

WISSENSCHAFT UND HYPOTHESE
XXIII

J. WINTERNITZ
RELATIVITÄTSTHEORIE
UND ERKENNTNISLEHRE

SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

Wissenschaft und Hypothese

Sammlung von Einzeldarstellungen aus dem Gesamtgebiete der Wissenschaften mit besonderer Berücksichtigung ihrer Grundlagen und Methoden, ihrer Endziele u. Anwendungen

Wissenschaft u. Methode. Von H. Poincaré. Deutsch von F. und L. Lindemann. 1914. Geb. *M* 10.—. XVII. Bd.

Eine summarische und getreue Darstellung des gegenwärtigen Zustandes der Wissenschaften, der einige historische Bemerkungen vorangehen, läßt vielleicht besser als abstrakte Abhandlungen verstehen, was die Gelehrten suchen, welche Vorstellung man sich von der Wissenschaft machen soll, und was man füglich von ihr erwarten darf.

Der Wert der Wissenschaft. Von H. Poincaré. Deutsch von E. u. H. Weber. Mit 1 Bildnis des Verfassers. 3. Aufl. 1921. Geb. *M* 10.—. II. Bd.

Der geistvolle Verfasser gibt einen Überblick über den heutigen Standpunkt der Wissenschaft und über ihre allmähliche Entwicklung, wie sie sowohl bis jetzt vor sich gegangen ist, als wie er sich ihre zukünftigen Fortschritte denkt.

Probleme der Wissenschaft. Von F. Enriques. Deutsch von K. Grelling. 2 Teile. 1910. XI. Bd.

I. Teil: Wirklichkeit und Logik. Geb. *M* 8.—

II. — Die Grundbegriffe der Wissenschaft. Geb. *M* 10.—

Der Verfasser entwickelt durch eine Analyse der Fragen der Logik und Psychologie eine neue Theorie der Erkenntnis, dabei die verschiedenen Zweige der Wissenschaft, von der Mathematik bis zur Biologie, Wirtschaftslehre und Geschichte, berührend.

Wissenschaft und Wirklichkeit. Von M. Frischeisen-Köhler. 1912. Geb. *M* 14.—. XV. Bd.

Das Buch, das aus umfassenderen Studien über die philosophischen Grundlagen der Natur- und Geisteswissenschaften hervorgegangen ist, gibt eine neue Grundlage des kritischen Realismus.

Das Weltproblem vom Standpunkte des relativistischen Positivismus aus. Historisch-kritisch dargestellt von J. Petzoldt. 3. Aufl. [In Vorb. 1921.] XIV. Bd.

Vom Standpunkte des relativistischen Positivismus sucht der Verfasser auf neuen Wegen und zum Teil mit neuen Hilfsmitteln die Geschichte der Philosophie als eine sinnvolle Geschichte eines vorwissenschaftlichen, ursprünglich unvermeidlich gewesenen Irrtums des menschlichen Denkens verständlich zu machen. Auf Grund der von Schuppe, Mach und Avenarius vertretenen Anschauungen wird dieser Irrtum Schritt für Schritt verfolgt und endlich vollständig aufgelöst.

Wissenschaft und Religion in der Philosophie unserer Zeit. Von É. Boutroux. Deutsch von E. Weber. 1910. Geb. *M* 10.—. X. Bd.

Boutroux zeigt uns in klarer und anschaulicher Weise die Ideen einiger der größten Denker über die Beziehungen zwischen Wissenschaft und Religion. Er übt aber auch strenge Kritik und verhehlt uns nicht alle die Schwierigkeiten und Einwendungen, die sich gegen jedes dieser Systeme erheben lassen.

Aufsämtl. Pr. Teuerungszschl. 120% (Abänd.vorb.) u. teilw. d. Buchh.

Mythenbildung und Erkenntnis. Eine Abhandlung über die Grundlagen der Philosophie. Von G. F. Lipps. 1907. Geb. *M* 8.— III. Bd.

Der Verfasser zeigt, daß erst durch die Widersprüche, die mit dem naiven, zur Mythenbildung führenden Verhalten unvermeidlich verknüpft sind, der Mensch auf die Tatsache aufmerksam wird, daß sein Denken die Quelle der Erkenntnis ist — er wird kritisch und gelangt zu der kritischen Weltbetrachtung.

Probleme der Sozialphilosophie. Von R. Michels. 1914. Geb. *M* 6.— XVIII. Bd.

Bezweckt eine eindringliche Untersuchung der im Mittelpunkt der soziologischen Forschung stehenden Probleme, wie: Kooperation, Solidarität, Kastenbildung. Verfasser bietet nicht so sehr Lösungen als vielmehr neue Gesichtspunkte für die behandelten Probleme.

Ethik als Kritik der Weltgeschichte. Von A. Görland. 1914. Geb. *M* 9.20. XIX. Bd.

Ist keine systematisierte Tugendlehre, sondern baut unmittelbar auf den praktischen Konsequenzen auf, die sich aus der Kritik der Weltgeschichte und des gesellschaftlichen Lebens der Gegenwart ergeben.

Geschichte der Psychologie. Von O. Klemm. 1911. Geb. *M* 12.— VIII. Bd.

„Die Bewältigung des Stoffes kann als eine musterhafte bezeichnet werden...“ (Archiv für Psychologie.)

Grundlagen der Psychologie. Von Th. Ziehen. 1915. Geh. je *M* 8.—, geb. je *M* 10.—. XX/XXI. Bd.

„Die physiologische Psychologie hat durch Ziehen eine möglichst geschlossene, scharf und umsichtig entwickelte wie durchgeführte erkenntnistheoretische Grundlegung erhalten.“

(Zeitschrift f. Philosophie u. philosoph. Kritik.)

Wissenschaft u. Hypothese. Von H. Poincaré. Deutsch von F. u. L. Lindemann. 4. Aufl. [U. d. Presse 1921.] I. Bd.

Behandelt in den Hauptstücken: Zahl und Größe, Raum, Kraft, Natur, Mathematik, Geometrie, Mechanik u. einige Kapitel der Physik. Zahlreiche Anmerkungen des Herausgebers kommen dem allgemeinen Verständnis noch mehr entgegen und geben dem Leser wertvolle literarische Angaben zu weiterem Studium.

Erkenntnistheoretische Grundzüge d. Naturwissenschaften und ihre Beziehungen zum Geistesleben der Gegenwart. Von P. Volkmann. 2. Aufl. 1910. Geb. *M* 12.—. IX. Bd.

Die sichtlich Zunahme der erkenntnistheoretischen Interessen auf allen Gebieten der Naturwissenschaften veranlaßt den Verfasser, seine späteren erkenntnistheoretischen Untersuchungen in die Grundzüge einzuarbeiten und damit eine weitere Durcharbeitung des gesamten für ihn in Betracht kommenden Gegenstandes zu versuchen.

Die log. Grundlagen d. exakten Wissenschaften. Von P. Natorp. 2. Aufl. [In Vorb. 1921.] XII. Bd.

Das Buch, das gleichsam eine nach modernen Begriffen reformierte „Kritik der reinen Vernunft“ darstellt, versucht eine in den Hauptzügen vollständige, geschlossene Philosophie der exakten Wissenschaften zu bieten, wobei ein strenger Systemzusammenhang angestrebt ist.

Aufsämtl. Pr. Teuerungszschl. 120% (Abänd. vorb.) u. teilw. d. Buchh.

Das Wissen d. Gegenwart in Mathematik u. Naturwissenschaft. Von É. Picard. Deutsch von F. u. L. Lindemann. 1913. Geb. *M* 10.—. XVI. Bd.

„Die Aufgabe war, eine zusammenfassende Darstellung von dem Stande der Mathematik, der Physik und der Naturwissenschaften in den ersten Jahren des 20. Jahrhunderts zu geben, u. mit meisterhafter Klarheit ist hier diese Forderung erfüllt.“ (Aus der Natur.)

Die nichteuklidische Geometrie. Histor.-krit. Darstellung ihr. Entwicklung. Von R. Bonola. Deutsch von H. Liebmann. 2. Aufl. Mit 52 Fig. 1919. Geh. *M* 12.—, geb. *M* 14.—. IV. Bd.

Gibt eine Einführung in die Methoden u. Ziele der nichteuklidischen Geometrie, die so elementar gehalten ist, daß auch der mathematisch weniger Vorgebildete den Ausführungen zu folgen vermag.

Grundlegend. Geometrie. V. D. Hilbert. 5. Aufl. 1921. VII. Bd.

„Auf dem gefährlichen Grenzgebiet zwischen Logik und Arithmetik geben die Hilbertschen Vorträge durch Klärung und Systematisierung des Vorhandenen sowie durch Entwicklung ganz neuer Gedankengänge die wertvollsten Anregungen.“ (Archiv der Mathematik u. Physik.)

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von K. Czuber. [In Vorb. 1921.]

Physik u. Erkenntnistheorie. V. E. Gehrcke. 1921. XXII. Bd.

Will sowohl dem Physiker allgemein philosophische Fragen seiner Wissenschaft näher bringen, als auch dem Philosophen in einfacher Form das Grundsätzliche darlegen, was die physikalische Spezialforschung z. T. ganz aus sich heraus geschaffen hat.

Das Prinzip der Erhaltung der Energie. Von M. Planck. 4. Aufl. 1921. VI. Bd.

Behandelt die historische Entwicklung des Prinzips von seinen Ursprüngen bis zu seiner allgemeinen Durchführung in den Arbeiten von Mayer, Joule, Helmholtz, Clausius, Thomson; die allgemeine Definition des Energiebegriffs, die Formulierung des Erhaltungsprinzips nebst einer Übersicht und Kritik über die versuchten Beweise.

Vorlesungen über neuere Probleme der theoret. Physik. 2. Aufl. Von W. Wien. [In Vorb. 1921.]

Ebbe u. Flut sowie verw. Erschein. im Sonnensystem.

Von G. H. Darwin. Deutsch von A. Pockels. 2. Aufl. Mit 1 Einführungswort v. G. v. Neumayer u. 52 Illustr. 1911. *M* 14.—. V. Bd.

„...Der sonst nur auf mathematischem Wege behandelte Stoff ist hier mit nicht zu übertreffender Meisterschaft ohne irgendeine mathematische Formel dargestellt.“ (Wissenschaftl. Beilage d. Leipz. Zeitung.)

Pflanzengeographische Wandlungen der deutschen Landschaft. Von H. Hausrath. 1911. Geb. *M* 8.—. XIII. Bd.

„Es ist ein sehr interessantes Buch, das von umfassender Kenntnis mannigfacher heterogener wissenschaftlicher und praktischer Disziplinen zeugt und daher auch in den verschiedenen Kreisen gute Aufnahme finden wird.“ (Monatsschrift für höh. Schulen.)

Vererbungslehre. Von W. Johannsen. [In Vorb. 1921.]

Die Sammlung wird fortgesetzt.

Aufsämtl. Pr. Teuerungszschl. 120%, (Abänd. vorb.) u. teilw. d. Buchh.

WISSENSCHAFT UND HYPOTHESE

XXIII

RELATIVITÄTSTHEORIE UND ERKENNTNISLEHRE

EINE UNTERSUCHUNG ÜBER DIE
ERKENNTNISTHEORETISCHEN GRUNDLAGEN DER
EINSTEINSCHEN THEORIE
UND DIE BEDEUTUNG IHRER ERGEBNISSE FÜR DIE
ALLGEMEINEN PROBLEME DES NATURERKENNENS

VON

DR. JOSEF WINTERNITZ
IN PRAG

MIT 6 FIGUREN IM TEXT



1923

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

ISBN 978-3-663-15263-7 ISBN 978-3-663-15828-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-15828-8

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1923

**ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN**

Vorwort.

Hat die Erkenntnistheorie über die Berechtigung einer physikalischen Theorie oder eine physikalische Theorie über die Richtigkeit einer Erkenntnistheorie zu entscheiden? Das eine scheint eine so unberechtigte Anmaßung wie das andere, und doch ist in gewissem Grade das eine wie das andere möglich. Unter erkenntnistheoretischem Gesichtspunkt werden wir verstehen, worin der prinzipielle Fortschritt einer neuen Theorie liegt, andererseits wird das Verständnis, das eine philosophische Theorie des Naturerkennens für eine vom Gewohnten abweichende, aber als fruchtbar erwiesene physikalische Theorie aufbringt, ein Prüfstein ihres Wertes sein.

Wer durch die Fülle neuer Probleme, die uns die Relativitätstheorie erschlossen hat, in seinem dogmatischen Schlummer nicht gestört wurde, nicht gestört in dem Vertrauen, daß das Neue entweder alt oder falsch sein muß, der spricht mit solchem Urteil über die neue Physik seiner alten Philosophie das Urteil. Aber auch soweit die nun schon ziemlich zahlreichen philosophischen Würdigungen der Theorie sich nicht durch gründliche Oberflächlichkeit und kenntnisreiches Unverständnis auszeichnen, ist doch noch immer so viel ungeklärt geblieben, daß es mir nicht überflüssig schien, den ganzen Problemkreis einmal im Zusammenhange zu entwickeln.

Von einer klaren grundsätzlichen Stellung aus alle einzelnen Probleme in möglichst helles Licht zu rücken, war mein Hauptbemühen. Ich schmeichle mir natürlich nicht, alle Schwierigkeiten überwunden zu haben und wäre zufrieden, wenn man mir zubilligen könnte, daß ich keine umgangen oder verdunkelt habe.

Da ich beim Physiker so wenig spezielle philosophische, als beim Philosophen physikalische Kenntnisse voraussetzen konnte, sind die meisten Kapitel auch dem verständlich, der auf beiden Gebieten Laie ist, so insbesondere das zweite bis sechste Kapitel; das erste und letzte Kapitel werden für den philosophisch, das achte bis zehnte für den mathematisch Ungeschulten weniger leicht zu lesen sein. Doch sind nirgend spezielle Vorkenntnisse vorausgesetzt. Insbesondere habe ich es trotz der zahlreichen und zum Teil vorzüglichen populären Darstellungen für zweckmäßig gehalten, die Grundgedanken der speziellen und der allgemeinen Theorie wieder zu entwickeln, schon deshalb, weil ich glaube, daß unter dem hier gewählten erkenntnistheoretischen Gesichtspunkt vieles klarer wird, als wenn man, wie es meist geschieht, von den physikalischen Problemen ausgeht, aus denen die Theorie historisch erwachsen ist.

In der Tat sind es die philosophischen Vorurteile des „gesunden Menschenverstandes“, welche hier dem Verständnis den hartnäckigsten Widerstand entgegensetzen. Auch war der Widerspruch zwischen Theorie und Experiment nur das eine Motiv, das zur Aufstellung der Theorie führte, daneben haben auch erkenntnistheoretische Motive, insbesondere beim Übergang von der speziellen zur allgemeinen Theorie, eine wesentliche Rolle gespielt. Wenn ich hier das Ganze von dem Problem der Relativität des Raumes und der Bewegung aus entwickle, so ist das also kein der Sache fremder, aprioristischer Standpunkt; von hier aus erscheint das Gebäude der Theorie nicht in unnatürlicher Verzerrung, sondern seine wesentlichen Linien treten deutlich hervor, wird doch auch in den Originalabhandlungen von Einstein, die uns die psychologische Entwicklung der Theorie im Geiste ihres Schöpfers in ihrer grandiosen Einfachheit und Konsequenz vor Augen führen, dieser allgemeine erkenntnistheoretische Gedanke nachdrücklich hervorgehoben.

Zu besonderem Dank bin ich Herrn Professor Einstein dafür verpflichtet, daß er die Güte hatte, mir im Gespräche seine Anschauungen über fast alle hier behandelten Probleme anzudeuten.

Nächstem verdanke ich am meisten H. Weyls ausgezeichnetem Buche „Raum — Zeit — Materie“ und einer mit dem Verfasser geführten Korrespondenz über einige Punkte, in denen ich seiner Auffassung nicht beipflichten konnte, und den Vorlesungen meines verehrten Lehrers Professor Ph. Frank. Wollte ich hier alle Physiker und Philosophen erwähnen, deren Bücher, Vorlesungen und Gespräche mir Anregung und Belehrung gegeben haben, so müßte ich die Namen beinahe aller Autoren nennen, die über unseren Gegenstand geschrieben haben. Doch wäre ich trotz alledem in das Verständnis der Theorie nicht so weit eingedrungen ohne die Mitarbeit meiner lieben Freunde, der jungen Physiker L. und F. Infeld, deren ich hier dankbar gedenke.

Noch wäre zu sagen, daß die Schrift schon im Herbst 1921 in allen wesentlichen Teilen abgeschlossen war und daß der Verfasser durch äußere Umstände gehindert wurde, die seither erschienene Literatur mit der erforderlichen Gründlichkeit zu studieren und die Probleme, deren Behandlung zum großen Teile wie in diesem Buche, so im allgemeinen in der Wissenschaft noch zu keinem Abschluß gelangt ist, weiterzuverfolgen.

Daß die Einsteinsche Theorie Physiker und Philosophen gezwungen hat, über die Grundfragen des ihnen gemeinsamen Grenzgebietes, der Erkenntnistheorie der Naturwissenschaften, Klarheit zu suchen, ist nicht ihr geringstes Verdienst. Die Physiker, die bisher fast immer nur als Philosophen wider ihren Willen über die Grundlagen ihrer eigenen Wissenschaft nachgedacht haben, und die Philosophen, die voll Verachtung für die philosophische Naivität der Physiker ihre eigene naturwissenschaftliche Naivität nicht ahnten, sie alle werden sich auf die Dauer der Einsicht nicht verschließen können, daß es auf diesem Gebiete nicht eher zur Klarheit kommen wird, als bis — um Platos bekanntes Wort zu variieren — die Philosophen Physik treiben und die Physiker richtig philosophieren.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitendes über Aufgaben, Methoden und Grenzen der Naturerkenntnis	1
§ 1. Notwendigkeit der Klärung der Prinzipien 1. — § 2. Was ist Wahrheit? 1. — § 3. Die Evidenz der inneren Wahrnehmung 4. — § 4. Die Geltung der Prinzipien 4. — § 5. Unmittelbar gewisse anschauliche Erkenntnisse 5. — § 6. Tatsachenerkenntnis. Erklären und Beschreiben 6. — § 7. Naturgesetze und Außenwelt 7. — § 8. Kritik des dogmatischen Idealismus 9. — § 9. Die Überwindung des skeptischen Idealismus durch den transzendentalen 10. — § 10. Der Machsche Positivismus 12. — § 11. Die Prinzipien a priori in der Naturwissenschaft 14. — § 12. Wahrnehmbarkeit und Wirklichkeit 16. — § 13. Kausalerklärung 17. — § 14. Das System der Hypothesen 19. — § 15. Zusammenfassung 21.	
II. Der Sinn der Relativität von Raum und Zeit	22
§ 1. Vorbemerkung 22. — § 2. Der Sinnesraum 23. — § 3. Der objektive Raum 24. — § 4. Relativität der Ortsangabe 25. — § 5. Relativität der Bewegung 26. — § 6. Die Erde als Bezugskörper 28. — § 7. Relativität der zeitlichen Lage 30. — § 8. Die ewige Wiederkehr des Gleichen 32. — § 9. Leerer Raum und leere Zeit 34. — § 10. Keine Relation ohne absolutes Fundament 35. — § 11. Raum und Zeit als Ordnungsschema 39. — § 12. Ein Körper 42. — § 13. Identität der Stelle in Raum und Zeit 43.	
III. Der absolute Raum in der Physik	45
§ 1. Psychologische Wurzel der Vorstellung des absoluten Raumes 45. — § 2. Kraft und Beschleunigung in der Newtonschen Physik 46. — § 3. Der Begriff des Inertialsystems 47. — § 4. Das Galileiische Relativitätsprinzip 48. — § 5. Die Relativität der gleichförmigen Bewegung bei Kant und Maxwell 50. — § 6. Der absolute Raum bei Newton 52. — § 7. Machs Einwand 54. — § 8. Mögliche Auffassungen der Newtonschen Mechanik 55. — § 9. Ist die Annahme des Körpers <i>A</i> kausal befriedigend? 56. — § 10. Das Gesetz der Lichtausbreitung 58. — § 11. Genügt es dem Galileiischen Relativitätsprinzip? 59. — § 12. Lorentzs Theorie des ruhenden Äthers 61. — § 13. Äther und absolute Bewegung 62.	

IV. Der Grundgedanke von Einsteins spezieller Theorie	63
§ 1. Der Michelsonversuch 63. — § 2. Kontraktionshypothese 67.	
— § 3. Einsteins Lösung 69. — § 4. Äther und Feld 70. —	
§ 5. Überwindung der mechanischen Weltansicht 71. — § 6. Spezielles Relativitätspostulat und Galilei-Relativität 72. — § 7. Der Sinn der Gleichförmigkeit der Lichtausbreitung 73. — § 8. Gleiche Zeiten an Bewußtseinsinhalten 75. — § 9. Objektive Zeitangaben 75. — § 10. Naive Zeitbeurteilung 77. — § 11. Zeitverhältnis zwischen Wahrgenommenem und Wahrnehmung 78. — § 12. Wahrnehmung der Koinzidenzen 79. — § 13. Die endliche Lichtgeschwindigkeit 80. — § 14. Die prinzipielle Bedeutung des Lichts 81. — § 15. Lichtuhr und mechanische Uhr 82.	
V. Die vierdimensionale Welt	80
§ 1. Relativität der Gleichzeitigkeit 86. — § 2. Der Satz vom Widerspruch 88. — § 3. Längen und Zeiten in zueinander bewegten Systemen 90. — § 4. Vergleich mit der Lorentzschen Auffassung 91. — § 5. Minkowskis vierdimensionale Welt 93. — § 6. Unabhängigkeit von Zeit und Raum nach der alten Auffassung 94. — § 7. Ihre Abhängigkeit nach der neuen Auffassung 96. — § 8. Die Eigenzeit 97.	
VI. Zeitordnung und Kausalzusammenhang	99
§ 1. Zeitfolge von Ursache und Wirkung 99. — § 2. Zeitordnung und Bewußtsein 102. — § 3. Lichtgeschwindigkeit als obere Grenze 104. — § 4. Unmöglichkeit der Fernwirkung 105. — § 5. Zeitfolge von Ursache und Wirkung nach der speziellen Theorie 106. — § 6. Zeitordnung und Kausalbeziehung nach Kant 109. — § 7. Kausalerklärung der Kontraktion 111. — § 8. Wirkliche oder scheinbare Länge? 113. — § 9. Wirklichkeit, Relativität und Invarianz 114. — § 10. Nahewirkung und Formulierung des Kausalgesetzes 115.	
VII. Geometrie und Erfahrung	117
§ 1. Vorbemerkung 117. — § 2. Die rotierende Kreisscheibe 118. — § 3. Einwände gegen das Beispiel 119. — § 4. Prinzipieller Einwand 121. — § 5. Die gewöhnliche Auffassung 122. — § 6. Die synthetischen Urteile a priori 123. — § 7. Das System des Euklid 124. — § 8. Die nichteuklidischen Geometrien 127. — § 9. Die Axiome als Definitionen. (Implizite Definition.) 129. — § 10. Die Objekte der Geometrie und die Gegenstände der Erfahrung 131. — § 11. Die Anschauung Poincaré's 132. — § 12. Der starre Körper 133. — § 13. Das Licht als Gerade und die Zuordnung physikalischer Dinge zu den Begriffen der Geometrie 135.	

- VIII. Geometrie als physikalische Hypothese. 137
- § 1. Die Aufgabe 137. — § 2. Das Kontinuum 138. — § 3. Die Dreidimensionalität 139. — § 4. Maßbestimmung 141. — § 5. Linienelement 142. — § 6. Krümmung 143. — § 7. Das unendlich Kleine 145. — § 8. Weyls Erweiterung der Riemannschen Geometrie 146. — § 9. Die quadratische Form 148. — § 10. Homogenität und Relativität 149. — § 11. Geometrie und Physik 153.
- IX. Allgemeine Relativität und Gravitation 154
- § 1. Das allgemeine Relativitätspostulat 154. — § 2. Allgemeine Kovarianz 155. — § 3. Die Bedeutung der Koinzidenzen 157. — § 4. Die Äquivalenzhypothese 159. — § 5. Gleichheit von schwerer und träger Masse 160. — § 6. Der Sinn der Äquivalenzhypothese 162. — § 7. Die Gleichheit von Schwerkraft und Trägheitskraft 166. — § 8. Die geodätische Linie 168. — § 9. Der Anschluß an die spezielle und an die Newtonsche Theorie 169. — § 10. Bestimmung und Bedeutung der g_{ik} , die Gravitationsgleichungen 170. — § 11. Das Problem der Substanz 172. — § 12. Die Kategorie „Ding“ 174. — § 13. Die Identität im Verlaufe der Zeit 175. — § 14. Transzendente Deduktion des Beharrungssatzes 176. — § 15. Die Weylsche Theorie der Elektrizität 178.
- X. Zeit, Raum und Kausalität in der allgemeinen Theorie. 181
- § 1. Riemannsche Geometrie und Gravitationstheorie 181. — § 2. Weltzeit und Eigenzeit 183. — § 3. Trennung von Raum und Zeit 184. — § 4. Das kausal Befriedigende der Einsteinschen Theorie 185. — § 5. Das kosmologische Problem 186. — § 6. Einsteins Lösung 188. — § 7. Die Geometrie der Käferschatten 190. — § 8. In welchem Sinne der Raum doch unendlich bleibt 192. — § 9. Vierdimensionale Geschlossenheit? 193. — § 10. Ist immanente Kosmologie möglich? 194. — § 11. Was bedeuten zeitartige geschlossene Linien? 195.
- XI. Die Relativitätstheorie im Streite der Schulen 197
- § 1. Die Aufgabe 197. — § 2. Kant und die absolute Bewegung 198. — § 3. Die Geltung der euklidischen Geometrie 200. — § 4. Zeit und Raum nicht Anschauungs-, sondern Ordnungsformen 202. — § 5. M. Schlick 204. — § 6. E. Cassirer 207. — § 7. Machs Positivismus und J. Petzoldt 209. — § 8. Was ist ein Naturgesetz? 211. — § 9. Die Philosophie des Als ob 213. — § 10. Das A priori bei Reichenbach 215. — § 11. Weyls Auffassung der Naturgesetze 217. — § 12. Die Notwendigkeit des Determinismus 219. — § 13. Nochmals der Zeitsinn 222. — § 14. Die Feldgesetze Identifikationen? 224. — § 15. Theorie und Wirklichkeit 225. — § 16. Schlußbetrachtung 229.

I. Einleitendes über Aufgabe, Methode und Grenzen der Naturerkenntnis.

1. Die Erörterungen dieses einleitenden Kapitels sind nicht überflüssige Abschweifungen vom eigentlichen Gegenstand. Es geht hier um die Grundfragen der Naturerkenntnis, über die sich heute weder die Philosophen, noch die Naturforscher untereinander einig sind und in denen man doch Klarheit gewinnen muß, um sich über irgendwelche spezielleren Fragen klar werden zu können. Denn das ist die eigentümliche Schwierigkeit der Philosophie, um derentwillen sie niemals als Handwerk betrieben werden können, daß es hier nicht möglich ist, irgendeinen kleinen Bezirk aus dem Zusammenhange herauszulösen und diesen beschränkten Bereich völlig aufzuheben, ohne sich um das große Ganze zu kümmern. Hier ist eins mit dem anderen so verwoben, daß die Art, wie das Einzelne aufgefaßt, wie die Fragen formuliert werden, schon von der grundsätzlichen Stellungnahme abhängt, daher auch die verschiedenen philosophischen Schulen, die an dem ersten Kreuzweg schon verschiedene Wege einschlagen, einander an keinem Punkte ihres Weges mehr treffen und sich verständigen können.

2. Man streitet darüber, ob auch der Begriff der Wahrheit durch die Relativitätstheorie der Relativierung unterworfen wurde und ob darin eine Absurdität oder ein philosophisches Verdienst läge. Einstein selbst hält es für notwendig, gleich zu Beginn seiner gemeinverständlichen Darstel-

lung¹ den Sinn, in dem wir von der Wahrheit geometrischer Sätze sprechen, klarzustellen. Wir müssen also zuerst versuchen, auf die alte Pilatusfrage: „Was ist Wahrheit?“ eine Antwort zu finden.

Doch da tritt uns sogleich mit warnend erhobenem Zeigefinger der alte Kant entgegen, der gerade zu dieser Frage bemerkte, es sei „schon ein großer und nötiger Beweis der Klugheit oder Einsicht, zu wissen, was man vernünftigerweise fragen solle.“²

Freilich lehnt Kant nur das Verlangen nach einem „allgemeinen und sicheren Kriterium einer jeden Wahrheit“ als „ungereimt“ ab und setzt dabei „die Worterklärung der Wahrheit als Übereinstimmung einer Erkenntnis mit ihrem Gegenstande“ voraus. Aber auch abgesehen von Kants Einwand, daß ein allgemeines Kriterium von allem Unterschied der Gegenstände absehen müßte, während Wahrheit gerade in einer Beziehung zum Gegenstand bestehe, könnten wir von einem solchen allgemeinen Kriterium, selbst wenn wir eins wüßten, keine Aufklärung des Begriffes der Wahrheit erwarten. Denn wenn wir nicht annehmen, daß wir auch unabhängig von dem Kriterium unmittelbar Wahrheit erfassen können, geraten wir in einen regressus in infinitum, weil wir doch wieder das Kriterium zu Rate ziehen müßten, um zu erfahren, ob es für ein gegebenes Urteil erfüllt ist usw.

Darum ist auch die Evidenz als Kriterium unmöglich, wenn sie als ein „Gefühl“ aufgefaßt wird, das die wahren Urteile begleitet, von dessen Vorhandensein man sich überzeugen muß, um daraus auf die Wahrheit des Urteils zu schließen. Es ist nicht so, daß wir daraus, daß uns etwas klar ist, schließen, daß es wahr ist, sondern, daß uns etwas klar ist, daß es uns einleuchtet, und daß wir es für wahr halten, ist ein- und dasselbe. Aber wenn man das einsieht, bleibt doch noch die

¹ Die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Gemeinverständlich dargestellt von A. Einstein. Braunschweig, Vieweg.

² Kr. d. r. V. Transz. Elementarlehre II. Teil, Einleitung III.

Frage offen: Daß etwas wahr ist und daß es uns klar ist, ist das ein- und dasselbe? Diese Frage zu bejahen, davor scheint uns die Geschichte des menschlichen Denkens als die Geschichte der jeweils für einleuchtend gehaltenen Irrtümer zu warnen.

Wenn wir aber bedenken, daß es keinen anderen Weg zur Wahrheit gibt als die unmittelbare Einsicht, keine andere Beglaubigung als die Klarheit, daß der Begriff der Wahrheit nirgends anders woher entlehnt und auf nichts anderes gegründet sein kann als auf das unmittelbare Erlebnis des direkten Wahrheitserschaffens, dann erkennen wir die Sinnlosigkeit solchen Zweifels.³ Er setzt entweder voraus, daß wir der Wahrheit irgendwie anders habhaft werden könnten als dadurch, daß sie uns einleuchtet, und daß wir dann ihre Abweichung von dem Einleuchtenden feststellen könnten, oder er legt irgendeinen transzendenten Wahrheitsbegriff, Übereinstimmung mit einer uns unzugänglichen Wirklichkeit oder den Urteilen eines göttlichen Verstandes zugrunde, wo die Wahrheit uns dann freilich ewig unerreichbar bliebe. Darum kann man sagen, daß aller Skeptizismus dogmatisch ist.

Der völlig konsequente Skeptizismus, der einen Geltungsanspruch weder erhebt noch anerkennt, ist freilich schon deshalb nicht zu widerlegen, weil er das Prinzip der Widerlegung, daß Widersprechendes nicht wahr sein kann, nicht zugibt. Alles läßt sich eher logisch begründen als die Logik, alles eher vor der Vernunft rechtfertigen als das Vertrauen in die Vernunft.

³ Als ich einmal skeptische Betrachtungen über die Evidenz angestellt hatte und sie zu Papier bringen wollte, fing ich an: „Es ist klar . . .“. — Hier ist nicht der Ort, in eine Erörterung aller Schwierigkeiten des Evidenzproblems einzutreten. Für die transzendente Wahrheitstheorie ist die Möglichkeit der Erkenntnis, für die Evidenztheorie die Möglichkeit des Irrtums ein Problem. Daß wir uns trotz der Evidenz der inneren Wahrnehmung über das Bestehen von Evidenz täuschen können, kommt, glaube ich, meist daher, daß wir Sätze für gültig halten, die wir durch einleuchtende Schlüsse aus teilweise ungeprüften oder gar nicht bemerkten Prämissen gewonnen haben.

4 I. Einleitendes über Aufgabe, Methode u. Grenzen d. Naturerkenntnis

Um also nicht an Unmögliches Kraft zu verschwenden, beschränken wir uns darauf, zu untersuchen, was wir auf den verschiedenen Erkenntnisgebieten von einem Urteil verlangen, wenn es für wahr gelten soll, und was wir von ihm erwarten, wenn es uns für wahr gilt. Denn wenn sich mit der alten Worterklärung der Wahrheit als „Übereinstimmung mit der Wirklichkeit“ überhaupt ein guter Sinn verbinden läßt, so ist doch klar, daß dieser Sinn für verschiedene Urteilsarten jedenfalls sehr verschieden sein muß. Betrachtet man z. B. die drei Urteile „Mir ist kalt“, „ $2 + 2 = 4$ “, „Das Licht besteht aus elektromagnetischen Schwingungen“, so kann ihnen doch offenbar nicht eine „Wirklichkeit“ in einem einheitlichen präzisieren Sinne entsprechen.

3. Fragen wir zunächst, was „Wirklichkeit“ ist und woher wir etwas von ihr wissen, so liegt die Antwort in dem Cartesischen unbezweifelbaren cogito. Im einfachen Hinnehmen dessen, was in unserem Bewußtsein vorliegt, haben wir den Urtypus der Gewißheit, der uns in einem Beispiel, was „Wahrheit“ und was „Wirklichkeit“ ist, zugleich offenbart. Wenn man hier von „Übereinstimmung mit der Wirklichkeit“ sprechen will, so ist doch klar, daß die Wirklichkeit durch die Selbstgewißheit des Denkaktes, in dem wir sie erfassen, beglaubigt ist, und nicht umgekehrt das Urteil, durch eine Übereinstimmung oder „eindeutige Zuordnung“, die sich irgendwie durch Vergleich feststellen ließe. Wenn man sich bei der inneren Wahrnehmung streng davor hütet, irgend etwas über die Bedingungen des gegebenen Bewußtseinszustandes in das Urteil aufzunehmen, und im Auge behält, daß zwar alles, was sie zeigt, wirklich ist, aber nicht alles, was wirklich ist, in ihr gegeben sein muß, dann wird man schon deshalb in ihrer Evidenz nichts Problematisches finden, weil es überhaupt keine Gegeninstanz gibt, die ihrem Zeugnis widersprechen könnte.

4. Wenn es irgendwelche nicht der Erfahrung entnommene Grundsätze gibt (wovon noch später die Rede sein soll, aber mindestens für Logik und reine Mathematik steht das doch

kaum in Frage), so scheint hier die Berufung auf unmittelbare Evidenz dem Dogmatismus Tür und Tor zu öffnen. Dennoch läßt sie sich offenbar nicht dadurch vermeiden, daß man alles begründet, nicht nur weil jede Begründung in der Zurückführung auf andere Sätze besteht, sondern auch deshalb, weil jeder einzelne Schritt in der Begründung doch nur um seiner unmittelbaren Einsichtigkeit willen Geltung hat.

Aber gegen das „De principiis non est disputandum“, hinter dem sich jedes Vorurteil verschanzen kann, hilft doch nur die überall berechtigte Frage: Warum? Können wir auch nicht alles begründen, so dürfen wir doch bei jedem Satz nach dem Grunde fragen. Die Begründung der Prinzipien kann durch den Nachweis der Rolle, die sie im Erkenntniszusammenhange spielen, gegeben werden. Was wirklich ein Grundsatz ist, muß so wesentlich sein, daß das ganze Gebäude zusammenstürzt, sobald wir diesen Grundstein entfernen. Um das zu zeigen, braucht man freilich wieder andere Prinzipien, aber indem man von den verschiedensten Seiten aus die Unentbehrlichkeit der einzelnen Quadern des logischen Fundamentes erfaßt, überzeugt man sich von der Notwendigkeit des Ganzen.

5. Außer diesen zwei Klassen unmittelbar evidenter Wahrheiten gibt es noch eine dritte, die dem Grade ihrer Allgemeinheit nach, zwischen den individuellen Tatsachen des Bewußtseins und den allgemeinsten Grundsätzen des Erkennens steht, die „Wesenserkenntnis“, die auf Grund einmaliger „exemplarischer Anschauung“ über Kategorien von Gegenständen allgemeingültige Feststellungen macht, z. B.: „Keine Farbe ohne Ausdehnung“ oder „Orange ist dem Rot ähnlicher als dem Blau“ u. dgl. Hier versagt jedes weitere Kriterium, hier gibt es kein Begründen, hier sind wir allein auf das unmittelbare Zeugnis unseres Bewußtseins angewiesen, das hier eine ebenso unzweideutige Sprache führt, wie bei der Feststellung einzelner Inhalte. Mißbrauch solcher Evidenz wird vermieden, wenn wir streng darauf achten, daß solche Erkenntnis nur bei an-

schaulichen Gegebenheiten möglich ist, nicht bei irgendwelchen indirekt gedachten Gegenständen.

6. Bei allen diesen allgemeinen Erkenntnissen kann von einer Übereinstimmung mit der Wirklichkeit als Wahrheitskriterium noch weniger die Rede sein als bei der inneren Wahrnehmung; wir erwarten von ihnen nur, daß die Ergebnisse von Deduktionen, die ihnen gemäß oder mit ihrer Hilfe erfolgt sind, dieselbe Gültigkeit haben wie die Prämissen.

Tatsachenurteile hingegen, welche über das Gegebene hinausgehen, können sich offenbar nur in der Weise bewahren, daß die Folgerungen aus ihnen mit dem Gegebenen übereinstimmen, und erst mit dieser Art der Erkenntnis betreten wir das Reich der Naturwissenschaft. Welchen Sinn Wirklichkeitsaussagen haben, welche nicht von dem unmittelbar Gegebenen sprechen, und wie man von diesem zunächst allein Gegebenen, das man in der bunten, tönenden Welt der Anschauung wahrnimmt, zu der begrifflich gedachten objektiven Welt bewegter Massenpunkte, elektrischer Wellen, schwingender Elektronen usw. kommt, das ist das eigentliche Problem der Naturerkenntnis.

Daß sich die Physik ihre eigene Welt schaffen muß, ergibt sich aus ihrer Aufgabe. Wenn wir hier in dem Streit, ob sie nur zu beschreiben oder auch zu erklären hat, Stellung nehmen wollen, so müssen wir uns erst über die Begriffe verständigen.

Wenn „Erklären“ Zurückführung von Besonderem auf Allgemeines bedeutet, so ist nicht zu leugnen, daß das mindestens ein wesentlicher Teil der Aufgabe der theoretischen Physik ist. Sonst hätte Newton nichts für die Physik geleistet, als er die Planetenbewegung aus seinem allgemeinen Gravitationsgesetz herleitete. Eine „Erklärung“ ist eine solche Ableitung nur in dem Sinne nicht, daß das allgemeine Gesetz, auf das das besondere zurückgeführt wird, an sich nicht einleuchtender zu sein braucht als dieses, sondern nur durch das tat-

sächliche Eintreffen der aus ihm gezogenen einzelnen Folgerungen wahrscheinlich gemacht wird.

Die Ablehnung der Möglichkeit solcher Erklärung als Zurückführung auf einleuchtende Prinzipien hatten wohl Mach und Kirchhoff im Auge, als sie so nachdrücklich die bloße Beschreibung als Aufgabe der Naturwissenschaft hinstellten. Als positive Bestimmung ist aber „Beschreibung“ noch unzulänglicher als „Erklärung“. Denn beschreiben kann man im eigentlichen Sinne doch nur einen einzelnen Vorgang oder ein einzelnes Ding. Solche Beschreibungen aber liefern wohl das unentbehrliche Material für die naturwissenschaftliche Erkenntnis, sind aber doch nicht selbst solche Erkenntnis. Wie das erste radioaktive Präparat oder die photographische Aufnahme von der Sonnenfinsternis im Mai 1919 ausgesehen hat, ist gewiß ein für die Wissenschaft wichtiges Faktum, aber im System der Physik findet das keinen Platz. Auch wenn wir noch mit Mach die Forderung der Ökonomie in der Beschreibung hinzufügen, bleibt es eine gleich unmögliche und unfruchtbare Aufgabe, die unendliche Mannigfaltigkeit alles Wirklichen beschreibend festzuhalten. Nur ausnahmsweise werden einzelne Naturobjekte wegen ihres verhältnismäßig dauernden Bestandes und ihrer sonstigen Bedeutung Gegenstand der wissenschaftlichen Beschreibung, wie in der Astronomie und Geographie. Aber von solchen bloß beschreibenden Naturwissenschaften unterscheidet sich die Physik grundsätzlich dadurch, daß sie auf das schlechthin Unveränderliche im ewigen Wechsel geht.

7. Die jahrhundertelange Geschichte der Wissenschaft hat uns gelehrt, dieses Unveränderliche weder in einem unterschiedslosen Sein wie die Eleaten, noch in irgendwelchen durch Begriffe zu erfassenden Typen wie Plato zu suchen, sondern in den gesetzmäßigen Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den einzelnen Naturerscheinungen in ihrem zeitlichen Ablauf. Alle Gesetze der Physik drücken solche Notwendigkeitszusammenhänge aus, Notwendigkeit in dem Sinne

streng unabänderlicher Zuordnung des Bedingten zu seinen Bedingungen, nicht im Sinne einer apodiktischen Einsicht in den Wirkungszusammenhang. Denn wir stellen solche Zusammenhänge nur mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit als Tatsachen fest, sehen sie nicht als notwendig ein.⁴ Beobachten wir aber Ausnahmen von einem statuierten empirischen Gesetz, so legen wir sie nie einer Launenhaftigkeit der Natur zur Last, sondern ändern unser Gesetz entsprechend ab, weil wir überzeugt sind, daß bei richtiger Formulierung Ausnahmen unmöglich wären. Der Notwendigkeitszusammenhang ist nirgends gegeben, aber er schwebt als unverrückbares Ziel der empirischen Forschung vor, zwingt sie zu immer allgemeineren und genaueren Gesetzen fortzuschreiten, während ein empiristischer Kausalbegriff 'Humescher Art, der zwischen Ursache und Wirkung nur eine gewohnheitsmäßige, mehr oder minder regelmäßige Verknüpfung findet, keinen Grund gibt, über die bisher gefundenen Gesetze wegen etwa beobachteter Abweichungen hinauszugehen.

Wenn man sich das klarmacht, dann sieht man ein; daß die allgemeine, strenge Geltung des Kausalgesetzes, die ursächliche Bestimmtheit alles Geschehens weder ein induktiv gewonnener Erfahrungssatz von angenäherter Geltung ist, noch eine metaphysische Annahme zur „Abrundung“ unseres Weltbildes, sondern eine unentbehrliche Voraussetzung, die dem tatsächlich angewandten Verfahren der Naturwissenschaft erst Sinn und Berechtigung gibt.

Solche Erkenntnisse, daß dies und jenes unter diesen und jenen Bedingungen regelmäßig, ausnahmslos und nur in diesem Sinne notwendig geschieht, geben nicht nur der theoretischen Forschung den festen Zielpunkt, sondern auch dem

⁴ Wenn Mach sagt, es gäbe keine Naturnotwendigkeit, die Notwendigkeit liege nur im Denken, so gilt im Reiche der empirischen Gesetze gerade umgekehrt, daß die Notwendigkeit des Denkens fehlt, während die Notwendigkeit in der Natur zwar nirgends gegeben ist, aber in ständiger Annäherung gesucht wird.

praktischen Handeln den festen Angriffspunkt, da sie allein Voraussicht des Künftigen, Vorausbestimmung des Erfolges des eigenen Verhaltens ermöglichen.⁵

Aber die Statuierung solcher Gesetze erweist sich als unmöglich innerhalb der gegebenen Welt unmittelbar wahrgenommener subjektiver Qualitäten; dieses Erkenntnisziel zwingt uns zu der aufgegebenen Welt der quantitativ bestimmten, in einem Wirkungszusammenhang eingeordneten Dinge fortzuschreiten. Dies ist die sogenannte „Außenwelt“, die sich vor der Bewußtseinswelt außer durch ihre strenge Gesetzlichkeit noch dadurch auszeichnet, daß sie als ein und dieselbe für alle Denkenden angenommen wird.

Aber mit welchem Recht machen wir diese Annahmen? Gründe, die jahrhundertlang auch denen für unwiderleglich galten, die sich von ihnen nicht überzeugt fühlten, scheinen zu beweisen, daß es sinnlos oder zu mindest unstatthaft ist, über die gegebene Wirklichkeit hinauszugehen und etwas als existierend anzunehmen, was nicht Bestandteil des Bewußtseins ist.

8. Der dogmatische Idealismus, wie ihn in höchster Konsequenz Berkeley herausgebildet hat, mißverstehet die unbestreitbare Einsicht, daß alles Sein uns nur als Gegenstand des Denkens gegeben werden kann, dahin, daß es nichts gibt als Vorstellungen, deren Dasein anders als im aktuellen Vorstellen oder Vorgestelltwerden überhaupt nicht sinnvoll gedacht werden könnte. Es ist das Verdienst F. Brentanos und der aus seiner Schule hervorgegangenen Denker, vor allem Husserls, klargestellt zu haben, daß das, was uns unmittelbar gegeben ist, nicht aus einem Haufen von „Ideen“, „Empfindungen“, „Elementen“ besteht, oder wie sonst die sensualistische Psychologie die Steinchen benennen

⁵ Πρόνοιαν περί τοῦ μέλλοντος λογισμῷ καταληπτὴν εἶναι ἀνθρώπου ἀρετὴν („daß die durch Schluß zu erlangende Voraussicht des Künftigen der Vorzug des Menschen ist“), hat schon lange vor Ostwald der weise Cheilon gelehrt. (Diogenes Laertius I 3.)

mag, aus denen sie ihr Mosaik zusammensetzt, sondern daß das Wesensmerkmal des Bewußtseins ist, Bewußtsein von irgend etwas zu sein.

Wenn ich einen Schmerz fühle oder eine Farbe sehe, ist es wohl sinnlos, das Fühlen und das Sehen von dem Gefühlten und Gesehenen zu unterscheiden; aber ebenso sinnlos ist es, wenn ich ein Dreieck denke, den Unterschied zwischen dem psychischen Geschehen, daß ich es denke, und dem, was ich meine, indem ich es denke, zu leugnen. Dieses „gedachte Dreieck“ braucht in keinem Sinne zu existieren, aber es wird mit bestimmten Merkmalen versehen gedacht, die es von diesem Denken selbst und von allen realen Bestandstücken eines Bewußtseinsstromes wesentlich unterscheiden. Meine Erkenntnis, daß $2 \times 2 = 4$ ist, ist grundverschieden von dem Tatbestand, daß es so ist, welchen ich in dieser Erkenntnis einsehe, und der ebenso in unzähligen anders beschaffenen Erkenntniserlebnissen eingesehen werden kann. So sicher es ist, daß uns die Existenz eines Dreiecks nie anders bekannt werden kann, als indem es Gegenstand meines Bewußtseins wird, so sicher ist es, daß, wofern ein Dreieck existiert, es nicht als Bestandteil meines Bewußtseins, als irgendein Stück meines Erlebens besteht, sondern in einer wesentlich anderen Seins-sphäre.

Es ist nicht der mindeste Widerspruch dabei, wenn ich eine physische Welt zu einer Zeit bestehend denke, in der es gar kein Bewußtsein gab, das sie hätte wahrnehmen können; doch bin ich nicht deshalb berechtigt, so zu denken, weil diese Welt „wirklich“, „an sich“ unabhängig von jedem auffassenden Bewußtsein einmal bestanden hat, sondern sie hat darum einmal bestanden, weil ich berechtigt bin, zur „Erklärung“ meiner Wahrnehmungen den Weltverlauf zeitlich ins Unendliche erweitert zu denken, um das mir gegebene Bruchstück zu einem zusammenhängenden gesetzlichen System zu ergänzen.

9. Läßt sich also auch in der Annahme einer jenseits des Bewußtseins gelegenen, wenn auch nur in Beziehung zu ihm

bestimmbaren Welt kein Widerspruch finden, so scheint doch der skeptische Idealismus unwiderleglich, der diese Annahme um ihrer Unbeweisbarkeit willen ablehnt. Sinnestäuschungen, Halluzinationen, Träume lehren uns, daß der lebhafteste Eindruck keine Bürgschaft dafür gibt, daß ihm irgend etwas Objektives entspricht. Mit welchem Rechte nehmen wir dann an, daß es überhaupt so etwas gibt?

Aber bei näherem Zusehen erweist es sich, daß der Schluß von der Unzuverlässigkeit jeder Wahrnehmung auf die Möglichkeit der Unzuverlässigkeit aller Wahrnehmungen eine ganz unstatthafte Extrapolation darstellt. Wenn es bei jeder einzelnen Wahrnehmung geschehen kann, daß ihr jene objektive Wirklichkeit, die wir durch sie zu erfassen glauben, nicht entspricht, so läßt sich daraus keineswegs folgern, daß möglicherweise überhaupt keiner Wahrnehmung irgend etwas zugrunde liegt. Denn unsere Schlüsse von der Wahrnehmung auf die Außenwelt können wir nur auf Grund anderer Wahrnehmungen berichtigen, diese gegenseitige Berichtigung aber kann nur unter der Annahme einer „Außenwelt“, d. h. eines gesetzmäßigen Naturzusammenhanges, in dem es keine Widersprüche und Ausnahmen geben darf, erfolgen. Gegen eine solche Methode, die Wahrnehmungen miteinander in Einklang zu bringen durch Einordnung in einen gesetzlichen Wirkungszusammenhang — und nichts anderes bedeutet „die empirische Realität der Erscheinungen“ im Sinne des transzendentalen Idealismus — verliert die idealistische Skepsis, die der sogenannte „kritische“ so wenig wie der „naive“ Realismus abzuwehren imstande ist, ihre Kraft.

Denn gegen eine Methode gibt es nur einen Einwand: ihre Unbrauchbarkeit, und für sie nur einen Beweis: ihren Erfolg. Und der Erfolg dieser Methode liegt in aller Naturerkenntnis, die im praktischen Leben und in der Wissenschaft verwertet wird. Denn Natur ist, wie man allen Empiristen, für die Kant nicht gelebt hat, zum Trotz immer wieder be-

tonen muß, nicht irgend etwas, was „die Erfahrung“ gibt, sondern ein System, das das Denken aus den an sich bedeutungs- und beziehungslosen Einzeltatsachen der Erfahrung nach seinen Prinzipien konstruiert.

10. Wäre es möglich, wie E. Mach es wollte, die Naturgesetze als Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Empfindungen zu formulieren, dann verlöre dieser Gedankengang allerdings seine Berechtigung; aber positivistische Denker wie Avenarius und Petzoldt, die für das Verständnis des Psychischen die Hirnphysiologie nach den Grundsätzen des psycho-physischen Parallelismus heranzuziehen für notwendig halten, geben damit zu, was ja auch sonst klar ist, daß die Gesetzmäßigkeit, die die Physik aufzustellen hat, im Bereiche der gegebenen Empfindungen nicht vorzufinden ist.

Darum war es ein entscheidender Fortschritt des menschlichen Denkens, als Demokrit der objektiven Welt alle sinnlichen Qualitäten absprach und sie aus den Bewegungen der Atome allein aufbauen wollte, und so fand auch bei der Erneuerung der Naturwissenschaft zu Beginn der Neuzeit dieser prinzipielle Unterschied zwischen gegebenem Qualitativen und begrifflich gedachtem Quantitativen bei Galilei und Locke seinen Ausdruck. Um den Wert dieser Unterscheidung von primären und sekundären Qualitäten zu erfassen, muß man sich freilich darüber klar sein (wozu Locke selbst von seiner sensualistischen Psychologie aus keinen Zugang hatte), daß diese Scheidelinie nicht innerhalb der Wahrnehmungswelt verläuft.

Die Merkmale der Ausdehnung, der räumlichen Anordnung und Bewegung, wie wir sie genau so wie die Farbenqualitäten in der Gesichtswahrnehmung finden, sind von diesen gewiß in keiner Weise ausgezeichnet; aber indem wir aus mathematischen Größenbegriffen, die nicht dieser Anschauungswelt entlehnt sind, besonders den Variablen, die die räumlich-zeitliche Ordnung darstellen, einen Gesetzeszusammenhang konstruieren, von dem das uns unmittelbar Gegebene gesetzmäßig

abhängt, kommen wir erst zu einer nicht bloß registrierenden, beschreibenden und klassifizierenden Wissenschaft von der Natur.

Mach hat gewiß darin recht, daß Ausgangspunkt und Ziel-punkt aller Naturwissenschaft die „Elemente“, das Gegebene der Wahrnehmung sind, aber die physikalischen Theorien sind nicht ein Gerüst, das man abbrechen kann, wenn der Bau vollendet ist, sondern sie sind der Bau selbst, und die physikalischen Begriffe sind nicht ein ökonomisches Hilfsmittel zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen den Empfindungen, sondern durch sie denken wir jene Welt der Gesetzmäßigkeit, der wir die Gegebenheiten der Anschauungswelt zuordnen müssen, um überhaupt Zusammenhang in ihr zu finden.

Daß dem so ist, beweist schon die einfache Erfahrungstatsache, daß zwischen einer Wahrnehmungs- und einer Phantasievorstellung gar kein psychologischer Unterschied zu bestehen braucht. „Während ein heiß, leuchtend, flackernd Empfundenes eine Flamme ist, an der man auch Wasser kochen kann, läßt sich mit einem heiß, leuchtend, flackernd Vorgestellten zunächst nichts in der Umgebung verrichten“, sagt Mach in der „Analyse der Empfindungen“.⁶ Wo aber liegt der Unterschied in den Elementen, der dem verschiedenen Verhalten entsprechen müßte, wenn strenge Gesetzmäßigkeit in diesem Bereiche gelten sollte? Unter Umständen liegt er doch allein in den physiologischen Bedingungen. Nun ließe sich ein Hirnvorgang ja auch allenfalls als Abhängigkeitsbeziehung zwischen Empfindungen auffassen, z. B. zwischen den Empfindungen, die ich habe, indem ich meine Schädeldecke abnehme und durch geeignete Spiegelungs- und Vergrößerungsvorrichtungen mir ins Hirn hineinschaue, und den Gesichtswahrnehmungen, die ich dann erhalte; aber so ergäbe sich ein unendlicher Regreß, weil auch wiederum die Elemente, auf Grund deren ich in mein Hirn hineinzuschauen glaube, nicht „bloße Vorstellungen“ sein dürfen.

⁶ Jena 1914, S. 303.

11. Trifft es also zu, daß wir nicht Zusammenhänge zwischen Gegebenem einfach feststellen können, sondern daß wir aus dem Gegebenen ein zusammenhängendes System konstruieren müssen, so ist wohl klar, daß diese Konstruktion nach bestimmten Prinzipien erfolgt, aber es bleibt noch die Frage, ob diese Prinzipien a priori gültig sind oder den gleichen empirischen Charakter tragen wie die Naturgesetze, die ja auch nicht unmittelbar in der Erfahrung vorgefunden werden.

„A priori“ soll dabei nicht bedeuten: durch eine dem Menschen angeborne Struktur des Intellektes oder des Hirns bedingt. Denn ob man dann eine prästabilisierte Harmonie annimmt, die die Natur zwingt, sich diesen Einrichtungen des Menschenkopfes anzupassen, oder eine allmähliche Entwicklung dieser Prinzipien im Menschenkopf durch eine Anpassung an die Natur, keinesfalls wären solche Prinzipien irgendwie logisch ausgezeichnet, es wäre kein Grund, sie als unabänderliche, notwendige Voraussetzungen gelten zu lassen, und es gäbe auch kein Kriterium, um sie von anderen Denkgewohnheiten zu scheiden, die sich im Laufe der Entwicklung herausgebildet haben und die wir uns wieder abgewöhnen müssen, sobald sie unzweckmäßig werden. Sondern so wie ich früher allgemein sagte, daß man die Prinzipien an ihrer Unentbehrlichkeit im System der Erkenntnis erkennen müsse, so kann man von Prinzipien a priori in der Naturwissenschaft nur dann sprechen, wenn sich aus dem Wesen, aus dem Sinn der Naturerkenntnis ergibt, daß sie sich nach gewissen Grundsätzen zu richten hat, ohne die den Methoden der Naturforschung die logische Grundlage fehlen würde. Das ist der Sinn von Kants Methode der „transzendentalen Deduktion“: Nicht Hirnphysiologie, die unveränderliche Eigenschaften des Menschenkopfes feststellt, noch Entwicklungspsychologie, die Angeborenes und Erworbenes sondert, sondern logische Analyse, was der Begriff der Natur als eines gesetzlichen Wirkungszusammenhanges erfordert, und metho-

dologische Prüfung, nach welchen Prinzipien allein diese theoretische Konstruktion erfolgen kann.

Daß es mindestens ein solches a priori gültiges Prinzip gibt, das allgemeine Kausalgesetz, ist nach dem oben Gesagten klar.⁷ Keine Erfahrung kann uns ursachloses Geschehen zeigen, weil wir von einem nicht in den allgemeinen Kausalzusammenhang verstrickten Geschehen gar nicht wüßten, wie wir seine Existenz feststellen sollten, was sie im Reiche der Wahrnehmungen bedeuten würde. Hier, wie bei den Prinzipien der Logik, sieht man klar, was Kants kopernikanische Wendung bedeutet, in welchem Sinne sich die Dinge nach dem Denken richten müssen; damit ein Urteil, das etwas als wirklich hinstellt, wahr ist, muß es den Forderungen des Denkens genügen, von ihnen also hängt es ab, was (natürlich in der konstruierten Welt der Natur, nicht in der gegebenen des Bewußtseins) wirklich ist, nicht von der Wirklichkeit, welche Prinzipien der Wirklichkeitdenkens gültig sind.

Wenn sich nun herausstellt, daß gewisse von Kant für a priori gehaltene Grundsätze durch die Relativitätstheorie ihre Geltung verlieren, so kann der Fehler offenbar nicht in den Prinzipien des Kantschen Apriorismus liegen, sondern nur darin, daß sie nicht streng genug angewandt wurden, daß man als a priori annahm, was diese prinzipielle Bedeutung für die Naturerkenntnis nicht besitzt.

Gibt es solche Prinzipien, so ist hier die eine Grenze der empirischen Forschung, das eine Gebiet, wo die Methode, aus Beobachtung und Experiment Gesetze zu induzieren und ihre Gültigkeit nach dem Eintritt der vorausgesagten Folgen zu beurteilen, sinnlos wird. Das zweite solche Gebiet ist das der unmittelbar gegebenen Bewußtseinstatsachen und ihrer Wesensgesetze, die mit den Naturgesetzen ihres zeitlichen Ablaufs nicht verwechselt werden dürfen.⁸

⁷ § 7 dieses Kapitels. Vielleicht ist es möglich, alle apriorischen Voraussetzungen als Korrolarien aus dem Kausalgesetz herzuleiten. ⁸ Vgl. oben § 5.

12. Während die Wirklichkeit der Bewußtseinstatsachen unmittelbar feststeht und durch keinerlei physikalische Theorie weginterpretiert werden kann, erfolgt die Bestätigung oder Widerlegung jeder die physische Welt betreffenden Annahme durch die Feststellung von Bewußtseinstatsachen. Wenn ich z. B., um mich davon zu überzeugen, daß ich jetzt nicht nur eine Tischwahrnehmung habe, sondern daß hier wirklich ein Tisch ist, ihn abtaste, auf ihn klopfe, ihn von der Stelle rücke, andere Menschen frage, ob sie ihn sehen usw., so bestehen alle diese Proben doch darin, daß ich versuche, ob unter gewissen Bedingungen gewisse Wahrnehmungen eintreten; welchen Sinn hätte es noch, an der Existenz des Tisches zu zweifeln, sobald alle Erwartungen, die sich aus dieser Annahme ableiten lassen, bestätigt werden? Das ist nun freilich prinzipiell unmöglich, weil die Zahl dieser möglichen Folgerungen unendlich ist, und daher, streng genommen, keine endliche Zahl von Wahrnehmungen genügt. Man denke nur an einen längeren zusammenhängenden Traum, in dem das Zeugnis aller Sinne übereinstimmend eine Realität zu bezeugen scheint. Erst der Widerspruch mit der im Wachen wahrgenommenen Welt macht es uns unwahrscheinlich, daß der geträumten eine Wirklichkeit entspricht; aber es ist wohl zu merken, daß hier wie sonst überall eine eindeutige gewisse Entscheidung nicht möglich ist, sondern von den einander widersprechenden Wirklichkeitssetzungen, die jeweils am wenigsten wahrscheinlich erscheinenden aufgegeben werden. Auch hieraus folgt die schon oben⁹ nachgewiesene Unmöglichkeit, eine Aussage über die Außenwelt durch irgendwelche Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Empfindungen adäquat auszudrücken. Würden aber die Störungen der im allgemeinen festgestellten Korrespondenz zwischen bestimmten Vorstellungen und bestimmten Gegebenheiten der Außenwelt ganz regellos eintreten, dann wäre eine systematische Begründung des Verfahrens der Natur-

⁹ § 10.

forschung wiederum unmöglich. Es zeigt sich jedoch, daß wir jede solche Abweichung entweder durch eine Störung der Leitung vom Sinnesorgan zum Hirn oder durch das Fehlen der peripheren Reizung erklären können. Daher dürfen wir die Korrektur an unseren Wirklichkeitssetzungen von der Voraussetzung aus vornehmen, daß die strenge Entsprechung von Physischem und dem uns gegebenen Psychischen nur für die Vorgänge in unserem Hirn zutrifft. Alles andere aber bezeugt seine Wirklichkeit dadurch, daß es infolge eines Kausalzusammenhanges mit Hirnvorgängen Wahrnehmungen bedingt. In diesem Sinne ist die Wirklichkeit an die Wahrnehmbarkeit gebunden. Wo ein solcher Zusammenhang gar nicht besteht, wissen wir überhaupt nicht, was die Annahme einer solchen Wirklichkeit bedeuten sollte.

Dasselbe besagt Kants berühmte Erklärung der Wirklichkeit eines Dinges als Zusammenhang mit Wahrnehmung nach Gesetzen der Erfahrung und der von Einstein mit allem Nachdruck aufgestellte Satz, daß ein Begriff erst dann einen Sinn gewinnt, wenn wir wissen, durch welche Beobachtungen wir sein Zutreffen feststellen könnten.¹⁰

13. Daraus ergibt sich, daß auch nur Wahrnehmbares als „wahre Ursache“ bei Kausalerklärungen gelten kann. Daß es sich dabei nicht um Zurückführung auf einleuchtende Wahrheiten handelt, sondern daß die allgemeinen Gesetze, nach denen die Erscheinungen in der Zeit aufeinanderfolgen, bloße Tatsachenwahrheiten sind, deren wir uns nur durch das Zutreffen der aus ihnen gezogenen Folgerungen mit einem gewissen Grade der Wahrscheinlichkeit vergewissern können, wurde schon betont. Kausalerklärung einer ein-

¹⁰ „Der Begriff existiert für den Physiker erst dann, wenn die Möglichkeit gegeben ist, im konkreten Falle herauszufinden, ob der Begriff zutrifft oder nicht.“ S. 14 der gemeinverständlichen Darstellung.

zelen Erscheinung W bedeutet Angabe gewisser vorausgehender Umstände U und eines Naturgesetzes, nach dem auf U regelmäßig W folgt. Daneben gebraucht man den Ausdruck „Erklärung“ auch für die Zurückführung speziellerer Wirkungsgesetze auf allgemeinere.

Die Forderung, daß die bedingenden Umstände wirklich im Sinne der Wahrnehmbarkeit sein müssen, birgt eine eigentümliche, nicht zu unterschätzende Schwierigkeit. Wir haben die Wahrnehmbarkeit nicht anders definieren können als durch Wirkungen, die in die Wahrnehmung fallen. Verliert damit die Bedingung der Wahrnehmbarkeit nicht ganz den Charakter einer Einschränkung? Man könnte sagen: Wenn ich zu irgendeiner beobachteten Wirkung irgendwie eine Ursache fingiere, so ist diese Ursache eben deshalb schon „wahrnehmbar“, weil die zu erklärende Wirkung vorliegt. So nehme ich zur „Erklärung“ der Anziehung gewisser Eisenstäbe den Magnetismus an, und er ist eben durch diese Anziehung definiert und wird durch sie wahrnehmbar. Nun ist aber doch klar, daß weder für die Theorie, noch für die Praxis etwas geleistet ist, wenn ich für irgendeine neue Erscheinung einen Namen erfinde, aber kein Mittel gewinne, ihren Eintritt vorauszusehen oder herbeizuführen. Der ganze Wert der Erkenntnis von Kausalzusammenhängen besteht doch darin, daß ich die Wirkung nicht abzuwarten brauche, sondern die Ursache, die sie hervorbringt, an etwas anderem als an der Wirkung erkenne, die ich vorausbestimmen will. Kann man aber a priori die Möglichkeit ausschließen, daß sich eine vorhandene Ursache in einer einzigen Art von direkt in die Wahrnehmung fallenden Wirkungen äußert? Wenn wir ein Zustandsmerkmal A zur Erklärung einer bestimmten Erscheinung B annehmen, so ist es doch jedenfalls möglich, daß A auch mit anderen Merkmalen kombiniert auftritt. Daß unter allen diesen Kombinationen keine einzige ist, welche eine direkte in die Wahrnehmung fallende und von B verschiedene Wirkung zur Folge hat, ist nun zwar nicht schlechterdings

unmöglich, aber doch von so geringer Wahrscheinlichkeit, daß man kaum damit zu rechnen braucht.¹¹

14. Daß die Wahrheit ein System ist und wirklich, was sich einem geordneten Zusammenhang einfügt (etwa im Gegensatz zur regellosen Welt des Traumes), das sind deshalb unzulängliche Bestimmungen, weil wir zwar diesen systematischen Zusammenhang von Wahrheit und Wirklichkeit verlangen, aber nicht alles, was wir in geordnetem Zusammenhang denken können, darum auch schon wahr oder wirklich zu sein braucht.

