \Delta_{k-1} + \gamma \frac{a_{x, n}}{a_{x, m}} \right) &= \frac{\alpha}{a_{x, m}} + \beta P^a + \beta (B_k - P^a) + \gamma \frac{a_{x, n}}{a_{x, m}} \\ &= (1 - \beta) P^a - P + \beta B_k \end{aligned}$$

und für den Dividendenzuschlag desselben Jahres

$$B^k - P^a + \beta (P^a - B_k).$$

Durch Addition der beiden Ausdrücke ergibt sich

$$B^k - P,$$

demnach der gesamte Zuschlag der k ten Prämie. Nach Ablauf der Prämienzahlungsdauer hören natürlich auch diese Einnahmen aus der

Prämie auf, während aus dem Deckungskapital jährlich der Betrag γ zur Deckung der Verwaltungskosten zur Verfügung stehen muß und überdies die Dividende A_{k-1} zur Auszahlung gelangt. Durch die Auszahlung der Dividende wird aber der Versicherer den Betrag βA_{k-1} an Verwaltungskosten ersparen, so daß nur der Betrag $(1 - \beta) A_{k-1}$ aus dem Deckungskapitale zur Verfügung stehen muß. Das mag auf den ersten Blick gekünstelt erscheinen, entspricht aber dennoch mehr der Natur der Sache als jede andere Annahme. Im übrigen ist es in der Praxis meist üblich, die Inkassoprovision nach dem tatsächlichen Prämien-
 eingang zu bemessen, wobei natürlich die Gesamtheit der Prämien und Dividenden in Betracht kommt, so daß eine bare Rückerstattung von Inkassoprovision bei prämienfrei gewordenen Versicherungen im großen ganzen nicht in Frage kommt. Sehr viele Gesellschaften gewähren nach Ablauf der Prämienzahlung keine Dividenden mehr. Wir müssen jedoch an dieser Annahme festhalten, weil sie für einen richtig funktionierenden Dividendenplan unabweisbar wird. Dies wird späterhin bei Besprechung der Schwankungen und Störungen klar werden. Kommen jedoch prämienfreie Jahre nicht in Betracht, dann gilt das Gesagte vollinhaltlich von der Schlußdividende, welche unter keinen Umständen entbehrt werden kann.

Wir denken uns jetzt, daß ν Versicherungsjahre abgelaufen sind und bezeichnen als vollständiges Deckungskapital die Differenz der rechten und linken Seite von Gleichung (21), wobei jedoch die Summation nur über die Prämien bzw. Leistungen vom $\nu + 1$ ten bis zum m ten bzw. n ten Versicherungsjahr zu erstrecken ist. Wir erhalten sonach für das vollständige Deckungskapital den Ausdruck

$$(29) \quad \begin{aligned} W_\nu = & \bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} + \beta \sum_{r+1}^m (B - A_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} \\ & - \beta \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} + \sum_\nu^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} - \sum_{r+1}^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}}. \end{aligned}$$

Analog sei dann als ausreichendes Deckungskapital

$$(30) \quad \begin{aligned} V_\nu^a = & \bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} + \beta \sum_{r+1}^m (B - A_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} \\ & - \beta \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} - \sum_{r+1}^m P a \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} \end{aligned}$$

und als reines Nettodeckungskapital

$$(31) \quad V_\nu = \bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} - \sum_{r+1}^m P \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} = \bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} - P a_{x+\nu, \overline{m-\nu}|}$$

bezeichnet.

Durch Subtraktion von (30) von (29) erhalten wir das Dividenden-
deckungskapital

$$(32) \left\{ \begin{aligned} W_v - V_v^a &= \sum_v^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B - Pa) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &= \sum_{v+1}^{n+1} \Delta_{k-1} \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B - Pa) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &= \sum_m^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B_k - Pa) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \end{aligned} \right.$$

und durch Subtraktion des Ausdruckes (31) von (30) unter Rücksicht
auf (22) das Kostendeckungskapital

$$(33) \left\{ \begin{aligned} V_v^a - V_v &= \gamma a_{x+v, \overline{n-v}} + \beta \sum_{v+1}^m (B - \Delta_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \beta \sum_m^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} \\ &\quad - \beta \sum_{v+1}^m Pa \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \frac{\alpha}{a_{x, \overline{m}}} \cdot a_{x+v, \overline{m-v}} - \gamma \frac{a_{x, \overline{n}}}{a_{x, \overline{m}}} a_{x+v, \overline{m-v}} \\ &= -\frac{\alpha}{a_{x, \overline{m}}} a_{x+v, \overline{m-v}} + \gamma \left[a_{x+v, \overline{n-v}} - \frac{a_{x, \overline{n}}}{a_{x, \overline{m}}} \cdot a_{x+v, \overline{m-v}} \right] \\ &\quad + \beta \sum_{v+1}^m (B_k - Pa) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \beta \sum_m^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} \\ &= -\frac{\alpha}{a_{x, \overline{m}}} \cdot a_{x+v, \overline{m-v}} + \gamma \left[a_{x+v, \overline{n-v}} - \frac{a_{x, \overline{n}}}{a_{x, \overline{m}}} \cdot a_{x+v, \overline{m-v}} \right] \\ &\quad - \beta (W_v - V_v^a). \end{aligned} \right.$$

Die Ausdrücke (32) und (33) sind in mehrfacher Hinsicht bemerkens-
wert. Zunächst erhellt aus (32), daß unter den gemachten Voraussetzungen
über die Verrechnung der Kosten vom Typus β nach der Prämie und
Dividende das Dividenden-
deckungskapital nur von der Tarifprämie, der
ausreichenden Prämie und der Dividende, nicht aber explizit von den
Kostensätzen abhängt. Ausdruck (33) jedoch läßt erkennen, daß das
Kostendeckungskapital explizit nicht von der Dividende selbst, wohl
aber vom jeweiligen Dividenden-
deckungskapital abhängt. Der logische
Inhalt dieses Ausdruckes ist leicht dadurch zu erkennen, daß die ersten
beiden Glieder vom Dividendenplan gar nicht abhängen. Würde der Ver-
sicherte daher nur die ausreichende Prämie bezahlen, so käme das dritte
Glied in Wegfall. Da die Prämien jedoch nach Abzug der Dividenden
im Anfang der Versicherungsdauer über und späterhin unter der aus-
reichenden Prämie liegen werden, die Kosten β jedoch nur nach der Bar-
prämie zu verrechnen sind, so ist klar, daß der Versicherer künftig aus
der Zahlung der Dividende an Verwaltungskosten bei Zahlung der Bar-
prämien an Stelle der ausreichenden Prämien einen Betrag erübrigt,
dessen Barwert sich als $\beta (W_v - V_v^a)$ darstellt.

Nicht selten wird das ausreichende Deckungskapital V_v^a so dar-
gestellt, als ob die Kosten β von den ausreichenden Prämien zu bemessen

wären. Das ist aber verfehlt, weil eine Vergütung der Inkassoprovision nach dieser Prämie praktisch gar nicht möglich ist.

Wir wollen nun noch die Formeln für den einfacheren Fall ansetzen, wenn die Versicherungs- mit der Zahlungsdauer zusammenfällt. In diesem Falle gilt:

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} W_v &= \bar{A}_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} + \beta \sum_{v+1}^n (B - \Delta_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &\quad - \beta \Delta_n \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} + \sum_v^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^n B \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &= \bar{A}_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} + (1 - \beta) \Delta_n \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} \\ &\quad - (1 - \beta) \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}. \end{aligned} \right.$$

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} V_v^a &= \bar{A}_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} + \beta \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \beta \Delta_n \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} \\ &\quad - \sum_{v+1}^n P^a \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}. \end{aligned} \right.$$

$$(36) \quad V_v = A_{x+v, \overline{n-v}|} - P a_{x+v, \overline{n-v}|}$$

und demnach

$$(37) \quad W_v - V_v^a = \Delta_n \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^n (B_k - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}$$

$$(38) \quad \left\{ \begin{aligned} V_v^a - V_v &= -\frac{\alpha}{a_{x, \overline{n}|}} \cdot a_{x+v, \overline{n-v}|} + \beta \sum_{v+1}^n (B_k - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \beta \Delta_n \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} \\ &= -\frac{\alpha}{a_{x, \overline{n}|}} \cdot a_{x+v, \overline{n-v}|} - \beta (W_v - V_v^a). \end{aligned} \right.$$

Wie schon erwähnt, wird das ausreichende Deckungskapital gern in der Form

$$(39) \quad V_v^a = \bar{A}_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) P^a a_{x+v, \overline{n-v}|}$$

angesetzt, während für das vollständige Deckungskapital

$$(40) \quad W_v = A_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}$$

Verwendung findet. Wenn man von der Gewährung einer Schlußdividende absieht, ist der letztere Ausdruck korrekt. Der Ausdruck (39) ist jedoch auf der unzutreffenden Annahme aufgebaut, daß die Verwaltungskosten β nach der ausreichenden Prämie bemessen werden, eine Annahme, welche mit der in Formel (40) gemachten im Widerspruch steht. Die beiden Ausdrücke dürfen daher nicht nebeneinander Verwendung finden, weil sie auf verschiedenen Voraussetzungen beruhen und es geht daher nicht an, das Dividendendeckungskapital als Differenz von (40) und (39) ansehen zu wollen.

Um den Einblick in die hier vorliegenden Begriffsbildungen noch etwas zu vertiefen, wollen wir unter der Annahme, daß der Verlauf der Ereignisse den Annahmen völlig entsprochen hat, noch die den Deckungskapitalien entsprechenden Reserveformeln auf Grund retrospektiver Betrachtungen entwickeln. Wir ziehen wieder das Schema der Gewinn- und Verlustrechnung heran und erhalten für die reine Nettoreserve die ausreichende Reserve und die vollständige Reserve am Ende des k ten Versicherungsjahres aus diesem Jahre selbst die folgenden Einnahmen- und Ausgabenposten:

Einnahmen.

1. $P \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+k}}$,
2. $\left(\frac{\alpha}{a_{x,m}} + \beta P^a + \gamma \frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} + P \right) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+k}}$,
3. $\left(\frac{\alpha}{a_{x,m}} + \beta P^a + \gamma \frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} + P + B - P^a \right) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+k}}$.

Ausgaben.

1. $\frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+k}}$,
2. $[(\alpha) + \beta B_k + \gamma] \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+k}} + \frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+k}}$,
3. $[(\alpha) + \beta B_k + \gamma + \Delta_{k-1}] \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+k}} + \frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+k}}$.

Durch die Bildung der entsprechenden Differenzen, Multiplikation mit $\frac{D_{x+k}}{D_{x+v}}$ und Summation über die ersten v Versicherungsjahre erhalten wir

$$(41) \quad V_v = \sum_1^v P \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \sum_1^v \frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+v}}$$

als Ausdruck für die reine Prämienreserve. Nachdem der Klammerausdruck unter den Einnahmen bei 2. die ausreichende Prämie P^a und bei 3. die Tarifprämie B darstellt, erhalten wir weiter

$$(42) \quad V_v^a = \sum_1^v P^a \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} - \sum_1^v (\beta B_k + \gamma) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \sum_1^v \frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+v}}$$

und

$$(43) \quad \left\{ \begin{array}{l} W_v = \sum_1^v B \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} - \sum_1^v (\beta B_k + \gamma + \Delta_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ - \sum_1^v \frac{\bar{C}_{x+k-1}}{D_{x+v}}. \end{array} \right.$$

Subtrahieren wir dann wieder (41) von (42), so ergibt sich die Kostenreserve

$$(44) \quad V_v^a - V_v = -\alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} + \sum_1^v \left[\frac{\alpha}{a_{x,m}} + \beta (P^a - B_k) + \gamma \left(\frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} - 1 \right) \right] \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}$$

und wenn wir (42) von (43) abziehen, die Dividendenreserve

$$(45) \quad \begin{cases} W_v - V_v^a = \sum_1^v (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \sum_1^v A_{k-1} \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ = \sum_1^v (B_k - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}. \end{cases}$$

Hiernach kann die Kostenreserve auch in der Form

$$(46) \quad V_v^a - V_v = -\alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} + \sum_1^v \left[\frac{\alpha}{a_{x,m}} + \gamma \left(\frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} - 1 \right) \right] \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \beta (W_v - V_v^a)$$

angesetzt werden.

Nachdem nun

$$\sum_1^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_x} = \sum_1^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_x}$$

ist, so gilt auch

$$\begin{aligned} \sum_1^v (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} - \sum_1^v A_{k-1} \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} &= - \sum_{v+1}^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &+ \sum_{v+1}^{n+1} A_{k-1} \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} = - \sum_{v+1}^m (B_k - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \\ &+ \sum_m^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}}, \end{aligned}$$

womit die Gleichheit des Dividendendeckungskapitals und der Dividendenreserve unter den gemachten Voraussetzungen erwiesen ist.

Von dieser Tatsache Gebrauch machend ist demnach zum Nachweis der Gleichheit von Kostendeckungskapital und Kostenreserve nur die Identität der beiden Ausdrücke

$$\begin{aligned} & - \frac{\alpha}{a_{x,m}} a_{x+v, m-v} + \gamma \left[a_{x+v, n-v} - \frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} a_{x+v, m-v} \right] \\ \text{und} \\ & - \alpha \frac{D_x}{D_{x+v}} + \frac{\alpha}{a_{x,m}} \sum_1^v \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} + \gamma \left(\frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} - 1 \right) \sum_1^v \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} \end{aligned}$$

zu erbringen. Multiplizieren wir die beiden Ausdrücke mit $\frac{D_{x+v}}{D_x}$ und subtrahieren den ersten von dem zweiten, so erhalten wir

$$- \alpha + \frac{\alpha}{a_{x,m}} \cdot a_{x,m} + \gamma \frac{a_{x,n}}{a_{x,m}} \cdot a_{x,m} - \gamma \cdot a_{x,n} = 0,$$

womit der Nachweis erbracht ist.

Zu den vorstehenden Entwicklungen wäre noch zu bemerken, daß sie von speziellen Annahmen über die Verteilung der Dividenden völlig unabhängig sind. Die Höhe der Dividenden ist nur an die bezügliche Fundamentalgleichung (21) gebunden, im übrigen aber ist die Dividende

der einzelnen Versicherungsjahre noch völlig unbestimmt. Hier kann nun irgendein mechanisches Prinzip oder aber die Ausschüttung der Dividende nach Maßgabe ihrer Entstehung aus den einzelnen Gewinnquellen herangezogen werden. Wohl aber ist zu beachten, daß bei unserer Ableitung die aus der Prämie fließenden Beiträge zur Deckung der reinen Versicherungsleistung, zur Deckung der Verwaltungskosten und zur Deckung der Dividenden für die einzelnen Jahre der Prämienzahlung in gleicher Höhe vorgesehen sind, so daß jährlich an reiner Prämie P an Unkostenzuschlag $P^a - P$ und an Dividendenzuschlag $B - P^a$ aus der Prämie zur Verfügung steht. Damit ist natürlich durchaus nicht gesagt, daß der Unkosten- und Dividendenzuschlag in den einzelnen Jahren in derselben Höhe verbraucht wird, in der er aus den Prämien zur Verfügung steht.

Aus unserer Festsetzung ergibt sich dann die Unabhängigkeit des Dividendendeckungskapitals von den Verwaltungskostensätzen. Man kann aber auch von anderen Annahmen ausgehen, so z. B. von der, daß die Abschlußkosten durch gleiche Tilgungsquoten amortisiert werden sollen, ebenso sollen die Kosten γ durch gleiche Beiträge immer unmittelbar aus der Tarifprämie, und zwar immer in der gerade erforderlichen Höhe des betreffenden Versicherungsjahres aufgebracht werden. Aus dieser Festsetzung folgt dann, daß das Unkostendeckungskapital und damit auch das ausreichende Deckungskapital von den Dividenden gänzlich unabhängig ist, während sich andererseits das Dividendendeckungskapital von den Unkosten explizit abhängig erweist. Von dieser Festsetzung über die Zerlegung der Prämien ist Böhmer in seiner Preisschrift ausgegangen. In der Tat ist die vom Dividendenplan unabhängige Erhaltung der Gestalt des ausreichenden Deckungskapitals ein Vorteil dieser Annahme. Wir haben es jedoch vorgezogen, an dem natürlichen Aufbau der Prämie festzuhalten, zumal wir, wie schon betont wurde, auf die möglichen Zerlegungen des totalen Deckungskapitales als einen nicht erheblichen Umstand kein besonderes Gewicht legen.

Wir haben gesehen, daß sich für das reine Bilanzdeckungskapital unter der Annahme des 1. Juli als mittleren Zugangstermines der Ausdruck

$$(47) \quad V_{v+\frac{1}{2}} = \frac{(V_v + P)\sqrt{1+i} + V_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}}$$

ergibt, eine Formel, welche in der Praxis in der Regel in der vereinfachten Gestalt

$$V_{v+\frac{1}{2}} = \frac{V_v + P + V_{v+1}}{2}$$

Verwendung findet. Beim ausreichenden Deckungskapital besteht eine Mehreinnahme in den Verwaltungskostenzuschlägen, eine Mehrausgabe in den verausgabten Verwaltungskosten. Für das Bilanzdeckungskapital sollen diese Einnahmen und Ausgaben für den Beginn des Versicherungs-

jahres angesetzt werden. Für diesen Termin sind dann für das $\nu + 1$ te Versicherungsjahr die Mehreinnahmen gegeben durch

$$\frac{\alpha}{a_{x, \overline{m}|}} + \beta P^a + \gamma \frac{a_{x, \overline{n}|}}{a_{x, \overline{m}|}}$$

und die Mehrauslagen durch

$$\beta B_{\nu+1} + \gamma.$$

Demnach ergibt sich

$$(48) \quad V_{\nu+\frac{1}{2}}^a = \frac{(V_{\nu}^a + P^a - \beta B_{\nu+1} - \gamma)\sqrt{1+i} + V_{\nu+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}}.$$

Beim vollständigen Deckungskapital endlich besteht eine weitere Mehreinnahme in den vereinnahmten Dividendenzuschlägen $B - P^a$ und eine weitere Mehrausgabe in den ausgeschütteten Dividenden Δ_{ν} . Das vollständige Bilanzdeckungskapital ergibt sich sonach als

$$(49) \quad W_{\nu+\frac{1}{2}} = \frac{[W_{\nu} + (1 - \beta)B_{\nu+1} - \gamma]\sqrt{1+i} + W_{\nu+1}}{1 + \sqrt{1+i}}.$$

Zieht man (48) von (49) ab, so ergibt sich das Mittlere (Bilanz-) Dividendendeckungskapital mit

$$(50) \quad W_{\nu+\frac{1}{2}} - V_{\nu+\frac{1}{2}}^a = \frac{[(W_{\nu} - V_{\nu}^a) + B_{\nu+1} - P^a]\sqrt{1+i} + (W_{\nu+1} - V_{\nu+1}^a)}{1 + \sqrt{1+i}}$$

und durch Subtraktion des Ausdrucks (47) von (48) das Bilanzkosten deckungskapital als

$$(51) \quad \bar{V}_{\nu+\frac{1}{2}}^a - V_{\nu+\frac{1}{2}}^a = \frac{[(V_{\nu}^a - V_{\nu}) + P^a - \beta B_{\nu+1} - \gamma]\sqrt{1+i} + V_{\nu+1}^a - V_{\nu+1}}{1 + \sqrt{1+i}}$$

Wie wir schon früher erwähnten, wird das ausreichende Deckungskapital mitunter unter der Annahme berechnet, daß die Verwaltungskosten β nach der ausreichenden und nicht nach der Barprämie bemessen werden. Nachdem nun sowohl das reine wie das vollständige Deckungskapital von dieser Annahme nicht berührt werden, so ist klar, daß hierdurch nur eine Änderung des Kostendeckungskapitals und des Dividendendeckungskapitals in der Art erfolgen kann, daß eine Verminderung des einen durch eine Erhöhung des anderen ausgeglichen wird und umgekehrt. Bezeichnen wir dann das ausreichende Deckungskapital, berechnet unter der Annahme, daß die Kosten vom Typus β nach der ausreichenden Prämie P^a bemessen werden mit \bar{V}_x^a und unter der Annahme, daß diese nach der Barprämie bemessen werden wie bisher mit V_x^a , so folgt zunächst aus Relation (30)

$$\bar{V}_x^a = A_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} - (1 - \beta) P^a \sum_{\nu+1}^m \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}},$$

und wenn wir hiervon (31) subtrahieren

$$\bar{V}_x^a - V_x^a = -\frac{\alpha}{a_{x, \overline{m}|}} a_{x+\nu, \overline{m-\nu}|} + \gamma \left[a_{x+\nu, \overline{n-\nu}|} - \frac{a_{x, \overline{n}|}}{a_{x, \overline{m}|}} \cdot a_{x+\nu, \overline{m-\nu}|} \right].$$

Demnach folgt auf Grund von (33)

$$(52) \quad \bar{V}_x^a - V_x^a = V_x^a - V_x + \beta(W_x - V_x^a),$$

und hieraus weiter

$$(53) \quad \begin{cases} W_v - \bar{V}_v^a = W_v - V_v^a - (V_v^a - V_v^a) = W_v - V_v^a - \beta(W_v - V_v^a) \\ \quad \quad \quad = (1 - \beta)(W_v - V_v^a). \end{cases}$$

Für das ausreichende Deckungskapitel V_v^a gilt aber für den Bilanztermin die Formel

$$(54) \quad \bar{V}_{v+\frac{1}{2}}^a = \frac{[V_v^a + (1 - \beta)P^a - \gamma]\sqrt{1+i} + \bar{V}_{v+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}},$$

und demnach ist

$$(55) \quad W_{v+\frac{1}{2}} - \bar{V}_{v+\frac{1}{2}}^a = \frac{[W_v - \bar{V}_v^a + (1 - \beta)(B_{v+1} - P^a)]\sqrt{1+i} + W_{v+1} - \bar{V}_{v+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}}$$

und

$$(56) \quad \bar{V}_{v+\frac{1}{2}}^a - V_{v+\frac{1}{2}} = \frac{[\bar{V}_v^a - V_v + (1 - \beta)P^a - P - \gamma]\sqrt{1+i} + \bar{V}_{v+1}^a - V_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}}.$$

Ersetzen wir hier rechter Hand die überstrichenen durch die nicht überstrichenen Deckungskapitale auf Grund der erhaltenen Formeln (52) und (53), so ergibt sich

$$(57) \quad \begin{cases} W_{v+\frac{1}{2}} - \bar{V}_{v+\frac{1}{2}}^a = \frac{[W_v - V_v^a + B_{v+1} - P^a]\sqrt{1+i} + W_{v+1} - V_{v+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}} \cdot (1 - \beta) \\ \quad \quad \quad = (1 - \beta)(W_{v+\frac{1}{2}} - V_{v+\frac{1}{2}}^a) \end{cases}$$

und

$$(58) \quad \begin{cases} \bar{V}_{v+\frac{1}{2}}^a - V_{v+\frac{1}{2}} = \frac{[V_v^a - V_v + P^a - P - \beta B_{v+1} - \gamma]\sqrt{1+i} + V_{v+1}^a - V_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}} \\ \quad \quad \quad + \beta \frac{[W_v - V_v^a + B_{v+1} - P^a]\sqrt{1+i} + W_{v+1} - V_{v+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}} \\ \quad \quad \quad = (V_{v+\frac{1}{2}}^a - V_{v+\frac{1}{2}}) + \beta(W_{v+\frac{1}{2}} - V_{v+\frac{1}{2}}^a). \end{cases}$$

Was demnach für die Deckungskapitale am Ende der Versicherungsjahre gilt, gilt auch für die Bilanzdeckungskapitale. Er erscheint daher nicht wesentlich, ob nach der einen oder anderen Annahme gerechnet wird. Während im ersten Falle das Dividendendeckungskapital von den Kostensätzen, ist im zweiten Falle das Kostendeckungskapital von den Dividenden unabhängig. Hingegen sind die Kostendeckungskapitale im zweiten Falle um die Größe $\beta(W_{v+\frac{1}{2}} - V_{v+\frac{1}{2}}^a)$ größer, während das Dividendendeckungskapital eine Verminderung um dieselbe Größe erfährt.

Wir sehen aus den vorstehenden Darlegungen, daß die Böhmersche Annahme, wonach die Inkassokosten nach der Barprämie zu bemessen sind, die ausreichenden Deckungskapitale jedoch vom Dividendensystem unabhängig sein sollen und daher die Höhe V_v^a besitzen, mit der Annahme identisch ist, daß die Inkassokosten nach der ausreichenden Prämie P^a bemessen werden. In jenem Falle sind eben die Verwaltungskostenzuschläge in den einzelnen Versicherungsjahren untereinander nicht gleich und der Mehr- oder Minderbetrag derselben reicht immer

gerade hin, um den angenommenen Verbrauch zu decken. An den Deckungskapitalien \bar{V}_v^a ändert sich dann nichts und diese besitzen jene Höhe, welche sie ohne Rücksicht auf die Dividendenleistung haben würden.

§ 32. Charakteristik spezieller Dividendenpläne.

In unseren bisherigen Entwicklungen wurde die Höhe der Dividenden in keiner Weise näher festgelegt. Die Gesamtheit der Dividenden war nur an die aus dem Äquivalenzprinzip entspringende Bedingung gebunden. Im übrigen können die Dividenden aber noch mannigfache andere Bedingungen erfüllen, welche für ihre relative Höhe bzw. die Verteilung derselben über die Versicherungsdauer mehr weniger bestimmend sein können. Man ist nun gewohnt, die Dividendenpläne in natürliche und mechanische zu unterscheiden, je nachdem diese einen auch äußerlich erkennbaren Zusammenhang mit der Überschufbildung erkennen lassen oder nicht. Es kann jedoch nicht behauptet werden, daß diese Unterscheidung das Wesen der Sachlage richtig wiedergibt. Vielmehr muß ein richtig funktionierender Dividendenplan, wie später gezeigt werden soll, unter allen Umständen letzten Endes auf die natürliche Dividende zurückgreifen, wie ja auch der Ausgangspunkt für die Einführung der Dividende in der Überschufbildung liegt. Der Sachverhalt ist vielmehr der folgende.

Wenn ein Dividendensystem seinen Zweck, die Geschäftsüberschüsse in gerechter Weise auf die Versicherten aufzuteilen, voll erfüllen soll, dann ist, wie aus dem Voraufgegangenen klar geworden sein wird, eine Analyse dieser Überschüsse nach den verschiedenen Gewinnquellen unumgänglich notwendig. Daß solche Überschüsse in einem geordneten Betrieb vorgesehen sein müssen, daß mit anderen Worten die Gesellschaften mit Prämien arbeiten müssen, welche über das rechnungsmäßige Erfordernis hinausgehen, ist eine Folge der Erkenntnis, daß der Versicherer unbedingt die Mittel in der Hand haben muß, welche ihm auch bei ungünstiger Gestaltung der Zukunft die Erfüllung der übernommenen Verpflichtungen gestatten. Während demnach die Berechnung der Prämien zum größten Teile auf prospektive Betrachtungen aufgebaut ist, ist vielmehr eine korrekte Dividendenberechnung in letzter Hinsicht ein Problem retrospektiver Natur. Wir legen Nachdruck auf die hier gemachte Einschränkung. Denn es ist klar, daß die Dividenden unter der Annahme eines normalen Verlaufes der Ereignisse im voraus geschätzt werden können, wenn nur Rechnungsgrundlagen zur Verfügung stehen, welche den Tatsachen möglichst genau entsprechen.

Es mag nun der Fall sein, daß die verwendeten Rechnungsgrundlagen im Hinblick auf langjährige Erfahrungen und unter der Erwartung normaler Verhältnisse so zuverlässig erscheinen, daß man auf eine weitere Analyse der Geschäftsergebnisse verzichten zu können glaubt. Dies wird

demnach allemal dann der Fall sein, wenn von dieser Analyse nur eine Bestätigung der Berechtigung des eingeschlagenen Verfahrens zu erwarten ist. Allerdings wird aus den früher angeführten Gründen die Dividende in diesem Falle ihre Aufgabe niemals vollständig erfüllen. Aber der Zweck ihrer Einführung, die Mehreinnahme an Prämie, auf welche der Versicherer aus Gründen der Betriebssicherheit bestehen muß, in geeigneter Weise an die Versicherten zurückzuführen, wird mehr oder weniger erreicht. Ihre Einführung ist dem Versicherer aber auch aus dem Grunde willkommen, weil sie ihm im Anfange der Versicherungsdauer die rasche Amortisation der Abschlußkosten sehr erleichtert, wenn anders gesetzliche Bestimmungen einer direkten Verrechnung dieser Kosten am Deckungskapital entgegenstehen sollten.

Wie sich aber diese Dividenden auf die einzelnen Versicherungsjahre verteilen, ist zunächst ganz dem Versicherer überlassen. Man wird aber hier, nachdem vollständige Exaktheit doch nicht angestrebt wird, meist die Ausschüttung der Dividenden nach einem leicht zu handhabenden Schlüssel vorsehen. Dieses mechanische Verfahren der Dividendenverteilung, bei welchem ein Zurückgehen auf die Ergebnisse der einzelnen Geschäftsjahre nicht direkt angestrebt wird, hat dann zu der Bezeichnung mechanisches Dividendensystem geführt. Man hat als Maßstab für die Höhe der Dividende die Jahresprämie, die Summe der eingezahlten Jahresprämien, das Deckungskapital oder wiederum Kombinationen dieser drei Größen in den mannigfachsten Verbindungen herangezogen, und man wird nach dem bisher Gesagten seine Verwunderung darüber nicht unterdrücken können, daß ein relativ einfacher Sachverhalt von der Versicherungstechnik durch Komplizierung des Rechenapparates dem Verständnis der Versicherten vollständig entzogen wird. Der Grund hierfür ist aber sehr einleuchtend. Es hat sich nämlich bald herausgestellt, daß die ursprünglich primitiven Verfahren der mechanischen Gewinnverteilung, insbesondere die Systeme stark ansteigender Dividenden, bei unzutreffenden Schätzungen für den Versicherer große Verlegenheiten mit sich brachten, während andererseits im Publikum hohe Dividendenversprechungen sehr geschätzt wurden und sich im Konkurrenzkampfe außerordentlich wirksam erwiesen. Gar manche Anstalten mußten ihre Dividendenversprechungen mit der Aufgabe der Selbständigkeit bezahlen, weil die Mangelhaftigkeit der technischen Durchführung sich in der Praxis schwer rächte. Andererseits wollte man jedoch auf die überaus einfache Art der Verteilung der Dividende nach einem gewählten Schlüssel, wie sie dem mechanischen System eigen ist, nicht ohne weiteres verzichten.

Man entschloß sich daher, den Schlüssel, nach dem die Dividende im Verhältnis der Prämie, der Summe der Prämien, des Deckungskapitales u. dgl. zur Ausschüttung gelangen sollte, nicht ein für allemal festzulegen, sondern auf Grund der Geschäftsergebnisse Jahr für Jahr

zu bestimmen. Die Rechnungen sollten mit einem bestimmten Satze durchgeführt werden und nur für den Fall der Notwendigkeit eine Reduktion des Satzes Platz greifen. Andererseits sollte bei günstigen Ergebnissen einer Erhöhung des Satzes nichts im Wege stehen. Natürlich kann überhaupt erst unter Einführung der Veränderlichkeit des genannten Satzes von einer Dividende gesprochen werden. Aber es erhebt sich hier sogleich die Frage, inwieweit diese Veränderlichkeit des Dividendensatzes die unter normalen Verhältnissen angestrebte Gerechtigkeit gegen die Versicherten gefährdet oder gar völlig durchbricht. Dies ist aber in der Tat der Fall, wenn nicht außerordentliche Maßnahmen den Dividendenplan vielseitiger reaktionsfähig gestalten, so daß eine Anpassung an geänderte Verhältnisse innerhalb gewisser Grenzen möglich wird. Man sieht z. B. sofort ein, daß bei einer Erniedrigung des Zinsfußes, wenn dieser also hinter der Erwartung zurückbleibt, das Prinzip der Gerechtigkeit völlig durchbrochen wird, wenn man etwa bei einem Plane, der die Dividende im Verhältnis der Prämie verteilt, den Ausfall einfach durch eine Herabsetzung der Dividende wett machen wollte. Hingegen wäre bei einem Plane, der die Dividende im Verhältnis des Deckungskapitales verteilt, eine einheitliche Herabsetzung des Dividendensatzes in dem genannten Falle völlig angemessen. Das letztere Verfahren wäre dagegen bei dem zweitgenannten Plane völlig verkehrt, wenn der Betriebsabgang etwa aus einer Erhöhung der laufenden Regie stammte. Man sieht, daß solche nach einem einfachen mechanischen Schlüssel arbeitenden Pläne im Momente einer Änderung der Rechnungselemente nur zu leicht versagen. Sie gewährleisten zwar die Sicherheit des Unternehmens innerhalb gewisser Grenzen, mit der Erfüllung der Forderung der Gerechtigkeit gegen die Versicherten steht es aber hierbei noch nicht am Besten. Daran wird auch nicht viel geändert, wenn man die Versicherungen nach Alter, abgelaufener Dauer oder sonstwie in Gruppen zusammenfaßt und für jede Gruppe mit besonderen Dividendensätzen operiert. Der Betriebsüberschuß oder -abgang ist eine viel zu komplizierte Größe, als daß man seiner Veränderlichkeit mittels einiger weniger Rechnungsfaktoren folgen könnte.

In der Erkenntnis dieser Sachlage ist der Versuch naheliegend, durch eine Kombination verschiedener einfacher mechanischer Dividendensysteme den gedachten Zweck dennoch zu erreichen. Dies ist auch der Weg, den die neuere Versicherungstechnik gegangen ist, soweit sie an dem mechanischen Gewinnsystem festgehalten hat. Die Wege für dieses Verfahren wurden durch die Arbeiten Karups gewiesen. Man kann bei der Berechnung eines mechanischen Gewinnsystems entweder von der Prämie oder von der Dividende ausgehen. Im ersteren Falle ergibt sich die Dividende auf Grund der für jedes Alter und jede Dauer zu ermittelnden Dividendensätze im Verhältnis der zugrunde gelegten Maßstäbe,

nach denen diese zu berechnen sind. Im zweiten Falle erhält man nach Maßgabe der fest angenommenen Dividendensätze die Prämien. Im letzteren Falle besteht die Aufgabe darin, die Dividendensätze so zu wählen, daß die resultierenden Prämien von einer Änderung der Rechnungsgrundlagen möglichst unabhängig bleiben. Durch Verwendung zweier Dividendensätze, von denen der erste einen bestimmten Prozentsatz der Tarifprämie, der zweite einen bestimmten Prozentsatz des Deckungskapitales der Dividende zuweist, ist es Karup geglückt, das Problem in einer für die Praxis durchaus befriedigenden Weise zu lösen. Wir werden später hierauf noch eingehender zurückkommen.

Der natürliche Dividendenplan verzichtet von vornherein auf jede durch Verwendung mechanisch anzuwendender Dividendensätze mögliche Erleichterung bei der Bemessung der Dividende im einzelnen, sondern erstrebt eine möglichst restlose Aufteilung der Betriebsüberschüsse auf die einzelnen Versicherungen unter genauer Berücksichtigung der Entstehung der Überschüsse aus den einzelnen Gewinnquellen, demnach auf Grund einer strengen Gewinnanalyse. Durch die Möglichkeit der jeweiligen restlosen Anpassung an die tatsächlichen Verhältnisse, durch die Verzichtleistung auf irgendwelche Annahmen über die Gestaltung der künftigen Verhältnisse und durch den engen Anschluß an die Bildung der Betriebsüberschüsse ist er dem mechanischen Plan überlegen, so gute Ergebnisse der letztere bei einigermaßen stabilen Verhältnissen sonst zu geben vermag. Seine Handhabung in der Praxis gestaltet sich allerdings etwas schwerfälliger. Aber in Zeiten normalen Geschäftsverlaufes ist auch beim natürlichen Plane eine weitgehende Schematisierung der am Jahresschlusse zu leistenden Rechenarbeit möglich. Er ist dem mechanischen Plane aber vor allem darin überlegen, daß er eine viel weiterreichende Anpassungsfähigkeit an die tatsächlichen Verhältnisse besitzt und innerhalb der als möglich angenommenen Grenzen nie versagen kann. Vollständig können die mechanischen Dividendenpläne die ihnen zugewiesene Aufgabe niemals erfüllen, da mit der steten Veränderlichkeit der gewählten Maßstäbe im Laufe der Versicherungsdauer gerade der Vorteil der einfachen Handhabung, der allein ihre Einführung rechtfertigt, zum größten Teile wieder aufgegeben würde, ein vollständiger Anschluß an die tatsächlichen Verhältnisse aber von keiner Schätzung erwartet werden darf. An eine solche ist aber der mechanische Plan unter allen Umständen gebunden. Durch Einführung komplizierterer Systeme läßt sich zwar im Rahmen des mechanischen Systems Befriedigendes erzielen, aber eine restlose Lösung der Aufgabe bleibt doch stets wieder einer noch durchzuführenden Gewinnanalyse vorbehalten. Wird aber auch beim mechanischen Plan eine solche zusätzliche Gewinnausschüttung vorgesehen, und ist er im übrigen innerhalb der vorgesehenen Grenzen genügend anpassungsfähig gehalten, dann wird das Argument seiner einfacheren Handhabung nicht mehr zu sehr

ins Gewicht fallen können, weil die Erfüllbarkeit dieser Forderungen eben an einen relativ verwickelten technischen Apparat gebunden ist.

Das natürliche Gewinnsystem hingegen sieht die Ausschüttung des Gewinnes unmittelbar nach seiner Entstehung nach Maßgabe der durchschnittlichen Beteiligung der einzelnen Versicherung am Gewinne vor. Hieraus folgt aber, daß ein Dividendendeckungskapital hier gar nicht zur Bildung gelangt. Der Ausgangspunkt aller Rechnungen liegt hier durchaus bei der Tarifprämie. Die Berechnung dieser Prämie erfolgt meist nach Grundlagen erster Ordnung, auf Grund einer Sterblichkeit, eines Zinsfußes, von Verwaltungskostensätzen und sonstigen Sicherheitsfaktoren, welche dem Versicherer auch unter relativ ungünstigen Verhältnissen die Erfüllbarkeit der übernommenen Verpflichtungen verbürgen. Aus dem gegenüber den gemachten Annahmen tatsächlich günstigeren Verlauf der Ereignisse ergibt sich dann die Möglichkeit, den jährlich zur Verfügung stehenden Gewinn zur Verteilung an die Versicherten bereitzustellen. Die Ausschüttung erfolgt dann auf Grund der vorgenommenen Gewinnanalyse, wobei der Anteil jeder einzelnen Versicherung als Durchschnitt durch die später zu besprechende Kontributionsformel gewährleistet wird. An dem Sachverhalt ändert der Umstand nichts, daß sich der Versicherer bestimmt fühlen kann, die angefallenen Gewinne nicht sofort zur Ausschüttung zu bringen, sondern aus Gründen der Betriebssicherheit erst zu einem späteren Zeitpunkt an die Versicherten zur Verteilung zu bringen. Die Höhe der Gewinnanteile hängt von der Tarifprämie und der Gestaltung der Ereignisse ab, ist aber sonst völlig bestimmt, so daß sich auf die Verteilung der Gewinne kein weiterer Einfluß nehmen läßt, wie dies beim mechanischen Plan der Fall ist, wo ein bestimmter Verteilungsplan wenigstens innerhalb bestimmter Grenzen frei gewählt werden kann. Da es beim natürlichen Plan zu einer Deckungskapitalbildung für die Dividendenleistungen gar nicht kommt, so können wir auch sagen, daß dieser Plan dadurch charakterisiert ist, daß hier vollständiges und ausreichendes Deckungskapital, beide gerechnet nach Grundlagen erster Ordnung, zusammenfallen.

