

Die Berechnung
der
Centrifugalregulatoren

von

W. Lynen



Die Berechnung
der
Centrifugalregulatoren.

Von

W. Lynen,

Regierungs-Baumeister,
Privatdocent an der Königl. Techn. Hochschule Charlottenburg.

Mit 69 in den Text gedruckten Figuren und 6 Tafeln.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1895

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>.

ISBN 978-3-642-50578-2 ISBN 978-3-642-50888-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-50888-2

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1895

Vorwort.

Die nachfolgende Berechnung der Centrifugalregulatoren unterscheidet sich in zweifacher Richtung wesentlich von der bisherigen Behandlung dieser Aufgabe:

1. Die synthetische, aufbauende Methode ist vollständig durchgeführt; sowohl der Einfluss jeder einzelnen der im Regulator wirkenden Kräfte — des Kugelgewichts und des Gleitstückgewichts bezw. bei Federregulatoren der Federspannung — auf die Grösse und die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit ist für sich festgestellt, als auch die Bedeutung der Abweichung des zur Gleitstückbewegung benutzten Getriebes von dem normalen Getriebe ist klargelegt worden.

2. Die sämtlichen Gleichgewichtsbedingungen sind nicht durch Kräftezerlegung (statisch), sondern mit Hülfe von Arbeitsbestimmungen (dynamisch) entwickelt worden. Diese letzte Methode gestattet eine viel grössere Freiheit und giebt die Resultate in einer dem Verständniss leichter zugänglichen Weise (vergl. die Untersuchung des unnormalen Getriebes, des Regulators mit beweglichem Aufhängepunkt des Pendels, des Einflusses der Reibung in den Gelenken des Regulators).

Eine Frucht der synthetischen Behandlung der Regulatoren sind die in den Tafeln I bis VI verzeichneten Kurven. Mit Hülfe der Tafeln I und II können alle Gewichtregulatoren mit normalem Getriebe berechnet werden.

Eine Frucht der dynamischen Behandlung ist die neue Berechnung der Regulatoren mit Doppelpendel. Es wäre zu wünschen, dass dadurch das Verständniss für den Cosinus-Regulator, dessen „Werthigkeit“ eine vorzügliche ist, mehr gefördert würde.

Entsprechend der heutigen Bedeutung der Achsenregulatoren ist die Wirkungsweise und die Berechnung derselben eingehend behandelt. Um die Rechnungen durchsichtiger zu erhalten, sind in denselben kugel- oder scheibenförmige Schwunggewichte angenommen. Dieselben sind auch aus konstruktiven Rücksichten den üblichen keulenförmigen Schwunggewichten vorzuziehen.

Die zahlreichen Rechnungsbeispiele sind beigelegt worden, um das Verständniss für die neue Berechnungsmethode zu erleichtern und um in der Tabelle S. 74 und 75 einen Anhalt über den Werth der einzelnen gebräuchlichen Regulator-Konstruktionen zu geben. Es zeigt sich aus denselben, dass die vielen bei uns gebräuchlichen Regulatoren in ihrem Werth nicht wesentlich von einander abweichen und dass die schon von Watt angegebene Form mit zu den besten gerechnet werden muss.

Die am Schluss der Tabelle stehenden 3 Regulatoren zeigen den Werth der Konstruktionen an, bei welchen die Kurve der Centrifugalkraft einen Wendepunkt aufweist. Dieselben verdienen eine grössere Verbreitung, namentlich für Maschinen mit hoher Gleichförmigkeit (elektr. Betriebe u. s. w.), weil dieselben gerade in den mittleren Lagen, die doch hauptsächlich bei den Maschinen benutzt werden, eine sehr schöne, gleichmässige Annäherung an die Astasie besitzen, in den beiden Endlagen, die in Ausnahmefällen zur Geltung kommen, kräftig davon abweichen. Dabei können die Regulatoren leicht mit grossem Arbeitsvermögen ausgestattet werden.

Berlin, im September 1895.

W. Lynen.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	1
Die Kurve der Centrifugalkraft eines Regulators	3
Die ausser der Centrifugalkraft im Regulator wirksamen Kräfte	9
Die Kurven der reducirten Gewichte	22
Regulatoren mit normalem Getriebe	25
Regulatoren mit unnormalem Getriebe	42
Regulatoren mit beweglichem Aufhängepunkt des Pendels	48
Der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulatoren	55
Die Verstellungskraft der Regulatoren	62
Einfluss der Reibung in den Gelenken eines Regulators	76
Die Achsenregulatoren	86
Regulatoren mit Doppelpendel	101

Einleitung.

Trotz der grossen Wichtigkeit der Regulatoren für den Maschinenbau ist ein inniges Vertrautsein mit der Berechnung derselben oder selbst völlige Klarheit über die Wirkungsweise derselben bei den im praktischen Leben stehenden Ingenieuren nicht allgemein verbreitet.

Dies liegt z. Th. daran, dass kein Bedürfniss für diese Kenntnisse vorliegt, weil es viele tüchtige Specialfirmen giebt, die in grosser Auswahl für jeden bestimmt gegebenen Fall taugliche Regulatoren anbieten. Andererseits liegt es aber auch daran, dass die übliche analytische Behandlung der Regulatoren — sei es rechnerisch oder zeichnerisch — das Verständniss für die eigenthümlichen, dynamischen Beziehungen bei denselben erschwert.

Bei dieser analytischen Behandlung der Berechnung der Regulatoren wird ein fertiger Regulator betrachtet; das Pendel wird gleich in Verbindung mit dem Getriebe zur Bewegung des Gleitstücks behandelt. Ausserdem wird das Getriebe möglichst unnormal angenommen, um die Berechnung möglichst allgemein zu gestalten. Dadurch wird aber von Anfang an eine zu grosse, den Anfänger verwirrende Zahl von beliebig wählbaren Grössen in die rechnerische Formel oder das zeichnerische Bild gebracht, deren Bedeutung zu einander und theilweise Abhängigkeit von einander durch die analytische Behandlung nicht deutlich hervortritt, sondern von dem Konstrukteur von Regulatoren erst durch eine längere Uebung in der Berechnung derselben erfasst wird.

Die in Fig. 1 dargestellte Konstruktion bildet meistens den Ausgangspunkt für die Berechnung der Regulatoren. Die Betrachtung derselben führt zu einer Formel für die Winkelgeschwindigkeit, welche lautet:

$$\omega^2 = \frac{g}{h} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{G_1}{G} \cdot \frac{l_1}{l} \cdot \frac{\sin [(\alpha + \beta) + \delta]}{\cos \delta \cdot \sin \alpha} \right\}$$

und worin

$$h = a \cdot \text{ctg } \alpha + l \cos \alpha$$

ist. Es kommen also sofort nicht weniger als 8 willkürlich wählbare Grössen vor, nämlich:

$$a, \frac{1}{2} G_1, G, l_1, l, \alpha, \beta, \delta.$$

Für die Konstruktion eines Regulators ist ausserdem weniger entscheidend die Grösse von ω als die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit

mit Aenderung dieser Grössen. Darüber giebt aber die Formel oder das Bild des Regulators keine Auskunft.

Das Verständniss für die eigenthümlichen Beziehungen der in einem Regulator wirkenden Kräfte zu einander, welches namentlich für den Anfänger wichtig ist, wird nun viel mehr gefördert durch die synthetische, aufbauende Behandlung der Regulatoren, bestehend daraus, dass zuerst eine Einzelbetrachtung der Centrifugalkraft einer rotirenden Masse und die Entwicklung der Eigenschaften der Centrifugalkräfte eines für einen Regulator

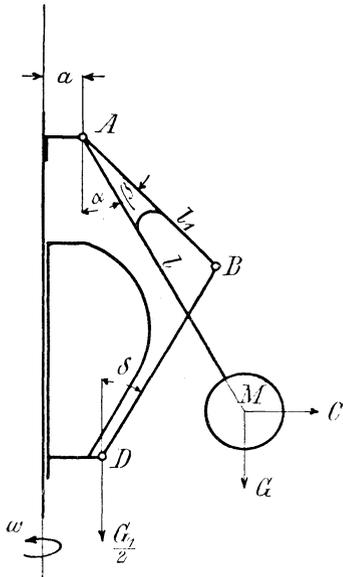


Fig. 1.

geeigneten Centrifugalpendels vorgenommen wird, und daran sich die Untersuchung der in dem Regulator ausser der Centrifugalkraft wirksamen Kräfte schliesst. Die Wirkungsweise der letzteren ist unabhängig von der Drehung des Regulators, sondern allein bedingt durch die Eigenschaften des Getriebes und kann daher ohne Rücksicht auf die Lage der Drehachse und die Grösse der Drehgeschwindigkeit untersucht werden. Die Untersuchung muss beginnen mit möglichst normalen Getrieben und unter Vorname möglichst einfacher Veränderungen derselben. Abweichungen von den normalen Getrieben können dann um so leichter beurtheilt werden.

Der Vergleich des Ergebnisses der Untersuchung eines für einen Regulator geeigneten Centrifugalpendels und des Verhaltens der Kräfte bei Veränderung des Getriebes zeigt dann ohne Weiteres, unter welchen Umständen geeignete Regulatoren möglich sind. Vor Allem wird bei diesem Gang der Berechnung die Bedeutung der einzelnen oben angeführten Variablen, sowie die Abhängigkeit derselben von einander deutlich hervorgehoben. Der Konstrukteur erkennt dadurch auch ohne grosse Uebung in der Berechnung von Regulatoren, welcher Weg einzuschlagen ist, um einen Regulator mit den von ihm gewünschten Eigenschaften, namentlich einer möglichst guten Ausnutzung der aufzuwendenden Massen, zu erlangen.

Die Ueberlegenheit der graphischen gegenüber der rechnerischen Methode, besonders zur schnellen Erlangung einer klaren Uebersicht über das ganze behandelte Gebiet, zeigt sich auch bei der synthetischen Behandlung der Regulatoren. Die graphische Methode möge daher auch bei der folgenden Betrachtung zu Grunde gelegt werden.

Die Kurve der Centrifugalkraft eines Regulators.

Die Centrifugalkraft einer im Abstände r von der Drehachse mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotirenden Kugel vom Gewicht G ist:

$$C = \frac{G}{g} \cdot r \omega^2.$$

Schreibt man den Ausdruck um in:

$$C = G \cdot \frac{r \omega^2}{g},$$

so bedeutet

$$\frac{r \omega^2}{g} = n$$

eine Zahl, und zwar das Verhältniss der Centrifugalbeschleunigung zur Fallbeschleunigung. Die Centrifugalkraft für den angenommenen Fall ist also

$$C = n G,$$

d. h. gleich dem n fachen Kugelgewicht. Ist z. B. $r = 15$ cm und die Umdrehungszahl der Drehachse $u = 120$, so ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \pi \cdot \frac{u}{60} = 4 \pi$$

und die Centrifugalbeschleunigung in m

$$\begin{aligned} r \omega^2 &= 0,15 \cdot 16 \pi^2 \\ &= 0,15 \cdot 16 \cdot 9,86 = 23,66 \text{ m} \\ n &= \frac{r \omega^2}{g} = \frac{23,66}{9,81} = 2,41. \end{aligned}$$

Die Centrifugalkraft der Kugel ist also gleich dem 2,41 fachen Gewicht derselben.

Ändert sich der Abstand r der Kugel von der Drehachse, während die Winkelgeschwindigkeit ω konstant bleibt, und trägt man in einem Koordinatensystem zu jedem r als Abscisse die Centrifugalkraft der Kugel als Ordinate auf, so wird die Änderung der Centrifugalkraft durch eine gerade Linie dargestellt, da

$$C = \frac{G}{g} \cdot r \omega^2 = \left(\frac{G}{g} \omega^2 \right) \cdot r = \text{Const.} \cdot r$$

die Centrifugalkraft also proportional dem Abstand r ist.

Wendet man stets denselben Kräftemaasstab an, so verläuft die gerade Linie um so steiler, je grösser die Winkelgeschwindigkeit ist. Fasst man z. B. alle durch den Punkt O der Fig. 2 hindurchgehenden geraden Linien als Darstellungen von Centrifugalkräften auf und verhalten

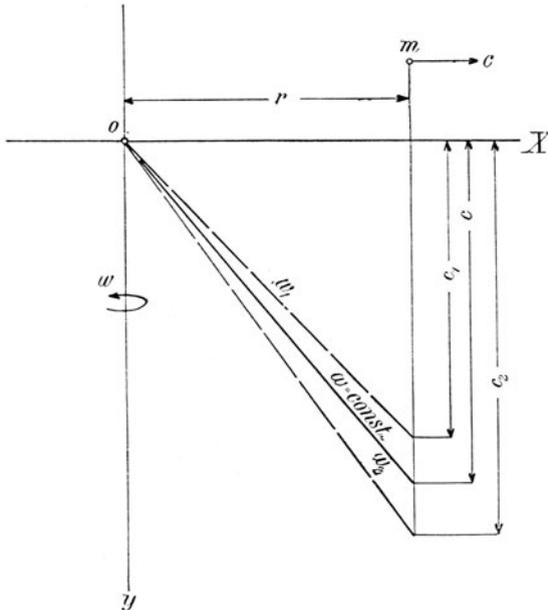


Fig. 2.

sich die zu irgend einer Abscisse gehörigen Ordinaten der Linien zu einander wie

$$C_1 : C : C_2,$$

so verhalten sich die diesen Linien entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten zu einander wie

$$\omega_1 : \omega : \omega_2 = \sqrt{C_1} : \sqrt{C} : \sqrt{C_2}.$$

In Fig. 2 verhalten sich

$$C_1 : C : C_2 = 39 : 45 : 52,$$

also verhalten sich die zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten

$$\omega_1 : \omega : \omega_2 = 0,93 : 1 : 1,07.$$

Hat man eine beliebige Kurve, Fig. 3, in einem Koordinatensystem und fasst man die Ordinaten auf als Centrifugalkräfte einer in den zu-

gehörigen Abscissen befindlichen, um die Ordinatenachse rotirenden Masse, so kann mit Hülfe irgend einer durch den Koordinatenanfangspunkt gezogenen geraden Linie angegeben werden, wie sich die den einzelnen Kurvenpunkten entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten verhalten zu der durch die gerade Linie gegebenen Winkelgeschwindigkeit. Setzt man diese Winkelgeschwindigkeit = 1, und ist bei irgend einer Abscisse x_1 das Verhältniss der beiden Ordinaten

$$\frac{y_1}{y_1'} = n,$$

so ist das Verhältniss der entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten

$$\frac{\omega}{\omega'} = \sqrt{n}.$$

So lange die Ordinaten der Kurve kleiner sind als die der geraden Linie, ist die der Kurve entsprechende Winkelgeschwindigkeit kleiner als die durch die gerade Linie gegebene Winkelgeschwindigkeit ω , und umgekehrt.

Ein brauchbarer Regulator muss stabil sein, d. h. die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher derselbe rotirt, muss mit Vergrößerung des Abstandes der Kugel von der Drehachse zunehmen, oder mit Verkleinerung des Abstandes der Kugel von der Drehachse abnehmen.

Der Regulator muss in allen Lagen im Gleichgewicht sein, um alle Füllungsgrade einstellen und aufrecht erhalten zu können. Die in den verschiedenen Lagen des Regulators den Gleichgewichtszustand herbeiführenden Winkelgeschwindigkeiten dürfen aber nicht dieselben sein:

1. weil die Umdrehungsgeschwindigkeit der Maschine nicht genau konstant ist, sondern innerhalb des sogenannten Ungleichförmigkeitsgrades des Schwungrades veränderlich ist,

2. weil der Regulator sonst bei jeder geringen Abweichung von der normalen Geschwindigkeit nach oben oder nach unten hin sofort bis in die entsprechende Endstellung gehen würde, dadurch die Energiezufuhr — den Eintritt von Dampf, Gas, Wasser in die Maschine — zu stark verändern und nun in die entgegengesetzte Endlage gelangen würde und so weiter zwischen den Endlagen hin und her pendeln würde. Ein solcher Regulator heisst ein „astatischer“.

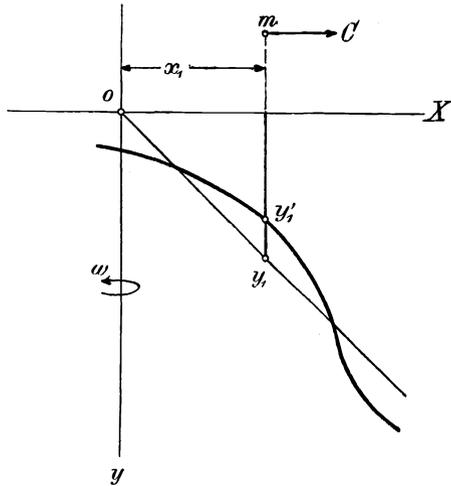


Fig. 3.

Verlangen die Gleichgewichtsbedingungen des Regulators aber, dass die Winkelgeschwindigkeit zunimmt mit Vergrößerung des Abstandes der Kugel von der Drehachse und dass dieselbe abnimmt mit Verkleinerung des Abstandes der Kugel von der Drehachse, so gelangt der Regulator bei Abweichungen der Geschwindigkeit der Maschine von der normalen nach oben oder nach unten hin stets wieder in eine neue Gleichgewichtslage, in der er verharren kann.

Würden die Gleichgewichtsbedingungen eines Regulators gerade die umgekehrten Veränderungen in der Winkelgeschwindigkeit verlangen, so würde der Regulator, wenn er sich einmal von seiner Gleichgewichtslage entfernt hätte, immer stärker aus dem Gleichgewicht kommen, ähnlich

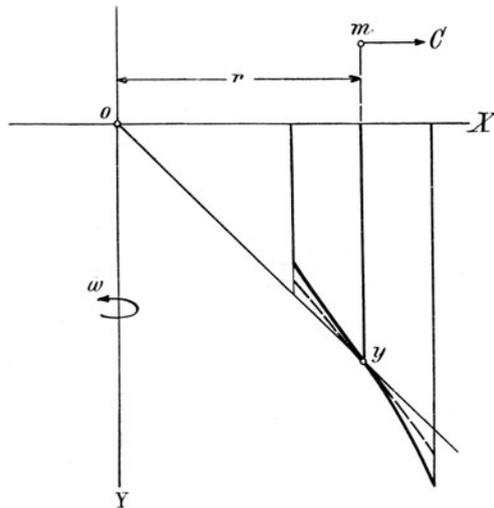


Fig. 4.

wie ein Stab, der unten unterstützt ist, in vertikaler Lage im Gleichgewicht ist, aber immer stärker aus dem Gleichgewicht kommt, wenn er einmal in eine schräge Lage gelangt ist.

Ist die zur mittleren Lage der Kugel gehörige Winkelgeschwindigkeit $= \omega$, und wird die zugehörige Centrifugalkraft:

$$C = m r \omega^2$$

durch die Ordinate y in Fig. 4 dargestellt, so muss die Kurve der Centrifugalkraft eines stabilen Regulators für die Stellungen der Kugel von der inneren Lage bis zur Mittellage hin zwischen \overline{Oy} und der Abscissenachse verlaufen, für die Stellungen der Kugel jenseits der Mittellage oberhalb der Linie \overline{Oy} — von der Abscissenachse aus gesehen — verlaufen. Je weiter dieselbe sich von der Linie Oy entfernt, um so grösser

sind die Abweichungen von der durch diese Linie gegebenen Winkelgeschwindigkeit ω , um so stabiler ist der Regulator. Je mehr sich die Kurve der Centrifugalkraft der Linie \overline{Oy} nähert, um so mehr nähert sich der Regulator der Astasie. Bekanntlich ist bei Maschinen, welche mit grosser Gleichförmigkeit laufen müssen, z. B. Betriebsmaschinen für Dynamomaschinen, Fein-Spinnmaschinen, eine grosse Annäherung des Regulators an die Astasie erforderlich. Die punktirte Kurve in Fig. 4 stellt eine grössere Annäherung an die Astasie dar als die nicht punktirte Kurve.

Einen labilen Regulator, bei welchem zur Erhaltung des Gleichgewichts eine Abnahme der Winkelgeschwindigkeit bei Vergrösserung des Kugelabstandes von der Drehachse gehört, würde man ohne Weiteres

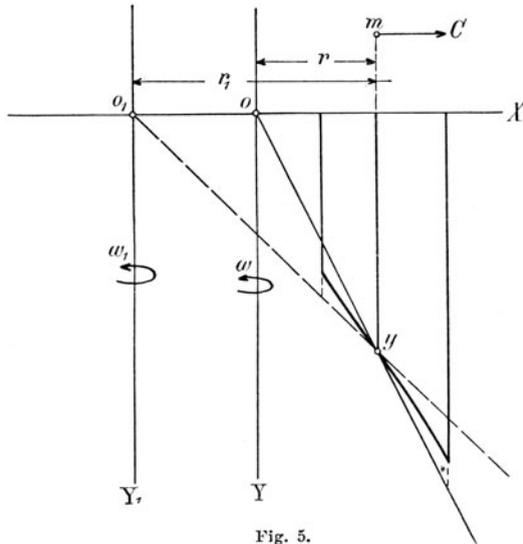


Fig. 5.

darin erkennen, dass die Kurve der Centrifugalkraft von der mittleren Lage aus in dem nach der Drehachse hin befindlichen Zweig oberhalb der geraden Linie Oy , in dem von der Drehachse sich entfernenden Zweig unterhalb der geraden Linie verlaufen würde, wie Fig. 5 darstellt.

Aus den beiden Figuren 4 und 5 kann man eine einfache Regel entnehmen, um sofort aus der Kurve der Centrifugalkraft eines Regulators zu erkennen, ob derselbe labil oder stabil ist: nämlich, so [lange eine Tangente an die Kurve der Centrifugalkraft rechts an dem Schnittpunkt O der Drehachse mit der Abscissenachse vorbeiläuft, ist der Regulator stabil; wenn dieselbe aber links an dem Punkt O vorbeigeht, ist derselbe labil. Ist die Kurve der Centrifugalkraft eine durch den Punkt O hindurchgehende gerade Linie, so ist der Regulator vollkommen astatisch.

Wenn in Fig. 5 der Verlauf der Kurve der Centrifugalkraft derselbe sein würde, die Drehachse sich aber in einem grösseren Abstand von der Masse m befinden würde, d. h. also der Schnittpunkt der Drehachse mit der Abscissenachse mehr links liegen würde, so würde ein stabiler Regulator vorhanden sein, sobald die Verbindungslinie vom Schnittpunkt nach einem Punkt der Kurve hin, z. B. nach y , in dem Theil bis zu y hin oberhalb, jenseits y aber unterhalb der Kurve der Centrifugalkraft — von der Abscissenachse aus gesehen — verlaufen würde. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Koordinatenachse durch O_1 geht, d. h. also wenn die Masse, sich um O_1 drehend, mit ihrem Abstand von O_1 die Winkelgeschwindigkeit nach der verzeichneten Kurve ändern würde.

Man sieht hieraus, dass der Verlauf der Kurve allein noch nicht maassgebend ist für die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Kugel, also auch für die Stabilität oder Labilität des Regulators, sondern dass hierüber erst durch die Verbindung der Kurve mit einer Drehachse entschieden wird. Würde das Gesetz der Aenderung der Centrifugalkräfte einer Kugel durch irgend eine Kurve gegeben sein, so kann man stets für eine gewisse Strecke der Kurve durch Wahl der Drehachse erreichen, dass diesen Kräften eine Zunahme der Winkelgeschwindigkeit bei Vergrösserung des Abstandes der Kugel von der Drehachse entspricht.

Alle diese Betrachtungen gelten unabhängig davon, auf welche Weise die Kugel ihren Abstand von der Drehachse ändert, namentlich ob sie zu gleicher Zeit auch ihre Höhenlage ändert, und mit Hülfe welcher Kräfte der Centrifugalkraft das Gleichgewicht gehalten wird.

Hiermit sind die Eigenschaften der Centrifugalkräfte eines für einen Regulator geeigneten Pendels betrachtet. Es ist nun angebracht, die übrigen in einem Regulator wirksamen Kräfte zu besprechen.

Die ausser der Centrifugalkraft im Regulator wirksamen Kräfte.

Der Regulator muss in jeder Lage im Gleichgewicht sein. Es muss also in jeder Lage des Regulators der Centrifugalkraft der Kugel durch andere, im Regulator wirksame Kräfte das Gleichgewicht gehalten werden. Diese Kräfte können nun sein:

1. veränderliche Kräfte, meistens Federspannungen.

Das Gesetz der Veränderlichkeit dieser Kräfte ist ein sehr einfaches. Dieselben sind proportional der Ausdehnung oder Zusammendrückung der

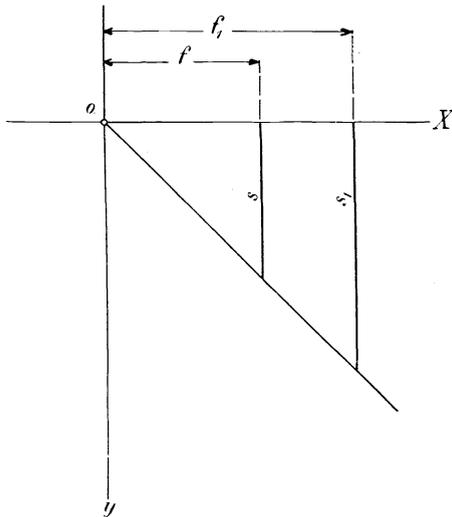


Fig. 6.

Feder. Die Kurve der Federspannungen ist daher eine gerade Linie, wenn die Federungen als Abscissen, die zugehörigen Spannungen als Ordinaten aufgetragen werden, wie Fig. 6 zeigt, in welcher von O ab in f eine Federung, in s die zugehörige Spannung verzeichnet ist;

2. konstante Kräfte, meistens Gewichte.

3. Federspannungen und Gewichte.

Wenn ausser der Centrifugalkraft nur noch Federspannungen in einem um eine Vertikalachse rotirenden Regulator vorkommen sollen, so

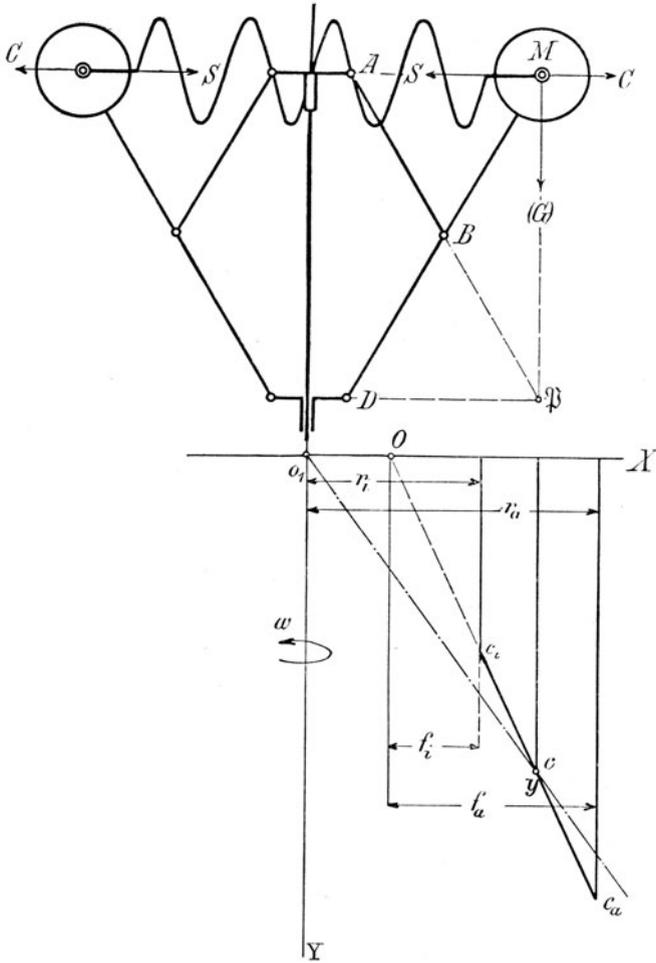


Fig. 7.

muss die Kugel, von deren Masse die Centrifugalkraft herrührt, in einer horizontalen Linie sich bewegen, damit das Kugelgewicht keine Arbeit leistet beim Ausschlag des Regulators, so dass dasselbe für die Bedingung des Gleichgewichts also eliminirt ist. Dies ist z. B. der Fall bei den in Fig. 7 und 8 dargestellten Konstruktionen. Die Punkte $A M \mathcal{B} D$ bilden

stets ein Rechteck, so dass also M sich in der durch A gehenden Senkrechten zur Drehachse bewegt.

Unter Umständen ist der Zusammenhang der Centrifugalkräfte eines Regulators mit den anderen Kräften sehr einfach erkennbar.

Die Fig. 7 stellt eine solche Konstruktion dar. In jeder Stellung des Regulators muss die Federspannung S gleich der Centrifugalkraft C sein. Ist die Linie Oy die Kurve der Centrifugalkraft, welche nach Fig. 4 einem stabilen Regulator angehört, so ist in allen Lagen Gleichgewicht vorhanden, wenn die beiden Kugeln durch eine Feder mit einander verbunden werden, sobald deren halbe Länge im ungespannten Zustand gleich $O O_1$ gemacht wird. Der Punkt O entspricht dem gleichnamigen Punkt

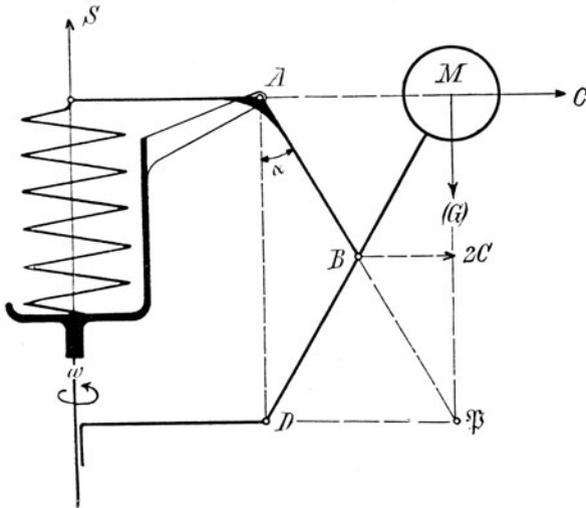


Fig. 8.

der Fig. 6; zur Federung f_i gehört die Spannung C_i ; die Kurve der Federspannung deckt sich dann mit der Kurve der Centrifugalkraft. Je grösser $O O_1$ gemacht wird, um so stabiler ist der Regulator, je kleiner $O O_1$ ist, um so mehr nähert sich derselbe der Astasie.

Nicht ganz so durchsichtig ist die Wirkungsweise der in Fig. 8 dargestellten, dem Pröll'schen Federregulator ähnlichen Konstruktion. Der Druck der Feder wirkt an einem Hebelarm, dessen Länge beim Ausschlag des Hebels angenähert konstant bleibt. Da der Kugelmittelpunkt bei jedem Ausschlag des Pendels einen Weg beschreibt, der doppelt so gross ist als die Horizontalkomponente des Weges von B , weil der Abstand des Punktes M von der durch A gehenden Vertikalen AD stets doppelt so gross ist wie der Abstand des Punktes B von dieser Linie, so kann die Centrifugalkraft C durch eine in B angreifende Kraft $2C$ ersetzt

werden, weil dieselbe die gleiche Arbeit leistet bei irgend einem Ausschlag des Regulators wie die in M angreifende Centrifugalkraft. An dem um A drehbaren Winkelhebel A B wirken also 2 Kräfte, S und 2 C; der Angriffspunkt der Federspannung kann auch nach B verlegt werden, wodurch sich das in Fig. 9 gezeichnete Kräftebild ergibt. Die in die Richtung der Feder fallende Komponente von 2 C muss stets gleich und entgegengesetzt der Federspannung sein. Die Kurve der Federspannungen ist eine durch O gehende, die Endpunkte von S_i und S_a verbindende gerade Linie, wenn O der Endpunkt der Feder im ungespannten Zustand derselben ist.

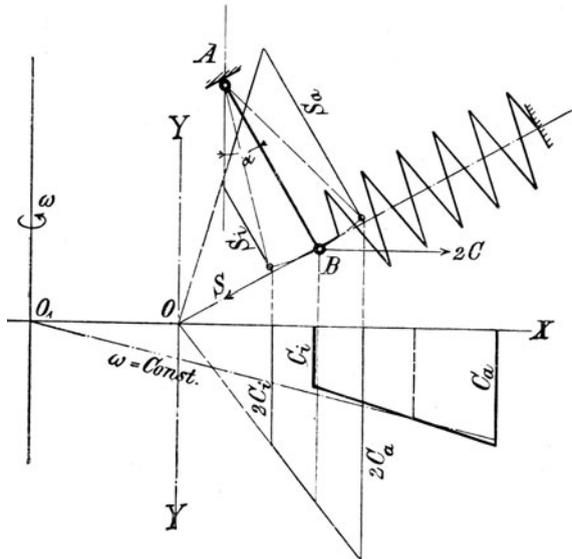


Fig. 9.

Aus der Kurve der Federspannungen wird durch Kräftezerlegung die Kurve der Kräfte 2 C als eine ebenfalls durch O gehende gerade Linie ermittelt. Die beiden Kräfte schliessen den Winkel α ein; also ist $2 C_i = \frac{S_i}{\cos \alpha}$ und $2 C_a = \frac{S_a}{\cos \alpha}$.

Die von den Kräften 2 C begrenzte Fläche muss gleich der von den Kräften S begrenzten Fläche sein. Reducirt man die Kräfte 2 C von B zurück nach M, so erhält man als Kurve der Centrifugalkräfte die gerade Linie $C_i C_a$ und durch Einzeichnen der durch O_1 gehenden, der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \text{Const.}$ entsprechenden geraden Linie kann der Regulator bezüglich seiner Stabilität beurtheilt werden. Die von den Kräften C begrenzte Fläche muss ebenfalls gleich der von den Kräften S begrenzte Fläche sein. Durch die Wahl von O kann jeder gewünschte Grad der Annäherung an die Astasie erreicht werden.

Beispiel 1. Zu berechnen ein Regulator nach Fig. 7. Der Abstand der Kugeln von der Drehachse in der Mittelstellung des Regulators sei $r_m = 15$ cm. Die Kugeln, deren Gewicht je 10 kg beträgt, sollen sich je 3 cm aus dieser Mittelstellung entfernen können. Die Umdrehungszahl des Regulators in der Mittellage sei $u_m = 150$ i. d. Min. Hiernach ist

$$\begin{aligned} r_m &= 0,15 \text{ m,} \\ \omega_m &= \frac{150}{60} \cdot 2\pi = 5\pi, \\ \frac{r_m \cdot \omega_m^2}{g} = n &= \frac{0,15 \cdot 246,5}{9,81} = 3,77, \end{aligned}$$

d. h. in der Mittelstellung des Regulators ist die Centrifugalkraft gleich dem 3,77fachen Gewicht der Kugel

$$C_m = n G = 37,7 \text{ kg.}$$

Die Länge der Feder im ungespannten Zustand sei = 3 cm. Die Federung beträgt also bei der Mittelstellung des Regulators

$$15 - 3 = 12 \text{ cm}$$

und die Spannungszunahme pro 1 cm Federung ist

$$\frac{37,7}{12} = 3,14 \text{ kg.}$$

Bei der innersten Stellung der Kugeln beträgt die Federung $12 - 3 = 9$ cm; die Spannung der Feder ist daher $9 \cdot 3,14 = 28,26$ kg. Bei der äussersten Stellung der Kugeln ist die Federung $12 + 3 = 15$ cm. Die Spannung ist also $15 \cdot 3,14 = 47,1$ kg. Ebenso gross sind die Centrifugalkräfte der Kugeln in diesen Stellungen des Regulators.