Doch ist die Wahrheit auf physikalischem Gebiete in dem prägnanten Sinne ein System, daß die einzelnen physikalischen Hypothesen für sich gar nicht der Prüfung unterzogen werden können, sondern nur der ganze Gesetzeszusammenhang von Physik und Psychophysik. Man kann z. B. eine bestimmte Hypothese über die Wirkung eines Magneten nicht durch Beobachtungen prüfen, ohne dabei über die Meßinstrumente, die man benützt, geometrische und mechanische, über die Lichtstrahlen, die das Sehen vermitteln, optische, und über die Einwirkung der Lichtstrahlen auf das Auge und die Abhängigkeit der Wahrnehmungen von den dadurch bewirkten Hirnvorgängen physiologische und psychophysische Annahmen zu machen. Wenn der auf Grund einer Theorie des Magnetismus erwartete Effekt ausbleibt, so ist zunächst nicht sie widerlegt, sondern nur der ganze Zusammenhang von Hypothesen, der erst jene Voraussage ermöglichte; prinzipiell kann irgendeine von diesen vielen Annahmen auf den verschiedensten Gebieten abgeändert werden, um den negativen Ausfall des Versuches zu erklären. Darum meint P. Duhem in seinem ausgezeichneten Buche über die physikalische Theorie mit Recht, es gebe überhaupt kein *experimentum crucis*.

Wenn wir auch im Prinzip diese Unbestimmtheit immer im

¹¹ Näheres darüber in meiner Abhandlung „Kausalität, Relativität und Stetigkeit“. Kant-Studien Bd. XXV, 1920, S. 220 ff.

Auge behalten müssen, so spielt sie doch in der Alltagspraxis der Wissenschaft keine große Rolle. Denn erstens ist der Grad der Sicherheit der verschiedenen Annahmen meist so verschieden, daß man gar nicht in Zweifel ist, welche zunächst aufgegeben werden muß. Niemandem fällt es z. B. ein, wenn eine erwartete Erscheinung nicht gesehen wird, die Annahme aufzugeben, daß wir etwas sehen müssen, sobald ein Lichtstrahl ein normal funktionierendes Auge trifft. — Allerdings zeigt sich die Kühnheit und Freiheit eines genialen Denkers gerade darin, daß er nicht davor zurückschreckt, solche durch lange Gewohnheit selbstverständlich gewordene Voraussetzungen aufzugeben, wenn dadurch der Widerspruch von Theorie und Erfahrung am einfachsten aufgeklärt wird — wofür die Theorie des Kopernikus und die von Einstein vielleicht die zwei größten Beispiele in der bisherigen Geschichte der Wissenschaft darstellen.

Zweitens, wenn wir auch bei dem besterprobten Naturgesetz mit der Möglichkeit rechnen müssen, daß es in der Tat nicht zutrifft, so ist doch mit der größten Wahrscheinlichkeit anzunehmen, daß die Abweichungen von einem solchen Gesetz, das sich vorher immer bestätigt hat, eine gewisse Grenze, eben die Grenze der üblichen Beobachtungsgenauigkeit, nicht übersteigen. Ein Naturgesetz, das ein großes Erscheinungsgebiet mit einer gewissen Genauigkeit dargestellt hat, muß in einem neuen Gesetz auch als erste Annäherung gültig bleiben. Das heißt, durch Betrachtung der Größenordnung der Abweichung des Beobachteten vom Erwarteten kann man die Wahrscheinlichkeit, daß sie durch Umstoßung eines bislang durchaus bestätigten Naturgesetzes zu erklären ist, auf ein Minimum reduzieren. Schließlich kann man eine bestimmte Hypothese durch die verschiedensten Experimente prüfen, wobei dann immer andere Annahmen für die Voraussage des Ergebnisses benötigt werden. Der negative Ausfall aller dieser Versuche wird dann natürlich am einfachsten durch die Unrichtigkeit der ihnen gemeinsam zugrunde liegenden Hypothese erklärt.

So kommt es, daß trotz der prinzipiellen Unbestimmtheit der einzelnen Teile praktisch doch jeweils ein ganz bestimmtes System von Hypothesen dem gegebenen Stande der Erfahrung und den logischen Prinzipien entspricht.¹²

15. Wir stellen die Ergebnisse unserer bisherigen Betrachtungen kurz zusammen:

1. Die Aufgabe der Naturwissenschaft ist die Aufstellung von Naturgesetzen, durch die sich aus gegebenen Zuständen künftige vorausbestimmen lassen.

2. Zu diesem Zwecke muß man über die unmittelbar und unzweifelhaft gegebene Bewußtseinswelt hinausgehen und die Wahrnehmungen durch die Zustände einer physischen Welt bedingt ansehen, in der strenge Gesetzmäßigkeit herrscht und die durch Begriffe in dem Sinne allgemeingültig zu beschreiben ist, daß jedes denkende und empfindende Wesen aus diesen Annahmen seine Wahrnehmungen erklären, d. h. in den einen gesetzmäßigen Zusammenhang einordnen kann.

3. Alle einzelnen Aussagen über diese „Außenwelt“ sind Hypothesen, die nur durch das Eintreten der aus ihnen abzuleitenden Wahrnehmungen zu kontrollieren sind, und denen entsprechend dem Umfange der so gewonnenen Bestätigung verschiedene Grade von Wahrscheinlichkeit, aber nie volle Gewißheit zukommt.

4. Von diesen physikalischen Annahmen strenge zu scheiden sind die prinzipiellen methodischen Voraussetzungen, auf denen die Konstruktion dieser physikalischen Welt beruht, ohne die sie sinnlos wird und die überhaupt erst erfahrungsmäßige Prüfung möglich machen. Zu diesen apriorischen Voraus-

¹² „Die Entwicklung hat gezeigt, daß von den denkbaren theoretischen Konstruktionen eine einzige jeweilen sich als unbedingt überlegen über alle anderen erweist. Keiner, der sich in den Gegenstand wirklich vertieft hat, wird leugnen, daß die Welt der Wahrnehmungen das theoretische System praktisch eindeutig bestimmt, trotzdem kein logischer Weg zu den Grundsätzen der Theorie führt.“ A. Einstein in seiner Ansprache zu Max Plancks sechzigstem Geburtstag.

setzungen gehört ohne Zweifel das Kausalgesetz; ob alle unsere Erkenntnisse über Raum und Zeit auch zu dieser Klasse gehören, wie Kant lehrt, wird noch zu untersuchen sein.

5. Was wir außer der unmittelbar gegebenen Welt noch als wirklich annehmen, muß jedenfalls wahrnehmbar sein. Aussagen über die physische Welt, die auf keine mögliche Erfahrung Bezug haben, sind ohne jede Bedeutung.

6. Kausalerklärung eines einzelnen Geschehens bedeutet Angabe der Bedingungen, unter denen es notwendig eintritt. Ein gesetzlicher Zusammenhang läßt sich nur in dem Sinne erklären, daß er aus einem allgemeineren, aber auch nicht evidenten hergeleitet wird.

7. Streng genommen ist nur das ganze System der physikalischen Hypothesen samt der Theorie des Zusammenhangs zwischen Physischem und Psychischem an der Erfahrung prüfbar.

II. Der Sinn der Relativität von Raum und Zeit.

1. Was in diesem Kapitel entwickelt wird, gilt den einen als Binsenwahrheit, den anderen als Absurdität. Die ausführliche Darstellung und Begründung wird also weder dem einen, noch dem anderen Teile recht sein. Ich halte es aber für unerläßlich, erst über die Grundfragen Klarheit zu schaffen, ehe man das weniger Triviale erörtert. Ich bin überzeugt, daß, wer den Sinn der Relativität und die Unmöglichkeit, Absolutes von dem seinem Wesen nach Relativen auszusagen, an diesem einfachsten Fall vollkommen begriffen hat, auch die Grundgedanken der Relativitätstheorie leicht erfassen wird, wie auch, daß beinahe alle sogenannten philosophischen Einwände gegen diese Theorie in dem Unverständnis gegenüber diesen primitivsten, von den Physikern meist als Selbstverständlichkeit vorausgesetzten Tatsachen wurzelt.

2. Wie im allgemeinen die klare Scheidung der „aufgegebenen“, durch das begriffliche Denken zu konstruierenden Welt von der unmittelbar gegebenen anschaulichen Welt die erste Voraussetzung für eine richtige Erfassung der Probleme des Naturerkennens darstellt, so ist es auch für die Klärung des Raumproblems (und für die Zeit gilt natürlich das gleiche) unerlässlich, den Unterschied zwischen dem subjektiven Sinnesraum und dem objektiven Raum, in dem die Gegenstände der Physik lokalisiert sind, fest im Auge zu behalten.

Kants Lehre von den apriorischen Anschauungsformen läßt sich nach der psychologischen Richtung kaum anders auffassen, als daß das „Rohmaterial der Empfindungen“ ohne jede räumliche und zeitliche Bestimmtheit ist und erst jene Formen zeitliche und räumliche Ordnung in die an und für sich nur qualitativ bestimmten Empfindungen bringen.¹ Gegenüber dieser Anschauung, die in Lotzes Theorie der Lokalzeichen vielleicht ihre schärfste Ausprägung gefunden hat, den einfachen, unzweideutig gegebenen Sachverhalt wieder klar gestellt zu haben, ist vor allem das Verdienst von K. Stumpf.² Wenn die Aufmerksamkeit einmal darauf gelenkt worden ist, kann man in der Tat nicht mehr verkennen, daß Gesichtsanschauungen, die nur aus Farbenqualitäten bestehen, völlig unmöglich sind, daß vielmehr das, was wir sehen, immer farbige Flächen von gewisser Ausdehnung und Form sind.

Ob das in gleicher Weise von den räumlichen Bestimmungen in der dritten Dimension gilt, wie Stumpf mit Argumenten beweisen will, die, wie mir scheint, die Dreidimensionalität schon voraussetzen, ob von den anderen Sinnen das gleiche gilt wie vom Gesichtssinn, ob etwa den Tönen ebenso

¹ Die psychologische Unklarheit der Kantischen Raum-Zeit-Lehre kommt meines Frachtens eben daher, daß Kant hier nicht zwischen dem Anschaulichen und Begrifflichen die richtige Scheidelinie zieht, sondern aus beiden den Zwitter „reine Anschauung“ macht.

² „Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung“. Leipzig 1873.

unmittelbar räumliche Ausbreitung und ein Ort in einem Sinnesraum zuzuschreiben ist, wie z. B. Fr. Brentano³ behauptet, das können wir hier dahingestellt sein lassen.

Worauf es hier ankommt, können wir so formulieren: Wenn wir, der Lockeschen Unterscheidung von primären und sekundären Qualitäten folgend, unter sekundären Qualitäten die Eigenschaften der Dinge verstehen, die uns in der Wahrnehmung unmittelbar anschaulich erscheinen, aber nach der primitivsten Erfahrung auch ganz und gar von den Bedingungen der Wahrnehmung, von der Einrichtung und Funktion der Sinnesorgane, von der Stellung des wahrnehmenden Subjekts zum wahrgenommenen Ding abhängen, von Subjekt zu Subjekt wechseln und mit den wahrnehmenden Subjekten zweifellos verschwinden würden, dann finden sich unter diesen sekundären Qualitäten sicherlich auch räumliche Bestimmungen: Größe, Gestalt und Ordnung des Nebeneinander.

3. Soweit das anschaulich Gegebene sich überhaupt in „Elemente“ auflösen läßt, ist der Machsche Positivismus im Recht, wenn er unter diesen Elementen auch räumliche Bestimmungen findet; aber damit ist noch gar nichts über die Rolle entschieden, die der Raum in unserem theoretischen Weltbild spielt.

Ich habe gesagt: Unter den sekundären Qualitäten finden sich räumliche Bestimmungen; damit ist aber nicht gesagt, daß die räumlichen Bestimmungen sekundäre Qualitäten sind, sondern jene halbe Wahrheit wird erst zu einer ganzen, wenn wir hinzufügen: Wenn unter primären Qualitäten diejenigen Bestimmungen der Dinge verstanden werden, aus denen jeder Wahrnehmende je nach seinen subjektiven Bedingungen seine Wahrnehmungen ableiten kann, jene Bestimmungen der physischen Welt als eines gesetzlichen Wirkungszusammenhanges, die von allen denkenden Wesen als die gleichen zu denken sind, dann gehören zu diesen primären Qualitäten zweifellos

³ „Untersuchungen zur Sinnespsychologie“. Leipzig 1907, S. 82f.

räumliche (und zeitliche) Bestimmungen. Die Gesamtheit solcher möglichen Ortsbestimmungen von Körpern, das ist der objektive oder physische Raum. Er verhält sich zum Sinnesraum ganz analog, wie sich elektro-magnetische Schwingungen nach der gegenwärtig herrschenden Theorie des Lichts zu den von uns empfundenen Farbenqualitäten verhalten. Was dieses Verhältnis verschleiert, ist folgender Umstand: Während wir uns elektro-magnetische Schwingungen nicht im mindesten mit Hilfe von Farbqualitäten anschaulich machen können, ist es bis zu einem gewissen Grade möglich, sich die Anordnungsverhältnisse im objektiven Raum mit Hilfe des Gesichtsraums zu veranschaulichen.

4. Die einfachste Art von objektiven Ortsangaben ist die Angabe der Bewegungen, die nötig sind, um zu einem Dinge zu gelangen. Hierin drückt sich sehr deutlich aus, was der psychologische Ursprung und der logische Grund für die Annahme einer objektiven Welt im allgemeinen und eines objektiven Raumes im besonderen ist: Die Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Empfindungen, die sich zu strengen Gesetzen modifizieren lassen, durch Korrekturen, die nach dem Obengesagten eben jene Annahme voraussetzen.

Wie im allgemeinen die Aussage: „Da ist ein Ding“ im Unterschied von der „Ich sehe ein Ding“ bedeutet, daß ich unter entsprechenden Bedingungen bestimmte Tastempfindungen haben werde u. dgl., so bedeutet die Aussage: „Das Ding ist hundert Schritte rechts von mir“, daß ich nach Ausführung der entsprechenden Bewegungen bestimmte Tastempfindungen haben werde. Offenbar haben solche Ortsangaben eine bestimmte Ausgangssituation des Menschen, für den sie gelten, zur Voraussetzung. Wenn für eine bestimmte Ausgangssituation S der Körper A sich hundert Schritte rechts befindet, so wird dieselbe Angabe für eine andere Situation S' offenbar nicht zutreffen, und niemand wird einen Widerspruch darin finden, daß für S' vielmehr z. B. die Angabe 50 Schritte links gilt. Offenbar wäre es vollkommen sinnlos zu fragen,

ob A „in Wirklichkeit“ hundert Schritte rechts oder fünfzig Schritte links liegt.

Es scheint vielleicht überflüssig, eine solche Trivialität erst auseinanderzusetzen, aber in dieser Trivialität liegt eben schon die Relativität der räumlichen Lage, aus der sich alles weitere ergibt. Wie in diesem einfachsten Falle, so läßt sich allgemein die Lage eines Körpers nie anders angeben als durch bestimmte Beziehungen zu anderen Körpern.

Wenn jemand beim Einsteigen in ein Luftschiff auf die Frage, wo er morgen sein werde, antwortet: „Im Luftschiff“, so wird man vielleicht von dieser Antwort nicht sehr befriedigt sein, aber prinzipiell ist sie genau von der gleichen Art wie etwa die Antwort „In London“ oder die Angabe der geographischen Länge und Breite.⁴ Denn der ganze Unterschied liegt darin, daß der Bezugskörper, d. h. der Körper, auf den wir uns zum Zwecke der Ortsangabe beziehen, im ersten Fall auf der Erde bewegt, im anderen mit der Erde fest verbunden ist. Aber diese Art von Ortsangabe hat offenbar nur einen anderen praktischen Wert, aber keine wesentlich andere Bedeutung.

5. Aus der Relativität der Lage folgt unmittelbar und zwingend die Relativität der Bewegung. Daß es ein und derselbe Körper ist, der als der gleiche zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Orten erscheint, ist für den Begriff der Bewegung nicht wesentlich, es kann sich auch ein Zustand an einem Körper fortpflanzen, so bei der Wärmeleitung und bei den Wellenbewegungen. Der Einfachheit halber sprechen wir zunächst nur von der Bewegung von Körpern.

Ist nun die Bewegung Änderung des Ortes, der Lage eines

⁴ An dieser Art der Ortsbestimmung auf der Erdoberfläche kann sich übrigens auch, wer niemals analytische Geometrie getrieben hat, den Begriff des Koordinatensystems klar machen. Die Lage des Äquators und des Nullmeridians und die Einteilung des Quadranten gerade in 90° ist ganz willkürlich gewählt. Dadurch ist aber schon jedem Punkte in eindeutig bestimmter Weise ein Zahlenpaar zugeordnet.

Körpers und der Ort, die Lage eines Körpers gar nicht anders angebbar, durch gar nichts anderes definiert als durch bestimmte Beziehungen zu anderen Körpern, so kann die Bewegung als Ortsänderung auch nichts anderes sein als Änderung dieser besonderen, eben räumlichen Beziehung zu gewissen anderen Körpern. Und wenn man bei der Angabe der Lage willkürlich jeden Körper als Bezugskörper nehmen kann und keiner vor dem anderen prinzipiell ausgezeichnet ist, so bleibt es offenbar auch bei der Beschreibung der Bewegung eines Körpers ganz dem Belieben anheimgestellt, auf welchen Körper man sich bei der Angabe seiner jeweils veränderten Lage bezieht.

Wie ein und derselbe Körper zur gleichen Zeit nahe und fern, rechts und links, oben und unten ist, je nachdem von welchem Körper man bei der Beurteilung seiner Lage ausgeht, so wird eine und dieselbe Bewegung langsam und schnell, gleichförmig und ungleichförmig, geradlinig und krumm sein, je nach dem, auf welchen Körper man sich bei der Beschreibung der Bewegung bezieht. Im besonderen kann jeder bewegte Körper auch als ruhend aufgefaßt werden, wenn seine jeweilige Lage in bezug auf Körper beschrieben wird, die seine Bewegung teilen.

Um das an dem vorhin gegebenen Beispiel zu erläutern: Wenn der Mann in dem Luftschiff von Berlin nach London fliegt, bewegt er sich oder nicht? Jedermann wird wohl die Frage bejahen. Wenn man aber nun einwendet: „Nein, er hat sich die ganze Zeit nicht bewegt, er ist ganz ruhig in seinem Luftschiff gesessen, ohne sich zu rühren,“ wer hat dann recht? Der Streit ist offenbar so sinnlos wie der, ob er an dem Tage nach seiner Abreise in London oder im Luftschiff sein werde. Beides trifft zu. So ist es auch richtig, daß er sich nicht bewegt hat, nämlich in bezug auf das Luftschiff, und daß er sich doch bewegt hat, nämlich, wenn man als Bezugskörper die Erde nimmt, beziehungsweise Körper, die mit der Erde fest verbunden sind.

6. Diese so einfache und natürliche Anschauung von der Relativität der Bewegung klingt nur deshalb paradox, weil wir im praktischen Leben gewohnt sind, alle Bewegungen auf die Erde zu beziehen und von einem Körper schlechthin zu sagen, er sei bewegt oder in Ruhe, wenn er auf der Erde fest liegt oder sich auf ihr bewegt, ohne uns dieser Beziehung bewußt zu sein.

Wenn wir z. B. auf einer Brücke stehen und eine Zeit lang in das fließende Wasser schauen, so haben wir den sinnlich lebhaften Eindruck, uns stromaufwärts zu bewegen. Aber wir nennen das eine Sinnestäuschung und sind überzeugt, daß sich „in Wirklichkeit“ das Wasser bewegt und nicht wir. Was bedeutet das „in Wirklichkeit“? Offenbar nicht mehr, als daß das Wasser in seinem Bette, d. h. in bezug auf die Erde bewegt ist, während wir unseren Platz auf der Erde beibehalten. Aber käme es auf nichts anderes an als auf das Wasser und mich, dann könnte ich ebenso gut sagen: „Ich bewege mich gegen das Wasser“ als „Das Wasser bewegt sich an mir vorbei“. Es wäre eben nichts anderes festzustellen als die gegenseitige Bewegung.

Dieser Begriff der Bewegung mit der stillschweigenden Bezugnahme auf die feste Erde — „die breitbrüstige Erde, aller Dinge ewig unveränderlicher Sitz“ singt Hesiod — wurde erst problematisch, als Kopernikus und Kepler die Entdeckung machten, daß sich die Bewegung der Gestirne viel leichter beschreiben läßt, wenn man die Sonne statt der Erde als festen Bezugskörper nimmt. Warum man zunächst nicht zu der Einsicht kam, daß es überhaupt nichts gibt als die eine relative Bewegung von Sonne und Erde, und daß es nur verschiedene Arten der Beschreibung derselben Bewegung sind, wenn man einmal die Erde, einmal die Sonne als ruhend ansieht, sondern nunmehr die Sonne statt der Erde als ruhend ansah, das wollen wir später bei der Besprechung der Grundlagen der Newtonschen Mechanik zu erklären versuchen.

Zum Verständnis der Überlegenheit des Kopernikanischen

Systems sei hier nur noch folgendes bemerkt: Wenn man die Bewegungen mit völliger Genauigkeit beschreiben wollte, so wäre es gleich kompliziert, welchen Körper immer man als ruhend zugrunde legt. Macht man aber geeignete Vernachlässigungen, dann erscheint die Bewegung um den massivsten Körper als besonders einfach. Zur Zeit des Kopernikus war die Ptolemäische Theorie nicht mehr imstande, die Bewegung der Gestirne mit der Genauigkeit zu beschreiben, die die Beobachtungen nach der Entdeckung des Fernrohrs damals schon erreicht hatten. Das Kopernikanisch-Keplersche System war also tatsächlich richtiger als das Ptolemäische, weil es die Bewegungen mit größerer Genauigkeit beschrieb.

Handelt es sich aber nicht um den konkreteren Gegensatz zwischen der Ptolemäischen Epizykel- und der Keplerschen Theorie der elliptischen Planetenbahnen, sondern um den allgemeinen Unterschied zwischen der heliozentrischen und der geozentrischen Auffassung, so wäre es grundverkehrt, jene als die wahrscheinlichere Hypothese anzusehen, weil sie eine einfachere Erklärung der Erscheinungen liefere. Denn es sind nicht zwei verschiedene, einander ausschließende Tatbestände, von denen nur einer zutreffen kann, sondern es ist ein und derselbe Tatbestand auf zwei verschiedene Weisen beschrieben.⁵

Wenn zwei Körper *A* und *B* in Bewegung zueinander begriffen sind, ist die Frage, welcher von beiden nun in Wirklichkeit bewegt sei, genau so sinnvoll wie die Frage, ob von zwei Menschen, die nebeneinander stehen, *A* rechts von *B* oder *B* links von *A* steht, oder die Frage, ob der Kopf unter dem Hut oder der Hut auf dem Kopfe ist.

„Kann aber der Begriff der absoluten Bewegung wirklich

⁵ Daß dieser Sachverhalt in E. Machs „Mechanik“ schon mit aller Klarheit auseinandergesetzt ist, konnte mich nicht hindern, das hier noch einmal zu tun, da noch immer fast täglich eine Abhandlung erscheint, die keine Spur von Verständnis für diese einfachen Verhältnisse verrät.

so sinnlos sein“, könnte man einwenden, „wenn doch so viele denkende Menschen, und darunter ein Newton, dieses Wort gebrauchen? Sie müssen dabei doch irgend etwas gedacht haben.“ Nun ist „absolute Bewegung“ gewiß nicht ein so sinnloses Wort wie etwa Poturinolungon, sondern eine Anweisung zur Vollziehung einer unvollziehbaren Synthese wie etwa der Begriff eines viereckigen Kreises oder, um in der gleichen Sphäre zu bleiben, der Begriff „absolut rechts“. Es ist ein besonders häufiger, in der Geschichte der Philosophie oft genug begangener Denkfehler, daß man etwas, was eine notwendige Bedingung für den Sinn eines Begriffes ist, wegdunkt und nun noch irgend etwas übrig zu behalten vermeint. Das berühmteste Beispiel dafür ist das „unbedingt Notwendige“, das so lange in der Metaphysik gespukt hat und auch heute noch nicht ganz verschwunden ist trotz Kants Warnung: „Alle Bedingungen, die der Verstand jederzeit bedarf, um etwas als notwendig anzusehen, vermittelt des Worts: Unbedingt, wegwerfen, macht mir noch lange nicht verständlich, ob ich alsdann durch einen Begriff eines Unbedingt-notwendigen noch etwas oder vielleicht gar nichts denke.“⁶ Genau so verhält es sich in der Tat, wenn man die für den Begriff der Bewegung wesentliche Beziehung auf einen Bezugskörper durch das Wort „absolut“ wegwirft.

7. Von der zeitlichen Lage gilt genau das gleiche wie von der örtlichen, und auch die Unterscheidung von subjektiver und objektiver Zeit ist im gleichen Sinne zu machen. Während wir es aber bei der Betrachtung des subjektiven Raumes dahingestellt haben sein lassen, ob allen Empfindungen als solchen schon räumliche Bestimmungen anhaften, steht es außer Frage, daß jedes Bewußtseinserlebnis in den Strom der Zeit gestellt ist, daß zwei Erlebnisse immer in bestimmter Weise zeitlich angeordnet sind, entweder gleichzeitig oder das eine früher, das andere später.

⁶ Kr. d. r. V. 2. Aufl. S. 621.

Um die Zuordnung zwischen den Erscheinungen der physischen Welt und unseren Wahrnehmungen herzustellen, durch die allein jene Welt überhaupt ihre Bedeutung gewinnt, ist es daher notwendig, auch in die physische Welt die zeitliche Ordnung hineinzutragen. Dabei zeigt sich die innige Verbundenheit objektiver, zeitlicher und räumlicher Bestimmungen sogleich darin, daß wir die zeitliche Lage eines Ereignisses nach der Zeit beurteilen, die vergeht, bis ein Prozeß von dem Ort, wo er stattgefunden hat, bis zu unseren Sinnesorganen gelangt ist und unser Wahrnehmungsvermögen affiziert.

Auf das Nähere gehen wir später ein. Hier kommt es nur darauf an, klarzustellen, daß auch die Angabe zeitlicher Lage, die Antwort auf die Frage „wann?“, immer die Bezugnahme auf ein willkürlich gewähltes Anfangsereignis voraussetzt, daß also nicht die Stelle in der Zeit selbst, sondern nur die zeitliche Ordnung der Ereignisse von Bedeutung sein kann.

Ob ich die Ermordung Cäsars in das Jahr 44 vor Christi Geburt datiere oder meinen letzten Theaterbesuch auf den vorgestrigen Abend, in dem einen und in dem anderen Falle ist irgendein Zeitpunkt willkürlich als Ausgangspunkt gewählt und die zeitliche Lage des betrachteten Ereignisses durch den zeitlichen Abstand von dem willkürlichen Anfangspunkt bestimmt. Wie man sich im Raume am natürlichsten durch die Bezugnahme auf den eigenen Körper orientiert und in letzter Linie jede Ortsangabe erst durch solche Beziehungen einen für uns verständlichen Sinn gewinnt, so ist der natürliche Ausgangspunkt der Zeitzählung, auf den wir zuletzt immer zurückkommen, der gegenwärtige Augenblick. Hier wie dort aber muß man zum Zwecke allgemeiner, d. h. für alle Menschen brauchbarer Angaben willkürlich irgendein bestimmtes Objekt, dort einen Körper, hier ein Ereignis als Bezugspunkt wählen. Wir werden noch sehen, daß es nach der Einsteinschen Theorie eine viel erstaunlichere zeitliche Relativität gibt, die sich nicht nur auf die zeitliche Lage, sondern

auch auf die zeitliche Ordnung erstreckt. Aber um zu zeigen, daß auch die bloße Relativität der zeitlichen Lage nicht so trivial ist, wie sie zunächst scheint, wollen wir ein altes Mysterium von diesem Standpunkt aus in ein neues Licht rücken.

8. Wäre es möglich, daß das Weltgeschehen als ein ewiger Kreislauf immer wieder die gleichen Zustände in der gleichen Reihenfolge wiederbringt? Diese Lehre von der ewigen Wiederkunft des Gleichen, die schon den Pythagoräern vertraut war, hat bekanntlich in der Entwicklung der Gedankenwelt Nietzsches eine entscheidende Rolle gespielt, schien ihm doch der Gedanke, unendlich oft das gleiche Leben wiederholen zu müssen, so schwer zu ertragen, daß er glaubte, an dieser Lehre würden alle Schwachen und Mißratenen zugrunde gehen.

Hören wir die Worte Zarathustras: „Siehe diesen Torweg! . . . der hat zwei Gesichter. Zwei Wege kommen hier zusammen: die ging noch niemand zu Ende. Diese lange Gasse zurück: die währt eine Ewigkeit. Und jene lange Gasse hinaus — das ist eine andere Ewigkeit.

Sie widersprechen sich, diese Wege; sie stoßen sich gerade vor den Kopf: — und hier, an diesem Torwege, ist es, wo sie zusammenkommen. Der Name des Torwegs steht oben geschrieben: ‚Augenblick‘. Aber wer einen von ihnen weiter ginge — und immer ferner: glaubst du, daß diese Wege sich ewig widersprechen? . . .

Von diesem Torwege Augenblick läuft eine lange ewige Gasse rückwärts: hinter uns liegt eine Ewigkeit. Muß nicht, was laufen kann von allen Dingen, schon einmal diese Gasse gelaufen sein? Muß nicht, was geschehen kann von allen Dingen, schon einmal geschehen, getan, vorübergelaufen sein?

Und sind nicht solchermaßen fest alle Dinge verknotet, daß dieser Augenblick alle kommenden Dinge nach sich zieht? Also — — sich selber noch?

Denn was laufen kann von allen Dingen: auch in dieser langen Gasse hinaus — muß es einmal noch laufen!

Und diese langsame Spinne, die im Mondscheine kriecht, und dieser Mondschein selber, und ich und du im Torwege, zusammen flüsternd, von ewigen Dingen flüsternd, — müssen wir nicht alle schon dagewesen sein? — und wiederkommen und in jener anderen Gasse laufen, hinaus, vor uns, in dieser langen schaurigen Gasse — müssen wir nicht ewig wiederkommen? —⁷

Was so tief, geheimnisvoll unheimlich klingt⁸, ist nun weder wahr, noch falsch, sondern einfach sinnlos. Ganz abgesehen von der Unzulänglichkeit der Begründung — auch wenn die Zahl der Dinge endlich ist, gibt es doch von endlich vielen Dingen in einem endlichen Raume unendlich viele Möglichkeiten verschiedener Konstellationen, so daß der Vorrat möglicher Zustände in aller Ewigkeit nicht ausginge, — brauchen wir doch nur folgendes zu bedenken:

Wenn wir von zwei Dingen oder Zuständen sprechen, dann müssen sie doch durch irgend etwas voneinander unterscheidbar sein. Hier aber wird der wiederkehrende Zustand als vollkommen gleich angenommen, er soll sich offenbar nur durch eins unterscheiden, seine zeitliche Lage; wenn aber alle vorausgehenden, folgenden und gleichzeitigen Zustände völlig die gleichen sind, dann ist auch das kein Unterschied. Nur das Vorurteil, daß es an und für sich unabhängig von allem Geschehen eine absolute Zeit gibt, bzw. absolute zeitliche Bestimmungen der Zustände, läßt den Gedanken der ewigen Wiederkehr des Gleichen überhaupt denken. Bei näherem Zusehen finden wir keinen Unterschied, ob dieses Weltgeschehen einmal da ist oder unendlich oft.

⁷ Nietzsche, „Also sprach Zarathustra!“ 3. Teil. „Vom Gesicht und Rätsel“ 2.

⁸ Ich glaube, der eigentümliche Reiz dieses Gedankens hängt mit der allgemein bekannten Erscheinung des „*fausse mémoire*“ zusammen, jenem oft plötzlich auftretenden lebhaften Gefühl, alles das, was wir gerade empfinden, genau ebenso schon einmal empfunden zu haben, und zwar so bis in die kleinsten Einzelheiten, daß es unmöglich auf wirkliches Erleben wenigstens in unserer gegenwärtigen Existenz zurückgeführt werden kann.

Damit es einen Unterschied ausmache, müßte doch irgend-eine Erinnerung, irgendeine Spur des Vergangenen aufbewahrt bleiben; wenigstens ein denkendes Wesen müßte sich z. B. erinnern können: Das ist nun das tausendstmal, daß ich das erlebe. Dann wäre aber nicht nur die strenge Gleichheit aufgegeben, sondern außerdem noch die absurde Annahme gemacht, daß dieser ewige Prozeß erst einmal angefangen habe, so daß man zählen könnte, die wievielte Wiederholung gerade an der Reihe ist.

Dieses Problem ist ebensogut geeignet, den Sinn der Relativität klarzumachen, wie die berühmte Streitfrage zwischen Leibniz und Clarke, warum Gott die Welt gerade zu dieser bestimmten Zeit in dieser bestimmten Lage geschaffen habe.

9. Ich glaube zwar nicht, daß die hier entwickelte Auffassung von der Relativität aller räumlichen und zeitlichen Bestimmungen einem unverbildeten Verstande besondere Schwierigkeiten bereitet; aber so oft diese Anschauung auch in der philosophischen Literatur auseinandergesetzt wurde, so selten wurde sie doch konsequent zu Ende gedacht, und sie begegnet so oft Mißverständnissen und Einwendungen, daß es nicht überflüssig erscheint, auf diese näher einzugehen.

Ein naheliegender Einwand wäre dieser: Alles von der Relativität Gesagte gilt doch nur von den Ortsangaben, von unserer Art, Orte anzugeben, aber der Ort selbst, der doch etwas anderes ist als jede Ortsangabe, brauchte doch darum noch nicht relativ zu sein.

Aber so gewiß „der Ort selbst“ von jeder einzelnen Ortsangabe verschieden ist, sofern es eben das ist, was mit jeder solchen Ortsangabe gemeint wird, so gewiß kann er nicht etwas sein, was prinzipiell verschieden ist von der Art, wie er überhaupt nur angegeben werden kann.

Überhaupt muß man sich klar machen, daß Raum für sich und Zeit für sich gar nichts bedeuten; es gibt nur räumliche und zeitliche Bestimmungen an Dingen.

Wenn man jenseits des erfüllten Raumes noch leeren Raum annimmt, so ist damit doch nichts anderes gemeint, als daß in gewissen relativen Lagen zu den wirklich vorhandenen Körpern noch andere Körper sein können. In diesem Sinne ist der Raum „die Möglichkeit der Körper“ und die Zeit die Möglichkeit von Dingen, Zuständen, Vorgängen überhaupt.

Kants berühmtes Argument, daß, wenn wir uns alle Dinge aus dem Raume wegdenken, der Raum selbst doch noch übrigbleibt, bedeutet nicht mehr, als daß wir uns zwar die Wirklichkeit, nicht aber die Möglichkeit der Körper aufgehoben denken können.

Man sagt aber auch: Wenn alles Geschehen aufhörte, so würde doch die Zeit in Unendlichkeit weiterlaufen. Aber wenn man sich dabei überhaupt etwas denkt, dann muß man sich doch einen Geist denken, der dieses Nichts betrachtet, und mit einem solchen Bewußtsein sind dann natürlich auch schon zeitliche Bestimmungen gegeben. Was immer wirklich existiert, müssen wir zeitlich bestimmt denken. Beim vollkommenen Nichts jedoch, wofern wir es überhaupt vorstellen können, werden wir gewiß nicht die Notwendigkeit erkennen, daß es auch zeitlich bestimmt sein muß; vielmehr ist es absurd, im Nichts noch irgendwelche unterscheidende Merkmale anzunehmen.

Daß die ganze Welt in Dornröschenschlaf versinkt und nach irgendwelcher Zeit alles dort weitergeht, wo es unterbrochen wurde, ist daher eine ebenso sinnlose Fiktion wie, daß sich alle Körper im gleichen Maße ausdehnen (unter entsprechender Änderung jener physikalischen Konstanten, die von der Länge abhängen,) oder daß die ganze Welt sich irgendwohin bewegt.

10. Es ist jedoch zu bemerken, daß die Anschauung, nach der es nur räumliche und zeitliche Bestimmungen von Dingen gibt, aber nicht Raum und Zeit für sich, noch nicht die relativistische Auffassung notwendig macht, sondern es wäre

dann immer noch denkbar, daß diese Bestimmungen absoluten Charakter tragen. In der Tat finden wir bei F. Brentano diese beiden Anschauungen vereint.⁹

Was mit diesen absoluten räumlichen und zeitlichen Bestimmungen überhaupt gemeint ist, davon ist es schwer sich einen Begriff zu machen. Es wird behauptet, relative Bestimmungen seien ohne ein absolutes Fundament nicht denkbar, es sei nicht denkbar, daß zwischen irgendwelchen Dingen Beziehungen bestünden, die nicht Beziehungen zwischen Merkmalen wären, die diesen Dingen auch an und für sich zukommen.

In der zitierten Abhandlung von F. Brentano wird diese Behauptung damit begründet, daß etwas Allgemeines nicht existieren kann, sondern immer nur Individuelles. Dieser allgemeine Grundsatz ist gewiß zuzugeben, ist eben das doch der Sinn des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten, daß jedem Dinge von zwei entgegengesetzten Merkmalen eines zukommen muß und daß ein drittes, das die Frage A oder non-A unentschieden läßt, nicht vorkommen kann. Aber wenn man daraus schließen will, daß es relative Bestimmungen nicht ohne absolute geben kann, so ist das eine offensichtliche *petitio principii*. Denn diesem Schluß liegt die Voraussetzung zugrunde, daß relative Bestimmungen nicht anders denkbar sind, es sei denn als Beziehungen zwischen gewissen absoluten Bestimmungen und zwar so, daß die gleichen relativen Bestimmungen auf verschiedene absolute gegründet sein können. Wäre dem so, dann bedeutete eine bloß relative Lage allerdings die gleiche Absurdität wie bloße Farbigkeit eines Dinges, das weder diese noch jene Farbenqualität hat. Aber wenn ich von einem Dinge sage, daß es jetzt drei Schritte links von mir liegt, so ist nicht das Mindeste in bezug auf seine Lage dadurch unbestimmt gelassen. Wer die Lage damit noch nicht eindeutig bestimmt glaubt, daß alle möglichen örtlichen

⁹ „Kant-Studien“ XXV I, S. 1 ff. „Zur Lehre von Raum und Zeit“. Aus dem Nachlasse F. Brentanos.

Beziehungen zu anderen Körpern eindeutig festgelegt sind, der setzt voraus, was erst zu beweisen war, nämlich daß es außer den räumlichen Beziehungen noch absolute Lagebestimmungen gibt.¹⁰

Ähnlich steht es mit einer Argumentation, die wir bei Meinong finden: „Es versteht sich nach dem Gesagten eigentlich von selbst, daß es keine Relation geben kann ohne Fundament oder genauer ohne zwei Fundamente. Diese Fundamente können selbst Relationen sein, man kann ja auch Relationen vergleichen, und vielleicht können auch diese verglichenen Relationen wieder Relationen zu Fundamenten haben. Es ist aber bemerkenswert, obwohl wieder selbstverständlich, daß dieser Regressus nicht ins Unendliche fortgehen könnte. Denn in letzter Linie ist niemals die Relation der Ausgangspunkt, von dem man zu den Fundamenten gelangt, vielmehr sind es die Fundamente, die ihrer Natur nach zuerst gegeben sein müssen, ohne welche die Relation gar nicht gegeben sein kann, die daher auf die Relation führen. Eine Relation ohne Fundamente wäre ein Vergleich, in dem nichts verglichen wird.“¹¹

Das Wort „vergleichen“ ist hier nicht im prägnanten Sinne zu nehmen, da Meinong selbst neben den „Vergleichsrelationen“ noch andere Relationsklassen unterscheidet. Dann

¹⁰ Zu einer Diskussion, in der O. Kraus die Brentanosche Auffassung gegen den von Ph. Frank erhobenen Einwand des logischen Zirkels zu verteidigen suchte (abgedruckt in der Zeitschrift „Lotos“, Prag 1919/20, S. 146 ff.), sei noch bemerkt: Es handelt sich natürlich nicht darum, ob der Begriff der relativen Bewegung, sondern, ob der des bloß relativ, nicht absolut bewegten Körpers unbestimmt, allgemein und daher die Annahme seiner Existenz widersprechend ist. Das folgt eben nur, wenn man die zu beweisende Behauptung, daß der Ort eines Körpers sich nicht in Beziehungen erschöpft, sondern absolute Bestimmungen beinhaltet, voraussetzt. Indem man diesen Zirkel nachweist, begeht man natürlich nicht den entsprechenden Fehlschluß, die Relativität der Bewegung zu ihrem Erweise zu benützen. Denn die Widerlegung eines falschen Beweises will bekanntlich gar nicht Beweis des Gegenteils sein.

¹¹ A. Meinong, Hume-Studien II. Zur Relationstheorie. Gesammelte Abhdlgn. 2. Bd. S. 44 ff.

ist dem natürlich zuzustimmen, daß es keine Beziehung geben kann, in der nicht irgend etwas in Beziehung stünde. Aber dieses Etwas sind doch die Körper bzw. gewisse Stellen an ihnen, aber doch nicht irgendwelche absolute örtliche Bestimmungen. Daß uns solche niemals bekannt sind, das gibt Meinong ebenso wie Brentano zu. Aber wenn ein Vergleich, in dem nichts verglichen wird, absurd ist, so ist es gewiß nicht minder absurd, daß wir einen solchen Vergleich sollten anstellen, sein Ergebnis richtig erhalten können, ohne irgend etwas von dem Verglichenen selbst zu wissen.

Man darf hier nicht einwenden, dies geschehe doch alle Tage, wenn wir etwa erkennen, daß ein Mensch älter ist als der andere oder reicher als der andere, ohne irgend etwas über ihr tatsächliches Alter bzw. Vermögen zu wissen. Denn in diesen Fällen ist es doch so, daß wir zwar keine genauen Angaben über diese absoluten Bestimmungen machen können, aber daß unsere Kenntnis der relativen Bestimmungen doch einzig und allein auf einer Abschätzung solcher absoluter Bestimmungen beruht. Wären die relativen Lagebestimmungen aber wirklich Beziehungen zwischen absoluten, dann hätten wir den absurden Fall, daß wir über diese Beziehungen mit aller Klarheit und Bestimmtheit Auskunft geben könnten, während wir auch nicht den mindesten Anhaltspunkt für jene absoluten Beschaffenheiten haben, ja uns nicht einmal denken können, worin sie eigentlich bestehen.

Sieht man die Sache richtig an, so sind die beliebten Vergleiche mit qualitativen Kontinuis, welche die Unmöglichkeit relativer Bestimmungen ohne absolute zeigen sollen, gerade geeignet, den wesentlichen Unterschied zwischen ihnen und den reinen Ordnungsmannigfaltigkeiten ins rechte Licht zu setzen. Denn so unmöglich es ist, daß z. B. Farben in gewisser Weise voneinander verschieden sind, ohne daß sie auch an und für sich ihre bestimmte Qualität hätten, so unmöglich ist es auch, diese Verschiedenheit zu erkennen,

ohne gleichzeitig ihrer absoluten qualitativen Bestimmtheit gewahr zu werden. Man sieht unmittelbar Farben, und erst durch ihre Vergleichung kann man von Farbenunterschieden, Farbenabständen sprechen; aber man sieht nicht unmittelbar absolute Orte und vergleicht sie hernach, sondern man sieht direkt Abstände zwischen Punkten oder relative Lagen von Punkten zu unserem Körper.

11. Wenn wir hier von direkter Wahrnehmbarkeit räumlicher Abstände gesprochen haben, so gilt das, streng genommen, nur vom Sinnesraume und aus der Aufgabe, die Anordnung der Dinge im physikalischen Raume so zu denken, daß daraus die im Sinnesraum unter den jeweils gegebenen Bedingungen der Wahrnehmung eindeutig folgt, können wir noch nicht schließen, daß absolute Bestimmungen, weil sie im Sinnesraum nicht vorkommen, auch im physikalischen Raum keine Bedeutung haben können. Hier liegt der entscheidende Grund vielmehr darin, daß Raum und Zeit ein Ordnungsschema der Dinge darstellen und nicht Dinge oder Zustände von Dingen.

Die Relativität von Raum und Zeit, die Aussage, daß eine räumlich-zeitliche Bestimmung für sich nichts bedeutet, sondern nur im Zusammenhang mit den entsprechenden Bestimmungen anderer Dinge, fällt offenbar mit ihrer Homogenität zusammen, welche besagt, daß alle Unterschiede nur von den Dingen, nicht von der Stelle in Raum und Zeit selbst herrühren. Die Relativität bedeutet also im Grunde nichts anderes, als daß wir bei der Beschreibung der Zustände der physischen Welt qualitative Bestimmungen von solchen unterscheiden können, die sich bloß auf die Anordnung beziehen.

Wir können die Körper ja auch ihrer Farbe nach in eine Ordnung bringen, aber gegenüber der räumlich-zeitlichen Ordnung ist jene dadurch unterschieden, daß i. die Farben auch ohne solche Ordnung ihre Bedeutung haben, während räumlich-zeitliche Bestimmungen, abgesehen von der durch sie be-

dingten Ordnung, überhaupt nichts sind, 2. daß bei den Farben die Anordnung willkürlich ist, die absoluten Qualitäten das wesentliche, bei den räumlich-zeitlichen Bestimmungen die Anordnung das wesentliche, die Art, wie man einzelne Bestimmungen den einzelnen Elementen zuordnet, willkürlich.

Durch welche Längen- und Breitengrade die Lage von London und die der Themse bestimmt wird, das hängt davon ab, bei welchem Punkt der Erde wir mit der Zählung beginnen und in welcher Einheit wir messen; beides ist ganz willkürlich; aber wie immer wir diese Wahl treffen, es muß sich ergeben, daß die Themse an London vorbeifließt.¹² An diesem einfachen Beispiel erkennt man, daß Relativität nicht Willkür und Unbestimmtheit bedeutet, sondern nur, daß die bestimmte eindeutige Bedeutung erst beginnt, sobald von den Beziehungen mehrerer Dinge die Rede ist.

Da das Einfachste bekanntlich am schwersten richtig zu erfassen ist, sei noch ein Beispiel gestattet: An einer geschlossenen Perlenschnur kann man genau angeben, ob zwei Perlen direkt nebeneinander liegen oder wieviel Perlen zwischen ihnen liegen. Aber was sind die „absoluten Bestimmungen“, auf Grund deren das geschieht? Ich kann bei irgendeiner zu numerieren anfangen, jeder Perle wird dann eine Zahl als „Koordinate“ zur Angabe ihrer Lage zugeordnet, und aus diesen Zahlen läßt sich dann natürlich alles über die relative Lage, die Aufeinanderfolge, entnehmen. Aber wer sieht hier nicht, daß diese das allein Bedeutsame ist, und wem wird es einfallen, hier nach der einzig richtigen Numerierung, die der absoluten Lage entspräche, zu forschen?

Im dreidimensionalen Raum sind durch drei räumliche Beziehungen, z. B. durch die drei Abstände von drei zu einander senkrechten, sich in einem Punkte schneidenden Ebenen, die Lagebeziehungen eines Punktes zu allen anderen Körpern ein-

¹² Die prinzipielle Bedeutung dieser Bemerkung wird später noch klarer werden, wenn wir von der Koinzidenz der Weltpunkte sprechen werden.

deutig bestimmt; in diesem Sinne ist der Ort durch drei solche Beziehungen erschöpft. Wenn man meint, daß sie doch insofern für den Ort nicht wesentlich sind, als sie sich ändern können, ohne daß der Ort sich ändert, so ist dagegen zu sagen, daß, was hier ungeändert bleibt, doch wieder nicht mehr ist als Beziehungen zu irgendwelchen anderen Körpern, die nicht das mindeste Vorrecht haben, „Ort“ genannt zu werden.

Man kann sich unter dem „absoluten Ort“ — wofern man überhaupt im Bereich des für ein Ordnungsschema Möglichen bleibt und nicht gewaltsam Analogien zu dem wesensverschiedenen Gebiet der Qualitäten konstruiert — nur entweder irgendwie ausgezeichnete Lagebeziehungen oder die Gesamtheit aller möglichen Lagebeziehungen denken. Im zweiten Falle würde dann die Wahl des Bezugskörpers entfallen, aber kein Körper könnte als ruhend angesehen werden, weil ja niemals alle Lagebeziehungen erhalten bleiben.

Der Begriff der absoluten Ruhe und Bewegung läßt sich nur mit der erstgenannten Auffassung vom „absoluten Ort“ verbinden und ist durch sie bedingt. Die „absolut ruhenden“ Körper wären ja diejenigen, in bezug auf welche sich allein die richtigen Ortsangaben machen lassen, und umgekehrt wäre durch die Änderung dieser einzig richtigen Koordinaten die „absolute Bewegung“ definiert. Das heißt, eine Auffassung vom absoluten Ort, die die Unterscheidung von absoluter und relativer Bewegung ermöglichen soll, kommt notwendig auf den Widersinn heraus, unter allen möglichen Numerierungen der Perlschnur nur eine als die richtige anzuerkennen.

Der Erklärung des Ortes als Gesamtheit aller möglichen Lagebeziehungen entspräche eine Beschreibung der Bewegung, die ihre Relativität besonders augenfällig macht, nämlich eine Beschreibung durch Angabe der Änderung der gegenseitigen Entfernungen der Körper. Die Frage, welcher Körper eigent-

lich ruht, könnte dann gar nicht gestellt werden. In der Tat sind es nicht prinzipielle, sondern nur praktische Gründe, welche uns dazu bestimmen, willkürlich irgendeinen Körper als Bezugskörper zu wählen, statt die Entfernung aller von allen in Betracht zu ziehen.

12. Aber wenn es nur einen Körper auf der ganzen Welt gäbe, hätte der keine Lage, weil wir seine Lage nicht durch den Vergleich mit irgendwelchen anderen Körpern bestimmen könnten, hätte der keine Größe, weil wir sie nicht an anderen Körpern messen könnten; würde er vielleicht gar deshalb, weil dann keinerlei räumliche Beziehungen beständen, in dem Augenblick aus dem Raume verschwinden, in dem alle anderen Körper vernichtet würden?

Die Frage ist der analog, ob denn der Raum verschwinden würde, wenn alle Körper aus ihm verschwänden; wie wir dort antworteten, es bliebe doch die Möglichkeit von Körpern, so müssen wir hier antworten, es bliebe doch die Möglichkeit räumlicher Beziehungen. Denn es ist zu betonen, daß zwar jede einzelne räumliche Bestimmung relativ ist, in Beziehungen zu anderen räumlichen Dingen besteht, daß aber die Eigenschaft, überhaupt räumlich bestimmt, räumlicher Bestimmungen fähig zu sein, in dem Sinne absolut ist, wie es überhaupt nur absolute Eigenschaften gibt.

Ferner ist noch zu sagen, daß jeder Körper aus Teilen besteht, die zu einander in räumlichen Beziehungen stehen sowohl der Größe als der Lage nach. Dem Körper als Ganzem eine bestimmte Lage oder einen bestimmten Bewegungszustand zuzuschreiben, wäre allerdings so sinnlos wie die Frage, wo die Welt als Ganzes ist und ob sie ruht oder sich bewegt.

Wenn wir von der Größe eines Körpers sprechen, die ihm unabhängig von dem Vergleich mit anderen Körpern zukommt, so meinen wir damit eben die Tatsache, daß die Messung mit jedem bestimmten als Längenmaß verwendeten Körper ein ganz bestimmtes Resultat ergibt. Wenn man die Eigenschaft, derzufolge ein Körper mit dem einen Maße gemessen, diese,

mit dem andern jene Dimensionen zeigt, als absolute Größe bezeichnen will, so ist dagegen sachlich nichts einzuwenden; aber es bleibt zu recht bestehen, daß alle diese Größenangaben gleichberechtigt, alle gleich wahr sind und einander nicht ausschließen.

Genau so wäre es, wenn man bei der Bewegung unter der absoluten Geschwindigkeit eines Körpers nicht eine eigentliche Geschwindigkeit verstehen wollte, sondern jene Eigenschaft, derzufolge er mit jedem bewegten Körper verglichen, eine bestimmte Geschwindigkeit aufweist. Dann kann man aber selbstverständlich nicht fragen, ob ein Körper absolut ruht oder bewegt ist, ist doch die Geschwindigkeit null so wenig vor anderen Werten ausgezeichnet wie die Länge eins.

13. Zum Schlusse wollen wir die Relativität der Bewegung noch in einer anderen Weise formulieren, die uns bei der Darstellung der Einsteinschen Theorie besonders dienlich sein wird. Daß zwei Körper an demselben Orte oder räumlich benachbart sind, diese Aussage hat nur dann einen Sinn, d. h. wir wissen nur dann, was daraus für unsere Wahrnehmungen zu folgern ist, wenn das räumlich Benachbarte auch gleichzeitig ist. Raum-zeitliche Koinzidenz ist unmittelbar beobachtbar in demselben Sinne, wie sich etwa unmittelbar feststellen läßt, ob zwei Flächen gleich gefärbt sind.

Z. B.: In demselben Augenblick, als dieser Mann hier vorüberging, ist der Stein knapp neben ihm heruntergefallen. Dies ist die Wiedergabe eines direkt beobachteten zeitlich-räumlichen Zusammentreffens, bei dem es gar nicht darauf ankommt, ob wir etwa die Lage von Mann und Stein relativ zur Erde oder zur Sonne beurteilen.

Ganz anders steht es hingegen mit der Aussage: Der Stein ist an derselben Stelle heruntergefallen, an der der Mann gestern um diese Zeit vorbeigegangen ist. Auch hier glauben wir eine unzweideutige Angabe gemacht zu haben, wir glauben, die Identität des Ortes zu verschiedenen Zei-

ten feststellen zu können. In der Tat aber ist das wieder eine von den Redeweisen, bei denen wir den Bezugskörper vergessen, ohne den doch die Aussage jedes bestimmten Sinnes entbehrt. Hier ist offenbar gemeint, daß der Stein bei demselben Hause niedergefallen ist, an dem der Mann gestern vorbeikam, d. h. die Orte sind gleich in bezug auf die Erde. Denkt man sich aber den Ort, wo der Stein gefallen ist und, wo der Mann geht, in bezug auf die Sonne festgelegt, und bedenkt, daß sich die Erde seit gestern in bezug auf die Sonne weiterbewegt hat, dann erkennt man, daß die Orte, wo die beiden Ereignisse stattgefunden haben, so betrachtet, meilenweit voneinander entfernt sind.

Wenn zwei Ereignisse zu verschiedenen Zeiten stattfinden, so kann ich also über ihre örtliche Beziehung nur dann eine bestimmte Angabe machen, wenn ich mich auf ein bestimmtes Bezugssystem beziehe. Das ist nur ein anderer Ausdruck für die Relativität der Bewegung. Denn wenn ich ohne eine solche Beziehung die Identität eines Ortes zu verschiedenen Zeiten feststellen könnte, dann wüßte ich ja, was „absolute Ruhe“ ist, eben Beibehaltung dieses identischen Ortes.

Wie wir später sehen werden, ergibt sich aus der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche auch für die Zeit. Auch zeitliche Gleichheit ist nur dann unmittelbar festzustellen, wenn die Ereignisse am gleichen Ort stattfinden, d. h. wenn eben wieder zeitlich-räumliche Koinzidenz vorliegt. Bei räumlich voneinander entfernten Ereignissen hängt es dagegen wieder vom Bezugssystem ab, ob sie zeitlich zusammenfallen oder nicht.

Doch davon sprechen wir später. Im nächsten Kapitel wollen wir die Gründe kennen lernen, welche in der Physik dazu führten, die Fiktion des absoluten Raumes und der absoluten Zeit einzuführen, die Tatsachen, welche der relativistischen Auffassung zu widersprechen scheinen.

III. Der absolute Raum in der Physik.

1. Während man gewöhnlich, der historischen Entwicklung der Physik folgend, den Begriff der absoluten Bewegung als selbstverständlich zugrunde legt und dann die größte Mühe hat, etwas so Natürliches wie die Relativität aller räumlichen und zeitlichen Bestimmungen klar zu machen, stehen wir, da wir bei der logischen Entwicklung des Problems umgekehrt von dem allgemeinen Relativitätsgedanken unseren Ausgang genommen haben, nun vor der Aufgabe, verständlich zu machen, wie in der Physik, einer Tatsachenwissenschaft, etwas, was den Tatsachen so fremd ist wie das metaphysische Gespenst des Absoluten, zu unbestrittener Herrschaft gelangen konnte.

Die psychologische Wurzel dieser Vorstellung ist beim Physiker natürlich dieselbe wie beim naiven, unwissenschaftlichen Menschen, nämlich, daß man den notwendigen und wesentlichen Bezugskörper vergißt, weil sich zunächst die Beziehung auf die Erde von selbst versteht. Ich glaube jedoch nicht, daß der „gesunde Menschenverstand“, sobald er darauf aufmerksam wurde, irgendwelche Schwierigkeit in der oben auseinandergesetzten Relativität findet. Denn er ist nur so lange ein unverlässlicher Zeuge, als er nicht weiß, worum der Streit geht, und das ist ja bei wissenschaftlichen Fragen die Regel. Wenn man einen wissenschaftlich nicht gebildeten Menschen, der über einige gesunde Vernunft verfügt, fragt, ob der Wille frei ist oder ob die Welt als Ganzes sich bewegen könne, so wird er gewiß die falsche Antwort geben; aber man kann von ihm ebensogut die richtige Antwort hören, wenn man ihm nur erst den Sinn der Frage klar gemacht hat.

Während der „gesunde Menschenverstand“, sobald er erst klar die Kontroverse zwischen der Newtonschen und der Einsteinschen Physik verstanden hat, kaum einen Vorzug

der älteren Auffassung finden, ja wahrscheinlich ihren Standpunkt für schwerer verständlich ansehen wird, scheint mir die ungünstigste Geisteslage für das Erfassen der neuen Theorie eine solche Vertrautheit mit der alten, daß einem ihre Voraussetzungen zur Selbstverständlichkeit geworden sind, ohne daß man imstande wäre, sie zu begründen. „Was sie ohne Gründe glauben gelernt haben, wie könnte man ihnen das durch Gründe umwerfen?“

2. Wir müssen also die Gedankengänge entwickeln, die dem Begriff der absoluten Bewegung in der Physik Geltung verschafft haben. Wie wir schon früher erwähnten, war es in gewissen Tatsachen begründet, daß bei der Überwindung des Ptolemäischen Weltsystems durch das Kopernikanische der Begriff der absoluten Ruhe nicht eliminiert, sondern auf die Sonne übertragen wurde; der Grund lag in einem gewissen physikalischen Vorzug eines mit der Sonne und den Fixsternen fest verbundenen (oder zu ihnen gleichförmig bewegten) Systems, der in Newtons Mechanik ihren deutlichen Ausdruck findet.

Ihr Grundgesetz ist bekanntlich die Richtungsgleichheit und Proportionalität von Kraft und Beschleunigung: $\text{Kraft} = \text{träge Masse} \times \text{Beschleunigung}$, aus dem sich für den Grenzfall, daß die Kräfte gleich null sind, das Trägheitsgesetz, die unbeschleunigte, gleichförmige Bewegung des kräftefreien Körpers ergibt. Jede der drei in diesem Gesetze verknüpften Größen hat seine eigentümliche begriffliche Schwierigkeit, deren Aufhellung notwendig ist, damit das Gesetz überhaupt physikalischen Sinn gewinnt.

Die Masse kann als eine den Körper charakterisierende Konstante, die bei homogenen Körpern dem Volumen proportional wächst und bei Zusammenfügung von Körpern der Summe ihrer einzelnen Massen gleich ist (das ist der Sinn der Newtonschen Definition $\text{Masse} = \text{Dichte} \times \text{Volumen}$)¹, als der

¹ Vgl. Enriques, „Probleme der Wissenschaft“ S. 401.

Proportionalitätsfaktor dieser Gleichung definiert werden, wenn Kraft und Beschleunigung für sich unabhängig voneinander bestimmbare Größen sind.

Denkt man sich die Kraft durch nichts anderes bestimmt als durch dieses Gesetz, dann ist es eben kein Gesetz und hat gar keinen physikalischen Inhalt, sondern ist nur eine Namensgebung für eine Funktion bekannter Größen; die Masse müßte dann allerdings anderswoher bestimmbar sein. In der Tat aber ist es eine meist nicht genügend hervorgehobene Voraussetzung der Newtonschen Physik, daß die Kraft durch den physikalischen Zustand gesetzlich bestimmt ist. Es ist nicht die Aufgabe der Mechanik, sondern der anderen Zweige der Physik, z. B. aus dem elektrischen Felde oder dem Gravitationsfelde die ponderomotorische Kraft abzuleiten, die dann nach dem Bewegungsgesetz die Beschleunigung bestimmt.²

3. Aber wenn Beschleunigung überhaupt irgend etwas Beobachtbares bedeuten soll, dann müssen wir wissen, Beschleunigung wozu gemeint ist, relativ zu welchen Körpern die Beschleunigung als proportional zur Kraft bestimmt ist. Denn wir haben ja gesehen, daß es nur darauf ankommt, in bezug auf welchen Körper X die Lage eines bewegten Körpers A angegeben wird, ob A ruht oder sich geradlinig oder beschleunigt bewegt.³ Das Gesetz könnte nur dann für beliebiges X gelten, wenn die Kräfte genau so vom Bezugssystem abhängig wären wie die Beschleunigungen. So ist es aber natürlich nicht, sondern die Kräfte sind im allgemeinen vom Bezugssystem unabhängig, durch die gegenseitige Lage der Massen bestimmt, wie z. B. die Gravitationskraft, die in

² Weyl, „Zeit-Raum-Materie“. 4. Aufl. Berlin 1921, Springer. S. 59f.

³ Da wir das Problem der Zeitbestimmung erst später behandeln, können wir die Geschwindigkeit hier nur ihrer Richtung nach betrachten. Beschleunigung kann bekanntlich auch in bloßer Richtungsänderung ohne Änderung des Betrages der Geschwindigkeit bestehen. Das Problem läßt sich daher auch unabhängig von dem der Zeitmessung formulieren.

der Richtung der Verbindungsgeraden der einander anziehenden Massen und diesen proportional wirkt.

Wenn ein Körper in einem System S kräftefrei ist, so bleibt er es auch in einem dazu beschleunigten System S' ⁴; aber wenn er im System S die gleichförmige Trägheitsbewegung beschreibt, so keinesfalls im System S' . Allgemein: Wenn die Beschleunigung in einem System S den Kräften nach dem Newtonschen Gesetz entspricht, so kann das gleiche in keinem zu S beschleunigten System S' gelten. Dabei ist von den Beschleunigungen in den zu einander beschleunigten Systemen nicht mehr vorausgesetzt, als daß sie jedenfalls nicht gleich sind.⁵

Die Rolle, die die Beschleunigung in der Newtonschen Mechanik spielt, verlangt also die Auszeichnung derjenigen Bezugssysteme, in bezug auf welche die Beschleunigung proportional zur Kraft bestimmt ist, d. h. in welchen die Newtonsche Mechanik gilt. Das sind die sogenannten Inertialsysteme.

4. Daß es nicht ein solches System gibt, sondern daß, wenn die Beschleunigungen in S den Kräften proportional sind, das gleiche für jedes andere System gilt, das sich zu S gleichförmig, d. h. mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, das ist der Inhalt des Galileiischen Relativitätsprinzips. Man muß dabei aber im Auge behalten — was in den populären Darstellungen meist nicht genügend hervorgehoben wird —, daß dieses Prinzip nicht nur behauptet, daß sich das mechanische Geschehen in einer Schar zueinander gleichförmig bewegter Systeme nach den gleichen Gesetzen abspielt, sondern daß es, wie es auf der einen Seite eine bestimmte Gestalt

⁴ Abgesehen natürlich von den später zu besprechenden „Trägheitskräften“, die eben nach Newton bloße „Scheinkräfte“ sind.

⁵ Ich erwähne das, damit man nicht etwa meine, diese Folgerung gelte nur unter Voraussetzung des Galilei-Newtonschen Zusammenhanges zwischen bewegten Systemen, der ja schon nach der speziellen Relativitätstheorie aufzugeben ist.

dieser Gesetze annimmt, andererseits auch einen bestimmten Zusammenhang zwischen den zeitlichen und räumlichen Größen in zueinander bewegten Systemen zur Voraussetzung hat.

Dieser Zusammenhang ist allerdings so einfach, daß man darin vor Einstein gar keine besondere Annahme sah, die, wenn die Tatsachen es erfordern, auch abgeändert werden könnte. Es wird nämlich vorausgesetzt, daß die Länge einer Strecke und die Dauer eines Vorganges genau den gleichen Wert haben, ob der gemessene Gegenstand in dem System, in dem er gemessen wird, ruht oder sich bewegt. Daraus folgt dann sogleich, daß die Vorgänge in einem System S' , das sich zu S mit einer konstanten Geschwindigkeit v bewegt, von S aus gesehen, nur soweit modifiziert sind, daß jeder Körper zu seiner Geschwindigkeit die Geschwindigkeit v hinzuerhält.⁶ Denn ist v' die Geschwindigkeit des Körpers in S' , so ist v' der in einer Sekunde in S' zurückgelegte Weg; hat diese Strecke nach der oben gemachten Voraussetzung über den Zusammenhang von Größen in bewegten Systemen (Galilei-Transformation) in S die gleiche Länge und entspricht der Sekunde in S' auch in S eine Sekunde, so ist die Geschwindigkeit des Körpers in S (v''), da sich diese Strecke zufolge der Bewegung von S' in einer Sekunde um v verschiebt: $v'' = v + v'$. Es ist klar, daß durch diese Addition der Geschwindigkeiten der Zusammenhang zwischen Kraft und Beschleunigung nicht gestört wird.

Man pflegt dieses Gesetz der Relativität der gleichförmigen Bewegung auch so auszudrücken: Ein Beobachter kann durch keinerlei mechanische Experimente entscheiden, ob er ruht oder sich gleichförmig bewegt. Diese Formulierung ist grundverkehrt, weil sie das Absurde als selbstverständlich voraussetzt, nämlich, daß man, abgesehen von irgendwelchen Ver-

⁶ Die Addition erfolgt bei verschiedenen gerichteten Geschwindigkeiten bekanntlich nach der „Parallelogrammregel“ (Vektoraddition).

gleichskörpern, Ruhe und Bewegung überhaupt unterscheiden kann. Richtig wäre zu sagen, daß sich aus einer Schar von zueinander gleichförmig bewegten Bezugssystemen keines dadurch aussondern läßt, daß sich in ihm das mechanische Geschehen nach einfacheren Gesetzen abspielt. Wohl aber läßt sich nach der Newtonschen Mechanik aus der Gesamtheit aller zueinander bewegten Bezugssysteme eine Schar zueinander gleichförmig bewegter aussondern, in denen die Bewegungsgesetze gelten.