Bei den mechanischen Plänen ist der letztere Sachverhalt etwas anders. Hier wird das vollständige Deckungskapital nach den Grundlagen zweiter Ordnung gerechnet, und der Dividendenplan erfüllt für den Versicherer dann seinen Zweck, wenn dieses dauernd größer oder mindestens gleich ist dem nach den Grundlagen erster Ordnung gerechneten ausreichenden Deckungskapital. Denn nur dann kann der Versicherer behaupten, daß er dauernd im Besitze der Mittel ist, welche ihm die Erfüllung seiner Verpflichtungen auch bei ungünstiger Entwicklung der Ereignisse gestatten. Besonders interessant ist hier der Fall, wo das vollständige Deckungskapital, gerechnet nach den Grundlagen zweiter Ordnung, dem ausreichenden Deckungskapital, gerechnet nach den Grundlagen erster Ordnung andauernd gleich ist. Dieser Umstand ist

wesentlich für den später zu besprechenden Plan Höckners. In diesem Falle ist aber die vorgesehene Dividende, Grunddividende, nichts anderes, als die nach den Grundlagen zweiter Ordnung vorausberechnete natürliche Dividende. Hierbei wäre allerdings noch zu bemerken, daß die für das nächste Jahr bereitgestellte Dividende, welche im vollständigen Deckungskapital, berechnet für das Ende des vorangehenden Bilanzjahres, enthalten ist, auch beim ausreichenden Deckungskapital als diesem zugehörig mitgerechnet erscheint.

Wie schon gesagt, ist bei jedem mechanischen Dividendensystem die Dividende der Ausgangspunkt, die Prämie das Ergebnis der Rechnungen, während beim natürlichen System die Verhältnisse gerade umgekehrt liegen. Im ersteren Falle erscheint demnach die Heranziehung der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung unerlässlich, weil auf ihnen die Prämienberechnung fußt. Im zweiten Falle hingegen spielen die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung nur dann eine Rolle, wenn es erwünscht ist, über die voraussichtliche Höhe der Dividenden etwas auszusagen. Diese Schätzung wird dann eben in der Weise vorgenommen, daß man annimmt, die Ereignisse werden nach den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung verlaufen und demnach die Kontributionsgewinne der einzelnen Jahre aus der Differenz der beiden Rechnungsgrundlagen fließen. Von diesem Gesichtspunkte aus ist aber jeder mechanische Gewinnplan so zu charakterisieren, daß diese Kontributionsgewinne ihrem Barwert nach am Anfange der Versicherung dem Barwerte sämtlicher, nach einem mechanischen Verfahren zur Ausschüttung zu bringender Dividenden gleich sein müssen. Für die Wahl des mechanischen Verfahrens sind dann meist nur Gründe der Einfachheit der Zuteilung der Dividenden nach einem leicht zu handhabenden Schlüssel maßgebend. Während aber nun beim natürlichen System die tatsächliche Ausschüttung der Dividenden nicht auf Grund der durch die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung vermittelten Annahmen, sondern nach der Gestaltung der tatsächlichen Verhältnisse erfolgt, ist jeder mechanische Plan in engeren oder weiteren Grenzen an die bei der Wahl der Rechnungsgrundlagen gemachten Annahmen gebunden und eine restlose Anpassung an die Verhältnisse kaum oder doch wieder nur unter Aufgabe der angestrebten Einfachheit des Verfahrens möglich.

Die angedeuteten Verhältnisse dürften erst bei Besprechung der einzelnen Dividendenpläne klar zu treten. Wir wollen hierbei den natürlichen Dividendenplan voranstellen und hieran die Entwicklung der wichtigeren mechanischen Pläne anschließen.

§ 33. Der natürliche Dividendenplan.

In den folgenden Entwicklungen bezeichne wieder i den Rechnungszinsfuß, q die Sterbenswahrscheinlichkeit, α , β , γ die Verwaltungskostensätze entsprechend den angenommenen Rechnungsgrundlagen, über

Dividende nach der Kontributionsformel gewonnen. Die Dividende ist hierbei für das Ende des k ten Versicherungsjahres dargestellt. Dieser Fall hat auch vornehmlich für die Praxis Bedeutung. Denn die Ausschüttung der Dividende erfolgt in der Regel durch Barverrechnung an der zu Beginn des $k + 1$ ten Versicherungsjahres fälligen Prämie, ohne Rücksicht darauf, ob diese ganzjährig oder in unterjährigen Raten entrichtet wird. Wird die Dividende als Summenzuwachs zur Erhöhung der versicherten Summe verwendet, dann erfolgt die Gutschrift ebenfalls zu Beginn des $k + 1$ ten Versicherungsjahres. Würde hingegen die Ausschüttung der Dividende zu Beginn des nächsten Bilanzjahres erfolgen, dann müßten wir eine ganz analoge Rechnung wie oben, jedoch nicht auf Grund der Rekursionsformeln für die Deckungskapitale am Ende der Versicherungsjahre, sondern unter Heranziehung der Bohlmannschen Formel für die mittleren Deckungskapitale durchführen.

In der Regel erfolgt jedoch eine vollständige Auswertung der Formel (62) in der Praxis nicht. Man sieht hier von dem ersten Glied, enthaltend den Sterblichkeitsgewinn, ab und dies auch dann, wenn man davon überzeugt ist, daß der Gewinn nicht aus zufälligen Schwankungen der Sterblichkeit, sondern aus einem systematischen Fehler, wie er sich aus der Anwendung einer zu strengen Tafel ergibt, herrührt. Die Gründe für ein solches Vorgehen sind einleuchtend. Kein Versicherer wird einen zufälligen Gewinn aus der Sterblichkeit der Dividende widmen, weil er auch Verluste aus derselben Quelle gewärtigen muß. Aber auch systematische Gewinne aus der Sterblichkeit wird man besser zurückhalten, an freie Reserven zuweisen oder in Fonds deponieren, welche für die Gewährung besonderer Dividenden bestimmt sind. Der Grund für dieses Verfahren liegt vor allem in dem Umstande, daß die Gewinne aus dieser Quelle niemals sehr ins Gewicht fallen werden, wenn eine Sterblichkeitstafel Verwendung findet, welche die tatsächliche Sterblichkeit genügend zutreffend darstellt. Andererseits bereitet gerade die Auswertung des ersten Gliedes die relativ größte Mühe. Der Techniker wird natürlich den Verlauf der Sterblichkeit stets wachsam verfolgen und gegebenenfalls zur Wahl einer neuen Rechnungsgrundlage schreiten müssen, wenn die systematischen Abweichungen, besonders für einzelne Altersstrecken, unerträglich werden sollten.

Die Gewinnpläne der Amerikaner vernachlässigen das erste Glied, auch wenn von der verwendeten Tafel nicht behauptet werden kann, daß sie dem tatsächlichen Verlauf der Sterblichkeit nahekommte. Auch Höckner setzt $q = q'$, läßt also einen Gewinn aus der Sterblichkeit bei der Berechnung seiner Grunddividenden außer Betracht. Allerdings unter der ausdrücklichen Annahme, daß die verwendete Tafel entspricht. Überhaupt wird es sich bei einem Gewinnplane nach dem natürlichen System stets empfehlen, eine den Tatsachen entsprechende Sterbetafel möglichst aus eigenen Erfahrungen zu verwenden. Es scheint dies das

beste Mittel, um über die Notwendigkeit der Berechnung des ersten Gliedes der Kontributionsformel hinwegzukommen und dadurch die einzige rechnerische Schwierigkeit, welche sich bei Anwendung dieses Planes gegenüber sehr ins Gewicht fallenden Vorteilen ergibt, zu umgehen.

Das zweite Glied der Kontributionsformel findet in der Praxis gewöhnlich in der Form

$$(63) \quad \frac{W_{k-1} + (1 - \beta) B^k - \gamma + W_k}{2} (i' - i)$$

Anwendung, welche eine grobe Näherung dafür ist. Man hat jedoch hier den Vorteil, unmittelbar die Bilanzdeckungskapitale verwenden zu können, wie sie für die Zwecke des Rechnungsabschlusses zur Verfügung stehen. Die Formel wird daher überall dort bevorzugt werden, wo mit mittleren Bilanzdeckungskapitalien — mean reserves — gerechnet wird, wie dies besonders in Amerika der Fall ist. Bei Anwendung der in Europa angewendeten Methoden zur Berechnung der Bilanzreserve bietet sie kaum Vorteile.

Das letzte Glied endlich wird in mannigfacher Form verwendet und seine Struktur hängt natürlich zunächst von der Konstruktion der Tarifprämie ab. In allen Fällen ist es jedoch leicht, die Differenz des in den Prämien enthaltenen und auf Grund der Ergebnisse des Rechnungsjahres tatsächlich verbrauchten Kostenaufschlages im einzelnen zu bestimmen, auch wenn der Berechnung der Tarifprämien diesfalls kein einheitliches Prinzip zugrunde gelegen hat.

Wir wollen nun die Formel für den Kontributionsgewinn noch in einer Weise umformen, welche uns später von Nutzen sein wird. Wir setzen nach Relation (60)

$$(64) \quad (1 - \beta') \bar{A}_k (1 - q'_{x+k-1}) = [W_{k-1} + (1 - \beta') B^k - \gamma'] (1 + i') - \sqrt{1 + i'} q'_{x+k-1} - W_k (1 - q'_{x+k-1}).$$

Indem wir von den Sterbenswahrscheinlichkeiten zu den diskontierten Zahlen übergehen, erhalten wir

$$(1 - \beta') \bar{A}_k = [W_{k-1} + (1 - \beta') B^k - \gamma'] \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+k}} - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+k}} - W_k.$$

Hierbei haben wir auch bei den diskontierten Zahlen durch die Striche angedeutet, daß es sich um den tatsächlichen Verhältnissen möglichst entsprechende Grundlagen handelt. \bar{A}_k ist demnach der Gewinnanteil, welcher dem Versicherten aus dem Überschuß des k ten Versicherungsjahres zu Beginn des $k + 1$ ten Versicherungsjahres zugewiesen wird, wenn er zu diesem Zeitpunkte am Leben ist. Der Barwert, bezogen auf den Beginn des k ten Versicherungsjahres, ist demnach

$$(65) \quad \left\{ \begin{aligned} (1 - \beta') \bar{A}_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+k-1}} &= [W_{k-1} + (1 - \beta') B^k - \gamma'] \\ &- \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+k-1}} - W_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+k-1}}. \end{aligned} \right.$$

Wenn wir diese Werte für sämtliche Versicherungsjahre bilden und auf den Beginn der Versicherung beziehen, so ergibt sich als Gesamtwert sämtlicher zu gewärtigender Kontributionsgewinne

$$(66) \quad \left\{ \begin{aligned} & [W_0 + (1 - \beta') B^1 - \gamma'] - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_x}{D'_x} - W_1 \frac{D'_{x+1}}{D'_x} \\ & + [W_1 + (1 - \beta') B^2 - \gamma'] \frac{D'_{x+1}}{D'_x} - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+1}}{D'_x} - W_2 \frac{D'_{x+2}}{D'_x} \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \right.$$

und wenn wir diesen Gesamtwert mit \mathcal{D}_1 bezeichnen durch Summation der Ausdrücke unter (66)

$$(67) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}_1 &= -\alpha' + (1 - \beta') \sum_1^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_x} - \gamma' \sum_1^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_x} \\ & - \sqrt{1 + i'} \sum_1^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_x} - \frac{D'_{x+n}}{D'_x}, \end{aligned} \right.$$

wobei $W_0 = -\alpha'$ und $W_n = 1$ gesetzt ist.

Hieraus erkennt man, daß der Barwert der Kontributionsgewinne von den Deckungskapitalien selbst vollständig unabhängig ist. Er ist nur abhängig von der Tarifprämie und von den Rechnungselementen $\alpha', \beta', \gamma', i', q'$. Hingegen ist er von den Rechnungsgrundlagen $\alpha, \beta, \gamma, i, q$ unabhängig.

Für einen späteren Zeitpunkt ν hingegen stellt sich der Barwert sämtlicher künftigen Kontributionsgewinne, bezogen auf den Beginn des $\nu + 1$ ten Versicherungsjahres, auf

$$(68) \quad \left\{ \begin{aligned} & [W_\nu + (1 - \beta') B^{\nu+1} - \gamma'] - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+\nu}}{D'_{x+\nu}} - W_{\nu+1} \frac{D'_{x+\nu+1}}{D'_{x+\nu}} \\ & + [W_{\nu+1} + (1 - \beta') B^{\nu+2} - \gamma'] \frac{D'_{x+\nu+1}}{D'_{x+\nu}} - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+\nu+1}}{D'_{x+\nu}} - W_{\nu+2} \frac{D'_{x+\nu+2}}{D'_{x+\nu}} \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \right.$$

und demnach ergibt sich

$$(69) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}_{\nu+1} &= W_\nu + (1 - \beta') \sum_{\nu+1}^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} - \gamma' \sum_{\nu+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} \\ & - \sqrt{1 + i'} \sum_{\nu+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} - \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu}}. \end{aligned} \right.$$

Der Barwert der künftigen Kontributionsgewinne für einen beliebigen Zeitpunkt innerhalb der Versicherungsdauer ist, wie aus der letzten Formel hervorgeht, von den gewählten Rechnungsgrundlagen $\alpha, \beta, \gamma, i, q$, abhängig, weil diese bestimmend für den Wert des Deckungskapitales W_ν sind, welches in Formel (69) explizite eingeht.

Beziehen wir uns auf die allgemeine Formel (32) für das Dividenden- deckungskapital, wobei wir die Dividenden als natürliche auffassen und

wieder die Verwendung der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung durch die Akzente kennzeichnen, so ist

$$\begin{aligned} W_v - V_v^a &= \sum_v^n \bar{A}_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B^k - P^a) \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} \\ &= \bar{A}_v + \sum_v^{n-1} \bar{A}_{k+1} \frac{D'_{x+k+1}}{D'_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B^k - P^a) \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}}. \end{aligned}$$

Wenn wir jetzt für den Barwert der Dividenden den erhaltenen Ausdruck (69) einsetzen und überdies $(1 - \beta') \bar{A}_v$ abziehen, so ergibt sich

$$\begin{aligned} V_v^a &= \beta' \sum_{v+1}^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} + \gamma' \sum_{v+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} + \sqrt{1+i} \sum_{v+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} \\ &\quad + \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+v}} - \sum_{v+1}^m P^a \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} - \beta' \sum_v^n \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+v}} \cdot \bar{A}_k, \end{aligned}$$

ein Ausdruck, welcher mit (30) übereinstimmt.

Werden demnach die Dividenden als natürliche vorausgesetzt, dann ergibt sich zwischen dem vollständigen und ausreichenden Deckungskapital die Relation

$$(70) \quad W_v = V_v^a + (1 - \beta') \bar{A}_v,$$

ein Umstand, auf welchen wir sogleich noch näher zurückkommen werden.

Nehmen wir demnach an, daß die durch die Akzente gekennzeichneten Rechnungselemente als Grundlagen zweiter Ordnung zu gelten haben, während die Tarifprämien B^k und die nach den Rechnungselementen $\alpha, \beta, \gamma, i, q$ berechneten Deckungskapitale W_k sein sollen, so können wir behaupten: Der für den Beginn der Versicherung nach den angenommenen Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung veranschlagte Gewinn, der für die ganze Dauer der Versicherung zu erwarten ist, ist nur von der Tarifprämie abhängig. Er ist jedoch von den ursprünglich veranschlagten Rechnungsgrundlagen $\alpha, \beta, \gamma, i, q$ nur insoweit abhängig, als diese bestimmend für die Höhe der Tarifprämien waren. Der Barwert des Gewinnes für irgendeinen anderen Zeitpunkt hängt zwar von den verwendeten Rechnungsgrundlagen $\alpha, \beta, \gamma, i, q$ ab, aber nur insoweit, als von diesen die Höhe der Tarifprämien und die Höhe der Deckungskapitalien W_k bestimmt werden. Die letzteren sind aber für den Gesamtwert des Gewinnes für die ganze Versicherungsdauer ohne Einfluß, wohl aber für die Verteilung des Gewinnes über die einzelnen Versicherungsjahre.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß die Art der Deckungskapitalberechnung für den Barwert sämtlicher Gewinne gleichgültig ist. Aber auch die Wahl der Rechnungselemente im einzelnen ist hierfür ohne Belang. Maßgebend ist nur die Tarifprämie, die tatsächlich beobachtete Sterblichkeit, der tatsächlich erzielte Zinsfuß und die tatsächlichen

Verwaltungskosten. Die gewählten Rechnungsgrundlagen können daher auf die Verteilung des Gewinnes nur insoweit von Einfluß sein, als sie die Entstehung der ausschließlich aus der Tarifierung und dem tatsächlichen Geschäftsverlauf herrührenden Überschüsse teils beschleunigen, teils verzögern. Man hat aus diesem Umstande abgeleitet, daß unter diesem Gesichtspunkte betrachtet der Überschuß eines Rechnungsjahres überhaupt nur eine sehr bedingte Bedeutung besitzt und daher als Grundlage für die Gewinnausschüttung gar nicht in Betracht kommen kann. Dies kann man aber wohl nur vom Gewinn aus der Sterblichkeit in dieser Form gelten lassen, gegen dessen jährliche Verteilung ja auch, wie wir schon gesehen haben, andere Gründe sprechen. Der Gewinn aus den Verwaltungskostenzuschlägen aber ist im allgemeinen vom Deckungskapital unabhängig. Für den Zinsgewinn aber ergibt sich zufolge des Ansteigens des Deckungskapitales während der Versicherungsdauer eine stetige Entwicklung, welche Grundlagen immer Verwendung finden mögen.

Denken wir uns nun die Tarifprämie nach Grundlagen erster Ordnung $\alpha, \beta, \gamma, i, q$ berechnet, so hat man

$$(71) \quad \left\{ \begin{aligned} \sum_1^m B^k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} &= \alpha + \beta \sum_1^m B^k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} + \gamma \sum_1^n \frac{D_{x+k-1}}{D_x} \\ &+ \sum_1^n \frac{C_{x+k-1}}{D_x} \cdot \sqrt{1+i} + \frac{D_{x+n}}{D_x}. \end{aligned} \right.$$

Nach Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung hingegen würde sich ergeben

$$(72) \quad \left\{ \begin{aligned} \sum_1^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_x} &= \alpha' + \beta' \sum_1^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_x} + \gamma' \sum_1^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_x} \\ &+ \sum_1^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_x} \cdot \sqrt{1+i'} + \frac{D'_{x+n}}{D'_x} + (1-\beta') \sum_1^n A_k \frac{D'_{x+k}}{D'_x}, \end{aligned} \right.$$

eine Gleichung, welche mit (67) vollständig übereinstimmt.

Multiplizieren wir (67) mit $\frac{D'_x}{D'_{x+v}}$, so erhalten wir nach entsprechender Trennung der Summenglieder

$$(73) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}_1 \frac{D'_x}{D'_{x+v}} &= -\alpha' \frac{D'_x}{D'_{x+v}} + (1-\beta') \sum_1^v B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} - \gamma' \sum_1^v \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} \\ &- \sqrt{1+i'} \sum_1^v \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} - W_v + W_v + (1-\beta') \sum_{v+1}^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} \\ &- \gamma' \sum_{v+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} - \sqrt{1+i'} \sum_{v+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} - \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+v}}, \end{aligned} \right.$$

wobei in der zweiten Zeile das Glied W_v hinzugefügt und entsprechend abgesetzt wurde. Dann ergibt der Ausdruck der letzten fünf Glieder

den Barwert der künftigen Kontributionsgewinne für den Anfang des $\nu + 1$ ten Versicherungsjahres, demnach $\mathcal{D}_{\nu+1}$, während der Ausdruck der ersten fünf Glieder den Wert der Kontributionsgewinne der ersten ν Jahre bezogen auf das Ende des ν ten Jahres darstellt. Wir wollen diesen mit ${}_{\nu}\mathcal{D}$ bezeichnen.

Wir erhalten demnach die Relation

$$(74) \quad \mathcal{D}_1 \frac{D'_x}{D'_{x+\nu}} = {}_{\nu}\mathcal{D} + \mathcal{D}_{\nu+1} = \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu}} \cdot n \mathcal{D}$$

und
$$\mathcal{D}_1 \cdot D'_x = n \mathcal{D} \cdot D'_{x+n}.$$

Aus
$$\mathcal{D}_{\nu} = W_{\nu-1} + (1 - \beta') \sum_{\nu}^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu-1}} - \gamma' \sum_{\nu}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu-1}}$$

und
$$- \sqrt{1 + i'} \sum_{\nu}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu-1}} - \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu-1}}$$

und
$$(1 - \beta') \bar{A}_{\nu} = [W_{\nu-1} + (1 - \beta') B^k - \gamma'] \frac{D'_{x+\nu-1}}{D'_{x+\nu}} - \sqrt{1 + i'} \frac{C'_{x+\nu-1}}{D'_{x+\nu}} - W_{\nu}$$

erhalten wir, wenn wir die erste Gleichung mit $\frac{D'_{x+\nu-1}}{D'_{x+\nu}}$ multiplizieren und hiervon die zweite abziehen,

$$\mathcal{D}_{\nu} \frac{D'_{x+\nu-1}}{D'_{x+\nu}} - (1 - \beta') \bar{A}_{\nu} = W_{\nu} + (1 - \beta') \sum_{\nu+1}^m B^k \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} - \gamma' \sum_{\nu+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}}$$

$$- \sqrt{1 + i'} \sum_{\nu+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} - \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu}}$$

oder

$$(75) \quad \mathcal{D}_{\nu} \frac{D'_{x+\nu-1}}{D'_{x+\nu}} - (1 - \beta') \bar{A}_{\nu} = \mathcal{D}_{\nu+1}$$

und ganz analog

$$(76) \quad {}_{\nu}\mathcal{D} \frac{D'_{x+\nu}}{D'_{x+\nu+1}} + (1 - \beta') \bar{A}_{\nu+1} = {}_{\nu+1}\mathcal{D}$$

als Rekursionsformeln für die Barwerte der Kontributionsgewinne.

In unseren bisherigen Entwicklungen sind wir von der Annahme ausgegangen, daß die Dividende \bar{A}_k zur Gänze aus der Differenz der Rechnungsgrundlagen herrührt, demnach ausschließlich auf die Kontributionsgewinne zurückzuführen ist. Wir haben jedoch durch Einführung der Prämien B^k , welche für jedes Versicherungsjahr verschieden sein können, den Ableitungen die volle Allgemeinheit gelassen. Nichts hindert nun, die Annahme zu machen, daß sich die Prämie B^k selbst schon aus einer festen Tarifprämie B und einer auf anderem Wege gewonnenen Dividende Δ_{k-1} in der Form $B - \Delta_{k-1}$ zusammensetzt. Denken wir uns etwa, es wären nach irgendeinem mechanischen Gewinnplan die Dividenden Δ_k vorgesehen, welche nach Grundlagen zweiter Ordnung vorausberechnet seien. Zur möglichsten Anpassung an die Tatsachen werde jedoch die Ausschüttung von Zusatzdividenden Δ_k herangezogen, welche nach dem Kontributionsplan erfolgen soll. Nur

diese können ja den gewünschten vollständigen Anschluß an die Tatsachen vermitteln, da die mechanischen Pläne diesfalls nicht restlos befriedigen können. Fassen wir die B^k in dem eben angegebenen Sinne auf, dann ändert sich an unseren bisherigen Entwicklungen gar nichts. Die W_ν bedeuten dann natürlich die vollständigen Deckungskapitale mit Rücksicht auf den zugrunde gelegten mechanischen Gewinnplan.

Man wird vielleicht die Künstlichkeit einer solchen Konstruktion fürs erste ungünstig beurteilen. Und doch wäre sie allein imstande, die Vorteile der mechanischen Pläne mit der Korrektheit des natürlichen Systems zu verbinden. Ein solcher Gewinnplan bietet immer die Möglichkeit einer genügenden Anpassungsfähigkeit, er besitzt aber auch den nicht zu unterschätzenden Vorteil, daß er für den Fall, als die verwendeten Grundlagen den Tatsachen genügend entsprechen, die Ausschüttung der Gewinne nach dem mechanischen System allein vorsieht, demnach die Zusatzdividende nach dem Kontributionssystem nur dann heranzieht, wenn diese irgendwie von Bedeutung werden sollte.

Dem gegenüber erscheint natürlich der reine Kontributionsplan, welcher die Ausschüttung der gesamten Überschüsse nach dem natürlichen Schlüssel erfaßt, weitaus durchsichtiger. Eine Schätzung der Dividenden kann hier unter Heranziehung von Grundlagen zweiter Ordnung geradesogut vorgenommen werden wie bei jedem anderen Gewinnplan. Aber diese Schätzungen haben hier eine viel untergeordnetere Bedeutung, weil sie für die Bemessung der Prämien nicht wesentlich sind. Man kann sich darauf beschränken, die Grundlagen erster Ordnung mit der nötigen Vorsicht zu wählen, demnach den Tarif unter Zugrundelegung ausreichender Prämien nach den Grundlagen erster Ordnung zu berechnen. Sind diese Grundlagen genügend sicher, dann ist es nicht weiter nötig, die Prämien mit Aufschlägen für Sicherheitszwecke zu belasten, eine rationelle Berechnung des Deckungskapitals natürlich vorausgesetzt. Die Deckungskapitale wären dann entsprechend als ausreichende Deckungskapitale nach Grundlagen erster Ordnung zu berechnen.

Es erhebt sich sonach noch die Frage, ob die Gleichheit dieser ausreichenden Deckungskapitale und der nach Grundlagen zweiter Ordnung berechneten vollständigen Deckungskapitale außerhalb des natürlichen Gewinnplanes verwirklicht werden kann, wenn wir hierbei von der im vollständigen Deckungskapital enthaltenen natürlichen Dividende des jeweiligen Rechnungsjahres absehen.

Wir wollen wieder die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung durch die Akzente kennzeichnen und haben für das vollständige Deckungskapital, berechnet nach diesen Grundlagen

$$W'_\nu (1 - q'_{x+\nu-1}) = [W'_{\nu-1} + (1 - \beta') B_\nu - \gamma'] (1 + i') - \sqrt{1 + i'} \cdot q'_{x+\nu-1}.$$

Hierbei sei beim vollständigen Deckungskapital irgendein Gewinnplan zugrunde gelegt. Wir verlangen jetzt, daß für jedes ν die Gleichung

$$W'_\nu = V'_\nu + (1 - \beta') A_\nu$$

erfüllt sei, wobei Δ_ν die aus dem ν ten Jahre stammende Kontributionsdividende bezeichnet, und die ausreichenden Deckungskapitale nach den Grundlagen erster Ordnung zu berechnen sind. Dann ist auch

$$(77) \quad V_\nu^a (1 - q'_{x+\nu-1}) + (1 - \beta') \Delta_\nu (1 - q'_{x+\nu-1}) \\ = [V_{\nu-1}^a + (1 - \beta') B_\nu - \gamma'] (1 + i') - \sqrt{1 + i'} q'_{x+\nu-1}.$$

Hierbei ist zu beachten, daß für den Beginn des $\nu + 1$ ten Jahres die aus dem ν ten Jahre stammende Kontributionsdividende zur Ausschüttung gelangt, demnach in die Formel (77) nicht mehr eingeht. Für das ausreichende Deckungskapital V_ν^a gilt jedoch auch die Formel

$$V_\nu^a (1 - q_{x+\nu-1}) = [V_{\nu-1}^a + (1 - \beta) P_\nu^a - \gamma] (1 + i) - \sqrt{1 + i} q_{x+\nu-1} \\ \text{und} \\ (78) \quad V_\nu^a (1 - q'_{x+\nu-1}) + (1 - \beta') \bar{\Delta}_\nu (1 - q'_{x+\nu-1}) \\ = [V_{\nu-1}^a + (1 - \beta') P_\nu^a - \gamma'] (1 + i') - \sqrt{1 + i'} q'_{x+\nu-1}.$$

Aus (77) und (78) ergibt sich dann

$$(79) \quad (1 - \beta') (1 - q'_{x+\nu-1}) (\Delta_\nu - \bar{\Delta}_\nu) = (1 - \beta') (B_\nu - P_\nu^a).$$

Nachdem $\bar{\Delta}_\nu$ die Kontributionsdividende des ν ten Versicherungsjahres bedeutet, wenn die Tarifprämie gleich ist der mit den Grundlagen erster Ordnung berechneten ausreichenden Prämie, so sieht man aus (79), daß unserer Forderung nur dann genügt wird, wenn die ganze aus der Tarifprämie fließende Dividende nach dem natürlichen System ausgeschüttet wird. Im besonderen wird der Forderung genügt, wenn die Tarifprämie B_ν gleich ist der ausreichenden Prämie, diese berechnet nach den Grundlagen erster Ordnung und die Gewinnausschüttung nach dem natürlichen Systeme erfolgt. Hieraus folgt aber, daß wir die Relation

$$W'_\nu = V_\nu^a + (1 - \beta') \bar{\Delta}_\nu$$

geradezu als definierend für jedes natürliche Dividendensystem ansehen dürfen.

Damit sind die für das natürliche Dividendensystem charakteristischen Entwicklungen im wesentlichen erschöpft.

Man hat gegen dieses System den Einwand erhoben, daß es nicht geeignet erscheint, der Praxis unmittelbar zu dienen, weil die Entwicklung der Kontributionsgewinne im Laufe der Versicherungsdauer die notwendige Stetigkeit vermissen lasse. Hinsichtlich der Gewinne aus der Sterblichkeit haben wir diesen Einwand schon als unerheblich bezeichnet. Im übrigen aber wird er kaum zu entkräften sein, wenn für eine rationelle Amortisation der Abschlußkosten am Deckungskapital nicht vorgesorgt ist, demnach immer dort, wo gesetzliche Schranken einer korrekten Deckungskapitalberechnung unter Heranziehung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage hinderlich sind. Aber ein Argument gegen den Plan selbst bietet der genannte Einwand nicht, weil unter dem Zwange solcher gesetzlicher Bestimmungen jeder Dividendenplan entsprechend zu modifizieren ist. Ist man nämlich

gezwungen, die Mittel für die Bestreitung der Abschlußkosten den Überschüssen der ersten Geschäftsjahre zu entnehmen, dann wird der Versicherer die Überschüsse eben nicht zur Ausschüttung bringen, sondern dem gedachten Amortisationszweck vorbehalten. Wie aber die Erfahrungen der amerikanischen Anstalten zeigen, ist sonst beim natürlichen System von der Unstetigkeit der Dividendenentwicklung während der Versicherungsdauer nichts zu befürchten, zumal wenn hinsichtlich des Zinsfußes entsprechend vorsichtige Annahmen gemacht werden, da gerade dieser Umstand zufolge der mit der Versicherungsdauer anwachsenden Deckungskapitalien eine stetig ansteigende Entwicklung der natürlichen Dividenden verbürgt.

§ 34. Zwei Beispiele für den natürlichen Dividendenplan.

Wir wollen nun den natürlichen Dividendenplan an Hand zweier aus der Praxis entnommenen Beispiele näher erläutern. Das erste betrifft den Plan der Lebensversicherungsgesellschaft a. G. zu Leipzig, welcher von Höckner in dem im Literaturnachweis angeführten Buche zur Darstellung gebracht worden ist. Der zweite Plan, welcher typisch für das Verfahren der amerikanischen Gesellschaften ist, entstammt der angeführten Arbeit von Weeks von 1906.

Höckner benutzt als Rechnungsgrundlage erster Ordnung die von ihm aus dem Materiale der eigenen Anstalt abgeleitete Tafel LM mit einem Rechnungszinsfuß von $3\frac{0}{100}$, als Rechnungsgrundlage zweiter Ordnung wird dieselbe Sterbetafel, ein Zinsfuß von $4\frac{0}{100}$, ein Satz von $22\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ der versicherten Summe als Erwerbskosten und ein Satz von $3\frac{1}{3}\frac{0}{100}$ der Jahresprämie für alle beitragspflichtigen Versicherungen und von $0.1\frac{0}{100}$ der versicherten Summe für alle beitragsfreien Versicherungen als laufender Kostensatz zugrunde gelegt.

Der Plan ist ein reiner Kontributionsplan, doch werden die Dividenden nach den Grundlagen zweiter Ordnung geschätzt und dieser vorausgeschätzte Teil der Dividenden als Grunddividenden bezeichnet. Zum Zwecke des besseren Anschlusses an die Tatsachen ist eine Zusatzdividende vorgesehen, welche ebenfalls nach den Prinzipien des Kontributionsplanes von fünf zu fünf Jahren zur Ausschüttung bestimmt ist. Wir folgen im folgenden der Bezeichnungsweise Höckners.

Wenn für l_{x+n} mit je einer Mark auf den Todesfall versicherten Personen am Ende des n ten Versicherungsjahres $l_{x+n} \cdot {}_nV_x$ als Deckungskapital zurückgestellt worden ist und diese l_{x+n} Personen am Anfang des $n+1$ ten Jahres an Nettoprämien insgesamt $l_{x+n} P_x$ entrichten, so besteht auf Grundlage der Rechnungsannahmen erster Ordnung, wenn $1+i$ den zugehörigen Zinsfaktor bezeichnet, zwischen dem angegebenen und dem nächstfolgenden Deckungskapital $l_{x+n+1} \cdot {}_{n+1}V_x$ folgende Gleichung:

$$(80) \quad l_{x+n} ({}_nV_x + P_x) (1+i) - (l_{x+n} - l_{x+n+1}) = l_{x+n+1} \cdot {}_{n+1}V_x.$$

Wenn aber in Wirklichkeit die l_{x+n} Personen nicht die Nettoprämie $l_{x+n} \cdot P_x$, sondern nach Abzug der laufenden Kosten den Betrag $l_{x+n}(P_x + \delta P_x)$ zur Vermehrung des vom Vorjahre übernommenen Deckungskapitales einzahlen, wenn sich ferner die daraus entstehende Prämienreserve $l_{x+n}({}_nV_x + P_x + \delta P_x)$ nicht mit dem Faktor $1 + i$, sondern mit dem Zinsfaktor $1 + i + \Delta i$ erhöht und wenn endlich nicht $l_{x+n} - l_{x+n+1}$, sondern nur $l_{x+n} - l_{x+n+1} - \Delta p_{x+n} \cdot l_{x+n}$ Personen im Laufe des Jahres sterben, dann ist die Prämienreserve

$l_{x+n}({}_nV_x + P_x + \delta P_x)(1 + i + \Delta i) - (l_{x+n} - l_{x+n+1} - \Delta p_{x+n} \cdot l_{x+n})$
 größer als das für die überlebenden $l_{x+n+1} + \Delta p_{x+n} \cdot l_{x+n}$ Versicherten erforderliche Deckungskapital

$$(l_{x+n+1} + \Delta p_{x+n} \cdot l_{x+n}) \cdot {}_{n+1}V_x,$$

und zwar beträgt unter Berücksichtigung von (80) der Überschuß

$$l_{x+n} \cdot (1 + i + \Delta i) \delta P_x + l_{x+n}({}_nV_x + P_x) \Delta i \\ + l_{x+n} \cdot \Delta p_{x+n} - l_{x+n} \cdot {}_{n+1}V_x \cdot \Delta p_{x+n},$$

oder es stellt sich bei gleichmäßiger Verteilung dieses Überschusses für jede der l_{x+n} am Anfange des $n + 1$ ten Jahres vorhandenen Personen die Dividende auf

$$(81) \quad \mathcal{D}_{n+1} = (1 + i + \Delta i) \delta P_x + ({}_nV_x + P_x) \Delta i + (1 - {}_{n+1}V_x) \cdot \Delta p_{x+n}.$$

Was die Formel (81) nach Maßgabe der festgesetzten Bruttoprämie und der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung ergibt, ist die Grunddividende. Man kann die Grunddividenden des $n + 1$ ten Jahres zerlegen in einen

$$\begin{array}{ll} \text{Prämienaufschlagsgewinn} & \dots \dots (1 + i + \Delta i) \delta P_x \\ \text{Zinsgewinn} & \dots \dots \dots ({}_nV_x + P_x) \Delta i \\ \text{Sterblichkeitsgewinn} & \dots \dots \dots (1 - {}_{n+1}V_x) \Delta p_{x+n}, \end{array}$$

deren gesonderte Angabe aber im allgemeinen nicht nötig ist und zuweilen sogar der weiteren Vereinfachung des Rechnungswesens hinderlich sein würde.

Die Formel für die Grunddividende setzt pünktliche Zahlung der Prämie am Fälligkeitstermine voraus und nimmt an, daß alle am Anfang des Jahres vorhandenen Versicherten bis zum Ende des Jahres im Bestande bleiben, mithin Todesfälle, Rückläufe usw. erst am Ende des Jahres eintreten. Beides trifft in praxi nicht zu, und da die durch Tod fällig werdenden Versicherungssummen sofort ausbezahlt werden, müßte an der Grunddividende ein entsprechender Abzug gemacht werden. Andererseits ist aber geplant, die Grunddividende nur den Überlebenden und am Vertrag festhaltenden Versicherten zu gewähren und Höckner nimmt an, daß der Fehlbetrag, der durch verspätete Prämienzahlung und verfrühte Auszahlung der Versicherungssummen entsteht, aufgewogen wird durch den Wegfall der Dividende bei den im Laufe des

Jahres ausscheidenden Versicherten. Eine etwa noch verbleibende Differenz würde durch die Zusatzdividende auszugleichen sein. Die durch die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung im voraus feststellbare Grunddividende soll im allgemeinen sofort nach ihrer Entstehung an die Versicherten ausbezahlt oder am nächsten Jahresbeitrage gekürzt werden.