Würde die Umdrehungszahl des Regulators in allen Stellungen = 150 i. d. Min. betragen, also die Winkelgeschwindigkeit stets = 5π sein, so würde die Centrifugalkraft der Kugeln betragen

in der innersten Stellung:

$$37,7 \cdot \frac{12}{15} = 30,16 \text{ kg,}$$

in der äussersten Stellung:

$$37,7 \cdot \frac{18}{15} = 45,24 \text{ kg.}$$

Also ist nach Fig. 2

$$\frac{\omega_n}{\omega_m} = \sqrt{\frac{28,26}{30,16}} = \sqrt{0,9429} = 0,971,$$

$$\frac{\omega_o}{\omega_m} = \sqrt{\frac{47,1}{45,24}} = \sqrt{1,0477} = 1,023.$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators ist

$$j = \frac{\omega_0 - \omega_u}{\frac{\omega_0 + \omega_u}{2}} = \frac{1,023 - 0,971}{\frac{1,023 + 0,971}{2}} = \frac{0,052}{0,997} = \frac{1}{19,1}.$$

Die Umdrehungszahl schwankt zwischen
145,6 und 152,45
in der Minute.

Die Feder soll 3 Windungen auf die halbe Länge, im Ganzen also 6 Windungen erhalten. Bei einer Belastung von 47,1 kg dehnt sich die halbe Feder um $18 - 3 = 15$ cm aus; auf eine einzelne Windung kommt also eine Ausdehnung von $\frac{15}{3} = 5$ cm. Bei dieser Belastung soll die Beanspruchung des Materials 3000 kg/qcm betragen.

Bedeutet

- P die Zug- oder Druckkraft der Feder,
- f die Federung einer Windung,
- d die Dicke des Federdrahts,
- r den mittleren Halbmesser der Federwindung,
- t die Torsionsbeanspruchung,
- G den Schubelastizitätsmodul (750 000),

so ist

$$P = 0,196 \frac{d^3}{r} t,$$

$$f = 4 \pi \cdot \frac{r^2}{d} \cdot \frac{t}{G}.$$

Setzt man die obigen Werthe ein, so erhält man

$$47,1 = 0,196 \frac{d^3}{r} \cdot 3000,$$

$$5 = 4 \pi \cdot \frac{r^2}{d} \cdot \frac{3000}{750000}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen findet man

$$d = 9,1 \text{ mm},$$

$$r = 100 \text{ mm}.$$

Im Allgemeinen ist aber der Zusammenhang der Centrifugalkräfte mit den übrigen Kräften im Regulator nicht ohne Weiteres aus der Zeichnung desselben entnehmbar, sondern die Erkenntniss desselben erfordert eine besondere Untersuchung dieser Kräfte.

Es empfiehlt sich nun, die Untersuchung an dem in Fig. 10 dargestellten Regulator vorzunehmen, um so mehr, da — wie später gezeigt werden wird — alle Regulatoren mit Gewichtswirkung sich auf diese Form zurückführen lassen.

Dieser Regulator besteht aus einem Centrifugalpendel, das um A schwingt und dessen Kugel das Gewicht G hat. Mit dem Pendel verbunden ist ein Kurbelgetriebe, bestehend aus der Kurbel AB und der Lenkstange BD , durch welches beim Ausschlag der Kugel das mit dem Gewicht $\frac{G_1}{2}$ belastete Gleitstück D bewegt wird. Das Kurbelgetriebe ist möglichst normal angenommen: $AB = BD$, Punkt D bewegt sich auf der durch A gehenden Parallelen zur Drehachse.

Eine Aenderung des Getriebes soll dadurch erfolgen, dass der Winkel zwischen BA und MA grösser oder kleiner gemacht werde. Der Einfluss anderer Aenderungen des Getriebes kann dann nach Abschluss der Untersuchung dieses Getriebes verfolgt werden.

Nach Obigem muss die Kurve der Centrifugalkraft der Kugel für den Fall eines stabilen Regulators eine der in Fig. 4 angegebenen ähnliche Gestalt haben. Andererseits müssen die beiden Gewichte in jeder Lage des Regulators der Centrifugalkraft das Gleichgewicht halten, d. h. die Summe der von den beiden Gewichten bei einer unendlich kleinen Verschiebung des Regulators geleisteten Arbeiten muss gleich der entsprechenden von der Centrifugalkraft geleisteten Arbeit sein, oder auch die Kurve der beiden auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Kräfte muss sich mit der Kurve der Centrifugalkraft decken.

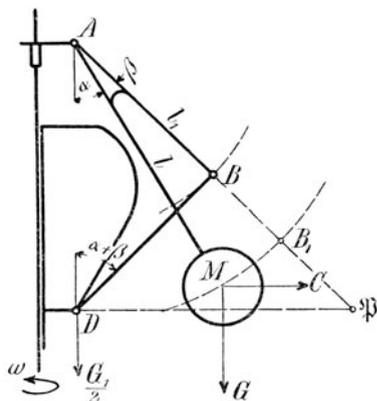


Fig. 10.

Nun ist klar, dass zu jedem Getriebe eine ganz bestimmte Kurve der auf den Kugelmittelpunkt reducirten Gewichte gehört, also auch — bei Annahme einer Achse, um welche das System sich dreht — eine ganz bestimmte Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Kugel zur Erzielung einer der genannten Kurve gleichen Centrifugalkraftkurve. Umgekehrt gehört zu jeder Kurve der Centrifugalkraft ein ganz bestimmtes Getriebe zur Erzielung einer gleichen Kurve der auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichte.

Es ist nun zu beachten, dass die Kurve der auf den Kugelmittelpunkt reducirten Gewichte unmittelbar sich aus dem Getriebe ergibt, auf weniger Voraussetzungen beruht, also einen allgemeineren Werth hat als eine Kurve der Centrifugalkräfte, die abhängig ist von der Lage einer Drehachse und der Grösse einer Winkelgeschwindigkeit. Es

empfehlte sich daher zu untersuchen, wie der Verlauf der Kurven der auf den Kugelmittelpunkt reduzierten Gewichte sich ändert mit Aenderung des Getriebes. Mit Hilfe dieser Kurven können dann gemäss der in Fig. 5 angegebenen Einzeichnung einer Drehachse die Abmessungen eines Regulators mit gewünschten Eigenschaften, z. B. einer bestimmten Annäherung an die Astasie, aufgefunden werden.

Die folgende Betrachtung wird die Grundlagen dieses Konstruktionsverfahrens klarer hervorheben.

Das in A, Fig. 11, aufgehängte Pendel schlage von M_u bis M_0 aus; die Mittellage sei M. Die zu dieser Mittellage gehörige Winkelgeschwindigkeit sei ω , so dass

$$r \omega^2 = n g,$$

d. h. die Centrifugalkraft C das n-fache des Gewichts der Kugel sei. Von einer beliebigen Abscissenachse aus werde diese Centrifugalkraft C in der durch M gehenden Vertikalen abgetragen:

$$JH = C = n \cdot G.$$

Die gerade Linie O_1H giebt dann die Aenderung der Centrifugalkraft mit Aenderung des Abstandes der Kugel von der Drehachse an, wenn die Winkelgeschwindigkeit konstant $= \omega$ bleibt. Je nach dem gewünschten Grad der Stabilität des Regulators weicht nun die Winkelgeschwindigkeit in den Endlagen von der mittleren Geschwindigkeit ab. Diese Abweichungen ergeben sich aus der Gleichung:

$$\delta = \frac{\omega_0 - \omega_u}{\omega},$$

wobei δ je nach Verwendung der Maschine, ob z. B. zu Dynamo- oder Pumpenbetrieb, kleiner oder grösser gewählt wird.

Die zugehörigen Centrifugalkräfte C_0 und C_u verhalten sich dann nach Fig. 2 zu den durch M_0 und M_u gehenden Ordinaten der Linie OH wie die Quadrate der entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten

$$\frac{C_0}{J_0 H_0} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \quad \text{und} \quad \frac{C_u}{J_u H_u} = \frac{\omega_u^2}{\omega^2}$$

und können mit Hilfe dieser Formeln bestimmt werden. Hiernach hat die Kurve der Centrifugalkräfte den eingezeichneten, der Fig. 4 entsprechenden Verlauf:

$$\widehat{C_u H C_0}.$$

Wenn nun in jeder Lage des Regulators Gleichgewicht herrschen soll, so muss für jede Lage die Summe der von den äusseren Kräften bei einer unendlich kleinen Verschiebung des Regulators verrichteten Arbeiten gleich Null sein. Dann ist aber auch die bei irgend einer endlichen Verschiebung, auch die beim ganzen Ausschlage des Regulators verrichtete Arbeit der äusseren Kräfte gleich Null.

Nun stellt die Fläche $J_u C_u C_0 J_0$ die von der Centrifugalkraft bei der angenommenen mittleren Winkelgeschwindigkeit und dem Ungleichförmigkeitsgrad δ verrichtete Arbeit dar, während das mit dem Hub der Kugel und der Länge

$$KL = \frac{JH}{n} = G$$

beschriebene Rechteck $K_u L_u L_0 K_0$ die Arbeit darstellt, welche zur Hebung des Kugelgewichtes aufgebraucht worden ist.

Die Differenz der Flächen

$$J_u C_u C_0 J_0 - K_u L_u L_0 K_0$$

stellt demnach die zur Hebung des halben Gleitstückgewichtes $\frac{G_1}{2}$ erforderliche Arbeit dar, damit die Summe aller Arbeiten = Null ist. Ist s der Hub des Gleitstücks, so ist die beim ganzen Ausschlage des Regulators geleistete Arbeit gleich

$$\frac{G_1}{2} \cdot s.$$

Es genügt aber nicht, $\frac{G_1}{2}$ und s so zu wählen, dass, wenn $\frac{G_1}{2}$ im Maassstab der Centrifugalkraft aufgezeichnet wird, die Rechteckfläche

$$\frac{G_1}{2} \cdot s = J_u C_u C_0 J_0 - K_u L_u L_0 K_0$$

ist, es muss vielmehr bei jeder unendlich kleinen Verschiebung die Summe der den Kräften C , G und $\frac{G_1}{2}$ zugehörigen Arbeitsflächen ebenfalls gleich Null sein.

Die bei einer unendlich kleinen Verschiebung von dem Kugelgewicht und der Centrifugalkraft verrichteten Arbeiten kann man aus den bisherigen Annahmen bestimmen, da die Grösse der beiden Kräfte und der Weg ihres Angriffspunkts, d. i. der von M um A beschriebene Kreisbogen, bekannt sind. Die bei einem unendlich kleinen Ausschlag $d\alpha$ der Kugel von den beiden Kräften verrichteten Arbeiten sind proportional den Hebelarmen dieser Kräfte in Bezug auf den Punkt A , für die Mittellage z. B. gleich

$$G \cdot q d\alpha \quad \text{und} \quad C \cdot p d\alpha.$$

Der Vergleich der von den beiden Kräften bei irgend einer Stellung des Regulators geleisteten Arbeiten wird erleichtert, wenn man die eine der beiden Kräfte in die Richtung der anderen reducirt, d. h. durch eine in der Richtung der anderen wirkende ersetzt, z. B. das Gewicht G durch eine in der Richtung der Centrifugalkraft wirkende Kraft G' . Dazu

muss nur die von der Ersatzkraft bei einer unendlich kleinen Verschiebung geleistete Arbeit gleich der von der ursprünglichen Kraft geleisteten Arbeit sein, für die Mittellage z. B.

$$G' \cdot p \, d\alpha = G \cdot q \, d\alpha.$$

Hieraus ergibt sich für diese Lage

$$G' = G \cdot \frac{q \, d\alpha}{p \, d\alpha} = G \cdot \frac{q}{p}.$$

Trägt man für alle Stellungen des Regulators die mit Hülfe des jeweiligen Verhältnisses der Hebelarme gefundenen Kräfte G' , d. s. die in die Richtung der Centrifugalkräfte reducirten Kugelgewichte, in das Koordinatensystem ein, so erhält man die Kurve $G'_u G' G'_0$. Die Fläche $J_u G'_u G'_0 J_0$ ist nach Obigem gleich $K_u L_u L_0 K_0$, weil beide die von dem Gewicht der Kugel beim Ausschlage des Pendels geleisteten Arbeiten darstellen; ebenso ist

$$J_u G'_u G' J = K_u L_u L K$$

und

$$J G' G'_0 J_0 = L K K_0 L_0.$$

Die Fläche $G'_u C_u C_0 G'_0$ stellt nun nicht allein die von dem halben Gleitstückgewicht zu leistende Arbeit ihrer Grösse nach dar, weil sie nach Obigem gleich

$$J_u C_u C_0 J_0 - K_u L_u L_0 K_0$$

ist, sondern sie gibt auch an, in welcher Weise diese Arbeit sich auf irgend eine unendlich kleine Verschiebung der Kugel vertheilt. Die zwischen den Kurven $C_u C C_0$ und $G'_u G' G'_0$ liegenden Ordinatenstrecken sind also die auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten halben Gleitstückgewichte. Werden diese Ordinatenstrecken von der Abscissenaxe aus aufgetragen, so ergibt sich die Kurve $Q_u Q Q_0$.

Das Gleitstück soll nun durch ein der Fig. 10 entsprechendes, einfaches Kurbelgetriebe bewegt werden. Bei demselben sind die Wege des Punktes D doppelt so gross als die Vertikalkomponenten der zugehörigen Wege des Punktes B, da der Punkt D, wie Fig. 10 zeigt, in allen Stellungen des Getriebes den doppelten Abstand von der durch A gehenden Horizontalen hat wie der Punkt B. Die Kraft $\frac{G_1}{2}$ in D kann also durch eine

in B angreifende Kraft $2 \frac{G_1}{2} = G_1$ ersetzt werden. Die Wege des Punktes B sind ausserdem proportional den Wegen des Punktes B_1 , welcher in dem um A beschriebenen, durch M hindurchgehenden Kreise liegt. Die in B angreifende Kraft G_1 kann also durch eine in B_1 angreifende Kraft ζG_1 ersetzt werden, wenn ζ der Proportionalitätsfaktor

$$\frac{A B}{A B_1}$$

ist.

Der Punkt B_1 muss eine solche Lage zum Kugelmittelpunkt M haben, dass das auf M in die Richtung der Centrifugalkraft reducirte Gewicht ζG_1 in jeder Stellung der Kugel gleich der zugehörigen Ordi-

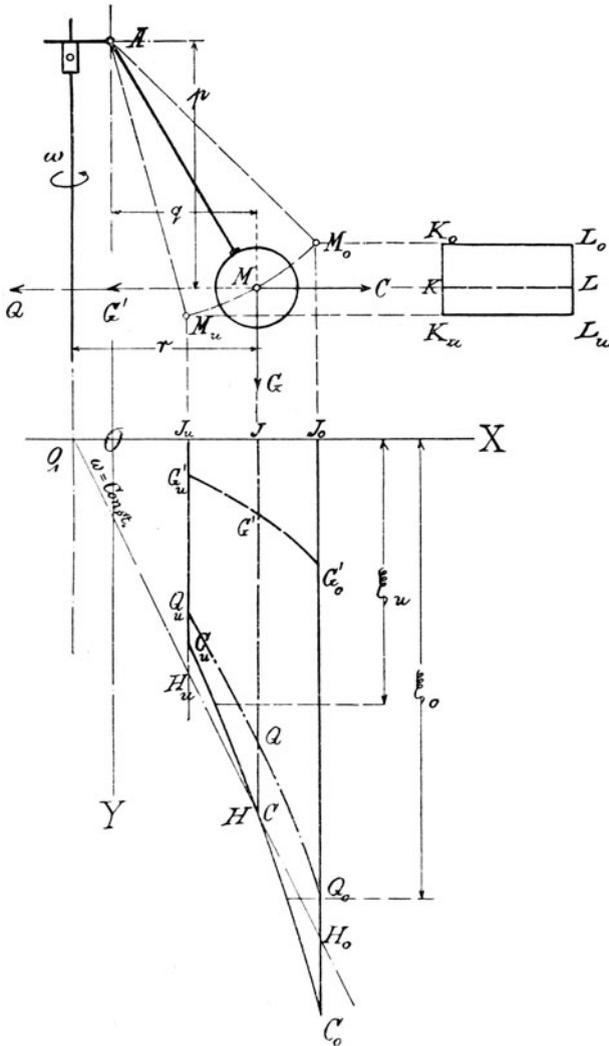


Fig. 11.

natenstrecke $J C - J G'$ ist, oder auch, dass die von dem Gewichte ζG_1 geleistete Arbeit für jeden Ausschlag der Kugel gleich dem diesem Ausschlag entsprechenden Flächenstück der Kurve $Q_u Q Q_0$ ist. Je nach

dem flacheren oder steileren Verlauf dieser Kurve müssen nun die von ζG_1 geleisteten Arbeiten langsamer oder schneller wachsen; da nun diese Arbeiten proportional den Vertikalkomponenten der von B_1 beschriebenen Wege sind, so heisst dies, die zu den Wegen von B_1 gehörigen Vertikalkomponenten müssen langsamer oder schneller wachsen. Das Anwachsen dieser Vertikalkomponenten ist aber ganz verschieden, je nachdem der Punkt B_1 sich in dem unteren oder oberen Theil des um A geschlagenen Kreises bewegt, wie Fig. 12 zeigt, in welcher für 16 gleiche Wege von B_1

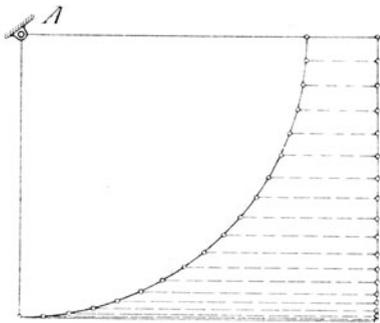


Fig. 12.

die zugehörigen Vertikalkomponenten verzeichnet sind. In dem unteren Theile dieses Bogens sind die Vertikalkomponenten sehr ungleich gross, d. h. das Anwachsen erfolgt sehr schnell, in dem oberen Theile sind die Vertikalkomponenten einander ziemlich gleich, d. h. das Anwachsen derselben erfolgt sehr langsam. Es wird nun in dem Verlauf des gezeichneten Bogens ein Ausschlaggebiet des Punktes B_1 geben, in welchem die Vertikalkomponenten der von B_1 beschriebenen

Wege in dem Maasse wachsen, wie es die Kurve $Q_u Q Q_0$ verlangt. Dadurch ist die Lage von B_1 zu M fixirt, d. h. der Winkel β und damit das ganze Getriebe bestimmt. Ist die Vertikalerhebung dieses so gefundenen Punktes B_1 beim ganzen Ausschlag der Kugel = s_1 , so ist auch die Grösse von ζG_1 gegeben dadurch dass das Rechteck

$$\begin{aligned} \zeta G_1 \cdot s_1 &= \text{der Arbeitsfläche } J_u Q_u Q_0 J_0 \\ &= J_u C_u C_0 J_0 - J_u G'_u G'_0 J_0 \end{aligned}$$

ist.

Dass sich stets ein solcher Punkt B_1 finden lässt, kann vielleicht deutlicher erkannt werden, wenn man endliche Ausschläge des Getriebes, z. B. die beiden halben Ausschläge, in's Auge fasst. Die von ζG_1 oder auch von $\frac{G_1}{2}$ bei diesen Ausschlägen zu verrichtenden Arbeiten müssen sich verhalten wie die Flächen $J_u Q_u Q J$ und $J Q Q_0 J_0$. Diese mögen sich verhalten wie die gezeichneten Strecken ξ_u und ξ_0 :

$$J_u Q_u Q J : J Q Q_0 J_0 = \xi_u : \xi_0.$$

Die Konstruktion des Regulators läuft also darauf hinaus, eine solche Lage des Punktes B_1 aufzusuchen, dass die zu den beiden halben Ausschlagwinkeln von B_1 beschriebenen Vertikalwege sich verhalten wie die Strecken ξ_u und ξ_0 . Aus Fig. 12 erkennt man, dass je ungleicher diese

Strecken sind, um so mehr der Punkt B_1 in dem unteren Theile des Bogens liegen muss, und umgekehrt.

In der Fig. 11 ist der Verlauf der Kurve der Centrifugalkraft nur für die Punkte C_u , C und C_0 genau bestimmt, für die übrigen Punkte nach dem Augenmaass eingezeichnet. Um den genauen Verlauf dieser, überhaupt aller durch das Getriebe bedingten Centrifugalkraftkurven zu bestimmen, und dadurch die Eigenart des Getriebes vollständig kennen zu lernen, ist es unumgänglich, eine Schaar von Kurven aufzusuchen, welche für verschiedene Abstände des Punktes B_1 von M diejenigen Kräfte P' darstellen, welche in horizontaler Richtung in M wirkend eine in B_1 wirkende Vertikalkraft P ersetzen können. Denn wie man aus Fig. 11 erkennt, wird die Kurve der Centrifugalkraft erhalten durch Summirung der Ordinaten zweier solcher Kurven: die eine ist die Kurve $G'_u G' G'_0$, d. i. die Kurve des in die Richtung der Centrifugalkraft auf M reducirten Gewichtes G , die andere ist die Kurve $Q_u Q Q_0$, d. i. die Kurve des in gleicher Weise reducirten Gewichtes $\frac{G_1}{2}$. Diese Schaar von Kurven lässt sich nun konstruiren aus dem Getriebe allein, ohne Rücksicht auf eine Drehachse.

Die Kurven der reducirten Gewichte.

Zuerst werde der Fall der Fig. 13 betrachtet, dass B_1 mit M zusammenfällt, und die Kurve des reducirten Gewichts P gesucht.

Es ist

$$P \cdot q = P_1 \cdot p$$

worin

$$q = l \sin \alpha$$

$$p = l \cos \alpha$$

ist.

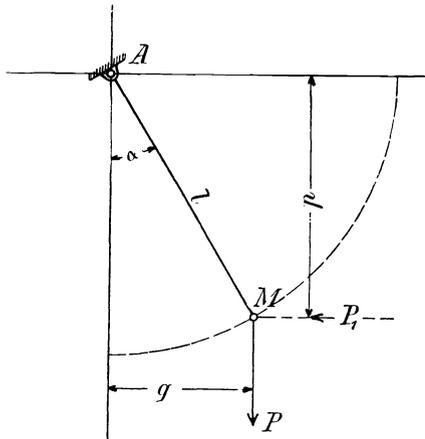


Fig. 13.

Hieraus ergibt sich

$$P_1 = P \cdot \frac{q}{p} = P \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Setzt man $P = 1$, so ist

$$P_1 = \operatorname{tg} \alpha.$$

Trägt man die Werthe von P_1 für die verschiedenen Winkel α von einer Koordinatenachse aus auf den durch M gehenden Vertikalen ein, so erhält man eine Kurve, deren Koordinaten durch

$$y = \operatorname{tg} \alpha$$

und

$$x = l \cdot \sin \alpha$$

gegeben sind. Die Kurve ist auf

Tafel I verzeichnet mit $l = 200 \text{ mm}$ und $P = 200 \text{ mm}^*$).

Schliessen nach Fig. 14 die Linien AM und AB_1 einen Winkel β ein, so ist nach Fig. 13

also

$$P \cdot q = P_1 \cdot p_1$$

$$P_1 = P \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \beta)$$

*) Des Buchformates wegen ist die Abscissenachse vertikal, die Ordinatenachse horizontal gezeichnet.

Auf Tafel III sind alle Kurven verzeichnet für $m = 3$ und β wachsend in Abständen von je 5° von 0° bis 50° . Tafel III ist erhalten durch Vergrößerung der Ordinaten der Kurve auf Tafel II um $\frac{1}{3}$ der auf gleichen Abscissen liegenden Ordinaten auf Tafel I.

Fasst man nun die Kurven auf Tafel I bis III als Darstellungen von Centrifugalkräften auf, so gehört zu jeder in die Figur eingezeichneten Vertikallinie, wenn dieselbe als Drehachse aufgefasst wird, ein bestimmtes Gesetz der Winkelgeschwindigkeitsänderungen, das aber mit Hülfe der Figuren 4 und 5 sehr leicht bezüglich seiner Brauchbarkeit für eine Regulatorkonstruktion beurtheilt werden kann.

Regulatoren mit normalem Getriebe.

Eine nähere Betrachtung der Kurven auf Tafel I bis III giebt ganz von selbst einen Einblick in die Bedeutung der bei Fig. 1 erwähnten Grössen a , G , G_1 , α , β und ermöglicht die allgemeine Beurtheilung der verschiedenen Regulatorkonstruktionen.

Ist das Pendel AM zugleich die Kurbel des normalen Getriebes zur Bewegung des Gleitstücks D , so ist $\beta = 0$, und die Kräfte G und $\zeta \frac{G_1}{2}$ greifen an demselben Punkt M an, und die Kurve auf Tafel I stellt die Aenderung der reducirten Gewichte dar. Ist a ebenfalls gleich Null, so ist die Ordinatenachse auf Tafel 1 auch die Drehachse des Regulators. Der in Fig. 16 dargestellte Porter-Regulator entspricht diesen beiden Annahmen. Die Kraft P der Fig. 13 ist bei demselben gleich $G + G_1$, da das in D angreifende Gewicht $\frac{G_1}{2}$ der Fig. 16 durch ein in M angreifendes Gewicht G_1 ersetzt werden kann.

Zieht man irgend eine Linie durch den Koordinatenanfangspunkt, welche die Kurve auf Tafel I schneidet, so kann man nach Fig. 4 sofort erkennen, dass der Regulator in allen Lagen stabil ist, weil die Ordinaten der Kurve vor dem Schnittpunkt der Kurve mit der Linie kleiner, hinter dem Schnittpunkt aber grösser sind als die Ordinaten der Linie. Eine starke Annäherung an die Astasie ist aber nur in der Nähe des Anfangspunktes O vorhanden, also wenn die Kugel sich in der Nähe der Drehachse befindet, und ausserdem nur für ein kleines Ausschlaggebiet. Dies ist der bekannte Nachtheil des Porter-Regulators. Man kann dieselbe Annäherung an die Astasie für einen grösseren Ausschlag der Kugeln erreichen, wenn man die Drehachse auf Tafel I mehr nach rechts rückt; a aus Fig. 1 erhält dadurch einen negativen Werth. Die Konstruktion ist in Fig. 17 dargestellt und heisst bekanntlich Kley-Regulator.

Zieht man von O_1 eine Tangente an die Kurve, so entspricht der Ordinate des Berührungspunktes diejenige Stellung der Kugel, bis zu welcher der Regulator labil ist und von welcher ab der Regulator bei grösserem Ausschlag der Kugel stabil wird. Aus der Figur erkennt man,

dass das stabile Gebiet bei einer um so höheren Stellung der Kugel anfängt, je grösser a ist.

Ein Vergleich mit dem Porter-Regulator ergibt, dass behufs Erreichung eines gewissen Ungleichförmigkeitsgrades die Kugel nunmehr weitere Abstände von der Drehachse und grössere Ausschlaggebiete erhalten kann.

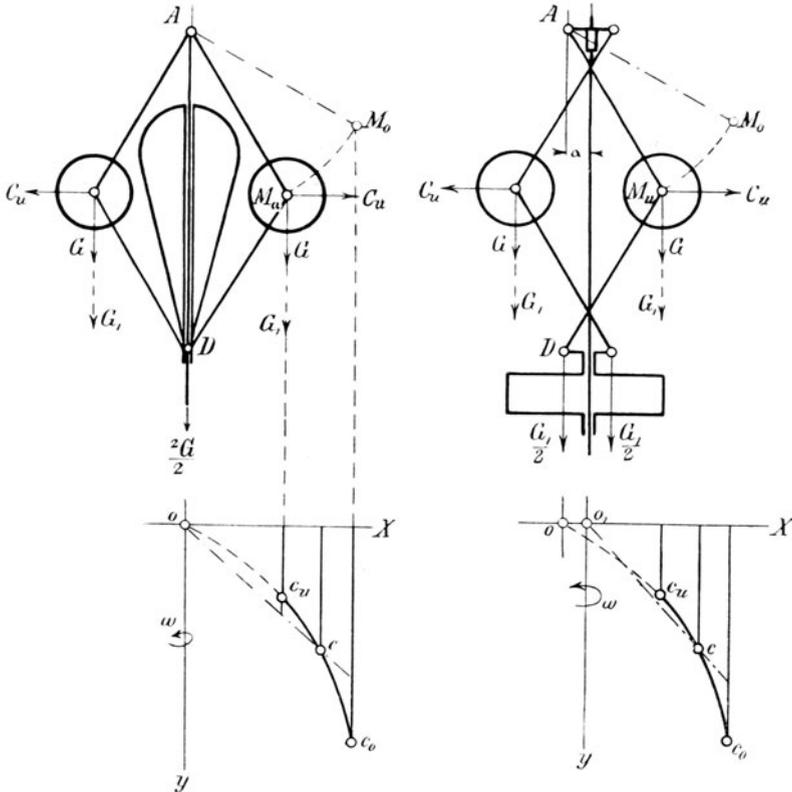


Fig. 16.

Fig. 17.

Beispiel 2. Der in Fig. 16 dargestellte Porter-Regulator schlage aus zwischen den Winkeln

$$\begin{aligned} \alpha_u &= 20^\circ, \\ \alpha_o &= 40^\circ; \end{aligned}$$

der Mittellage entspricht also der Winkel $\alpha_m = 30^\circ$. In dieser Lage soll der Regulator $u_m = 120$ Umdrehungen i. d. Min. machen bei einer Stangenlänge $AB = BD = l = 250 \text{ mm}$ ($\omega_m = 2\pi \cdot \frac{120}{60} = 4\pi$). Bezeichnet r den

jeweiligen Abstand der Kugeln von der Drehachse, so ist

$$\begin{aligned} r_u &= 1 \cdot \sin 20^\circ = 85,5 \text{ mm,} \\ r_m &= 1 \cdot \sin 30^\circ = 125 \text{ mm,} \\ r_o &= 1 \cdot \sin 40^\circ = 160,7 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Die Kurve der Centrifugalkräfte ist gegeben durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= 1 \cdot \sin \alpha, \\ y &= (G + G_1) \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Die Ordinatenachse ist die durch A hindurchgehende Vertikale, in diesem Falle also die Drehachse.

Auf Tafel I ist diese Kurve verzeichnet. Der Maassstab der Kräfte ist $G + G_1 = 200$ mm. Aus dieser Kurve giebt sich

$$\begin{aligned} C_u &= (G + G_1) \operatorname{tg} 20^\circ = 200 \cdot 0,364 = 72,8 \text{ mm,} \\ C_m &= (G + G_1) \operatorname{tg} 30^\circ = 200 \cdot 0,577 = 115,4 \text{ mm,} \\ C_o &= (G + G_1) \operatorname{tg} 40^\circ = 200 \cdot 0,839 = 167,8 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Verbindet man den Schnittpunkt der Drehachse mit der Abscissenachse — d. i. in diesem Falle den Koordinatenanfangspunkt — mit dem Endpunkt der Ordinate der Kurve für $\alpha_m = 30^\circ$ durch eine gerade Linie, so erhält man die Centrifugalkräfte, welche der für die Mittellage des Regulators angenommenen Winkelgeschwindigkeit $\omega_m = 4\pi$ entsprechen. Diese Gerade schneidet auf der dem Winkel $\alpha_u = 20^\circ$ entsprechenden Vertikalen eine Länge

$$C_u' = C_m \cdot \frac{r_u}{r_m} = (G + G_1) \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \frac{1 \cdot \sin 20^\circ}{1 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{115,4 \cdot 85,5}{125} = 79 \text{ mm}$$

und auf der dem Winkel $\alpha_o = 40^\circ$ entsprechenden Vertikalen eine Länge

$$C_o' = C_m \cdot \frac{r_o}{r_m} = (G + G_1) \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \frac{1 \cdot \sin 40^\circ}{1 \cdot \sin 30^\circ} = 115,4 \cdot \frac{160,7}{125} = 148,8 \text{ mm}$$

ab.

Also ist nach Fig. 2

$$\frac{C_u}{C_u'} = \frac{\omega_u^2}{\omega_m^2} = \frac{72,8}{79} = 0,92; \quad \frac{\omega_u}{\omega_m} = 0,959 = \frac{u_u}{u_m}$$

und

$$\frac{C_o}{C_o'} = \frac{\omega_o^2}{\omega_m^2} = \frac{167,8}{148,8} = 1,12; \quad \frac{\omega_o}{\omega_m} = 1,06 = \frac{u_o}{u_m}.$$

Es ist hiernach

$$\begin{aligned} u_u &= 120 \cdot 0,959 = 115,1 \text{ Umdreh.,} \\ u_o &= 120 \cdot 1,06 = 127,2 \end{aligned}$$

und der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators

$$\delta = \frac{u_o - u_u}{\frac{u_o + u_u}{2}} = \frac{12,1}{121,15} \sim \frac{1}{10}.$$

Die Centrifugalbeschleunigung in der Mittellage ist in m

$$r_m \omega_m^2 = 0,125 \cdot (4\pi)^2 = 19,7 \text{ m}$$

$$n = \frac{r_m \omega_m^2}{g} = \frac{19,7}{9,81} = 2,008.$$

Die Centrifugalkraft der Kugel in der Mittellage ist also gleich dem 2,008 fachen Kugelgewicht: $C_m = 2,008 \cdot G$. Andererseits ist aber auch

$$C_m = (G + G_1) \operatorname{tg} 30^\circ = 115,4 \text{ mm nach Tafel I.}$$

Hieraus ergibt sich

$$2,008 G = (G + G_1) \operatorname{tg} 30^\circ = 115,4 \text{ mm,}$$

$$G = \frac{115,4}{2,008} = 57,6 \text{ mm,}$$

$$G_1 = 200 - 57,6 = 142,4 \text{ mm,}$$

also

$$\frac{G_1}{G} = \frac{142,4}{57,6} = 2,27.$$

Das Gleitstück muss also 2,27 mal so schwer als das Gewicht einer Kugel sein.

Es ist zu beachten, dass der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators unabhängig ist von dem Verhältniss $\frac{G_1}{G}$. Die Kurve der Centrifugalkräfte ist stets die auf Tafel I verzeichnete Kurve. Der Ungleichförmigkeitsgrad ist bestimmt allein durch die Winkel α_u und α_0 .

Das Verhältniss $\frac{G_1}{G}$ und die Länge des Pendelarms bedingen nur die Grösse der Winkelgeschwindigkeit, nicht die Veränderung derselben mit Aenderung der Stellung des Regulators. Je grösser G_1 im Verhältniss zu G ist, um so höher ist die Umdrehungszahl bei gegebenem l , und umgekehrt. Je länger das Pendel, um so kleiner ist die Umdrehungszahl bei gegebenem $\frac{G_1}{G}$, und umgekehrt.