Wenn das nicht absurd ist, warum sollte es dann aber das andere sein? Es ist eines der vielen warnenden Beispiele dafür, wie leicht gewohnte Anschauungen den Charakter des Einleuchtenden vortäuschen, daß in so vielen Köpfen die Erkenntnis von der Relativität der gleichförmigen Bewegung mit dem Glauben an die absolute Bedeutung der beschleunigten vereint war. Dabei ist doch ein solcher Unterschied vom logischen oder erkenntnistheoretischen Standpunkte in keiner Weise zu rechtfertigen. Das Prinzip der Relativität der Bewegung, welches besagt, daß Bewegung in der Veränderung der Lagebeziehungen der Körper besteht und dementsprechend der Unterschied von Ruhe und Bewegung nur mit Bezug auf irgendwelche willkürlich zu wählenden Bezugskörper gemacht werden kann, gilt offenbar für ganz beliebige Bewegungen. Mit diesem Prinzip ist aber an und für sich sehr wohl die Möglichkeit vereinbar, daß es irgendein oder irgendwelche physikalisch (d. h. nicht etwa durch „absolute Ruhe“) ausgezeichnete Bezugssysteme gibt, d. h. Körper, die sich dadurch von anderen unterscheiden, daß wir einfachere Naturgesetze erhalten, wenn wir sie zu Bezugskörpern wählen. Daß es gerade eine Schar zueinander gleichförmig bewegter ausgezeichneter Bezugssysteme geben müßte, dafür läßt sich auch nicht der geringste Vernunftgrund angeben.

5. Wir führen als zwei typische Vertreter dieser Inkonsistenz von Philosophen Kant, von Physikern Maxwell an.

Kants Äußerungen über die Relativität der Bewegung in den „metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft“ sind wohl nicht ganz konsequent. Er fühlt die Schwierigkeit, die in Newtons Begriff des absoluten Raumes liegt, sehr deutlich, er will auch die beschleunigte Bewegung, die durch das Auftreten von Trägheitskräften ausgezeichnet ist, nicht als „absolute“ von der „relativen“, sondern nur als „wirkliche“ von der „scheinbaren“ Bewegung unterschieden wissen, womit freilich nicht viel gewonnen ist; aber an den Stellen, wo er das Prinzip der Relativität der Bewegung am klarsten und energischsten formuliert, schleicht sich unversehens das Wörtchen „geradlinigt“ ein und verrät, daß auch hier das notwendig völlig allgemeine logische Prinzip durch das rein empirische Galileiische verdrängt wird.

Maxwell leitet aus dem Galileiischen Relativitätsprinzip das Trägheitsgesetz ab und schließt diese Betrachtung mit den Worten: „Auf diese Weise kann man zeigen, daß die Verneinung von Newtons Gesetz in Widerspruch steht mit der einzig vernünftigen Lehre von Raum und Zeit, welche der menschliche Geist jemals auszudenken imstande war.“⁷

Als ein Beispiel dafür, wie man aus einem Relativitätsprinzip Naturgesetze ableiten kann, sei diese Ableitung hier kurz wiedergegeben. Wenn das Trägheitsgesetz nicht gültig wäre, dann müßte die Geschwindigkeit eines kräftefreien Körpers nach irgendeinem Gesetz variieren.⁸ Eine Richtungsänderung ließe sich nur in Abhängigkeit von irgendwelchen außerhalb des bewegten Massenpunktes gelegenen Körpern bestimmen, da, von ihm aus gesehen, keine andere Richtung außer der seiner Bewegung bevorzugt ist. Damit wäre aber die Kräftefreiheit aufgegeben. Andererseits ist Abnahme der Geschwindigkeit bei Beibehaltung der Bewegungsrichtung ein Gesetz, das sich nur in bezug auf ein bestimmtes Bezugssystem

⁷ Maxwell, „Substanz und Bewegung“ Art. 41.

⁸ Das ist eine der vielen Stellen, wo deutlich ins Auge springt, von welchen apriorischen Voraussetzungen der Physiker ausgeht.

formulieren läßt, da doch die Richtung der Bewegung vom Bezugssystem abhängt und z. B. in dem System, in dem der Punkt ruht, überhaupt keine Richtung ausgezeichnet ist. Also stände ein solches Gesetz im Widerspruch zur Galilei-Relativität.

Gegen den Versuch einer apriorischen Deduktion des Trägheitsgesetzes aus dem Kausalprinzip haben E. Mach und H. Poincaré den Einwand erhoben, daß es darauf ankommt, was als das charakteristische Merkmal des Bewegungszustandes angesehen wird. Sobald wir dieses aus der Erfahrung kennen, läßt sich dann allerdings a priori folgern, daß es sich nicht ohne Ursache „von selbst“ ändern kann. Auch dadurch wird der enge Zusammenhang zwischen der Art des Relativitätsprinzips und der Bahn des kräftefreien Körpers deutlich.

Würden wir z. B. die Vorstellung eines absoluten Raumes in dem extremsten Sinne zugrunde legen, wonach die Lage an einem Ort ein Zustandsmerkmal eines Körpers ist, was natürlich nur möglich ist, indem ein bestimmtes Bezugssystem ausgezeichnet wird, dann müßten die kräftefreien Körper ihren Ort in diesem System beibehalten, sie müßten „absolut“ ruhen. Käme es dabei nur auf die Entfernung vom „Mittelpunkt der Welt“ an, so dürften sie sich noch in Kreisbahnen auf Kugelflächen um diesen Mittelpunkt herum bewegen. Ebenso ergibt sich bei dem entgegengesetzten Extrem, der Gleichberechtigung aller Bezugssysteme in Einsteins verallgemeinerter Theorie als Bahn des kräftefreien Punktes eindeutig die geodätische Linie als die einzige in jedem System ausgezeichnete Linie.

6. Wenn wir also auch zugeben müssen, daß die Auszeichnung einer Schar von Bezugssystemen mit dem logischen Prinzip der Relativität an sich verträglich ist, so unterliegt es doch keinem Zweifel, daß die Deutung, die Newton selbst den Tatsachen gab, welche für diese Auszeichnung sprechen, die Bedeutung der „absoluten“ Bewegung voraussetzt.

Diese Tatsachen, die sich nicht wegdisputieren lassen, sondern denen jede physikalische Theorie gerecht werden muß, sind die durch das Auftreten der sogenannten „Trägheitskräfte“ bedingten Wirkungen, die nur bei gewissen Bewegungen beobachtet werden, bei anderen hingegen bis jetzt nicht festgestellt werden konnten.

Worum es sich hier handelt, wird am besten durch den berühmten, schon so oft diskutierten Eimerversuch Newtons klar.

Ein mit Wasser gefüllter Eimer, an einem Stricke aufgehängt, wird in rasche Rotation versetzt. Da zeigt sich nun, daß das Wasser zunächst völlig ruhig und eben bleibt, nämlich solange der Eimer allein rotiert, allmählich wird das Wasser durch die Reibung mitgerissen, es gerät in immer schnellere Drehbewegung und steigt allmählich an den Wänden des Gefäßes empor.

Newton erklärt das so: Am Anfang war das Wasser auch in Bewegung, aber es rotierte „nur relativ“, nämlich zum Eimer; diese Relativbewegung zum Eimer erfolgte natürlich mit der gleichen Geschwindigkeit wie hernach, sobald das Wasser vom Eimer ganz mitgeführt wird, die Drehung zur Erde. Trotzdem treten bei der anfänglichen relativen Drehung keinerlei Kräfte auf, die das Wasser am Rande des Gefäßes emportreiben würden. Diese sogenannten Fliehkräfte zeigen sich erst nachher, sobald das Wasser die Rotation des Eimers mitmacht.

Damit glaubte Newton experimentell bewiesen zu haben, daß es eine absolute Bewegung gibt, die sich durch ihre physikalischen Wirkungen von der bloß relativen unterscheidet. Darum führt er den Begriff des „absoluten Raumes“ ein, der ewig unveränderlich, unabhängig von allem, was mit den Körpern geschieht, feststeht. Und nach seiner Auffassung kommt es in der Physik nicht auf die doch allein beobachtbaren relativen Bewegungen der Körper zueinander an, sondern nur auf die „wahre Bewegung“ in jenem rätsel-

haften, nicht wahrnehmbaren absoluten Raum. Denn die Beschleunigungen in diesem Raume werden durch die Kräfte bestimmt und bestimmen ihrerseits die Fliehkräfte und überhaupt die sogenannten Trägheitskräfte.

7. Daß das keineswegs eine natürliche, geschweige denn die einzig mögliche Deutung des in der Erfahrung gegebenen Tatbestandes ist, darauf hat zuerst Ernst Mach in seiner Mechanik nachdrücklich hingewiesen. Der Versuch zeigt, wie Mach bemerkt, doch nicht mehr, als daß eine Drehung in bezug auf die Eimerwände nicht die gleichen physikalischen Folgen hat wie eine Drehung relativ zum Zimmer, die zugleich eine Drehung relativ zu den ungeheueren Massen des Fixsternhimmels darstellt, und wir wissen gar nicht, wie der Versuch ausfallen würde, wenn wir die Eimerwände immer dicker und dicker werden ließen, bis ihre Masse der des Fixsternhimmels vergleichbar würde.

Damit ist ausdrücklich die Forderung erhoben, die Trägheitswirkungen lediglich auf Relativbewegungen von Massen zurückzuführen. Mach lehnt so nicht nur die „Erklärung“ der Trägheitserscheinungen durch „absolute Bewegung“ ab, sondern er bestreitet auch a priori die Möglichkeit, daß es ausgezeichnete Bezugssysteme geben könnte, die für die Newtonsche Mechanik an sich (ganz abgesehen von Newtons philosophischen Anschauungen über Raum und Zeit) wesentlich sind; er verlangt also aus apriorischen, erkenntnistheoretischen Gründen einen vollständigen Umbau der Mechanik nach den Gesichtspunkten, die Einstein bei seiner allgemeinen Relativitätstheorie geleitet haben.

Der Positivismus hat daher gewiß das historische Recht, festzustellen, daß einer seiner hervorragendsten Vertreter zuerst mit der Forderung der allgemeinen Relativität, die sich als so fruchtbar erwiesen hat, an die Physik herangetreten ist. Aber man wird darin doch mehr einen Beweis für den physikalischen „Takt“ Machs, als für die Richtigkeit seiner allgemeinen erkenntnistheoretischen Anschauungen finden, wenn

man erkennt, daß diese keineswegs imstande sind, die Ablehnung der Newtonschen Mechanik zu rechtfertigen.

Gewiß folgt die Unmöglichkeit der Unterscheidung „absoluter“ und „bloß relativer“ Bewegung, die Newton seiner Mechanik zugrunde legt, aus dem Grundsatz der positivistischen Philosophie (der ebenso ein Grundsatz der kritizistischen ist), daß Bestimmungen der physikalischen Welt, die in keiner möglichen Erfahrung einen Unterschied begründen, sinnlos sind. Aber wenn wir uns damit begnügen, einfach die Tatsache festzustellen, daß es diese und jene bevorzugten Bezugssysteme gibt, ohne in einer absoluten Ruhe oder gleichförmigen Bewegung einen Grund dafür zu sehen und ohne überhaupt nach einem Grunde dafür zu fragen, so ist dieser Standpunkt gerade nach den allgemeinen Prinzipien des Machschen Positivismus völlig unanfechtbar.

Mach hatte gewiß recht, sowohl wenn er den absoluten Raum und die absolute Zeit als metaphysische Gespenster aus der Physik verbannen wollte, als auch wenn er die Zurückführung der Trägheit auf gegenseitige Massenwirkung forderte. Aber nur zum ersten, nicht zum zweiten gaben ihm die Grundsätze seiner eigenen Erkenntnistheorie die Berechtigung. Genau so wie er sich mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz als einer funktionalen Abhängigkeitsbeziehung begnügte und die unmittelbare Fernwirkung für eine Tatsache hielt, die man ebensogut hinnehmen müßte wie die Nahewirkung, ebenso hätte er sich eigentlich mit dem, was damals als feststehende Tatsache gelten konnte, begnügen müssen, nämlich, daß die mechanischen Gesetze in ihrer einfachen Form nur in gewissen Bezugssystemen gelten, — wenn nicht eben der physikalische Verstand in ihm stärker gewesen wäre als seine philosophische Theorie.

8. Mit der Einsicht in die Unmöglichkeit, reale beobachtete Unterschiede an bewegten Körpern durch den fiktiven von absoluter und relativer Bewegung zu erklären, scheinen noch zwei Auffassungen der Newtonschen Mechanik verträglich zu sein.

Wenn wir beobachten, daß gewisse beschleunigte Bewegungen vor anderen durch das Auftreten bestimmter Kräfte bevorzugt sind, so muß es einen gewissen Körper geben — der Körper *A. C. Neumanns* —, der so beschaffen ist, daß er bei Beschleunigungen relativ zu ihm diese Wirkungen hervorbringt. Seine Lage läßt sich jeweils (bis auf beliebige gleichförmige Bewegung) auf die von *L. Lange* angegebene Weise bestimmen, indem man von einem Punkte drei kräftefreie Massenpunkte aussendet.

Die Erfahrung zeigt, daß ein mit den Fixsternen starr verbundenes System ein Inertialsystem ist. So nimmt z. B. das Foucaultsche Pendel nicht an der Erdrotation teil, sondern an der Drehung des Fixsternhimmels um die Erde. Es könnte also als überflüssig erscheinen, einen Körper *A* anzunehmen, man könnte den Fixsternen selbst die Eigenschaft zuschreiben, die *Neumann* dem Körper *A* beilegt.

Nun beruhen zwar in der Tat alle Anwendungen der Newtonschen Mechanik auf dieser Voraussetzung; theoretisch aber ist diese Anschauung trotzdem unannehmbar, weil wir wissen, daß die Fixsterne gegen einander nicht in Ruhe sind (und nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz auch gar nicht in Ruhe sein können); ihre scheinbare Ruhe beruht im wesentlichen darauf, daß bei den ungeheueren Entfernungen auch recht große Geschwindigkeit in den uns zur Verfügung stehenden Beobachtungszeiten nur geringfügige Änderungen der Winkelabstände, die wir am Sternenhimmel sehen, hervorbringen können.

9. So scheint nichts anderes übrigzubleiben, als diesen Körper *A* anzunehmen, der, sonst in keiner Weise wahrnehmbar, seine Existenz allein in Trägheitswirkungen verraten soll. Hier stehen wir vor der im ersten Kapitel besprochenen Schwierigkeit, die in der Forderung einer Kausalerklärung durch „wahre“, d. h. wahrnehmbare Ursachen liegt.

Beschleunigungen relativ zu *X* bewirken Trägheitskräfte,

Beschleunigungen zu Y bewirken sie nicht. Hier ist die Frage: Warum? unabweisbar. Das Kausalgesetz verlangt einen Unterschied zwischen X und Y . „Der ist auch da,“ sagt uns der Physiker, „ X ist in bezug auf A gleichförmig bewegt, Y aber mit einer solchen Beschleunigung, daß zu Y entsprechend beschleunigte Körper relativ zu A gleichförmig bewegt sind, und A hat eben die Eigenschaft, an zu ihm beschleunigten Körpern Trägheitswirkungen zu erzeugen.“

Aber wenn sich A in keiner Wahrnehmung aufweisen läßt, woher weiß man, daß es so etwas gibt? Wie erfährt man bei einem mechanischen Experiment, wo A liegt? Wie kann man überhaupt die Bewegung eines Körpers nach mechanischen Gesetzen vorausbestimmen, wenn es dabei auf die Lage des Körpers A ankommt, den wir gar nicht wahrnehmen können?

„Daß es so etwas gibt, erkennen wir daran, daß es sich in Trägheitskräften äußert. Wo es liegt, erfahre ich eben durch mechanische Experimente, und wenn ich die Bahn eines Körpers vorausbestimmen will, muß ich freilich erst drei Körper loslassen, von denen ich noch nicht weiß, wie sie sich bewegen werden. Aber ist es denn nicht mit allen Dingen so, daß wir sie nur durch ihre Wirkungen erkennen?“

Aber die Wirkungen sind mannigfaltig, und aller Wert der Naturwissenschaft liegt doch darin, daß wir ein Ding an einer Reaktion erkennen und daraus schon folgern können, wie es sich unter anderen Bedingungen verhalten wird. Was nützte uns z. B. das Wissen, daß Wärme die Körper ausdehnt, wenn wir ihr Vorhandensein nur an dieser Ausdehnung erkennen könnten? Wozu wäre die Medizin gut, wenn sie die Wirkung einer Arznei erst feststellen könnte, wenn sie eingetreten ist, und nicht schon vorher aus den Symptomen der Krankheit und den chemischen Eigenschaften des Heilmittels wüßte, was zu erwarten ist? Was hilft mir die Mechanik, wenn ich erst drei Körper loslassen muß, um dann erst die Bahn des vierten bestimmen zu können? Da kann ich doch gleich den vierten loslassen.

„Etwa wie jener Reformator des Eisenbahnwesens, der den letzten Wagen abhängen ließ, weil er immer am meisten schüttelt. — Aber so schlimm liegt die Sache nicht. Wir wissen aus unserer bisherigen Erfahrung, daß die Sonne und der Fixsternhimmel mit genügender Genauigkeit den Körper A für uns repräsentieren, und müssen das nach den Gesetzen der Mechanik auch insofern erwarten, als diese ungeheueren Massen mit ihren ungeheueren Entfernungen keine allzu großen Beschleunigungen haben können. Und die Trägheitskräfte sind nicht eine bestimmte Wirkung, sondern ein ganzes zusammenhängendes System verschiedener Wirkungen, die an den verschiedensten Körpern beobachtet werden können.“

Wir brechen hier die Diskussion dieser Frage ab und entnehmen ihr zunächst nur so viel, daß die Glaubwürdigkeit einer solchen Annahme nur dadurch gesteigert werden könnte, daß sich der Körper A auch noch in anderer Weise zu erkennen gibt.

10. Etwas Derartiges schien sich zunächst zu ergeben, als man von der Newtonschen Emissionstheorie des Lichtes zur Undulationstheorie überging. Solange man das Licht als Bewegung kleinster Teilchen auffaßte, die von den leuchtenden Körpern ausgeschleudert werden, war die Optik ein Teil der Mechanik, und man mußte annehmen, daß für die Erscheinungen der Lichtausbreitung das Galileische Relativitätsprinzip genau so gültig wäre wie für die mechanischen im engeren Sinne. Das wurde erst problematisch, als sich zeigte, daß die Erscheinungen der Interferenz, die merkwürdige Tatsache, daß zwei von derselben Lichtquelle kommenden Lichtstrahlen bei einem Wegunterschied sich nicht notwendig verstärken, sondern je nach der Größe dieses Unterschiedes sich ebensowohl schwächen, ja gänzlich aufheben können (was schon Newton wußte und durch die Annahme periodisch-wechselnder Anwandlungen der Lichtpartikeln zu erklären suchte), nur durch eine Wellentheorie des Lichtes befriedigend dargestellt werden kann.

Nach der Undulationstheorie handelt es sich beim Licht nicht um die Bewegung eines Körpers von einem Ort zum andern, sondern um die Ausbreitung einer periodischen Zustandsänderung. Zuerst dachte man sich diese örtliche Zustandsänderung, die sich von jedem von der Lichterregung getroffenen Punkt nach allen Seiten ausbreitet, als eine Schwingung im mechanischen Sinne, eine Hin- und Herbewegung: Dann aber führten die Theorie von Maxwell und die Experimente von H. Hertz zu dem Ergebnis, daß es sich beim Licht nur um elektromagnetische Zustandsänderungen handeln kann.

Das Gesetz der Lichtausbreitung folgt aus den Maxwell'schen Gesetzen der Elektrizität, welche den Zusammenhang zwischen den elektromagnetischen Zustandsgrößen an einer Stelle und ihren Änderungsgeschwindigkeiten angeben. Das Gesetz lautet, daß sich das Licht im leeren Raum nach allen Seiten mit der konstanten Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec ausbreitet, eine Konstante, die nicht nur durch direkte Messung der Lichtgeschwindigkeit, sondern auch durch rein elektromagnetische Beobachtungen ermittelt werden kann und in die Maxwell'schen Gleichungen auch auf Grund dieser Zusammenhänge eintritt.

11. Bei der Betrachtung des Verhältnisses der Gesetze der Elektrodynamik zum Galilei'schen Relativitätsprinzip können wir uns auf das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum beschränken.

An und für sich könnte eine Wellentheorie des Lichtes diesem Prinzip ebenso gut genügen, wie es die Wellentheorie des Schalles tut. Der Schall breitet sich in einem homogenen Medium mit der gleichen Geschwindigkeit nach allen Richtungen aus in bezug auf dieses Medium. Fährt man z. B. in einem gleichförmig bewegten Zug, so wird man die gleichförmige Ausbreitung in bezug auf die Wände des Wagens feststellen können, weil die Luft an der Bewegung des Wagens teilnimmt. Ein Beobachter, der auf der Erde steht,

würde allerdings feststellen, daß sich eine solche Schallwelle in bezug auf die Erde nicht nach allen Seiten mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreitet, sondern in der Richtung der Bewegung des Zuges mit einer um so viel größeren Geschwindigkeit, als die Geschwindigkeit des Zuges beträgt und in der entgegengesetzten Richtung um ebensoviel weniger. Aber er wird darin weder eine Verletzung des Galileiischen Relativitätsprinzips noch des Gesetzes der gleichmäßigen Schallausbreitung finden können, weil dabei von vornherein nur von der Geschwindigkeit relativ zum Medium die Rede ist und die Bewegung der Luft zur Erde von der Erde aus direkt beobachtet wird.

Anders verhält es sich mit dem Lichte. Auch hier wurde das Gesetz naturgemäß zuerst so gedacht, daß mit der konstanten Geschwindigkeit im leeren Raum die Geschwindigkeit relativ zu dem Medium gemeint ist, dessen Zustände wir als elektromagnetische Erscheinungen beobachten. Dieses Medium, das sich überall dort befinden müßte, wo ein Lichtstrahl hindringt, d. h. überhaupt überall auch nach Entfernung aller wägbaren, tastbaren oder sonstwie beobachtbaren Materie, der sogenannte Äther, wurde nur deshalb angenommen, weil man für die elektromagnetischen Erscheinungen einen Träger brauchte. Über die Berechtigung dieses Gedankens soll später gesprochen werden. Man sieht jedenfalls, daß wir über das Verhalten dieses Äthers immer nur durch Beobachtung der elektromagnetischen Erscheinungen selbst etwas erfahren können.

Ob sich das Lichtmedium so verhält wie das Schallmedium, konnte nicht durch direkte Beobachtung des Äthers entschieden werden, sondern nur durch Beobachtung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern. Hätte sich herausgestellt, daß sich die Geschwindigkeit des Körpers einfach zu der des Lichtes relativ zu dem bewegten Körper (vektoriell) addiert, so hätte man angenommen, daß der Äther von bewegten Körpern mitgeführt

wird, und dann wäre das Galilei'sche Relativitätsprinzip in genau der gleichen Weise erfüllt gewesen wie bei der Schallausbreitung.

12. Nun zeigte aber das Experiment, das Fizeau anstellte, direkt, daß die Bewegung der Luft auf die Lichtgeschwindigkeit überhaupt keinen Einfluß hat. Wenn man durch eine Röhre Luft hindurchbläst, so ist die Geschwindigkeit des Lichtes relativ zur Röhre genau so groß, wie wenn die Luft in der Röhre ruht.⁹ Bei näherer Erwägung findet man auch, daß ein Gesetz, wonach sich wie beim Schall zur Lichtgeschwindigkeit einfach die der bewegten Luft addieren würde, innerlich unwahrscheinlich ist. Denn das würde ja bedeuten, daß es nur auf die Geschwindigkeit der Luft, nicht auf ihre Dichte ankommt. Wenn wir uns also die Luft immer weiter verdünnt denken, so müßte doch immer noch der gleiche Einfluß der Luftbewegung merkbar sein, ein Luftmolekül müßte also schließlich den ganzen Äther in der Röhre mitreißen.

Dieser Fizeausche Versuch vor allem und eine ganze Reihe anderer Erscheinungen führte zu der von H. A. Lorentz aufgestellten Theorie des ruhenden Äthers. Danach sollte der ganze Weltraum von diesem unwägbaren Stoff, dem Träger der elektromagnetischen Erscheinungen erfüllt sein, und zwar so, daß seine Teile immer gegeneinander in Ruhe bleiben. Das Gesetz der gleichmäßigen Ausbreitung des Lichts sowie die anderen elektromagnetischen Gesetze, die nicht derart formuliert sind, daß sie beim Übergang zu einem bewegten Sy-

⁹ Für Medien mit von 1 verschiedenem Brechungskoeffizient ergab sich allerdings ein Einfluß der Bewegung auf die Lichtgeschwindigkeit, aber so, daß sich nur ein Bruchteil der Geschwindigkeit zu der im ruhenden Medium addiert. Fresnel leitete diesen „Mitführungskoeffizienten“ zwar aus gewissen Voraussetzungen theoretisch ab, aber es gab keine befriedigende physikalische Vorstellung, die das hätte erklären können. Für die Betrachtung des Bewegungsproblems wollen wir uns hier auf Luft als Medium beschränken.

stem unter den Galileiischen Voraussetzungen ihre Gültigkeit behalten, soll sich allein auf diesen ruhenden Äther beziehen.

Dadurch gäbe es nun ein einziges Bezugssystem, das sich vor allen anderen auszeichnet. Hatte die Newtonsche Physik noch unendlich viele gleichberechtigte Systeme übrig behalten, für die alle ihre Gesetze gültig waren, so gab es für die Maxwell-Lorentzsche Physik nur mehr dieses einzige System, in dem die elektromagnetischen Gesetze gelten.

Daraus folgt, daß man eine Bewegung relativ zu diesem ausgezeichneten System, eine Bewegung im Äther irgendwie an den optischen und überhaupt an den elektromagnetischen Erscheinungen müßte konstatieren können. Daß alle Experimente in dieser Richtung, vor allem das berühmte von Michelson — wir sprechen davon im nächsten Kapitel — negativ ausfielen, hat den Anstoß zur Aufstellung der Einsteinschen Relativitätstheorie gegeben.

13. Es ist jedoch zu betonen, daß ein solches Experiment sehr wohl auch hätte anders ausfallen können. Denn wir müssen uns wiederum darüber klar sein, daß der physikalische Sinn der Lorentzischen Theorie nicht gegen das logische Postulat der Relativität der Bewegung verstößt, wofern wir uns nicht die ausgezeichnete Rolle des Äthers durch seine „absolute Ruhe“ bzw. die Erscheinungen in den zu ihm bewegten Systemen durch „absolute Bewegung“ erklären wollen. Wenn wir nur im Auge behalten, daß wir jede Bewegung eines Körpers im Äther ebensogut als Bewegung des ganzen Äthers zu dem Körper beschreiben und jede Wirkung einer solchen Bewegung ebensogut auf den „Ätherwind“ zurückführen können, dann verstoßen wir nirgends gegen den Relativitätsgedanken, trotzdem wir von allen bewegten Systemen eines ausgezeichnet denken.

Daß durch den Äther die Gleichberechtigung gleichförmig bewegter Systeme verschwindet, bedeutet erkenntnistheoretisch gewiß keinen Nachteil gegenüber dem Newtonschen absoluten

Raum. Denn, wie schon gesagt, wird die Annahme eines solchen welterfüllenden Mediums desto plausibler, in je mehr Wirkungen es sich äußert.

Allerdings hatte dafür die Ätherhypothese (abgesehen vom Michelsonversuch u. ä.) noch mit anderen physikalischen Schwierigkeiten zu kämpfen, da es nicht gelingen wollte, ein mechanisches Modell zu finden, das sein Verhalten widerspruchsfrei erklärt, nämlich, daß es nur transversale, nicht longitudinale Wellen durchläßt und trotz seiner Starrheit den Körpern, die ihn durchdringen, keinerlei Widerstand entgegengesetzt. Trotz der genauen Kenntnis der Gesetze der elektromagnetischen Zustände, konnte man keine befriedigende, konkrete Vorstellung von dem Äther gewinnen, dessen Zustände sie sein sollten. Dadurch nähert er sich wieder dem Newtonschen absoluten Raume bzw. dem Körper *A*, sofern seine wesentliche und allein erkennbare Eigenschaft doch sein sollte, daß nur in bezug auf ihn die elektromagnetischen Gesetze gelten und sich jede Bewegung in ihm durch eine Abweichung von ihnen bemerkbar machen müßte.

An und für sich ist also die Annahme des ruhenden Äthers nicht viel befriedigender als die des Körpers *A*, und man konnte nur hoffen, daß sich die beiden Annahmen durch irgendwelche gesetzliche Beziehungen zwischen den verschiedenen Wirkungsweisen des „absoluten Raumes“ gegenseitig stützen würden. Die Entwicklung hat aber den entgegengesetzten Weg genommen.

IV. Der Grundgedanke von Einsteins spezieller Theorie.

1. Nach der Theorie des ruhenden Äthers und dem Gesetz der Addition der Geschwindigkeiten, das sich aus der Galilei-Transformation ergibt, müßte das Licht in jedem im Äther bewegten System nach den verschiedenen

Richtungen hin verschiedene Geschwindigkeiten haben in Abhängigkeit von der Richtung der Bewegung durch den Äther. Da man die Bewegung der Erde um die Sonne naturgemäß auch als Bewegung im Äther ansah, kam man daher zu der Folgerung, daß sich die Geschwindigkeit dieser Bewegung im Äther direkt durch optische Experimente bestimmen lassen müßte.

Was sich aus dem negativen Ausfall dieser Experimente ergibt, wollen wir an dem bekanntesten und bedeutsamsten erwägen, dem Interferenzversuch von Michelson (1881).

Die Versuchsanordnung war dabei folgende: An den Enden zweier zueinander senkrechten gleichlangen Stangen sind Spiegel angebracht; vom Scheitel des rechten Winkels geht Licht von einer Lichtquelle längs der beiden Arme, wird von den Spiegeln zurückgeworfen und vereinigt sich wieder im Scheitelpunkt, wo es zur Interferenz gebracht wird. Wir haben diese Erscheinung beim Zusammentreffen von Licht gleichen Ursprungs schon gelegentlich erwähnt und wollen sie hier nur noch ganz kurz an dem Beispiele von Wasserwellen erläutern.

Ein ins Wasser geworfener Stein erregt kreisförmig fortschreitende Wellen. Wenn man einen zweiten Stein an derselben Stelle so hineinwerfen will, daß er die Wellenbewegung nicht stört, sondern verstärkt, dann muß er die Wasseroberfläche in dem Augenblick treffen, wo das Wasser in der Abwärtsbewegung begriffen ist. Trifft der Stein dagegen das Wasser, während es aufwärtsschwingt, dann kann die nach aufwärts gerichtete Geschwindigkeit gerade aufgehoben, die Wellenbewegung ganz zerstört werden.

Wir kehren zum Michelsonversuch zurück. Ist der Apparat in einem System befestigt, in welchem die Lichtgeschwindigkeit nach allen Seiten die gleiche ist, und sind die beiden Arme genau gleich lang, dann braucht das Licht zum Hin- und Hergang in den beiden Armen die gleiche Zeit, und es tritt im Scheitelpunkt keine Verfinsterung ein, sondern die

entsprechenden ungleichen Lichtwege, die zum Auslöchen des Lichtes führen, können sich erst in einiger Entfernung von diesem Mittelpunkt ergeben, und dort treten dann in gleicher Entfernung rechts und links vom hellen Mittelpunkt dunkle Streifen, die sogenannten Interferenzstreifen, auf, die in regelmäßigen Abständen aufeinander folgen. Wenn jedoch das Licht, sei es aus welchem Grunde immer, ob nun die Arme oder die Lichtgeschwindigkeiten in ihnen ungleich sind, verschiedene Zeiten zum Hin- und Hergang braucht, dann wird die größte Helligkeit nicht in der Mitte auftreten, sondern irgendwo seitlich, die Interferenzstreifen werden verschoben erscheinen.

Eine solche Verschiebung war nun unter den gemachten Voraussetzungen zu erwarten, wenn man den Apparat so einstellte, daß der eine Arm in die Richtung der Erdbewegung fiel, der andere normal dazu stand. Denn dann beschreibt das Licht, im Äther gemessen, wo ja die Geschwindigkeiten nach allen Richtungen gleich sind, nicht den gleichen Weg, und in dem System, worin die Lichtwege gleich sind, sind hinwieder die Geschwindigkeiten nach dem Additionstheorem nicht gleich. Wir berechnen die Zeiten, die den verschiedenen Wegen im Äther entsprechen, an der Hand der beistehenden Figur.

Beim Hingang in der Bewegungsrichtung der Erde ist der vom Licht in der Zeit t_1 zurückgelegte Weg bis zum Spiegel gleich der Länge des Armes l , vermehrt um den Weg, den in derselben Zeit der Spiegel mit der Erdgeschwindigkeit v zurücklegt.

$$ct_1 = l + vt_1, \text{ woraus folgt } t_1 = \frac{l}{c-v}.$$

Beim Rückgang des Lichtes in der Zeit t'_1 ist von der Länge des Stabes der Weg zu subtrahieren, den der Spiegel dem Lichte entgegenkommt.

$$ct'_1 = l - vt'_1 \rightarrow t'_1 = \frac{l}{c+v}.$$

Die Zeit t_2 für die Lichtbewegung längs des zur Erdbewegung senkrechten Armes bestimmen wir nach dem Pythagoräischen Lehrsatz:

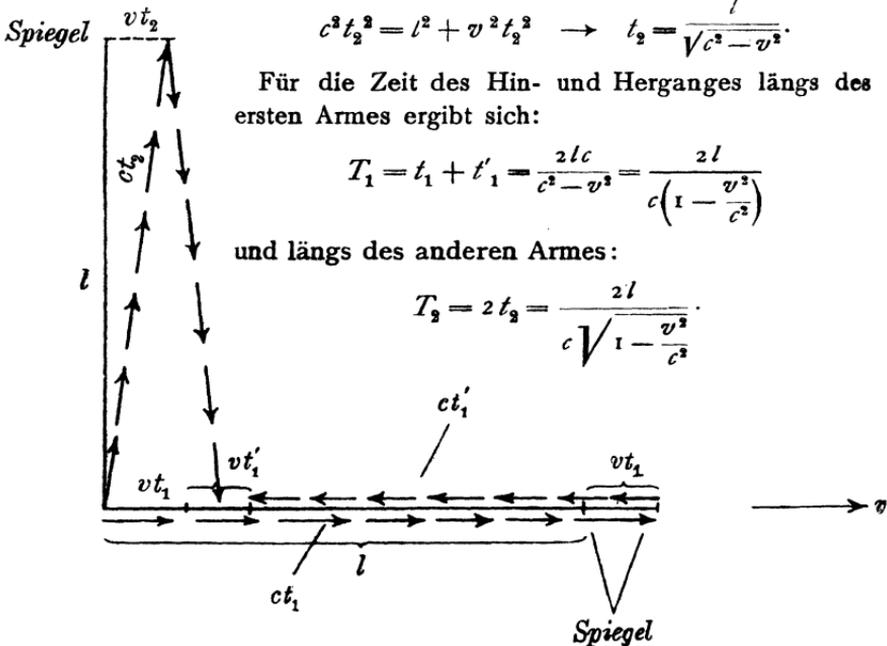
$$c^2 t_2^2 = l^2 + v^2 t_2^2 \rightarrow t_2 = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Für die Zeit des Hin- und Herganges längs des ersten Armes ergibt sich:

$$T_1 = t_1 + t'_1 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

und längs des anderen Armes:

$$T_2 = 2t_2 = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Die Zeiten für den Hin- und Hergang des Lichtes in den beiden Armen sind also trotz der vorausgesetzten Gleichheit¹ der Arme verschieden. Die Verschiebung der Interferenzstreifen, die ein solcher Zeitunterschied zur Folge haben müßte, und die nach der Rechnung groß genug wäre, um unbedingt beobachtet werden zu können, ist nun aber tatsächlich nicht bemerkt worden. Es verhält sich viel-

¹ Praktisch läßt sich natürlich eine Gleichheit, die der hier notwendigen Genauigkeit entspricht, nicht erzielen. Das ist aber unwesentlich. Das Experiment wird tatsächlich so durchgeführt, daß einmal der eine, dann der andere Arm in die Richtung der Erdbewegung kommt. Wir nehmen hier nur zur Vereinfachung der Rechnung völlige Gleichheit an.

mehr alles genau so, als würde der ganze Apparat ruhen oder als hätte die Erdbewegung nicht den mindesten Einfluß auf die Vorgänge.

2. Dieser Ausgang des Versuches zwingt uns, irgendeine von den Voraussetzungen, von denen aus wir zur Erwartung jener Verschiebung der Interferenzstreifen gelangt sind, aufzugeben. Wir müssen uns also klar machen, was diese Ableitung eigentlich voraussetzt.

Außer der durch tausende Versuche bestätigten Theorie der Interferenz, nach der die Lage der Interferenzstreifen von dem Gangunterschied der beiden vereinigten Lichtstrahlen abhängt, werden im wesentlichen folgende Voraussetzungen gemacht:

1. In dem System, in dem sich die Erde mit der Geschwindigkeit v bewegt, pflanzt sich das Licht nach allen Seiten mit der Geschwindigkeit c fort.

2. Der Weg, den das Licht in diesem System zurücklegt, besteht aus der Länge des Stabes und der Strecke, den das Stabende, zu dem das Licht sich hinbewegt, während der Bewegung des Lichtes zurücklegt.

Das Additionstheorem der Geschwindigkeiten ist daher nicht vorausgesetzt, sondern es ergibt sich aus der Ableitung, daß die Lichtgeschwindigkeit in der Bewegungsrichtung der Erde $c - v$, ihr entgegen $c + v$ beträgt. Ich betone das deshalb, damit man nicht meine, die Relativitätstheorie begehe einen Widerspruch, indem sie diese Formel in gewisser Weise benutze, obwohl sie das Additionstheorem nicht anerkennt.²

² Nicht-Mathematiker wundern sich manchmal, daß das Licht beim Hin- und Hergang in der Bewegungsrichtung mehr Zeit $\left(\frac{2l}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right)$ braucht als bei ruhendem Apparat $\left(\frac{2l}{c} \right)$. Aber wenn es dem Spiegel nachläuft, hat dieser doch offenbar mehr Zeit davonzulaufen als umgekehrt zum Entgegenkommen.

Um dem negativen Versuchsergebnis gerecht zu werden, stellten nun H. A. Lorentz, und gleichzeitig und unabhängig Fitz-Gerald, die Hypothese auf, daß sich jeder Körper bei der Bewegung im Äther in der Bewegungsrichtung im Verhältnisse $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ verkürzt. Von der zweiten Voraussetzung wird also fallen gelassen, daß das Licht sich längs des Stabes, der ruhend die Länge l hat, auch wenn er bewegt ist, um das Stück l bewegen muß. In der Tat, wenn man dem bewegten Stab die Länge $l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ zuschreibt, dann ergibt sich für beide Zeiten der gleiche Wert $\frac{2l}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Ein

Beobachter jedoch, der die Bewegung mitmacht, könnte durch keine Messung diese Verkürzung erkennen. Denn der Maßstab, mit dem er mißt, würde sich ja beim Anlegen in der Bewegungsrichtung in der gleichen Weise verkürzen.

Diese Kontraktion infolge der Bewegung durch den Äther konnte Lorentz auch aus seiner Theorie des Aufbaus der Körper aus Elektronen ableiten. Danach hängt nämlich die Größe eines Körpers von den elektrischen Kräften ab, die seine Teilchen zusammenhalten, und wenn diese sich durch die Bewegung ändern, so auch die Größe des Körpers. Übrigens ist dieser Effekt so gering, daß er nur für sehr große Geschwindigkeiten beobachtet werden kann.

Die Kontraktionshypothese allein genügt freilich nicht, um den negativen Ausfall aller Versuche zu erklären, die zu dem Zwecke unternommen wurden, Bewegung im Äther nachzuweisen. So genügt zwar im Michelsonversuch die Längenverkürzung, um die Zeiten in den beiden Armen gleichzumachen, aber diese Zeit ist noch immer größer, als sie im ruhenden Systeme wäre.³ Da aber auch ein derartiger Unterschied nicht wahrzunehmen ist, müssen wir weiter annehmen,

³ vgl. oben Anm. 2 auf der vorangehenden Seite.

daß nicht nur der Hin- und Hergang des Lichtes, sondern jeder Vorgang, der zur Zeitmessung dienen könnte, in gleicher Weise durch die Bewegung im Äther verzögert wird.

So ist es in der Tat möglich, den negativen Ausfall aller Versuche mit der Theorie des ruhenden Äthers in Einklang zu bringen, indem man zu jedem zu erwartenden Effekt einen entsprechenden anderen annimmt, der ihn kompensiert.

3. Diesen Zustand der physikalischen Theorie braucht man sich nur zu vergegenwärtigen, um den Grundgedanken der speziellen Relativitätstheorie als den einfachsten und natürlichsten Ausweg zu empfinden. Freilich erscheinen die Folgerungen dieses einfachen Gedankens so paradox, hier den Tatsachen den schlichtesten, angemessensten Ausdruck zu geben, verlangt so viel Unbefangenheit des Geistes, daß wir uns nicht wundern können, wenn vor Einstein niemand diesen Gedanken gefaßt hat.

Wie lagen die Dinge? Man hatte den Äther als Träger der elektromagnetischen Erscheinungen angenommen; in bezug auf ihn sollten die Grundgesetze der Elektrodynamik gelten, in einem dazu bewegten System war ein anderer Ablauf der Erscheinungen zu erwarten. Statt dessen zeigte nun eine ganze Reihe fehlgeschlagener Experimente, daß von einem solchen Einfluß der Bewegung im Äther gar nichts zu spüren war. Dabei sollte aber die Bewegung im Äther alle möglichen höchst komplizierten Wirkungen haben; aber sie sind so schlau eingerichtet, daß von ihnen gar nichts zu merken ist, weil sie einander immer gerade aufheben. Wie stellt das der Äther an?

Was ist da naheliegender und zwingender als Einsteins Antwort? Wahrscheinlich ist er gar nicht da! Wozu brauchen wir denn eine solche Annahme, die gar nichts erklärt und uns nur immerwährend die Aufgabe stellt, das Ausbleiben von Erscheinungen, die wir aus ihr ableiten, durch Zusatz-

hypothen zu erklären. Alle Versuche, irgendeine Abänderung des elektromagnetischen Geschehens infolge der Geschwindigkeit im Äther festzustellen, sind mißglückt; folglich nehmen wir mit Einstein an, daß es gar kein solches ausgezeichnetes System gibt, in dem allein die Gesetze der Elektrodynamik gelten, in dem allein sich das Licht mit der gleichen Geschwindigkeit nach allen Seiten ausbreitet, wir nehmen an, daß ebenso wie in der Newtonschen Mechanik, so auch in der Optik trotz der Undulationstheorie die ganze Schar der zueinander gleichförmig bewegten Systeme für die Beschreibung der Naturvorgänge gleichberechtigt ist.

4. Die Leugnung des Äthers, die im Wesen dieser Anschauung liegt, scheint manchen absurd, weil es doch nicht elektromagnetische Zustände geben könne ohne etwas, das sich in diesem Zustande befindet. Im leeren Raume, wo gar nichts ist, könne sich auch das Licht nicht ausbreiten, wenn es nicht aus ausgeschleuderten Partikeln bestehe, die den leeren Raum durchsetzen, sondern aus periodischen Zustandsänderungen.

Nun ist es gewiß ein richtiges Prinzip, daß, wo Änderungen stattfinden, etwas da sein muß, was dieser Änderungen fähig ist. Aber man kommt von dem lediglich formalen Prinzip zu einem nichts weniger als evidenten Lehrsatz, wenn man diesem änderungsfähigen Dinge außer der Bestimmbarkeit in dem einen Sinne noch irgendwelche andere Eigenschaften beilegt. Wir stehen nicht vor der Wahl, entweder die Ätherhypothese oder Zustände ohne irgendwelchen Träger annehmen zu müssen, sondern es bleibt die Möglichkeit, dem Träger der elektromagnetischen Erscheinungen die mechanischen Eigenschaften zu entziehen, die erst die ganze Schwierigkeit heraufbeschwören.

Wenn sich eine elektrische Ladung im sogenannten leeren Raumbefindet, so erzeugt sie in ihrer Umgebung ein elektri-

sches Feld, das sich darin äußert, daß ein an irgendeinen Punkt des Feldes gebrachter Probekörper eine bestimmte Kraftwirkung erleidet. Durch diese Wirkungsfähigkeit — die nach der Maxwell'schen Theorie nicht als Fernwirkung der Ladung aufgefaßt werden kann, da die Erzeugung des Feldes durch die Ladung ein Vorgang ist, der sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit, der des Lichtes, im Raume ausbreitet, — sind die Punkte des Feldes schon etwas Dingliches; denn durch mehr oder anderes als ihre Wirkungsfähigkeit ist ja auch die Wirklichkeit der anderen physischen Dinge nicht gegeben.

Es besteht aber ein wesentlicher Unterschied zwischen einem materiellen Träger der elektromagnetischen Erscheinungen, als der der Äther gedacht war, und dem Felde. Der Äther sollte sich dadurch von der wägbaren Materie unterscheiden, daß er kein Gewicht hat. Die gegenseitige Anziehung der Massen ist aber nicht das Wesentliche an dem Begriffe der Materie, sondern die Beweglichkeit, sie ist nach einer berühmten Kantschen Definition „das Bewegliche im Raume“. Sobald man den Äther als materiellen Träger annahm, sah man sich dabei vor die Frage nach dem Bewegungszustand des Äthers gestellt. Seine Teile mußten entweder gegeneinander in Bewegung sein oder ruhen. Im letzteren Falle, der der Lorentz'schen Theorie entspricht, hat jeder andere Körper eine bestimmte Geschwindigkeit relativ zum Äther, und es ist rätselhaft, warum wir von dieser Geschwindigkeit nichts sollten merken können.⁴

5. Hier ist der Ort, wo die von Josef Petzoldt so energisch betonte Überwindung der mechanischen Naturansicht

⁴ Wenn Einstein später (1920) in seiner Leidener Rede „Äther und Relativitätstheorie“ den Namen „Äther“ für das Gravitationsfeld vorgeschlagen hat, so bedeutet das natürlich keine Rückkehr zur „Äthervorstellung“; denn dieser „Äther“ hat, wie Einstein hervorhebt, auch keine mechanischen Eigenschaften.

sich in der Tat als eine wesentliche Voraussetzung erweist, allerdings in einem etwas anderen Sinne, als Petzoldt meint.

Die allgemeine Tendenz, aus der die mechanische Naturansicht schon bei Demokrit wie auch in ihrer modernen Erneuerung entsprungen ist, die Tendenz, die unerschöpfliche qualitative Mannigfaltigkeit des Gegebenen durch reine Größenbeziehungen zu bestimmen, wodurch allein Natur als ein gesetzlicher Zusammenhang gedacht werden kann, behauptet sich in unverminderter Stärke. Was aufgegeben werden muß, das ist nur die Zurückführung aller Naturvorgänge auf Bewegung kleinster Teilchen. Wir lassen dahingestellt, ob die neueste Wendung in dieser Entwicklung, die vollständige Elimination des beweglichen identifizierbaren Teilchens, die Auffassung der Materie als eines ausgezeichneten Feldzustandes sich durchsetzen wird oder nicht⁵, so viel ist heute gewiß, daß das Feld, auch wenn es von beweglichen Teilchen, den Elektronen, erzeugt gedacht wird, ohne daß man diese wiederum auf das Feld zurückführt, jedenfalls eine Realität von anderer Art ist als die bewegliche Materie. Es ist sinnlos zu fragen, wohin ein Punkt des Feldes im nächsten Augenblick gekommen ist. Die Punkte des Feldes sind nur durch ihre relative Lage zu den felderzeugenden Ladungen und den jeweils dort herrschenden elektromagnetischen Zustand charakterisiert. Es ist aber unmöglich, ihnen eine Geschwindigkeit zuzuschreiben, die Bewegungsbegriffe sind auf sie nicht anwendbar, da sie nicht anders zu identifizieren sind als durch ihre relative Lage zu den Ladungen, von denen ihr Zustand abhängt.

6. Werfen wir mit Einstein den beweglichen materiellen Träger der Lichtausbreitung aus der Physik heraus, so erscheint, was bisher paradoxes Ergebnis eines komplizierten Mechanismus war, als ein an der Spitze der Elektrodynamik stehender natürlicher und einfacher Gedanke, das spezielle

⁵ Vgl. dazu im folgenden Kap. IX § 11 ff.

Relativitätspostulat: Gelten die Gesetze der Elektrodynamik in einem System S , so gelten sie ebenso in jedem zu S mit konstanter Geschwindigkeit bewegten System.

Gleicht dieses Postulat auch insofern dem Galileiischen Relativitätsprinzip, als es auch, auf gleichförmige Bewegung beschränkt, die Gleichberechtigung einer Gruppe so zueinander bewegter Systeme behauptet, so darf man doch nicht glauben, daß damit einfach das Galileiische Relativitätsprinzip auf die optischen Erscheinungen übertragen wird. Denn, wie wir schon betont haben, gehören zu diesem Prinzip bestimmte Voraussetzungen über das Verhalten von Raum- und Zeitgrößen in zueinander bewegten Systemen. Unter diesen Voraussetzungen ist es aber unmöglich, die Forderung der Relativität gegenüber gleichförmigen Bewegungen auf die von den Maxwell'schen Gesetzen beherrschten Erscheinungen auszudehnen. Offenbar kann das Gesetz der gleichförmigen Lichtausbreitung nicht für zwei zueinander bewegte Systeme gelten, wenn außerdem das der Galilei-Newton'schen Mechanik wesentliche Gesetz aufrechterhalten bleibt, daß die Geschwindigkeit, die eine Bewegung in einem bewegten System hat, zu der Geschwindigkeit des bewegten Systems hinzuaddiert, die Geschwindigkeit der Bewegung in bezug auf das ruhende System ergibt.

7. Bevor wir die neuen Anschauungen über räumliche und zeitliche Erstreckungen in bewegten Systemen entwickeln, welche notwendig sind, damit die Lichtausbreitung in den zueinander gleichförmig bewegten Systemen nach allen Seiten mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit vor sich gehen kann, müssen wir uns erst klar machen, was diese Annahme bedeutet.

Wir nennen eine Bewegung gleichförmig, wenn in gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden, so daß das Verhältnis des zurückgelegten Weges zur Zeit, die Geschwindigkeit, einen konstanten Wert hat. Das weiß jedes Schulkind.

und das scheint so einfach und klar wie etwa die geradlinige Bewegung, die das Trägheitsgesetz verlangt. Erwägen wir aber die Sache näher, so erkennen wir, daß der Begriff der Gleichförmigkeit genau so problematisch ist wie der der Geradlinigkeit, nämlich als ein relativer Begriff eine weitere Bestimmung verlangt.

Wenn wir einen starren Maßstab haben, d. h. einen solchen Körper, der bei keiner Einwirkung eine merkliche Änderung erleidet⁶ oder — auch diese Annahme genügt — der, sobald er deformiert wird, doch sogleich wieder seine ursprüngliche Gestalt annimmt, wenn er sich selbst überlassen wird, so wissen wir, was gleiche Strecken sind, nämlich solche, an die wir gleich oft diesen Maßstab anlegen müssen.

Was sind aber gleiche Zeiten?

Die Physiker meinen, daß wir das gar nicht wüßten, daß wir darüber gar nichts aussagen könnten, solange wir nicht Uhren haben, mit denen wir die Dauer der Vorgänge messen können. Die Philosophen dagegen glauben meist, wir wüßten a priori, was gleiche Zeiten sind (und das gleiche gilt von der Gleichzeitigkeit, auf die wir noch zu sprechen kommen), und wir brauchten, um diesen Begriff zu definieren, nicht die Uhren, sondern umgekehrt, wir wüßten gar nicht, was Uhren bedeuteten, wie wir sie richten, was wir von ihnen verlangen sollten, wenn wir eben nicht a priori unsere Zeitbegriffe hätten.

Mir scheint in diesem Falle in den beiden entgegengesetzten Behauptungen etwas Richtiges enthalten zu sein. Um hier zur Klarheit zu kommen, muß man den Unterschied zwischen subjektiver und objektiver Zeit klar im Auge behalten, muß scharf trennen, welche Aussagen sich auf das Bewußtseinsgegebene, welche auf die hypothetische Welt der Physik beziehen. Die erkenntnistheoretische Betrachtung der Relativitätstheorie ist gerade auch deshalb so instruktiv, weil sie uns zur Klarheit in diesen fundamentalen Fragen zwingt.

⁶ Über die Problematik dieses Begriffes vgl. im folgenden Kap. VII § 12.

8. Zunächst ist klar, daß man an und für sich Gleichheit in irgendeiner Hinsicht nicht beliebig definieren kann, sondern daß der Gleichheitsbeziehung ganz allgemein bestimmte Merkmale zukommen. Solche sind das kommutative Gesetz: Wenn $A=B$, so $B=A$ und das assoziative: Sind zwei Dinge einem dritten gleich, so sind sie auch untereinander gleich. Ohne Erfüllung dieser Relationsgesetze kann von Gleichheit keine Rede sein; aber es ist durchaus nicht klar, daß durch diese Axiome allein, auf die Zeit angewendet, der Begriff der Gleichzeitigkeit eindeutig bestimmt ist.

Durch den Unterschied des gerade Erlebten und des als mehr oder minder vergangen Erinnerungten erscheinen die Bewußtseinszustände als eine eindimensionale Mannigfaltigkeit angeordnet. Wie diese Anordnung des Früher und Später, so ist auch die Gleichzeitigkeit von Erlebnissen etwas unmittelbar Gegebenes. Was das bedeutet: „Ich höre und sehe etwas zur gleichen Zeit“ oder „In dem gleichen Augenblick, wo ich ihn sah, fiel mir das ein“ u. dgl., das weiß jeder, das läßt sich weiter nicht erklären, daran kann kein Physiker etwas umdeuten; was in dieser Weise gleichzeitig erlebt wird, das ist eben gleichzeitig.

Wenn wir nun zwei Reihen von Bewußtseinsvorgängen, also z. B. die Gesichts- und Gehörseindrücke bei einem Schauspiel, die uns gleichzeitig gegeben sind, verfolgen und dabei von gleichzeitigen Erlebnissen ausgehen und bei gleichzeitigen Erlebnissen abbrechen, so können wir ebenso mit unmittelbarer Gewißheit den beiden Prozessen die gleiche Dauer zuschreiben.

Aber auch wenn wir zeitlich aufeinanderfolgende Bewußtseinsvorgänge beurteilen, können wir in gewissem Maße, wenn auch ohne jede Präzision, das Verhältnis ihrer Dauer angeben; speziell der Gehörsinn ist dadurch ausgezeichnet, daß wir von dem zeitlichen Verhältnis von Tönen eine sehr deutliche Vorstellung haben.

9. Mit allen diesen Kenntnissen über die zeitlichen Verhält-

nisse unserer Bewußtseinserscheinungen wissen wir aber noch gar nichts über die zeitlichen Verhältnisse der physikalischen Zustände, so wenig wie uns die genaueste Analyse der Farbenqualitäten etwas über die physikalischen Gesetze der Optik lehrt.

Die Eigentümlichkeiten psychischer Prozesse ohne weiteres den physischen zuschreiben, das ist nichts anderes als „naiver Realismus“, dessen Überwindung der erste Schritt zur erkenntnistheoretischen Besinnung ist. Mit der Gleichzeitigkeit physischer Ereignisse verhält es sich genau so wie mit Farbe, Geschmack, Geruch usw. der Körper. Jedermann weiß, daß das nicht Qualitäten sind, die den Dingen selbst unmittelbar und unbedingt zukommen, sondern Namen für Eindrücke, die sie unter gewissen Bedingungen in wahrnehmenden Subjekten erregen. Gerade so kann Gleichzeitigkeit im objektiven Sinne nur eine Eigenschaft bedeuten, aus der unter gewissen Bedingungen bestimmte Wahrnehmungen folgen. Solange ich nicht weiß, welcher Art dieser Zusammenhang mit Wahrnehmungen ist, kann ich gar keinen bestimmten Sinn mit einer Behauptung verbinden wie etwa, daß ein Ereignis auf dem Uranus mit einem auf der Erde zeitlich zusammenfällt. Der Begriff verlangt Bestimmung durch „mögliche Erfahrung“. In diesem Sinne ist Einsteins Behauptung zu verstehen, daß wir gar nicht wüßten, was Gleichzeitigkeit ist, solange wir nicht die Methode kennen, sie durch Messung festzustellen.

Damit soll nicht bestritten werden, daß wir auch a priori etwas von der objektiven Zeit wissen können. Das heißt, daß wir über die zeitlichen Verhältnisse der physischen Dinge nicht beliebige Annahmen machen können, wenn diese noch geeignet sein sollen, den gesetzmäßigen Zusammenhang mit unseren Erlebnissen herzustellen. So ist z. B. klar, daß man zu gleichen Zeiten kommt, wenn man zu gleichen Zeiten gleiche hinzufügt.

Als unbegründetes Vorurteil erwies sich dagegen alles das,

was man a priori von der objektiven Zeit behaupten zu können glaubte, indem man auf sie die Eindimensionalität übertrug, die der subjektiven Zeit anhaftet. Dabei war vorausgesetzt, daß es für die zeitliche Ordnung der physischen Zustände gleichgültig ist, daß sie außer den zeitlichen auch räumliche Bestimmungen tragen. Daß diese beiden Bestimmungsarten jedoch nicht unabhängig nebeneinander hergehen, das ist die neue Erkenntnis, die wir der speziellen Relativitätstheorie verdanken.

10. Wie beurteilt der durch keinerlei wissenschaftliche Skrupel beeinflusste „gesunde Menschenverstand“ die zeitlichen Verhältnisse in der physischen Welt? Er geht dabei von zwei Voraussetzungen aus:

1. Das gleichzeitig Wahrgenommene ist gleichzeitig.

2. Wenn ein Prozeß sich unter den gleichen Bedingungen wiederholt, so braucht er die gleiche Zeit.

Auf dieser zweiten Annahme, die durch das Kausalgesetz oder durch den Satz vom zureichenden Grunde genügend gerechtfertigt ist, beruht alle Zeitmessung durch mechanische Prozesse. So nehmen wir an, daß jede Umdrehung der Erde um ihre Achse, da sie sich immer unter den gleichen Bedingungen wiederholt, die gleiche Zeit in Anspruch nimmt. Darauf beruht die Sonnenuhr, und im wesentlichen das gleiche gilt von der Sand- und der Pendeluhr.

Gäbe es keinen anderen mechanischen Vorgang auf der Welt als eine Pendelschwingung, die mit dem Zeitsinn beurteilt als gleichförmig erschiene, dann würde die Frage, ob denn wirklich die Zeiten der Schwingungen vollkommen gleich sind, jedes Sinnes entbehren. Denn es ließe sich dann keinerlei Erfahrung angeben, durch die wir das entscheiden könnten. Dagegen im Rahmen der Newtonschen Physik und angesichts der Tatsache, daß es eben nicht einen, sondern beliebig viele mechanische Prozesse gibt, hat die Behauptung der strengen Periodizität der Pendelschwingung einen präzisen Sinn, den man z. B. bei jeder Trägheitsbewegung

daran kontrollieren kann, ob die während der einzelnen Pendelschwingungen beschriebenen Wege untereinander wirklich gleich sind.

11. Alle Zeitmessung setzt aber schon voraus, daß wir Gleichzeitigkeit in der physischen Welt feststellen können. Denn um den Zeitpunkt irgendeines Geschehens mit Hilfe einer Uhr beurteilen zu können, muß man wissen, welche Uhrenstellung mit dem Ereignis gleichzeitig ist.

Hier läßt sich aber die primitive Voraussetzung, daß Gleichzeitigkeit der Wahrnehmung an und für sich schon Gleichzeitigkeit des Wahrgenommenen verbürgt, nicht allgemein aufrechterhalten. Die Erfahrung lehrt, daß wir sonst nicht einmal zur Übereinstimmung mit den erwähnten primitiven Gleichheitsaxiomen kämen; sie zeigt auch, daß das gleiche Ereignis, z. B. ein Blitzschlag, von verschiedenen Sinnen (Gesicht und Gehör) zu verschiedenen Zeiten wahrgenommen wird.

Vom Stattfinden eines Ereignisses in der physischen Welt bis zum Eintritt des Hirnvorgangs, von dem die Wahrnehmung unmittelbar abhängt, vergeht eine Zeit, über die wir etwas wissen müssen, um aus der subjektiven, gegebenen Zeitordnung die objektive bestimmen zu können. Zunächst scheint es außerdem nötig, das zeitliche Verhältnis von Hirnvorgang und Bewußtseinsvorgang zu kennen. Aber genau genommen, gibt es hier überhaupt kein zeitliches Verhältnis, sondern nur das der eindeutigen Zuordnung. Subjektive und objektive Zeit sind vollkommen inkommensurabel. Die Frage, ob eine Wahrnehmung mit dem Wahrgenommenen oder mit dem Hirnvorgang zeitlich zusammenfällt, ist auf eine Linie zu stellen mit der Frage, ob die Sonne in Wirklichkeit dort ist, wo sie gesehen wird. Die subjektive Zeitbestimmung ist ein Indizium für die objektive, wie die subjektive Raumbestimmung ein Indizium für die objektive Raumbestimmung ist, aber es sind nicht vergleichbare Größen.

Daß es sich so verhält, erkennt man, wenn man überlegt,

wie man die Behauptung prüfen wollte, daß etwa zwischen dem Hirnvorgang und dem entsprechenden Bewußtseinsvorgang fünftausend Jahre verstreichen. Soll ein solches Gesetz ausnahmslos für jeden Bewußtseinsvorgang gelten, so sieht man leicht, daß alles genau so wäre, wie es tatsächlich ist. Wenn z. B. ein Psychologe mit der Uhr in der Hand und mit genauester Kenntnis der Hirnphysiologie, was in meinem Hirne vorgeht, beobachten und mit den Zeichen, die ich gebe, zeitlich vergleichen wollte, er würde von den fünftausend Jahren, die ich brauche, bis mir zum Bewußtsein kommt, was in meinem Hirn geschieht, gar nichts merken, weil es nicht kürzer dauert, bis der Hirnprozeß des Physiologen bei der Betrachtung meines Hirns und seiner Uhr ihm zu Bewußtsein kommt.

Wenn aber bei verschiedenen Prozessen verschiedene Zeiten dazwischen lägen, könnte man da nicht z. B. die Zeit für den Gehörsinn durch Beobachtungen mit dem Gesichtssinn feststellen? In diesem Falle wäre meines Erachtens die Möglichkeit objektiver Zeitbestimmung aufgehoben. Denn dieses unbestimmte zeitliche Verhältnis wäre eine Unbekannte, die ausnahmslos in jede Beobachtung einginge, also durch keine neue Beobachtung eliminiert werden könnte.

Es führt jedoch weiter zu keinem Irrtum, wenn man dieses Verhältnis als Gleichzeitigkeit anspricht; denn durch die eindeutige Zuordnung, die hier eigentlich allein anzunehmen ist, wird in der Tat jedem Bewußtseinszustand auch eine bestimmte Stelle in dem objektiven Zeitschema zugeordnet. Diese objektive Zeitbestimmung dem Bewußtseinszustand einfach zuzuschreiben, hat freilich nur die Bedeutung einer Konvention, weder die der erlebten, noch die der durch Messung feststellbaren physikalischen Gleichzeitigkeit.

12. Nach dem Gesagten kommt es also nur auf die Zeit an, die vom Stattfinden eines Ereignisses bis zur Ankunft seiner Wirkung ins Hirn oder, was dasselbe ist, bis zu seiner Wahrnehmung vergeht.

· Fallen nun zwei Ereignisses räumlich und zeitlich zu-

sammen, so brauchen offenbar die beiden Prozesse, durch die ein und derselbe Sinn von ihnen Kunde erhält, die gleiche Zeit. Dabei ist nicht strenge räumliche Gleichheit vorausgesetzt, da wir ja bei räumlicher und zeitlicher Koinzidenz im strengen Sinne gar nicht mehr von zwei Ereignissen sprechen könnten, sondern es genügt räumliche Nachbarschaft. Denn die durchgängige Stetigkeit alles Naturgeschehens, ohne die uns die Ermittlung von Naturgesetzen überhaupt unmöglich wäre, verbürgt uns, daß der zeitliche Unterschied zwischen den beiden Prozessen, z. B. der Lichtfortpflanzung von den beiden Punkten aus, beliebig gering wird, wenn nur der räumliche Abstand der beiden Punkte genügend klein gemacht wird.

Machen wir diese Annahme, dann ergibt sich sogleich, daß wir örtliche und zeitliche Koinzidenz, Gleichzeitigkeit von Ereignissen am selben Ort, allerdings unmittelbar wahrnehmen. Das heißt, daß wir aus der Gleichzeitigkeit von Wahrnehmungen desselben Sinnes dann die Gleichzeitigkeit des Wahrgenommenen erschließen können, wenn das Wahrgenommene am gleichen Orte stattfindet.

13. Solange man nur Vorgänge auf der Erde betrachtet, ist es natürlich, daß man im allgemeinen den Zeitpunkt eines Ereignisses mit dem seiner Wahrnehmung gleichsetzt; denn die Lichtgeschwindigkeit ist so groß, daß die Zeit, die das Licht von einem Orte auf der Erde bis zu unserem Auge braucht, kaum je eine Rolle spielt. Erst als Olaf Römer an der Verfinsterung der Jupitermonde die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit feststellte, wurde die Bestimmung der objektiven Zeitverhältnisse ein Problem.

Die Vorstellung, daß man die Zeit, die ein Signal braucht, um zu uns zu gelangen, vernachlässigen kann, daß es beliebig rasche Vorgänge gibt, die uns von dem Geschehen in der Welt Kunde geben, führt zu der festgewurzelten Anschauung, daß sich die Ereignisse der dreidimensionalen phy-

sischen Welt in eindeutiger Weise durch die Beziehung der Gleichzeitigkeit den einzelnen Momenten des Bewußtseinsstromes zuordnen lassen müßten. Tatsächlich würde das aber nur für einen allgegenwärtigen Geist gelten, der alles, was irgendwo geschieht, unmittelbar wahrnimmt. Aber wir dürfen doch unsere Vorstellung vom zeitlichen Ablauf der Dinge nicht nach dem richten, was ein solcher fingierter Geist wüßte; die Wissenschaft kann nur in unserer menschlichen Erfahrung mit unseren menschlichen Erkenntnismitteln Ordnung schaffen.