Das Verhältnis der Rechnungsgrundlagen erster und zweiter Ordnung ist bei Höckner durch das Prinzip geregelt, daß das Unternehmen gegen vorzeitige Verausgabung seiner Hilfsmittel, ohne ihm doch die Verfügung über diese Hilfsmittel im Anfang unnötig zu entziehen, dadurch geschützt wird, wenn der Geschäftsplan so aufgestellt wird, daß nach den Lehren der jüngsten Vergangenheit relativ gleichbleibende Überschüsse zu erwarten sind. Die Regulierung dieser Überschüsse aber hat der Techniker durch Wahl passender Rechnungsgrundlagen erster Ordnung in der Hand. Allerdings war Höckner die volle Berücksichtigung der Erwerbskosten bei der Deckungskapitalberechnung durch Einführung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage in die Rechnungsgrundlagen erster Ordnung durch die gesetzlichen Vorschriften nicht gestattet. Hingegen stand die Einführung der Verwaltungskosten in die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung offen, wenn auch in diesem Falle die übermäßige Bindung von Betriebsmitteln im Deckungskapital durch verhältnismäßig hohe Prämien- oder Sicherheitszuschläge erkauft werden mußte.

Für das Folgende ist nun daran festzuhalten, daß zur Berechnung des Deckungskapitals und der Nettoprämien stets Rechnungsgrundlagen erster Ordnung Verwendung finden, während die Berechnung der Bruttoprämien und der Dividenden nach den Grundlagen zweiter Ordnung erfolgt. Aus der Formel für die Grunddividende ist zu erkennen, daß nur der Zinsgewinn aus dem Deckungskapital ${}_nV_x \cdot \Delta i$ und der Sterblichkeitsgewinn $(1 - {}_{n+1}V_x) \Delta p_{x+n}$ von Versicherungsjahr zu Versicherungsjahr wechseln, daß hingegen der Rest der Dividenden allgemein, nämlich so lange δP_x und P_x dieselben bleiben, unveränderlich ist. Es soll daher der Ausdruck

$$(1 + i + \Delta i) \delta P_x + P_x \Delta i$$

als Überschußkonstante bezeichnet werden. Wenn ferner \mathfrak{B}_x die Bruttoprämie und K_1 den Satz für die laufenden Verwaltungskosten bedeutet, so daß, abgesehen von den Erwerbskosten, für die Dauer der Prämienzahlung

$$\delta P_x = \mathfrak{B}_x (1 - K_1) - P_x$$

ist, dann gilt für die Überschußkonstante unter den obenerwähnten Voraussetzungen auch folgender Ausdruck:

$$(82) \quad (1 + i + \Delta i) \delta P_x + P_x \Delta i = (1 + i + \Delta i) (1 - K_1) \mathfrak{B}_x - (1 + i) P_x.$$

Für LM 3% als Rechnungsgrundlage erster Ordnung und LM 4%, $22\frac{1}{2}\%$, $3\frac{1}{3}\%$ bzw. 1% als Rechnungsgrundlage zweiter Ordnung ins-

besondere ist $(1 + i + \Delta i)(1 - K_1) = 1,005333\dots$ und $1 + i = 1,03$, ferner $\Delta i = 0,01$ und $\Delta p_{x+n} = 0$. Die im n ten Versicherungsjahre entstehende Grunddividende \mathcal{D}_n ist daher

$$\mathcal{D}_n = [1,00533 \mathfrak{P}_x - 1,03 P_x] + 0,01 \cdot {}_{n-1}V_x.$$

Für beitragsfreie Versicherungen hingegen beträgt die Grunddividende

$$\mathcal{D}_n = 0,01 ({}_{n-1}V_x - 0,001).$$

Man übersieht leicht, wie die Formeln Höckners unter den hier geltenden spezielleren Verhältnissen aus unseren allgemeinen Formeln hervorgehen. Die gegebenen Formeln würden also dann die Grunddividenden in allen Fällen darstellen, wenn die Erwerbskosten stets beim Deckungskapital verrechnet wären, wie dies in unseren allgemeinen Entwicklungen stets geschehen ist. Da aber über das Zeichen ${}_nV_x$ diesfalls nichts vorausgesetzt wird, so kann man sagen, daß die Formeln die Grunddividenden so ergeben, als ob die Erwerbskosten gar nicht vorhanden wären oder als ob diese aus anderweitigen Mitteln bereits gedeckt wurden. Die Ausgaben für die neuen Versicherungen werden sonach als Darlehen betrachtet, welches an die Gesellschaft zurückzuerstatten ist. Wegen der damals vorhandenen gesetzlichen Vorschriften blieb hier nichts anderes übrig, als die Erwerbskosten vermittels der Grunddividenden zu amortisieren. Man könnte nun hierbei entweder von einer irgendwie bestimmten Bruttoprämie ausgehen und die Anzahl der Grunddividenden suchen, welche auf Grund der Rechnungsannahmen erster Ordnung und der gewählten Bruttoprämie zur Amortisation der Erwerbskosten nötig sind, wenn die Grunddividenden zunächst gänzlich diesem Zwecke gewidmet werden. Man kann aber auch umgekehrt die Bruttoprämie so bestimmen, daß eine beliebige Anzahl, z. B. die ersten vier Grunddividenden zur Amortisation der Abschlußkosten hinreichen. Dies ist der von Höckner eingeschlagene Weg.

Hierzu kommt aber als weitere Regel, daß keine Versicherung in den Dividendengenuß treten soll, bevor nicht ihre planmäßigen Erwerbskosten aus den Grunddividenden gedeckt sind und sie überdies aus derselben Quelle einen bestimmten Betrag zum Sicherheitsfonds geliefert hat, welcher Betrag mit mindestens 1% der Versicherungssumme festgesetzt wird. Dem Sicherheitsfonds fließen überdies noch alle die Grunddividenden übersteigenden Überschüsse zu. Demnach müssen die Prämien so hoch sein, daß bis zum Ablauf des fünften Versicherungsjahres aus den Grunddividenden nicht nur die planmäßigen Erwerbskosten gedeckt, sondern noch mindestens 1% der Versicherungssumme als Sicherheitsfond angesammelt ist und die planmäßige Dividende des sechsten Versicherungsjahres bereitgestellt werden kann.

Für die Berechnung der Prämien verwendet Höckner ein System, nach welchem die Versicherungen entweder mit niedriger oder aber mit hoher Anfangsprämie abgeschlossen werden können. Im ersteren Falle

tritt im sechsten Versicherungsjahre eine Erhöhung der Prämie ein, doch soll diese Erhöhung durch die erste Dividende, welche im sechsten Jahre anfällt, mindestens aufgewogen werden. Im zweiten Falle verstärkt die tarifmäßige Prämienverminderung im sechsten Jahre und weiterhin die Wirkung der Dividende.

Bezeichnet also A_x den Nettowert irgendeiner Versicherung, dann gilt

$$A_x = {}_5|a_x \cdot {}_5|P_x + {}_5|a_x \cdot {}_5|P_x$$

oder auch

$$A_x = a_x \cdot {}_5|P_x - {}_5|a_x \cdot \Delta_x,$$

wenn mit Δ_x die positive oder negative Erhöhung der Prämie, die vom sechsten Versicherungsjahre eintreten soll, bezeichnet wird. Somit ist ganz allgemein

$${}_5|P_x = \frac{A_x + {}_5|a_x \cdot \Delta_x}{a_x}.$$

Man braucht nun in diesem Ausdruck für Δ_x nur eine Annäherung für die voraussichtliche erste Dividendenzahlung einzusetzen und das angestrebte Ziel ist erreicht. Höckner wählt als Näherung für Δ_x den nach den Grundlagen zweiter Ordnung berechneten Ausdruck

$$\Delta_x = (\mathcal{D}_5) = \frac{0,0225}{{}_4|a_x} + \frac{{}_6|a_x - {}_5|a_x}{{}_5|a_x} \cdot 0,01.$$

Die Näherung beruht auf der Erwägung, daß die Grunddividenden der ersten Versicherungsjahre dem Prämienaufschlag nahekommen und dieser wiederum in erster Linie dadurch bestimmt wird, daß aus den ersten vier Grunddividenden die Erwerbskosten getilgt werden müssen, wenn die fünfte Grunddividende im sechsten Jahre zur Auszahlung gelangen soll. Das zweite Glied in der Formel entspringt aus der Forderung, daß am Ende des fünften Jahres 1% der Versicherungssumme im Sicherheitsfonds vorhanden sein soll, daß aber andererseits auch nicht der Aufschlag ganz als Grunddividende erscheint, sondern teilweise zur Bestreitung der laufenden Verwaltungskosten Verwendung findet. Die Formel besitzt überdies die bemerkenswerte Eigenschaft, daß sie für alle Versicherungen mit niedriger Anfangsprämie von gleichem Beitrittsalter dieselbe Prämienabstufung liefert. Für die Beitrittsalter 30, 40, 50 ergab sich für die Prämienabstufung Δ_x 0,0077067, 0,0077040 und 0,0077005. Bei den Tarifen mit hoher Anfangsprämie wurde einheitlich für alle Beitrittsalter und Versicherungsarten die Prämienabstufung mit $-0,003$ angenommen, ein Wert, auf den praktische Erwägungen geführt haben.

Nachdem die Berechnung der Prämien und damit der Deckungskapitale festgelegt ist, soll die Berechnung der Bruttoprämien unter Erfüllung der folgenden fünf Forderungen erfolgen:

1. Die Abschlußkosten von $22\frac{1}{2}/_{100}$ der Versicherungssumme und die laufenden Kosten von $3\frac{1}{3}/_{100}$ jeder Jahresprämie;
2. die nach der Tafel *LM* zu erwartenden Sterbefälle sollen aus den ersten fünf Bruttoprämien bestritten werden.

Es sollen weiter

3. die Deckungskapitale zurückgestellt,
4. 1% der Versicherungssumme für den Sicherheitsfonds und
5. die im sechsten Versicherungsjahr planmäßig zur Verrechnung kommende Dividende erübrigt werden.

Sieht man zunächst von einer genauen Festsetzung der ersten Dividende ab, dann kann man den gestellten Forderungen in folgender Gleichung Ausdruck geben:

$$\begin{aligned}
 0,9666 \dots \mathfrak{P}_x (D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3}) &= 0,0225 D_x \\
 &+ (1 - d) (D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3}) \\
 &- (D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + D_{x+4}) + D_{x+4} \cdot {}_4V_x \\
 &+ D_{x+5} \cdot 0,01, \quad d = \frac{i}{1+i}.
 \end{aligned}$$

Die Bruttoprämien lassen sich demnach in der Form

$$\mathfrak{P}_x = m_x + n_x \cdot {}_4V_x$$

darstellen, wo m_x und n_x nur mit dem Eintrittsalter wechselnde, von der Versicherungsart aber völlig unabhängige Konstante sind. Ist dann \mathfrak{P}_x die nach Maßgabe der Grundlagen zweiter Ordnung berechnete Bruttoprämie

$$\mathfrak{P}_x = P_x + \Delta P_x,$$

bezeichnet daher ΔP_x den Prämienaufschlag zur Nettoprämie, und macht man wieder von der Festsetzung Gebrauch, daß zur Dividendenzahlung im sechsten Versicherungsjahr näherungsweise die ganze Grunddividende des fünften Versicherungsjahres Verwendung finden soll, dann hat man für diese Dividendenzahlung den Ausdruck

$$[({}_5P_x + \Delta P_x) 1,00533 \dots - {}_5P_x \cdot 1,03] + 0,01 \cdot {}_4V_x.$$

Die Richtigkeit und Bedeutung des angewendeten Verfahrens wird dann noch an einigen Beispielen belegt.

Wir wollen den Anlaß der Besprechung des Höcknerschen Dividendenplanes auch zur Gelegenheit nehmen, einiges über das Verhältnis des alten und neuen Versicherungsbestandes zu sagen, ein Umstand, der ja stets von Bedeutung ist, wenn sich der Versicherer gezwungen sieht, zu einer Reform seines Rechnungswesens zu schreiten. Man könnte hier leicht versucht sein, durch eine vollständig getrennt verlaufende Buchung aller Einnahmen und Ausgaben dem alten und neuen Versicherungsbestande Gerechtigkeit widerfahren zu lassen. Aber ein solcher Vorgang wäre praktisch kaum durchführbar und würde dem Bestreben, den ganzen Betrieb auf einer möglichst breiten Basis zu führen, zuwiderlaufen.

Höckner betont daher mit Recht, daß ein allgemeiner Ausgleich der Schwankungen und Zufälligkeiten des Geschäftsbetriebes buchhalterisch nur durch ein scheinbar willkürliches Hin- und Herschieben von

Vermögensteilen zu erreichen wäre und daher hier wiederum nur die Versicherungstechnik im Vereine mit einer stets wachsenden Statistik durch Erforschung aller maßgebenden Mittelwerte berufen sein wird, Ordnung zu schaffen. Indem sie die im Geschäftsbetrieb wirksamen Faktoren, vor allem die Sterblichkeit, die Verzinsung und die Verwaltungskosten zu erfassen sucht, und die Wirkungen dieser Faktoren bis in alle Einzelfälle verfolgt, indem sie diese Faktoren nach ihrem Mittelwerte erfaßt und wieder individuell anwendet, vereinigt sie alle Versicherten durch das Prinzip der großen Zahl und gibt dennoch einem jeden das Seine. Als Richtschnur für diese versicherungstechnische Trennung hätte zu gelten, daß sie bei normalem Geschäftsverlauf dasselbe Resultat zeitigen muß wie die buchhalterische Trennung.

Rücksichtlich der buchhalterischen Trennung der Prämieinnahme und der Fälligkeiten könnte wohl ein Zweifel nicht aufkommen. Viel schwieriger wäre es, eine solche Trennung für die Zinseneinnahme durchzuführen, weil die Berechnung der anteiligen Zinsen offenbar erst nach korrekter Buchung sämtlicher übrigen Einnahmen und Ausgaben erfolgen kann. Daß die gesamten Erwerbskosten des Neugeschäftes nur dem neuen Versicherungsstock anzulasten sind, dürfte jedoch heute weder nach buchhalterischen noch nach versicherungstechnischen Prinzipien angezweifelt werden können.

Mit Rücksicht auf den Umstand, daß der Jahresüberschuß im wesentlichen aus Sterblichkeitsgewinn, Zinsgewinn und Prämienaufschlagsgewinn besteht, diese Gewinne jedoch verhältnismäßig leicht und sicher im einzelnen erfaßt werden können, werden diese Gewinne nach dem Vorschlage Höckners für alte und neue Versicherungen gemeinsam berechnet und dann einzeln mit Hilfe der statistischen Mittelwerte auf die alten und neuen Versicherungen aufzuteilen sein.

Das Verfahren für die Trennung des Sterblichkeitsgewinnes für die alten und neuen Versicherungen ist im übrigen ein summarisches. Zunächst wird aus dem erhaltenen Sterblichkeitsgewinn dem alten Bestande jener Anteil zugewiesen, welcher ihm auf Grund der für diesen Bestand verwendeten strengeren Tafel vorweg zukommt. In dem verbleibenden Rest hat man dann ein durch die Mindersterblichkeit gegenüber der neuen Tafel *LM* erzielt Resultat vor sich, welcher Betrag dann auf Grund der von Höckner für die einzelnen Zugangsperioden ermittelten Sterblichkeit nach den bezüglichen entfallenden Prozentsätzen dem alten und neuen Bestande zugewiesen wird.

Der Prämienaufschlagsgewinn wird ermittelt, indem man die für das Rechnungsjahr verfügbaren Prämienaufschläge um die verausgabten Verwaltungskosten vermindert, soweit letztere nicht schon durch besondere Einnahmen gedeckt sind. Die nach den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung verfügbaren Beträge für Verwaltungskosten werden für den alten und neuen Bestand getrennt ermittelt. Haben die tat-

sächlichen Verwaltungskosten die Summe dieser Beträge nicht erreicht oder überschritten, dann wird die Differenz nach Verhältnis der erwähnten rechnungsmäßigen Verwaltungskostenbeiträge beider Abteilungen verteilt. Hierauf werden die gesamten Verwaltungskostenanteile der alten und neuen Versicherungen von den Prämienaufschlägen abgezogen, nachdem zuvor die durch besondere Rechnung zu amortisierenden Erwerbskosten der neuen Versicherungen vom Verwaltungskostenanteil der letzteren abgesetzt waren.

Zwecks Aufteilung des Zinsgewinnes werden die vorhandenen Fonds geteilt in

a) solche Fonds, die mit dem jeweiligen Durchschnittszinsfuß oder mit einem längere Zeit festen, nur wenig unter dem Durchschnittszinsfuß liegenden oder über ihn hinausgehenden Satze zu verzinsen sind;

b) die nach dem Rechnungszinsfuß mit 3% p. a. zu verzinsenden Bestände, insbesondere die Deckungskapitalien und die Nettoprämien;

c) die überschüssigen Reserven, die zu verzinsen, die Gesellschaft überhaupt nicht verpflichtet ist.

Aus dem Zinsgewinn wird dann jener Betrag herausgenommen, der zur Verzinsung der unter c) genannten Deckungsmittel gleichfalls mit 3% nötig ist. Der verbleibende Rest ist sodann, um die 4proz. Zinsen der noch zu amortisierenden Erwerbskosten des neuen Bestandes zu erhöhen und proportional den rechnungsmäßigen Zinsen auf beide Verbände zu verteilen. Vom Anteil der neuen Versicherungen sind die erwähnten 4proz. Zinsen der noch nicht gedeckten Erwerbskosten schließlich wieder abzusetzen.

Die Aufteilung des Gewinnes aus sonstigen Quellen erfolgt im übrigen auf beide Verbände nach dem Verhältnis der Versicherungssumme. Stets wird jedoch bei der Aufteilung des Gewinnes an die beiden Verbände an dem Prinzip der Gleichheit von Leistung und Gegenleistung festzuhalten sein und der Überschuß nach dem Verhältnis dessen zu verteilen sein, was ihm nach den maßgebenden statistischen Mittelwerten aus den alten und neuen Versicherungen rechnerisch zufließen mußte.

Wie schon früher erwähnt, werden Ersparnisse an Verwaltungskosten, die Sterblichkeitsgewinne, die Zinsgewinne und alle anderen bei der Berechnung der Grunddividenden nicht berücksichtigten Überschüsse, nicht zuletzt der Gewinn aus dem Storno dem Sicherheitsfonds zugewiesen. Aus diesem Fonds sollen die Zusatzdividenden gezahlt werden, deren erste nach zehn Jahren und dann weiter am Ende jedes Jahrfünftes fällig werden soll. Hierbei soll jedoch ein Betrag von $1\frac{1}{2}\%$ der Summe im Fonds verbleiben. Die Schlußdividende enthält dann den gesamten Anteil der Versicherung am überrechnungsmäßigen Betriebsfonds einschließlich des rechnungsmäßigen Grundstockes und der Grunddividende des letzten Versicherungsjahres. Ist der Anteil

der Versicherten an diesem Fonds noch negativ, dann werden, um auch für diese Versicherungen eine korrekte Zuweisung nicht vorausgesehener Gewinne zu ermöglichen, die zur Tilgung der Erwerbskosten und Bildung der Sicherheitsreserve abgezweigten Grunddividenden die Stelle eines positiven Anteiles an dem Fonds vertreten. Denn solche Gewinne müssen offenbar auch jenen Versicherungen zugute kommen, welche noch nicht fünf Jahre dem Verbands der Versicherten angehören.

Wir dürfen zusammenfassend sagen, daß der Plan Höckners einen reinen Kontributionsplan darstellt, wenn auch die endgültige Regulierung der Betriebsüberschüsse in Form der Dividenden an die Versicherten zunächst nur in dem durch die Grundlagen zweiter Ordnung vorgesehenen Ausmaße durch die Grunddividenden erfolgt, während die Verrechnung des Restes der Bemessung durch die Zusatzdividenden vorbehalten bleibt, für welche allerdings ein mehr summarisches Verfahren vorgesehen ist. Wir bemerken, daß auch bei diesem Plane der Sterblichkeitsgewinn in die Grunddividenden nicht eingeht und die Verrechnung des Gewinnes aus dem Storno den Zusatzdividenden vorbehalten wird. Dies hat seine guten Gründe in dem Umstande, daß bei angemessenen Grundlagen zweiter Ordnung dem Gewinne aus der Sterblichkeit jene Stetigkeit mangeln wird, welche ihn als Element der rechnungsmäßigen Dividende geeignet erscheinen ließe. Die Berücksichtigung des Gewinnes aus dem Storno aber unterliegt eben den bereits an früherer Stelle aufgeführten Bedenken.

Für die Berechnung der Bruttoprämie war die vorgeschriebene Amortisationsdauer der Abschlußkosten und die Bildung der Sicherheitsreserve von einschneidender Bedeutung. Hier handelt es sich natürlich nur um eine allgemeine Rechenvorschrift, wobei aber die Höhe der Prämie und Dividende durchaus nicht außer acht gelassen werden darf, wenn sich der Tarif in der Praxis auch bewähren soll. Hier wird also dem oft genannten Takt des Versicherungstechnikers wieder die Entscheidung zu überlassen sein. Bei Einführung der dritten Rechnungsgrundlage in die Rechnungsannahmen erster Ordnung und Aufstellung entsprechender rationeller Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung wäre zumindest die verlangte Amortisationsdauer der Erwerbskosten nicht mehr von Einfluß auf die Höhe der Bruttoprämie gewesen.

Wir haben geglaubt, eine eingehendere Darstellung der Verhältnisse bei Besprechung des Höcknerschen Planes geben zu sollen, weil ähnliche Fragen stets wieder, wenn auch nach den speziellen Verhältnissen in immer anderer Gestalt und relativer Bedeutung in der Praxis wiederkehren. Neben der überaus klaren Art, in der die vorgelegte Aufgabe von Höckner bewältigt wurde, besteht sein Verdienst im besonderen darin, daß er auf die Notwendigkeit der Kontributionsdividende nachdrücklichst verwiesen und die Bedeutung des natürlichen Gewinnplanes

auch unter den vorwaltenden gesetzlichen Schranken theoretisch und praktisch dargetan hat.

Gegenüber unseren allgemeinen Darstellungen wird man prinzipielle Differenzen in dem gegebenen Beispiele eines natürlichen Planes nicht finden, wenngleich natürlich gar manches im Hinblick auf die Anwendung in der Praxis vereinfacht erscheint. Solche Maßnahmen sind immer nur durch die speziellen Verhältnisse zu begründen, denen die allgemeine Theorie zu dienen hat. Wir werden dies noch deutlicher an dem Kontributionsplane der Amerikaner sehen, dessen Darstellung wir uns nun zuwenden.

Der Kontributionsplan ist zum ersten Male entwickelt in dem im Literaturnachweis angeführten Artikel von Sheppard Homans von 1863. Hier ist bemerkt:

From the foregoing equations it appears that the contributions, or overpayments of policies during a bonus period, may in general be found thus: Credit each policy-holder, first, with the amount actually reserved at the last preceding distribution of surplus as the then present value or reinsurance of the policy; and second with the effective (or full) premiums paid since that time, both sums being accumulated at the actual current rate of interest to the date of the present distribution; and charge him, first, with the actual cost of the risk to which the company has been exposed during the interval, determined by means of a table representing the rates of mortality and interest actually experienced; and second, with the amount now reserved as the present value of the policy. The difference between the sum of his credits and sum of his debits determines the overpayment or contribution from the policy proper.

Die Idee geht, wie Sheppard Homans bemerkt, auf D. P. Fackler zurück. Der Plan wurde zum ersten Male von der Mutual im Jahre 1863 in die Praxis eingeführt. Wir bringen diesen Kontributionsplan an Hand einer Arbeit von Rufus W. Weeks aus dem Jahre 1906 zur Darstellung.

Die Voraussetzungen sind, daß die Gesellschaft die Deckungskapitale nach der Nettomethode zurückstellt und daß demnach der jährliche Überschuß durch folgende fünf Momente bestimmt werde:

a) Die Erwerbskosten übersteigen den Zuschlag der Prämie und verursachen ein Defizit für den Beginn der Versicherung;

b) die laufenden Verwaltungskosten sind kleiner als der Prämienzuschlag und verursachen einen Überschuß;

c) die Verzinsung übersteigt die zugrunde gelegte Zinsrate und verursacht einen Überschuß;

d) die Sterblichkeit ist kleiner als die in den verwendeten Tafeln zugrunde gelegte und verursacht einen Überschuß;

e) die gewährten Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung sind kleiner als die Policenreserve und verursachen einen Überschuß.

Wenn man diese fünf Momente in der Kontributionsformel berücksichtigt, so findet man, daß nur die unter b) und c) aufgeführten

solche sind, welche regelmäßig jährlich wiederkehren, wobei b) annähernd konstant bleibt, während c) langsam Jahr für Jahr ansteigt. Die anderen drei Gewinn- bzw. Verlustquellen sind von diesen beiden völlig verschieden. Indem a) nur fürs erste Jahr in Betracht kommt, während d) und e) unter normalen Verhältnissen einen mit dem Bestande der Versicherung rapid abnehmenden Überschuß erzeugen. Hiernach bieten sich nur die Elemente b) und c) als brauchbar und natürlich für die Berücksichtigung in der Kontributionsformel, während die Einführung der übrigen eine Reihe von Annahmen bedingen würde, insbesondere, wenn darnach gestrebt wird, einen Jahr für Jahr steigenden Gewinn hervorzubringen.

Wir sehen gleich hier, daß bei Weeks die ganzen Erwägungen gleich zu Beginn viel mehr auf die praktische Brauchbarkeit des Instrumentes unter Berücksichtigung der lokalen Verhältnisse, als auf den theoretisch befriedigenden Aufbau abgestellt sind, wie aus dem unmittelbar folgenden noch deutlicher hervorgeht.

Wenn wir den Elementen a), c), d) unsere Aufmerksamkeit zuwenden, so finden wir, daß das eine, die Erwerbskosten der Ausgabeseite, die beiden anderen, der Gewinn aus der Sterblichkeit und aus dem Zins der Einnahmeseite des Gewinn- und des Verlustkontos angehören.

Die grundlegende Annahme für den ganzen Gewinnplan ist nun die, daß im einzelnen, bezogen auf den Anfang der Versicherung, diese drei Posten gegeneinandergehalten sich aufheben. Diese Annahme wird an Hand des Schemas der Gesellschaftsrechnung unter den folgenden Voraussetzungen als richtig erwiesen.

Die Abschlußkosten sollen das Maximum dessen betragen, was nach dem für New York geltenden Gesetze zulässig erscheint. Die Abschlußkosten werden daher gleichgesetzt dem totalen Prämienzuschlag einer Jahresprämie, berechnet nach der amerikanischen Tafel mit $3\frac{1}{2}\%$ Zins plus dem unter Verwendung der Select and Ultimate-Methode zu erwartenden Sterblichkeitsgewinn der ersten fünf Versicherungsjahre. Diese Annahme entspricht beispielsweise für Beitrittsalter 40 einem Satze der Erwerbskosten von $2,120\%$ der Summe. Die zugrunde gelegte Tarifprämie beträgt hierbei für reines Ableben $33,00\%$. Als Satz für die laufenden Kosten gilt 10% der Tarifprämie, als erzielter Zinsfuß 4% . Die tatsächliche Sterblichkeit wird nach der „Compound Progressiv“-Tafel, welche die Erfahrungen der New York Life Insurance Company beinhaltet, gemessen. Als Stornosätze gelten für die ersten fünf Jahre 15 , $2\frac{1}{2}$, 6 , 4 und $3\frac{1}{2}\%$. Als Nettobasis dient die amerikanische Tafel mit einem Zinsfuß von 3% und als Rückkaufswerte am Ende des dritten, vierten und fünften Versicherungsjahres 80 , 81 und 82% der darnach gerechneten Nettoreserven.

Im ersten Versicherungsjahre werden zur Deckung der Erwerbskosten alle Gewinnquellen herangezogen, in den Folgejahren jedoch

werden der Gewinn aus dem Zuschlag und der Zinsgewinn für die Dividende vorbehalten. Es zeigt sich dann in der Tat, daß das aus den Erwerbskosten entstehende Defizit am Ende des sechsten Versicherungsjahres zur Gänze gedeckt erscheint. Mit Rücksicht auf die erwähnten gesetzlichen Bestimmungen rücksichtlich der Abschlußkosten, welche nur in dem zulässigen Höchstausmaß berücksichtigt wurden, können wir auch sagen, daß das angestrebte Gleichgewicht zwischen Erwerbskosten, Sterblichkeits- und Stornogewinn dann erreicht wird, wenn der auf den Beginn der Versicherung bezogene Stornogewinn 10% der Prämie ausmacht.

Man ersieht nun die große Vereinfachung, welche unter den gemachten Annahmen die Kontributionsformel für die jährlichen Dividenden erfährt. Unter der Annahme, daß der Sterblichkeits- und Stornogewinn der ersten fünf Jahre in der genannten Art zur Deckung der Erwerbskosten herangezogen wird und daß die Überschüsse aus diesen beiden Quellen in den weiteren Versicherungsjahren einem besonderen Gewinnfonds zugewiesen werden, reduziert sich die Kontributionsformel auf die Berücksichtigung der zwei für den Zweck der Dividendenverteilung ohnehin wichtigsten Elemente, nämlich auf die Berücksichtigung der Überschüsse aus dem Prämienaufschlag und dem Zins. Da die Überschüsse des ersten Versicherungsjahres zur Gänze verbraucht sind, folgt weiter, daß die erste Dividende für den Beginn des dritten Versicherungsjahres bereitgestellt werden kann.

Bezeichnet demnach A die Dividende, II die Tarifprämie, e'' die auf Grund der Ergebnisse des Geschäftsjahres abgeleitete Rate der laufenden Verwaltungskosten, i' die erzielte Zinsrate, sämtlich berechnet für Versicherungen auf reines Ableben, dann ergibt sich nach der vereinfachten Kontributionsformel

$$(83) \quad A = (1 + i') [(II - P) - e'' \cdot II] + (i' - i) \cdot \frac{V_1 + P + V_2}{2}.$$

Um die Formel auch für andere Versicherungsarten geeignet zu machen, wird die Annahme gemacht, daß bei Ablebensversicherungen mit kurzer Prämienzahlung und bei gemischten Versicherungen der die Prämie für reines Ableben übersteigende Teil zur Deckung der laufenden Verwaltungskosten mit der Hälfte heranzuziehen sei, eine Annahme, deren Richtigkeit natürlich nur auf Grund der Konstruktion dieser Tarifprämien zu begründen wäre. Bezeichnet dann II die Tarifprämie, II' die entsprechende Tarifprämie für die Versicherung auf reines Ableben, m das Beitrittsjahr, $n - 1$ das Bilanzjahr, dann ist die Formel für die Dividende

$$(84) \quad \begin{cases} {}_m A_n = (1 + i'_{n-1}) \left[(II - P) - e''_{n-1} \cdot \frac{II + II'}{2} \right] \\ \quad + (i'_{n-1} - i) \frac{V_{n-m-1} + P + V_{n-m}}{2}. \end{cases}$$

Die Hauptformel für die Verteilung des Überschusses besteht sonach aus zwei Bestandteilen, deren erster den Gewinn aus dem Zuschlag und deren zweiter den Gewinn aus dem Zins darstellt. Die Berechnung von Tafeln für die Gewinnberechnung im einzelnen ist sehr einfach zu bewerkstelligen. Ein großer Teil derselben kann im voraus gerechnet werden und unmittelbar nach Abschluß der Bilanz können die beiden Sätze e'' und i' mit leichter Mühe erhalten und sodann die vollständigen Tafeln der einzelnen Dividendensätze fertiggestellt werden. Wenn die Prämienreserve nach Gruppen gerechnet wird, dann kann das Gesamterfordernis an Dividende auf Grund von bestimmten Berechnungsraten stets leicht mit genügender Genauigkeit angegeben werden, ein Umstand, der deshalb ins Gewicht fällt, weil der Versicherer mannigfache Gründe haben kann, nicht den ganzen Betriebsüberschuß unmittelbar der Dividende zuzuführen. Diese Gründe liegen hier auch in dem Umstande, daß die vorausgesetzte Amortisation der Erwerbskosten durch den Sterblichkeits- und Stornogewinn von der Gestaltung dieser letzteren abhängt, und daß es daher nur billig erscheinen muß, wenn die neuen Versicherungen durch Bildung eigener Fonds zur Verminderung des temporären Defizites, welches durch die Kosten der Neuanwerbungen entsteht, beitragen. Im übrigen wird es aber, wie immer beim natürlichen Dividendenplan, notwendig sein, einige Zurückhaltung bei der Ausschüttung der Dividenden zu beobachten, weil ein beständiges Schwanken der Dividende auch bei sonst ansteigender Tendenz, wie es bei engstem Anschluß an die Geschäftsergebnisse vorkommen kann, vermieden werden muß.

Für die genauere Berechnung der in Betracht kommenden Kostensätze und der Zinsrate aus den Ergebnissen der Jahresgebarung müssen wir auf die genannte Arbeit verweisen. Dort sind auch ziffernmäßige Rechnungen für die drei in Betracht kommenden Versicherungskombinationen zu entnehmen, aus welchen wir, natürlich unter Rücksicht auf die dort verwendeten Rechnungsgrundlagen und Tarifprämien, ersehen, daß die Dividendensätze im Verhältnis der Tarifprämien für die Versicherungen auf reines Ableben, Ableben mit kurzer Prämienzahlung und Ab- und Erleben sehr nahe gleich erscheinen und mit der Versicherungsdauer gleichmäßig ansteigen. Überdies erscheinen die Sätze vom Beitrittsalter ziemlich unabhängig. Unter den gemachten Voraussetzungen erscheint dieser Umstand auch nicht verwunderlich, zumal wenn man bedenkt, daß die Prämienreserve vom Alter nicht erheblich beeinflußt wird. Wir sehen darin einen sehr bemerkenswerten Grund zur Rechtfertigung der mechanischen Gewinnpläne, welche die Dividende nach einem passend gewählten steigenden Satz der Jahresprämie oder nach einem gleichbleibenden Satz der Summe der eingezahlten Prämien verrechnen. Allerdings dürfen wir hierbei die relativ engen Annahmen, auf welchen dieser Kontributionsplan aufgebaut ist, niemals außer acht lassen.

Zusammenfassend dürfen wir sagen, daß der eben besprochene Gewinnplan die weiten Möglichkeiten des natürlichen Systems teils durch die Anpassung an bestehende gesetzliche Vorschriften, teils durch die radikale Vereinfachung des Rechenapparates aufgibt. Aber die leichte Handhabung in der Praxis ist ein nicht genug zu schätzender Vorteil und auch sonst hat sich der Plan durch eine lange Reihe von Jahren außerordentlich bewährt. Berücksichtigt man den Umstand, daß die in Betracht kommenden zwei Sätze der Verwaltungskosten und des Zinses nur innerhalb geringer Grenzen variieren, wenn eine vorsichtige Geschäftspolitik regulierend hinzutritt, so kann man sagen, daß hier eine Belastung des technischen Bureaus am Jahreschlusse durch die Dividendenberechnung kaum in nennenswerter Weise eintreten kann. Denn die Berechnung der Dividenden für verschiedene voraussichtlich in Betracht kommende Sätze kann ein für allemal im voraus bewerkstelligt werden und es erscheint hierbei durchaus nicht nötig, allzusehr ins einzelne zu gehen. Man wird vielmehr die Rechnungen nur für eine genügende Zahl typischer Relationen durchführen und im übrigen im weitesten Maße von der Interpolation der Zwischenwerte Gebrauch machen. Aber auch für die Berechnung der typischen Relationen unter Zugrundelegung verschiedener Sätze gilt das eben Gesagte, weil die Änderung der Dividende mit der Änderung der Sätze in weitem Umfange überblickt werden kann.

Wir brauchen nicht besonders hervorzuheben, daß die Verteilung des besonderen Gewinnfonds, von dem im Vorhergehenden die Rede war, nach einem summarischen Verfahren erfolgt. In der Regel wird alle fünf Jahre ein entsprechender Betrag aus diesem Fonds im Verhältnis der Versicherungssumme zur Auszahlung gebracht.

Der amerikanische Kontributionsplan erstrebt in keiner Weise eine Abschätzung der Dividende vermittels Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung, wie wir dies beim Plane Höckners gesehen haben. Nur bei der Abschätzung der Amortisationskosten für Abschlußspesen werden ähnliche Überlegungen herangezogen. Wie dort, so wird auch hier die endgültige Regulierung der Geschäftsüberschüsse der Bildung besonderer Fonds vorbehalten, aus welchen die Superdividenden zur Ausschüttung gelangen, die übrigens recht namhaft werden können. Auch hier fällt die letzte Dividende mit der Versicherungssumme, wie dies in der Natur der Sache begründet liegt.

Es verdient noch bemerkt zu werden, daß es dem Versicherten stets frei steht, die Dividende in Barem zu beziehen bzw. innerhalb der Prämienzahlungsdauer von der Prämie in Abzug bringen zu lassen oder aber die Dividende als „Summenzuwachs“ zur Erhöhung der Versicherungssumme zu verwenden. Der jeweilige Summenzuwachs wird dann einfach so berechnet, daß die Bardividende dividiert durch die entsprechende Einmalprämie die Erhöhung der Summe ergibt. Hierbei

kann die reine Nettoprämie oder diese mit einem entsprechenden Aufschlag für Verwaltungskosten Verwendung finden. Die Gepflogenheiten gehen hier sehr auseinander und hängen in erster Linie mit den sonstigen bei der Tarifierung beobachteten Grundsätzen zusammen, im besonderen aber wieder damit, ob von dem Summenzuwachs selbst wieder Dividende gewährt wird oder nicht.

In England ist der Bezug der Dividende in Form von Summenzuwachs (reversionary bonus) die bei weitem vorherrschende Art der Dividendengewährung. Der Kontributionsplan ist hier in zwei Formen eingeführt. Die erste, bekannt unter dem Namen der Methode von Sprague (the equity and law plan), teilt den Überschuß nach dem Zinsgewinn und dem Rest. Der erste Teil wird nach der Reserve, der zweite nach der Prämie verteilt. Die zweite Form, bekannt unter dem Namen der Methode von Browne (the Guardian method) teilt den Überschuß in drei Teile, von denen der erste aus dem Zuschlag, der zweite aus den Zinsen und der dritte aus der Sterblichkeit stammt. Der dritte Teil wird in passender Proportion auf die beiden ersten aufgeteilt und dann in Relation zur Prämie bzw. zur Reserve den Versicherten zugewendet.

Wir müßten noch einer Form der Gewinnverteilung gedenken, bei welcher die angefallenen Dividenden zurückbehalten und in bestimmten Zeitabschnitten, am häufigsten von fünf zu fünf Jahren, an die Überlebenden verteilt werden, eine Gepflogenheit, welche auf die alte Tontinenform zurückgeht, die früher bei der Zuteilung der Gewinne eine große Rolle gespielt hat. Heute erscheinen solche durch wirtschaftliche Bedürfnisse der Versicherten gerade so wenig wie durch Erfordernisse des Betriebes zu rechtfertigenden Spielereien kaum noch erwähnenswert, zumal sie auch technisch kein Interesse bieten.

§ 35. Der mechanische Dividendenplan.