Soll z. B. der Regulator in der Mittellage $u_1 = 240$ Umdrehungen erhalten, so würde $\omega_1 = 8\pi$ und $\frac{r_m \omega_1^2}{g} = 4 \cdot 2,008 = 8,032$ sein.

Also ist

$$C_1 = 8,032 G = 115,4 \text{ mm,}$$

$$G = 14,36 \text{ mm,}$$

$$G_1 = 200 - 14,36 = 185,64 \text{ mm,}$$

$$\frac{G_1}{G} = \frac{185,64}{14,36} = 12,9.$$

Das Gleitstück muss 12,9 mal so schwer als eine Kugel sein.

Würde die Pendellänge $l' = 500$ mm statt $l = 250$ mm ausgeführt, so wäre der Abstand der Kugel von der Drehachse in der Mittellage des Regulators in m

$$r' = 0,500 \cdot \sin 30^\circ = 0,250 \text{ m}$$

und bei $u = 120$ oder $\omega = 4\pi$ wäre die Centrifugalbeschleunigung

$$r' \omega^2 = 0,25 \cdot (4\pi)^2 = 39,4 \text{ m,}$$

$$n' = \frac{39,4}{9,81} = 4,016.$$

Also ist

$$C' = 4,016 G = 115,4 \text{ mm,}$$

$$G = 28,72 \text{ mm,}$$

$$G_1 = 200 - 28,72 = 171,28 \text{ mm,}$$

$$\frac{G_1}{G} = \frac{171,28}{28,72} = 5,9.$$

In beiden Fällen deckt sich die Kurve der Centrifugalkräfte mit der Kurve auf Tafel I. Also bleibt der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{10}$ erhalten, wenn $\alpha_u = 20^\circ$ und $\alpha_0 = 40^\circ$ beibehalten wird.

Beispiel 3. Ein Kley-Regulator nach Fig. 17 soll einen Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{17}$ haben, in der Mittellage 180 Umdrehungen i. d. Min. machen und bei einer Stangenlänge $AM = MD = l = 300 \text{ mm}$ eine Centrifugalkraft $C_m = 75 \text{ kg}$ ausüben.

Gewählt $a = 0,15 l = 45 \text{ mm}$.

Tafel I ist mit einer Pendellänge $l = 200 \text{ mm}$ verzeichnet; $0,15 l = 30 \text{ mm}$. Markirt man sich in diesem Abstand rechts vom Koordinatenanfangspunkt einen Punkt O_1 auf Tafel I, so entspricht derselbe dem Durchschnittspunkt der Drehachse mit der Abscissenachse. Zieht man von O_1 eine Tangente an die Kurve auf Tafel I, so liegt der Berührungspunkt auf einer dem Winkel $\alpha \sim 31^\circ$ entsprechenden Vertikalen. Bis zu diesem Winkel ist der Regulator labil.

α_u werde daher $= 32^\circ$ angenommen. α_0 sei $= 47^\circ$; der Mittellage entspricht also ein Winkel $\alpha_m = 39\frac{1}{2}^\circ$. Für diese Winkel erhält man aus der Kurve auf Tafel I

$$C_u = (G + G_1) \operatorname{tg} 32^\circ = 200 \cdot 0,6248 = 125 \text{ mm,}$$

$$C_m = (G + G_1) \operatorname{tg} 39\frac{1}{2}^\circ = 200 \cdot 0,824 = 164,8 \text{ mm,}$$

$$C_0 = (G + G_1) \operatorname{tg} 47^\circ = 200 \cdot 1,0786 = 215,7 \text{ mm.}$$

Verbindet man O_1 mit dem Endpunkt von C_u durch eine Gerade, so stellt dieselbe die Centrifugalkräfte dar, wenn der Regulator in allen Stellungen mit der Winkelgeschwindigkeit ω_u rotirt. Die Ordinaten dieser Linie auf den den Winkeln α_m und α_0 entsprechenden Vertikalen sind gleich

$$C_m' = C_u \cdot \frac{r_m}{r_u} \quad \text{und} \quad C_0' = C_u \cdot \frac{r_0}{r_u},$$

wenn unter r der jeweilige Abstand der Kugelmittelpunkte von der Drehachse verstanden wird.

Es ist nun:

$$\frac{r_m}{r_u} = \frac{1 \cdot (\sin 39\frac{1}{2}^\circ - 0,15)}{1 \cdot (\sin 32^\circ - 0,15)} = \frac{0,486}{0,379} = 1,282,$$

$$\frac{r_0}{r_u} = \frac{\sin 47^\circ - 0,15}{\sin 32^\circ - 0,15} = \frac{0,581}{0,379} = 1,533.$$

Also ist:

$$C_m' = C_u \cdot \frac{r_m}{r_u} = 125 \cdot 1,282 = 160,25 \text{ mm},$$

und

$$C_0' = C_u \cdot \frac{r_0}{r_u} = 125 \cdot 1,533 = 191,6 \text{ mm},$$

welche Werthe man auch nach Einzeichnen der obigen geraden Linie direkt aus Tafel I abgreifen kann.

Nun ist nach Fig. 2:

$$\frac{\omega_m}{\omega_u} = \sqrt{\frac{C_m}{C_m'}} = \sqrt{\frac{164,8}{160,25}} = \sqrt{1,028} = 1,014$$

und

$$\frac{\omega_0}{\omega_u} = \sqrt{\frac{C_0}{C_0'}} = \sqrt{\frac{215,7}{191,6}} = \sqrt{1,125} = 1,06.$$

Also ist der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators

$$d = \frac{1,06 - 1}{\frac{1,06 + 1}{2}} = \frac{0,06}{1,03} = \frac{1}{17}$$

und die Umdrehungszahl des Regulators schwankt zwischen

$$u_u = \frac{180}{1,014} = 177 \text{ und}$$

$$u_0 = 1,06 \cdot u_u = 187,6 \text{ i. d. Min.}$$

Für die Mittellage ist der Abstand des Kugelmittelpunktes von der Drehachse

$$r_m = 1 (\sin 37\frac{1}{2}^\circ - 0,15) = 300 \cdot 0,486 = 145,8 \text{ mm} = 0,1458 \text{ m}$$

und $u_m = 180$ i. d. Min. d. h.

$$\omega_m = \frac{180}{60} \cdot 2 \pi = 6 \pi.$$

Also ist

$$\frac{r_m \omega_m^2}{g} = \frac{0,1458 \cdot 36 \pi^2}{9,81} = \frac{51,75}{9,81} = 5,27.$$

Die Centrifugalkraft in der Mittelstellung des Regulators, welche 75 kg betragen soll, ist 5,27 mal so gross als das Gewicht der Kugel.

Letzteres muss daher $\frac{75}{5,27} = 14,2$ kg schwer genommen werden.

$$\begin{aligned} 5,27 G &= 75 \text{ kg} = 164,8 \text{ mm}, \\ G + G_1 &= 200 \text{ mm}, \\ G_1 &= 200 - G = 200 - 31,27 = 168,7 \text{ mm}, \\ G_1 &= 168,7 \cdot \frac{75}{164,8} = 76,8 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Da auch bei diesem Regulatorsystem die Kurve der Centrifugalkräfte stets durch die Kurve auf Tafel I gegeben ist, so ist der Ungleichförmigkeitsgrad dieses Regulators nur abhängig von dem Ausschlagsgebiet der Kugeln (α_u und α_0) und der Grösse von a . Würde man unter Beibehaltung des Gleitstückgewichts andere Kugeln auf den obigen Regulator aufstecken, so würde nur die Winkelgeschwindigkeit sich ändern, nicht aber der Grad der Annäherung an die Astasie.

Wird a positiv gemacht, liegt also die Drehachse links von dem Punkt A, so ist der Regulator in allen Lagen stabil. Je grösser a ist, um so stärker sind die Abweichungen der Kurve von der durch den Schnittpunkt der Abscissenachse und der Drehachse gehenden geraden Linie und um so mehr weichen die der Kurve entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten von der durch diese gerade Linie dargestellten konstanten Winkelgeschwindigkeit ab. Der in Fig. 18 dargestellte Regulator ist der sogenannte Leistungsregulator von Weiss, welchem absichtlich von dem Erfinder ein grosser Ungleichförmigkeitsgrad ertheilt ist. Wählt man die Länge a gleich der Pendellänge l , sowie die Winkel $\alpha_u = 10^\circ$ und $\alpha_0 = 80^\circ$, so ist, wie die Fig. 18 zeigt,

$$\frac{\omega_u}{\omega} = \frac{\sqrt{2,9}}{\sqrt{11,6}} = 0,5$$

und

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{19}} = 2,27.$$

Beispiel 4. Der Weiss'sche Regulator, Modell No. 2, hat ein Kugelgewicht von 14 kg und ein Hülsengewicht von 63 kg.

Derselbe schlägt zwischen den Winkeln $\alpha_u = 10^\circ$ und $\alpha_0 = 80^\circ$ aus, wobei die Pendellänge $l = 40$ mm und der Abstand des Pendelaufhängepunktes von der Drehachse $a = 1,4 l = 56$ mm beträgt.

Zu berechnen, innerhalb welcher Umdrehungszahlen der Regulator arbeitet und wie sich diese Umdrehungszahlen ändern, wenn unter Beibehaltung des Gleitstücks Kugeln von 7 kg Gewicht und 28 kg Gewicht in den Regulator eingesetzt werden.

$$\begin{aligned} r_0 &= l(1,4 + \sin 80^\circ) = l(1,4 + 0,985) = 2,385 l, \\ r_u &= l(1,4 + \sin 10^\circ) = l(1,4 + 0,174) = 1,574 l = 62,96 \text{ mm} = 0,06296 m, \end{aligned}$$

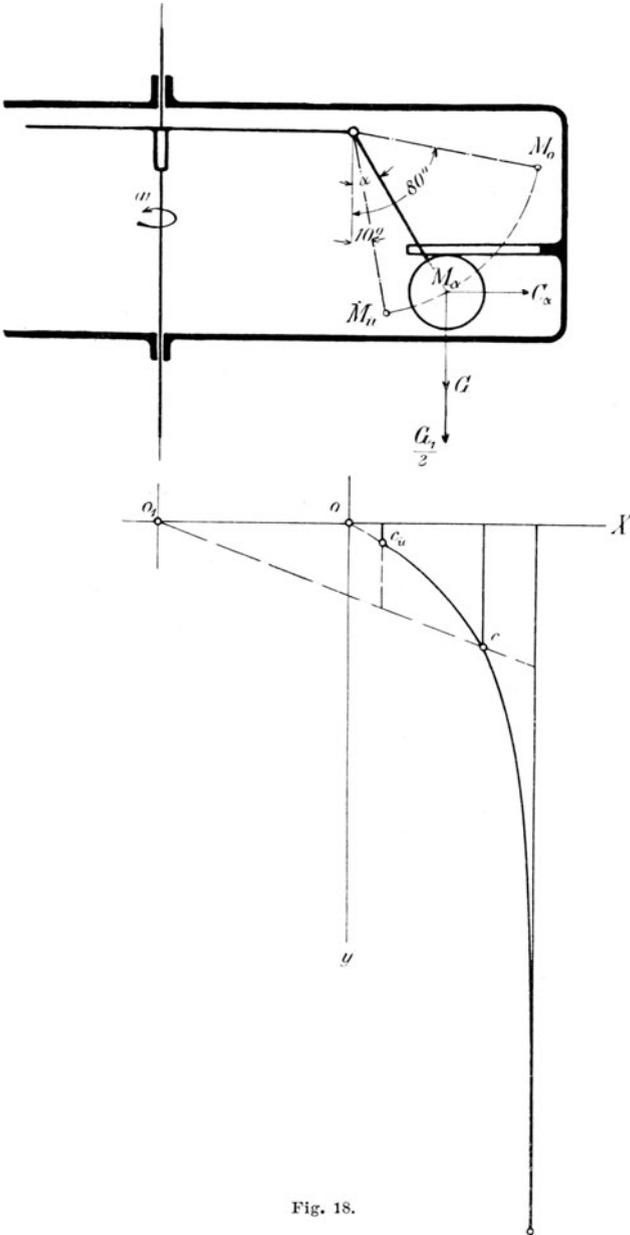


Fig. 18.

Nach Fig. 2 ist

$$\frac{\omega_0}{\omega_u} = \sqrt{\frac{1134,2}{53,34}} = \sqrt{21,2} = 4,6.$$

$$\frac{r_0}{r_u} = \frac{2,385}{1,574} = 1,516,$$

$$C_0 = \left(G + \frac{G_1}{2}\right) \operatorname{tg} 80^\circ = 200 \cdot 5,671 = 1134,2 \text{ mm},$$

$$C_u = \left(G + \frac{G_1}{2}\right) \operatorname{tg} 10^\circ = 200 \cdot 0,176 = 35,2 \text{ mm},$$

welche Werthe auch direkt aus Tafel I entnommen werden können.

Wäre die Winkelgeschwindigkeit des Regulators in allen Stellungen $= \omega_u$, so wäre die Centrifugalkraft in der obersten Stellung gleich

$$C_0' = C_u \cdot \frac{r_0}{r_u} =$$

$$35,2 \cdot 1,516 = 53,34 \text{ mm},$$

welchen Werth man auch erhalten würde, wenn man eine Verbindungslinie ziehen würde von einem im Abstand $1,4 \text{ l} = 1,4 \cdot 200 = 280 \text{ mm}$ links vom Koordinatenanfangspunkt in der Abscissenachse auf Tafel I gelegenen Punkt O_1 nach dem Endpunkt der dem Winkel $\alpha = 10^\circ$ entsprechenden Ordinate der Kurve auf Tafel I. Diese Linie schneidet auf der dem Winkel $\alpha = 80^\circ$ entsprechenden Vertikalen eine Ordinate $= 53,34 \text{ mm}$ ab.

Dieses Verhältniss ist nur abhängig von $\frac{a}{l} = 1,4$ und den Winkeln 80° und 10° .

Zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit dienen die folgenden Gleichungen

$$C_u = 35,2 \text{ mm,}$$

$$\left(G + \frac{G_1}{2}\right) = 45,5 \text{ kg} = 200 \text{ mm.}$$

Also ist

$$C_u = 35,2 \cdot \frac{45,5}{200} = 8,008 \text{ kg} = 0,571 \text{ G.}$$

Aus

$$\frac{r_u \cdot \omega_u^2}{g} = 0,571 = \frac{0,06296 \cdot \omega_u^2}{9,81}$$

findet man

$$\omega_u = \sqrt{\frac{0,571 \cdot 9,81}{0,06296}} = \sqrt{88,93} = 9,43$$

und

$$u_u = 60 \cdot \frac{\omega_u}{2\pi} = 90;$$

ferner $u_0 = 4,6 u_u = 414$ Umdrehungen i. d. Min.

Werden die Abmessungen des Regulators und das Gewicht des Gleitstücks = 63 kg beibehalten, dagegen eine Kugel vom Gewicht 7 kg eingefügt, so ist

$$G + \frac{G_1}{2} = 38,5 \text{ kg} = 200 \text{ mm,}$$

$$G = 7 \text{ kg} = 36,36 \text{ mm.}$$

Es ist also die Centrifugalkraft

$$C_u' = \left(G + \frac{G_1}{2}\right) \text{tg } 10^\circ = 200 \cdot 0,176 = 35,2 \text{ mm} = 0,967 \text{ G.}$$

Der Abstand der Kugel von der Drehachse ist $r_u = 0,06296 \text{ m}$; analog dem Obigen ist daher

$$\omega_u' = \sqrt{\frac{0,967 \cdot 9,81}{0,06296}}.$$

Also ist

$$\frac{\omega_u'}{\omega_u} = \sqrt{\frac{0,967}{0,571}} = \sqrt{1,693},$$

$$\omega_u' = 1,3 \omega_u,$$

$$u_u' = 1,3 \cdot 90 = 117,$$

$$u_0' = 4,6 \cdot u_u' = 538,2 \text{ Umdrehungen i. d. Min.}$$

Bei $G = 28 \text{ kg}$ ist

$$G + \frac{G_1}{2} = 59,5 \text{ kg} = 200 \text{ mm},$$

$$G = 28 \text{ kg} = 94,12 \text{ mm}.$$

Analog dem Obigen ist

$$C_u'' = 35,2 \text{ mm} = 0,374 G,$$

$$\frac{\omega_u''}{\omega_u} = \sqrt{\frac{0,374}{0,571}} = \sqrt{0,655},$$

$$\omega_u'' = 0,81 \omega_u,$$

$$u_u'' = 0,81 \cdot 90 = 72,9,$$

$$u_0'' = 4,6 \cdot 72,9 = 335,3 \text{ Umdrehungen i. d. Min.}$$

Ist β verschieden von Null, so entsprechen den Kräften G und $\frac{G_1}{2}$ zwei verschiedene Kurven: der Kraft G entspricht die bis jetzt benutzte, auf Tafel I verzeichnete Kurve, der Kraft $\frac{G_1}{2}$ die dem Winkel β entsprechende Kurve auf Tafel II. Um den Einfluss der einzelnen Kräfte systematisch zu verfolgen, werde zuerst ein Regulator betrachtet, bei welchem die Kraft $\frac{G_1}{2}$ allein bestimmend für die Kurve der Centrifugalkraft, also auch die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit ist. Dies ist z. B. der Fall bei dem in Fig. 19 dargestellten Regulator, bei welchem das Kugelgewicht senkrecht zur vertikalen Drehachse geführt wird, also keine Arbeit leistet. Da der Kugelmittelpunkt einen Weg beschreibt der doppelt so gross ist als die Horizontalkomponente des Weges von B_1 , weil der Punkt M eine doppelt so grosse Entfernung vom Pol \mathfrak{P} hat wie die Horizontale durch den Punkt B_1 , so kann die Centrifugalkraft C durch eine in B_1 angreifende Horizontalkraft $2 C$ ersetzt werden. Die Kräftewirkung im Regulator entspricht also dem in Fig. 14 dargestellten Fall, wenn die Kraft P dieser Figur gleich $\frac{G_1}{2}$ in Fig. 19 und $P' = 2 C$ ist. Die Kurve der $2 C$ ist also gleich der dem Winkel β entsprechenden Kurve des in die horizontale Richtung nach B_1 versetzten Gewichts $\frac{G_1}{2}$, welche aus Tafel II zu entnehmen ist. Dieselbe ist in Fig. 19 mit schwachen Linien ausgezogen.

Versetzt man die Kräfte $2 C$ zurück an den Punkt M , so erhält man die in der Figur stark ausgezogene Kurve der Centrifugalkraft des Pendels. Dieselbe ist eine Darstellung der Kurve auf Tafel II in einem anderen Maasstabe. Die Kurve der Tafel II kann daher zur Beurtheilung des Regulators benutzt werden.

Denkt man sich zuerst die Drehachse wieder durch A gehend, also $a = \text{Null}$ genommen, und zieht man dementsprechend durch den Koordi-

natenanfangspunkt O auf Tafel II Tangenten an die Kurven, so erkennt man, dass die so konstruierten Regulatoren labil sind, wenn die Kugel sich in der Nähe der Drehachse befindet. Erst von dem Ausschlagwinkel ab, welchem der Berührungspunkt der Tangente entspricht, ist der Regulator stabil; dieser Winkel ist um so grösser, je grösser β ist. Wird a negativ genommen, also die Drehachse rechts von A gelegt, so werden diese Winkel noch grösser; wird a positiv genommen, so werden diese Winkel kleiner. Es gehört zu jedem β ein gewisses $+a$, bei welchem der Regulator in allen Lagen stabil ist. Wird a noch grösser genommen, so wird der Regulator noch stabiler. Je grösser β ist, um so grösser muss a sein, damit der Regulator in allen Lagen stabil ist.

Beispiel 5. In dem Regulator Fig. 19 sei

$$a = 0,15 \text{ AB} = 0,075 \text{ EM},$$

ferner

$$\begin{aligned} \alpha_u &= 20^\circ, \\ \alpha_o &= 40^\circ. \end{aligned}$$

Es soll untersucht werden, wie sich die Ungleichförmigkeitsgrade des Regulators verhalten bei

$$\begin{aligned} \beta &= 0^\circ \quad (\text{Tafel I}) \quad \text{und} \\ \beta &= 10^\circ \quad (\text{Tafel II}). \end{aligned}$$

In diesen Tafeln ist $EM = l = 200 \text{ mm}$ und $\frac{G_1}{2} = 200 \text{ mm}$ verzeichnet.

Für $\beta = 0^\circ$ ist

$$\begin{aligned} C_u &= 200 \cdot \text{tg } 20^\circ = 72,8 \text{ mm}, \\ C_o &= 200 \cdot \text{tg } 40^\circ = 167,8 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Für $\beta = 10^\circ$ ist

$$\begin{aligned} C_u' &= 200 \cdot \text{tg } 30^\circ \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\cos 20^\circ} = 115,5 \cdot \frac{0,866}{0,939} = 106,52 \text{ mm}, \\ C_o' &= 200 \cdot \text{tg } 50^\circ \cdot \frac{\cos 50^\circ}{\cos 40^\circ} = 238,3 \cdot \frac{0,643}{0,766} = 200,05 \text{ mm}. \end{aligned}$$

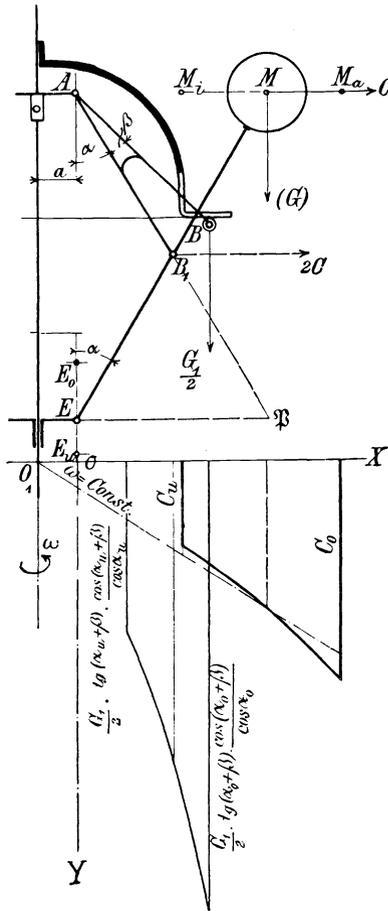


Fig. 19.

Das Verhältniss der Abstände des Punktes M von der Drehachse in den beiden äussersten Stellungen des Regulators ist

$$\frac{r_0}{r_u} = \frac{l(\sin 40^\circ + 0,075)}{l(\sin 20^\circ + 0,075)} = \frac{0,717}{0,417} = 1,719.$$

Bleibe die Winkelgeschwindigkeit ω_u bzw. ω_u' in allen Lagen des Regulators erhalten, so wäre die Centrifugalkraft in der obersten Stellung für $\beta = 0^\circ$

$$C_u \cdot \frac{r_0}{r_u} = 72,8 \cdot 1,719 = 125,2 \text{ mm,}$$

für $\beta = 10^\circ$

$$C_u' \cdot \frac{r_0}{r_u} = 106,52 = 183,1 \text{ mm.}$$

Diese Werthe können auch durch Zeichnung aus den Tafeln I und II erhalten werden. Verbindet man einen Punkt O_1 , welcher im Abstand $0,075 l = 0,075 \cdot 200 = 15 \text{ mm}$ links von dem Koordinatenanfangspunkt in der Abscissenachse auf diesen Tafeln liegt, mit den Endpunkten der Ordinaten, welche dem Winkel $\alpha = 20^\circ$ entsprechen, durch je eine Gerade, so schneiden diese Linien auf den Vertikalen, welche dem Winkel $\alpha = 40^\circ$ entsprechen, die obigen Strecken ab.

Nach Fig. 2 ist nun

für $\beta = 0^\circ$:

$$\frac{\omega_0}{\omega_u} = \sqrt{\frac{167,8}{125,2}} = \sqrt{1,345} = 1,16$$

und für $\beta = 10^\circ$

$$\frac{\omega_0'}{\omega_u'} = \sqrt{\frac{200}{183,1}} = \sqrt{1,092} = 1,045.$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad beträgt

für $\beta = 0^\circ$

$$j = \frac{0,16}{1,08} = \frac{1}{6,75}$$

und für $\beta = 10^\circ$

$$j' = \frac{0,045}{1,0225} = \frac{1}{22,7}.$$

Diese Ungleichförmigkeitsgrade sind nur abhängig von a , α_0 und α_u und β , also nur von geometrischen Grössen, nicht von den Gewichten des Regulators.

Man kann also bei dem in Fig. 19 dargestellten Regulator das Gleitstückgewicht oder das Kugelgewicht verändern, ohne den Grad der An-

näherung an die Astasie zu verändern, wenn die Längen und die Ausschlagwinkel im Regulator beibehalten werden. Die Kurve der Centrifugalkräfte ist stets die dem gewählten Winkel β entsprechende Kurve auf Tafel II.

Einem Regulator von der gewöhnlichen Form, Fig. 20, welcher also dem Einfluss von zwei Gewichten unterworfen ist, entspricht der in Fig. 15 dargestellte Fall der Kräftewirkung. Die in D wirkende Kraft $\frac{G_1}{2}$ kann durch eine in B wirkende Kraft G_1 ersetzt werden. Die Wege des Punktes B sind proportional den Wegen des Punktes B_1 und zwar $\frac{AM}{AB_1}$ mal so gross als dieselben. Die in B angreifende Kraft G_1 kann also durch eine in B_1 angreifende Kraft $G_1 \cdot \frac{AM}{AB_1} = \zeta G_1$. Ist nun, entsprechend Fig. 15, $\zeta G_1 = m G$, so muss die Kurve der C die Gleichung erfüllen

$$C = G \operatorname{tg} \alpha + m G \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$$

$$= G [\operatorname{tg} \alpha + m (\sin \beta + \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha)]$$

Die Kurve der C wird also erhalten durch Vergrößerung der durch M getheilten Ordinaten der durch O gehenden Kurve auf Tafel I um die auf gleichen Abscissen liegenden Ordinaten der dem Winkel β entsprechenden Kurve auf Tafel II.

Auf Tafel III sind die Kurven für das Verhältniss $\frac{\zeta G_1}{G} = 3$ verzeichnet.

Geht die Drehachse durch O auf Tafel III, so gehört zu jedem β wiederum ein Winkel α , von welchem ab der Regulator stabil wird. Ebenso gehört zu jedem β ein bestimmtes $+a$, um welches die Drehachse nach links verschoben werden muss, damit der Regulator in allen

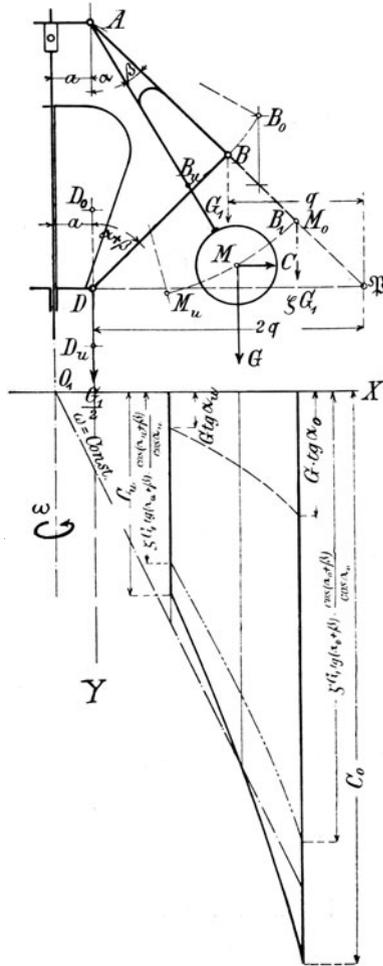


Fig. 20.

Lagen stabil ist. Macht man a negativ, so fängt der Regulator erst in höheren Lagen an stabil zu werden. Bei gleicher Lage der Drehachse sind die Kurven der Tafel III stabiler als die der Tafel II.

Beispiel 6. Bei dem in Fig. 20 dargestellten Regulator sei

$$A M = 300 \text{ mm} = l,$$

$$A B = 200 \text{ mm},$$

$$a = 40 \text{ mm} = 0,133 l.$$

Der Winkel β sei $= 15^\circ$. Weiter sei das auf den Punkt B_1 reduzierte halbe Gleitstückgewicht

$$\zeta \frac{G_1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2 G_1}{2} = \frac{2}{3} \cdot G_1$$

drei Mal so gross als das Kugelgewicht:

$$m = \frac{\frac{2}{3} G_1}{G} = 3,$$

entsprechend Tafel III. Es ist dann $G_1 = 4,5 G$.

Tafel III ist für eine Pendellänge $= 200 \text{ mm}$ gezeichnet. Zieht man von einem Punkt O_1 , welcher im Abstand $0,133 \cdot 200 = 26,66 \text{ mm}$ links vom Koordinatenanfangspunkt in der Abscissenachse auf Tafel III liegt, eine Tangente an die dem Winkel $\beta = 15^\circ$ entsprechende Kurve, so berührt dieselbe in einer Vertikalen, welche etwa dem Winkel $\alpha = 17^\circ$ entspricht. Bis zu diesem Ausschlagwinkel ist der Regulator labil. Es werde daher gewählt

$$\alpha_u = 20^\circ,$$

$$\alpha_m = 30^\circ,$$

$$\alpha_o = 40^\circ.$$

Auf Tafel III sind die Kräfte im folgenden Maassstab aufgetragen

$$G = 66,6 \text{ mm} = \frac{200}{3} \text{ mm},$$

$$\frac{2}{3} G_1 = 3 G = 200 \text{ mm}.$$

Die Abstände des Kugelmittelpunktes von der Drehachse sind

$$r_u = l (\sin 20^\circ + 0,133) = 0,475 l,$$

$$r_m = l (\sin 30^\circ + 0,133) = 0,633 l,$$

$$r_o = l (\sin 40^\circ + 0,133) = 0,775 l;$$

hiernach ist

$$\frac{r_m}{r_u} = \frac{0,633}{0,475} = 1,332,$$

$$\frac{r_o}{r_u} = \frac{0,775}{0,475} = 1,631.$$

Die Centrifugalkraft für den Winkel α ist gleich

$$G \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{2}{3} G_1 \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$$

oder

$$G \left(\operatorname{tg} \alpha + 3 \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \right),$$

im Maassstab der Tafel III gemessen also gleich

$$\left(\frac{1}{3} \cdot 200 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 200 \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \right) \text{ mm.}$$

Hiernach ist für $\alpha_u = 20^\circ$

$$C_u = 200 \left(\frac{0,364}{3} + 0,700 \cdot \frac{0,819}{0,940} \right) = 146 \text{ mm,}$$

für $\alpha_m = 30^\circ$

$$C_m = 200 \left(\frac{0,577}{3} + 1,00 \cdot \frac{0,707}{0,866} \right) = 201,7 \text{ mm,}$$

für $\alpha_0 = 40^\circ$

$$C_0 = 200 \left(\frac{0,839}{3} + 1,428 \cdot \frac{0,574}{0,766} \right) = 269,9 \text{ mm.}$$

Diese Werthe können direkt der dem Winkel $\beta = 15^\circ$ entsprechenden Kurve auf Tafel III entnommen werden.

Wäre die Winkelgeschwindigkeit des Regulators konstant $= \omega_u$, so wäre die Centrifugalkraft in der Mittellage gleich

$$C_u \cdot \frac{r_m}{r_u} = 146 \cdot 1,332 = 194,47 \text{ mm,}$$

in der obersten Lage gleich

$$C_u \cdot \frac{r_0}{r_u} = 146 \cdot 1,631 = 238,12 \text{ mm.}$$

Es ist also nach Fig. 2

$$\frac{\omega_m}{\omega_u} = \sqrt{\frac{201,7}{194,47}} = \sqrt{1,037} = 1,017,$$

$$\frac{\omega_0}{\omega_u} = \sqrt{\frac{269,9}{238,12}} = \sqrt{1,133} = 1,064.$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators ergibt sich hiernach zu

$$j = \frac{1,064 - 1}{\frac{1,064 + 1}{2}} = \frac{0,064}{1,032} = \frac{1}{16,1}.$$

Für die Mittellage ist $C_m = 201,7$ mm, während das Kugelgewicht $G = 66,6$ mm ist.

Es ist also

$$\frac{C_m}{G} = n = \frac{201,7}{66,6} = 3,027 = \frac{r_m \omega_m^2}{g},$$

worin $r_m = 0,633 \text{ l} = 189,9 \text{ mm} = 0,1899 \text{ m}$ ist.

Hieraus berechnet sich

$$\omega_m^2 = \frac{3,027 \cdot 9,81}{0,1899} = 156,3$$

und

$$\omega_m = \sqrt{156,3} = 12,5, \quad \text{also} \quad u_m = 60 \cdot \frac{\omega_m}{2\pi} = 119,4 \text{ i. d. Min.}$$

Nach Obigem schwankt die Umdrehungszahl des Regulators zwischen

$$u_u = \frac{119,4}{1,017} = 117,4 \quad \text{und}$$

$$u_o = 1,064 u_u = 124,9 \text{ i. d. Min.}$$

Da das Kugelgewicht und das Gleitstückgewicht zwei verschiedene Kurven ergeben, wenn dieselben auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirt werden, so ist der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators nicht mehr allein von den geometrischen Verhältnissen desselben,

sondern auch von dem Verhältniss $\frac{1}{2} G_1$ abhängig. Je grösser G_1 ist, um so mehr nähert sich die Kurve der Centrifugalkraft der dem Winkel β entsprechenden Kurve auf Tafel II, je grösser G ist, um so mehr nähert sich die Kurve der Centrifugalkraft der Kurve auf Tafel I.

Der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators bleibt erhalten, wenn

man sowohl das Gewichtsverhältniss $\frac{2}{3} G_1$ beibehält, als auch alle Längen in demselben Maasse verändert, z. B. um die Hälfte vergrössert, weil dann als Kurve der Centrifugalkraft wiederum die auf Tafel III verzeichnete, dem Winkel $\beta = 15^\circ$ entsprechende Kurve gilt und das Verhältniss

$$\frac{r_m}{r_u} = 1,332 \quad \text{und} \quad \frac{r_o}{r_u} = 1,631$$

bestehen bleibt.

Es ändert sich nur die Umdrehungszahl des Regulators, weil in dem Ausdruck $n = \frac{r_m \omega_m^2}{g} = 3,027$ der Werth für r_m ein anderer wird, nämlich für die gewählte Veränderung des Regulators $r' = 1,5 \cdot r_m = 1,5 \cdot 0,1899 \text{ m}$. Die Umdrehungszahl für den so veränderten Regulator bestimmt sich aus

$$(\omega')^2 = \frac{3,027 \cdot 9,81}{1,5 \cdot 0,1899} = \frac{\omega_m^2}{1,5}$$

Also ist $\omega' = \frac{\omega_m}{\sqrt{1,5}}$ und

$$u' = \frac{u_m}{\sqrt{1,5}} = \frac{119 \cdot 4}{1,22} = 97,8.$$

Die Umdrehungszahl schwankt zwischen

$$u_u' = \frac{117,4}{1,22} = 96,2 \quad \text{und}$$

$$u_0' = \frac{124,9}{1,22} = 102,3 \quad \text{i. d. Min.}$$

Regulatoren mit unnormalem Getriebe.