Damit ist nicht einer Protagoräischen „Relativität der Wahrheit“ das Wort geredet, wonach jedem wahr ist, was ihm wahr scheint und was für einen anderen falsch sein kann. Denn jeder unserer Begriffe gewinnt erst im System unserer Erkenntnis seine spezifische Bedeutung, in diesem System aber ist seine Stellung nicht mehr beliebig, sondern ganz eindeutig vorgeschrieben. Die Bezogenheit auf eine bestimmte Erkenntnisphäre betrifft die Begriffe und Sätze, nicht ihre Geltung, sobald ihr Sinn einmal feststeht. Wenn von der „göttlichen Gleichzeitigkeit“ etwas anderes gilt als von der menschlichen, so ist es eben nicht die gleiche Gleichzeitigkeit, und so entsteht kein Widerspruch.

Die zeitliche Ordnung der Ereignisse zu bestimmen, wird uns gelingen, wenn wir von einer bestimmten Annahme über die Lichtausbreitung ausgehen. Denn das Licht ist ja der Vorgang, durch den wir von den fernsten Ereignissen Kunde bekommen. Und so folgen die Erkenntnisse, die uns die spezielle Relativitätstheorie über die Zeitverhältnisse der räumlichen Welt gelehrt hat, einzig und allein aus der Annahme, daß die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum ganz unabhängig vom Bewegungszustand des Beobachters, d. h. die Geschwindigkeit relativ zu einem beliebig bewegten System als konstant anzusehen ist, daß sie immer den Wert von 300 000 km/sec hat.

14. Bevor wir die paradoxen Folgerungen aus dieser An-

nahme entwickeln, sei noch einmal auf die Erfahrungen hingewiesen, die zu ihr geführt haben. Daß sich das Licht nach allen Seiten mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreitet, das ist eine Tatsache, die sich ohne Vergleich mit mechanischen Vorgängen, ohne Zeitmessung an mechanischen Uhren feststellen läßt.

Die Relation, welche ja wesentlich im Begriffe der Gleichheit steckt, kann hier nämlich zwischen den zwei verschiedenen Seiten des Wellenvorgangs, als den wir das Licht ansehen müssen, angenommen werden, als eine Relation zwischen dem Schwingungsvorgang an einem Ort und der Ausbreitung des Erregungszustandes im Raume. Wir können die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes messen, indem wir die Lichtschwingung an einem Ort als Uhr benützen. Wenn wir das Licht, das von einem Punkte nach verschiedenen Richtungen ausgeht, durch Spiegelung wieder im Ausgangspunkt vereinigen, dann bietet uns die früher besprochene Erscheinung der Interferenz eine direkte Möglichkeit, die Zeiten, die das Licht in den verschiedenen Richtungen unterwegs war, zu vergleichen. Durch Interferenzversuche läßt sich also die Gleichförmigkeit der Lichtausbreitung ohne irgendeinen anderen als Uhr benutzten Vorgang feststellen, und der Michelsonversuch ist eben ein solches Experiment, das uns zeigt, daß es dabei auf den Bewegungszustand der Lichtquelle und des Systems, in dem wir die Messung veranstalten, gar nicht ankommt. Die Gleichförmigkeit der Lichtausbreitung ist also die Bezeichnung für ein ganz bestimmtes, experimentell nachgewiesenes Verhalten des Lichtes, durch das es seine besondere Eignung als zeitmessender Vorgang gewinnt.

15. Durch diesen Vorgang als Zeitmesser ist nicht nur die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten, sondern auch die „ideale Uhr“ definiert, nämlich z. B. als ein zwischen zwei Spiegeln hin- und hergehender Lichtimpuls. Es ergibt sich nun die Frage, ob denn diese Art von Bestimmung der glei-

chen Dauer mit der übereinstimmen muß, die uns mechanische Uhren geben.

Da ist zunächst zu sagen, daß es schon darum sinngemäßer ist, unsere Annahmen über mechanische Vorgänge nach denen über optische zu richten als umgekehrt, weil die optischen Messungen einen viel höheren Grad von Genauigkeit erreichen, viel kleinere Zeitunterschiede noch erkennen lassen.

Man liest oft, es sei unmöglich, durch direkte Messung mit Uhren an verschiedenen Orten die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen, weil das Licht der rascheste Vorgang ist; als ob es nötig wäre, dem Lichte nachzulaufen, um seine Geschwindigkeit zu bestimmen. Prinzipiell ist es sehr wohl denkbar, daß wir z. B. durch ein Schallsignal in einem homogenen Medium unter der Voraussetzung, daß es sich hier gleichförmig ausbreitet, die Uhren an verschiedenen Punkten richten, oder daß wir — das erscheint wohl als das Natürlichste — die mechanischen Uhren, nachdem wir sie an einem Ort übereinstimmend gestellt haben, mit der nötigen Vorsicht an die verschiedenen Orte bringen, unter der Annahme, daß der Gang nicht durch die Bewegung gestört wird. Aber auf solche Weise die Frage entscheiden zu wollen, ob die Lichtausbreitung wirklich konstant ist, wäre deshalb ein verfehltes Unternehmen, weil diese Methoden nicht die nötige Präzision haben, nicht die Präzision, die mit rein optischen Experimenten zu erzielen ist.⁷

⁷ Obschon nach der Relativitätstheorie der Uhrengang durch Bewegung verzögert wird, ließe sich doch prinzipiell die Zeitmessung durch Uhrentransport regulieren, weil man die Störung durch entsprechende Langsamkeit der Bewegung beliebig gering machen kann. Dieses Verfahren müßte genau zur gleichen Bestimmung der Gleichzeitigkeit führen wie das mit den Lichtsignalen, sonst wäre die Relativitätstheorie freilich widerspruchsvoll. Es gibt aber auch gar keinen Grund a priori, warum die Uhrentransportmethode zu einer absoluten Bestimmung der Gleichzeitigkeit führen sollte. Damit fällt auch der von H. Dingler in seinem Nauheimer Vortrag (Phys. Zeitschr. 1920) erhobene Einwand, die Relativitätstheorie verstoße gegen den Grundsatz der Unabhängigkeit des Geschehens

Die Annahme der Gleichförmigkeit der Lichtausbreitung geht aber doch insofern über den rein optischen Befund hinaus, als wir konsequenterweise annehmen müssen, daß unter den gleichen Bedingungen wiederholte, also streng periodische Vorgänge irgendwelcher Art, auch mit der Lichtuhr gemessen, gleiche Zeiten zeigen. Denn trotz Poincaré⁸ scheint mir das Prinzip des zureichenden Grundes so wesentlich, daß ich glaube, man müßte das Licht als Zeitmesser in dem Augenblick unbrauchbar finden, wo sich bei irgendeinem solchen Prozeß ungleiche Zeiten ergeben.

Die Gefahr, daß das einmal geschehen könnte, ist allerdings außerordentlich gering, vor allem wegen der auch von Poincaré betonten Schwierigkeiten, die im Begriff des streng periodischen Vorgangs liegen. Fürs erste gibt es in der Natur gewiß keinen wirklich streng periodischen Prozeß, z. B. kein völlig reibungsloses Pendel. Das wäre freilich nicht so schlimm. Denn ein ideales Meßinstrument ist immer nur ein approximierbares Ideal; es genügt vollkommen, wenn wir wissen, daß es sein Gesetz desto genauer erfüllt, je genauer die Bedingungen verwirklicht sind, und wenn wir diese Bedingungen mit immer größerer Genauigkeit verwirklichen können. Mit dem Licht steht es ja auch nicht anders, wir werden es auch niemals in einem vollkommenen Vakuum beobachten. Schlimm aber ist, daß diese Approximierbarkeit insofern nicht besteht, als, strenge genommen, die ganze umgebende Welt in den gleichen Zustand zurückkehren müßte, um Gleichheit der Bedingungen vollkommen zu gewährleisten.

Die praktische Möglichkeit, Uhren zu konstruieren, beruht in der Tat nur darauf, daß gewisse Prozesse nach unserer bisherigen Erfahrung weitgehend von äußeren Umständen

von Raum und Zeit, weil sie die Zeitregulierung durch Uhrentransport verschmähete.

⁸ H. Poincaré, „La Mesure de Temps.“ Revue de Métaphysique et Morale 1898.

unabhängig sind. Die Pendelschwingung wird z. B. gewiß nicht merklich von den Änderungen in den Stellungen der Gestirne abhängen. Aber wenn dieser Einfluß auch weit unter der Grenze des Beobachtbaren liegt, so gibt es doch kein Mittel, ihn unter jede beliebige Grenze herabzudrücken.

Außerdem setzen die Korrekturen, die wir um der verschiedenen Einflüsse willen doch anzubringen gezwungen sind (zwar nicht die der Gravitation ferner Gestirne, aber z. B. die Reibung, die wir schon als verzögernden Umstand bei der Erdrotation in Rechnung stellen müssen), eine Kenntnis von Naturgesetzen voraus, die ihrerseits wieder nur mit Hilfe von Uhren gewonnen werden konnte.

So scheinen wir uns in einem fehlerhaften Zirkel zu bewegen. Wäre dem wirklich so, dann wäre aber die ganze Physik ein fehlerhafter Zirkel. Denn ihr ganzer Fortschritt vollzieht sich so, daß neue Theorien nur auf Grund älterer gewonnen werden können, die sich jedoch auf Grund der neuen als falsch erweisen. Aber sie sind eben nicht schlechthin unrichtig, sondern nur näherungsweise richtig, und eben diese Annäherung genügt, um zu größerer Annäherung zu führen.⁹ So kann ich mit annähernd richtigen Uhren Gesetze finden, die mir zeigen, daß meine Uhren nur annähernd richtig gehen.

Es ist also prinzipiell durchaus möglich, obschon bislang nichts zu einer solchen Vermutung Anlaß gibt, daß wir das Prinzip der konstanten Lichtausbreitung aufgeben müßten, weil es mit dem Prinzip der Zeitmessung durch periodische Vorgänge in Widerspruch stände. Wir könnten in einem solchen Falle nicht einfach dekretieren: Der verborgene Unterschied muß auf seiten des vermeintlichen periodischen Prozesses liegen. Nur die Tatsachen könnten entscheiden, auf welcher Seite der variable Umstand läge, der den Unterschied der Perioden gesetzmäßig bedingen müßte.

⁹ Diesen Gedanken hat H. Reichenbach sehr klar dargelegt in seiner Schrift „Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori“. Berlin 1920, Springer.

Auf keinen Fall aber könnten wir uns mit dem beruhigen, was Poincaré für möglich hält, daß unter gleichen Umständen wiederholte Prozesse einmal gleich, einmal verschieden lang dauern. Das als endgültiges Faktum hinnehmen, ohne nach einem Grund des Unterschiedes zu fragen, hieße das Band zerreißen lassen, das die Erscheinungen aneinander kettet und aus der bunten Fülle ein gesetzmäßig geordnetes Ganze macht.

Wir kommen auf diese Schwierigkeiten im Begriffe des Meßkörpers noch beim Problem des starren Körpers zurück.

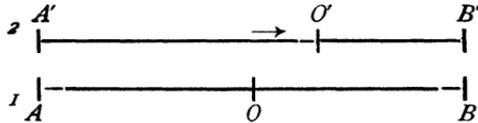
V. Die vierdimensionale Welt.

1. Wir gehen nun daran, das Ergebnis der speziellen Theorie zu entwickeln, das manchen als das paradoxeste erscheint, die Relativität der Gleichzeitigkeit. Aus der Annahme der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter folgt unmittelbar, daß zwei Ereignisse, die für einen Beobachter gleichzeitig an verschiedenen Orten stattfinden, für einen anderen, relativ zu dem ersten bewegten, eine Zeitdifferenz aufweisen.

Die zwei Ereignisse, die wir, um das zu zeigen, betrachten wollen, sollen in der Ankunft eines Lichtsignals an zwei verschiedenen Orten bestehen. Wir denken uns zwei zueinander gleichförmig bewegte Beobachter; in dem Augenblick, wo sie aneinander vorbeikommen, geht von dem Punkt, in dem sie zusammentreffen, ein Lichtsignal aus. Jeder von den beiden Beobachtern merke sich an, von welchem Punkt das Licht ausgegangen ist. Dann wird jeder etwas anderes anmerken müssen. Denn jeder kann einen bestimmten Ort nur durch einen Körper markieren, den er für ruhend ansieht, der relativ zu ihm keine Geschwindigkeit hat.

Man denke sich z. B. die beiden Systeme durch zwei Bretter veranschaulicht, jedes von ihnen mit den nötigen Beobachtungsinstrumenten ausgestattet. Wenn sich nun jeder von den

beiden in dem Augenblick, wo sie aneinander vorbeikommen, den Ort, von dem das Lichtsignal ausging, durch eine Kerbe in seinem Brett markiert (Beobachter 1: O , Beobachter 2: O' in der Figur), dann wird jeder zunächst geneigt sein, dem



anderen vorzuwerfen, daß er den Ort nicht richtig bezeichnet habe, da sich doch die Marke von der Stelle, wo das Licht ausging, wegbeuge. Wir aber kennen bereits diese Folge der Relativität der Bewegung, daß wir den gleichen Ort zu verschiedenen Zeiten nicht eindeutig bestimmen können, sondern daß jede von diesen verschiedenen Identifizierungen gleichberechtigt ist.

Der erste Beobachter betrachtet nun die Ankunft des von O ausgegangenen Lichtsignals in zwei Empfangsstationen A und B , die von O gleich weit entfernt sind. Wie die beiden Beobachter relativ zu diesen Stationen bewegt sind, ist dabei ganz gleichgültig, für den Zeitpunkt des Eintreffens der Lichtsignale sind ihre Orte in den beiden Systemen jedenfalls eindeutig bestimmt. Die Gleichheit der Strecken $AO = OB$, die also nicht bedeutet, daß die beiden Stationen dauernd von O gleich weit entfernt sind, berechtigt nun dazu, die Ankunftszeiten in A und B gleich zu setzen, weil das Licht gleiche Zeiten braucht, um gleiche Wege zurückzulegen.

Wie stellt sich nun der gleiche Vorgang für den zweiten Beobachter dar? Er bewege sich etwa in der Richtung $A \rightarrow B$. Während das Licht von O nach B ging, habe sich der Punkt des zweiten Systems, der beim Ausgang des Lichtsignals mit O zusammenfiel, nach O' bewegt. Der zweite Beobachter merke sich nun wieder in seinem System die Punkte an, die mit B und A zu den Zeiten zusammenfallen, wo das Lichtsignal hinkommt. Wenn er nun die Strecken $O'B'$ und

$O'A'$ vergleicht, so wird er finden, daß $O'B'$ kleiner ist als $O'A'$. Was ist daraus für die beiden Ankunftszeiten zu schließen? Da sich das Licht auch im System 2 nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit bewegt, so muß das Signal, das von O' ausging, offenbar früher in B' ankommen als in dem weiteren A' . Auf diese Weise ergibt sich, daß dieselben Ereignisse je nach dem Bewegungszustand des Beobachters als gleichzeitig oder als ungleichzeitig erscheinen.

2. Wie schon bemerkt, ist das eine von den Konsequenzen, welche am meisten Bedenken erregt haben. O. Kraus¹ meinte in seinem Hallenser Vortrag, die Relativität der Gleichzeitigkeit sei absurd, weil durch sie der Sinn des Satzes vom Widerspruch aufgehoben werde. Denn dieser besage, daß dasselbe nicht gleichzeitig sein und nicht sein könne; stehe aber nicht eindeutig fest, was gleichzeitig ist, dann wäre für den einen widerspruchsfrei möglich, was für den anderen einen Widerspruch bedeuten würde.

Gegen die Einbeziehung des Zeitbegriffs in diesen logischen Grundsatz hat schon Kant Verwahrung eingelegt.² In der Tat kann der Satz vom Widerspruch als rein logisches Prinzip nicht mehr besagen, als daß einem Subjekt ein Prädikat nicht abgesprochen werden kann, das ihm zukommt. Ein gleichseitiges Dreieck ist keinesfalls ungleichseitig. Darin liegt gar keine Beziehung auf die Zeit. Wollte man einwenden, ein gleichseitiges Dreieck könne doch später einmal ungleichseitig werden, und darum müsse das „zugleich“ eingefügt werden, so vergißt man, daß ein Ding, das im Laufe der Zeit einmal gleichseitig, einmal ungleichseitig ist, eben nicht schlechthin als „gleichseitiges Dreieck“ bezeichnet werden kann. Wenn wir aber ein Ding haben, das unter ganz bestimmten individualisierten Umständen gleichseitig ist, so sagt

¹ „Annalen der Philosophie“ 1920, 2. Bd. 3. H. S. 336.

² Kr. d. r. V. „Von dem obersten Grundsätze aller analytischen Urteile“. 2. Aufl. S. 189.

der Satz vom Widerspruch aus, daß das so individualisierte Ding nicht ungleichzeitig sein kann. Keines von den Merkmalen, die im Subjektsbegriff liegen, darf im Prädikat aufgehoben werden. Es gibt ja auch ganz unzeitliche Gegenstände, bei denen die Sinnlosigkeit des „gleichzeitig“ in die Augen springt. Z. B. eine ungerade Zahl ist schlechterdings nicht durch 2 teilbar. Was sollte da ein „gleichzeitig“?

Betrachten wir aber reale, also zeitlich bestimmte Dinge, so ist es allerdings eine ihrer wesentlichsten Eigenschaften, daß sie verschiedener spezifischer Bestimmungen derselben Gattung wohl zu verschiedenen Zeiten, aber nicht zu gleicher Zeit fähig sind. Aber damit steht die Relativitätstheorie nicht im mindesten in Widerspruch. Denn in welchem System immer wir die Zeit beurteilen, ein bestimmtes Ding ist zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort. Was aber an einem bestimmten Ort gleichzeitig ist, das hängt nicht vom Bewegungszustand des Beobachters ab; das sind ja eben die direkt beobachteten Koinzidenzen.

Wenn wir, was wegen der Problematik des Substanzbegriffes zweckmäßiger ist, nicht von Dingen, sondern von Zuständen oder Ereignissen sprechen, dann müssen wir uns so ausdrücken: Ein Ereignis ist nicht durch die Zeitangabe allein, sondern durch Zeit- und Ortsangabe zusammen, im ganzen durch vier unabhängige Bestimmungen individualisiert. Ein so individualisiertes Ereignis ist natürlich nicht mehr widersprechender Bestimmungen fähig. Dagegen liegt offenbar kein Widerspruch darin, wenn sich an verschiedenen Orten, sei es nun gleichzeitig oder ungleichzeitig, Verschiedenes ereignet. Und nur die Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten wird von der Relativierung betroffen.

So wenig wie mit dem Satz vom Widerspruch kann die Erkenntnis von der Relativität der Gleichzeitigkeit mit der „phänomenologischen Evidenz“, die Linke³ gegen sie ins

³ Annalen d. Phil. 2. Bd. 3. H.

Wiss. u. Hyp. 23: Winternitz, Relativitätstheorie

Feld führt, in Konflikt geraten. Nach dem (in § 5, Kap. 1) über diese unmittelbar anschauliche Erkenntnis Gesagten ist ja klar, daß sie sich nur auf die Bewußtseinszeit beziehen kann und niemals über das doch nur höchst indirekt erkennbare Verhalten physischer Dinge Aufschluß zu geben vermag. Daß auch die raum-zeitliche Ordnung der Dinge in dieses Erkenntnisgebiet gehört, das ist eine Einsicht von entscheidender Bedeutung, die erst die Relativitätstheorie zu voller Klarheit gebracht hat.

Eine apriorische Widerlegung unseres Paradoxons wäre nur möglich, wenn sich zeigen ließe, daß es mit der Aufgabe der Naturwissenschaft, eine eindeutige gesetzliche Ordnung herzustellen, unverträglich ist. Daß auch das nicht zu besorgen steht, werden wir in den Paragraphen über Kausalzusammenhang und Zeitordnung sehen.

3. Wir haben bei der Besprechung des Michelsonversuchs betont, daß wir eine bestimmte Verkürzung aller Längen in der Bewegungsrichtung und eine Verzögerung aller Vorgänge annehmen müssen, wenn von der Bewegung im bewegten System nichts merkbar sein soll, wobei von dem System, in dem die Bewegung stattfindet, nicht mehr vorausgesetzt wird, als daß in ihm die Lichtausbreitung gleichmäßig nach allen Seiten erfolgt. Machen wir diese Annahme mit Einstein für jedes (im Newtonschen Sinne) gleichförmig bewegte System, dann folgt, daß jede beliebige Relativbewegung entsprechend ihrer Geschwindigkeit die eben genannten Folgen nach sich ziehen muß.

Daß eine Änderung der Längen durch die geänderte Zeitauffassung bedingt wird, kann man sich übrigens leicht klar machen. Man vergegenwärtige sich nur, wie man die Länge eines bewegten Körpers in dem System, in dem er sich bewegt, messen muß. Um z. B. die Länge eines vorbeisauenden Zuges zu messen, muß man am Geleise markieren, wo der Anfang und das Ende in irgendeinem Augenblick sich befinden. Dabei ist es offenbar wesentlich, daß man die Punkte der

Erde, mit denen Anfang und Ende des Zuges zusammenfallen, wirklich im gleichen Zeitpunkt beobachtet. So sieht man, daß das Ergebnis der Längenmessung an bewegten Körpern davon abhängt, wie wir die gleiche Zeit an verschiedenen Orten bestimmen.

4. Gegenüber der Theorie des ruhenden Äthers bedeutet die spezielle Relativitätstheorie einen Fortschritt in zweifachem Sinne, im physikalischen und im erkenntnistheoretischen. Im physikalischen, insofern als die Forderung, daß die Naturgesetze beim Übergang zu einem anders bewegten System nicht geändert werden sollen unter Voraussetzung des Lorentz-Einsteinschen Zusammenhanges zwischen bewegten Längen und Zeiten (Invarianz gegenüber der Lorentz-Transformation), nicht nur das auch schon früher bekannte elektrodynamische Verhalten ergibt, sondern eine Umgestaltung der Naturgesetze auf allen anderen Gebieten erfordert, vor allem auf dem der Mechanik. Darin liegt die Spürkraft, der heuristische Wert des speziellen Relativitätspostulates.

Die Newtonschen Bewegungsgesetze z. B., die für eine Schar gleichförmig zueinander bewegter Systeme gelten, wenn Längen und Zeiten von der Bewegung unberührt bleiben (Galileisches Relativitätsprinzip), verlieren ihre Gültigkeit beim Übergang zu einem bewegten System, wenn man Längen und Zeiten der von der Relativitätstheorie geforderten Lorentz-Transformation unterwirft. Um das zu vermeiden, ist eine Umgestaltung der physikalischen Gesetze nötig, und die Geltung dieser neuen Gesetze ist direkt experimentell prüfbar.

Hingegen liegt der erkenntnistheoretische Fortschritt in einer anderen Deutung der Tatsachen, ist daher durch die Tatsachen selbst weder zu bestätigen noch zu widerlegen.

Nach der relativistischen Auffassung können wir in jedem System mit dem gleichen Recht die Lichtausbreitung als gleichförmig ansehen und danach die Zeiten beurteilen, mit

dem gleichen Recht in jedem anderen System die Änderung der Längen und Zeiten konstatieren, die der Beobachter dort hinwieder bei uns findet. Von verschiedenen Behauptungen über das Zeitverhältnis zweier Ereignisse ist nicht die eine richtig, die andere falsch, genau so wie die Behauptungen, daß A ruht, und daß A sich bewegt, wenn sie von verschiedenen Beobachtern gemacht, d. h. auf verschiedene Systeme bezogen werden, zusammenstimmen.

Wenn jemand dagegen sagen wollte, das alles sei absurd, jeder Stab könne nur eine bestimmte Länge, jeder Vorgang nur eine bestimmte Dauer und zwei Ereignisse nur ein bestimmtes Zeitverhältnis haben, es könne also nur in einem System die Lichtausbreitung gleichmäßig erfolgen, nur die Messungen dieses Systems ergäben die richtigen Längen und Zeiten, während alle paradoxen Ergebnisse nur daher kommen, daß wir in den anderen Systemen die Uhren falsch gestellt haben, — so gibt es keine Tatsache in der Welt, die dieses Vorurteil widerlegen könnte.

Ob wirklich, wie die Relativitätstheorie behauptet, von einer Schar zueinander bewegter Systeme keines sich dadurch aussondern läßt, daß man in ihm einen anderen Ablauf der Erscheinungen beobachtet, das ist eine Tatsachenfrage, die die physikalische Erfahrung zu entscheiden hat bzw. schon im weitestgehenden Maße entschieden hat. Gegen die Auffassung aber, daß trotz der tatsächlichen Ununterscheidbarkeit doch nur ein System das richtige sein kann, das wirklich ruht, während in allen anderen Systemen die verschiedenen Wirkungen der Bewegung einander gegenseitig aufheben, so daß nichts von ihr zu merken ist, sprechen nicht Tatsachen, sondern Prinzipien oder eigentlich nur ein Prinzip, das des zureichenden Grundes.

Dieses verbietet, dort Unterschiede anzunehmen, wo keine beobachtet werden, eine Annahme, die nichts erklärt, sondern weitere Annahmen erfordert, um zu erklären, wieso nichts aus ihr folgt. Insbesondere wenn man sich erinnert, daß alle An-

nahmen über die Außenwelt nur den Zweck haben, Ordnung in das Beobachtbare zu bringen, es in einen gesetzmäßigen Zusammenhang einzuordnen, wird man die Wertlosigkeit einer „wahren Zeit“, die sich für die Beschreibung der Vorgänge in nichts vor der unrichtigen auszeichnet und daher auch von ihr nicht zu unterscheiden ist, einleuchtend finden.⁴

5. Den anschaulichsten und prägnantesten Ausdruck für die neuen Anschauungen über Raum und Zeit hat der Mathematiker Minkowski in seinem berühmten, 1908 gehaltenen Vortrag⁵ gefunden. „Von Stund an“, so heißt es da, „sollen Raum für sich und Zeit für sich vollends zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.“ Diese Union von Raum und Zeit, die vierdimensionale Welt, in der sich nach der relativistischen Anschauung die Naturvorgänge abspielen, wollen wir nun näher betrachten.

Zunächst sei bemerkt, daß es selbstverständlich nur eine bestimmte Art der Abbildung, der Darstellung ist, wenn wir die physikalischen Ereignisse in ein vierdimensionales Kontinuum einordnen. Aber wenn diese Abbildung treu ist, dann lehrt sie uns wesentliche Eigenschaften kennen.

Es ist gerade so, wie wenn wir die gewöhnliche Zeitvorstellung, die ja für das psychische Geschehen weiter in Geltung bleibt, durch das Bild einer unendlichen Geraden veranschaulichen. Dieses Bild lehrt uns die zeitliche Anordnung der Bewußtseinszustände vollkommen kennen, weil sie

⁴ Sehr schön wird der Unterschied zwischen der Relativitätstheorie als physikalischer Behauptung und dem relativistischen Standpunkt der Gleichberechtigung aller Systeme in A. S. Eddingtons meisterhaftem Buch „Space, Time and Gravitation“, Cambridge 1920, entwickelt. Den prinzipiellen, den Tatsachenfragen entrückten Charakter dieses Streites hatte Lorentz im Auge, als er erklärte, hier komme die Entscheidung der Erkenntnistheorie zu.

⁵ H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, „Das Relativitätsprinzip“. Eine Sammlung von Abhandlungen. 3. Aufl. Leipzig 1920. B. G. Teubner. S. 54 ff.

die gleiche ist wie die räumliche Anordnung der Punkte auf der Geraden. Aber natürlich wird damit keineswegs der Unterschied zwischen der Zeit und der geraden Linie geleugnet, sondern es wird damit nur das beiden Gemeinsame hervorgehoben, die Eindimensionalität, die unendliche Erstreckung nach beiden Seiten hin, die vollkommene Homogenität.

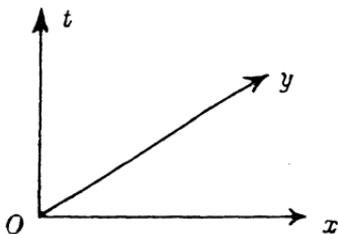
Ebenso wird dadurch, daß wir zu den drei räumlichen Bestimmungen, die die Lage eines Punktes in bezug auf ein Achsensystem angeben, die Zeit als vierte Bestimmung hinzufügen und die so geschaffene Mannigfaltigkeit von Wertsystemen zu vier Zahlen als den vierdimensionalen Schauplatz des physikalischen Geschehens betrachten, nicht im mindesten der Unterschied zwischen Raum und Zeit aufgehoben; er macht sich auch in diesem Weltbild in bestimmter Weise geltend. Was durch diese Darstellung klar gestellt wird, ist vor allem die unlösliche Verbindung räumlicher und zeitlicher Bestimmungen, die zur Folge hat, daß nur Aussagen, in denen beide kombiniert sind, einen bestimmten Sinn haben, der nicht vom Standpunkt des Beobachters, seinem Bewegungszustand, abhängt.

An und für sich kann man auch unter Beibehaltung der alten Anschauungen über Raum und Zeit die Welt als eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit beschreiben. Denn wenn Minkowski sagt: „Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als an einem Orte“, so wird das für physische Dinge, um die es sich ja hier nur handelt, gewiß auch kein Gegner der Relativitätstheorie bestreiten. Doch ist da ein wesentlicher Unterschied.

6. Um diesen Unterschied der alten und der neuen Auffassung anschaulich darzustellen, wollen wir eine Raumdimension unterdrücken, d. h. nur die Vorgänge in einer Ebene betrachten, und erhalten so als Bild der Zeit-Raum-Welt einen dreidimensionalen Raum. Wir geben zunächst die Verhältnisse wieder, wie sie der alten Auffassung entsprechen.

Eine bestimmte Zeit wählen wir als Nullpunkt. Zu dieser

Zeit liegen alle betrachteten Ereignisse in einer bestimmten Ebene, in die wir ein senkrecht Achsenkreuz legen. Die Ereignisse bestehen z. B. in Bewegungen von Kugeln in dieser Ebene. Ihre Lage zu irgend-



einer anderen Zeit veranschaulichen wir in einer parallel darüber gelegenen Ebene, und zwar so, daß eine Kugel, die sich nicht bewegt hat, senkrecht über ihrer Ausgangslage zu liegen kommt. Die Normalen zur x - y -Ebene stellen also die Bahnen ruhender Punkte dar. Eine

beliebige Bewegung wird durch eine aufwärts steigende krumme Linie dargestellt, wobei die Höhe über der Ausgangsebene die jeweilige Zeit angibt. Einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit entspricht eine Gerade, die einen desto größeren Winkel mit der x - y -Ebene einschließt, je langsamer die Bewegung erfolgt; denn „langsam“ heißt ja, daß die räumliche Lage im Vergleich zur zeitlichen Änderung sich wenig ändert. Die Ereignisse, die früher waren als die zur Nullzeit, liegen unter der x - y -Ebene.

Das Charakteristische der alten Auffassung, wonach Zeit und Raum unabhängig voneinander ihre Bedeutung haben, ist nun folgendes: Die Entfernung zweier Punkte hat einen bestimmten Wert unabhängig von der Zeit, zu der wir diese Punkte betrachten, und zwei Ereignisse haben einen bestimmten zeitlichen Abstand unabhängig davon, an welchen Orten sie sich abspielen, und beides ist unabhängig davon, welche Körper wir als ruhend ansehen, wie wir die t -Achse wählen. In unserem Raume bedeuten zwei verschiedene Punkte im allgemeinen zwei Ereignisse, die zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Orten stattfinden. Ihr Höhenunterschied in der Richtung der Zeitachse gibt den Zeitunterschied, der Abstand der Fußpunkte der Normalen, die von diesen Punkten auf die x - y -Ebene gefällt werden, die räumliche Entfernung. Die beiden Messungen sind offensichtlich voneinander unabhängig.

Die Newtonsche Mechanik (nicht aber die Maxwell-Lorentzsche Elektrodynamik!) gestattet, irgendeine beliebige schiefe Gerade als Zeitachse zu wählen, d. h. irgendeinen gleichförmig bewegten Körper als ruhend anzusehen. Dadurch wird aber gar nichts an den Ebenen der Gleichzeitigkeit geändert, dieselbe Schar zueinander paralleler Ebenen enthält die gleichzeitigen Ereignisse, und der Normalabstand zwischen ihnen bleibt die Zeitdifferenz. Nur die Raumabstände ungleichzeitiger Ereignisse sind dadurch geändert. Denn jetzt muß man, um den gleichen Punkt zu anderer Zeit wiederzufinden, statt der Normalprojektion eine Projektion parallel zur neuen Zeitachse vornehmen. Die Messungen bleiben aber voneinander unabhängig, und man sieht, daß sich jedenfalls die Zeitordnung für sich als ein eindimensionales Kontinuum darstellen läßt, und ebenso der Raum als dreidimensionales Kontinuum ohne Rücksicht auf die Zeit, wenigstens wenn man sich, wie das gewöhnlich geschieht, auf die Betrachtung der Raumordnung des Gleichzeitigen beschränkt.

7. Anders ist es nach der Relativitätstheorie. Wenn wir da das Geschehen in einer Ebene in einem dreidimensionalen Raum darstellen, so ist auch für die Elektrodynamik keine bestimmte Richtung als Zeitrichtung ausgezeichnet, und, was wir als gleichzeitig zu einem bestimmten Ereignis anzusehen haben, das hängt davon ab, in welchem System wir uns befinden, welche Körper wir als ruhend ansehen; es gibt also auch nicht eine bestimmte Schar von parallelen Ebenen, von denen jede immer nur gleichzeitige Ereignisse enthielte, sondern jeder Wahl einer Zeitachse entspricht eine andere Lage solcher Ebenen. Haben wir ein Bezugssystem gewählt, dann bekommen wir erst in ähnlicher Weise wie früher die Zeitdifferenz und die Raumdifferenz zweier Weltpunkte⁶, nur daß wir nicht nur für die Raummessung die Pro-

⁶ Als Weltpunkt bezeichnet man nach Minkowski ein derartiges zeitlich-räumlich individualisiertes Etwas, ein „Punkt ereignis“, das zu einer

jektion in der jeweiligen Richtung der Zeitachse vorzunehmen haben, sondern auch die Zeitmessung in der jeweils anderen Richtung zu verschiedenen Ergebnissen führt. So kann man weder von einem zeitlichen, noch von einem räumlichen Abstand zweier Weltpunkte sprechen, es sei denn in bezug auf ein bestimmtes System.

Eine invariante Bedeutung, d. h. eine Bedeutung, die von der Wahl des Bezugssystems nicht abhängt, wenn man will, eine absolute Bedeutung, haben nur diejenigen Beziehungen, die wir ohne Spaltung in Raum und Zeit, ohne Wahl einer bestimmten Zeitrichtung, konstatieren können. Das sind die Beziehungen zwischen den Weltpunkten als solchen und den Weltlinien als solchen.

8. Solche invariante Bedeutung haben nicht nur die Koinzidenzen von Ereignissen, die Schnittpunkte von Weltlinien, wovon wir schon gesprochen haben, sondern auch eine Größe, die das Verhältnis zweier auseinanderliegender Ereignisse charakterisiert, ähnlich wie der Abstand der gewöhnlichen räumlichen Geometrie.

Es zeigt sich nämlich, daß der aus den Koordinaten zweier bestimmter Ereignisse und der Lichtgeschwindigkeit c gebildete Ausdruck

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2$$

in jedem der zueinander gleichförmig bewegten, berechtigten, durch die Lorentz-Transformation verbundenen Systeme, natürlich immer aus den dem jeweiligen Koordinatensystem entsprechenden Koordinaten der zwei Ereignisse gebildet, stets den gleichen Wert ergibt. Das ist leicht verständlich, wenn man bedenkt, daß $s^2 = 0$ der analytische Ausdruck dafür ist, daß sich das Licht von dem einen Punkt zum anderen mit der Geschwindigkeit c ausbreitet, was in jedem System gelten soll.

bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort stattfindet. Die verschiedenen Weltpunkte, die ein materieller Punkt im Laufe seiner Geschichte passiert, bilden seine Weltlinie.

Solche Ausdrücke, die aus Größen in verschiedenen Systemen in der gleichen Weise gebildet, den gleichen Wert ergeben, nennt man Invarianten. Und es ist ein wesentlicher Zug der Relativitätstheorie, ohne dessen Erfassung man ihren Sinn gar nicht versteht, daß sie nicht nur gewisse Größen relativiert, d. h. ihre Abhängigkeit vom Bezugssystem nachweist, sondern andererseits auch Größen kennen lehrt, die, obwohl aus vom Koordinatensystem abhängigen Werten berechenbar, dennoch von der Wahl des Koordinatensystems unabhängig sind.

Die Bedeutung des Ausdruckes s^2 wird klar, wenn wir einmal den räumlichen, einmal den zeitlichen Teil null setzen; dann bleibt einmal das Quadrat der mit c^2 multiplizierten Zeitdifferenz, das anderemal das Quadrat des räumlichen Abstandes übrig. Das heißt: Dieser „Abstand“ s zweier Ereignisse läßt sich entweder so messen, daß man in einem Bezugssystem, in dem ihr räumlicher Abstand verschwindet, den Zeitabstand ermittelt und mit c multipliziert (bzw. den Zeitabstand mit einer solchen Zeiteinheit mißt, daß die Lichtgeschwindigkeit = 1 ist), oder die Raumdistanz in einem System, in dem sie gleichzeitig sind. Tatsächlich ist bei zwei bestimmten Ereignissen, wie wir gleich sehen werden, immer nur das eine oder das andere möglich. Diese Größe s , die die Lage der Weltpunkte zueinander invariant charakterisiert, heißt nach Minkowski „Eigenzeit“.

Die gewöhnliche (Euklidische) Geometrie ist dadurch gekennzeichnet, daß der Abstand s zweier Punkte, dessen Quadrat sich im dreidimensionalen Raume durch die Quadratsumme:

$$s^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$

ausdrückt, eine Invariante ist gegenüber den möglichen Drehungen und Verschiebungen des Systems.

Es lassen sich daher die Verhältnisse in der Minkowskiwelt denen im Euklidischen Raume vollkommen analogisieren, indem

man anstatt der Zeitkoordinate t die Variable $\sqrt{1 - v^2/c^2} t$ einführt, wodurch sich auch der Ausdruck für s^2 in eine Quadratsumme verwandelt. Das ist aber lediglich ein rechnerischer Kunstgriff, der sich für die prinzipielle Behandlung gar nicht empfiehlt, weil er den Unterschied zwischen Raum und Zeit, der auch in der vierdimensionalen Welt bestehen bleibt, und sich eben in dem Vorzeichenunterschied analytisch ausdrückt, verwischt. Aber es ist natürlich ein vollkommenes Mißverständnis, wenn man in diesem unwesentlichen Rechenmittel die fiktive Grundlage der Relativitätstheorie entdeckt zu haben glaubt.

VI. Zeitordnung und Kausalzusammenhang.

1. Wir sagten oben, eine apriorische Widerlegung der Relativität der Gleichzeitigkeit wäre nur so möglich, daß man ihre Unverträglichkeit mit den allgemeinsten Prinzipien, die Naturerkenntnis erst möglich machen, nachweist. Ein solcher Widerspruch scheint nun tatsächlich zum Kausalgesetz zu bestehen, sofern die ursächliche Beziehung ein bestimmtes Zeitverhältnis verlangt. Die Relativitätstheorie läßt die Möglichkeit zu, daß in dem einen System A auf B , in einem anderen B auf A folgt, und daß eine dieser Behauptungen so berechtigt ist wie die andere.

Wenn es überhaupt ein Geschehen geben soll, dann muß unbedingt die Wirkung auf die Ursache folgen, und es kann z. B. nicht so sein, wie Descartes lehrte, daß sie gleichzeitig sind, weil die Ursache doch nicht mehr wirken könnte, wenn sie nicht mehr ist. Wollen wir das alte Zenonsche Paradoxon vermeiden, daß überhaupt nichts geschehen kann, weil sich der Zeitpunkt der Änderung nicht angeben läßt, so müssen wir daran festhalten, daß jede frühere Phase eines Prozesses jede künftige bestimmt.

Sieht man die Momentanzustände als die Relationsglieder der Kausalbeziehung an, so gibt es also keine direkte Ursache, so wenig es zwei nächstbenachbarte Punkte in einem Kontinuum geben kann. Betrachtet man aber Prozesse von irgendwelcher zeitlicher Erstreckung, so wird man die nächste Ursache in jener vorangehenden Zeitstrecke finden, die an die verursachte grenzt.

Es ist nun eine Frage, die Beantwortung verlangt, warum in jedem Kausalprozeß eine bestimmte Richtung als bevorzugt zu denken ist, warum es absurd wäre, wenn die Relativitätstheorie den Sinn, in dem ein Prozeß tatsächlich abläuft, von dem Standpunkt des Beobachters abhängig machen wollte.

Man könnte meinen, der Grund liege in der Unbestimmtheit der Ursache durch die Wirkung im Gegensatz zur eindeutigen Bestimmtheit der Wirkung durch die Ursache. Aber selbst wenn wirklich eine solche Unbestimmtheit bestände, wenn genau die gleiche Wirkung von verschiedenen Ursachen hervorgebracht werden könnte — was ich nicht glaube¹ —, so liegt es jedenfalls nicht im Wesen der Kausalbeziehung, in dieser Weise nicht umkehrbar eindeutig zu sein. Niemand wird behaupten, daß das mechanische Weltbild deshalb unseren Kausalbegriffen widerspricht, weil hier durch einen Anfangszustand und die Bewegungsgesetze alle vorausgehenden genau so wie alle folgenden Zustände bestimmt sind, und ebensowenig wird man darum hier den Unterschied zwischen Zukunft und Vergangenheit aufgehoben finden.

Plausibler scheint es, daß die Erscheinungen, die im zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ihren präzisesten Ausdruck gefunden haben, die Einsinnigkeit der Zeit bedingen. Wenn es wirklich ein strenge gültiges Naturgesetz wäre, daß in jedem geschlossenen System die Entropie nur zu

¹ Vgl. die oben zitierte Abhandlung Kantstudien XXV, 4.

nehmen kann, dann wäre in der Tat die Umkehrung der Zeitordnung für jeden Prozeß ausgeschlossen. Es käme dann nicht auf das Wesen der Kausalbeziehung oder der Zeit an, sondern auf die tatsächliche Beschaffenheit der Welt, die es mit sich bringt, daß zwei Körper verschiedener Temperatur bei Berührung sich ausgleichen, aber niemals umgekehrt aus der gleichen Temperatur Temperaturdifferenzen von selbst entspringen, daß ein sich selbst überlassenes Gas den ganzen ihm zur Verfügung stehenden Raum gleichmäßig erfüllt, aber nicht, wo es sich einmal gleichmäßig verteilt hat, wieder zusammenballt und in ein Gefäß zurückschlüpft, daß aus einem Samen ein Baum wächst, aber niemals der Baum zum Samen zusammenschrumpft usw.

Aber auch hier kann die Antwort auf unsere Frage nicht liegen, wenn Boltzmanns Lösung des Widerspruches zwischen der scheinbaren Nicht-Umkehrbarkeit der thermodynamischen Prozesse, und der prinzipiellen Umkehrbarkeit aller mechanischen Prozesse, auf die doch die Wärme nach der kinetischen Theorie zurückgeführt wird, zutrifft. Danach ist es nur ein Wahrscheinlichkeitsgesetz, daß in der großen Mehrzahl der Fälle ein Zustand von einem solchen mit größerer Entropie abgelöst wird, weil das der wahrscheinlichere Zustand ist; prinzipiell aber bleibt jede Umkehr möglich.

Auch hier läßt sich wieder unabhängig davon, ob man diese wahrscheinlichkeitstheoretische Auffassung für befriedigend hält oder nicht, das Entscheidende klarstellen, indem man fragt: ob wir denn wirklich keinen Unterschied zwischen Zukunft und Vergangenheit im Ablauf der Prozesse machen würden bzw. nur einen Unterschied, der von Beobachter zu Beobachter wechselt, wenn wir in einer Welt lebten, wo es nichts gäbe, was dem zweiten Hauptsatz entspricht, also etwa in einer Welt bewegter Massenpunkte, deren Bahn wir im einzelnen verfolgen könnten.

Als eine ganz verzweifelte Auskunft, die das, was sie be-

gründen soll, aufhebt, erschiene es mir, wollte man mit Eddington² die Zukunft von der Vergangenheit dadurch unterscheiden, daß jene noch unbestimmt, diese unabänderlich ist. Denn eine solche Unbestimmtheit bestände ja nur unter der indeterministischen Voraussetzung, daß das Kausalgesetz irgendwo keine Geltung hat. Gerade dort, wo, wie wir noch sehen werden, die Zeitordnung unbestimmt ist, nämlich, wo der Kausalzusammenhang fehlt, wäre danach allein Bestimmtheit zu erwarten. Halten wir hingegen an der wesentlichen Voraussetzung jeder Naturforschung, der unumschränkten Geltung des Kausalgesetzes fest, dann ist die Zukunft so unabänderlich wie die Vergangenheit.

2. Hier, glaube ich, läßt sich die Lösung nur finden, indem wir auf das unmittelbar Gegebene zurückgehen. Da tritt uns nun als fundamentaler Wesenszug unserer Erlebnisse ihre unabänderliche einsinnige zeitliche Ordnung entgegen. Was wir erlebt haben und was wir erleben werden, dazwischen klafft ein Abgrund, den die theoretische Er-

² A. a. O. Chap. III. Hier spielt, glaube ich, das Fehlen einer scharfen Unterscheidung zwischen dem Erleben der unmittelbaren Wahrnehmung und dem indirekten Denken eines physikalischen Tatbestandes mit. Wenn mit der Möglichkeit einer vollkommenen Vorausbestimmung auch die eines vollkommenen Wahrnehmungserlebens verknüpft wäre, dann verschwände in der Tat der Unterschied zwischen Gegenwart und Zukunft. Solange der künftige Zustand aber immer nur gedacht werden kann, sei es auch noch so bestimmt, bleibt er von der erlebten Gegenwart vollkommen verschieden. Ich vermute diesen Irrtum bei Eddington, weil er an derselben Stelle die Möglichkeit einer Einwirkung der Zukunft auf die Vergangenheit behauptet und als Beispiel dafür anführt, daß er um der künftigen Sonnenfinsternis willen ausgezogen ist, um sie zu beobachten. Er meint, hier dürfe man nicht einwenden, daß es doch nur die Kenntnis dieser Sonnenfinsternis war, nicht die Sonnenfinsternis selbst, die diese Wirkung hatte; denn in dieser Weise sei ja alles Wirkliche außer dem hier und jetzt Wirklichen nur indirekt gedacht. Das ist gewiß richtig, hindert aber nicht, daß das Denken und das Gedachte in dem einen wie in dem anderen Fall grundverschieden sind.

kennntnis, daß eines so bestimmt ist wie das andere, nicht im mindesten zu schließen imstande ist.

Diesem bestimmten Sinn, in dem unsere Bewußtseinsvorgänge ablaufen, muß auch ein eindeutiger Sinn in den Weltlinien entsprechen, welche die Bestandteile meines Körpers, insbesondere meines Hirnes beschreiben. Es war der Grundfehler der alten Zeitauffassung, aus der eindeutigen Zeitordnung unseres Bewußtseins zu schließen, daß der ganze Weltprozeß einer solchen bestimmten eindeutigen zeitlichen Ordnung unterworfen sein müsse. Das ist deshalb nicht zutreffend, weil sich ein ganzer Weltzustand nicht eindeutig einem bestimmten Bewußtseinszustand zuordnen läßt. Wohl aber gilt das von jedem genügend klein gewählten Bereiche, in dessen unmittelbarer Nachbarschaft man ein wahrnehmendes Bewußtsein annehmen kann.

Ein Prozeß, der sich hier abspielt, kann in seinen aufeinanderfolgenden Phasen von einem Bewußtsein direkt sukzessiv aufgefaßt werden. Es gilt zwar in voller Strenge eigentlich nur von den Hirnprozessen, von denen die Wahrnehmung unmittelbar abhängt; wenn man aber einen Vorgang in unmittelbarer Nähe immer durch denselben Sinn beobachtet, so hat man, gemäß der Stetigkeitsvoraussetzung, auch seine Ordnung der Wahrnehmung entsprechend anzunehmen.

So folgt ein bestimmter Zeitsinn für jeden Prozeß, aus der Voraussetzung, daß ein jeder von einem Bewußtsein in seiner Nähe direkt wahrgenommen werden kann. Wenn aber zwei Ereignisse so liegen, in solcher zeit-räumlichen Entfernung, daß es unmöglich erscheint, daß ein und dasselbe Bewußtsein sie direkt (d. h. aus ihrer unmittelbaren Umgebung) wahrnimmt, dann ergibt sich auch keine Möglichkeit ihrer eindeutigen zeitlichen Anordnung, dann bleibt ihre zeitliche Ordnung prinzipiell unbestimmt.

Dieser Auffassung entspricht das, was die Relativitätstheorie über Zeitverhältnis und Kausalzusammen-

hang lehrt, vollkommen, und man wird es besser verstehen, wenn ich, ehe ich noch einmal auf diese prinzipiellen erkenntnistheoretischen Fragen zurückkomme, die relativistische Auffassung im Bilde der Zeit-Raum-Mannigfaltigkeit auseinandersetze.

3. Der entscheidende Satz, aus dem hier eigentlich erst die Trennung von Raum und Zeit innerhalb der vierdimensionalen Welt folgt, ist der, daß es keine Bewegung mit beliebig großer Geschwindigkeit geben kann, sondern daß die obere Grenze für die Geschwindigkeiten irgendwelcher Vorgänge durch die Lichtgeschwindigkeit gegeben ist.

Aus dem Faktor, der in der Lorentz-Transformation auftritt $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, der die Kontraktion angibt, ersieht man sogleich, daß diese Formel ihren Sinn verliert, sobald die Geschwindigkeit des Systems v größer wird als die Lichtgeschwindigkeit c . Denn dann wird der Ausdruck imaginär. Man könnte bezweifeln, daß die Gültigkeit der Formel so weit reicht, könnte das für eine unstatthafte Extrapolation ansehen und die Sache so deuten, daß durch die Gleichungen der Relativitätstheorie unbestimmt bleibt, was geschieht, sobald ein Körper die Lichtgeschwindigkeit erreicht. Daß die Folgerung aber wirklich korrekt ist, kann man auch aus dem relativistischen Energieansatz ersehen, der lehrt, daß eine unendliche Energie nötig wäre, um einem Körper Lichtgeschwindigkeit zu erteilen.

Um nicht Widersprüche zu finden, wo keine sind, muß man dabei im Auge behalten, daß es sich um die Relativgeschwindigkeit von Körpern handelt bzw. um die Geschwindigkeit der Ausbreitung irgendeiner physikalischen Wirkung in einem materiellen System. An und für sich — das folgt aus der Relativität der Bewegung — können wir uns gewiß Sonne, Mond und Sterne mit einer Geschwindigkeit, die tausendmal größer ist als die des Lichtes, bewegt den-

ken, nur wird in dem System, auf das sich diese Bewegung bezieht, kein wirklicher Körper ruhen.³

4. Daß sich physikalische Zustandsänderungen nicht mit beliebiger Geschwindigkeit ausbreiten können, schien vielen paradox; ich glaube dagegen, es verhält sich notwendig so, und man hätte es — das ist nun freilich ein philosophisches Seitenstück zu Minkowskis mathematischem Treppenwitz — aus erkenntnistheoretischen Gründen fordern müssen, noch ehe die Physik auf diesen Gedanken kam.

Denn die Existenz einer oberen Grenze möglicher Geschwindigkeiten ist nur ein anderer Ausdruck dafür, daß es keine Fernwirkung gibt. Die Leugnung der Fernwirkung bedeutet ja nicht, daß, was etwa auf dem Uranus geschieht, überhaupt keinen Einfluß auf das irdische Geschehen haben kann; nur daß sich dieser Einfluß sofort geltend machen soll, ohne daß sich erst zwischen Uranus und Erde ein Prozeß abspielt, der mit endlicher Geschwindigkeit fortschreitet, das ist es, was Bedenken erregt.

Ich glaube an anderem Orte⁴ gezeigt zu haben, daß das Kausalgesetz überhaupt jeden präzisen Sinn verliert, wenn wir nicht die so aufgefaßte Fernwirkung von vornherein ausschließen. Zur Begründung dieser Behauptung sei hier nur so viel gesagt: Wäre Fernwirkung möglich, so könnten wir aus der Wiederkehr eines Zustandes *A* nur dann auf die Wiederholung des Geschehens, das sich einmal an diesen Zustand *A* geknüpft hat, schließen, wenn dieser Zustand in der ganzen Welt sich in gleicher Weise wiederholen würde. Dann sind aber, wenn wir nicht die absolute Zeit als Unterscheidungsmerkmal voraussetzen, nach früher Gesagtem die beiden Weltzustände überhaupt ununterscheidbar; es handelt sich nicht um die Wiederholung eines Zustandes, sondern da ist überhaupt nur ein Zustand. Daß aber in einem

³ Kompliziertere Paradoxa werden in sehr instruktiver Weise aufgeklärt von Laue, „Das Relativitätsprinzip“, 2. Aufl. Braunschweig 1913, Vieweg, S. 49f.

⁴ In der S. 19 zitierten Abhandlung.

vollkommen individualisierten Falle nur eines geschehen kann und nicht vielerlei, folgt schon aus dem Satz des Widerspruches und ist nicht der Inhalt des Kausalgesetzes.

Wenn aber zu jeder Geschwindigkeit eine größere möglich wäre, dann hätten wir Fernwirkung; dann könnten wir die Ursache niemals in einem abgegrenzten Bezirk suchen, sondern müßten die ganze Welt nach ihr durchforschen. Darum also bedeutet strenge Nahewirkung und Existenz einer oberen Grenze möglicher Geschwindigkeiten das gleiche.⁵

5. Sehen wir nun zu, wie durch den Satz von der größten Geschwindigkeit die Schwierigkeit, von der wir gesprochen haben, nämlich, daß das Zeitverhältnis von Ursache und Wirkung umgekehrt werden könnte, behoben wird. Nach der gewöhnlichen Auffassung, die Fernwirkung nicht ausschließt, kann auf einen Weltpunkt *A* alles Vergangene



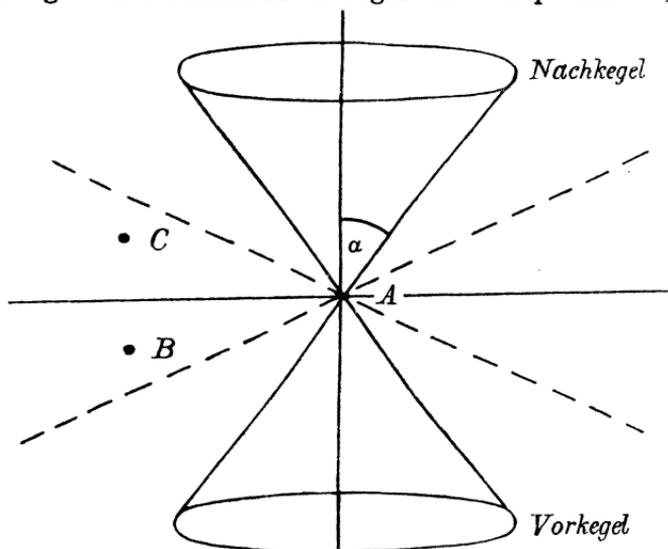
wirken, d. h. in der Figur alles, was unterhalb der Ebene des mit *A* Gleichzeitigen liegt. Denken wir uns nun diese Ebene nur etwas verdreht⁶, d. h. betrachten wir andere Ereignisse

⁵ Zwar ist nicht Kenntnis der Gleichzeitigkeit an verschiedenen Orten für die Bestimmung der Fernwirkung notwendig, sondern umgekehrt würde das Bestehen von Fernwirkung, das sich in der Unabhängigkeit der Zeit des Hin- und Hergangs eines Signales von der Entfernung der Empfangsstation mit Hilfe einer Uhr an einem Ort feststellen ließe, eine Definition der Gleichzeitigkeit ermöglichen. Es käme aber auf das Gleiche hinaus, wenn diese Unabhängigkeit zwar nicht im strengen Sinne bestände, wenn jeder Hin- und Hergang eine gewisse durch die Verzögerung an den beiden Stationen selbst nicht erklärbare Zeit in Anspruch nähme, wenn sich aber diese Zeit infolge der Existenz von beliebig großen Geschwindigkeiten unter jede Grenze, also auch unter die Grenze der jeweils möglichen Beobachtungsgenauigkeit herabdrücken ließe.

⁶ Ich spreche von der Einführung eines neuen Koordinatensystems als von einer Drehung. Eine Drehung im Sinne der Euklidischen Geo-

als mit A gleichzeitig, wie es nach der Relativitätstheorie vom Standpunkt eines anderen Systems notwendig ist, dann wird ein Punkt B , der nach der früheren Auffassung, im ersten System, später als A war, nunmehr früher als A sein, und, was zuvor unmöglich auf A wirken konnte, als ein Späteres, kann es nun als ein Früheres.

Dieser Absurdität entgeht die Relativitätstheorie durch die Ausschließung der Fernwirkung in folgender Weise. Ihr zufolge kann nicht mehr alles, was unter der Ebene von A liegt, auf A einwirken; vielmehr ergibt sich eine ganz andere Abgrenzung. Wir zeichnen in der Figur die Weltpunkte ein, von



denen aus ein Lichtsignal nach A kommen kann. Diese Punkte liegen auf einem Kegel, der von A ausgeht,

metrie ist es eigentlich nur, wenn man statt der t -Achse die $\sqrt{-1} ct$ -Achse benutzt. Sonst ist es eine Änderung des Achsensystems, die der Erhaltung des Hyperboloids: $x^2 + y^2 - c^2 t^2 = \text{konst.}$ so entspricht, wie die Erhaltung der Kugel: $x^2 + y^2 + t^2 = \text{konst.}$ der Euklidischen Drehung. Für unsere Betrachtung kommt es darauf nicht an.

um die Zeitachse symmetrisch liegt und aus lauter Geraden besteht, die mit der Zeitachse einen Winkel einschließen, der in einfacher Weise mit der Lichtgeschwindigkeit zusammenhängt ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = c$). Auf dem dazu symmetrischen Kegel auf der Zukunftsseite liegen alle Weltpunkte, zu denen ein Lichtsignal von A aus gelangen kann. Wir nennen den Kegel der vergangenen Punkte nach Minkowski den Vorkegel, den anderen den Nachkegel.

Dieser Doppelkegel tritt nun in der Relativitätstheorie an die Stelle der Ebene der Gleichzeitigkeit. Der Vorkegel trennt die Punkte, die auf A einwirken können, von denen, die diese Möglichkeit nicht haben, und ebenso liegen alle Weltpunkte, zu denen von A aus eine Wirkung gelangen kann, innerhalb des Nachkegels.

Denn von einem vergangenen Punkt B , der außerhalb des Vorkegels liegt, könnte eine Wirkung nur dann nach A gelangen, wenn dieser Vorgang mit größerer Geschwindigkeit als der des Lichtes vor sich ginge. Und ebenso könnte von A aus eine Wirkung zu dem künftigen C nur gelangen, wenn sie sich mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreitete. Wenn also durch eine andere Wahl des Bezugssystems, durch eine Änderung der Zeitachse C früher als A oder B später als A wird, so kann dadurch keine Umkehr der kausalen Abfolge eintreten, weil die beiden Punkte nach wie vor außerhalb des Wirkungskegels liegen, und, wo früher eine Einwirkung unmöglich war, sie es auch weiter bleibt.

Eine Störung käme erst zustande, wenn wir die Ebene der mit A gleichzeitigen Punkte so weit drehen könnten, daß sie in den Kegel hineinfällt. Das ist aber deshalb nicht möglich, weil dann die Zeitachse aus dem Kegel herausgedreht würde. Die Zeitachse enthält aber jene Punkte, welche ein in A ruhender Körper im Laufe der Zeit einnimmt. Nun können wir zwar einen beliebigen Körper als ruhend ansehen, nur müssen wir ausschließen, daß er sich relativ zu einem anderen mit

Überlichtgeschwindigkeit bewegt. Eine Zeitachse, die aus dem Kegel herausfällt, wäre aber die Bahn eines mit Überlichtgeschwindigkeit bewegten Körpers.

Daraus folgt, daß sich zwar die Zeitverhältnisse ändern können, aber nie so, daß dort, wo nach der einen Darstellung eine Kausalbeziehung möglich ist, sie nach der anderen ausgeschlossen wäre.

Analytisch stellt sich der Unterschied zwischen Ereignissen, die in möglichem Wirkungszusammenhang stehen, und solchen, bei denen das nicht der Fall ist, so dar, daß für die ersten das oben definierte Quadrat der Eigenzeit s^2 negativ ausfällt, für die anderen positiv, wir nennen die entsprechenden „Weltstrecken“ „zeitartig“ bzw. „raumartig“. Die ersten können in der oben angegebenen Weise als Zeitdifferenz, die letzteren als Raumdistanz gemessen werden. In diesem vom Bezugssystem (wegen der Invarianz von s^2) unabhängigen Unterschied des Vorzeichens ist alles enthalten, was von dem Unterschied von Raum und Zeit in die Physik eingeht.

6. Der wesentliche Zusammenhang zwischen zeitlicher und kausaler Ordnung ist schon bei Kant eine grundlegende Voraussetzung seiner transzendentalen Deduktion des Kausalgesetzes.⁷ Es sucht bekanntlich die Notwendigkeit des Kausalgesetzes für die Möglichkeit der Erfahrung daher abzuleiten, daß das objektive Zeitverhältnis der Dinge unbestimmt bliebe, wenn es nicht durch die kausale Abfolge bestimmt würde.

Schopenhauer⁸ hat dagegen geltend gemacht, daß wir umgekehrt nur durch die Kenntnis der objektiven Zeitfolge bestimmen können, was Ursache und was Wirkung ist, und daß die Zeitordnung auch dort bestimmt ist, wo keine Kausalverbindung vorliegt.

Vergegenwärtigen wir uns nun, daß nach dem eben Erklärten

⁷ Kr. d. r. V. Beweis der 2. Analogie der Erfahrung. 2. Aufl. S. 232ff.

⁸ Satz vom Grunde § 23.

in der Tat die **Zeitordnung** zweier Ereignisse unbestimmt bleibt, sobald sie außerhalb jeder Kausalbeziehung zueinander stehen, so finden wir Kants scheinbar paradoxe Behauptung durch die neueste Entwicklung der Physik in bestimmtem Sinne gerechtfertigt, und zudem führt seine prinzipielle Auffassung zu einer Folgerung, die er selbst allerdings nicht ahnte.

Gewiß ist es nicht so, daß wir erst feststellen müssen, ob *A* Ursache oder Wirkung von *B* ist, um zu wissen, was früher ist. Aber so hat es auch Kant nicht gemeint. Seine Bestimmung lautet vielmehr so: Die objektive Zeitfolge ist von der bloß subjektiven unserer Vorstellungen dadurch unterschieden, daß, wo jene gegeben ist, diese dadurch eindeutig bestimmt wird, und nicht mehr willkürlich abgeändert werden kann.

Kant erläutert das an dem Beispiel der sukzessive apperzipierten Stellungen eines stromabwärts treibenden Schiffes im Gegensatz zu den gleichfalls nacheinander wahrgenommenen Teilen eines Hauses. Dieses Beispiel ist nun allerdings nicht glücklich und zeigt, daß Kant hier wohl das Richtige geahnt, es aber doch nicht zur vollen Klarheit gebracht hat. Denn, was wir, unmittelbar vor einem Hause stehend, nacheinander an ihm wahrnehmen, folgt in der Tat objektiv aufeinander. Wir sehen die später wahrgenommenen Teile des Hauses in einem späteren Zustand; wenn sich das Haus nicht wahrnehmbar ändert, so daß der später apperzipierte spätere Zustand sich von dem früher wahrgenommenen nicht unterscheidet, und man darum das Gleiche auch in umgekehrter Aufeinanderfolge sehen kann, so ändert das doch nichts an der prinzipiellen Sachlage.

Nach dem früher Auseinandergesetzten würden wir den richtigen Kern des Kantischen Gedankens so erläutern: Aus der subjektiven Abfolge unserer Wahrnehmungen können wir die objektive immer nur erschließen, indem wir irgend etwas über den Kausalzusammenhang annehmen, der

zwischen dem Ereignis und unserer Wahrnehmung liegt. Findet das Wahrgenommene aber unmittelbar in unserer Umgebung statt und erfolgt die Wahrnehmung durch denselben Sinn, also durch gleichartige Prozesse, dann nehmen wir nach dem Prinzip der Kontinuität an, daß die objektive Abfolge der subjektiven vollkommen entspricht. Jene ist dann ebenso eindeutig bestimmt wie die eben nur einmal in dieser Weise gegebene subjektive.

Anders liegt es, wenn wir von uns und voneinander entfernte Ereignisse beurteilen, etwa das Aufleuchten zweier Sterne in verschiedenen Weltgegenden. Hier können wir aus der Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit und der Entfernung der Sterne von uns gleichfalls die Zeitordnung ermitteln. Hier aber zeigt sich, daß das Ergebnis mitunter für verschiedene Beobachter verschieden ausfällt. Aber es stellt sich heraus, daß die Unbestimmtheit nur in solchen Fällen vorkommt, wo ein Kausalzusammenhang zwischen beiden, und daher auch eine direkte Beobachtung beider aus unmittelbarer Nähe durch denselben Beobachter unmöglich ist.

Wenn wir also die objektive Zeitfolge mit Kant durch Eindeutigkeit ausgezeichnet glauben, so folgt, daß nicht allen Ereignissen, sondern nur denen, zwischen welchen Kausalzusammenhänge möglich sind, eine solche überhaupt zukommt. Das ist eine Möglichkeit, an die Kant, der an der direkten Fernwirkung Newtons festhielt, allerdings nicht denken konnte.

7. Da wir so durch die Relativitätstheorie die Kausalbeziehung nicht nur nicht aufgehoben, sondern sogar in ein klareres Licht gestellt sehen, müssen wir zu der Behauptung kritisch Stellung nehmen, daß der Ursachenbegriff durch die Relativitätstheorie überhaupt hinfällig geworden ist. Diesen Standpunkt vertritt J. Petzoldt in Hinblick auf die Lorentz-Kontraktion, die allerdings durch die Einsteinsche Theorie nicht kausal erklärt wird. Aber doch nicht deshalb, weil der Ursachenbegriff überhaupt seine

Geltung verloren hat, sondern nur, weil er dort unanwendbar ist, wo es sich nicht um die Veränderung desselben physikalischen Realen handelt, sondern um Projektionen desselben Dinges nach verschiedenen Richtungen, Betrachtung desselben Dinges von verschiedenen Standpunkten aus.