Die mechanischen Gewinnpläne sind im Gegensatz zum natürlichen Gewinnplan unter allen Umständen an die Wahl geeigneter Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung gebunden, da nur unter Heranziehung dieses Hilfsmittels eine Berechnung und dauernde Kontrolle der zu gewährenden Dividendensätze möglich erscheint. Der natürliche Plan kann diese Grundlagen entbehren, wenn auf eine Schätzung der voraussichtlichen Höhe der Dividenden kein Wert gelegt wird. Der mechanische Plan hingegen, welcher die Bemessung der Dividende nach irgendeinem Schlüssel im Verhältnis der Prämie, der Summe der eingezahlten Prämien, der Deckungskapitale usw. vorsieht, steht und fällt mit dem Nachweis der Berechtigung dieses Schlüssels. Denn nur durch Heranziehung von Grundlagen, welche der Wahrheit möglichst nahekommen, ist zu erweisen, daß auch dieser Plan gegen die Prinzipien einer geordneten Geschäftsführung nicht verstößt und im Rahmen gewisser Grenzen brauchbar bleibt. Um es kurz auszudrücken, wird man wohl behaupten dürfen,

daß jedem mechanischen Gewinnplan nur insoweit ein Wert zugestanden werden kann, als er eine Näherung an das natürliche Gewinnssystem darstellt. Je besser diese Näherung ist, um so weiter wird sich der mechanische Plan von dem Zwecke seiner Einführung, der Vereinfachung des Rechnungswesens, entfernen müssen, um so komplizierter wird er werden, um so besser und länger wird er aber auch seine Funktion erfüllen können.

Man wird vor allem verlangen müssen, daß das Prinzip der Gerechtigkeit gegen die Versicherten und der Sicherheit der Betriebsführung nicht durchbrochen wird, wenn der verwendete Schlüssel abgeändert werden muß und man gezwungen wird, den Dividendensatz zu ändern. Über die Unverantwortlichkeit des primitiven Verfahrens, je nach dem günstigen oder ungünstigen Geschäftsverlauf den Dividendensatz zu ändern, ist ja wohl nicht viel zu sagen. Die Unsinnigkeit des Verfahrens liegt offen zutage. Man erkennt doch leicht, daß z. B. eine Änderung der Regieverhältnisse, also etwa eine Erhöhung der Kosten der laufenden Verwaltung, ohne allzu große Ungerechtigkeit gegen die Versicherten bei einem Gewinnplan, der die Dividende im Verhältnis der Prämie gewährt, durch eine einheitliche Kürzung des Dividendensatzes ausgeglichen werden kann. Kann aber bei einem solchen Plane diese Kürzung der Dividende einer Verminderung des relativen Ertragnisses der Kapitalsanlagen gerecht werden, ohne die alten Versicherungen gegenüber den neuen zu bevorzugen? Hier würde allerdings eine andere Anstalt mit einer solchen einheitlichen Kürzung das Richtige treffen, wenn die Dividende im Verhältnis des Deckungskapitales gewährt würde. Mehr Anpassungsfähigkeit ließe sich schon erreichen, wenn beide Verfahren geeignet miteinander kombiniert würden. Man muß sich also stets vor Augen halten, daß die Verteilung des Gewinnes nach mechanischen Methoden sehr wohl durch längere Zeit brauchbar sein kann, wenn die Verhältnisse stabil bleiben oder aber ihre Änderung gerade in der Richtung liegt, auf welche der Plan vor vornherein abgestellt war. Aber je einfacher und je mehr der Plan auf die Änderung eines Rechnungselementes einseitig aufgebaut war, um so leichter wird er bei einer Änderung der Rechnungselemente, deren Veränderlichkeit er sich nicht anzupassen vermag, aus den Angeln gehoben. Wir haben schon darauf hingewiesen, daß die Rechnungselemente Sterblichkeit, Zinsfuß, Verwaltungskosten und vorzeitiger Abgang zwar keine Größen sind, welche als voneinander unabhängig aufgefaßt werden dürfen. Wer sollte einem deutschen Versicherungsfachmanne unter den Auswirkungen des Krieges dies erst umständlich auseinandersetzen müssen? Aber damit ist natürlich noch nicht gesagt, daß sich eine so komplexe Größe wie der Geschäftsüberschuß einer Lebensversicherungsgesellschaft gewissermaßen von einem einzigen Ventil aus regulieren ließe, weil eben die Einnahmen aus Quellen stammen, deren Ergiebigkeit zwar sicher im Zwange

der allgemeinen wirtschaftlichen Erscheinungen wechselseitig beeinflußt wird, ohne darum dauernd die gleiche Menge verfügbarer Mittel zu verbürgen. Dasselbe gilt auch von den Ausgaben. Aber selbst den Fall angenommen, daß Einnahmen und Ausgaben über alle Änderung der wirtschaftlichen und speziellen Betriebsverhältnisse hinweg dauernd im Gleichgewicht blieben, wäre mit einer Gewinnverteilung nach einem einfachen Schlüssel noch nichts getan, weil doch damit noch in keiner Weise gewährleistet wäre, daß die Versicherten stets in dem Maße am Gewinne teilnehmen, in dem sie selbst zu diesem beigetragen haben.

Man wird also bei der Prüfung eines mechanischen Dividenden-systems die Frage, wie es mit der Aufrechterhaltung der Prinzipien einer rationellen Technik bestellt ist, wenn die angewendeten Schlüsselzahlen eines mechanischen Planes die notwendige Angleichung an die Tatsachen nicht mehr zulassen, nicht unaufgeworfen lassen dürfen. Daß das Urteil über einen mechanischen Plan ungünstig lauten muß, wenn die Dividende nur die Änderung des einen oder anderen Rechnungselementes annähernd korrekt zu berücksichtigen vermag, liegt auf der Hand. Wir dürfen aber billigerweise in unseren Forderungen nicht zu weit gehen und von einem Dividendenplan mehr verlangen wollen, als die Praxis benötigt. Wir werden daher wohl immer eine annähernd korrekte Berücksichtigung von Veränderungen der Verwaltungskosten und des Zinsfußes innerhalb gewisser Grenzen als genügend ansehen dürfen, wenn im übrigen Gerechtigkeit und Sicherheit des Betriebes gewahrt bleiben. Aber schon hiermit ist nicht wenig verlangt und der Geschicklichkeit des Technikers keine leichte Aufgabe gestellt. Wir können dies am deutlichsten beim Studium des später zu besprechenden Karupschen Dividendenplanes erkennen und nur zu leicht wird sich dann wohl ein Zweifel darüber erheben, ob der angestrebte Zweck des mechanischen Planes, für die Dividendenbemessung einen leicht zu handhabenden Maßstab zu gewinnen, nicht durch eine Komplikation des Rechnungswesens erkauft werden muß, welche insbesondere von kleineren und mittleren Anstalten nicht verantwortet werden kann.

Hier wäre aber noch ein zweiter, kaum weniger wichtiger Umstand zu erwägen. Angenommen nämlich, es würde der gewählte mechanische Plan unseren Forderungen im großen Ganzen genügen, und sich insbesondere gegen eine Änderung der Verhältnisse genügend elastisch erweisen. Dann bleibt immer noch zu überlegen, ob die bei einem solchen Plan resultierenden Deckungskapitale nicht von einer Änderung der Verhältnisse so stark in ihrer Höhe beeinflußt werden, daß sich hieraus Schwierigkeiten für die weitere Betriebsführung ergeben. Bleibt z. B. der erzielte Zinsfuß dauernd hinter der Annahme nach Maßgabe der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung zurück, dann wird eine Berichtigung dieser Annahme naturgemäß nicht nur auf die Höhe der künftigen Dividenden, sondern auch auf die Suffizienz der vorhandenen Rück-

lagen einwirken. Das ausreichende Deckungskapital wird durch eine Erniedrigung des Zinsfußes im allgemeinen erhöht werden. Angenommen nun, die Erniedrigung des Zinsfußes würde durch eine Herabsetzung der Dividende kompensiert werden können, so muß unter einem das Bestreben des Technikers darauf abzielen, den Dividendenplan so zu gestalten, daß das vollständige Deckungskapital von dieser Änderung nicht oder wenigstens nicht in erheblichem Ausmaße beeinflußt wird. Denn nur dann würde eine Störung der Kontinuität des Betriebes vermieden werden.

Wir erinnern uns, daß dieses Moment beim Kontributionsplan gar nicht in Betracht kommt. Hier ist das vollständige Deckungskapital nach Grundlagen gerechnet, welche gewissermaßen jenseits der Störungsgrenze liegen. Eine Berichtigung wegen Änderung der Rechnungsgrundlagen liegt also hier außerhalb jeder Erwartung, wenn auch immerhin im Bereiche der Möglichkeit. Ein Dividendendeckungskapital kommt überhaupt nicht in Betracht. Wir haben ja im besonderen die Übereinstimmung der nach Grundlagen erster Ordnung, daher unter denkbar vorsichtigsten Annahmen berechneten ausreichenden Deckungskapitale mit den nach den Grundlagen zweiter Ordnung gerechneten vollständigen Deckungskapitalien als definierende Eigenschaft des natürlichen Planes erkannt. Bei einem mechanischen Plane hingegen ist sowohl das Dividendendeckungskapital wie das ausreichende und vollständige Deckungskapital in steter Abhängigkeit von den Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung. Die Kürzung der Dividende kann zwar hier einer der Änderung der Rechnungselemente entsprechenden Erhöhung des vollständigen Deckungskapitales entgegenwirken. Aber die Forderung der Erhaltung desselben in bisheriger Höhe ist vielleicht unter Anwendung besonderer Geschicklichkeit innerhalb gewisser Grenzen zu erfüllen, immer jedoch nur im großen Ganzen und nicht im einzelnen Falle.

Wir übersehen den Sachverhalt klar, wenn wir vom Ausdruck für das Dividendendeckungskapital ausgehen

$$W_v - V_v^a = \sum_v^n A_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}}.$$

Bei einer Änderung der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung würde hier nur die Tarifprämie B unverändert bleiben. Sollen aber bei einer solchen Änderung die vollständigen Deckungskapitale ihre frühere Höhe behalten, dann wären aus dem System der linearen Gleichungen

$$W_v - V_v^a = \sum_v^n A'_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+v}} - \sum_{v+1}^m (B - P^a) \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+v}} \quad v = 0, 1, 2, \dots, n$$

sowohl die n Dividenden wie auch die Tarifprämie B eindeutig bestimmt. Es könnte also weder die Forderung der Erhaltung der ursprünglichen Tarifprämie noch die der Erhaltung des ursprünglichen mechanischen

Planes, wenn auch mit abgeänderten Dividendensätzen als weitere Bedingung hinzutreten, den einzigen Fall ausgenommen, daß die Gleichung identisch erfüllt würde, ohne daß hierbei die Grundlagen irgendeine Rolle spielen. Nachdem nun

$$V'_v = \sqrt{1+i'} \sum_{\nu+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} + \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu}} + \gamma' \sum_{\nu+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} + \beta' \sum_{\nu+1}^m (B - A'_{k-1}) \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} \\ - \beta' \sum_{\nu+1}^m A'_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+\nu}} - \sum_{\nu+1}^m P^a \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}},$$

so ergäbe sich

$$(1 - \beta') \sum_{\nu}^n A'_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+\nu}} = W_\nu + (1 - \beta') \sum_{\nu+1}^m B \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} - \sqrt{1+i'} \sum_{\nu+1}^n \frac{C'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}} \\ - \frac{D'_{x+n}}{D'_{x+\nu}} - \gamma' \sum_{\nu+1}^n \frac{D'_{x+k-1}}{D'_{x+\nu}}$$

und auf Grund von (69)

$$(1 - \beta') \sum_{\nu}^n A'_k \frac{D'_{x+k}}{D'_{x+\nu}} = \mathcal{D}_{\nu+1}.$$

Der Barwert der Dividenden müßte daher für jedes ν mit dem Barwerte der natürlichen Dividenden übereinstimmen, was nichts anderes besagt, als daß wir bei der Forderung der Erhaltung der vollständigen Deckungskapitale in allen Fällen auf den natürlichen Plan zurückfallen.

Wird demnach an dem bisherigen Plane festgehalten, jedoch unter Änderung der bisher verwendeten Dividendensätze, so folgt aus dem Obigen, daß hierdurch schon die Deckungskapitale, aber auch die Tarifprämien festgelegt sind. Diese letzteren werden aber offenbar vom bisherigen Tarife abweichen. Es bliebe dann nur noch das Auskunftsmittel, unter Beibehaltung des Planes im allgemeinen die Einheitlichkeit der Dividendensätze aufzugeben. Man müßte dann versuchen, unter Beibehaltung der Prämien die Dividendensätze für die nach Eintrittsalter und Versicherungsdauer — eventuell abgelaufener Versicherungsdauer — charakterisierten Versicherungen so zu bestimmen, daß möglichst den gestellten Forderungen entsprochen wird. Ein recht elendes Auskunftsmittel, zu welchem jedoch unter dem Zwange der Verhältnisse nicht selten gegriffen werden mußte.

Wir wollen nicht unterlassen, darauf zu verweisen, daß wir das bisher über den mechanischen Plan Vorgebrachte nicht im Sinne einer abfälligen Beurteilung desselben aufgefaßt sehen möchten. Wir wollen aber dazu beitragen, ein Vorurteil zu zerstreuen, welches darin besteht, daß sich bei diesem Plane mit relativ einfachen Mitteln ohne weiteres Zweckentsprechendes erreichen läßt. Dem ist gewiß nicht so. Soll der Plan auch nur einigermaßen entsprechen, dann erfordert seine Herstellung

ein viel gründlicheres Studium der Verhältnisse, denen er dienen soll, und stellt an seine Geschicklichkeit viel größere Anforderungen, als aus seiner späteren praktischen Handhabung geschlossen werden kann.

Nur zu oft hat man sich die Aufgabe allerdings zu sehr erleichtert. Wie viele Anstalten haben insbesondere bei Plänen, welche die Dividende nach der Summe der eingezahlten Prämien gewähren, die übernommenen Versprechungen nicht einhalten können. Was soll man aber dazu sagen, wenn eine Anstalt mit Rücksicht auf ihre sprunghaft gesteigerten Verwaltungskosten ihre Dividende von bisher 3% der eingezahlten Prämien auf 2% herabgesetzt? Die Leidtragenden sind hier nur die alten Versicherungen, der Neuzugang bleibt völlig verschont, zumal wenn der Behauptung Glauben geschenkt werden darf, daß die Dividende in Kürze die ursprüngliche Höhe wieder erreichen wird. Ein solcher Plan erweist sich zur Erfüllung des ihm zgedachten Zweckes gänzlich ungeeignet und ist schlechter als gar keiner. In letzterem Falle wäre eine allgemeine Prämienerrhöhung für das Neugeschäft, wenn nicht für das Gesamtgeschäft eine weit gerechtere Maßnahme.

Wir müssen zugeben, daß bei der Herstellung von Dividendenplänen nur zu oft Erwägungen von Einfluß sind, welche weitab von Richtigkeit und Gerechtigkeit liegen. Das Schlagwort von den hohen Dividenden muß im Konkurrenzkampfe auf Abwege leiten, wenn die Dividende als Selbstzweck der Rechnung erscheint und nicht als das, was sie ist und sein muß: als durchaus nicht willkommenes, aber leider notwendiges Hilfsmittel des Versicherers, um den Betrieb nach vorsichtigen und gegen die Versicherten gerechneten Grundsätzen führen zu können. Nur diese zwei Momente sind entscheidend für die Tauglichkeit eines Planes und wir werden uns daher auch darauf beschränken müssen, die einzelnen Pläne auch weiter von diesem Gesichtspunkte aus zu beurteilen.

Bevor wir auf die Besprechung der einzelnen mechanischen Pläne näher eingehen, müssen wir noch einen Gegenstand behandeln, über welchen in der Literatur nicht genügend Klarheit herrscht.

Die Überschüsse aus einer einzelnen Durchschnittsversicherung hängen, wie wir gesehen haben, nur ab von der Höhe der Prämie und dem tatsächlichen Verlauf der Ereignisse. Ihr Barwert, bezogen auf den Beginn der Versicherung, ist deshalb für alle Dividendenpläne, wenn nur dieselben Grundlagen zur Schätzung verwendet werden, allemal gleich und im besonderen gleich dem Barwert der Kontributionsgewinne, wenn die ausreichenden Prämien und Deckungskapitale nach den Grundlagen erster Ordnung bemessen werden.

Man wird nun auch bei einem mechanischen Dividendenplane das nach vorsichtig gewählten Grundlagen erster Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital als Maßstab für die Höhe der Deckungsmittel

betrachten müssen, welche sich in Händen des Versicherers befinden sollen. Ist das nach irgendwelchen Grundlagen berechnete vollständige Deckungskapital gleich oder größer als das nach Grundlagen erster Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital, dann werden die Deckungsmittel im ganzen als genügend erscheinen.

Wir haben nun gesehen, daß beim natürlichen Plan das vollständige Deckungskapital berechnet nach Grundlagen zweiter Ordnung mit dem ausreichenden Deckungskapital, berechnet nach Grundlagen erster Ordnung übereinstimmt, wenn wir von der natürlichen Dividende des Rechnungsjahres absehen. Beim mechanischen Plane ist dies nicht der Fall und die obige Forderung läuft also darauf hinaus, daß die Differenz dieser beiden Deckungskapitale stets einen positiven Wert hat. Wir wollen diese Differenz als Dividendenfond bezeichnen.

Der Dividendenfond hat nun mit dem früher eingeführten Dividendendeckungskapital gar nichts zu tun. Während nämlich das letztere als Differenz zwischen dem Barwert aller künftigen Dividenden und aller künftigen Dividendenzuschläge zu definieren ist, stellt sich der erstere, wie sogleich gezeigt werden soll, als Differenz zwischen dem Barwert aller künftigen Dividenden und dem Barwert aller künftigen natürlichen Dividenden dar.

Man wird nun hier sicherlich die Frage stellen, ob der Begriff des Kontributionsgewinnes für den mechanischen Plan unerläßlich erscheint. Darauf ist aber zu antworten, daß dies sicherlich für die Konstruktion des Planes gilt. Aber auch die Berechnung der nach Grundlagen erster Ordnung zu bestimmenden ausreichenden Deckungskapitale ist für den Versicherer unerläßlich, wenn er Jahr für Jahr die Höhe seiner Deckungsmittel richtig beurteilen will. Damit ist aber auch hier fortlaufend der natürlichen Dividende eine gewisse Bedeutung eingeräumt, wenn man den Dingen auf den Grund folgt.

Wir gehen wieder aus von der Formel für das Dividendendeckungskapital

$$W_\nu - V_\nu^a = \sum_{\nu}^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} - \sum_{\nu+1}^m (B - \rho^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}},$$

wobei Grundlagen zweiter Ordnung verwendet sind. Bezeichnet daher $(1 - \beta) \Delta_k$ den aus dem k ten Versicherungsjahre zur Verfügung stehenden Kontributionsgewinn, welcher aus der Verwendung der Grundlagen erster Ordnung entstammt, dann ist $\bar{\Delta}_k$ die auf die einzelne Durchschnittsversicherung entfallende natürliche Dividende und der Dividendenfond soll dann, wenn Δ_k die nach irgendeinem Plane berechnete Dividende darstellt, für das Ende des ν ten Versicherungsjahres durch

$$(85) \quad \sum_{\nu}^n (\Delta_k - \bar{\Delta}_k) \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}}$$

definiert sein. Der Barwert der künftigen Kontributionsgewinne war aber für den Beginn des $\nu + 1$ ten Versicherungsjahres durch

$$\mathcal{D}_{\nu+1} = W_\nu + (1 - \beta) \sum_{\nu+1}^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - \gamma \sum_{\nu+1}^n \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - \sqrt{1+i} \sum_{\nu+1}^n \frac{C_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - \frac{D_{x+n}}{D_{x+\nu}}$$

gegeben. Ziehen wir jetzt die Formel (30) für das ausreichende Deckungskapital heran und ersetzen W_ν durch V_ν^a , wobei die Berechnung nach Grundlagen erster Ordnung durch die darübergesetzte I angedeutet wird, so erhält man

$$(86) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{D}_{\nu+1} &= (1 - \beta) \sum_{\nu+1}^n \bar{\Delta}_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} = \frac{I}{V_\nu^a} + (1 - \beta) \sum_{\nu+1}^m B \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - V_\nu^a \\ &+ \beta \sum_{\nu+1}^m (B - \bar{\Delta}_{k-1}) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - \beta \sum_{\nu+1}^n \bar{\Delta}_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} - \sum_{\nu+1}^m P^a \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} \end{aligned} \right.$$

und daher

$$(87) \quad \sum_{\nu+1}^n \bar{\Delta}_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} = \frac{I}{V_\nu^a} + \sum_{\nu+1}^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - V_\nu^a - \beta \bar{\Delta}_\nu.$$

Addiert man hier beiderseits $\bar{\Delta}_\nu$, so ergibt sich

$$(88) \quad \sum_{\nu}^n \bar{\Delta}_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} = \frac{I}{V_\nu^a} + \sum_{\nu+1}^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - V_\nu^a + (1 - \beta) \bar{\Delta}_\nu,$$

und demnach als Ausdruck für den Dividendenfond

$$(89) \quad \left\{ \begin{aligned} \sum_{\nu}^n (\Delta_k - \bar{\Delta}_k) \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} &= \sum_{\nu}^n \Delta_k \frac{D_{x+k}}{D_{x+\nu}} - \sum_{\nu+1}^m (B - P^a) \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} - \frac{I}{V_\nu^a} \\ &+ V_\nu^a - (1 - \beta) \bar{\Delta}_\nu = W_\nu - V_\nu^a - (1 - \beta) \bar{\Delta}_\nu. \end{aligned} \right.$$

Da sich jedoch der Kontributionsgewinn zu Ende des ν ten Jahres im Betrage von $(1 - \beta) \bar{\Delta}_\nu$ noch in Händen des Versicherers befindet, so ist dieser zum Dividendenfond dazuzustellen, so daß sich für diesen wie behauptet

$$W_\nu - V_\nu^a$$

ergibt. Beim natürlichen Plane ist

$$W_\nu = V_\nu^a + (1 - \beta) \bar{\Delta}_\nu,$$

so daß der Dividendenfond, abgesehen vom Kontributionsgewinn des ν ten Jahres, welcher zur Ausschüttung für den Beginn des nächsten Jahres bereitsteht, Null ist.

Die Berechnung des Dividendenfonds für die Bilanz erfolgt dann auf Grund der Formel

$$(90) \quad \left\{ \begin{aligned} W_{v+\frac{1}{2}} - \frac{I}{V_{v+\frac{1}{2}}} &= \frac{[W_v + (1 - \beta)B - \gamma]\sqrt{1+i} + W_{v+1}}{1 + \sqrt{1+i}} \\ &- \frac{[\frac{I}{V_v} + \frac{I}{P^a} - \beta B - \gamma]\sqrt{1+i} + \frac{I}{V_{v+1}}}{1 + \sqrt{1+i}} \\ &= \frac{[W_v - \frac{I}{V_v} + B - \frac{I}{P^a}]\sqrt{1+i} + W_{v+1} - V_{v+1}^a}{1 + \sqrt{1+i}}. \end{aligned} \right.$$

Wir haben demnach folgende Resultate:

Das Dividendendeckungskapital ist gleich dem vollständigen Deckungskapital weniger dem ausreichenden Deckungskapital, beide gerechnet nach den Grundlagen zweiter Ordnung.

Der Dividendenfond ist gleich dem vollständigen Deckungskapital, berechnet nach den Grundlagen zweiter Ordnung weniger dem ausreichenden Deckungskapital, berechnet nach den Grundlagen erster Ordnung. Dies gilt für den Beginn der Versicherungsjahre. Für das Ende der Versicherungsjahre tritt die natürliche Dividende des Rechnungsjahres, welche für den Beginn des nächsten Jahres bereitgestellt ist, zum vollständigen Deckungskapital hinzu.

Wir können aber auch sagen:

Das Dividendendeckungskapital ist gleich dem Barwert der künftigen Dividenden weniger dem Barwert der künftigen Dividendenzuschläge, beide berechnet nach den Grundlagen zweiter Ordnung.

Der Dividendenfond ist gleich dem Barwert der künftigen Dividenden weniger dem Barwert der künftigen natürlichen Dividenden, beide wiederum berechnet nach den Grundlagen zweiter Ordnung.

Für den Barwert der Dividenden ergeben sich ganz analoge Rekursionsformeln wie für den Barwert der Kontributionsgewinne. Als Reserve betrachtet ist die Dividendenreserve gleich dem Werte der bisherigen rechnungsmäßigen natürlichen Dividenden weniger dem Werte der bisher rechnungsmäßig zum Anfall gekommenen Dividenden. Da für den Beginn der Versicherung der Wert der natürlichen und der planmäßigen Dividenden einander gleich ist, so erhalten wir als Ausdruck für den Dividendenfond in prospektiver Betrachtung für den Beginn der Versicherung und für das Ende des v ten Versicherungsjahres

$$(91) \quad \left\{ \begin{aligned} \sum_1^n (A_k - \bar{A}_k) \frac{D_{x+k}}{D_x} &= 0 \\ \sum_{v+1}^n (A_k - \bar{A}_k) \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} & \end{aligned} \right.$$

und in retrospektiver Betrachtung für das Ende des v ten Versicherungsjahres bzw. das Ende der Versicherungsdauer

$$(92) \quad \begin{cases} \sum_1^v (\bar{A}_k - A_k) \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} \\ \sum_1^n (\bar{A}_k - A_k) \frac{D_{x+k}}{D_{x+n}} = 0. \end{cases}$$

Bezeichnen wir nun den Barwert aller künftigen Dividenden für den Anfang des $v + 1$ ten Versicherungsjahres mit \mathfrak{D}_{v+1} und den Wert aller bereits angefallenen planmäßigen Dividenden für das Ende des v ten Jahres mit ${}_v\mathfrak{D}$ und beachten die Relation (74)

$$\mathfrak{D}_1 \frac{D_x}{D_{x+v}} = {}_v\mathfrak{D} + \mathfrak{D}_{v+1} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} {}_n\mathfrak{D}$$

$$\mathfrak{D}_1 D_x = {}_n\mathfrak{D} D_{x+n},$$

dann gilt

$$\mathfrak{D}_1 = \mathfrak{D}_1$$

$${}_n\mathfrak{D} = {}_n\mathfrak{D}$$

und

$$\mathfrak{D}_{v+1} - \mathfrak{D}_{v+1} = {}_v\mathfrak{D} - {}_v\mathfrak{D}.$$

Demnach ist auch

$$(93) \quad {}_v\mathfrak{D} + \mathfrak{D}_{v+1} = {}_v\mathfrak{D} + \mathfrak{D}_{v+1} = \mathfrak{D}_1 \frac{D_x}{D_{x+v}} = {}_n\mathfrak{D} \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}}.$$

Im übrigen aber erkennt man sofort die Richtigkeit der Rekursionsformeln

$$(94) \quad \begin{cases} \mathfrak{D}_v = \frac{D_{x+v}}{D_{x+v-1}} (\mathfrak{D}_{v+1} + A_v) \\ {}_{v+1}\mathfrak{D} = \frac{D_{x+v}}{D_{x+v+1}} ({}_v\mathfrak{D} + A_v). \end{cases}$$

Wir wenden uns jetzt der Besprechung spezieller mechanischer Dividendenpläne zu. Man unterscheidet vornehmlich fünf solcher Dividendensysteme, welche man mit den Buchstaben A, B, C, D, E bezeichnet.

System A. Man bezeichnet dieses gewöhnlich als das der gleichbleibenden oder gleichmäßigen Dividende. Die Bezeichnung ist aber nicht ganz zutreffend, weil mit ihr nur ausgedrückt werden soll, daß ein Ansteigen oder Fallen der Dividende planmäßig nicht vorgesehen ist, womit natürlich nicht gesagt sein soll, daß die Dividende tatsächlich während der ganzen Versicherungsdauer ungeändert bleiben wird. Die Dividende wird von einem gewissen Jahre ab im Verhältnis der Tarifprämie gewährt. Der vorgesehene Dividendensatz von der Prämie soll mit ε_1 bezeichnet werden.

System B. Man bezeichnet dieses System als das der steigenden Dividende. Die Dividende steigt von einem bestimmten Jahre im Verhältnis der Summe der eingezahlten Prämien. Der Prozentsatz der Dividende von dieser Prämiensumme soll mit ε_2 bezeichnet werden. Es kommt bei diesem Plane häufig vor, daß bei Bemessung der Dividende von der Prämiensumme die ersten zwei bis fünf Jahre außer Betracht bleiben. In der Regel wird jedoch die Dividende zum erstenmal nach

drei Jahren im Betrage von 9% der Prämie oder nach fünf Jahren im Betrage von 15% der Prämie vergütet und steigt dann Jahr für Jahr um 3% der Prämie.

System C. Das System der im Verhältnis des Deckungskapitales steigenden Dividende. Als Dividende wird von einem gewissen Jahre ab ein bestimmter Prozentsatz ε_3 des Deckungskapitals vorgesehen. Die letzte Dividende ist dann durch diesen Satz, berechnet vom versicherten Kapital, bestimmt.

System D. Rentensystem. Die nach irgendeinem System zustande gekommene Dividende — es kann dies auch das natürliche System sein — wird nicht bar vergütet, sondern in Form einer gleichbleibenden, zum letzten Male am Fälligkeitstermine zahlbaren Rente zur Ausschüttung gebracht. Diese Rente kann dann wiederum eine kurze Leibrente oder aber eine Zeitrente sein. Man hat aber hier gar keinen besonderen Dividendenplan vor sich, sondern nur eine Abänderung des Zahlungsmodus der Dividende, die im übrigen auf Grund eines beliebigen Systems fällig sein kann. Denn die nach der Aufteilung der Dividende durch die Rente resultierenden Beträge werden in der Regel den Versicherten ohne Rücksicht auf die weitere Gestaltung der Verhältnisse vergütet. Nur in dem Falle, als diese Aufteilung selbst wieder nach Grundlagen zweiter Ordnung vorgenommen würde, also auch die so aufgeteilten Dividendenbeträge nur Schätzungen darstellten, welche nicht unbedingt eingehalten werden müssen, wäre dieser Plan als eine Erweiterung der unter A—C aufgeführten zu betrachten. In der Praxis dürfte dies jedoch ohne Bedeutung sein, weil die damit verbundene Komplikation des Rechenapparates einen solchen Vorgang nicht empfehlen könnte.

System E. System des Summenzuwachses — reversionary bonus — auch Bonussystem genannt. Die Dividende wird hier nicht bar vergütet, sondern dient als Einmalprämie zur Erhöhung der Versicherungssumme der Hauptversicherung. Die Versicherungssumme steigt demnach von Jahr zu Jahr. Die Berechnung des Bonus nach Grundlagen zweiter Ordnung hätte hier wenig Sinn, da doch eine Kürzung der einmal gewährten Summenerhöhung späterhin nicht möglich erscheint. Diese Erhöhung wird demnach nach den Grundlagen erster Ordnung zu bemessen sein. In diesem Falle beinhaltet aber auch dieses System nichts anderes als eine andere Verrechnung der nach irgendeinem anderen Dividendenplan bemessenen Dividende an Stelle der Barvergütung. Wir haben es also auch hier mit einem neuen Plane nicht zu tun.

Wir wollen in allen Fällen annehmen, daß die letzte Dividende zugleich mit dem versicherten Kapital zur Auszahlung gelangt. Diese Forderung entspricht der natürlichen Entstehungsweise der Dividenden und ist unerlässlich, wenn der mechanische Plan außer der planmäßigen Dividende die Ausschüttung von Zusatzdividenden nach dem natürlichen System offen läßt. Über den Liquidationstermin hinaus Dividenden zu

gewähren, ist wohl kaum zu vertreten, wenngleich diese nicht seltene Gepflogenheit in dem Umstand, daß die ersten Versicherungsjahre meist dividendenlos sind, ihre Erklärung findet, wenn man formal daran festhält, daß aus jedem Versicherungsjahr eine Dividende entfällt. Tatsächlich ist sie nur eine müßige Spielerei, welche unnütze Verwaltungskosten über den Liquidationstermin hinaus verursacht.

Man kann mehrere der genannten Systeme zusammenlegen und so einen „gemischten Dividendenplan“ konstruieren. Ja, wir haben schon gesehen, daß dies bei einigermaßen strengeren Anforderungen an die Korrektheit des Planes durchaus notwendig ist. Der Plan Karups wird uns in der Folge als hervorragendes Beispiel dieser Art eingehender beschäftigen.

Wir hätten noch eines Systems der Dividendenausschüttung zu gedenken, welches insbesondere in England gepflegt wurde. Nach diesem werden die angefallenen Dividenden durch eine Reihe von Jahren angesammelt und am Ende dieser Periode samt Zins und Zinseszins an die Überlebenden verteilt. Wir haben also eine Art Tontine vor uns, deren Dauer sich auch über die ganze Versicherungs- oder Zahlungsdauer erstrecken kann. Hinsichtlich der näheren Details sind hier beliebige Möglichkeiten offen. Für uns kommt aus den schon früher genannten Gründen diese Art der Dividendenvergütung nicht weiter in Betracht.

Die mechanischen Dividendenpläne werden ausnahmslos so konstruiert, daß die erste Dividende erst nach einer Reihe von Jahren fällig wird. Die Gründe hierfür sind dieselben, welche beim natürlichen Plan den Einbehalt der ersten Dividenden rechtfertigen. Sie liegen teils in dem Bestreben einer möglichst raschen Amortisation der Abschlußkosten, teils in dem Bemühen, die Sicherheitsreserve schon in den ersten Versicherungsjahren auf die erforderliche Höhe zu bringen.

Bei prämienfreigewordenen Versicherungen und solchen gegen Einmalprämie gilt wohl ausnahmslos das Deckungskapital als Maßstab für die Dividende. Die Rückerstattung von in der Sicherheitsreserve und in Fonds, welche der Deckung besonderer Risiken dienen, enthaltenen Beträgen wird wohl in allen Fällen der Schlußdividende vorbehalten werden müssen, welche daher auch aus diesen Gründen niemals entbehrt werden kann.

Wir wollen im folgenden die einzelnen Dividendenpläne wieder an Hand der gemischten Versicherung besprechen, welche die Versicherung auf Ableben mit lebenslänglicher Prämienzahlung von selbst einschließt. Versicherungen mit gegenüber der Versicherungsdauer abgekürzter Prämienzahlungsdauer werden nicht besonders zu behandeln sein, da für den prämienfreien Teil der Versicherung doch nur das Deckungskapital als vernünftiger Maßstab der Dividende in Betracht kommt.

System A. Sei demnach auf Grund der Formel I (25)

$$\bar{A}_{x, \bar{n}|} = \frac{i}{\delta} - \frac{i^2 v}{\delta} a_{x, \bar{n}|} - \frac{i - \delta}{\delta} \frac{D_{x+n}}{D_x} \approx \sqrt{1+i} (1 - d a_{x, \bar{n}|}) - \frac{i}{2} \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

die reine Einmalprämie der Versicherung und

$$P_{x, \overline{n}|} = \frac{\overline{A}_{x, \overline{n}|}}{a_{x, \overline{n}|}}$$

die reine gleichbleibende Jahresprämie. Die ausreichende Prämie ist dann durch

$$P^a = \frac{1}{1 - \beta} \left(\frac{\alpha + \overline{A}_{x, \overline{n}|}}{a_{x, \overline{n}|}} + \gamma \right)$$

gegeben. Wir setzen nun fest, daß der Dividendenbezug nach λ Jahren beginnen soll und die letzte rechnungsmäßige Dividende am Ende des n ten Jahres gewährt wird. Die Dividende soll einen bestimmten Satz ε_1 von der Tarifprämie betragen. Dann ist, wenn wieder

$$B_k = B - A_{k-1}$$

die Barprämie bezeichnet,

$$\begin{aligned} B_k &= B, & A_{k-1} &= 0 & \text{für} & k = 1, 2 \dots \lambda \\ B_k &= (1 - \varepsilon_1) B, & A_{k-1} &= \varepsilon_1 B & \text{für} & k = \lambda + 1 \dots n + 1. \end{aligned}$$

Auf Grund von (25) ist dann

$$a_{x, \overline{n}|} \cdot P^a = \sum_1^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - A_n \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

und daher

$$a_{x, \overline{n}|} \cdot P^a = B \left[a_{x, \overline{n}|} - \frac{D_{x+\lambda}}{D_x} \cdot \varepsilon_1 \cdot a_{x+\lambda, \overline{n+1-\lambda}|} \right].$$

Demnach ist

(95)

$$B = \frac{a_{x, \overline{n}|} \cdot P^a}{a_{x, \overline{n}|} - \frac{D_{x+\lambda}}{D_x} \cdot \varepsilon_1 \cdot a_{x+\lambda, \overline{n+1-\lambda}|}}$$

die Bestimmungsgleichung für die Tarifprämie.

Der Satz ε_1 erscheint zunächst gänzlich willkürlich. Dem ist aber nicht so. Wir haben gesehen, daß der Versicherer die Sicherheit seiner Berechnungen unter Zugrundelegung der Rechnungsannahmen erster Ordnung bewertet. Er wird daher als untere Grenze der Tarifprämie die Prämie $\overset{I}{P}^a$ und als untere Grenze der vollständigen Deckungskapitale die Größen $\overset{I}{V}_x^a$ betrachten müssen. Der Satz ε_1 wird daher so hoch bemessen werden müssen, daß die Tarifprämie B in allen Relationen die entsprechende ausreichende Prämie $\overset{I}{P}^a$ mindestens erreicht. Die an die vollständigen Deckungskapitale zu stellende Forderung ist dann von selbst erfüllt, wenn die ersten Jahre dividendenlos angenommen wurden, die Dividendenzahlung nach diesem Plane A daher der Dividendenzahlung nach dem natürlichen Plane nachhinkt. Da aber die Dividende nach dem Plane A für alle Versicherungsjahre in gleicher Höhe vorgesehen ist, nach dem natürlichen Plane dagegen mit der Versicherungsdauer ansteigt, so wird man sich immer davon überzeugen müssen, ob die Aufschubdauer der Dividenden genügend lang ist, um hinsichtlich der Deckungskapitalien das gewünschte Verhältnis zu ergeben.

Die Forderung aber, daß die Tarifprämien von den Prämien P^a möglichst wenig verschieden sein sollen, ist offenbar für einen einzigen Dividendensatz ε_1 nicht für alle Relationen erfüllbar. Man kann jedoch unter Verwendung mehrerer Sätze dem Ziele ziemlich nahekommen und so vermeiden, daß der Versicherer nur um eines formalen Prinzips willen in manchen Relationen Prämien einhebt, von denen ein Teil a priori zur Rückerstattung in Form von Dividende bestimmt ist, ohne daß diese Prämienteile eine andere notwendige oder zweckdienliche Funktion zu erfüllen hätten.