Mit Hilfe des in Fig. 10 dargestellten Getriebes und der aus demselben abgeleiteten Kurven der in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichte ist bis jetzt die Bedeutung der bei Fig. 1 erwähnten Variablen a , α , β , $\frac{G_1}{G}$, $\frac{1}{l_1}$ klargelegt und ihre theilweise Abhängigkeit von einander gezeigt worden. Es bleibt jetzt noch übrig, die Bedeutung der Abweichungen von dem bisher betrachteten normalen Getriebe zu erläutern, also den Einfluss der weiteren Variablen δ der Fig. 1 zu verfolgen. Ein unnormales Getriebe ist in Fig. 22 dargestellt.

Die Stange BD hat eine andere Länge wie die Stange AB und der Punkt D bewegt sich auf einer Linie, die nicht durch den Punkt A hindurch geht.

Eine solche Veränderung des Getriebes der Fig. 19 hat nur auf die Kurve des reducirten Gleitstückgewichts Einfluss, denn die Kurve des reducirten Kugelgewichts ist nach wie vor die Kurve auf Tafel I ($x = l \sin \alpha$; $y = \text{tg } \alpha$).

Der Einfluss der genannten Aenderungen des Getriebes kann leicht mit Hilfe folgender Betrachtung des normalen Getriebes erkannt werden:

Der Weg des Punktes D bei irgend einem Ausschlag des Getriebes ist nämlich gleich der Vertikalerhebung des Punktes B in Folge der Drehung der Stange AB um A, vergrößert um die Vertikalerhebung, welche der Punkt D in Folge der zugleich stattfindenden Drehung von BD um B erfährt. Da nun $AB = BD$ ist, und D sich auf der Vertikalen durch A bewegt, so ist der Winkel ADB stets gleich dem Winkel DAB, also die Drehung der Stange AB stets gleich der Drehung der Stange BD, d. h. die genannten Theilstrecken des Weges von D sind einander gleich.

In Fig. 21 sind die den einzelnen Drehungen entsprechenden Wege getrennt dargestellt. AB_0D_0 zeigt das Getriebe in der Strecklage. Zum Ausschlag ($\alpha'' - \alpha_0$) gehört der Weg D_0D'' und dieser ist gleich $B''B'$.

Die Arbeit, welche eine im Punkt D angreifende Vertikalkraft P bei irgend einem Ausschlag des Getriebes leistet, wird auch verrichtet, wenn das Getriebe ABD in 2 um A und D drehbare Stangen AB und D_0B zerlegt wird und in den Endpunkten B je eine Vertikalkraft P wirkt —

bei AB abwärts, bei D_0B aufwärts gerichtet — und die Stangen so bewegt werden, dass die Endpunkte B stets vertikal übereinander liegen. Jede dieser Vertikalkräfte P kann nach Fig. 13 durch eine Horizontalkraft $P \cdot \operatorname{tg} \alpha$ ersetzt werden. Die von beiden Kräften geleisteten Arbeiten werden auch durch eine im Endpunkt von AB angreifende Kraft $2 P \operatorname{tg} \alpha$ geleistet. Daraus folgt, dass die in D angreifende Vertikalkraft P durch eine in B angreifende Horizontalkraft $P \cdot \operatorname{tg} \alpha + P \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2 P \cdot \operatorname{tg} \alpha$ ersetzt werden kann.

Die Bewegung des Punktes D in dem Getriebe der Fig. 22 setzt sich ebenfalls zusammen aus 2 Bewegungen: die eine ist die Vertikalerhebung in Folge Drehung der Stange AB um A, die andere ist die Vertikalerhebung in Folge Drehung der Stange DB um B. Diese beiden Theilwege sind aber ungleich, wie Fig. 23 zeigt, in welcher dieselben getrennt dargestellt sind. Zum Ausschlag $(\alpha - \alpha_0)$ gehört der Weg D_0D und dieser ist gleich $B''B'$.

Die Arbeit, welche eine in D angreifende Vertikalkraft P bei irgend einem Ausschlag des Getriebes leistet, wird auch erhalten, wenn das Getriebe ABD in 2 um A und D_0 drehbare Stangen AB und D_0B zerlegt wird, und in den Endpunkten B je eine Vertikalkraft P wirkt — bei AB abwärts, bei D_0B aufwärts gerichtet — und die beiden Stangen so bewegt werden, dass die Endpunkte B stets vertikal übereinander liegen.

Die am Endpunkt B von AB angreifende Kraft kann nach Fig. 13 durch eine Horizontalkraft $P \cdot \operatorname{tg} \alpha$ und die am Endpunkt von D_0B angreifende Kraft kann durch eine Horizontalkraft $P \cdot \operatorname{tg} \delta$ ersetzt werden.

Daraus folgt, dass eine im Punkt D der Stange BD in Fig. 22 angreifende Vertikalkraft P ersetzt werden kann durch eine im Punkt B der Stange AB angreifende Horizontalkraft $P' = P \cdot \operatorname{tg} \alpha + P \operatorname{tg} \delta = P (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta)$.

Die Kraft P' kann auch mit Hülfe des Pols \mathfrak{P} der Fig. 22 berechnet werden. Es ist nämlich

$$P' \cdot l_1 \cos \delta = P \cdot (l_1 \sin \delta + l_1 \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \alpha),$$

also

$$P' = P \cdot (\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \alpha).$$

δ und α sind durch die Bedingung mit einander verbunden

$$l \sin \alpha = d + l_1 \sin \delta.$$

Wird der Kräftemaassstab so gewählt, dass $P = 1$ ist, so ist die Kurve der P gegeben durch die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} y &= \operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \alpha \\ x &= l \cdot \sin \alpha. \end{aligned}$$

Auf Tafel IV sind 2 Kurven verzeichnet für das Stangenverhältniss

$$\frac{l_1}{l} = 1,2 \quad \text{und} \quad d = 0 \quad \text{bzw.} \quad d = 0,2l. \quad P = 100 \text{ mm}; \quad l = 200 \text{ mm.}$$

Der Vergleich mit der aus Fig. 12 entwickelten Kurve auf Tafel I zeigt, dass die beiden Kurven einen ähnlichen Verlauf haben; nur setzen sich die Ordinaten der neuen Kurve aus zwei ungleichen, den Winkeln α und δ entsprechenden Theilstrecken zusammen, wie sich ja auch der Weg des

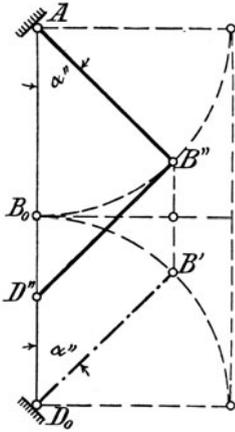


Fig. 21.

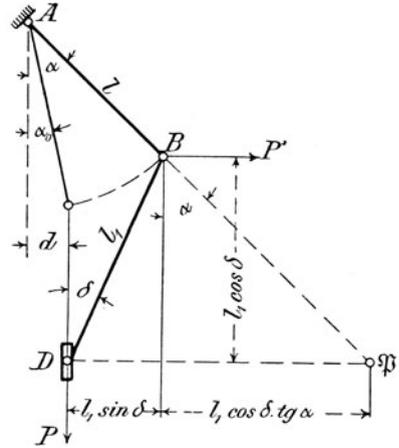


Fig. 22.

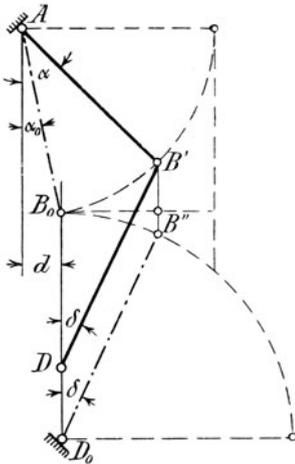


Fig. 23.

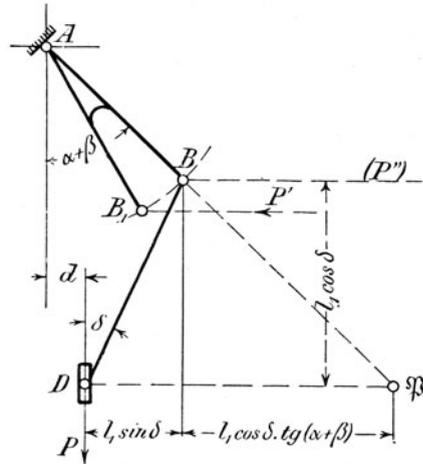


Fig. 24.

Punktes D aus zwei ungleichen, aus Fig. 23 ersichtlichen Theilstrecken zusammensetzt. Der Einfluss von $\frac{l_1}{l}$ und d kann ohne Weiteres mit Hülfe der bisherigen Betrachtung erkannt werden. Je grösser l_1 im Verhältniss

zu l ist, um so kleiner ist bei demselben d der Winkel δ . Bei kleiner bzw. negativ werdendem d und demselben l_1 wächst δ .

Will man die Kraft P auf einen Punkt B_1 in die horizontale Richtung reduciren, so dass $\sphericalangle BAB_1 = \beta$ ist, nach Fig. 24, so ergibt die Benutzung des Pols \mathfrak{B} die folgende Gleichung

$$P'' = P \left\{ \operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta \right\}$$

und da nach Fig. 14

$$\begin{aligned} P' &= P'' \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = P'' \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha} \\ &= P'' (\cos \beta - \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta) \end{aligned}$$

ist, so ist also

$$P' = P \cdot [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta] \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = P \cdot (\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta) (\cos \beta - \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta).$$

Auf Tafel V ist diese Kurve verzeichnet für $\frac{l_1}{l} = 1,2$
und

$$d = 0,2 \cdot l$$

und alle β zwischen 5° und 40° , in Abständen von je 5° . $P = 100$ mm.

Die Betrachtung dieser Kurven führt zu ähnlichen Ergebnissen wie die Betrachtung der Kurven auf Tafel IV. Ein principieller Unterschied wird durch das in Fig. 24 dargestellte Getriebe gegenüber dem in Fig. 10 dargestellten nicht herbeigeführt.

Beispiel 7. Zu untersuchen, wie sich der im Beispiel 6 berechnete Regulator ändert, wenn ein unnormales Getriebe nach Fig. 24 in denselben eingefügt wird, in welchem $BD = 1,2 AB$ und $d = 0,2 AB$ ist.

Dieser Regulator stellt also den in Fig. 1 betrachteten allgemeinsten Fall eines Regulators dar.

Die Kraft P der Fig. 24 ist gleich $\frac{4,5}{2} G$. Die auf den Punkt B_1 der Fig. 24 reducirte Kraft P ist gleich

$$\frac{4,5}{2} G [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta] \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha};$$

die auf den Punkt M der Fig. 20 reducirte Kraft P ist gleich

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot \frac{4,5}{2} G [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta] \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} &= \\ \frac{3}{2} G [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta] \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha}. \end{aligned}$$

Die Centrifugalkraft beim Ausschlagswinkel α ist also gleich

$$C = G \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{3}{2} G [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} \vartheta] \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

Die Winkel $(\alpha + \beta)$ und δ sind verbunden durch die Gleichung:

$$1 \cdot \sin(\alpha + \beta) = 1,21 \sin \delta + 0,21$$

oder

$$\sin \delta = \frac{\sin(\alpha + \beta) - 0,2}{1,2}$$

Hieraus ergibt sich für

$$\begin{aligned} \alpha_u = 20^\circ \dots \sin \delta_u = 0,311 \dots \delta_u = 18^\circ 10' \\ \alpha_m = 30^\circ \dots \sin \delta_m = 0,422 \dots \delta_m = 25^\circ \\ \alpha_o = 40^\circ \dots \sin \delta_o = 0,515 \dots \delta_o = 31^\circ \end{aligned}$$

Im Beispiel 6 ist der Maassstab der Kräfte so gewählt worden, dass $G = 66,66$ mm, $3G = 200$ mm ist. Tafel I ist für eine im Punkt M der Fig. 1 angreifende Vertikalkraft = 200 mm, Tafel IV und V sind für eine im Punkt D der Fig. 24 angreifende Vertikalkraft = 100 mm verzeichnet.

Die Kurve der Centrifugalkraft wird demnach erhalten durch Summierung der durch 3 getheilten Ordinaten der Kurve auf Tafel I und der Ordinaten der dem Winkel $\beta = 15^\circ$ entsprechenden Kurve auf Tafel V; dieselbe kann mit Hülfe der Tafeln leicht aufgezeichnet werden. Man erhält hierbei für die Winkel $\alpha_u = 20^\circ$, $\alpha_m = 30^\circ$ und $\alpha_o = 40^\circ$

$$\begin{aligned} C_u' &= \left(\frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) + \left[100 \cdot (\operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 18^\circ 10') \cdot \frac{\cos 35^\circ}{\cos 20^\circ} \right] \\ &= 24,26 + 87,8 = 112,06 \text{ mm,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_m' &= \left(\frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \right) + \left[100 \cdot (\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ) \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} \right] \\ &= 38,5 + 116,9 = 155,4 \text{ mm,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_o' &= \left(\frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 40^\circ \right) + \left[100 \cdot (\operatorname{tg} 55^\circ + \operatorname{tg} 31^\circ) \cdot \frac{\cos 55^\circ}{\cos 40^\circ} \right] \\ &= 55,9 + 149 = 204,9 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Wäre die Winkelgeschwindigkeit konstant = ω_u' , so wäre die Centrifugalkraft in der Mittellage gleich

$$C_u' \cdot \frac{r_m}{r_u} = 112,06 \cdot 1,332 = 149,3 \text{ mm,}$$

in der obersten Lage gleich

$$C_u' \cdot \frac{r_o}{r_u} = 112,06 \cdot 1,631 = 182,8 \text{ mm.}$$

Diese Werthe würde man auch durch die angegebene Zeichnung der Kurve der Centrifugalkraft erhalten haben, wenn man den Punkt O_1 , der im Abstand $0,133 \cdot 200 = 26,66$ mm links vom Koordinatenanfangspunkt in der Abscissenachse liegt, durch eine Gerade mit dem Endpunkte der Ordinate = 112,06 mm verbinden würde, welche auf der dem Winkel

20° entsprechenden Vertikalen liegt; diese Gerade schneidet auf den Vertikalen für $\alpha_m = 30^\circ$ und $\alpha_0 = 40^\circ$ die obigen Strecken als Ordinaten ab.

Nach Fig. 2 ist nun

$$\frac{\omega_m'}{\omega_u'} = \sqrt{\frac{155,4}{149,3}} = \sqrt{1,04} = 1,019,$$
$$\frac{\omega_0'}{\omega_u'} = \sqrt{\frac{204,9}{182,8}} = \sqrt{1,12} = 1,058.$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators ist

$$j' = \frac{0,058}{1,019} = \frac{1}{17,7}.$$

Für die Mittellage ist $C_m' = 155,4$ mm, das Kugelgewicht ist $G = 66,66$ mm; also ist

$$n' = \frac{C_m'}{G} = \frac{155,4}{66,66} = 2,33 = \frac{r_m (\omega_m')^2}{g}.$$

Der Abstand des Kugelmittelpunktes von der Drehachse ist in der Mittellage des Regulators

$$r_m = 0,633 \text{ l} = 189,99 \text{ mm} = 0,1899 \text{ m}.$$

Hieraus berechnet sich

$$(\omega_m')^2 = \frac{2,33 \cdot 9,81}{0,1899} = 120,3,$$
$$\omega_m' = \sqrt{120,3} = 10,96 \quad \text{und}$$
$$u_m' = \frac{60 \cdot 10,96}{2\pi} = 104,9.$$

Weiter ergibt sich nach Obigem

$$u_u' = \frac{104,9}{1,019} = 102,96,$$
$$u_0' = 102,96 \cdot 1,058 = 108,9 \text{ Umdrehungen i. d. Min.}$$

Regulatoren mit beweglichem Aufhängepunkt des Pendels.

Die bis jetzt dargestellten Regulatoren benutzen alle ein Pendel mit festem Aufhängepunkt (Punkt A). Es erleichtert nun ganz bedeutend die allgemeine Betrachtung der Regulatoren, dass die Regulatoren mit beweglichem Aufhängepunkt des Pendels sich zurückführen lassen auf Regulatoren mit festem Aufhängepunkt des Pendels. Die Kurven der Centrifugalkräfte sind dann für diese Regulatoren ähnliche Kurven wie die auf Tafel I bis V dargestellten Kurven.

Fig. 25 ist z. B. die Darstellung des Pröll'schen Regulator-Systems. Das Pendel dreht sich um den beweglichen Punkt D. Nun sind bei dem gezeichneten Getriebe die Horizontalkomponenten der Wege des mit der Stange DB fest verbundenen Kugelmittelpunkts M gleich den Horizontalkomponenten des Weges des mit der Stange AB fest verbundenen Punktes M_1 . An den geleisteten Arbeiten, mithin auch am Gleichgewichtszustand wird Nichts verändert, wenn die Kraft C von M nach M_1 versetzt wird.

Die Wege des Punktes D sind doppelt so gross als die Vertikal-komponenten der Wege des Punktes B. Das Gewicht $\frac{G_1}{2}$ kann also durch ein in B angreifendes Gewicht G_1 oder weiter durch ein B_1 angreifendes Gewicht $\zeta \cdot G_1$ ersetzt werden, wenn $\zeta = \frac{AB}{AB_1}$ ist. Die Vertikal-komponente des Weges des Punktes M bei irgend einem Ausschlag des Regulators ist gleich der hierbei eintretenden Hebung des Punktes D, vermindert um die Senkung, welche der Punkt M durch die bei diesem Ausschlag erfolgte Drehung der Stange DM um D erfährt. Da die Drehungen der Stange DM gleich den Drehungen der Stange AM₁ sind, so sind die Senkungen des Punktes M bei der Drehung von DM um D gleich den Senkungen des Punktes M₂ bei der Drehung von M₁M₂ um A. Die Arbeit, welche das Gewicht der Kugel bei irgend einer Bewegung des Regulators leistet, ist also gleich den Arbeiten, welche durch ein in D angreifendes Gewicht G und ein in M₂ angreifendes Gewicht G bei dieser Bewegung geleistet werden. Das Gewicht der Kugel kann also durch diese beiden, in den genannten Punkten angreifenden Kräfte ersetzt werden. Die in M₂ an-

greifende Kraft G kann aber ersetzt werden durch eine in M_1 angreifende, nach oben wirkende Kraft G . Die Kraft G in D kann durch eine Kraft $\zeta 2G$ in B_1 ersetzt werden.

In Fig. 26 sind die so erhaltenen Kräfte eingezeichnet, welche nunmehr alle an dem Hebel mit festem Drehpunkt angreifen. Die Richtigkeit dieses Resultates kann auch unmittelbar aus Fig. 25 mit Hilfe des Pols \mathfrak{P} gezeigt werden. Die Momentengleichung auf den Pol \mathfrak{P} lautet

$$\begin{aligned} C. m &= \frac{G_1}{2} \cdot 2q + G(2q - u) \\ &= (G_1 + 2G)q - G \cdot u. \end{aligned}$$

Stellt man die Momentengleichung für Fig. 26 in Bezug auf

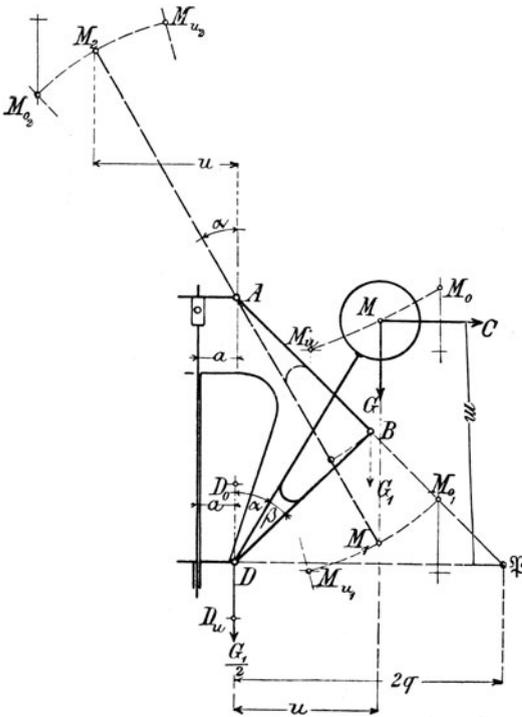


Fig. 25.

Lynen.

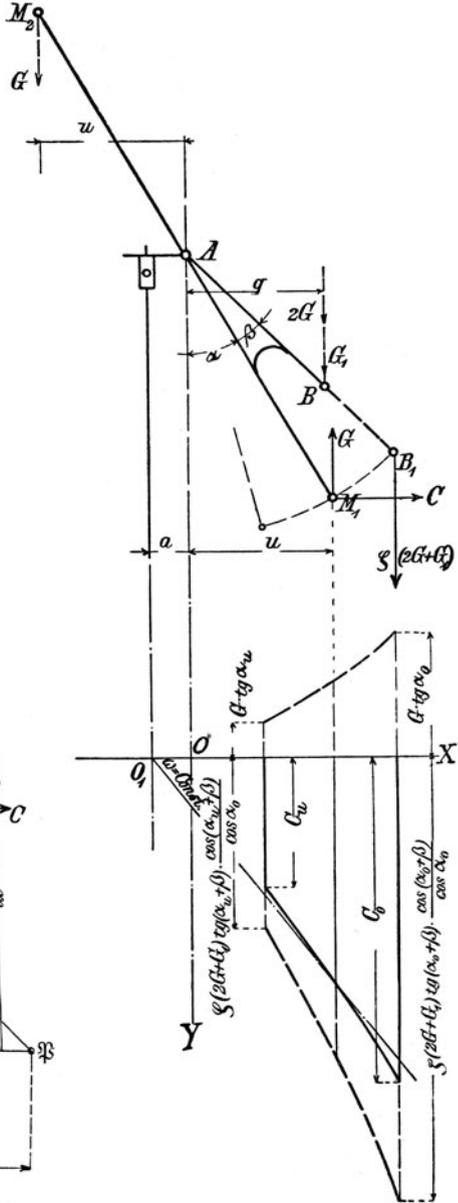


Fig. 26.

den Drehpunkt A auf, so erhält man, wenn man sich die in B₁ wirkenden Kraft ζ(2 G + G₁) durch die in B angreifende Kraft (2 G + G₁) ersetzt denkt, wiederum

$$C m = (G_1 + 2 G) q - G . u .$$

Ein Vergleich der Fig. 26 mit der Fig. 15 ergibt, dass der Pröll'sche Regulator dem darin dargestellten Fall entspricht, wenn die in dieser Figur verzeichnete Kraft m P = G₁ + 2 G, die in M angreifende Kraft P = - G und P' = - C ist. Die Kurve der Centrifugalkraft im Pröll'schen Regulator muss die Gleichung erfüllen

$$\begin{aligned} C &= - G . \operatorname{tg} \alpha + \zeta (2 G + G_1) \operatorname{tg} (d + \beta) \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \\ &= - G . \operatorname{tg} d + \zeta (2 G + G_1) (\sin \beta + \cos \beta . \operatorname{tg} \alpha) . \end{aligned}$$

Ist nun

$$(G_1 + 2 G) = m G ,$$

so ist die Kurve der Centrifugalkraft gegeben durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= l \sin \alpha , \\ y &= - \operatorname{tg} d + m (\sin \beta + \cos \beta . \operatorname{tg} \alpha) \end{aligned}$$

und wird erhalten durch Verminderung der Ordinaten der den Winkeln β entsprechenden Kurven auf Tafel II um den m ten Theil der auf gleichen Abscissen liegenden Ordinaten der Kurve auf Tafel I.

Auf Tafel VI sind die für das Verhältniss m = 3 erhaltenen Kurven eingezeichnet. Der Vergleich mit den auf den Tafeln I bis V verzeichneten Kurven zeigt, dass principiell kein Unterschied besteht zwischen den Regulatoren mit fest und mit beweglich aufgehängtem Pendel. Die Kurven verlaufen flacher als die Kurven der Tafel II und III; die Drehachse rückt dadurch nach links und die Winkelgeschwindigkeiten fallen kleiner aus.

Die geleisteten Arbeiten und also auch der Gleichgewichtszustand werden nicht geändert, wenn man sich, wie Fig. 27 zeigt, den Punkt D feststehend und den Punkt A beweglich und statt der in Fig. 25 eingezeichneten Kräfte die in Fig. 27 angegebenen Kräfte wirkend denkt.

Aus Fig. 27 kann man Fig. 28 ableiten, welche das Spiegelbild der Fig. 26 ist, also nochmals den Nachweis von der Identität der in Fig. 25 und 27 dargestellten Kraftwirkungen giebt.

Beispiel 8. Es ist zu berechnen ein Pröll'scher Regulator nach Fig. 25, bei welchem AB = BD = 200 mm, DM = 300 mm, a = 40 mm = 0,133 DM ist.

Im Punkt B₁ wirkt eine Vertikalkraft $\frac{2}{3} (G_1 + 2 G)$.

Es sei nun entsprechend Tafel VI $\frac{\frac{2}{3} (G_1 + 2 G)}{G} = 3$; dann ist

G₁ = 2,5 G. Der Maassstab der Kräfte für Tafel VI ist

$$G = 66,66 \text{ mm},$$

$$\frac{2}{3} (G_1 + 2G) = 200 \text{ mm}.$$

Zieht man von einem Punkt O_1 der Abscissenachse im Abstand $0,133 \cdot 200 = 26,66 \text{ mm}$ links vom Koordinatenanfangspunkt der Tafel VI Linien nach den verschiedenen Kurven, so erkennt man, dass eine gute Annäherung an die Astasie bei dem Winkel $\beta = 10^\circ$ und den Winkeln

$$\alpha_u = 25^\circ,$$

$$\alpha_m = 35^\circ,$$

$$\alpha_o = 45^\circ$$

eintritt.

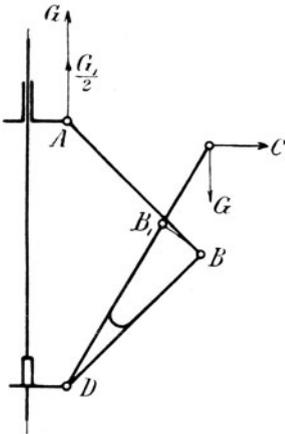


Fig. 27.

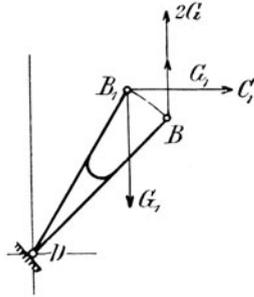


Fig. 28.

Die Centrifugalkraft ist

$$\begin{aligned} C &= \frac{2}{3} (G_1 + 2G) \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} - G \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ &= 200 \left(\operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} - \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha \right). \end{aligned}$$

Die Kurve der Centrifugalkraft wird also erhalten durch Verminderung der Ordinaten der Kurve für $\beta = 10^\circ$ aus Tafel II um den dritten Theil der entsprechenden Ordinaten auf Tafel I. Die Werthe

$$C_u = 200 \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \frac{\cos 35^\circ}{\cos 25^\circ} - \frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 25^\circ = 94,8 \text{ mm},$$

$$C_m = 200 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\cos 35^\circ} - \frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 35^\circ = 125,1 \text{ mm},$$

$$C_o = 200 \cdot \operatorname{tg} 55^\circ \cdot \frac{\cos 55^\circ}{\cos 45^\circ} - \frac{200}{3} \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 164 \text{ mm}$$

können auch direkt aus Tafel VI entnommen werden.

Die Abstände des Kugelmittelpunkts von der Drehachse sind

$$\begin{aligned} r_u &= l (\sin 25^\circ + 0,133) = 0,556 \text{ l,} \\ r_m &= l (\sin 35^\circ + 0,133) = 0,707 \text{ l,} \\ r_o &= l (\sin 45^\circ + 0,133) = 0,840 \text{ l.} \end{aligned}$$

Hieraus berechnet sich

$$\begin{aligned} \frac{r_m}{r_u} &= \frac{0,707}{0,556} = 1,271, \\ \frac{r_o}{r_u} &= \frac{0,840}{0,556} = 1,511. \end{aligned}$$

Bleibt die Winkelgeschwindigkeit des Regulators konstant gleich ω_u , so ist die Centrifugalkraft in der Mittellage gleich

$$C_m' = 94,8 \cdot 1,271 = 120,49 \text{ mm,}$$

in der obersten Lage

$$C_o' = 94,8 \cdot 1,511 = 143,24 \text{ mm,}$$

welche Werthe auch erhalten werden, wenn von dem oben genannten Punkt O_1 eine Verbindungslinie nach dem Endpunkt der Ordinate C_u auf Tafel VI gezogen wird und diese mit den Vertikalen der Winkel 35° und 45° zum Schnitt gebracht wird.

Nach Fig. 2 ist daher

$$\begin{aligned} \frac{\omega_m}{\omega_u} &= \sqrt{\frac{125,1}{120,5}} = \sqrt{1,038} = 1,018, \\ \frac{\omega_o}{\omega_u} &= \sqrt{\frac{164}{143,2}} = \sqrt{1,145} = 1,069. \end{aligned}$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators ist

$$d = \frac{0,069}{1,0345} = \frac{1}{15}.$$

Für die Mittellage ist $C_m = 125,1 \text{ mm}$; das Kugelgewicht ist $G = 66,66 \text{ mm}$.

Also ist

$$\frac{C_m}{G} = n = \frac{125,1}{66,66} = 1,877 = \frac{r_m \omega_m^2}{g}.$$

Hierin ist $r_m = 0,707 \text{ l} = 212,1 \text{ mm} = 0,212 \text{ m}$,

$$\omega_m^2 = \frac{1,877 \cdot 9,81}{0,212} = \frac{18,41}{0,212} = 86,8,$$

$$\omega_m = \sqrt{86,8} = 9,32 \text{ und}$$

$$u_m = \frac{60 \cdot 9,32}{2\pi} = 89 \text{ Umdrehungen i. d. Min.}$$

Die Drehgeschwindigkeit des Regulators schwankt zwischen

$$u_{11} = \frac{89}{1,018} = 87,4 \text{ und}$$

$$u_0 = 1,069 \cdot u_{11} = 93,4 \text{ Umdrehungen i. d. Min.}$$

Der Regulator von Hartung benutzt ebenfalls ein Pendel mit beweglichem Aufhängepunkt, das aber in ein unnormales Getriebe eingeschaltet ist.

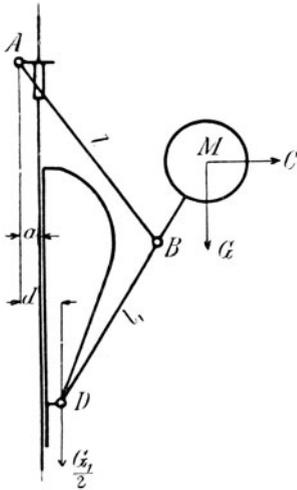


Fig. 29.

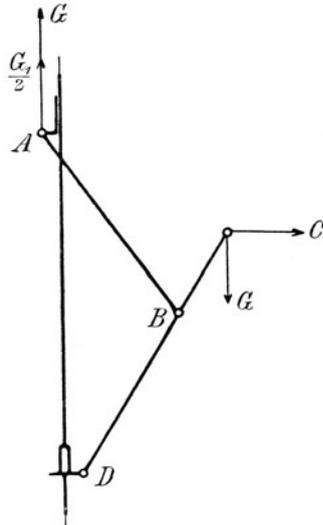


Fig. 30.

Fig. 29 zeigt das Schema des Regulators. Der Weg des Punktes D bestimmt sich nach Fig. 23. Die Vertikalerhebung des Punktes M für irgend einen Ausschlag des Regulators ist gleich dem Weg des Punktes D, vermindert um die Senkung von M in Folge der zugehörigen Drehung der Stange DM um D. Die von den einzelnen Kräften geleisteten Arbeiten werden auch erhalten, wenn der Punkt D fest und der Punkt A beweglich gemacht wird, wie Fig. 30 zeigt, und die in dieser Figur eingezeichneten Kräfte wirksam sind. Die Kurve der Centrifugalkräfte eines Hartung-Regulators setzt sich also zusammen aus den Ordinaten der aus Fig. 23 abgeleiteten Kurve auf Tafel IV, welche der Kraft $G + \frac{G_1}{2}$ entsprechen und welche vermindert werden um die Ordinaten einer aus Fig. 12 abgeleiteten Kurve, welche aus Tafel I für die Kraft G erhalten wird.

Mit Hilfe der Kurven der in die Richtung der Centrifugalkräfte reducirten Gewichte ist es einfach, die Wirkung eines Regulators zu übersehen, in welchem Federspannungen und Gewichte wirksam sind. Z. B.

bei dem in Fig. 31 dargestellten Regulator hat die Centrifugalkraft C der Kugel der Federspannung und dem Gewicht G das Gleichgewicht zu halten, wenn von der durch die Masse der Feder bewirkten Centrifugalkraft abgesehen wird. Die Kurve der Federspannungen ist nach Fig. 6 eine durch O_1 gehende gerade Linie, wenn $O O_1$ die Länge der halben Feder im ungespannten Zustand ist. Die Kurve des auf den Kugelmittel-

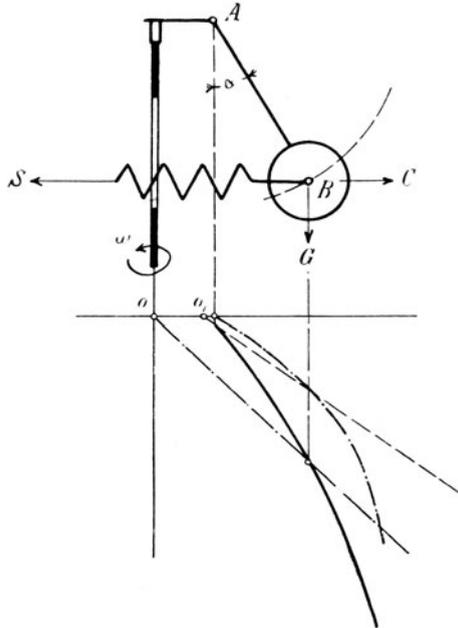


Fig. 31.

punkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichts ist die auf Tafel I dargestellte Kurve mit den Koordinaten

$$\begin{aligned} y &= \text{tg } \alpha \\ x &= l \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

wenn die durch A gehende Linie als Ordinatenachse aufgefasst wird.

Die Kurve der Centrifugalkraft wird erhalten durch Addirung der auf denselben Vertikalen liegenden Ordinaten der beiden genannten Kurven. Die Berechnung der Regulatoren, in welchen Federspannungen und Gewichte vorkommen, ist also ähnlich der Berechnung des in Fig. 20 dargestellten Regulators, nur ist die eine Kurve der reducirten Kräfte eine gerade Linie. Die Verwendung der veränderlichen Federspannungen an Stelle von konstanten Gewichten in den Regulatoren macht also keinen principiellen Unterschied in der Berechnung derselben aus.

Der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulatoren.

Bezüglich des Ungleichförmigkeitsgrades eines Regulators lässt sich allgemein sagen: derselbe wird bei geeigneter Lage der Drehachse um so kleiner, oder zur Erzielung eines bestimmten Ungleichförmigkeitsgrades wird das Ausschlaggebiet des Pendels um so grösser, je mehr die Kurve der auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkräfte reducirten Kräfte sich einer geraden Linie nähert. In dieser Beziehung sind die reinen Federregulatoren, in welchen ausser den Centrifugalkräften nur Federspannungen wirken, den Gewichtsregulatoren überlegen, weil mit denselben eine beliebige Annäherung an die gleichförmige Winkelgeschwindigkeit auf ein beliebig grosses Ausschlaggebiet erzielt werden kann.