Hier eine Kausalerklärung zu verlangen, wäre so unvernünftig, wie wenn man etwa nach der Ursache fragen wollte, warum ein Körper unter desto kleinerem Gesichtswinkel erscheint, je weiter man sich von ihm entfernt.

Es ist nicht dasselbe Ding „Länge“, das sich durch die Bewegung verändert; es handelt sich um verschieden definierte Größen, die auf verschiedenem Wege bestimmt werden: Ruhlänge und Länge in irgendeinem System, in dem sich der Körper bewegt. Wenn ich dem Körper, sobald er sich relativ zu mir bewegt, eine andere Länge zuschreibe, so hat er doch damit seine Ruh- oder Eigenlänge nicht im mindesten geändert, und alle möglichen verschiedenen Längen bestehen ja gleichzeitig in den verschieden bewegten Systemen. Dafür kann man nur eine geometrische Erklärung verlangen, und die liegt in dem Grundgesetz der vierdimensionalen Welt, der Invarianz der Lichtausbreitung und der daraus zu folgernden Lorentz-Transformation.

Eine „Erklärung“, wie sie Lorentz gegeben hat, aus dem Aufbau des festen Körpers und den zwischen den Elektronen herrschenden Kräften bleibt natürlich möglich. Aber eine solche mit Hilfe irgendwelcher Hypothesen geleistete Zurückführung eines Geschehens auf ein anderes, im einzelnen genauer bestimmtes, ist keine Kausalerklärung in unserem Sinne. Die Erhöhung des Gasdrucks bei erhöhter Temperatur „erklärt“ die kinetische Gasttheorie, in dem sie den Druck als Stoß der Moleküle und die Temperatur als ihre kinetische Energie auffaßt. Aber das ist allenfalls Angabe des Grundes, nicht der Ursache, wenn man an dem strengen Begriffe der Ursache festhält, wonach sie nichts anderes ist als ein Geschehen oder ein Zustand, der das Folgende bedingt.

Da hier von „Wirkung“ im eigentlichen Sinne nicht die Rede ist, besteht auch nicht der Widerspruch, daß die bloße Bewegung Wirkung in die Ferne erzielt.

8. Damit soll aber nicht etwa gesagt sein, daß die Länge des bewegten Stabes nur „scheinbar“ verkürzt, die wirkliche Länge unverändert ist. Daß der bewegte Stab kürzer ist, bedeutet nicht nur, daß er nach einer bestimmten Methode gemessen eine kleinere Zahl ergibt, sondern in allen möglichen Prozessen, bei denen die Länge eine Rolle spielt, tritt diese Länge ein, so daß wir sie bei allen überhaupt denkbaren Arten der Bestimmung erhalten müßten. So ist beispielsweise der Gesichtswinkel, unter dem der bewegte Stab erscheint, kleiner, wir würden auch die kleinere Länge erhalten, wenn wir sein Bild durch einen Lichtblitz auf eine photographische Platte werfen, an der er vorbeifliegt. Daß diese Länge „bloß relativ“ ist, nimmt ihr so wenig die Wirklichkeit, wie etwa die kinetische Energie, die Wucht, eines bewegten Körpers darum minder real ist, weil sie nur relativ zu den Systemen besteht, in denen sich der Körper bewegt.

Dagegen ließe sich einwenden, daß nach der Begriffsbestimmung, die auch wir zugrunde gelegt haben, neben der Gesetzlichkeit auch die Objektivität, das für alle in gleicher Weise Erkennbar-Sein, zum Begriff der Natur gehört. Die Unterscheidung zwischen dem subjektiven, dem Sinnesraum und dem objektiven physikalischen Raum beruht doch eben darauf, daß nicht die Größe und Lage des Gesichtsbildes, die nur gerade von unserem Standpunkt als gegeben erscheint, die wirkliche objektive Größe und Lage des Gegenstandes ist. Steht die Behauptung, daß die relative Verkürzung „wirklich“ ist, nicht auf einer Linie mit dem Paradox, daß ein Mensch, der davongeht, „wirklich“ kleiner wird, weil wir ihn immer kleiner sehen, daß der Mond „wirklich“ tellergroß, der Stab im Wasser „wirklich“ gebrochen ist.⁹

⁹ Diese Auffassung, die Petzoldt vertritt, ist Einstein so fremd, wie den meisten anderen Physikern.

Alles das sprechen wir als „Schein“ an, weil wir eine ganz andere Größe bzw. Gestalt als „objektiv“ gegeben annehmen müssen, wenn wir daraus nicht nur diese optischen Wahrnehmungsbilder von einem gewissen Standpunkt aus, sondern auch alle anderen denkbaren Wahrnehmungen, die von der Größe und Gestalt des gesehenen Dinges abhängen, richtig vorausbestimmen wollen.

Aber, wie schon gesagt, ist nach ebendiesem Kriterium die Länge des bewegten Stabes in dem System, in dem er sich bewegt, „wirklich“. Denn diese Länge ist es, die für alle möglichen Beobachtungen in diesem System in Frage kommt.

9. Aber nur in diesem System. Verlangt der Begriff der physikalischen Objektivität nicht, daß das für alle Systeme oder mindestens für alle berechtigten gelten müßte? Ist das nicht der Grund, warum wir von den Naturgesetzen Invarianz, Geltung in jedem (im Sinne der speziellen Theorie berechtigten) System fordern? Sagten wir nicht ebendarum, daß die Welt „in Wirklichkeit“ vierdimensional ist, weil nicht räumliche Größen für sich und zeitliche Größen für sich diese invariante Bedeutung haben, sondern nur jene Kombinationen von beiden, die sich in der vierdimensionalen Welt unabhängig von jeder Zerspaltung in Raum und Zeit darstellen?

Dennoch wäre es unrichtig, nur in der Ruhlänge die „wahre“ Länge zu sehen. Denn die Länge in bezug auf irgendein bestimmtes System ist darum eine physikalische Realität, weil wir aus ihr nicht nur in diesem System alles, was von der Länge abhängt, berechnen können, sondern auch die Länge in jedem anderen System, sobald wir die Bewegungsverhältnisse kennen.

Die Realität der vierdimensionalen Welt aber schließt die ihrer Projektionen ins Dreidimensionale nicht aus. Insbesondere ist eine vollständige Beschreibung der vierdimensionalen Wirklichkeit möglich, wenn man nicht nur die dreidimensionale Projektion in den Raum, sondern auch die zugehörige zeitliche kennt.

Wenn ich von zwei Weltpunkten, zwei Ereignissen, nur weiß, in welcher räumlichen Entfernung voneinander sie sich in einem bestimmten System abgespielt haben, so ist das auch eine richtige „objektive“ Angabe, der etwas Wirkliches entspricht; aber sie ist unzulänglich, ich kann daraus nichts weiter bestimmen, solange mir die Zeitdifferenz zwischen den Ereignissen unbekannt bleibt. Dann erst kann ich ihre Lage in der Welt konstruieren und daraus die Verhältnisse in jedem anderen System entnehmen. Es ist so, wie wenn ich nur den Gesichtswinkel eines Stabes kenne ohne Kenntnis seiner Entfernung.

Die Länge eines Stabes ist jedoch eine zureichende Beschreibung einer vierdimensionalen Größe, weil man die Messung gleichzeitig an den beiden Stabenden vornehmen muß. Es ist nicht nur eine Raumdistanz, sondern auch die zugehörige Zeitdifferenz ($=0$) gegeben.

Auf die Frage, warum wir an die Naturgesetze die Invarianzforderung stellen, kommen wir später bei der Behandlung der allgemeinen Theorie zurück.¹⁰

10. Aus der Forderung, daß es eine größte Geschwindigkeit gibt, die natürlich in jedem System die gleiche sein muß, läßt sich (wenn man noch die aus der Gleichberechtigung der gleichförmig bewegten Systeme folgende Reziprozität hinzunimmt) die Lorentz-Transformation ableiten. Wenn also die von mir vertretene Auffassung, daß die strenge Nahwirkung zum Wesen der Kausalbeziehung gehört, richtig ist, so wäre das eine Art apriorischer Deduktion der speziellen Theorie, bei der allerdings noch die Auszeichnung der gleichförmigen Bewegung problematisch bliebe. Immerhin scheint mir dieser Zusammenhang wichtig genug, um näher zu erwägen, ob die Erkenntnistheorie nun wenigstens mit diesem Treppenwitz Recht behält.

Es ließe sich nämlich gegen die Behauptung, daß bei der

¹⁰ Vgl. besonders Kap. XI, § 8.

Annahme von Fernwirkungen auf den Zustand der ganzen Welt Rücksicht genommen werden müßte, einwenden, es genüge, um den daraus entspringenden Schwierigkeiten zu entgehen, wenn man eine Abnahme der Intensität der Wirkung mit der Entfernung annehme, wie sie ja auch tatsächlich überall stattfindet.¹¹

So war ja wirklich das Newtonsche Gravitationsgesetz nur dadurch anwendbar, daß man den Einfluß weiter Massen (und auch naher, wenn sie klein genug sind) vernachlässigen konnte. Man könnte darauf hinweisen, daß wir doch niemals alle wirklich mitspielenden Faktoren berücksichtigen könnten, sondern uns immer nur damit begnügen, eine Erscheinung nach einer gewissen Seite hin und mit einer gewissen Grenze der Genauigkeit zu betrachten, und daß es immer möglich ist, von all dem in der Welt, was prinzipiell einen Einfluß hätte, das herauszuschälen, was für diesen allein betrachteten Teil der Wirkung bedeutsam ist.

Dann kann man aber auch sagen, was Wiederkehr des gleichen Zustandes bedeutet, ohne die Absurdität gleicher Weltzustände in den Kauf nehmen zu müssen; die gleichen Zustände können noch in den nahen und fernen Umständen voneinander abweichen, welche für die betrachtete Wirkung irrelevant sind.

Dieser Einwand scheint um so zwingender, als sich gar nicht leugnen läßt, daß in allen praktischen Fällen wenigstens bisher tatsächlich nur auf diesem Wege Vorausbestimmungen möglich waren; die Grenzgeschwindigkeit ist ja so groß, daß man den Zustand in einer Kugel vom Radius 300 000 km kennen muß, um vorausbestimmen zu können, was im Zentrum nach einer Sekunde geschieht.

Aber mir scheint all das nur die praktische, nicht die prinzipielle Bedeutung des Nahewirkungsgedankens in

¹¹ Darauf machte mich Professor v. Ehrenfels bei einer mündlichen Besprechung dieses Problems aufmerksam.

Frage zu stellen. Denn Annäherungen sind nur sinnvoll unter dem Gesichtspunkt des „approximierbaren Ideals“. Wenn wir auch niemals vollständige Genauigkeit erreichen können und sie auch gar nicht nötig haben, so ist doch der Fortgang zu immer größerer und größerer Genauigkeit nur dann möglich, wenn das strenge Gesetz als Ziel vorschwebt.

Lassen wir aber Fernwirkung zu, dann wird das Gesetz sinnlos, sobald man es strenge nimmt; denn dann verlangt es entweder die unmögliche Isolation eines einzelnen Körpersystems aus dem Weltzusammenhang oder Bezugnahme auf die ebenso undenkbbare Wiederkehr des Zustandes der gesamten Welt.

VII. Geometrie und Erfahrung.

1. Für das Problem der Relativität der Bewegung bedeutete die spezielle Theorie keinen Fortschritt über die Newtonsche Mechanik hinaus; müssen auch die Newtonschen Bewegungsgesetze entsprechend der Forderung der Invarianz gegenüber der Lorentz-Transformation umgestaltet werden, so bleibt doch die absolute Bedeutung der Beschleunigung bestehen.

Wie es Einstein gelang, den Gedanken der allgemeinen Relativität, der Relativität beliebiger Bewegung, durchzuführen, das wird den Gegenstand der nächsten Kapitel bilden. Hier soll nur eine wichtige Vorbetrachtung erledigt werden.

Es hat sich nämlich herausgestellt, daß die Forderung der allgemeinen Relativität nur auf Grund einer Auffassung der Geometrie durchführbar ist, die von der bis Einstein nicht nur in der Erkenntnistheorie, sondern auch in der Physik im allgemeinen herrschenden wesentlich abweicht. Weit über den Kreis der Kantischen Schule hinaus herrschte die Anschauung, daß die geometrische Erkenntnis einen ganz anderen Charakter habe als die empirische Erkenntnis

irgendeiner Naturwissenschaft, und daß kein Fortschritt der Physik imstande wäre, das von Euklid errichtete Gebäude ins Wanken zu bringen.

2. Das oft wiederholte Beispiel, an dem Einstein die Notwendigkeit, die Euklidische Geometrie aufzugeben, zuerst aus den Voraussetzungen der allgemeinen Relativitätstheorie nachwies, hat außer den im Wesen der Sache gelegenen Schwierigkeiten, die jedenfalls aufgeklärt werden müssen, noch andere, die damit nicht so unmittelbar zusammenhängen. Da ich kein besseres weiß, will ich die Diskussion trotzdem hier anknüpfen, bemerke aber, daß die an diesem Beispiel erläuterte Behauptung natürlich nicht von ihm abhängt. Die Ungültigkeit der Euklidischen Geometrie erkennt man vielmehr schon, wenn man z. B. den einfachsten Fall, ein durch einen Massenpunkt erzeugtes zentralsymmetrisches Feld, nach den Gesetzen der Einsteinschen Gravitationstheorie behandelt.

Nun zu Einsteins Beispiel: In der uns geläufigen Geometrie ist bekanntlich das Verhältnis von Kreisperipherie und Durchmesser eine von der Größe des Kreises unabhängige Konstante $\pi = 3,14159 \dots$. Wir denken uns nun ein System S , in dem die spezielle Theorie gilt, also ein Inertialsystem, wo jedenfalls auch dieser geometrische Satz zutrifft. In diesem System S rotiere eine Kreisscheibe um ihren Mittelpunkt. Aus der Symmetrie der ganzen Figur folgt, daß sie sich mit einem Kreise unseres Systems, der um den gleichen Mittelpunkt gezogen ist, decken wird.

Im Sinne der Newtonschen Physik und der speziellen Theorie ist ein mit der in S rotierenden Scheibe fest verbundenes System S' natürlich kein berechtigtes System. Läßt sich aber der Gedanke der allgemeinen Relativität der Bewegung durchführen, dann müßte sich auch dieses rotierende System S' trotz der hier auftretenden Fliehkräfte u. dgl. als ruhend auffassen lassen, die Naturgesetze müßten so formuliert werden, daß sie auch hier gelten.

Es läßt sich nun zeigen, daß der obengenannte geometrische

Satz keinesfalls ein solches Naturgesetz ist. Denn wenn wir mit kleinen starren Stäbchen Radius und Peripherie auf der rotierenden Scheibe ausmessen, so werden wir wegen der Lorentz-Kontraktion, die immer nur in der Bewegungsrichtung eintritt, zwar die Peripherie, nicht aber den Radius mit verkürzten Stäbchen ausmessen und darum für den Radius dieselbe Zahl erhalten wie an dem ruhenden Kreis, mit dem sich der bewegte deckt, für die Peripherie aber eine größere, also für das Verhältnis beider eine Zahl größer als π .

Es ist wichtig dabei zu bemerken, daß nicht etwa ein Beobachter in S' denselben Schluß für die Messung in der relativ zu ihm rotierenden Kreisscheibe, die in S ruht, machen kann. Dazu müßte er ja die Gültigkeit der speziellen Theorie voraussetzen, die, wenn sie für S besteht, eben nicht für S' bestehen kann.¹ Die allgemeine Theorie behält die Grundsätze der speziellen allerdings im allgemeinen nicht bei, aber sie wird dem in ihr niedergelegten Erfahrungsschatze dadurch gerecht, daß sie ihre Geltung in beschränktem Umfange, nämlich beim Fehlen eines Gravitationsfeldes und in der Umgebung eines Punktes voraussetzt. Wir kommen darauf noch zurück und erwähnen das hier nur, damit man nicht in der Voraussetzung der speziellen Theorie bei Erörterung von Folgerungen aus der allgemeinen eine Inkonsequenz wittere. Daß jede fruchtbare Theorie in irgendeiner Form als Annäherung in eine neue, die sie überwindet, eingeht, habe ich schon gelegentlich auseinandergesetzt.²

3. Bevor wir auf die Einwände eingehen, welche gegen die Folgerung aus dieser Ableitung erhoben werden, müssen wir besprechen, was sich gegen sie selbst vorbringen läßt.

¹ Daß eine Rotation in S und S' verschiedene physikalische Wirkungen hat, scheint dem allgemeinen Relativitätsprinzip nur solange zu widersprechen, als man sich die beiden Systeme als bloße Achsenkreuze, nicht durch physikalische Realitäten unterschieden denkt. Das Nähere darüber siehe Kap. IX. § 7 Anm.

² Kap. IV. § 15.

Man könnte meinen, das abweichende Messungsergebnis sei nicht zu erwarten, weil sich nicht nur die längs der Peripherie angelegten Maßstäbe, sondern diese selbst im gleichen Verhältnis verkürzen müßte, wie wir ja auch sonst in der speziellen Theorie annehmen, daß der bewegte Beobachter von den Verkürzungen nichts merkt.

Aber was für Strecken mit zwei Enden recht ist, ist für den geschlossenen Kreis nicht billig. Man erinnere sich nur, wie die Relativität der Länge mit der Relativität der Gleichzeitigkeit zusammenhängt, daß die Ausmessung eines bewegten Stabes die Bestimmung der gleichen Zeit an seinen Enden voraussetzt.³ Das Entsprechende fehlt natürlich bei der geschlossenen Linie. Da der Umfang jedenfalls durch den Radius bestimmt ist, müssen sich doch auch rotierender und ruhender Kreis decken.

Man könnte gegen die obige Ableitung auch so argumentieren: Die rotierende Scheibe kann als ein Rad gedacht werden, dessen Reifen durch zahlreiche Speichen in viele kleine Elemente zerlegt wird, die als gerade in der Bewegungsrichtung gelegene Stäbchen aufgefaßt werden können. Jedes von ihnen verkürzt sich, ihre Zahl kann sich nicht ändern; also muß die Peripherie selbst sich verkürzen.

Dagegen ist zu sagen, daß ein solches Vieleck nicht undeformiert rotieren könnte, es müßten sich bei der Rotation die Verbindungen lösen, so daß die Stäbchen nicht mehr eine geschlossene Linie bilden würden. Hier sieht man aber auch die prinzipielle Schwierigkeit dieses Gedankenexperimentes, die Schwierigkeit nämlich, wie überhaupt eine starre Scheibe rotierend zu denken ist.

Doch läßt sich, glaube ich, diese Schwierigkeit dadurch vermeiden, daß man sich das rotierende Rad überhaupt nur aus einer großen Zahl von Speichen gebildet denkt und die Verbindung der Speichenenden mit den bewegten Maßstäb-

³ Siehe Kap. V. § 3.

chen herstellt. Dann sieht man sehr deutlich, daß es in der Tat nur auf den Vergleich mit der Länge des Radius und nicht auf den mit der bewegten Peripherie ankommt.

Daraus, daß man den Kreis aus geraden Stücken zusammensetzt, kann natürlich kein Fehler entstehen, ist doch die Länge der Peripherie gar nicht anders zu definieren als durch die Zahl, der der Umfang eines ein- oder umgeschriebenen Polygons immer näher kommt, je mehr sich die Seitenzahl vergrößert.

4. Gibt man nun die Richtigkeit des Schlusses aus den zugrunde gelegten Voraussetzungen zu, so wird man doch, von der üblichen Auffassung der Geometrie ausgehend, noch nicht geneigt sein, darum schon die Geltung des Satzes vom konstanten Verhältnis von Umfang und Durchmesser aufzugeben.

Von diesem Standpunkt aus ließe sich etwa sagen: Da sich die geometrischen Sätze aus einleuchtenden Axiomen ergeben, so müssen wir aus einem solchen Messungsergebnis schließen, daß wir nicht richtig gemessen haben, daß also z. B. die Maßstäbe, die wir längs der Peripherie, und jene, die wir längs des Radius angelegt haben, nicht gleich lang waren, und wir werden das vielleicht damit erklären können, daß die Kreisscheibe wirklich rotiert, und sehen so aus den Gesetzen der Geometrie, daß man eine rotierende Scheibe nicht als ruhend ansehen darf, daß hier der absolute Unterschied besteht, den Newton gelehrt hat.

Oder man kann prinzipiell erklären: Die Geometrie handelt gar nicht von den Messungen physischer Körper, und ein geometrischer Satz ist darum keinesfalls durch irgendwelche Messungen zu widerlegen. Finden wir eine Abweichung, so wissen wir, daß das ausgemessene Gebilde, vorausgesetzt, daß richtig gemessen wurde, nicht unseren geometrischen Begriffen entspricht. Der Umfang des Kreises ist — das folgt aus seinem Begriff, bzw. aus den Axiomen oder aus der „reinen Anschauung“ — notwendig seinem Radius proportional und, wo das nicht zutrifft, da haben wir eben keinen Kreis

vor uns. Da liegt vielleicht der vermeintliche Mittelpunkt nicht in derselben Ebene mit der Peripherie, wir messen auf einer krummen Fläche u. dgl.

Um diesen Einwand zu beantworten, ist es unerlässlich, auf das Problem des Verhältnisses unserer geometrischen Sätze zur Erfahrung näher einzugehen und die verschiedenen von Mathematikern und Philosophen darüber entwickelten Anschauungen einer Prüfung zu unterziehen.

5. Die gewöhnliche Auffassung, die uns in der Schule beigebracht wird, die Auffassung, von der der zuletzt formulierte Einwand ausgeht, ist die folgende:

An der Spitze der Geometrie stehen gewisse Sätze, die nicht bewiesen werden können, weil sie schon von selbst einleuchten und selbst die Grundlage aller geometrischen Beweise bilden, z. B. der Satz, daß durch zwei Punkte nur eine bestimmte Gerade geht. Diese Grundsätze, Axiome genannt, handeln von gewissen Gebilden, die in der Anschauung gegeben sind, wie Punkt, Gerade, Ebene, Dreieck, Kugel usw., von denen die komplizierteren durch Definition auf die einfacheren zurückzuführen sind.

Aus den Axiomen werden dann durch logische Folgerungen die Lehrsätze hergeleitet, wobei man sich auch noch gelegentlich auf die Anschauung berufen kann. Alle Sätze dieser Geometrie sind also reine Vernunftkenntnisse, entweder durch sich selbst evident oder durch logische Schlüsse auf in sich Evidentes zurückführbar.

Das war die Geometrie und die geometrische Methode, die allen rationalistischen Denkern als Ideal vorschwebte, die z. B. Spinoza meinte, als er seine „Ethik“ „more geometrico“ abfaßte, und es mutet wie eine Warnung vor allzu großem Vertrauen in die menschliche Vernunft an, wenn wir in dieser „Ethik“ an vielen Stellen lesen, dieses oder jenes sei so gewiß, wie daß die Winkelsumme eines Dreieckes gleich zwei Rechten ist, wo also als Typus der Gewißheit

gerade jener Satz der Euklidischen Geometrie herausgegriffen ist, der in neuerer Zeit der Angriffspunkt des Zweifels wurde.

6. Diese aprioristisch-rationalistische Auffassung der Geometrie kann in zwei verschiedenen Formen vertreten werden. Entweder man sieht mit David Hume in den Axiomen analytische Sätze, deren Geltung aus den zugrunde liegenden Begriffen mit Notwendigkeit folgt, weil es ein logischer Widerspruch wäre, etwas von ihnen Abweichendes anzunehmen, oder man erklärt sie mit Kant für synthetische Sätze a priori und steht dann vor dem Problem der „Kritik der reinen Vernunft“, die Möglichkeit der Geltung solcher Urteile nachzuweisen.

Die hier zugrunde liegende Kantische Einteilung bedarf allerdings sehr der Klärung. Ein Urteil soll analytisch heißen, wenn es von dem Subjektsbegriff nur aussagt, was in ihm schon enthalten ist, andernfalls synthetisch. Das ist hinreichend klar, wo es sich um synthetisch, d. h. durch Zusammenfügung von Merkmalen, gebildete Begriffe handelt; da ist leicht zu entscheiden, ob sich das ausgesagte Prädikat unter den zur Bildung des Subjektsbegriffs verwendeten Merkmalen findet oder nicht. Dagegen wird die Sache sehr problematisch, wenn es sich um die einfachsten Elementarbegriffe handelt oder um solche anschauliche Vorstellungen, die als das Bild eines Typus aus vielen Wahrnehmungen entstehen und allerdings jener Schärfe entbehren, die den geometrischen Begriffen eigen ist. Es ist z. B. schon schwer zu sagen, ob der Satz, daß ein rotes Ding nicht blau sein kann, analytisch ist, obgleich er direkt aus dem Satz vom Widerspruch zu folgen scheint.

Doch ist es nicht nötig, hier auf diese schwierigen Fragen der Begriffs- und Urteilslehre einzugehen, da so viel heute zweifellos von den Mathematikern bewiesen ist, daß eine Abweichung von den Euklidischen Axiomen nicht notwendig zu logischen Widersprüchen führt.

Hält man an der erfahrungsunabhängigen Geltung der geo-

metrischen Axiome fest, so bleibt also gar nichts anderes übrig, als sie mit Kant für synthetische Urteile a priori zu erklären. Ihre Geltung für jede mögliche Erfahrung trotz ihrer Unabhängigkeit von jeder möglichen Erfahrung, das paradoxe Faktum, daß sich in diesem Falle nicht unser Denken nach den Dingen, sondern die Dinge nach unserem Denken richten, soll nun nach Kant darin begründet sein, daß aus dem gegebenen Rohstoff der Empfindungen Erkenntnis von Objekten erst dadurch entspringt, daß sie in Raum und Zeit, die reinen Anschauungsformen unseres Intellektes, eingeordnet werden.

Aber auch wenn der Begriff der „reinen Anschauung“ klarer wäre, als er ist, und der Nachweis, daß der Raum diesen Charakter hat, zwingender, als er ist, so wäre damit unser Problem doch noch nicht gelöst. Denn da wir heute nicht nur eine Geometrie haben, sondern eine unbeschränkte Zahl von widerspruchsfreien Axiomensystemen ausdenken können, so ständen wir immer noch vor der Frage, welche Geometrie bzw. welche Grundsätze der Geometrie — vielleicht sind es nur einige ganz allgemeine, die allen geometrischen Systemen gemeinsam sind — nun in der Tat diesen Charakter unbedingter Gewißheit, Unabhängigkeit von aller Erfahrung, tragen.

Nach der im einleitenden Kapitel entwickelten Grundauffassung ergibt sich für die Lösung dieser Aufgabe ein ganz eindeutig vorgezeichneter Weg: Wenn wir die apriorische Geltung irgendwelcher geometrischer Sätze behaupten, so müssen wir nachweisen, daß sie nach den allgemeinen Prinzipien, durch die wir überhaupt erst Naturwissenschaft zustande bringen, notwendig vorausgesetzt werden müssen, wenn wir Erfahrung im Sinne von Erkenntnis der Naturgesetze sollen gewinnen können.

7. Um diesen Fragen näher zu treten, ist es unerlässlich, sich mit den Ergebnissen der kritischen Arbeit bekannt zu machen, die die Mathematiker selbst in den Grundlagen-

fragen geleistet haben. Denn so imposant auch das Lehrgebäude des Euklid ist, und wenn es auch mit Recht durch Jahrhunderte als Vorbild einer deduktiven Wissenschaft galt, so hat es doch auf die Dauer den geschärften logischen Anforderungen der Mathematik nicht genügen können.

In zweierlei Hinsicht erschien das System unbefriedigend. Erstens waren die an die Spitze gestellten Axiome nicht hinreichend, um alle im weiteren Verlaufe gezogenen Folgerungen zu begründen; es mußte im Laufe der Deduktionen noch auf die Anschauung rekurriert werden. Das ist jedenfalls ein logischer Mangel, auch wenn man mit Kant die Anschauung als die Erkenntnisquelle der Geometrie ansieht. Denn wenn man die Geometrie überhaupt deduktiv aufbaut, so muß man alles, was man aus der Anschauung schöpfen will, in den Axiomen zusammenfassen und das Weitere muß dann schon der rein logischen Deduktion überlassen bleiben. Andernfalls, wenn man diese logische Strenge nicht anstrebt, wäre es konsequenter, wie es Schopenhauer vorgeschlagen hat, überhaupt auf Axiome und logische Deduktionen zu verzichten, und jeden Lehrsatz direkt aus der Anschauung zu begründen.

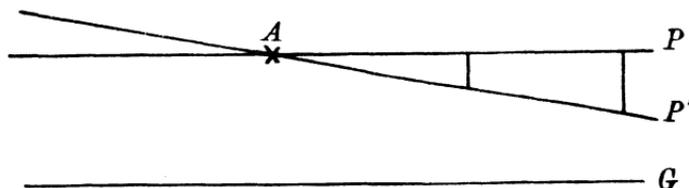
Gegenwärtig besitzen wir in Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ ein System, das von diesem Fehler frei ist, das außer dem in den Axiomen Niedergelegten gar nichts voraussetzt und alles Weitere durch den rein logischen Schluß entwickelt.

Das war die eine Richtung, in der die Geometrie selbst über Euklid hinausging: Verschärfung und Vervollständigung des Axiomensystems.

Wesentlicher für unsere Frage ist der Fortschritt in anderer Richtung, der nicht zur Vervollständigung, sondern zur Unterminierung des Euklidischen Systems führte.

Unter Euklids Axiomen findet sich eines, das sogenannte Parallelenaxiom, das so wenig einleuchtend schien, daß sich unzählige Mathematiker Jahrhunderte hindurch bemühten,

die Geltung dieses Axioms aus anderen herzuleiten oder Widersprüche zu konstruieren, indem sie von ihm abgingen. Das Axiom lautet: Durch einen Punkt außerhalb einer Geraden G gibt es nur eine Gerade, welche G nicht schneidet (die Parallele). Daraus ergeben sich dann die weiteren Sätze, daß der Abstand zweier solcher Parallelen konstant ist, daß sie mit einer schneidenden Geraden gleiche Winkel bilden usw.



Ist es aber, so fragten die Mathematiker, wirklich notwendig, diese Annahme zu machen? Wäre es widersprechend, anzunehmen, daß es in diesem Punkte ein ganzes Bündel von nicht schneidenden Geraden gibt? Und muß es überhaupt eine solche Nichtschneidende geben?

Solche Annahmen werden dem Nichtmathematiker desto unglaublicher erscheinen, je mehr er noch mit Resten mathematischer Schulweisheit belastet ist. Denn zu den meisten Sätzen der üblichen Geometrie stehen diese Annahmen allerdings im Widerspruch, aber nicht zu anderen Axiomen oder zu sich selbst. Was man geneigt ist einzuwenden, setzt immer Lehrsätze voraus, die mit Hilfe dieses Axioms abgeleitet werden.

Man könnte z. B. sagen: Die Euklidische Parallele behält immer denselben Abstand bei, jede andere Gerade durch den Punkt A kommt unserer Geraden G immer näher, muß sie also, genügend weit verlängert, doch schließlich schneiden. Das ist aber ganz falsch. Die Gerade P' könnte sich an die Gerade G asymptotisch annähern, ohne sie je zu erreichen, der Abstand ständig abnehmen, ohne je null zu werden. Wenn man dagegen einwenden wollte, daß das wohl bei einer krum-

men Linie möglich wäre, daß bei einer Geraden aber der Abstand von P proportional dem Stück, um das wir von A aus weiterschreiten, wachsen müsse, dann legt man statt des allgemeinen Begriffes der Geraden, den der Euklidischen Geraden zugrunde, setzt die Geltung des eben diskutierten Euklidischen Parallelenaxioms voraus. Denn diese Proportionalität ist zwar z. B. aus der Ähnlichkeit der Dreiecke mit gleichen Winkeln abzuleiten, aber daß das Verhältnis der Seiten durch die Größe der Winkel bestimmt ist, daß es in diesem Sinne ähnliche Dreiecke gibt, das gilt gerade nur in der Euklidischen Geometrie, d. h. unter Voraussetzung des Parallelenaxioms. Denselben fehlerhaften Zirkel begehen natürlich die Beweisversuche, die eine „Verschiebung“ der ganzen Figur vornehmen, als ob es ohne die Geltung des Parallelenaxioms irgendeinen Sinn hätte, an verschiedenen Stellen in der gleichen Richtung zu verschieben.⁴

8. Daß das Abgehen von diesem Axiom zu keinem Widerspruch in sich oder zu anderen Axiomen führt, das ist von den Mathematikern Lobatschewsky, Bolyai und Gauß in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts in der Weise gezeigt worden, daß sie ein vollständiges System der Geometrie ausbauten unter der Annahme, entweder daß es unendlich viele Nichtschneidende gibt oder aber, daß alle Geraden durch einen außerhalb einer Geraden gelegenen Punkt diese schneiden. Der strenge Beweis für die Widerspruchslosigkeit dieser Geometrien kann auf zweierlei Weisen geführt werden.

Erstens durch die analytische Geometrie. Wenn man durch die Beziehung auf ein Achsensystem jedem Punkt im

⁴ Es scheint mir nicht überflüssig, darauf einzugehen, weil man derartige Einwände sehr oft in der philosophischen Literatur findet, z. B. selbst bei einem so scharfsinnigen und in den exakten Wissenschaften geschulten Denker wie J. Kries, mit dem ich mich in der grundsätzlichen Auffassung der Naturerkenntnis einig weiß. S. „Logik“. Tübingen 1916. 6. Anhang.

Raum drei Zahlen zuordnet, die seine Lage bestimmen, so entspricht jeder geometrischen Beziehung eine bestimmte Zahlenbeziehung und der Gesamtheit der geometrischen Sätze eine Gruppe von analytischen Sätzen. Ein geometrisches System, das in dieser Weise darstellbar ist, könnte also nur dann Widersprüche enthalten, wenn die Analysis selbst widerspruchsvoll wäre. Da nun in der Tat die nicht-euklidischen Geometrien analytisch dargestellt werden können, so ist damit ihre logische Widerspruchslosigkeit erwiesen.

Eine zweite Methode zum Nachweis der Widerspruchslosigkeit der nichteuklidischen Geometrien ist ihre Übersetzung ins Euklidische. Man kann nämlich jedem Gebilde des nichteuklidischen Raumes bestimmte Gebilde des euklidischen zuordnen, z. B. den Geraden einer gewissen nichteuklidischen Ebene größte Kugelkreise im euklidischen Raum, und kann so alle Beziehungen der nichteuklidischen Geometrie durch solche der euklidischen darstellen. So lassen sich z. B. alle Verhältnisse der sphärischen Geometrie, die aus der Annahme entspringt, daß es keine Parallele, keine Nichtschneidende gibt, vollkommen durch die Verhältnisse auf einer Kugeloberfläche des euklidischen Raumes darstellen.

Ich halte es nicht für zweckmäßig, auf diese beliebten Veranschaulichungen der nichteuklidischen Geometrien durch krumme Flächen im euklidischen Raum näher einzugehen. Denn diese Darstellungen haben wohl hauptsächlich den Irrtum verursacht, als sei das Ganze nur ein Spiel mit Worten. Man nenne den Kreis eine Gerade, die Kugel eine Ebene usw., und dann ließen sich freilich leicht die sonderbarsten Dinge von Geraden und Ebenen beweisen. Es wäre dann z. B. kein Wunder, wenn sich für die Winkelsumme des Dreiecks mehr ergibt als zwei Rechte, denn das sei eben kein ebenes Dreieck, sondern ein Dreieck auf einer Kugelfläche.

Dieses Mißverständnis ist folgendermaßen aufzuklären: Man verbindet, auch bei einer nur oberflächlichen geometrischen Kenntnis, ganz präzise Begriffe mit den geläufigen

geometrischen Namen; man schreibt ihnen jedoch alle die Merkmale zu, die ihnen nach der Geometrie, die man gemeinhin allein kennt, der euklidischen auf Grund der euklidischen Axiome zukommen. Unter einer Geraden z. B. versteht man eine Linie, welche, durch zwei Punkte bestimmt, als kürzeste Verbindung, in jedem Punkte gleich gerichtet, nach beiden Seiten ins Unendliche läuft.

Dies ist aber durchaus kein einfacher Begriff, der sich nicht in seine Elemente auflösen ließe. Die verschiedenen Merkmale sind nicht durch logische Notwendigkeit miteinander verbunden. Es ist absurd anzunehmen, daß eine so charakterisierte Gerade in sich selbst zurückläuft, weil man die Unendlichkeit in ihren Begriff aufgenommen hat. Es ist aber nicht der mindeste Widerspruch dabei, daß die in jedem Teile kürzeste Verbindungslinie oder die durch zwei Punkte eindeutig bestimmte Linie oder die Linie konstanter Richtung als geschlossene Linie in sich zurückkehrt. Und es ist auch nicht abzusehen, warum eine Linie, die jene Definitionsmerkmale trägt, deshalb nicht gerade sollte heißen dürfen, weil sie von der euklidischen Geraden in der angegebenen Weise abweicht.

9. Solche Unklarheit über die zugrunde liegenden Begriffe vermeidet die neuere Geometrie, wie sie in Hilberts „Grundlagen“ ihren klassischen Ausdruck gefunden hat, durch die Methode der impliziten Definition. Die Gebilde der Geometrie sind hier durch nichts anderes definiert als durch das, was in den Axiomen an Beziehungen zwischen ihnen ausgesagt wird. Es sind reine Relationsbegriffe, mit denen man nach Belieben Anschauungen verbinden oder nicht verbinden kann.

Bei Euklid gibt es noch solche Definitionen wie: Ein Punkt ist das, was keine Teile hat, eine Definition, die für den weiteren logischen Aufbau ganz belanglos ist, und nur dazu dienen soll, ein bestimmtes Anschauungsobjekt zu suggerieren. Die Hilbertsche Geometrie dagegen müßte

auch ein denkendes Wesen verstehen und einsehen können, das mit den Worten „Punkt“, „Gerade“, „Ebene“ usw. gar keine Anschauung verbindet oder eine, die mit der unseren nichts gemein hat als eben jene Beziehungen, die in den Axiomen niedergelegt sind. Z. B. den Satz, daß zwei Punkte eine Gerade bestimmen, kann man sich so veranschaulichen: Alle Menschen sollen so vielen Vereinen angehören, daß sich für irgend zwei Menschen immer ein bestimmter Verein angeben läßt, dem sie beide angehören. Aber sie vermeiden es grundsätzlich, mehr als einem Verein gemeinsam anzugehören. Daraus folgt dann natürlich, daß zwei verschiedene Vereine nur ein Mitglied gemeinsam haben können (den „Schnittpunkt“), Vereine, die überhaupt keine Mitglieder gemeinsam haben, wären die „Parallelen“ usw.

Solange wir nicht nach dem Verhältnis einer derartigen Geometrie zur Erfahrung fragen, solange wir sie nicht in der Physik anwenden wollen, so lange ist offenbar von einem solchen Begriffssystem nicht mehr zu verlangen, als daß die Axiome untereinander widerspruchsfrei⁵ sind und daß aus ihnen nur Folgerungen gezogen werden, die den Regeln der Logik entsprechen.

Bei dieser Auffassung ist es dann natürlich sinnlos, zu fragen, ob die euklidische oder die Lobatscheffskysche Geometrie richtig ist, die beiden handeln ja von verschiedenen Begriffen; die Folgerungen, die beide aus in sich widerspruchsfreien Axiomensystemen herleiten, sind als Folgerungen aus verschiedenen Voraussetzungen notwendig verschieden; aber darin liegt kein Widerspruch. Denn die euklidische Ebene ist durch andere Beziehungen definiert als z. B. die Lobatscheffskysche. Das meint auch Einstein, wenn er im ersten Paragraph seiner gemeinverständlichen Darstellung sagt, daß die Frage nach der Wahrheit der Axiome keinen Sinn hat.

⁵ Nur noch eine gewisse Vollständigkeit könnte gefordert werden, deren Sinn freilich nicht leicht zu präzisieren ist.

Das ist klar, wenn man sich vergegenwärtigt, daß wir von den Dingen, von denen in den Axiomen die Rede ist, eben nicht mehr wissen, als uns die Axiome sagen, und daß die scheinbaren Widersprüche nur dadurch zustande kommen, daß wir an ein System mit Begriffen herantreten, die wir aus einem anderen gewonnen haben.

10. Wenn nun trotzdem die Frage gestellt wird, ob die euklidische Geometrie wahr ist oder nicht, so meint man damit offenbar, ob sie auf irgendwelche empirische Dinge anwendbar ist, ob man sie in der Physik voraussetzen kann.

Das war es ja auch, worauf es Kant ankam, als er den Axiomen apriorische Gewißheit zuschrieb. Er dachte dabei nicht etwa, daß wir nur in der „reinen Anschauung“ beliebige Phantasiegebilde fingieren können und uns dann mit der logischen Ableitung der Eigenschaften dieser Gedankendinge die Zeit vertreiben dürfen, ohne je mit der Logik in Widerspruch zu geraten. Sondern gerade das wollte er rechtfertigen, daß man in der Physik von den realen Dingen, soweit ihre geometrischen Eigenschaften in Betracht kommen, die Sätze der euklidischen Geometrie ohne weiteres als gesichert ansieht.

Nach unserer Auffassung der Axiome müssen wir die Frage so formulieren: Gibt es in der Natur bestimmte Dinge, für die diese oder jene Axiome der Geometrie erfüllt sind? Die Geometrie selbst lehrt uns dann durch die zwingende Kraft ihrer Schlüsse, daß von diesen Objekten jedenfalls auch die entsprechenden Lehrsätze gelten müssen.

Die Frage, die wir an die Erfahrung zu stellen haben, ist also nicht die, ob die Dinge sich nach dieser oder jener Geometrie richten, diese oder jene Axiome befriedigen, sondern die: Welche Dinge verhalten sich gemäß diesen, welche gemäß jenen Axiomen bzw. unter welchen Bedingungen verhalten sich die Körper so, unter welchen anders? Denn es ist kein logischer Widerspruch, wenn sich manche Körper, wie starre Körper nach Euklid, andere wie starre Körper nach

Lobatscheffsky verhalten, und die Einsteinsche Theorie führt in der Tat zu dem Ergebnis, daß das geometrische Verhalten von den physikalischen Bedingungen, speziell dem Gravitationsfeld abhängt.

11. Das steht nun freilich in diametralem Gegensatz zu der gewöhnlichen Auffassung der Geometrie, nach der sie nicht von den Körpern, sondern vom Raume handelt. Wir diskutieren diese Anschauung an den Argumenten ihres scharfsinnigsten Vertreters, H. Poincarés.

Poincaré hält zwar die euklidische Geometrie nicht für die einzig denkbare, aber er glaubt doch, daß wir in der praktischen Anwendung niemals von ihr abzugehen Grund haben werden, weil sie von allen geometrischen Systemen das prinzipiell einfachste ist und es keine Erfahrungstatsache geben könnte, die sie zu widerlegen imstande wäre.

Er erläutert das in „Wissenschaft und Hypothese“⁶ sonderbarerweise gerade an dem Beispiel, das nun durch die Relativitätstheorie sozusagen aktuelle Bedeutung gewonnen hat. „Man stelle sich“, heißt es dort, „einen materiellen Kreis her, messe dessen Halbmesser und Umfang und versuche zu sehen, ob das Verhältnis dieser beiden Längen gleich π ist; was hat man damit getan? Man wird ein Experiment gemacht haben über die Eigenschaften der Materie, aus welcher man diesen Kreis gefertigt hat, und derjenigen Materie, aus welcher man die zum Messen benutzten Metermaße gefertigt hat, nicht aber ein Experiment über die Eigenschaften des Raumes.“

Aber wie ließe sich die Geometrie überhaupt auf die Wirklichkeit anwenden, wenn sie grundsätzlich nur vom Raum und nicht auch von den raumerfüllenden Körpern handelte? Gewiß ist der materielle Kreis nicht der ideale, den die Geometrie definiert, gewiß haben wir keine Berechtigung, anzunehmen, daß wir jemals durch irgendwelche Messungen mit

⁶ A. a. O. 5. Kap.

völliger Exaktheit die Gleichheit der Abstände der Kreispunkte vom Mittelpunkt werden feststellen können. Aber könnten wir mit der Begründung, daß ein solcher materieller Kreis kein genauer Kreis ist, jede beliebige, regelmäßig auftretende Abweichung des Messungsergebnisses von π erklären?

Auch in anderen Gebieten der Physik gebrauchen wir Idealisierungen, Schematisierungen, denen die Erfahrungsobjekte nur mehr oder minder genau entsprechen. So versteht die Thermodynamik unter dem „idealen Gas“ ein Gas, das ein bestimmtes Zustandsgesetz genau erfüllt. Jedes wirkliche Gas zeigt größere oder geringere Abweichungen von dem Verhalten des idealen Gases, und trotzdem sind die Gesetze des idealen Gaszustandes wertvoll für die Anwendung auf das wirkliche Verhalten der Gase. Denn wir haben offenbar guten Grund, anzunehmen, daß alles, was wir von dem idealen Gase an Eigenschaften ableiten können, für die wirklichen Gase mit desto größerer Genauigkeit zutrifft, je genauer sie das Gesetz erfüllen, durch das das ideale Gas gekennzeichnet ist.

Das gleiche gilt für die geometrischen Begriffe. Wenn die Geometrie mehr sein soll als ein müßiges Phantasiespiel, so müssen wir annehmen, daß die Eigenschaften eines Kreises einem materiellen Gebilde mit desto größerer Genauigkeit zukommen, je geringer seine Abweichungen von der Kreisgestalt sind.

12. Aber wenn nun der verwendete Maßstab kein richtiger starrer Stab war? Wenn er während der Messung seine Länge änderte? Dann können wir nicht einmal beurteilen, in welchem Maße das gegebene Gebilde unseren geometrischen Begriffen nahe kommt.

Die entscheidende Bedeutung der Frage nach dem Kriterium, an dem der starre Körper zu erkennen ist, ersieht man daraus, daß Hugo Dingler in seinen „Grundlagen der Physik“ die unbedingte Geltung der euklidischen Geometrie sehr einfach dadurch sicherstellt, daß er den starren Körper als denjenigen definiert, für den die Sätze der

euklidischen Geometrie gelten.⁷ Dann ist es natürlich notwendig, jede Abweichung durch die Annahme zu erklären, daß wir noch nicht den richtigen starren Körper gefunden haben.

Definiert man dagegen den starren Stab als den, der seine Länge nicht ändert, bzw. den starren Körper als den, von dem irgend zwei Punkte ihren Abstand beibehalten, so scheint damit nicht viel getan. Denn würde man nicht wieder einen anderen starren Stab brauchen, um festzustellen, ob ein gegebener Körper starr ist, ob sich ein Abstand nicht geändert hat? Durch Aneinanderlegen von Körpern läßt sich allerdings bestimmen, welche gemeinsam keinesfalls der Gruppe starrer Körper angehören können, nämlich solche, welche, aneinander gemessen, ein variables Größenverhältnis zeigen. Aber so läßt sich ein Verfahren zur Aussonderung der wirklich starren Körper nicht definieren. Ist der Diamant starr, dann ist es die Kautschukschnur nicht, läßt sich aber die Kautschukschnur als starr ansehen, dann ist es der Diamant nicht mehr.

Trotz alledem wissen wir in der Praxis ganz gut, was ein starrer Körper bedeutet und durch welches Verfahren wir diesem Ideal mit wirklichen Körpern näher und näher kommen können.⁸

Was wir dabei zugrunde legen, ist außer jenem scheinbar so wertlosen Begriff der unveränderten Länge weiter nichts als das Kausalgesetz bzw. der Satz vom zureichenden Grunde. Daraus ergeben sich etwa folgende Regeln:

1. Körper aus gleichem Material verhalten sich gleich in bezug auf die Längenänderung.
2. Längenänderung kann nur eintreten in gesetzmäßiger Abhängigkeit von irgendwelchen Ursachen.

⁷ H. Dingler, „Die Grundlagen der Physik, synthetische Prinzipien der mathematischen Naturphilosophie“. Berlin und Leipzig 1919. In seinen „Grundlagen der angewandten Geometrie“, Leipzig 1911, hat er schon den gleichen Gedanken ohne so groteske Übertreibungen dargelegt.

⁸ Vgl. dazu den einleitenden Dialog in Eddingtons oben zitiertem Buche.

3. Wenn eine Reihe von Körpern unter demselben Einfluß ihre Länge ändert, so kommt derjenige dem Ideal des starren Körpers am nächsten, bei dem diese Änderung im Vergleiche zur ursprünglichen Länge am geringsten ist.

Aus 1. folgt, daß wir die Kautschukschnur nicht als starren Körper ansehen können. Denn zwei Dinge dieser Art werden nicht der Bedingung der gemeinsamen Zugehörigkeit zur Gruppe der starren Körper genügen. Nach 3. gelingt es uns z. B., den Wärmeausdehnungskoeffizienten verschiedener Stoffe zu bestimmen und so diese Fehlerquelle zu eliminieren. Der entscheidende Gesichtspunkt ist aber die in 2. formulierte Anwendung des Kausalgesetzes.

Hier liegt auch der Grund, warum Dinglers Weg, der eigentlich nur eine vor den abstrusesten Konsequenzen nicht zurückschreckende Fortsetzung des von Poincaré eingeschlagenen Weges darstellt, ungangbar ist. Es genügt nicht, das allgemeine Prinzip aufzustellen, daß jede Abweichung von der euklidischen Geometrie zugleich eine Abweichung von der Starrheit bedeutet, sondern es müßte auch erst die Möglichkeit nachgewiesen werden, jede solche Abweichung nicht durch willkürliche Annahmen, sondern durch aufweisbare physikalische Ursachen zu erklären.⁹ Wäre es z. B. möglich, in Einsteins verallgemeinerter Theorie jede Abweichung von der Euklidizität in bestimmter gesetzmäßiger Weise durch Deformation der Körper infolge der Gravitation zu erklären, dann hätte Dingler recht, trotz dieser Abweichungen die euklidische Geometrie für die einzige zu halten. Warum diese Möglichkeit nicht besteht, davon wird später noch die Rede sein.

13. Nach denselben Prinzipien beurteilen wir die Frage nach der Geradlinigkeit der Lichtstrahlen. Bekanntlich hatte schon Gauß den Gedanken, die Gültigkeit der euklidischen Geometrie durch Ausmessung der Winkelsumme großer

⁹ Zum Problem des starren Körpers vgl. noch Kap. IX, § 15.

Dreiecke zu kontrollieren. Dagegen meint nun Poincaré: Was man in der Astronomie gerade Linien nennt, das sind die Lichtstrahlen; ergibt also ein aus Lichtstrahlen gebildetes Dreieck eine von 180^0 verschiedene Winkelsumme, so können wir entweder die euklidische Geometrie aufgeben oder die Gesetze der Optik abändern, die Annahme der geradlinigen Fortschreitung des Lichtes in homogenen Medien fallen lassen. „Es genügt hinzuzufügen, daß jedermann diese letztere Lösung als die vorteilhaftere ansehen würde.“

Jedermann ist, glaube ich, anderer Meinung, wenn er bedenkt, daß zwar durch das Abgehen von den euklidischen Axiomen kein logisches Prinzip verletzt wird, wohl aber der Satz vom Grunde durch die Annahme einer Abweichung von der Geraden, als der ausgezeichneten Verbindungslinie zweier Punkte, solange sie nicht durch irgendwelche Inhomogenität in der Umgebung aufzuklären ist.

Poincaré gibt in diesem Zusammenhang ein Kriterium an, woran man die Frage nach der richtigen Geometrie entscheiden könnte. Dazu brauchte man nur eine Eigenschaft zu kennen, die die Gerade in allen geometrischen Systemen hinreichend kennzeichnet, und könnte die so bestimmte Gerade dann auf eine andere Eigenschaft untersuchen, die ihr nur auf Grund des Parallelenaxioms zukommt. Nun gibt es in der Tat eine solche vom Parallelenaxiom unabhängige Eigenschaft der Geraden; sie bildet die Drehungsachse eines starren Körpers. Wenn ein solcher unter Festhaltung zweier Punkte bewegt wird, so liegen alle anderen Punkte, die außerdem fest bleiben, auf einer Geraden. Doch Poincaré ist auch damit nicht zufrieden. Denn, wendet er ein, woran erkennt man, daß diese Punkte fest geblieben sind und daß das ein starrer Körper war? Dazu müssen wir ja wieder Entfernungen wissen, und wie können wir wissen, ob irgendeine gemessene Größe die Entfernung richtig wiedergibt?

Hier fehlt es an Klarheit über die prinzipielle Voraussetzung, unter der allein Anwendung der Geometrie auf die Wirklich-

keit, praktische Geometrie möglich ist, die Voraussetzung, die Einstein in seinem Akademievortrag¹⁰ so entschieden hervorgehoben hat. Damit die Frage, ob diese oder jene Geometrie in der Wirklichkeit gilt, überhaupt sinnvoll gestellt werden kann, muß man wissen, welche physikalischen Objekte den geometrischen Begriffen entsprechen sollen. Hat man der Strecke der abstrakten Geometrie das Punktepaar auf dem starren Körper zugeordnet und dem Begriff der „Deckung“ die direkt wahrnehmbare Koinzidenz der Enden solcher physikalischer Strecken, dann erst kann man entscheiden, ob diese oder jene Geometrie gilt. Man muß wissen, mit welchen Körpern und wie Entfernungen zu messen sind, und diese Meßkörper müssen physikalisch definiert sein, und nicht wieder, wie Dingler will, durch rein geometrische Beziehungen.

VIII. Geometrie als physikalische Hypothese.

1. Daß die Geometrie es in der Tat nicht mit dem „Raum“ schlechthin zu tun hat, sondern mit einem ganz bestimmten Raum, der gerade auch durch das Verhalten der starren beweglichen Körper in ihm charakterisiert ist, diese Erkenntnis verdanken wir vor allem den grundlegenden Untersuchungen von Riemann und Helmholtz. An sie muß jeder Versuch, einen etwa vorhandenen apriorischen An-

¹⁰ „Geometrie und Erfahrung“. Berlin 1921, Springer. Es scheint mir zu viel zugestanden, wenn Einstein hier meint, Poincaré behalte *sub specie aeterni* recht. Denn wenn auch der von Einstein zugrunde gelegte Begriff des starren Körpers nicht für die Ewigkeit feststeht, so werden wir darum doch nicht auf den Poincaréschen Standpunkt zurückgelangen, daß die euklidische Geometrie wegen ihrer Einfachheit unbedingt gelten muß, und wir werden auch niemals die von Poincaré nicht erfaßte Notwendigkeit der Zuordnung physikalischer Dinge zu den geometrischen Begriffen vergessen.

teil an den Grundsätzen der Geometrie herauszuschälen, anknüpfen.

Riemann unternimmt es in seiner berühmten Habilitationsschrift¹, den Begriff des Raumes durch Determination aus dem der mehrfach ausgedehnten Größe zu gewinnen. Daß es mehrfach ausgedehnte Größen der mannigfachsten Art geben kann, scheint ihm schon Grund genug, daß es nur Erfahrungsstatsachen sein können, die unter allen möglichen Räumen den wirklichen Raum kennzeichnen.

Wir müssen auch die Möglichkeit in Betracht ziehen, daß der Raum der Physik, wenn auch nicht logisch, so doch in der Weise a priori ausgezeichnet ist, daß er die notwendigen Bedingungen enthält, unter denen ein Ordnungsschema allein geeignet ist, das Naturgeschehen in einen gesetzlichen Zusammenhang einzufügen. Der Beweis für die Richtigkeit einer solchen Auffassung scheint mir allerdings trotz der transzendentalen Ästhetik und Natorps „Logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften“ noch nicht erbracht. Wir bescheiden uns hier damit, die noch ungelösten Probleme aufzuzeigen und anzudeuten, in welcher Richtung nach dem bisherigen Stand der mathematischen Grundlagenuntersuchungen die Lösung vielleicht zu suchen wäre.

2. Schon die oberste Bestimmung, daß der Raum keine diskrete Mannigfaltigkeit, kein Punkthaufen, sondern ein Kontinuum ist, führt Riemann als Hypothese ein und H. Weyl meint dazu, daß nach den Ergebnissen der Quantentheorie die endgültige Lösung des Raumproblems vielleicht gerade in der Annahme einer diskreten Mannigfaltigkeit liegen könnte. Die unmittelbare „Anschauung“, zu der Zuflucht zu nehmen hier nahe liegt, ist gewiß nicht imstande, zur Lösung dieser Frage Entscheidendes beizutragen; sie kann höchstens plausibel machen, daß die Menge der Punkte im

¹ „Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen“. Neu herausgegeben von H. Weyl. 2. Aufl. Berlin 1921, Springer. Riemanns Abhandlung erschien 1854.

Raume „dicht“ ist, d. h. daß zwischen irgend zwei Punkten immer ein Punkt liegt; das leistet aber bekanntlich die abzählbare Menge der Rationalzahlen auch.

Eine ernsthafte Diskussion dieser Frage wäre nur so möglich, daß man versucht, ein ohne das Stetigkeitsaxiom aufgebautes System der Geometrie der theoretischen Physik zugrunde zu legen. Natürlich dürfte man dann auch nicht mehr Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Koordinatenfunktionen voraussetzen; ob dann noch eine mathematische Physik möglich wäre, darf man auch bezweifeln, wenn man nicht an das C o h e n s c h e Mysterium der Erzeugung der Realität durch die Infinitesimalrechnung glaubt.

3. Noch schlimmer steht es um die apriorische Begründung der Dreidimensionalität des Raumes bzw. der Vierdimensionalität der Welt.

Wenn die auch hier so gern als Zeuge angerufene „Anschauung“ zu entscheiden hätte, dann müßten wir dem Raume eher zwei Dimensionen zuschreiben. Denn was wir wirklich direkt „anschauen“, sind Flächen. Körper können wir uns nur indirekt veranschaulichen, indem wir sie von verschiedenen Seiten betrachten oder die Bewegungsvorstellungen zu Hilfe nehmen. Auf so indirekte Weise kann man sich aber bei genügender mathematischer Kenntnis auch mehr-als-drei-dimensionale Mannigfaltigkeiten veranschaulichen. Die Schwierigkeit, die darin liegt, kann doch nicht mehr beweisen als die Tatsächlichkeit des dreidimensionalen Raumes, die ja nicht in Frage steht und genügend erklärt, warum wir uns in ihm so viel besser und leichter orientieren und der „gesunde Menschenverstand“ an eine höhere Dimensionenzahl so wenig denkt, wie an vom Licht nur quantitativ verschiedene Vorgänge, die dennoch nicht als Farben sichtbar sind.

In Natorps² Deduktion, die zur Ergänzung der Mannig-

² „Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften“. „Wissensch. und Hyp.“ Bd. XII. Leipzig und Berlin 1910, B. G. Teubner. S. 306 ff.

faltigkeit der Richtungen von der Geraden zur Ebene, zur Ergänzung der Mannigfaltigkeit der Drehungen von der Ebene zum dreidimensionalen Raum fortschreitet und hier offenbar nur deshalb stehen bleibt, weil der Begriff der Bewegung des dreidimensionalen Raumes als Ganzes in einer höherdimensionalen Mannigfaltigkeit nicht die gleiche erfahrungsbedingte Anschaulichkeit besitzt wie die Drehung im dreidimensionalen, kann ich weder das Prinzip des Fortschrittes zur höheren Dimensionenzahl, noch den Abschluß bei der dritten Dimension zwingend finden.

B. Bolzanos „Versuch einer objektiven Begründung der Lehre von den drei Dimensionen des Raumes“³ ist bemerkenswert durch die Methode, die dieser scharfsinnige Denker anwendet; es ist diejenige, welche nach der hier zugrunde gelegten Auffassung allein zum Ziele führen könnte.

Bolzano versucht nämlich, aus der uns unmittelbar gegebenen zeitlichen Ordnung der Bewußtseinstatsachen und allgemeinen Prinzipien der Zuordnung abzuleiten, daß wir den dreidimensionalen Raum brauchen, um die objektiven Wirkungszusammenhänge der Mannigfaltigkeit unseres Bewußtseins entsprechen lassen zu können. Daß den drei Angaben, Anfangspunkt, Maßeinheit, Durchlaufungssinn, durch die die Meßskala im eindimensionalen Kontinuum der Zeit festgelegt ist, gerade drei Dimensionen des Raumes entsprechen müssen, ist allerdings nicht im mindesten einleuchtend.

Nunmehr verspricht uns H. Weyl auf Grund seiner Erweiterung der Voraussetzungen der Riemannschen Geometrie, „die bisher immer nur als zufällig hingenommene Dreidimensionalität des Raumes begreiflich zu machen“⁴

Fügt man nämlich zur Forderung der Koordinateninvarianz noch die der Eichinvarianz⁵ hinzu, so gibt es nur in einer vierdimensionalen Welt eine so einfache Invariante, wie

³ Aus den Abhandlungen der böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1843.

⁴ A. a. O. S. 259.

⁵ S. unten § 8.

es die Maxwellsche Wirkungsgröße ist.⁶ Ein Beweis wäre das freilich erst dann, wenn man auch einsehen könnte, daß die Naturgesetze aus einem Variationsprinzip abgeleitet werden müssen, das dieser allgemeinsten Invarianzforderung genügt, und daß diese Ableitung bei einem Raum von anderer Dimensionenzahl unmöglich wäre.

4. Aber wenn man den Raum als dreidimensionales Kontinuum voraussetzt, so weiß man damit noch gar nichts von allen jenen Eigenschaften der Körper, die sich durch Messung feststellen lassen. Man weiß nur, daß man jeden Punkt eindeutig angeben kann durch Zuordnung von drei Zahlen; das kann auf die verschiedenste Weise so geschehen, daß benachbarten Punkten wenig verschiedene Zahlenwerte entsprechen.

Dann ergibt sich die Frage, wie jener Ausdruck aus den Koordinaten zweier Punkte zu berechnen ist, der ihren „Abstand“ angibt. In der abstrakten Geometrie kann man natürlich Übereinstimmung in irgendeiner solchen Koordinatenfunktion als Kongruenz definieren. In der praktischen Geometrie, jener Geometrie, die bei den Messungen der Physik verwendet werden soll, ist dagegen zu verlangen, daß Übereinstimmung dieser Zahlen bei zwei irgendwo gelegenen Punktepaaren bedeutet, daß zwei starre Stäbe, deren Endpunkte mit diesen Punkten entsprechend koinzidieren, durch Bewegung zur Deckung gebracht werden können. Das Entsprechende gilt für zwei Strecken, die einen Winkel einschließen.

Es zeigt sich nun, daß die Maßbestimmung aufs engste zusammenhängt mit dem Trilemma des Parallelenaxioms; jeder der drei Möglichkeiten der euklidischen, hyperbolischen und sphärischen Geometrie, der einen, der unendlichvielen und der überhaupt nicht existierenden Nichtschneidenden

⁶ So viel ich verstehe, hängt das mit der einfachen Tatsache zusammen, daß nur im dreidimensionalen Raum einem Vektor und einem schiefsymmetrischen Tensor die gleiche Komponentenzahl zukommt.

entspricht eine andere Maßbestimmung. Man kann sich diesen nicht ohne weiteres durchsichtigen Zusammenhang veranschaulichen, indem man sich vergegenwärtigt, daß nach dem bekannten Satz der euklidischen Geometrie, wonach „Parallele zwischen Parallelen“ gleich sind, eine Länge nach einem beliebigen anderen Ort kongruent übertragen werden kann.

5. Riemann zeigte jedoch, daß alle diese Geometrien noch eine Voraussetzung gemeinsam haben, die zur Begründung der metrischen Geometrie nicht notwendig ist, nämlich die, daß es zu jedem Körper an jeder anderen Stelle des Raumes einen kongruenten gibt, oder daß man einen starren Körper überallhin bewegen kann. Die Messung verlangt nur kongruente Übertragung eines Maßstabes an einen beliebigen Ort, der Maßstab aber kann beliebig klein sein. Wir brauchen also nicht eine allgemeine Formel für den Abstand beliebig weit voneinander entfernter Punkte, sondern es genügt ein Ausdruck für den Abstand benachbarter Punkte, d. h. ein Ausdruck, dessen Gleichheit die Deckung der entsprechenden Stäbchen desto genauer gewährleistet, je kleiner wir sie annehmen.

Riemann nimmt weiter an, daß für solche benachbarte Punkte der pythagoräische Lehrsatz gelten soll, woraus sich in einem rechtwinkligen Koordinatensystem der übliche aus den Quadraten der Koordinatendifferentiale gebildete Ausdruck für den infinitesimalen Abstand, das sogenannte Linienelement, ergibt, in einem beliebigen Koordinatensystem die Wurzel einer quadratischen Form in den Koordinatendifferentialen nach der Formel:

$$ds = \sqrt{g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + g_{33} dx_3^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + 2g_{13} dx_1 dx_3 + 2g_{23} dx_2 dx_3}$$

oder

$$ds^2 = \sum_{i,k}^{1,2,3} g_{ik} dx_i dx_k.$$

Wenn in dieser Weise die Metrik in einem bestimmten Koordinatensystem dadurch festgelegt ist, daß die Koeffizien-

ten g_{ik} als Koordinatenfunktionen gegeben sind, dann ist damit auch schon bestimmt, wie ein Vektor (das ist eine gerichtete Strecke) parallel zu sich selbst in einen benachbarten Punkt übertragen wird, wofern wir von der Parallelverschiebung voraussetzen, daß sie die Länge ungeändert läßt und in einem geeignet gewählten Koordinatensystem durch die Gleichheit der Komponenten des Vektors dargestellt wird.

Die g_{ik} , durch die sich die verschiedenen Mannigfaltigkeiten voneinander unterscheiden, hängen aber auch vom Koordinatensystem ab, und wir dürfen darum zwei Kontinua nicht darum für verschieden halten, weil die g_{ik} verschiedene Koordinatenfunktionen sind, vielmehr müssen wir sie dann als ihrer metrischen Beschaffenheit nach gleich ansehen, wenn sich durch Einführung geeigneter Koordinatensysteme in beiden die gleiche Form für ds^2 , d. h. die gleichen Funktionen für g_{ik} herbeiführen lassen, also wenn die zunächst verschiedenen g_{ik} durch stetige Koordinatentransformationen ineinander übergeführt werden können. Dementsprechend müssen die Gleichungen, durch die der metrische Charakter eines Kontinuums dargestellt wird, bei einer stetigen Koordinatentransformation in Geltung bleiben, sie müssen also durch das Verschwinden von Größen ausgedrückt werden, die, wenn sie in einem Koordinatensystem verschwinden, in jedem verschwinden. Diese Eigenschaft haben die sogenannten Tensoren. Die metrische Beschaffenheit eines Kontinuums ist demnach durch allgemeine (d. h. gegenüber beliebigen stetigen Koordinatentransformationen) kovariante Gleichungen auszudrücken.