Wir erhalten bei dem Plane A für das vollständige Deckungskapital nach Formel (34) den Ausdruck

$$(96) \quad W_\nu = \bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} - (1-\beta) \sum_{\nu+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} + (1-\beta) \varepsilon_1 B \frac{D_{x+n}}{D_{x+\nu}},$$

wobei

$$\bar{A}_{x+\nu, \overline{n-\nu}} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} = \sqrt{1+i} (1-d a_{x+\nu, \overline{n-\nu}}) - \frac{i}{2} \frac{D_{x+n}}{D_{x+\nu}} + \gamma a_{x+\nu, \overline{n-\nu}}$$

und man hat für $\nu \leq \lambda$

$$(97) \quad \left\{ \begin{aligned} (1-\beta) \sum_{\nu+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} &= (1-\beta) (1-\varepsilon_1) B \cdot a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} + (1-\beta) \varepsilon_1 B a_{x+\nu, \overline{\lambda-\nu}} \\ &= (1-\beta) B \cdot a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} - (1-\beta) \varepsilon_1 \cdot B \frac{D_{x+\lambda}}{D_{x+\nu}} \cdot a_{x+\lambda, \overline{n-\lambda}} \\ &= (1-\beta) B a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} - (1-\beta) (B - P^a) a_{x, \overline{n}} \frac{D_x}{D_{x+\nu}} \\ &\quad + (1-\beta) \varepsilon_1 B \frac{D_{x+n}}{D_{x+\nu}}. \end{aligned} \right.$$

Wenn $\nu > \lambda$, dann ist im zweiten Glied rechts in der ersten Zeile von (97) λ durch ν zu ersetzen und man erhält dann einfach

$$(98) \quad (1-\beta) \sum_{\nu+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} = (1-\beta) (1-\varepsilon_1) B \cdot a_{x+\nu, \overline{n-\nu}}.$$

Wenn wir nun zusammenfassen, so erhalten wir als Ausdruck für das vollständige Deckungskapital für $\nu \leq \lambda$

$$(99) \quad \left\{ \begin{aligned} W_\nu &= [\sqrt{1+i}] \\ &- [\sqrt{1+i} d + (1-\beta) B - \gamma] a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} \\ &+ [(1-\beta) (B - P^a) N_x - \frac{i}{2} D_{x+n}] \frac{1}{D_{x+\nu}} \end{aligned} \right.$$

und für $\nu > \lambda$

$$(100) \quad \left\{ \begin{aligned} W_\nu &= [\sqrt{1+i}] \\ &- [\sqrt{1+i} \cdot d + (1-\beta) (1-\varepsilon_1) B - \gamma] a_{x+\nu, \overline{n-\nu}} \\ &- \left[\left(\frac{i}{2} - (1-\beta) \varepsilon_1 B \right) D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+\nu}}. \end{aligned} \right.$$

Damit ist das vollständige Deckungskapital in jener Form dargestellt, welche sich auch für die Gruppenrechnung eignet. Die Aus-

drücke in den eckigen Klammern sind die Konstanten der Rechnung, die dazutretenden Faktoren die vom jeweiligen Alter abhängigen Veränderlichen der Gruppenformeln.

System B. Die mathematischen Entwicklungen für diesen Plan gestalten sich ganz analog. Die Formeln für die reine einmalige und die gleichbleibende Jahresprämie und für die ausreichende Prämie sind dieselben wie beim Plane A. Wir wollen wieder annehmen, daß die Dividende erst nach einer Reihe von Jahren gewährt wird und daß die letzte Dividende zugleich mit dem Versicherungskapital am Liquidationstermin zur Auszahlung gelangt. Beginnt der Dividendenbezug nach λ Jahren mit $\lambda \varepsilon_2 B$ und steigt jedes Jahr um $\varepsilon_2 B$, so daß die letzte Dividende $n \cdot \varepsilon_2 B$ ist, dann hat man

$$\begin{aligned} \Delta_{k-1} &= 0, & B_k &= B & \text{für } k &= 1, 2 \dots \lambda \\ \Delta_{k-1} &= (k-1) \varepsilon_2 B, & B_k &= B [1 - (k-1) \varepsilon_2] & \text{für } k &= \lambda + 1 \dots n. \end{aligned}$$

Es gilt demnach die Gleichung

$$P^a \cdot a_{x, \overline{n}|} = B \left[a_{x, n|} - \frac{\varepsilon_2}{D_x} \left((\lambda-1) \sum D_{x+\lambda} - n \sum D_{x+n+1} + \sum \sum D_{x+\lambda} - \sum \sum D_{x+n+1} \right) \right].$$

Bezeichnen wir den Rentenausdruck in der eckigen Klammer mit $\overset{>}{a}_{x, \overline{n}|}$, so ergibt sich für die Bruttoprämie der Ausdruck

$$B = \frac{P^a \cdot a_{x, \overline{n}|}}{\overset{>}{a}_{x, \overline{n}|}}.$$

Auch hier gilt bezüglich der Bestimmung des Satzes ε_2 ganz Ähnliches wie beim Plan A für ε_1 . Ist demnach die Prämie B in allen Relationen höher als die entsprechende Prämie $\overset{I}{P}^a$, dann sind auch die vollständigen Deckungskapitale allemal größer als die entsprechenden ausreichenden Deckungskapitale $\overset{I}{V}_x^a$, der Dividendenfonds daher stets positiv. Da im übrigen bei diesem Plane die Dividende wohl stets rascher ansteigt als beim natürlichen Plane, so dürfte sich eine besondere Untersuchung über das Negativwerden des Dividendenfonds hier erübrigen.

In der Formel für das vollständige Deckungskapital ist nunmehr

$$(1 - \beta) \sum_{r+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+r}} = (1 - \beta) B a_{x+v, n-v} - (1 - \beta) \varepsilon_2 B \left[(\mu - 1) \sum D_{x+\mu} - (n-1) \sum D_{x+n} + \sum \sum D_{x+\mu} - \sum \sum D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+v}},$$

$$\begin{aligned} \text{wobei } \mu &= \lambda \text{ für } v \leq \lambda, \\ \mu &= v \text{ für } v > \lambda. \end{aligned}$$

Hieraus folgt aber für $v \leq \lambda$

$$\begin{aligned} (1 - \beta) \sum_{r+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+r}} &= (1 - \beta) B a_{x+v, n-v} - (1 - \beta) (B - P^a) a_{x, \overline{n}|} \frac{D_x}{D_{x+v}} \\ &\quad + n \cdot \varepsilon_2 (1 - \beta) \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} \end{aligned}$$

und für $\nu > \lambda$

$$(1 - \beta) \sum_{\nu+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+\nu}} = (1 - \beta) B [1 - (\nu - 1) \varepsilon_2] a_{x+\nu, n+\nu} \\ + (1 - \beta) \varepsilon_2 B [(n - \nu) \sum D_{x+\nu} - \sum \sum D_{x+\nu} + \sum \sum D_{x+n}] \frac{1}{D_{x+\nu}}.$$

Demnach erhalten wir für das vollständige Deckungskapital für $\nu \leq \lambda$

$$(101) \quad \left\{ \begin{array}{l} W_\nu = [\sqrt{1+i}] \\ - [\sqrt{1+i} \cdot d + (1 - \beta) B - \gamma] a_{x+\nu, n-\nu} \\ + \left[(1 - \beta) (B - P^a) N_x - \frac{i}{2} D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+\nu}} \end{array} \right.$$

und für $\nu > \lambda$

$$(102) \quad \left\{ \begin{array}{l} W_\nu = [\sqrt{1+i}] \\ - [\sqrt{1+i} d + (1 - \beta) B [1 - (\nu - 1) \varepsilon_2] - \gamma] a_{x+\nu, n-\nu} \\ - \left[\left(\frac{i}{2} - n \varepsilon_2 (1 - \beta) B \right) D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+\nu}} \\ - [(1 - \beta) \varepsilon_2 B] \{ (n - \nu) \sum D_{x+\nu} - \sum \sum D_{x+\nu} + \sum \sum D_{x+n} \} \frac{1}{D_{x+\nu}}. \end{array} \right.$$

System C. Auch für diesen Plan gestalten sich die Berechnungen von Tarifprämien und Deckungskapitalien ganz ähnlich wie bei den beiden vorherbehandelten Plänen A und B. Wir wollen auch hier wieder annehmen, daß die Dividende vom λ ten Versicherungsjahre ab fällig wird und zum letzten Male am Liquidationstermine zu vergüten ist. Die Dividende soll einen festen Prozentsatz ε_3 des jeweiligen letzten ausreichenden Deckungskapitals, dieses gerechnet nach den Rechnungsgrundlagen erster Ordnung, betragen. Natürlich können hier auch andre Festsetzungen hinsichtlich des als Maßstab der Dividende zu dienenden Deckungskapitales getroffen werden. Hierbei wird man aber natürlich nicht etwa das vollständige Deckungskapital heranziehen wollen, welches ja selbst wieder von der Höhe der Dividende abhängt. Häufig findet sich aber die Festsetzung, daß die Dividende nicht nach dem letzten, sondern nach dem um eine bestimmte Anzahl von Jahren, welche meist mit der Aufschubdauer der Dividende gleichgesetzt wird, zurückliegenden Deckungskapital zu bemessen ist. Alle diese Umstände sind jedoch für den typischen Aufbau der Formeln, auf welchen es uns ankommt, nicht wesentlich.

Nachdem die letzte Dividende gleich sein soll dem Prozentsatz ε_3 , genommen vom versicherten Kapital, so bestimmt sich die Tarifprämie aus der Gleichung

$$P^a \cdot a_{x, n} = \sum_1^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_x} - \varepsilon_3 \frac{D_{x+n}}{D_x},$$

wobei

$$A_{k-1} = 0, \quad B_k = B \quad \text{für } k = 1, 2, \dots, \lambda \\ A_{k-1} = \varepsilon_3 \overset{I}{V}_{k-1}^a, \quad B_k = B - \varepsilon_3 \overset{I}{V}_{k-1}^a \quad \text{für } k = \lambda + 1, \dots, n.$$

Demnach ist

$$P^a \cdot a_{x, \overline{n}|} = B \cdot a_{x, \overline{n}|} - \varepsilon_3 \sum_{k=1}^n V_k^a \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x}$$

und

$$(103) \quad B = P^a + \varepsilon_3 \frac{1}{a_{x, \overline{n}|}} \cdot \sum_{k=1}^n V_k^a \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x}.$$

Für die Beschränkung des Satzes ε_3 nach unten gilt Ähnliches wie bei B. Auch bei diesem Plane wird das Ansteigen der Dividende rascher erfolgen als beim natürlichen Gewinnplane.

Das vollständige Deckungskapital ist hier durch die Formel

$$W_v = \bar{A}_{x+v, \overline{n-v}|} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} + (1 - \beta) \varepsilon_3 \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}}$$

definiert. Ist dann $v \leq \lambda$, so ergibt sich

$$\begin{aligned} (1 - \beta) \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} &= (1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) \varepsilon_3 \sum_{k=1}^{n-1} V_k^a \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} \\ &= (1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) (B - P^a) a_{x, \overline{n}|} \frac{D_x}{D_{x+v}} \\ &\quad + (1 - \beta) \varepsilon_3 \frac{D_{x+n}}{D_{x+v}} \end{aligned}$$

und für $v > \lambda$

$$(1 - \beta) \sum_{v+1}^n B_k \frac{D_{x+k-1}}{D_{x+v}} = (1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}|} - (1 - \beta) \varepsilon_3 \sum_{v}^{n-1} V_k^a \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}}.$$

Hiernach erhalten wir als Ausdruck des vollständigen Deckungskapitals für $v \leq \lambda$

$$(104) \quad \begin{cases} W_v = [\sqrt{1+i}] \\ - (\sqrt{1+i} \cdot d + (1 - \beta) B - \gamma) a_{x+v, \overline{n-v}|} \\ + \left[(1 - \beta) (B - P^a) N_x - \frac{i}{2} D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+v}} \end{cases}$$

und für $v > \lambda$

$$(105) \quad \begin{cases} W_v = [\sqrt{1+i}] \\ - [\sqrt{1+i} d + (1 - \beta) B - \gamma] a_{x+v, \overline{n-v}|} \\ - \left[\left(\frac{i}{2} - (1 - \beta) \varepsilon_3 \right) D_{x+n} \right] \frac{1}{D_{x+v}} \\ - [(1 - \beta) \varepsilon_3] \left\{ \sum_{v}^{n-1} V_k^a D_{x+k} \right\} \frac{1}{D_{x+v}}. \end{cases}$$

In der Regel wird bei den Versicherungsanstalten der nicht rechnungsmäßige Überschuß aus der Geschäftsgebarung zur Gänze oder doch zum größeren Teile dem Dividendenfonds der Versicherten zugewiesen. Man versteht dann nicht selten unter Dividendenfonds einfach jenen Betrag, um welchen die vorhandenen, hier in Betracht kommenden Rücklagen des Versicherers den Totalbetrag des nach den Grundlagen erster Ordnung berechneten Deckungskapitales übersteigt. Die totale Rücklage kann dann größer oder kleiner sein als das unter Berück-

sichtigung bestimmter Dividendensätze berechnete vollständige Deckungskapital, je nachdem die Anstaltsleitung in der Lage war, den Dividendenfond mehr oder weniger reichlich zu bedenken, d. h. je nachdem die Überschüsse selbst die Erwartungen übertroffen oder wenigstens erfüllt haben, oder aber hinter ihnen zurückgeblieben sind. Für den Techniker ergibt sich hieraus die Notwendigkeit, unter Umständen den Dividendenfond als eine gegebene Größe hinnehmen zu müssen und auf Grund der tatsächlich vorhandenen Deckungsmittel eine Prüfung über das Zutreffen der Dividendensätze ε , ε_2 bzw. ε_3 vorzunehmen.

Wird der Ausdruck für das vollständige Deckungskapital in seinen positiven und negativen Bestandteil zerlegt und die Summation über den ganzen Versicherungsstock durchgeführt, dann erhalten wir, wenn diese Summationen wieder durch eckige Klammern angezeigt werden und die totalen Deckungsmittel mit W bezeichnet sind, für die drei genannten Systeme die Bestimmungsgleichungen:

$$\text{System A. } W = [\bar{A}_{x+v, \overline{n-v}} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}}] - [(1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}}] + \varepsilon'_1 \left[(1 - \beta) B \frac{D_{x+\mu}}{D_{x+v}} \cdot a_{x+\mu, \overline{n+1-\mu}} \right].$$

$$\text{System B. } W = [\bar{A}_{x+v, \overline{n-v}} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}}] - [(1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}}] + \varepsilon'_2 \left[(1 - \beta) B \left\{ (\mu - 1) \sum D_{x+\mu} - n \sum D_{x+n+1} + \sum \sum D_{x+\mu} - \sum \sum D_{x+n+1} \right\} \frac{1}{D_{x+v}} \right].$$

$$\text{System C. } W = [\bar{A}_{x+v, \overline{n-v}} + \gamma a_{x+v, \overline{n-v}}] - [(1 - \beta) B a_{x+v, \overline{n-v}}] + \varepsilon'_3 \left[(1 - \beta) \sum_{\mu}^n \bar{V}_k^a \frac{D_{x+k}}{D_{x+v}} \right],$$

wobei
$$\begin{aligned} \mu &= \lambda & \text{für } v \leq \lambda \\ \mu &= v & \text{für } v > \lambda. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen wären dann die Dividendensätze bestimmbar und man könnte hieraus feststellen, ob eine Beibehaltung, eine Erhöhung oder eine Herabsetzung der Dividendensätze mit Rücksicht auf die tatsächlich vorhandenen Deckungsmittel angezeigt erscheint oder nicht. In der Praxis wird man aber lieber anders verfahren und auf Grund des Sollbetrages des Dividendendeckungskapitals, welcher sich als Differenz des vollständigen Deckungskapitals und des ausreichenden Deckungskapitales, beide nach Grundlagen zweiter Ordnung berechnet, ergibt, vollständige Klarheit über die zu treffenden Maßnahmen gewinnen, wenn man die tatsächlich für die Dividendenleistungen vorhandenen Deckungsmittel mit diesem Sollbetrag vergleicht. Wir dürfen aber nicht vergessen, daß eine solche Anpassung an die Verhältnisse, wie schon früher erwähnt, auch nur ganz primitiven Ansprüchen hinsichtlich der Berechtigung des Verfahrens kaum entsprechen wird,

wie ja überhaupt weitergehende Anforderungen an die drei vorgenannten Pläne im einzelnen nicht zu stellen sind.

Wesentlich Vollkommeneres läßt sich aber dadurch erzielen, wenn die drei Pläne in geeigneter Weise miteinander kombiniert werden. Für die Praxis kommt dabei hauptsächlich eine Verbindung von Plan A mit B und ganz besonders eine solche von Plan A mit Plan C in Betracht. Die sich hierbei ergebenden speziellen Verhältnisse wollen wir nunmehr an Hand der Besprechung des Dividendenplanes der Lebensversicherungsbank in Gotha näher betrachten.

§ 36. Der Dividendenplan der Gothaer Versicherungsbank.

Als weitaus bedeutendster Versuch einer Lösung des Dividendenproblems unter Zugrundelegung der Prinzipie eines mechanischen Planes soll im folgenden der Plan Karups, wie er für die Lebensversicherungsbank a. G. in Gotha zur Einführung gelangte, näher besprochen werden. Wir werden hierbei Gelegenheit haben, alle jene Umstände näher betrachten zu können, welche die Herstellung eines mechanischen Planes bei einigermaßen strengeren Anforderungen zu einer schwierigen Aufgabe gestalten, zu einem Beginnen, von dem man auch bei aller Gewissenhaftigkeit des Technikers einen vollen Erfolg kaum verbürgen kann.

Karup selbst sagt eingangs seiner umfangreichen Untersuchungen, daß es Techniker gäbe, die eine richtige Bemessung der Prämienreserve für so wichtig halten, daß dagegen alle anderen Rücksichten zurückzutreten haben, und wieder andere, denen eine rationelle Dividendenregulierung nur möglich erscheint, wenn die Rechnungsgrundlagen durchaus einwandfrei sind. Aber sowohl jene wie diese seien im Unrecht. Jene, weil eine unzureichende Prämienreserve gefahrlos sein kann, wenn die Prämienzuschläge reichlich bemessen sind, und letztere, weil eine an und für sich schlechte Tafel die Dividenden oft besser reguliert als eine gute. Freilich nur dann, wenn auch das Dividendensystem Mängel hat, aber welches bestehende System hätte solche nicht?

Man muß gestehen, daß solche Worte aus dem Munde eines so bedeutenden Fachmannes ein Unbehagen erzeugen, welches die Herstellung eines mechanischen Dividendenplanes als ein recht aussichtsloses Beginnen erscheinen läßt. Sie stimmen im Grunde zu einer Äußerung Altenburgers, welcher in seiner Gedenkrede auf Zillmer mit Rücksicht auf die Frage der Amortisation der Abschlußkosten sagt, daß hier eine Einigung wohl nie zu erzielen sein wird, weil es in unserer Wissenschaft eine Wahrheit nicht gibt.

Und doch dürfen solche Worte nur als ein Geständnis bestehender Schwierigkeiten gedeutet werden, wenn eine vorgefaßte Meinung die Lösung eines Problems an ein Verfahren bindet, welches seiner Natur nach für den beabsichtigten Zweck nicht vollständig zureichend ist. Denn die Worte Karups besagen doch nicht mehr und nicht weniger,

als daß die Konstruktion eines mechanischen Planes auch bei verfehlten Annahmen entsprechen kann. Das mag auch zugegeben werden, aber ganz gewiß nur im Hinblick auf spezielle Verhältnisse. Ich möchte dem aber entgegenhalten, daß unter solchen Umständen alle jene Gründe in Wegfall kommen, welche das Dividendenproblem aufgerollt haben. Dieses ist vielmehr gerade aus der Erkenntnis der Instabilität der Verhältnisse entstanden und diese vorausgesetzt, wird das Spiel des Zufalles nicht imstande sein, einen an sich verfehlten Plan auf längere Zeit zu rechtfertigen.

Wir haben schon früher ausgeführt, daß die Höhe der Tarifprämie bei Zugrundelegung eines mechanischen Planes von diesem selbst abhängig erscheint, ein Umstand, der durchaus unbefriedigend erscheinen muß. Denn für die Berechnung einer korrekten Tarifprämie wird man billigerweise nur der Heranziehung jener Elemente zustimmen können, welche die Höhe der Prämie auf Grund von Betriebsnotwendigkeiten festlegen. Karup hält es jedoch für nicht rätlich, die neuen Tarife gegenüber den bisher in Gebrauch gestandenen wesentlich niedriger zu halten und hierdurch die Dividende herabzudrücken. Vielmehr schien es ihm am richtigsten, im Durchschnitt an der bisherigen Höhe der Prämiensätze festzuhalten und die Tarifreform auf eine gerechtere Abstufung der Sätze nach Beitrittsalter und Versicherungsmodalität zu beschränken. Damit wird natürlich in die Berechnung des Planes ein fremdes Element hineingetragen, wenn nicht feststeht, daß tatsächlich die bisherigen Prämien nach rationellen Grundsätzen berechnet waren. Allerdings muß zugegeben werden, daß das eingeschlagene Verfahren sehr wohl durch Gründe praktischer Natur gerechtfertigt erscheinen kann.

Wenn nun die Dividendenzuschläge sich nach der erwartungsmäßigen Dividende richten sollen, so kann ihre Berechnung offenbar erst vorgenommen werden, wenn man über das anzuwendende Dividendensystem im klaren ist. Welches System war nun in dem vorliegenden Falle zu wählen? Daß nicht mehrere Systeme nebeneinander möglich sind, wenn Zuschlag und Dividende einander entsprechen sollen, bedarf keines Beweises und es konnte sich also nur um ein einziges unter den vielen möglichen handeln. Aber im übrigen möchte es scheinen, als ob für das in Rede stehende Problem jedes System an sich gleich zulässig wäre. Das ist nun keineswegs der Fall. Vielmehr ist ein vernünftiger Zusammenhang zwischen Zuschlag und Dividendensystem nur möglich, wenn letzteres ein natürliches ist, das der wirklichen Gewinnbildung Rechnung trägt. Damit ist bei Karup jener Ausgangspunkt der Überlegung festgelegt, den wir für die Beurteilung eines Dividendenplanes als unerläßlichen Maßstab wiederholt hervorgehoben haben.

Karup untersucht nun auf Grund seiner Tarifprämien und einer 4proz. Verzinsung die nach seinen Rechnungsgrundlagen zu erwarten-

den Überschüsse der einzelnen Versicherungsjahre und findet, daß die Dividende für reines Ableben bei fünfjähriger Aufbewahrung der Überschüsse mit $22\frac{1}{2}\%$ der Tarifprämie beginnt und mit $106,5\%$ endet. Bei $3\frac{1}{2}\%$ proz. Verzinsung hingegen beginnt die Dividende mit $21,7\%$ und endet mit $77,7\%$.

Das Dividendensystem muß daher so beschaffen sein, daß es bei ansehnlicher Anfangsdividende eine gewisse Steigerung der Dividende mit zunehmender Versicherungsdauer vorsieht, die um so stärker ausfällt, je jöher der Zinsfuß ist. Damit war aber schon der Hinweis auf die Prämienreserve als Maßstab für die Dividende gegeben, zu welchem natürlich ein weiterer Maßstab hinzutreten kann, als welchen wir wohl die Tarifprämie vermuten, welche auch von Karup gewählt wurde. Die Brauchbarkeit dieser Kombination ist in jedem Falle durch praktische Versuche zu erweisen, wobei stets das natürliche System als Vergleichsmaßstab zu dienen hat.

In Wirklichkeit wird jedoch bei der Gothaer Bank nicht nur der Zinsgewinn, was ja naheliegt, sondern ein weit höherer Betrag nach der Reserve verteilt, weil es sich, wie Karup betont, als praktisch erwies, die Dividendenberechtigung mit dem Ausscheiden aus der Anstalt erlöschen zu lassen und der Erlös aus den sonst üblichen nachträglichen Dividenden abermals einen steigenden Verteilungsmaßstab rechtfertigt. Ob aber auch hierfür die Reserve und für den restlichen Überschuß die Prämie ein passender Verteilungsmaßstab ist, das läßt sich a priori nicht entscheiden und muß untersucht werden.

Karup bezeichnet nun die Prämie für die reine Ablebensversicherung als Normalprämie und die für die Abkürzung der Versicherung erforderliche weitere Prämie als Zusatzprämie. Es wurde mit einem Satze von $1,5\%$ der Summe für Abschlußkosten und einem Satze von 5% der Normalprämie und $3,5\%$ der Zusatzprämie für laufende Kosten gerechnet. Hierauf wurde unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt, welche Prämien- und Reservedividende sich am besten der natürlichen Dividendenbewegung anschließen würden. Es stellte sich hierbei heraus, daß beim 4% Zinsfuß eine Prämien- und eine Reservedividende von $21,8\%$ und $2,8\%$, bei einem $3\frac{1}{2}\%$ proz. Zinsfuß hingegen dieselbe Prämien- und eine Reservedividende von 2% zulässig und erforderlich sei. Jedenfalls übertragen sich Veränderungen des Zinsfußes in hohem Maße auf eine theoretisch richtige Reservedividende. Allein eine Reservedividende, die stärker variiert als der Zinsfuß selbst, schien aus praktischen Gründen nicht wünschenswert. Es wurde daher ein Versuch mit einem Satze von 2% bei $3\frac{1}{2}\%$ Zinsfuß und von $2,5\%$ bei 4% Zinsfuß gemacht, so daß der Satz stets so viel Prozent ausmacht, als der wirkliche Zinsfuß den Zinsfuß von $1\frac{1}{2}\%$ übertrifft. Bei 4% Zinsfuß ergab sich dann eine Erhöhung der Prämien- und Reservedividende auf 24% .

Es war also die Frage zu beantworten, ob bei Beibehaltung der bisherigen Tarifprämien der Gothaer Bank — im Durchschnitt — sich ein Tarif, der eine wirkliche Verzinsung von 4%, eine Prämiendividende von 24% und eine Reservedividende von 2,5% voraussetzt, annähernd mit einem solchen deckt, der von einer 3½% Verzinsung, einer Prämiendividende von 21,8% und einer Reservedividende von 2% ausgeht. Von der bejahenden Beantwortung dieser Frage hing die ganze Lösung ab.

Es hat sich dann für die reine Todesfallversicherung ergeben, daß zur Deckung der einmaligen und laufenden Kosten und zur Gewährung der genannten Dividenden von 24% bzw. 2,5% bei 4% wirklichem Zinsfuß und von 21,8% bzw. 2% bei 3½% Zinsfuß folgende Zuschläge zur reinen 3% Nettoprämie erforderlich sind:

Angenommener Zinsfuß	Beitrittsalter									
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	
4%	44,38	42,93	40,62	37,67	34,49	31,21	27,91	24,76	21,87	
3½%	44,86	43,26	40,78	37,69	34,38	31,02	27,66	24,50	21,66	

Man gelangt daher überraschenderweise zu fast völliger Übereinstimmung und die Tarifprämien wurden daher als Mittelwerte der Resultate bei 4% und 3½% festgelegt.

Aus dem Umstande, daß unter Zugrundelegung des endgültigen Tarifes für einen Zinsfuß von 4% die Prämiendividenden für Versicherungen auf reines Ableben nur zwischen 24,16% und 23,84%, für einen Zinsfuß von 3½% nur zwischen 21,61% und 21,97% für die Alter von 20—60 varriieren, kann man die gute Anpassung des Tarifes an das angenommene System entnehmen.

Ein ganz ähnliches Verfahren wurde bei den abgekürzten Versicherungen eingeschlagen. Natürlich mußten hier die verschiedenen Beitritts- und Ablaufsalter berücksichtigt werden. Das Ergebnis war, daß man mit denselben Dividendensätzen der Reserve und der Normalprämie rechnen kann wie bei der lebenslänglichen Versicherung, daß aber der Zusatzprämie eine Dividende zuzugestehen sei, die bei 4% Zinsfuß auf 15,1% und bei 3½% Zinsfuß auf 10,9% zu veranschlagen ist. Die Bemühungen Karups, die Dividende der Zusatzprämie in feste Relation zur Dividende der Normalprämie zu bringen, scheiterten. Der gesuchte Anschluß an die natürlichen Dividenden ließ sich unter dieser Annahme nicht erreichen. Es wurde daher ein variables Verhältnis gewählt und es beträgt der Dividendensatz auf die Zusatzprämie bei 4% Zinsfuß 60% des Dividendensatzes der Normalprämie und bei 3½% Zinsfuß 50%. Eine Änderung des Zinsfußes um 0,1% ändert daher das Verhältnis um 2%.

Sonach wurden unter Zugrundelegung von $3\frac{1}{2}\%$ Kosten und der zugehörigen Prämiendividende die Bruttozusatzprämien für durch fünf teilbare Alter und Dauer ermittelt.

Der für die reine Zusatzprämie erforderliche Zuschlag betrug für das Ablaufsalter 55 in Prozenten der ersteren:

Ange- nommener Zinsfuß	Beitrittsalter					
	20	25	30	35	40	45
4%	19,58	16,81	13,89	10,63	6,93	2,50
$3\frac{1}{2}\%$	19,70	16,93	14,12	10,98	7,49	3,40

Auch hier ergibt sich eine gute Übereinstimmung bei $3\frac{1}{2}\%$ und 4% Zinsfuß. Aus den zusammengehörigen Sätzen wurden wieder die Mittel gebildet und die endgültigen Sätze für die Zwischenwerte durch Interpolation ermittelt.

Bei Todesfallversicherungen mit abgekürzter Prämienzahlung stellen sich größere Schwierigkeiten ein, indem hier der Fall eintrat, daß unter Rechnung mit den bisherigen Dividendensätzen der Prämie und einem Satz von 1% bzw. 1,5% der Reservedividende für die beitragsfreie Versicherung für gewisse Relationen die resultierende Bruttoprämie kleiner war als die reine Nettoprämie. Um dies zu vermeiden, wurde hier noch eine besondere bare Prämiendividende eingeführt.

Neben den Tarifen mit hoher Anfangsprämie wurden auch solche mit niedriger Anfangsprämie zur Einführung gebracht. Die Konstruktion war so, daß die vom sechsten Versicherungsjahre eintretende Prämienerrhöhung durch die anfallende Dividende von 21,8 bzw. 24% der Prämie kompensiert werden sollte. Die Prämienerrhöhung vom sechsten Jahre ab wurde daher mit 20% festgesetzt, so daß sich die Prämie vom sechsten Versicherungsjahre ab im Verhältnis 1 : 1,2 erhöht und die Dividende auf die Normalprämie vom zehnten zum elften Versicherungsjahr den gleichen Sprung erleidet.

Sämtliche noch nicht zur Verteilung gelangenden Überschüsse fließen in den Sicherheitsfonds, der aus einer rechnungsmäßigen Dividendenreserve und einer überrechnungsmäßigen Dividendenreserve besteht. Die Dividende setzt sich dann zusammen aus derjenigen, die in den Tarifen vorgesehen ist und der rechnungsmäßigen Dividendenreserve entnommen werden darf, unbekümmert darum, ob sie dem in einem Geschäftsjahr erzielten Überschuß entspricht oder nicht, und aus einer Ergänzungsdividende, wie sie die überschüssige Dividendenreserve zuläßt. Die angesammelten Überschüsse und die Dividendenreserve werden zusammenfallen, wenn die angenommenen Grundlagen genau zutreffen, und eine Ergänzungsdividende wird sich also nur insoweit bilden, als die wirkliche Sterblichkeit, Zinsen und Kosten sich günstiger

gestalten als angenommen. Wir müssen hier, um Mißverständnissen vorzubeugen, erwähnen, daß die Dividendenreserve immer im Sinne unserer als Dividendenfond bezeichneten Rücklage zu verstehen ist, daher mit dem Dividendendeckungskapital nichts zu tun hat.

Von großer Wichtigkeit erscheint nun die Änderung der Dividendenreserve mit dem Zinsfuß, denn diese Reserve muß immer dem wirklichen Zinsfuß entsprechen. Es ergab sich nun, daß für den Tarif auf reines Ableben und für die durchschnittliche Zusammensetzung des Zuganges, wie er sich in den Jahren 1896, 1897 und 1898 gestaltete, die 4proz. Dividendenreserve die $3\frac{1}{2}$ proz. um nachfolgende Prozentsätze übersteigt

Vollendetes Versicherungsjahr	6	8	10	14	19	24	29	34
Prozentsatz	6,1	5,2	4,5	3,8	3,5	3,7	4,0	4,4

Es scheint demnach kaum zu befürchten, daß die Änderung des Zinsfußes, welche sich stets langsam vollzieht, die Dividendenreserve jemals stark erhöht oder ermäßigt.

Für die gemischten Versicherungen sind die analogen Ziffern für den Zugang derselben Jahre

	7,7	5,8	4,4	2,8	1,7	1,2	0,8	0,9
und bei fortgesetztem Zugang	7,7	6,8	6,1	5,1	4,5	4,2	4,1	4,1.

Es erhebt sich aber immerhin die Frage, wie man verfahren soll, damit die wirklichen Dividenden keine Sprünge erleiden, sobald eine derartige Änderung des Zinsfußes eintritt. Da die erforderliche Dividendenreserve um so höher ausfällt, je höher der Zinsfuß ist und je höher sich die rechnungsmäßigen Dividenden gestalten, so schlägt Karup das folgende Verfahren vor. Ändert sich der Zinsfuß von einem Jahr zum anderen, so wird zunächst die Dividendenreserve des letzten Jahres entsprechend umgerechnet, was nur eine neue Interpolation zwischen den zu 4% und $3\frac{1}{2}$ % schon gegebenen Grenzwerten erfordert. Ist die umgerechnete Dividendenreserve kleiner als die ursprüngliche, so wird der Unterschied so lange als besondere Dividendenreserve zurückgestellt, bis eine Schwankung entgegengesetzter Art eintritt. Ist sie dagegen größer, so werden die Reservedividenden und rechnungsmäßigen Prämien dividenden solange nach dem alten niedrigen Zinsfuß angesetzt, bis die hierdurch ersparten Beträge die Differenz gedeckt haben. Auf diese Weise werden die neuen Dividendensätze sich immer sprunglos dem neuen Zinsfuß anpassen, und zugleich ist dafür gesorgt, daß die rechnungsmäßige Dividendenreserve niemals kleiner ist, als die jeweils angesetzten rechnungsmäßigen Dividenden erfordern. Denn eine höhere Dividendenreserve wird ja tatsächlich erst nötig, wenn höhere Dividenden eintreten und eine für einen niedrigeren Zinsfuß als der wirkliche gültige Dividendenreserve reicht immer für Dividenden aus, die jenem entsprechen.

Die rechnungsmäßigen Dividenden variieren etwas mit dem Alter und der Versicherungskombination. Es wäre aber streng genommen nötig, den gültigen Durchschnitt alljährlich nach dem wirklich vorhandenen Versicherungsbestand unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Zinsfußes festzustellen. Die genannten Variationen verschwinden jedoch im Durchschnitt der Jahre fast vollständig. Unter diesen Umständen wird man die rechnungsmäßige Prämiendividende, genau so wie die Reservedividende, nach dem Zinsfuß allein abstufen können, indem man im Anschluß an die der Tarifberechnung ursprünglich zugrunde gelegten Sätze die folgenden Skalen einführt:

Bei einem Zinsfuß von	beträgt die rechnungsmäßige Dividende auf die	
	Normalprämie	Reserve
3,5 %	21,80 %	2,0 %
3,6 %	22,24 %	2,1 %
3,7 %	22,68 %	2,2 %
3,8 %	23,12 %	2,3 %
3,9 %	23,56 %	2,4 %
4,0 %	24,00 %	2,5 %

Was aber die Ergänzungsdividende anlangt, die die rechnungsmäßige in die wirklich zu gewährende verwandelt, so wird diese durch einen Vergleich der in den vier Rechnungsjahren eingezahlten und nach Maßgabe der Prämienüberträge auf diese entfallenden Prämien mit der jeweiligen verfügbaren Dividendenreserve gewonnen. Hierbei wird unter Dividendenreserve der vorhandene Sicherheitsfond abzüglich rechnungsmäßiger Dividendenreserve und für das laufende Jahr vorgesehener Ergänzungsdividende verstanden. Es bleibt dann eine wegen Rückgang des Zinsfußes etwa vorhandene besondere Dividendenreserve außer Betracht. Die Zusatzprämie wird mit so viel Prozent in die Prämieinnahme eingeschlossen, als der Dividendensatz auf die Zusatzprämie von dem Dividendensatz auf die Normalprämie tatsächlich zu betragen hat.

Als Zinsfuß, der die Dividende zu regeln hat, wird derjenige zugrunde gelegt, der zur Zeit der letzten Bilanzaufstellung tatsächlich erzielt wurde. Die Dividenden für 1910, die im Laufe von 1909 zu bestimmen sind, werden also nach dem Zinsfuß geregelt, der Ende 1908 erzielt wurde.

Auf ein angenähertes Zutreffen der Dividendensätze kann nur dann gerechnet werden, wenn dem neuen Zugang faktisch jener Überschuß zugewiesen wird, den er selbst erzeugt. Demnach wird eine Teilung des Überschusses nach dem alten und neuen Versicherungsbestand erforderlich sein. Dies ist leicht für die Prämieinnahme und für die Sterbefälle und Abgangsschädigungen. Was den Zins anlangt, so genügt es, wenn der aus dem Gesamtvermögen erzielte Erlös am Ende eines jeden

Jahres in ideeller Weise zerlegt wird, wobei die auf die einzelnen Bestände treffenden mittleren Fonds den Verteilungsmaßstab abgeben. Schwieriger ist die Trennung bei den Verwaltungskosten, weil die einmaligen Kosten, die nicht auf Abschlußkosten und ärztliche Untersuchung entfallen, sich nicht scharf abgrenzen lassen. Karup schlägt vor, die einmaligen Kosten mit dem in den Tarifen vorgesehenen Betrage von $1\frac{1}{2}\%$ der Summe zu bemessen. Die Verwaltungskosten werden in der Gewinn- und Verlustrechnung ohne Rücksicht auf die einmaligen Kosten des Neuzuganges nach Verhältnis der auf die einzelnen Bestände in dem abgelaufenen Rechnungsjahr treffenden Prämien repartiert, wobei die Zusatzprämien mit 70% angesetzt werden, was dem in den Tarifen angenommenen Verhältnis zwischen laufenden Kosten für die Normal- und Zusatzprämien — 5% und $3\frac{1}{2}\%$ — entspricht. Der neue Bestand übernimmt die Verpflichtung, diejenigen Mehrkosten, welche ihm zugefallen wären, wenn er die Abschlußkosten selbst zu tragen gehabt hätte, allmählich, insoweit es die Prämienzuschläge gestatten, an die Extrareserven abzuführen.