Die sämtlichen Kurven der reducirten Gewichte besitzen die aus den Tafeln I bis VI erkennbare Eigenthümlichkeit, dass dieselben in der Nähe ihres Anfangspunktes sich einer geraden Linie nähern, sich in ihrem weiteren Verlauf aber immer stärker davon entfernen. Aus den Gleichungen für die Kurven der Tafeln I und II:

$$y = \operatorname{tg} \alpha \quad \text{und} \quad y = \sin \beta + \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

erkennt man, dass der Verlauf dieser und der sämtlichen daraus abgeleiteten Kurven in dem Gebiet der negativen Winkel α symmetrisch zu der durch den Endpunkt der Anfangsordinate gelegten Horizontalen erfolgt. Die Kurve der Centrifugalkraft erhält daher einen besonders weit gestreckt geraden Verlauf, wenn man den Pendeln in der innersten Stellung ein negatives α giebt. Damit die Centrifugalkräfte auch bei negativem α positiv bleiben, muss man β genügend gross wählen. Je grösser β , um so flacher verlaufen die Kurven, um so mehr muss die Drehachse nach links verlegt werden, um so kleiner ist aber auch ω .

Beispiel 9. Zu bestimmen den Ungleichförmigkeitsgrad für den Regulator nach Fig. 32.

$$\begin{aligned} \alpha_u &= -20^\circ, & \beta &= 40^\circ, \\ \alpha_m &= 0^\circ, & \frac{G_1}{2} &= 3 G. \\ \alpha_o &= +20^\circ. \end{aligned}$$

Die Centrifugalkraft C ist beim Ausschlagwinkel α gleich

$$\pm G \cdot \operatorname{tg} \alpha + 3 G (\sin \beta \pm \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha) =$$

$$3 G \cdot \sin \beta \pm 3 G \left(\cos \beta + \frac{1}{3} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Curve der Centrifugalkraft ist also die dem Winkel $\beta = 40^\circ$ entsprechende Curve auf Tafel III; der Maasstab der Curve ist:

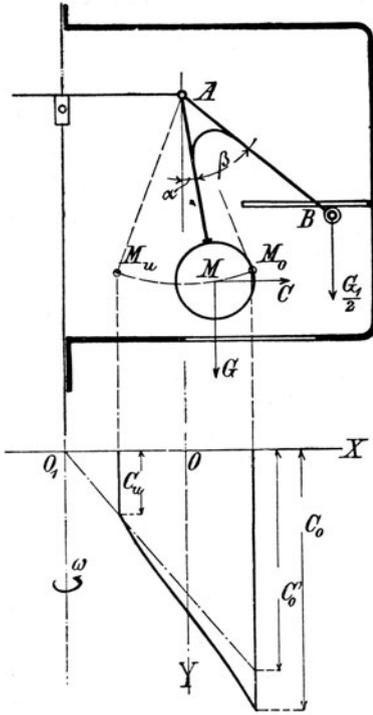


Fig. 32.

Also ist

$$\frac{\omega_m}{\omega_u} = \sqrt{\frac{128,5}{106,0}} = 1,1$$

und

$$\frac{\omega_o}{\omega_u} = \sqrt{\frac{208,0}{164}} = 1,125,$$

mithin

$$\delta = \frac{1}{8,5}.$$

$$G = 66,66 \text{ mm},$$

$$\frac{G_1}{2} = 200 \text{ mm}.$$

Die Länge des Pendels ist $l = 200$ mm verzeichnet. Es ist hiernach

$$C_m = 3 G \cdot \sin 40^\circ = 128,5 \text{ mm},$$

$$C_o = C_m + 3 G \left(\frac{1}{3} + \cos 40^\circ \right) \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$= 128,5 + 80 = 208,5 \text{ mm},$$

$$C_u = C_m - 3 G \left(\frac{1}{3} + \cos 40^\circ \right) \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$= 128,5 - 80 = 48,5 \text{ mm}.$$

Legt man den Schnittpunkt O_1 der Drehachse mit der Abscissenachse in den Abstand $0,625 l = 125$ mm links vom Koordinatenanfangspunkt auf Tafel III und verbindet man O_1 mit C_u durch eine Gerade, so schneidet diese auf $\alpha = 0^\circ$ eine Länge $C'_m = 106,0$ mm und auf $\alpha = +20^\circ$ eine Länge $C'_o = 164$ mm ab.

Für die Mittelstellung ist

$$C_m = 128,5 \text{ mm,}$$

während $G = 66,66 \text{ mm}$ ist; mithin ist

$$\frac{C_m}{G} = \frac{128,5}{66,66} = 1,93 = n = \frac{r_m \omega_m^2}{g}.$$

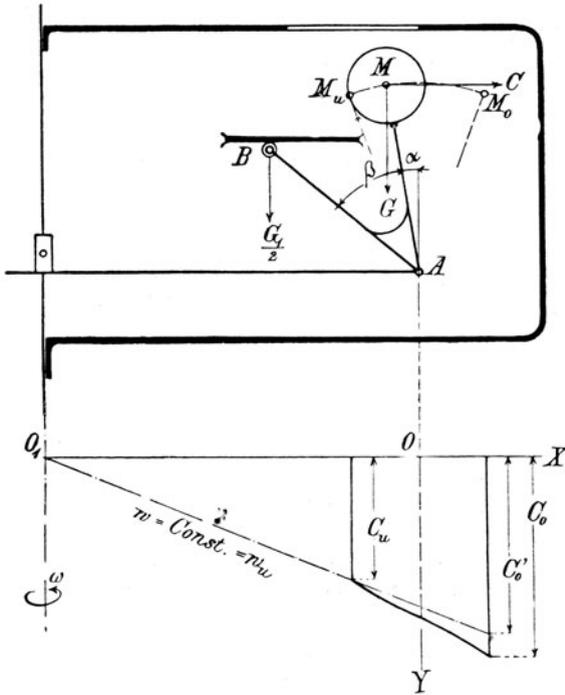


Fig. 33.

Wird die Pendellänge $AM = 300 \text{ mm}$ ausgeführt, so ist $r_m = 0,625 \cdot 300 = 187,5 \text{ mm}$ und es ergibt sich aus der obigen Gleichung

$$\omega_m^2 = \frac{1,93 \cdot 9 \cdot 81}{0,1875} = 100,9 \quad \text{und} \quad \omega_m = \sqrt{100,9} = 10,05,$$

ferner

$$u_m = \frac{60 \cdot \omega_m}{2 \pi} = 95,6,$$

$$u_u = 87,$$

$$u_o = 107,1.$$

Beispiel 10. Die Centrifugalkraft für die in Fig. 33 dargestellte Konstruktion ist

$$C = \pm G \operatorname{tg} \alpha + \frac{G_1}{2} (\sin \beta \pm \cos \beta \operatorname{tg} \alpha),$$

also für $\frac{G_1}{2} = 3 G$ gleich

$$C = 3 G \cdot \sin \beta \pm 3 G \left(\cos \beta - \frac{1}{3} \right) \operatorname{tg} \alpha$$

und die Darstellung derselben ist die dem Winkel $\beta = 40^\circ$ entsprechende Kurve auf Tafel VI.

Aus derselben kann man die Werthe entnehmen

$$C_m = 3 G \cdot \sin 40^\circ = 128,5 \text{ mm},$$

$$C_o = C_m + 3 G \left(\cos 40^\circ - \frac{1}{3} \right) \operatorname{tg} 20^\circ = 128,5 + 31,0 = 159,5 \text{ mm},$$

$$C_u = C_m - 3 G \left(\cos 40^\circ - \frac{1}{3} \right) \operatorname{tg} 20^\circ = 128,5 - 31,0 = 97,5 \text{ mm}.$$

Soll der Regulator denselben Ungleichförmigkeitsgrad erhalten wie der im Beispiel 9 berechnete, so muss

$$\frac{C_o}{C_o'} = \frac{\omega_o^2}{\omega_u^2} = \frac{208}{164}$$

sein.

Trägt man auf der Vertikalen für $\alpha = +20^\circ$ eine Strecke

$$C_o' = 159,5 \cdot \frac{164}{208} = 125,7 \text{ mm}$$

von der Abscissenachse aus auf und verbindet man den Endpunkt mit dem Endpunkt der Kurve für $\alpha = -20^\circ$, so findet man den Punkt O_1 im Abstand von 392 mm = 1,96 l links vom Koordinatenanfangspunkt.

Das Verhältniss

$$\frac{C_m}{G} \text{ ist wiederum gleich } \frac{128,5}{66,66} = 1,93,$$

also ist

$$\frac{r_m \omega_m^2}{g} = 1,93.$$

Mit $r_m = (1,96 \cdot 300) \text{ l} = 588 \text{ mm}$ ergibt sich hieraus

$$\omega_m^2 = \frac{1,93 \cdot 9,81}{0,588} = 32,22 \quad \text{und} \quad \omega_m = \sqrt{32,22} = 5,68,$$

$$u_m = \frac{60 \cdot \omega_m}{2 \pi} = 54,2.$$

Die Regulatoren nach Fig. 32 und 33 haben die gute Eigenschaft, in der Mittellage, die am meisten benutzt wird, sich am meisten der Astasie zu nähern. Die früher betrachteten Gewichtsregulatoren besitzen die grösste Annäherung an die Astasie in der innersten Lage.

Der Ungleichförmigkeitsgrad der unter 1. und 2. genannten Regulatoren ändert sich nicht, wenn dieselben statt um eine Vertikalachse um eine Horizontalachse rotiren, natürlich bei den Gewichtsregulatoren unter Einschaltung eines Winkelhebels für das Gleitstückgewicht, damit dasselbe auch in der neuen Lage seinen Druck parallel zur Drehachse äussert. Der in Fig. 19 dargestellte Regulator nimmt dadurch die in Fig. 34 dargestellte Form an. Die von den Gewichten der beiden Kugeln verrichteten

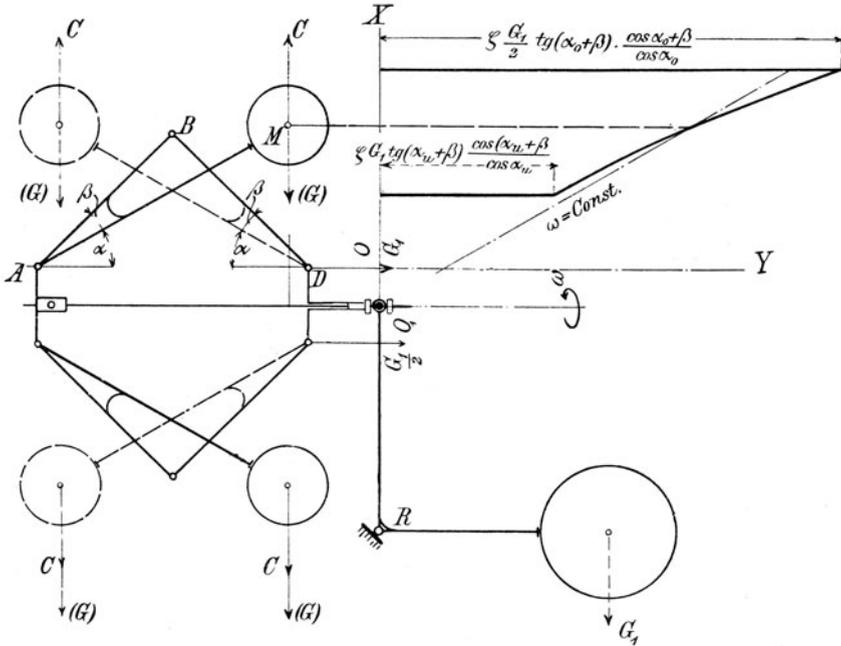


Fig. 35.

Arbeiten heben sich auf; soviel die eine Kugel bei irgend einem Ausschlag des Regulators sich hebt, ebensoviel senkt sich die andere Kugel.

Bei den Regulatoren unter 1. ist der ausgesprochene Satz selbstverständlich; die Regulatoren ändern in der horizontalen Lage weder ihren Ungleichförmigkeitsgrad noch ihre Winkelgeschwindigkeit. Bei den unter 2. genannten Regulatoren fällt der Antheil des Kugelgewichts an der zu leistenden Arbeit fort: während die Centrifugalkraft bei vertikaler Achse bestimmt ist durch die Gleichung:

$$C = (G + m G) \operatorname{tg} \alpha,$$

lautet die Formel für die horizontale Lage der Drehachse:

$$C' = m G \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Die den beiden Anordnungen entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich nach Fig. 2 wie

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{\sqrt{1+m}}{\sqrt{m}}$$

Wenn die Kurve der Centrifugalkräfte sich zusammensetzt aus den Ordinaten von 2 Kurven, denen ein verschiedenes Gesetz zu Grunde liegt, wie bei Fig. 20 und Fig. 31, so ist der Ungleichförmigkeitsgrad ausser von geometrischen Verhältnissen auch von den Kraftverhältnissen abhängig.

Für Fig. 20 ist

$$C = G \cdot \operatorname{tg} \alpha + m G \left(\operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \right);$$

für Fig. 31 ist

$$C = G \cdot \operatorname{tg} \alpha + (\zeta \sin \alpha + \operatorname{Const.}).$$

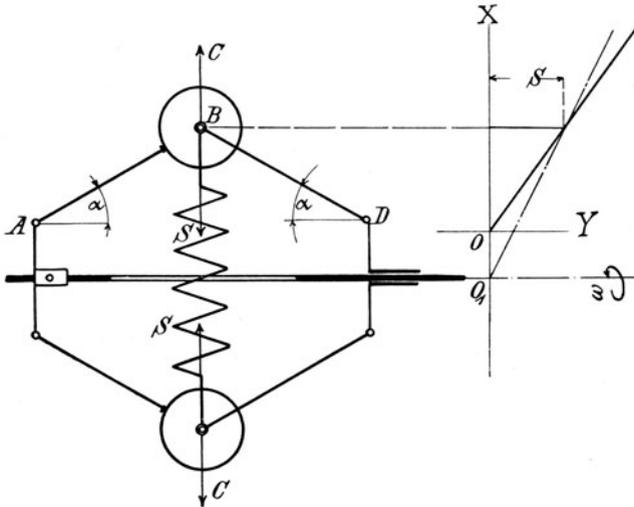


Fig. 36.

Würde man diese Regulatoren um eine Horizontalachse rotiren lassen, entsprechend Fig. 35 und Fig. 36, so würden die Gleichungen für die Centrifugalkraft lauten für Fig. 35:

$$C' = m G \left(\operatorname{tg} (\alpha + \beta) \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \right)$$

und für Fig. 36:

$$C' = \zeta \sin \alpha + \operatorname{Const.}$$

Bei dem in Fig. 35 dargestellten Regulator wird keine Aenderung in den geleisteten Arbeiten, also auch im Gleichgewichtszustand, herbeigeführt, wenn die Kugel statt auf der Stange AB auf der punktirt gezeichneten, mit BD verbundenen Stange befestigt wäre, der Regulator also mit einem Pendel mit beweglichem Aufhängepunkt ausgestattet wäre.

Die Verstellungskraft der Regulatoren.

Die Kurven der Tafeln I bis VI sind bis jetzt dazu benutzt worden:

1. um unter Annahme der Winkel α_u und α_0 (bezw. δ_u und δ_0) — bei den Regulatoren mit nicht proportionalen Wegen von Gleitstück- und Kugelgewicht auch noch unter Annahme von $\frac{G_1}{G}$ — durch Wahl der Lage der Drehachse den Ungleichförmigkeitsgrad oder durch Wahl des Ungleichförmigkeitsgrades die Lage der Drehachse zu bestimmen oder um unter Annahme der Drehachse und des Ungleichförmigkeitsgrades das Ausschlaggebiet — die Winkel α_u und α_0 — zu bestimmen;

2. um mit Hülfe des hierbei sich ergebenden Werthes $n = \frac{C}{G} = \frac{r\omega^2}{g}$ unter Annahme von r — d. i. den Längenabmessungen des Regulators — die Winkelgeschwindigkeit ω und die Umdrehungszahl u zu finden, oder unter Annahme von ω oder u die Grösse von r — d. h. die Abmessungen des Regulators — zu bestimmen, oder unter Annahme von r und ω die Grösse von $n = \frac{C}{G}$ und damit das erforderliche Gewichtsverhältniss $\frac{G_1}{G}$ zu berechnen.

Die Kurven auf den Tafeln I bis VI haben aber ausser dieser Verwendbarkeit noch eine wesentliche Bedeutung: dieselben sind nämlich ein Bild des dem Regulator innewohnenden Arbeitsvermögens zur Verstellung der Steuerung der Maschine. Um dies zu erkennen, muss die Wirkungsweise des Regulators bei Verstellung der Steuerung näher betrachtet werden.

Der Regulator ist durch das sogenannte Stellzeug an die Steuerung der Maschine angeschlossen. Das Gleitstück D in Fig. 37 bewegt den Hebel HJK und durch die Stange KL wird hierbei der Energiezufluss zur Maschine verändert, z. B. der Rider-Schieber einer Dampfmaschine verdreht. Hierbei ist ein gewisser Reibungswiderstand zu überwinden, der — wenn von der Eigenreibung des Regulators abgesehen wird — von der Grösse der Steuerungsorgane und dem auf denselben lastenden Druck abhängig ist und stets der vom Regulator eingeleiteten Bewegung entgegen-

wirkt. Dieser Widerstand sei im Punkt L gleich W . Reducirt man denselben auf das Gleitstück D , so erhält man eine Kraft V , welche die Verstellkraft in dem Gleitstück genannt wird.

Ist die Maschine im Beharrungszustand, d. h. ist die Energiezufuhr gleich der Energieentnahme (bestehend aus Reibungs- und Nutzarbeit der Maschine), so verharrt der Regulator in seiner Stellung und der Füllungsgrad bleibt erhalten. Die Centrifugalkraft der Kugeln hält den Gewichten im Regulator das Gleichgewicht, d. h. so stark wie die Centrifugalkraft das Gleitstück nach oben ziehen will, so stark drücken die Gewichte dasselbe nach unten.

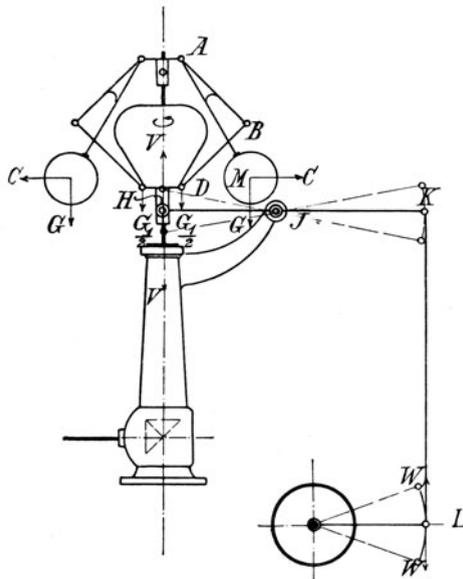


Fig. 37.

Wird nun die Belastung der Maschine vergrößert oder verkleinert, so tritt die Maschine aus dem Beharrungszustand heraus, d. h. sie läuft langsamer oder schneller, da der Regulator nicht augenblicklich die Füllung der Maschine, dem Wechsel der Belastung entsprechend, vergrößern oder verkleinern kann, weil hierzu die Ueberwindung des Stellzugwiderstandes W erforderlich ist. Die Geschwindigkeit des Regulators weicht dadurch immer mehr von der seiner augenblicklichen Lage entsprechenden Geschwindigkeit ab.

Hat die Belastung der Maschine zugenommen und wird die Geschwindigkeit derselben immer kleiner, so kann die Centrifugalkraft nicht mehr den Gewichten das Gleichgewicht halten. Dieselben fangen an, auf

das Stellzeug zu drücken, bis schliesslich die Centrifugalkraft so viel abgenommen hat, dass dieser Druck ausreicht, um den Widerstand W zu überwinden. Dadurch wird die Füllung vergrössert, bis ein neuer Beharrungszustand eingetreten ist. Die Kugeln haben eine tiefere Lage eingenommen, die Geschwindigkeit der Maschine ist entsprechend dieser Lage etwas kleiner geworden.

Hat die Belastung abgenommen, so läuft die Maschine anfänglich immer schneller, die Centrifugalkraft wird immer grösser, bis dieselbe nicht nur die Kugeln, sondern auch das Stellzeug unter Ueberwindung des Widerstandes W in Bewegung setzen kann. Die Füllung wird dadurch verkleinert, bis ein neuer Beharrungszustand eingetreten ist. Der Regulator hat eine höhere Lage, die Geschwindigkeit der Maschine ist entsprechend dieser Lage etwas gestiegen.

Heisst die Geschwindigkeit, bei welcher der Regulator in irgend einer Stellung die Steuerung nach oben zieht: ω'' , die Geschwindigkeit, bei welcher er die Steuerung nach unten drückt: ω' , während die der betrachteten Stellung entsprechende Winkelgeschwindigkeit $= \omega$ ist, so nennt man das Verhältniss

$$\frac{\omega'' - \omega'}{\omega} = \varepsilon$$

den Unempfindlichkeitsgrad des Regulators für diese Stellung.

Nach Fig. 2 ist das Verhältniss der diesen Winkelgeschwindigkeiten entsprechenden Centrifugalkräfte:

$$C'' : C : C' = (\omega'')^2 : (\omega)^2 : (\omega')^2.$$

ε ist ein echter Bruch, der kleiner als der Ungleichförmigkeitsgrad des Regulators, etwa gleich dem Ungleichförmigkeitsgrad des Schwungrades ist. Würde ε kleiner als der Ungleichförmigkeitsgrad des Schwungrades sein, so würde der Regulator bei jeder Umdrehung der Maschine in's Zucken gerathen und den Steuerungsapparat bewegen, auch wenn die Maschine im Beharrungszustand ist und der Füllungsgrad nicht verändert werden soll.

ω'' ist nun ebensoweit von ω entfernt wie ω' . Man kann also setzen

$$(\omega'' - \omega) = \frac{\omega'' - \omega'}{2} = \omega - \omega'.$$

Hieraus ergibt sich

$$(\omega'' - \omega) = \frac{\varepsilon \omega}{2} \quad \text{und} \quad \omega'' = \omega \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right),$$

$$(\omega - \omega') = \frac{\varepsilon \omega}{2} \quad \text{und} \quad \omega' = \omega \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right).$$

Also ist

$$(\omega'')^2 = \omega^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 = \omega^2 \left(1 + 2 \cdot \frac{\varepsilon}{2} + \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2\right)$$

$$(\omega')^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 = \omega^2 \left(1 - 2 \cdot \frac{\varepsilon}{2} + \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2\right).$$

Das Glied $\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2$ in diesen Klammerwerthen ist aber gegenüber den anderen Gliedern vernachlässigbar klein, da ε stets ein kleiner echter Bruch ist (z. B. $\varepsilon \sim \frac{1}{50}$; $\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \sim \frac{1}{10000}$).

Man kann daher schreiben

$$(\omega'')^2 = \omega^2(1 + \varepsilon) \quad \text{und} \quad (\omega')^2 = \omega^2(1 - \varepsilon)$$

und hiermit ergibt sich

$$C'' : C : C' = (1 + \varepsilon) : 1 : (1 - \varepsilon)$$

oder

$$C'' = C(1 + \varepsilon) \quad \text{und} \quad C' = C(1 - \varepsilon).$$

Ist also der Unempfindlichkeitsgrad eines Regulators in irgend einer Lage gleich ε , so weicht die Centrifugalkraft ab bis auf

$$C(1 + \varepsilon) \quad \text{und} \quad C(1 - \varepsilon),$$

wenn \dot{C} die dieser Lage entsprechende normale Centrifugalkraft ist. Wenn man daher die Ordinaten der auf den Tafeln I bis VI dargestellten Kurven, welche Centrifugalkraftkurven sind, um das ε fache vergrößert oder verkleinert, so erhält man C'' - bzw. C' -Kurven, d. i. die Darstellung der im Augenblick der Steuerungsverstellung bei einem Unempfindlichkeitsgrad $= \varepsilon$ wirksamen Centrifugalkräfte.

Da die Lage des Regulators bis zum Eintritt der Verstellung nicht geändert wird, so ist keinerlei Aenderung in den Grössen oder den Hebelarmen der in dem Regulator ausser der Centrifugalkraft wirksamen Kräfte eingetreten (z. B. bei dem Federregulator Fig. 7 ändert sich bis zum Eintritt der Verstellung nur die Centrifugalkraft, nicht die Federspannung). Hieraus erkennt man, dass die durch die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit entstandene Centrifugalkraftdifferenz $\pm \varepsilon C$ diejenige Kraft ist, welche die Verstellung der Steuerung bewirkt. Die von der C'' - und C' -Kurve oder C'' - und C' -Kurve eingeschlossene Fläche ist daher die zur Verstellung der Steuerung beim Unempfindlichkeitsgrad ε verfügbare Arbeit.

Wenn nun die Centrifugalkraftdifferenz $\pm \varepsilon C$ die Verstellung der Steuerung bewirkt, so muss die Summe der in den einzelnen Kugeln wirksamen, in die Richtung von V auf das Gleitstück reducirten Kräfte $\Sigma \varepsilon C$ gleich der Verstellungskraft V sein. Bezeichnet man die Wege, welche die

Angriffspunkte der beiden Kräfte bei einem unendlich kleinen Ausschlag aus irgend einer Lage in der Richtung ihrer Kraft machen, mit δc und δv , so ist der Reduktionsfaktoren für die genannte Versetzung gleich $\frac{\delta c}{\delta v}$.

Es ist also, wenn der Regulator 2 Kugeln besitzt,

$$2 \cdot \varepsilon C \cdot \frac{\delta c}{\delta v} = V.$$

Der Ausdruck

$$2 \cdot \left(\varepsilon C \cdot \frac{\delta c}{\delta v} \right)$$

kann umgeschrieben werden in

$$\varepsilon \left(2 C \cdot \frac{\delta c}{\delta v} \right).$$

Man nennt den Klammerausdruck

$$E = \left(2 C \cdot \frac{\delta c}{\delta v} \right),$$

d. i. die Summe der auf das Gleitstück reducirten Centrifugalkräfte, die Energie des Regulators*). Durch Multiplikation der Energie eines Regulators mit dem Unempfindlichkeitsgrad wird die Verstellungskraft desselben erhalten:

$$\varepsilon \cdot E = V.$$

Nun sind die Wege der Verstellungskraft gleich den Wegen des Gleitstückgewichts, weil beide an dem Gleitstück angreifen:

$$\delta v = \delta g_1.$$

Die Centrifugalkraft ist aber stets gleich den auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung derselben reducirten Gewichten:

$$C = \pm G \cdot \frac{\delta g}{\delta c} + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{\delta g_1}{\delta c},$$

wenn unter δg der zu irgend einem Weg δc der Centrifugalkraft zugehörige Vertikalweg des Kugelgewichtes G verstanden wird.

Hieraus ergibt sich, dass

$$E = 2 \cdot C \cdot \frac{\delta c}{\delta v} = 2 C \cdot \frac{\delta c}{\delta g_1} = 2 \left(\pm G \cdot \frac{\delta g}{\delta c} + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{\delta g_1}{\delta c} \right) \cdot \frac{\delta c}{\delta g_1} = 2 \left(\pm G \cdot \frac{\delta g}{\delta g_1} + \frac{G_1}{2} \right) = \mu g \text{ ist.}$$

Dieser Ausdruck, d. h. die Energie eines Regulators, wird nun konstant:

1. wenn $\delta g = \text{Null}$ wird, d. h. wenn die Kugel sich in einer horizontalen Linie bewegt, wie bei Fig. 19, oder die Arbeiten der einzelnen Kugelgewichten sich gegenseitig aufheben, wie bei Fig. 34—35. Es ist dann

*) Fälschlicherweise gebraucht man also das Wort „Energie“ zur Bezeichnung eines Kraftwerthes.

$$E = 2 \left(\frac{G_1}{2} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial c} \right) \frac{\partial c}{\partial g_1} = G_1;$$

2. wenn $\delta g = \zeta \delta g_1$ ist, d. h. wenn das Gleitstückgewicht und das Kugelgewicht proportionale Wege in der Richtung ihrer Kraft beschreiben, wie bei Fig. 16—18. Es ist dann

$$\begin{aligned} E &= 2 \left(+ G \cdot \zeta \cdot \frac{\partial g_1}{\partial c} + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial c} \right) \cdot \frac{\partial c}{\partial g_1} \\ &= 2 G \cdot \zeta + G_1. \end{aligned}$$

Ist nun $E = \text{Const.}$ und auch die zur Verstellung der Steuerung in allen Lagen derselben erforderliche Kraft

$$V = \text{Const.},$$

so ist auch

$$\varepsilon = \frac{V}{E} = \text{Const.},$$

d. h. der Regulator arbeitet in allen Lagen mit demselben Unempfindlichkeitsgrad.

Bei dem als Beispiel 2 berechneten Porter-Regulator ist der Reduktionskoeffizient $\zeta = \frac{1}{2}$, weil der Punkt D doppelt so grosse Wege beschreibt wie die Vertikalwege des Punktes B. Es ist

$$C = G \cdot \left(\frac{dg}{dc} \right) + \frac{G_1}{2} \cdot \left(\frac{dg_1}{dc} \right) = \left(G \cdot \text{tg } \alpha + \frac{G_1}{2} \cdot 2 \text{tg } \alpha \right),$$

also

$$\left(\frac{dg_1}{dc} \right) = 2 \text{tg } \alpha = 2 \left(\frac{dg}{dc} \right)$$

und

$$\begin{aligned} E &= 2 C \cdot \frac{dc}{dg_1} = 2 C \cdot \frac{1}{2 \text{tg } \alpha} = 2 \frac{\left(G \cdot \text{tg } \alpha + \frac{G_1}{2} \cdot 2 \text{tg } \alpha \right)}{2 \text{tg } \alpha} = \\ &= 2 \left(\frac{G}{2} + \frac{G_1}{2} \right) = G + G_1. \end{aligned}$$

Bei $u = 120$ und den angegebenen Stangenlängen ist $G_1 = 2,27 G$, also

$$E = 3,27 G.$$

Die Energie steigt bei $u = 240$ und dem dazu erforderlichen $G_1 = 8,03 G$ auf

$$E = 9,03 G.$$

Der Kley-Regulator im Rechnungsbeispiel 3 hat bei $u = 180$ und den angegebenen Längen ein Gleitstückgewicht

$$G_1 = 5,27 G,$$

demnach eine Energie

$$E = G_1 + G = 6,27 G.$$

Wenn im Regulator Kräfte wirksam sind, deren Wege nicht proportional sind den Wegen des Gleitstücks, so ist die Energie nicht konstant.

Bei dem Regulator nach Fig. 20 ist

$$C = G \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial c} \right\} + \frac{G_1}{2} \cdot \left\{ \frac{\partial g_1}{\partial c} \right\} = \\ G \cdot \left\{ \operatorname{tg} \alpha \right\} + \frac{G_1}{2} \left\{ \frac{AB}{AB_1} \cdot 2 \cdot \left(\operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha} \right) \right\}.$$

Also ist:

$$E = 2 C \cdot \frac{\partial c}{\partial g_1} = 2 \left[G \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{AB_1}{AB} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cos (\alpha + \beta)} \right] + \frac{G_1}{2} \left[\right].$$

Bei den angegebenen Stangenlängen ist $\frac{AB}{AB_1} = \frac{2}{3}$ und

$$C_u = G \cdot (0,364) + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 (0,61) = G \cdot 0,364 + \frac{G_1}{2} \cdot 0,813,$$

$$C_m = G \cdot (0,577) + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 (0,815) = G \cdot 0,577 + \frac{G_1}{2} \cdot 1,086,$$

$$C_0 = G \cdot (0,839) + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 (1,06) = G \cdot 0,839 + \frac{G_1}{2} \cdot 1,413.$$

Also ist bei $G_1 = 4,5 G$

$$E_u = 2 \cdot \frac{C_u}{0,813} = 0,895 G + G_1 = 5,395 G,$$

$$E_m = 2 \cdot \frac{C_m}{1,086} = 1,062 G + G_1 = 5,562 G,$$

$$E_0 = 2 \cdot \frac{C_0}{1,413} = 1,187 G + G_1 = 5,687 G.$$

Wird der Regulator mit dem im Beispiel 7 angegebenen unnormalen Getriebe ausgerüstet, so ist

$$C_u = G \cdot 0,364 + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,878 = G \cdot 0,364 + \frac{G_1}{2} \cdot 0,585,$$

$$C_m = G \cdot 0,577 + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,169 = G \cdot 0,577 + \frac{G_1}{2} \cdot 0,779,$$

$$C_0 = G \cdot 0,839 + \frac{G_1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,49 = G \cdot 0,839 + \frac{G_1}{2} \cdot 0,993.$$

Also ist bei $G_1 = 4,5 G$

$$E_u = 2 \cdot \frac{C_u}{0,585} = 1,244 G + G_1 = 5,744 G,$$

$$E_m = 2 \cdot \frac{C_m}{0,779} = 1,481 G + G_1 = 5,981 G,$$

$$E_0 = 2 \cdot \frac{C_0}{0,993} = 1,69 G + G_1 = 6,19 G.$$

Der Pröll-Regulator, Beispiel 8, hat die folgenden Centrifugalkräfte

$$C_u = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 0,628 - G \cdot 0,466 = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) 0,837 - G \cdot 0,466,$$

$$C_m = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 0,86 - G \cdot 0,7 = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) 1,146 - G \cdot 0,7,$$

$$C_o = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1,155 - G \cdot 1 = \left(\frac{G_1}{2} + G \right) 1,54 - G \cdot 1.$$

Hieraus ergibt sich für $G_1 = 2,5 G$:

$$E_u = 2 \cdot \frac{C_u}{0,837} = (G_1 + 2 G) - 1,113 G = G_1 + 1,887 G = 4,387 G,$$

$$E_m = 2 \cdot \frac{C_m}{1,146} = (G_1 + 2 G) - 1,221 G = G_1 + 1,779 G = 4,279 G,$$

$$E_o = 2 \cdot \frac{C_o}{1,54} = (G_1 + 2 G) - 1,3 G = G_1 + 1,7 G = 4,20 G.$$

Die Bestimmung der Energie dient nun dazu, den Regulator vollends zu berechnen, nämlich zu den bereits gefundenen Werthen der Winkelgeschwindigkeit ω und des Ungleichförmigkeitsgrades δ desselben noch die Grösse des Kugelgewichts zu bestimmen; denn zur Bestimmung von ω und δ gehört nur das Verhältniss der Kräfte $\frac{C}{G}$, unter den oben angegebenen Umständen auch noch das Verhältniss $\frac{G_1}{G}$.