6. Gauß verdanken wir die Kenntnis des hierfür bedeutsamen Tensors, der sich aus dem Begriff der Parallelverschiebung herleiten läßt.

Wenn wir einen Vektor um eine Fläche herum parallel zu sich selbst verschieben, so ist es nur in der euklidischen Geometrie so, daß er unverändert zurückkehrt, sich nach Aus-

führung dieser Operation mit seiner Ausgangslage deckt. Im allgemeinen schließt die Endlage mit der Anfangslage einen Winkel ein, der von der umfahrenen Fläche abhängt. Man überzeugt sich davon leicht anschaulich, indem man eine solche Parallelverschiebung z. B. um den Quadranten einer Kugel herum vornimmt.

Ein Vektor ξ mit den Komponenten ξ^1, ξ^2, ξ^3 , der um ein von den infinitesimalen Strecken dx und δx aufgespanntes Flächenelement herumgeschoben wird, unterscheidet sich von seiner Ausgangslage allgemein um ein Stück

$$\Delta \xi_i = \sum_{k,l,m}^{1,2,3} R_{klm}^i \xi^k dx^l \delta x^m \quad (i = 1, 2, 3).$$

Dieser von der Lage und Stellung der umfahrenen Fläche abhängige Ausdruck R_{klm}^i ist der Riemannsche Krümmungstensor, der die Metrik der Mannigfaltigkeit charakterisiert. Sein Verschwinden bedeutet „Ebenheit“ des Raumes, Geltung der euklidischen Geometrie; konstante von 0 verschiedene Werte führen zur hyperbolischen oder sphärischen Geometrie.

Den entsprechenden Begriff für zweidimensionale Flächen hat bekanntlich schon Gauß abgeleitet; hier, wo nicht verschiedene Flächenrichtungen zu unterscheiden sind, ist die Krümmung nicht ein System von Zahlen, sondern eine Zahl, und hat die anschauliche Bedeutung, die wir mit dem Wort „Krümmung“ verbinden.

Das hat zu dem Mißverständnis geführt, als sei ein „gekrümmter“ Raum, d. h. ein solcher, bei dem der Krümmungstensor von 0 verschieden ist, nur in einem höherdimensionalen eingebettet denkbar. Demgegenüber muß betont werden, daß es für die Krümmung gerade charakteristisch ist, daß sie durch Messungen in der Mannigfaltigkeit selbst feststellbar, ohne Bezugnahme auf etwas außer ihr liegendes definiert ist.⁷ Man kann sich wohl z. B. die Unmöglichkeit der

⁷ Daher darf man nicht zur Veranschaulichung des Begriffes krumme

kongruenten Verpflanzung beliebiger Gebilde an Orte anderer Krümmung dadurch veranschaulichen, daß man sich ein Flächenstück auf einem Ei von der schmaleren auf die breitere Seite verschoben denkt; aber man darf nicht glauben, daß im Raume variabler Krümmung der kongruent übertragene Körper an einer Stelle von anderer Krümmung mit einem Stückchen etwa in die vierte Dimension hinausragt.

7. Eine eigentümliche Schwierigkeit liegt in der Riemannschen Annahme der Gültigkeit der euklidischen Geometrie im Kleinen, sobald sie von der abstrakten Mannigfaltigkeit auf den wirklichen Raum übertragen wird, eine Schwierigkeit, deren sich Riemann selbst bereits vollkommen bewußt war.

Während nämlich die Präzision der mathematischen Begriffsbestimmung zu verlangen scheint, daß das Kleine als unendlich klein im Sinne des Grenzwerts genommen wird, d. h., wie oben gesagt, daß die Abweichung beliebig klein wird, wenn man genügend kleine Gebiete in Betracht zieht, sowie jede Kurve der Geraden, jede Fläche der Ebene in genügend kleinen Bereichen beliebig nahe kommt, darf das Kleine der Physik nicht zu klein werden. Denn sobald wir in subatomistische Dimensionen kommen oder gar ins Innere des Elektrons, wird der Begriff des starren Körpers völlig problematisch, wir müssen mit dem Auftreten der stärksten Kraftfelder rechnen, und die Annahme der Homogenität verliert jede Berechtigung. Riemann ließ daher auch ausdrücklich die Geltung seiner Annahme für das Unendlich-kleine dahingestellt.

Die Formel für das Linienelement ist also so aufzufassen, daß sie für gewisse „ziemlich große“ kleine Gebiete gilt ($1 m^2$ ist z. B. in diesem Sinne schon durchaus als klein anzusehen) und daß etwaige Abweichungen sich durch weitere Verklei-

Linien heranziehen. Denn diese Krümmung läßt sich durch Messungen in der Linie nicht feststellen.

nerungen gar nicht reduzieren lassen, sondern daß wir uns damit begnügen müssen, diese Abweichungen noch immer sehr klein gegenüber der Größe des betrachteten Gebietes zu finden. Es ist nicht zu verkennen, daß dadurch diese ganze Auffassung einen noch viel deutlicher empirischen Charakter gewinnt. Welche Geometrie im Bereiche des Elektrons anzunehmen ist, darüber weiß heute wohl noch niemand Bestimmtes zu sagen; sollte sich die von H. Weyl jüngst entwickelte Auffassung⁸ bewahrheiten, wonach dort, wo das Elektron sitzt, sozusagen ein Loch aus dem Raume ausgestochen ist, dann wäre diese Frage überhaupt sinnlos.

In der allgemeinen Relativitätstheorie, wo der näherungsweise Geltung der euklidischen Geometrie in der Umgebung eines Punktes die der speziellen Theorie entspricht, ist es auch klar, daß das „Kleine“ nicht von der Größenordnung des Elektrons, sondern etwa von der eines Laboratoriums ist.

8. Läßt sich der Übergang von der euklidischen zur Riemannschen Geometrie als Übergang von der „Fern-“ zur „Nahegeometrie“ auffassen, so ist dieser Übergang in der Riemannschen Geometrie noch nicht rein vollzogen, sofern dieser Gedanke hier nur auf die Parallelität, nicht auf die Kongruenz angewandt wird.

In der euklidischen Geometrie wird angenommen, es ließe sich in beliebigen Entfernungen eindeutig bestimmen, was parallele Vektoren sind, in der Riemannschen gilt das nur für benachbarte Punkte, natürlich wieder in dem Sinne, daß die Abweichungen von der Eindeutigkeit geringfügig werden, wenn die Punkte genügend nahe aneinander rücken. Wird ein Vektor längs eines bestimmten Weges parallel verschoben, so ist sonach zwar das Ergebnis eindeutig bestimmt und durch Integration bestimmbar, indem man den Weg in Elemente zerlegt, aber es hängt vom Wege ab; zwei auf verschiede-

⁸ A. a. O. S. 238.

nen Wegen übertragene Vektoren schließen im allgemeinen (d. h. wenn dieses Raumstück nicht gerade die Krümmung = 0 hat) nach dem oben Gesagten einen Winkel ein. Die Parallelverschiebung ist in dem Sinne nicht integrabel, daß es keine Ortsfunktion gibt, die das Ergebnis dieser Übertragung darstellt, weil es eben nicht nur vom Endpunkt, sondern auch vom Wege abhängt.

Während nun Riemann noch annimmt, daß die Gleichheit des Linienelementes in beliebig entfernten Punkten eindeutig bestimmt ist, also in diesem Falle nicht den Fernvergleich durch die Übertragung von Punkt zu Punkt ersetzt, hat Weyl⁹ den Gedanken durchgeführt, daß die kongruente Streckenübertragung auch nur für benachbarte Punkte zu definieren, auf beliebige Entfernungen aber nicht eindeutig bestimmt, sondern vom Wege abhängig ist, und hat so gezeigt, daß auch auf dieser erweiterten Grundlage metrische Geometrie möglich ist. Wie bei Riemann durch die Richtungsänderung bei Umlaufung einer geschlossenen Kurve der Krümmungstensor definiert wird, so hier durch die Änderung der Länge l eine „Streckenkrümmung“ f_{ik} nach der Gleichung:

$$\Delta l = l \sum_{ik} f_{ik} dx_i \delta x_k.$$

Wie sich die Riemannsche Krümmung aus den ersten und zweiten Differentialquotienten der Koeffizienten der quadratischen Form, der g_{ik} , nach den Koordinaten ableitet, so f_{ik} aus den ersten Differentialquotienten einer Linearform, welche die relative Längenänderung bei kongruenter Übertragung in den benachbarten Punkt darstellt. Denn nur bei einer bestimmten ausgezeichneten Wahl der Längeneinheit in benachbarten Punkten, bei bestimmter „Eichung“ ist Kongruenz einfach durch Längengleichheit gegeben, so wie nach dem oben Gesagten Parallelität in benachbarten Punkten auch nur in bestimmten ausgezeichneten Koordinatensystemen

⁹ A. a. O. S. 109 ff.

einfach als Gleichheit der Komponenten erscheint. Doch genügt diese Annahme, um für beliebige Eichung sicherzustellen, daß die Längenänderung sich als Linearform in den Koordinatendifferentialen darstellt.

Die Möglichkeiten der Inhomogenität des Raumes sind dadurch um eine vermehrt und das Prinzip der Relativität der Größe in dem Sinne durchgeführt, daß nunmehr alle geometrischen Sätze unabhängig von der Wahl der Längeneinheit in den einzelnen Punkten zu formulieren sind, d. h. so, daß sie ihre Geltung beim Übergang zu einer anderen Eichung nicht verlieren (Invarianz gegenüber Umeichung).¹⁰ Die Geltung der euklidischen Geometrie in der Umgebung eines Punktes bleibt bestehen.

Die Konsequenz dieser Weiterführung zur „reinen Infinitesimalgeometrie“ ist vom logischen Standpunkt unbestreitbar.

9. Trotz der großen von Helmholtz, Sophus Lie und neuerdings von Weyl daran gewandten Mühe ist noch nicht völlig klargelegt, worauf eigentlich die Geltung der euklidischen Geometrie, des pythagoräischen Lehrsatzes in der Umgebung eines Punktes beruht, d. h. wodurch die quadratische Form vor anderen möglichen Formen für das Quadrat des Linienelementes ausgezeichnet ist.

Helmholtz' Ableitung aus der Forderung der Monodromie¹¹, d. h. der Forderung, daß ein um einen Endpunkt gedrehter Stab in seine Ausgangslage zurückkehrt, scheint mathematisch nicht befriedigend.

Weyl¹² hat die quadratische Form des Linienelementes aus folgenden Axiomen abgeleitet:

¹⁰ Es handelt sich natürlich nicht darum, daß man statt mit cm mit m messen kann, sondern darum, daß man in A mit cm und in B mit m messen kann und sich allgemein gar nicht entscheiden läßt, ob das gleiche oder verschiedene Längen sind.

¹¹ „Über die Tatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen“. Göttinger Nachrichten 1868.

¹² „Die Einzigartigkeit der Pythagoreischen Maßbestimmung“. Mathem. Zeitschr. 12. Bd. S. 114—146.

1. Die Drehung läßt das Volumen (ausgedrückt durch die Determinante aus den Komponenten der Vektoren, die es bilden) ungeändert.

2. Der metrische Zusammenhang, d. h. die Art, wie eine Strecke kongruent in den benachbarten Punkt zu übertragen ist, ist durch den Raum selbst nicht bestimmt, sondern hier sind alle Möglichkeiten der Bestimmung durch den Rauminhalt offen; aber durch den metrischen Zusammenhang ist die Parallelverschiebung bereits eindeutig bestimmt.

Worin die prinzipielle Bedeutung gerade dieser Voraussetzungen liegt, weiß ich nicht zu sagen. A priori notwendig scheint mir nur die Annahme, daß die metrische Übertragung in den benachbarten Punkt nicht durch den Raum selbst, sondern durch den Rauminhalt bestimmt ist, was im folgenden aus der Relativität des Raumes geschlossen wird.

10. Doch ungeachtet ihrer logischen Zulässigkeit läßt sich gegen alle diese Abweichungen von der euklidischen Geometrie ein prinzipieller Einwand erheben. Die Inhomogenität des Raumes, die der Riemannschen Geometrie wesentlich ist, scheint nämlich mit seiner Relativität in Widerspruch zu stehen. Die Relativität des Raumes bedeutet, daß sich seine Punkte lediglich durch ihren Inhalt unterscheiden lassen, daß demzufolge die Lage eines Punktes nur durch Bezugnahme auf irgend etwas Raumerfüllendes angebbar ist, niemals aber durch unterscheidende Merkmale der Raumpunkte selbst. Nimmt man aber mit Riemann an, daß die metrischen Eigenschaften der Körper von Punkt zu Punkt wechseln, ließen sich dann nicht die Raumpunkte durch ihre metrischen Eigenschaften unterscheiden, hätten wir dann nicht den absoluten Raum in extremster Form? Wäre das nicht ein direkter Widerspruch gegen die Auffassung des Raumes als bloßen Ordnungsschemas?

Aber diese Schwierigkeit wußte Riemann selbst schon zu vermeiden durch den Gedanken, daß es die „bindenden

Kräfte“ der Materie sind, welche die metrischen Eigenschaften bestimmen. Wie sich die Punkte des Raumes nur durch den Rauminhalt unterscheiden, so hängt die Verschiedenheit der metrischen Eigenschaften von nichts anderem ab als von den raumerfüllenden Dingen. Wir können also nicht etwa nach Umlagerung der Körper denselben Raumpunkt an seinen metrischen Eigenschaften wiedererkennen, sondern in voller Übereinstimmung mit der Relativität des Raumes sind die durch den Rauminhalt bedingten die einzig wahren Unterschiede.

Macht man sich das klar, so sieht man ein, daß das einzige Argument, welches, auf den prinzipiellen Vorzug der euklidischen Geometrie gestützt, die Notwendigkeit ihrer Geltung für die wirkliche Welt dartun sollte¹³, nicht Stich hält. Der euklidische Raum ist, wie gesagt, vor dem allgemeinen Riemannschen dadurch ausgezeichnet, daß er völlig homogen ist. Diese Eigenschaft teilt er jedoch mit allen Räumen von konstanter Krümmung. Ist die Krümmung von null verschieden, so ist die Homogenität nur insofern nicht vollkommen, als dann das Prinzip der Relativität der Größe nicht gilt; es gibt ausgezeichnete Längen, es gibt keine ähnlichen Figuren mit gleichen Winkeln und gleichem Seitenverhältnis, aber von verschiedener Größe.

Alle diese Unterschiede ließen sich durch den Raum an sich als leeres Ordnungsschema nicht begründen. Riemannsche Geometrie ohne den Riemannschen Gedanken der Bestimmung der Maßverhältnisse durch den physikalischen Inhalt wäre daher allerdings eine Absurdität.¹⁴

¹³ E. König, „Kant und die Naturwissenschaft“. Braunschweig 1907. S. 94f.

¹⁴ Ich bin daher mit Weyls Darstellung des Riemannschen Gedankens nicht ganz einverstanden. Er erläutert ihn nämlich (a. a. O. S. 88ff.) *ex contrario*, indem er sich alle Massen so umgelagert denkt, daß sie in bezug auf ein neues Koordinatensystem ebenso angeordnet sind, wie sie es

Diesen wesentlichen Punkt hat H. Dingler vergessen, wenn er gegen die Anwendung der Riemannschen Geometrie in der Physik einwendet, das verstoße gegen das Kausalgesetz, welches für jede Abweichung von der Euklidizität eine Erklärung durch physikalische Kräfte verlange. Das ist ganz richtig, ist aber im Rahmen der Riemannschen Geometrie durch die Einsteinsche Gravitationstheorie geleistet.

Wie wichtig es ist, dieses Selbstverständliche im Auge zu behalten, daß der Unterschied der Raumpunkte am Raum-inhalte haftet, wie der mathematische Formalismus imstande ist, selbst dem klarsten Denker einen so einfachen Zusammenhang zu verschleiern, das bezeugt Einsteins „Beweis“ für die Unmöglichkeit allgemein kovarianter Gleichungen¹⁵, der so lange für richtig gehalten wurde, bis Einstein selbst diese als unmöglich erwiesenen Gleichungen aufstellte.

Der Beweis sollte nämlich zeigen, daß die Gleichberechtigung aller Koordinatensysteme mit dem Kausalgesetz unverträglich wäre. Das ist vom Standpunkte der Erkenntnistheorie auch deshalb bemerkenswert, weil wir hier sehen, wie die theoretischen Physiker selbst sich sehr wohl der Bedeutung dieser Voraussetzung bewußt sind, fiel es doch keinem ein,

in bezug auf das ursprüngliche waren. Dann sind die g_{ik} dieselben Funktionen der neuen Koordinaten, nicht aber die Funktionen, die durch Transformation auf die neuen Koordinaten aus den ursprünglichen Funktionen hervorgehen würden, wie es der „Mietskasernen“auffassung des Raumes entspräche. Um mit diesem Gedanken überhaupt einen Sinn verbinden zu können, muß man sich das ursprüngliche Koordinatensystem etwa durch ein Fadennetz realisiert denken, das bei der Umlagerung der Massen fest bleibt, so daß man „den gleichen Ort“ nach der Umlagerung wiedererkennt, andernfalls ist nämlich die ganze Umlagerung fiktiv. Natürlich ist Weyls Darstellung sachlich richtig, aber sie führt den Riemannschen Gedanken als etwas Paradoxes ein, statt seine ganze Natürlichkeit dadurch hervortreten zu lassen, daß man betont, daß die verschiedenen Orte nur durch die Verschiedenheit des Rauminhaltes unterscheidbar sind.

¹⁵ Ber. d. Berl. Akad. 1914 „Die formalen Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie“ § 12.

mit den Positivisten zu sagen, man müsse eben einfach den Kausalbegriff über Bord werfen. Es gilt vielmehr als notwendige Voraussetzung, daß der weitere Verlauf aller physikalischen Größen durch die Anfangswerte zu einer bestimmten Zeit in dem entsprechenden Raum-Zeit-Gebiet eindeutig bestimmt ist.

Einstein dachte sich nun diese Anfangswerte gegeben und nun nach den Naturgesetzen die g_{ik} bestimmt; zu diesem Zwecke müssen wir uns das Koordinatensystem irgendwie in den Bereich, für den wir die g_{ik} bestimmen wollen, fortgesetzt denken. Das ist aber auf ganz beliebige Weise möglich. Da es aber nur auf die Anfangswerte ankommt, so müßten sich für alle verschiedenen denkbaren Koordinatensysteme die gleichen g_{ik} ergeben. Es scheint also so, als ob einem bestimmten Welt-punkt nicht ein bestimmter Funktionswert entsprechen würde, sondern ein ganz beliebiger je nach der Lage des benützten Koordinatensystems, die ja ganz beliebig sein soll.

Der Fehler dieses Beweises liegt eben darin, daß die Bestimmung irgendwelcher Größen in bezug auf ein Koordinatensystem, das nicht physikalisch durch Bezugnahme auf den Weltinhalt definiert wird, eine sinnlose Aufgabe ist.¹⁶

Aus dem prinzipiellen Vorzug der euklidischen Geometrie läßt sich immerhin eine apriorische Folgerung ziehen¹⁷, nämlich daß sie dort gelten muß, wo der Einfluß der Massen nicht in Betracht kommt, bzw. daß wir ihrer Geltung desto näher kommen müssen, je weiter wir uns von den Massen entfernen, und ebenso, daß der Raum dem konstanten Krümmungsmaß desto näher kommt, je gleichmäßiger

¹⁶ Vgl. dazu Hilberts „Grundlagen der Physik“, 2. Mitteilung. Göttin-ger Nachr. 1917.

¹⁷ Allerdings eigentlich nur dann, wenn wir nur zwischen der euklidischen und der Riemannschen Geometrie zu wählen haben, wenn wir uns also über den prinzipiellen Vorzug der ihnen gemeinsam zugrunde liegenden Annahmen klar sind, eine Voraussetzung, zu deren Erfüllung nach dem früher Gesagten so ziemlich alles fehlt.

die Massenverteilung ist. Beide Folgerungen entsprechen der Einsteinschen Theorie; die erste ist allerdings von geringer physikalischer Bedeutung, wenn Einsteins noch zu erörternde kosmologische Hypothese zutrifft, derzufolge der Raum annähernd homogen mit Masse erfüllt ist, wenn wir also nicht durch genügende Entfernung von unserem Fixsternsystem in „euklidische Regionen“ kommen können.

11. Nach welchen Gesetzen der materielle Gehalt der Welt die metrischen Eigenschaften der Körper bestimmt, das ist nun offenbar eine Frage, die nicht anders entschieden werden kann als irgendeine andere Tatsachenfrage, die wir an die Natur richten: durch eine Theorie, die Experimente und Beobachtungen bestätigen oder widerlegen können. Damit fällt die Schranke zwischen Geometrie und Physik, und Einsteins Antwort auf die Frage nach der Möglichkeit apriorischer Aussagen über das geometrische Verhalten der Dinge erscheint nun völlig klar: „Soweit sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher und, insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf Wirklichkeit.“¹⁸

Würde sich Weyls metrische Theorie der Elektrizität bewahrheiten und wäre wirklich die Fülle alles Geschehens durch die Gesetze der Gravitation und Elektrizität dargestellt, ließe sich insbesondere auch das dunkle Reich der Quantenerscheinungen in diesen Lichtkreis ziehen, dann wäre die ganze Physik in Geometrie aufgelöst. Freilich wird darum die Physik nicht „geometrische Notwendigkeit“¹⁹, sondern die Geometrie physikalische Hypothese.

Was wir schon eingangs im allgemeinen sagten, daß sich niemals eine Hypothese allein, sondern, streng genommen, immer nur der ganze Gesetzeszusammenhang der Physik an der Erfahrung prüfen läßt, gilt auch im vollen Umfange für

¹⁸ „Geometrie und Erfahrung“, S. 3.

¹⁹ So Haas in den „Naturwissenschaften“ 1920.

Wiss. u. Hyp. 23: Winternitz, Relativitätstheorie

das Verhältnis von Geometrie und Physik, sofern noch ein von der Geometrie verschiedener Teil der physikalischen Theorie übrig bleibt. Es ist ebenso unmöglich, irgendeinen geometrischen Satz ohne physikalische Annahmen als irgendeine physikalische Hypothese ohne geometrische Voraussetzungen an den Tatsachen zu erproben. Aber daraus folgt nicht, daß wir mit bestimmten, schon a priori feststehenden geometrischen Erkenntnissen an die Erfahrung herantreten müssen, oder daß wir, wie Poincaré wollte, an der „bequemsten“ Geometrie festhalten und die physikalischen Gesetze entsprechend abändern können. Denn Tatsachen für sich können zwar nicht Prinzipien umwerfen, wohl aber die höchsten notwendigen Prinzipien alle anderen mit Hilfe der Tatsachen. Daß auch hier wie bei der speziellen Theorie der Satz des zureichenden Grundes die letzte entscheidende Instanz ist, werden wir noch im folgenden sehen.²⁰

IX. Allgemeine Relativität und Gravitation.

1. Wir kehren nunmehr zu dem Problem zurück, das uns schon zu Beginn unserer Betrachtungen beschäftigte, zum Problem der Relativität der Bewegung. Wir haben dort auch bereits das Postulat der allgemeinen Relativität formuliert. Da jeder Körper mit dem gleichen Recht als ruhend angesehen werden kann, so können unmöglich bestimmte Körper durch ihren Bewegungszustand derart ausgezeichnet sein, daß die Naturgesetze nur in einem System gelten, in dem diese Körper ruhen. Die Naturgesetze müssen vielmehr so formuliert werden, daß sie beim Übergang zu einem beliebigen anderen System in Geltung bleiben. Sofern sich eine Bewegung in irgendwelchen physikalischen Wirkungen bemerkbar macht, so kann es dabei nur auf die relative Bewegung

²⁰ Kap. X § 1, 7.

ankommen, und man muß die physikalischen Erscheinungen an dem bewegten Körper genau ebenso erhalten, wenn man ihn als ruhend und dafür andere als relativ zu ihm bewegt ansieht. Die Tatsache, die der Eimerversuch zeigt, daß eine beschleunigte Bewegung bestimmte physikalische Folgen hat, kann natürlich keine Theorie aus der Welt schaffen, aber der Forderung der Relativität ist Genüge geschehen, wenn diese Wirkungen auf die Änderung der relativen Geschwindigkeiten der Massen zurückgeführt werden, ohne einen Unterschied daraus zu machen, welche von den Massen ihre Lage ändert.

2. Häufig findet man das allgemeine Relativitätspostulat einfach formuliert als die Forderung der allgemeinen Kovarianz der Naturgesetze. Das bedeutet: Wenn irgend zwei Koordinatensysteme, S und S' , nur der Bedingung genügen, daß benachbarten Punkten in S benachbarte Punkte in S' entsprechen (Stetigkeit), und die Naturgesetze in S durch das Verschwinden bestimmter Funktionen φ der Koordinatendifferentiale dx und der physikalischen, meßbaren, vom Koordinatensystem abhängigen Größen (Tensoren) g darstellbar sind, also durch

$$\varphi(dx_1, dx_2 \dots g_1, g_2 \dots) = 0$$

und man ersetzt die x und g durch jene Funktionen von x' und g' , durch die sie sich darstellen lassen müssen, da bestimmte Beziehungen zwischen den Koordinatensystemen bestimmte Beziehungen zwischen den physikalischen Größen zur Folge haben, so erhalten wir aus den Naturgesetzen $\varphi = 0$ in S genau die gleichen Beziehungen in den gestrichenen Größen für S' :

$$\varphi(dx'_1, dx'_2 \dots g'_1, g'_2 \dots) = 0.$$

Allein in dieser rein formalen Bedingung kann das Wesentliche des Relativitätsgedankens nicht enthalten sein, da sich zeigen läßt, daß sich beliebige Naturgesetze dieser Bedingung entsprechend mathematisch formulieren lassen.¹

¹ Weyl a. a. O. S. 205.

So hat z. B. Poincaré gezeigt, wie man die Relativität trotz der Newtonschen Mechanik auch auf Drehungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ausdehnen könnte; man müßte nur die Gesetze so formulieren, daß die Winkelgeschwindigkeit in ihnen nicht vorkommt, sondern nur ihre Konstanz ausgedrückt wird. Das Gesetz, daß sich diese von anderen in bestimmter Weise abhängige Größe mit der Zeit nicht ändert, wäre dann ein solches auch gegenüber Drehungen kovariantes Gesetz.

Doch wäre mit einer solchen Kovarianz tatsächlich nichts geleistet. Denn wenn man mit Hilfe dieses Naturgesetzes den Ablauf irgendeines mechanischen Prozesses in einem System vorausbestimmen wollte, so müßte man aus diesem Gesetz (durch Integration) ein anderes ableiten, in dem die kunstvoll eliminierte Winkelgeschwindigkeit wieder auftaucht. Diese aber wäre dann nach der Auffassung Newtons nicht als irgendeine wahrnehmbare Beziehung zu wahrnehmbaren Dingen erkennbar, sondern als Eigenschaft der „absoluten Bewegung“ nur aus den mechanischen Vorgängen in dem System selbst zu entnehmen.

Anders in der allgemeinen Relativitätstheorie. Auch hier ist durch die allgemeine Kovarianz nicht ausgeschlossen, daß in jedem System bestimmte Größen auftreten, die für das mechanische und metrische Verhalten der Körper gerade in diesem System maßgebend sind; aber das Entscheidende ist, daß diese Größen selbst aus der Massenverteilung und der Bewegung des Systems zu den Massen nach allgemein kovarianten Gesetzen zu bestimmen sind.²

Enthält so das Postulat der allgemeinen Koordinatenkova-

² Einstein sieht den wesentlichen Wert der Kovarianzforderung darin, daß sie ein Prinzip der Auswahl unter dem Gesichtspunkt der Einfachheit liefert. Denn wenn auch alle Gesetze prinzipiell in eine solche Form gebracht werden können, so doch nur durch größere oder kleinere Komplikationen. („Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie“. Ann. d. Phys. Bd. 55. 1918.)

rianz auf der einen Seite weniger als das Postulat der allgemeinen Relativität, so scheint es auf der anderen Seite wiederum wesentlich darüber hinauszugehen. Denn hier ist von beliebigen stetigen Koordinatentransformationen die Rede, während das Prinzip der Relativität der Bewegung doch nur Kovarianz gegenüber solchen Transformationen verlangen würde, welche Bewegungen darstellen.

Einstein wurde aber mit Notwendigkeit zu dieser Verallgemeinerung gedrängt, weil beim Fortgang von der speziellen zur allgemeinen Theorie, unter der Voraussetzung der Ergebnisse jener Theorie, der Abhängigkeit von Zeit- und Raumgrößen nach der Lorentz-Transformation, in jenen Fällen, wo ihre Geltung vorausgesetzt werden kann, die Benützung kartesischer Koordinatensysteme nach den Gesetzen der euklidischen Geometrie und damit die Aussonderung der Gruppe der Bewegungen aus der der stetigen Transformationen überhaupt unmöglich wird.

3. Einstein begründet die allgemeine Kovarianzforderung noch durch eine andere Erwägung, die von prinzipiellem erkenntnistheoretischem Interesse ist. Er meint nämlich, diese Forderung sei darum berechtigt, weil stetige Transformationen als solche koinzidierende Weltpunkte in koinzidierende überführen und solche Koinzidenzen das einzige wären, was bei unseren Messungen beobachtet wird.³ Wir sehen einen Teilstrich einer Skala mit dem Endpunkt eines Körpers zusammenfallen, mit dem Ende eines Stabes bei einer Längenmessung, mit einem Flüssigkeitsniveau bei einer Volum- oder Temperaturmessung oder einen Lichtpunkt mit einem Fadenzentrum in einem Fernrohr bei einer optischen Beobachtung⁴ usw.

Die prinzipielle Bedeutung dieses Gedankens liegt darin,

³ „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“. Ann. d. Phys. 49, § 3. Lorentz, Einstein, Minkowski, „Das Relativitätsprinzip“, S. 86.

⁴ Hier ist es natürlich nicht der leuchtende Punkt, der mit dem Fadenzentrum koinzidiert, sondern der Lichtstrahl, der durch die Koinzidenz mit Auge und leuchtendem Punkt bestimmt ist.

daß dadurch die Beziehung zwischen der unmittelbar gegebenen und der physikalischen, gedachten Welt in bestimmter Richtung näher determiniert wird. Wir haben im einleitenden Kapitel nur allgemein gesagt, daß die physikalische Theorie nur durch den Zusammenhang mit den unmittelbar gegebenen Bewußtseinsinhalten Bedeutung gewinnt. Es ist aber klar, daß nicht alle Inhalte für diesen Zusammenhang gleich bedeutsam sind. Zunächst entfällt alles, was wir nicht zur „Wahrnehmung“ rechnen. Zwar denken wir auch Phantasie- und Erinnerungsvorstellungen durch Physikalisches, nämlich Physiologisches, bedingt, aber hier überwiegen die innerhalb unseres Leibes bzw. Hirnes liegenden Bedingungen so sehr, daß ihre Elimination notwendig ist, um zu dem objektiven, allen Menschen zugänglichen Weltbild zu gelangen. Kommt es nun in der Tat nur auf jene Koinzidenzen an, dann wäre eigentlich nur ein kleiner Ausschnitt aus der Wahrnehmungswelt für die Physik von entscheidender Bedeutung. Die Frage ist natürlich nicht so zu stellen, ob alle Beobachtungen in der Physik tatsächlich von dieser Art sind, — das trifft gewiß nicht zu (man denke z. B. an die Beobachtungen am Fettfleckphotometer, wo das Verschwinden einer Trennungslinie zwischen verschiedenen hellen Flächenstücken, oder am Polarisationsapparat, wo das Verschwinden eines Farbenunterschiedes festgestellt wird u. dgl.) —, sondern, ob sich alle physikalisch bedeutsamen Beobachtungen tatsächlich in dieser Form machen lassen.

Sofern alles Beobachtbare letzten Endes durch Messungen am schärfsten zu erfassen ist und alle Messungen auf die Feststellung des Zusammenfallens von Punkten hinauslaufen, erscheint Einsteins Behauptung allerdings unanfechtbar; doch gilt sie nur mit einer gewissen, nahezu selbstverständlichen Einschränkung. Nämlich das, was koinzidiert, unterscheiden und identifizieren wir offenbar nicht wieder durch Koinzidenzen, sondern durch qualitative und gestaltliche Momente. Wenn wir z. B. bewegte Partikeln in einem abgegrenzten Volumen

betrachten, um ihre Zusammentreffen festzustellen, so müssen wir sie doch offenbar zuerst voneinander unterscheiden und auf ihren Bahnen verfolgen können, ehe wir etwas über ihre Koinzidenzen auszusagen vermögen. Ebensovienig sind es Koinzidenzen, durch die wir die zwei Enden eines Stabes als zum selben Stab gehörig und diesen Stab bei mehrfachem Anlegen als denselben erkennen.⁵

Trotz dieser Einschränkung macht Einsteins Gedanke nicht nur die Berechtigung der Forderung allgemeiner Kovarianz verständlich, sondern auch die Möglichkeit zwischen der qualitativen und darum wesentlich unbestimmten Welt der Wahrnehmung und dem Reich präziser mathematischer Begriffe eine Korrespondenz herzustellen. Wir sehen hier, wie die Unbestimmtheit des Qualitativen nicht ausschließt, daß es in ihm hinsichtlich gewisser Beziehungen eindeutig entscheidbare Alternativen gibt, auf die es gerade bei physikalischen Beobachtungen ankommt.

4. Der physikalische Grundgedanke, der die Lösung des Problems der allgemeinen Relativität bzw. der Trägheitskräfte mit der des Gravitationsproblems verknüpft, ist die Äquivalenzhypothese. Sie besagt, daß die Wirkungsweise der Gravitationskraft und die der Newtonschen Trägheitskräfte vollkommen gleichartig ist. Exakt formuliert lautet sie so: Es ist durch keinerlei Beobachtungen entscheidbar, ob in einem gewissen Raum ein homogenes Gravitationsfeld herrscht (d. h. eine überall mit der gleichen Stärke nach der gleichen Richtung wirkende Schwerkraft) oder ob sich dieser Raum mit einer im Newtonschen Sinne „absoluten“, der Schwerebeschleunigung entgegengesetzt gleichen Beschleunigung bewegt. Ich wiederhole ganz kurz das von Einstein zur Erläuterung dieser Annahme gegebene Beispiel, weil der Sinn dieses Gedankenexperimentes oft mißverstanden wird.

⁵ Die Wahrnehmung kontinuierlichen Zusammenhangs erscheint also als ebenso wichtig wie die der Koinzidenzen.

Ein in einem Kasten, der irgendwo im Weltraum schwebt, eingeschlossener Beobachter nimmt wahr, daß alle freigelassenen Körper mit gleicher Beschleunigung zu Boden fallen und, wenn sie festgehalten werden, einen entsprechenden Druck auf ihre Unterlage ausüben. Er sieht außerdem an der Oberseite des Kastens einen Strick befestigt und konstatiert, daß er gespannt ist. Alle diese Erscheinungen lassen nach der Newtonschen Physik zwei verschiedene Erklärungen zu, nämlich entweder durch Schwerkraft oder durch Trägheitskraft, entweder durch die Annahme, daß sich unterhalb des Kastens eine schwere Masse befindet, die alle Körper in dem ruhenden Kasten derart anzieht, daß sie mit der beobachteten Beschleunigung fallen, und auch die Spannung an dem Strick verursacht, an dem der Kasten hängt, oder durch die Annahme, daß sich der ganze Kasten mit der beobachteten Beschleunigung relativ zu einem Inertialsystem aufwärts bewegt, wobei die Spannung in dem Strick durch die Kraft bewirkt ist, die den Kasten aufwärts zieht.

5. Daß diese beiden Annahmen für alle mechanischen Erscheinungen völlig äquivalent sind, folgt aus der Tatsache, daß alle Körper mit der gleichen Beschleunigung fallen, daß alle Körper unabhängig von allen sonstigen physikalischen Eigenschaften von der Gravitationskraft die gleiche Einwirkung erfahren. Dadurch ist diese Kraft in der Tat von allen anderen uns bekannten Naturkräften ausgezeichnet, und dieser Umstand ist es auch, der Einsteins geometrische Theorie der Gravitation möglich macht.

Diese fundamentale Eigenschaft der Schwere spricht sich in der Newtonschen Physik in dem (auch experimentell aufs genaueste geprüften) Gesetz aus, daß die träge und die schwere Masse eines Körpers (bei Wahl entsprechender Maßeinheiten) genau gleich sind. Das ist nach der klassischen Theorie der Gravitation eine durch kein allgemeineres Prinzip verständliche Kuriosität. Denn es sind zwei ganz verschieden definierte Größen, deren Gleichheit sich nachträglich herausstellt.

Die träge Masse ist eine Art Kraftkapazität oder ein Widerstand gegen das Beschleunigtwerden, eine Konstante, die angibt, welche Kraft nötig ist, um einem bestimmten Körper eine bestimmte Beschleunigung zu erteilen, also eine Größe, die bei allen mechanischen Erscheinungen eine wesentliche Rolle spielt.

Die schwere Masse hingegen ist eine nur für eine bestimmte, allerdings allen Massen eigentümliche Wirkungsart charakteristische Konstante; sie bestimmt die Größe der Anziehungskraft, die ein Körper ausübt.

Nur wenn diese beiden Konstanten bei jedem Körper einander proportional (also in entsprechend gewählten Einheiten gleich) sind, kommt das Ergebnis zustande, daß alle Körper beim Falle im leeren Raum gleich beschleunigt werden. Denn wenn A eine k mal größere träge Masse hat als B , dann ist eine k mal größere Kraft nötig, um ihm die gleiche Beschleunigung zu erteilen; das gilt aber gerade für die Schwerkraft, wenn die schwere Masse auch k mal größer ist.

Soweit nur mechanische Erscheinungen in Betracht gezogen werden, geht also die Äquivalenzhypothese nicht über die Newtonsche Physik hinaus. Aber wenn sie allgemein gelten soll, dann folgt aus ihr, daß die Schwerkraft auch auf alle anderen Erscheinungen denselben Einfluß hat, den wir aus der Annahme einer beschleunigten Bewegung herleiten könnten. So gelangen wir über das bisher Bekannte hinaus.

Da z. B. ein Lichtstrahl, der in einem Inertialsystem eine gerade Bahn beschreibt, in bezug auf ein beschleunigtes System eine Fallparabel durchläuft, genau wie ein mit Lichtgeschwindigkeit geschleuderter schwerer Körper, so folgt, daß die Schwerkraft auch auf das Licht in gleicher Weise wirken muß. So ergibt sich aus diesem einfachen Gedankengang jene Krümmung der Lichtstrahlen im Schwerefeld⁶, deren Beob-

⁶ Allerdings erhält man so bei sonstiger Beibehaltung des Newtonschen Gravitationsgesetzes nur die Hälfte der tatsächlich beobachteten und aus der vollständigen Einsteinschen Theorie zu berechnenden Ablenkung.

achtung bei der Sonnenfinsternis 1919 eine der glänzendsten Bestätigungen der Richtigkeit der allgemeinen Relativitätstheorie darstellt.

6. Um den Sinn der Äquivalenzhypothese richtig zu erfassen, muß man zweierlei im Auge behalten. Erstens, daß sich nicht jedes Gravitationsfeld durch die Annahme einer beschleunigten Bewegung des Raumes, in dem es beobachtet wird, ersetzen läßt, sondern nur ein homogenes. In einem stetig variierenden Feld können wir jedes genügend kleine Gebiet mit der gewünschten Annäherung als homogen ansehen, so wie auf der Erde ein genügend kleiner Teil einer Wasseroberfläche eben ist. Dagegen können wir nicht etwa das Gravitationsfeld der ganzen Erde durch eine explosionsartige Bewegung des Raumes nach allen Richtungen hin ersetzen.⁷

Zweitens: Wenn ich in einem konkreten Falle in einem bestimmten Gebiet eine Beschleunigung konstatiere, so steht es mir nicht frei, eine Masse zu erfinden, die nach dem Newtonschen Gesetz durch ihre Anziehungskraft diese Beschleunigung hervorbringt, oder ein Inertialsystem, relativ zu welchem mein Gebiet entsprechend bewegt ist; sondern durch die tatsächlich bestehende Massenverteilung ist vollkommen bestimmt, welcher Anteil auf die Anziehungskraft, welcher auf die Bewegung zurückgeht. Die Äquivalenzhypothese soll nur klar machen, daß die Wirkungsweise dieser beiden nach der Newtonschen Physik wesensverschiedenen Kräfte, der Schwerkraft und der Trägheitskraft, so völlig gleichartig ist, daß sie unter ein einheitliches Gesetz zu fassen ist. Solange der Beobachter (in dem oben erklärten Gedankenexperiment) in dem Kasten drinsteckt,

⁷ Das vergißt Reichenbächer in seiner Abhandlung „Schwere und Trägheit“ (Phys. Zeitschr. XXII 8, 1921, S. 234 ff.), wenn er die Frage stellt: „Wie sieht das Trägheitsfeld aus, das das Schwerfeld eines Massenpunktes ersetzt, und wie das Schwerfeld, das der gleichförmigen Umdrehung entspricht?“ Gewiß gibt es weder das eine noch das andere, sondern die Relativitätstheorie lehrt nur, daß zwischen dem einen und dem anderen kein wesentlicher Unterschied besteht; beides sind gegenseitige Massenwirkungen.

kann er zwischen den beiden möglichen Erklärungen nicht entscheiden; wenn er aber die ganze umliegende Welt betrachtet, müßte er natürlich feststellen können, ob da irgendwo eine Masse liegt, die den Kasten anzieht, oder ob irgendeine am Stricke ziehende Kraft den Kasten relativ zu irgendwelchen ein Inertialsystem bildenden Massen beschleunigt. Es liegt doch auf der Hand, daß ich z. B. auf der Erdoberfläche, wenn ich auch noch so schön an einer Stelle die Fallerscheinungen durch Aufwärtsbewegung des Raumes erklären kann, doch niemals auf den Einfall kommen werde, die Erde, die mir nun einmal vor der Nase liegt, wegzuninterpretieren.⁸

Reichenbäckers Einwände gegen die Äquivalenz von Schwere und Trägheit (in der zitierten Abhandlung) scheinen mir aus ähnlichen Mißverständnissen zu entspringen, vor allem aber aus der immer stillschweigend festgehaltenen Voraussetzung, daß im wesentlichen die Newtonsche Auffassung der Trägheitskräfte zu Recht besteht. Er sieht einen prinzipiellen Fehler darin, daß sich nach Einstein Gravitationsfelder durch Koordinatentransformation „erzeugen“ lassen. Da es aber für jede tensorielle Größe charakteristisch ist, daß ihr Wert von dem Koordinatensystem abhängt, so glaubt er, daß die Komponenten g_{ik} überhaupt nicht die Be-

⁸ Es schien mir nötig, das so eingehend zu erklären, weil ein Physiker vom Range G. Mies sich darüber nicht klar zu sein scheint. Wenigstens kann ich seinen gelegentlich erhobenen Einwand, daß man Massen nicht willkürlich fingieren dürfe, nicht anders verstehen. Jedes „fiktionalistische“ Mißverständnis hier abzuschneiden, scheint mir auch deshalb wichtig, weil eine Bemerkung von Einstein einen solchen Irrtum nahelegt. Er meint nämlich, daß durch die Äquivalenzhypothese die Beschleunigung ihre absolute Bedeutung verliere (Die Grundlage der allg. Relativitätstheorie, § 2, Lorentz, Einstein, Minkowski, „Das Relativitätsprinzip“, S. 83). Aber der Zusammenhang ist doch nicht so einfach. Die Beschleunigung im Inertialsystem verliert nicht dadurch ihren absoluten Charakter, daß ich die gleiche Wirkung bekommen würde, wenn irgendwo ein anziehender Körper wäre, sondern dadurch, daß ich dieselbe Wirkung erhalte, wenn ich den Körper als ruhend und die Massen, die das Inertialsystem bilden, als entsprechend bewegt annehme.

deutung von Gravitationspotentialen haben können (s. unten § 10), weil damit die fundamentale Erfahrungstatsache, daß Schwerefelder von den Massen erzeugt, aber nicht willkürlich von uns „fingiert“ werden können, außer acht gelassen wäre.

Nun ist es allerdings eine unvermeidliche Folge, sobald man beliebige Koordinatensysteme zuläßt, daß in allen physikalischen Größen von tensoriellem Charakter das physikalisch Bedeutsame mit dem aus der Besonderheit des Koordinatensystems entspringenden Unwesentlichen unlöslich verknüpft ist. Aber darin liegt keine Absurdität, wenn man sich nur klar macht, daß Potentiale, Kraftkomponenten, Impulskomponenten usw. eben keine absoluten physikalischen Gegebenheiten sind, sondern nur Hilfsmittel der Beschreibung eines Zustandes, daß sie also an und für sich gar keine Bedeutung haben, sondern eine solche erst durch den Zusammenhang mit dem Koordinatensystem, in dem sie bestimmt werden, gewinnen. Daher muß man eben die eigentliche Beschreibung des Zustandes nicht in der Angabe solcher Größen sehen, sondern in der Aufstellung invarianter Beziehungen, die in jedem Koordinatensystem gelten. Außerdem gibt es in der Tat wohl in jedem Fall ein „best angepaßtes“ Koordinatensystem, in dem die Vorgänge mit einem Minimum von Willkür beschrieben werden.

Daß ich die Gravitationsbeschleunigung an einer Stelle dadurch steigern kann, daß ich anders gerichtete Uhren an dieser Stelle anbringe, z. B. so, daß ein Lichtstrahl, je tiefer er kommt, an diesen Uhren gemessen, immer größere und größere Frequenzen erhält, hat allerdings keine rechte physikalische Bedeutung, obwohl es in der Einsteinschen Theorie gleichberechtigt neben anderen Schwere-Trägheitswirkungen steht, und es wäre vielleicht ganz gut, wenn man solche Möglichkeiten eliminieren könnte, ohne die großen Grundlinien der Theorie dabei zu zerstören (was kaum möglich ist, da es sich um eine unmittelbare Folge der Gleichberechtigung aller Koordinatensysteme handelt).

Reichenbächer ist aber im Irrtum, wenn er das Wesen der Trägheit in solchen willkürlich durch Einführung ungeeigneter Koordinatensysteme geschaffenen Erscheinungen sieht und darum gegen ihre Identifikation mit der Schwere protestiert. Das „Drehfeld“, die Zentrifugalkräfte in einem rotierenden System, wird nicht dadurch erzeugt, daß ich mir irgendwelche Vorgänge, an denen derartiges bisher nicht zu beobachten war, auf ein rotierendes Achsenkreuz bezogen denke, sondern indem sich ein Körpersystem tatsächlich relativ zu Massen bewegt, die diese Wirkung erzeugen.

Daß Reichenbächer, der Einstein die Verwechslung seiner eigenen Relativitätstheorie mit der Machschen vorwirft, weil er die aus der Lorentz-Transformation erwachsende Schwierigkeit für die Auffassung der Rotation nicht genügend berücksichtigt findet, diesen wesentlichen Gedanken, den die Einsteinsche Gravitationstheorie mit dem Machschen Relativitätsgedanken teilt, nicht begriffen hat, sondern unbewußt an der Newtonschen Auffassung festhält, zeigt sein „Beweis“, daß man außer beim Elektron überall von „absoluter“ Rotation sprechen müsse. Er meint, wenn die ganze Welt zu einem Körper zusammengeballt wäre, so könnte man doch durch Messungen entscheiden, ob sie sich dreht oder nicht. Es gibt zwar keinen anderen Körper, in bezug auf welchen die Umdrehung festgestellt werden könnte, „und doch wäre es widersinnig zu behaupten, daß aus diesem Grunde die Oberflächengestalt, die nur von inneren Kräften beherrscht wird, unbestimmt würde, da es auch unbestimmt wäre, ob der Körper sich bewegt oder nicht.“ Er will das Paradox so lösen, daß das Bezugssystem, relativ zu welchem die Rotation zu konstatieren wäre, sich durch die Bewegung der Atome bestimmen ließe.

Aber diese Lösung wie das Problem hält sich ganz im Rahmen der Newtonschen Vorstellung von den Trägheitskräften, die durch Rotation „im Raume“ oder in einem rätselhaften Inertialsystem hervorgerufen werden.

Wenn man diese Annahme fallen läßt, dann wird die Oberflächengestalt dadurch nicht unbestimmt, daß von einer Bewegung der ganzen Welt überhaupt nicht sinnvoll die Rede sein kann; sie hängt eben lediglich von der gegenseitigen Bewegung der Teile, aus denen dieser Weltkörper besteht, ab, und nicht von der mystischen „absoluten“ Rotation der ganzen Welt.

Ich halte es nicht für überflüssig, diese einfachen Grundgedanken immer und immer wieder durchzudiskutieren, da so viele Beispiele zeigen, daß hier an dem Einfachsten oft schon das Verständnis scheitert, das sich dann natürlich bei den schwierigeren Fragen noch viel weniger einstellen kann.

7. Die entscheidende Bedeutung der Äquivalenzhypothese liegt nach dem Gesagten darin, daß sie die Wesensgleichheit von Schwerkraft und Trägheitskraft zum Ausdruck bringt und so eine einheitliche Auffassung ermöglicht, die beide verständlich macht, ein Gesetz, welches die Bewegung der Massen in Abhängigkeit von ihrer gegenseitigen Lage und Bewegung darstellt, und so beide Wirkungsarten vereint enthält. Das kann natürlich nur durch eine Änderung der Vorstellung von beiden Kräften, durch ihre Angleichung aneinander geschehen.

Die Lösung des Problems der Relativität der Bewegung ist in der Auffassung der Trägheitskraft nach Analogie der Schwerkraft enthalten. So wie diese nur von der Lage der Massen zueinander abhängt, so sollen nach der schon von E. Mach geforderten, aber erst von Einstein durchgeführten Auffassung die Kräfte, welche Newton durch absolute Bewegung erklärte, nur von der gegenseitigen Bewegung der Massen zueinander abhängen.

Dann macht es in der Tat keinen prinzipiellen, sondern nur einen quantitativen Unterschied aus, ob der Fixsternhimmel oder ob der Eimer um das Wasser rotiert. In beiden Fällen müssen Zentrifugalkräfte auftreten, nur daß sie im zweiten Falle zu klein sind, um beobachtet werden zu können.⁹

⁹ Um hier völlig klar zu sehen, muß man sich den Unterschied gegen-

Sehen wir zu, wie auf der anderen Seite der Begriff der Gravitationskraft an den der Trägheitskraft angeglichen wird. Die Trägheitsbewegung ist die Bewegung, die ein sich selbst überlassener, „kräftefreier“ Massenpunkt beschreibt; in einem Inertialsystem ist sie geradlinig-gleichförmig; in jedem anders gewählten Bezugssystem treten Kräfte auf, eben die Trägheitskräfte, die bewirken, daß die Bewegung in bezug auf das Inertialsystem geradlinig-gleichförmig bleibt. Daraus erklärt sich auch ganz natürlich, daß alle Körper diesem Einfluß in gleicher Weise unterliegen.

Nun gilt aber genau das gleiche von der Schwerkraft. Die Äquivalenzhypothese lehrt uns, daß in einem geeignet gewählten Bezugssystem (dem mitfallenden System, das die Schwerebeschleunigung teilt,) überhaupt keine Schwerkraft auftritt; die Bewegung des Massenpunktes unter dem Einfluß der Schwerkraft ist in diesem „lokalen Inertialsystem“ gleichfalls geradlinig-gleichförmig.

Daher ist es ein ganz natürlicher Gedanke, den Begriff des kräftefreien bzw. sich selbst überlassenen Körpers so zu verallgemeinern, daß dabei der Einfluß der Schwere nicht abgezogen wird, da ja auch in der Tat jeder „sich selbst überlassene“ Körper, wenn man ihn nicht überhaupt aus der Welt entfernt, dieser Einwirkung notwendig unterliegt und die Schwerkraft auch nicht wie ein Druck oder Stoß äußerlich an dem Körper anpackt.

über der Relativität, welche die spezielle Theorie aussagt, vergegenwärtigen. Was wir an einem gleichförmig bewegten System geändert finden, ist nach der speziellen Theorie in dem Sinne relativ, daß es nur in solchen Systemen, relativ zu welchen die Bewegung stattfindet, bemerkbar ist, nicht aber in dem bewegten System selbst. Die beschleunigte Bewegung hingegen bringt auch nach der allgemeinen Theorie Wirkungen hervor, die sich im beschleunigten System selbst feststellen lassen; sie verschwinden nicht für einen Beobachter, der, selber mitbewegt, sein System für ruhend ansieht, sondern erscheinen ihm als Wirkungen der relativ zu ihm beschleunigten Massen, welche das Inertialsystem bilden.

Der Begriff des Inertialsystems, in dem diese Kraft verschwindet und die Bewegung des in diesem Sinne kräftefreien Punktes gleichförmig wird, ist dann allerdings ein ganz anderer. Denn damit sich die Körper in einem System unter dem Einfluß der Gravitationskraft, also „sich selbst überlassen“, gleichförmig bewegen, muß dieses System, wie schon gesagt, die Fallbeschleunigung teilen, also in einem Newtonschen Inertialsystem beschleunigt sein. In einem variablen Gravitationsfeld (und jedes wirkliche Feld ist ja variabel) wird weiterhin das Inertialsystem von Punkt zu Punkt wechseln. Wir haben darum von „lokalen Inertialsystemen“ gesprochen, weil das gleiche System, in die Umgebung fortgesetzt, nicht mehr diese ausgezeichnete Eigenschaft hat. Während in der Newtonschen Mechanik die Lage des Inertialsystems (bis auf gleichförmige Bewegung) ein für allemal für die ganze Welt unabhängig von der Massenerfüllung bestimmt ist, muß das „lokale Inertialsystem“ oder das „Galileische System“ der Einsteinschen Theorie von Punkt zu Punkt je nach der obwaltenden Massenverteilung bestimmt werden.

8. Von hier aus verstehen wir auch, wie sich das Bewegungsgesetz des in diesem erweiterten Sinne sich selbst überlassenen Massenpunktes in der Einsteinschen Theorie gestaltet.

Wir haben im vorigen Kapitel erwähnt, daß in der Riemannschen Geometrie die Parallelverschiebung in einen benachbarten Punkt dadurch definiert werden kann, daß sie in einem geeigneten Bezugssystem (dem „geodätischen“) sich durch die Gleichheit der Komponenten des verschobenen Vektors ausdrückt. Wenn wir nun mit Einstein die Grundgedanken der Riemannschen Geometrie auf das vierdimensionale Raum-Zeit-Kontinuum übertragen, so wird diesem ausgezeichneten, von Punkt zu Punkt wechselnden „geodätischen“ System das physikalisch definierte „lokale Inertialsystem“ entsprechen. Ein in seiner Richtung parallel verschobener Geschwindigkeitsvektor stellt eine gerad-

linig-gleichförmige Bewegung dar, die ja durch Beibehaltung der Geschwindigkeit der Größe und Richtung nach definiert ist.

Eine Linie, die in dieser Weise durch die Parallelverschiebung eines Vektors in seiner Richtung entsteht, in diesem Sinne in jedem Punkt die gleiche Richtung hat, also eine natürliche Verallgemeinerung der Geraden darstellt, heißt in der Riemannschen Geometrie eine geodätische Linie, und es läßt sich beweisen, daß sie auch darin der Geraden gleicht, daß ihre entsprechend definierte Länge zwischen zwei Punkten vor allen anderen benachbarten Verbindungslinien durch einen extremalen Wert ausgezeichnet ist. Die Gleichung der geodätischen Linie läßt sich gegenüber beliebigen Koordinatentransformationen kovariant ausdrücken.¹⁰

Daß der sich selbst überlassene Massenpunkt eine geodätische Linie durchläuft, ist ein solches Gesetz, das die Bewegung unter dem Einfluß von Schwerkraft und Trägheitskraft vereint darstellt.

9. Aus der speziellen Theorie gehen folgende Ergebnisse in die allgemeine Theorie ein: Der Schauplatz des Naturgeschehens ist die vierdimensionale Zeit-Raum-Mannigfaltigkeit; die zulässigen Koordinatentransformationen setzen keine bestimmte Trennung von Raum und Zeit voraus, sondern diese Größen werden immer gemeinsam beliebigen Transformationen unterworfen. Alle Gesetzmäßigkeiten gelten von Zusammenhängen der vierdimensionalen Welt. Außerdem wird angenommen, daß im lokalen Inertialsystem, in dem das Gravitationsfeld verschwindet, die Gesetze der speziellen Theorie gelten. Daraus folgt aber schon sehr Wesentliches für die Weltgeometrie, in der nach der allgemeinen Theorie die Gravitationsgesetze enthalten sein sollen.

Wir haben oben entwickelt, daß nach der speziellen Theorie weder räumliche Distanz, noch zeitliche Differenz zwischen

¹⁰ $\delta \int ds = 0.$

Weltpunkten für sich eine allgemeine vom Koordinatensystem unabhängige Bedeutung hat, wohl aber die Eigenzeitdifferenz, welche sich in den im Sinne der speziellen Theorie (und der Newtonschen Mechanik) berechtigten Systemen entweder als Zeitabstand gleichörtlicher oder als Raumabstand gleichzeitiger Ereignisse direkt messen läßt. Setzen wir die Geltung der speziellen Theorie in dem lokalen Inertialsystem voraus, so ist also für benachbarte Punkte, die noch als in demselben System liegend angenommen werden können, auch im Gravitationsfeld und nach der allgemeinen Theorie die Eigenzeitdifferenz in der gleichen Weise definiert und natürlich auch in der gleichen Weise meßbar.

In dem lokalen Galileiischen System gilt demnach gemäß der speziellen Theorie für das Differenzial der Eigenzeit ds die Gleichung:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2 dt^2.$$

Daraus folgt für ein beliebiges Koordinatensystem, das durch irgendeine stetige Transformation eingeführt wird, daß sich in diesem System ds^2 durch irgendeine quadratische Form mit irgendwelchen Koeffizienten in den vier allgemeinen Koordinaten ausdrückt:

$$ds^2 = \sum_{i,k}^{1,2,3,4} g_{ik} dx_i dx_k,$$

weil eine beliebige Transformation der Koordinaten eine lineare Transformation der Koordinatendifferentiale ergibt. Die Form ist nur insofern nicht beliebig, als sie sich durch Koordinatentransformation immer nur in eine solche mit drei positiven und einem negativen Quadrat überführen läßt.

10. Habe ich irgendein beliebiges Koordinatensystem eingeführt, d. h. an jeden Ort des betrachteten Gebietes eine Uhr hingestellt und die Punkte des Raumes irgendwie mit je drei

Zahlen numeriert nur so, daß der Zusammenhang benachbarter Punkte gewahrt bleibt, so kann ich für zwei benachbarte Ereignisse mit bestimmten Koordinaten nach den Vorschriften der speziellen Theorie mit einer richtig gehenden Uhr oder einem starren Stab (je nachdem ob es zeitartig oder raumartig voneinander abstehende Weltpunkte sind), den Unterschied der Eigenzeit ds ermitteln. Dadurch bekomme ich eine Bestimmungsgleichung für die zehn unbekanntenen Größen g_{ik} . Durch zehn solche Messungen an jedem Punkte kann ich also die g_{ik} als Funktionen des Ortes im ganzen Raume bestimmen.

Kenne ich aber die g_{ik} , dann weiß ich auch, durch welche Transformationen ich zu jenen Koordinaten komme, in denen sie die der speziellen Theorie entsprechenden Werte (± 1 , bzw. 0) annehmen, d. h. ich kann in jedem Punkte die Lage des Galileiischen Systems bestimmen, und damit auch die Bahn, die ein Massenpunkt unter dem Einfluß der Schwerkraft beschreibt: Ich kenne das Gravitationsfeld. Da demnach die g_{ik} das Gravitationsfeld bestimmen, müssen sie eine analoge Bedeutung haben wie das Newtonsche Gravitationspotential.

Entsprechend dem Newtonschen Gravitationsgesetz brauchen wir also ein Gesetz, welches die Abhängigkeit der g_{ik} vom materiellen Gehalt darstellt. In Anbetracht der glänzenden Bestätigung, die die Newtonsche Theorie mit geringen Ausnahmen durch die astronomischen Beobachtungen erfahren hat, müssen wir von diesem Gesetz verlangen, daß es in erster Näherung das Newtonsche ergibt. Außerdem muß es natürlich der Forderung der allgemeinen Kovarianz genügen.

Da die Einsteinschen Grundgleichungen nicht nur diese Forderungen erfüllen, sondern auch die einzige bislang bekannte größere Abweichung der Planetenbewegung vom Newtonschen Gesetz, die Perihelbewegung des Merkur, ohne weitere Hypothese erklären, ist die Überzeugung wohl begründet, daß die Grundgedanken der Theorie den Tatsachen entsprechen.

Eine zufällige Übereinstimmung solcher Art wäre ein unerhörtes Wunder.

Da diese Folgerungen aber immer nur durch besondere Spezialisierung der Annahmen und auf dem Wege der Annäherung aus den allgemeinen Gesetzen gezogen werden, und da die Bestimmung des Energie-Impuls-Tensors, der an Stelle der Dichte der Materie tritt, eine im allgemeinen noch ungelöste Aufgabe darstellt, so ist gerade an dieser Stelle ein Abgehen von Einsteins ursprünglichem Ansatz durchaus möglich und auch schon von Einstein selbst zweimal versucht worden.¹¹

11. In diesem Zusammenhang ist es notwendig, den Blick auf ein Problem zu richten, das bisher weder in der Physik, noch in der Philosophie befriedigende Aufklärung gefunden hat, das Problem der Substanz.

Wir haben erwähnt, daß an die Stelle der Dichte der Materie in der Newtonschen Theorie in der allgemeinen Relativitätstheorie der Energie-Impuls-Tensor tritt. Es ist ein Ergebnis der speziellen Theorie, das übrigens auch schon aus der vorrelativistischen Elektronentheorie gefolgert wurde, daß die Eigenschaft, durch die die träge Masse definiert ist, ebenso der Energie als solcher zukommen muß. Wenn man die Energie eines Körpers auf irgendeine Weise um den Betrag E erhöht, so ergibt sich eine Vergrößerung des Widerstandes gegen Beschleunigung, der einem Zuwachs der trägen Masse um $\frac{E}{c^2}$ entspricht. Danach kann das Gesetz der Erhaltung der Masse nicht als selbständiges Gesetz gültig sein. Dagegen

¹¹ Erst durch die Einführung des kosmologischen Gliedes in „Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie“ (Ber. d. Berliner Akad. 1917 und Lorentz, Einstein, Minkowski, „Das Relativitätsprinzip“ S. 130ff.), dann durch Ersetzung von $\frac{1}{2} g_{ik} R$ durch $\frac{1}{4} g_{ik} R$ und Bildung von T_{ik} aus dem elektro-magnetischen Felde allein in „Spielden Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle“ (Ber. d. Berliner Akad. 1919 und ebenda S. 140ff.).

geht es in das der Erhaltung der Energie über, wenn wir die nunmehr naheliegende Annahme machen, daß es überhaupt keine von der Energie verschiedene Masse gibt, sondern daß die ganze Trägheitswirkung (und damit nach der Einsteinschen Theorie auch die Schwere) auf den Energiegehalt zurückgeht.

Dadurch ist aber der Begriff der Materie wesentlich modifiziert. Denn nach der üblichen Vorstellung von der Materie als dem Substrat der Erscheinungen, das, selbst unverändert, aller Veränderung zugrunde liegt, muß sich jedes Teilchen der Materie im Verlaufe der Zeit wiedererkennen und durch alle seine Schicksale als dasselbe verfolgen lassen. Aber die quantitative Erhaltung der Energie verbürgt noch nicht das gleiche. Es ist durchaus nicht klar, daß z. B. bei einer Explosion die genaue Kenntnis des Vorgangs uns in den Stand setzen müßte, die kinetische Energie jedes der durch die Explosion in Bewegung gesetzten Teilchen auf einen bestimmten Anteil der ursprünglich vorhanden gewesenen potentiellen chemischen bzw. elektrostatischen Energie zurückzuführen. Noch schwieriger scheint das bei der Anregung einer elektromagnetischen Welle in einem strahlenden Atom, die nach dem Bohrschen Atommodell durch den Sprung eines Elektrons von einem Quantenring auf den andern erfolgt. Wenn sich die Erregung weithin verbreitet hat, ist die Energie außerordentlich dünn auf den ganzen Raum verteilt; ob dagegen die Differenz der potentiellen Energie zwischen Anfangs- und Endzustand überhaupt geteilt, als extensive Größe, zu denken ist, scheint höchst problematisch.

Ich weiß nicht, ob das Problem der Materie wirklich schon so weit geklärt ist, daß man mit der Entschiedenheit, mit der es Weyl tut, von der „endgültigen Überwindung der Substanzvorstellung“¹² sprechen kann in dem Sinne, daß wir die Materie keinesfalls als etwas im Verlauf der Zeit in seinen ein-

¹² A. a. O. S. 184.

zelen Teilen zu Identifizierendes aufzufassen haben. Aber sobald diese Möglichkeit überhaupt in der Physik auftaucht, ist es jedenfalls an der Zeit, die erkenntnistheoretische Grundlage der Substanzvorstellung, bzw. des Substanzgesetzes, zu untersuchen.

Daß nichts aus nichts entstehen und zu nichts vergehen kann, daß in allem Wechsel sich etwas unverändert erhält, das sind Sätze, die, obwohl durch keine direkte Erfahrung bezeugt, allgemein doch mit einem so hohen Grad von Zuversicht geglaubt werden, daß es der Mühe wert ist, nach einer erkenntnistheoretischen Begründung dafür zu suchen, wenn man natürlich auch nie die Möglichkeit aus den Augen verlieren darf, daß es doch vielleicht nur ein irgendwie psychologisch begründetes Vorurteil ist.

Soweit der Satz von der Beharrung der Substanz nur verlangt, daß etwas seinem Quantum nach bestehen bleibt, ist er heute so wenig in der Physik erschüttert wie jemals. Bei der Aufstellung der Gravitationsgleichungen war es sogar ein leitender Gesichtspunkt, daß die aus den Potentialen g_{ik} , bzw. der Krümmung, abgeleitete Größe, die dem Energie-Impuls-Tensor gleichzusetzen ist, jedenfalls so beschaffen sein muß, daß für sie der Erhaltungssatz mathematisch erfüllt ist.