Man wird an dieser gedrängten Darstellung der leitenden Grundsätze des Karupschen Planes, bei welcher wir engsten Anschluß an die Darstellung des Autors angestrebt haben, erkennen, mit welchem hervorragendem Geschick und welcher Sorgfalt alle jene Schwierigkeiten zu überwinden getrachtet werden, welche sich bei gewissenhafter Behandlung der Aufgabe der Herstellung eines korrekt arbeitenden mechanischen Planes dem Versicherungstechniker entgegenstellen. Daß trotzdem nicht alles restlos gelingen konnte, liegt in der Natur der Sache. Wir verweisen in dieser Hinsicht nur auf die nicht aus einem natürlichen Prinzip, sondern unter Heranziehung außerhalb des Problems liegender Opportunitätsgründe entwickelte Ableitung der Tarifprämien, auf die nicht ganz befriedigende Abhängigkeit und Regulierung der Dividendenreserve mit dem Zinsfuß, auf das Versagen der eingehaltenen Grundsätze außerhalb spezieller Versicherungsarten und auf die im Zusammenhang mit der damaligen Gesetzgebung zwar nicht anders zu bewerkstellende, heute aber wohl unzureichend erscheinende Behandlung der Verwaltungskosten, im besonderen der Amortisation der Abschlußkosten. Ja das Funktionieren des Planes erscheint in gewissem Sinne als ein Spiel des Zufalles und die dabei im einzelnen verfolgten Grundsätze können unter geänderten Verhältnissen, aber auch bei Verwendung anderer Rechnungsgrundlagen völlig versagen. Damit soll aber wieder nur zum Ausdruck gebracht sein, was wohl für jeden mechanischen Plan, und möge er noch so sorgfältig erwogen sein, stets gelten wird. Die dem Plane innewohnenden Schwierigkeiten lassen sich bei entsprechender Sorgfalt in einer für die Praxis ausreichenden Weise innerhalb gewisser Grenzen wohl meistern. Aber eine Anwendung solcher aus speziellen Verhältnissen hervorgegangener Untersuchungen unter anderen Bedingungen

erscheint meist gänzlich aussichtslos. Hierin liegt ja auch die Schwierigkeit begründet, welche sich einer generellen Darstellung der beim mechanischen Plane zu beobachtenden Momente entgegenstellt, ein Umstand, welcher es uns rätlicher erscheinen ließ, all dies an einem wenn auch speziellen Beispiele zur Darstellung zu bringen.

Bei der Darstellung der formelmäßigen Entwicklungen Karups beschränken wir uns auf die reine Todesfallversicherung und auf die Versicherung auf Ab- und Erleben, beide nach Tarif A mit hoher Anfangsprämie, da hieraus alles Prinzipielle zu entnehmen ist.

Die auf die Nettorechnung bezüglichen Größen D , a , \bar{A} , \bar{Z} , V in der Karupschen Bezeichnungsweise sind auf Grund der neuen Bankliste mit einem Zinsfuß von 3% berechnet, die übrigen im folgenden vorkommenden Größen auf Grund der reduzierten Bankliste Karups mit einem dem tatsächlich erzielten möglichst nahekommenden Zinsfuß auszuwerten.

Bei der lebenslänglichen, spätestens mit dem 90. Lebensjahr zur Auszahlung gelangenden Versicherung auf den Todesfall hat man als Barwert der Versicherungssumme eins für einen eben beitretenden x -Jährigen

$$(106) \quad \bar{A}_x = \frac{\bar{M}_{[x]} + D_{90}}{D_{[x]}}$$

wobei

$$\bar{M}_{[x]} = \bar{C}_{[x]} + \bar{C}_{[x]+1} + \dots + \bar{C}_{89}$$

$$\bar{C}_{[x]} = d_{[x]} v^{x+\frac{1}{2}}.$$

Der Barwert der längstens bis zum 90. Lebensjahr zahlbaren gleichbleibenden Rente von jährlich eins ist gegeben durch

$$a_{[x]} = \frac{N_{[x]}}{D_{[x]}}$$

so daß die Jahresnettoprämie für eine nach Tarif A abgeschlossene lebenslängliche Versicherung von eins

$$(107) \quad \bar{P}_{[x]} = \frac{\bar{A}_{[x]}}{a_{[x]}}$$

beträgt.

Als Barwert der auf t Jahre abgekürzten Versicherung eins hat man für den Zeitpunkt des Beitrittes (t ist hier immer ≥ 10)

$$(108) \quad \bar{A}_{[x] \overline{t}|} = \frac{\bar{M}_{[x]} - \bar{M}_{x+t} + D_{x+t}}{D_{[x]}} = \frac{{}_t\bar{M}_{[x]} + D_{x+t}}{D_{[x]}}$$

als Barwert der kurzen Rente vom Betrage eins

$${}_t a_{[x]} = a_{[x] \overline{t}|} = \frac{N_{[x]} - N_{[x]+t}}{D_{[x]}} = \frac{{}_t N_{[x]}}{D_{[x]}}$$

Demnach beträgt die Jahresprämie für eine auf t Jahre abgekürzte Versicherung eins nach Tarif A

$$(109) \quad \bar{P}_{[x] \overline{t}|} = \frac{\bar{A}_{[x] \overline{t}|}}{{}_t a_{[x]}}$$

Die Gothaer Bank zerlegt die Bruttoprämie für abgekürzte Versicherungen in die für die lebenslängliche Versicherung erforderliche Prämie, die sog. Normalprämie, und in die erforderliche Mehr- oder Zusatzprämie. Wird dieselbe Zerlegung bei den reinen Prämien vorgenommen, so hat man als Zusatzprämie des Tarifs A

$$(110) \quad \bar{Z}_{[x]|\bar{t}} = \bar{P}_{[x]|\bar{t}} - \bar{P}_{[x]}.$$

Die Prämienreserve für den Schluß des Versicherungsjahres ist für die gewöhnliche lebenslängliche Versicherung nach Tarif A durch

$$(111) \quad {}_nV_x = \bar{A}_{[x]+n} - \bar{P}_{[x]} \cdot a_{[x]+n},$$

für die auf das Alter $x + t$ abgekürzte Versicherung desselben Tarifes durch

$$(112) \quad {}_nV_x = \bar{A}_{[x]+n|\bar{t-n}} - \bar{P}_{[x]|\bar{t}} \cdot {}_{|n-t}a_{[x]+n}$$

gegeben.

Wegen der gleichmäßigen Verteilung des Zuganges und der Prämientermine des gesamten Versicherungsbestandes über das Jahr gilt als Bilanzreserve im engeren Sinne

$$(113) \quad \frac{\sum_{n-1}V + \sum_nV}{2},$$

während die in das folgende Rechnungsjahr übergreifende Bruttoprämie in einem besonderen Posten als Prämienübertrag in die Bilanz eingestellt wird. \sum_nV bedeutet hierbei die auf den gesamten Bestand treffende Reserve für das Ende des laufenden Versicherungsjahres und $\sum_{n-1}V$ die entsprechende Reserve für das Ende des vorausgegangenen Versicherungsjahres.

Zur Ermittlung von \sum_nV (Bruttoreserve) wird der gesamte Bestand in eine Reihe von Gruppen zerlegt, wie sie die verschiedenen Rechnungsregeln und Abschätzungsfaktoren bedingen, während $\sum_{n-1}V$ einfach aus der vorjährigen Bruttoreserve durch Absetzung der auf die Gestorbenen und Abgegangenen treffenden und durch Einzelrechnung festzustellenden Reserven hervorgeht.

Die Gruppenrechnung erfordert folgende Umformungen der Reserveformeln:

Man hat

$${}_{|t-n}a_{[x]+n} = a_{[x]+n} - \frac{N_{[x]+t}}{D_{[x]+n}}$$

$$\bar{A}_{[x]+n|\bar{t-n}} = \bar{A}_{[x]+n} + \frac{D_{[x]+t} - \bar{M}_{[x]+t} - D_{90}}{D_{[x]+n}}.$$

Nun ist aber

$$\bar{M}_x = \frac{1}{\sqrt{1+i}} \bar{M}_x + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+i}}\right) \bar{M}_x = \sqrt{v} \bar{M}_x + \partial \bar{M}_x$$

und

$$\bar{M}_x + D_{90} = D_x - dN_x + \partial \bar{M}_x$$

$$D_x - \bar{M}_x - D_{90} = dN_x - \partial \bar{M}_x.$$

Demnach

$$\bar{A}_{[x]+n \overline{t-n}} = \bar{A}_{[x]+n} + \frac{d N_{[x]+t} - \partial \bar{M}_{[x]+t}}{D_{[x]+n}}$$

und

$$(114) \quad {}_nV_x = \bar{A}_{[x]+n} - \bar{P}_{[x] \overline{t}} \cdot a_{[x]+n} + \frac{\bar{P}_{[x] \overline{t}} \cdot N_{[x]+t} + d N_{[x]+t} - \partial M_{[x]+t}}{D_{[x]+n}},$$

welche Formel die für die Gruppenbildung geeignete Gestalt aufweist. Die Zuschläge und Bruttoprämien stützen sich auf die Dekremententafel des Versicherungsbestandes, welche den Abfall durch Tod und vorzeitige Vertragslösung berücksichtigt.

Ist $B_{[x]+n}$ der Versicherungsbestand, der von einem einmaligen Zugang von $B_{[x]}$ x jährigen Personen nach n Jahren, lebenslängliche Versicherung vorausgesetzt, noch übrig ist und die fällige Prämie zahlt, $\mathcal{B}_{[x]+n}$ derselbe Versicherungsbestand nach Absetzung des Abganges zu Anfang des $n+1$ ten Versicherungsjahres — genauer des Abganges zwischen n und $n + \frac{1}{2}$ —, $\mathcal{A}_{[x]+n}$ der Abgang beim vollendeten n ten Versicherungsjahr vor und nach Zahlung der Prämie — Abgang zwischen $n - \frac{1}{2}$ und $n + \frac{1}{2}$ —, $\mathcal{A}'_{[x]+n}$ der Abgang, der im $n+1$ ten Versicherungsjahr nach Zahlung der $n+1$ ten und vor Zahlung der $n+2$ ten Prämie erfolgt, $\mathcal{D}_{[x]+n}$ die zugehörige Anzahl der Sterbefälle, $\alpha_{[x]+n}$ die Wahrscheinlichkeit, daß ein $x+n$ -Jähriger, der im Alter $[x]$ beiträt, nach n jähriger Versicherungsdauer — zwischen $n - \frac{1}{2}$ und $n + \frac{1}{2}$ — ausscheidet, und endlich $\beta_{[x]+n}$ die Wahrscheinlichkeit, daß eine solche Person, die zu Anfang des $n+1$ ten Versicherungsjahres fällige Prämie zahlt, so hat man folgende Relationen:

Es ist

$$\mathcal{B}_{[x]} = B_{[x]} \cdot (1 - \alpha_{[x]})$$

$$\mathcal{B}_{[x]+1} = \mathcal{B}_{[x]} \frac{l_{[x]+1}}{l_{[x]}} \cdot (1 - \alpha_{[x]+1})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{[x]+n} &= \mathcal{B}'_{[x]+n-1} \cdot \frac{l_{[x]+n}}{l_{[x]+n-1}} \cdot (1 - \alpha_{[x]+n}) \\ &= \mathcal{B}_{[x]} \frac{l_{[x]+n}}{l_{[x]}} \cdot (1 - \alpha_{[x]}) (1 - \alpha_{[x]+1}) \dots (1 - \alpha_{[x]+n}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{[x]+n} = \mathcal{B}_{[x]+n} \frac{l_{[x]+n} - l_{[x]+n+1}}{l_{[x]+n}} = \mathcal{B}_{[x]+n} \cdot q_{[x]+n}$$

$$\mathcal{A}_{[x]+n} = \mathcal{B}_{[x]+n-1} - (\mathcal{B}_{[x]+n} + \mathcal{D}_{[x]+n})$$

Abgang zu Anfang des $n+1$ ten Versicherungsjahres = $\mathcal{A}_{[x]+n} \cdot \beta_{[x]+n}$

$$\mathcal{A}'_{[x]+n} = \mathcal{A}_{[x]+n} \cdot \beta_{[x]+n} + (\mathcal{A}_{[x]+n+1} - \mathcal{A}_{[x]+n+1} \cdot \beta_{[x]+n+1})$$

$$B_{[x]+n} = \mathcal{B}_{[x]+n} + \mathcal{A}'_{[x]+n} \cdot \beta_{[x]+n}$$

und wenn die Zahl der Personen, die das 90. Lebensjahr vollenden und die Versicherungssumme bei Lebzeiten erhalten, $K_{[x]+90-x}$ gesetzt wird,

$$K_{[x]+90-x} = \mathcal{B}_{[x]+89-x} - \mathcal{D}_{[x]+89-x}.$$

Wir stellen nun fest, wie sich die Barwerte der Einnahmen und Ausgaben für die Anstalt zur Zeit des Beitrittes von $B_{[x]}$ Personen gestalten, die je eine Mark auf Lebenszeit nach Tarif A versichern.

Der Barwert der Sterbefallzahlungen und der mit vollendetem 90. Lebensjahr fälligen Summen beträgt

$$(115) \quad \mathcal{D}_{[x]} v^{\frac{1}{2}} + \mathcal{D}_{[x]+1} v^{\frac{1}{2}} + \dots + \mathcal{D}_{[x]+89-x} v^{89\frac{1}{2}-x} + K_{[x]+90-x} v^{90-x}$$

und der Barwert der Abgangsentschädigungen ${}_n U_x$, wenn man diese auf das Ende der Versicherungsjahre legt und für die Ausscheidenden des letzten Versicherungsjahres die volle Versicherungssumme ansetzt,

$$(116) \quad \mathcal{A}'_{[x]} \cdot v \cdot {}_1 U_x + \mathcal{A}'_{[x]+1} \cdot v^2 \cdot {}_2 U_x + \dots + \mathcal{A}'_{[x]+88-x} \cdot v^{89-x} {}_{89-x} U_x \\ + \mathcal{A}'_{[x]+89-x} \cdot v^{90-x}.$$

Als Barwert der Reservedividenden, die mit dem sechsten Versicherungsjahre beginnen und jeweilig auf die vier Jahre vorher vorhandene Reserve gewährt werden, hat man ferner

$$(117) \quad \varphi (B_{[x]+5} \cdot v^5 \cdot {}_1 V_x + B_{[x]+6} \cdot v^6 \cdot {}_2 V_x + \dots + B_{[x]+89-x} \cdot v^{89-x} \cdot {}_{85} V_x),$$

wobei φ den Dividendensatz bezeichnet, und als Barwert der Prämien-dividenden, wenn man die Prämie, die zu dem angenommenen Zinsfuß von 100 i % gehört, mit $\Pi^{100i\%}$ bezeichnet und die zugehörige Dividende zu 100 (σ) % ansetzt — die endgültige rechnungsmäßige Prämien-dividende ist erst aus der ebenfalls endgültigen Prämie Π , einem Mittelwert zu bestimmen —

$$(118) \quad (\sigma) \cdot \Pi_x^{100i\%} \cdot (B_{[x]+5} \cdot v^5 + B_{[x]+6} \cdot v^6 + \dots + B_{[x]+89-x} \cdot v^{89-x}),$$

während sich die Belastung aus einmaligen und laufenden Kosten auf

$$(119) \quad \varkappa B_{[x]} + \lambda \Pi_x^{100i\%} \cdot (B_{[x]} + B_{[x]+1} \cdot v + \dots + B_{[x]+89-x} \cdot v^{89-x})$$

stellt.

Andererseits hat man als Barwert der zu vereinnahmenden Prämien

$$(120) \quad \Pi_x^{100i\%} \cdot (B_{[x]} + B_{[x]+1} \cdot v + \dots + B_{[x]+89-x} \cdot v^{89-x}).$$

Setzt man dann

$$\begin{aligned} A_{[x]+n} &= B_{[x]+n} \cdot v^n, & \Gamma_{[x]+n} &= \mathcal{D}_{[x]+n} \cdot v^{n+\frac{1}{2}} \\ A_{[x]+90-x} &= K_{[x]+90-x} \cdot v^{90-x}, & N'_{[x]+n} &= \sum A_{[x]+n} = A_{[x]+n} + \dots + A_{[x]+89-x} \\ \chi_{[x]+n} &= \mathcal{A}'_{[x]+n} \cdot v^{n+1} & \text{für } n &= 0, 1, \dots, 89-x \\ \Phi_{[x]+n} &= A_{[x]+n} \cdot n \cdot {}_4 V_x \\ \Theta_{[x]+n} &= \chi_{[x]+n} \cdot n \cdot {}_{+1} U_x \\ X_{[x]+n} &= \varphi \Phi_{[x]+n} + \Theta_{[x]+n}, \end{aligned}$$

so ergibt sich auf Grund der Gleichheit des Barwertes der Einnahmen und Ausgaben die Gleichung

$$(121) \quad \left\{ \begin{aligned} \Pi_x^{100i\%} \cdot N'_{[x]} &= (\sum \Gamma_{[x]} + A_{[x]+90-x}) + (\sum \Theta_x + \frac{1}{100} \chi_{[x]+89-x}) \\ &+ \varphi \sum \Phi_{[x]+5} + (\sigma) \Pi_x^{100i\%} \cdot N'_{[x]+5} \\ &+ \varkappa A_{[x]} + \lambda \Pi_x^{100i\%} \cdot N'_{[x]}. \end{aligned} \right.$$

aus der sich nach einigen Umformungen ergibt

$$(122) \quad \Pi_x^{100i\%} = \frac{\varkappa A_{[x]} + \sum \Gamma_{[x]} + A_{[x]+90-x} + \sum_0^{90-x} X_{[x]+n} + \frac{1}{100} \chi_{[x]+89-x}}{(1-\lambda) \cdot N'_{[x]} - (\sigma) \cdot N'_{[x]+5}},$$

wobei das Glied $\frac{1}{100} \chi_{[x]+89-x}$ mit Rücksicht auf die Festsetzung, daß die Abgangschädigung im letzten Versicherungsjahr sich von der versicherten Summe nur um den Abzug von 1% unterscheidet, herrührt.

Dividiert man die so erhaltene Prämie durch die reine Prämie $\bar{P}_{[x]}$, so erhält man das Verhältnis $1 + \gamma^{100i\%}$, worin $\gamma^{100i\%}$ den Zuschlag darstellt, der für die reine Prämie eins erforderlich ist, wenn die angenommene Prämie dividende (σ) bei einem Zinsfuß von 100i% gedeckt werden soll. In Wirklichkeit wurde die Rechnung einmal für den Zinsfuß 4% und die Prämie dividende $100(\sigma) = 24\%$ und einmal für den Zinsfuß $3\frac{1}{2}\%$ und die Prämie dividende $100(\sigma) = 21,8\%$ ausgeführt, und aus den hierbei entstehenden Zuschlägen $\gamma^4\%$ und $\gamma^{3\frac{1}{2}\%}$, die nur wenig auseinandergingen, das Mittel gebildet, womit der definitive Zuschlag γ gegeben war, der wieder die definitive Bruttoprämie

$$(123) \quad \Pi_x = (1 + \gamma) \bar{P}_{[x]}$$

lieferte.

Zu Π_x gehört für jeden Zinsfuß und auf die Prämie eins berechnet eine rechnungsmäßige Dividende σ , die mit dieser Größe in demselben Zusammenhang steht wie (σ) mit $\Pi_x^{100i\%}$.

Setzt man den Zähler in dem Ausdruck (122) für die Prämie $\Pi_x^{100i\%}$ gleich \mathcal{K} , setzt weiter

$$(1 - \lambda) N'_{[x]} = \mathcal{L}, \quad N'_{[x]+5} = \mathcal{M},$$

so ist

$$(124) \quad \Pi_x = \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{L} - \sigma \mathcal{M}}$$

und

$$(125) \quad \sigma = \frac{\mathcal{L} \Pi_x - \mathcal{K}}{\mathcal{M} \Pi_x},$$

womit die rechnungsmäßigen Dividenden gegeben sind.

In ganz analoger Weise verläuft die Ableitung der Zusatzprämie für die Abkürzung der Versicherung zum Alter $[x] + t$. Bezeichnet λ_1 die laufenden Kosten auf die Zusatzprämie und σ_1 die zugehörige Dividende und ist $\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma}$ und die Zusatzprämie selbst $\mathfrak{Z}_{x \bar{t}}^{100i\%}$, so ergibt sich

$$(126) \quad \mathfrak{Z}_{x \bar{t}}^{100i\%} = \frac{\alpha A_{[x]+t} \sum I_{[x]} + A_{[x]+t} + \sum_0^t X_{[x]+n} + \frac{1}{100} \chi_{[x]+t-1} - \Pi_x [(1-\lambda)_t N'_{[x]} - \sigma_{t-5} N'_{[x]+5}]}{(1-\lambda_1)_t N'_{[x]} - \psi \cdot \sigma_{t-5} N'_{[x]+5}}.$$

Aus dem für $100i = 4$ und $100i = 3\frac{1}{2}$ berechneten

$$(127) \quad \frac{\mathfrak{Z}_{x \bar{t}}^{100i\%}}{\bar{Z}_{x \bar{t}}} = 1 + \gamma^{100i\%}$$

erhält man wieder als endgültigen Zuschlag

$$(128) \quad \gamma = \frac{\gamma^4\% + \gamma^{3\frac{1}{2}\%}}{2}$$

und als endgültige Zusatzprämie

$$(129) \quad \mathfrak{Z}_{x \bar{t}} = (1 + \gamma) \bar{Z}_{[x] \bar{t}}.$$

Der Anhang des Karupschen Werkes enthält eine reiche Zahl von numerischen Beispielen zu allen vorkommenden Formeln. Direkt angewendet wurden die Formeln jedoch nur für die durch fünf teilbaren Beitritts- und Ablaufsalter und die übrigen Werte durch Interpolation gefunden.

Nach den bisherigen Entwicklungen wird der Ausdruck für die Gesamtreserve ${}_n\mathcal{GR}_x$ unmittelbar verständlich sein. Er lautet für die lebenslängliche Versicherung nach Tarif A für $n < 5$

$$(130) \left\{ \begin{aligned} {}_n\mathcal{GR}_x &= \left\{ \left(\sum \Gamma_{[x]+n} + \Delta_{[x]+90-x} + \sum_n^{90-x} X_{[x]+n} + \frac{1}{100} \cdot \chi_{[x]+89-x} \right) \right. \\ &\quad \left. - \Pi_x \cdot (1 - \lambda) \cdot N'_{[x]+n} + \sigma \Pi_x \cdot N'_{[x]+5} \right\} \cdot \frac{1}{\Delta_{[x]+n}} \end{aligned} \right.$$

und für $n \geq 5$

$$(131) \left\{ \begin{aligned} {}_n\mathcal{GR}_x &= \left\{ \left(\sum \Gamma_{[x]+n} + \Delta_{[x]+90-x} + \sum_n^{90-x} X_{[x]+n} + \frac{1}{100} \cdot \chi_{[x]+89-x} \right) \right. \\ &\quad \left. - \Pi_x (1 - \lambda - \sigma) N'_{[x]+n} \right\} \cdot \frac{1}{\Delta_{[x]+n}}. \end{aligned} \right.$$

Hierbei ist in dem Ausdruck

$$\varphi \Phi_{[x]+n} + \Theta_{[x]+n} = X_{[x]+n}$$

für $n < 5$

$$\Phi_{[x]} = \Phi_{[x]+1} = \dots \Phi_{[x]+4} = 0$$

zu setzen.

Die Formel für die Gesamtreserve der abgekürzten Versicherung ist ganz analog gebaut. Sie lautet für $n \leq 5$

$$(132) \left\{ \begin{aligned} {}_n\mathcal{GR}_x &= \left\{ \left(t-n \sum \Gamma_{[x]+n} + \Delta_{[x]+t} + \sum_n^t X_{[x]+n}^{abk} + \frac{1}{100} \cdot \chi_{[x]+t-1} \right) \right. \\ &\quad \left. - [\Pi_x \cdot (1 - \lambda) + \mathfrak{Z}_{x\bar{t}} \cdot (1 - \lambda_1)] N'_{[x]+n} \right. \\ &\quad \left. + (\Pi_x + \mathfrak{Z}_{x\bar{t}} \cdot \sigma_1) t-5 \cdot N'_{[x]+5} \right\} \cdot \frac{1}{\Delta_{[x]+n}} \end{aligned} \right.$$

und für $n > 5$

$$(133) \left\{ \begin{aligned} {}_n\mathcal{GR}_x &= \left\{ \left(t-n \sum \Gamma_{[x]+n} + \Delta_{[x]+t} + \sum_n^t X_{[x]+n}^{abk} + \frac{1}{100} \cdot \chi_{[x]+t-1} \right) \right. \\ &\quad \left. - [\Pi_x (1 - \lambda - \sigma) + \mathfrak{Z}_{x\bar{t}} \cdot (1 - \lambda_1 - \sigma_1)] t-n N'_{[x]+n} \right\} \cdot \frac{1}{\Delta_{[x]+n}}. \end{aligned} \right.$$

Die rechnungsmäßige Dividendenreserve — nach unserer früheren Terminologie Dividendenfond — wird dann aus der Gesamtprämienreserve durch Abzug der reinen Prämienreserve ${}_nV_x$ bzw. ${}_nV_x^{abk}$ erhalten.

Der Zusammenhang zwischen der für das Ende des Versicherungsjahres und der für den Bilanztermin gültigen Dividendenreserve ist verhältnismäßig einfach. Zu Anfang des Versicherungsjahres erhöht sich die Dividendenreserve um den Prämienzuschlag, der dieser unverkürzt zufließt, wenn die Verwaltungskosten gleichmäßig über das Versicherungsjahr verteilt werden. Und andererseits vermindert sie sich um die auszuzahlende Dividende. Für eine Versicherung nach Tarif A

beträgt also der reine Zuwachs für Dividendenreserve am Anfang des n ten Versicherungsjahres, falls $n \leq 5$

$$II + 3 - \bar{P} - \bar{Z}$$

und falls $n > 5$

$$II + 3 - \bar{P} - \bar{Z} - (II\sigma + 3\sigma_1 + \varphi_{n-5}V),$$

woraus sich als die auf das n te Versicherungsjahr treffende Bilanzdividendenreserve der Durchschnittswert

$$(134) \quad \frac{1}{2}({}_{n-1}\mathcal{D}\mathcal{R}_x + II + 3 - \bar{P} - \bar{Z}) + \frac{1}{2}n\mathcal{D}\mathcal{R}_x$$

und

$$(135) \quad \frac{1}{2}({}_{n-1}\mathcal{D}\mathcal{R}_x + II + 3 - \bar{P} - \bar{Z} - II\sigma - 3\sigma_1 - \varphi_{n-5}V) + \frac{1}{2}n\mathcal{D}\mathcal{R}_x$$

ergibt, wenn die Dividendenreserve am Ende des n ten Versicherungsjahres mit ${}_n\mathcal{D}\mathcal{R}_x$ bezeichnet wird. Aus diesen Beträgen ist jedoch

$$\frac{1}{2}(II + 3 - \bar{P} - \bar{Z})$$

wieder auszuscheiden, weil der besonders zurückzustellende Prämienübertrag die in das nächste Geschäftsjahr übergreifenden Prämienzuschläge mit einschließt und die tatsächliche Bilanzdividendenreserve reduziert sich also auf

$$(136) \quad {}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_x = \frac{{}_{n-1}\mathcal{D}\mathcal{R}_x + {}_n\mathcal{D}\mathcal{R}_x}{2} \quad \text{für } n \leq 5$$

und

$$(137) \quad {}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_x = \frac{{}_{n-1}\mathcal{D}\mathcal{R}_x + {}_n\mathcal{D}\mathcal{R}_x}{2} - \frac{II\sigma + 3\sigma_1 + \varphi_{n-5}V}{2} \quad \text{für } n > 5.$$

Da es bei den Bilanzprämienreserven, welche nur eine rationelle Regelung der Dividende bezwecken, auf äußerste Genauigkeit nicht ankommt, so kann bei der numerischen Berechnung manche Erleichterung Platz greifen. Insbesondere wird es, wenn die Werte von fünf zu fünf Jahren rücksichtlich der Beitritts- und Ablaufsdauer berechnet vorliegen, nicht nötig sein, die Interpolation von Fall zu Fall durchzuführen. Ist dann $x + \delta$ ein nicht durch 5 teilbares Beitrittsalter, das zwischen den tabellierten Altern y und $y + 5$ liegt, dann hat man bei geradliniger Interpolation für jedes beliebige n und für die Versicherungssumme \mathcal{S}

$$(138) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{S}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_x &= \mathcal{S} \left[{}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_y + \frac{\delta}{5} ({}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_{y+5} - {}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_y) \right] \\ &= \frac{5-\delta}{5} \cdot \mathcal{S} \cdot {}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_y + \frac{\delta}{5} \cdot \mathcal{S} \cdot {}_{n-\frac{1}{2}}\mathcal{D}\mathcal{R}_{y+5}, \end{aligned} \right.$$

so daß die Interpolation erledigt wird, wenn man die wirkliche Versicherungssumme in zwei Teilbeträge $\frac{5-\delta}{5} \cdot \mathcal{S}$ und $\frac{\delta}{5} \cdot \mathcal{S}$ zerlegt und diese als selbständige Summen mit den Beitrittsaltern y und $y + 5$ behandelt. Diese Zerlegung braucht indes nur einmal, beim Beitritt, vorgenommen zu werden, wenn man entsprechende Register anlegt und die Berechnung der gesamten auf beitragspflichtige Versicherungen treffenden Dividendenreserve reduziert sich also jährlich auf so viele Multiplikationen, als tabellierte Alter und Versicherungsjahre mit Teilsummen — oder vollen Summen — besetzt sind.

Wir haben bei der Darstellung des Karupschen Planes auch Details, welche den Inhalt früherer Darlegungen berühren, hier aufgeführt, einerseits, um möglichst engen Anschluß an die Karupsche Darstellung zu gewinnen und andererseits, weil uns daran gelegen war, an einem klassischen Beispiele die bei der Herstellung eines mechanischen Dividendenplanes in Betracht kommenden Momente nochmals in aller Kürze zusammenzufassen.

Im besonderen haben wir nochmals die drei wesentlichen Punkte hervorzuheben, welche den Gewinnplan Karups vor anderen auszeichnen. Dazu gehört vor allem, daß hier die natürliche Dividende als Maßstab festgehalten wird, dem sich die mechanische Dividende möglichst anzupassen hat. Wir haben wiederholt betont, daß dies ein ideales Erfordernis ist, dem sich die Konstruktion jedes mechanischen Planes unterzuordnen hat. Die Berechnungen werden bei Karup auf Grund von Dekremententafeln der treu bleibenden Versicherten durchgeführt, demnach der vorzeitige Abfall als Rechnungselement voll berücksichtigt. Die Tarifprämie erscheint daher von diesem Element abhängig. Wir haben an früherer Stelle darauf hingewiesen, daß sich hiergegen der gewichtige Einwand erheben läßt, daß bei der Unsicherheit dieses Rechnungselementes die Gefahr besteht, daß die Tarifprämie bei einem Rückgang des Stornos im Zusammenhang mit einer allgemeinen Änderung der wirtschaftlichen Verhältnisse mit Rücksicht auf die Dividendenversprechungen insuffizient werden kann. Die Erfahrungen, welche die Nachwirkungen des Krieges gebracht haben, lassen für die Benützung des genannten Rechnungselementes beim Aufbau eines Dividendensystems noch mehr Vorsicht geboten erscheinen und wir haben es daher bei unseren Entwicklungen vorgezogen, von einer Berücksichtigung des Stornos in diesem Zusammenhange ganz abzusehen, zumal die Basis des Dividendenplanes allzu unsicher erscheint, wenn die Stornosätze erheblich sind, andernfalls aber der ziffernmäßige Effekt ihre Einführung als Rechnungsgrundlage kaum lohnt.

Innerhalb der allerdings nicht zu weiten Grenzen erscheint bei Karup die Veränderlichkeit des Zinsfußes genügend im Plane berücksichtigt, wenn man etwa von der etwas schwerfälligen Regulierung der rechnungsmäßigen Dividendenreserve absehen will. Aber gerade dies ist ja ein Punkt, wo ein mechanischer Plan wohl niemals ganz befriedigen kann. Vielleicht könnten die von Engelbrecht gewiesenen Wege, welche wir im Abschnitt über das Deckungskapital erwähnt haben, Möglichkeiten bieten, welche aus diesen Schwierigkeiten herausführen. Zur Zeit liegen keine Versuche nach dieser Richtung vor.

Im Gegensatz zu unseren Entwicklungen werden bei Karup die Verwaltungskosten nicht nach der Barprämie, sondern nach der festen Tarifprämie bemessen. Gegenüber den heute in Deutschland herrschenden Regieverhältnissen erscheinen sie lächerlich klein und es bleibt

daher künftig sehr zu erwägen, ob man bei Bemessung der Verwaltungskosten nicht von viel weitergehenden Annahmen ausgehen soll, so daß der im Verhältnis der Prämie zu gewährende Teile der Dividende sehr viel mehr ins Gewicht fallen muß, wenn der Dividendenplan bei einigermaßen stärkerer Änderung der Regieverhältnisse nicht ins Wanken geraten soll. Daß heute allerdings auch die Zinsverhältnisse jenseits der Grenzen liegen, welche unserer Ansicht nach einem mechanischen Plane zugänglich sind, ändert ja nichts an der Tatsache, daß die Versicherungstechnik, abgesehen von der Möglichkeit derart extremer Verhältnisse, wohl immer ihren Kalkül auf vernünftige Grenzen für die Veränderlichkeit der Rechnungselemente abstellen muß, weil außerhalb derselben ein Versagen des technischen Apparates schon deshalb minder erheblich erscheint, weil dann offenbar auch die Voraussetzungen für die wirtschaftliche Bedeutung des Versicherungsvertrages nicht mehr in gleichem Umfange wie bei seinem Abschluß in Geltung sind. Die für solche Verhältnisse im Interesse der Versicherten vorzukehrenden Mittel liegen dann wohl zum größten Teile außerhalb des Bereiches versicherungstechnischer Erwägungen.

Die Gründlichkeit der Erfassung der gestellten Aufgabe und das bewundernswerte Geschick in der Lösung derselben, welches aus dem Werke Karups hervorgeht, wird aber für die Lösung derartiger Aufgaben im Rahmen der versicherungstechnischen Möglichkeiten wohl stets vorbildlich bleiben.

§ 37. Zusammenfassende Bemerkungen über die Gewinnsysteme.

Werfen wir noch einen Blick auf die Entwicklungen dieses ganzen Abschnittes, so muß wohl gesagt werden, daß dem natürlichen Gewinnsystem seine überragende Bedeutung kaum abgesprochen werden kann, zumal es, und gerade auf die Klarstellung dieses Punktes haben wir großen Nachdruck legen müssen, auch für jeden mechanischen Gewinnplan den Maßstab abgibt, von dem aus erst eine Beurteilung eines mechanischen Planes möglich wird. In diesem Sinne darf also gesagt werden, daß im Grunde jeder mechanische Plan nur eine innerhalb relativ enger Grenzen gültige Annäherung an den natürlichen Plan darstellen kann. Es ist das große Verdienst Karups, die hier zu beschreitenden Wege zum ersten Male gewiesen zu haben.

Wenn man in der Literatur wiederholt der Ansicht begegnet, daß die natürlichen Dividenden zur Ausschüttung an die Versicherten wegen des Mangels ihrer Kontinuität ungeeignet seien und deshalb der natürliche Plan für die Praxis nicht tauglich, so wird dieses Urteil nach dem Inhalt des Vorausgegangenen doch sehr zu modifizieren sein. Der wahre Sachverhalt ist wohl der, daß die gewünschte Kontinuität beim mechanischen Plane gleichsam von selbst erreicht wird, wenn es die Verhält-

nisse zulassen. Dies ist sein Hauptvorteil und man wäre versucht, zu sagen, sein einziger. Im übrigen aber ist auch beim natürlichen Plan, und wir haben dies sowohl beim Plane Höckners, wie bei dem Kontributionsplane der Amerikaner gesehen, eine Verteilung der jeweiligen Gewinne aus der Geschäftsgebarung nicht vorgesehen, sondern die endgültige Regulierung der Überschüsse stets der Einführung von Zusatzdividenden vorzubehalten, welche aber auch der mechanische Plan, wenn er mehr sein will als eine äußere Form, nicht entbehren kann. Was aber den Umstand anlangt, daß der mechanische Plan für die Praxis weit müheloser zu handhaben ist als der natürliche, und gerade hierauf wird ja stets gerne hingewiesen, so können wir dies nur für jene relativ beschränkt veränderlichen Verhältnisse gelten lassen, für welche die Tauglichkeit eines mechanischen Planes erwiesen ist, wir wollen aber hierbei nicht übersehen, daß unter diesen Umständen auch der natürliche Plan keinerlei Verwaltungsschwierigkeiten bietet. Vergleiche mit primitiven, aber auch gänzlich unzureichenden mechanischen Plänen sollen ja hier unterbleiben, da wir innerhalb der vorgesehenen Möglichkeiten nur annähernd Gleichwertiges einander gegenüberstellen können. Daß jenseits dieser Grenzen auch der beste mechanische Plan versagt, der natürliche Plan aber immer brauchbar bleibt, daß der mechanische Plan kaum allgemein anwendbar bleibt, wenn man die verschiedenen Tarifkombinationen im Auge behält, daß die Konstanz der Dividendenreserve unter variablen Verhältnissen allgemein nicht zu gewährleisten ist und daß die Kontinuität der Dividende nur zu oft mit einem gänzlichen Versagen des Planes unter geänderten Verhältnissen erkaufte werden muß, sind lauter Momente, die zuungunsten des mechanischen Planes sehr ins Gewicht fallen und denen auch der geschickteste Techniker nicht gänzlich beizukommen vermag, weil sie in der Natur der Sache begründet sind.

Wir dürfen aber nicht übersehen, daß den Bestrebungen des Technikers nur zu oft Schranken gesetzt sind, welche mit der Sache selbst nichts zu tun haben. Hierzu ist zu rechnen, wenn die beim mechanischen Plane innerhalb recht weiter Grenzen gegebene Verfügbarkeit über die Höhe und den Verlauf der Dividenden dazu benützt wird, um den Versicherungsnehmern durch eine geschickte Aufmachung des Prämienverlaufes eine besonders günstige Rentabilität der Versicherung vorzutauschen oder aber wenigstens gegenüber der Konkurrenz scheinbar Günstigeres zu bieten. So wenig dies mit Versicherungstechnik etwas zu tun hat, so darf man wohl sagen, daß der mechanische Plan nicht zuletzt dieser Möglichkeit einen guten Teil seiner Verbreitung verdankt und wir selbst sind weit davon entfernt, uns über diesen, wenn auch nur rein äußerlichen Vorteil des mechanischen Planes hinwegsetzen zu wollen. Die günstige Gestaltung von Prämie und Dividende wird wohl stets für die Anstaltsleitungen ein sehr wichtiges, für das Gedeihen und die Entwicklungsfähigkeit des Unternehmens hochbedeutsames Moment

sein und es ist gar nicht verwunderlich, wenn der Techniker in diesem Bestreben, die Tarifbildung auch nach außen hin möglichst günstig erscheinen zu lassen, die Möglichkeiten des mechanischen Planes gehörig ausnützt. Hier sind aber Grenzen in den technischen Erfordernissen gezogen, über welche hinaus ein scheinbarer Vorteil vom Versicherten wohl stets mit einem tatsächlichen Nachteil erkaufte werden muß, auf welchen wir noch im nächsten Abschnitt zurückkommen werden.

In Amerika sind heute solche Erwägungen zufolge einer äußerst strengen Gesetzgebung hinfällig geworden und der durch das Aufsichtsgesetz geradezu vorgeschriebene natürliche Gewinnplan, die Vorschriften über die Rechnungsgrundlagen, Amortisation der Abschlußkosten und anderes haben dort zu einer sehr weit reichenden Angleichung der Prämien der Anstalten geführt. Wir wollen dabei nicht übersehen, daß der natürliche Plan auch hier bei weitem nicht voll zur Auswirkung gelangen kann, weil von einer ehrlichen Einführung der Verwaltungskosten als dritter Rechnungsgrundlage zufolge der gesetzlichen Bestimmungen gar keine Rede sein kann. In Deutschland und Österreich sind inzwischen die bisher bestandenen Schranken bis auf einige Vorbehalte gefallen und die Berechnung des Deckungskapitales unter Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Rechnungselemente freigegeben worden. Erst damit ist denn auch die Möglichkeit gegeben, das Dividendenproblem einer reinen Lösung zuführen zu können. Leider erscheinen hier die im Sinne einer freien Versicherungstechnik erlassenen Maßnahmen nur aus der Not der Zeit geboren und es bleibt erst einer späteren Zeit vorbehalten, die der Not entwachsenen Flügel gehörig zu gebrauchen.

V. Die Berechnung der Versicherungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung.

§ 38. Allgemeine Prinzipien der Berechnung der Abfindungswerte.

Das Recht des Versicherungsnehmers, vom Versicherungsvertrage zurücktreten zu können und vom Versicherer in diesem Falle einen entsprechenden Abfindungswert, sei es in Barem, sei es in Form einer angemessenen Versicherungsleistung beanspruchen zu dürfen, stellt den Techniker vor eine Aufgabe, deren Lösung sich die Praxis gar oft recht leicht macht, welche aber, streng genommen, erhebliche Schwierigkeiten der mannigfachsten Art darbietet. Die Aufgabe besteht darin, diese Abfindungswerte unter voller Wahrung der Interessen der treu bleibenden Versicherten, aber auch ohne direkte Schädigung der Ausscheidenden zu bestimmen.

Für welche Versicherungsarten eine solche Verpflichtung des Versicherers zur Gewährung der Abfindungswerte zu gelten hat, ist selbst

schon eine gar nicht so leicht zu beantwortende Frage. Jedenfalls ist die übliche Unterscheidung in Versicherungen mit bedingter und unbedingter Leistungspflicht des Versicherers, nach welcher den letzteren Abfindungswerte zuerkannt werden, den ersteren aber nicht, nur eine höchst äußerliche Sache. Es ist gar nicht einzusehen, warum etwa bei einer kurzen Todesfallversicherung zum 80. Lebensjahr Abfindungswerte nicht gewährt werden sollen, obwohl hier zweifellos nur bedingte Leistungspflicht vorliegt. Aber auch bei reinen Erlebensversicherungen könnte dem Ausscheidenden, der bei guter Gesundheit ist, ein Abfindungswert kaum vorenthalten werden. Ja es wird kaum eine Versicherungsart existieren, welche die Gewährung eines Abfindungswertes glatt ausschließt, sofern natürlich eine Rücklagenbildung überhaupt zustande kommt.

Denkbar ist aber auch das Gegenteil, daß überhaupt kein Abfindungswert gewährt wird und die Lebensversicherung ist auch in ihren Anfängen so vorgegangen. Wir müssen aber sehr wohl beachten, daß jede Versicherung auch unter dem ausdrücklichen Verzicht auf die Gewährung einer Abfindungssumme bei vorzeitiger Vertragslösung gedacht werden kann, ein Verzicht, der sich offenbar wegen des Verfalles der bezüglichen Deckungskapitalien der Ausscheidenden zugunsten der Treubleibenden in einer Verbilligung der Prämienätze äußern wird. Denn Versicherte, welche die Prämien zwar weiter zahlen wollen, aber hierzu außerstande sind, wird es auch in diesem Falle geben. Eine solche Bestimmung wäre dann im Rahmen der Privatversicherung zwar eine wirtschaftliche Ungeheuerlichkeit, weil sie eine Bereicherung der Versicherten gerade auf Kosten der wirtschaftlich Schwächsten bedeuten würde, denen die Erfüllung der Vertragspflichten unmöglich wird, aber die Heranziehung der gegenteiligen Annahmen ist auch in der Versicherungstechnik ein oft bewährtes Mittel zur Klarlegung der Voraussetzungen, auf denen die Rechnung aufzubauen ist. Dazu kommt, daß die unrationelle Art der Bestimmung der Abfindungswerte, wie sie noch heute vielfach geübt wird, gerade von dem erwähnten Gesichtspunkte aus erst ihre Unzulänglichkeit enthüllt.

Wenn nun die Frage erhoben wird, wie die Abfindungswerte bemessen werden sollen, so wird es heute keinem Zweifel mehr unterliegen können, daß als Maßstab der Bemessung wohl nur jener Wert in Betracht kommen kann, den die Versicherung im Zeitpunkte ihrer Auflassung für den Versicherer unter Berücksichtigung der Tatsache des Ausscheidens des Versicherten besitzt, sonach also jener Betrag, welchen der Versicherer dem Ausscheidenden zu vergüten hätte, um sich ohne Schädigung irgendwelcher Interessen von den übernommenen Verpflichtungen zu befreien. Da im übrigen die Abfindung des Ausscheidenden nur aus der auf ihn entfallenden durchschnittlichen Rücklage des Versicherers möglich ist, so steht fest, daß aus dieser Rücklage zunächst

jener Betrag auszuscheiden ist, welcher reinen Sicherheitszwecken dient. Denn dieser Betrag entstammt jenen Teilen der Beitragsleistung, welche im Hinblick auf die Möglichkeit einer ungünstigen Entwicklung der Verhältnisse eingehoben wurden, und es geht nicht an, daß sich der Versicherte durch sein Ausscheiden der übernommenen Verpflichtung entzieht, diese Sicherheitszuschläge entsprechend dem vorgesehenen Plane zur Verfügung des Versicherers zu halten. Damit ist allerdings noch nicht gesagt, daß der Versicherer berechtigt ist, diesen Teil der Rücklage einfach einzuziehen, da ja die Möglichkeit besteht, daß er ihn faktisch nicht benötigen wird, ein Umstand, auf welchen wir noch zurückkommen.

Nach Ausscheidung der genannten Sicherheitsrücklage verfügt der Versicherer demnach über das ausreichende Deckungskapital, gerechnet nach Grundlagen zweiter Ordnung und über den Dividendenfond. Letzterer ist die Differenz des vollständigen Deckungskapitales, gerechnet nach Grundlagen zweiter Ordnung und dem ausreichenden Deckungskapital, gerechnet nach Grundlagen erster Ordnung. Die ausgeschiedene Sicherheitsreserve stellt sich hingegen, abgesehen von anderen diesen Zwecken dienenden Rücklagen, als Differenz des ausreichenden Deckungskapitals, gerechnet nach Grundlagen erster bzw. zweiter Ordnung dar. Wir können auch sagen, daß von den Dividendenrücklagen zunächst jener Teil bei der Bemessung der Abfindungswerte ausscheidet, welcher reinen Sicherheitszwecken dient.

Es soll hiermit nicht gesagt werden, daß der so verbleibende Teil der Rücklagen den tatsächlichen Abfindungswert darstellt. Um aber entscheiden zu können, ob von diesem Betrage im Interesse der treu bleibenden Versicherten ein angemessener Betrag vom Versicherer zurückzubehalten sei, und bejahendenfalls, wie dieser Betrag zu bestimmen ist, erweist es sich als nötig, auf die Bedingungen zurückzugreifen, unter denen der Versicherungsabschluß zustande gekommen ist.

Da ist aber zunächst festzuhalten, daß heute ein Versicherungsabschluß ohne das einseitige Recht des Versicherungsnehmers zur Vertragslösung in der Privatversicherung kaum zu denken ist. Eine Lebensversicherung erfüllt nur dann ihren Zweck, wenn die versicherte Summe in Relation zu den Verhältnissen und wirtschaftlichen Bedürfnissen des Versicherungsnehmers steht, und es muß daher dem Versicherungsnehmer die Möglichkeit gewahrt bleiben, ohne nennenswerte Einbuße vom Vertrag zurücktreten zu können, wenn der mit dem Abschluß der Versicherung verfolgte Zweck bereits in anderer, nicht vorhergesehener Weise erreicht wurde oder aber — und dies ist der weitaus häufigere Fall — widrige Verhältnisse dem Versicherungsnehmer die weitere Zahlung der Prämie unmöglich machen. Die Möglichkeit der Gewährung von Darlehen auf die Police kann diese Notwendigkeit oft aufschieben, in vielen Fällen ist sie jedoch unabweislich. Daß der Versicherer geradezu

mit dieser Möglichkeit rechnen muß, liegt in dem Umstande begründet, daß nur bei Anpassung der Höhe der Prämie an die Leistungsfähigkeit des Versicherungsnehmers der Zweck der Versicherung für den letzteren erreicht wird, die Möglichkeit einer Überspannung dieser Leistungsfähigkeit daher in der Zukunft wohl eintreten kann.

Wenn es nun auch richtig ist, daß die Interessen der treu bleibenden Versicherten unter keinen Umständen durch die Austritte geschädigt werden dürfen, so ist doch zu beachten, daß sämtliche Versicherungen, die hier in Betracht kommen, unter der Möglichkeit des einseitigen Rücktrittes vom Vertrage zustande kommen und kaum ein Bruchteil abgeschlossen würde, wenn diese Möglichkeit nicht bestände. Es kann sonach gewiß keine Rede davon sein, daß die Ausscheidenden auch nur im geringsten eine Verkürzung ihrer Ansprüche deshalb zu erdulden hätten, weil sie von einem Rechte Gebrauch machen, welches jedem unter gleichen Bedingungen Aufgenommenen zusteht. Gewiß werden die Versicherungen nicht zu dem Behufe abgeschlossen, um vorzeitig wieder aufgegeben zu werden. Aber hieraus ist wohl kaum abzuleiten, daß zu gering bemessene Abfindungswerte sich als Strafe für die Ausscheidenden erweisen sollen.

Andererseits aber sind die in fast allen Staaten vorhandenen Aufsichtsgesetze bei der Festsetzung der Abfindungswerte viel weiter gegangen, als notwendig gewesen wäre, um die Interessen der Versicherten ausreichend zu wahren, wie überhaupt die Bindung versicherungstechnischer Werte an ein starres Schema, und würde dieses auch nur Minimalwerte enthalten, niemals zweckdienlich sein kann, weil hierdurch die Möglichkeit der Anpassung an die jeweiligen Verhältnisse unterbunden wird. Je selbst die Vorschrift, daß die Abfindungswerte in der Police ersichtlich gemacht werden sollen, widerspricht der Natur der Sache und ist genau so widersinnig, wie es etwa eine Vorschrift wäre, welche zwar die Bemessung der Dividenden dem Versicherer überläßt, aber für jede Police die ziffernmäßige Aufführung von Minimalwerten verlangte. Die Abfindungswerte hängen vom tatsächlichen Geschäftsverlauf gerade so ab wie die Barprämie und das vollständige Deckungskapital, und jede beengende Vorschrift beinhaltet hier die Möglichkeit der Benachteiligung des Versicherten, weil der Versicherer einem vorgeschriebenen Schema, welches ihn für die ganze Versicherungsdauer bindet, nur dadurch gerecht werden kann, wenn er in der Abschätzung der zu gewährenden Werte mit größter Vorsicht zu Werke geht. Wenn aber nun gar verlangt wird, daß die Abfindungswerte einen Mindestsatz des Deckungskapitales — gemeint ist meist das reine Nettodeckungskapital — betragen müssen, so entsteht wiederum die Gefahr, daß der Versicherer zumal während der ersten Versicherungsjahre wegen der noch nicht voll amortisierten Abschlußkosten zu Schaden kommt, ein Schaden, für den doch letzten Endes die übrigen Versicherten aufzukommen haben.

Wir haben schon angedeutet, daß die als reine Sicherheitsrücklagen anzusprechenden Teile des vorhandenen Deckungskapitales für eine Ausfolgung an den Versicherten im Falle des vorzeitigen Rücktrittes zunächst nicht in Betracht kommen. Denn die Sicherheitszuschläge zu den Prämien, aus welchen die genannte Rücklage gebildet ist, werden vom Versicherer zu dem Zwecke eingehoben, um auch im Falle einer gegenüber den verwendeten Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung ungünstigen Gestaltung der Verhältnisse die übernommenen Versicherungsverpflichtungen und die Tragung der Kosten sicherzustellen. Wenngleich nun diese Sicherheitsrücklage für die Einzelversicherung durchaus dem bezüglichen durchschnittlichen Deckungskapital zu koordinieren ist, so geht es doch nicht an, diese Rücklage dem Ausscheidenden freizugeben, weil über die Möglichkeit des Bedarfes derselben in der Zukunft im Momente des Ausscheidens nichts ausgesagt werden kann. Es könnte ja sein, daß auch die treu bleibenden Versicherten um die aus dieser Rücklage fließenden Dividenden verkürzt werden müßten, wenn es die Verhältnisse erforderten, und man kann keineswegs dem Versicherten die Handhabe dazu bieten, in Zeiten des Bedarfes dieser Mittel sich durch rechtzeitigen Austritt einen Betrag zu sichern, welchen die im Versicherungsbestande Verbleibenden verlieren. Man sage aber auch nicht, daß die Ausscheidenden zu Unrecht mit solchen Garantieleistungen belastet würden, denn wenn der Versicherungsplan die Einbehaltung von Mitteln für spätere Verwendung vorsieht, dann ist es klar, daß die Möglichkeit dieser Verwendung abgewartet werden muß. Bei der reinen Versicherungsleistung liegt der Fall anders, weil hier auf jede weitere Leistung des Versicherers ausdrücklich Verzicht geleistet wird.

Aus diesem Sachverhalte folgt, daß der Versicherer auch den Ausscheidenden gegenüber verpflichtet wäre, die zurückbehaltenen Sicherheitsmittel genau so wie den Treubleibenden nach Maßgabe des Nichtbedarfes zurückzuerstatten. Wenn dies in der Praxis nicht geschieht, so liegt dies wohl nicht zuletzt an der Schwierigkeit der praktischen Durchführung. Denn es ist dem Versicherer wohl nicht zuzumuten, die ausgeschiedenen Versicherten weiterhin zu diesem Behufe in Evidenz zu führen. Wir müssen aber hervorheben, daß es sich dabei um recht erhebliche Beträge handeln kann, welche auch dem übrigen Deckungskapital gegenüber sehr ins Gewicht fallen, zumal wenn es sich um den in der Praxis häufigen Fall handelt, wo die Überschüsse der ersten Jahre bis zum Ablauf der Versicherungsdauer aus Sicherheitsgründen zurückbehalten werden. Man wird sich demnach in der Praxis wohl damit abfinden müssen, den Ausscheidenden ein Recht auf die vorhandenen rechnungsmäßigen Sicherheitsmittel nicht zugestehen zu können, weil einer Ausfolgung derselben im Momente des Ausscheidens theoretische und späterhin praktische Bedenken gegenüberstehen. Damit sei aber auch dieser unbefriedigende Zustand ausdrücklich hervorgehoben.

Gänzlich anders aber ist die Sachlage bei den überrechnungsmäßigen Rücklagen, im besonderen beim Dividendenfond, demnach jener Rücklage, welche sich über das nach Grundlagen erster Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital hinaus in Händen des Versicherers befindet. Ein solcher Dividendenfond wird, wie wir gesehen haben, bei allen Plänen erscheinen, welche eine im Anfange kleinere, späterhin höhere Dividende als die natürliche ist, vorsehen und daher Rücklagen bedingen, welche durchaus nicht mehr als Sicherheitsreserven anzusprechen sind. Daß es sich hierbei um Beträge handelt, welche dem Versicherten im Falle des Ausscheidens nicht vorenthalten werden dürfen, sieht man schon aus der Tatsache, daß der Dividendenfond vom Dividendenplan abhängt und es daher innerhalb gewisser Grenzen im Belieben des Versicherers steht, durch Wahl des Planes über seine Höhe während der Versicherungsdauer zu verfügen. Wir müssen hier allerdings bemerken, daß wir hierbei eine Berücksichtigung des vorzeitigen Abganges als vierter Rechnungsgrundlage nicht im Auge haben. Andernfalls wäre natürlich ein Verfall des Dividendenfondes sehr wohl zu vertreten, weil er ja bei der Prämienberechnung zum Ausdruck käme. Wir verweisen jedoch diesfalls auf die Bedenken, welche wir im vorigen Abschnitt hiergegen vorgebracht haben.

Daß es sich beim Dividendenfond je nach dem verwendeten Plan um recht erhebliche Differenzen handelt, ist aus der folgenden Zusammenstellung zu entnehmen, welche der Preisarbeit Wulkows entstammt.

Unter Verwendung der Tafel M. und W. I. $3\frac{1}{2}\%$ mit einer Zillmerquote von $12\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ als Rechnungsgrundlage erster Ordnung und der reduzierten Gothaer Bankliste 4% mit einem Abschlußkostensatz von 3% der Summe und laufenden Kosten von 5% der Prämie ergibt sich bei einer Tarifprämie von 380,09 für die Versicherung auf Ab- und Erleben 30/55 auf den Betrag von 10000.

Plan A. Dividende in % der Jahresprämie	251,78
Plan B. Dividende in % der eingezahlten Prämien	663,50
Plan C. Dividende in % der Nettoreserve.	600,77
Plan D. Dividende nach dem Rentensystem	716,26
Plan F. Methode mit Summenzuwachs	833,75

als bezüglicher Betrag des Dividendenfondes nach zehn Versicherungsjahren. Demgegenüber stehen die mit 4% aufgezinnten Bareinzahlungen am Ende des zehnten Versicherungsjahres im Betrage von:

Plan A.	4165,29
Plan B.	4558,29
Plan C.	4498,75
Plan D.	4609,57
Plan E.	4745,94

während beim natürlichen System der Dividendenfond Null ist und die aufgezinnten Prämien 4018,14 betragen.

Man sieht aus dem Vergleich etwa von A und D, daß im Falle des Ausscheidens aus dem Versicherungsverhältnis nach 10 Jahren der Versicherer bei System D einen um 464,48 größeren Dividendenfond in Händen hat als bei System A. Wird in beiden Fällen ein Recht auf den Dividendenfond nicht zuerkannt, wenn der Versicherte ausscheidet, so ist offenbar der nach Plan D Versicherte in beträchtlichem Nachteile, wenn berücksichtigt wird, daß die Nettoreserve, gerechnet mit einer Zillmerquote von $12\frac{1}{2}\text{‰}$ in allen Fällen 2766,50 beträgt.

Es läßt sich demnach sicherlich ~~nicht~~ rechtfertigen, bei der Berechnung der Abfindungswerte den Dividendenfond, soweit er nicht den Zwecken der Betriebssicherheit dient, einfach zu vernachlässigen und wir werden daher im folgenden stets stillschweigend voraussetzen, daß er bei dem nach Grundlagen zweiter Ordnung berechneten ausreichenden Deckungskapital mit berücksichtigt ist. Wir müssen aber hervorheben, daß die Heranziehung der so bemessenen Rücklage als Maßstab der Abfindungswerte das gerade Gegenteil von dem ist, was heute in der Praxis als Maßstab des Abfindungswertes gilt. Denn allgemein dient hierzu das nach Grundlagen erster Ordnung ermittelte ausreichende, in den weitaus meisten Fällen aber das so berechnete reine Nettodeckungskapital, und der Dividendenfond findet bei der Bemessung der Abfindungswerte ausnahmslos keine Berücksichtigung. Auf letzteren Umstand ist auch in der Literatur kaum ein Hinweis zu finden, und wenn dies geschieht, so doch nur, um den Versicherten ein Recht auf diesen abzusprechen. Es handelt sich jedoch hier meist um eine unklare Begriffsbestimmung, indem zwischen Dividendenfond und Dividendendeckungskapital nicht gehörig unterschieden wird.

Es kann sich sonach jetzt nur mehr um die Beantwortung der Frage handeln, ob das nach Grundlagen zweiter Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital inklusive Dividendenfond voll oder nur zum Teil als Abfindungswert bei vorzeitiger Vertragslösung zu vergüten sei. Nachdem wir nun vorausgesetzt haben, daß das Deckungskapital nach Grundlagen berechnet wurde, welche der tatsächlichen Sterblichkeit, dem tatsächlichen Zinsfuß und den tatsächlichen Verwaltungskosten möglichst entsprechen, nachdem also im besonderen schon vorausgesetzt ist, daß die Amortisation der Abschlußkosten und evtl. nötige Rücklagen für laufende Verwaltungskosten am Deckungskapital voll berücksichtigt sind, so könnte eine Kürzung des Deckungskapitals zwecks Berechnung der Abfindungswerte nur noch damit gerechtfertigt werden, daß der Austritt von Versicherten Sterblichkeit, Zinsfuß und Verwaltungskosten in einem für den Versicherer und damit für die im Verbands bleibenden Versicherten ungünstigen Sinne beeinflußt. Hierbei ist aber wieder zu beachten, daß sich auch bei Zutreffen dieser Umstände der erwähnte Abzug nur dann rechtfertigen würde, wenn hierauf nicht schon bei Berechnung der Prämie Rücksicht genommen wurde. Denn

es hätte keinen Sinn, die Versicherten wegen des ihnen zustehenden Rechtes der vorzeitigen Vertragslösung und der damit verbundenen vermeintlichen Schädigung der treu bleibenden Versicherten eine höhere Prämie zahlen zu lassen, ihnen diese Schädigung jedoch beim Ausscheiden in Form des erwähnten Abzuges nochmals in Rechnung zu stellen.

Was nun die Sterblichkeit anlangt, so wird fast allgemein die Meinung vertreten, daß durch die Austritte in der Tat eine Verschlechterung der Sterblichkeit des Versicherungsstockes verursacht wird. Es sei ganz klar, daß nur diejenigen vom Vertrage zurücktreten werden, welche sich wegen ihres guten Gesundheitszustandes aus der Aufrechterhaltung der Versicherung keine Vorteile mehr erhoffen, während die übrigen Versicherten, bei denen dieses Moment nicht zutrifft und zumal die wirklich schlecht gewordenen Risiken unter allen Umständen, evtl. unter fremder Beihilfe für die Fortsetzung des Vertragsverhältnisses sorgen werden.

Zum Belege dieser Ansicht müßten allerdings statistische Untersuchungen herangezogen werden, welchen sich jedoch kaum zu überwindende Schwierigkeiten entgegenstellen. Die in der Dissertation von Otto Draminsky, Kopenhagen 1906, erwähnte Abhandlung Fredholms, welche auf eine Untersuchung der Sterbenswahrscheinlichkeiten der vorzeitig Ausgeschiedenen seitens der Skandia in Schweden zurückgeht, kommt zu dem Resultate, daß eine nachteilige Antiselektion der Ausgeschiedenen nicht vorhanden war, aber man wird dem beschränkten Materiale eine allgemeinere Bedeutung kaum beimessen dürfen. Mehr Aussicht auf Erfolg versprechen hier Untersuchungen, welche die Ursache des Rücktrittes vom Vertrage festzuhalten versuchen. Denn wenn die Ursache nicht in einer bewußten oder unbewußten Antiselektion des Versicherten, sondern einfach in seiner wirtschaftlichen Lage zu suchen ist, welche es ihm nicht ermöglicht, die Prämien weiter zu bezahlen, dann dürfte das erwähnte Argument wohl kaum mehr in vollem Ausmaße stichhaltig erscheinen. In diesem Zusammenhange wäre eine Arbeit von A. D. Besant, J. I. A. XXXV, S. 234 zu nennen, in welcher unter anderem eine Analyse der Austrittsursachen gegeben wird, wonach 77% der Austritte auf zwingende Notwendigkeit und nicht auf die Antiselektion zurückzuführen sei. Der Verfasser hat aus dem Materiale seiner Anstalt festgestellt, daß bei Lösung des Vertragsverhältnisses nach drei und mehr Versicherungsjahren über 80% der stornierten Policen belehnt waren, demnach sicherlich wirtschaftliche Gründe in erster Linie als Stornoursache in Betracht kommen. Sicherlich ist es sehr zu bezweifeln, ob die erwähnte Antiselektion rechnungsmäßig überhaupt zu erfassen ist, wenn sie nur für einen so kleinen Prozentsatz der Ausscheidenden überhaupt in Betracht kommt. Wir sind sehr geneigt, diese Frage zu verneinen.

Aber selbst wenn das genannte Argument in Geltung bliebe, könnte ein Abzug vom Deckungskapital nur dann hiermit gerechtfertigt werden, wenn die verwendete Sterbetafel die Sterblichkeit der Generationen der Beigetretenen, nicht aber, wie es ausnahmslos in der Praxis der Fall ist, die Sterblichkeit versicherter Leben schlechthin darstellte, welche doch offenbar die vermeintliche Verschlechterung der Sterblichkeit durch die vorzeitigen Austritte schon voll und ganz wiedergibt und berücksichtigt. Da sonach die nach solchen Tafeln berechneten Prämien auch diese vermeintliche Verschlechterung der Sterblichkeit schon voll decken, so erübrigt sich offenbar jede weitere Berücksichtigung einer schädlichen Antiselektion bei der Bemessung der Abfindungswerte.

Böhmer verwendet in seiner Preisarbeit Tafeln der Generationen der Beigetretenen, welche aus der Gothaer Tafel auf Grund der Annahme konstruiert sind, daß die Wirkung der Antiselektion der Versicherten beim Austritte der der ärztlichen Auslese beim Beitritt gleich zu halten sei. Hier werden, weil die Wirkung der Antiselektion bei den Prämien nicht berücksichtigt erscheint, die Abfindungswerte so zu bemessen sein, daß gerade die angenommene Wirkung der Antiselektion durch den Abstrich vom Deckungskapital ausgeglichen wird. Die Stornofrequenz selbst hingegen spielt dann bei den Rechnungen keine Rolle mehr. Genaue statistische Unterlagen vorausgesetzt, wäre der von Böhmer beschrittene Weg in der Tat die korrekteste Weiterentwicklung des technischen Apparates in Richtung der Heranziehung der vierten Rechnungsgrundlage. Mangels solcher erscheint uns jedoch die Böhmersche Annahme viel zu weitgehend, als daß sie auch bei der Bemessung der Abfindungswerte heranzuziehen wäre. Aus demselben Grunde mußten wir sie auch bei der Berechnung der Dividenden ablehnen. Jedenfalls kann ein Abzug im Betrage eines gewissen Satzes der versicherten Summe, der Jahresprämie oder des Deckungskapitales selbst wohl niemals als eine Entschädigung für die Wirkung der Antiselektion der Ausscheidenden gelten, solange für diese Abzüge die Begründung ermangelt, welche wohl nur aus statistischen Untersuchungen zu gewinnen wäre. Sollte diese aber zu erbringen sein, dann ist sicherlich ein Abzug auf Grund des künftigen Risikos entsprechender. In diesem Sinne nimmt schon Eliza Wright (*Savings Bank Life Insurance*, Boston 1872) als Basis für den Abzug den Barwert der künftigen Risikoprämien (*Insurance value*) und de Jong (*de Verzekeringsbode* 1894) und Schönwiese halten den Abzug einer Anzahl der künftigen Risikoprämien für entsprechend. Auch Engelbrecht befürwortet die Antiselektion dadurch zu berücksichtigen, daß die Sterblichkeit der Ausscheidenden nach der Gothaer Bankliste, jedoch nach einer vorherigen Kürzung sämtlicher Sterbenswahrscheinlichkeiten um 10% bemessen werden solle. Höckner hingegen gibt die Regel: Man nehme das Deckungskapital für das Ende der als Minimum angenommenen ferneren Lebensdauer und vermindere den

diskontierten Betrag desselben um den kapitalisierten Wert der während dieser Mindestdauer zu zahlenden Prämie. Der Wirkung der Antiselektion wird also hier dadurch begegnet, daß angenommen wird, daß die Ausscheidenden in den nächsten Jahren — drei bis fünf Jahre werden genügen — einem Sterblichkeitsrisiko überhaupt nicht unterliegen. Man erhält dann den Abfindungswert, wenn man das Deckungskapital für das dritt- oder fünftnächste Jahr mit dem rechnungsmäßigen Zinsfuß diskontiert und hiervon die auf die drei bzw. fünf Jahre entfallende Inventarprämie entsprechend diskontiert subtrahiert.

Die Vorschläge von de Jong und Schönwiese gehen übrigens in den von Höckner über, wie man aus der formelmäßigen Darstellung sofort erkennt. Denn wenn

$$\pi_{x+v} = V_v + P - v V_{v+1}$$

die Risikoprämie bedeutet, dann ist nach dem Vorschlag der ersteren

$$\mathcal{R} = V_v - (\pi_{x+v} + \pi_{x+v+1} \cdot v + \dots + \pi_{x+v+k-1} \cdot v^{k-1})$$

$$\mathcal{R} = V_{v+k} \cdot v^k - P(1 + v + \dots + v^{k-1})$$

$$\mathcal{R} = V_{v+k} \cdot v^k - P a_{\overline{k}|}.$$

Und weil

$$V_{v+k} = A_{x+v+k} - P a_{x+v+k},$$

so ist auch

$$(1) \quad \mathcal{R} = (A_{x+v+k} \cdot v^k) - P(a_{\overline{k}|} + v^k \cdot a_{x+v+k}).$$

Die Klammerausdrücke sind aber hier Versicherungswerte, die auf Grund einer Tafel gerechnet sind, deren Sterbenswahrscheinlichkeit k Jahre hindurch mit Null angenommen wird.

In der zweitgenannten Abhandlung von Engelbrecht wird als Rückkauf der Barwert der Versicherungssumme nebst den zukünftigen Verwaltungskosten weniger dem Barwert der Prämien genommen. Hierbei sind jedoch besondere Annahmen über die Grundlagen zu machen, da es sich im Grunde auch beim Rückkauf um ein Versicherungsgeschäft handelt, für welches jedoch die Grundlagen der ursprünglichen Versicherung durchaus nicht mehr gelten. Da jedoch die Berechnung auf Grund der Barprämien — Tarifprämien abzüglich Dividende — vorzunehmen sind, so ist auch nach diesem Vorschlag eine gewisse Willkürlichkeit in der Bemessung der Abfindungswerte nicht zu vermeiden, abgesehen davon, daß ja gerade die Bestimmung der zu verwendenden Grundlagen in Frage steht.

Es ist nun zweifellos, daß ein Verfahren, welches zur Kompensation der vermeintlichen Antiselektion nicht einen mehr weniger willkürlichen Abstrich am Deckungskapital, sondern vielmehr nach den genannten Vorschlägen einen Abstrich an der Sterblichkeit selbst vorsieht, den allgemein üblichen Methoden theoretisch überlegen ist. Wir sind aber der Ansicht, daß auch ein solcher Abstrich nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse durch die Wirkung der Gegenauselektion kaum aus-

reichend zu begründen ist, ganz abgesehen davon, daß eine solche Begründung auf Ziffern führen dürfte, welche für die Praxis wohl wegen ihrer Geringfügigkeit kaum von Bedeutung werden könnten.

Wenn nun aber eine Gegenanalyse der Ausscheidenden nach dem Gesagten kaum besondere Vorsichtsmaßregeln des Versicherers erheischen dürfte, so bleibt doch die Möglichkeit zu berücksichtigen, daß in Zeiten wirtschaftlicher Verwirrung, besonders fühlbaren Geldmangels oder aber im Falle einer vielleicht auch gänzlich unbegründeten Erschütterung des Vertrauens in eine Gesellschaft, bei Konzessionsentziehung, Übertragung des Versicherungsstockes und anderen Möglichkeiten ein Massenaustritt unter den Versicherten ausgelöst wird, der auf das Unternehmen in zweifacher Hinsicht gefährlich wirken kann. Er kann nämlich bewirken, daß eine Verschiebung der Verwaltungskosten zuungunsten des Versicherers eintritt, worauf wir später zu sprechen kommen, er kann aber auch die Veranlassung einer sprunghaften Erhöhung der Sterblichkeit in dem verbleibenden Versicherungsbestande sein, welcher sich naturgemäß aus jenen Risiken zusammensetzen wird, welche unter allen Umständen im eigenen Interesse zähe an der Versicherung festhalten. Es hat sich auch tatsächlich ereignet, daß in Schwierigkeiten geratene Gesellschaften letzten Endes noch mit erheblichen Verlusten aus der Sterblichkeit zu kämpfen hatten. Unsere bisherigen Überlegungen waren ja in Hinsicht auf den vorzeitigen Abfall auf durchaus stabile Verhältnisse abgestellt und haben derartige Möglichkeiten noch nicht berücksichtigt.

Aber auch aus diesem Titel wird sich ein Abstrich vom Deckungskapital bei vorzeitiger Vertragslösung nicht recht begründen lassen. Uns erscheint die dauernde Verkürzung der Ausscheidenden zugunsten der verbleibenden Versicherten in den langen Jahren günstiger Entwicklung eines Unternehmens weit weniger zu rechtfertigen, als die Übernahme der Verantwortung für die Gefährdung der Rechte von Versicherten, welche bei ganz extremen Verhältnissen, die gänzlich außerhalb jeder Voraussicht liegen, vom Versicherer die Einhaltung seiner Verpflichtungen verlangen, deren Erfüllungsmöglichkeit jedoch stets an die Erhaltung einer Versicherungsgemeinschaft gebunden ist, für deren Zerstörung den Versicherer in den genannten Fällen eine Verantwortung nicht trifft. Man sage aber nicht, daß gerade aus diesem Umstande für den Versicherer der Zwang zu Präventivmaßregeln erwächst, welche gegebenenfalls den freiwilligen Austritt drosseln oder gar vermindern können. Denn in all diesen Fällen ist ja eine Gegenanalyse nicht auf seiten der Ausscheidenden, sondern vielmehr auf seiten der verbleibenden Versicherten die Ursache der Schädigung des Unternehmens. Für derartige Fälle werden aber versicherungstechnische Hilfsmittel wohl stets versagen oder nur höchst ungerecht wirken. Glücklicherweise gibt es geschäftspolitische Maßnahmen, welche auch für solche Vorkomm-

nisse meist zureichen. Die Aufgabe des Versicherers und der Aufsichtsbehörden aber kann hier nicht darin bestehen, eine auf Dezennien reichende Voraussicht zu bekunden, sondern vielmehr darin, die Krankheit gegebenenfalls rechtzeitig zu erkennen.

Wir haben bisher nur von der Bestimmung der Abfindungswerte in Rücksicht auf den einen Umstand gesprochen, inwieweit die vermeintliche Verschlechterung der Sterblichkeit im verbleibenden Versicherungsbestand die Bestimmung derselben zu beeinflussen vermag. Das ist aber nicht alles, obwohl dieser Umstand meist als einziges Argument ins Treffen geführt wird. Ohne Zweifel können die Verwaltungskosten durch vorzeitigen Austritt auch in einer für den Versicherer ungünstigen Weise beeinflußt werden und wenn ein solcher Einfluß auf den Rechnungszinsfuß auch kaum zu berücksichtigen sein wird, so muß doch die Frage, welche Verwaltungskostensätze und welcher Rechnungszinsfuß der Berechnung der Abfindungswerte zugrunde zu legen ist, erörtert werden. Es geht ja auch in diesen beiden Belangen nicht einfach an, den Ausscheidenden das auszufolgen, was auf sie als rechnungsmäßiges Passivum des Versicherers entfällt, sondern auch hier besteht die Möglichkeit, daß die Verbleibenden von einer ihnen ungünstigen Änderung der Rechnungsgrundlagen getroffen werden, während der Austritt die Möglichkeit bietet, dieser Belastung zu entgehen.

Was nun die Abschlußkosten anlangt, so ist es wohl selbstverständlich, daß keinem Versicherten ein Abfindungswert zuzusprechen ist, solange diese nicht vollständig gedeckt sind. Legt man den Abfindungswerten das ausreichende Deckungskapital als Maßstab zugrunde, so erscheint dieser Umstand ohnehin voll berücksichtigt. Eine Änderung der Abschlußkosten im Laufe der Zeit ist belanglos, weil diese jeweils bei der Prämie und dem Deckungskapital zu berücksichtigen ist und jeder Versicherte nur für die Tilgung der im Durchschnitt auf ihn entfallenden Abschlußkosten aufkommen soll. Anders ist dies aber bei den laufenden Kosten. Hier ist eine Änderung zuungunsten des Versicherers im Laufe der Versicherungsdauer sehr wohl möglich und wird bei den treu bleibenden Versicherten in einer Herabsetzung der Dividende ihren Ausdruck finden. Da wir aber den vorhandenen Dividendenfond in den Abfindungswert einbezogen sehen wollen, so folgt, daß eine Änderung der Regieverhältnisse eine Kürzung der an die Ausscheidenden zu gewährenden Beträge insoweit nach sich ziehen kann, als diese Änderung den Dividendenfond und das nach Grundlagen zweiter Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital beeinflußt. Damit ist nur zum Ausdruck gebracht, daß die Anpassung der Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung sich jederzeit sowohl auf den aufrechten Versicherungsbestand wie auf die Bemessung der Abfindungswerte zu beziehen habe, eine vorherige Festlegung der letzteren daher nicht angeht. Im übrigen ist es Sache des Versicherers, schon bei der Wahl der Rechnungsgrund-

lagen erster Ordnung auch auf die Möglichkeit der Änderung der Verwaltungskosten gehörig Rücksicht zu nehmen und dadurch indirekt auch die Höhe der Abfindungswerte gegenüber seinen gesamten Deckungsmitteln zu beeinflussen.

Was aber die Einwirkung der Austritte auf die Gestaltung der Verwaltungskosten anlangt, so gilt ganz Analoges, wie bei der Sterblichkeit gesagt wurde. Jeder Austritt wirkt natürlich regieerhöhend, weil er mit einer Verminderung der Versicherungsgemeinschaft gleichbedeutend ist, welche eine entsprechende Regieverminderung nicht unmittelbar im Gefolge hat. Aber dieser Umstand ist schon bei Ermittlung der durchschnittlichen Verwaltungskostensätze voll berücksichtigt und bei Berechnung der Prämie in Rechnung gestellt. Massenausstritte aus besonderen Ursachen jedoch können nicht recht Veranlassung für Maßnahmen sein, welche während der Zeit ruhiger Geschäftsentwicklung unverständlich bleiben müssen. Natürlich wird jedes Massenstorno, aus welchen Ursachen immer es erfolgt, eine gewisse Regienot nach sich ziehen, weil die Einstellung des Apparates auf die verminderte Arbeitsleistung nicht unmittelbar erfolgen kann. Diese Mehrkosten durch eine Herabsetzung der Abfindungswerte ausgleichen zu wollen, hieße jedoch, sie mit dauernd ungerechter Behandlung der unter normalen Umständen Ausscheidenden erkaufen. Es kann nicht Sache des Versicherungstechnikers sein, seine Berechnungen andauernd auf die Liquidation seines Unternehmens abzustellen.

Sonach bliebe nur noch die Frage des Rechnungszinsfußes. Es ist die Regel, daß die Gesellschaften ihrer Deckungskapital- und Prämienberechnung einen Zinsfuß zugrunde legen, der aus Gründen der Betriebssicherheit um ein halbes bis ganzes Prozent unter dem tatsächlich erzielten Zinsfuß liegt. Wenn wir daher als Maßstab für die Bemessung der Abfindungswerte das ausreichende Deckungskapital, berechnet mit einem der Wahrheit möglichst naheliegenden Zinsfuß betrachten, so folgt hieraus schon, daß durchaus nicht zu befürchten ist, dem Ausscheidenden könnte nach diesem Maßstabe zuviel ausgefolgt werden. Wir haben ja gesagt, daß alle im Dienste der Betriebssicherheit gemachten Rücklagen zunächst nicht unter die Abfindungswerte einzubeziehen sind, und dazu gehört ja vor allem die ganze Differenz des nach Grundlagen erster bzw. zweiter Ordnung berechneten ausreichenden Deckungskapitales. Nur im Falle der Anwendung der Methode der Deckungsprämien wird daher das für den Abfindungswert heranzuziehende Deckungskapital dem tatsächlichen Deckungskapital entsprechen. Engelbrecht sagt zwar, daß der Rückkaufswert mit dem Deckungskapital absolut nichts zu tun hat. Er ist, wenn man will, selbst ein Deckungskapital, nur daß es eben mit ganz anderen Rechnungsgrundlagen berechnet werden muß als das Deckungskapital für die bestehenden Versicherungen. Aber dies gilt doch nur dann, wenn man den Einfluß der Antiselektion gelten

läßt und im übrigen annimmt, daß die angewendeten Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung für die Ausscheidenden nicht entsprechen, eine Annahme, welche wir nach dem Gesagten ablehnen. Uns scheint es vielmehr in keiner Weise berechtigt, der Bemessung der Abfindungswerte eigene Rechnungsgrundlagen zu unterlegen, solange dem Beitretenden das Rücktrittsrecht ausdrücklich gewahrt ist und die sich hieraus für den verbleibenden Versicherungsbestand ergebenden Folgen schon voll in der Bemessung der Prämie berücksichtigt sind.

Wir müssen noch erwähnen, daß Alfred Ernest Sprague darauf hinweist, daß die leichte Realisierungsmöglichkeit der Kapitalien, welche durch das Rückkaufsrecht der Versicherten bedingt werde, offenbar ein geringeres Zinserträgnis mit sich bringt, er fügt aber selbst hinzu, daß der sich hieraus ergebende Abzug praktisch wohl kaum in Betracht käme. Wir hätten hier noch hinzuzufügen, daß die Vorliebe mancher Gesellschaften für nicht ohne weiteres realisierbare Hypothekendarlehen, welche mitunter bis zu 90% der Aktiven ausmachen, gegenüber dem relativ großen Effektenbesitz anderer Gesellschaften sicherlich nicht von dem eben erwähnten Moment beeinflußt erscheint.

Zusammenfassend dürfen wir das Folgende zum Ausdruck bringen.

1. Als Maßstab für die Bemessung der Abfindungswerte dient das ausreichende Deckungskapital, berechnet nach Grundlagen zweiter Ordnung, und der über das nach Grundlagen erster Ordnung berechnete ausreichende Deckungskapital vorhandene Dividendenfond.

2. Die Differenz des nach Grundlagen erster bzw. zweiter Ordnung berechneten ausreichenden Deckungskapitales hat als reine Sicherheitsrücklage ebensowenig wie etwa noch andere dem gleichen Zwecke dienende Fonds bei der Bemessung der Abfindungswerte herangezogen zu werden.

3. Ein weiterer Abzug von dem nach 1. berechneten Abfindungswert ist nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse nicht berechtigt.

4. Die Festlegung der Abfindungswerte in der Police widerspricht den Prinzipien einer rationellen Technik und zwingt dazu, die Abfindungswerte zu niedrig zu bemessen.

5. Die Frage der Bemessung der Abfindungswerte hängt mit der Berechnung der Prämie zusammen. Ist diese so berechnet, daß das Rücktrittsrecht berücksichtigt ist, dann erscheinen die unter 1. genannten Rücklagen auch als Abfindungswerte angemessen, wenn die verwendeten Rechnungsgrundlagen, wie dies fast immer der Fall ist, den Einfluß der Austritte auf die Rechnungsgrundlagen schon berücksichtigen.

Da die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung hinsichtlich des aufrechten Versicherungsbestandes nur bei der Schätzung der Dividende von Bedeutung sind, die tatsächliche Höhe der letzteren aber ohnehin

durch den Verlauf der Ereignisse Berichtigungen erfährt, während die Höhe der Abfindungswerte direkt von diesen Grundlagen abhängt, so ist es nötig, bei der Wahl dieser Grundlagen mit aller Vorsicht zu verfahren.

§ 39. Spezielle Methoden der Berechnung der Abfindungswerte.

Die im vorhergehenden entwickelten Prinzipien, nach denen die Abfindungswerte zu bemessen wären, sind durchaus nicht allgemein anerkannt, ja man muß sagen, kaum irgendwo in der Praxis auch nur teilweise befolgt. Dies hat zwei Gründe. Einmal ist die Einführung der Abfindungs-, im speziellen der Rückkaufswerte, nur allmählich und zögernd erfolgt und andererseits hat die Aufsichtsgesetzgebung gerade in dieser Hinsicht Normen geschaffen, welche einer rationellen Bestimmung der Abfindungswerte lange Zeit hindernd im Wege standen und zum Teile noch heute den Versicherer behindern, den fortschreitenden Erkenntnissen gerecht zu werden. Dazu kommt auch noch, daß die für die Bemessung der Abfindungswerte nötigen Grundlagen nur dort zur Verfügung stehen, wo ohnehin eine möglichst korrekte Verrechnung der Geschäftsüberschüsse angestrebt wird und man auch nicht unterläßt, die für die Schätzungen der Dividende nötigen Unterlagen fortlaufend zu berichtigen und in Übereinstimmung mit den Tatsachen zu halten.

Fast alle bestehenden Aufsichtsgesetze fordern die Festlegung der Abfindungswerte für die ganze Versicherungsdauer in der Police und manche gehen noch weiter und schreiben Minimalsätze meist in Prozenten des Nettodeckungskapitals ohne Rücksicht auf die Amortisation der Abschlußkosten vor. Man muß daher die heute in der Praxis üblichen Abfindungswerte unter dem Gesichtspunkte dieses zumeist bestehenden gesetzlichen Zwanges betrachten und darf sich nicht wundern, wenn der Versicherer unter der Verpflichtung, sich an Abfindungswerte zu binden, über deren zutreffende Höhe im voraus kaum Präzises ausgesagt werden kann, bei der Bemessung derselben möglichst tief greift, zumal er sich auch für Verluste, welche ihm bei vorzeitigem Storno aus den nicht getilgten Abschlußkosten erwachsen, in vielen Fällen schadlos halten muß.

Rückkaufswerte wurden wohl zuerst von der englischen Equitable im Jahre 1770 gewährt. Die Gothaer Bank führte solche im Betrage von 50% der eingezahlten Prämien 1831 ein, welche Bestimmung im Jahre 1847 zugunsten eines Satzes vom Deckungskapital abgeändert wurde. Auf die Begründung eines Abzuges vom Deckungskapital mit der Antiselektion der Versicherten hat wohl zuerst Karup hingewiesen, ein Gegenstand, der später von Sprague, Höckner, Schönwiese; Engelbrecht und anderen verfolgt wurde.

Die Methode, den Rückkaufswert nach den eingezahlten Prämien zu berechnen, wurde bald durch jene ersetzt, welche als Rückkaufswert

einen bestimmten Prozentsatz des Deckungskapitales bestimmte, wobei dieser Satz entweder während der ganzen Versicherungsdauer konstant blieb oder aber ansteigend festgesetzt wurde. Die letztere Methode hat heute das alte Verfahren allenthalben verdrängt, da man bald einsah, daß die bei diesem mit der wachsenden abgelaufenen Dauer absolut steigenden Abzüge vom Deckungskapital unmöglich gerechtfertigt werden können. Sehr häufig findet man auch den Abzug vom Deckungskapital bei vorzeitiger Vertragslösung mit einem bestimmten Prozentsatz — meist 3–5% — der versicherten Summe fixiert u. z. gleichbleibend für die ganze Versicherungsdauer.

Eine andere Form der Bestimmung nach dem Deckungskapital ist die, daß man den Abfindungssatz mit einem Betrage α beginnen läßt, der so lange gilt, als das Deckungskapital einen Betrag β nicht übersteigt. Für jedes Prozent der Versicherungssumme, um welches dann das Deckungskapital den Wert β übersteigt, steigt der Abfindungswert um den Betrag γ , bis der Abfindungssatz schließlich 100% erreicht, wenn das Deckungskapital auf den Satz δ von der versicherten Summe angewachsen ist. Je nach Wahl der Sätze α , β , γ , δ kann der Endeffekt sehr variiert werden. Patzig weist in der im Literaturnachweis angeführten Arbeit nach, daß der Mindestsatz des Abfindungswertes in Prozenten des Deckungskapitales von der Versicherungsdauer abhängig gestellt werden sollte und im übrigen mit zunehmender abgelaufener Dauer ein steigender Satz des Deckungskapitales anzuwenden sei, welcher jedoch von der Höhe des jeweiligen Deckungskapitales nicht abhängig ist. Natürlich stehen solche Vorschläge unter Voraussetzungen, welche wir im vorigen Paragraphen abgelehnt haben, die Abfindungssätze Patzigs überdies noch unter dem Zwange der deutschen Gesetzgebung, wonach der Abfindungswert mindestens 60% des Deckungskapitales nach drei abgelaufenen Versicherungsjahren zu betragen hat und den Tatsachen entsprechende Rechnungsgrundlagen nicht herangezogen werden.

In England konnte man bei dem Mangel beengender gesetzlicher Bestimmungen — als Minimalrückkauf ist dort nur ein bestimmter Prozentsatz der eingezahlten Prämien vorgesehen — Methoden anwenden, welche die Konstruktion der Prämien und die Gerechtigkeit gegen die Versicherten mehr berücksichtigen. Macfadyen (J. I. A. XVII, S. 381) empfiehlt als Rückkaufswert den Nettowert der Police nach der Carlisle. Tafel mit einem Zinsfuß von 5 oder 6%. Als Reduktionswert soll jener Betrag genommen werden, welcher sich im Verhältnis der eingezahlten zur Totalsumme aller Prämien ergibt, eine auch auf dem Kontinent sehr gebräuchliche Methode. (Proportionate paid up policy.) Hier wird auch nicht selten aus dem durch das Proportionalverfahren gewonnenen Reduktionswert der Rückkaufswert einfach durch Diskontierung mit einem Satz von meist 5% erhalten.

Crisford nimmt als Rückkaufswert die Prämienreserve nach Abzug von 5% für die Wirkung der Antiselektion und von $2\frac{1}{2}\%$ des Barwertes der noch zu zahlenden Prämien als Kostenbeitrag. Der Rückkauf ergibt sich sonach als

$$(2) \quad 0,95 \, {}_vV_x - 0,25 P_x a_{x+v},$$

während er für den Reduktionswert

$$(3) \quad \frac{{}_vV_x}{{}_vV_x + P_x a_{x+v}}$$

in Vorschlag bringt, wobei P_x die Tarifprämie bezeichnet. Fulford schlägt für den Rückkauf die Formel

$$(4) \quad {}_v(hV)_x - \left\{ \frac{0,021}{a_{[x]}} + 0,025 P_x \right\} a_{[x+v]}$$

vor, wobei

$${}_v(hV)_x = 1 - \frac{a_{[x+v]}}{a_{[x]}}$$

ist. In dieser Formel ist demnach die Antiselektion ihrer Wirkung nach der ärztlichen Auslese gleichgesetzt und es sind auch die noch ausstehenden Amortisationsraten für die Abschlußkosten sowie ein Abzug für Kosten berücksichtigt. James Chatham hingegen tritt für das schon oben erwähnte Verfahren ein, wonach zunächst der Reduktionswert der Police im Verhältnis der eingezahlten Prämien zu bestimmen ist und als Rückkaufswert der Police der Barwert der Reduktionspolice inklusive Bonus, jedoch nicht etwa im einfachen diskontierten Betrage, sondern berechnet nach der Tafel O^M und einem Zinsfuß von $4\frac{1}{2}\%$ zu geben sei.

A. E. Sprague nimmt als Reduktionswert für gewöhnliche Todesfallversicherungen

$$(5) \quad 1 - \frac{\pi_x}{\pi_{x+v}},$$

wobei π die Nettoprämie bedeutet. Ist der Versicherte im Zeitpunkte des Ausscheidens bei guter Gesundheit, dann könnte er gegen Weiterzahlung der Prämie eine neue Police auf den Betrag $\frac{P_x}{P_{x+v}}$ abschließen, ist er jedoch bei schlechter Gesundheit, dann könnte die Reduktionssumme sogar höher gehalten werden. Wenn nun die Tarifprämie nach der Formel

$$P_x = \pi_x(1+k) + c$$

bestimmt ist, dann gilt

$$1 - \frac{P_x}{P_{x+v}} = 1 - \frac{\pi_{[x]}(1+k) + c}{\pi_{[x+v]}(1+k) + c} = 1 - \frac{\pi_{[x]} + h}{\pi_{[x+v]} + h},$$

wo

$$h = \frac{c}{1+k}.$$

Ein Bruch wächst aber, wenn man Zähler und Nenner um eine konstante Größe vermehrt, so daß

$$1 - \frac{P_x}{P_{x+v}} < 1 - \frac{\pi_{[x]}}{\pi_{[x+v]}}$$

ist. Die Formel enthält daher auch einen Abzug für Kosten. Und weil für das Alter $[x] + \nu$ die Prämie $\pi_{[x+\nu]}$ gewählt ist, ist auch für die Antiselektion vorgesorgt. Besser wäre es allerdings noch, die Formel

$$1 - \frac{P_{x+1}}{P_{x+\nu}}$$

zu verwenden, weil im ersten Jahre kein Rückkauf existiert und die Abschlußkosten durch diese Formel besser berücksichtigt werden. Für gemischte Versicherungen tritt auch Sprague für das Proportionalverfahren ein. Aus den so erhaltenen Reduktionswerten wären dann die Rückkaufswerte wieder durch Multiplikation mit der Einmalprämie nach $O^{[M]}$ $4\frac{1}{2}\%$ zu bestimmen.

Unter der Annahme, daß die Wirkung der ärztlichen Auslese und die der Antiselektion gleichzusetzen sei und daß die Abschlußkosten 2% der versicherten Summe betragen, wäre der Rückkauf nach F. J. Cameron für die Ablebensversicherung gleichzusetzen

$$(6) \quad {}_v(hV)_x = 0,02 \frac{a_{[x+\nu]}}{a_{[x]}}$$

oder da

$${}_v(hV)_x = 1 - \frac{a_{[x+\nu]}}{a_{[x]}}$$

$$1,02 {}_v(hV)_x = 0,02$$

Nach Cameron betragen nun die Werte ${}_v(hV)_x$ berechnet nach $O^{[M]}$ 4% im Mittel 93% der einfachen Nettoreserven nach dieser Tafel. Die Formel kann demnach auch durch die einfachere ersetzt werden

$$0,93 {}_vV_x = 1,02 - 0,02$$

oder

$$(7) \quad 0,95 {}_vV_x = 0,02$$

Bei der Bestimmung der Reduktionswerte nach der erwähnten Formel von Sprague kommt es allerdings auf die korrekte Ermittlung der Bruttoprämie einigermaßen an. Die Formel von Sprague

$$P_x = 1 \cdot 1 \pi_{[x]} + 0,001 \quad (O^{[NM]} 3\frac{1}{2}\%)$$

stimmt für die reinen Todesfallversicherungen ziemlich gut in ihren Resultaten mit denen nach der Formel Camerons

$$P_x = \frac{1}{0,94} \left\{ \pi_{[x]} + \frac{0,02}{a_{[x]}} + 0,001 \right\} \quad (O^{[NM]} 3\frac{3}{4}\%)$$

überein. Die Prämien der englischen Gesellschaften werden jedoch auch durch die Formel

$$P_x = 1 \cdot 04 \pi_{[x]} + 0,001375 \quad (O^{[NM]} 3\frac{1}{2}\%)$$

recht gut dargestellt. Zwecks besserer Berücksichtigung der Abschlußkosten schlägt Cameron an Stelle der Formel von Sprague die Formel

$$(8) \quad 1 - \frac{P_x}{P_{x+\nu} + \frac{0,02}{a_{[x]}}}$$

zur Ermittlung eines angemessenen Reduktionswertes vor. Liegt hingegen der Rückkaufwert berechnet vor, dann müßte der Reduktionswert durch Division durch $A_{[x+v]}$ erhalten werden.

Ist die Prämienreserve

$$A_{[x+v]} - \pi_{[x]} \cdot a_{[x+v]},$$

dann ist der Rückkaufwert unter alleiniger Berücksichtigung der Antiselektion, welche der ärztlichen Auslese gleichgehalten wird,

$$\frac{A_{[x+v]} - \pi_{[x]} \cdot a_{[x+v]}}{(\pi_{[x+v]} - \pi_{[x]}) \cdot a_{[x+v]}}$$

oder

Die Differenz von Reserve und Rückkauf ist somit

$$(\pi_{[x+d]} - \pi_{[x]}) (a_{[x+v]} - a_{[x+v]})$$

oder

$$\frac{a_{[x+v]} - a_{[x+v]}}{a_{[x]}}$$

Formeln, auf welche Sprague und J. F. Little hinweisen.

Erwähnenswert ist noch die Auffassung von Jac. M. Vaz Diaz, welcher den Rückkauf als den Ankauf einer Anwartschaft seitens des Versicherers auffaßt, wobei dieser die künftigen Prämien zu bestreiten hätte. Diese Ansicht ist verwandt mit der von Engelbrecht, welcher im Rückkauf selbst wieder ein Versicherungsgeschäft erblickt.

In Amerika spielt an Stelle der Rückkaufs- und Reduktionswerte die Umwandlung der Police in eine kurze Todesfallversicherung auf den vollen versicherten Betrag eine große Rolle. Als Grundlage der Berechnung gilt hierbei meist die auf Grund der amerikanischen Tafel mit einem Zinsfuß von $4\frac{1}{2}\%$ berechnete Reserve, welche als Einmalprämie der genannten Versicherung aufgefaßt wird. Sollte sich hierbei für Versicherungen auf Ab- und Erleben eine Dauer der kurzen Todesfallversicherung ergeben, welche die ursprüngliche Versicherungsdauer überschreitet, so wird der Gegenwert des überschießenden Barbetrages am ursprünglichen Liquidationstermin vergütet. Die Gesetze gehen hier sehr ins Detail und die Policen enthalten ziffernmäßig nicht nur die Rückkaufs- und Reduktionswerte, sondern auch die Anzahl der Jahre und Monate bzw. den noch zu vergütenden Barbetrag, welcher sich aus der erwähnten „automatischen Prolongation“ (Term extension) der Versicherung ergibt.

Die dänischen Gesellschaften geben als Rückkauf die Reserve weniger dem Barwerte der restlichen Prämienzuschläge. Für Schweden wurde hingegen der halbe Prämienzuschlag als Abzug in Vorschlag gebracht und auch seit 1908 angewandt. Hieraus leitete dann Fredholm die Näherungsformel

$$(9) \quad \begin{aligned} \mathcal{R} &= V - 0,04 (\mathcal{S} - V) \\ &= 1,04 V - 0,04 \mathcal{S} \end{aligned}$$

ab. Die reduzierte Police bestimmt sich so, daß ihr Rückkaufswert, berechnet nach dieser Methode, dem Rückkaufswert der ursprünglichen

Police gleichkommt, eine Bedingung, welche wohl unter allen Umständen erfüllt werden sollte, welche Methode auch immer im einzelnen angewandt wird. Der Rückkaufswert von prämienfrei gewordenen Policen wird hier aus der Reserve durch Abzug von $1^0/_{00}$ an kapitalisierten Verwaltungskosten ermittelt.

Man wird aus der Mannigfaltigkeit der in dieser gedrängten Darstellung gegebenen Methoden erkennen, daß aus der Vielfältigkeit nicht viel gewonnen werden kann, wenn die einzelnen Verfahrensarten nicht aus einer strengen Analyse der Bedingungen und Verhältnisse hergeleitet werden, unter denen es im allgemeinen zum Rücktritt vom Vertrag seitens des Versicherten kommt. Aus unserer Darstellung dürfte aber hervorgehen, daß auch bei der Frage der Bemessung der Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung die Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung nicht entbehrt werden können, wenn man darauf ausgeht, Abfindungswerte zu erhalten, welche den eingangs dieses Abschnittes aufgeführten Richtlinien entsprechen. Im einzelnen mögen die Ansichten der Techniker noch über manchen der berührten Punkte auseinandergehen. Sicher ist, daß auch hier eine Reform des derzeit allzu Mangelhaften nur möglich sein wird, wenn die bestehenden Schranken in den Aufsichtsgesetzen fallen. Aber auch die Versicherungstechnik muß mit einem alt eingewurzelten Vorurteil brechen, welches den Rücktritt vom Vertrag als Kontraktbruch anspricht, der mit der gebührenden Strafe zu belegen sei.

Literaturnachweis zu den Abschnitten II—V¹⁾).

II. Die Berechnung der Tarifprämien.

- Amthor, A.: Die Berechnung des Prozentsatzes der Verwaltungskosten in der Lebensversicherung. Ehrenzweigs Assek. Jahrbuch Bd. 20.
- Andras, H. W.: The calculation of office premiums. VII. Congr. Intern. I, S. 749.
— The System of Bonus Distribution etc. J. I. A. Bd. 32, S. 341.
- Altenburger, J.: Die staatliche Beaufsichtigung der Lebensversicherungsanstalten vom technischen Standpunkte. VI. Congr. Intern.
- Billing, J.: Berechnung der Bruttoprämien mit Rücksicht auf die Natur der Unkosten. VII. Congr. Intern. I. S. 823.
- Billing, J., und E. Forssman: Lifförsäkringsbolagens omkostnadsfraga. Gjallarhornet Nr. 25, B. 1911.
- Cameron, F. J.: J. I. A. Bd. 48, S. 45.
- Fleury, E.: La Question du Chargement des Primes. Calcul des Primes commercial. VII. Congr. Intern. I. S. 737.
- Groß, Dr. W.: Die Zuschlagsregelung der Prämien. Berechnung der Brutto-
prämien. VII. Congr. Intern. I. S. 695.
- Höckner: Dr. G.: Änderung des Rechnungswesens. Leipzig 1907.
— Die Zuschlagsregelung der Prämien. Berechnung der Bruttoprämien. VII. Congr. Intern. I. S. 643.
- Hunter, R. G.: American methods of loading premiums. VII. Congr. Intern. I. S. 722.
- Karup, Dr. J.: Reform des Rechnungswesens. Jena 1903.
- Massé, L.: Du chargement des primes d'assurances. Journal d. Act. fr. vol. VIII.
- Liebetanz, Dr. P.: Die Anwerbekosten in der Lebensversicherung und ihre Deckung. Lübeck 1902.
- Moir, H.: Office premiums. Trans. Fac. Act. Bd. 2, 19, S. 207.
— Relationship of expenses and selection to valuation. IV. Congr. Intern. Bd. II, S. 888.
- Nabholz, Dr. P.: Die Bestimmung der Tarifprämie in der privaten Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. 12, S. 756.
- Peeck, Dr. J. H.: On a rational method of loading. IV. Congr. Intern. I. S. 636; siehe auch Z. f. d. g. V. W. 2, S. 8.
- Rietschel, H. J.: Analysis and apportionnement of the expenses etc. J. I. A. Bd. 44, S. 415.
- Rothery, H. J.: J. I. A. Bd. 30, S. 135.
- Sprague, Dr. T. B.: J. I. A. Bd. 22, S. 396.

III. Die Berechnung des Deckungskapitales.

- Ackland, Th. A.: Notes on an approximate method of valuation etc. J. I. A. Bd. 40, S. 42.
- Baily, F.: The pure premium method of valuation. J. I. A. Bd. 21, S. 126.
- Bell, Fr.: On the retrospectiv method of valuation. J. I. A. Bd. 39, S. 17.

¹⁾ Zu Abschnitt I kein besonderer Literaturnachweis.

- Berger, Dr. A.: Zur Berechnung von Prämie und Prämienreserve. Österr. Z. f. öff. u. priv. Vers. 1915, S. 284.
- Blaschke, Dr. E.: Die Gruppenrechnung bei Bestimmung der Prämienreserve zur Bilanz einer Lebensv.-Ges. Wien 1886.
- Bohlmann, Dr. G.: Eine Rekursionsformel für mittlere Reserven. Z. f. d. g. V. W. Bd. 5, S. 63.
- On a System of valuation by movement and recurrence. T. A. S. 1908, S. 614.
- Brown, E. H.: On an approximate method of valuation etc. J. I. A. Bd. 43, S. 185.
- Dawson, M.: A new valuation formula. T. A. S. VII.
- Ein neuer Reserveberechnungsmodus. Z. f. d. g. V. W. Bd. 3, S. 487.
- Dickmann, K.: Über doppelte Gruppierung der Versicherungen für Berechnung der Prämienreserve. Z. f. d. g. V. W. Bd. 3, S. 56.
- Elderton, W. P.: Approximate valuation of endowment assurances. J. I. A. Bd. 48, S. 1.
- Engelbrecht, Dr. G.: Das Deckungskapital in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 7, S. 611.
- Zur Theorie der Verwaltungskosten und Überschüsse. Österr. Revue Bd. 31, Nr. 6, 9. 1906.
- Die Wirkung der Auslese in den ersten Versicherungsjahren. Z. f. d. g. V. W. Bd. 5.
- Der Einfluß der Versicherungsdauer in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 6.
- Fanta, Dr. E.: Eine Rekursionsformel für durchschnittliche Prämienreserven. Z. f. d. g. V. W. Bd. 10, S. 290.
- Ferguson, C.: Some modern methods of valuation. T. A. S. Bd. 10, Nr. 38, S. 30.
- Fraser, D. C.: A comparison of the various methods of grouping whole-life assurances for valuation. J. I. A. Bd. 38, S. 385.
- Henderson, R.: Valuation by attained age. T. A. S. Bd. 11, S. 144.
- Henry, A.: Some further suggestions on the subject of approximate valuation. J. I. A. Bd. 52, S. 48; siehe auch J. I. A. Bd. 51, S. 118.
- Hutcheson, W. A.: American valuation tables. J. I. A. Bd. 37, S. 91.
- Höckner, Dr. G.: Die Bedeutung des Deckungskapitales für den Lebensversicherungsbetrieb. Z. f. d. g. V. W. Bd. 5, S. 511.
- Das Deckungskapital im Lebensversicherungsbetrieb etc. Veröff. D. V. f. V. W. 1909, Nr. 16.
- Über die Abhängigkeit des Sterblichkeitsgewinnes von der Deckungskapitalberechnung. Z. f. V. W. 1904, S. 48.
- Stimmen zur Frage der Deckungskapitalberechnung. Z. f. V. W. 1906, S. 47.
- Ein Beitrag zur Berechnung des Deckungskapitals. Z. f. V. W. 1904, S. 32.
- Ein neuer Beweis für die Gefährlichkeit der Nettomethode. Z. f. V. W. 1912, S. 16.
- Karup, Dr. J.: Zillmersche Methode. Z. f. V. W. 1905, S. 24.
- King, G.: On the comparative reserves of life assurance companies etc. J. I. A. Bd. 37, S. 453.
- On the valuation in groupes etc. J. I. A. Bd. 51, S. 1.
- On the method of Dr. Joh. Karup etc. J. I. A. Bd. 42, S. 145.
- King, A. E.: On the extension of existing valuation methods of grouping policies etc. J. I. A. Bd. 48, S. 121.
- Lidstone, J.: Some remarks on the valuation of endowment assurances in groups. J. I. A. Bd. 34, S. 61.
- Further remarks etc. J. I. A. Bd. 38, S. 1.
- A groups check for endowment assurance etc. J. I. A. Bd. 52, S. 491.
- Liebetanz, P.: Die Anwerbekosten in der Lebensversicherung und ihre Deckung. Lübeck 1902.

- Logophilus (Höckner): Der Streit über die Zillmersche Methode in der Lebensversicherung. Berlin 1902.
- Die Methode der ausreichenden Prämien. Z. f. V. W. 1902, S. 45.
- Erwerbskosten und Zillmerquote. Z. f. V. W. 1903, S. 3.
- Die dritte Rechnungsgrundlage. Z. f. V. W. 1903, S. 1.
- Macleay, A. T.: Valuation with allowance for initial expense. T. A. S. Bd. 7, Nr. 65, S. 103.
- Manly, H. W.: A comparison of the values of policies etc. J. I. A. Bd. 14, S. 249.
- Moir, H.: Valuation and distribution. T. A. S. Bd. 10, S. 179.
- Nabholz, Dr. P.: Das Zillmersche Deckungskapital und seine moderne Entwicklung. Schweiz. Vers.-Zeitschr. 1911.
- Nichols, W. S.: The limitation of the systems of net valuation. II. Congr. Intern. S. 161.
- Sorley, J.: On expenses and selection as affecting the premium method of valuation. J. I. A. Bd. 21, S. 192.
- Sprague, T. B.: Die richtige Methode zur Abschätzung der Verbindlichkeiten einer Leb.-Vers.-Anst. aus ihren Polizen. Journal des Coll. f. Leb.-Vers.-Wiss. Bd. 2, Berlin 1871.
- On certain methods for the valuation of the liabilities of a life assurance company. J. I. A. Bd. 11.
- On the proper method of estimating etc. J. I. A. Bd. 15, S. 411.
- In valuing life policies, should any allowance be made an account of the expenses of obtaining new business? etc. I. Congr. Intern. 1900.
- Thomson, H. A.: On the treatment of endowment assurance policies in periodical valuations. J. I. A. Bd. 34, S. 11.
- Trachtenberg, H. L.: A new method of valuing policies in groups. J. I. A. Bd. 52, S. 38.
- Another method of valuing policies in groups. J. I. A. Bd. 53, S. 61.
- Tucker, R.: On the proper mode of estimating the liabilities of life insurance companies. J. I. A. Bd. 10.
- Warner, S. G.: Some notes on the net premium method of valuation as affected by recent tendencies and developments. J. I. A. Bd. 37, S. 57.
- Zillmer, Dr. A.: Beiträge zur Theorie der Prämienreserve bei Lebensversicherungsanstalten. Stettin 1863.

IV. Die Ermittlung und Verteilung des Gewinnes.

- Abel, Dr. A.: Mechanische Gewinnbeteiligungssysteme in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 13, S. 319.
- Böhmer und Gramberg: Der Risikogewinn in der Lebens- und in der Invaliditätsversicherung. Berlin 1906.
- Böhmer, Dr. P.: Näherungsformeln für den Risikogewinn in der Todesfall-, Invaliditäts- und Rentenversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 9, S. 774.
- Die technischen Erfordernisse bei der Berechnung der Dividendenreserve für die mit Gewinnanteil Versicherten. Veröff. d. V. V. W. 24, S. 96. 1912.
- Broecker, Dr. H.: Gewinnbeteiligung der Versicherten. Veröff. d. V. V. W. 10.
- Zur Frage der Gewinnverteilung für Lebensversicherungen. Assek. Jahrbuch Bd. 29, II. S. 3.
- Bohlmann, Dr. G.: Die Berechnung des Sterblichkeitsgewinnes bei einer Lebensversicherungsgesellschaft. Veröff. d. V. V. W. Bd. 4, 1905.
- Zur Analyse der Gewinnquellen in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 10, S. 547.
- Engelbrecht, Dr. G.: Das Deckungskapital in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V. W. Bd. 7, S. 611.

- Engelbrecht, Dr. G.: Zur Theorie der Verwaltungskosten und Überschüsse. Österr. Revue Bd. 31, Nr. 6/9. 1906.
- Francois, Gaston: La Prévision des bénéfices et la vérification des réserves dans les comptes d'assurances. Bull. trim. de l'inst. des Act. Franc. Bd. 24, Nr. 93, S. 206.
- Höckner, Dr. G.: Änderung der Rechnungsgrundlagen. Leipzig 1907.
— Das Deckungskapital im Lebensversicherungsbetrieb und die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung. Veröff. d. V. V. W. 16.
- Homans, Sheppard: On the equitable distribution of surplus. J. I. A. Bd. 11, S. 121.
- Karup, Dr. J.: Die Reform des Rechnungswesens der Gothaer Lebensversicherungsbank a. G. Jena 1903.
- Kilgom, D. E.: On Surplus distribution. T. A. S. Bd. 10, S. 224.
- King, G.: On policies with deferred participation in profits, and policies with contingent bonuses. T. F. A. Bd. 5, Nr. 53, S. 373.
- Lidstone, G. J.: On Dr. Spragues method. J. I. A. Bd. 32, S. 73.
- Meyer, Dr. P.: Beitrag zum Dividendenproblem. Veröff. d. V. V. W. 20.
- Onnen, H., und I. H. Peek: Méthode de détermination et de répartition des bénéfices réalisés dans l'assurance sur la vie. III. Congr. Intern. S. 278.
- Oster, Dr. B.: Über die Verwendung der Dividenden in der Lebensversicherung. Assek. Jahrbuch Bd. 27, II, S. 45.
- Patzig, Dr.: Prinzipien der Gewinnbeteiligung in der Lebensversicherung. Frankfurt a. M. 1914.
- Radtke, Dr. P.: Die Stabilität der Lebensversicherungsanstalten. Z. f. d. g. V. W. Bd. 3, S. 399.
- Rohde, Dr. F.: Die technischen Erfordernisse bei der Berechnung der Dividendenreserve für die mit Gewinnanteil Versicherten. Veröff. d. V. V. W. 24, S. 233.
- Ryan, Gerald H.: Method of valuation and distribution of profits in the United Kingdom. III. Congr. Intern. S. 216, 252 und J. I. A. Bd. 38, S. 69.
- Weeks, Rufus W.: A practical rule for calculating annual dividends. T. A. S. 1906, S. 310.
— An equitable method of keeping the accounts of deferred dividends. T. A. S. 1905, S. 93.
- Wulkow, H.: Technische Erfordernisse für die Berechnung der Dividendenreserve der Versicherten in der Lebensversicherung. Veröff. d. V. V. W. 24, 1912.
- Man vergleiche auch:
- Browne, T. G. C.: J. I. A. Bd. 32, S. 194.
- Mc. Clintock, E.: T. A. S. Bd. 1, S. 137.
- Onnen, Dr. H.: Archiv vor de Verzekeringwetenschap. Teil 2, S. 339.
- Peek, Dr. J. H.: Archiv vor de Verzekeringwetenschap, Teil 3, S. 323; Teil 4, S. 387.
- Sanderson: T. A. S. Bd. 10, S. 102.
- Stehlin, E. L.: T. A. S. Bd. 2, S. 348.
- Sprague, T. B.: J. I. A. Bd. 14, S. 396.
- Wells, D. H.: T. A. S. Bd. 2, S. 403.
- Wing, A. S.: T. A. S. Bd. 1, S. 103.
- Whitting, W. D.: T. A. S. Bd. 2, S. 150; Bd. 5, S. 214.

V. Die Berechnung der Versicherungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung.

- Altenburger, J.: Berechnung der Policenwerte bei vorzeitiger Vertragslösung. VI. Congr. Intern. II, S. 171.
— Die Theorie des Policenrückkaufes in der Lebensversicherung. Österr. Vers.-Ztg. Bd. 27, S. 1. 1900.

- Cameron, F. J.: Whole life non-profit assurances. J. I. A. Bd. 48, S. 45.
- Chatam, J.: An analysis of profit from endowment assurances. T. F. A. Bd. 3, Nr. 25, S. 1; vgl. auch J. I. A. Bd. 29, S. 81.
- Crisford, G. L.: The values that should be allowed by a life office for the surrender of policies. J. I. A. Bd. 21, S. 301.
- Engelbrecht, Dr. G.: Die rechtliche und technische Natur des Rückkaufs in der Lebensversicherung. Assek. Jahrbuch Bd. 29, 1908.
- Rationelle Rückkaufswerte. Z. f. d. g. V.-W. Bd. 10, S. 719.
- Fulford, H.: On surrender value and the principles, which underlie their calculation. J. I. A. Bd. 35, S. 199.
- Höckner, Dr. G.: Die Abfindung der vorzeitig aus der Lebensversicherung ausscheidenden Mitglieder mittels des Rückkaufswertes. Z. f. V.-W. Nr. 34, 1905.
- Deckungskapital, Minimalwert und Rückkaufswert einer Lebensversicherungspolice. Z. f. V.-W. Nr. 44, 1905.
- Der Rückkauf als erhöhter Minimalwert der Lebensversicherungspolice. Z. f. V.-W. Nr. 46, 1905.
- Das Deckungskapital im Lebensversicherungsvertrag und die Abfindungswerte bei vorzeitiger Vertragslösung. Veröff. d. V. f. V.-W. Bd. 16.
- Little, J. F.: Modern surrender values. T. A. S. Bd. 13, S. 259.
- Lundgreen-Amthor: Zur Theorie des Rückkaufswertes. Österr. Vers.-Ztg. Bd. 15, 1888.
- Moir, H.: Forfeiture regulations in America. VI. Congr. Intern. II, S. 185.
- Patzig, Dr.: Die Bemessung der Abfindungswerte in der Lebensversicherung. Z. f. d. g. V.-W. Bd. 17, S. 418.
- Rohde, Dr. F.: Berechnung des Rückkaufswertes einer Lebensversicherung. Z. f. d. g. V.-W. Bd. 13, S. 461.
- Rothauge, R.: Die Grundlegung für die mathematische Bewertung des freiwilligen Rücktrittes in der Lebensversicherung. VI. Congr. Intern. II, S. 85.
- Schönwiese, R.: Über den Rückkauf einer Lebensversicherungspolice. Österr. Vers.-Ztg. Bd. 23, 1896.
- Neue Grundlinien für die Bestimmung des Rückkaufswertes. Ann. d. g. V.-W. Bd. 37, H. 1, 2. 1906.
- Sprague, T. B.: Some remarks on the application of the principles of nonforfeiture to ordinary policies. J. I. A. Bd. 24, S. 359.
- Sprague, A. E.: Paid up policies and surrender values. T. F. A. Bd. 3, S. 201.
- Tilt, R. Ruthven: Computation of policy values by premature cancellation. VI. Congr. Intern. II, S. 133.