Der Widerstand des Stellzeugs W und die daraus abzuleitende Verstellungskraft V ist je nach der Art der Steuerung abzuschätzen oder soweit als möglich rechnerisch zu bestimmen. Bei den Corliss- und Ventilsteuerungen ist V sehr klein, es ist nur eine unbelastete Knagge oder ein Hebel zu bewegen. Bei der Meyer- und Rider-Steuerung ist der Widerstand bedeutend grösser: der Expansionsschieber ist unter Dampfdruck und Reibung in der Stopfbüchse zu verstellen. Derselbe kann je nach der Grösse der Maschine zu 2—10 kg angenommen werden.

Der Unempfindlichkeitsgrad ist möglichst klein zu wählen, mindestens gleich dem Ungleichförmigkeitsgrad des Schwungrades. Aus der Gleichung $\frac{V}{\varepsilon} = E$ wird dann die erforderliche Energie für einen bestimmten Fall berechnet und mit Hülfe der oben berechneten Werthe $E = \mu G$ die Grösse des Kugelgewichts bestimmt.

Soll der Porter-Regulator im Rechnungsbeispiel 2 eine Verstellungskraft $V = 3 \text{ kg}$ bei einem Unempfindlichkeitsgrad $\varepsilon = \frac{1}{30}$ ausüben, so ist $E = \frac{3}{\frac{1}{30}} = 90 \text{ kg} = 3,27 G$ und das Kugelgewicht muss $G = 27,5 \text{ kg}$ betragen. Das Gleitstück wiegt dann $2,27 \cdot 27,5 = 62,5 \text{ kg}$.

Der berechnete Kley-Regulator mit $G = 14,2$ kg sei an einer Ventilmaschine angebracht, bei welcher $V = 1$ kg betrage. Die Energie desselben ist $E = 6,27 G = 89$ kg und hieraus berechnet sich der Unempfindlichkeitsgrad $\varepsilon = \frac{V}{E} = \frac{1}{89}$.

Soll der Pröll-Regulator im Beispiel 8 eine Verstellungskraft von 2 kg bei einem Unempfindlichkeitsgrad gleich $\frac{1}{50}$ erhalten, so muss

$$E_{\min} = 4,2 G = \frac{2}{\frac{1}{50}} = 100 \text{ kg}$$

sein, also die Kugel $\frac{100}{4,2} \sim 25$ kg schwer ausgeführt werden. Das Gleitstück wiegt $2,5 G = 62,5$ kg.

Es ist nun zu beachten, dass die Arbeit der Centrifugalkraft den eigentlichen Werth eines Regulators ausmacht, denn das ε -fache dieser Arbeit ist die Arbeit, welche bei dem Unempfindlichkeitsgrad ε von dem Regulator geleistet werden kann zur Verstellung der Steuerung. Arbeitswerthe gestatten einen unmittelbaren Vergleich mit einander, während Kraftwerthe, wie die sog. „Energie“ eines Regulators, nur einen mittelbaren Vergleich — unter Berücksichtigung der zugehörigen Wege — erlauben. Es kommt auf das Produkt Kraft \times Weg, nicht auf die Grösse eines der beiden Faktoren an. Die Centrifugalkraftarbeiten sind aber die von den Kurven auf Tafel I bis VI begrenzten Flächen. Diese Flächen drücken daher unmittelbar den Werth eines Regulators aus. Wenn bei dem Porter-Regulator die im Kugelmittelpunkt angreifende Kraft $G_1 + G = 200$ mm ist, so beträgt die Arbeitsfläche der Centrifugalkraft bei einem Ausschlag zwischen $\alpha_u = 10^\circ$ und $\alpha_o = 30^\circ$ nach Tafel I 4670 qmm, dagegen bei einem Ausschlag zwischen $\alpha_u = 30^\circ$ und $\alpha_o = 50^\circ$ 9020 qmm. Das Arbeitsvermögen des Regulators ist im zweiten Fall $\frac{9020}{4670} = 1,94$ Mal so gross als im ersten Fall. Die auf das Gleitstück reducirte Centrifugalkraft der Kugeln, d. h. die Energie, ist aber in beiden Fällen gleich $(G_1 + 2 G)$. Für das Ausschlaggebiet $30^\circ - 50^\circ$ ist allerdings der Ungleichförmigkeitsgrad $= \frac{1}{6,7}$, während derselbe für das Ausschlaggebiet $10^\circ - 30^\circ$ nur $= \frac{1}{15}$ ist.

Derjenige Gewichtsregulator ist als der beste anzustreben, der die grösste Arbeitsfläche mit dem kleinsten Ungleichförmigkeitsgrad, dem geringsten Aufwand an Gewichten und der kleinsten Umdrehungszahl erzielt.

Dies wird erreicht, wenn die folgenden Bedingungen möglichst erfüllt werden:

1. die Kurve der auf den Kugelmittelpunkt in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichte muss sich auf eine grosse Strecke einer geraden Linie nähern, damit trotz grosser Arbeitsfläche ein kleiner Ungleichförmigkeitsgrad vorhanden ist.

2. das zu hebende Gewicht muss möglichst in die Kugeln gelegt werden, damit die aufgewendeten Massen möglichst zur Erzeugung von Centrifugalkraft benutzt werden.

3. der Abstand der Drehachse von den Kugeln muss möglichst gross sein, damit die zur Hervorbringung einer gewissen Centrifugalkraft erforderlichen Winkelgeschwindigkeit möglichst klein ist.

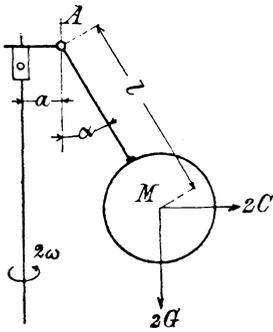


Fig. 38.

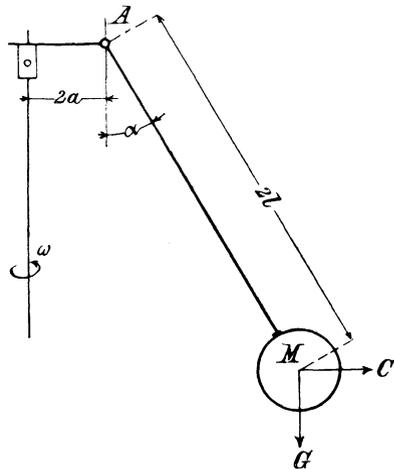


Fig. 39.

Legt man alles Gewicht in die Kugeln, wie beim Watt'schen Regulator, so erhält man wohl die kleinste Umdrehungszahl für ein gewisses Arbeitsvermögen des Regulators, aber die Gleichförmigkeit ist keine grosse, wenn nicht gekreuzte Stangen verwandt werden. Für alle Fälle, bei denen es auf keine grosse Gleichförmigkeit ankommt, wie bei Pumpen, ist diese Regulatorform die beste.

Um die verschiedenen Regulatorsysteme bezüglich ihres Werthes mit einander vergleichen zu können, sind in der nachstehenden Tabelle die wichtigsten Daten der berechneten Gewichtsregulatoren zusammengestellt: Arbeit der Centrifugalkraft, Ungleichförmigkeitsgrad, Winkelgeschwindigkeit bzw. Umdrehungszahl.

Beim Vergleich von Regulatoren mit einander ist das Folgende zu beachten: Verhalten sich in den beiden Centrifugalpendeln Fig. 38 und 39 die linearen Abmessungen wie 1 : 2, so wird die gleiche Arbeit der Centri-

fugalkraft erzielt, wenn die Kräfte und die Winkelgeschwindigkeiten sich wie 2 : 1 verhalten.

Denn für Fig. 38 ist

$$r \omega^2 = 2 C$$

und für Fig. 39

$$2 r \cdot (\omega_1)^2 = C;$$

also ist

$$r \omega^2 = 4 r \cdot \omega_1^2 \quad \text{oder} \quad \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{2}{1}$$

In der Tabelle sind daher neben den wirklichen Gewichten und Winkelgeschwindigkeiten in den Vertikalreihen 10 und 18, diejenigen Gewichte und Winkelgeschwindigkeiten in den Vertikalreihen 11 und 19

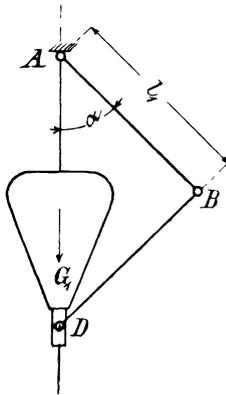


Fig. 40.

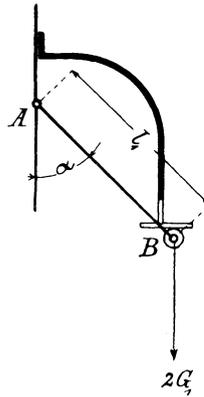


Fig. 41.

angegeben, durch welche die gleiche Arbeit bei einer Pendellänge von 200 mm geleistet wird wie bei dem ursprünglichen Regulator. Weiter müssen die in Fig. 40 und 41 dargestellten Anordnungen zur Hebung des Gleitstückgewichtes als gleichwerthig angesehen werden, trotzdem in Fig. 41 das doppelte Gewicht aufgewendet worden ist. Die Richtigkeit dieses Standpunkts geht daraus hervor, dass die Konstruktion Fig. 41 nur die halbe Länge erfordert wie Fig. 40. Würde man in Fig. 41 dem Hebel die doppelte Länge geben, so würde auch nur ein Gewicht G_1 erforderlich sein, damit durch die gleiche Veränderung des Winkels α die gleiche Arbeit geleistet wird wie bei Fig. 40. Es sind daher in der Tabelle neben den wirklichen Gleitstückgewichten die auf eine Stangenlänge $AB = 200$ mm reducirten Gleitstückgewichte angegeben. In der Vertikalreihe 16 ist die Hubhöhe h' berechnet, auf welcher das reducirte Gesamtgewicht gehoben wird, bis eine Arbeit gleich der Arbeit der Centrifugalkraft geleistet ist.

Die in der letzten Vertikalreihe stehenden Zahlen können als Werthigkeitsziffern der einzelnen berechneten Regulatoren angesehen werden. (Die Zahlen der Weiss'schen Regulatoren dürfen nicht berücksichtigt werden, weil der Ungleichförmigkeitsgrad derselben ein abnormer ist.)

Die Ziffern fallen höher aus:

1. wenn das Gewicht des Regulators mehr in die Kugeln verlegt wird (vergl. Horizontalreihe 2 und 3 mit 1; 5 und 6 mit 7);

2. wenn ein normales Getriebe statt des gewählten unnormalen angewandt wird (vergl. Horizontalreihe 12 mit 10 und 14 mit 13); dies kommt daher, dass bei dem gewählten unnormalen Getriebe das Gleitstückgewicht nicht so hoch gehoben wird bei einem gewissen Ausschlaggebiet ($\alpha_0 - \alpha_u$) als bei dem normalen Getriebe.

3. wenn das Pendel einen beweglichen Aufhängepunkt statt eines festen erhält (vergl. Horizontalreihe 13 mit 10). Die Kurve der Centrifugalkraft hat bei dieser Regulatorform einen flacheren Verlauf als bei den anderen Konstruktionen. Dadurch erhalten diese Regulatoren eine kleinere Winkelgeschwindigkeit. Die Tabelle zeigt, dass die Bevorzugung der Regulatoren mit beweglich aufgehängtem Pendel (System Pröll und Hartung) in der Praxis eine begründete ist.

Laufende Nummer	Bezeichnung des Regulators	Darstellung in Fig.	Wirkliche Pendellänge	Reducirte Pendellänge	Linearer Reduktionskoeffizient	Wirkliches Kugelgewicht: G	Wirkliches halbes Gleitstückgewicht: $\frac{G_1}{2}$	Reducirtes Kugelgewicht	Reducirtes halbes Gleitstückgewicht	Wirkliches Gesamtgewicht $G_s = G + \frac{G_1}{2}$
1	Porter	Fig. 16	250	200	$\frac{200}{250}$	G	1,135 G	1,25 G	$2 \cdot 1,25 \cdot 1,135 G = 2,84 G$	2,135 G
2	Porter	Fig. 16	250	200	$\frac{200}{250}$	G	6,45 G	1,25 G	$2 \cdot 1,25 \cdot 6,45 G = 16,1 G$	7,45 G
3	Porter	Fig. 16	500	200	$\frac{200}{500}$	G	2,95 G	2,5 G	$2 \cdot 2,5 \cdot 2,95 = 14,75 G$	3,95 G
4	Kley	Fig. 17	300	200	$\frac{200}{300}$	G	2,705 G	1,5 G	$2 \cdot 1,5 \cdot 2,7 G = 8,1 G$	3,705 G
5	Weiss	Fig. 18	40	200	$\frac{200}{40}$	G	2,25 G	0,2 G	$0,2 \cdot 2,25 G = 0,45 G$	3,25 G
6	Weiss	Fig. 18	40	200	$\frac{200}{40}$	G	4,5 G	0,2 G	$0,2 \cdot 4,5 G = 0,9 G$	5,5 G
7	Weiss	Fig. 18	40	200	$\frac{200}{40}$	G	1,125 G	0,2 G	$0,2 \cdot 1,125 G = 0,225 G$	2,125 G
8	Gleitstückgewicht	Fig. 19 $\beta = 0^\circ$	200	200	$\frac{200}{200}$	G	$\frac{G_1}{2} = 6 G$	G	$\frac{1}{2} \cdot \frac{G_1}{2} = \frac{G_1}{4} = 3 G$	7 G
9	eliminirt	Fig. 19 $\beta = 10^\circ$	200	200	$\frac{200}{200}$	G	$\frac{G_1}{2} = 6 G$	G	$\frac{1}{2} \cdot \frac{G_1}{2} = \frac{G_1}{4} = 3 G$	7 G
10	Normales	Fig. 20	300	200	$\frac{200}{300}$	G	2,25 G	1,5 G	$2 \cdot 2,5 G = 4,5 G$	3,25 G
11	Getriebe	Fig. 20	450	200	$\frac{200}{450}$	G	2,25 G	2,25 G	$2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 2,25 G = 6,75 G$	3,25 G
12	Unnormales Getriebe	Fig. 24	300	200	$\frac{200}{300}$	G	2,25 G	1,5 G	$2 \cdot 2,5 G = 4,5 G$	3,25 G
13	Pröll	Fig. 25	300	200	$\frac{200}{300}$	G	1,25 G	1,5 G	$2 \cdot 1,25 G = 2,5 G$	2,25 G
14	$\beta = 40^\circ$	Fig. 32	300	200	$\frac{200}{300}$	G	3 G	1,5 G	$1,5 \cdot 3 G = 4,5 G$	4 G
15	$\beta = 40^\circ$	Fig. 33	300	200	$\frac{200}{300}$	G	3 G	1,5 G	$1,5 \cdot 3 G = 4,5 G$	4 G
16	Cosinus	Fig. 65	200	200	$\frac{200}{200}$	G	3 G	G	$2 \cdot 3 \cdot 0,905 G = 5,43 G$	4 G
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Reducirtes Gesamtwicht G_s	Die Kurve der Cen- trifugalkräfte ist verzeichnet auf	Maassstab der Kräfte	Ausschlaggebiet des Pendels	Arbeitsfläche in qmm nach der beur- Tafel	Arbeit ausgedrückt in $G_s \cdot h'$	Ungleichförmig- keitsgrad	Wirkliche Um- drehungszahlen n_w	Reducirte Um- drehungszahlen n_r	$\frac{100}{h' \cdot n_{wm}}$
4,09 G	Tafel I	4,09 G = 200 mm	20° 30° 40°	6980	200 · 34,9	$\frac{1}{10}$	115,1 120 127,2	143,8 150 159	23,2
17,35 G	desgl.	17,35 G = 200 mm	20° 30° 40°	6980	200 · 34,9	$\frac{1}{10}$	230,2 240 254,4	287,6 300 318	11,6
17,25 G	desgl.	17,25 G = 200 mm	20° 30° 40°	6980	200 · 34,9	$\frac{1}{10}$	119,1 120 127,2	287,6 300 318	11,6
9,6 G	desgl.	9,6 G = 200 mm	32° 39° 30' 47°	6640	200 · 33,2	$\frac{1}{17}$	177 180 187,6	265,5 270 281,4	12,3
0,65 G	desgl.	0,65 G = 200 mm	10° 80°	31540	200 · 157,2	$\frac{4,6}{1}$	90 168 414	18 33,6 82,8	468
1,1 G	desgl.	1,1 G = 200 mm	10° 80°	31540	200 · 157,2	$\frac{4,6}{1}$	117 219 538,2	23,4 43,8 107,64	359
0,425 G	desgl.	0,25 G = 200 mm	10° 80°	31540	200 · 157,2	$\frac{4,6}{1}$	72,9 136,1 335,3	14,58 27,2 67,06	578
4 G	Tafel II	4 G = 266,66 mm	20° 40°	6980	266,66 · 26,5	$\frac{1}{6,75}$	108 115,8 125	108 115,8 125	22,9
4 G	Tafel II	4 G = 266,66 mm	20° 40°	9850	266,66 · 36,8	$\frac{1}{22,7}$	131 133 137	131 133 137	27,6
6 G	Tafel III	1,5 G = 66,66 mm 6 G = 266,66 mm	20° 30° 40°	12350	266,66 · 46,3	$\frac{1}{16,1}$	117,4 119,4 124,9	176 179 187	25,8
9 G	Tafel III	2,25 G = 66,66 mm 9 G = 266,66 mm	20° 30° 40°	12350	266,66 · 46,3	$\frac{1}{16,1}$	96,2 97,8 102,3	216 220 230	21
6 G	Tafel V	1,5 G = 66,66 mm 6 G = 266,66 mm	20° 30° 40°	9418	266,66 · 35,3	$\frac{1}{17,7}$	102,96 104,9 108,9	154,5 157,1 163,1	22,5
4 G	Tafel VI	1,5 G = 66,66 mm 4 G = 175 mm	25° 35° 45°	7220	175 · 41,2	$\frac{1}{15}$	87,4 89 93,4	131 133,5 140	30,8
6 G	Tafel III	6 G = 266,66 mm	- 20° 0° + 20°	17460	266,66 · 66,5	$\frac{1}{8,5}$	87 95,6 107,1	130 144 147	46
6 G	Tafel VI	6 G = 266,66 mm	- 20° 0° + 20°	17460	266,66 · 66,5	$\frac{1}{8,5}$	54,2	81,3	81,8
6,43 G			- 20° ± 0° + 20°		6,43 G · 153,6	$\frac{1}{20}$	161	161	95,5
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Einfluss der Reibung in den Gelenken eines Regulators.

Die Gleichgewichtsverhältnisse bei den Regulatoren werden etwas verschoben durch den Einfluss der Reibung in den Gelenken derselben. Um diesen Einfluss zu erkennen, werde zuerst das in Fig. 42 dargestellte Pendel betrachtet, bei welchem der Deutlichkeit halber der Zapfen sehr dick und der Spielraum zwischen Zapfen und Auge sehr gross gezeichnet sind.

Ausser den in M angreifenden Kräften G und C wirkt noch der in E in der Richtung AM angreifende Reaktionsdruck R auf die Stange AM ein. Bei den bisher zur Bestimmung des Gleichgewichtszustandes untersuchten, von den einzelnen Kräften beim Ausschlag des Pendels geleisteten Arbeiten konnte dieser Reaktionsdruck R unberücksichtigt bleiben, weil derselbe in jedem Augenblick senkrecht zur Bahn seines Angriffspunktes gerichtet ist, also die Arbeit Null leistet. Die Vertikal- und Horizontal-komponenten dieses Reaktionsdruckes sind gleich G und C, weil ja für den Fall des Gleichgewichts die Summe aller auf die Stange AM wirkenden Vertikal- und Horizontalkräfte gleich Null sein muss.

Durch die Reibung zwischen Auge und Zapfen kommt aber zu diesen in Fig. 42 eingezeichneten Kräften eine der beabsichtigten Bewegung entgegenwirkende Kraft fR hinzu, die senkrecht zu R in E angreift und wodurch beim Ausschlag der Stange um den Winkel $d\alpha$ die Arbeit

$$fR \cdot r d\alpha$$

verzehrt wird, wenn r der Radius des Zapfens bei A ist.

Eine in M angreifende, den Gleichgewichtszustand herbeiführende Horizontalkraft C' muss daher verschieden von C in Fig. 42 sein, damit wiederum die Summe aller beim Ausschlag $d\alpha$ geleisteten Arbeiten gleich Null wird. Die Kraft C' in M veranlasst in E einen neuen Reaktionsdruck R' , dessen Horizontalkomponente gleich C' ist. Die Vertikalkomponente von R' bleibt gleich G, da ja wiederum die Summe aller Vertikal- und Horizontalkräfte an der Stange AM gleich Null sein muss. Die Reibungskraft ist fR' und ihre Vertikal- und Horizontalkomponenten sind, da fR' senkrecht zu R' gerichtet ist, gleich fC' und fG .

Diese Kräfte sind in Fig. 43 eingezeichnet für den Fall, dass die Stange AM links herum um A gedreht wird, da also positiv ist. An der um A drehbaren Stange AM wirken also 4 Kräfte, welche bei der Drehung der Stange AM um A Arbeit leisten:

fC' und fG am Hebel r in E,
 C' und G am Hebel l in M.

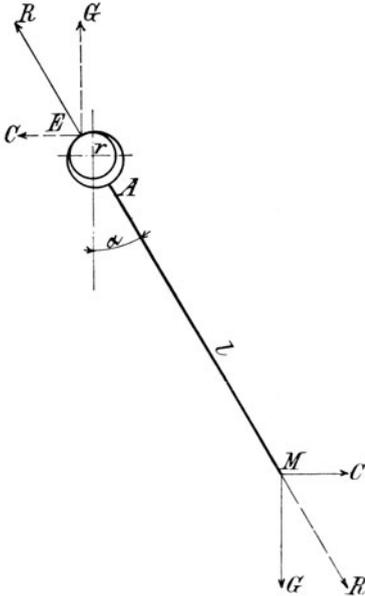


Fig. 42.

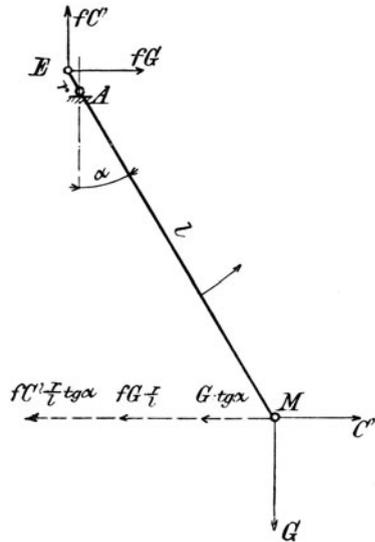


Fig. 43.

Reducirt man alle Kräfte nach M in die Richtung der Centrifugalkraft, so erhält man die in Fig. 43 punktiert eingezeichneten Kräfte und es ergibt sich analog Fig. 13 für die den Gleichgewichtszustand herbeiführende Kraft C' der Werth

$$C' = fC' \cdot \frac{r}{l} \cdot \operatorname{tg} \alpha + fG \cdot \frac{r}{l} + G \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Setzt man $f \frac{r}{l} = \operatorname{tg} \varrho$, so ist

$$C' (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varrho) = G \cdot \operatorname{tg} \alpha + G \cdot \operatorname{tg} \varrho$$

oder

$$C' = G \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \varrho).$$

Würde die Stange AM rechts herum um A gedreht werden, da also negativ sein, so würden bezüglich der zu leistenden Arbeiten die in

Fig. 44 gezeichneten Kräfte in Betracht kommen. Für diesen Fall ergibt sich für die den Gleichgewichtszustand herbeiführende Kraft C'' der Werth

$$C'' = -fC'' \frac{r}{l} \cdot \operatorname{tg} \alpha - fG \cdot \frac{r}{l} + G \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

oder

$$C'' (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varrho) = G \cdot \operatorname{tg} \alpha - G \cdot \operatorname{tg} \varrho,$$

also

$$C'' = G \cdot \operatorname{tg} (\alpha - \varrho).$$

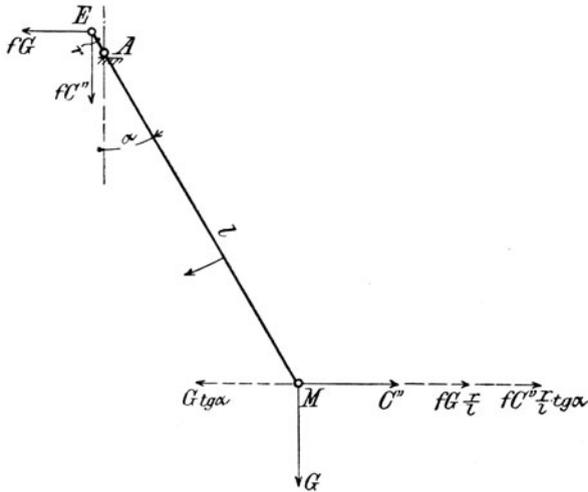


Fig. 44.

Die Kurven der Centrifugalkräfte unter Berücksichtigung der Reibung in dem Gelenk A sind also für das dargestellte Pendel gegeben durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= l \sin \alpha, \\ y &= \operatorname{tg} (\alpha + \varrho) \end{aligned}$$

für den Aufwärtsgang und

$$\begin{aligned} x &= l \sin \alpha, \\ y &= \operatorname{tg} (\alpha - \varrho) \end{aligned}$$

für den Abwärtsgang des Pendels.

Man erhält dieselben aus der Kurve auf Tafel I, welche durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= l \sin \alpha, \\ y &= \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$

gegeben ist, wenn zu jeder Abscisse $l \sin \alpha$ dieser Tafel als Ordinate die dem Winkel $(\alpha \pm \varrho)$ entsprechende Ordinate aufgetragen wird.

In Fig. 45 sind die 3 Kurven verzeichnet für

$$\varrho = 0 \quad \text{und} \quad \varrho = \pm 2^{1/2} \varrho.$$

2. die Tangente vom Schnittpunkt der Abscissenachse mit der Drehachse an die Kurve $y = \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)$ hat ihren Berührungspunkt auf einer einem grösseren Winkel α entsprechenden Vertikalen als die Tangente von diesem Punkt an die Kurve $y = \operatorname{tg} \alpha$, d. h. das Pendel wird erst bei einer höheren Lage stabil werden als ohne Reibung im Gelenk A.

Daraus ist für die Konstruktion eines Regulators die Regel abzuleiten, dass als unterste Stellung des Pendels niemals die dem Berührungspunkt der letztgenannten Tangente entsprechende Stellung gewählt werden darf.

Der Winkel ϱ ist direkt proportional dem Reibungskoeffizienten f und dem Radius des Zapfens r , aber umgekehrt proportional der Stangenlänge l . Der Einfluss der Reibung ist also um so kleiner, je glatter die Zapfen, je kleiner ihre Dicke und je grösser die Pendellänge ist.

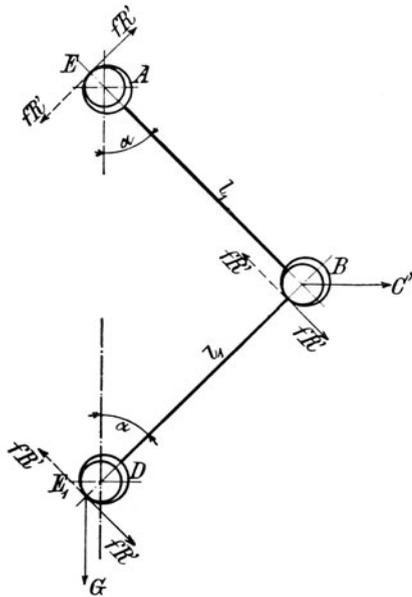


Fig. 46.

Bei dem in Fig. 46 dargestellten normalen Getriebe ist in den Gelenken A und D der gleiche Reaktionsdruck R' wirksam, da die Stangen AB und BD unter demselben Winkel α gegen die Vertikale geneigt sind, und es wird in jedem der beiden Gelenke eine Reibungsarbeit $f R' r d\alpha$ geleistet, wenn das Getriebe einen Ausschlag gleich $d\alpha$ macht. Die Stange DB dreht sich bei diesem Ausschlag um den Winkel $2 d\alpha$ gegen die Stange AB. Die Winkel des Dreiecks ABD sind stets zusammen gleich 180° ; wenn

sich also die Winkel bei A und D um $d\alpha$ vergrössern, so muss sich der Winkel bei B um $2 d\alpha$ verkleinern. Die Reibungsarbeit am Zapfen B ist also gleich $2 f R' \cdot r d\alpha$. Die gesammte zu leistende Reibungsarbeit in den 3 Gelenken ist also gleich

$$4 f R' \cdot r d\alpha.$$

Die Vertikal- und Horizontalkomponenten von R' sind gleich G und $\frac{C'}{2}$. Die Vertikalkomponente von R' in A muss gleich der in D wirkenden Vertikalkraft G sein, damit die Summe aller Vertikalkräfte des Systems gleich Null ist. Die Horizontalkomponenten der Reaktionsdrücke in A

und D müssen zusammen gleich C' sein, damit die Summe aller Horizontalkräfte des Systems gleich Null ist. Dieselben sind aber einander gleich, weil die beiden Stangen unter dem Winkel α gegen die Vertikale geneigt sind. Jede ist also gleich $\frac{C'}{2}$. Die punktiert gezeichneten Kräfte fR' der Fig. 46 gelten für den Abwärtsgang der Kurbel AB.

Da fR' senkrecht zu R' steht, so müssen die Vertikal- und Horizontalkomponenten von fR' gleich $f\frac{C'}{2}$ und fG sein.

Da es zur Bestimmung des Gleichgewichtszustandes des Getriebes nur darauf ankommt, die Summe aller bei einem Ausschlag $d\alpha$ geleisteten Arbeiten zu bilden und dieselbe gleich Null zu setzen, so kann man die Bedingungen desselben für Fig. 46 auch aus Fig. 47 entnehmen, in welcher

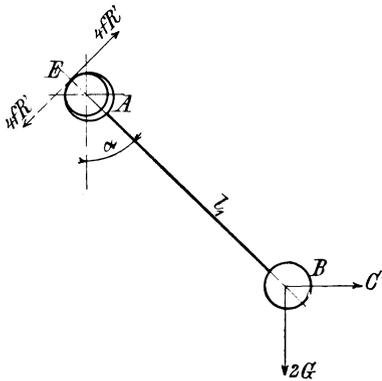


Fig. 47.

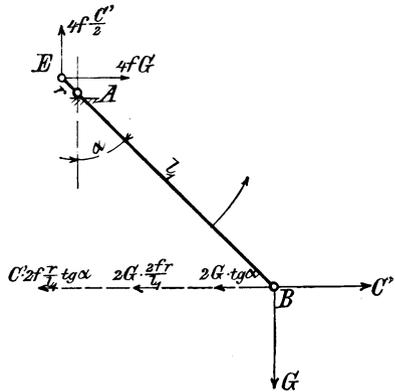


Fig. 48.

in E eine Reibungskraft $4fR'$ angreift und das Gewicht G nach B reducirt ist, also in B eine Kraft $2G$ wirkt. Die Arbeiten, welche von den 3 in Fig. 47 eingezeichneten Kräften C' , $2G$ und $4fR'$ verrichtet werden, sind gleich den von allen 5 in Fig. 46 eingezeichneten Kräften, G und fR' in E , C' und fR' in B und fR' in E verrichteten Arbeiten. In Fig. 48 sind für die Aufwärtsbewegung der Kurbel AB statt der Kraft $4fR'$ die Komponenten

$$4f \frac{C'}{2} \quad \text{und} \quad 4fG$$

eingezeichnet. Werden alle in Fig. 48 eingezeichneten Kräfte nach B in die Richtung der Centrifugalkraft versetzt, so erhält man die punktiert gezeichneten Kräfte. Hieraus ergibt sich für C' der Werth:

$$C' = C' \cdot \frac{2fr}{1} \cdot \text{tg } \alpha + 2G \cdot \text{tg } \alpha + 2G \cdot \frac{2fr}{1}.$$

Setzt man wieder $\frac{fr}{1} = \operatorname{tg} \varrho$, so ist wegen der Kleinheit von ϱ

$$\frac{2fr}{1} = \operatorname{tg} 2\varrho.$$

Also ist

$$C'(1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\varrho) = 2G \operatorname{tg} \alpha + 2G \cdot \operatorname{tg} 2\varrho$$

oder

$$C' = 2G \cdot \operatorname{tg} (\alpha + 2\varrho).$$

Für den Abwärtsgang des Getriebes würde man erhalten:

$$C'' = 2G \cdot \operatorname{tg} (\alpha - 2\varrho).$$

Wählt man den Kräftemaassstab so, dass $G = 1$ ist, so ist die Kurve der Centrifugalkraft gegeben durch

$$\begin{aligned} x &= 1 \sin \alpha, \\ y &= \operatorname{tg} (\alpha \pm 2\varrho). \end{aligned}$$

Dieselbe kann leicht mit Hülfe der Kurve auf Tafel I konstruirt werden, indem zu den Abscissen $1 \sin \alpha$ dieser Kurve als Ordinaten die dem Winkel $(\alpha \pm 2\varrho)$ entsprechenden Ordinaten dieser Kurve aufgetragen werden.

Bei dem in Fig. 49 dargestellten unnormalen Getriebe dreht sich die Stange DB um $d\delta$, wenn sich AB um $d\alpha$ dreht. Die Reibungsarbeit am Zapfen A ist daher $fr' \cdot r d\alpha$, am Zapfen D gleich $fr'' \cdot r d\delta$, wenn beide Zapfen den Radius r haben. Die Stange BD dreht sich gegen die Stange AB um den Winkel $(d\alpha + d\delta)$. Die Reibungsarbeit am Zapfen B ist demnach $fr'' \cdot r (d\alpha + d\delta)$, wenn der Zapfenradius wieder gleich r ist; näherungsweise kann diese Arbeit gesetzt werden gleich

$$fr' \cdot r d\alpha + fr'' \cdot r d\delta,$$

wodurch die gesammte zu leistende Reibungsarbeit sich ergibt zu

$$2fr' \cdot r d\alpha + 2fr'' \cdot r d\delta.$$

Da es zur Bestimmung des Gleichgewichtszustandes des Getriebes nur darauf ankommt, die Summe aller geleisteten Arbeiten zu bilden und dieselbe gleich Null zu setzen, so können die Bedingungen desselben auch aus der Fig. 50 abgeleitet werden, in welcher die beiden Stangen AB und BD getrennt dargestellt sind und in welcher die Kräfte nach Fig. 22 so eingezeichnet sind, dass die Summe der Arbeiten, welche bei einer solchen Bewegung der beiden Stangen geleistet werden, dass die Endpunkte B senkrecht übereinander bleiben, gleich ist der Arbeit, welche von allen in Fig. 49 eingezeichneten Kräften bei dem entsprechenden Ausschlag des Getriebes geleistet werden.