12. Den Unterschied zwischen der numerischen Identität des Dinges und der quantitativen Erhaltung einer extensiven Größe müssen wir nach dem Gesagten streng im Auge behalten. Daß Zustände nicht für sich allein herumlaufen, sondern immer Zustände von Dingen sind, das ist ein Satz, den wir schon früher anerkannt haben, als wir es ablehnten, von diesen Dingen darüber hinaus Beweglichkeit anzunehmen, die das materielle, identifizierbare Teilchen charakterisiert.

Die logische Kategorie des Dinges im Gegensatz zur Eigenschaft muß aus der kategorischen Urteilsform hergeleitet werden wie die logische Grund-Folge-Beziehung aus der Form

des hypothetischen Urteils. Eigenschaft ist alles, was von einem anderen, Ding, was von keinem anderen prädiert werden kann. Auf dem „anderen“ liegt dabei der Ton, weil es kein Ding gibt, von dem man nicht nach dem Satz der Identität mit Recht aussagen könnte, daß es eben dieses Ding ist; aber wenn es ein „Ding“ im präzisen Sinne des Wortes ist, dann läßt sich das eben von keinem anderen sagen.¹³

Wenn es bloße Eigenschaften geben könnte, die existierten, ohne Eigenschaften irgendeines Dinges zu sein, so würden sie zu einer unendlichen Reihe von Eigenschaften gehören, nämlich Eigenschaft einer anderen Eigenschaft sein, die selbst wieder einer anderen Eigenschaft zukommt und so in infinitum. Ein solcher Gegenstand würde nicht etwa jener Auffassung entsprechen, wonach jeder Gegenstand eine „unendliche Aufgabe“ ist, sondern es wäre eine bare Absurdität; denn der Bestimmung eines solchen Gegenstandes käme man ja durch die Erkenntnis noch so vieler Eigenschaften um keinen Schritt näher.

13. Aus dieser rein logischen Begriffsbestimmung folgt aber keineswegs das, was wir gemeinhin noch als charakteristisch für das wirkliche Ding ansehen, nämlich die zeitliche Beharrung. Wir finden nie Gelegenheit, die Kategorie „Ding“ auf etwas anzuwenden, das plötzlich entsteht und gleich wieder vergeht, sondern wir sehen es als ein Wesensmerkmal des Dinges an, daß es trotz mannigfachen Wechsels seiner Bestimmungen als dasselbe eine Zeit lang bestehen bleibt.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß wir uns überhaupt nicht in der Welt zurechtfinden könnten, wenn es nicht relativ beständige Dinge gäbe. Auch scheint zunächst das identische Fortbestehen physischer Dinge schon aus der Identität des Bewußtseins zu folgen.

Sehen wir aber näher zu, so finden wir, daß diese Identität

¹³ Das ist bekanntlich die Aristotelische Definition der Substanz: τὸ ὑποκείμενον ἔσχατον, ὃ μηκέτι κατ' ἄλλου λέγεται (Met. Δ 1017b).

sehr wenig bedeutet. Warum sehen wir denn überhaupt die Masse in unserem Schädel immer als „dasselbe“ Hirn an, warum ist denn überhaupt ein Organismus zeit seines Lebens „derselbe“? Der ständige Stoffwechsel macht es doch möglich, daß in einem gewissen Lebensalter keines von den Atomen mehr da ist, aus denen der Organismus früher einmal bestanden hat. Verhält es sich mit solcher Identität dann nicht so wie mit jenem historischen Messer aus der Zeit Karls des Großen, das wegen seines Alters noch immer die Bewunderung der Beschauer erregt, obwohl nach und nach Griff, Schneide und Futteral erneuert werden mußten?

Was als das identische Beharren eines solchen Dinges erscheint, ist nicht mehr als eine gewisse Allmählichkeit der qualitativen Änderung, die mit der Erhaltung der Substanz nichts zu tun hat, wie schon daraus ersichtlich ist, daß niemand in der Entstehung oder Zerstörung solcher Dinge etwas Absurdes findet.¹⁴

Die strenge Identität und Beharrung, die den zusammengesetzten Dingen nicht zukommt, glaubte die Physik dagegen bei den letzten Elementen der Materie annehmen zu müssen.

Wenn nun die gegenwärtige Physik von dieser Vorstellung abkommt, an dem Erhaltungsgesetz aber festhält, dann müssen wir uns fragen: Gibt es einen Grund a priori für die Existenz solcher letzter unveränderlich fortbestehender Teilchen, oder nur einen für die Existenz einer ihrem Quantum nach ungeänderten Substanz?

14. Kant sucht den Grundsatz „Bei allem Wechsel der Erscheinungen beharrt die Substanz, und das Quantum derselben wird in der Natur weder vermehrt noch vermindert“ als erste „Analogie der Erfahrung“ herzuleiten. Wie alle „Ana-

¹⁴ Daß die Identität des Selbstbewußtseins so wenig wie die substantielle Beharrung des Hirns die des Selbst gewährleistet, hat ja schon Kant in der Widerlegung des 3. Paralogismus gezeigt.

logien“ soll auch diese zur Bestimmung der objektiven Zeitverhältnisse notwendig sein. Der Gedankengang ist, wenn ich recht verstehe, der folgende: Wechsel der Wahrnehmungen verbürgt noch nicht, daß sich objektiv etwas geändert hat, wird doch auch das Gleichzeitige sukzessive apperzipiert. Vielmehr sind wir nur dort einer wirklichen Veränderung sicher, wo entgegengesetzte Bestimmungen an dem gleichen Dinge angetroffen werden.

Aber da wir nicht nur der Aufeinanderfolge unserer Bewußtseinszustände unmittelbar gewiß sind, ohne daß dabei eine substantielle Erhaltung in Frage käme, und damit mittelbar auch eines physischen Prozesses in unserem Hirne, sondern auch, wie oben nachgewiesen, durch die Wahrnehmung wechselnder Zustände am gleichen Ort (mit dem gleichen Sinne) objektive Aufeinanderfolge gewährleistet ist, scheint dieser Beweis nicht zwingend.

Allerdings ist Aufeinanderfolge von Zuständen noch nicht Veränderung; aber aus der Aufgabe der Bestimmung objektiver Zeitfolge allein läßt sich die Notwendigkeit nicht begründen, alles Geschehen als Veränderung eines seinem Quantum nach Ungeänderten aufzufassen.

Vielleicht führt die folgende Erwägung zum Ziel: Wenn eine Summe von irgendwelchen Zuständen in einem Gebiet G gegeben ist, so führt uns der Kausalzusammenhang, in dem wir alles Wirkliche verbunden denken, notwendig zu der Frage, was aus alledem zu einem späteren Zeitpunkt geworden ist. Es läßt sich nun nicht etwa ein Gebiet angeben, wo sich das gesamte Ergebnis des Prozesses, der sich inzwischen, von G ausgehend, abgespielt hat, und nur dieses vorfindet; sondern es läßt sich nur ein Gebiet abgrenzen, das ausschließlich von G bestimmt ist, und ein anderes, über das die Wirkungen von G keinesfalls hinausreichen. Unsere Frage ist nur dann zu beantworten, wenn das Reale in G quantitativ bestimmt ist und dieses Quantum bei allen Veränderungen erhalten bleibt.

Von solchen Erwägungen ging auch R. Mayer aus bei dem Versuche, den Energiesatz mit dem Prinzipie „*causa aequat effectum*“ zu begründen.

Nach dem, was wir oben an Beispielen über die Verteilung der Energie im Raume andeuteten, ist klar, daß man nicht beliebige Gebiete herausschneiden und ihren Energiegehalt eindeutig bestimmen kann. In der allgemeinen Relativitätstheorie findet das seinen präzisen Ausdruck darin, daß sich der Energiesatz eigentlich überhaupt nur für isolierte Systeme formulieren läßt. Dadurch wird aber so wenig wie die Eindeutigkeit des Kausalzusammenhanges die Nahewirkung aufgehoben.

Aus allen diesen Erwägungen scheint mir so viel klar, daß jedenfalls nur die quantitative Erhaltung der Substanz, nicht aber jene vage numerische Identität des Dinges sich a priori wird begründen lassen. Daß es in der Tat bis heute noch kein Stadium in der Physik gegeben hat, wo man nicht eine Größe gekannt hätte, die sich in allem Wechsel erhält, obwohl die Erfahrung durchaus nicht unmittelbar eine solche Größe darbietet und die Art ihrer Bestimmung auch im Laufe der Entwicklung modifiziert werden mußte, zeigt deutlich, wie wichtig es ist, die prinzipielle Bedeutung dieser Voraussetzung zur vollen Klarheit zu bringen.

15. Im Anschluß an unsere Darstellung der allgemeinen Relativitätstheorie wollen wir kurz den Grundgedanken von Weyls Theorie der Elektrizität entwickeln, weil sie durch die Analogie zu jener am leichtesten verständlich wird, und weil sie, wie immer es mit ihrer physikalischen Geltung stehen möge, jedenfalls zeigt, welche Möglichkeiten durch die physikalische Auffassung der Metrik und den konsequenten Ausbau der Infinitesimalgeometrie für die theoretische Physik eröffnet werden.

Wir haben bereits den geometrischen Gedanken, der das mathematische Gerüst dieser Theorie liefert, wiedergegeben (Kapitel VIII, § 8). Wir brauchen nur mit Weyl die Annahme zu machen, daß die Koeffizienten der Linearform,

welche die relative Längenänderung bei kongruenter Übertragung darstellt, die Bedeutung von elektrischen Potentialen haben und demzufolge die Komponenten der „Streckenkrümmung“ die von elektromagnetischen Feldstärken, und es ist der Weg zu einer weltgeometrischen Theorie der Elektrizität gewiesen. Der Längenunterschied, der sich bei kongruenter Übertragung längs verschiedener Wege ergibt, hängt dann von den elektrischen Feldgrößen ab, die auf den verschiedenen Wegen passiert wurden. Eine verallgemeinerte „geodätische Linie“, nicht mehr durch extremale Länge, aber noch durch Parallelverschiebung eines Vektors in seiner Richtung definiert, stellt die Bahn eines Teilchens unter dem Einfluß der Schwere und der Elektrizität dar.

Es ist nun gewiß sehr bemerkenswert, daß sich unter dieser Voraussetzung das eine Quadrupel der Maxwell'schen Gleichungen — die hier den Gravitationsgesetzen entsprechen —, als mathematische Identität ergibt, während das andere aus dem einfachsten unter den möglichen Variationsprinzipien folgt. Es muß aber gesagt werden, daß das eigentlich bisher das einzige Faktum ist, das für die Richtigkeit der Weyl'schen Theorie spricht.¹⁵ Es wurde nicht nur kein neues auf Grund der Weyl'schen Theorie zu erwartendes Phänomen entdeckt, sondern noch nicht einmal ein Weg gezeigt, ein solches Phänomen abzuleiten; Weyl hat sich vielmehr bemüht, durch zusätzliche Annahmen der zunächst abgeleiteten Konsequenz einer Änderung der idealen Meßkörper bei kongruenter Übertragung auszuweichen, da sie mit der empirischen Tatsache der Existenz gleichartiger Atome in Widerspruch zu stehen scheint.

Wenn das Prinzip der Relativität der Größe in demselben strengen und weitreichenden Sinne richtig wäre wie das der Relativität der Bewegung, dann wäre es allerdings

¹⁵ Weyl betont noch, daß er ohne besondere Annahmen zu dem kosmologischen Glied kommt, das Einstein zuerst ziemlich unvermittelt einführte.

notwendig, die kongruente Übertragung ähnlich von einem physikalischen Felde abhängen zu lassen wie die geradlinige Bewegung. Dann wäre auch die oben gegebene Erklärung des starren Körpers hinfällig. Es hätte dann keinen physikalischen Sinn, von einem Körper zu sagen, daß er seine Größe beibehält, so wenig wie man unabhängig von einem Bezugskörper von der Beibehaltung einer Geschwindigkeit sprechen kann. Es käme dabei auf den willkürlich zu wählenden Vergleichskörper an, und es ließe sich dann nur analog zum „lokalen Inertialsystem“ in der Umgebung eines Punktes eine ausgezeichnete Wahl der Meßkörper angeben, die aber bei endlichen Entfernungen nicht mehr sicherstellt, daß im Ausgangspunkt kongruente auf verschiedenen Wegen übertragene Strecken einander decken.

Läßt sich eine Größenänderung aber wirklich nur durch Vergleich mit anderen Körpern feststellen? Wenn ein an einen Faden gehängtes Gewicht sinkt, kann man dann wirklich ebensogut annehmen, daß sich die ganze Welt kontrahiert, wie daß sich der Faden ausgedehnt hat? Sind das wirklich gleichwertige Beschreibungen des gleichen Tatbestandes, genau so wie die gleiche Lagenänderung als Drehung der Sonne um die Erde oder der Erde um die Sonne beschrieben werden kann?

Das trifft offensichtlich nicht zu. Eine Längenänderung ist im allgemeinen nicht ohne eine Deformation möglich, die sich in einer Änderung des Verhältnisses der Abstände zwischen den Atomen zu den Atomdimensionen und zumeist auch in einer die Atome an verschiedenen Stellen in verschiedenem Maße ergreifenden Umlagerung äußert. Die Relativität der Größe scheint mir daher nur einleuchtend, wenn sie über die Trivialität nicht hinausgeht, daß wir von den verschiedenen starren Körpern einen beliebigen zur Maßeinheit nehmen können.¹⁶

¹⁶ Es ist nicht einmal richtig, daß wir von einer Vergrößerung der ganzen Welt im gleichen Maßstabe nichts merken könnten. Denn da das Verhalten der Körper (z. B. die Anziehungskraft zwischen ihnen, ihre Festig-

Dieser Einwand richtet sich nicht gegen die Weylsche Theorie, sondern nur gegen ihre Begründung durch die Relativität der Größe. Umgekehrt wäre die Nicht-Feststellbarkeit von Größenänderungen erst durch die Weylsche Theorie, wenn sie richtig wäre, zu begründen. Wenn ein überall vorhandenes elektrisches Feld auf alle Körper in der gleichen Weise längenändernd einwirkte, so daß dieser Einfluß so wenig eliminiert werden könnte wie der der Gravitation, dann müßten wir unseren bisherigen Begriff des starren Körpers aufgeben. Denn wir würden durch kein Eliminationsverfahren erzielen können, daß starre Körper ihr Längenverhältnis beibehalten; d. h. es würde von der „Eichung“ abhängen, ob ein Körper seine Größe beibehält oder nicht.

Ob es sich wirklich so verhält, wird die Erfahrung entscheiden, sobald es gelungen sein wird, konkrete physikalisch prüfbare Folgerungen aus der Weylschen Theorie zu ziehen.

X. Zeit, Raum und Kausalität in der allgemeinen Theorie.

1. Für das Verständnis der Auffassung der fundamentalen Naturordnungsbegriffe nach der allgemeinen Relativitätstheorie haben wir die nötigen Voraussetzungen schon in dem Kapitel über Geometrie und Erfahrung gewonnen. Denn Einstein hat sozusagen Riemanns Ideen physikalisch realisiert, natürlich mit der Modifikation, die schon durch das

keit) von ihren Dimensionen abhängt, würden wir eine Änderung der sie charakterisierenden Konstanten wahrnehmen. Allerdings stände es uns frei, die beobachtete Änderung entweder als Vergrößerung bei ungeänderten sonstigen Eigenschaften oder als Änderung der Eigenschaften ohne Vergrößerung zu interpretieren. Jedenfalls liegen die Verhältnisse hier viel komplizierter als bei der Relativität der Bewegung, und es scheint mir daher nicht zweckmäßig, die Erläuterung der Relativitätstheorie an diesen Gedanken Poincarés anzuknüpfen, wie es M. Schlick in seiner sonst vorzüglichen Darstellung tut („Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik“ 3. Aufl. Berlin 1920, Springer. S. 22ff.).

wesentlichste Ergebnis der speziellen Theorie gefordert ist, nämlich daß die physikalische Geometrie nicht für den dreidimensionalen Raum, sondern für die vierdimensionale Welt gilt.

Die physikalischen Ereignisse zeigen außer ihren qualitativen Bestimmungen eine vierdimensionale Anordnung mit wechselnden von der jeweiligen Raumerfüllung abhängigen Gesetzen. Wenn man auf irgendeine beliebige Weise die Weltpunkte stetig numeriert, so haben diese Koordinaten darum physikalische Bedeutung, weil sich aus ihnen nach der oben angegebenen Formel eine meßbare Größe, die Eigenzeitdifferenz ds , berechnen läßt. Die Koeffizienten g_{ik} dieses Ausdruckes hängen zwar vom Koordinatensystem ab, aber es gibt vom Koordinatensystem unabhängige Beziehungen zwischen ihnen, die die jeweils geltenden weltgeometrischen Sätze ausdrücken.

Die „bindenden Kräfte“ Riemanns sind die im Sinne Einsteins erweiterten Gravitationskräfte, die nicht nur von der gegenseitigen Lage, sondern auch von der gegenseitigen Bewegung der Massen abhängen, also die Newtonschen Trägheitskräfte mitbefassen. Charakteristisch für diese Kräfte ist, daß sie sich auf alle Körper in genau der gleichen Weise erstrecken. Das ist auch der Grund, warum es nicht möglich ist, die euklidische Geometrie in der Weise aufrechtzuhalten, daß man die Abweichungen von ihr auf die Deformation nicht genügend starrer Körper durch Gravitationskräfte zurückführt.

Bei der Wärmeausdehnung z. B. können wir das machen, erstens weil verschiedene Körper von ihr in verschiedener Weise angegriffen werden und so immer der weniger veränderte als Maßstab dienen kann, zweitens weil man einen durch Wärme ausgedehnten Stab direkt neben einen nicht erwärmten legen und ihre Länge vergleichen kann, ohne daß der kältere Stab auch sofort deformiert würde, während bei der Gravitation nebeneinander gelegte Stäbe immer im gleichen Maße die gleiche Einwirkung erfahren.

Die Beibehaltung der euklidischen Geometrie wäre daher nur in derselben Weise möglich wie die Beibehaltung der eindeutigen Zeit- und Raumgrößen trotz der speziellen Theorie, d. h. auch nur mit dem gleichen Verstoß gegen den Satz vom zureichenden Grunde. Man müßte nämlich ganz willkürlich irgendwelche gar nicht ausgezeichnete Körper als nicht deformiert, und andere sich genau so verhaltende als deformiert ansehen, ohne ein allgemeines Prinzip für diese Unterscheidung angeben zu können.

2. Man könnte einen Widerspruch zu dieser Auffassung darin finden, daß als eines der Ergebnisse der allgemeinen Theorie das Langsamergehen gleich beschaffener Uhren an Stellen höheren Gravitationspotentials behauptet wird. Entspricht das nicht der Deformation des starren Stabes durch Gravitationskräfte? Ist damit nicht der Weg eingeschlagen, der die Beibehaltung der euklidischen Geometrie ermöglicht?

Aber dem ist nicht so; denn das für die Weltgeometrie Entscheidende ist nicht die Zeit, sondern die Eigenzeit. Von der Annahme aber, daß eine richtiggehende Uhr (d. h. irgendein periodischer Prozeß) unabhängig vom Gravitationsfeld an jedem Ort die Eigenzeit mißt, wird nicht abgegangen, das ist ja auch eine unmittelbare Folgerung aus der Geltung der speziellen Theorie im kleinen.

Was aber die Zeit anlangt, so läßt sie sich allgemein überhaupt nicht definieren; mit der Möglichkeit beliebiger Koordinaten ist natürlich auch die Möglichkeit beliebiger Zeitbestimmung mitverstanden. Jene Aussage bezieht sich jedoch auf den „statischen Fall“, wo sich die Zeit (bis auf die Wahl der Zeiteinheit und des Anfangspunktes) eindeutig für die ganze Welt durch die Forderung definieren läßt, daß die Glieder, die die Produkte aus räumlichen und zeitlichen Koordinatendifferentialen im Ausdruck für ds^2 darstellen, verschwinden und die übrigbleibenden Koeffizienten von der Zeit unabhängig sein sollen. In bezug auf die so normierte „Welt-

zeit“, von der sich auch nachweisen läßt, daß in ihr gemessen ein Lichtstrahl seine Frequenz auf seinem Wege beibehält, gilt dann der Satz von der verschiedenen Gangart gleichbeschaffener Uhren.¹

3. Läßt sich in der speziellen Theorie die Trennung von Raum und Zeit auch nicht in eindeutiger Weise vollziehen, so ist sie doch mit der Wahl des ruhenden Bezugskörpers ein für allemal vollzogen: wir haben die ewig unveränderlich gleichmäßig fließende Zeit, und den starren, unterschiedslosen, unveränderlichen euklidischen Raum.

Ganz anders ist es nach der verallgemeinerten Theorie. Wenn man nach den Vorschriften der speziellen Theorie ein Koordinatensystem zu konstruieren versucht, in dem man einen in einem Inertialsystem unbeschleunigten Körper als Bezugskörper nimmt, so wird man auf Schwierigkeiten stoßen, sobald man das System über die unmittelbare Umgebung des Körpers erweitert. Schon wenn man gleichbeschaffene Uhren relativ zu diesem Körper ruhend anordnet und nach dem Prinzip der Gleichförmigkeit der Lichtausbreitung in Überein-

¹ Diesen Satz hat von Laue bewiesen (Phys. Zeitschr. 1920, S. 59 ff.). Einstein durchschaute diesen Zusammenhang, bevor der ganze Gedankengang so klar entwickelt war („Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes“, Ann. d. Phys. 1911, Lorentz, Einstein, Minkowski, „Das Relativitätsprinzip“ S. 76 ff.). Doch ist eigentlich erst durch Laues Abhandlung die Theorie der viel diskutierten Rotverschiebung exakt begründet. Daß man die geringere Frequenz eines auf der Sonne emittierenden Atoms durch Vergleich mit einem gleichartigen auf der Erde feststellen kann, gilt natürlich nur, wenn der Lichtstrahl von der Sonne mit der gleichen Frequenz auf der Erde ankommt, bzw. wenn der Satz vom langsameren Gang bei jener Zeitregulierung gilt, für die die Frequenz erhalten bleibt. An Einsteins Ableitung an der zitierten Stelle ist noch bemerkenswert, daß er eine Zeitdefinition, bei deren Anwendung die Zeit explizit in die Naturgesetze einginge, als „unnatürlich und unzweckmäßig“ ablehnt. Nach der allgemeinen Theorie ist aber eine solche Zeitdefinition zweifellos trotzdem statthaft. Hier sieht man aber an einem konkreten Beispiel, wie sich die Wahl eines „vernünftigen Koordinatensystems“ von selbst ergibt, nach welchen Prinzipien sie erfolgt.

stimmung bringen will, findet man im allgemeinen diese Forderungen unvereinbar, und ebenso unmöglich ist es, ein rechtwinkliges Koordinatensystem so einzurichten, daß die mit starren Stäben ausgemessenen Entfernungen der Wurzel aus der Quadratsumme der Koordinatendifferenzen gleich werden; ja es ist im allgemeinen gar nicht möglich, eine Trennung von Raum und Zeit so vorzunehmen, daß wir eine von der Zeit und der Art der Zeitbestimmung unabhängige Raumgeometrie erhalten. Das geht nur in dem obenerwähnten „statischen“ Falle, der einer im wesentlichen änderungslosen Welt entspricht.

Trotzdem ist auch hier der Unterschied von Raum und Zeit keineswegs aufgehoben, sondern kehrt in dem Unterschied zeitartiger und raumartiger Linien wieder. Diese Unterscheidung ist wiederum durch die Geltung der speziellen Theorie im kleinen gewährleistet, und solche Transformationen, die imstande wären, diesen Unterschied aufzuheben, werden ausdrücklich ausgeschlossen.² Der oben festgestellte Zusammenhang zwischen Zeitordnung und Kausalität bleibt also in Geltung.

4. In Hinsicht auf Kausalerklärung ist die Einsteinsche Theorie zweifach der Newtonschen überlegen. Erstens formuliert sie das Gravitationsgesetz als Feldgesetz, also genau so als strenges Nahwirkungsgesetz wie die elektromagnetischen Feldgesetze. Auch Gravitationswirkungen können sich nicht mit größerer Geschwindigkeit als das Licht ausbreiten; schwingende Massen erregen mit Lichtgeschwindigkeit fortschreitende Gravitationswellen, während bekanntlich nach der Newtonschen Theorie eine solche Massenbewegung sofort in der ganzen Welt eine entsprechende periodische Änderung der Gravitationskraft in jedem Punkt zur Folge hat. Die Lichtgeschwindigkeit ist zwar in der allgemeinen Theorie nicht mehr eine universelle Konstante, aber sie

² Vgl. Hilbert, „Die Grundlagen der Physik“. I. Mitteilung. Göttinger Nachr. 1915.

bleibt an jeder Stelle die Grenzgeschwindigkeit, die von keiner anderen übertroffen werden kann.³

Der zweite prinzipielle Vorzug besteht in der Zurückführung der Trägheitskräfte auf gegenseitige Massenwirkung, in der Elimination des Körpers *A*. Wir haben zwar nicht zeigen können, daß die Annahme eines solchen sich allein durch Trägheitskräfte äußernden Körpers unmöglich ist⁴, aber wenn nach dem früher Gesagten das Unbefriedigende dieser Anschauung nur dann hätte überwunden werden können, wenn sich auch andere Wirkungen auf den Körper *A* hätten zurückführen lassen, so ist es klar, daß die Einsteinsche Theorie noch weit mehr leistet, als von irgendeiner Äthertheorie zu erwarten gewesen wäre. Denn sie braucht überhaupt kein neues Ding zur Erklärung der Trägheitswirkungen zu erfinden, sondern führt sie auf den gegenseitigen Einfluß der auch durch alle anderen Wirkungen wahrnehmbaren Körper zurück.

5. Es erübrigt noch die Aufgabe, das wesentlichste Ergebnis der allgemeinen Theorie hinsichtlich der tatsächlichen Beschaffenheit des Raumes darzustellen. Wir wissen allerdings

³ Unter den vielen sonderbaren Einwänden, die Lenard in seiner Broschüre „Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation“, 3. Aufl., Leipzig 1921, gegen die Einsteinsche Theorie erhebt, klingt dieser noch am plausibelsten, daß die Sterne sich mit einer weit größeren Geschwindigkeit als der des Lichtes bewegen müßten, wenn man die Erde als ruhend ansehen könnte. Aber dieses Argument beruht doch nur auf einer ganz unstatthaften Vermengung der Voraussetzungen der allgemeinen und der speziellen Theorie. In einem im Sinne der speziellen Theorie beschleunigten und gar noch mit Überlichtgeschwindigkeit bewegten System haben wir natürlich nicht den mindesten Grund, den für berechnete Systeme gültigen Wert der Lichtgeschwindigkeit anzunehmen. Die Tatsache aber, daß beim Fortschreiten in der gleichen Richtung kein Vorgang das Licht überholen kann, kann doch offensichtlich nicht durch Beziehung auf ein noch so sonderbar bewegtes System aufgehoben werden, welchen Wert immer die Lichtgeschwindigkeit in einem solchen System annehmen möge.

⁴ Insoweit muß ich meine Polemik gegen Schlick (Kantstudien XXV, S. 228 ff.) zurücknehmen, als sich ein direkter Widerspruch zwischen Newtonscher Physik und Kausalgesetz nicht erweisen läßt.

bereits, daß man von einer Beschaffenheit des Raumes schlechthin überhaupt nicht sprechen kann, sondern daß sie von der jeweiligen Verteilung des Rauminhaltes und der Art der Zeitbestimmung abhängt, sich also mit der Zeit ändert und, genau genommen, nur aus der Kenntnis dieser Verteilung bestimmbar wäre. Die Erfahrung lehrt uns jedoch, daß die Geschwindigkeiten aller Gestirne relativ klein sind (im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit), daß sich also die Verteilung der Massen im Raume im großen und ganzen nicht zu rasch ändert und daher mit einiger Annäherung als konstant angesehen werden kann.

Setzt man das voraus, dann sind noch zwei verschiedene Annahmen über die Raumerfüllung möglich: entweder daß der ganze Raum annähernd mit derselben Dichte erfüllt ist wie die uns bekannten Teile, oder daß die Materie nur in unserer Gegend in dieser Dichte vorkommt und sich nach außenhin allmählich ganz verliert.

Die letztere Annahme, so unbefriedigend sie scheint, die Annahme einer Materieinsel im unendlichen leeren Raum, in dem mit der Zeit alle Massen und Energien verschwinden müßten, war in der Tat vom Standpunkt der Newtonschen Theorie aus notwendig. Denn aus den Newtonschen Gravitationsgleichungen ergibt sich eine unendliche Kraft in jedem Punkte, wenn man sich die Materie überall mit der gleichen Dichte ausgebreitet denkt, und die Bestimmung einer endlichen Kraft setzt voraus, daß die Massendichte mindest dem Quadrat der Entfernung verkehrt proportional abnimmt.

Aber auch mit den Einsteinschen Grundgleichungen in ihrer ursprünglichen Form erwies sich die Annahme gleichmäßiger Massenerfüllung im ganzen Raum als unverträglich. Andererseits hatte auch im Rahmen der allgemeinen Theorie die Annahme der Materieinsel im leeren Raum, abgesehen von der unerquicklichen Prognose, die sie der Welt stellt, ihre prinzipielle Schwierigkeit. Denn wenn die Welt immer leerer wird, je weiter man sich entfernt, dann muß als

Grenzbedingung im Unendlichen die Geltung der speziellen Theorie angenommen werden. Dann gibt es dort aber nicht durch die Lage zu Massen bestimmte ausgezeichnete Systeme, die Trägheit wäre nicht restlos auf gegenseitige Massenwirkung zurückgeführt, das Machsche Problem würde in neuer Form auftreten.⁵

H. Weyl⁶ meint allerdings, die Schwierigkeit, Grenzbedingungen im Unendlichen allgemein invariant zu formulieren, wäre nicht entscheidend. Denn im Unterschied zur Newtonschen Fernwirkungstheorie braucht man in der Einsteinschen Theorie nur den Anfangszustand in einem endlichen Gebiet zu kennen, um den kausalen Verlauf für eine gewisse Zeit vorausbestimmen zu können, ein Gebiet, das desto größer zu nehmen ist, in je weitere Zukunft die Bestimmung reichen soll. Aber wiewohl sich hierin zweifellos der prinzipielle Vorzug der Nahewirkung deutlich ausspricht, so bliebe es doch eine Unvollkommenheit der Theorie, wenn sie auch nicht unter ganz einfachen Bedingungen (etwa für das Zwei-Körper-Problem) den Verlauf ganz allgemein, ohne zeitliche Beschränkung, vorausbestimmen könnte.

6. Durch eine einfache Modifikation der ursprünglich angenommenen Gravitationsgleichungen ist es nun Einstein gelungen⁷, alle diese Schwierigkeiten mit einem Schlage zu überwinden. Eine gleichmäßige Raumerfüllung in der ganzen Welt erweist sich als mit den modifizierten Gravitationsgleichungen verträglich.

Der überall von Null verschiedenen gleichen Massendichte

⁵ Es ist unbedingt zuzugeben, daß ohne die sogleich zu erörternde kosmologische Hypothese die Zurückführung der Trägheitskräfte auf gegenseitige Massenwirkung nicht geleistet wäre. ⁶ A. a. O. S. 251 f.

⁷ Das geschah zunächst („Kosmologische Betrachtungen“, Berliner Akad. 1917) in etwas unbefriedigender Form durch Einsetzung einer universellen Konstante, die sich nachträglich als Weltkrümmung und als einfache Funktion der Massendichte entpuppt; aber auch dieser Schönheitsfehler ist eliminiert in der Abhandlung über Gravitationsfelder und Aufbau materieller Elementarteilchen, Berliner Akad. 1919.

entspricht eine konstante von Null verschiedene Krümmung des Raumes. An die Stelle des unendlichen euklidischen Raumes tritt ein endlicher sphärischer, d. h. ein dreidimensionaler Raum, der sich zum euklidischen so verhält wie die zweidimensionale Kugeloberfläche zur unendlichen euklidischen Ebene.

So wenig wie wir auf der Kugelfläche fortschreitend je an eine Stelle stoßen, wo die Fläche aufhört, so wenig brauchen wir in der endlichen dreidimensionalen Welt zu fürchten, daß wir je an eine Grenze stoßen könnten, wie die Fliege an die Fensterscheibe, jenseits derer es keinen Raum mehr gibt. Diese handgreifliche Absurdität einer Grenze im Raume schwebt wohl meist denen vor, die einen endlichen Weltraum a priori als absurd ablehnen.

Demgegenüber gilt es, sich den präzisen Sinn der unbegrenzten Endlichkeit klar zu machen. Ist der Raum endlich, dann gibt es auf einer Geraden nicht zu jeder Entfernung zweier Punkte eine größere, sondern sobald eine gewisse maximale Entfernung überschritten ist, kommt man dem Ausgangspunkt wieder näher und schließlich zu ihm zurück. Die Gerade ist geschlossen. Ist das aber noch eine Gerade?

Bei der Diskussion des Parallelenaxioms glaubten die Mathematiker zuerst von der Möglichkeit, daß es überhaupt keine Nichtschneidende gibt, absehen zu können. Denn für die Gerade, welche mit einer Transversalen gleichen Winkel bildet, folgt aus Symmetriegründen, daß sie, wenn überhaupt, auf beiden Seiten schneiden muß. Das scheint aber mit dem Axiom, daß eine Gerade durch zwei Punkte eindeutig bestimmt ist, unverträglich. Der Widerspruch löst sich jedoch durch die Annahme, daß es derselbe Punkt ist, zu dem man auf beiden Seiten, genügend weit vorwärtsschreitend, kommt. Eine Gerade bleibt diese geschlossene Linie doch noch, weil sie in jedem Stück die kürzeste Verbindung darstellt und ihre Richtung beibehält.⁸

⁸ Auch das Kriterium der eindeutigen Bestimmtheit durch zwei Punkte ist im sphärischen Raum im allgemeinen erfüllt, allerdings mit einer Aus-

Den endlichen Raum kann man durch eine endliche Zahl gleichgroßer Körper vollständig ausfüllen, so daß kein Platz leer bleibt. Aus all dem ist klar, daß der Begriff der Endlichkeit ein Maßbegriff ist, der von der Definition der kongruenten Gebilde abhängt, mit denen wir messen.

7. Wir wollen das noch näher an dem von Einstein selbst zur Illustration seiner kosmologischen Theorie gebrauchten Bild⁹ erläutern, weil man dadurch auch in volle Evidenz setzen kann, in welchem Sinne die Aufrechterhaltung der euklidischen Geometrie trotz allem möglich, aber mit dem Prinzip des zureichenden Grundes unverträglich ist.

Man denke sich also auf einer unendlichen Ebene eine Kugel aufgestellt und an ihrem oberen Pole ein Lämpchen angebracht. Durch die Lichtstrahlen wird jeder Punkt der Kugelfläche auf einen Punkt der Ebene projiziert, und zwar unter Wahrung des stetigen Zusammenhanges (mit Ausnahme des obersten Punktes, der in die unendlich ferne Gerade aufgelöst wird). Wenn z. B. auf der durchsichtigen Kugel Käfer herumkriechen, dann sieht man ihre Bewegungen als Schattenspiel in die Ebene projiziert. Den Gesetzen der Anordnung der Käfer auf der Kugel entspricht eine Geometrie der Käferschatten in der Ebene.

Es scheint paradox, daß wir so die gleiche Geometrie für die geschlossene Kugelfläche und für die unendliche Ebene bekommen; dieses Paradoxon wird aber

nahme, nämlich für einander diametral gegenüberliegende Punkte, durch die sich unendlich viele Gerade legen lassen. Natorp glaubt hierin einen prinzipiellen Fehler im Begriff der nicht-euklidischen Geraden gefunden zu haben („Logische Grundlagen“ 6. Kap.). Aber abgesehen davon, daß es für den Begriff der Geraden genügt, wenn sie dieses Kriterium in jedem nicht zu großen Stücke erfüllt, so läßt sich auf dieses Argument das Vorrecht der euklidischen Geometrie schon deshalb nicht gründen, weil auch diese Annahme in der elliptischen Geometrie entfällt, die aus der sphärischen durch Identifikation der gegenüberliegenden Punkte hervorgeht.

⁹ S. den Schluß von „Geometrie und Erfahrung“.

sofort verständlich, wenn wir uns die Art der Messung in den beiden Mannigfaltigkeiten vergegenwärtigen. Wenn zwei Käfer übereinander kriechend sich decken, so decken sich auch ihre Schatten. In der Ebene haben wir aber keine anderen Meßinstrumente als eben diese Schatten, und sie gelten für kongruent, wenn sie, an dieselbe Stelle gebracht, sich decken. So muß sich offenbar die Endlichkeit der Ebene ergeben. Genau so wie eine endliche Anzahl von Käfern die ganze Kugelfläche bedecken kann, so wird die ganze Ebene von einer endlichen Zahl von Käferschatten erfüllt, und dieses Ergebnis läßt sich natürlich nicht so weginterpretieren, daß man sagt: „Die Körper, mit denen wir messen, wachsen doch ins Unendliche“, da wir doch immer, wenn wir zwei solche Meßkörper an die gleiche Stelle bringen, Deckung konstatieren, und es kein anderes Mittel zur Größenverglei chung gibt.

Offensichtlich wäre es aber genau so gut möglich, bei entsprechender Definition der Kongruenz, die Unendlichkeit der Kugelfläche zu konstatieren. So wie wir hier alle Gesetze der sphärischen Geometrie in der Ebene realisiert fanden, so brauchten wir umgekehrt nur die Ebene auf die Kugel zu projizieren und kongruenten Gebilden in der Ebene kongruente Gebilde auf der Kugel entsprechen zu lassen, um die Gesetze der euklidischen Geometrie auf der Kugel erfüllt zu finden.

Wir sehen hier anschaulich, was dazu nötig wäre. Man brauchte bloß anzunehmen, daß die für gewöhnlich als kongruent angesehenen Gebilde in einem gewissen Verhältnisse wachsen, wenn sie sich von einem bestimmten Punkt entfernen.

Hier erkennt man deutlich, warum wir so etwas der euklidischen Geometrie zuliebe niemals annehmen werden. Wie ließe es sich vernünftig begründen, wenn man bei gleichmäßiger Raumerfüllung irgendeinen vor den anderen in keiner Weise ausgezeichneten Punkt herausgreifen, und jene Deformation aller Körper von diesem Punkte aus behaupten wollte, nur deshalb, weil sich so die Geltung der euklidischen Geo-

metrie beibehalten ließe, was durch unzählige andere durch die Tatsachen ebensowenig gerechtfertigte Annahmen ebensogut zu erzielen wäre.

8. In einem gewissen Sinne könnte man freilich behaupten, daß der Raum trotz Einsteins kosmologischer Hypothese unendlich bleibt. Denn auch nach der älteren Anschauung konnte die Unendlichkeit des Raumes doch nicht bedeuten, daß irgendwelche Körper „unendlich weit“ voneinander entfernt sind, sondern doch nur, daß zu jeder vorkommenden Entfernung eine noch größere möglich bleibt, möglich in dem Sinne der Verträglichkeit mit den allgemeinen Prinzipien des Denkens und den Naturgesetzen. Dagegen muß natürlich nicht der tatsächlichen Beschaffenheit der Welt nach jede denkbare Entfernung auch realisierbar sein.

Der Raum ist ja seinem Wesen nach „die Möglichkeit der Körper“; er ist also unendlich, wenn zu jeder gegebenen Materieverteilung eine solche mit größeren Distanzen möglich bleibt. Diese Möglichkeit besteht aber auch nach der kosmologischen Hypothese Einsteins noch in zweifachem Sinne.

Erstens ist der Krümmungsradius der Welt bestimmt durch die Massendichte, je kleiner sie ist, desto geringer die Krümmung, desto größer der Raum. Bis nun¹⁰ aber erscheint uns die tatsächlich vorhandene Masse in der Welt als etwas rein Tatsächliches, nicht naturgesetzlich Bedingtes, und in diesem

¹⁰ „Bis nun“; denn es erscheint mir als durchaus möglich, daß wir auch das einmal aus irgendwelchen allgemeineren Prinzipien begreifen werden. Wie wohl wir schließlich alle Tatsachen samt dem Zufall der eigenen Existenz einfach hinnehmen müssen, ohne eine Antwort auf die Frage „warum?“ erwarten zu dürfen, so scheint es mir hier doch besonders schwer, die Frage zu unterdrücken und sich damit zu begnügen, daß die Welt eben aus soundso viel Gramm Masse oder soundso viel Erg Energie besteht. H. Weyl bringt eine ähnliche Anschauung zum Ausdruck mit der gelegentlichen Bemerkung, es falle schwer zu glauben, „daß dem Weltbau gewisse reine Zahlen von zufälligem numerischen Wert zugrunde liegen“ (a. a. O. S. 238).

Sinne jede andere materielle Dichte, und damit auch jede Distanz prinzipiell möglich. Zweitens erscheint es ebenso als möglich, daß die vorhandene Masse irgendwie anders ungleichmäßig verteilt wird, so daß sich wenigstens in gewissen Richtungen größere Entfernungen ergeben.

Ich bemerke das nicht deshalb, weil ich auf diese Art von Unendlichkeit besonderen Wert lege, sondern nur um die Bedeutung der Endlichkeit des Raumes noch klarer hervorzuheben, und um dem Einwande, daß doch beliebig große Entfernungen denkbar sind, gerecht zu werden. Denkbar sind sie in der Tat ebenso, wie es denkbar ist, daß die Erde heute noch, d. h. bei dem gegenwärtigen Stand der anderen Gestirne eine feurig-flüssige Masse wäre. Das widerspräche nicht den Naturgesetzen, sondern den „Anfangsbedingungen“.

9. Es ist wohl zu merken, daß das bisher über die Endlichkeit des Raumes Entwickelte sich nur auf den dreidimensionalen Raum bezieht, nicht etwa auf die vierdimensionale Welt. Die Ableitung geschieht ja unter der Voraussetzung einer konstanten Massenverteilung, also „im statischen Fall“, wo Raum und Zeit eindeutig trennbar sind.

Es ergibt sich nun die Frage, ob ähnliche kosmologische Möglichkeiten nicht auch hinsichtlich der vierdimensionalen Welt bestehen, d. h. ob die Welt nicht auch ihrer zeitlichen Erstreckung nach geschlossen sein könnte. Unsere bisherige physikalische Erkenntnis gibt natürlich keinen Anlaß zu einer solchen Vermutung, im übrigen sind auch die möglichen Beschaffenheiten einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit mit einer metrischen Fundamentalform vom Trägheitsindex 1 (d. h. mit einem Quadrat von abweichendem Vorzeichen, worin ja der ganze Unterschied von Raum und Zeit enthalten ist,) meines Wissens noch nicht genügend mathematisch diskutiert.

Wir werfen hier nur die Frage auf, welche Möglichkeiten überhaupt vom erkenntnis-theoretischen Standpunkt aus bestehen, bzw. wie wir diese sich ergebenden Möglichkeiten zu

interpretieren hätten, wie weit wir da überhaupt noch im Bereich möglicher Erfahrung bleiben.

10. Bevor wir in die Erwägung dieser Frage für die vierdimensionale Welt eintreten, wollen wir erst noch einmal zusehen, wie sie für den dreidimensionalen Raum zu beantworten ist. Haben wir nicht auch hier schon diese Grenze überschritten? Ist die Endlichkeit des Raumes überhaupt eine naturwissenschaftlich mögliche Hypothese, ist sie nicht eine metaphysische transzendente Theorie?¹¹ Ist es nicht klar, daß wir immer nur einen Teil der Welt kennen werden, die Welt als Ganzes aber ewig unserer Erkenntnis entzogen bleibt? Müssen wir uns nicht mit der Kant'schen Lösung des kosmologischen Problems bescheiden, wonach die Frage nach der Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt „an sich“ sinnlos ist, für die uns aufgegebenen Welt der Erscheinungen aber die Schwierigkeit sich so löst, daß wir dem zu Erforschenden weder im Raum, noch in der Zeit Grenzen setzen, ohne darum doch eine aktuelle Unendlichkeit anzunehmen?

Nun versteht es sich von selbst, daß wir niemals in die Lage kommen werden, das Volumen des Weltraums direkt auszumessen. Aber von einer physikalischen Hypothese ist nicht zu verlangen, daß alle denkbaren Konsequenzen prüfbar sind, sondern nur daß es überhaupt prüfbare Konsequenzen gibt, und allerdings auch, daß sie derart formuliert wird, daß die nicht prüfbaren Konsequenzen auf ein Minimum reduziert werden.

Das Kriterium der Prüfbarkeit trifft aber schon für die Geschlossenheit der Geraden zu. Es ist ohne weiteres denkbar, daß wir uns von der Rückkehr eines Lichtstrahles an seinen Ausgangspunkt überzeugen. So haben z. B. Astronomen untersucht, ob sich nicht in der Anordnung der Sterne am Himmel eine Regelmäßigkeit verrät, die sich so deuten ließe, daß wir

¹¹ So Petzoldt, „Kausalität und Relativitätstheorie“. Zeitschrift für Physik 1920, S. 473.

in entgegengesetzten Richtungen denselben Stern „von vorn und hinten“ sehen.

Aber abgesehen von solchen direkteren Proben ergibt sich eine unbegrenzte Fülle möglicher Bestätigungen dadurch, daß das „kosmologische Glied“ in den Gravitationsgleichungen ja prinzipiell bei jeder Bestimmung der Gravitationskraft eine Rolle spielt. Es handelt sich nur darum, einen Fall zu finden, wo dieses verhältnismäßig kleine Glied einen beobachtbaren Einfluß hat, wie das nach Einstein bei der gegenseitigen Anziehung der Sterne der Milchstraße in der Tat der Fall ist. Natürlich wäre eine direktere Bestätigung insofern von größerem Wahrscheinlichkeitswert, als die Möglichkeit der Erklärung derselben Tatsache aus anderen Annahmen desto geringer wird.

Wollte man aber einwenden, daß das alles doch nur für die Erscheinungswelt der Physik, nicht an sich gilt, so ist zu sagen, daß diese Einschränkung jede Behauptung der Naturwissenschaft trifft, und daß wir von jenem „an sich“ gar nichts wissen; nicht einmal, ob es sinnvoll denkbar ist, und am wenigsten, ob es einen Sinn hat, von seiner räumlichen Ausdehnung zu sprechen.

11. Wir kehren zur Frage der Zusammenhängeverhältnisse der vierdimensionalen Welt zurück. Wir fragen nicht, ob diese Welt auch sphärische Struktur hat, sondern, was es bedeuten würde, wenn sie diese Struktur hätte.

Wenn auch die zeitartigen Linien geschlossen wären, dann wären die Anordnungsverhältnisse der Weltzustände die gleichen wie die der Punkte auf einem Kreise mit einem bestimmten Umlaufsinn. Von einem bestimmten Zeitpunkt ausgehend, würden wir denselben Zustand einerseits als Wirkung in der Zukunft, andererseits als Ursache in der Vergangenheit finden. Auch dann wäre es — wie in Abschnitt II, § 8 auseinandergesetzt — sinnlos, von einer ewigen Wiederkehr des Gleichen zu sprechen, der Weltlauf wäre trotzdem nur einmal da, aber er wäre zeitlich endlich. Die zeitliche Aufeinanderfolge von

irgendeinem Paar von Punkt ereignissen wäre immer unbestimmt, man könnte zeitlich vorwärtsschreitend immer sowohl von *A* zu *B*, als auch von *B* zu *A* gelangen, nur durch andere Ereignisse hindurch. Für jede Strecke, für jeden Prozeß aber wäre nach wie vor der Sinn des Ablaufs eindeutig bestimmt. Alles das ist wohl schwer zu denken, enthält aber meines Erachtens keinen Widerspruch in sich oder zu den Grundlagen der Erfahrung.

Dagegen scheint mir der Gedanke sinnlos, daß nur einige zeitartige Linien geschlossen sind, daß also nicht der gesamte Weltverlauf einen geschlossenen Kreis bildet, daß aber der Zukunftskegel irgendwie den Vergangenheitskegel überschneidet, so daß z. B. derselbe Mensch gelegentlich in die gleiche Weltgegend zurückkehrte, in der er einmal gewesen.¹² Man könnte versuchen, auf diese Weise die merkwürdigen Erscheinungen des „*fausse mémoire*“ zu erklären oder so rätselhafte Begebenheiten wie die, welche Goethe im 11. Buch von „*Dichtung und Wahrheit*“ erzählt, jener Ritt von Sessenheim, auf dem er, damals noch ein junger Mann, sich selbst in späterem Alter entgegenreiten sah, „nicht mit den Augen des Leibes, sondern des Geistes“, in der Kleidung, die er wirklich acht Jahre später trug, als er wieder nach Sessenheim ritt.

Ich halte diese Jules Verneschen Phantasien aus folgendem Grunde für unmöglich. Sobald es irgendwie möglich ist, das Gleichzeitige so zu bestimmen, daß irgend etwas in der Welt beim Eintreten des Ausgangszustandes anders ist, dann ist das schon nicht mehr derselbe Welt punkt, sondern nur ein qualitativ gleicher. Umgekehrt also verlangt die identische Wiederkehr eines Geschehens die Wiederkehr von allem in der Welt.¹³

¹² Das hält H. Weyl für möglich (a. a. O. S. 249).

¹³ Es ist eine interessante mathematische Frage, ob sich der hier behauptete Satz: „Entweder sind alle zeitartigen Linien geschlossen oder keine“ schon aus der Grundannahme der vierdimensionalen Weltgeometrie,

Die Annahme, daß dieselbe Person wieder in dieselbe Weltgegend kommt, ist auch deshalb absurd, weil es wiederum bei zwei aneinander vorbeilaufenden zeitartigen Linien möglich ist, ihre Punkte in die Gleichzeitigkeitsbeziehung zu bringen, so daß dann das gleiche Ding zur gleichen Zeit an verschiedenen Orten erscheint.¹⁴

Das Ergebnis, das wir aus der speziellen Theorie folgerten, daß die Zeitfolge so weit und nur so weit eindeutig bestimmt ist, als die Kausalbeziehung besteht, wäre aber, wie aus dem oben Gesagten hervorgeht, auch durch die zeitliche Geschlossenheit der Welt nicht umgestoßen. Denn das Entscheidende ist ja nicht die Aufeinanderfolge der Weltpunkte, die ja nur durch Abstraktion aus dem Flusse des Geschehens herausgegriffen werden, sondern der Ablaufsinn eines Prozesses.

XI. Die Relativitätstheorie im Streite der Schulen.

1. Nachdem wir die Grundgedanken der Theorie, ihre erkenntnistheoretischen Grundlagen und Ergebnisse, von dem eingangs entwickelten Gesichtspunkt aus dargelegt haben, erübrigt noch die Aufgabe einer kurzen kritischen Auseinandersetzung mit den bisher unternommenen Versuchen, den philosophischen Gehalt der in der Relativitätstheorie ent-

dem Linienelement vom Trägheitsindex 1, ergibt, oder ob darin eine besondere Voraussetzung steckt. Daß dieser Satz aus der physikalischen Bedeutung der zeitartigen Linien folgt, läßt sich auch so klar machen: Haben wir irgend zwei solche Linien, so muß sich immer durch die Beziehung der Gleichzeitigkeit irgendwie (nicht nur in einer bestimmten Weise) eine umkehrbar eindeutige, stetige Zuordnung zwischen ihren Punkten herstellen lassen. Das ist aber zwischen einer unendlichen und einer endlichen geschlossenen Linie offenbar nicht vollständig möglich.

¹⁴ Diese Konsequenz erkannte Einstein schon in seiner Akademie-Abhandlung von 1914 und bemerkte dazu, daß sie seinem „physikalischen Gefühl aufs lebhafteste widerstrebe“.

haltenen Ideen zu bestimmen bzw. sie einem philosophischen System einzugliedern. Wir beschränken uns dabei auf das Grundsätzliche, da ja die Diskussion von Einzelheiten dort in der Regel unfruchtbar ist, wo die Übereinstimmung in den Grundanschauungen fehlt.

Da nichts erfolgreicher ist als der Erfolg und die Natur die sonderbare Laune zeigte, sich nach Einsteins Absurditäten zu richten, hat sich im allgemeinen eine deutliche Schwenkung in der Literatur vollzogen. War man anfangs geneigt, in Einsteins Erkenntnissen über Raum und Zeit Grenzüberschreitungen eines philosophierenden Physikers zu sehen und ihn mit der Mahnung, daß den Physiker „nur“ die Messungen angehen und Zeit und Raum „selbst“ das Spezialgebiet des Philosophen bilden, zur Ordnung zu verweisen, so bemüht man sich neuerdings mehr um den Nachweis, daß all das in das eigene System vorzüglich hineinpaßt und daß man es im Grunde schon immer gewußt hat. Daß die Aussagen der Relativitätstheorie ihren guten und klaren physikalischen Sinn haben, hoffe ich durch das bisher Gesagte genügend klar gemacht zu haben; wir wollen daher, ohne uns mit der Betrachtung jener irdenen Töpfe, die sich am eisernen reiben, aufzuhalten, unser Augenmerk hauptsächlich auf die Prüfung der Berechtigung der Ansprüche der zweiten Art richten.

2. Entsprechend der überragenden Stellung Kants ist sein Verhältnis zu den durch die Relativitätstheorie neu beantworteten Fragen schon vielfach untersucht worden.¹ Keinesfalls besteht da die einfache Alternative, wie sie Reichenbach² aufstellt: Entweder die Kantsche Philosophie oder die Ein-

¹ Natorp, „Logische Grundlagen“ im Schlußkapitel. E. Sellien, „Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie“, Berlin 1919 (Ergänzungsheft Nr. 48 der „Kantstudien“). I. Schneider, „Das Raum-Zeit-Problem bei Kant und Einstein“. Berlin 1921, Springer. E. Cassirer, „Zur Einsteinschen Relativitätstheorie“. Berlin 1921, Cassirer.

² H. Reichenbach, „Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori.“ Berlin 1920, Springer.

steinsche Theorie ist unrichtig. Man hat vielmehr bei den verschiedenen Problemen immer zu untersuchen, einerseits welche Antwort Kant hier tatsächlich gegeben hat, andererseits welche Antwort aus den allgemeinen Prinzipien seiner Philosophie folgt. Denn es ist kein Zweifel, daß Kants Stellungnahme zu den einzelnen Problemen der Naturwissenschaft nicht nur durch seine eigenen erkenntnistheoretischen Prinzipien, sondern auch durch den Stand der zeitgenössischen Naturwissenschaft, d. h. durch die unangefochtene Herrschaft der Newtonschen Physik bestimmt war.

Das gilt vor allem für seine Stellung zum Problem des absoluten Raumes. Keiner, der die „Metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft“ aufmerksam durchliest, wird mit gutem Gewissen behaupten können, daß Kant hier zur völligen Klarheit gelangt ist.³ Seine Auffassung des Raumes, nach der er keine physikalische Realität, kein wirkendes Ding ist, sondern ein Ordnungsschema, steht in unauflöselichem Widerspruch zu Newtons Lehre vom absoluten Raum und ließe sich mit den Gesetzen der Newtonschen Mechanik nur in der oben angegebenen Weise in Einklang bringen, indem man an die Stelle des „absoluten Raumes“ einen welt-erfüllenden „Trägheitsäther“ setzt.

Kant ist sich dieses Widerspruches wohl bewußt, er erklärt ausdrücklich, daß man auch bei der Kreisbewegung nicht von absoluter Bewegung sprechen dürfe und mit seiner gelegentlich gegebenen Definition: „Der absolute Raum ist überhaupt nichts, sondern bedeutet nur jeden anderen relativen Raum, den wir uns außer dem gegebenen jederzeit denken können“, würde sich wohl jeder Relativist zufrieden geben. Aber wenn dann bei der kreisenden Bewegung die Unterscheidung von absoluter und relativer Bewegung durch die von „wahrer“ und „scheinbarer“ ersetzt wird und die Notwendigkeit dieser Unterscheidung gar a priori deduziert wird (was

³ Vgl. oben Kap. II, § 5.

freilich nur konsequent ist, wenn man die Newtonschen Bewegungsgesetze als a priori gültig hinnimmt), so ist damit doch wieder alles verdorben.

Daß das, was nichts physikalisch Wirkliches ist, sich doch durch physikalische Wirkungen äußert, erklärt Kant allerdings für „ein Paradoxon, das aufgelöst zu werden verdient“, und er würde sich gewiß nicht wenig über diejenigen unter seinen Anhängern wundern, die nun, nachdem die Auflösung dieses Paradoxons der Physik gelungen ist, in seinem Namen „philosophische“ Einwendungen machen, um den absoluten Raum als physikalische Realität zu retten.

Ich kann freilich auch nicht einsehen, daß der absolute Raum (und für die Zeit gilt natürlich immer das Entsprechende) in irgendeinem anderen Sinne an sich oder auch nach Kantschen Prinzipien notwendig ist. Um uns gegenwärtig zu halten, daß kein wirklich zur Ortsbestimmung verwendeter Raum⁴ „absolut“ ist, scheint mir jener „ideale“ absolute Raum ein höchst fragwürdiges Denkmittel, da es doch notwendig auf den Gedanken führt, man müsse sich irgendwie auf dem Wege der empirischen Ortsbestimmung jenem „Ideal“ annähern können. In dieser Weise faßt Natorp in der Tat die Begriffe des absoluten Raumes und der absoluten Zeit als Grenzbegriffe, denen wir uns durch die empirische Forschung nähern, ohne sie je zu erreichen. Aber nach dem, was wir entwickelt haben, ist auch das ein unfruchtbarer und wertloser Begriff; denn die Naturgesetze sind nicht so, daß sie desto genauer gelten, je näher man jenen absoluten Monstren kommt, sondern so, daß sie für jede Art der Ortsbestimmung erfüllt sind; so haben wir keinen Grund, mehr zu denken, als daß jeder andere empirische Raum genau so gut ist wie der gerade benutzte.

3. Weit wesentlicher ist schon der Widerspruch zwischen der Kantschen Auffassung der Geometrie und dem, was wir

⁴ „Raum“ bedeutet hier natürlich soviel wie Bezugssystem.

aus der Einsteinschen Theorie darüber gelernt haben. Die transzendente Ästhetik will durch die Lehre von der Idealität des Raumes als reiner Anschauungsform die Geltung der Geometrie für die empirische Wirklichkeit verständlich machen und beweisen. Die Geometrie war aber für Kant naturgemäß die euklidische. Es war ihm zwar der Gedanke mehrdimensionaler Räume nicht fremd, und seine Erkenntnis des synthetischen Charakters der geometrischen Axiome hätte ihn ja leicht die logische Möglichkeit abweichender geometrischer Systeme einsehen lassen; aber daß für die Wirklichkeit, für die Physik nur die euklidische, dreidimensionale Geometrie in Frage kommt, das stand für ihn außer Zweifel, und es handelte sich ihm weniger darum, das zu beweisen, als es zu erklären. Dieser Tatbestand, den die transzendente Ästhetik zu erklären unternimmt, ist aber nach der Einsteinschen Theorie gar nicht gegeben. Die durch Messung zu ermittelnden geometrischen Eigenschaften der Körper, die Gesetze des „metrischen Feldes“ sind genau solche physikalische, empirisch zu bestimmende Tatsachen wie etwa die elektrischen Eigenschaften, die Gesetze des elektrischen Feldes. Hier ist der direkte Widerspruch nicht wegzuleugnen.

Bevor wir aber darum der Reichenbachschen Alternative zustimmen, müssen wir doch erst untersuchen, wie wesentlich jene Voraussetzung für den transzendentalen Idealismus ist, ob er damit steht und fällt.

Die Antwort darauf ist schon in unserem einleitenden Kapitel gegeben. Wenn es das Wesentliche an der Kantschen Auffassung ist, daß die Welt nicht gegeben, sondern aufgegeben, aus dem gegebenen „Material der Empfindungen“ nach den dem Denken wesentlichen Prinzipien zu konstruieren ist, und daß wir das a priori von dieser Welt vorauszusetzen haben, was zu dieser Konstruktion nötig ist, so folgt aus diesem allgemeinsten, obersten Prinzip der Transzendentalphilosophie, daß man die apriorische Geltung der euklidischen Axiome unbedingt aufzugeben hat, sobald sich zeigt, daß sie nicht

zu diesen wesentlichen Voraussetzungen gehören. Dagegen folgt nicht umgekehrt aus dem empirischen Charakter der Geometrie die Ungültigkeit jenes obersten transzendentalen Prinzipes.

4. Während die neukantische Schule (wenigstens Cohen und Natorp) noch die Geltung der euklidischen Geometrie unter diesem transzendentalen Gesichtspunkt herzuleiten unternehmen, sind sie in einer anderen Richtung schon von Kant abgegangen, nämlich in Hinsicht auf die vom reinen Denken zu unterscheidende „reine Anschauung“. In der Tat scheint auch mir — von der Frage der Geltung der Geometrie ganz abgesehen — die Einführung dieses Begriffes eine Inkonsequenz.

Der anschaulich vorgestellte Raum ist immer ein Abklatsch des Gesichts- oder Tastraumes oder eine Mischung von beiden und demgemäß von anderen empirischen Anschauungen nicht wesensverschieden. Die Apriorität von Raum und Zeit ließe sich nur in dem von uns früher entwickelten Sinne konsequenterweise behaupten, nämlich als das unanschauliche Ordnungsschema, als das sie in die Physik eingehen. Nehmen wir diese Modifikation vor, so bleibt die Frage zu beantworten, ob diese ganz allgemeine Eigenschaft alles Wirklichen, raumzeitlich bestimmt zu sein, in ein solches Ordnungsschema hineinzugehören, der Erfahrung entlehnt oder ihr zugrunde gelegt ist.

Das Entlehnen aus der Erfahrung könnte sich in zweierlei Formen vollziehen, entweder durch direkte, adäquate Wahrnehmung, so wie wir z. B. erfahren, daß es verschiedene Farben gibt, oder indem wir das als eine Hypothese unter anderen möglichen annehmen, daraus die Folgerungen für die unmittelbare Wahrnehmung ableiten und sie in ihr bestätigt finden. Das erste kann nicht zutreffen, weil wir auf diese Weise immer nur die Zeitlichkeit unserer Bewußtseinserlebnisse und die Räumlichkeit gewisser Sinneseindrücke erfahren, niemals aber irgend etwas über die physikalische Welt.

Freilich brauchen wir keine weitere Erfahrung, um zur Annahme der zeitlichen Ordnung der physikalischen Welt zu gelangen, sondern es geht unmittelbar aus der allgemeinen Aufgabe der Naturwissenschaft hervor, daß es eine solche objektive Ordnung geben muß, die, der subjektiven entsprechend, die Zuordnung erst ermöglicht. Die Relativitätstheorie hat uns jedoch gelehrt, daß wir nicht für alle Beobachter dieselbe zeitliche Ordnung über den ganzen Raum hin anzunehmen haben, sondern daß es auch hier genügt, wenn sich prinzipiell in der gleichen Weise aus dem gleichen Weltbild das jedem einzelnen Gegebene herleiten läßt.

Weit schwieriger ist die Frage, ob Räumlichkeit überhaupt ebenso wie Zeitlichkeit in dem angegebenen Sinne eine notwendige Voraussetzung der Naturerkenntnis darstellt. Um diese Frage zu entscheiden, muß man sich klar zu machen suchen, wie eine nichträumliche physikalische Welt aussehen würde. Da uns das Denken kein anderes Mittel zur Verfügung stellt, müßte auch diese Welt aus der unendlichen Mannigfaltigkeit der Zahlen konstruiert werden. Da wir aber unter der Voraussetzung der Unräumlichkeit nur eine unabhängige Veränderliche hätten, die Zeit, so ließe sich die unendliche Vielfältigkeit der gegebenen qualitativen Welt nur so quantitativ darstellen, daß man unendlich viele verschiedene abhängige physikalische Größen annimmt; eine solche Welt durch eine endliche Zahl von Gesetzen zu beherrschen, ist undenkbar, da sich die verschiedenen Größen ja durch nichts anderes unterscheiden könnten als durch die Gesetze, unter denen sie zueinander und zu den Erlebnisinhalten stehen. Außerdem sehe ich keine Möglichkeit, wie sich in diesem Weltbild die verschiedenen Ausschnitte der Wirklichkeit, die sich den einzelnen Subjekten darbieten, ergeben sollten.

Beides leistet der Raum. Die unendlichen Anordnungsmöglichkeiten, die sich für das nur einer endlichen Zahl von Bestimmungen nach Determinierte in einem mehrdimensionalen Kontinuum ergeben, eröffnen z. B. gegenwärtig die Aus-

sicht nach den im Anschluß an die Einsteinsche Theorie entwickelten Gedanken von Mie, Hilbert und Weyl, daß wir mit 14 physikalischen Zustandsgrößen (den 10 Gravitations- und den 4 elektrischen Potentialen) unser Auslangen finden könnten. Andererseits ist es wieder die Raumordnung, welche es ermöglicht, dieselbe Welt von den verschiedensten Standpunkten aus darzustellen (in den verschiedenen Koordinatensystemen⁵) und doch so, daß für jeden die gleichen Gesetze gelten und man nach bestimmten Regeln (den Transformationsformeln) von einer Abbildung der Welt zur anderen gelangt.

In diesem Sinne glaube ich also, daß man zwar nicht irgendwelche spezielle Gesetze der Zeit- oder Raumordnung, wohl aber den allgemeinsten Grundsatz der Zeitlichkeit und Räumlichkeit alles Wirklichen als apriorische Voraussetzung der Naturwissenschaft ansprechen kann⁶, nicht als durch die angeborene Beschaffenheit des Hirns bedingte Anschauungsformen, sondern als logisch notwendige Voraussetzungen, die sich aus der Aufgabe ergeben, aus der gegebenen eindimensionalen, unendlich mannigfachen Bewußtseinswelt eine gesetzliche, objektiv gedachte Welt zu konstruieren.

5. Da ich mich mit M. Schlick sachlich in der Auffassung des physikalischen Sinnes der Relativitätstheorie und in der

⁵ H. Weyl nennt darum das Koordinatensystem außerordentlich treffend „das letzte Residuum der Ich-Vernichtung“. Wir haben eingangs von der aufgegebenen Welt gefordert, daß sie von allen denkenden Subjekten als die gleiche gedacht wird. Bei den Naturgesetzen ist das durch ihre Kovarianz direkt durchgeführt. Aber es gilt auch für die Angaben, die sich auf ein bestimmtes Koordinatensystem beziehen, insofern es ja prinzipiell jedem Subjekt möglich ist, sich dieses System zu wählen, oder, wenn er die Beziehungen seines eigenen Systems zu diesem anderen kennt, das für sein System Gültige aus den Angaben in bezug auf das andere herzuleiten.