Reducirt man die an jeder Stange wirkenden Kräfte nach dem zugehörigen Punkte B, in die Richtung der Centrifugalkraft, so erhält man:

$$C_1' = G \operatorname{tg} \alpha + 2f \frac{r}{l_1} C_1' \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2f \frac{r}{l_1} G,$$

$$C_2' = G \operatorname{tg} \delta + 2f \frac{r}{l_2} C_2' \cdot \operatorname{tg} \delta + 2f \frac{r}{l_2} G,$$

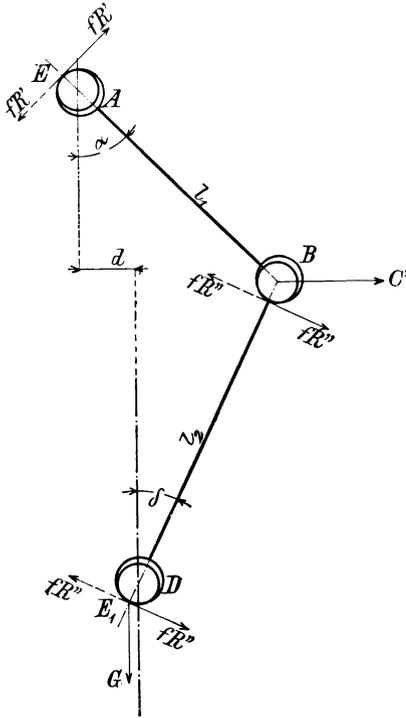


Fig. 49.

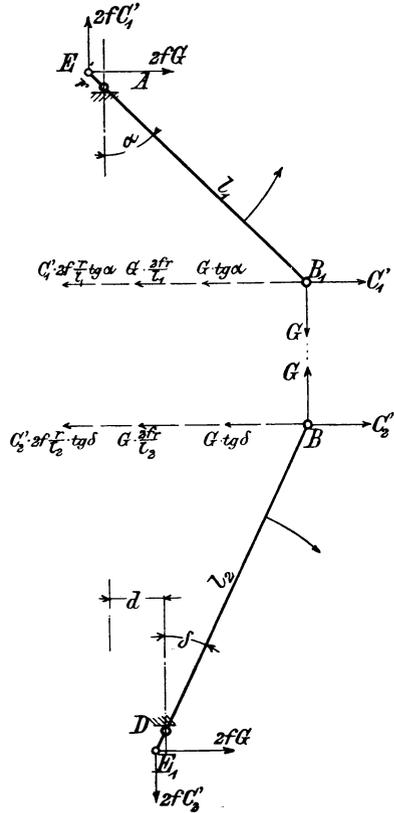


Fig. 50.

oder, wenn

$$2f \frac{r}{l_1} = \operatorname{tg} 2\varrho_1 \quad \text{und}$$

$$2f \frac{r}{l_2} = \operatorname{tg} 2\varrho_2 \quad \text{ist:}$$

$$C_1' (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\varrho_1) = G (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varrho_1),$$

$$C_2' (1 - \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} 2\varrho_2) = G (\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \varrho_2)$$

und hieraus

$$C_1' = G \cdot \operatorname{tg} (\alpha + 2\varrho_1),$$

$$C_2' = G \cdot \operatorname{tg} (\delta + 2\varrho_2)$$

und nach dem bei Fig. 22 Gesagten:

$$C' = (C_1' + C_2') = G [\operatorname{tg}(\alpha + 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta + 2\varrho_2)].$$

Für den Abwärtsgang des Getriebes würde man erhalten

$$C'' = G [\operatorname{tg}(\alpha - 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta - 2\varrho_2)].$$

Mit Hilfe dieser Vorbetrachtungen lässt sich nun die Centrifugalkraft des in Fig. 1 dargestellten Regulators, der den allgemeinsten Fall eines Gewichtsregulators darstellt, mit Berücksichtigung der Reibung in den Gelenken leicht berechnen.

Dem Kugelgewicht G wird nach Fig. 44 das Gleichgewicht gehalten durch eine in M angreifende Horizontalkraft $G \cdot \operatorname{tg}(\alpha \pm \varrho)$, worin

$$\operatorname{tg} \varrho = f \cdot \frac{r}{l}$$

ist, wenn die Länge AM mit l bezeichnet wird.

Dem halben Gleitstückgewicht wird nach Fig. 50 das Gleichgewicht gehalten durch eine in B angreifende Horizontalkraft

$$\frac{G_1}{2} [\operatorname{tg}(\alpha \pm 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta \pm 2\varrho_2)],$$

worin

$$\operatorname{tg} 2\varrho_1 = 2f \frac{r}{l_1} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} 2\varrho_2 = 2f \frac{r}{l_2}$$

ist, wenn die Länge AB mit l_1 und die Länge BD mit l_2 bezeichnet wird. Diese Horizontalkraft, von B nach B_1 (vergl. Fig. 20) reducirt, ist gleich

$$\zeta \cdot \frac{G_1}{2} [\operatorname{tg}(\alpha \pm 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta \pm 2\varrho_2)],$$

wenn unter ζ der Ausdruck $\frac{l_1}{1}$ verstanden wird, und wenn diese in B_1 angreifende Horizontalkraft nach M versetzt wird, so erhält man

$$\zeta \cdot \frac{G_1}{2} [\operatorname{tg}(\alpha \pm 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta \pm 2\varrho_2)] \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

Also ist die erforderliche Centrifugalkraft gleich,

$$C' = G \cdot \operatorname{tg}(\alpha \pm \varrho) + \zeta \frac{G_1}{2} [\operatorname{tg}(\alpha \pm 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta \pm 2\varrho_2)] \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

Die Kurve der Centrifugalkraft mit Berücksichtigung der Reibung ist gegeben durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= l \sin \alpha, \\ y &= \operatorname{tg}(\alpha \pm \varrho) + m [\operatorname{tg}(\alpha \pm 2\varrho_1) + \operatorname{tg}(\delta \pm 2\varrho_2)] \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}, \end{aligned}$$

wenn $G = 1$ und $\zeta \frac{G_1}{2} = mG$ ist.

Ohne Berücksichtigung der Reibung ist die Kurve der Centrifugalkraft gegeben durch

$$\begin{aligned}x &= l \sin \alpha, \\y &= \operatorname{tg} \alpha + m (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.\end{aligned}$$

Im Allgemeinen ist der Charakter der unter Berücksichtigung der Reibung erhaltenen Centrifugalkraft-Kurven dadurch gekennzeichnet, dass analog Fig. 45 die Kurve für den Aufwärtsgang eine geringere Stabilität aufweist, die Kurve für den Abwärtsgang eine grössere Stabilität aufweist als die ohne Berücksichtigung der Reibung erhaltene Kurve. —

Die Achsenregulatoren.

Bei den bis jetzt betrachteten Regulatoren schlägt das Pendel in einer durch die Drehachse hindurchgehenden Ebene aus. Es lassen sich aber auch Regulatoren konstruieren, bei welchen der Ausschlag des Pendels in einer zur Drehachse senkrechten Ebene erfolgt.

Wenn diese Regulatoren auf der Welle der Maschine angebracht sind, so kann die Bewegung des Pendels zur Verstellung des Excenters der Maschine benutzt werden, da dieses auch in einer zur Welle senkrechten Ebene liegt. Durch die damit herbeigeführte Aenderung der Excentricität und des Voreilwinkels des Excenters kann direkt die Füllung der Maschine verändert werden. Solche Regulatoren heissen Achsenregulatoren.

Die Pendelgewichte müssen so gegenseitig geführt werden, dass dieselben gleiche Ausschläge um die Achse machen, damit dieselben ausbalancirt werden wie in Fig. 32 und 33. Da Gleitstückgewichte sich bei dieser Anordnung des Regulators senkrecht zur Drehachse nicht anbringen lassen, so werden ausschliesslich Federn benutzt zur Herbeiführung des Gleichgewichts mit den Centrifugalkräften der rotirenden Massen. Da die Kugelgewichte ausbalancirt sind, also die Arbeit Null von ihnen geleistet wird, so sind die Gleichgewichtsbedingungen sehr vereinfacht. Die Arbeit der Centrifugalkraft ist gleich der Arbeit der Federspannung zu setzen. Sind die Federn so angeordnet, dass sie die Centrifugalkräfte direkt auffangen, so ist die Berechnung des Regulators analog Fig. 7. Eine solche Anordnung ist bezüglich der Reibung in den Gelenken des Regulators am besten, weil die grossen Centrifugalkräfte dieser Regulatoren dann keine Reibung in den Gelenken verursachen können. Sonst lässt sich immer aus der Konstruktion ein der Fig. 8 ähnlicher Winkelhebel herauschälen, auf welchen zwei Kräfte S und C einwirken, für welche die Bedingung des Gleichgewichts verlangt, dass ihre Momente in Bezug auf den Drehpunkt des Hebels gleich und entgegengesetzt sind.

Die Achsenregulatoren lassen sich am besten eintheilen nach der Art, wie die Verstellung des Excenters bewirkt wird. Es wird eine solche Verstellung angestrebt, bei welcher der Schieber mit konstantem linearen Voreilen arbeitet. Dann ist die Kurve der Excentermittelpunkte die auch

bei den Kulissensteuerungen angestrebte gerade Linie $E E_0$ der Fig. 51, welche senkrecht zur Totlage $A A_1$ der Kurbel steht.

Es lassen sich nun 4 Typen von Achsenregulatoren nach der Art der Excenterverstellung aufstellen:

1. Das Excenter wird direkt auf der Welle verdreht nach Fig. 52. Das Excenter ist mit einem zweiarmigen Hebel verbunden, der zur Ausbalancierung der Kugelgewichte benutzt wird.

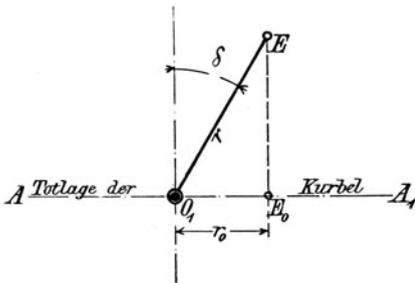


Fig. 51.

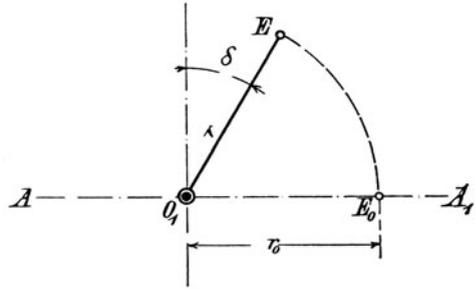


Fig. 52.

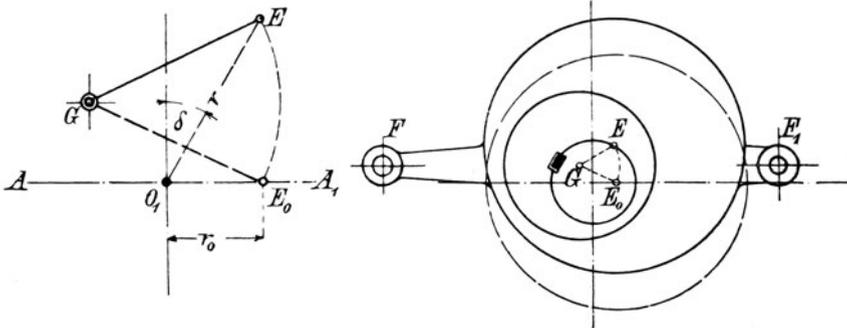


Fig. 53.

Dies ist die roheste und wenigst gebräuchliche Art der Excenterverstellung. Konstantes lineares Voreilen ist durchaus nicht vorhanden.

2. Das Excenter wird um einen Punkt G gedreht nach Fig. 53, wodurch eine bedeutend grössere Annäherung an konstantes Voreilen erreicht ist. Da G in der Nähe des Wellenmittels liegt, so muss der Zapfen G als Excenter erweitert werden. Die konstruktive Ausführung führt dann darauf, dass ein loses Excenter mit dem Mittelpunkt E um ein festes Excenter mit dem Mittelpunkt G gedreht wird. Auf dieser Konstruktion beruhen die Regulatoren von Pröll und Friedrich.

Bei dem in Fig. 54 dargestellten Pröll'schen Achsenregulator ist ein

Hebel FF_1 drehbar um G gelagert, der vermittelt der Stangen FB und F_1B_1 die Ausbalancirung der Kugelgewichte in M und M_1 bewirkt. Der mit der Stange FF_1 fest verbundene Punkt E ist zum Excenter erweitert. Die Kugeln schlagen um A und A_1 aus. Den Centrifugalkräften wird durch Federkräfte, die in D und D_1 angreifen, das Gleichgewicht gehalten.

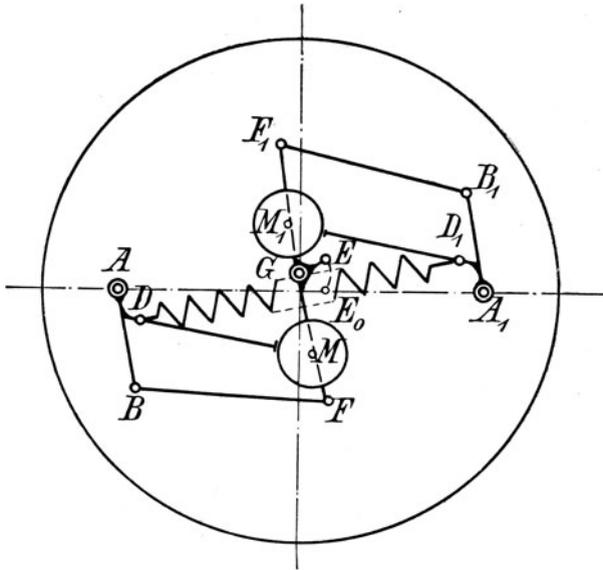


Fig. 54.

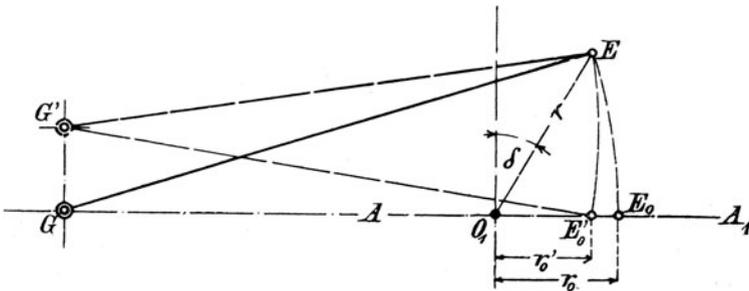


Fig. 55.

3. Der Excentermittelpunkt liegt nach Fig. 55 auf einem langen Hebel GE und beschreibt einen Kreisbogen von grossem Radius, der so flach gekrümmt ist, dass er die gerade Linie EE_0 der Fig. 51 ersetzen kann. Meistens liegt der Mittelpunkt G dieses Kreisbogens auf der der Totlage der Kurbel entsprechenden Linie AA_1 . Man erhält noch grössere Annäherung

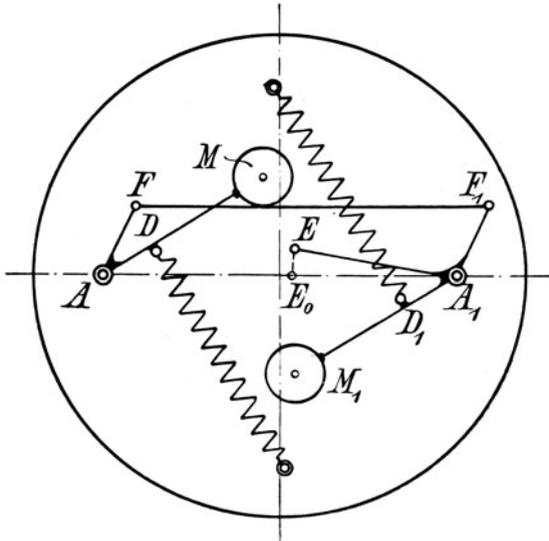


Fig. 56.

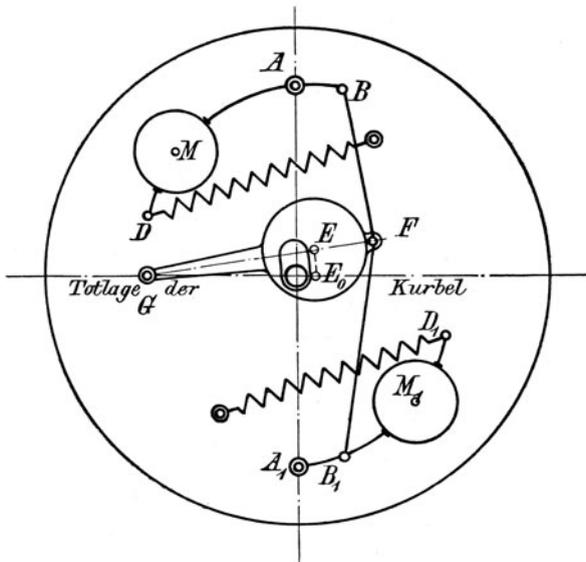


Fig. 57.

an konstantes Voreilen, wenn man den Drehpunkt des Hebels nach G_1 in die durch die Mitte von EE_0 gezogene Parallele zu AA_1 legt. Beispiele

dieses dritten Typus von Achsenregulatoren sind die Konstruktionen der Westinghouse- und der Ide-Maschine.

Der Regulator der Westinghouse-Maschine ist in Fig. 56 dargestellt. Bei demselben ist der Drehpunkt A_1 der Schwungkugel M_1 als Drehpunkt für die den Excentermittelpunkt E tragende Stange $A_1 E$ benutzt. Die Gewichte der Schwungkugeln sind durch die Stange FF_1 ausbalancirt.

Bei dem Regulator der Ide-Maschine Fig. 57 wird durch den Ausschlag der Kugeln der Hebel GF bewegt, der das Excenter mit dem Mittelpunkt in E trägt und zugleich mit Hülfe der Stangen BF und B_1F die Ausbalancirung der Kugelgewichte bewirkt.

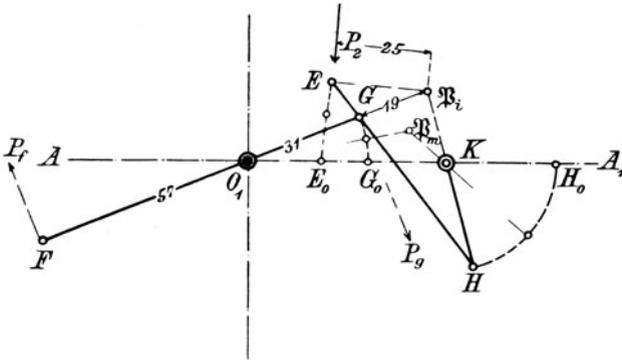


Fig. 60.

4. Der Excentermittelpunkt wird durch eine mehr oder weniger genaue Geradföhrung auf einer geraden Linie nach Fig. 51 geföhrt. Als Beispiele dieser Art mögen die Regulatoren von Armington und Sims und von Hoffmann dienen.

Das Schema des Regulators von Armington und Sims ist in Fig. 58 dargestellt. Durch den Ausschlag der um A und A_1 drehbaren Kugeln wird mit Hülfe der Stangen BF und BF_1 der um die Achse O_1 schwingende Hebel FF_1 gedreht, welcher zugleich zur Ausbalancirung der Gewichte dient. Der Punkt J des um A schwingenden Hebels ist mit dem Punkt H des um G schwingenden Hebels GH verbunden, wodurch bewirkt wird, dass der Endpunkt E des Hebels GH , welcher der Excentermittelpunkt ist, sich in einer angenähert geraden Linie zu AA_1 bewegt. In Fig. 59 sind die beiden äussersten Lagen und die Mittellage der bei der Verstellung des Excentermittelpunktes wirksamen Glieder des Getriebes verzeichnet, woraus man erkennt, dass der Punkt H einen Kreisbogen um den Punkt K beschreibt. Die angenäherte Geradföhrung ist daher identisch mit dem in Fig. 60 dargestellten Getriebe, in welchem der Deutlichkeit halber alle Längen im doppelten Maassstabe aufgetragen sind.

Der in Fig. 61 schematisch aufgezeichnete Regulator von Hoffmann ist kinematisch mit dem Armington und Sims Regulator gleichwerthig. Der Punkt G der Stange FF_1 und der Punkt H der Stange GH sind nur so gewählt, dass, wenn E annähernd eine gerade Linie senkrecht zu AA_1 beschreibt, der Punkt H einen Kreisbogen beschreibt, dessen Mittelpunkt

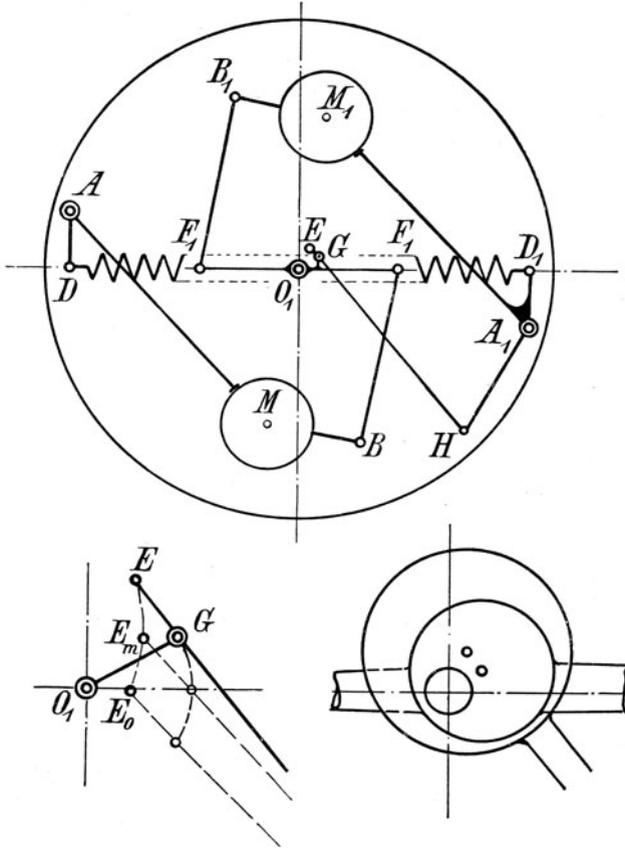


Fig. 61.

in A_1 liegt, so dass durch Einfügung der Stange A_1H die angenäherte Geradföhrung des Punktes E beim Ausschlag der Kugeln erzwungen wird.

Der Achsenregulator, bestehend aus den Schwunggewichten und den Spannfedern, ersetzt nun bei allen genannten Konstruktionen gewissermassen den Keil des Excenters, da das Excenter lose auf der Welle sitzt und nur durch den Regulator in seiner jeweiligen Stellung gehalten wird. Der Regulator muss daher die sonst im Keil eines Excenters auf-

tretenden Kräfte, die einer Verdrehung des Excenters durch die Kräfte in der Excenterstange entgegenwirken, hergeben. Der Regulator ist aber nicht starr, wie der Excenterkeil, sondern durch die in ihm wirksamen Federkräfte nachgiebig. Die Excenterstangenkräfte werden daher fortwährend kleine Verschiebungen in dem Regulator hervorrufen, die um so grösser sein werden, je grösser die Excenterstangenkräfte gegenüber den Federspannungen im Regulator sind, die aber jedenfalls eine gewisse Maximalgrösse nicht überschreiten dürfen, ohne die Zuverlässigkeit der Regulierung und die Regelmässigkeit des Ganges der Maschine zu beeinträchtigen.

In dieser Beziehung stehen die Achsenregulatoren, welche also direkt auf die Verstellung des Excenters einwirken, im Gegensatz zu den anderen Regulatoren, welche das Steuerungsgetriebe zwar verändern, aber die Bewegung desselben nicht mitmachen. Während bei den zuletzt genannten Regulatoren zuerst ein gewisser Widerstand im Stellzeug überwunden werden muss, ehe eine Bewegung im Regulator zur Verstellung der Steuerung eintreten kann, müssen die ersteren dagegen geschützt werden, dass die Steuerung den Regulator verstellt zu einer Zeit, in welcher eine Aenderung der Füllung der Maschine nicht eintreten soll. Soll dagegen eine Veränderung des Excenters vorgenommen werden, so braucht der Regulator nur abzuwarten, bis die Excenterstangenkraft dem Excenter die gewünschte Verstellung erteilt.

Zur Beurtheilung dieser eigenartigen Verhältnisse eignet sich am besten der Westinghouse-Regulator. Der Regulator rotirt in Wirklichkeit gegen die Excenterstange; es ändert aber an der Kraftwirkung nichts, wenn man sich den Regulator stillstehend und die Excenterstange um den Punkt E rotirend denkt. Während die Stange durch den oberen Halbkreis hindurchgeht, möge eine konstante Kraft P_e der Fig. 62 (— die Schieberreibung —) als Druck wirken; so lange die Stange im unteren Halbkreis steht, wirkt dann dieselbe Kraft als Zug in der Excenterstange. Steht die Stange in der Richtung EA_1 , so wird die Schieberreibung direkt vom Zapfen A_1 aufgenommen und ihre Einwirkung auf den Regulator ist Null; steht die Excenterstange senkrecht auf EA_1 , so ist die Einwirkung des Schieberwiderstandes auf den Regulator am grössten, und zwar wirkt derselbe stets auf Verkleinerung der Excentricität. Je grösser die durch die Excenterstangenkraft bewirkte Aenderung der Excentricität des Regulators ist, um so unsicherer ist die Füllung und damit der Gang der Maschine.

Im Allgemeinen wird die grösste von dem Schieber bewirkte Verstellung des Regulators bei der Innenstellung der Schwungkugeln sein, weil dann die Centrifugalkraft und die Federspannung am kleinsten ist. Ist die dieser Stellung des Regulators entsprechende Federspannung gleich S_i , während die auf den Angriffspunkt der Federspannung, nämlich den

Punkt D in der Richtung der Federspannung reducirte Excenterstangenkraft gleich P_d ist, und beträgt die durch S_i bewirkte Federung der Feder a mm, während die durch die Excenterstangenkraft P_e bewirkte Verschiebung des Excentermittelpunktes E, auf den Punkt D reducirt, gleich b mm sein soll, so muss die Gleichung erfüllt werden

$$S_i : (S_i + P_d) = a : (a + b),$$

woraus sich ergibt

$$S_i \cdot b = P_d a \quad \text{oder} \quad S_i = P_d \cdot \frac{a}{b}.$$

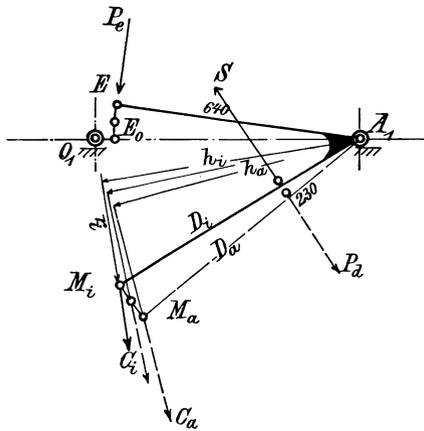


Fig. 62. (Maassstab 1 : 20.)

Beispiel 11. Zu berechnen ein Westinghouse-Regulator nach Fig. 56 mit einem Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \frac{1}{15}$, welcher eine mittlere Umdrehungszahl $u_m = 240$ i. d. Min. erhalten soll.

Eine Excenterstangenkraft von 20 kg soll den Excentermittelpunkt E höchstens um 5 mm verschieben können.

Die Centrifugalkraft C_i für die Innenlage des Regulators hat nach Fig. 62 einen Hebelarm $h_i = 690$ mm, die Centrifugalkraft C_a der Aussenlage hat einen Hebelarm $h_a = 670$ mm. Die Abstände des Kugelmittelpunktes von der Drehachse für diese beiden Lagen sind:

$$r_i = 390 \quad \text{und} \quad r_a = 470 \text{ mm.}$$

Wäre die Winkelgeschwindigkeit des Regulators in allen Lagen konstant, so würde die Centrifugalkraft in der Aussenlage sein

$$C_{a'} = C_i \cdot \frac{470}{390}.$$

Bei einem Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta = \frac{1}{15} = \frac{\omega_a - \omega_i}{\frac{\omega_a + \omega_i}{2}}$$

ist

$$\omega_a = \frac{31}{29} \omega_i,$$

und nach Fig. 2 ist dann

$$\frac{C_a}{C_{a'}} = \frac{31^2}{29^2} = \frac{961}{841}.$$

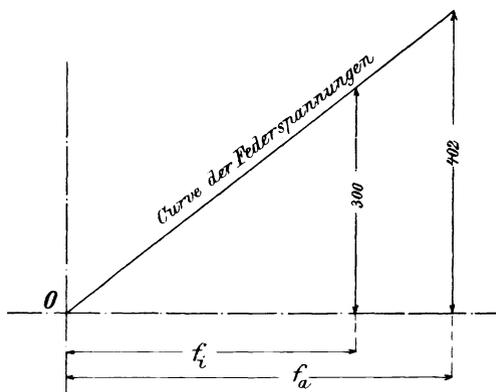


Fig. 63.

Hieraus ergibt sich

$$C_a = \frac{961}{841} C_{a'} = \frac{961}{841} \cdot \frac{470}{390} C_i = 1,38 C_i.$$

Der Hebelarm der Federspannung ist für alle Lagen des Regulators konstant gleich 230 mm.

Die Centrifugalkräfte, reducirt auf den Angriffspunkt der Feder sind:

$$S_i = C_i \cdot \frac{690}{230} = 3 C_i$$

und

$$S_a = C_a \cdot \frac{670}{230} = C_i \cdot 1,38 \cdot 2,91 = 4,02 C_i,$$

also verhält sich

$$S_i : S_a = 300 : 402.$$

Der Gesamtausschlag des Federangriffspunktes — die Strecke $D_i D_a$ in Fig. 62 — beträgt nach der Zeichnung 25,5 mm.

Dann ist nach Fig. 63

$$f_i : (f_i + 25,5) = 300 : 402,$$

woraus sich ergibt:

$$\begin{aligned}f_i &= 75,0 \text{ mm,} \\f_a &= f_i + 25,5 = 100,5 \text{ mm.}\end{aligned}$$

Die Wege der Punkte E und D verhalten sich bei einem beliebigen Ausschlage des Regulators zu einander wie 640 : 230.

Eine in E, senkrecht zu AE, angreifende Kraft $P_e = 20 \text{ kg}$ ist daher nach D, senkrecht zu DA, reducirt gleich

$$P_d = 20 \cdot \frac{640}{230} = 55,6 \text{ kg.}$$

Verschiebt sich der Punkt E um 5 mm, so verschiebt sich D um

$$b = 5 \cdot \frac{230}{640} = 1,8 \text{ mm.}$$

Soll nun eine zusätzliche Kraft von 55,6 kg den Punkt D um 1,8 mm verschieben, so muss sein:

$$S_i : (S_i + 55,6) = f_i : (f_i + 1,8) = 75 : (75 + 1,8).$$

Hieraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}1,8 S_i &= 75 \cdot 55,6 = 4170 \text{ kg;} \\S_i &= 2310 \text{ kg.}\end{aligned}$$

Diese Kraft vertheilt sich auf 2 Federn, so dass die Spannung einer Feder gleich ist

$$\frac{S_i}{2} = 1155 \text{ kg.}$$

In der äussersten Lage des Regulators ist die Spannung der Feder

$$\frac{S_a}{2} = \frac{402}{300} \cdot \frac{S_i}{2} = 1548 \text{ kg.}$$

Die in dieser Lage des Regulators durch die Excenterstangenkraft bewirkte Verschiebung des Punktes D berechnet sich aus der Gleichung:

$$S_a : (S_a + 55,6) = 3096 : (3096 + 55,6) = 100,5 : (100,5 + x),$$

woraus sich ergibt

$$\begin{aligned}x \cdot 3096 &= 55,6 \cdot 100,5, \\x &= 1,41 \text{ mm.}\end{aligned}$$

Der Excentermittelpunkt E verschiebt sich also in der Aussenlage des Regulators um

$$1,41 \cdot \frac{640}{230} = 3,92 \text{ mm.}$$

Die Feder erhalte 12 Windungen. Dann beträgt die Federung bei der maximalen Belastung für eine Windung

$$\frac{100,5}{12} = 8,37 \text{ mm} = 0,837 \text{ cm.}$$

Die Abmessungen der Feder:

d = Dicke des Federdrahtes,

r = mittlerer Radius der Federwindung,

berechnen sich nach S. 14 aus den beiden Gleichungen

$$1548 = 0,196 \cdot \frac{d^3}{r} \cdot 3000,$$

$$0,837 = 4 \pi \cdot \frac{r^2}{d} \cdot \frac{3000}{750000},$$

wenn die zulässige Torsionsspannung zu 3000 kg/qcm und der Schubelastizitätsmodul zu 750000 angenommen wird.

Es ist dann

$$\frac{d^3}{r} = 2,63,$$

$$\frac{r^2}{d} = \frac{0,837 \cdot 250}{12,566} = 16,66,$$

woraus sich ergibt

$$d = 2,6 \text{ cm},$$

$$r = 6,6 \text{ cm}.$$

Bei $u_m = 240$ und $\delta = \frac{1}{15}$ ist $u_i = 232$ und $\omega_i = 7,733 \pi = 24,3$.

Der Abstand des Kugelmittelpunkts von der Drehachse ist

$$r_i = 390 \text{ mm} = 0,39 \text{ m}.$$

Also ist

$$n_i = \frac{r_i \omega_i^2}{g} = \frac{0,39 \cdot 24,3^2}{9,81} = 23,4,$$

d. h. die Centrifugalkraft C_i ist 23,4 mal so gross als das Gewicht der Kugel.

Nun ist $S_i = 3 C_i$, also

$$C_i = \frac{1155}{3} = 385 \text{ kg}.$$

Hieraus ergibt sich das Gewicht der Kugel zu

$$G = \frac{385}{23,4} = 16,4 \text{ kg}.$$

Beispiel 12. Der in Fig. 58 dargestellte Armington u. Sims-Regulator soll in der Mittellage 150 Umdrehungen machen und durch eine Excenterstangenkraft von 120 kg eine Verschiebung des Excentermittelpunktes von 6 mm erfahren. Der Ungleichförmigkeitsgrad soll $\frac{1}{12}$ sein.

Der Hebelarm der Federspannung ist für alle 3 Lagen konstant gleich 350 mm.

Die Hebelarme der Centrifugalkräfte sind:

$$\begin{aligned} \text{für } C_i & \dots 775 \text{ mm,} \\ C_m & \dots 820 \text{ mm,} \\ C_a & \dots 850 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Die Abstände der Kugelmittelpunkte von der Drehachse sind:

$$\begin{aligned} r_i &= 710 \text{ mm,} \\ r_m &= 785 \text{ mm,} \\ r_a &= 865 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Bei $u_m = 150$ Umdreh. i. d. Min. ist $\omega_m = 5\pi$, also

$$n_m = \frac{r_m \omega_m^2}{g} = \frac{0,785 \cdot 25 \pi^2}{9,81} = 19,75,$$

d. h. in der Mittellage ist die Centrifugalkraft 19,75 mal so gross als das Gewicht einer Schwungkugel.

Bei
$$j = \frac{\omega_a - \omega_i}{\frac{\omega_a + \omega_i}{2}} = \frac{1}{12}$$

ist
$$\frac{\omega_a}{\omega_i} = \frac{25}{23}.$$

Es ist nun stets die auf den Punkt D in die Richtung der Federspannung reducirte Centrifugalkraft gleich der Federspannung, also

$$\begin{aligned} C_i \cdot 77,5 &= S_i \cdot 35 \quad \text{oder} \quad S_i = 2,215 C_i, \\ C_a \cdot 85 &= S_a \cdot 35 \quad \text{oder} \quad S_a = 2,43 C_a. \end{aligned}$$

Würde die Winkelgeschwindigkeit des Regulators in allen Lagen desselben konstant gleich ω_i sein, so würde die Centrifugalkraft in der äussersten Lage betragen

$$C_a' = C_i \cdot \frac{r_a}{r_i} = C_i \cdot \frac{86,5}{71}.$$

Da aber

$$\frac{\omega_a}{\omega_i} = \frac{25}{23}$$

ist, so ist nach Fig. 2

$$\frac{C_a}{C_a'} = \frac{25^2}{23^2} = \frac{625}{529},$$

also

$$C_a = C_a' \cdot \frac{625}{529} = C_i \cdot \frac{86,5}{71} \cdot \frac{625}{529} = C_i \cdot 1,216 \cdot 1,18 = 1,44 C_i.$$

Also ist:

$$\frac{S_i}{S_a} = \frac{2,215 C_i}{2,43 C_a} = \frac{2,215}{2,43 \cdot 1,44} = \frac{2215}{3500}.$$

Der Weg des Punktes D beim Ausschlag des Regulators aus der Innen- in die Aussenlage ist nach der Zeichnung (Fig. 59) gleich

$$D_i D_a = M_i M_a \cdot \frac{A D}{A M} = 260 \cdot \frac{350}{1350} = 67,3 \text{ mm.}$$

Analog Fig. 63 ergibt sich hieraus für f_i die Gleichung

$$f_i : (f_i + 67,3) = 2215 : 3500,$$

aus welcher man erhält

$$f_i = 116 \text{ mm,}$$

und hieraus weiter

$$f_a = 116 + 67,3 = 183,3 \text{ mm.}$$

Um nun die erforderliche Grösse von S_i zu bestimmen, ist es notwendig, die in E angreifende Excenterstangenkraft $P_e = 60 \text{ kg}$ nach D zu reduciren. ($P_e \cdot \delta_e = P_d \cdot \delta_d$, wenn unter δ_e und δ_d die Wege der Punkte E und D bei einem unendlich kleinen Ausschlag des Getriebes verstanden werden.) Aus Fig. 60 ergibt sich, dass die Einwirkung der Excenterstangenkraft P_e auf den Regulator dann am grössten ist, wenn dieselbe senkrecht zur Verbindungslinie $E \mathfrak{P}_i$ gerichtet ist. (\mathfrak{P}_i ist der Pol der Stange EH.) Die in E senkrecht zu $E \mathfrak{P}_i$ angreifende Kraft P_e kann nach Fig. 60 ersetzt werden durch eine in G senkrecht zu $O_1 G$ angreifende Kraft

$$P_g = P_e \cdot \frac{25}{19} = 1,315 P_e,$$

weiter durch eine in F senkrecht zu $O_1 F$ angreifende Kraft

$$P_f = P_g \cdot \frac{31}{57} = 0,715 P_e.$$

Die Kraft P_f im Endpunkt F der Stange BF, deren Pol in \mathfrak{P}_i' liegt, kann nach Fig. 59 durch eine in B senkrecht zu AB angreifende Kraft

$$P_b = P_f \cdot \frac{140}{182} = 0,55 P_e,$$

oder endlich durch eine in D senkrecht zu AD angreifende Kraft

$$P_d = P_b \cdot \frac{87}{35} = 1,365 P_e$$

ersetzt werden. Da $P_e = 120 \text{ kg}$ ist, so ist

$$P_d = 163,8 \text{ kg.}$$

Wird der Excentermittelpunkt E um 6 mm verschoben, so verschiebt sich der Punkt D um $\frac{6}{1,365} = 4,4 \text{ mm.}$

Für die Federspannung S_i besteht hiernach die Gleichung:

$$S_i : (S_i + 163,8) = 116 : (116 + 4,4)$$

oder

$$S_i \cdot 4,4 = 163,8 \cdot 116,$$

woraus man erhält

$$S_i = 163,8 \cdot \frac{116}{4,4} = 163,8 \cdot 26,4 = 4320 \text{ kg.}$$

Diese Kraft vertheilt sich auf 2 Federn, so dass die Spannung einer Feder gleich 2160 kg ist.

Die grösste Federspannung ist

$$2160 \cdot \frac{3500}{2215} = 3413 \text{ kg.}$$

Die Feder soll 15 Windungen erhalten. Dann ist die Federung bei der grössten Belastung für eine Windung gleich

$$\frac{183,3}{15} = 12,22 \text{ mm} = 1,222 \text{ cm.}$$

Die zulässige Torsionsspannung werde zu 4000 kg/qcm angenommen.

Dann sind die Abmessungen der Feder, d. i. die Federdrahtdicke d und der Federradius r gegeben durch die beiden Gleichungen:

$$3413 = 0,196 \cdot \frac{d^3}{r} \cdot 4000,$$

$$1,222 = \frac{4 \pi \cdot r^2 \cdot 4000}{d \cdot 750000}$$

oder durch

$$\frac{d^3}{r} = 4,35,$$

$$\frac{r^2}{d} = 18,25,$$

woraus man erhält

$$d = 3,2 \text{ cm,}$$

$$r = 7,5 \text{ cm.}$$

In der Mittellage ist die Federspannung

$$S_m = \frac{3413 + 2160}{2} = 2786,5 \text{ kg.}$$

Der Hebelarm der Centrifugalkraft C_m ist nach der Zeichnung $h_m = 820 \text{ mm}$. Also ist

$$C_m = S_m \cdot \frac{350}{820} = 1190 \text{ kg.}$$

Für die Mittellage ist die Centrifugalkraft gleich dem 19,75fachen Gewicht der Kugel gefunden worden. Dasselbe beträgt also

$$\frac{1190}{19,75} = 60,1 \text{ kg.}$$

Regulatoren mit Doppelpendel.

Bei den bis jetzt betrachteten Regulatoren besteht das Centrifugalpendel aus einer einzigen um den Drehpunkt A schwingenden Kugel. Stellt man das Pendel aus zwei um diesen Drehpunkt schwingenden Kugeln her, so lassen sich unter Umständen besonders günstige Verhältnisse bezüglich der Ungleichförmigkeit erzielen.

Rotiren in Fig. 64 die am Winkelhebel $M_1 A M_2$ befestigten Kugeln M_1 und M_2 um die Drehachse O_1 , so sind die Centrifugalkräfte bei der Winkelgeschwindigkeit ω :

$$C_1 = G_1 (R - r_1) \frac{\omega^2}{g} \quad \text{und} \quad C_2 = G_2 (R - r_2) \frac{\omega^2}{g}.$$

Versetzt man C_2 nach M_1 in die Richtung von C_1 , so erkennt man, dass die Wirkung der beiden Centrifugalkräfte zusammen gleich ist einer in M_1 angreifenden Kraft

$$\begin{aligned} C &= C_1 + C_2 \frac{y_2}{y_1} = G_1 (R - r_1) \frac{\omega^2}{g} + G_2 (R - r_2) \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{y_2}{y_1} = \\ &= R \frac{\omega^2}{g} \left(G_1 + G_2 \frac{y_2}{y_1} \right) - r_1 \frac{\omega^2}{g} \cdot G_1 - r_2 \frac{\omega^2}{g} \cdot G_2 \cdot \frac{y_2}{y_1}. \end{aligned}$$

Nun ist

$$G_1 + G_2 \frac{y_2}{y_1} = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2}{y_1} = G \cdot \frac{y_s}{y_1},$$

wenn unter G das Gesamtgewicht der beiden Kugeln und unter y_s der Abstand des Schwerpunktes des Systems von der durch A gehenden Horizontalen verstanden wird.

$$R \cdot \frac{\omega^2}{g} \cdot G \cdot \frac{y_s}{y_1}$$

ist aber der Ausdruck für eine von S nach M_1 versetzte Kraft von der Grösse $R \frac{\omega^2}{g} \cdot G$, d. i. die Centrifugalkraft eines im Abstand R von einer Drehachse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotirenden Gewichtes G.

und

$$\cos \beta = \frac{0,25 l_1}{0,795 l_1} = 0,31446,$$

$$\beta = 71^\circ 40'.$$

Die Wirkung der bei der Rotation um O_1 in M_1 und M_2 entstehenden Centrifugalkräfte C_1 und C_2 ist identisch mit der Wirkung der in Fig. 65 eingezeichneten 3 Kräfte:

$$C_s = R \frac{\omega^2}{g} \cdot 4 G_1 = n \cdot 4 G_1,$$

$$C_1' = r_1 \frac{\omega^2}{g} \cdot G_1 = n \frac{r_1}{R} \cdot G_1 = n \cdot \frac{l_1 \sin \alpha}{0,5 l_1} \cdot G_1 = 2 n \sin \alpha G_1,$$

$$C_2' = r_2 \frac{\omega^2}{g} \cdot G_2 = n \frac{r_2}{R} \cdot 3 G_2 = n \cdot \frac{l_1 \cdot \cos \alpha}{0,5 l_1} \cdot 3 G_1 = 6 n \cos \alpha G_1.$$

Das Moment dieser 3 Kräfte in Bezug auf den Drehpunkt A muss gleich dem Moment der Gewichte sein:

$$C_s \cdot y_s - C_1' y_1 + C_2' y_2 = 4 G_1 \cdot r_s$$

oder

$$n \cdot 4 G_1 \cdot 0,795 l_1 \cdot \cos(\beta + \alpha) - 2 n \cdot \sin \alpha \cdot G_1 \cdot l_1 \cdot \cos \alpha$$

$$+ 6 n \cdot \cos \alpha \cdot G_1 \cdot l_1 \cdot \sin \alpha = 4 G_1 \cdot 0,795 l_1 \cdot \sin(\beta + \alpha),$$

woraus man findet:

$$n (4 \cdot 0,795 \cdot \cos(\beta + \alpha) - 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 6 \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = 4 \cdot 0,795 \cdot \sin(\beta + \alpha),$$

oder

$$n [0,795 \cdot \cos(\beta + \alpha) + \sin \alpha \cdot \cos \alpha] = 0,795 \cdot \sin(\beta + \alpha),$$

$$n = \frac{0,795 \cdot \sin(\beta + \alpha)}{0,795 \cos(\beta + \alpha) + \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\cos(\beta + \alpha) + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{0,795}}.$$

Hieraus berechnet sich

$$\text{für } \alpha = 15^\circ: n_i = \frac{\sin 86^\circ 40' 2''}{\cos 86^\circ 40' 2'' + 1,258 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = 2,66,$$

$$\alpha = 0^\circ: n_m = \text{tg } 71^\circ 40' 2'' = 3,$$

$$\alpha = -15^\circ: n_a = \frac{\sin 56^\circ 40' 2''}{\cos 56^\circ 40' 2'' - 1,258 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = 3,56.$$

Da

$$\frac{n_a}{n_i} = \frac{\frac{R \omega_a^2}{g}}{\frac{R \omega_i^2}{g}} = \frac{\omega_a^2}{\omega_i^2},$$

so ist

$$\frac{\omega_a}{\omega_i} = \sqrt{\frac{n_a}{n_i}} = \sqrt{1,3393} = 1,1506$$

und der Ungleichförmigkeitsgrad:

$$\delta = \frac{0,1506}{1,0753} = \frac{1}{7,15}.$$

Bei $l_1 = 200$ mm, also $R = 100$ mm und $n_m = 3$ ist die mittlere Winkelgeschwindigkeit zu berechnen aus

$$n_m = \frac{R \cdot \omega_m^2}{g} = \frac{0,1 \cdot \omega_m^2}{9,81} = 3,$$

woraus man findet

$$\omega_m = \sqrt{294,3} = 17,1$$

und $u_m = 163,3$ Umdrehungen in der Min.

Der Regulator hat 2 Doppelpendel. Die Energie desselben ist gleich der Summe der auf das Gleitstück reducirten Centrifugalkräfte oder — was zu einer einfacheren Berechnung führt — gleich der Summe der auf das Gleitstück reducirten Gewichte der beiden Doppelpendel:

$$E = 2 \left(4 G_1 \cdot \frac{r_s}{R} \right) = 2 \cdot \left(\frac{4 G_1 \cdot 0,795 l_1 \sin(\beta + \alpha)}{0,5 \cdot l_1} \right) = 12,72 G_1 \sin(\beta + \alpha).$$

Hieraus erhält man:

$$E_i = 12,72 G_1 \cdot \sin 86^\circ 40' 2'' = 12,70 G_1,$$

$$E_m = 12,72 G_1 \cdot \sin 71^\circ 40' 2'' = 12,06 G_1,$$

$$E_a = 12,72 G_1 \cdot \sin 56^\circ 40' 2'' = 10,62 G_1.$$

Würde man den Regulator $8 G_1 = 200$ kg schwer machen, so würde $E_m = \frac{200 \cdot 12,06}{8} \sim 300$ kg und bei einem im Gleitstück angreifenden Widerstand $V = 7,5$ kg der mittlere Unempfindlichkeitsgrad des Regulators

$$\epsilon_m = \frac{V}{E_m} = \frac{7,5}{300} = \frac{1}{40}$$

sein. Die Arbeit der Centrifugalkräfte ist gleich der Arbeit der Gewichte; dieselbe beträgt also für den ganzen Ausschlag

$$8 G_1 \cdot 0,795 l_1 (\cos 86^\circ 40' 2'' - \cos 56^\circ 40' 2'') = 6,36 G_1 \cdot 0,542 \cdot l_1 = G_1 \cdot 3,43 l_1,$$

demnach für $l_1 = 200$ mm: $G_1 \cdot 686$ mm oder $8 G_1 \cdot 85,75$ mm.

Würden die Gewichte und die Lagen der Kugeln M_1 und M_2 in Fig. 67 so gewählt werden, dass die Wirkung der Kräfte C_1' und C_2' gleich Null ist, so würde die gesammte Wirkung der Centrifugalkräfte des Systems dargestellt durch die in S angreifende Einzelkraft

$$C_s = G \cdot \frac{R \omega^2}{g}.$$

Wenn diese Bedingung erfüllt werden soll, so muss für jede Lage des Pendels die Gleichung erfüllt werden:

$$G_1 r_1 \frac{\omega^2}{g} \cdot y_1 + G_2 r_2 \frac{\omega^2}{g} \cdot y_2 = 0.$$

Nun ist

$$\begin{aligned} r_1 &= l_1 \sin \alpha_1, & y_1 &= l_1 \cos \alpha_1, \\ r_2 &= l_2 \sin \alpha_2, & y_2 &= l_2 \cos \alpha_2. \end{aligned}$$

Es muss also sein, wenn unter φ ein beliebiger Winkel verstanden wird:

$$\begin{aligned} G_1 l_1^2 \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + G_2 l_2^2 \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2 &= 0, \\ G_1 l_1^2 \sin(\alpha_1 + \varphi) \cos(\alpha_1 + \varphi) + G_2 l_2^2 \sin(\alpha_2 + \varphi) \cos(\alpha_2 + \varphi) &= 0. \end{aligned}$$

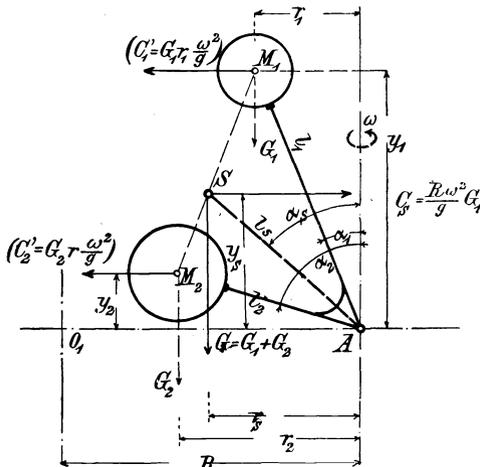


Fig. 67.

Führt man in der letzten Gleichung alle Operationen aus, so führen die beiden Gleichungen auf die Bedingung:

$$G_1 l_1^2 (\cos^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_1) + G_2 l_2^2 (\cos^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_2) = 0,$$

in welcher

$$\begin{aligned} l_1 \cos \alpha_1 &= y_1 & \text{und} & & l_1 \sin \alpha_1 &= r_1, \\ l_2 \cos \alpha_2 &= y_2 & \text{und} & & l_2 \sin \alpha_2 &= r_2 \quad \text{ist.} \end{aligned}$$

In der Form

$$G_1 y_1^2 + G_2 y_2^2 = G_1 r_1^2 + G_2 r_2^2$$

zeigt die Gleichung an, dass das Trägheitsmoment des Systems auf die durch A gehende Horizontalachse gleich dem Trägheitsmoment des Systems auf die durch A gehende Vertikalachse sein muss.

Wenn aber die Wirkung sämtlicher Centrifugalkräfte gleich der Wirkung der in S angreifenden Kraft

$$C_s = \frac{R \omega^2}{g} \cdot G$$

ist, so ist bei gleichbleibendem ω das Moment der Centrifugalkräfte gleich

$$C_s \cdot l_s \cdot \cos \alpha_s = \text{Const.} \cdot \cos \alpha_s,$$

also proportional dem Cosinus des Winkels α_s , und das Pendel hat daher den Namen „Cosinuspendel“.

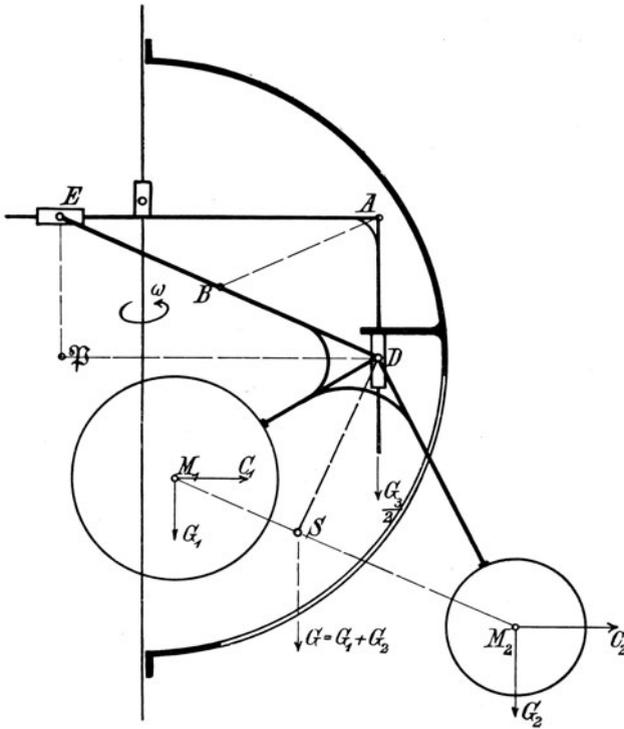


Fig. 68.

Bei dem in Fig. 68 schematisch dargestellten Cosinus-Regulator von Gruson ist das aus den Gewichten G_1 und G_2 zusammengesetzte, um D schwingende Pendel ein Cosinus-Pendel. Der Punkt E des Pendels ist auf einer fest mit der Drehachse verbundenen Bahn senkrecht zur Drehachse geführt. Der Punkt D des Pendels gleitet vermöge der mit einem Gewicht $\frac{G_3}{2}$ belasteten Prismenführung auf einer Parallelen zur Drehachse.

Diese Führung der Punkte E und D wird aber auch erhalten durch das in Fig. 68 angedeutete Getriebe ABD, bestehend aus der um den festen Punkt A schwingenden Stange AB, welche gleich $BD = \frac{DE}{2}$ ist, und der Stange BD.

Dieses Getriebe ist dasselbe wie das in Fig. 7 und 19 gezeichnete.

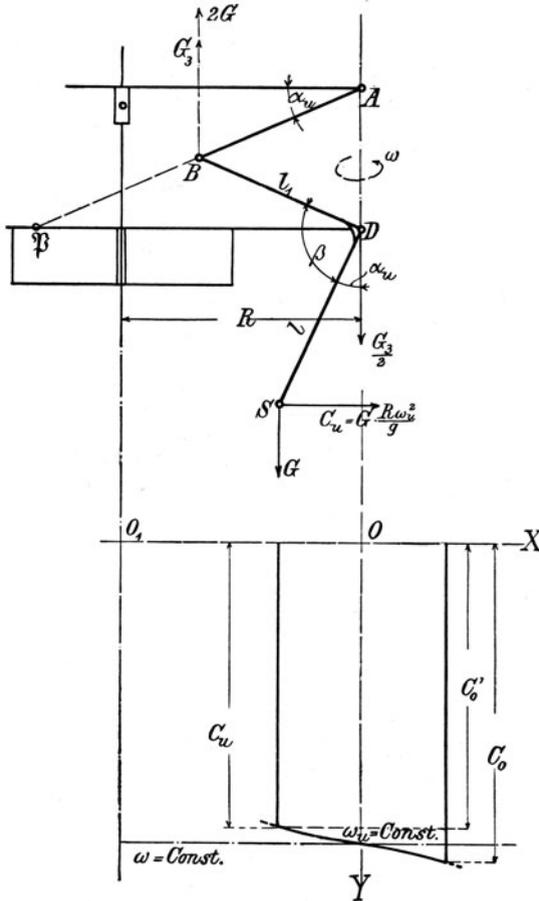


Fig. 69.

Fig. 69 zeigt die Anordnung des Getriebes und der in demselben wirksamen Kräfte in grösserer Deutlichkeit.

Man erkennt aus derselben, dass der Cosinus-Regulator ein Regulator mit beweglich aufgehängtem Pendel analog Fig. 25 ist. Der Punkt D kann nach Fig. 27 fest gedacht werden, der Punkt A beweglich, dann muss aber

entsprechend Fig. 27 die in D angreifende Kraft $\frac{G_3}{2}$ durch eine in A nach oben wirkende Kraft $\frac{G_3}{2} + G$ oder durch eine in B angreifende, punktiert gezeichnete Kraft $G_3 + 2G$ ersetzt werden.

Im Fall des Gleichgewichts muss die Summe der Momente der 3 Kräfte ($G_3 + 2G$), C und G in Bezug auf den Punkt D gleich Null sein.

Setzt man $\frac{R \omega^2}{g} = n$, so muss die Gleichung erfüllt werden:

$$n \cdot G \cdot l \cdot \cos \alpha + G \cdot l \sin \alpha = (G_3 + 2G) l_1 \sin(\alpha + \beta).$$

Setzt man $\frac{G_3 + 2G}{G} = m$, so ist entsprechend der Gleichung S. 50

$$n = \frac{m l_1 \cdot \sin(\alpha + \beta) - l \sin \alpha}{l \cdot \cos \alpha} = \frac{m l_1}{l} (\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta) - \operatorname{tg} \alpha =$$

$$\frac{m l_1}{l} \sin \beta + \left(\frac{m l_1}{l} \cos \beta - 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Für den Fall, dass $\frac{m l_1}{l} \cos \beta = 1$ oder $\cos \beta = \frac{l}{m l_1}$ ist, wird der Klammerwerth gleich Null und

$$n = \frac{m l_1}{l} \cdot \sin \beta = \text{Const.},$$

d. h. der Regulator ist vollkommen astatisch. Auf welche Weise die Astasie des Regulators herbeigeführt wird, kann durch folgende Betrachtung leicht erkannt werden:

Die Kurve des von B nach δ in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichts ($G_3 + 2G$) ist (analog Fig. 14) bestimmt durch die beiden Gleichungen:

$$x = l \sin \alpha \text{ und } y = \left(\frac{m l_1}{l} \right) (\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta).$$

Dieselbe verläuft symmetrisch zu der Horizontalen, welche durch den Endpunkt der zum Winkel $\alpha = 0^\circ$ gehörigen Ordinate $y = \left(\frac{m l_1}{l} \right) \sin \beta$ gelegt wird. (Vergl. die Kurven auf Tafel II und das bei Fig. 32 Gesagte.)

Von der Abscissenachse aus gesehen, verläuft die Kurve:

wenn $\beta > 90^\circ$ ist, links von der Vertikalen A D unterhalb, rechts von A D oberhalb der genannten Horizontalen;

wenn $\beta < 90^\circ$ ist, links von der Vertikalen A D oberhalb, rechts von A D unterhalb der Horizontalen;

wenn $\beta = 90^\circ$ ist, so ist die Kurve identisch mit der durch den Endpunkt der Ordinate $y_0 = \left(\frac{m l_1}{l} \right)$ gezogenen Horizontalen.

Die Kurve des in die Richtung der Centrifugalkraft reducirten Gewichts G ist (nach Fig. 13) bestimmt durch die Gleichungen:

$$x = l \sin \alpha \quad \text{und} \quad y = tg \alpha.$$

Dieselbe verläuft ebenfalls symmetrisch zur Abscissenachse, und zwar analog der vorigen Kurve bei einem Winkel $\beta > 90^\circ$.

Soll nun der Regulator astatisch werden, d. h. die Kurve der Centrifugalkraft eine Parallele zur Abscissenachse sein, so muss die Kurve des reducirten Gewichtes ($G_3 + 2G$) die gleichen, aber umgekehrten Abweichungen von der durch den Endpunkt der Ordinate $y = \frac{m l_1}{1} \cdot \sin \beta$ gelegten Horizontalen aufweisen, wie die Kurve des reducirten Gewichtes G , d. h. es muss $\beta < 90^\circ$ und $\frac{m l_1}{1} \cdot \cos \beta = 1$ sein.

Durch Annäherung des Winkels BDS an den Winkel, dessen Cosinus gleich $\frac{1}{m l_1}$ ist, kann man also den Regulator beliebig der Astasie annähern, wodurch derselbe den reinen Federregulatoren ähnelt. Der Ausdruck für n ist abhängig vom Gewichtsverhältniss m , aber unabhängig von R . Die Lage der Drehachse bestimmt also bei diesen Regulatoren nur die Grösse der Winkelgeschwindigkeit, aber nicht die Veränderung derselben mit Aenderung der Lage des Regulators, d. h. den Ungleichförmigkeitsgrad.

Beispiel 14. Bei dem in Fig. 69 dargestellten Cosinus-Regulator sei $G_1 = 6G$, $\frac{l_1}{1} = 0,905$, $\beta = 90^\circ$. Der Abstand des Pendeldrehpunktes D von der Drehachse sei $R = 1,25 l$.

Hiernach ist

$$m = \frac{6G + 2G}{G} = 8$$

und $\cos \beta = 0,$
 $\sin \beta = 1,$

und es ergibt sich:

$$n = 8 \cdot 0,905 - tg \alpha = 7,24 - tg \alpha.$$

Wählt man der bequemerer Rechnung wegen die positive Richtung der Ausschlagwinkel umgekehrt wie in den früheren Beispielen, so erhält man

$$\begin{aligned} \text{für } \alpha_i = 20^\circ \quad \dots \quad n_i &= 7,24 - 0,364 = 6,876, \\ \alpha_m = 0^\circ \quad \dots \quad n_m &= 7,24 - 0 \quad \quad \quad 7,24, \\ \alpha_a = -20^\circ \quad \dots \quad n_a &= 7,24 + 0,364 = 7,604, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt

$$\frac{n_a}{n_i} = \frac{\omega_a^2}{\omega_i^2} = \frac{7,604}{6,876} = 1,106$$

oder

$$\frac{\omega_a}{\omega_i} = 1,051 \text{ und der Ungleichförmigkeitsgrad } \delta = \frac{0,051}{1,0255} = \frac{1}{20}.$$

Zur Berechnung von δ ist die Grösse von R nicht erforderlich.
Für $l = 200$ mm ist $R = 250$ mm und

$$n_m = R \cdot \frac{\omega_m^2}{g} = \frac{0,25 \cdot \omega_m^2}{9,81} = 7,24;$$

also ist:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{7,24 \cdot 9,81}{0,25}} = \sqrt{284} = 16,85,$$

oder die mittlere Umdrehungszahl

$$u_m = \omega_m \cdot 30 \pi = 161 \text{ in d. Min.}$$

Die Umdrehungszahl bleibt konstant bei

$$m \frac{l_1}{l} \cos \beta = 1 = 7,24 \cos \beta$$

oder

$$\cos \beta = \frac{1}{7,24} = 0,138,$$

entsprechend

$$\beta \sim 82^\circ 30'.$$

Es ist in diesem Falle

$$n' = \frac{m l_1}{l} \cdot \sin \beta = 7,24 \cdot 0,99 = 7,17,$$

also

$$\omega' = \sqrt{\frac{7,17 \cdot 9,81}{0,25}} = 16,51$$

und $u' = 158$ Umdrehungen in der Min. Bei diesen Verhältnissen ist der Regulator vollkommen astatisch.

Die Energie des Regulators ist gleich den nach dem Punkt A versetzten Centrifugalkräften der beiden Doppelpendel, die mit Hilfe des Pols \mathfrak{P} in Fig. 69 gefunden wird (für $\beta = 90^\circ$) aus der Gleichung:

$$E \cdot 2 l_1 \cos \alpha = 2 C \cdot l \cos \alpha,$$

woraus sich ergibt:

$$E = \frac{2 C l}{2 l_1} = n G \cdot \frac{l}{l_1}.$$

Hieraus findet man:

$$E_u = n_u \cdot G \cdot 1,105 = 7,6 G,$$

$$E_m = n_m \cdot G \cdot 1,105 = 8,0 G,$$

$$E_0 = n_0 \cdot G \cdot 1,105 = 8,45 G.$$

Würde also der auf das Gleitstück reducirte Widerstand V , welcher bei Verstellung der Steuerung zu überwinden ist, gleich 6 kg sein und soll der zulässige mittlere Unempfindlichkeitsgrad ε_m des Regulators $\frac{1}{30}$ betragen, so muss nach der Gleichung $\frac{V}{\varepsilon_m} = E_m = 8 G = 6 \cdot 30 \text{ kg}$ das Gewicht G des Pendels gleich $\frac{180}{8} = 22,5 \text{ kg}$ gemacht werden.

Das Arbeitsvermögen des Regulators ist — bei 2 Doppelpendeln — gleich zwei Mal der Arbeit, welche von der im Punkt B angreifenden Kraft $G_1 + 2 G$ geleistet wird, da die Arbeit, welche von der in S angreifenden Kraft G bei der Drehung der Stange l um D geleistet wird, beim Gesamtausschlag $\alpha = 20^\circ$ bis $\alpha = -20^\circ$ gleich Null ist. Der Weg des Punktes B ist bei diesem Ausschlag gleich $2 l_1 \sin 20^\circ$.

Das Arbeitsvermögen ist also gleich

$2 (G_1 + 2 G) \cdot 2 l_1 \sin 20^\circ = 4 (6 G + 2 G) \cdot 0,905 l \cdot \sin 20^\circ = 28,96 G \cdot l \cdot 0,342$,
also für $l = 200 \text{ mm}$ gleich $8 G \cdot 247,6 \text{ mm}$.

Der Cosinus-Regulator ist in die Tabelle S. 74 und 75 eingereiht worden. Hierbei erkennt man, dass derselbe — wie ein Blick auf Fig. 69 schon vermuthen lässt — mit zu den Regulatoren gehört, welche die verwendeten Massen am besten ausnutzen.



Additional information of this book

(Die Berechnung der Centrifugalregulatoren;
978-3-642-50578-2) is provided:



<http://Extras.Springer.com>

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Die praktische Anwendung der Schieber- und Coulissensteuerungen

von
William S. Auchincloss, C. E.,

mem. amr. soc. civ. eng.

Autorisirte deutsche Uebersetzung und Bearbeitung von **A. Müller**, Oberingenieur.

Mit 18 lithograph. Tafeln und zahlreichen Holzschnitten.

Preis gebunden in Leinwand M. 8,—.

Elasticität und Festigkeit.

Die für die Technik wichtigsten Sätze und deren erfahrungsmässige Grundlage.

Von

C. Bach,

Professor des Maschinen-Ingenieurwesens a. d. K. Techn. Hochschule zu Stuttgart.

Mit in den Text gedruckten Abbildungen und 15 Tafeln in Lichtdruck.

Zweite vermehrte Auflage.

Preis gebunden in Leinwand M. 16,—.

Die Steuerungen der Dampfmaschinen.

Von **Prof. Emil Blaha**, Reichenberg.

Mit 274 Figuren auf 34 lith. Tafeln.

Vierte umgearbeitete und vermehrte Auflage unter der Presse.

Die Dampfkessel

mit Rücksicht auf ihre industrielle Verwendung.

Beschreibung der wichtigsten Kesselsysteme, Angaben über Fabrikschornsteine und Beschreibung vorzüglicher Konstruktionen derselben.

Untersuchungen und praktische Angaben über die Verbrennung im Allgemeinen, sowie über die Rauchverbrennung im Besonderen und über die Verdampfung, Erläuterung verschiedener Arten von Kesselfeuerungen und Notizen über Dampf- und Speiseleitungen.

Von

Civil-Ingenieur **J. Denfer**, Paris.

Autorisirte deutsche Ausgabe von **Theodor d'Ester**, Ingenieur.

Mit 81 colorirten Tafeln mit Zeichnungen und eingeschriebenen Maassen. 1879.

Preis gebunden M. 36,—.

Die Hebezeuge.

Theorie und Kritik ausgeführter Konstruktionen.

Ein Handbuch für Ingenieure und Architekten sowie zum Selbstunterricht für Studierende.

Von

Ad. Ernst,

Professor des Maschinen-Ingenieurwesens a. d. K. Techn. Hochschule zu Stuttgart.

Zweite neubearbeitete Auflage.

Mit 645 Textfiguren und einem Atlas von 64 lithogr. Tafeln.

Preis gebunden mit Atlas M. 50,—.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik.

Unter Mitwirkung von **Fink, Goppelsroeder, Pirani, v. Renesse** und **Seyffert**

bearbeitet und herausgegeben von

C. Grawinkel und **K. Strecker.**

Mit zahlreichen Figuren im Text.

Vierte vermehrte und verbesserte Auflage.

Preis gebunden in Leinwand M. 12,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Die Pumpen.

Berechnung und Ausführung der für die Förderung von Flüssigkeiten gebräuchlichen Maschinen.

Von

Konrad Hartmann.

Mit 585 Textfiguren und 6 Tafeln.

Preis gebunden in Leinwand M. 16,—.

Die Gebläse.

Bau und Berechnung der Maschinen zur Bewegung, Verdichtung und Verdünnung der Luft.

Von

A. von Ihering,

Regierungsbaumeister, Dozent an der Königl. Technischen Hochschule zu Aachen.

Mit 464 Abbildungen im Text und 3 Tafeln.

Preis gebunden in Leinwand M. 20,—.

Dynamomaschinen

für Gleich- und Wechselstrom und Transformatoren

von

Gisbert Kapp.

Autorisirte deutsche Ausgabe

von

Dr. L. Holborn und Dr. K. Kahle.

Mit zahlreichen Abbildungen im Text.

Preis gebunden M. 7,—.

Elektrische Kraftübertragung.

Ein Lehrbuch für Elektrotechniker

von

Gisbert Kapp.

Autorisirte deutsche Ausgabe, nach der vierten englischen Auflage bearbeitet

von

Dr. L. Holborn und Dr. K. Kahle.

Mit zahlreichen in den Text gedruckten Figuren und 4 Tafeln.

Zweite Auflage. — Preis gebunden M. 8,—.

Transformatoren

für Wechselstrom und Drehstrom.

Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung.

Von

Gisbert Kapp.

Mit 133 in den Text gedruckten Figuren.

Preis gebunden M. 7,—.

Neuere Wasserwerksmaschinen

von

A. Riedler,

Professor an der Königlichen Technischen Hochschule zu Berlin.

Mit 78 Textabbildungen und 3 lith. Tafeln.

Preis M. 4,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.