⁶ Für diese Auffassung hat sich bekanntlich auch Helmholtz erklärt, allerdings von ganz anderen Voraussetzungen aus.

scharfen Scheidung zwischen der phänomenalen, anschaulichen Raum-Zeit-Gegebenheit und dem entsprechenden begrifflichen Ordnungsschema enig weiß, so scheint es mir desto nötiger, darauf hinzuweisen, daß das, was Schlick in seiner „Erkenntnislehre“⁷ Idealität nennt, mit dem, was ich nach Kantschem Sprachgebrauch so nenne, nicht das mindeste gemein hat.

Er findet nämlich das Richtige der Kantschen Lehre darin, daß die anschauliche Zeitlichkeit und Räumlichkeit der „transzendenten“ Welt nicht zukommt. Aber die „transzendente“ Welt, die Schlick hier meint, ist nichts anders als die physikalische, nach unseren Kategorien und Denkgesetzen konstruierte Welt, also die „Natur“, von der Kant zu beweisen unternahm, daß sie Erscheinung ist, und daß die Gesetze der Zeit und Raumanschauung für sie eben deshalb gelten, weil sie unseren subjektiven Anschauungsformen und Denkkategorien gemäß konstruiert ist. Dagegen ist Kants transzendente Welt die intelligible Welt des Dings an sich, das sittliche Reich der Intelligenzen, an das mit physikalischen Begriffen und mit einem noch so abstrakten begrifflichen Raum-Zeit-Schema heranzutreten sinnlos ist.

Neuerdings hat Schlick der Frage „kritizistische oder empiristische Deutung der neuen Physik?“⁸ eine eingehende Untersuchung gewidmet, an die ich um ihrer prägnanten Formulierung willen einige Bemerkungen zu dieser Frage knüpfen möchte, wiewohl sich ihre Beantwortung nach dem früher Gesagten eigentlich von selbst ergibt.

Da die Annahme synthetischer Sätze a priori als konstitutiver Prinzipien der Erfahrungserkenntnis in der Tat eines der wesentlichsten Merkmale der kritizistischen Philosophie darstellt, ist die Frage, welches denn diese Sätze sind, vollkommen berechtigt. Aber es ist ein ungerichtetes Verlangen,

⁷ „Allgemeine Erkenntnislehre“. Berlin 1918, Springer. S. 208 ff.
⁸ „Kantstudien“, Bd. XXVI, Heft 1—2, S. 96 ff.

daß sich diese Sätze gerade nur in den Grundlagen der Einsteinschen Physik finden sollen und nicht so allgemein sein dürfen, daß sie in jeder den Bedingungen der Wissenschaftlichkeit genügenden Theorie erfüllt sind. Das ist ja gerade von einer wissenschaftlichen Erkenntnistheorie (im Unterschiede von dogmatischem Rationalismus) zu fordern, daß sie nur solche Prinzipien a priori aufstellt, die gerade die Bedingungen für die wissenschaftliche Möglichkeit einer Theorie beinhalten. Dann wird man freilich nur das finden, was aus dem Begriff der Natur als eines durchgängigen Gesetzeszusammenhanges und den Bedingungen der Erkenntnis solcher Gesetze abzuleiten ist: Das Kausalgesetz, Zeitlichkeit und Räumlichkeit überhaupt, gewisse Stetigkeitsvoraussetzungen, ohne die die Methoden der Approximation unmöglich wären, deren Formulierung aber nun angesichts der Quantentheorie mit doppelter Vorsicht erfolgen muß, und schließlich der Satz vom zureichenden Grunde.⁹

Freilich ist nicht zu erwarten, daß „jemals eine physikalische Theorie als Bestätigung der kritizistischen Philosophie anzusprechen“ sein wird, aber von der empiristischen gilt genau das gleiche. Eine direkte Widerlegung spezieller erkenntnistheoretischer Ansichten ist freilich möglich, wenn eine erfahrungsgemäß bestätigte physikalische Theorie einem Satz einer Erkenntnistheorie widerspricht (wie etwa die Einsteinsche Theorie der apriorischen Geltung der euklidischen Geometrie); aber wie sollte eine allgemeine Theorie der Naturerkenntnis anders bestätigt werden als dadurch, daß man in der ganzen Entwicklung der Physik, in ihrem Übergang von einer Theorie zur anderen, in ihrem ganzen methodischen Verfahren nachweist, daß sie von jenen Prinzipien beherrscht ist, die die Erkenntnistheorie als maßgebend aufstellt. Daß dieses Kriterium beim Fortschritt von der Newtonschen zur Einsteinschen Physik nicht zu ungun-

⁹ Diese Aufzählung beansprucht natürlich nicht Vollständigkeit. Wahrscheinlich gehört auch der Erhaltungssatz hierher.

sten der allgemeinen Prinzipien des Kritizismus spricht, hoffe ich klargestellt zu haben.

Wollten wir die Gegenfrage stellen, welche Prinzipien des Empirismus in den Grundlagen der Relativitätstheorie enthalten sind, so wäre das freilich unvernünftig, weil doch der Empirismus konsequenterweise kein anderes Prinzip kennen sollte als das, daß es keine Prinzipien gibt, und demgemäß seine Bestätigung nur darin finden kann, daß in der physikalischen Theorie alle bis dahin für gültig angesehenen Prinzipien aufgegeben werden, wovon bislang noch keine Rede ist.

Schlick jedoch möchte „zum obersten Prinzip aller empiristischen Philosophie“ den Grundsatz erheben, „daß Unterschiede des Wirklichen nur dort angenommen werden dürfen, wo Unterschiede im prinzipiell Erfahrbaren vorliegen“. Gegen diesen Grundsatz ist nicht das mindeste einzuwenden, da er sich aus dem Satz vom zureichenden Grunde und der Art unserer Wirklichkeitserkenntnis unmittelbar ergibt und in der Tat auch nach dem früher Gesagten geeignet ist, den prinzipiellen Vorzug der Einsteinschen Theorie zu begründen. Ich weiß nur nicht recht, wie der Empirismus ihn rechtfertigen will, ob als durch Erfahrung zu bestätigende Hypothese oder als der Bequemlichkeit halber angenommene Konvention.

Im übrigen ist, was sich in wenigen Worten zur Kritik des Empirismus sagen läßt, in den Bemerkungen des einleitenden Kapitels über das Kausalgesetz enthalten.

6. Glaube ich also mit E. Cassirer die Grundsätze des Kritizismus durch die Relativitätstheorie so weit bestätigt, als solche Bestätigung überhaupt möglich ist, so gilt meines Erachtens doch das gleiche nicht für den extremen Rationalismus der neukantischen Richtung (Marburger Schule), die das „Gegebene“ überhaupt leugnet und alles Wirkliche durch reine Denkbestimmung erzeugen will. Damit ist die Position Kants verlassen, die gerade seine entscheidende Leistung ermöglicht hat, den Streit zwischen

Empirismus und Apriorismus, zwischen Sensualismus und Rationalismus dadurch zu schlichten, daß er den beiden Elementen unserer Wirklichkeitserkenntnis, Anschauung und Denken, ihren Anteil zumaß. In der Bestimmung der Wirklichkeit als dessen, „was mit der Wahrnehmung nach Gesetzen zusammenhängt“, findet diese Stellung ihren klassischen Ausdruck; denn die Wahrnehmung läßt sich so wenig in Denkbestimmung auflösen, wie die Gesetzlichkeit in passives Erleben von Empfindungskoexistenz und Sukzession.

Die durch die Leugnung der schlichten Gegebenheit der Wahrnehmung bedingte Wirklichkeitsfremdheit kommt auch ganz deutlich in E. Cassirers geistreicher erkenntnistheoretischer Studie über die Relativitätstheorie zum Ausdruck. Während er sehr klar und überzeugend nachweist, daß die Relativierung des Gegenstandes nicht die der Erkenntnis zur Folge hat, und an dem durch die neue Physik geschaffenen Begriffswandel die Entwicklung des Gegenstandsbegriffes vom Ding zur gesetzlichen Beziehung aufzeigt, bleibt auf der anderen Seite doch dunkel, wie dieses ganze System von Beziehungen und Gesetzen ein Verhältnis zur Wirklichkeit gewinnt, ohne das es doch, mag es in sich noch so konsequent und systematisch aufgebaut sein, ein bloßes Hirngespinnst ohne physikalische Bedeutung bliebe.

Cassirer meint, die Bestimmung der Ereignisse sei damit erledigt, daß man jedem Weltpunkt vier Zahlen, „die gar keine unmittelbare physikalische Bedeutung besitzen“¹⁰, zuordnet. Aber wo sollte denn die physikalische Bedeutung herkommen, wenn die Bestimmung der Ereignisse damit wirklich erschöpft wäre, und sich nicht vielmehr mit Hilfe der Potentiale g_{ik} aus diesen Größen für zwei benachbarte Weltpunkte die direkt meßbare Eigenzeitdifferenz berechnen ließe? Hier vollzieht sich die Zuordnung des physikalischen Begriffsystems zum Wahrnehmungsgegebenen, ohne die die Theorie

¹⁰ A. a. O. S. 119.

in der Luft hängen würde. Daß Messungen ohne theoretische Vorstellungen unmöglich sind, ist natürlich zuzugeben; aber bei der Messung tritt doch ein Moment ein, wo die Konstatierung des reinen Faktums der Koinzidenz zwischen Maßstab und Gemessenem entscheidet.

7. Es ist das historische Verdienst Ernst Machs, den Physikern zum Bewußtsein gebracht zu haben, daß das Gegebene, von dem sie ausgehen müssen, nicht Atome, Kräfte, Energien oder sonstige Gebilde des konstruktiven physikalischen Denkens sind, sondern das, was er die „Elemente“ nennt, das unmittelbar Wahrgenommene. Ist Einstein einerseits Machs Testamentvollstrecker dadurch, daß er seinen Gedanken der Relativität der Trägheit zur physikalischen Geltung brachte, so weiß er sich andererseits auch darin als Schüler Machs, daß ihm die Gebundenheit des physikalischen Denkens an das Bewußtseinsgegebene immer klar vor Augen steht. In der Tat ist die wunderbare Verbindung außerordentlicher spekulativer Kraft mit der innigsten „Anpassung der Gedanken an die Tatsachen“ — um den Machschen Ausdruck zu gebrauchen — für Einsteins Genius charakteristisch.

Sehr deutlich kommt das in der Begründung der Relativität der Gleichzeitigkeit zum Ausdruck, die Einstein an die Spitze seiner Entwicklung der speziellen Theorie stellt: Wir wissen gar nicht, was Gleichzeitigkeit bedeutet, solange wir nicht angeben können, wie sie sich in der Wahrnehmung äußert. Andererseits fällt es Einstein gar nicht ein, den Begriff der Koinzidenz von Ereignissen „durch reine Denkbestimmung zu erzeugen“, da hier der direkte Zusammenhang mit dem Bewußtseinsgegebenen vorliegt.

Aber so verhängnisvoll es für eine physikalische Theorie ist, den Boden des Gegebenen unter den Füßen zu verlieren, genau so verderblich wäre es für sie, wenn sie an diesem Boden haften bliebe. Die Notwendigkeit, jenseits des Bewußtseinsgegebenen in einem begrifflich zu bestimmenden Reich

strenger Gesetzlichkeit die objektive Wirklichkeit zu konstruieren, verkennt jedoch der Positivismus als typischer Sensualismus, und diese Einseitigkeit führt zu ebenso charakteristischen Mißverständnissen wie der entgegengesetzte Fehler des Rationalismus.

Wie weit ist die Art, wie Einstein aus dem in ganz wenigen Sätzen kondensierten Erfahrungsmaterial und ein paar allgemeinen Prinzipien seine Gravitationstheorie baut, von der einfachen Registrierung von Koexistenz und Sukzession entfernt, in der Petzoldt, gegenwärtig der energischste Vertreter der positivistischen Richtung, die Aufgabe der Naturwissenschaft sieht.¹¹ Wäre die theoretische Arbeit, soweit sie über solche einfache Feststellungen hinausgeht, wirklich nicht mehr als eine denkökonomische Darstellung des bereits Beobachteten, dann wäre alles das, was man darüber hinaus an erst zu prüfenden Ergebnissen folgert, und was den hauptsächlichsten Wert einer neuen Theorie ausmacht, haltlose Vermutung, deren Bestätigung zu erwarten man nicht den mindesten logischen Grund hätte. Darum wirft Planck der Machschen Erkenntnistheorie meines Erachtens mit Recht vor, daß sie die produktive Phantasie des Physikers lähmen würde, wenn sie über sein Denken Macht gewänne.

Daß die Protagoräische Relativierung der Wahrheit nicht im mindesten mit der Relativierung gewisser physikalischer Begriffe gegeben ist, geht, hoffe ich, aus meiner ganzen Darstellung klar hervor. Für die Idee der Relativitätstheorie ist vielmehr ebenso charakteristisch wie die Relativierung der meisten Bestimmungen innerhalb eines Koordinatensystems die absolute Geltung der Naturgesetze unabhängig vom Koordinatensystem. Es ist eine natürliche Folge der positivistischen Grundanschauung, für die die Natur nicht das Korrelat des gesetzlichen Denkens, sondern bloß ein Haufe von Tatsachen ist, daß Petzoldt die prinzipielle Bedeutung

¹¹ „Die Stellung der Relativitätstheorie in der geistigen Entwicklung der Menschheit.“ Dresden 1921. S. 66.

dieses Gedankens nicht erkennt. Er sieht in der Kovarianzforderung eine unberechtigte Einschränkung des Gesetzesbegriffs und meint, daß z. B. das Ganggesetz einer Uhr, das von System zu System variiert, genau so gut ein Naturgesetz darstellt.¹²

8. Um die prinzipielle Bedeutung der Kovarianz der allgemeinen Naturgesetze klar zu machen, müssen wir auf den fundamentalen Unterschied zwischen dem nur individuell Aufweisbaren und dem allgemein begrifflich Bestimmbaren zurückgreifen. Z. B. den Ort und den Zeitpunkt eines Geschehens kann ich immer nur angeben, indem ich mich auf einen Ausgangspunkt beziehe, den ich nicht begrifflich beschreiben kann, sondern irgendwie durch die Beziehung zum hier und jetzt oder zu einem bekannten individuellen Objekt aufweisen muß. Wo z. B. der Nullmeridian auf der Erde liegt, das soll mir durch den Eigennamen Greenwich verständlich werden oder durch die Angabe von Beziehungen zu irgendeinem mir bekannten Ort; man wird vergeblich versuchen, diese Beschreibung durch eine allgemein-begriffliche zu ersetzen. So verhält es sich aber auch immer mit der Angabe eines bestimmten Koordinatensystems; daher auch seine wesentliche Ich-Bezogenheit. Das gleiche überträgt sich dann natürlich auch auf jede Aussage, die vom Koordinatensystem abhängt.

Das Wesen eines allgemeinen Gesetzes ist es aber, daß es einem begrifflich bestimmten Gegenstand irgendwelche Eigenschaften zuschreibt, wo immer und wann immer es angetroffen wird, d. h. unabhängig von der Art der jeweiligen individuellen Aufweisung. Um es aussprechen, verstehen und anwenden zu können, ist also die Aufweisung irgendeines individuellen Gegenstandes nicht nötig. Es ist möglich, sich mit einem Menschen über ein physikalisches Gesetz zu verständigen, der nicht ein einziges von den Dingen

¹² Zeitschr. für pos. Phil. II, 1914, S. 40.

kennt, die ich kenne; freilich muß er Dinge von der gleichen Art kennen. Denn alle physikalischen Begriffe gewinnen zwar ihre Bedeutung erst durch die Zuordnung zu der Wirklichkeit, die nur in einem individuellen Erlebnis erfaßbar ist, aber bei diesem Erlebnis kommt es nicht auf die individuellen Umstände an, es ist unter allen möglichen Verhältnissen wiederholbar.

Die Forderung der Unabhängigkeit vom Koordinatensystem, der allgemeinen Kovarianz, ist also kein willkürlicher Einfall, sondern in der Forderung der Allgemeingültigkeit der Naturgesetze begründet.

Allerdings würde die Newtonsche Physik in der oben gegebenen Formulierung dieser Forderung auch Genüge tun; denn hier sind die ausgezeichneten Systeme, in denen die Naturgesetze gelten, immer und überall nach bestimmten, allgemeinen Methoden zu konstruieren, und so ist die Aufweisung eines individuellen Dinges nicht nötig, obwohl ein solches eigentlich in die Naturgesetze eingeht, nämlich der „absolute Raum“ bzw. der Körper *A*. Die Beschränkung der Allgemeinheit entfällt hier nur wegen der Allgegenwart und Unveränderlichkeit dieses sonderbaren Dinges. Wenn das aber nicht existiert, dann gibt es keine andere Möglichkeit als die allgemein kovariante Formulierung der Naturgesetze, wenn der wesentliche Unterschied zwischen der Naturwissenschaft als Gesetzeswissenschaft und den historisch-beschreibenden Wissenschaften gewahrt sein soll.¹³

Daß wir überall inmitten der Natur stehen und nicht erst den Archimedischen Punkt außerhalb oder innerhalb der Welt zu suchen brauchen, drückt sich darin aus, daß sich die glei-

¹³ Das Problem der Geschichtswissenschaft gehört natürlich nicht hierher. Ich will aber doch bemerken, daß ich in dieser Bezogenheit auf das Einzelne nicht den wesentlichen Charakter oder gar einen wesentlichen Vorzug der historischen Wissenschaften sehen kann, vielmehr glaube, daß auch sie bestrebt zu sein haben, auf dem Wege soziologischer Betrachtung zur Gesetzeserkenntnis vorzudringen.

chen Naturgesetze von jedem Standpunkt aus ergeben. Ein Naturgesetz ist eine allgemeingültige Abhängigkeitsbeziehung zwischen physikalischen Zustandsgrößen.¹⁴ Darum ist es wohl ein Naturgesetz, daß unter diesen und jenen Bedingungen der Gang einer Uhr zu dem einer gleichartigen unter anderen Bedingungen in gewisser Beziehung steht. Aber es ist kein Naturgesetz, daß meine Uhr langsamer geht als deine.

9. Mit dem Positivismus teilt die von Vaihinger entwickelte „Philosophie des Als-Ob“ den Ausgangspunkt. Auch sie sieht nur in den Empfindungen das Wirkliche. Aber während schon der Positivismus in allem, was das physikalische Denken aus diesem Rohmaterial macht, „nur Begriffe“ sieht, und durch dieses „nur“ andeutet, daß man durch Begriffe nichts Wirkliches denkt, geht Vaihinger noch weiter und erklärt alle theoretischen Begriffe der Wissenschaft für Fiktionen, d. h. nicht nur für Denkmittel, denen nichts Wirkliches entspricht, sondern denen Wirkliches auch gar nicht entsprechen kann, weil sie in sich widersprechend sind. Trotzdem sollen solche widerspruchsvolle Denkgebilde geeignet sein, den biologischen Zweck der Anpassung des Organismus an die Lebensbedingungen, der zweckmäßigen Reaktion, zu erfüllen.

¹⁴ Ich wähle die Formulierung absichtlich allgemeiner, als es der bloßen kausalen Abhängigkeit entsprechen würde. Denn wenn es auch für die Möglichkeit der Naturerkenntnis ausreichend wäre, wenn es nur Gesetze der kausalen Abfolge gäbe und wir daher nur das Bestehen solcher Gesetze *a priori* erwarten können, so ist die Welt doch höchstwahrscheinlich nicht so eingerichtet, daß für das Nebeneinander gar keine Gesetze bestehen. Was wir bis heute an derartigen Gesetzen kennen, ließe sich allerdings als Folge der kausalen Abhängigkeiten deuten, sofern diese Gleichgewichtszustände herbeiführen, die durch bestimmte Beziehungen gleichzeitiger Zustandsmerkmale gekennzeichnet sind, aber es müßte nicht allgemein so sein. Mit dem Hinweis auf die gleiche Beschaffenheit aller Elektronen sagte Einstein einmal, es sei eine seiner tiefsten wissenschaftlichen Überzeugungen, daß es auch solche Gesetze des Nebeneinander geben müßte.

Nun ist gar kein Zweifel, daß auch in den exakten Wissenschaften logisch nicht einwandfreie Theorien eine große Rolle gespielt und sich fruchtbar erwiesen haben, aber doch nur trotz ihrer theoretischen Unzulänglichkeit, die zu überwinden ständig die Aufgabe der Wissenschaft bleibt. Gewiß haftete z. B. die Infinitesimalrechnung am Beginne ihrer Entwicklung an dem widerspruchsvollen Begriff des Unendlichkleinen, aber die jahrhundertelange Arbeit der Mathematiker war darauf gerichtet, diesen Widerspruch zu überwinden, und das ist auch durch den Grenzbegriff im wesentlichen gelungen.

Oder, um ein Beispiel aus der Physik zu nehmen, zwischen dem zweiten Hauptsatz und der mechanischen Theorie der Wärme bestand der bekannte Widerspruch, daß diese die prinzipielle Umkehrbarkeit aller thermischen Vorgänge zur Folge hat, die jener zu verbieten scheint. Haben sich die Physiker etwa bei diesem Widerspruch beruhigt und sich damit begnügt, in der mechanischen Theorie eine „Fiktion“ zu sehen, die nicht widerspruchsfrei zu sein braucht? Das fiel keinem ein, sondern die Ausmerzung dieses Widerspruchs war eines der Denkmotive für Boltzmanns geniale Wahrscheinlichkeitstheoretische Ableitung des zweiten Hauptsatzes, einer der fruchtbarsten Gedanken der modernen Physik, durch den dieser Widerspruch aufgeklärt ist. Desgleichen denkt kein Physiker daran, sich mit der Quantentheorie in ihrer heutigen Gestalt trotz ihrer logischen Unklarheit zu bescheiden.

Freilich wird auch niemand das Kind mit dem Bade ausschütten und jede Anwendung einer Theorie so lange verbieten, bis ihre logischen Grundlagen völlig geklärt sind. Aber die Elimination aller Widersprüche, die logische Einheitlichkeit des gesamten physikalischen Weltbildes ist schon darum ein unerläßliches Erfordernis, weil ohne das eine eindeutige Ableitung der zu erwartenden Wirkungen aus gegebenen Bedingungen gar nicht möglich ist.

Doch zeigt sich die Eigenart des physikalischen Genies, der physikalische „Takt“, oft gerade darin, wie aus unvollkom-

menen, nicht eindeutigen Voraussetzungen durch Annäherung Folgerungen gezogen werden, die die Wirklichkeit bestätigt, die jedoch auf dem Wege streng logischer Deduktion bei dem unfertigen Stand der Theorie nicht hätten gezogen werden können. Das gilt für Einsteins Relativitätstheorie ebenso wie für Plancks Quantenhypothese.

Eine nähere Kritik des Fiktionalismus ist hier aber schon deshalb nicht nötig, weil sein Grundsatz, daß logisch widerspruchsvolle Gebilde für das Denken wertvoll sein können, nicht das mindeste zum Verständnis der Relativitätstheorie beiträgt; denn hier finden wir keinen Widerspruch, wenigstens keinen inneren logischen Widerspruch, sondern nur solche zu manchen beliebten apriorischen Vorurteilen.¹⁵

10. Wiewohl die hier vertretene Auffassung, daß es apriorische Grundsätze der Naturforschung^g gibt, an sich durch keine physikalische Theorie widerlegt werden kann, so liegt es doch nahe, aus der Relativitätstheorie eine solche Folgerung zu ziehen. Wenn wir sehen, wie der Fortschritt des physikalischen Denkens sich in der Weise vollzieht, daß eine für a priori gehaltene Voraussetzung nach der anderen fallen gelassen wird, wie sich apriorische Vorurteile jedesmal dem Fortschritt der Erkenntnis entgegenstellen, zu den Zeiten des Galilei und Kopernikus die Aristotelischen genau so wie heute gegen die Einsteinsche Theorie die Newtonschen, scheint es da nicht ein schädliches und sinnloses Unternehmen, das, was heute vielleicht noch zu Recht besteht, nun wieder als ein für alle Zeiten a priori gültiges Dogma zu

¹⁵ Die von Raymund Schmidt in den Annalen der Philosophie II, 3 befolgte Methode, überall dort Fiktionen zu wittern, wo man die Partikel „als ob“ anwenden kann, ist doch etwas zu primitiv. Was soll man dazu sagen, wenn der fiktionalistische Charakter der allgemeinen Theorie durch die Formulierung begründet wird: „Die Naturgesetze verhalten sich, als ob sie allgemein kovariant wären“, wo doch dieses Verhalten eine so sichere mathematische Tatsache ist (natürlich die Einsteinschen Gesetze vorausgesetzt, aber andere verhalten sich nicht einmal so, „als ob“), wie daß sich 2×2 so verhält, „als ob“ das Produkt gleich 4 wäre.

proklamieren, um bei dem nächsten Schritt, den die Wissenschaft nach vorwärts tut, auch das wieder fallen lassen zu müssen, und dann wieder eine neue „ewige Wahrheit“ a priori für eine Zeit aufzurichten?

Dieser Gedankengang war wohl für Reichenbachs eigenartige Auffassung des Apriori bestimmend. Er erkennt, daß die physikalischen Gegenstände nicht gegeben sind, sondern aus dem Gegebenen durch unsere Begriffe und Gesetze zu konstruieren; aber diese Begriffe und Gesetze, die er auch a priori nennt, sollen sich vom Kantischen Apriori dadurch unterscheiden, daß sie nichts Ewiges, Unabänderliches sind, sondern im Fortschritt der Wissenschaft sich wandeln und den jeweiligen Gegenstandsbegriff der Physik in seiner wechselnden Bestimmtheit bedingen. Ja er glaubt, die Entwicklung müsse sich geradezu in dieser Form abspielen, daß die bislang obersten gültigen Prinzipien durch umfassendere aufgehoben werden, mit denen verglichen, die früheren Prinzipien nur als erste Annäherung erscheinen, wie etwa das Galileische Trägheitsgesetz durch das Bewegungsgesetz des „kräftefreien“ Körpers in der allgemeinen Theorie aufgehoben, aber doch in ihm als Annäherung unter gewissen Bedingungen enthalten ist.

Gegen das Kantische Apriori wird geltend gemacht, daß es doch als eine unbegreifliche prästabilisierte Harmonie erschiene, wenn irgendwelche angeborene Denkgewohnheiten gerade für die eindeutige Darstellung des Naturgeschehens am angemessensten, ja wenn sie überhaupt für diesen Zweck ausreichend wären.

Nach der hier vertretenen Auffassung, die Kants Meinung trotz seiner vereinzelt psychologischen Wendungen doch wohl besser trifft, handelt es sich natürlich nicht um ein solches Wunder. Zwar folgt aus den logischen Grundsätzen der Naturforschung nicht, daß sie überhaupt erfolgreich möglich ist¹⁶, wohl aber ist es undenkbar, daß sie ohne diese erfolg-

¹⁶ Eine chaotische Welt, in der überhaupt keine Gesetze gelten

reich sein könnte. Bei unserem Begriff des Apriori ist seine prinzipielle Scheidung vom Erfahrungsabhängigen deutlich, während ich nicht sehe, wie unter dem Gesichtspunkt Reichenbachs eine solche Scheidung durchzuführen ist. Wie ist zu entscheiden, welche Gesetze den Gegenstand konstituieren und welche nicht? Dagegen welche Grundsätze für die Naturwissenschaft unentbehrlich, und welche ohne Gefährdung ihres Bestandes abänderbar sind, das läßt sich bestimmen. Der ewige Wandel trifft freilich alle Naturgesetze, denen solche prinzipielle Bedeutung nicht zukommt, aber der Fortgang zu neuen Gesetzen vollzieht sich gerade um jener obersten unwandelbaren Prinzipien willen.¹⁷

11. Mit der Auffassung der Kausalität hängt die der

würden, ist eine sinnlose Vorstellung, weil die Welt im Sinne der Physik nur so weit gedacht werden kann, als sie gesetzlich gedacht wird. Aber die Komplikation könnte so groß sein, daß keine Gesetze festzustellen wären. Dann gäbe es aber überhaupt keine Welt außer uns, und Organismen würden nicht existieren, da sie sich nicht anpassen könnten.

¹⁷ Reichenbach (a. a. O. S. 77) meint allerdings, daß auch das Kausalgesetz, nach meiner Auffassung der Kern der apriorischen Prinzipien der Physik, im weiteren Gang der Wissenschaft überwunden werden wird, ja er glaubt das schon in der Weylschen Elektrizitätstheorie geschehen, weil dort „Zeit- und Raumbestimmungen explizit in die Naturgesetze eingehen“.

Nun ist zwar gar nicht der Inhalt des Kausalgesetzes die Trivialität, daß das Geschehen in einem Weltpunkt davon unabhängig ist, welche Koordinatenzahlen man ihm zuordnet, aber die Weylsche Theorie verstößt so wenig dagegen wie gegen das Kausalgesetz. Reichenbach ist wohl zu diesem Mißverständnis gekommen durch die öfters gebrauchte nicht sehr präzise Ausdrucksweise, daß nach dieser Theorie die Länge eines Maßstabes und die Gangart einer Uhr „von ihrer Vorgeschichte abhängt“; das bedeutet aber keineswegs eine Bergsonsche „wahre Dauer“, welche Wirkungen hervorbringt, sondern die Abhängigkeit dieser Größen von der Art der kongruenten Übertragung, die natürlich nur durch die physikalischen Größen (elektrische Potentiale), die auf dem Wege angetroffen werden, nicht durch irgendwelche Orts- und Zeitbestimmungen für sich charakterisiert sein kann.

Naturgesetze aufs engste zusammen. Streng ausnahmslos gültige Gesetze, die alles Geschehen regeln, das ist die Forderung der Kausalität. Verzicht auf die allgemeine Geltung des Kausalgesetzes bedeutet Verzicht auf die strenge Gesetzesphysik.

Es ist sonderbar, daß ein so eminent philosophisch denkender Mathematiker wie Hermann Weyl, zu diesem sacrificium intellectus aus Motiven, die dem rein theoretischen Denken fremd sind, geneigt scheint.

„Es muß einmal klipp und klar gesagt werden,“ heißt es in der vierten Auflage von „Raum — Zeit — Materie“ (S. 283), „daß die Physik bei ihrem heutigen Stande den Glauben an eine auf streng exakten Gesetzen beruhende geschlossene Kausalität der materiellen Natur gar nicht mehr zu stützen vermag. Das extensive Feld, der „Äther“, ist lediglich der in sich selber völlig kraftlose Übermittler der Wirkungen; er spielt durchaus keine andere Rolle wie der Raum mit seiner starren euklidischen Metrik nach alter Auffassung; nur hat sich der starre, unbewegte in einen allen Eindrücken zart nachgebenden, geschmeidigen Diener gewandelt. Die Freiheit des Handelns in der Welt ist aber durch die strengen Gesetze der Feldphysik nicht anders eingeschränkt als nach gewöhnlicher Auffassung durch die Gültigkeit der Gesetze der euklidischen Geometrie.“

Diese Gedanken hat Weyl in einem Vortrag über „Das Verhältnis der kausalen zur statistischen Betrachtungsweise in der Physik“¹⁸ ausführlicher entwickelt.

Die statistische Betrachtungsweise wird in der Physik bekanntlich dort angewendet, wo die Vorgänge im einzelnen der Beobachtung nicht zugänglich sind, sich aber doch für den Verlauf im großen Wahrscheinlichkeitsgesetze ergeben, wie etwa bei der Diffusion zweier Flüssig-

¹⁸ Veröffentlicht in der Schweizerischen Medizinischen Wochenschrift 1920, Nr. 34.

keiten oder bei der Molekularbewegung eines Gases. Diese Wahrscheinlichkeitsgesetze haben, wie schon früher erwähnt, vor den Feldgesetzen den eigentümlichen Vorzug, daß hier der Unterschied des Zeitsinns deutlich zum Ausdruck kommt, der in der Feldphysik verschwindet. Weyl sieht darin einen so wesentlichen Unterschied, daß er es für aussichtslos hält, die statistische Regelmäßigkeit in der Art, wie es bisher geschehen ist, auf eine strenge, nur mangels genauer Kenntnis der Bedingungen nicht durchschaubare kausale Gesetzmäßigkeit zurückzuführen.

Eine weitere Stütze seiner Auffassung sieht Weyl in dem Begriff des Kontinuums, von dem er glaubt, „daß es nicht als starres Sein sich fassen läßt, sondern nur als ein nach innen hinein in einem unendlichen Werdeprozeß Begriffenes“. Dann sind die gegenwärtigen und vergangenen physikalischen Zustände nicht nur für unsere Erkenntnis ein nur im unendlichen Prozeß Erfassbares, noch nicht Abgeschlossenes, sondern „sie sind an sich mit einer solchen Vagheit behaftet.“ Wenn die Gegenwart noch nicht einmal bestimmt ist, so kann es natürlich noch weniger durch sie die Zukunft sein. „Damit weicht der starre Druck der Naturkausalität, und es bleibt, unbeschadet der Gültigkeit der Naturgesetze, Raum für selbständige, kausal voneinander absolut unabhängige Entscheidungen, als deren Ort ich die Elementarquanten der Materie betrachte. Diese „Entscheidungen“ sind das eigentlich Reale in der Welt.“

Weyl schließt diesen Gedankengang mit dem Hinweis auf die Möglichkeit, von diesem Standpunkt aus, den Wesensunterschied zwischen belebter und unbelebter Natur zu erfassen und dort, „wo Bewußtsein und zielsetzender, tatbegründender Wille heraufkommt“, Raum zu schaffen für „die Gewalt eines rein geistigen Seins“.

12. Ich finde die Resultate der exakten Wissenschaften, die eine solche Auffassung stützen könnten, so spärlich und dem

gegenüber die erkenntnistheoretischen Bedenken, die sich dagegen erheben, so schwer, daß ich diese Anschauung für unvereinbar halte mit einem Standpunkt, der die logische Einsicht über die metaphysische oder ethische Absicht stellt.¹⁹

Was zunächst den Vergleich des „kraftlosen“ Äthers mit dem euklidischen Raum anlangt, so besteht doch zwischen den Gesetzen dieses Äthers, den Einsteinschen Gravitationsgesetzen, zu denen wir nach Weyls Auffassung auch noch die elektromagnetischen Feldgesetze hinzunehmen müssen, und den Sätzen der euklidischen Geometrie ein wesentlicher Unterschied, der durch die Einbeziehung der Zeit bei jenen und ihren Charakter als Feldgesetze bedingt ist. Die euklidischen Gesetze lehren nur aus gewissen geometrischen Beziehungen nebeneinander liegender starrer Körper andere solche Beziehungen, die gleichzeitig bestehen müssen, erschließen, die Feldgesetze aber lehren aus einem gegebenen Feldzustand den ganzen künftigen Verlauf bestimmen.

Wenn die Miesche Feldtheorie der Materie nicht zutrifft, wie es nunmehr scheint, wenn es also nicht möglich ist, den ganzen physikalischen Zustand an jeder Stelle durch die 14 Zustandsgrößen des Feldes allein darzustellen, wenn die Materie nicht eine ausgezeichnete Stelle des Feldes, sondern ein Fremdkörper im Felde ist, so ist freilich durch den Feldzustand allein der Weltverlauf noch nicht bestimmt, sondern er hängt außerdem von dem Geschehen in der Materie selbst ab. Aber wenn wir heute auch noch gar nicht angeben können, wovon z. B. die Sprünge der Elektronen im Atome abhängen, die die Lichtemission veranlassen, so scheint es mir doch ein durch nichts gerechtfertigter Wunderglaube,

¹⁹ Abgesehen davon, daß diese Absicht der Rettung der „Freiheit“ in die Grundlagenfragen der exakten Wissenschaften nicht hineinspielen darf, scheint mir auch mit einer solchen Freiheit im Reich des Lebens und der Tat nichts gewonnen. Doch ist hier nicht der Ort, das aufs neue zu begründen, was von Spinoza bis Schopenhauer oft genug begründet wurde.

wenn man darum annehmen will, daß es überhaupt nichts gibt, was dieses Geschehen in den Atomen bestimmt, daß hier nur eine statistische Gesetzmäßigkeit im großen, aber keine völlige Determiniertheit im kleinen besteht.

Die Physik ist heute nicht mehr und nicht minder als zu irgendeiner anderen Zeit imstande, den Glauben an eine von strengen Gesetzen beherrschte Natur zu stützen. Denn die Naturwissenschaft war niemals so weit und wird niemals so weit kommen, alles Geschehen restlos physikalisch erklären zu können; der Laplacesche Geist, der aus einem Weltzustand den ganzen Weltverlauf berechnen kann, bleibt natürlich für immer ein nur approximierbares, nie erreichbares Ideal. Die unerschütterliche Überzeugung von der völligen Determiniertheit des Geschehens, die jeden Naturforscher erfüllt, solange er physikalische Theorien aufstellt und experimentell erprobt, und nicht gerade skeptisch oder metaphysisch spekuliert, wäre nicht entstanden, wenn sie das Produkt der empirischen Erkenntnis der Naturgesetze wäre und nicht umgekehrt die Erkenntnis der Naturgesetze Produkt dieser Überzeugung und der daraus entspringenden methodischen Einstellung. Denn was von der ganzen physikalischen Welt gilt, gilt ganz besonders für die Ursachen und die Gesetze: daß sie nicht gegeben, sondern aufgegeben sind. Wir finden sie nur, wenn wir uns dieser Aufgabe bewußt bleiben. Freie Entscheidungen ins Atom verlegen, heißt auf die Aufgabe der Naturwissenschaft in diesem Bereiche verzichten.

Vollständige Bestimmung ist wohl für den Raum, den ich in meiner Faust umschließe, so unerreichbar wie für den Sternerraum, aber wenn aus dem unendlichen Erkenntnisprozeß, in dem sich die vollständige Bestimmung allein vollziehen kann, ein unendlicher Werdeprozeß gemacht wird, in dem sich das Gegenwärtige erst in Zukunft zur vollen Bestimmtheit entwickelt, so scheint mir das schlimmster Psychologismus, der bei einem an der phänomenologischen Philosophie geschulten Denker kaum begreiflich ist. Die Bestimmbar-

keit in unendlichem Erkenntnisfortschritt verlangt Bestimmtheit der Aufgabe. Der zu bestimmende Gegenstand muß als völlig bestimmt gedacht werden, damit dem Denken der Zielpunkt gegeben ist, dem es in unendlichem Prozeß zustrebt. Darum ist es absurd, den unendlichen Prozeß, den der Begriff des Kontinuums verlangt, in ein zeitliches Werden umzudeuten. Bei einer solchen Auffassung müßte man schließen, daß unendliche Zeit nötig ist, damit der kleinste Zeitabschnitt verstreicht; denn auch die Zeit ist, soviel man weiß, ein Kontinuum und also auch hier zur Vollendung der kleinsten Strecke ein unendlicher Prozeß nötig.

13. Mit all dem ist freilich nicht die größte Schwierigkeit der reinen Gesetzesphysik aufgeklärt, nämlich, daß sie über den Vorzug des Richtungssinnes Vergangenheit—Zukunft vor dem entgegengesetzten keinen Aufschluß gibt, daß sie die Möglichkeit des umgekehrten Verlaufes des ganzen Weltgeschehens offen läßt. Das ist wohl eine große Schwierigkeit, aber doch kein Widerspruch zu den Tatsachen, der uns zwingen würde, das Ideal der Gesetzesphysik aufzugeben.

Die Gesetze der Physik können uns überhaupt nicht lehren, was wirklich in der Welt geschieht, sondern immer nur, was geschieht, wenn gewisse Bedingungen gegeben sind; welche Bedingungen tatsächlich verwirklicht sind, das ist etwas, was außerdem festgestellt werden muß, aber nicht aus den Gesetzen begriffen werden kann. Zu diesen von den Gesetzen unbestimmt gelassenen Anfangsbedingungen gehört eben auch die Richtung, in der die Welt tatsächlich abläuft. Daß die umgekehrte Welt ein höchst problematisches Aussehen annehmen würde, schließt nicht aus, daß sie trotzdem mit den Naturgesetzen verträglich wäre.

Es ist freilich zuzugeben, daß dieses Aussehen so paradox wäre, daß der Zweifel an der Vollständigkeit der Gesetze, die solches zulassen, berechtigt scheint. Z. B. weiß ich in der Tat nicht, wie man die von Weyl hervorgehobene Tatsache vom Standpunkt der Feldphysik aus verstehen soll, daß die Um-

kehrung der Emission von Wellen verlangen würde, daß aus dem Unendlichen eine Welle in einen Punkt zusammenläuft und hier eingeschluckt wird, was trotz der Verträglichkeit mit den Gesetzen wie eine physikalische Absurdität anmutet. Immerhin scheint mir, daß das nur im unendlichen Raum geradezu unmöglich wäre, während es, wenn die Einsteinsche Hypothese der Endlichkeit zutrifft, nur in derselben Weise unwahrscheinlich wäre wie jede Ordnung, die sich durch Zufall, d. h. durch voneinander unabhängige Kausalreihen herstellt.

Noch größer sind die Schwierigkeiten auf dem Gebiete des Organischen. Daß sich das Gebein aus dem Grabe erhebt, mit Fleisch umkleidet, als Greis nach Hause getragen wird, in Begleitung rückwärts schreitender Trauergäste, denen die Tränen von unten in die Augen fließen, dann allmählich jünger und jünger wird bis zur schließlichen Rückkehr in den Mutter schoß, das alles ginge noch an, daß aber die Erinnerungen in die Zukunft weisen und durch das Erleben ausgelöscht werden würden, das ist gar ein schwer zu verstehender Weltverlauf.

Man könnte dem dadurch zu entgehen versuchen, daß man den psychophysischen Parallelismus etwas modifiziert. Wenn man bedenkt, daß man mit mehr Recht statt von psychischen Zuständen von psychischen Prozessen spricht, so scheint es natürlich, nicht einzelnen Hirnzuständen, sondern nur bestimmten Hirnprozessen psychische Begleiter zuzuordnen. Dann würde dem umgekehrten Weltverlauf nicht ein umgekehrter Bewußtseinsverlauf in den organischen Wesen entsprechen; wie aber sonst das psychische Leben dann aussehen würde, darüber läßt sich aus so allgemeinen Annahmen nichts Bestimmtes entnehmen.

Ich bin weit davon entfernt, das schon befriedigend zu finden, und wir werden mit der Möglichkeit von Gesetzen rechnen müssen, welche, von den Feldgesetzen prinzipiell verschieden, den Unterschied der Zeitrichtung verständlich

machen.²⁰ Aber es müssen doch wieder Gesetze sein, die das Künftige an das Gegenwärtige binden, nicht aber eine vage Regelmäßigkeit, die die Zukunft unbestimmt läßt.

14. Eine eigentümliche Anschauung, die sich darin mit der Weylschen berührt, daß sie auch zu einer Art Degradierung der Feldgesetze führt, wurde von A. S. Eddington entwickelt.²¹

Wenn man eine Theorie in den abstrakten Begriffen der theoretischen Physik aufstellt, dann muß man an irgendeiner Stelle die Brücke zur unmittelbar gegebenen Wirklichkeit schlagen. In der Gravitationstheorie geschieht das nun nach Einsteins Auffassung dadurch, daß dem Differential der Eigenzeit ds eine unmittelbar durch Messung feststellbare Größe zukommt. Dadurch gewinnen die Koeffizienten g_{ik} die in den Gravitationsgleichungen auftreten, schon physikalische Bedeutung.

Nach Eddington liegt darin aber eine logische Inkonsistenz, weil man zur Messung so komplizierte Gebilde wie Maßstäbe und Uhren als gegeben voraussetzt, statt sie auch aus den theoretischen Begriffen zu konstruieren. Er will statt dessen in den Gravitationsgleichungen selbst diese Brücke finden. Sie lauten nach Einsteins ursprünglichem Ansatz im leeren Raum: $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 0$; dort wo Materie vorliegt:

$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = T_{ik}$, wobei der Tensor T_{ik} aus Massendichte, Impuls, Energiestrom, Spannungen zusammengesetzt ist, die R_{ik} und R aus den g_{ik} und ihren Ableitungen gebildet

²⁰ Die Richtung des tatsächlichen Ablaufs des Geschehens ist uns durch unseren Bewußtseinsverlauf eindeutig gegeben. Nun hängt diese Bewußtseinstatsache zweifellos auch von Tatsachen der physischen Welt ab. Ich lasse hier die Möglichkeit offen, daß es in letzter Linie doch auch ein Gesetz der physischen Welt ist, welches, das organische Geschehen regulierend, eben diese uns unmittelbar bewußte Einsinnigkeit bedingt.

²¹ Am Schlusse des Buches „Space, Time and Gravitation“ und „Mind“ XXIX N. S. Nr. 114, 116.

Krümmungsgrößen bezeichnen. Eddington sieht in diesen Gleichungen die rechte Seite als das durch Wahrnehmung unmittelbar Gegebene an, die linke Seite als die Kombination theoretischer Begriffe, welche diesem Wahrnehmungsgegebenen entspricht, so daß erst durch diese Gleichung die g_{ik} ihre Bedeutung bekämen.

Während nach der gewöhnlichen Auffassung die linke Seite die weltgeometrischen Verhältnisse im leeren und im massenerfüllten Raum darstellt, Verhältnisse, die sich durch Messungen feststellen lassen und sich in bestimmter Weise in der Bewegung der Körper offenbaren, die rechte Seite aber Bedingungen angibt, unter denen wir dieses oder jenes Verhalten zu erwarten haben, ist das Gesetz nach der hier zur Diskussion stehenden Interpretation nur eine Angabe, wie das in der Wahrnehmung als leerer Raum oder Masse dieses und jenes Bewegungs- und Spannungszustandes Erscheinende sich in gewissen auf die Beschaffenheit der Punkt ereignisse gegründeten Zustandsgrößen darstellt. Es hätte dann prinzipiell denselben Charakter wie etwa das Gesetz, das elektrische Schwingungen bestimmter Frequenz für Licht von bestimmter Farbe erklärt.

Daß der menschliche Geist von den unendlich vielen möglichen Kombinationen der g_{ik} gerade diese komplizierte als materiellen Weltinhalt auffaßt, leitet Eddington daher ab, daß sie die einfachste ist, welche die Erhaltungssätze identisch erfüllt und so das Streben der Vernunft, Beharrendes zu erfassen, befriedigt. Daraus wäre aber zu folgern, daß alle diese Feldgesetze (die Weylsche Theorie eröffnet die Möglichkeit, die Maxwell'schen Gesetze einzubeziehen) nicht die Außenwelt charakterisieren, sondern nur unseren Geist, seine Art, Objekte zu erfassen, was er in einer anders beschaffenen Welt ebenso erreichen könnte. Die wahren Gesetze der Wirklichkeit aber erwartet Eddington, ähnlich wie Weyl, auf dem Gebiete der Atomistik und Quantenerscheinungen.

15. Wäre das richtig, dann würde sich die Tragödie von

Sieg und Niederlage der Vernunft aufs neue wiederholen. Der dogmatische Rationalismus der vorkantischen Periode glaubte durch die „ewigen Wahrheiten“ der Ontologie auf dem Wege reiner Vernunftkenntnis ins „Innere der Natur“ dringen zu können. Die Vernunftkritik lehrte uns, daß wir zwar diese Gesetze als gültig annehmen müssen, aber daß wir uns nicht einbilden dürfen, damit mehr zu besitzen als die allgemeinsten formalen Regeln, nach denen unsere Vernunft ihr Weltbild konstruiert. Sollte es sich nun mit den vermeintlichen Naturgesetzen ebenso verhalten?

Ich kann mich von der Richtigkeit dieser Ansicht nicht überzeugen. Zunächst gilt auch hier, was wir schon gegen Weyl ausführten; Gesetze, die die Vorausbestimmung des Künftigen gestatten, haben schon nicht mehr bloß formalen Charakter, müssen irgendwie die Wirklichkeit treffen.

Wir wollen jedoch die Gelegenheit benützen, noch einmal das Verhältnis der theoretischen Begriffe zur gegebenen Welt zu untersuchen. Wir können in unserem Wirklichkeitsdenken vier verschiedene Elemente unterscheiden:

1. Subjektive Sinnesinhalte, das, was Mach „Elemente“ nennt, Farben, Töne usw., welche von einem strengen Standpunkt der deskriptiven Psychologie aus eigentlich gar nicht direkt gegeben sind, sondern erst aus der gegebenen Wahrnehmungsgesamtheit durch Analyse herausgehoben werden. Diese Elemente werden im Aufbau der physikalischen Welt überhaupt nicht verwendet, obwohl nur durch den Zusammenhang mit ihnen die Physik ihre Bedeutung gewinnt.

2. Die Dinge unserer Umgebung, aus denen die Außenwelt des gewöhnlichen Lebens besteht, bewegte, farbige, tönende Körper, denen wir auch dann Existenz zuschreiben, wenn wir sie nicht gerade wahrnehmen, die wir als identisch für alle Wahrnehmenden, aber je nach den Bedingungen der Wahrnehmung als verschieden erscheinend ansehen. Das ist auch die Wirklichkeit für die erste Stufe des wissenschaftlichen Denkens, aber noch nicht die der theoretischen Physik.

3. In engem Anschluß an diese Wahrnehmungs-Dinge werden die ersten theoretischen Begriffe der Physik, Begriffe von meßbaren Eigenschaften der Dinge, gebildet: Masse, Geschwindigkeit, Gewicht, die verschiedenen das Verhalten der Körper charakterisierenden Konstanten.

4. Die Feldgrößen, welche nicht mehr unmittelbar mit der Wahrnehmung zusammenhängen, sondern nur durch komplizierte Messungsexperimente festgestellt werden können. Sie können sich in den verschiedensten Wirkungen offenbaren, die aber nur durch Kombination mit den Dingen der zweiten Art und unter Vermittlung von Begriffen der dritten Art zur Wahrnehmung gelangen. So sind die Gravitations- und elektrischen Potentiale, auch die Kräfte, die nicht direkt durch Druck, Stoß oder Zug (das fällt unter 3) ausgeübt werden, sondern durch ein Feld vermittelt erscheinen.

Wenn Eddington nun einen prinzipiellen Fehler darin sieht, daß man die g_{ik} , also Größen 4. Art, durch den Zusammenhang mit Dingen 2. Art erklärt, welche theoretisch nur durch Begriffe 3. Art dargestellt sind, so offenbar deshalb, weil er glaubt, daß alle physikalischen Begriffe aus solchen 4. Art abzuleiten sind. Aber dieser zuerst von Mie entwickelte Gedanke, daß die Materie aus dem Felde herzuleiten ist, besitzt natürlich gar keine logische Evidenz; wenn er sich jedoch durchführen läßt, so muß es natürlich nach dem allgemeinen Grundsatz, daß das Seiende nicht überflüssig zu vermehren ist, geschehen. Fassen wir diese Aufgabe ins Auge, dann erscheint es allerdings als natürlich, eine Gleichung, die einen direkten Zusammenhang zwischen Kombinationen von Größen dritter und vierter Art herstellt, wie die Einsteinschen Gravitationsgleichungen, als die gesuchte Zurückführung aufzufassen.

Aber nun kommt die entscheidende Frage: Haben die Gleichungen durch diese Interpretation ihren Charakter als Naturgesetz eingebüßt, geben sie nun nicht mehr an, was

unter gewissen Bedingungen geschieht, können sie darum nicht immer noch jederzeit durch Erfahrung widerlegt werden, was der beste Beweis dafür ist, daß sie sowohl das Reich des unmittelbar Gegebenen als auch das der rein formalen Regeln der Vorstellungsverbindung überschritten haben?

Die Antwort ist klar. Wenn wir von den Größen g_{ik} nichts weiter wüßten als diese Gleichungen, dann ließen sie sich nicht als Naturgesetz auffassen, sondern nur als Erklärung der Bedeutung der g_{ik} ; aber diese Größen büßen doch keineswegs die Bedeutung ein, die sie hatten, bevor wir die Gravitationsgleichungen als Brücke zur Wirklichkeit interpretierten. Durch die Rolle, die die g_{ik} in dem Ausdruck für ds spielen, und die physikalische Bedeutung dieser Größe, die sich z. B. in der Gleichung der geodätischen Linie als Bahn des „kräftefreien“ Punktes zeigt, besitzen wir in ihrer Kenntnis doch mehr als die Kenntnis der Verteilung der Materie, wir wissen auch etwas über ihre Wirkungsweise und über das künftighin zu Erwartende.

Es ist richtig, daß wir auch bei anderer Beschaffenheit der Welt etwas Beharrliches gefunden hätten, also ein Satz analog unserem Erhaltungssatz Geltung hätte. Deshalb bleibt aber der Erhaltungssatz, wie er jetzt lautet, obwohl er eine mathematische Folgerung aus den Gravitationsgleichungen ist, eine physikalische Aussage, die nicht a priori gemacht werden könnte; denn die Erhaltung wird ja von ganz bestimmten physikalisch definierten Größen behauptet. Die Frage, ob ein einzelner Satz für sich eine physikalische Bedeutung hat oder nur eine Definition oder eine mathematische Identität darstellt, ist ja nach dem eingangs Gesagten überhaupt nicht sinnvoll; der ganze Komplex physikalischer Gesetze hat jedenfalls einen empirischen Inhalt, und es ist dann ziemlich willkürlich und mehr eine Frage der mathematischen bzw. logischen Eleganz der Darstellung, was man als Definitionen, was als Axiome physikalischen Inhalts und was als mathematische Konsequenz entwickelt.

16. Physiker und Philosoph teilen soweit das gleiche Schicksal, als keiner von beiden je Grund hat, sich im Besitze der vollen und unerschütterlichen Wahrheit zu glauben. Dennoch ist der Physiker hierin glücklicher, da jedes Begriffssystem, das zu einem Teil die Wirklichkeit deckt, im Wandel der Theorien irgendwie erhalten bleibt. Der Philosoph hingegen ist, wenn er noch so weit in einer Richtung vorgedrungen ist, nie sicher, ob der Weg hier weiterführt oder ob er gezwungen ist, umzukehren und seine Wanderung von neuem zu beginnen. Aber auch die an den Irrtum gewandte Mühe ist nicht verloren, wenn man seinen Weg nur klar, ehrlich und eindeutig geht. Es ist die einzige Möglichkeit, den Irrtum zu überwinden und die Gefahr, ihm immer wieder zu verfallen, daß man ihn folgerichtig bis zu Ende denkt. Unter diesem Gesichtspunkt, hoffe ich, wird meine Arbeit nicht wertlos sein, wie wenig ich immer zur Lösung der Probleme, die klar hinstellen mein hauptsächliches Bemühen war, beigetragen haben möge.

Wir sehen es als einen prinzipiellen Mangel der positivistischen Erkenntnistheorie an, daß sie nicht imstande ist, davon Rechenschaft zu geben, wieso der menschliche Geist, der Konsequenz seines Denkens folgend, zu Ergebnissen kommt, die die Erfahrung bestätigt, — wofür die Einsteinsche Theorie doch wiederum ein so wunderbares Zeugnis gegeben hat. Wir glauben zwar, daß Wahrscheinlichkeitserwägungen das induktive Verfahren im allgemeinen logisch rechtfertigen können; doch bleibt ein Rätsel. Der Kritizismus kann zwar erklären, warum die Welt, die wir denkend konstruieren, den allgemeinen formalen Gesetzen des Denkens entspricht, nicht aber warum sie durch eine kleine Zahl einfacher Gesetze darstellbar ist. Angesichts der unübersehbaren Mannigfaltigkeit des Wirklichen erscheint das als so merkwürdig, daß man versteht, warum Einstein in Hinblick darauf einmal von der „prästabilierten Harmonie“ zwischen Vernunft und Natur gesprochen hat.

Aber vielleicht fällt etwas Licht in dieses Dunkel, wenn wir bedenken, daß nicht nur unsere Vernunft ein Teil der Natur ist, sondern daß auch die Natur irgendwie an der Vernunft teilhaben muß. Sehen wir nicht mehr in Vernunft und Natur zwei weltenweit geschiedene Reiche, die nichts miteinander gemein haben, so müssen wir darum doch nicht die Vernunft einer entgeistigten Natur angleichen, sie zum bloßen biologischen Werkzeug, zur „Lanterne des Willens“, herabsetzen, sondern wir haben ebenso viel Grund, in der Welt außer uns die Macht wirksam zu glauben, für die und durch die allein es überhaupt eine Welt gibt: die Vernunft.

Aber wie immer es mit der Vernunft in der Welt bestellt sein mag, uns bleibt die Aufgabe, so viel an uns liegt, die Vernunft in unserer Welt zu realisieren.

Die angegebenen Preise

sind Grundpreise, die gegenwärtig (Oktober 1922), den jetzigen Herstellungs- und allgemeinen Unkosten entsprechend, mit der Teuerungsziffer 60 (für Schulbücher mit * bezeichnet, mit 30) zu vervielfältigt sind.

Nichteuklidische Geometrie in der Kugelebene. Von Dr. *W. Dieck*, Prof. am Realgymnasium zu Sterkrade. Mit 12 Fig. im Text und 1 Bildnis von Riemann. [II u. 51 S.] gr. 8. 1918. (MPHB 31.) Steif geh. M. 1.20

„Gibt eine klare, durchaus allgemeinverständliche Einführung in das Wesen und die Grundsätze jenes auch erkenntnistheoretisch außerordentlich wichtigen Zweiges der nicht-euklidischen Geometrie, dessen Raumform sich auf die Kugelebene bezieht.“

Die neue Mechanik. Von Prof. *H. Poincaré*, weil. Membre de l' Académie de France, Paris. 4. Aufl. [24 S.] gr. 8. 1920. (Abh. u. Vortr. a. d. Geb. d. Math., Naturw. u. Technik Heft 1.) Geh. M. 1.40.

Der Vortrag behandelt in allgemeinverständlicher Form die neue Gestalt der Mechanik, die sich durch die Relativitätstheorie entwickelt hat. Es wird weniger die neue Raumzeit-auffassung, sondern es werden insbesondere die Änderungen im Massen- und Kraftbegriff besprochen und ihre Folgerungen nach vielen Richtungen hin beleuchtet.

Vorlesungen zur Einführung in die Mechanik raumerfüllender Massen. Von Dr. *A. von Brill*, Prof. a. d. Univ. Tübingen. Mit 27 Fig. im Text. [XII u. 236 S.] gr. 8. 1909. Geh. M. 6.40, geb. M. 7.60

„Die Vorlesungen bringen erheblich mehr, als der Titel verspricht, nämlich außer den zweiten und dritten Abschnitt füllenden Mechanik der Continua (Hydrodynamik und Elastizitätstheorie) im ersten Abschnitt eine kurze Mechanik des Punktes und des starren Körpers, sowie im vierten die elektromagnetische Lichttheorie.“ (Physikalische Zeitschrift.)

Das Relativitätsprinzip. Leichtfaßlich entwickelt von Prof. *A. Angersbach*, Stud.-Rat a. staatl. Gymn. i. Weilburg. Mit 9 Fig. im Text. [57 S.] 8. 1920. (MPB Bd. 39.) Kart. M. 1.20

„Die Schrift löst diese Aufgabe in ganz vortrefflicher Weise. Die Betrachtung der grundlegenden Probleme ist bei voller wissenschaftlicher Strenge so durchsichtig und durch die konkrete elementare Durchrechnung der wesentlichen quantitativen Verhältnisse so weitgehend veranschaulicht, daß die Schrift allen an dem Gegenstand interessierten Kreisen aufs wärmste empfohlen werden kann.“ (Naturwissenschaftliche Wochenschau.)

Einführung in die Relativitätstheorie. Von Dr. *W. Bloch*, Berlin. 3. Aufl. Mit 18 Fig. [106 S.] 8. 1921. (ANuG Bd. 618.) Kart. M. 1.60, geb. M. 2.—

„Eine an Klarheit, Übersichtlichkeit und sorgfältigem Aufbau wohl nicht zu übertreffende Darstellung des schwierigen Gebietes der Relativitätstheorie.“ (Natur und Technik.)

Raum, Zeit und Relativitätstheorie. Von Dr. *L. Schlesinger*, Prof. a. d. Univ. Gießen. Mit 7 Fig. im Text. [40 S.] gr. 8. 1920. (Abh. u. Vortr. a. d. Geb. d. Math., Naturw. u. Technik, Heft 5.) Geh. M. 2.40

Die Abhandlung, die sich an Gebildete aller Stände wendet, behandelt die allgemeine und spezielle Relativitätstheorie. Sie setzt nur ein Mindestmaß an mathematischen Kenntnissen voraus und bedient sich vorwiegend graphischer Methoden.

Physikalisches über Raum und Zeit. Nach einem, im naturwissenschaftl. Verein z. Straßburg am 11. 2. 1910 geh. Vortrag von *E. Cohn*, Prof. a. d. Univ. Freiburg i. Br. 4. Aufl. Mit 11 Fig. [30 S.] gr. 8. 1920. (Abh. u. Vortr. a. d. Geb. d. Math., Naturw. u. Technik, H. 2.) Geh. M. 1.40

„In anschaulicher Darstellung legt Verfasser die physikalischen Erfahrungen dar, die zum Verständnis des Verlaufs der Naturvorgänge im Raum-Zeitssystem führen und in denen die Relativitätstheorie wurzelt. Das Hauptgewicht ist auf eine das volle Verständnis vom Standpunkte des physikalischen Denkens erschließende Darstellung gelegt.“ (Astronom. Nachrichten.)

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Die angegebenen Preise

sind Grundpreise, die gegenwärtig (Oktober 1922), den jetzigen Herstellungs- und allgemeinen Unkosten entsprechend, mit der Teuerungsziffer 60 (für Schulbücher mit * bezeichnet, mit 30) zu vervielfältigen sind.

Die Relativitätstheorie in ihrem Zusammenhang historisch-kritisch dargestellt. Von Prof. Dr. *F. Kottler*, Wien. [U. d. Pr. 1922.]

Das Relativitätsprinzip. Eine Einführung in die Theorie. Von Dr. *A. v. Brill*, Prof. a. d. Univ. Tübingen. 4. Aufl. Mit 6 Fig. im Text. [IV u. 49 S.] 8. 1920. (Abh. u. Vortr. a. d. Geb. d. Math., Naturw. u. Techn. H. 3.) Geh. M. 2.40

Beschränkt sich hauptsächlich auf den Teil der Theorie, der den Widerspruch zwischen der Maxwell-Hertz'schen Lichttheorie und der Erfahrung zu überbrücken berufen ist

Das Relativitätsprinzip. Drei Vorlesungen, gehalten in Teylers Stiftung zu Haarlem. Von Prof. Dr. *H. A. Lorentz*, Kurator des physikalischen Laboratoriums in Haarlem, bearb. v. Dr. *W. H. Keesom*, Utrecht. [II u. 52 S.] gr. 8. 1920. (Ztschr. f. math. u. naturw. Unterr., Beiheft 1.) Geh. M. 2.—

Behandelt nach einer kurzen historischen Einleitung das Einsteinsche Relativitätsprinzip, die darauf fußende Relativitätsmechanik sowie das Einsteinsche Äquivalenzprinzip, in einem Nachtrage werden einige spezielle Fragen mathematisch weiter ausgearbeitet.

Das Relativitätsprinzip. Von Prof. Dr. *H. A. Lorentz*, Kurator d. phys. Laborat. in Haarlem, Dr. *A. Einstein*, Prof. a. d. Univ. Berlin u. Dr. *H. Minkowski*, weil. Prof. a. d. Univ. Göttingen. Eine Sammlung v. Abhandl. mit einem Beitrag von Dr. *H. Weyl*, Prof. a. d. Techn. Hochsch. Zürich, u. Anmerk. v. Geh. Hofrat Dr. *A. Sommerfeld*, Prof. a. d. Univ. München. Vorwort v. Dr. *O. Blumenthal*, Prof. a. d. Techn. Hochsch. Aachen. 4., verb. Aufl. 1922. [IV u. 159 S.] gr. 8. (Fortschr. der math. Wissensch., H. 2.) M. 6.80, geb. M. 8.—

Relativitätstheorie. Von Dr. *W. Pauli* jun. am phys. Institut Göttingen. Sonderabdruck aus der Enzyklopädie der Math. Wissenschaften. Mit einem Vorwort von Geh. Hofrat Dr. *A. Sommerfeld*, Prof. a. d. Univ. München. [IV u. 236 S.] gr. 8. 1921. Geh. M. 10.—, geb. M. 13.—

Die besondere wissenschaftliche Bedeutung, die der vorliegenden Darstellung der Relativitätstheorie von maßgebender Seite beigemessen wird — sie zeichnet sich von den vorhandenen und insbesondere denen von Weyl und Laue dadurch aus, daß sie die physikalische Seite der Theorie voll zur Geltung bringt — und war die Veranlassung, sie auch außerhalb der Math. Enzykl. erscheinen zu lassen, um sie so auch den zahlreichen Interessenten einzeln zugänglich zu machen.

Physik und Kulturentwicklung durch technische und wissenschaftliche Erweiterung der menschlichen Naturanlagen. Von Geh. Hofrat Dr. *O. Wiener*, Prof. an der Universität Leipzig. 2. Aufl. Mit 72 Abb. im Text. [X u. 118 S.] 8. 1921. Geh. M. 6.—, geb. M. 8.80

„Das Buch enthält eine Reihe von Gedanken, die uns eine neue Seite der Forschung und Technik enthüllt, eine Reihe von Ausführungen, die einen Blick tun lassen in die Welt der feinsten Forschungen, auch der gigantischen Werke der Technik, daß der Leser im Bann des Buches gehalten wird bis zum Schluß.“ (Blätter für das bayer. Gymnasialschulwesen.)

Naturphilosophie. Unter Redaktion von Geh. Reg.-Rat Dr. *C. Stumpf*, Prof. an der Univ. Berlin. Bearb. von Dr. *E. Becher*, Prof. an der Univ. München. [X u. 427 S.] Lex.-8. 1914. (Kultur der Gegenwart. Hrsg. von Prof. *P. Hinneberg*. III. Teil, Abt. 7, 1. Bd.) Geh. M. 15.—, geb. M. 24.—

Der Autor skizziert zunächst kurz die Geschichte der Naturphilosophie und zeigt daran die hohen Aufgaben dieser Wissenschaft im Kulturleben der Gegenwart. Es folgt eine Untersuchung des Begriffes „Natur“, dann die Naturerkenntnistheorie: eine Prüfung der Voraussetzungen der Naturforschung. Den Hauptteil bildet ein großzügiger Entwurf der eigentlichen Naturphilosophie, der ein modernes Gesamtbild der Natur liefert.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin