

Elektrische Gasentladungen ihre Physik und Technik

A. v. Engel · M. Steenbeck

Grundgesetze

ELEKTRISCHE GASENTLADUNGEN

IHRE PHYSIK UND TECHNIK

VON

A. v. ENGEL UND M. STEENBECK

ERSTER BAND
GRUNDGESETZE

MIT 122 TEXTABBILDUNGEN



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1932

ISBN 978-3-662-23622-2 ISBN 978-3-662-25701-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-25701-2

**ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.**

COPYRIGHT 1932 Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1932.

Vorwort.

Bei der ständig steigenden technischen Bedeutung der beim Stromdurchgang durch Gase auftretenden Erscheinungen ist ein wachsender Kreis wissenschaftlich arbeitender Ingenieure und technischer Physiker an einer Darstellung der Physik und Technik der Gasentladungen interessiert. Dabei geht der Wunsch vor allem nach einem anschaulichen Gesamtbild, das auch in Einzelheiten richtige Schlußfolgerungen erlaubt, sowie nach zahlenmäßigen experimentellen Unterlagen, weniger dagegen nach einer Auseinandersetzung der letzten theoretischen Erkenntnisse.

In der grundlegenden Monographie von R. SEELIGER: „Physik der Gasentladungen“ liegt der Schwerpunkt gerade auf einer Verbindung zwischen den Erscheinungen der Gasentladungen und atomphysikalischen Ergebnissen. Dieses Werk läßt daher physikalisch vorgebildete Leser in die Materie bis zu Feinheiten eindringen, die zwar für die letzte Erkenntnis der Vorgänge wichtig sind, die dem mehr technisch eingestellten Leser aber ferner liegen. Das gleiche gilt in verstärktem Maß für eine zusammenfassende Arbeit von K. T. COMPTON und J. LANGMUIR in den *Rev. of Mod. Phys.*, die in ihrer stofflichen Einteilung unserer Arbeit sehr ähnlich ist, die indessen bereits die elementaren Kenntnisse voraussetzt.

Wir haben dem häufig geäußerten Wunsch technisch orientierter Kreise entsprechend versucht, eine übersichtliche, scharf gegliederte Zusammenfassung über die grundlegenden Vorgänge beim Stromdurchgang durch Gase und deren technische Anwendungen zu geben. Der Absicht des Buches entsprechend haben wir dabei bildhaft faßbare Vorgänge zugrunde gelegt und uns bewußt ferngehalten von gewissen unanschaulichen Methoden der modernen theoretischen Physik. Ebenfalls vermieden ist die Verwendung schwieriger mathematischer Operationen, ohne daß — wie wir hoffen — die Exaktheit der Aussagen gelitten hat. Wir haben uns nicht gescheut, stellenweise elementare Probleme ausführlich und, wenn notwendig, wiederholt darzustellen, um auch dem weniger mit dem Stoff vertrauten Leser das Studium einzelner Abschnitte ohne allzu häufige Hinweise zu ermöglichen.

Besondern Wert haben wir darauf gelegt, die gebrachten Zusammenhänge in zahlenmäßig verwertbare Form zu bringen. Aus diesem Grunde sind im Text in großem Umfang Kurven und Tabellen eingefügt, deren Verwendung auch für den reinen Physiker bequem und nützlich sein

kann. Die Maßstäbe der Kurven sind so gewählt, daß sie ein einfaches Interpolieren mit dem Zentimetermaß erlauben. Bei der Auswahl des Zahlenmaterials haben wir nach Möglichkeit die Ergebnisse moderner Arbeiten herangezogen, wie sich das Buch überhaupt von historischen Rücksichten völlig fernhält. Diese Einstellung ist kein Mangel an Achtung vor den älteren Arbeiten, sie wird vielmehr diktiert durch Umfang und Absicht des Buches. Eine historische Würdigung findet sich u. a. in den physikalischen Handbüchern, so daß eine solche Wiederholung auch sachlich nicht gerechtfertigt erschien. Eine Unterbrechung des Textes durch Zitate und Fußnoten ist mit Absicht unterblieben. Die Literaturhinweise für die Zahlenangaben von Kurven und Tabellen sind den Bild- und Tabellenerklärungen in Klammer angefügt. Ein ausführliches Literaturverzeichnis wird dem zweiten Band beigegeben.

Der vorliegende erste Band enthält die Gesetze der Erzeugung, Bewegung und Vernichtung von Ladungsträgern. In einem Anhang sind einige Gesetze der kinetischen Theorie der Gase, sowie andere im Text gebrauchte Formeln gesondert angefügt. In einem zweiten Band werden die Elementarprozesse auf die verschiedenen Entladungsformen angewandt, anschließend wird die technische Verwertung der Gasentladungen behandelt.

Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. e. h. R. RÜDENBERG danken wir bestens für die Förderung unserer Arbeit, den Herren Professor Dr. R. SEELIGER, Dr. R. HOLM und vielen Kollegen und Freunden für zahlreiche anregende Diskussionen, Herrn Dr. K. WOHL für wertvolle Hinweise zu § 31.

Die Verlagsbuchhandlung hat uns durch sorgfältige Berücksichtigung zahlreicher Einzelwünsche die Arbeit sehr erleichtert. Für das Entgegenkommen schulden wir ihr besonderen Dank.

Berlin, im August 1932.

A. V. ENGEL. M. STEENBECK.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Grundbegriffe.

	Seite
§ 1. Stromkreis mit Entladungsstrecke	I

Erstes Kapitel.

Erzeugung von Ladungsträgern.

§ 2. Arten der Ladungsträger	6
§ 3. Bildung freier, negativer Ionen.	6
§ 4. Bildung freier, positiver Ionen	7
§ 5. Bildung freier Elektronen	9
§ 6. Gliederung	11

Stoßgesetze	12
-----------------------	----

§ 7. Energie und Impuls von Masse- und Wellenstrahlen	12
§ 8. Stoß eines Korpuskularstrahles auf eine ruhende Masse	15
§ 9. Der unelastische zentrale Stoß	15
§ 10. Der elastische zentrale Stoß	18
§ 11. Der elastische nicht-zentrale Stoß	20
§ 12. Die Ablenkung (Streuung) des stoßenden Teilchens	22
§ 13. Stoß einer schweren geladenen Masse gegen ein freies Elektron unter Annahme Coulombscher Felder.	24
§ 14. Stoß von Strahlungsquanten auf ruhende Massen	26

Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen	29
---	----

§ 15. Definition und Entstehungsarten von Elektronenstrahlen	29
§ 16. Reichweite rascher Elektronenstrahlen	31
§ 17. Differentiale Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen	32
§ 18. Totale Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen	40
§ 19. Zusammenhang zwischen Reichweite, differentialer und totaler Ionisierung rascher Elektronenstrahlen in Gasen.	43

Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen	44
--	----

§ 20. Definition und Entstehungsarten von Ionenstrahlen	44
§ 21. Allgemeine Eigenschaften von Ionenstrahlen.	46
§ 22. Differentiale Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.	48
§ 23. Totale Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen	53
§ 24. Zusammenhang zwischen Reichweite, differentialer und totaler Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.	53
§ 25. Umladungen von Ionenstrahlen beim Durchgang durch Gase	55

Ionisierung durch Photonen in Gasen	59
---	----

§ 26. Übersicht über die Photoionisierung in Gasen	59
§ 27. Ionisierung durch ultraviolettes Licht in Alkalidämpfen	68
§ 28. Ionisierung durch Röntgenstrahlen in Gasen	71

	Seite
Thermische Ionisierung in Gasen	76
§ 29. Mechanismus der thermischen Anregung und Ionisierung	76
§ 30. Thermodynamik des thermischen Anregungsgleichgewichtes	77
§ 31. Quantitatives über die bei der Thermo-Ionisierung und -Anregung in Gasen ionenerzeugenden Prozesse.	84
§ 32. Geschwindigkeit der Einstellung des thermischen Ionisierungsgleichgewichtes	91
Erzeugung von Ladungsträgern im Gas durch elektrische Felder	91
§ 33. Einführung der Ionisierungszahlen α , β , η	91
§ 34. Gesetze der Trägererzeugung in Gasen durch elektrische Felder	95
§ 35. Größe der Ionisierungszahlen und Zusammenhang mit der differentialen Ionisierung durch Korpuskularstrahlen	105
Ionisierung an Grenzflächen	108
§ 36. Erzeugung von Elektronen an Grenzflächen durch Elektronenstrahlen	108
§ 37. Erzeugung von Elektronen durch Stoß positiver Ionen auf Grenzflächen	111
§ 38. Erzeugung von Elektronen durch Photonen an Grenzflächen	120
§ 39. Erzeugung von Elektronen an Grenzflächen durch hohe Temperatur (Glühkathoden).	125
§ 40. Erzeugung von Elektronen durch elektrische Felder an festen Flächen (Autoelektronenemission).	127
§ 41. Erzeugung von positiven Ionen in Gasen mit kleiner Ionisierungsarbeit an Grenzflächen mit hoher Austrittsarbeit	130
§ 42. Erzeugung von Ionen an Grenzflächen durch hohe Temperatur (Glüh-anoden)	133
§ 43. Erzeugung von Ladungsträgern durch chemische Prozesse in Gasen und an den Elektroden	134
§ 44. Erzeugung von Ladungsträgern in Gasen und an Grenzflächen durch angeregte (metastabile) Atome (Stufenionisierung)	136
§ 45. Bildung negativer Ionen durch Anlagerung freier Elektronen an neutrale Gasmoleküle	142

Zweites Kapitel.

Bewegung von Ladungsträgern.

§ 46. Gliederung	143
§ 47. Trägerbewegung und Strom im Außenkreis	144
Bewegung von Ladungsträgern durch das Vakuum	151
§ 48. Bewegung eines Ladungsträgers in einem elektrischen Gleichfeld durch ein Vakuum	151
§ 49. Stationäre Bewegung von Ladungsträgern in einem raumladungshältigen elektrischen Gleichfeld im Vakuum.	152
§ 50. Bewegung eines Ladungsträgers in einem zeitlich konstanten Magnetfeld im Vakuum	156
§ 51. Bewegung eines Ladungsträgers im elektrischen Gleichfeld durch das Vakuum	158
§ 52. Bewegung eines Ladungsträgers im elektromagnetischen Wechselfeld durch ein Vakuum	160
Bewegung von Ladungsträgern durch einen Gasraum	163
§ 53. Temperatur der Ladungsträger und des Gases.	163
§ 54. Freie Weglänge von Ionen und Elektronen in Gasen (Wirkungsquerschnitt)	166

	Seite
Diffusion von Ladungsträgern im feldfreien Raum	171
§ 55. Mechanismus der Trägerdiffusion	171
§ 56. Diffusionsgesetz im feldfreien Gasraum	174
§ 57. Ionendiffusion und Strom im Außenkreis	177
§ 58. Zahlenwerte der Diffusion von Ionen in einem Gas	178
Bewegung von Ladungsträgern in einem elektrischen Feld durch ein Gas	179
§ 59. Ableitung der Trägerbeweglichkeit	179
§ 60. Zusammenhang zwischen Beweglichkeit und Diffusionskoeffizienten .	192
§ 61. Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten und der Beweglichkeit von Druck und Temperatur	193
§ 62. Bewegung von Ladungsträgern im Gas unter Einwirkung eines Konzentrationsgefälles und eines elektrischen Feldes	195
§ 63. Ambipolare Diffusion von Ladungsträgern.	197
Bewegung von Ladungsträgern durch das Gas im Magnetfeld	200
§ 64. Temperaturbewegung der Ladungsträger im Magnetfeld	200
§ 65. Bewegung von Ladungsträgern durch ein Magnetfeld mit überlagertem elektrischen Feld im Gasraum	201
Schwingungen von Ladungsträgern.	203
§ 66. Eigenschwingungen in quasineutralen Raumladungen (Plasmaschwingungen)	203

Drittes Kapitel.

Vernichtung von Ladungsträgern.

§ 67. Gliederung	207
§ 68. Trägervernichtung an den Elektroden	208
§ 69. Adsorption von Ladungsträgern an Wänden.	210
Wiedervereinigung von Ladungsträgern	211
§ 70. Wesen der Rekombination.	211
§ 71. Rekombinationsgesetz	215
§ 72. Bestimmung des Rekombinationskoeffizienten aus den Elementarprozessen	217
§ 73. Zahlenwerte der Rekombination und Abhängigkeit von Temperatur und Druck	221

Anhang.

Einiges aus der kinetischen Theorie der Gase.	224
§ 74. Berechnung der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle	224
§ 75. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung.	226
§ 76. Zahl der Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen untereinander.	231
§ 77. Anzahl der Stöße von Gasmolekülen gegen Grenzflächen.	235
§ 78. Zahl der Stöße eines Elektronengases gegen Gasmoleküle.	236
§ 79. Das $\int_{y_1}^{y_2} x^m \cdot e^{-x^2} dx$	238
§ 80. Gesetze der schwarzen Strahlung.	239
§ 81. Radioaktive Elemente und ihre Konstanten.	240
Quellenhinweise.	243
Sachverzeichnis.	245

Einleitung.

Grundbegriffe.

§ 1. **Stromkreis mit Entladungsstrecke.** Gasentladungen nennt man diejenigen Teile elektrischer Stromkreise, in denen der Strom durch einen Gasraum fließt. Es ist dabei möglich, daß entweder die gesamte, in sich geschlossene Strombahn im Gasraum verläuft, oder daß Teile des elektrischen Stromkreises von festen oder flüssigen Körpern gebildet werden. Wir betrachten zunächst den wichtigeren zweiten Fall und nehmen an, daß der Stromkreis nur eine einzige Gasstrecke enthält. Abb. 1 zeigt das Schema eines solchen Kreises, bestehend aus einer treibenden Spannung U , Stromleitern und der Entladungsstrecke G . Die Enden der Stromleiter A, B , aus denen der Strom in die Entladungsstrecke austritt, heißen Elektroden. (– Elektrode = Kathode, + Elektrode = Anode.)

Ein reines Gas (Dampf) ist ein vollkommener Isolator. Es besteht aus einer großen Zahl von elektrisch neutralen Molekülen, die mit großer Geschwindigkeit völlig ungeordnet und nach allen Richtungen frei durcheinanderfliegen, wobei sie fortgesetzt zusammenstoßen, elastisch reflektiert werden und dadurch unregelmäßige Zickzackbahnen beschreiben. Ein Strom durch das Gas kann erst nach einer Veränderung des Gases selbst zustande kommen. Diese Veränderung besteht in der Zumischung kleinster positiv oder negativ geladener Teilchen. Diese „Ladungsträger“ können entweder im Gasraum selbst auf verschiedenartige Weise erzeugt werden, sie können aber auch aus einer Elektrode austreten. Unter dem Einfluß einer an den Elektroden liegenden Spannung, d. h. eines zwischen den Elektroden erzeugten elektrostatischen Feldes, bewegen sich diese Ladungsträger je nach ihrem Vorzeichen mit dem oder gegen das Feld und geben beim Auftreffen auf die Elektroden ihre Ladungen an diese ab. Die Ladungen werden dann im übrigen Stromkreis weitergeführt und bilden dadurch den Strom im Gesamtkreis.

Wir lassen vorerst die Natur dieser Ladungsträger völlig offen und gehen zunächst auf den Mechanismus der Stromleitung etwas näher ein. Dazu werde folgendes Gedankenexperiment angestellt: Die beiden

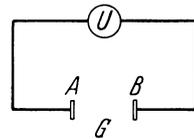
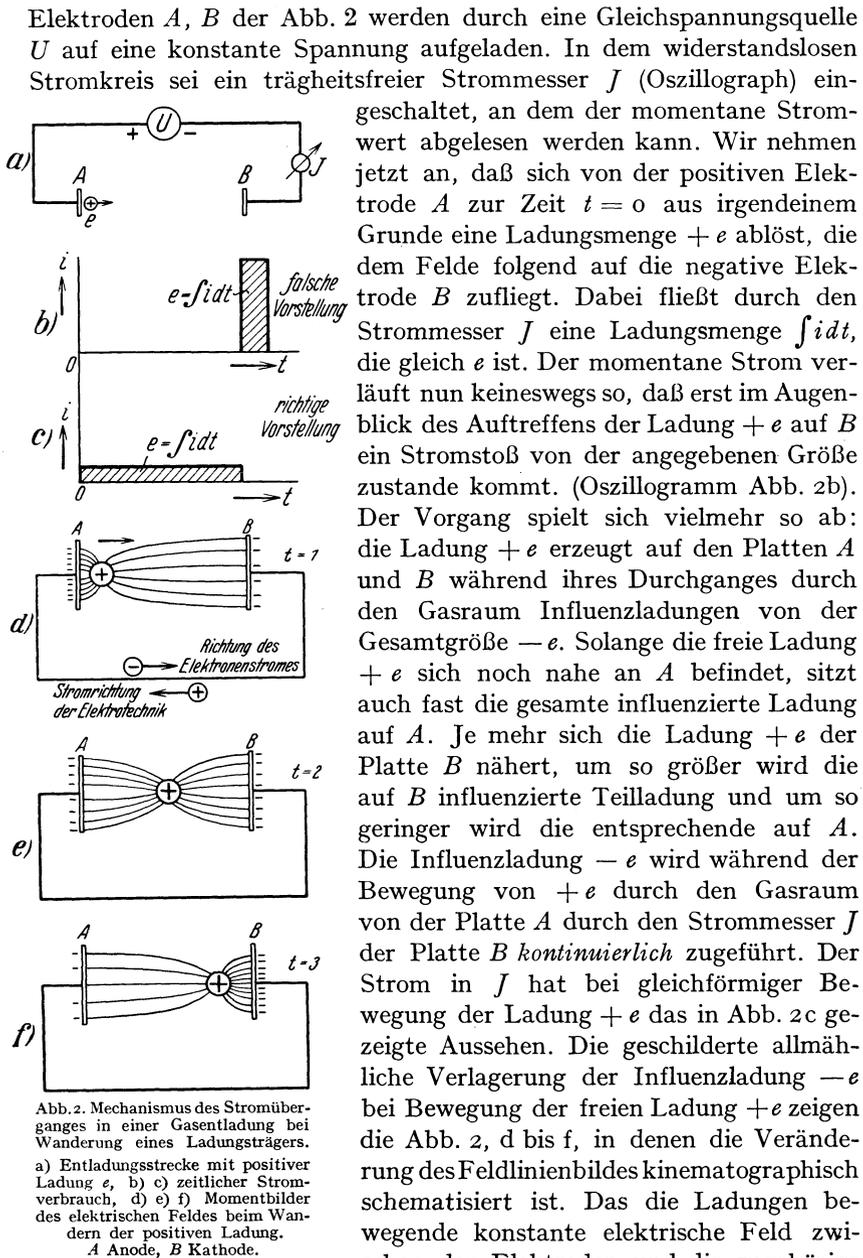


Abb. 1. Prinzipschaltung eines Stromkreises mit einer Gasentladungsstrecke.

U . . . Spannungsquelle,
 G . . . Gasentladung,
 A, B . . . Elektroden.



angeschaltet, an dem der momentane Stromwert abgelesen werden kann. Wir nehmen jetzt an, daß sich von der positiven Elektrode A zur Zeit $t = 0$ aus irgendeinem Grunde eine Ladungsmenge $+e$ ablöst, die dem Felde folgend auf die negative Elektrode B zufliegt. Dabei fließt durch den Strommesser J eine Ladungsmenge $\int i dt$, die gleich e ist. Der momentane Strom verläuft nun keineswegs so, daß erst im Augenblick des Auftreffens der Ladung $+e$ auf B ein Stromstoß von der angegebenen Größe zustande kommt. (Oszillogramm Abb. 2b). Der Vorgang spielt sich vielmehr so ab: die Ladung $+e$ erzeugt auf den Platten A und B während ihres Durchganges durch den Gasraum Influenzladungen von der Gesamtgröße $-e$. Solange die freie Ladung $+e$ sich noch nahe an A befindet, sitzt auch fast die gesamte influenzierte Ladung auf A . Je mehr sich die Ladung $+e$ der Platte B nähert, um so größer wird die auf B influenzierte Teilladung und um so geringer wird die entsprechende auf A . Die Influenzladung $-e$ wird während der Bewegung von $+e$ durch den Gasraum von der Platte A durch den Strommesser J der Platte B kontinuierlich zugeführt. Der Strom in J hat bei gleichförmiger Bewegung der Ladung $+e$ das in Abb. 2c gezeigte Aussehen. Die geschilderte allmähliche Verlagerung der Influenzladung $-e$ bei Bewegung der freien Ladung $+e$ zeigen die Abb. 2, d bis f, in denen die Veränderung des Feldlinienbildes kinematographisch schematisiert ist. Das die Ladungen bewegende konstante elektrische Feld zwischen den Elektroden und die zugehörige

Spannungsquelle ist hier unwesentlich und daher fortgelassen.

Wir untersuchen jetzt einen anderen Fall, bei dem eine Ladung nicht aus der Elektrode abgelöst wird, sondern im Gasraum entsteht.

Wir nehmen an, daß sich die positiven und negativen Ladungen eines neutralen Gasmoleküls, die dieses wie alle Materie in absolut genommen gleicher Menge enthält, durch äußere Einwirkung wenigstens teilweise geschieden haben. Es entstehen dabei an irgendeiner Stelle des Gasraumes eine positive und eine dieser gleiche negative Ladung, die sich im elektrischen Feld in entgegengesetzter Richtung auseinanderbewegen (Abb. 3). Die beiden entstandenen Ladungen $+e$ und $-e$ influenzieren wieder in den beiden Elektroden A und B Ladungen von der Gesamtgröße $-e$ und $+e$. Denken wir uns nun der Einfachheit halber zunächst die Ladung $+e$ an dem Entstehungsort liegenbleibend und lassen wir die Ladung $-e$ auf die Platte A sich zubewegen, so fließt durch den Strommesser J dabei in der schon beschriebenen Weise derjenige Teil der positiven Influenzladung aus B über J nach A , der anfänglich in B influenziert wurde (Abb. 3 b). Da der Entstehungsort der Ladungen *zwischen* den Elektroden liegen soll, war schon von vornherein ein Bruchteil p der Influenzladungen auf A influenziert. Der durch den Strommesser J aus B nachgeflossene Rest der Influenzladung ist also ebenfalls nur ein Bruchteil $(1-p)$ der Ladung e . Führen wir nunmehr auch die positive Ladung $+e$ aus dem Gasraum an die Elektrode B , so verschiebt sich die negative Influenzladung von A über J nach B (Abb. 3 c). Da nunmehr eine Ladung entgegengesetzten Vorzeichens in der entgegengesetzten Richtung durch J fließt, haben die beiden Stromintegrale gleiches Vorzeichen und ergänzen sich zu dem Wert e , wenn beide Ladungen bis ganz an die Elektroden herangeführt werden (Abb. 3 c).

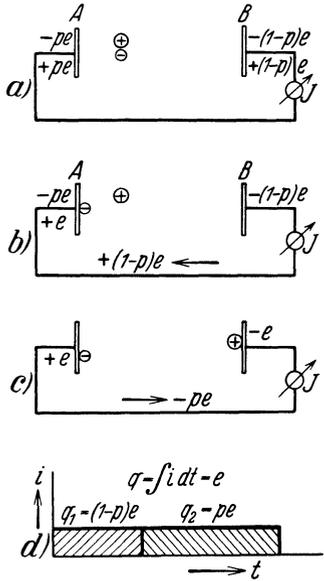


Abb. 3. Stromübergang in einer Entladungsstrecke bei Wanderung zweier ungleichnamiger Träger. a) bis c) Verteilung der Influenzladungen auf die Elektroden bei absatzweiser Verschiebung der Einzeladungen, d) Stromoszillogramm $p \dots$ Bruchteil der Ladung $\pm e$, der auf der Elektrode A influenziert wird ($0 > p > 1$).

Jede Gasentladung besteht aus einem gleichzeitigen Ablauf einer sehr großen Anzahl der genannten Prozesse. Erfolgt eine solche Entladung stationär, d. h. zeitlich unverändert, so kann der momentane Strom aus der Zahl der in der Zeiteinheit auf eine Elektrode auftretenden Ladungen richtig bestimmt werden. Für den Fall nicht-stationärer Entladungen gibt diese Abzählung aber einen falschen Wert, da ja bereits Ströme auch von solchen Ladungen geführt werden, die noch nicht auf eine Elektrode aufgetroffen sind und da andererseits wirklich auftreffende Ladungen nicht einen Stromstoß im Stromkreis hervorrufen müssen, der ihrer gesamten Ladungsmenge entspricht. Die

stationäre Betrachtungsweise läßt sich allerdings auch dann noch verwenden, solange die Zustandsänderung der Gasentladung genügend langsam verläuft gegen die Wanderungszeit der Ladungsträger zwischen den Elektroden. Dies ist im allgemeinen erfüllt bei Entladungen, die sich entsprechend einer Frequenz von höchstens $10^5/\text{sec}$ ändern.

Wenn sich die Ladungen unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes zwischen den Elektroden bewegen, so nehmen sie Energie auf, welche nach der Definition des elektrostatischen Potentials gegeben ist durch die Größe ihrer Ladung und die durchfallene Spannung und die damit unabhängig ist von der Größe einer mit der Ladung verbundenen Masse. Diese Energie wird zunächst dazu benutzt, um die Ladung zu beschleunigen, d. h. sie wird in kinetische Energie der mit der Ladung verbundenen Masse übergeführt. Bei Anwesenheit von Gas zwischen den Elektroden wird ein Teil der kinetischen Energie an das Gas durch der mechanischen Reibung analoge Vorgänge abgegeben und führt zu einer Erwärmung des Gases. Ist kein Gas vorhanden, so prallen die Ladungsträger mit ihrer gesamten kinetischen Energie auf die Elektroden und erhitzen diese.

Die durch den Gasraum fliegenden Ladungsträger, deren Natur zunächst offen gelassen wurde, sind Ionen und Elektronen. Die Ionen sind positiv oder negativ geladene Gasmoleküle oder Gasmolekülkomplexe. Die Elektronen sind die kleinsten uns bekannten Teilchen der Materie und sind stets negativ geladen. Die Ladung eines Elektrons beträgt $1,59 \cdot 10^{-19}$ Coulomb und ist die kleinste uns heute bekannte Ladungsmenge überhaupt. Sämtliche größeren Ladungsmengen setzen sich zusammen aus ganzen Vielfachen dieser Ladungsgröße, die darum „Elementarladung“ oder „Einheitsladung“ genannt wird. Ein Elektron ist stets mit einer einzigen negativen Einheitsladung verbunden; die Ionen können dagegen eine oder mehrere positive oder negative Ladungseinheiten mit sich führen.

Da eine Ladung e beim Durchfallen der Potentialdifferenz V eine Energie $e \cdot V$ aufnimmt und e als Vielfaches der Elementarladung e_0 dargestellt werden kann, ist ein bequemes Maß für die Energie das Produkt $V \cdot El$ (Volt · Elementarladung). $1 V \cdot El = 1,59 \cdot 10^{-12} \text{ Erg} = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ Wsec}$. Ein Ion, das mit n Elementarladungen geladen ist und eine Spannungsdifferenz von V Volt frei durchfallen hat, hat eine kinetische Energie von $n \cdot V$ ($V \cdot El$) aufgenommen. In diesem Maß wird im folgenden stets die Energie der Ladung angegeben.

Elektronen und Ionen entstammen neutralen Molekülen. Auch ein neutrales Molekül enthält positive und negative Ladungen in absolut genommen gleicher Anzahl, so daß sich die Anwesenheit dieser Ladungen im allgemeinen nach außen hin nicht verrät. Durch verschiedene äußere Eingriffe ist es möglich, die einzelnen Ladungen eines Moleküls wenigstens teilweise zu trennen. Von uns hier nicht interessierenden Aus-

nahmen abgesehen, besteht die Scheidung der Ladungen darin, daß sich ein oder mehrere Elektronen aus dem Molekülverband ablösen und als selbständige Teilchen weiterexistieren; dabei lassen sie den Rest des Moleküls ein- oder mehrfach positiv geladen zurück (*positives Ion*). Die zunächst frei fliegenden Elektronen können sich an irgendein anderes neutrales Molekül anschließen und bilden dabei ein *negatives Ion*. Die Elektronen oder auch die durch sie gebildeten negativen Ionen können sich im Gasraum mit den dort vorhandenen positiven Ionen unter gegenseitigem Ladungsaustausch zu neutralen Gasmolekülen zurückbilden.

In jeder Gasentladung findet eine fortgesetzte Bildung von Ionen und Elektronen statt, die sich im elektrischen Feld bewegen, und dabei die Stromleitung durch den Gasraum besorgen. Diese Ladungsträger können dabei entweder an die Elektroden oder an evtl. die Entladung sonstwie begrenzende Wände fliegen und sich dort entladen, oder sie können sich auch im Gasraum selbst wieder neutralisieren. Demzufolge werden wir zunächst die Gesetze der „Trägererzeugung“, der „Trägerbewegung“ und der „Trägervernichtung“ in den drei folgenden Abschnitten behandeln, bevor wir im zweiten Band auf die „speziellen Eigenschaften der verschiedenen Entladungsformen“ eingehen.

Erzeugung von Ladungsträgern.

§ 2. **Arten der Ladungsträger.** In Gasentladungen treten drei verschiedene Gruppen elektrischer Ladungsträger auf: die positiven Ionen, die negativen Ionen und die Elektronen. Die Ionen sind mit einer oder wenigen Elementarladungen positiv oder negativ geladene Atome, Moleküle oder Molekülkomplexe („Atomionen“, „Molekülionen“, „Komplexionen“) und haben daher eine Masse, die mindestens gleich ist der eines Einzelatoms; nach oben hin ist die Größe ihrer Masse nicht begrenzt. Das leichteste Atomion ist das Wasserstoffion mit einer Masse von $1,66 \cdot 10^{-24}$ g, ein relativ schweres Ion ist das ebenfalls atomare Quecksilberion, dessen Masse $3,3 \cdot 10^{-22}$ g beträgt. Häufig bestehen Ionen aus mehreren Molekülen, die sich an ein einzelnes Molekülion angelagert haben; so sind vermutlich (nicht zu alte) Ionen in Luft aus etwa 3 bis 10 Sauerstoff- oder Stickstoffmolekülen zusammengesetzt. Jedoch können sich noch wesentlich größere Molekülkomplexe um ein Ion ausbilden. Es scheinen hierbei Ionen aller Größen möglich zu sein, angefangen von solchen molekularer Dimensionen bis zu sichtbarer Größe. Im folgenden werden wir unter Ionen schlechthin solche Ladungsträger verstehen, die nur eine beschränkte Anzahl von Molekülen enthalten.

Im Gegensatz zu den nach Ladungsgröße, Vorzeichen und Masse mannigfaltigen Ionen sind diese Eigenschaften beim Elektron eindeutig. Das Elektron ist eine gegen ein Ion kleine mit der einfachen negativen Elementarladung versehene Masse von der Größe $9 \cdot 10^{-28}$ g. Wegen dieser überaus geringen trägen Masse kann das Elektron viel größere Geschwindigkeiten erreichen als irgendein uns sonst bekannter Körper. Die schnellsten Elektronen besitzen fast Lichtgeschwindigkeit. Die Masse eines Elektrons zeigt bei diesen hohen Geschwindigkeiten eine Zunahme gegenüber der obenangegebenen „Ruhemasse“. Die Massenänderung läßt sich aus der von der Relativitätstheorie geforderten Gleichwertigkeit von Masse und Energie quantitativ ableiten.

§ 3. **Bildung freier, negativer Ionen.** Jedes negative Ion entsteht durch Anlagerung eines oder mehrerer freier Elektronen an ein neutrales Molekül (Molekülkomplex). Über die Erzeugung freier Elektronen wird im § 5 berichtet. Kommt ein Elektron einem neutralen

Molekül genügend nahe, so kann es von dem Molekül angezogen und dem Molekülgebäude einverleibt werden. Nach dieser Anlagerung enthält das Molekül also nicht mehr gleich viel positive und negative Elementarladungen, wie anfänglich, sondern eine überschüssige negative Ladung; aus dem neutralen Molekül ist damit ein negatives Ion entstanden. Dabei zeigt sich, daß die Anlagerung von Elektronen an die neutralen Moleküle je nach der Natur des Gases in verschiedenem Maße stattfindet. Allgemein läßt sich sagen, daß die Anlagerung eines Elektrons in elementaren Gasen (z. B. O_2 , N_2 , Cl_2 , He) um so leichter erfolgt, je höher die Gruppe im periodischen System (Tafel-Anhang) ist, der das betreffende Element angehört (je weiter rechts das Element steht). Diese elektronenliebenden Elemente heißen „elektronegativ“, zum Unterschied von den „elektropositiven“ Elementen der niedrigen Gruppen. Ist das anlagernde Gas eine chemische Verbindung, so findet im allgemeinen die Anlagerung der Elektronen dann leicht statt, wenn die Verbindung ein stark elektronegatives Element enthält. Starke Bildung negativer Ionen durch Elektronenanlagerung erfolgt daher z. B. in Halogenen (F_2 , Cl_2 , Br_2 , J_2), in Sauerstoff, in Wasserdampf, in den Halogensäuren, Schwefelwasserstoff und Stickstoffsauerstoff-Verbindungen. Schwer werden negative Ionen gebildet in den Dämpfen der Alkalimetalle und des Quecksilbers. Völlig absehen kann man von der Bildung negativer Ionen in reinen Edelgasen.

Ein rohes Bild von dem Mechanismus des Anlagerungsvorganges: Jedes neutrale Molekül hat ein elektrostatisches Streufeld, da es aus räumlich getrennten, positiven und negativen Ladungen aufgebaut ist. Gelangt ein Elektron in große Nähe des Moleküls und damit in dessen Streufeld, so kann es in diesem Feld angezogen und festgehalten werden.

Die Bildung negativer Ionen aus neutralen Molekülen und freien Elektronen verläuft vermutlich ohne fremde Energiezufuhr: Die Anlagerung eines Elektrons an ein Molekül findet meist um so leichter statt, je geringer die Relativgeschwindigkeit des Elektrons gegenüber dem Molekül ist. Es scheint also keine kinetische Energie für den Anlagerungsprozeß notwendig zu sein; die Anlagerung ist also vermutlich ein exothermer Vorgang. In welcher Form eine nach der Anlagerung freigewordene Energie auftritt, ist unbekannt.

In manchen Fällen erfolgt die Anlagerung besonders leicht bei charakteristischen von der Molekülart abhängigen Relativgeschwindigkeiten. Der Grund hierfür liegt vermutlich in noch nicht näher bekannten Resonanzerscheinungen.

§ 4. Bildung freier, positiver Ionen. Jedes positive Ion kann man sich entstanden denken durch Fortnahme eines oder mehrerer Elektronen aus einem neutralen Molekül oder Molekülkomplex. Nach der Entfernung eines Elektrons enthält das vorher neutrale Molekül eine überschüssige positive Ladung. Die Bildung positiver Ionen kann nur

unter Energiezufuhr erfolgen, denn bei der Entfernung des Elektrons von dem zurückbleibenden positiven Ion müssen deren Coulombschen Anziehungskräfte überwunden werden. Die hierbei aufzuwendende Energie ist abhängig von der Natur des zu ionisierenden Moleküls und beträgt für das jeweils am losesten gebundene Elektron etwa 1 bis $5 \cdot 10^{-11}$ Erg bzw. 4 bis 25 V·El. Diese „Ionisierungsarbeit“ ist bei elementaren Gasen im allgemeinen um so kleiner, einer je niedrigeren Gruppe des periodischen Systems das betreffende Element angehört, je elektropositiver es also ist. Besonders leicht lassen sich demzufolge Alkalidämpfe ionisieren. Die Ionisierungsarbeit nimmt überdies ab, einer je höheren Periode (Reihe) das Element angehört, d. h. je weiter unten im periodischen System das Element steht. Daher ist die Ionisierungsarbeit von Cäsium kleiner als von Lithium. Besonders hoch ist die Ionisierungsarbeit in Edelgasen (s. Tabelle 10, § 26). Während negative Ionen nicht bei allen Elementen auftreten, sind positive Ionen bei sämtlichen Elementen bekannt, da sich bei geeigneter Energiezufuhr aus jedem Stoff ein Elektron entfernen läßt.

Wird noch ein weiteres Elektron dem bereits einfach geladenen positiven Ion entzogen, so ist die neu aufzuwendende Energie größer (s. Tabelle 10, § 26), nämlich von der Größenordnung 10^{-10} Erg bzw. 50 V·El. Dieser Wert heißt „mehrfache“ Ionisierungsarbeit“, zum Unterschied von der „einfachen Ionisierungsarbeit“, welche der Entfernung des ersten Elektrons aus dem neutralen Molekül entspricht. Die Zahlen für die mehrfache Ionisierung beziehen sich wieder auf die am leichtesten entfernbareren Elektronen. Wird dem Molekül eine genügend große Energie zugeführt, so können als erste gerade solche Elektronen abgelöst werden, die im Molekül bedeutend fester gebunden sind, zu deren Ablösung also eine sehr viel größere Energie notwendig ist, als oben angegeben. Die zur Entfernung eines solchen Elektrons zu leistende Arbeit kann so bis zu einigen 10^{-7} Erg bzw. 10^5 V·El ansteigen.

Die Ionisierungsenergie kann dem Molekül durch Stoß- oder Strahlungsprozesse zugeführt werden. Hierzu geeignete Stoßprozesse sind: Stoß eines schnellen Elektrons, positiven Ions oder neutralen Moleküls gegen ein neutrales Molekül. Derartige rasch fliegende Teilchen bezeichnet man zusammenfassend als Korpuskular- (Materie-) Strahlung. Als Beispiele hierfür sind zu nennen: α -Strahlen radioaktiver Stoffe (rasch fliegende Helium-Ionen), β -Strahlen (rasche Elektronen), H-Strahlen (rasch fliegende ionisierte Wasserstoffatome), Kathoden- und Kanalstrahlen (künstlich beschleunigte Elektronen bzw. Ionen). Auch bei hoher Temperatur neutraler Gase entstehen Moleküle mit so großen thermischen Geschwindigkeiten, daß diese sich bei ihrem Zusammenstoß ionisieren können (thermische Ionisation).

Auch elektromagnetische Wellenstrahlung vermag dem Molekül die Ionisierungsenergie zuzuführen. Die Absorption der Wellenstrahlungs-

Energie erfolgt quantenhaft in Energieportionen der Größe $h \cdot \nu$ ($h \dots$ Wirkungsquantum = $6,54 \cdot 10^{-27}$ Erg·sec; $\nu = \frac{c}{\lambda}$; $\nu \dots$ Schwingungszahl/sec; $c \dots$ Lichtgeschwindigkeit; $\lambda \dots$ Wellenlänge). Ein Molekül kann nur dann ionisiert werden, wenn es ein Strahlungsquant (Photon) solcher Größe absorbiert, daß die dabei aufgenommene Energie $h \cdot \nu$ größer ist als die Ionisierungsarbeit. Da der Energiebetrag $h \cdot \nu$ um so größer wird, je kurzwelliger das Licht ist, so tritt Ionisierung nur bei solcher Wellenstrahlung ein, bei der die Wellenlänge unter einem Höchstwert liegt. Sichtbares Licht ($\lambda = 4-7 \cdot 10^3 \text{ \AA}$; $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$) reicht in keinem Gas aus, um an einem Molekül die Ionisierungsarbeit zu leisten; erst ultraviolettes Licht führt bei einigen Gasen mit besonders kleiner Ionisierungsarbeit zur Ionisierung. Röntgenstrahlen ($\lambda = 10^{-2}$ bis 10^2 \AA) und γ -Strahlen radioaktiver Stoffe ($\lambda < 10^{-2} \text{ \AA}$) ionisieren dagegen alle von ihnen durchstrahlten Gase. Außer durch unmittelbare Absorption eines Strahlungsquanten kann auch durch „Streuung“ eines Strahlungsquanten an einem Molekül dessen Ionisierung stattfinden (Comptoneffekt). Das Strahlungsquant gibt dabei nur teilweise seine Energie an das getroffene Gasmolekül ab und fliegt als energieärmeres (röteres) Quant in einer von seinem Einfall abweichenden Richtung weiter.

Alle bisher beschriebenen Stoß- und Strahlungsprozesse vermögen auch die Moleküle bzw. Atome in einen Zustand zu versetzen, in dem zwar die Atomelektronen in der ursprünglichen Zahl erhalten bleiben, in dem aber die räumliche Elektronenanordnung gestört ist (Anregung). Ein angeregtes, neutrales Atom besitzt mindestens ein Elektron, dessen Bewegung um den Atomkern auf einer anderen „Bahn“ erfolgt, als im Falle fehlender Anregung (Grundzustand). Der Übertritt eines Elektrons auf eine der Anregung entsprechende höhere Bahn erfolgt unter Energieaufnahme; das Elektron ist also dann vom Kern ferner. Die Energie zur vollständigen Entfernung des Elektrons in das Unendliche (Ionisierung) aus dem Anregungszustand ist dann kleiner als die zur Entfernung aus dem Grundzustand, nämlich gleich der Differenz: Ionisierungsarbeit — Anregungsarbeit. Die Existenz von Anregungszuständen ermöglicht die Speicherung einer zur Ionisierung an sich nicht ausreichenden Energiegröße; die Bildung eines Ions bzw. Elektrons kann dann durch einen zweiten Stoß erfolgen. Dieser Vorgang wird „stufenweise Ionisierung“ bezeichnet.

§ 5. Bildung freier Elektronen. Jedes freie Elektron ist durch Ablösung aus einem Atom- oder Molekülverband entstanden; zu diesen sind auch feste und flüssige Körper zu zählen. Nach der Entfernung eines Elektrons bleibt der Rest positiv geladen zurück (z. B. als positives Ion). Bei der Ablösung eines Elektrons ist die elektrostatische Anziehung zwischen diesen und dem positiven Rest zu überwinden. Die Elektronenbefreiung kann daher nur unter Energieaufwand ge-

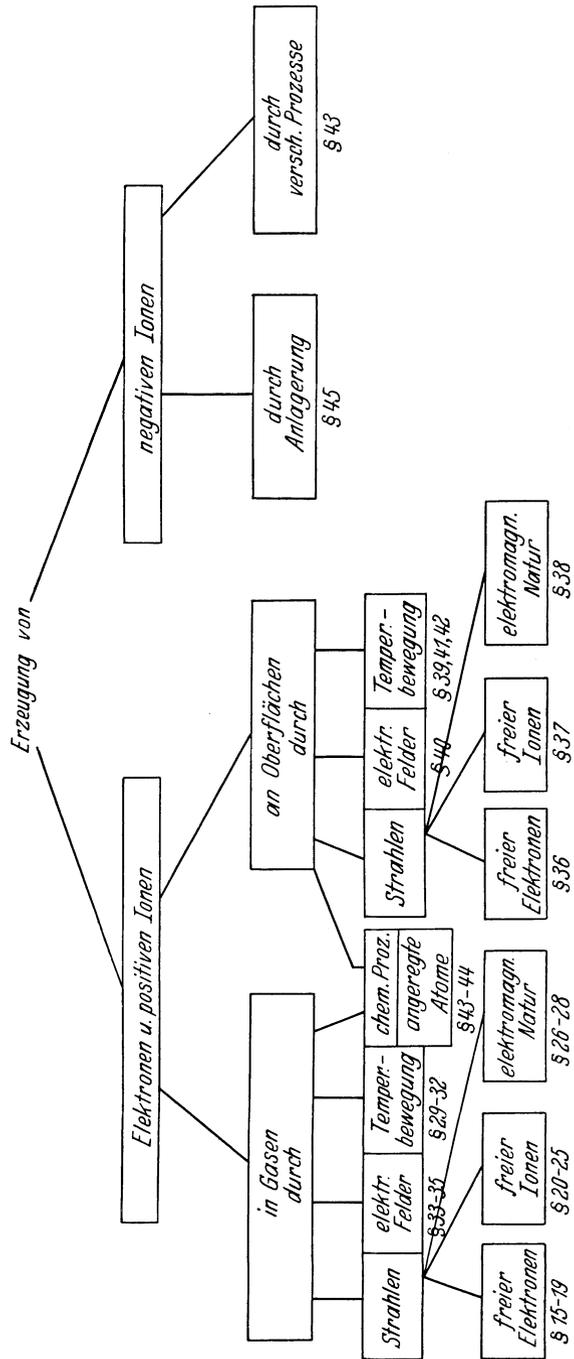
schehen. Die Größe der hierbei aufzuwendenden Energie hängt ab von der Art des Stoffes, aber auch von der Größe des Körpers, dem das Elektron entstammt. Wird das Elektron aus einem einzelnen Atom oder Molekül entfernt, so ist dabei die im § 4 angegebene Ionisierungsarbeit zu leisten. Wird dagegen das Elektron aus einem größeren, zusammenhängenden Stück des gleichen Stoffes entfernt, so ist die aufzuwendende Energie für die Befreiung eines Elektrons im allgemeinen kleiner. Diese Arbeit heißt „Austrittsarbeit“ eines Elektrons aus einem Stoff.

Eine rein elektrostatische Analogie macht den Unterschied zwischen Ionisierungsarbeit und Austrittsarbeit anschaulich: Wird eine Ladung e aus einem sehr kleinen, zunächst ungeladenen Körper entfernt, der dabei entgegengesetzt gleich geladen zurückbleibt, so ist die zu überwindende Kraft im Abstande a , der sehr groß gegen die Ausdehnung des Körpers sein soll, gleich e^2/a^2 . Entfernt man die gleiche Ladung dagegen aus einem *ausgedehnten* ungeladenen Leiter, also einer leitenden Halbebene, so ist die elektrostatische Anziehung zwischen der Ladung und ihrer Spiegelladung zu überwinden, deren Abstand doppelt so groß ist wie der Abstand a der Ladung von der Ebene. Die rücktreibende Kraft beträgt also hier nur $e^2/4a^2$. Wenn man von den Anziehungskräften für sehr kleine a absieht, erhält man als Ablösearbeit eines Elektrons aus einem kleinen Körper einen viermal so großen Wert als aus einem ausgedehnten Körper. Tatsächlich sind die Werte für die Ionisierungsarbeit höchstens viermal größer als die entsprechenden Werte für die Austrittsarbeit (vgl. Tabelle 20, § 38).

Zur zahlenmäßigen Veranschaulichung des Unterschiedes zwischen Ionisierungsarbeit und Austrittsarbeit geben wir die beiden Daten für Kalium. Die Ionisierungsarbeit des Kaliums, die Arbeit also, die zur Befreiung eines Elektrons aus einem Atom dampfförmigen Kaliums aufzuwenden ist, beträgt $4,3 \text{ V} \cdot \text{El}$; die Austrittsarbeit, die zu leisten ist, um ein Elektron aus der Oberfläche von festem Kalium zu befreien, beträgt dagegen nur $2,0 \text{ V} \cdot \text{El}$. Der Gang der Austrittsarbeit mit der Stellung des Stoffes im periodischen System ist ähnlich demjenigen der im § 4 behandelten Ionisierungsarbeit. Die Austrittsarbeit ist im hohen Maße von der Oberflächenbeschaffenheit abhängig. Die Austrittsarbeit der Metalle ist im allgemeinen gut bekannt, dagegen liegen nur wenige Resultate für isolierende Stoffe vor. Die elektrostatischen Kräfte, die bei der Entfernung eines Elektrons aus der Oberfläche eines isolierenden Stoffes überwunden werden müssen, werden wahrscheinlich durch undefinierte Oberflächenladungen wesentlich beeinflusst; daher ist die saubere Bestimmung der Austrittsarbeit bei isolierenden Stoffen sehr erschwert. — Die Austrittsarbeit kann durch die gleichen elementaren Prozesse geleistet werden, wie sie in § 4 für die Ionisierung angegeben wurden.

§ 6. Gliederung. Bei jedem Ionisierungsprozeß entstehen primär freie Elektronen und positive Ionen; die negativen Ionen werden im wesentlichen in sekundären Prozessen durch Anlagerung von Elektronen an neutrale Moleküle gebildet.

Die Bildung positiver Ionen und Elektronen erfolgt entweder im Gasraum oder an der Trennfläche zwischen festen oder flüssigen Körpern und dem Gasraum. Die Trägerbildung kann dadurch vor sich gehen, daß die zur Ionisierung erforderliche Energie in Form von Strahlung (Licht- und Korpuskularstrahlung) zugeführt wird. Jeder Einzelstrahl (Korpuskel oder Photon) reagiert mit dem Teilchen, das durch den Strahl ionisiert wird, unter Wahrung der Erhaltungsgesetze von Energie und Impuls, also nach den klassischen Stoßgesetzen, durch die der Ionisierungsprozeß daher weitgehend beherrscht wird. Die Energie zur Ionisierung kann ferner einem äußeren elektrischen Feld entstammen, sie kann der Temperaturbewe-



gung der neutralen Moleküle entnommen werden und sie kann durch chemische Prozesse erzeugt werden. Die Einzelbehandlung der verschiedenen Ionisierungsmöglichkeiten gliedern wir nach vorhergehendem Schema, nachdem wir zuvor die wichtigsten Folgerungen aus den

„Stoßgesetzen“

gezogen haben:

Stoßgesetze.

§ 7. **Energie und Impuls von Masse- und Wellenstrahlen.** Zu der trägererzeugenden Strahlung rechnen wir im folgenden Materiestrahlung, das sind schnelle Elektronen, Ionen, Moleküle, und elektromagnetische Strahlung, also Licht-, ultraviolette Strahlung, Röntgenstrahlung, γ -Strahlung, Höhenstrahlung. Wenn wir im folgenden von einem Einzelstrahl sprechen, so verstehen wir darunter entweder ein rasch fliegendes Elektron, Ion, Molekül oder ein Lichtquant. Wir behandeln hier ausschließlich diejenigen Ionisationsprozesse, die durch die Quantennatur des Lichtes bewirkt werden; es soll aber ausgeschlossen sein eine Ionisation in einer klassischen elektromagnetischen Welle mit so hoher elektrischer Feldstärke, daß durch die Wirkung des Feldes selbst eine Ionisation erfolgen kann.

Jeder Einzelstrahl ist charakterisiert durch die von ihm mitgeführte Energie und durch seinen Impuls. Die Energie eines Korpuskularstrahles setzt sich zusammen aus der durch seine bewegte Masse repräsentierten kinetischen Energie K

$$K = \frac{m}{2} v^2 \quad (1)$$

und aus der angeregten oder ionisierten Molekülen innewohnenden potentiellen Energie. Der von der bewegten Masse m mit der Geschwindigkeit v mitgeführte Impuls ist

$$J = m v. \quad (2)$$

Dabei ist m die Masse des den Einzelstrahl bildenden Elektrons, Moleküls usw. und v ist die relative Geschwindigkeit dieser Masse zu demjenigen Objekt, das von der Strahlung getroffen und evt. ionisiert wird, beispielsweise zu dem getroffenen Gasmolekül. Für den Fall, daß die Geschwindigkeit v mit der Lichtgeschwindigkeit c vergleichbar wird, müssen die relativistischen Korrekturen an der Masse angebracht werden. Man erhält dann als kinetische Energie K eines Korpuskularstrahles den Wert

$$K = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right]. \quad (3)$$

Für den Impuls J ergibt sich

$$J = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (4)$$

Hierin bedeutet m_0 die Masse des fliegenden Teilchens, wenn es mit einer Geschwindigkeit bewegt wird, die sehr klein ist gegen die Lichtgeschwindigkeit c . Man überzeugt sich leicht, daß für $v \ll c$ die relativistischen Ausdrücke für K und J nach Gl. (3) und (4) in die klassischen gemäß Gl. (1) und (2) übergehen. Praktisch kommen die relativistischen Korrekturen nur für schnelle Elektronen (entsprechend einer Elektronenenergie von über 10^4 V·El) in Frage (siehe Abb. 4).

Abb. 5 zeigt den Zusammenhang zwischen der Lineargeschwindigkeit v eines Elektrons und seiner kinetischen Energie K .

[Die Relativitätstheorie fordert, daß die Masse eines fliegenden Teilchens mit steigender Geschwindigkeit ständig zunimmt. Dies ist eine Folge der Äquivalenz von Energie und Masse: je schneller das Teilchen fliegt, je größer ist die in ihm enthaltene kinetische Energie und um so größer die durch diese Energie hervorgerufene zusätzliche Masse. Sei m_0 die Masse des ruhenden Teilchens, so ist die Masse m des Teilchens, das sich mit der Geschwindigkeit v bewegt,

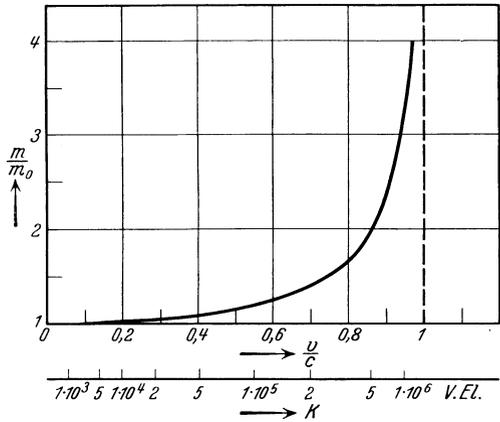


Abb. 4. Relativistische Massenkorrektur.

$\frac{m}{m_0}$... scheinbare : ruhende Masse, $\frac{v}{c}$... Linear-: Lichtgeschwindigkeit, K ... kinetische Energie in V·El für den Fall eines bewegten Elektrons.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (5)$$

Da der Impuls $J = m \cdot v$ ist, folgt Gl. (4) ohne weiteres. Das Äquivalenzprinzip von Energie und Masse fordert, daß die Masse m der Energie $m \cdot c^2$ gleichwertig sei. Die gesamte Energie der mit der Geschwindigkeit v fliegenden Masse $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ ist danach gleich

$m c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$. Die Energie, die das Teilchen allein infolge seiner

Ruhemasse m_0 inne hat, beträgt demnach $m_0 \cdot c^2$. Der Unterschied

zwischen der Energie des fliegenden und des ruhenden Teilchens ist die von dem Teilchen mitgeführte kinetische Energie, die sich danach ergibt zu

$$K = mc^2 - m_0 \cdot c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \quad (6)$$

und die sich also nicht darstellen läßt in der klassischen Form $\frac{m}{2} \cdot v^2$.]

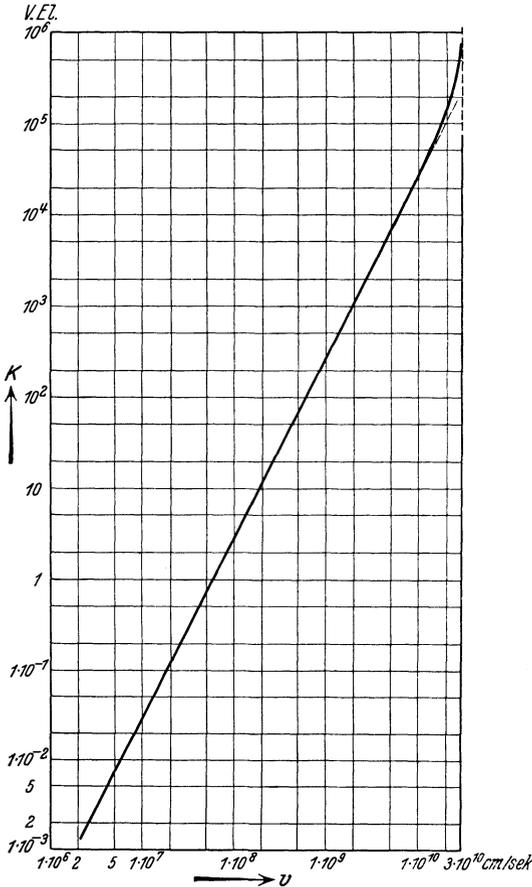


Abb. 5. Kinetische Energie K und lineare Geschwindigkeit v eines Elektrons (1 V·El ... $1,59 \cdot 10^{-12}$ Erg.) (\bar{x}).

Die Energie K eines einzelnen Lichtquants der Wellenlänge λ , d. h. der Frequenz $\nu = \frac{c}{\lambda}$, ist

$$K = h \nu, \quad (7)$$

wobei h das Wirkungsquantum ($h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ Erg·sec) ist. Der von einem Lichtquant mitgeführte Impuls ist

$$J = \frac{h \nu}{c}. \quad (8)$$

Durch diese Beziehungen sind Korpuskel und Lichtquant auf eine einheitliche Basis gestellt, so daß man sie in vielen Fällen als gleichwertig ansetzen kann.

[Die Forderung, daß einem Lichtquant nicht nur eine Energie $h \cdot \nu$ zugeschrieben werden muß, sondern auch ein mechanischer Impuls $\frac{h \nu}{c}$, folgt am einfachsten aus der relativistischen Gleichwertigkeit von Energie und Masse, nach welcher

der mit Lichtgeschwindigkeit fliegenden Energie $h \cdot \nu$ eine gewisse Trägheit und damit auch ein endlichet Impuls zugeordnet werden muß. Die Existenz des Impulses folgt aber bereits aus der experimentell wohlbekannten Erscheinung des Lichtdruckes, die darin besteht, daß auf einen Körper, der einseitig von Licht getroffen wird, ein me-

chanischer Druck in Richtung des einfallenden Lichtes ausgeübt wird. Der Lichtdruck selbst folgt schon aus der Maxwellschen Theorie der elektromagnetischen Strahlung und ist aufzufassen als der quer zu den Kraftlinien eines elektrischen oder magnetischen Feldes herrschende Druck; bei der Erscheinung des Lichtdruckes sind diese Felder die elektrischen und magnetischen Wirbelfelder der elektromagnetischen Welle selbst. Die Größe des Lichtdruckes ergibt sich aus der Maxwellschen Theorie gleich der Energiedichte im Strahlungsfeld. Fällt auf die Flächeneinheit in der Zeiteinheit die Strahlungsenergie W ein, so ist die Energiedichte η im Strahlungsfeld vor dieser Fläche $\eta = \frac{W}{c}$. Ebenso groß ist also der Strahlungsdruck. Da der Druck gleich der in der Zeiteinheit abgegebenen Impulsmenge ist, so ist der vom Licht in der Zeiteinheit mitgeführte Impuls gleich $\frac{W}{c}$. Wenn das Licht aus der Frequenz ν bestand, so fallen in der Zeiteinheit $n = \frac{W}{h\nu}$ Quanten auf die Flächeneinheit und, da der von diesen n Quanten mitgeführte Impuls $\frac{W}{c}$ war, folgt als Impuls eines einzelnen Quants: $\frac{h\nu}{c}$.]

Trifft ein Einzelstrahl auf ein Molekül oder Atom oder auch auf ein einzelnes Elektron, so verläuft der Zusammenstoß nach den bekannten Gesetzen über die Erhaltung von Energie und Impuls.

§ 8. Stoß eines Korpuskularstrahles auf eine ruhende Masse. Beim Zusammentreffen eines Materiestrahles mit Atomen, Ionen oder Molekülen sind folgende Fälle wichtig:

1. Stoß eines Elektrons gegen ein Atom, Ion, Molekül.
2. Stoß eines Ions gegen ein Atom, Ion, Molekül.
3. Stoß eines Elektrons gegen ein Elektron.
4. Stoß eines Atoms, Ions, Moleküls gegen ein Elektron.

Wir unterscheiden im folgenden die beiden miteinander zusammenstößenden Massen (Materiestrahle und getroffenes Teilchen) als stoßendes und gestoßenes Teilchen. Diese Unterscheidung hat allerdings nur formale Bedeutung; denn wir können genau so gut das stoßende Teilchen als gestoßenes auffassen und umgekehrt (s. Fall 1 und 4). Wenn bei der Ableitung der Stoßgesetze das gestoßene Teilchen anfänglich als ruhend angenommen wird, so liegt darin keine Einschränkung gegenüber dem allgemeinen Fall, daß beide Teilchen schon vor dem Zusammenstoß eine Geschwindigkeit besitzen, wenn wir nur als Anfangsgeschwindigkeit des stoßenden Teilchens seine anfängliche Geschwindigkeit relativ zum gestoßenen einführen.

§ 9. Der unelastische zentrale Stoß. Wir beschränken uns im folgenden zunächst auf den zentralen Stoß, bei welchem die Geschwindigkeiten der beiden Teilchen nach dem Stoß die gleiche bzw. entgegengesetzt gleiche Richtung haben wie das stoßende Teilchen vor dem Zusammen-

prall. Dieser Fall ist beispielsweise bei aufeinander stoßenden homogenen Kugeln dann vorhanden, wenn die Bewegung der stoßenden Kugel genau auf den Mittelpunkt der gestoßenen gerichtet war. Ferner beschränken wir uns auf den Fall, daß die miteinander reagierenden Partner keinerlei anderen äußeren Kräften unterliegen als den beim Stoß selbst auftretenden; damit scheidet die Mitwirkung elektrischer oder magnetischer Felder außer den Eigenfeldern der beiden Teilchen aus. Der Stoß kann vollkommen elastisch verlaufen: die gesamte kinetische Energie des stoßenden Teilchens vor dem Stoß findet sich dabei als kinetische Energie in den beiden Teilchen nach dem Zusammenstoß wieder. Der Zusammenstoß kann aber auch unelastisch vor sich gehen: dabei wird ein Teil Δ der anfänglichen kinetischen Energie des stoßenden Teilchens zu *innerer Arbeit* in den beiden Teilchen verbraucht, so daß nach dem Zusammenstoß nur noch ein Bruchteil der Energie als kinetische Energie der Teilchen auftreten kann. Diese innere Arbeit kann geleistet werden in Form von Anregung oder Ionisierung von Atomen und dgl. Nur dieser Energiebetrag Δ kommt für die Trägerbildung durch Stoßionisierung in Frage. Im folgenden wird der höchste zur Verfügung stehende Wert von Δ aus gegebenen Anfangsbedingungen gesucht.

Es sei

- m_1 die Masse des gestoßenen Teilchens,
- m_2 die Masse des stoßenden Teilchens,
- v_{1a} die Anfangsgeschwindigkeit der Masse 1 vor dem Stoß = 0,
- v_{2a} die Anfangsgeschwindigkeit der Masse 2 vor dem Stoß,
- v_{1e} die Endgeschwindigkeit der Masse 1 nach dem Stoß,
- v_{2e} die Endgeschwindigkeit der Masse 2 nach dem Stoß,
- Δ die gesamte beim Zusammenstoß zu innerer Arbeit in den beiden Teilchen verbrauchte Energie.

Das Gesetz der Erhaltung der Energie fordert:

$$\frac{1}{2} m_2 v_{2a}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1e}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2e}^2 + \Delta. \quad (9)$$

Das Impulserhaltungsgesetz ergibt:

$$m_2 v_{2a} = m_1 v_{1e} + m_2 v_{2e}. \quad (10)$$

Gesucht wird diejenige Energiemenge Δ_{\max} , die im Maximum bei einem Zusammenstoß geleistet werden kann. Wir ersetzen in Gl. (9) v_{1e} aus Gl. (10) und erhalten:

$$m_2 v_{2a}^2 = m_2 v_{2e}^2 + \frac{m_2^2}{m_1} (v_{2a} - v_{2e})^2 + 2 \Delta. \quad (11)$$

Gl. (11) enthält die beiden variablen Größen Δ und v_{2e} . Zur Bestimmung des Extremwertes von Δ setzen wir $\frac{d\Delta}{dv_{2e}} = 0$; die Differentiation von Gl. (11) nach v_{2e} ergibt:

$$0 = 2 m_2 v_{2e} - 2 \frac{m_2^2}{m_1} (v_{2a} - v_{2e}) + 2 \frac{d\Delta}{dv_{2e}}. \quad (12)$$

Der Differentialquotient verschwindet, wenn

$$v_{2e} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{2a}. \quad (13)$$

Führt man v_{2e} aus Gl. (13) in Gl. (11) ein, so erhält man das Maximum von Δ für gegebenes v_{2a} zu

$$\Delta_{\max} = \frac{1}{2} m_2 v_{2a}^2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = K_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

wobei K_0 die anfängliche kinetische Energie des stoßenden Teilchens ist. Ist das gestoßene Teilchen ein Atom, dessen Ionisierungsarbeit A_j beträgt, so kann es bei dem Zusammenstoß nur ionisiert werden, wenn

$$\Delta \geq A_j, \quad (15)$$

oder nach Ersatz von Δ aus Gl. (14), wenn

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} K_0 \geq A_j. \quad (16)$$

Ist das stoßende Teilchen ein Elektron, so kann m_2 gegen m_1 vernachlässigt werden, und man erhält für diesen Fall

$$K_0 \geq A_j. \quad (17)$$

Ist das stoßende Teilchen aber ein Ion der gleichen Masse wie das gestoßene Teilchen, so wird $m_1 = m_2$ und Gl. (16) lautet dann

$$K_0 \geq 2A_j. \quad (18)$$

Hier ist als gestoßene Masse die des gesamten ionisiert werdenden Atoms eingesetzt. Für rasche Strahlen, gegenüber denen A_j sehr klein ist, spielen die Bindungskräfte des bei der Ionisierung entfernten Elektrons an sein Atom nur eine untergeordnete Rolle. Gegenüber diesen Energien ist daher ein Atomelektron meist als frei zu betrachten, so daß man die Lage richtiger wiedergibt, wenn man als gestoßene Masse nur das Elektron einsetzt. Welche der beiden miteinander reagierenden Massen die zur Verfügung gestellte Energie Δ für innere Arbeit aufnimmt, wird durch die Stoßgesetze nicht entschieden (vermutlich die mit kleinerer Anregungsarbeit).

Wir wollen noch auf einen Umstand eingehen, der zunächst gedanklich Schwierigkeiten machen könnte. Wenn zwei Massen m_1 und m_2 mit der Relativgeschwindigkeit v aufeinander stoßen, so ist die kinetische Energie des bewegten Teilchens davon abhängig, welches der beiden Teilchen wir als ruhend annehmen: sei m_1 ruhend und m_2 bewegt, so ist die kinetische Energie gleich $\frac{m_2}{2} v^2$. Nehmen wir dagegen m_2 als ruhend an, so hat die kinetische Energie nunmehr den Wert $\frac{m_1}{2} v^2$. Es scheint also zunächst unsicher zu sein, welchen der beiden Energie-

werte wir als Anfangsenergie K_0 einzusetzen haben. Im Endresultat ist es jedoch gleichgültig, welcher der beiden Werte gewählt wird: Der beim Zusammenstoß für innere Arbeit zur Verfügung stehende Energiebetrag Δ ist für den Fall, daß m_1 ruht,

$$\Delta = K_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{mit} \quad K_0 = \frac{m_2}{2} v^2, \quad \text{oder} \quad \Delta = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)};$$

nehmen wir dagegen entgegen unserem sonstigen Gebrauch m_2 als gestoßenes Teilchen und m_1 als stoßendes Teilchen an, so ist

$$\Delta = K_0 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{mit} \quad K_0 = \frac{m_1}{2} v^2, \quad \text{oder} \quad \Delta = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)},$$

also wieder gleich dem eben bestimmten Wert. Man bezeichnet den Ausdruck $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ als „reduzierte Masse“ m_r . Die für innere Arbeit verfügbare Energie Δ ist dann gleich der kinetischen Energie der reduzierten Masse $\frac{1}{2} m_r v^2$.

§ 10. **Der elastische zentrale Stoß.** Wird die bei der Ionisierung zu innerer Arbeit verbrauchte Energie Δ verschwindend klein gegen die Anfangsenergie K_0 , so kann man von ihr in Annäherung überhaupt absehen. Die Ionisierung durch ein auf ein neutrales Atom treffendes rasches Elektron oder Ion kann man sich dann etwa vorstellen als Zusammenstoß des auftreffenden Korpuskularstrahles mit einem Elektron des getroffenen Atoms, und da die Ionisierungsarbeit klein sein soll gegen die Energie des auftreffenden Teilchens, so ist das Atomelektron nur durch relativ kleine Kräfte an sein Atom gebunden und kann für den Stoß praktisch als frei angenommen werden.

Der Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem stoßenden Korpuskularstrahl erfolgt also in Annäherung nach Gl. (9) und (10) mit $\Delta = 0$, wenn wir zunächst den Zusammenstoß als zentral voraussetzen. Für die Geschwindigkeit, mit der das gestoßene Elektron sein Atom verläßt, ergibt sich so der Ausdruck

$$v_{1e} = 2 v_{2a} \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (19)$$

Die Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens nach dem Stoß ist

$$v_{2e} = v_{2a} \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}. \quad (20)$$

Wird das Elektron durch Ionenstoß befreit ($m_2 \gg m_1$), so verläßt das Elektron annähernd mit der doppelten Lineargeschwindigkeit des stoßenden Ions sein Atom. Die kinetische Energie des Elektrons ist demnach maximal $\frac{4 \text{ Elektronenmasse}}{\text{Ionenmasse}}$. Anfangsenergie des Ions. Ein stoßender Wasserstoffkanalstrahl (H_1^+) mit einer Energie von 50000 V·El kann daher im Maximum Elektronen mit einer Energie von 100 V·El befreien. Eine genaue Gültigkeit dieser Überlegungen kann

man deshalb nicht erwarten, weil einmal von der Bindung des Elektrons an das Atom vollkommen abgesehen wurde, und weil ferner die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons im Atomverband unberücksichtigt geblieben ist. Die Erfahrung bestätigt mit diesen Einschränkungen die Geltung der hier gebrachten Überlegungen vollkommen.

Ist das stoßende Teilchen ein Elektronenstrahl, so ist $m_1 = m_2$. Die Endgeschwindigkeit des getroffenen Elektrons ist daher gleich der Anfangsgeschwindigkeit des stoßenden; die Endgeschwindigkeit des stoßenden Teilchens ist dagegen gleich Null. Ein solcher zentraler Elektronenstoß gegen ein Elektron im Atomverband führt daher zur Befreiung eines Elektrons mit den gleichen Eigenschaften wie das stoßende, wogegen das stoßende Elektron vom Atom eingefangen wird. Da man die Vertauschung der Elektronenindividuen nicht nachweisen kann, ist ein solcher Prozeß von dem glatten Durchgang des ursprünglichen Elektronenstrahles nicht zu unterscheiden.

Für den Verlauf des Stoßvorganges ist die innere Arbeit Δ nicht nur dann gleich Null zu setzen, wenn die kinetische Energie des stoßenden Teilchens sehr groß gegenüber der Ionisierungsenergie des getroffenen Atoms ist, sondern auch dann, wenn die kinetische Energie des stoßenden Teilchens kleiner als die kleinste Anregungsenergie des betreffenden Atoms ist. Da nämlich ein kleinerer Energiebetrag als der der kleinsten Anregungsarbeit entsprechende nicht als innere Energie aufgenommen werden kann, so kann bei einem solchen Stoß überhaupt keine innere Arbeit geleistet werden. Beim Zusammenstoß eines derart energiearmen Elektrons mit einem freien Atom bzw. Molekül wird daher höchstens derjenige Energiebetrag dem stoßenden Elektron entzogen, der nach Gl. (19) als kinetische Energie auf das getroffene Atom übergehen kann. Da die Elektronenmasse m_2 stets verschwindend klein ist gegen die Masse m_1 des getroffenen Atoms, ist die auf das getroffene Atom beim zentralen Stoß übertragene kinetische Energie

$$K_{1e} = \frac{m_1}{2} v_{1e}^2 = \frac{m_1}{2} 4 v_{2a}^2 \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} = K_0 \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \sim K_0 \frac{4 m_2}{m_1} \quad (21)$$

verschwindend klein gegen K_0 . Ein in dieser Weise elastisch an einem Gasmolekül reflektiertes Elektron verliert nach Gl. (21) maximal bei einem Zusammenstoß mit einem Hg-Atom $10^{-3}\%$, bei einem Zusammenstoß mit einem He-Atom $5 \cdot 10^{-2}\%$ seiner kinetischen Energie. Das Elektron behält also nach einem solchen Zusammenstoß fast völlig seine gesamte Energie, fliegt aber nach einem solchen zentralen Zusammenstoß in der der ursprünglichen entgegengesetzten Richtung zurück. Erfolgt ein Zusammenstoß zwischen einem derart langsamen Elektron und einem Gasatom nicht zentral, so ist die auf das getroffene Atom übertragene kinetische Energie noch kleiner; das Elektron wird dabei unter irgendeinem Winkel aus seiner Anfangsrichtung abgelenkt. Einzelheiten s. § 12.

§ 11. Der elastische nicht-zentrale Stoß. Im allgemeinen sind die Stoßbedingungen nicht so, daß der Stoß zentral verläuft. Hierbei erfährt das stoßende Teilchen außer einer Änderung der Geschwindigkeitsgröße auch eine Änderung seiner Richtung. Wir behandeln zunächst den elastischen nicht-zentralen Stoß zweier *gleicher* Massen. Das stoßende Teilchen habe die Anfangsgeschwindigkeit v_{2a} , das gestoßene Teilchen ruht zunächst. Nach dem Zusammenstoß habe das stoßende Teilchen eine Geschwindigkeit v_{2e} , mit der es unter dem Winkel α_2 aus seiner ursprünglichen Flugrichtung abgelenkt weiterfliegt (Abb. 6). Das gestoßene Teilchen fliegt mit der Geschwindigkeit v_{1e} und einem Winkel α_1 gegen die anfängliche Flugrichtung des stoßenden Teilchens weiter. Die Masse beider Teilchen sei $m_1 = m_2 = m$. Es läßt

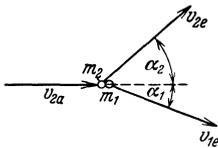


Abb. 6. Elastischer, nicht-zentraler Stoß zweier Massen. $m_1; m_2 \dots$ ruhende bzw. bewegte Masse, $v_{1e} \dots$ Endgeschwindigkeit von m_1 , $v_{2a} v_{2e} \dots$ Anfangs- bzw. Endgeschwindigkeit von m_2 .

sich zeigen, daß die drei Geschwindigkeiten v_{2a} , v_{1e} und v_{2e} in einer Ebene liegen. Wir führen diesen Beweis nicht, sondern nehmen dieses Ergebnis als Tatsache hin. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie fordert

$$\frac{m}{2} v_{2a}^2 = \frac{m}{2} v_{1e}^2 + \frac{m}{2} v_{2e}^2, \quad (22)$$

wobei angenommen wird, daß der Stoßvorgang vollkommen elastisch verläuft, also keine innere Arbeit Δ geleistet wird. Das Gesetz von der Erhaltung des Impulses, angewandt auf die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung von v_{2a} und senkrecht dazu, ergibt die beiden Gleichungen

$$m v_{1e} \cos \alpha_1 + m v_{2e} \cos \alpha_2 = m v_{2a}, \quad (23)$$

$$m v_{1e} \sin \alpha_1 - m v_{2e} \sin \alpha_2 = 0. \quad (24)$$

Gl. (23) gibt die Erhaltung des Impulses des stoßenden Teilchens an, Gl. (24) sagt aus, daß kein zu der ursprünglichen Flugrichtung senkrecht stehender Impuls durch den Zusammenstoß entstehen kann. Die Gl. (22), (23) und (24) enthalten außer der gegebenen Anfangsgeschwindigkeit vier variable Größen: v_{1e} , v_{2e} , α_1 , α_2 . Die drei Gleichungen erlauben also keine eindeutige Lösung. Hierzu wäre vielmehr noch eine Angabe darüber notwendig, wie exzentrisch der Stoß verläuft, d. h. wie stark die ursprüngliche Flugrichtung des stoßenden Teilchens an dem Schwerpunkt der gestoßenen Masse vorbeizieht und weiterhin Angaben über den zeitlichen und örtlichen Verlauf der beim Stoßvorgang auftretenden Kräfte. Nimmt man α_2 jedoch an, so sind die übrigen drei Größen durch die drei Gleichungen nunmehr eindeutig auszudrücken. Man erhält dann durch Auflösen der Gl. (22), (23) und (24) nach α_1 , v_{1e} und v_{2e} als Funktion von v_{2a} und α_2 :

$$v_{1e} = v_{2a} \sin \alpha_2, \quad (25) \quad v_{2e} = v_{2a} \cos \alpha_2, \quad (26) \quad \alpha_1 = 90^\circ - \alpha_2. \quad (27)$$

Bemerkenswert ist, daß das stoßende und das gestoßene Teilchen nach dem Zusammenstoß unter einem rechten Winkel auseinander fliegen, gleichgültig, wie groß α_2 angenommen wurde. Diese Tatsache läßt sich direkt prüfen an Nebelkammer-Aufnahmen des Ionisierungsvorganges durch Elektronenstrahlen. Dabei wird aus dem freien Atom durch einen rasch fliegenden Elektronenstrahl ein Atomelektron durch den Zusammenstoß herausgerissen. Man darf diesen Stoß als elastisch ansehen, weil die Ionisierungsarbeit klein gegen die kinetische Energie des Elektronenstrahles ist. Tatsächlich verlassen in diesem Fall zwei Elektronen (das stoßende und das befreite) das ionisierte Atom, deren Bahnen miteinander einen rechten Winkel bilden.

Die Ausgangsgleichungen für den nicht-zentralen Stoß zwischen zwei *verschiedenen* Massen m_1 und m_2 lauten mit den oben benutzten Bezeichnungen

$$\frac{m_2}{2} v_{2a}^2 = \frac{m_1}{2} v_{1e}^2 + \frac{m_2}{2} v_{2e}^2, \quad (28)$$

$$m_1 v_{1e} \cos \alpha_1 + m_2 v_{2e} \cos \alpha_2 = m_2 v_{2a}, \quad (29)$$

$$m_1 v_{1e} \sin \alpha_1 = m_2 v_{2e} \sin \alpha_2. \quad (30)$$

Die Lösung dieser Gleichungen nach v_{1e} , v_{2e} und α_1 mit den unabhängigen Variablen v_{2a} und α_2 lauten:

$$v_{2e} = v_{2a} \frac{m_2 - m_1}{m_2 \left[\cos \alpha_2 \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 - \sin^2 \alpha_2} \right]}, \quad (31)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\sin \alpha_2}{\frac{m_1}{m_2 - m_1} \cos \alpha_2 \pm \frac{m_2}{m_2 - m_1} \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 - \sin^2 \alpha_2}}. \quad (32)$$

Zur Berechnung von v_{1e} müßte v_{2e} aus der Gl. (31) bestimmt und der Wert in Gl. (28) eingesetzt werden. Von den beiden Vorzeichen der Wurzeln in Gl. (31) und (32) ergibt jeweils nur eines eine physikalisch reelle Lösung.

Die maximale Ablenkung des stoßenden Teilchens beträgt

$$\alpha_{2 \max} = \arcsin \frac{m_1}{m_2} \quad (33)$$

wenn das stoßende Teilchen schwerer ist als das gestoßene. Für größeres α_2 würden nämlich die Wurzeln in Gl. (31) und (32) imaginär. Ein Hg-Atom kann also bei einem Zusammenstoß mit einem He-Atom nur um etwa 1° aus seiner ursprünglichen Flugrichtung abgelenkt werden. Aus den Gl. (31) und (32) folgen die früheren Gl. (19), (20), (25), (26) und (27) als Grenzfälle.

Es ergibt sich also, daß der Verlauf eines nichtzentralen Zusammenstoßes zweier Massen verschiedener, jedoch vergleichbarer Größe zu

ziemlich verwickelten Gesetzmäßigkeiten führt, die bisher durch Erfahrungen an Korpuskularstrahlen noch nicht bestätigt werden konnten, an deren Gültigkeit aber kaum zu zweifeln ist. Die Aussagen der Gl. (31) und (32) werden jedoch einfach, wenn wir die gestoßene Masse m_1 sehr groß gegen die stoßende Masse m_2 annehmen. In diesem Fall wird $v_{2a} \approx v_{2e}$, wie sich ergibt, wenn man den Quotienten $\frac{m_1}{m_2}$ in Gl. (31) so groß macht, daß neben ihm \sin und \cos vernachlässigt werden können. Der Streuwinkel α_2 , um den das stoßende Teilchen aus seiner ursprünglichen Flugrichtung abgelenkt wird, kann dabei jeden beliebigen Wert von 0° bis 180° annehmen, da für $m_1 > m_2$ die Wurzel nie imaginär werden kann. Fliegt also z. B. ein Elektron auf den Kern eines Atoms zu, dessen Masse m_1 also sehr groß ist, gegen die stoßende Masse m_2 , so kann das Elektron nach allen Richtungen reflektiert werden, behält aber nach dem Zusammenstoß seine volle Geschwindigkeit. Die hierbei maximal mögliche Energieeinbuße ist die gleiche wie beim zentralen Stoß und wurde bereits in § 10 behandelt. Ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn ein leichtes Ion, beispielsweise ein H-Kern oder ein α -Teilchen, von dem Kern eines schweren Atoms (z. B. Hg) abgelenkt wird.

§ 12. Die Ablenkung (Streuung) des stoßenden Teilchens. Ohne nähere Kenntnis der Stoßgeometrie, d. h. des örtlichen und zeitlichen Verlaufes der zwischen den stoßenden Korpuskeln ausgeübten Kräfte und ohne Kenntnis des Abstandes, in dem das stoßende Teilchen am Schwerpunkt des gestoßenen vorbeizieht, läßt sich nichts aussagen über die Größe des Ablenkungswinkels α_2 , um den das stoßende Teilchen aus seiner Anfangsrichtung abgelenkt wird. Läßt man ein Bündel zahlreicher paralleler, gleich rascher und gleichartiger Materiestrahlen auf einzelne Atome treffen, — etwa dadurch, daß man diese Strahlen durch eine sehr dünne Folie hindurchtreten läßt oder durch einen wenige Gasmoleküle enthaltenden Raum hindurchleitet, so daß man annehmen kann, daß jeder Korpuskularstrahl nur im wesentlichen mit höchstens einem Atom in stoßartige Wechselwirkung tritt, — so wird doch die Anfangsbedingung dieser Stöße bei den einzelnen Korpuskularstrahlen wegen der unterschiedlichen Stoßexzentrizität verschieden sein. Da es nach unseren bisherigen Kenntnissen unmöglich ist, bei einem Korpuskularstrahlindividuum das Maß der Exzentrizität des Stoßes festzustellen, ist es auch unmöglich, für einzelnen Korpuskularstrahl anzugeben, unter welchem Winkel er nach dem Stoß weiterfliegt. Wenn man aber die beim Stoß wirkenden Kraftfelder kennt, so läßt sich immerhin die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ablenkungswinkels angeben, d. h. der Bruchteil aller Fälle, in welchem der Ablenkungswinkel α_2 zwischen dem Winkel ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ liegt, wenn man eine sehr große Anzahl solcher Ablenkungen betrachtet. Um-

gekehrt läßt sich natürlich auch aus der beobachteten Häufigkeitsverteilung der Ablenkungswinkel α_2 auf die beim Stoß wirkenden Kraftfelder rückschließen. Da ein Korpuskularstrahlbündel beim Durchgang durch Materie in verschiedene Winkel zerstreut wird, faßt man die ablenkenden Stoßprozesse selbst unter den Begriff „Streuung“ zusammen.

Für den speziellen Fall, daß die Ablenkung eines geladenen Korpuskularstrahles durch eine ebenfalls geladene Masse erfolgt, zwischen denen Coulombsche Anziehungs- oder Abstoßungskräfte wirken, nimmt die Wahrscheinlichkeit der Ablenkung einer gegen die gestoßene Masse m_1 leichten Masse m_2 mit $\frac{1}{\sin^4 \frac{\alpha_2}{2}}$ ab. Die größtmögliche Ablenkung, bei

der der stoßende Korpuskularstrahl in seine gerade entgegengesetzte Flugrichtung zurückgelenkt wird, entspricht dem maximalen Streuwinkel $\alpha_2 = 180^\circ$ und ist demnach am unwahrscheinlichsten. Eine Ablenkung um 90° muß viermal häufiger auftreten als eine Ablenkung um 180° , und nur 0,085 mal so oft wie eine Ablenkung um 45° . Durch Versuche mit α -Strahlen, welche an Atomkernen einer sehr dünnen Goldfolie gestreut wurden, ist festgestellt worden, daß im allgemeinen die angegebene Beziehung sehr gut erfüllt war, woraus man schließen kann, daß das Coulombsche Gesetz auch bei den kleinen Dimensionen der Atome die Ablenkungskraft gut wiedergibt. Ebenfalls gilt die Beziehung für die Streuung von raschen Elektronenstrahlen; dabei wirkt als ablenkend allerdings nur derjenige Teil des Kernes, der durch Atom-
elektronen noch nicht abgeschirmt ist.

Wenn das gestreute Korpuskularstrahlbündel nicht nur eine dünne Folie durchstößt oder nicht durch einen Gasraum hindurchtritt, der wenig Moleküle enthält, so werden die einzelnen Korpuskularstrahlen im Mittel nicht nur an je einem Atom gestreut, sondern an einer größeren Anzahl. Die Gesetzmäßigkeiten der hierbei auftretenden *Vielfachstreuung* lassen sich quantitativ aus denen für die Einzelstreuung ableiten, führen jedoch zu komplizierten uns hier nicht interessierenden Zusammenhängen.

Ebensowenig wie man ohne nähere Annahmen über den Stoßverlauf etwas aussagen kann über die Wahrscheinlichkeit der Streuung durch einen elastischen Zusammenstoß in irgendeinem Winkel, ebensowenig läßt sich ohne weiteres darüber etwas angeben, wie häufig beim unelastischen Zusammenstoß ein bestimmter Betrag Δ für innere Arbeit im getroffenen Atom und damit zu dessen Anregung oder Ionisierung zur Verfügung gestellt wird. Der Verlauf der relativen Häufigkeit für verschiedene Korpuskularstrahlgeschwindigkeiten, mit der ein Zusammenstoß zur Ionisierung oder Anregung führt, heißt „Ionisierungsfunktion“ bzw. „Anregungsfunktion“; über den experimentell ermittel-

ten Verlauf dieser Funktionen s. § 17. Die verschiedenen von einem Atom ausgesandten Spektrallinien erfordern zu ihrer Anregung verschiedene Beträge an innerer Arbeit Δ ; jede Spektrallinie hat daher ihre eigene Anregungsfunktion.

§ 13. Stoß einer schweren geladenen Masse gegen ein freies Elektron unter Annahme Coulombscher Felder. Wir haben uns bisher um den zeitlichen Verlauf des Stoßes zwischen dem Materiestrahl und dem getroffenen Teilchen nicht gekümmert; die abgeleiteten Stoßgesetze gelten vielmehr unabhängig davon, ob die Kräfte zwischen dem stoßenden und dem gestoßenen Teilchen etwa elastische Kräfte wie bei Billardkugeln oder etwa Coulombsche Kräfte wie bei geladenen Teilchen sind. In Wirklichkeit werden wir den letzteren Fall voraussetzen müssen. Es läßt sich unter Annahme Coulombscher Felder exakt der Stoßverlauf ausrechnen, der sich abspielt, wenn eine bewegte Masse m_2 mit der Ladung e_2 und der Geschwindigkeit v_2 im Abstand p einer zunächst ruhenden Masse m_1 mit der Ladung e_1 vorbeizieht (s. Abb. 7). Die allgemeine Durchrechnung ist indessen verwickelt, so daß wir nur am

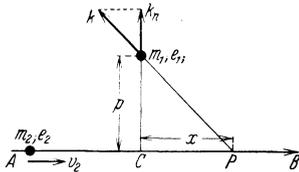


Abb. 7. Energie- und Impulsübertragung durch elektrische Feldwirkung einer unablenkbaren, geladenen Masse (m_2) auf eine freibewegliche, ruhende, geladene Masse (m_1).

Schluß dieses Paragraphen die Endformeln ohne Ableitung angeben wollen. Wir rechnen hier nur einen Spezialfall durch, bei dem vorausgesetzt wird, daß

- a) die Masse m_2 des stoßenden Teilchens sehr groß ist gegen die des ruhenden Teilchens, und daß gleichzeitig
- b) die Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens so groß ist, daß die Bewegung des gestoßenen Teilchens während der Stoßzeit, also der Zeit, während welcher die beiden Teilchen nahe beieinander sind, vernachlässigt werden kann.

Wenn die stoßende Masse m_2 wie angenommen groß gegen m_1 ist, so ist die maximale Ablenkung, die das stoßende Teilchen erfährt, klein [Gl. (33)]. Wir denken uns $\frac{m_2}{m_1}$ so groß, daß wir α_2 gleich Null setzen können, d. h. das stoßende Teilchen fliegt geradlinig weiter. In Abb. 7 sei AB die Bahn des stoßenden Teilchens, das durch die drei Größen m_2 , e_2 , v_2 charakterisiert ist. Diese Bahn führt im Abstand p („Stoßparameter“) an dem zunächst ruhenden Teilchen m_1 , e_1 vorbei. Da das stoßende Teilchen so rasch fliegen soll, daß es sich bereits wieder aus der Nähe des gestoßenen entfernt hat, ehe das gestoßene seinen Ort wesentlich verändert hat, heben sich die Kraftkomponenten auf das gestoßene Teilchen in Richtung von AB im zeitlichen Mittel heraus; für die tatsächlich auf m_1 übertragene Geschwindigkeit braucht also nur die Kraftkomponente k_n senkrecht zu AB berücksichtigt zu werden. Der auf die Masse m_1 insgesamt übertragene

Impuls ist

$$J_1 = m_1 v_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} k_n dt. \quad (34)$$

Aus Symmetriegründen kann man das Integral auch schreiben

$$J_1 = 2 \int_0^{\infty} k_n dt. \quad (35)$$

Wenn wir die Zeit in dem Augenblick zu zählen beginnen, in dem das stoßende Teilchen am Ort C (Abb. 7) ist, so befindet es sich zur Zeit t im Punkte P mit $CP = x = v_2 t$. Die Coulombsche Kraft k zwischen den beiden Teilchen ist in diesem Zeitpunkt also gleich $k = \frac{e_1 e_2}{p^2 + x^2}$ und die Normalkomponente $k_n = \frac{e_1 e_2 p}{(p^2 + x^2)^{3/2}}$. Der insgesamt übertragene Impuls ist demnach

$$J_1 = 2 \int_0^{\infty} \frac{e_1 e_2 p}{(p^2 + v_2^2 t^2)^{3/2}} dt. \quad (36)$$

Die Integration ergibt

$$J_1 = \frac{2 e_1 e_2}{p v_2}. \quad (37)$$

Aus dem auf m_1 übertragenen Impuls $J_1 = m_1 v_1$ ergibt sich v_1 zu $\frac{J_1}{m_1}$; die auf die Masse m_1 übertragene kinetische Energie $K_1 = \frac{m_1}{2} v_1^2$ folgt demnach zu

$$K_1 = \frac{J_1^2}{2 m_1} = \frac{2}{m_1} \frac{e_1^2 e_2^2}{p^2 v_2^2}. \quad (38)$$

Ein α -Teilchen (He^{++}), das mit der Geschwindigkeit $v_2 = 2 \cdot 10^9$ cm/sec an einem Elektron im Abstand $p = 1 \cdot 10^{-9}$ cm, also rund $1/10$ Atomdurchmesser, vorbeifliegt, überträgt daher auf dieses Elektron eine kinetische Energie

$$K_1 = \frac{2 \cdot (4,77 \cdot 10^{-10})^2 \cdot (2 \cdot 4,77 \cdot 10^{-10})^2}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-18} \cdot 4 \cdot 10^{18}} = 1,13 \cdot 10^{-10} \text{ Erg},$$

oder nach S. 4 etwa 70 V · El. Wenn ein α -Strahl z. B. auf das Elektron eines Atoms eine zur Ionisierung ausreichende Energie übertragen soll, so muß K_1 größer sein als die Ionisierungsenergie. Die Rechnung zeigt, daß hierzu das α -Teilchen in einem Abstand der Größenordnung 10^{-9} cm am Elektron vorbeifliegen muß.

Für den Fall, daß die Bewegung der gestoßenen Masse m_1 während des Stoßvorganges selbst berücksichtigt wird, ebenso die Ablenkung der stoßenden Masse aus ihrer ungestörten Bahn, erhält man unter An-

nahme Coulombscher Kräfte mit Benutzung der bisher gebrauchten Bezeichnungen

$$v_{2e} = \frac{v_{2a}}{m_1 + m_2} \sqrt{m_1^2 + m_2^2 - 2 m_1 m_2 \cos 2 \alpha_1}, \quad (39)$$

$$v_{1e} = 2 v_{2a} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cos \alpha_1, \quad (40)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{m_1 \sin 2 \alpha_1}{m_2 - m_1 \cos 2 \alpha_1}, \quad (41)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{p v_{2a}^2}{e_1 e_2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (42)$$

§ 14. Stoß von Strahlungsquanten auf ruhende und bewegte Massen.

Ähnliche Stoßgesetze, wie sie beim Aufprall eines Korpuskularstrahles auf eine ruhende Masse gelten, lassen sich auch finden für den „Zusammenstoß“ eines Lichtquants mit einer ruhenden Masse. Der Unterschied beim Zusammenstoß eines Photons mit einer Masse gegenüber dem Stoß eines Korpuskels besteht darin, daß das Photon unter allen Umständen mit Lichtgeschwindigkeit fliegt, d. h. daß sich die Geschwindigkeit

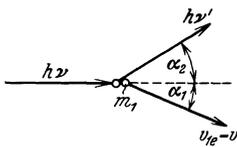


Abb. 8. Zusammenstoß zwischen einem Lichtquant ($h\nu$) und einer ruhenden Masse m_1 .

keit v_{2e} nach dem Zusammenstoß von der Geschwindigkeit v_{2a} vor dem Zusammenstoß nicht unterscheidet; beide sind identisch gleich der Lichtgeschwindigkeit. Die Abgabe von Energie und Impuls an das getroffene Teilchen beruht vielmehr umgekehrt in einer Art Änderung der stoßenden Masse m_2 , die wir bei dem Stoß eines Korpuskularstrahles als konstant annehmen

konnten. Es ist also nunmehr die Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens unveränderlich, die „Masse“ und damit die Energie des Photons veränderlich. Nach dem Stoß fliegt das Photon also mit einer kleineren Energie $h \cdot \nu$ weiter, es entspricht also Licht größerer Wellenlänge (Rotverschiebung). Da auf die getroffene Masse m_1 Energie und Impuls übertragen wird, erleidet das stoßende Photon nicht nur eine Änderung seiner Energie, sondern auch seiner Richtung. Wir benutzen weiterhin für die Ablenkungswinkel α_1 , α_2 die gleichen Bezeichnungen wie beim Stoß eines Korpuskularstrahles gegen Materie (s. Abb. 8). Abgesehen von den angeführten Unterschieden sind die Überlegungen und Rechnungen analog denjenigen des Stoßes von Korpuskularstrahlen.

Wir behandeln zunächst den rein elastischen Zusammenstoß zwischen einem Photon und einer ruhenden, durch keine Kräfte gebundenen Masse m_1 . Das auftreffende Photon habe die Frequenz ν und damit die Energie $h\nu$ und den Impuls $\frac{h\nu}{c}$. Das nach dem Stoß weiterfliegende Photon habe die Energie $h\nu'$ und den Impuls $\frac{h\nu'}{c}$. Ohne Berücksichtigung der relativistischen Massenänderung des Elektrons lautet die Energie-

gleichung

$$h \nu = h \nu' + \frac{m_1}{2} v^2 \quad (43)$$

und die beiden Impulsgleichungen

$$\frac{h \nu'}{c} \sin \alpha_2 = m_1 v \sin \alpha_1, \quad (44)$$

$$\frac{h \nu}{c} = \frac{h \nu'}{c} \cos \alpha_2 + m_1 v \cos \alpha_1. \quad (45)$$

Mit Berücksichtigung der relativistischen Massenänderung der gestoßenen Masse m_1 erhält man mit Gl. (6) für die kinetische Energie K von m_1 :

$$K = h (\nu - \nu') = m_1 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \quad (46)$$

und die beiden Impulsgleichungen:

$$\frac{h \nu'}{c} \sin \alpha_2 = \frac{m_1 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \sin \alpha_1, \quad (47)$$

$$\frac{h \nu}{c} = \frac{h \nu'}{c} \cos \alpha_2 + \frac{m_1 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cos \alpha_1. \quad (48)$$

Die Durchrechnung der Gl. (46) bis (48) ergibt unter Berücksichtigung von $\lambda = \frac{c}{\nu}$:

$$\frac{h}{m_1 c} (1 - \cos \alpha_2) = \lambda' - \lambda = \Delta \lambda, \quad (49)$$

wofür man auch schreiben kann

$$\Delta \lambda = \frac{2 h}{m_1 c} \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}. \quad (50)$$

Die kinetische Energie K der getroffenen Masse folgt dann zu:

$$K = m_1 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) = h \nu \left[\frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\Delta \lambda}} \right]. \quad (51)$$

Die Lösung der nicht relativistischen Gleichungen (43), (44) und (45) ergibt nur für $\lambda \gg \Delta \lambda$ die gleichen Resultate.

Das wesentliche Ergebnis der Rechnung läßt sich dahingehend zusammenfassen, daß das auffallende Licht nach der Streuung eine Zunahme seiner Wellenlänge erfahren hat um einen Betrag, der nur abhängt vom Streuwinkel α_2 , jedoch unabhängig ist von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes [Gl. (50)]. Die größte mögliche Änderung der Wellenlänge ist

$$\Delta \lambda_{\max} = \frac{2 h}{m_1 c}, \quad (52)$$

sie beträgt für den Fall, daß die getroffene Masse ein Elektron ist,

$$(\Delta\lambda_{\max})_{\text{Elektron}} = \frac{2 \cdot 6,55 \cdot 10^{-27}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 3 \cdot 10^{10}} = 4,85 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$$

oder rd. $1/20$ Å. Diese Änderung der Wellenlänge von Röntgenstrahlen, die an Elektronen gestreut werden, läßt sich quantitativ bestätigen (Compton-Effekt). Die entsprechende Streuung an Atomkernen führt zu einer mindestens 2000 mal kleineren Wellenlängenänderung und liegt damit zur Zeit unter der Meßgenauigkeit. Die beim Stoß auf das Elektron übertragene kinetische Energie ist für langwelliges Licht, d. h. für $\lambda \gg \Delta\lambda_{\max} = 5 \cdot 10^{-2}$ Å verschwindend klein; sie beträgt für Röntgenstrahlen gebräuchlicher Wellenlänge ($\lambda = 0,2$ Å) höchstens etwa 20% der Energie des stoßenden Photons, während bei der noch kurzwelligeren und Ultrastrahlung ($\lambda \ll \Delta\lambda_{\max}$) praktisch die ganze Energie des Photons auf das Elektron übergehen kann. Die Schwächung einer einfallenden kurzwelligen elektromagnetischen Strahlung ist bei den kürzesten Wellenlängen weitaus überwiegend auf den Compton-Effekt zurückzuführen, während die gewöhnliche Absorption der Strahlung (s. u.) völlig dagegen zurücktritt. Die energiereichsten Elektronen fliegen nach einem solchen Zusammenstoß mit einem Photon in Richtung der auftreffenden Photonen weiter.

Bei den oben mitgeteilten Rechnungen wurde die Masse m_1 , also das getroffene Elektron, als vor dem Stoß ruhend und durch keine Kraft gebunden angenommen. Diese Annahme ist nur dann berechtigt, wenn die Bindungen klein sind gegen die beim Stoß auf das Elektron übertragene kinetische Energie; dies ist wieder nur dann der Fall, wenn das $h\nu$ der auftreffenden Strahlen genügend groß ist. Der Compton-Effekt wirkt deswegen in der hier beschriebenen Form erst wesentlich für Wellenlängen unter 1 Å. Da nur der Zusammenstoß eines Photons mit einem Elektron eine genügend große kinetische Energie auf die getroffene Masse des Elektrons übertragen kann, und da es andererseits nicht bekannt ist, daß an einem Elektron innere Arbeit geleistet werden kann, erübrigt sich die Behandlung eines unelastischen Zusammenstoßes zwischen einem Photon und einer anfänglich ruhenden Masse.

Die *Eigengeschwindigkeit des Elektrons* vor dem Stoß bedeutet eine Änderung der auffallenden Frequenz ν (Doppler-Effekt) in dem Sinne, daß die Frequenz ν vergrößert erscheint, wenn das Elektron dem Photon entgegenreißt und verkleinert scheint, wenn es vor ihm herfliegt. Die Behandlung des Compton-Effektes bei anfänglich fliegendem Elektron ist die gleiche wie die hier für anfänglich ruhende Elektronen gegebene, wenn man nur als Frequenz ν diejenige Frequenz einsetzt, als welche die einfallende elektromagnetische Strahlung dem fliegenden Elektron erscheint. Da bei der Compton-Streuung an den Elektronen eines Atoms beim Stoßprozeß Elektronen beteiligt sind,

welche ganz verschiedene Relativgeschwindigkeiten haben, so erscheint die gleiche einfallende Frequenz ν den verschiedenen Atomelektronen verschieden groß; dies führt bei einem parallelen homogenen Photonenbündel zu (sehr wenig) verschiedenen unter dem gleichen Winkel gestreuten Frequenzen. Mißt man die Intensitätsverteilung der unter dem Winkel α_2 bei monochromatischer einfallender Strahlung gestreuten Streustrahlung, so läßt sich daraus rückschließen auf die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Inneren der Atome. Über die Größe des Streuwinkels α_2 läßt sich für einen Einzelprozeß aus gleichen Gründen wie für die Streuung von Korpuskularstrahlen keine Aussage machen; ebenfalls sind Zusatzannahmen notwendig, um über die Häufigkeitsverteilung der verschiedenen Streuwinkel Angaben machen zu können, deren Diskussion den Rahmen dieses Buches überschreiten würde.

Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen.

§ 15. Definition und Entstehungsarten von Elektronenstrahlen. Unter Elektronenstrahlen verstehen wir im folgenden solche Elektronen, die auf irgendeine Methode einmal zu einer genügend großen Geschwindigkeit beschleunigt wurden und daraufhin ohne weitere Beschleunigung auslaufen. Zur Charakterisierung der Elektronenstrahlen genügt eine einzige Angabe: die ihrer Geschwindigkeit bzw. ihrer kinetischen Energie. Den Zusammenhang zwischen der linearen Geschwindigkeit und der kinetischen Energie der Elektronen zeigt Tabelle 1 und Abb. 5. Für

Tabelle 1. Zusammenhang zwischen der Elektronenenergie K , der Lineargeschwindigkeit v und der auf die Lichtgeschwindigkeit bezogenen Lineargeschwindigkeit β ($\beta = \frac{v}{c}$).

β (% Lichtgeschwindigkeit)	K V·El	v cm/sec	β (% Lichtgeschwindigkeit)	K V·El	v cm/sec
0,5	6,37	$1,5 \cdot 10^8$	30	$2,47 \cdot 10^4$	$9,0 \cdot 10^9$
1	$2,55 \cdot 10^1$	$3,0 \cdot 10^8$	40	$4,65 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{10}$
2	$1,02 \cdot 10^2$	$6,0 \cdot 10^8$	50	$7,9 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^{10}$
3	$2,30 \cdot 10^2$	$9,0 \cdot 10^8$	60	$1,28 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^{10}$
4	$4,09 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^9$	70	$2,03 \cdot 10^5$	$2,1 \cdot 10^{10}$
5	$6,37 \cdot 10^2$	$1,5 \cdot 10^9$	80	$3,42 \cdot 10^5$	$2,4 \cdot 10^{10}$
8	$1,64 \cdot 10^3$	$2,4 \cdot 10^9$	85	$4,59 \cdot 10^5$	$2,55 \cdot 10^{10}$
10	$2,56 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^9$	90	$6,62 \cdot 10^5$	$2,70 \cdot 10^{10}$
15	$5,84 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^9$	95	$1,13 \cdot 10^6$	$2,85 \cdot 10^{10}$
20	$1,05 \cdot 10^4$	$6,0 \cdot 10^9$	98	$2,06 \cdot 10^6$	$2,94 \cdot 10^{10}$
25	$1,67 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^9$			

$$K = 5,11 \cdot 10^5 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \text{V·El für große } \beta = \frac{v}{c}, \quad c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec,}$$

$$K = 2,55 \cdot 10^5 \beta^2 \left(1 + \frac{3}{4} \beta^2 + \frac{5}{8} \beta^4 + \dots \right) \text{V·El für kleine } \beta,$$

$$v = 5,94 \cdot 10^7 \sqrt{K} \text{ cm/sec für } K < 1 \cdot 10^4 \text{ V·El.}$$

die Eigenschaften der Elektronenstrahlen ist es gleichgültig, auf welche Weise die Elektronen ihre Geschwindigkeit erreicht haben; es kann beispielsweise aus jedem freien Elektron ein Elektronenstrahl beliebig hoher Geschwindigkeit entstehen, wenn es in einem *elektrischen Feld* beschleunigt wird. Über die technischen Einzelheiten der Erzeugung von Elektronenstrahlen durch elektrische Felder in Entladungsröhren siehe Bd. 2. Über Elektronenstrahlbündel aus Elektronenstrahlen gleicher Geschwindigkeit und gleicher Richtung siehe auch § 51.

Eine zweite wichtige Art der Entstehung von Elektronenstrahlen ist deren *photoelektrische Erzeugung*. Bei diesem Prozeß, über den nähere Angaben im § 26 aufgeführt werden, wird ein Lichtquant von einem Atom absorbiert. Die Energie $h \cdot \nu$ des bei der Absorption verschwindenden Lichtquants wird dabei, falls das Lichtquant, genügende Größe besitzt, zunächst zur Befreiung eines Elektrons aus dem Atom ausgenutzt. Für die Ionisierung selbst wird nur der Betrag der reinen Ionisierungsenergie verbraucht. Die überschüssige Energie des Lichtquants erscheint als kinetische Energie des Elektrons. Ist das absorbierte Licht genügend kurzwellig, sind die Energiequanten $h \cdot \nu$ also genügend groß, so ist der in kinetische Energie des Elektrons umgesetzte Überschuß der Photonenenergie über die Ionisierungsarbeit ausreichend, um Elektronenstrahlen hoher Geschwindigkeit zu erzeugen. Durch Absorption ultravioletten Lichtes entstehen auf diese Weise Elektronenstrahlen mit einer Energie von Bruchteilen bis Einern von $V \cdot El$. Die bei der Absorption von Röntgenstrahlen entstehenden Elektronenstrahlen besitzen eine Energie bis zu einigen $10^5 V \cdot El$. Lichtquanten mit großer Energie und demzufolge auch großem Impuls können auch, ohne selbst absorbiert zu werden, auf freie Elektronen einen Teil ihrer Energie und ihres Impulses übertragen (s. § 14) und hierbei den Elektronen Geschwindigkeiten übermitteln, deren Energie von Null bis zu mehr als $10^5 V \cdot El$ betragen kann. Quantitatives über die Erzeugung von Elektronenstrahlen durch photoelektrische Effekte siehe § 26.

Ähnlich wie durch Übertragung eines Teiles von Energie und Impuls auftreffender Photonen, können Elektronenstrahlen auch durch *Zusammenstoß zwischen Atomen und beliebigen Materiestralen* entstehen; diese Prozesse verlaufen wie klassische Zusammenstöße unter Erhaltung von Energie und Impuls. Die durch einen solchen Zusammenstoß mit Materiestralen zu hohen Geschwindigkeiten beschleunigten Elektronen heißen „Sekundärstrahlen“. Genau wie Sekundärstrahlen durch den Stoß von primären Materiestralen entstanden sind, können Sekundärstrahlen wieder anfänglich ruhende Elektronen zu „Tertiärstrahlen“ beschleunigen. Der Sekundärstrahl wird natürlich stets energieärmer sein als der primäre Strahl, der tertiäre energieärmer als der sekundäre, usw.

Einige *radioaktive Stoffe* senden fortgesetzt Elektronenstrahlen hoher kinetischer Energie (10^5 bis 10^6 V·El) aus; diese radioaktiven Elektronenstrahlen heißen β -Strahlen. Die β -Strahlen sind von einer elektromagnetischen Wellenstrahlung, der γ -Strahlung, stets begleitet, durch deren Absorption oder Compton-Streuung weitere Elektronenstrahlen erzeugt werden. Zahlenmäßige Angaben über Intensität und Geschwindigkeit der β -Strahlen siehe Anhang.

Außer bei den radioaktiven Prozessen werden weiterhin dauernd Elektronenstrahlen erzeugt unter dem Einfluß der sogenannten *Höhenstrahlung*, die außerirdischen Ursprungs ist. Die Höhenstrahlung besteht entweder aus einer sehr kurzwelligen elektromagnetischen Strahlung (10^{-3} bis 10^{-4} Å), die durch Absorption, mehr noch durch den Compton-Effekt, rasche Elektronenstrahlen auslöst; vielleicht sind in der auf die Erde einfallenden Höhenstrahlung selbst schon Elektronen, die außerhalb der Erde entstanden sind, enthalten. Die Energie der durch die Höhenstrahlung erzeugten Elektronenstrahlen ist die höchste uns überhaupt bekannte und beträgt schätzungsweise bis 10^8 V·El.

§ 16. **Reichweite rascher Elektronenstrahlen.** Gelangt ein Elektronenstrahl in ein feldfreies Gasvolumen, so gibt er durch fortgesetzte Stöße gegen die Gasmoleküle bzw. gegen deren Elektronen Energie ab und wird dabei ständig langsamer. Gleichzeitig wird der Elektronenstrahl aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt, „gestreut“. Der tatsächliche, vom Elektronenstrahl im Gasraum durchlaufene Weg unter Einrechnung aller Umwege heißt „Reichweite“ R . Die Reichweite ist für Elektronenstrahlen gleicher Anfangsgeschwindigkeit umgekehrt proportional der Dichte des Gases und nur wenig abhängig von der Gasart. Überdies hängt die Reichweite sehr stark von der Anfangsgeschwindigkeit des Elektronenstrahles ab. Für ein Gas vom Molekulargewicht M , dem Druck p in mm Hg, der absoluten Temperatur T ist die Reichweite R (in cm) eines Elektrons mit einer Anfangsenergie K in V·El

$$R = 1,4 \cdot 10^{-7} \frac{TK^2}{pM}. \quad (53)$$

Diese empirisch gefundene Beziehung gilt etwa für Elektronen mit einer Anfangsenergie von $2 \cdot 10^3$ V·El an aufwärts. Nach Gl. (53) läßt sich ebenfalls die kinetische Energie des Elektrons an einer beliebigen Stelle seiner Bahn berechnen, wenn man die „Restreichweite“ kennt, die das Elektron von der betrachteten Stelle ab bis zur vollständigen Bremsung noch durchläuft. Die Restreichweite, die ein Elektron noch zu durchlaufen vermag, hängt nicht ab von dem Weg, den das Elektron schon vorher zurückgelegt hat. Sei K_0 die Anfangsenergie, so ist die Energie des Elektrons nach Durchlaufen des Bruchteiles α seiner gesamten Reichweite

$$K_\alpha = K_0 \sqrt{1 - \alpha}. \quad (54)$$

Da der Elektronenstrahl die Reichweite R im allgemeinen auf ziemlich großen Umwegen zurücklegt, ist der kürzeste Abstand seines Ausgangspunktes von dem Ende seiner Reichweite stets kleiner als die Reichweite. Der mittlere Umwegfaktor, d. h. das mittlere Verhältnis von Reichweite : Luftlinienabstand ist nicht genau bekannt; dieses Verhältnis liegt etwa zwischen $\sqrt{2}$ und 2 und ist für Elektronenstrahlen größerer Anfangsenergie kleiner als für solche Strahlen, die mit geringerer Anfangsenergie in das Gas eintreten. Die Reichweite in Abhängigkeit von der Anfangsenergie K in Luft von 1 mm Druck und 0° C zeigt Abb. 9.

Die angegebenen Werte der Reichweite sind Mittelwerte. Sehr viel größere Reichweiten treten nicht auf. Kleinere Reichweiten ergeben sich immer dann, wenn ein Elektron in einem einzigen Prozeß einen

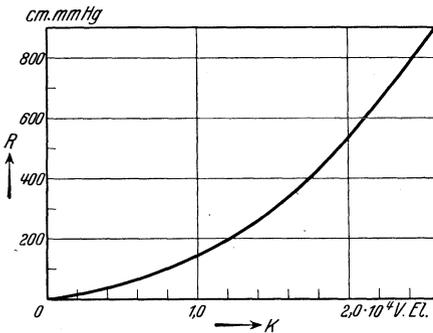


Abb. 9. Reichweite R eines homogenen Elektronenstrahles der Energie K in Luft bei 1 mm Hg und 0° C(2).

sehr großen Bruchteil seiner Energie zur Erzeugung eines Sekundärstrahles abgibt. Prozesse dieser Art, die einen merklichen Einfluß auf die Reichweite ausüben, scheinen jedoch für Energien $< 3 \cdot 10^4$ V·El relativ selten.

§ 17. Differentiale Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen.

Ein Elektronenstrahl, der durch einen Gasraum hindurchfliegt, erzeugt auf seiner Bahn Elektronen und positive Ionen in gleicher Anzahl. Die Zahl der Ionenpaare, die ein Elektron auf der Längeneinheit seiner Bahn erzeugt, heißt „differentiale Ionisierung“ s . Die betrachtete Länge muß dabei so klein gewählt werden, daß vom Energieverlust des Elektrons auf dieser Strecke abgesehen werden kann. Gegen Ende der Bahn, also bei kleinen Energien des Elektronenstrahles, durchläuft die differentiale Ionisierung ein Maximum und fällt für noch kleinere Energien rasch gegen Null ab. Sobald die Energie des Elektrons kleiner geworden ist als die Ionisierungsarbeit des betreffenden Gases, ist die differentiale Ionisierung gleich Null. Die Ionisierung durch einen Elektronenstrahl mit großer Energie erfolgt nicht so, daß alle Trägerpaare unmittelbar längs seiner Bahn erzeugt werden; vielmehr bildet der Elektronenstrahl (das „primäre Elektron“) zu einem Teil rasche „Sekundärelektronen“ und diese langsamen sekundären Elektronenstrahlen erzeugen ihrerseits „tertiäre Ionen“. Die Energie für diese Ionisierung entstammt letzten Endes dem primären Elektronenstrahl. Wir fassen unter differentialem Ionisierung die gesamte je Längeneinheit des Primärstrahles erzeugte Ionenmenge auf, die über beliebige Zwischenprozesse insgesamt gebildet wird. Die differentiale Ionisierung s ist für

konstante Elektronenenergie im gleichen Gas direkt proportional der Gasdichte d . Bei hoher Elektronenenergie ist sie in verschiedenen Gasen ebenfalls annähernd proportional zur Dichte der Gase, genauer proportional zur Anzahl der im Kubikzentimeter des Gases insgesamt enthaltenen Atomelektronen. Dies ist verständlich, weil für hohe Elektronenstrahlenenergien die Atomelektronen praktisch als frei angenommen werden können (Bindungsenergie der Atomelektronen \ll Elektronenstrahlenergie) und die Häufigkeit eines Zusammenstoßes zwischen dem Elektronenstrahl und den Atomelektronen direkt proportional sein muß mit der Anzahl der Elektronen im Kubikzentimeter überhaupt. Tabelle 2 gibt das Verhältnis der differentialen Ionisierung für Elektronen gleicher Energie ($> 5 \text{ kV} \cdot \text{El}$) in verschiedenen Gasen von gleicher Dichte an; dabei sind die Werte der differentialen Ionisierung s und

Tabelle 2. Relative differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen von $> 5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ in verschiedenen Gasen von gleichem Druck (bezogen auf die Luftdichte $d = 1$) (100).

Gas	s	d	$\frac{s}{d}$
Luft	1,0	1,0	1,0
O ₂	1,17	1,11	1,05
CO ₂	1,60	1,53	1,05
(CN) ₂	1,86	1,81	1,03
N ₂ O	1,55	1,53	1,01
SO ₂	2,25	2,22	1,01
NH ₃	0,89	0,59	1,5
H ₂	0,165	0,069	2,4

Tabelle 3. Relative differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen (wie Tab. 2) bezogen auf die Zahl m der Elektronen je Molekül (100).

Gas	m	$\frac{s}{m}$
Luft	14,4	1
O ₂	16	1,05
CO ₂	22	1,05
(CN) ₂	26	1,03
N ₂ O	22	1,01
SO ₂	32	1,01
NH ₃	10	1,29
H ₂	2	1,18

der Gasdichte d für Luft gleich 1 gesetzt. Die Proportionalität zwischen differentialer Ionisierung s und Dichte d ist für alle Gase annähernd erfüllt. Eine Ausnahme machen die Verbindungen, die viel Wasserstoff enthalten, vor allem Wasserstoff selbst; in diesen Gasen ist die differentiale Ionisierung größer als der Massenproportionalität entspricht. Tabelle 3 zeigt, daß die Proportionalität zwischen differentialer Ionisierung und Elektronenzahl des Gasmoleküls besser erfüllt ist. Auch hier ist die Ionisierung bei den wasserstoffhaltenden Verbindungen noch größer als der Proportionalität entspricht.

Der Verlauf der differentialen Ionisierung in Abhängigkeit von der Elektronenstrahl-Energie für Luft von 1 mm Druck und 0° C wird in Abb. 10 gegeben. Die differentiale Ionisierung ist bei sehr hohen Elektronenenergien ($10^6 \text{ V} \cdot \text{El}$) nur etwa $6 \cdot 10^{-2}$ Ionenpaare/cm, d. h. ein Elektron dieser Energie muß in Luft von 1 mm Hg und 0° C etwa 16 cm durchfliegen, ehe es einmal ionisiert. Für ein Elektron mit einer Energie von $1 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ werden dagegen unter den gleichen Bedin-

gungen bereits etwa 3 Ionenpaare auf 1 cm seiner Bahn gebildet. Bei anderen Drucken bzw. anderen Temperaturen sind die Ordinaten von Abb. 10 im Verhältnis der Dichten zu erhöhen. Für andere Gase als Luft ergeben sich die differentialen Ionisierungen durch Multiplikation

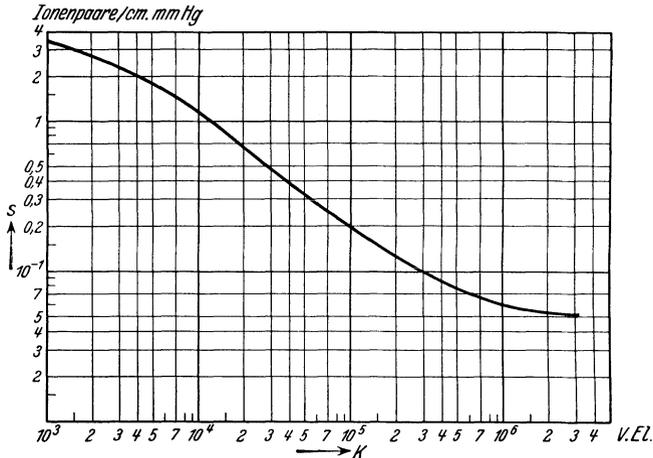


Abb. 10. Differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen der Energie K in Luft von 1 mm Hg bei 0°C (1). Bereich: $K = 10^3 - 10^6$ V.El.

mit den in Tabelle 2 und 3 angegebenen Proportionalitätsfaktoren. Für kleinere Elektronenenergien (unter $2 \cdot 10^3$ V.El.) gelten diese einfachen Gesetzmäßigkeiten nicht mehr, weil nunmehr die in den verschiedenen

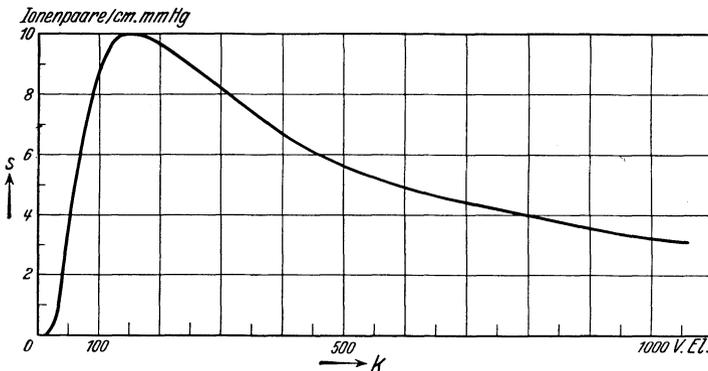


Abb. 11. Differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen der Energie K in Luft von 1 mm Hg bei 0°C (2, 3). Bereich: $K = 10^1 - 10^3$ V.El.

Gasen verschieden starke Bindung der Elektronen in den Atomen Unterschiede bewirkt.

Abb. 11 zeigt den Verlauf der differentialen Ionisierung in Luft (1 mm, 0°C) für kleinere Elektronenenergien. Die differentiale Ionisierung hat ein ausgeprägtes Maximum bei 140 V.El.; dabei werden

unter den angegebenen Bedingungen rund 10 Ionenpaare auf 1 cm Bahnlänge des fliegenden Elektrons gebildet. Diese Aussage ist aller-

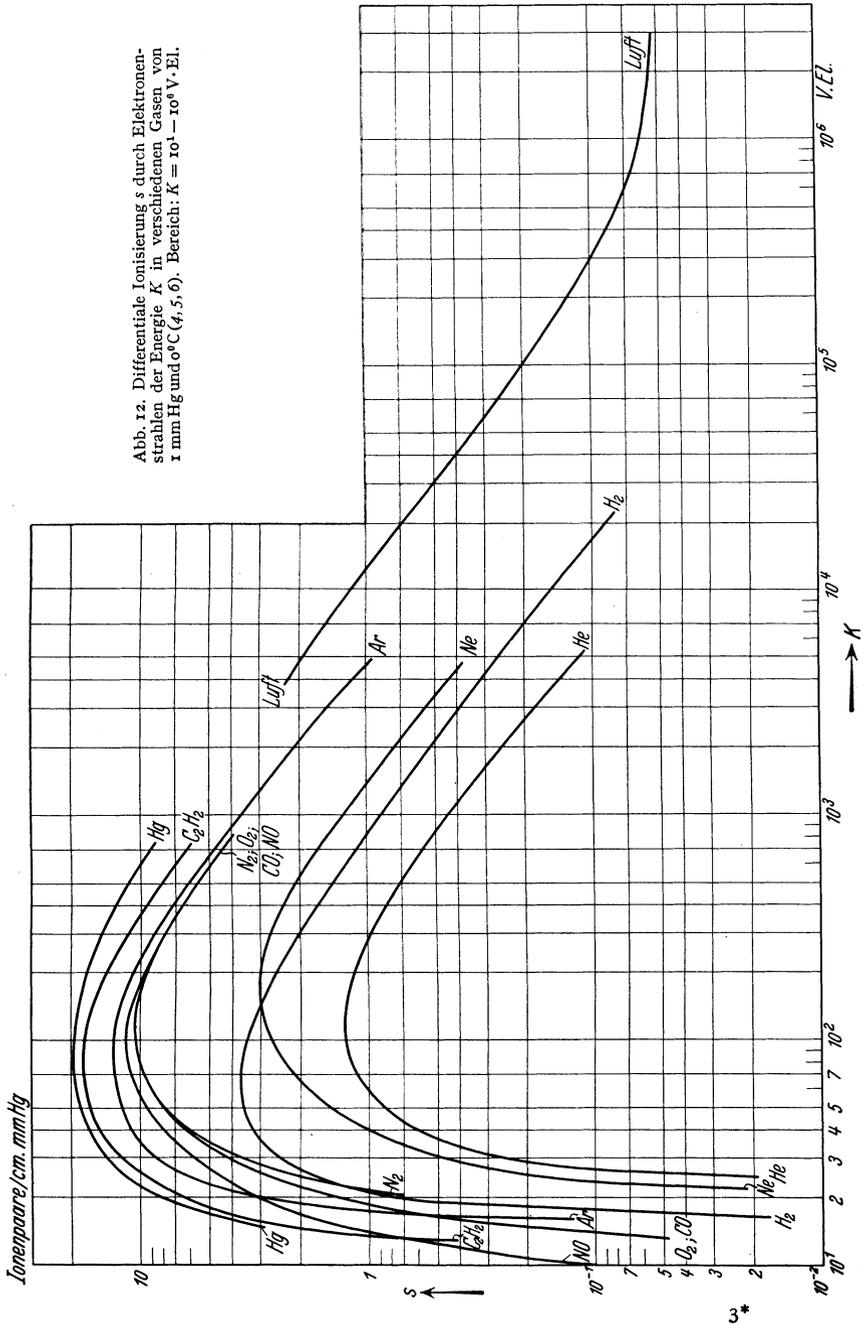


Abb. 12. Differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen der Energie K in verschiedenen Gasen von 1 mm Hg und $0^\circ C$ (4, 5, 6). Bereich: $K = 10^1 - 10^6$ V. E.L.

dings nur so zu werten, daß die unter den angegebenen Bedingungen von einem Elektron von $140 \text{ V} \cdot \text{El}$ zwischen zwei Ionisierungsprozessen zurückgelegte Wegstrecke 1 mm beträgt, da ein Elektron von $140 \text{ V} \cdot \text{El}$ Energie keineswegs eine Reichweite hat, gegen die die betrachtete Länge von 1 cm noch als klein angesehen werden kann. Wird die Elektronenenergie kleiner als die zur maximalen differentialen Ionisierung gehörende, so fällt die differentiale Ionisierung sehr rasch ab und erreicht etwa bei der Ionisierungsenergie des betreffenden Gases (A_j für Luft und N_2 etwa $15 \text{ V} \cdot \text{El}$) den Wert Null. Abb. 12 zeigt den Verlauf der differentialen Ionisierung in He, Ne, Ar, H_2 , N_2 , O_2 , Luft, Hg-Dampf, NO, C_2H_2 , CO. Die Hg-Kurve ist für einen angenommenen Hg-Dampf von 0° C und 1 mm Druck gezeichnet, um sie mit den übrigen Gasen vergleichbar zu machen. Da tatsächlich ein solcher Hg-Dampf nicht existiert, sind für wirklich vorkommende Fälle die Ordinaten dieser Kurve dichte proportional umzurechnen. Die in Abb. 12 gezeigten Kurven sind aus den Resultaten verschiedener Arbeiten gemittelt und können etwa eine Genauigkeit von 10% beanspruchen.

Die Abnahme der differentialen Ionisierung mit steigender Elektronenenergie bei hoher Elektronengeschwindigkeit hat ihren Grund darin, daß hierbei die Kräfte zwischen Elektronenstrahlen und Atomelektronen um so *kürzere* Zeiten wirken, also um so seltener zur Elektronenbefreiung führen, je rascher der Elektronenstrahl fliegt. Das analoge Verhalten findet sich auch bei Ionenstrahlen und läßt sich dort recht gut aus den Überlegungen des § 13 ableiten.

Bei der Definition der differentialen Ionisierung haben wir einfach von Ionenpaaren gesprochen und haben dabei in allen Kurven vorausgesetzt, daß die austretenden Ionen alle nur einfach geladen seien. In Wirklichkeit werden aber verschiedenartige Ionen erzeugt, sowohl verschieden bezüglich ihrer Ladung als auch verschieden bezüglich ihrer Masse (Atom-, Molekülionen). Abb. 13 zeigt die differentiale Ionisierung in Hg-Dampf, aufgespalten in die Anteile, die daran 1 bis 5fache geladene Ionen haben. Auch für jede einzelne Ionenart ergibt sich der gleiche qualitative Kurvenverlauf, jedoch rücken die Maxima mit höherer Ionenladung zu höheren Elektronenenergien. Das gleiche gilt für die Ionisierungsenergien, bei denen die Kurven beginnen. Um die Kurven der 3 bis 5fach geladenen Ionen besser sichtbar zu machen, sind ihre Ordinaten 10fach überhöht. Die Kurven für mehrfach geladene Ionen geben nicht die Zahl der *Ionenpaare* an, da ja bei der Bildung n -fach geladener Ionen $n + 1$ Träger entstehen. Die Kurven zeigen vielmehr die Zahl der auf der Längeneinheit gebildeten positiven *Ionen* an. Die Zahl der auf 1 cm Bahnlänge gebildeten Elektronen ist n mal so groß. Zur Kontrolle ist aus den Einzelkurven (Hg^+ bis Hg^{++++}) diejenige Summenkurve errechnet, die man erhielte, wenn die gesamte Ionisierung aus einfach geladenen Ionen entstände. Sie folgt aus

den einzelnen Kurven durch Addition, wobei die Kurve für das n fach geladene Ion n mal eingeht. Die Summenkurve stimmt angenähert mit der Hg-Kurve der Abb. 12 überein. Der Verlauf der entsprechenden Kurven für Ne und Ar ist ähnlich.

In dem Bereich zwischen der Ionisierungsenergie A_j und der Energie von etwa $50 \text{ V} \cdot \text{El}$ steigt die differentiale Ionisierung ziemlich genau

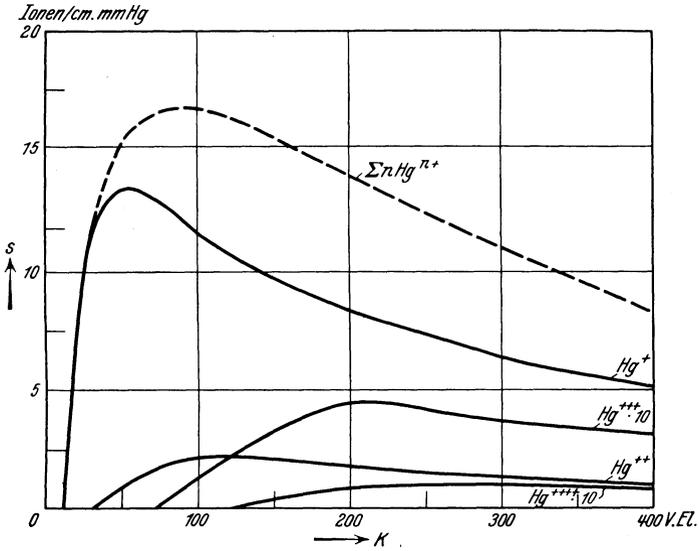


Abb. 13. Differentiale Ionisierung s durch Elektronenstrahlen der Energie K in Hg-Dampf von 1 mm Druck bei 0° C , zerlegt in die Anteile ein- bis fünffach geladener Ionen (7).

linear mit der Elektronenenergie K . Hier gilt also eine Gleichung

$$s = \frac{dN}{dl} = a(K - A_j), \tag{55}$$

wobei a eine Konstante ist.

Die Beziehung (55) gilt für alle Gase. Die Größen A_j und a sind jeweils charakteristische Konstanten; die Werte von a sind, bezogen auf Gase von 1 mm Druck und 0° C , in Tabelle 4 zusammengestellt.

Für viele Fälle ist es bequem, die differentiale Ionisierung nicht dadurch zu messen, daß wie bisher die Anzahl der auf der Längeneinheit gebildeten Ionenpaare angeschrieben wird, sondern mit der Wahrscheinlichkeit eines ionisierenden Stoßes zu operieren; man gibt also den Bruchteil f_e aller zwischen Elektronen und Gasmolekülen stattfindenden Stöße an, der zur Ionisierung eines Moleküls führt.

Die entsprechenden Kurven erhält man dadurch, daß die Anzahl der auf der Längeneinheit stattfindenden Ionisierungsprozesse s dividiert wird durch die Anzahl der auf der Längeneinheit überhaupt stattfindenden Zusammenstöße des Elektrons mit den Gasmolekülen. Die

Tabelle 4. Konstante a der differentialen Ionisierung durch Elektronenstrahlen geringer Geschwindigkeit (4, 5, 6).

Gas	entstehende Ionenart	$A_j \cdot V \cdot \text{El}$	a	ungefährer Gültigkeitsbereich in $V \cdot \text{El}$
Ar	Ar ⁺	15,0	0,71	15 — 25
Ar	Ar ⁺⁺	45,0	0,031	45 — 80
He	He ⁺	23,5	0,046	23,5 — 35
Ne	Ne ⁺	21,0	0,056	21 — 40
Ne	Ne ⁺⁺	65,0	0,0013	65 — 190
O ₂	O ₂ ⁺ O ₁ ⁺	12,5	0,24	13 — 40
N ₂	N ₂ ⁺ N ₁ ⁺	15,8	0,30	16 — 30
H ₂	H ₂ ⁺ H ₁ ⁺	16,0	0,21	16 — 25
Hg	Hg ⁿ⁺	10,4	0,828	10,4 — 16
Hg	Hg ⁺	10,4	0,82	10 — 16
Hg	Hg ⁺⁺	29,0	0,06	29 — 50
Hg	Hg ⁺⁺⁺	71,0	0,006	71 — 150
Hg	Hg ⁺⁺⁺⁺	143,0	0,001	143 — 200
Hg	Hg ⁺⁺⁺⁺⁺	225,0	0,0002	225 — 300
Luft	Luft ⁺	16,3	0,26	16 — 30

A_j ist hier nur annähernd die Ionisierungsarbeit $A_j = e V_j$; V_j ist die sogenannte Ionisierungsspannung.

letztere Zahl ist das Reziproke der freien Elektronenweglänge. Es gilt also $f_e = s \cdot \lambda_e$. Die Zusammenstöße von Atomen unter sich und von Atomen mit Ionen finden nicht wie Zusammenstöße zwischen fest begrenzten elastischen Kugeln statt; der Zusammenstoß besteht vielmehr in einer Einwirkung der (exakt betrachtet unendlich weit reichenden) elektrischen Felder der Atome bzw. Ionen, und so ist eine Definition der freien Weglänge immer willkürlich. Wir benutzen im folgenden als freie Weglänge eines Elektrons diejenige Strecke, die ein rasch fliegender, praktisch auch gegenüber Atomdimensionen ausdehnungsloser Punkt in einem Gasvolumen frei fliegend zurücklegte, wenn dessen Moleküle aus fest begrenzten Kugeln bestünden. Für diesen Fall fordert die kinetische Theorie der Gase eine freie Weglänge, die $4 \cdot \sqrt{2}$ mal größer ist als die freie Weglänge der Gasmoleküle λ_g . Als freie Weglänge der Gasmoleküle sind dabei die Werte der Tabelle 5 genommen. Durch diese Umrechnung findet man aus Abb. 12 die in Abb. 14 gezeichneten Abhängigkeiten, in denen nunmehr als Ordinate aufgetragen ist der mittlere Bruchteil f_e aller Zusammenstöße zwischen einem Elektron der Energie K und Gasmolekülen, die zur Ionisierung führen. Dieser Zusammenhang wird als „Ionisierungsfunktion“ (Ionisierungswahrscheinlichkeit, Stoßausbeute) durch Elektronenstoß bezeichnet. Da die differentiale Ionisierung s proportional, die freie Weglänge λ_e umgekehrt proportional der Gasdichte ist, ergibt sich die Ionisierungsfunktion $f_e = s \cdot \lambda_e$ als dichteunabhängig.

Ein ganz analoger Zusammenhang wie zwischen der Ionisierungsfunktion und der Elektronenenergie besteht übrigens auch zwischen

Tabelle 5. Mittlere freie Weglänge λ_g eines Gasmoleküls in Gasen vom Molekulargewicht M bei 0° C und 1 mm Druck (ρ_{01}).

Gas	λ_g cm	M	Gas	λ_g cm	M
He	$13,7 \cdot 10^{-3}$	4,0	CO ₂	$3,02 \cdot 10^{-3}$	44
Ne	$9,57 \cdot 10^{-3}$	20	CO	$4,44 \cdot 10^{-3}$	28
Ar	$4,83 \cdot 10^{-3}$	40	H ₂ O	$3,07 \cdot 10^{-3}$	18
Kr	$3,70 \cdot 10^{-3}$	83	Hg ₁	$1,65 \cdot 10^{-3}$	201
Xe	$2,66 \cdot 10^{-3}$	130	NH ₃	$3,35 \cdot 10^{-3}$	17
N ₂	$4,52 \cdot 10^{-3}$	28	SO ₂	$2,20 \cdot 10^{-3}$	64
O ₂	$4,92 \cdot 10^{-3}$	32	H ₂ S	$2,85 \cdot 10^{-3}$	34
Luft	$4,62 \cdot 10^{-3}$	29	HCl	$3,29 \cdot 10^{-3}$	36
H ₂	$8,54 \cdot 10^{-3}$	2	CCl ₄	$1,57 \cdot 10^{-3}$	154
NO	$4,33 \cdot 10^{-3}$	30	C ₂ H ₅ Cl	$1,60 \cdot 10^{-3}$	64
N ₂ O	$2,94 \cdot 10^{-3}$	46	C ₂ H ₅ OH	$1,63 \cdot 10^{-3}$	46
Cl ₂	$2,18 \cdot 10^{-3}$	35	C ₂ H ₂	$> 2,7 \cdot 10^{-3}$	26

$$\lambda \approx \frac{T}{p} \quad \lambda_e = 4\sqrt{2} \lambda_g \quad \lambda_i = \sqrt{2} \lambda_g; \quad m_{H^+} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

$$N = 3,55 \cdot 10^{16} \text{ Moleküle/cm}^3 \text{ (0° C, 1 mm Hg)}$$

der Anregungsfunktion irgendeiner Spektrallinie und der Elektronenenergie. Dabei bedeutet die Anregungsfunktion π den Bruchteil derjenigen Elektronenstöße gegen Gasmoleküle bezogen auf alle Zusammen-

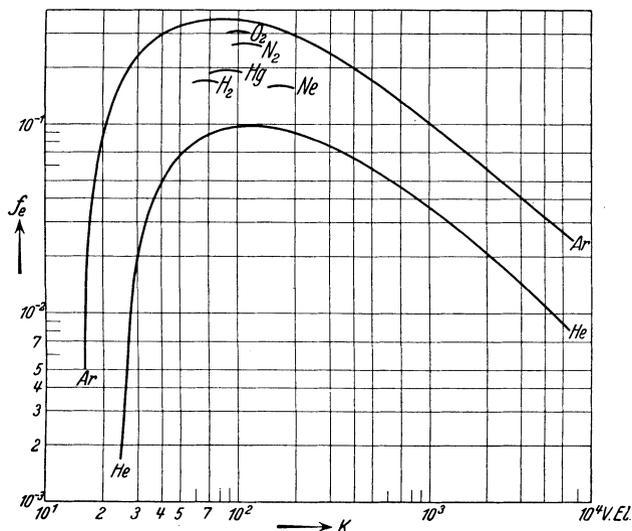


Abb. 14. Ionisierungsfunktion durch Elektronenstoß f_e (Bruchteil ionisierender Stöße zwischen Elektronen und Gasmolekülen) in Abhängigkeit von der Elektronenstrahlenergie K für verschiedene Gase. (Für O₂, N₂, Hg, H₂ und Ne ist nur $f_e \text{ max}$ eingetragen.) f_e ist von der Gasdichte unabhängig.

stöße, bei denen das getroffene Gasmolekül zur Emission der betrachteten Spektrallinie führt. Jede Spektrallinie hat eine ihr eigentümliche Anregungsfunktion. Es ist deshalb nicht möglich, die bekannten An-

regungsfunktionen auch nur mit einiger Vollständigkeit wiederzugeben. Wir beschränken uns zur Demonstration auf die in Abb. 15 und 16 angeführten Funktionen. In Abb. 15 ist die Anregungsfunktion π der grünen Hg-Linie 5461 gegeben. Abb. 16 enthält die Anregungsfunktionen π für vier Linien des He, die von einem gemeinsamen unteren Zustand 2^1P aus auf verschieden hohe Energieniveaus gehoben werden. Charakteristisch

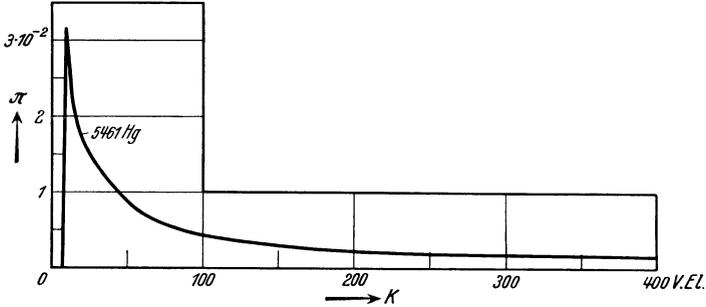


Abb. 15. Anregungsfunktion π (Bruchteil aller anregenden Stöße eines Elektrons gegen Gasmoleküle) der Linie 5461 des Hg in Abhängigkeit von der Elektronenenergie K (8).

ist dabei der gleichartige Verlauf, wenn die oberen Niveaus gleichartig sind; dies trifft im vorliegenden Fall zu, da die oberen Niveaus sämtlich D -Terme sind. Größenordnungsmäßig führt bei der optimalen Elektronengeschwindigkeit jeder 10^2 bis 10^4 te Zusammenstoß zur Anregung.

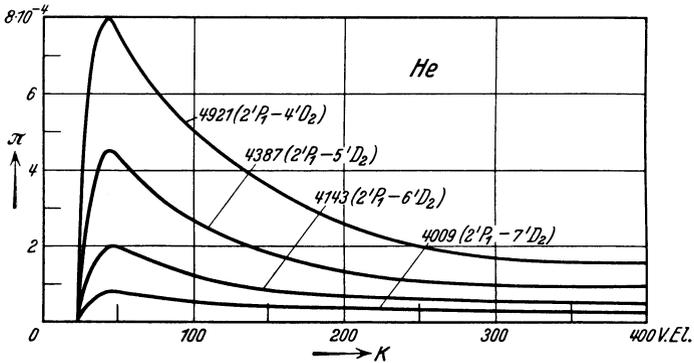


Abb. 16. Anregungsfunktion π von 4 He-Linien in Abhängigkeit von der Elektronenenergie K (8).

§ 18. Totale Ionisierung durch Elektronenstrahlen in Gasen. Ein Elektronenstrahl von der Anfangsenergie K erzeugt auf seiner ganzen Reichweite R insgesamt eine Anzahl N von Ionenpaaren. Für Elektronenstrahlen mit einer Anfangsenergie über etwa $2 \cdot 10^3$ V·El ergibt sich diese totale Ionisierung N als streng proportional zur Anfangsenergie K des Elektronenstrahles.

$$N = \frac{K}{\varepsilon}. \quad (56)$$

Die Proportionalitätskonstante ε bedeutet darin die im Mittel zur Bildung eines Ionenpaares verbrauchte Energie eines Elektrons. ε ist eine für jedes Gas charakteristische Konstante; sie liegt meist zwischen dem einfachen und dem doppelten Wert der ersten Ionisierungsenergie. ε muß größer sein als die einfache Ionisierungsenergie, weil in ε nicht nur diejenigen Energieverluste des Elektronenstrahles enthalten sind, welche zur Ionisierung verbraucht werden, sondern auch alle diejenigen Energiebeträge hineingemittelt wurden, die das Elektron auf andere Weise (Anregung, elastische Verluste, usw.) erfahren hat. Tabelle 6a enthält

Tabelle 6a. Mittlere zur Bildung eines Ionenpaares durch Elektronenstrahlen ($> 4 \cdot 10^3$ V·El) verbrauchte Energie ε für verschiedene Gase (102, 103).

Gas	ε V·El pro Ionenpaar
Ne	43 \pm 8
Ar	29 \pm 1
Kr	32 \pm 3
Luft	32,4 \pm 0,5
N ₂	36
O ₂	31

Tabelle 6b. Mittlere zur Bildung eines Ionenpaares durch Elektronenstrahlen (0,5 bis $1 \cdot 10^3$ V·El) verbrauchte Energie ε für verschiedene Gase (104).

Gas	ε V·El pro Ionenpaar
H ₂	36
He	31
N ₂	45
Luft	45
CO ₂	45
Ar	33

eine Zusammenstellung der wahrscheinlichen Werte von ε in den bisher gemessenen Gasen. Nach kleineren Elektronenenergien hin scheint ε zuzunehmen und erreicht in dem Energiebereich von 0,5 bis $1 \cdot 10^3$ V·El etwa die Werte von Tabelle 6b. Für noch kleinere Elektronenenergie ist der Quotient $\frac{K}{N}$ noch weniger konstant; deswegen geben wir in Tabelle 7 die Zahl von Ionenpaaren an, die ein Elektron der Anfangsenergie K bei seinem völligen Auslaufen in den angeführten Gasen erzeugt. In Ar bildet ein Primärelektron von 30 V·El Anfangsenergie in 45% aller Fälle ein Ionenpaar, während ein Elektron von 150 V·El in Ar bereits

Tabelle 7.

Gesamtzahl N der Ionenpaare pro Primärelektron in Abhängigkeit von der primären Elektronenenergie K in verschiedenen Gasen (105).

Gas \ $\frac{K}{V \cdot El}$	30	50	75	100	150	200
He	—	1,2	—	2,9	—	—
Ne	—	—	1,2	2,0	—	—
Ar	0,45	0,9	—	1,6	2,2	—
H ₂	—	—	—	1,4	—	2,8
N ₂	—	—	1,3	1,6	—	—
Hg	1,1	1,4	—	2,7	—	5,3

2,2 Ionenpaare entstehen läßt. Die Zahlen der Tabelle 7 für die kleinsten Elektronenenergien sind vermutlich wesentlich unsicherer als diejenigen für größere Energien.

In molekularen Gasen wird vorwiegend das Molekülion gebildet. Die prozentuelle Verteilung der Ionisierung auf Atom- und Molekülionen für Wasserstoff in Abhängigkeit von der Elektronenenergie zeigt Abb. 17. Das Verhältnis von Molekül- zu Atomionen wird für höhere Elektronenenergien ($> 150 \text{ V} \cdot \text{El}$) etwa konstant. Dieses Verhältnis ist druckabhängig. Abb. 18 gibt den prozentuellen Anteil von Wasserstoff-Atom- und Molekülionen in dem Druckbereich von 0 bis $6 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg}$.

In Abb. 17 sind außer den Wasserstoffmolekülionen noch 2 Arten von Wasserstoffatomionen eingetragen, die sich durch ihren Erzeugungs-

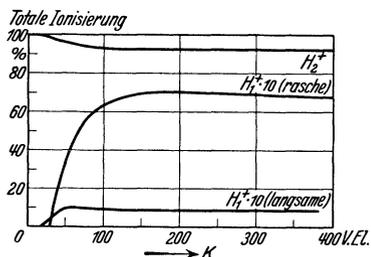


Abb. 17. Anteil an Molekül- und Atomionen bei der Ionisierung von H_2 durch Elektronenstrahlen der Energie K bei kleinem Gasdruck (ρ).

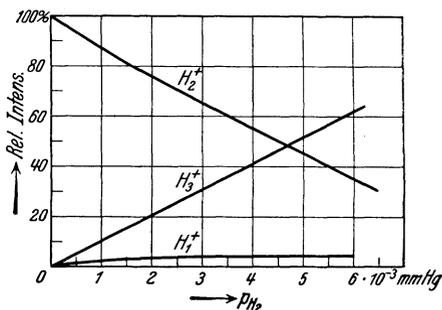


Abb. 18. Anteil an Molekül- und Atomionen bei der Ionisierung von H_2 durch Elektronenstrahlen von 25 bis 30 $\text{V} \cdot \text{El}$ bei verschiedenen Gasdrücken p_{H_2} (ρ).

prozeß unterscheiden. Die bei den kleineren Abszissenwerten beginnende Kurve bezieht sich auf solche Atomionen, die aus einem Wasserstoffmolekül durch Dissoziation in die Atome unter gleichzeitiger Ionisierung des einen Atoms entstanden sind. Dabei haben die entstandenen H_1 -Teilchen nur eine kinetische Energie von der Größenordnung der thermischen. Es ist aber auch ein komplizierterer Erzeugungsprozeß möglich, bei dem die bei der Dissoziation entstehenden H_1 -Teilchen mit größerer kinetischer Energie auseinander fliegen. Man kann diesen Vorgang so deuten, daß von den beiden H_1 -Teilchen das eine in der gewohnten Weise ionisiert, das andere angeregt wird und diese Anregungsenergie noch vor vollendeter Dissoziation sich in einem Stoß 2. Art in kinetische Energie umwandelt. (Stöße 2. Art s. § 44.)

In mehratomigen Molekülgasen treten derartige sekundäre Prozesse bei der Ionisierung vielfach auf. Tabelle 8 enthält eine Übersicht über einige dieser Ionisierungsvorgänge; in ihr sind die bei der Ionisierung stattfindenden Umwandlungen und die hierzu mindest notwendigen Elektronenstrahlenergien zusammengestellt.

Tabelle 8.

Beobachtete Mindestenergien K_{min} für einige Elementarprozesse. (Das auftretende freie Elektron ist der Einfachheit halber überall fortgelassen.) [K] bedeutet, daß an gebildeten Ionen kinetische Energie auftritt (106, 107).

Gas	Prozeß	K_{min} V. El	Gas	Prozeß	K_{min} V. El
H ₂	H ₂ → H ₂ ⁺	15,9	CO ₂	CO ₂ → CO ⁺ + O ₁	20,4
	H ₂ → H ₁ ⁺ + H ₁	18,0		CO ₂ → C ₁ ⁺ + O ₁ + O ₁	28,3
	H ₂ → H ₁ ⁺ + H ₁ + [K]	26,0	NO	NO → NO ⁺	9,3
	H ₂ → H ₁ ⁺ + H ₁ ⁺ + [K]	46,0		NO → N ₁ ⁺ + O ₁ ⁺	21,0
N ₂	N ₂ → N ₂ ⁺	16,5	NH ₃	NO → N ₁ ⁺ + O ₁	22,0
	N ₂ → N ₂ ⁺ → N ₁ ⁺ + N ₁	24,0		NH ₃ → NH ₃ ⁺	11,2
O ₂	O ₂ → O ₂ ⁺	13,5	CH ₄	NH ₃ → NH ₂ ⁺ + H ₁	12,0
	O ₂ → O ₁ ⁺ + O ₁	20,5		CH ₄ → CH ₄ ⁺	14,5
CO	CO → CO ⁺	14,1	H ₂ O	CH ₄ → CH ₃ ⁺ + H ₁	15,5
	CO → C ₁ ⁺ + O ₁	23,0		H ₂ O → H ₂ O ⁺	13,0
CO ₂	CO → C ₁ ⁺ + O ₁ ⁺	24,0	H ₂ O	H ₂ O → OH ⁺ + H ₁	17,3
	CO ₂ → CO ₂ ⁺	14,4		H ₂ O → OH + H ₁ ⁺	19,2
	CO ₂ → CO + O ₁ ⁺	19,6			

§ 19. Zusammenhang zwischen Reichweite, differentialem und totaler Ionisierung rascher Elektronenstrahlen in Gasen. Die totale Ionisierung N erhält man durch Summation der differentialen Ionisierung s über die ganze Reichweite R ; es gilt also

$$N = \int_0^R \frac{dN}{dl} dl = \int_0^R s dl. \quad (57)$$

Da nach Gl. (56) $N = \frac{K}{\epsilon}$ und da nach Gl. (53) $R = 1,4 \cdot 10^{-7} \frac{TK^2}{pM}$, ergibt sich für die differentiale Ionisierung eines Elektrons mit der Energie K

$$s = \frac{dN}{dl} = 3,5 \cdot 10^6 \frac{pM}{\epsilon T} \frac{1}{K}, \quad (58)$$

wobei p und T der Druck in mm Hg und die absolute Temperatur des Gases, M dessen Molekulargewicht und ϵ die Konstante der Tabelle 6 ist. Diese Formel ist erst gültig für Elektronenenergien größer als $2 \cdot 10^3$ V · El. Für kleinere Elektronenenergien läßt sich wegen der verwickelten Zusammenhänge keine einfache Regel aufstellen, doch kann man wenigstens annähernd bei bekanntem Verlauf der differentialen Ionisierung s aus N die Reichweite R abschätzen. Durch Integration der Gl. (58) über eine endliche Länge läßt sich ebenfalls die Zahl der Ionenpaare ΔN ausrechnen, die ein Elektron insgesamt auf dem Stück d seiner Reichweite erzeugt, wenn es zu Beginn dieser Strecke die Energie K hatte. Man erhält hierfür den Ausdruck

$$\Delta N = \frac{K}{\epsilon} \left[1 - \sqrt{1 - 7,1 \cdot 10^6 \cdot \frac{pM d}{K^2 T}} \right]. \quad (59)$$

Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.

§ 20. **Definition und Entstehungsarten von Ionenstrahlen.** Unter Ionenstrahlen verstehen wir im folgenden solche Ionen, die auf irgendeine Methode einmal zu einer genügend großen Geschwindigkeit beschleunigt wurden und dann ohne weitere Beschleunigung auslaufen. Zur Charakterisierung der Ionenstrahlen genügt im Gegensatz zu Elektronenstrahlen nicht nur die Angabe ihrer Geschwindigkeit (Energie); es muß wegen der Vielfältigkeit möglicher Ionen die Ionenart nach Masse und Ionisierungszustand (einfach, mehrfach geladene Ionen) ebenfalls bekannt sein. Wir geben im folgenden die kinetische Energie der Ionenstrahlen stets in $V \cdot eI$ an; ein einfach geladenes Ion muß die volle angegebene Spannung durchlaufen, um die betreffende Energie aufzunehmen, während ein n -fach geladenes Ion bereits bei $\frac{1}{n}$ dieser Spannung die gleiche Energie aufgenommen hat.

Eine Methode zur Erzeugung von Ionenstrahlen besteht analog derjenigen für Elektronenstrahlen darin, irgendwie entstandene Ionen in einem äußeren elektrischen Feld zu beschleunigen. Wenn die Ionen in einem ausreichend hohen Feld genügend lange frei fallen können, lassen sich Ionenstrahlen beliebig hoher Geschwindigkeit erzeugen. Wenn die Beschleunigung der Ionen im Hochvakuum erfolgt, ist die Energie der Ionenstrahlen einfach gleich der durchfallenen Spannung multipliziert mit der Anzahl der Elementarladungen, mit denen das Ion geladen ist. Da die Ionen jedoch im allgemeinen durch Ionisierung von *Gasmolekülen* entstehen, erfolgt in den meisten Fällen die Beschleunigung nicht im Hochvakuum (andere Ionenquellen § 42). Die Ionen durchfallen daher bei Anwesenheit von Gas die Beschleunigungsspannung nicht völlig frei, sondern unter gelegentlichen Zusammenstößen mit den Molekülen des Gases, dem sie selbst entstammen. Die Ionen können während ihrer Beschleunigung durch Zusammenstöße mit Gasmolekülen bereits einen Teil ihrer erlangten Energie wieder abgeben.

Weiterhin kann durch diese Zusammenstöße der Ladungszustand des beschleunigten Ions geändert werden („Umladung“), d. h. es kann aus einem zunächst einfach geladenen ein mehrfach geladenes Ion oder ein neutrales Gasmolekül entstehen. Aus diesem Grunde ist die kinetische Energie eines Ionenstrahles im allgemeinen nicht einfach aus der durchfallenen Spannung und dem Ladungszustand des Ions nach seiner Beschleunigung zu errechnen. Eine weitere Quelle der Unsicherheit hinsichtlich der Energie, mit der ein Ionenstrahl das ihn beschleunigende elektrische Feld verläßt, liegt in diesem Fall noch darin, daß die Ionen in dem Raum, der das beschleunigende elektrische Feld und das Gas (dem sie entstammen) enthält, an verschiedenen Stellen entstanden sein können und daher auch nur verschiedene Bruchteile der insgesamt zur Beschleunigung verwendeten Spannung durchlaufen haben. Falls

die Ionen durch beschleunigende Felder in gashaltigen Räumen entstanden sind, hat der größte Teil der aus dem Beschleunigungsraum austretenden Ionen nur eine kinetische Energie von etwa 70 bis 80% der angelegten Beschleunigungsspannung. Zur Erzeugung von Ionenstrahlen einheitlicher Geschwindigkeit sind daher besondere Mittel nötig, die aus dem Ionenstrahlgemisch einheitliche Ionen aussondern. Durch elektrische Felder erzeugte Ionenstrahlen werden auch Kanalstrahlen genannt; über den Grund dieser Benennung und über weitere technische Einzelheiten der Erzeugung von Kanalstrahlen siehe Bd. 2.

Außer der elektrischen Beschleunigung von Ionenstrahlen spielen als Quellen derartiger Strahlen die radioaktiven Stoffe eine wesentliche Rolle. Einzelne radioaktive Elemente senden bei ihrem Zerfall Heliumkerne, d. h. doppelt positiv geladene Heliumatome sehr hoher Geschwindigkeit entsprechend einigen 10^6 V·El aus (α -Strahlung). Die α -Strahlen ein und desselben radioaktiven Stoffes sind außer ihrer chemischen Natur nach auch hinsichtlich ihrer Energie sehr homogen. Die α -Strahlen verschiedener radioaktiver Stoffe unterscheiden sich nur durch ihre kinetische Energie, bestehen aber sämtlich aus doppelt geladenen Heliumatomen. Nähere Angaben über Zahl und Geschwindigkeit der von den radioaktiven Elementen emittierten α -Strahlen siehe Anhang.

Im Gegensatz zur Erzeugung von Elektronenstrahlen können Ionenstrahlen durch Absorption von Lichtquanten durch Gasmoleküle nicht entstehen. Es ist zwar anzunehmen, daß der Molekülrest, der nach Absorption eines Lichtquants einen Elektronenstrahl emittiert, durch den aus Impulsgründen auftretenden Rückstoß in entgegengesetzter Richtung fortfliegt; doch ist die hierbei auf das rückgestoßene Molekül übertragene Energie im Verhältnis der Massen des ausgestoßenen Elektrons zu der des verbleibenden Molekülrestes kleiner als die auf das Elektron übertragene Energie. Bei der Ionisierung eines H-Atoms durch Photonen entfällt daher auf das verbleibende ionisierte H-Atom an kinetischer Energie nur etwa $1/2000$ der Energie des Elektrons, ein Bruchteil, der bei den praktisch vorwiegend in Frage kommenden Photonen zu klein ist, um merklich wirksam zu sein. Ebenfalls kann durch den direkten Zusammenstoß von Photonen und Ionen (z. B. elektronenfreien H-Kernen [H_1^+]) nach Art des Compton-Effektes nur ein kleiner Energiebetrag auf das Ion übertragen werden. Die früher (§ 14) abgeleiteten Formeln für den Zusammenstoß zwischen Photonen und Massepartikeln ergaben, daß durch den Compton-Prozeß die maximal auf ein Proton übertragene kinetische Energie für Röntgenstrahlen von $0,1 \text{ \AA}$ nur etwa $30 \text{ V} \cdot \text{El}$ beträgt. Dieser an sich denkbare Prozeß ist wegen der Seltenheit der Compton-Streuung überhaupt und wegen der Kleinheit der auf Ionen maximal übertragbaren Energie bis jetzt noch nicht beobachtet worden.

Ruhende Ionen können zu sekundären Ionenstrahlen beschleunigt werden, wenn sie von einem anderen primären Ionenstrahl getroffen werden. Dieser Prozeß kann beim Durchgang der Ionenstrahlen durch Materie allgemein auftreten. Ein wichtiges Beispiel ist die Erzeugung von H-Strahlen, die aus Protonen bestehen, und die durch den Stoß eines α -Teilchens beschleunigt wurden. Die H-Strahlen können die größten Geschwindigkeiten annehmen, die uns bei Ionenstrahlen überhaupt bekannt sind. Die maximale Energie der von den raschesten α -Strahlen beschleunigten H-Strahlen beträgt etwa $5 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{El}$. Durch Aufprall eines rasch fliegenden Elektronenstrahles auf ein ruhendes Ion kann aus Impulsgründen nur ein sehr kleiner Bruchteil (Größenordnung: Promille) der kinetischen Energie des Elektrons auf das Ion übertragen werden. Beispielsweise kann ein Elektron mit einer Energie von $1 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{El}$ auf ein freies Proton im Maximum bei elastischem zentralen Stoß nur eine Energie von etwa $200 \text{ V} \cdot \text{El}$ übertragen. Auch diese Art der Erzeugung von Ionenstrahlen spielt daher praktisch gar keine Rolle.

§ 21. Allgemeine Eigenschaften der Ionenstrahlen. Es sind zwei grundsätzlich verschiedene Typen von Ionenstrahlen möglich: solche, bei denen das Ion nur aus dem positiv geladenen Atomkern besteht, ohne irgendwelche Atom-Elektronen (H_1^+ , He^{++} , Li^{+++} usw.), und solche Ionenstrahlen, die außer dem Atomkern noch ein oder mehrere ihrer Außenelektronen mit sich führen. Sehr rasche Ionenstrahlen bestehen immer aus der ersten Art, sind also nur rasch fliegende Atomkerne. Langsame Ionenstrahlen können auch aus denen der zweiten Art bestehen. Rasch fliegende Ionenstrahlen haben beim Durchgang durch Materie nach Zurücklegen eines Stückes ihrer gesamten Flugbahn so viel an Geschwindigkeit verloren, daß sie zuerst ein Elektron (bei höherer Geschwindigkeit), später auch mehrere Elektronen einfangen und sich schließlich neutralisieren. In dem Geschwindigkeitsbereich, in dem die Kerne Elektronen einfangen, ereignet sich auch der umgekehrte Prozeß, daß ein schon eingefangenes Elektron nach einiger Zeit wieder abgestreift wird. Durch dieses Einfangen und Abstreifen von Elektronen wird die Ladung des Ionenstrahles dauernd geändert. Man nennt diese Erscheinung „Umladung“. Die Umladung kann so weit führen, daß das Ion vollkommen neutralisiert wird, ohne daß es deswegen nötig ist, daß das neutralisierte Ion wesentlich an Geschwindigkeit eingebüßt hat. In diesem Zustand ist der Korpuskularstrahl also kein Ionenstrahl mehr, sondern ein neutraler Atomstrahl. Auch ein neutraler Atomstrahl kann späterhin wieder einzelne seiner eingefangenen Elektronen abstreifen und danach als Ionenstrahl weiterfliegen. Als Reichweite eines Ionenstrahles bezeichnen wir deswegen nicht den in jedem Einzelfall verschiedenen Weg, den ein Ion im geladenen Zustand durchfliegt, sondern diejenige Strecke, die das einmal beschleunigte Ion zurücklegt, bis

es auf thermische Geschwindigkeiten abgebremst wird. Wir beziehen in die Reichweite des Ionenstrahles also auch die Wege ein, die es als neutraler Atomstrahl zurückgelegt haben kann.

Die einfachsten Verhältnisse liegen dann vor, wenn der Ionenstrahl nur aus einem rasch fliegenden Atomkern ohne Außenelektron besteht. Praktisch wichtige Fälle solcher Ionenstrahlen sind die α -Strahlen radioaktiver Stoffe (He^{++}) und die aus einfach positiv geladenen H-Atomen (H_1^+) bestehenden Protonenstrahlen. α -Strahlen und Protonenstrahlen hoher Geschwindigkeit haben eine fast geradlinige Bahn; denn die maximale Ablenkung, die sie beim Stoß gegen ein Elektron erfahren können, ist ja gemäß der Aussage der Gl. (33) gegeben für α -Strahlen zu $7 \cdot 10^{-3}$ Winkelgraden und für Protonenstrahlen zu $3 \cdot 10^{-2}$ Grad. Bei den etwa 10^5 Zusammenstößen mit Elektronen, die eines der raschesten α - oder H_1^+ -Teilchen insgesamt erfährt (s. u.), wird die bei einem Stoßprozeß verursachte Ablenkung des stoßenden Strahles einmal in der einen, ein anderes Mal in der entgegengesetzten Richtung erfolgen, so daß als tatsächliche Ablenkung im wesentlichen nur die durch den statistischen, d. h. wahrscheinlichkeitsgemäßen Überschuß der Ablenkung in einer Richtung gegen die ablenkenden Stöße in der entgegengesetzten Richtung übrigbleibt. Hierfür fordert die Wahrscheinlichkeitsrechnung bei 10^5 Stößen einen mittleren statistischen Überschuß von $\sqrt{10^5} = 3 \cdot 10^2$ Stößen in einer ablenkenden Richtung gegenüber der entgegengesetzten. Der mittlere Ablenkungswinkel auf der gesamten Bahn infolge der 10^5 Stöße ist daher 1 bzw. 4 Grad. Im allgemeinen kann man daher die Bahnen derartiger Ionenstrahlen als gut geradlinig ansehen. Eine analoge Überlegung für Elektronenstrahlen ergibt, daß ein Elektronenstrahl, der gegen ein ruhendes Elektron fliegt, bereits bei einem einzigen Zusammenstoß um 90° abgelenkt werden kann. (Stoß gleich schwerer Massen). Ein ähnlicher Fall liegt beim Stoß von Protonen und α -Strahlen nur dann vor, wenn ein solcher Strahl zufällig einmal in sehr große Nähe eines Atomkernes gerät. Dann tritt auch auf der Bahn eines α -Teilchens eine plötzliche starke Ablenkung oder sogar Reflexion ein. Nach allen experimentellen Erfahrungen sind derartige Zusammenstöße außerordentlich viel seltener als solche mit Elektronen, nur ein Bruchteil aller α -Bahnen zeigt einen derartigen Knick. Diese Knicke treten vor allem am Ende der Bahn, also bei kleinen Geschwindigkeiten der Ionenstrahlen auf. Trifft aber einmal ein α -Teilchen mit größerer Geschwindigkeit auf einen Kern, so wird auf diesen Kern nach den Stoßgesetzen ein Teil der Energie und des Impulses des stoßenden α -Teilchens übertragen, so daß der Kern selbst nach dem Zusammenstoß mit einer hohen Geschwindigkeit weiterfliegen kann. Ist der gestoßene Kern ein H-Kern, dessen Masse demnach $\frac{1}{4}$ der Masse des stoßenden α -Teilchens ist, so ist die maximale auf den H-Kern übertragbare Geschwindigkeit nach Gl. (19) das 1,6fache der Geschwindig-

keit des stoßenden α -Teilchens und die Energie des H-Kernes etwa 64% der kinetischen Energie des stoßenden α -Teilchens. Ein so getroffener H-Kern fliegt dann (als Protonenstrahl) weiter, ebenfalls natürlich auch das α -Teilchen mit stark verminderter Energie. An der Stoßstelle tritt deswegen eine Gabelung in zwei Teilstrahlen auf.

Für Ionenstrahlen langsamerer Geschwindigkeit treten noch einige Komplikationen auf: sie können zeitweilig ein Elektron einfangen, durch das sie ganz oder teilweise neutralisiert werden, um dieses Elektron später wieder abzustreifen.

§ 22. **Differentiale Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.** Gesetzmäßige Angaben über die Ionisierung durch Ionenstrahlen sind vorwiegend für den Fall bekannt, daß die Ionenstrahlen lediglich aus Kernen bestehen, während für Ionenstrahlen, die sich aus Kernen und diese begleitenden Außenelektronen zusammensetzen, nur vereinzelt Untersuchungen angestellt worden sind. Wir beschränken uns zunächst ausschließlich auf solche Ionenstrahlen, die nur Atomkerne allein mit sich führen.

Die ungefähre Größenordnung der differentiellen Ionisierung solcher Ionenstrahlen läßt sich aus Gl. (38) abschätzen. Ein α -Teilchen von der Geschwindigkeit v muß so nahe an einem Atomelektron eines durchflogenen Gasmoleküles vorbei gelangen, daß die durch die Coulombschen Kräfte zwischen Elektron und α -Teilchen auf das Elektron übertragene Energie ausreichend groß ist, um das Elektron in Stand zu setzen, seinen Atomverband zu verlassen. Die auf das Elektron übertragene Energie muß also mindestens gleich der Ionisierungsenergie des betreffenden Gases sein.

Die nach Gl. (38) auf das Elektron übertragene Energie K_{α} muß daher mindestens $V_j \cdot e_1$ betragen, wobei e_1 die Ladung des getroffenen Elektrons ist. Der maximale Abstand p , in dem das α -Teilchen am Elektron vorbeifliegt, und dabei eine ausreichend große Energie auf das Elektron überträgt, errechnet sich nach Gl. (38) zu

$$p_{\max} = \frac{e_1 e_2}{v_2} \sqrt{\frac{2}{m_1 K}} = \frac{e_2}{v_2} \sqrt{\frac{2 e_1}{m_1 V_j}}. \quad (60)$$

Wenn wir uns um das Elektron eine Kreisfläche vom Radius p senkrecht zur α -Strahlrichtung aufgestellt denken, so wird das Elektron seinen Atomverband immer dann verlassen, wenn das α -Teilchen diese Fläche $p^2 \cdot \pi$ durchschießt. Wenn N_e Elektronen im Kubikzentimeter vorhanden sind, so sind dem α -Teilchen auch N_e Zielscheiben von der Fläche $p^2 \pi$ entgegengestellt, insgesamt also eine Fläche Q pro Volumeneinheit

$$Q = N_e p^2 \pi = N_e \pi \frac{e_2^2}{v_2^2} \frac{2 e_1}{m_1 V_j} \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^3}. \quad (61)$$

Wir betrachten nun eine Gasschicht von der Fläche f und der Stärke δ

senkrecht zum α -Strahl. Die Flächensumme der Zielscheiben ist dann

$$F = Q \cdot f \cdot \delta. \quad (62)$$

Wenn die Fläche F gerade so groß ist wie die Fläche f , so ist der ganze Querschnitt im Mittel mit Zielscheiben besetzt, das α -Teilchen muß also in diesem Falle im Mittel gerade einmal eine Zielfläche durchschießen, es muß also auf der Länge $\delta = \frac{1}{Q}$ gerade einmal ionisieren. Die Zahl s der auf der Längeneinheit gebildeten Ionenpaare ist $s = \frac{1}{\delta} = Q$, so daß wir für die differentiale Ionisierung erhalten

$$s = Q = N_e \pi \frac{e_2^2}{v_2^3} \frac{2 e_1}{m_1 V_j}. \quad (63)$$

Hiernach läßt sich die Größe der differentialen Ionisierung überschlagsweise beispielsweise in N_2 ermitteln. Wir setzen für einen α -Strahl mittlerer Geschwindigkeit $v_2 = 1 \cdot 10^9$ cm/sec; $e_2 = 2$ Elementarlad. $= 9,5 \cdot 10^{-10}$ est; m_1 und e_1 Masse und Ladung des Elektrons ($9 \cdot 10^{-28}$ g bzw. $4,77 \cdot 10^{-10}$ est) N_e die Zahl der Elektronen/cm³, die gleich ist der Zahl der Moleküle/cm³ mal der Anzahl Atome/Molekül mal der Zahl der Elektronen/Atom. Für ein Gas von 1 mm Druck ist die Anzahl der Moleküle/cm³: $3,55 \cdot 10^{16}$. Ein Stickstoffmolekül enthält zwei Atome, jedes Atom 7 Elektronen. Die Ionisierungsspannung V_j von N_2 ist rund 16 V oder $5,3 \cdot 10^{-2}$ est. Die Zahl der Elektronen/cm³ bei 1 mm Hg ist also $N_e = 14 \cdot 3,55 \cdot 10^{16} = 5 \cdot 10^{17}$; daraus errechnet sich

$$s = 5 \cdot 10^{17} \pi \frac{9,1 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 4,77 \cdot 10^{-10}}{10^{18} \cdot 9,08 \cdot 10^{-28} \cdot 5,3 \cdot 10^{-2}} = 29 \text{ Ionenpaare/cm.}$$

Aus Messungen (s. u.) folgt für einen α -Strahl gleicher Geschwindigkeit unter angegebenen Bedingungen eine differentiale Ionisierung von 75 Ionenpaaren/cm. Die Übereinstimmung ist in Anbetracht der rohen Annäherung bei den Annahmen durchaus als befriedigend anzusprechen. Die Richtung der Abweichung ist verständlich, da wir bei unserer Rechnung nur die primäre Ionisierung durch den α -Strahl erfassen, in der Beobachtung aber auch die Ionisierung mit einbezogen ist, die sekundär von den Elektronen verursacht wird, die durch den α -Strahl erst ihre hohe Energie bekommen haben; diese Elektronen sind dann nicht nur imstande, ihren Atomverband zu verlassen, sondern sie können darüber hinaus als sekundäre Elektronenstrahlen (δ -Strahlen) ebenfalls im Gas ionisieren. Aus Wilson-Aufnahmen von α -Strahlen folgt, daß nur etwa $\frac{1}{4}$ der gesamten Ionisierung auf die direkte Wirkung des α -Strahles entfällt. Von den 75 Ionenpaaren, die der α -Strahl insgesamt auf 1 cm seiner Bahn bildet, entfallen daher nur etwa 20 Ionenpaare auf die primäre Ionisierung durch den α -Strahl selbst, so daß die Übereinstimmung mit unserer obigen Rechnung überraschend gut ist.

Für Protonenstrahlen gilt die Abschätzung nach Gl. (63) mit der gleichen Genauigkeit. Da die Ladung eines Protonenstrahles nur halb so groß ist wie diejenige eines α -Strahles, so ist bei Protonenstrahlen für e_2 die einfache statt der doppelten Elementarladung einzusetzen; dadurch wird die differentiale Ionisierung für Protonenstrahlen nur $\frac{1}{4}$ derjenigen von α -Strahlen gleicher Lineargeschwindigkeit. Diese Beziehung ist mit ziemlich großer Genauigkeit tatsächlich erfüllt. Für Elektronenstrahlen dagegen führt eine entsprechende Überlegung gemäß Gl. (63) zu weit größeren Fehlern, was ohne weiteres dadurch verständlich ist, daß bei der Ableitung der Gl. (38) ausdrücklich vorausgesetzt wurde, daß die Masse des stoßenden Teilchens sehr groß gegen

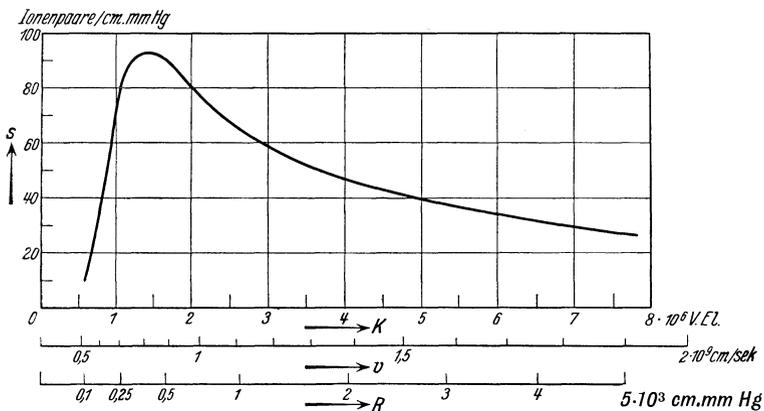


Abb. 19. Differentiale Ionisierung s durch α -Strahlen (He^{++} -Ionenstrahlen) in Luft von 1 mm Druck bei 0°C in Abhängigkeit von der Ionenstrahlenergie K , von ihrer Restreichweite R und von der Lineargeschwindigkeit v des α -Strahles (v). $K \cdot v \cdot R = 2,08 \cdot 10^{-12} \frac{\text{erg}^2}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}$

die des gestoßenen sein soll. Diese Voraussetzung ist bei dem Stoß des Elektronenstrahls gegen ein Atomelektron, also beim Zusammenstoß zweier gleich großer Massen durchaus nicht erfüllt. Durch ähnliche, jedoch ins einzelne gehende Überlegungen läßt sich die differentiale Ionisierung auch von Elektronenstrahlen fast quantitativ errechnen.

Für hohe Geschwindigkeiten, für die die bisherigen Überlegungen dieses Paragraphen alle nur gelten, fordern die Rechnungen eine Zunahme der differentialen Ionisierung mit abnehmender Lineargeschwindigkeit. Dieses Verhalten zeigt sich tatsächlich, jedoch ist die Abhängigkeit der differentialen Ionisierung von der Lineargeschwindigkeit nicht ganz so stark, wie sich aus der Gl. (63) ergibt. Abb. 19 zeigt die differentiale Ionisierung s von α -Teilchen in Luft von 1 mm Druck und 0°C als Funktion der Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist in verschiedenen Abszissenmaßstäben angegeben, und zwar einmal ausgedrückt durch die tatsächliche Lineargeschwindigkeit v , ein anderes Mal durch die dieser Geschwindigkeit entsprechende kinetische Energie K , ein

drittes Mal als Funktion der Restreichweite R in Luft von 1 mm Druck, die ein α -Teilchen noch zurücklegen kann. Abb. 20 gibt einen Vergleich

der differentialen Ionisierung s von Elektronenstrahlen und α -Strahlen in Luft, wieder bei 1 mm Druck und 0°C , als Funktion der Lineargeschwindigkeit v . Auffallend ist die Parallelität des Verlaufes des Ionisierungsvermögens für Elektronen- und Ionenstrahlen gleicher

Lineargeschwindigkeit. In ziemlich weitem Maße gilt bei Geschwindigkeiten $> 10^9$ cm/sec, daß ein Elektronenstrahl etwa $1/10$

so stark ionisiert wie ein α -Strahl gleicher Lineargeschwindigkeit. Unsicherer ist der Verlauf der differentialen Ionisierung für α -Strahlen mit

Geschwindigkeiten links vom Maximum (Abb. 20) und für H_1^+ -Strahlen in der Umgebung des Maximums. Für kleinere Geschwindigkeiten von H-Strahlen ist die differentiale Ionisierung durch Messungen an Kanalstrahlen sichergestellt. Abb. 21 zeigt die differentiale Ionisierung von H_1^+ -Strahlen in Luft und H_2 .

Die Angaben der differentialen Ionisierung durch Kanalstrahlen, die aus Ker-

nen mit Außenelektronen bestehen, sind ziemlich unsicher. Die Ionisierung durch neutrale H-Atome, die im Wasserstoff-Kanalstrahl ja

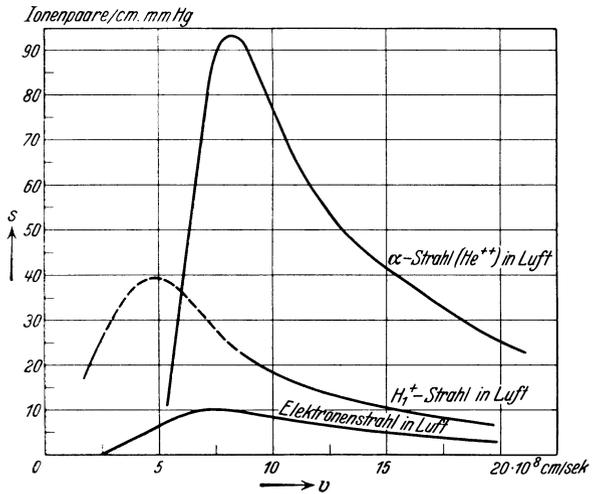


Abb. 20. Vergleich der differentialen Ionisierung s von α -Strahlen, Protonenstrahlen und Elektronenstrahlen in Luft (1 mm Hg, 0°C) in Abhängigkeit von der Lineargeschwindigkeit v des Strahles. (Strichierter Kurventeil ist noch nicht experimentell festgestellt.)

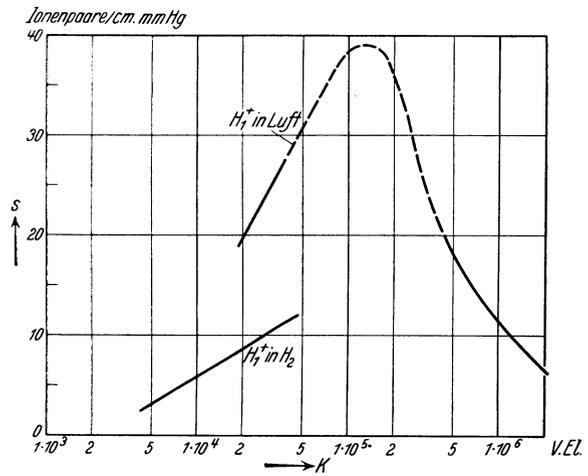


Abb. 21. Differentiale Ionisierung s durch Protonen (H_1^+ -)Strahlen in H_2 und Luft von 1 mm Hg bei 0°C in Abhängigkeit von der Energie K des H_1^+ -Strahles (r_2, r_3). (Strichierter Kurventeil ist experimentell noch nicht verfolgt.)

immer enthalten sind, ist etwa von der gleichen Größenordnung wie der entsprechende Wert für die Ionisierung durch gleich rasch fliegende

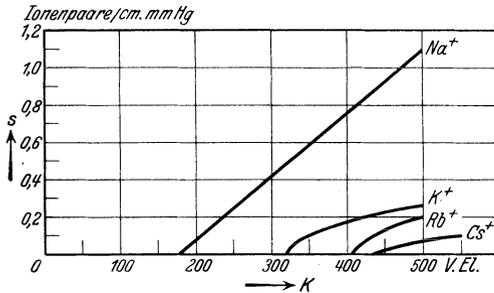


Abb. 22. Differentiale Ionisierung s durch Ionenstrahlen der Alkalimetalle in Neon von 1 mm Druck und 0°C in Abhängigkeit von der Ionenenergie K (r_4).

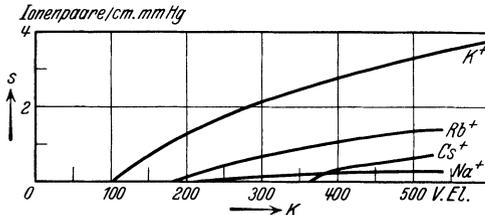


Abb. 23. Differentiale Ionisierung s durch Ionenstrahlen der Alkalimetalle in Argon von 1 mm Druck und 0°C in Abhängigkeit von der Ionenenergie K (r_4).

überhaupt, so erhält man analog zu den Ionisierungsfunktionen der Elektronenstrahlen die Ionisierungsfunktionen f_i der Ionenstrahlen

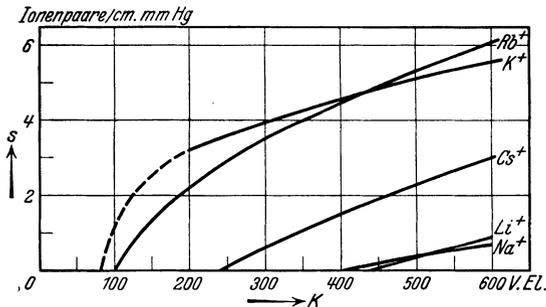


Abb. 24. Differentiale Ionisierung s durch Ionenstrahlen der Alkalimetalle in Krypton von 1 mm Druck und 0°C in Abhängigkeit von der Ionenenergie K (r_4).

Protonen, gültig für etwa 10 bis $40 \cdot 10^3$ V·El. Die Abb. 22 bis 25 geben den Verlauf der differentiale Ionisierung durch Alkaliionen in Edelgasen wieder. Die Werte der differentiale Ionisierung sind für exakte Messungen in He zu klein. Es gilt die Regel, daß stets dasjenige Alkaliion die größte differentiale Ionisierung in dem Edelgas ergibt, das in der Ordnungszahl dem Edelgas unmittelbar folgt.

Verknüpft man die differentiale Ionisierung nicht wie bisher mit der Weglängeneinheit, sondern mit der prozentuellen Häufigkeit eines ionisierenden Zusammenstoßes, bezogen auf die gaskinetischen Zusammenstöße

($f_i = s \cdot \lambda_i$; $\lambda_i \dots$ freie Weglänge eines Ions, Tabelle 5). Im Gebiet maximaler Ionisierung ergeben sich Werte von über 100%, wenn man die allerdings unsicheren Werte der freien Ionenweglängen einsetzt. Eine Ausbeute über 100% ist aber trotzdem denkbar: bei einem gaskinetischen Zusammenstoß entsteht

im Mittel mehr als ein Ionenpaar, da primär zwar nur ein Ionenpaar gebildet wird, das dabei entstandene Primärelektron aber als sekundärer Strahl seinerseits ebenfalls ionisiert. Da die gesamte gebildete Ionenmenge bei den Werten der Ionisierungsfunktion berücksichtigt

wird, so entfällt dadurch auf einen gaskinetischen Zusammenstoß mehr als ein Ionenpaar.

§ 23. **Totale Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.** Ein Ionenstrahl mit der Anfangsenergie K erzeugt auf seiner ganzen Reichweite insgesamt eine Anzahl N Ionenpaare. Für Ionenstrahlen von einer Anfangsenergie $> 1 \cdot 10^4$ V·El ergibt sich die totale Ionisierung als proportional zur Anfangsenergie. Unter totaler Ionisierung eines Ionenstrahles ist diejenige Anzahl von Ionenpaaren zu verstehen, die der Strahl von seinem Eintritt mit der bekannten Anfangsenergie bis zu seinem völligen Auslaufen im Gasraum über beliebige Zwischenprozesse (primär, sekundär usw.) insgesamt erzeugt. Auch hier gilt die Gl. (56),

$$N = \frac{K}{\epsilon},$$

wobei K die Energie in V·El bedeutet und ϵ eine für jedes Gas charakteristische Konstante ist. Die ϵ -Werte für den Stoß von Ionenstrahlen unterscheiden sich nur wenig von denen der Tabelle 6a für Elektronenstrahlen hoher Geschwindigkeit. Die gefundenen Abweichungen liegen größtenteils innerhalb der Meßgenauigkeit.

Für Energien unter $5 \cdot 10^3$ V·El ist die Ionisierung durch Ionenstrahlen wesentlich kleiner, als den ϵ -Werten der Tabelle 6b entspricht, und zwar ist die Abnahme der totalen Ionisierung hier noch wesentlich stärker ausgeprägt als bei der Ionisierung durch Elektronenstrahlen, wo sich die Abnahme der totalen Ionisierung bereits in einem Steigen des ϵ für kleinere Elektronengeschwindigkeiten (Tabelle 7) zeigte oder auch aus den geringen Werten der totalen Ionisierung schätzen läßt. Für K- und Na-Ionen von $5 \cdot 10^3$ V·El beträgt in H_2 die totale Ionisierung $< 10^{-3}$ Ionenpaare, d. h. $< 1/100$ derartiger Kanalstrahlen ionisieren überhaupt.

§ 24. **Zusammenhang zwischen Reichweite, differentiale und totaler Ionisierung durch Ionenstrahlen in Gasen.** Gesetzmäßigkeiten lassen sich wieder nur aufstellen für solche Ionenstrahlen, die nur aus Atomkernen bestehen, d. h. nur für α -Teilchen (He^{++}) und Protonenstrahlen (H_1^+) hoher Geschwindigkeit. Für Anfangsgeschwindigkeiten, deren differentiale Ionisierung noch weit rechts von ihrem Maximum, d. h. bei linearen Geschwindigkeiten von mehr als $1 \cdot 10^9$ cm/sec liegt, ergibt

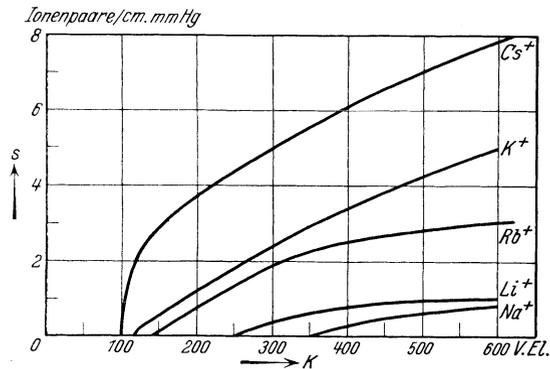


Abb.25. Differentiale Ionisierung s durch Ionenstrahlen der Alkali-metalle in Xenon von 1 mm Druck und $0^\circ C$ in Abhängigkeiten von der Ionenenergie K (14).

sich empirisch die Reichweite R proportional der dritten Potenz der Lineargeschwindigkeit v der α - bzw. Protonenstrahlen und damit proportional der $\frac{3}{2}$ ten Potenz der Energie K des Strahles:

$$R = b \cdot K^{\frac{3}{2}}. \quad (64)$$

Dieses Gesetz gilt jedoch nur in Annäherung und deswegen sind auch die in diesem Paragraphen weiter abgeleiteten Formeln nur als Überschlagsregeln brauchbar, ohne sehr große Genauigkeit beanspruchen zu können. Mißt man in Gl. (64) R in cm und K in V·El, so nimmt die

Tabelle 9. Reichweitefaktor b rascher α - und Protonenstrahlen für verschiedene Gase (bezogen auf 1 mm Druck und 0° C) (108, 109).

Gas	$b_{\text{He}^{++}}$	b_{H^+}
Luft	$2,38 \cdot 10^{-7}$	$1,89 \cdot 10^{-6}$
O ₂	$2,23 \cdot 10^{-7}$	$1,78 \cdot 10^{-6}$
N ₂	$2,43 \cdot 10^{-7}$	$1,94 \cdot 10^{-6}$
H ₂	$10,8 \cdot 10^{-7}$	$8,64 \cdot 10^{-6}$
He	$13,6 \cdot 10^{-7}$	$10,9 \cdot 10^{-6}$
Ne	$4,07 \cdot 10^{-7}$	$3,26 \cdot 10^{-6}$
Ar	$2,54 \cdot 10^{-7}$	$2,03 \cdot 10^{-6}$
Kr	$1,79 \cdot 10^{-7}$	$1,43 \cdot 10^{-6}$
Xe	$1,33 \cdot 10^{-7}$	$1,06 \cdot 10^{-6}$

Für langsamere α -Strahlen (Restreichweite < 1000 cm · mm Hg) gelten diese Faktoren nicht mehr. Beispielsweise ist für α -Strahlen entsprechend 1000 cm · mm Hg Restreichweite in Luft die Reichweite in H₂ nur noch etwa 3 mal größer als in Luft (statt wie oben 4,5 mal größer).

Konstante b für α bzw. H₁-Teilchen die Werte der Tabelle 9 an, wobei die Gase wieder unter einem Druck von 1 mm Hg bei 0° C stehen. Für Gase von anderem Druck und anderer Temperatur sind die b -Werte umgekehrt proportional zur Gasdichte zu verändern. Es läßt sich ebenfalls die Energie des Strahles und damit die Geschwindigkeit an irgendeiner Stelle seiner Bahn berechnen, wenn man die Restreichweite kennt, die das α - oder H₁⁺-Teilchen von der betrachteten Stelle ab bis zur vollständigen Bremsung noch durchläuft. Es sei K_0 die Anfangsenergie eines solchen

Strahles; dann ist seine Energie K nach Durchlaufen des Bruchteiles \varkappa seiner gesamten Bahn

$$K = K_0 (1 - \varkappa)^{\frac{2}{3}}. \quad (65)$$

Nach Gl. (56) und (64) kann man den Energieverlust auf jeder beliebigen Strecke ausrechnen, damit auch die Anzahl der auf dieser Strecke gebildeten Ionenpaare, da ja diese Anzahl der von α -Teilchen abgegebenen Energie proportional ist. Dabei ergibt sich

$$s = \frac{2}{3} \frac{K^{-\frac{1}{2}}}{\varepsilon b}, \quad (66)$$

oder als Funktion der Restreichweite, die das Teilchen von der betrachteten Stelle an noch zurücklegen kann,

$$s = \frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon} b^{-\frac{2}{3}} R_{rest}^{-\frac{1}{3}}. \quad (67)$$

Demgegenüber erhält man für Protonenstrahlen, vielleicht auch für α -Strahlen *geringerer* Geschwindigkeit, als dem Maximum der differentialen Ionisierung entspricht, also etwa von $3 \cdot 10^8$ cm/sec an abwärts ein anderes Reichweitegesetz, das sich von dem der Gl. (64) durch einen anderen Exponenten von K unterscheidet. Es ergibt sich für diesen Bereich

$$R = b' K^{\frac{3}{4}}. \quad (68)$$

Dabei ist b' für Protonenstrahlen in Luft gleich $1,9 \cdot 10^{-2}$ und in Wasserstoff $4,8 \cdot 10^{-2}$ cm · mm Hg · [V · El] $^{-\frac{3}{4}}$. Da auch in diesem Gebiet die Gl. (56) mit dem gleichen ε gilt (abgesehen von kleinen Geschwindigkeiten), lassen sich die den Gl. (65) bis (67) analogen Gleichungen aufstellen und man erhält

$$K = K_0 (1 - \varkappa)^{\frac{4}{3}}, \quad (69)$$

$$s = \frac{4}{3} \frac{1}{\varepsilon b'} K^{\frac{1}{4}}, \quad (70)$$

$$s = \frac{4}{3} \frac{1}{\varepsilon} b'^{-\frac{4}{3}} R^{\frac{1}{3}}, \quad (71)$$

wobei die Bezeichnungen dieselben sind, wie oben angegeben.

§ 25. Umladungen von Ionenstrahlen beim Durchgang durch Gase.
 Jeder Ionenstrahl enthält, wie bereits in § 21 auseinandergesetzt wurde, im allgemeinen Teilchen verschiedener Ladung. Die Ladungen in einem Ionenstrahlbündel, das z. B. als Kanalstrahl erzeugt wurde, sind nach Größe sowie nach Vorzeichen verschieden; ein Kanalstrahl enthält nicht nur geladene Teilchen, sondern — sogar in meist überwiegender Menge — auch neutrale Gasmoleküle, die mit der Geschwindigkeit der übrigen Ionen im Strahle weiterfliegen. Diese verschiedenartigen Bestandteile eines solchen zusammengesetzten Kanalstrahles gehen wechselseitig ineinander über, sobald der Kanalstrahl nicht im Hochvakuum verläuft, sondern irgendwelche Materie durchsetzt. Entfernt man beispielsweise aus einem derartig zusammengesetzten Ionenstrahl mittels Ablenkung durch elektrische oder magnetische Felder sämtliche geladenen Bestandteile, so enthält der nunmehr von allen Ionen befreite Kanalstrahl nur noch neutrale Atome. Durchfliegt dieser neutrale Teil des Kanalstrahles nun wieder eine weitere Strecke, in einem gashältigen Raum, so treten im Kanalstrahl erneut Ionen auf. Genau so bilden sich im abgelenkten geladenen Kanalstrahlteil unter den gleichen Bedingungen neutrale Bestandteile. In einem Kanalstrahl entstehen also aus den in ihm enthaltenen rasch fliegenden Ionen rasch fliegende neutrale Atome und umgekehrt. Besteht der Kanalstrahl statt aus Atom- aus Molekülionen, so zerfallen diese leicht in Atomionen geringerer Geschwindigkeit.

Wenn der Kanalstrahl eine genügend lange Strecke bereits einen Gasraum durchflogen hat, so bildet sich ein Gleichgewicht aus zwischen den Umwandlungen: Ionen \rightarrow neutrale Atome und neutrale Atome \rightarrow Ionen, so daß ein solcher im Gleichgewicht befindlicher Kanalstrahl einen festen Prozentsatz neutraler Begleiter hat. Dieser Prozentsatz ist abhängig von der Art des Kanalstrahles, seiner Energie und dem durchsetzten Gas. Wenn auch im allgemeinen die wechselseitige Umwandlung neutraler Atome bzw. einfach geladener Ionen die wichtigsten Vorgänge sind, so entstehen doch auf ähnliche Art auch mehrfach geladene Ionen und negative Ionen. Die mehrfach geladenen Ionen treten dabei vor allem bei Ionenstrahlen sehr hoher Energie auf (z. B. bei α -Strahlen), während die Bildung neutraler Atome und negativer Ionen vorwiegend in Erscheinung treten bei langsameren Ionenstrahlen bzw. bei α -Strahlen am Ende ihrer Reichweite.

Der Mechanismus der Umladung besteht darin, daß ein Teilchen des Kanalstrahles beim Zusammentreffen mit einem Molekül des durchflogenen Gases dieses beispielsweise ionisiert und das hierbei entstandene Elektron anlagert, so daß aus einem zunächst einfach geladenen Ion ein neutrales Molekül entsteht oder aus einem neutralen Molekül ein negatives Ion. Es kann auch ein vom Kanalstrahlteilchen eingefangenes Elektron bei einem anderen Zusammenstoß mit einem ruhenden Gasatom abgestreift werden unter Bildung einfach geladener Ionen aus neutralen Atomen, zweifach geladener Ionen aus einfach geladenen oder neutraler Teilchen aus negativen Ionen. Der zweite Prozeß ist eine Ionisierung des im Kanalstrahl fliegenden Teilchens durch Zusammenstoß mit einem ruhenden Atom; dieser Prozeß kann natürlich genau so stattfinden wie die Ionisierung eines „ruhenden“ Atoms durch ein Teilchen des Kanalstrahls. Ein einfach geladenes Ion im Kanalstrahl muß im Mittel eine Strecke $l_{+ \rightarrow 0}$ zurücklegen, bis es ein bei einem Ionisierungsprozeß frei werdendes Elektron anlagert und sich dadurch selbst zu einem neutralen Atom umbildet. Dieses jetzt neutrale Atom, das im wesentlichen mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit weiterfliegt, muß nunmehr im Mittel eine Strecke $l_{0 \rightarrow +}$ zurücklegen, ehe das eingefangene Elektron wieder abgestreift wird. Die Strecken $l_{+ \rightarrow 0}$ und $l_{0 \rightarrow +}$ hängen ab von der Geschwindigkeit des Teilchens und von Art und Dichte des durchflogenen Gases. Die Wege $l_{+ \rightarrow 0}$ bzw. $l_{0 \rightarrow +}$ nennen wir „mittlere Umladewege“. Entsprechende Längen lassen sich natürlich ebenfalls definieren für die Umwandlungen in mehrfach geladene Ionen und in negative Ionen. Der reziproke Wert dieser Längen heißt „Umladequerschnitt“.

Wenn die verschiedenen Bestandteile eines Kanalstrahls miteinander im Gleichgewicht stehen, so bilden sich in jedem Augenblick (annähernd) ebenso viele neutrale Teilchen aus einfach geladenen Ionen wie umgekehrt. Ist n_+ die Anzahl der einfach geladenen Ionen, die irgendeinen

Querschnitt des Kanalstrahles in der Zeiteinheit passieren, und n_0 entsprechend die Anzahl der neutralen Teilchen, so bilden sich auf der Länge dx : $\frac{n_+}{l_{+\rightarrow 0}} dx$ einfach geladene Ionen zu neutralen Atomen um und entsprechend $\frac{n_0}{l_{0\rightarrow +}} dx$ neutrale Atome wieder zu positiven Ionen. Da im Gleichgewicht beide Umwandlungen gleich häufig sein müssen, ergibt sich

$$\frac{n_+}{l_{+\rightarrow 0}} = \frac{n_0}{l_{0\rightarrow +}}. \quad (72)$$

Bei Kenntnis der mittleren Umladewege läßt sich daher das Verhältnis neutraler zu einfach geladenen Teilchen berechnen. Der hierbei vorausgesetzte Gleichgewichtszustand stellt sich ein, wenn der Kanalstrahl im umladenden Medium etwa die Strecke

$$3 \div 5 (l_{+\rightarrow 0} + l_{0\rightarrow +})$$

zurückgelegt hat.

Da die Geschwindigkeit der Kanalstrahlteilchen durch ständige Energieabgabe an die Moleküle des durchflogenen Gases dauernd abnimmt und da $l_{+\rightarrow 0}$ und $l_{0\rightarrow +}$ Funktionen der Teilchengeschwindigkeiten sind, verschiebt sich das Verhältnis $\frac{l_{+\rightarrow 0}}{l_{0\rightarrow +}}$ und damit $\frac{n_+}{n_0}$ längs

der Bahn des Kanalstrahles, und zwar steigt mit langsamer werdender Strahlgeschwindigkeit der Anteil der neutralen gegenüber dem der einfach geladenen Ionen und entsprechend auch der Anteil der einfach geladenen gegenüber dem der mehrfach geladenen Ionen. $l_{+\rightarrow 0}$ und $l_{0\rightarrow +}$ sind der Dichte des durchsetzten Gases umgekehrt proportional, aber mit in verschiedenen Gasen verschiedenen Proportionalitätskonstanten. Abb. 26 zeigt die mittleren Umladewege $l_{+\rightarrow 0}$ und $l_{0\rightarrow +}$ für einen H_1^+ -Strahl beim Durchfliegen verschiedener Gase von 1 mm Druck und $0^\circ C$. $l_{+\rightarrow 0}$ steigt mit wachsender Energie des Kanalstrahls an, während $l_{0\rightarrow +}$ mit steigender Kanalstrahlenergie abnimmt oder annähernd konstant bleibt. Die mittleren Weglängen in H_2 , die man nach der kinetischen Theorie der Gase für ein gegenüber der thermischen Geschwindigkeit der Gasmoleküle rasch fliegendes H_2 -Molekül bzw. Proton erhält, betragen $1,2 \cdot 10^{-2}$ bzw. $4,8 \cdot 10^{-2}$ cm. In Ar beträgt der Umladeweg $l_{+\rightarrow 0}$

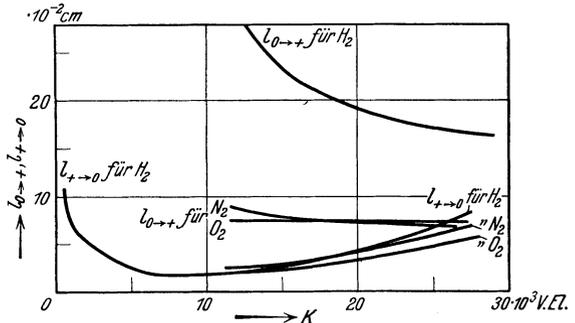


Abb. 26. Mittlere Umladewege von Protonen (H_1^+)-Strahlen in verschiedenen Gasen (H_2 , N_2 , O_2) von 1 mm Druck und $0^\circ C$ in Abhängigkeit von der Kanalstrahlenergie K (15, 16, 17, 18).

$l_{0\rightarrow +}$... Umladeweg zwischen neutralen Teilchen und Ion.
 $l_{+\rightarrow 0}$... Umladeweg zwischen Ion und neutralem Teilchen.

für H-Strahlen von $1,5 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^3$ V·El etwa $2,2 \cdot 10^{-2} - 1,5 \cdot 10^{-2}$ cm bei 0° C und 1 mm Hg. In He ist für H-Strahlen gleicher Energie der

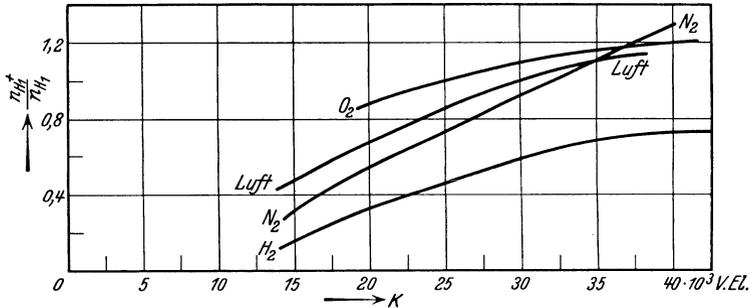


Abb. 27. Konzentrationsverhältnis $n_{H_1^+} : n_{H_1}$ von Protonen zu neutralen Wasserstoffatomen beim Durchlaufen eines Wasserstoffkanalstrahles der Energie K durch verschiedene Gase (15, 16).

Umladeweg etwa 50mal größer als in H_2 . Im allgemeinen sind die Umladewege von der Größenordnung der gaskinetischen freien Weg-

längen, so daß etwa ein Umladevorgang auf 1 bis 5 gaskinetische freie Weglängen entfällt. Die Summe der Umladewege $l_{+ \rightarrow 0} + l_{0 \rightarrow +}$ ist stets größer als der Weg zwischen zwei ionisierenden Stößen eines Ionenstrahles.

Das Verhältnis $l_{+ \rightarrow 0}$ zu $l_{0 \rightarrow +}$ steigt mit zunehmender Kanalstrahlenergie und damit steigt nach Gl. (72) ebenfalls der prozentuelle Anteil der im Kanalstrahl enthaltenen Ionen. Abb. 27 gibt das Verhältnis von Protonen zu neutralen H-Atomen eines H-Kanalstrahles in verschiedenen Gasen an.

Während also ein Kanalstrahl eine Energie von $1,5 \cdot 10^4$ V·El beim Durch-

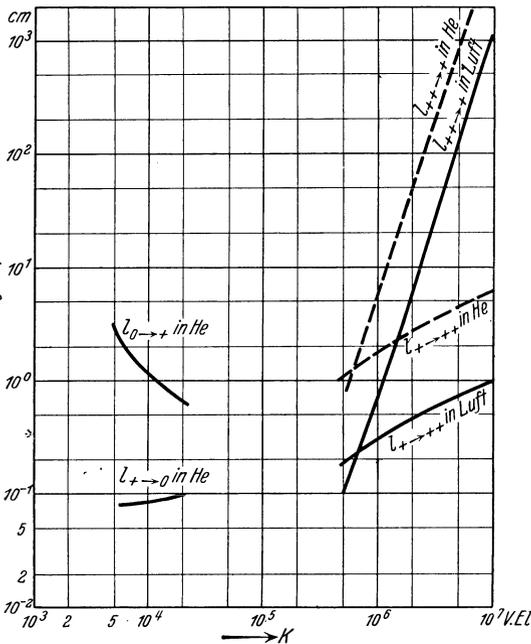


Abb. 28. Mittlere Umladewege einfach und doppelt geladener He-Strahlen in He und Luft von 1 mm Druck und 0° C bei verschiedener Ionenstrahlenergie K (20).

fliegen von H_2 -Gas im Gleichgewicht zu etwa 15% aus Protonen und zu 85% aus neutralen Atomen besteht, enthält unter diesen Bedingungen ein Kanalstrahl von etwa $3,4 \cdot 10^4$ V·El bereits $\frac{2}{3}$ soviel Protonen

wie neutrale Atome. Der Strahl insgesamt besteht also aus 40% zu Protonen und aus 60% neutralen Atomen. Abb. 28 enthält die Umladewege von He^+ -Strahlen in He; außerdem die Umladewege für die ganz analog verlaufenden Umladungen des doppelt-geladenen He^{++} -Strahles in den einfach geladenen He^+ -Strahl in He und Luft (Umladung von α -Strahlen). Der Umladeprozess ist aber auch bei geringeren Ionenstrahlenergien von Bedeutung. Bei diesen Ionenenergien ($< 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$) treten Umladungen insbesondere dann auf, wenn die bei der Neutralisierung eines Ions freiwerdende Energie nahe gleich der Ionisierungsarbeit des Gasmoleküls ist. Diese Erscheinung zeigt sich also für Molekülionen in ihrem molekularen Gas bzw. für Atomionen in ihrem atomaren Gas (z. B. N_2^+ in N_2 bzw. He^+ in He).

Ionisierung durch Photonen in Gasen.

§ 26. Übersicht über die Photoionisierung in Gasen. Fallen in ein Gas Lichtquanten ein, und ist der Energieinhalt eines Quants größer als die Ionisierungsarbeit des Gases, so können die Quanta von dem Gas absorbiert werden unter Bildung von Ionen und Elektronen. Die Bedingung für das Auftreten dieser „Photoionisierung“ lautet

$$h\nu > eV_j, \quad (73)$$

worin $h\nu$ die Energie eines Lichtquants und $e \cdot V_j$ die Ionisierungsarbeit A_j des betreffenden Gases darstellt. Ersetzt man ν durch die Wellenlänge ($\nu = \frac{c}{\lambda}$), so geht die Gl. (73) über in

$$h \frac{c}{\lambda} > eV_j. \quad (74)$$

Mißt man λ in \AA (10^{-8} cm) und V_j in Volt, so läßt sich Gl. (74) numerisch schreiben:

$$\lambda V_j < 12340. \quad (75)$$

Da die kleinste uns bekannte Ionisierungsarbeit die des Cäsiumdampfes ist mit $V_j = 3,88 \text{ V} \cdot \text{El}$, ist die größte Wellenlänge λ , die überhaupt zur unmittelbaren Photoionisierung in Gasen führen kann, $\lambda = \frac{12340}{3,88} = 3184 \text{ \AA}$; Licht mit einer solchen Wellenlänge gehört bereits dem ultravioletten Spektralgebiet an. Da sich die Untersuchungen mit ultraviolettem Licht praktisch nur bis zu etwa 2000 \AA herunter ausführen lassen, kann man eine Photoionisierung durch ultraviolettes Licht nur in solchen Gasen beobachten, deren Ionisierungsarbeit kleiner ist als $6 \text{ V} \cdot \text{El}$. So kleine Ionisierungsarbeiten haben aber nur einige Metaldämpfe (s. Tabelle 10), vor allem die der Alkalimetalle. Die übrigen Gase können also durch ultraviolettes Licht unmittelbar nicht ionisiert werden; eine trotzdem etwa beobachtete Ionisierung ist daher auf sekundäre Prozesse zurückzuführen.

Tabelle 10. Ionisierungsarbeit von Atomen, Molekülen und Ionen.
 $1 \rightarrow 2$
 $(\Delta A_j \dots \text{zusätzliche Arbeit zur Erzeugung eines doppelt geladenen Ions aus einem einfach geladenen}) (10^7).$

Element	Atomgewicht A	Ordnungszahl Z	$A_j = eV_j$ V·El	$1 \rightarrow 2$ ΔA_j V·El	$2 \rightarrow 3$ ΔA_j V·El	$3 \rightarrow 4$ ΔA_j V·El	$4 \rightarrow 5$ ΔA_j V·El	$5 \rightarrow 6$ ΔA_j V·El
H ₁	1	1	13,5	—	—	—	—	—
H ₂	1	1	15,4	—	—	—	—	—
He	4	2	24,5	54,2	—	—	—	—
Li	6,9	3	5,4	75,3	121,9	—	—	—
N ₁	14	7	14,5	29,5	47,2	73,5	97,4	—
N ₂	14	7	15,8	—	—	—	—	—
O ₁	16	8	13,5	34,9	54,9	77,0	109,2	137,5
O ₂	16	8	12,5	—	—	—	—	—
Ne	20,2	10	21,5	40,8	63,2	—	—	—
Na	23	11	5,1	47,5	—	—	—	—
Cl	35,5	17	13,0	22,5	39,7	47,4	67,7	88,6
Ar	39,9	18	15,7	27,8	40,7	—	—	—
K	39,1	19	4,3	31,7	40,5	—	—	—
Cu	63,6	29	7,7	20,2	—	—	—	—
Ga	69,7	31	6,0	18,9	30,6	63,9	—	—
Kr	82,9	36	14,0	26,4	—	—	—	—
Rb	85,5	37	4,2	16,0	—	—	—	—
Cd	112,4	48	9,0	16,8	32,0	—	—	—
X	130,2	54	12,1	24,0	—	—	—	—
Cs	133	55	3,9	—	—	—	—	—
Hg	201	80	10,4	18,7	41,0	72,0	82,0	—
Tl	204	81	6,1	20,3	29,7	—	—	—

Als solche kommen vorwiegend zwei Prozesse in Frage: Ionisierung in Stufen, wobei ein Lichtquant zunächst ein Gasmolekül anregt und, bevor diese Anregung wieder abgeklungen ist, dasselbe Molekül durch ein zweites Photon ionisiert wird, evtl. noch über weitere Zwischenanregungen. Da die stufenweise Ionisierung voraussetzt, daß ein zweites Lichtquant ein bereits angeregtes Molekül erfaßt, ehe dieses durch spontane Ausstrahlung seine Anregungsenergie wieder verloren hat, ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten stufenweiser Ionisierung um so größer, je mehr angeregte Zustände sich gleichzeitig in der Volumeneinheit befinden und je stärker die Strahlungsintensität ist. Die Anzahl angeregter Zustände ist um so größer, je länger ein angeregtes Molekül lebt, also besonders groß bei den metastabilen Zuständen. Außer den metastabilen Zuständen spielt die stufenweise Anregung eine besondere Rolle auch bei dem niedrigsten Anregungszustand. Wenn ein derartiges angeregtes Molekül 1 seine Energie als Strahlung aussendet, so entsteht ein Lichtquant solcher Größe, daß es in einem benachbarten unangeregten Molekül 2 gerade absorbiert werden kann und nunmehr das Molekül 2 als angeregtes Molekül die Rolle von 1 übernimmt. Solche Strahlung, die gerade zur Anregung eines neutralen Moleküles paßt, heißt „Resonanzstrahlung“. Diese Resonanzstrahlung wird von neutralen Molekülen ungewöhnlich stark absorbiert. Das Molekül 2 liegt daher in

unmittelbarer Nachbarschaft von Molekül 1 und entsprechend gibt 2 seine Anregungsenergie an ein benachbartes Molekül 3 ab usw. Die Anregungsenergie entweicht also nicht aus dem Gasvolumen durch Ausstrahlung in den Außenraum, sondern bleibt für stufenweise Anregungen verfügbar. Die Photonen der Resonanzstrahlung springen wie selbständige Korpuskeln auf Zickzackbahnen durch den Gasraum (Strahlungs-, „Diffusion“). Zahlenwerte für die kleinsten Anregungsarbeiten („Resonanzspannungen“) s. Tabelle 11. Der zweite Prozeß besteht in einem störenden Einfluß der Wände, aus denen wegen der kleineren Austrittsarbeit der Elektronen bereits bei fast allen Materialien durch ultraviolettes Licht Elektronen befreit werden können; demnach erreicht das Gas eine Elektronenhaltigkeit, die eine Photoionisierung des Gases vortäuschen kann. Dieser Effekt spielt auch dann eine Rolle, wenn zwar massive Wände vermieden sind, wenn aber das bestrahlte Gas etwas staubhaltig ist oder kleine Tröpfchen (Nebel, kondensierter Dampf) enthält.

Tabelle 11. Kleinste Anregungsarbeiten von Atomen und Molekülen (101, 110).

Element	A_a V·El	Element	A_a V·El
He	19,3	H ₁	10,2
Ne	16,6	H ₂	7,0
Ar	11,6	N ₂	6,3
Kr	10,0	O ₂	7,9
Xe	8,4	Cu	1,4
Li	1,8	Ga	2,7
Na	2,1	Hg	4,7
K	1,6	CO	6,2
Rb	1,5	CO ₂	3,0
Cs	1,4		

Wir sehen im folgenden von allen derartigen Störeinflüssen ab und setzen zunächst voraus, daß auch durch Streuung von Lichtquanten an Elektronen keine so große Energie auf die Elektronen übertragen werden kann, daß diese befähigt werden, ihren Atomverband zu ver-

lassen. Photonen können dann nur dadurch im Gas ionisieren, daß sie von Gasmolekülen absorbiert werden und ihre Energie im Gasmolekül zur Ablösung eines von dessen Elektronen verbrauchen. Nach der Absorption hört das Lichtquant auf zu existieren. Wir nennen die Ionen, die auf diesem Wege gebildet werden, „primäre Photoionen“ und werden das aus dem absorbierenden Molekül abgelöste Elektron weiterhin „Photoelektron“ nennen, ein Name, der angeben soll, daß das Elektron durch Absorption eines Lichtquants entstanden ist, aber im übrigen natürlich nicht eine besondere Elektronenart vorstellt.

Fällt ein paralleles Bündel (beliebigen Querschnittes) gleichartiger Lichtquanten in ein Gasvolumen, welches durch das Licht ionisiert werden kann, so legen die Photonen verschieden lange Wege zurück, bis sie zufällig einmal von einem Gasmolekül eingefangen werden und dieses ionisieren; es werden deswegen auf der ganzen Bahn des Lichtstrahles, der sehr viele Quanten enthalten soll, Ionen gebildet. Die Stärke dieser Ionisierung ist dabei zu Beginn des Weges größer als dort, wo das Photonenstrahlbündel bereits einen Weg im Gasraum zurück-

gelegt hat und dabei durch Absorption bereits einen Teil seiner Quanten verloren hat. Allgemein gilt, daß ein Bündel gleichartiger Quanten auf der Weglängeneinheit durch Absorption eine Anzahl von Quanten verliert, welche proportional ist der an dieser Stelle im Quantenstrahl noch vorhandenen Photonen. Sei P die Zahl der Photonen, die je Sekunde an dem Ort x vorbeifliegen, und dP die auf der Länge dx absorbierte Photonenanzahl je Sekunde, so ist $dP = -\mu P dx$. Darin ist μ ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Photon von dem Gasmolekül absorbiert wird. Durch Integration erhält man

$$P = P_0 e^{-\mu x}, \quad (76)$$

wobei P_0 die Anzahl der Quanten je Sekunde ist, die in den Gasraum eintreten, und P die Zahl der Quanten angibt, die noch vorhanden ist, wenn der Strahl den Weg x im Gasraum bereits zurückgelegt hat. $P_0 - P$ gibt also die Anzahl derjenigen Quanten an, die auf der Länge x absorbiert wurden und die dabei jedes ein primäres Photoionenpaar gebildet haben. Nennen wir die Anzahl der primären Photoionen N_P , so ist demnach $N_P = P_0 - P$. P_0 läßt sich errechnen, wenn man die Größe des Lichtstromes L_0 , d. h. die von dem ionisierenden Licht mitgeführte Leistung sowie die Größe der Energie eines einzelnen Lichtquants $h\nu$ bzw. $\frac{hc}{\lambda}$ kennt:

$$L_0 = P_0 h\nu. \quad (77)$$

Die Anzahl der auf der Länge x gebildeten primären Photoionenpaare ergibt sich demnach zu

$$N_P = \frac{L_0}{h\nu} (1 - e^{-\mu x}) = \frac{L_0}{hc} \lambda (1 - e^{-\mu x}). \quad (78)$$

Mißt man L_0 in Erg/sec und λ in Å, so nimmt Gl. (78) die Form an

$$N_P = 5,1 \cdot 10^7 L_0 \lambda (1 - e^{-\mu x}) \text{ Ionenpaare/sec.} \quad (79)$$

Die Größe μ heißt Absorptionskoeffizient und ist ein charakteristischer Wert, der abhängt von der Wellenlänge des ionisierenden Lichtes und der Art und der Dichte des absorbierenden Gases. Enthält ein Lichtstrahlbündel verschiedenartige Wellenlängen, so ist die Berechnung der durch dieses Licht bewirkten Ionisierung für jede Wellenlänge mit dem zugehörigen μ gesondert durchzuführen. Zahlenwerte von μ werden in den beiden folgenden Paragraphen mitgeteilt.

Die von einem Quantenstrahl erzeugte Zahl der Ionenpaare im cm^3 ist an der Stelle des Strahleintrittes am größten und sinkt längs des Strahlweges ab. Die örtliche Volumionisierung ergibt sich einfach aus Gl. (78) und (79) durch Division mit dem Strahlquerschnitt.

Eine andere Geometrie der Photoionisierung liegt vor, wenn diese in einem von *schwarzer Strahlung* erfüllten Hohlraum stattfindet. Im Gegensatz zu der eben behandelten Ionisierung durch parallele Pho-

tonenstrahlen wird dabei jedes Volumelement von der der Temperatur des Hohlraumes zugehörigen schwarzen Strahlung so durchsetzt, daß alle Lichtstrahlen gleichmäßig in allen Richtungen verlaufen. Bei dieser völlig ungerichteten Durchstrahlung werden in jedem Volumelement gleichviel Ionenpaare je Zeiteinheit erzeugt. Bei der spektralen Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung (s. Anhang) treten zur Ionisierung fähige Lichtquanten in merklichem Umfang erst bei Temperaturen von einigen $1000^{\circ} K$ auf. Die weitere Behandlung dieser Erscheinung erfolgt in § 29.

Bei der Absorption eines Lichtquants mit der Energie $h\nu$ wird zur Ablösung eines Photoelektrons die Ionisierungsarbeit an dem Gasmolekül $e \cdot V_j$ geleistet; da die Photoionisierung immer nur dann stattfinden kann, wenn der Energieinhalt des Photons größer ist als diese Ionisierungsarbeit, so verbleibt noch ein nicht zur Ionisierung verbrauchter Energiebetrag; dieser Energiebetrag erscheint nach der Absorption des Quants als kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$ des aus dem Molekülverband befreiten Photoelektrons:

$$\frac{m}{2} v^2 = h\nu - eV_j. \quad (80)$$

Wenn die Energie des Lichtquants nur wenig größer ist als die Ionisierungsarbeit, so fliegt das Photoelektron nur mit geringer Geschwindigkeit fort; diese kann so klein sein, daß das Elektron selbst nicht noch seinerseits zusätzlich ionisieren kann. In diesem Falle ist die gesamte Ionisierung des Gases lediglich auf die Bildung primärer Photoionen zurückzuführen, beispielsweise dann, wenn ultraviolettes Licht verwendet wird, dessen Photonenenergie gerade ausreicht, um Alkalidämpfe zu ionisieren. Ist dagegen umgekehrt die Energie $h\nu$ eines Photons sehr groß gegen die Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$, so erhält das Photoelektron einen erheblichen Betrag an kinetischer Energie mit, wirkt dann als ein rasch fliegender Elektronenstrahl und ionisiert als solcher das von ihm durchflogene Gasvolumen nach den früher bereits gebrachten Gesetzmäßigkeiten.

Zur zahlenmäßigen Veranschaulichung wollen wir annehmen, daß ein Lichtquant, das einer Wellenlänge von 1 \AA entspricht, und das demnach eine Energie von $12,34 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ enthält, in Helium absorbiert wird. Von den $12,34 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ werden zur Ablösung des Elektrons aus dem Verband des absorbierenden He-Atoms nur $24,5 \text{ V} \cdot \text{El}$ verbraucht, so daß das abgelöste Elektron praktisch noch mit der ganzen Energie als kinetische Energie fortfliegt. Dieses rasch fliegende Photoelektron stellt jetzt einen Elektronenstrahl dar, der im He-Gas ausläuft und dabei seinerseits ionisiert. Aus § 18 folgt, daß die totale Ionisierung, die durch ein Elektron von etwa $12 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ erzeugt wird, insgesamt etwa 400 Ionenpaare beträgt. In diesem Beispiel ist die

totale Ionisierung durch das Photon daher zu einem weitaus überwiegenden Anteil die durch das rasch fliegende Photoelektron sekundär erzeugte Ionisierung.

Diese Tatsache vereinfacht die Rechnung der totalen Ionisierung außerordentlich, wenn die anfängliche kinetische Energie des Photoelektrons den weitaus überwiegenden Teil der Lichtquantenenergie darstellt, wenn also die Lichtquantenenergie sehr groß ist gegen die Ionisierungsarbeit des Gases. Dies ist immer der Fall, wenn das absorbierte Licht Röntgenstrahlung ist ($\lambda < 50 \text{ \AA}$). Da hierbei die gesamte Ionisierung im wesentlichen auf der Erzeugung sekundärer Ionisierung durch das Photoelektron beruht, ist der im Mittel zur Bildung eines Ionenpaares verbrauchte Energiebetrag der gleiche wie derjenige bei der Ionisierung durch Elektronenstrahlen. Wir haben oben angegeben, daß dieser Energiebetrag ε in weitem Maß unabhängig ist von der Geschwindigkeit der Elektronenstrahlen. Da nun die auf der Länge x absorbierte Strahlungsleistung (s. oben) gegeben ist durch $L_0 - L = L_0 \cdot (1 - e^{-\mu x})$ und da zur Bildung eines Ionenpaares der Energiebetrag ε verbraucht wird, ist die auf der Länge x insgesamt gebildete Zahl von Ionenpaaren gegeben durch

$$N_s = L_0 \frac{1 - e^{-\mu x}}{\varepsilon} \text{ Ionenpaare/sec.} \quad (81)$$

Hierbei müssen L_0 und ε in Erg/sec bzw. in Erg eingesetzt werden. Mißt man dagegen ε in V·El, wie wir es im Abschnitt über die Ionisierung durch Elektronenstrahlen taten, so muß ein Umrechnungsfaktor eingeführt werden und Gl. (81) geht über in

$$N_s = 6,3 \cdot 10^{11} \frac{L_0}{\varepsilon} (1 - e^{-\mu x}) \text{ Ionenpaare/sec.} \quad (82)$$

Sowohl Gl. (78) und (81) geben die Anzahl der durch Licht gebildeten Ionenpaare in *zwei Grenzfällen*: Gl. (78) für den Fall, daß die sekundäre Ionisierung keinen wesentlichen Anteil an der gesamten Ionisierung ergibt, und Gl. (81) für den entgegengesetzten Fall, daß die Anzahl der primären Elektronen zu vernachlässigen ist gegenüber der durch die Photoelektronen erzeugten Sekundärionen. Der erste Fall ist durch ultraviolettes Licht erfüllt und wird in § 27 behandelt; der zweite Fall beschreibt die Ionisierung durch Röntgenstrahlung, γ -Strahlung usw., wobei allerdings vom Compton-Effekt abgesehen ist. Der Fall der Gl. (81) wird in § 28 näher durchgeführt.

Das Zwischengebiet, in welchem nämlich die Bildung von sekundären Ionen durch Photoelektronen von gleicher Größe ist wie die Bildung der primären Photoionen, liegt in einem Wellenlängengebiet, über das nur wenig bekannt ist (einige 100 \AA). Dieses Zwischengebiet zwischen ultravioletter und Röntgenstrahlung spielt in den selbständigen Gasentladungen wahrscheinlich eine beträchtliche Rolle, ohne daß sich zur Zeit quantitative Angaben hierüber machen lassen.

Wenn man Röntgenstrahlen in einer Substanz absorbieren läßt und die Wellenlänge der Röntgenstrahlung ständig verkleinert, den Energieinhalt der einzelnen Quanten also vergrößert, so werden anfangs nur diejenigen Elektronen aus den absorbierenden Atomen entfernt, die in den Atomen am losesten gebunden sind. Sobald aber die Röntgenstrahlung so kurzwellig geworden ist, daß ein Quant ausreicht, auch ein fest gebundenes Elektron aus dem Verband des absorbierenden Atoms zu befreien, werden auch diese Elektronen durch die Röntgenstrahlung abgelöst, und zwar gerade besonders häufig. Ein konkretes Beispiel möge dieses Verhalten veranschaulichen. Wenn man von Feinheiten absieht, lassen sich z. B. im Ar-Atom drei Gruppen von Elektronen mit verschiedener Ablösearbeit unterscheiden. Zur Entfernung der am losesten gebundenen Elektronen ist ein Betrag von $15,7 \text{ V} \cdot \text{El}$ notwendig; diese Arbeit haben wir in Tabelle 10 als Ionisierungsarbeit A_i des Ar angegeben. Eine weitere Gruppe von Elektronen erfordert zu ihrer Ablösung aus dem neutralen Molekül bereits etwa $250 \text{ V} \cdot \text{El}$. (Wir betonen ausdrücklich, daß dieser Energiebetrag nicht verwechselt werden darf mit der Energie zur Entfernung eines zweiten Elektrons aus dem bereits einfach ionisierten Ar-Atom.) Eine dritte Gruppe von Elektronen im Ar-Atom erfordert zur Entfernung des Elektrons aus dem neutralen Atom eine Energie von $3200 \text{ V} \cdot \text{El}$. Diese drei verschiedenen Energiebeträge erklären sich dadurch, daß das Ar-Atom drei Elektronenschalen enthält, die einen verschiedenen Abstand vom positiven Atomkern haben und deswegen verschieden fest gebundene Elektronen enthalten. Läßt man nun Röntgenstrahlung von 10 \AA entsprechend einer Energie von $1,23 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ in Ar absorbieren, so können nur Elektronen der beiden ersten Gruppen aus dem Atomverband entfernt werden, weil die Energie eines Lichtquants nicht ausreicht, um auch ein Elektron der dritten Gruppe mit den am festesten gebundenen Elektronen abzulösen. In dem Augenblick aber, in dem die Röntgenwellenlänge auf $3,87 \text{ \AA}$ verkleinert wird, wobei die Photonen also eine Energie von $3,2 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ erhalten, kann ein Photon gerade die Ablösearbeit auch der festest gebundenen Elektronen leisten. Damit erhöht sich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Photon von einem Ar-Atom absorbiert und ein Photoelektron entfernt. Diese Erhöhung der Absorptionswahrscheinlichkeit macht sich in einem Sprung des Absorptionskoeffizienten bemerkbar, sobald die Wellenlänge der Röntgenstrahlung dem kritischen Wert der Wellenlänge entspricht. Auffällig ist es, daß von der einfallenden Strahlung etwa 90% die festest gebundenen Elektronen ablösen und der Rest auf die Entfernung von Elektronen aus den beiden anderen Gruppen entfällt, wenn nur überhaupt die einfallende Röntgenstrahlung so kurzwellig ist, daß sie die festest gebundenen Elektronen entfernen kann. Ein ganz analoges Verhalten zeigt sich bei allen Stoffen.

Man kann zunächst erwarten, daß der Grenzfall der Gl. (81) nicht mehr vorliegt, wenn ein Röntgenquant gerade dazu ausreicht, eines der fest gebundenen Elektronen zu entfernen, ohne dabei dem entstehenden Photoelektron eine wesentliche Energie mitzuteilen; denn die Voraussetzung für Gl. (81) war doch, daß gerade der überwiegende Teil der Strahlungsenergie auf das Photoelektron übergeht. Das in diesem Fall gebildete positive primäre Photoion ist aber kein gewöhnliches positives Ion, da ihm ja eines der am festesten gebundenen Elektronen fehlt, während bei normalen positiven Ionen aus dem Atom nur eines der am leichtesten gebundenen Elektronen entfernt ist. Das in dem hier angegebenen Prozeß gebildete positive Ion ist instabil. Eines der äußeren Elektronen rückt in die Mitte der innersten Atomschale ein, wobei Energie frei wird. Dieser Energiebetrag wird in Form von Strahlung ausgesandt und diese Strahlung wird von anderen Gasatomen wieder absorbiert, nunmehr unter Entfernung eines der weniger fest gebundenen Elektronen. Der Energieüberschuß erscheint dann in diesem Photoelektron wieder als kinetische Energie. Auch hier ist daher die überwiegende Anzahl der insgesamt gebildeten Ionen auf die Wirkung eines Photoelektrons zurückzuführen, das nur nicht mehr der unmittelbaren Wirkung des eingestrahnten Lichtquanten seine Entstehung verdankt, sondern über eine Reihe von Zwischenprozessen gebildet wird. Hier liegt daher tatsächlich noch der zweite Grenzfall vor, den Gl. (81) voraussetzt.

Allgemein zeigt sich, daß bei der Ionisierung durch Röntgenstrahlen, d. h. im Gültigkeitsbereich der Gl. (81) μ mit abnehmender Wellenlänge stark abnimmt, und mit steigender Ordnungszahl des steigenden Stoffes zunimmt. Wenn sehr kurzwellige Röntgenstrahlen (einige 0,1 Å) durch Substanzen, die vorwiegend Atome mit niedriger Ordnungszahl enthalten, hindurchgehen, ist deswegen die Absorption nur sehr schwach. Dabei tritt aber ein anderer Prozeß zwischen den Photonen und dem Gas in den Vordergrund, der ebenfalls eine exponentielle Abnahme der Strahlungsintensität mit der durchstrahlten Länge bedeutet, aber dennoch keine Absorption der Röntgenstrahlen in dem oben angegebenen Sinn vorstellt. Es wird nämlich unter diesen Bedingungen ein relativ großer Teil der Strahlungsintensität gestreut, d. h. es werden durch den Compton-Effekt Photonen aus ihrer ursprünglichen Flugbahn nach Zusammenstoß mit den Elektronen der durchstrahlten Materie seitlich abgelenkt und dadurch aus dem Strahlenbündel entfernt. Außer dieser Compton-Streuung, bei welcher energieärmere, also *langwelligere* Röntgenstrahlung, aus dem primären Strahl austritt, findet ebenfalls eine Streuung, d. h. ein seitliches Herauswandern von Röntgenstrahlung der *ursprünglichen* Frequenz statt, etwa so, wie aus einem Lichtbündel beim Durchsetzen eines trüben Mediums. Man unterscheidet diese beiden Streuungen als „Compton-Streuung“ und als „klassische

Streuung“. Die Intensitätsabnahme in dem Röntgenstrahlbündel nach Durchgang durch streuende Materie auf einer Länge x nur infolge der Streuungsprozesse erfolgt ebenfalls nach einer Exponentialgleichung

$$L = L_0 e^{-\sigma x}. \quad (83)$$

L_0 ist wieder die eintretende Strahlungsleistung, L die nach einer durchstrahlten Länge x noch vorhandene Strahlungsleistung. Der Streuungskoeffizient σ ist im Gegensatz zu dem Absorptionskoeffizienten μ nicht mehr wesentlich abhängig von der Wellenlänge und auch weniger von der Art der durchsetzten Materie. Die gesamte Schwächung eines Röntgenstrahles infolge Absorption und Streuung ist somit

$$L = L_0 e^{-(\mu + \sigma)x}. \quad (84)$$

Der Koeffizient $(\mu + \sigma)$ wird totaler (summarischer) Schwächungskoeffizient genannt.

Auch *durch Streuprozesse* kann in dem von Röntgen- oder γ -Strahlen durchsetzten Gas eine Ionisierung erzeugt werden, trotzdem keine eigentliche Absorption der Lichtquanten stattfindet. Diese Ionisierung ist zurückzuführen auf die beim Zusammenstoß zwischen Lichtquanten und Elektronen stattfindende Übertragung von kinetischer Energie auf die Elektronen der Moleküle des durchstrahlten Gases (Compton-Elektronen). Die maximale Energie, die auf ein Elektron bei einem Compton-Prozeß übertragen werden kann, muß mindestens ausreichen, um dieses Elektron aus seinem Atomverband zu entfernen, d. h. sie muß mindestens gleich der Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$ sein. Wir fanden oben für die maximale kinetische Energie der Compton-Elektronen

Gl. (51), (52) $K = \frac{h\nu}{1 + \frac{\lambda m_1 c}{2h}}$. Die maximale Wellenlänge, bei der gerade

noch die Arbeit $e \cdot V_j$ auf das Elektron übertragen werden kann, ergibt sich dann zu

$$\lambda_{\max} = \frac{h}{m_1 c} \left[\sqrt{\frac{2 m_1 c^2}{e V_j} + 1} - 1 \right]. \quad (85)$$

Dieser Gleichung kommt allerdings nur überschlägige Bedeutung zu, da (51) und (52) ihrer Ableitung nach voraussetzten, daß das vom Lichtquant getroffene Elektron frei ist, während hier die Bindungsenergie von der Größe der durch den Stoß übertragenen ist. Man errechnet so, daß durch den Compton-Effekt in Cs-Dampf Ionen durch Röntgenstrahlung mit $\lambda \leq 12 \text{ \AA}$ gebildet werden können, und in He erst bei $\lambda \leq 5 \text{ \AA}$. Bei diesen Wellenlängen spielt die Compton-Ionisierung quantitativ noch gar keine Rolle gegenüber der Ionisierung durch Quantenabsorption. Mit weiter abnehmender Wellenlänge steigt die auf die Compton-Elektronen übertragbare Energie sehr rasch an und erzeugt bei Wellenlängen von $0,01 \text{ \AA}$ bereits Compton-Elektronen von $1 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{El}$. Die von elektromagnetischen Strahlen dieser Wellen-

längen (γ -Strahlung, Höhenstrahlung) überhaupt erzeugte Ionisierung ist im wesentlichen die sekundäre Ionisierung durch rasch fliegende Compton-Elektronen. Quantitative Angaben über die Ionisierung durch Compton-Elektronen siehe § 28.

§ 27. Ionisierung durch ultraviolettes Licht in Alkalidämpfen. Wir betrachten im folgenden nur solche Ionisierungsprozesse, bei denen ein einziges Photon unmittelbar die Energie enthält, die zur Ionisierung eines Gasmoleküls notwendig ist; wir sehen also vorläufig ab von den Prozessen stufenweiser Ionisierung (Näheres in §§ 4, 26 und 44). Man erwartet, daß dann von einer scharf bestimmten Wellenlänge [Gl. (74)] an abwärts die Ionisierung einsetzt. Man erhält unter Zuhilfenahme der in Tabelle 10 angegebenen Ionisierungsspannungen die Grenzwellenlängen λ_{gr} zu:

Li	Na	K	Rb	Cs
2298	2410	2858	2969	3184 Å

Tatsächlich beginnt die Ionisierung schon bei Wellenlängen, die ein wenig größer sind (ca. 5%), als den obigen Werten entspricht. Worauf

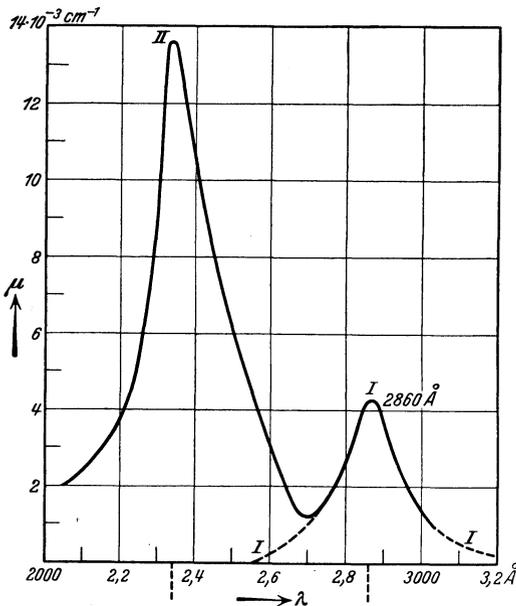


Abb. 29. Absorptionskoeffizient μ von Kaliumdampf von 1 mm Druck und 0°C für monochromatisches Licht der Wellenlänge $\lambda = 2000\text{--}3000\text{ Å}$ (21).
I ... Seriegrenze von K_1 -Dampf, II ... von K -Molekülen vermutlich herrührend.

diese Erscheinung zurückzuführen ist, läßt sich nicht mit Sicherheit sagen; wir haben im vorigen Paragraphen einige Gründe hierfür aufgeführt (Stufenionisierung. Die für die Stufenionisierung besonders wichtige Resonanzstrahlung hat einen Absorptionskoeffizienten von der Größe $\mu_{res} = 10^3\text{ cm}^{-1}$ für Gasdichten von 1 mm Druck bei 0°C). Von den fünf Alkalimetallen liegt die Grenzwellenlänge bei den beiden ersten bereits so weit im ultravioletten Gebiet, daß hier quantitative Daten noch nicht vorliegen.

Die Ionisierung durch ultraviolettes Licht ist ausschließlich auf primäre Photoionen zurückzuführen und daher durch Gl. (78) gegeben. Den Absorptionskoeffizienten μ als Funktion der Wellenlänge des ein-

fallenden Lichtes zeigen für die drei Alkalien K, Rb und Cs die Abb. 29, 30, 31, wobei die relative Höhe der Ordinaten sicherer als der Absolutwert ist. Die Kurven gelten für Dämpfe einer Dichte entsprechend 0°C und 1 mm Druck. Für andere Dichten ist der Absorptionskoeffizient dichteproportional umzurechnen. Allen drei Kurven gemeinsam ist ein Maximum des Absorptionskoeffizienten für die Grenzwellenlänge. Die wahrscheinlichen Werte von μ bei $\lambda = \lambda_{gr}$ sind für Rb, Cs etwas kleiner als in Abb. 30 und 31 eingezeichnet, nämlich $3,9$ bzw. $8,2 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$.

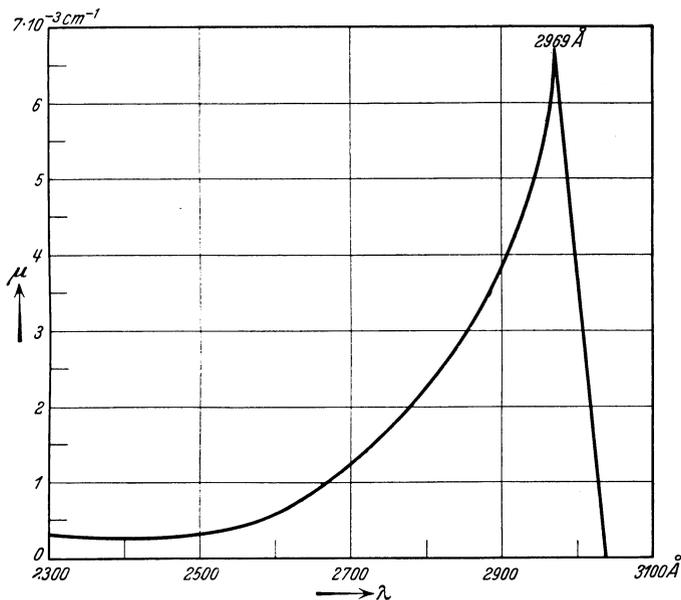


Abb. 30. Absorptionskoeffizient μ von Rubidiumdampf von 1 mm Druck und 0°C für monochromatisches Licht der Wellenlänge λ (19, 22).

Nach kürzeren Wellenlängen fällt der Absorptionskoeffizient ab, und zwar etwa proportional $\frac{\lambda^4}{\lambda_{gr} - \lambda}$. Für $\lambda > \lambda_{gr}$ fällt der Absorptionskoeffizient rasch ab, und zwar um so schneller, je mehr Störeinflüsse bei den Versuchen vermieden worden sind. Deswegen ist wahrscheinlich der Absorptionskoeffizient für $\lambda > \lambda_{gr}$ bei der K-Kurve (Abb. 29) zu groß. Die Tatsache der Ionisierung in diesem Wellenlängenbereich scheint aber trotzdem gesichert. Nach kürzeren Wellenlängen überlagert sich offensichtlich ein weiterer Ionisierungs- (Absorptions-) Prozeß, der am ausgeprägtesten bei K-Dampf in Erscheinung tritt, und der vielleicht auf Ionisierung von doppelatomigen Molekülen zurückgeführt werden kann. Dieser Ionisierungsprozeß führt bei K-Dampf zu einem ausgeprägten zweiten Maximum bei etwa 2340 Å . Ein analoger Verlauf ist bei der Cs-Kurve (Abb. 31) durch einen deutlichen Wiederanstieg

der Absorption bei kleineren Wellenlängen angedeutet, ohne allerdings in dem durchgemessenen Wellenlängenbereich ein zweites Maximum zu erreichen. Beim Rb-Dampf (Abb. 30) ist der Wiederanstieg selbst zwar wahrscheinlich, aber noch nicht völlig sichergestellt.

Ein Zahlenbeispiel möge die Aussagen der Kurven (Abb. 29 bis 31) näher erläutern. In ein abgeschlossenes Gefäß, das metallisches Rb enthält und welches auf 300°C erwärmt wurde, werde Licht von 2800 \AA eingeleitet; dieses Licht soll eine Leistung von $1 \cdot 10^{-6}\text{ cal/sec}$ mit sich führen. Der von diesem Licht im Rb-Dampf durchstrahlte Weg soll eine Länge von 3 cm haben. Gesucht ist die Gesamtzahl N_P der pro Sekunde im Rb-Dampf gebildeten Ionenpaare. In Gl. (79)

gebildet im Rb-Dampf gebildeten Ionenpaare. In Gl. (79)

$$N_P = L_0 \lambda (1 - e^{-\mu x}) 5,1 \times 10^7 \text{ Ionenpaare/sec}$$

ist einzusetzen

$$L_0 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ cal/sec} \\ = 41,8 \text{ Erg/sec,}$$

$$x = 3 \text{ cm,} \quad \lambda = 2800 \text{ \AA.}$$

Man entnimmt ferner der Dampfdruckkurve (Abb. 32), daß Rb bei 300°C einen Sättigungsdruck von

$$p = 1,0 \text{ mm Hg}$$

besitzt, was bei 0°C einen Druck von $0,48 \text{ mm Hg}$ entspricht. Der Absorptionskoeffizient μ , bezogen auf 1 mm Hg , ist nach Abb. 30

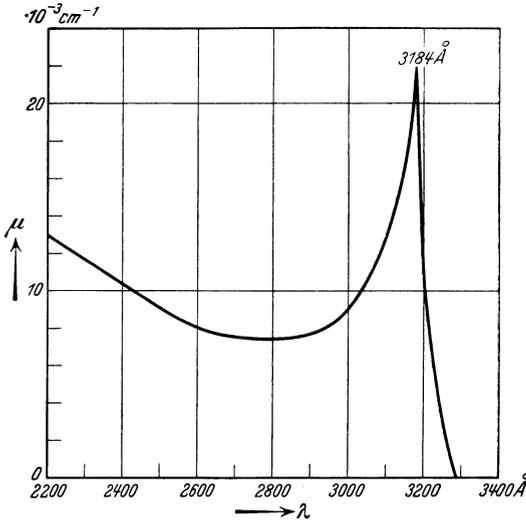


Abb. 31. Absorptionskoeffizient μ von Cäsiumdampf von 1 mm Hg Druck und 0°C für monochromatisches Licht der Wellenlänge λ (19, 22).

bei 2800 \AA gleich $2,25 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$; in unserem Fall ist μ daher $0,48$ mal so groß, also

$$\mu = 1,08 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}.$$

Somit ergibt sich für

$$N_P = 41,8 (1 - e^{-3,54 \cdot 10^{-3}}) \cdot 2,8 \cdot 10^3 \cdot 5,1 \cdot 10^7 = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ Ionenpaare/sec.}$$

Diese Ionenmenge entspricht einer Ladung pro sec von

$$2,1 \cdot 10^{10} \cdot 4,77 \cdot 10^{-10} \text{ est. E. bzw. } 2,1 \cdot 10^{10} \cdot 1,59 \cdot 10^{-19} = 3,35 \cdot 10^{-9} \text{ A.}$$

Die Lichtquanten der Wellenlänge 2800 \AA führen nach Gl. (75) eine Energie von $4,4\text{ V}\cdot\text{El}$ mit sich. Davon werden zur Ionisierung des Rb $4,2\text{ V}\cdot\text{El}$ verbraucht, der Rest von $0,2\text{ V}\cdot\text{El}$ erscheint als kinetische Energie der Photoelektronen. Da dieser kleiner ist als die Ionisierungsarbeit, entsteht keine sekundäre Ionisierung.

§ 28. Ionisierung durch Röntgenstrahlen in Gasen. Bei der Ionisierung durch Röntgenstrahlen liegt immer der zweite der in § 26 behandelten Fälle vor, in welchem der Hauptanteil der gesamten Ionisierung auf die sekundäre Ionisierung der gebildeten Photoelektronen zurückgeführt werden kann. Für die in der Zeiteinheit gebildeten Ionenpaare haben wir hierfür oben die Gleichung: $N = \frac{L_0}{\epsilon} \cdot (1 - e^{-\mu x})$ abgeleitet; darin bedeutet N die Zahl der sekundlich gebildeten Ionenpaare, L_0 die eingestrahelte Röntgenstrahlungsleistung, x die Länge, auf dem die

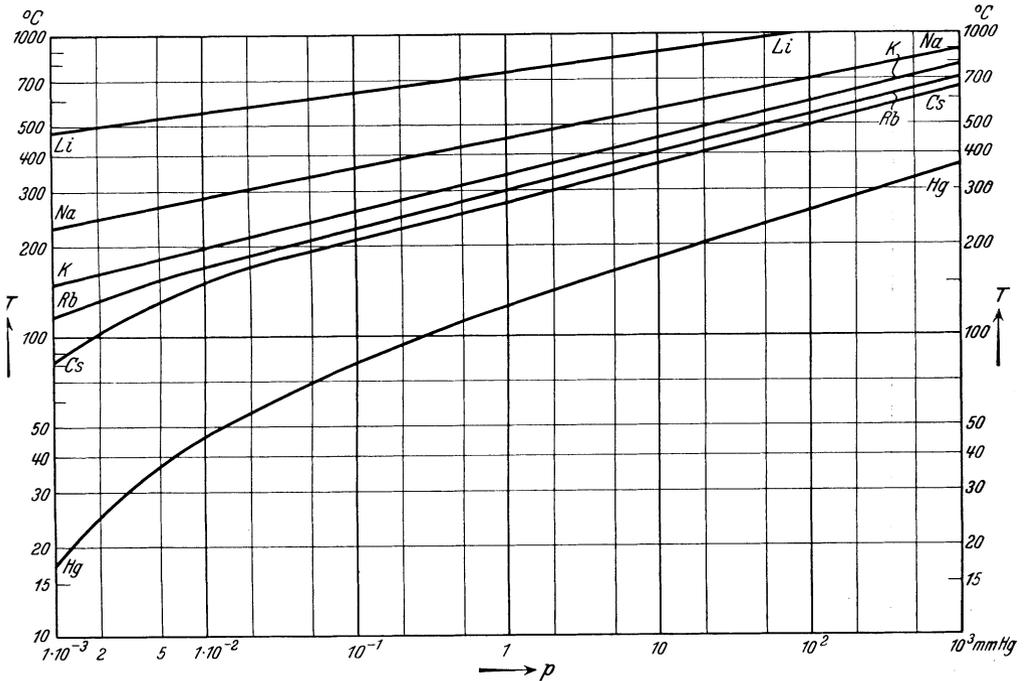


Abb. 32. Dampfdrucke p der Alkalimetalle und des Quecksilbers (Sättigungsdrucke) in Abhängigkeit von der Temperatur T des Dampfes in $^{\circ}\text{C}$.

Röntgenstrahlung das ionisierende Gas durchsetzt, ϵ die mittlere zur Bildung eines Ionenpaares durch Elektronenstoß verbrauchte Energie nach Tabelle 6 und μ den Absorptionskoeffizienten. Die gesamte Ionisierung durch ein Strahlungsgemisch ergibt sich zu:

$$N = \frac{1}{\epsilon} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (1 - e^{-\mu(\lambda)x}) dL(\lambda). \tag{86}$$

Angenähert kann man die eintretende Lichtleistung L_0 daraus abschätzen, daß die gesamte Strahlungsleistung eines Röntgenrohres meist etwa zwischen 10^{-3} und 10^{-4} der zugeführten elektrischen Leistung beträgt,

die in den Raumwinkel 4π ausgestrahlt wird, und die ein deutliches Intensitätsmaximum bei den Wellenlängen besitzt, die etwa $\frac{2}{3}$ der Röntgenrohrspannung entspricht.

Zur Bestimmung der gesamten Ionisierung ist daher nur noch die Kenntnis des Absorptionskoeffizienten μ erforderlich. Abb. 33 zeigt den Verlauf von μ in Abhängigkeit von der Wellenlänge für verschiedene Gase von 0°C und 1 mm Druck in einem Bereich von $0,1$ bis 10 \AA . Die Absorptionskoeffizienten für andere Gasdrucke sind dichteproportional umzurechnen. Der Verlauf des Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Wellenlänge ist, von einigen Besonderheiten abgesehen, recht genau wiederzugeben durch die Proportionalität $\mu = \text{konst } \lambda^{2,8}$. Außer der Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Wellenlänge ist aus der Reihenfolge der Absorptionskoeffizientenkurve für verschiedene Gase zu folgern, daß μ für gleiches λ um so größer ist, je größer die Ordnungszahl Z der absorbierenden Elemente ist, und zwar gilt recht genau Proportionalität zwischen μ und Z^4 . Bei Gasgemischen, beispielsweise Luft, absorbieren die einzelnen

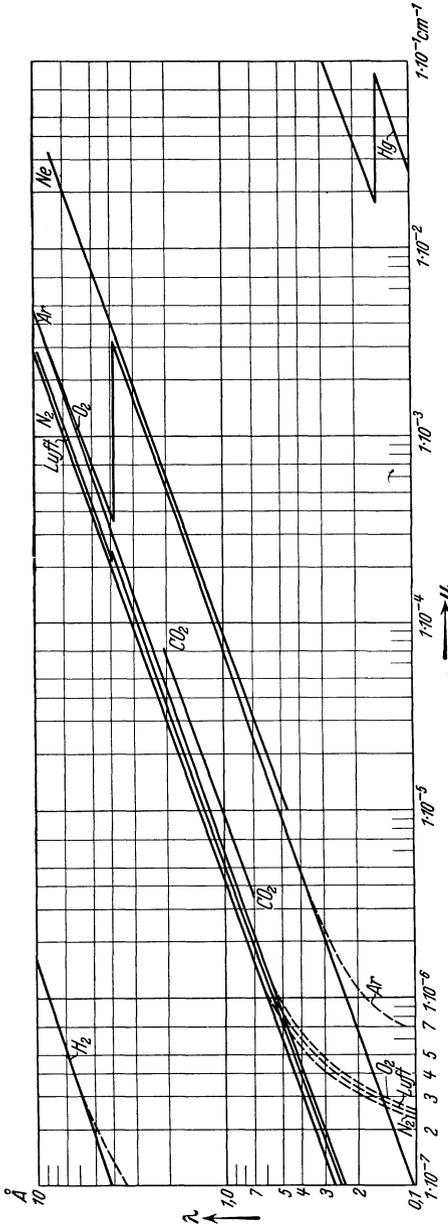


Abb. 33. Absorptionskoeffizient μ von monochromatischer Röntgenstrahlung in verschiedenen Gasen und Dämpfen von 1 mm Druck und 0°C in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ der Strahlung. (Die gestrichelten Kurventeile geben den totalen Absorptionskoeffizienten $[\mu + \sigma]$ an, d. h. die Summe aus Absorptions- und Streukoeffizienten.)

Bestandteile völlig unabhängig voneinander, so daß der Absorptionskoeffizient des Gasgemisches ebenso groß ist wie die Summe der Ab-

sorptionskoeffizienten der einzelnen Bestandteile des Gemisches, wobei die Bestandteile jeweils mit ihren Partialdrücken einzusetzen sind. Chemisch zusammengesetzte Gase, beispielsweise CO_2 , absorbieren ebenfalls so, als ob die einzelnen Komponenten des Moleküls unabhängig voneinander absorbierten. Ganz allgemein ist der Absorptionskoeffizient nur abhängig von der Konzentration und der Art der Atome im absorbierenden Medium, aber unabhängig davon, wie diese Atome chemisch gebunden sind, und welchen Aggregatzustand das absorbierende Medium besitzt.

Auffällig sind die Sprünge des Absorptionskoeffizienten an manchen Stellen, wie sie z. B. in den Absorptionskurven von

Ar und Luft bei $\lambda = 3,87 \text{ \AA}$ und bei Hg bei $\lambda = 0,149 \text{ \AA}$ auftreten. Es tritt hier eine Erscheinung auf, die wir bereits in § 26 an einem speziellen Beispiel besprochen hatten: Bei den angegebenen Wellenlängen reicht nämlich die Energie eines Röntgenquants gerade aus, um aus einer Gruppe sehr fest gebundener Elektronen unter völligem Verbrauch der Energie des Quants ein Elektron abzulösen. Für Wellenlängen oberhalb der kritischen Wellenlängen gelingt diese Ablösung noch nicht, während sie für Wellenlängen unterhalb dieser Grenze als zusätzliche Möglichkeit der Absorption von Röntgenquanten auftritt und sich daher in einer Erhöhung der Absorptionskoeffizienten bemerkbar macht. Von besonderer Wichtigkeit ist dieser Effekt immer bei den Elektronen der sogenannten K-Schale, das sind die Elektronen, die dem Atomkern am nächsten sind und deren Ablösung daher den größten Energieaufwand erfordert. Die Wellenlängen, bei denen diese Sprünge im Absorptionskoeffizienten auftreten, sind in Abb. 34 in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z aufgetragen. Das Verhältnis q

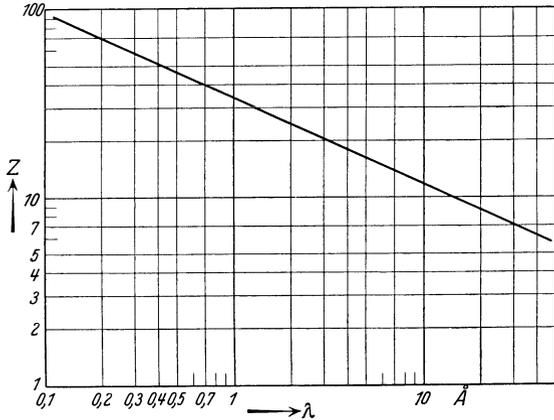


Abb. 34. Spektrale Lage λ der K-Absorptionskante der Elemente in Abhängigkeit von ihrer Ordnungszahl Z .

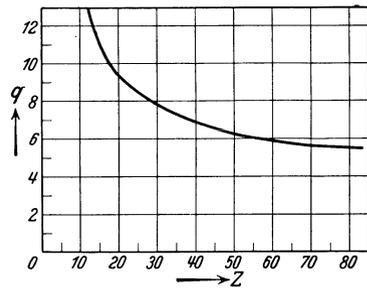


Abb. 35. Verhältnis q der Absorptionskoeffizienten an einer K-Absorptionskante (Lage nach Abb. 34) für ein Atom der Ordnungszahl Z .

des Absorptionskoeffizienten für Wellenlängen eben unterhalb einer solchen „Absorptionskante“ zu dem Absorptionskoeffizienten für eine Wellenlänge etwas größer als die der kritischen Grenze liegt zwischen 5 und 13; dieses Verhältnis ist in Abb. 35 in Abhängigkeit von der Ordnungszahl des absorbierenden Elementes aufgetragen.

Der Sprung des Absorptionskoeffizienten bei $\lambda = 3,87 \text{ \AA}$ in der Absorptionskurve für Luft rührt von dem Ar-Gehalt der atmosphärischen Luft her. Trotzdem die Luft nur etwa 1% Argon enthält, entfallen etwa 20% des Absorptionskoeffizienten der Luft für $\lambda < 3,87 \text{ \AA}$ auf die Absorption durch Ar-Atome, weil der Absorptionskoeffizient mit der vierten Potenz der Ordnungszahl ansteigt und somit ein Ar-Atom ($Z = 18$)

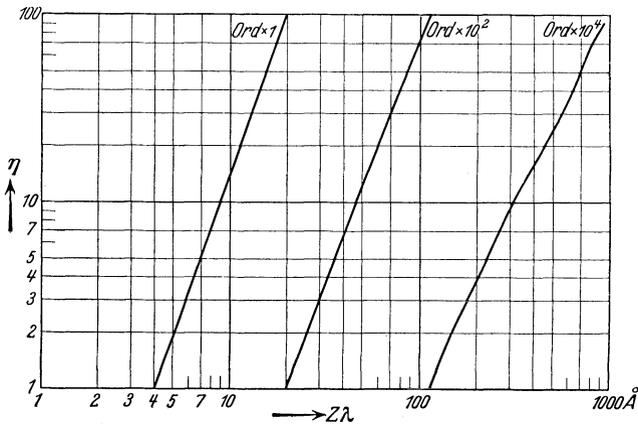


Abb. 36. Angenäherte Bestimmung des reinen Absorptionskoeffizienten μ eines Stoffes in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ . Für ein aus gleichartigen Atomen bestehendes Gas gilt: $\mu = \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot \eta \text{ cm}^{-1}$. $\rho \dots$ Dichte in g/cm^3 , $Z \dots$ Ordnungszahl, $A \dots$ Atomgewicht, $\eta = f(Z \cdot \lambda)$ aus Kurven.

etwa 44 mal mehr absorbiert als ein N-Atom ($Z = 7$), ein (1-atomiges) Ar-Molekül, also 22 mal mehr als ein (2-atomiges) N_2 -Molekül.

Eine recht genaue empirische Gleichung zur Berechnung des Absorptionskoeffizienten für beliebige Stoffe für beliebige Wellenlängen lautet:

$$\mu_{res} = \sum \mu(Z, \lambda) = \sum \rho(Z) \frac{Z}{A} \eta(Z \cdot \lambda). \quad (87)$$

Darin bedeutet μ_{res} den tatsächlichen Absorptionskoeffizienten, der sich additiv zusammensetzt aus dem Absorptionskoeffizienten der einzelnen Atomarten, die mit $\mu(Z, \lambda)$ bezeichnet sind, weil sie eindeutig durch Z und λ gegeben sind. Es bedeutet Z die Ordnungszahl eines Atoms, $\rho(Z)$ die Dichte dieser Atomart in dem absorbierenden Stoff in g/cm^3 , A das Atomgewicht der absorbierenden Atome und η eine Funktion, die nur abhängt von $Z \cdot \lambda$. Die Größe von η ist in Abb. 36 als Funktion von $Z \cdot \lambda$ aufgetragen, wobei λ in \AA gemessen wird. Der so errechnete Einzel-Absorptionskoeffizient $\mu(Z, \lambda)$ ist für den Fall, daß

λ unter der in Abb. 34 angegebenen Absorptionskante liegt, bereits der richtige Anteil μ des resultierenden Absorptionskoeffizienten μ_{res} für die Atomart Z . Wenn λ aber größer ist als die Absorptionskante nach Abb. 34, so absorbiert diese Atomart weniger, weil die Elektronen der K-Schale sich an der Absorption nicht beteiligen. Dieser Einzelabsorptionskoeffizient ist dann durch den Sprung im Absorptionskoeffizienten q zu dividieren, der an der Absorptionskante der Atomart Z auftritt, und der aus Abb. 35 entnommen werden kann.

Wir geben zur Erläuterung die Berechnung des Absorptionskoeffizienten einer Röntgenstrahlung von $\lambda = 5,0 \text{ \AA}$ in flüssigem Tetrachlorkohlenstoff. CCl_4 hat die Dichte $\rho = 1,6 \text{ g/cm}^3$ und besteht zu 7,8 Gewichtsprozenten aus C und zu 92,2 Gewichtsprozenten aus Cl. Die spezifische Dichte des C in CCl_4 ist also $\rho_C = 0,078 \cdot 1,6 = 0,125 \text{ g/cm}^3$ und die spezifische Dichte des Cl ist entsprechend $\rho_{Cl} = 1,475 \text{ g/cm}^3$. Die Ordnungszahl Z von C ist 6, von Cl 17 (siehe Tabelle 30). Die Atomgewichte von C bzw. Cl sind nach Tabelle 30 $A = 12,0$ bzw. 35,5. Die Absorptionskante des C liegt nach Abb. 34 bei $43,5 \text{ \AA}$, die des Cl bei $4,4 \text{ \AA}$. Die Wellenlänge von 5 \AA , für die wir den Absorptionskoeffizienten errechnen wollen, liegt somit unter der Absorptionskante des C, aber über der Absorptionskante des Cl. Der Absorptionskoeffizient für C ist also ohne weiteres richtig aus dem η der Abb. 36 zu errechnen, während der Absorptionskoeffizient für Cl durch den Sprung im Absorptionskoeffizienten zu teilen ist, welcher für $Z = 17$ nach Abb. 35 den Wert 10,5 hat. $Z \cdot \lambda$ ist für C gleich $6 \cdot 5 = 30$ und für Cl: $17 \cdot 5 = 85$. η ergibt sich damit nach Abb. 36 für C zu $\eta_C = 3,2 \cdot 10^2$ und für Cl zu $5,0 \cdot 10^3$ dividiert durch den Absorptionsstrom 10,5, d. h. $\eta_{Cl} = 4,76 \cdot 10^2$. Damit wird

$$\mu_{res} = \mu_C + \mu_{Cl} = 0,125 \frac{6}{12} 3,2 \cdot 10^2 + 1,475 \frac{17}{35,5} 4,76 \cdot 10^2,$$

$$\mu_{res} = 20 + 341 = 361.$$

Der Absorptionskoeffizient ist also sehr hoch, eine Strahlung von 5 \AA wird in CCl_4 außerordentlich stark absorbiert; denn aus Gl. (76) folgt, daß schon nach Durchsetzen einer Schicht von 10^{-3} cm , also einer sehr dünnen Flüssigkeitshaut, die Strahlungsintensität bereits auf $e^{-361 \cdot 10^{-3}} = e^{-0,361}$, d. h. auf 70% der Eintrittsintensität geschwächt wird.

Für die Schwächung des Röntgenstrahles durch Streuprozesse haben wir oben in § 26 ebenfalls eine exponentiale Intensitätsabnahme mit der durchstrahlten Länge x angegeben. Der Streukoeffizient σ ist proportional zur Dichte ρ der durchstrahlten Materie, aber in recht weitem Maße unabhängig von der Wellenlänge der Strahlung und von der Art der streuenden Stoffe. Die Proportionalität von σ und ρ ergibt

$$\sigma = k_\sigma \cdot \rho. \quad (88)$$

k_σ beträgt im Mittel etwa 0,2. Tabelle 12 gibt die Werte von k_σ für verschiedene streuende Stoffe und verschiedene Wellenlängen an. Die Streuung besteht aus der klassischen Streuung und aus der Compton-Streuung. Das Verhältnis: Anteil klassischer Streuung zum Anteil an

Tabelle 12.

Relative Streuung $\left(k_\sigma = \frac{\sigma}{\rho}\right)$ von Röntgenstrahlung in verschiedenen Stoffen (101).

Stoff	ρ_0 g/cm ³	Wellenlängenbereich in Å	k_σ
N ₂	$1,65 \cdot 10^{-6}$	0,2 — 0,5	0,17
O ₂	$1,88 \cdot 10^{-6}$	0,2 — 0,5	0,17
H ₂	$1,18 \cdot 10^{-7}$	0,1 — 0,7	0,37—0,46
H ₂ O		0,15—0,8	0,20
C	1,8—2,2	0,1 — 0,8	0,12—0,23
Al	2,7	0,1 — 1,0	0,15

ρ_0 = Stoffdichte bei 0° C und 1 mm Druck.

Compton-Streuung für verschiedene Wellenlängen und streuende Stoffe ist im gebräuchlichen Wellenlängengebiet von der Größe 1.

Für die Berechnung der Ionisierung durch die Streuprozesse ist zu beachten, daß diese Ionisierung durch drei Anteile hervorgerufen

ist: Absorption der klassisch gestreuten Strahlung mit dem Absorptionskoeffizienten der einfallenden Strahlen, Absorption der Compton-Streustrahlung mit einem größeren Absorptionskoeffizienten und Ionisierung durch die Compton-Elektronen. Die Berechnung der gesamten Ionisierung durch die Streuprozesse ist aus den angegebenen Streukoeffizienten und unter Berücksichtigung der Wellenlängenverteilung der Compton-Streustrahlung in die verschiedenen Richtungen nach den hier gegebenen Daten immerhin möglich, jedoch nur bei Kenntnis aller Apparatedimensionen; die Berechnung ist überdies außerordentlich unumständlich, so daß wir auf nähere Ausführungen hier verzichten müssen.

Thermische Ionisierung in Gasen.

§ 29. Mechanismus der thermischen Anregung und Ionisierung. Wird ein von elektrischen Feldern freies Gasvolumen hoch erhitzt, so bieten sich eine Reihe von Möglichkeiten für die Bildung freier Elektronen und Ionen.

1. Die thermische Geschwindigkeit der Gasmoleküle kann so groß werden, daß gaskinetische Zusammenstöße mit zur Ionisierung ausreichender Heftigkeit auftreten.

2. Durch die mit der Aufheizung verbundene Wärmestrahlung des Gases selbst oder durch die Strahlung der umschließenden Wände findet Photoionisierung in Gasen statt.

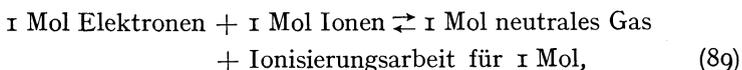
3. Die auf eine dieser beiden Arten gebildeten Elektronen, die im thermischen Gleichgewicht dieselben kinetischen Energien haben müssen wie die Gasmoleküle, können durch Zusammenstöße mit neutralen Gasmolekülen ionisieren.

Außer diesen Prozessen, die eine Ionisierung im Gasraum verursachen, kann der Ionengehalt des Gasvolumens noch dadurch entstehen, daß aus den das Volumen begrenzenden Wänden unter dem Einfluß der hohen Temperatur Elektronen oder Ionen emittiert werden. Von diesen Einflüssen sehen wir jedoch im folgenden zunächst ab. Durch die gleichen Prozesse 1. bis 3. können die Gasmoleküle ebenfalls angeregt werden, um dann in einem weiteren Prozeß evtl. zusätzliche Energie für eine Ionisierung aufzunehmen. Die thermische Ionisierung kann also *stufenweise* erfolgen.

Diese ständig Ionen erzeugenden Prozesse würden schließlich bewirken, daß sämtliche Moleküle des Gasvolumens ionisiert wären, wenn der Ionenerzeugung nicht ein Ionenvernichtungsprozeß entgegenwirkte. Als solcher kommt bei genügend großen Gasvolumina, bei denen man von der Wirkung der Wände absehen kann, nur die Wiedervereinigung positiver und negativer Ionen bzw. Elektronen im Gasvolumen zu neutralen Molekülen in Frage. Prinzipiell ist es möglich, den sich bei dem Zusammenwirken von Erzeugung und Vernichtung schließlich einstellenden Gleichgewichtszustand aus den Einzelgesetzen über die Geschwindigkeiten von Ionenneuerzeugung und Ionenvernichtung zu bestimmen, doch fehlen uns heute für die tatsächliche Durchführung dieser Rechnung eine Anzahl quantitativer Daten, besonders über die Wiedervereinigung bei hohen Temperaturen.

Für die Bestimmung des Gleichgewichtes ist man daher auf ein summarisches Verfahren angewiesen, das die Ionisierung als Dissoziation neutraler Moleküle in positive Ionen und Elektronen und die Wiedervereinigung dieser Teilchen zu neutralen Gasmolekülen als eine Art chemischer Verbindung dieser Teilchen miteinander auffaßt. Dann kann man das sich einstellende Ionisierungsgleichgewicht als Dissoziationsgleichgewicht einer chemischen Verbindung nach den dafür entwickelten thermodynamischen Methoden berechnen. Allerdings kann man auch dieses an sich einwandfreie Verfahren nur mit gewissen, nicht völlig sicheren Annahmen über einige in der Dissoziationsgleichung auftretende Konstanten durchführen, so daß unsere zahlenmäßigen Kenntnisse über die Thermoionisierung in Gasen zur Zeit nicht als sicher begründet gelten können, zumal da eine experimentelle Prüfung bis heute noch nicht hat durchgeführt werden können.

§ 30. Thermodynamik des thermischen Ionierungs- und Anregungsgleichgewichtes. Nach der eben entwickelten Anschauung läßt sich die thermische Ionisierung aus einer chemischen Reaktionsgleichung bestimmen:



wenn wir dabei voraussetzen, daß dieser Dissoziationsprozeß durch an-

geregte Moleküle nicht wesentlich beeinflusst wird, ferner daß stets nur einfach geladene Ionen entstehen, d. h. daß die Elektronenkonzentration stets gleich der Ionenkonzentration ist. Das Gleichgewicht ist dann nach den Gesetzen der Thermodynamik bestimmbar. Im Gegensatz zu den bisherigen Gepflogenheiten seien im folgenden nur die Resultate angegeben, da eine Ableitung der Gleichungen weit über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen würde. Bedeutet der *Ionisierungsgrad* x das Verhältnis der Anzahl der Ionen bzw. Elektronen zu der Zahl der vor der Dissoziation vorhandenen neutralen Molekülen in der Volumeneinheit (also bei einatomigen Molekülen zu der Zahl der vorhandenen Atomkerne), so errechnet sich die Abhängigkeit des Ionisierungsgrades von Gastemperatur, Druck und Gasart nach

$$\frac{x^2}{1-x^2} \cdot p = 2,4 \cdot 10^{-4} T^{2,5} e^{-\frac{e V_j}{kT}}, \quad (90)$$

wobei p in mm Hg, T in $^{\circ}K$ und $e \cdot V_j$ die Ionisierungsarbeit des Gases

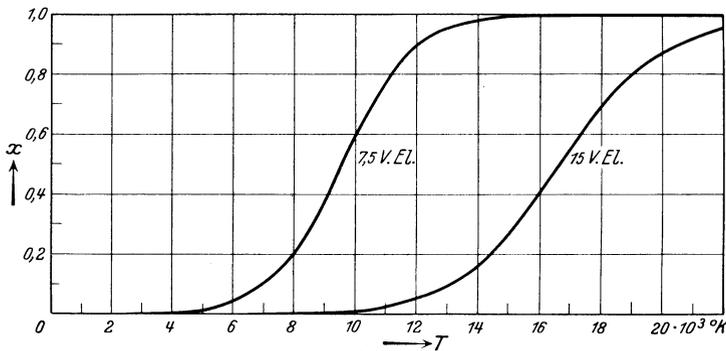


Abb. 37. Ionisierungsgrad x zweier Gase mit der Ionisierungsarbeit 7,5 und 15 V·El im thermischen Gleichgewicht in Abhängigkeit von der Gastemperatur T bei Atmosphärendruck.

in Erg ist (Saha-Gleichung). Der Druck p ist der tatsächlich bei der Temperatur T auftretende und nicht etwa, wie bei früheren Zahlenbeispielen, der auf $0^{\circ}C$ reduzierte. Die Gl. (90) gibt in den meisten Fällen eine angenäherte Bestimmung der Gleichgewichtskonzentration. Für zwei Gase mit der Ionisierungsarbeit 7,5 und 15 V·El, also etwa Kupferdampf bzw. Luft, ist der Ionisierungsgrad in Abhängigkeit von der Temperatur bei Atmosphärendruck in Abb. 37 dargestellt. Für kleine x , also in dem Gebiet, in welchem der Nenner der linken Seite der Gl. (90) gleich 1 gesetzt werden kann, steigt x angenähert proportional $e^{-\frac{e V_j}{2kT}}$. Für hohe Werte von x nahe 1 verliert Gl. (90) wegen der gemachten Annahmen ihre Gültigkeit.

Die Berechnung des Ionisierungsgrades x läßt sich mit Hilfe der in Abb. 38 und 39 angegebenen Kurven wesentlich abkürzen. Abb. 38

enthält die dekadisch logarithmierte rechte Seite der Gl. (90):

$$\log_{10} Z = 2,5 \log_{10} T - \frac{5040 V_i}{T} - 3,62 \quad (90a)$$

für verschiedene Ionisierungsspannungen in V als Funktionen der Tem-

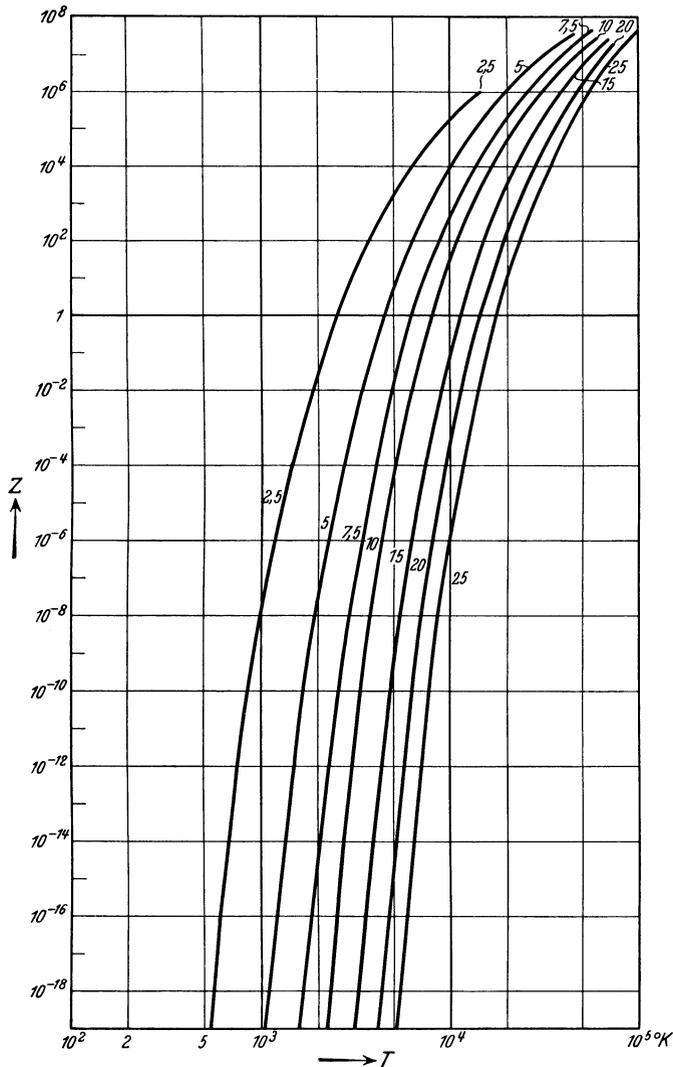


Abb. 38. Hilfskurven zur raschen ungefähren Bestimmung des Ionisierungsgrades α der thermischen Ionisierung. $Z(T)$... Gl. (90a); Parameter ... Ionisierungsarbeit des Gases in V·El.

peratur. Mit dem so ermittelten Wert von Z läßt sich α aus der Gleichung $\frac{x^2}{1-x^2} \frac{p}{Z} = 1$ aus Abb. 39 entnehmen, in dem α als Funktion von $\frac{p}{Z}$ aufgetragen ist. Ein Zahlenbeispiel soll den Gebrauch der Kurven er-

läutern. Wir suchen den Grad der thermischen Ionisierung von Stickstoff bei $10000^0 K$ für $p = 100 \text{ mm Hg}$. Die Ionisierungsarbeit von N_2 ist nach Tabelle 10: $15,8 \text{ V} \cdot \text{El}$. Man findet aus Abb. 38 für $T = 10^4 K$ die Werte von Z eingetragen für $V_j = 15$ und $V_j = 20 \text{ V} \cdot \text{El}$ und interpoliert daraus für $15,8 \text{ V} \cdot \text{El}$ den Wert $Z = 2 \cdot 10^{-2}$. Nach Abb. 39 brauchen wir zur Bestimmung des Ionisierungsgrades x den Faktor $\frac{p}{Z} = 5 \cdot 10^3$, für den wir $x = 1,5 \cdot 10^{-2}$ erhalten. Unter diesen Bedingungen sind also $1,5\%$ aller Moleküle thermisch ionisiert.

Bei einem Gemisch von Gasen mit verschiedener Ionisierungsarbeit darf man Gl. (90) nicht etwa auf jede der einzelnen Atomarten für sich allein anwenden und für den Druck p den Partialdruck des jeweils

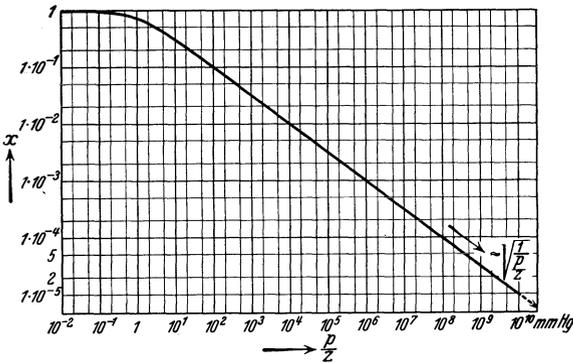


Abb. 39. Hilfskurve zur raschen Bestimmung des thermischen Ionisierungsgrades x bei bekanntem Z nach Abb. 38

$$\left(x = \sqrt{\frac{Z}{p}} \text{ für } \frac{p}{Z} \geq 10 \text{ mm Hg} \right).$$

ausgewählten Gases setzen. Der Grund dafür liegt darin, daß die Ionisierungsgleichgewichte der einzelnen Gase nicht voneinander unabhängig sind, weil der eine Bestandteil, nämlich die Elektronen, allen Ionisierungs-Teilgleichgewichten gemeinsam angehört. Ein Ion der Gasart 1 kann nämlich nicht nur durch ein Elektron, das durch Ionisierung eines Atoms der Gasart 1 entstanden ist, wieder neutralisiert werden, sondern auch durch ein Elektron, das einem Atom eines anderen Gases 2 entstammt. Die wirkliche Ionisierung erhält man aus einem Gleichungssystem, in welchem die partiellen Ionisierungsgrade x_i der einzelnen Gase und der mittlere Ionisierungsgrad x_{res} gemeinsam auftreten. In den folgenden Gleichungen bedeuten $x_1, x_2 \dots x_i$ das Verhältnis der Anzahl der ionisierten Moleküle des i ten Gases zu der Gesamtzahl der Moleküle des i ten Gases, x_{res} das Verhältnis aller ionisierter Moleküle überhaupt zu allen Molekülen überhaupt. Bezeichnen wir mit $N_0(i)$ die Zahl der neutralen Moleküle in der Volumeinheit des i ten Gases, mit $N_j(i)$ die Anzahl der ionisierten Moleküle des i ten Gases, so wird demnach

$$x_i = \frac{N_j(i)}{N_0(i) + N_j(i)} \tag{91}$$

und

$$x_{res} = \frac{N_j(1) + N_j(2) + \dots + N_j(i)}{N_0(1) + N_0(2) + \dots + N_0(i) + N_j(1) + N_j(2) + \dots + N_j(i)} = \frac{N_{el}}{\sum N_{0_i} + N_{el}} \tag{92}$$

Zwischen x_i , x_{res} , der Temperatur und der Ionisierungsspannung $V_j(i)$ bestehen dann die Gleichungen

$$\log_{10} \left[\frac{x_i}{1-x_i} \cdot \frac{x_{res}}{1+x_{res}} \cdot p \right] = 2,5 \log_{10} T - \frac{5040 V_j(i)}{T} - 3,62, \quad (93)$$

worin p den Gesamtdruck (nicht den Partialdruck des i ten Gases) wieder in mm Hg bedeutet und T und $V_j(i)$ die frühere Bedeutung haben. Durch Aufstellung dieser Gleichungen für alle vorhandenen Gase erhält man ein Gleichungssystem, aus dem x_j und x_{res} eindeutig erhalten werden können. Wendet man diese Gleichungen auf das Gemisch zweier Gase an, so zeigt sich, daß das Gas mit der kleineren Ionisierungsarbeit stärker ionisiert ist, als wenn es bei gleichem Gesamtdruck allein vorhanden wäre, und daß umgekehrt das Gas mit der höheren Ionisierungsspannung weniger ionisiert ist.

Bei der bisherigen Berechnung des Ionisierungsgrades von Gasen haben wir zur Vereinfachung angenommen, daß die Ionisierung eines Moleküles oder Atoms direkt ohne Zwischenstufen erfolgt. Tatsächlich wird aber stets ein Teil der unangeregten neutralen Teilchen in angeregten Zuständen vorhanden sein. Denken wir uns ein erhitztes Gas, das außer Elektronen, Ionen und Molekülen im Grundzustand noch Moleküle eines einzigen Anregungszustandes besitzen soll, so wird, wenn die Anregungsarbeit nahe der Ionisierungsarbeit liegt, der Ionisierungsgrad nur wenig geändert; das Auftreten eines Anregungszustandes wird aber für den umgekehrten Fall, daß die Anregungsarbeit klein gegen die Ionisierungsarbeit ist, eine Änderung des Ionisierungsbetrages in zunächst noch unbekannter Richtung zur Folge haben. Streng genommen kann auch ein qualitatives Urteil über die Verschiebung des Ionisierungsgrades nur dann abgegeben werden, wenn die Gleichgewichtskonzentration der angeregten Moleküle bekannt ist, d. h. wenn die Wahrscheinlichkeit eines anregenden Stoßes, die Wahrscheinlichkeit eines ionisierenden Stoßes gegen ein angeregtes Molekül sowie die umgekehrten Prozesse, nämlich die Wahrscheinlichkeit einer einfachen Rekombination und die Wahrscheinlichkeit einer Rückkehr in den angeregten Zustand bekannt sind.

In Gl. (90) geht an individuellen Eigenschaften des thermisch ionisierten Gases nur seine Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$ ein d. h. zwei Gase mit gleicher Ionisierungsarbeit ergeben danach den gleichen Ionisierungsgrad auch dann, wenn sie ganz verschiedene Anregungsstufen besitzen. Eine verfeinerte Betrachtung muß also darauf hinzielen, den Einfluß dieser Anregungsstufen durch einen von Stoffeigenschaften und Temperatur abhängigen Faktor zu ersetzen. Zieht man diesen Faktor mit der Konstanten $2,4 \cdot 10^{-4}$ der Gl. (90) zusammen, so erhält man in der logarithmierten Gl. (90a) statt des Summanden $-3,62$ die „wirksame chemische Konstante j_0 “, die sich aus den chemischen Kon-

stanten der Einzelglieder gemäß

$$j_0 = j_{\text{Elektron}} + j_{\text{Ion}} - j_{\text{Atom}} \quad (94)$$

ergibt.

Die chemische Konstante des Elektrons ist, wenn der Druck in mm Hg gemessen wird,

$$j_{\text{Elektron}} = -3,32, \quad (95)$$

die des einfach geladenen positiven Atomions

$$j_{\text{Ion}} = 1,29 + \log_{10} M, \quad (96)$$

wobei M das Molekulargewicht des betreffenden Gases ist. Die chemische Konstante des Atoms ist

$$j_{\text{Atom}} = 1,29 + 1,5 \log_{10} M + \log_{10} \left\{ g_0 + \sum_1^n g_i e^{-\frac{eV_{a_i}}{kT}} \right\}. \quad (97)$$

g_0 und g_i sind Zustandswahrscheinlichkeiten (Multiplizitäten, Gewichte) von der Größe 1, der Index 0 gilt für den Grundzustand eines Atoms, der Index i für angeregte Stufen; das Exponentialglied gibt an, in welchem Maße man sich bei der absoluten Temperatur T der Reaktion dem Sättigungszustand für die betrachtete Anregungsstufe genähert hat. In der physikalisch-chemischen Literatur ist es üblich, die chemische Konstante nicht auf $p = 1$ mm Hg, sondern auf Atmosphärendruck zu beziehen. Diese chemische Konstante ist um den Summanden $\log_{10} 760 = 2,88$ kleiner als die hier angegebene:

$$j_{p=760} = j_{p=1} - 2,88. \quad (98)$$

Das Exponentialglied der Gl. (97) wird oft geschrieben in der Form $e^{-\frac{\Theta}{T}}$, wobei

$$\Theta = \frac{eV_a}{k} \quad (99)$$

„charakteristische Temperatur“ heißt und lediglich ein anderes Maß der Anregungsarbeit ist. Die V_{a_i} -Werte sind aus den Spektraltermen der Atome zu entnehmen, die Wahrscheinlichkeitswerte g sind erst in neuester Zeit bei einigen Stoffen ungefähr bekannt. Weitergehende Angaben müssen aus der Spezialliteratur entnommen werden; doch erhält man bereits größenordnungsmäßig richtige Resultate, wenn man g_0 und $g_i = 1$ setzt, wodurch Gl. (94) sich für niedrige Temperaturen auf $j_0 = j_{\text{Elektron}} = -3,32$ vereinfacht.

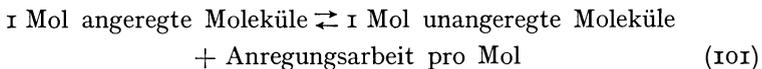
Beispielsweise würde für Cs-Dampf, unter Annahme einer einzigen Anregstufe mit $e \cdot V_a = 1,48$ V·El, Gl. (94) zahlenmäßig schätzungsweise lauten

$$j_0 = -3,32 - \log_{10} \left[2 + 4 \cdot e^{-\frac{1,7 \cdot 10^4}{T}} \right]. \quad (100)$$

Die chemische Konstante j_0 würde somit bei $T \ll \Theta$ gleich $-3,62$, bei $T \geq 3\Theta$ gleich $-4,12$ sein. Die Konstante in Gl. (90), welche den Numerus zu j_0 darstellt, würde dementsprechend zwischen $2,4 \cdot 10^{-4}$ und $0,8 \cdot 10^{-4}$ liegen. Durch Einbeziehung der Anregungszustände des Atoms tritt somit eine Verschiebung des Gleichgewichtes im Sinne einer Verkleinerung des Ionisierungsgrades ein. Eine solche Verkleinerung des stationären Ionisierungsgrades trotz einer Vergrößerung der Ionen-erzeugung durch zusätzlich auftretende stufenweise Ionisierung läßt sich verstehen durch eine Erhöhung der Rekombinationswahrscheinlichkeit, weil Ion und Elektron sich jetzt außer zu einem unangeregten neutralen Molekül auch zu einem angeregten zusammenschließen können.

Eine weitere Erschwerung tritt bei der exakten Berechnung der Ionisierung eines Molekül-gases auf, wenn man die verschiedenen Schwin-gungsarten der Moleküle berücksichtigt. Wir wollen hier von einer Be-handlung wegen der Unvollständigkeit und der Unsicherheit der An-gaben der chemischen Konstanten absehen. Gleichfalls wollen wir auf die Durchrechnung der beim gleichzeitigen Auftreten von Molekül- und Atomionen herrschenden Verhältnisse verzichten.

Für die Berechnung der im thermischen Gleichgewicht sich ein-stellenden *Konzentration angeregter Moleküle* kann man auf die Re-aktionsgleichung:



das Massenwirkungsgesetz anwenden und erhält so für den „Anregungs-grad“ (das Konzentrationsverhältnis angeregter zu unangeregten Mole-külen $\frac{N_a}{N_0}$) den Ausdruck

$$\log_{10} \frac{N_a}{N_0} = -\frac{5040 V_a}{T} + j_{angeregt} - j_{unangeregt}. \quad (102)$$

Dabei ist N_0 die Zahl der auch im thermischen Gleichgewicht noch im Grundzustand befindlichen Moleküle in cm^3 und V_a die Anregungs-spannung in V . Die Differenz der chemischen Konstanten $j_{angeregt} - j_{unangeregt}$ ergibt sich bei Temperaturen klein gegen die charakteristische Temperatur Θ des betreffenden Anregungszustandes praktisch gleich 0. Sind mehrere angeregte Zustände möglich, so gilt Gl. (102) für jeden dieser Zustände. Die Gesamtzahl der im i ten Anregungszustand befindlichen Moleküle erhält man dann aus der Bedingung, daß die Summe über alle Anregungszustände einschließlich des Grundzustandes die Gesamtzahl N alle Moleküle überhaupt ergeben muß. — Auf Grund von Gl. (102) befinden sich nach den Zahlenangaben der Tabelle 11 bei $3000^\circ K$ im Temperaturgleichgewicht 4% aller Moleküle von Cs-Dampf im ersten Anregungszustand.

§ 31. Quantitatives über die bei der Thermo-Ionisierung und -Anregung in Gasen ionenerzeugenden Prozesse. Die drei Prozesse, durch die in einem erhitzten Gasvolumen Ionen geschaffen werden, sind in sehr verschiedenem Umfang an der Ionisierung beteiligt. Die Verhältnisse liegen aber nicht so, daß allgemein eine dieser Wirkungen die Ionenerzeugung maßgebend bestimmt, sondern je nach Druck und Temperatur des Gases wechselt die vorherrschende. Wir wollen zunächst für die drei Effekte die pro Zeit- und Volumeneinheit neuerzeugte Ionenmenge bestimmen und im Anschluß daran diskutieren, unter welchen Bedingungen man einzelne Ionisierungseffekte vernachlässigen kann.

1. Ionisierung durch thermische Zusammenstöße von Gasmolekülen untereinander. Wenn zwei Gasmoleküle zusammenstoßen und bei diesem Zusammenstoß eines der beiden Gasmoleküle ionisiert werden soll, so muß nach Gl. (18) die Relativgeschwindigkeit der Moleküle mindestens der doppelten Ionisierungsarbeit entsprechen, da beim Zusammenstoß zweier Gasmoleküle wegen der Gleichheit von stoßender und gestoßener Masse nur die halbe Energie zur Ionisierung zur Verfügung gestellt werden kann. Die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls ist $\bar{K} = 3/2 kT$ oder, wenn man die Energie in $V \cdot El$ und die Temperatur in $^{\circ}K$ mißt, zahlenmäßig

$$\bar{K} = 1,29 \cdot 10^{-4} \cdot T. \quad (103)$$

Bei Zimmertemperatur ist die mittlere kinetische Energie eines Teilchens nur $4 \cdot 10^{-2} V \cdot El$, also außerordentlich klein gegen die zur Ionisierung erforderliche Energie von rund $2 \cdot 15 V \cdot El$ in Luft beispielsweise. Nach der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung kommen bei jeder Temperatur prinzipiell beliebig hohe Geschwindigkeiten vor (vgl. Anhang), doch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei Zimmertemperatur ein Molekül eine zur Ionisierung ausreichende kinetische Energie hat, so klein, daß es sehr unwahrscheinlich ist, daß in der ganzen Erdatmosphäre jemals ein Molekül eine Geschwindigkeit dieser Größe erreicht hat. (Größenordnungsmäßig erfolgt alle 10^{500} Jahre ein ionisierender Stoß.) Mit steigender Temperatur nimmt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten ausreichend großer Geschwindigkeiten sehr rasch zu. Einen Anhalt für das Maß dieses Anstieges gibt Tabelle 13a, in der für He- und Cs-Dampf, die Gase mit der größten und kleinsten Ionisierungsarbeit, für verschiedene Temperaturen die Bruchteile aller Moleküle angegeben sind, deren kinetische Energie gleich der doppelten Ionisierungsarbeit ist.

Tabelle 13a.

Relative Zahl der Moleküle mit einer zur thermischen Ionisierung ausreichenden Geschwindigkeit bei thermischem Gleichgewicht.

Gas	Ionis.-Arb. in $V \cdot El$	$300^{\circ} K$	$1000^{\circ} K$	$30000^{\circ} K$	$100000^{\circ} K$	$300000^{\circ} K$	$1000000^{\circ} K$
He	24,5	10^{-825}	10^{-250}	10^{-81}	$1,7 \cdot 10^{-24}$	$2,4 \cdot 10^{-8}$	$9,2 \cdot 10^{-3}$
Cs	3,9	10^{-130}	$5 \cdot 10^{-40}$	$5 \cdot 10^{-13}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$6,7 \cdot 10^{-1}$

Die Berechnung erfolgte durch Integration der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung nach Gl. (344), von der gerade zur Ionisierung ausreichenden Geschwindigkeit bis zur Geschwindigkeit unendlich.

In dieser Berechnung ist dabei immer angenommen, daß die Ionisierung ein noch völlig unangeregtes Molekül betrifft. Tatsächlich sind bei hohen Temperaturen natürlich auch solche Zusammenstöße zwischen neutralen Gasmolekülen möglich, bei denen die thermische Eigenbewegung zwar noch nicht zur Ionisierung, wohl aber zur Anregung ausreicht; diese Zusammenstöße sind sogar viel häufiger, weil die Anregung ja nur kleinere Energiebeträge erfordert als die Ionisierung. Tabelle 13b zeigt den Bruchteil derjenigen Moleküle für die beiden Gase der Tabelle 13a als Funktion der Temperatur, die eine so große thermische Geschwindigkeit haben, daß sie das getroffene Molekül erstmalig anregen können.

Tabelle 13b.

Relative Zahl der Moleküle mit einer zur thermischen Anregung ausreichenden Geschwindigkeit bei thermischem Gleichgewicht.

Gas	Anreg.-Arb. in V · El	300 ⁰ K	3000 ⁰ K	10000 ⁰ K	30000 ⁰ K
He	20,5	10 ⁻⁷⁰⁰	10 ⁻⁷¹	2 · 10 ⁻²¹	3 · 10 ⁻⁷
Cs	1,4	10 ⁻⁵⁰	1 · 10 ⁻⁴	7,6 · 10 ⁻²	5,13 · 10 ⁻¹

Ein Vergleich der Zahlen der Tabelle 13a und der Tabelle 13b zeigt, daß die neutralen Moleküle schon bei viel niedrigeren Temperaturen anregen als ionisieren können. Sind durch derartige thermische Anregungen bereits angeregte Gasmoleküle in größerer Zahl vorhanden, so steigt die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches angeregtes Atom durch einen zweiten thermischen Zusammenstoß vollends ionisiert wird, erheblich an („stufenweise thermische Ionisierung“).

Bei dieser Betrachtung ist ein prinzipieller Fehler gemacht worden insofern, als die Energie eines Moleküls berechnet wurde aus seiner Geschwindigkeit relativ zum Schwerpunkt des gesamten Gases, während für den Stoßvorgang selbst maßgeblich ist die Relativgeschwindigkeit der beiden zusammenstoßenden Teilchen. Die Anzahl der Zusammenstöße dZ mit einer Relativgeschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ pro Volumen- und Zeiteinheit ergibt sich nach Gl. (354) des Anhangs zu

$$dZ = \frac{N}{\sqrt{2} \lambda_g} \left(\frac{v}{w}\right)^6 e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv, \quad (104)$$

worin N die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit bedeutet und λ_g ihre mittlere freie Weglänge, w die wahrscheinliche thermische Geschwindigkeit [Bestimmung von w nach Gl. (349)]. Die Anzahl der Zusammenstöße pro Zeit- und Volumeneinheit mit zur Ionisierung an sich ausreichender relativer kinetischer Energie ergibt sich dann aus

Gl. (104) durch Integration von v entsprechend der doppelten Ionisierungsarbeit bis $v = \infty$ angenähert zu

$$Z = \int_{v \dots 2eV_j}^{v=\infty} dZ = \frac{N}{2} \frac{v^5}{\sqrt{2} \lambda_g} e^{-\frac{v^2}{w^2}}. \quad (105)$$

Darin bestimmt v aus der Bedingung $v^2 m/2 = 2eV_j$, worin m die Masse eines Moleküls bedeutet.

Tabelle 14a gibt für die beiden Gase He und Cs-Dampf von einer solchen Dichte, daß sie bei 0°C einen Druck von 1 mm Hg ausübten, die Zahl dieser Zusammenstöße in der Zeit- und Volumeneinheit an.

Tabelle 14a. Zahl der Zusammenstöße Z zwischen Molekülen in Zeit- und Volumeneinheit mit zur Ionisierung ausreichender Energie für He und Cs-Dampf solcher Dichte, daß sie bei 0°C einen Druck von 1 mm Hg besitzen.

Gas \ Temp. in $^\circ\text{K}$	300	1000	3000	10000	30000	100000
He	10^{-800}	10^{-215}	10^{-53}	$3 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^{18}$	$5 \cdot 10^{23}$
Cs	10^{-102}	$1,4 \cdot 10^{-11}$	$3,1 \cdot 10^{14}$	$3,9 \cdot 10^{22}$	$1,9 \cdot 10^{24}$	$1,25 \cdot 10^{25}$

Nicht jeder dieser Zusammenstöße führt jedoch zur Ionisierung, weil nicht jeder Stoß zentral verläuft. Wie groß der Bruchteil der tatsächlich zur Ionisierung führenden Zusammenstöße ist, läßt sich nur mit großer Unsicherheit abschätzen durch eine Extrapolation der früher, § 22, angegebenen Ionisierungsfunktion f_i für Kanalstrahlteilchen. Wir haben dort bereits erwähnt, daß bei Teilchen geringerer kinetischer Energie die Ionisierungsfunktion geladener und ungeladener Kanalstrahlteilchen annähernd gleich ist. Man kann also die dort für Ionenstoß angegebenen Ionisierungswahrscheinlichkeit übertragen auf den hier vorliegenden Fall der Ionisierung durch neutrale Teilchen. Da es sich hier vorwiegend um solche Teilchen handelt, deren Energie in der Größenordnung $10\text{ V} \cdot \text{El}$ liegt, ist allerdings von den gemessenen Zahlenwerten bei einigen $10^3\text{ V} \cdot \text{El}$ ein sehr großes Gebiet durch die Extrapolation zu überbrücken. Man kann daher nur angeben, daß vielleicht jeder 10^2 bis 10^4 te Zusammenstoß wirklich zur Ionisierung führt. Um aus den Zahlen der Tabelle 14a die durch Stoß neutraler Gasmoleküle gegeneinander pro Zeit- und Volumeneinheit gebildete Ionenzahl zu erhalten, muß man die dort angegebenen Werte mit $f_i = 10^{-2}$ bis 10^{-4} multiplizieren. Ersetzt man in Gl. (105) v und w in der angegebenen Weise durch die Ionisierungsarbeit eV_j und die Gastemperatur T , so erhält man für das zeitliche Anwachsen der Ionisierung (Ionenpaare/cm³·sec):

$$\frac{dN}{dt} = f_i Z = \frac{4}{\sqrt{2}} \frac{f_i N}{m \lambda_g} \frac{(eV_j)^{\frac{5}{2}}}{(kT)^2} e^{-\frac{2eV_j}{kT}}. \quad (106)$$

2. Ionisierung durch Absorption der Wärmestrahlung (Photonen). Die Wärmestrahlung in erhitzten Gasvolumen muß für genügend große, abgeschlossene Volumina eine schwarze Strahlung sein; für diese ist die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von der Temperatur bekannt (s. Anhang), so daß man bei Kenntnis des Absorptionskoeffizienten des Gases die Anzahl der in der Zeit- und Volumeneinheit durch Photoionisierung gebildeten Ionenpaare berechnen kann. Die im Strahlungsgleichgewicht durch eine irgendwie gelegte Flächeneinheit je Zeiteinheit hindurchtretende Quantenzahl dn mit einer Frequenz zwischen ν und $\nu + d\nu$ ist nach Gl. (391) des Anhangs gegeben durch

$$dn = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu. \quad (107)$$

Die Gesamtzahl der Quanten, die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit fliegt und deren Energie $h\nu$ größer als die Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$ ist, ergibt sich dann durch Integration von Gl. (107) von $\nu = e \cdot V_j/h$ bis $\nu = \infty$ zu:

$$n = \frac{2\pi}{c^2} \frac{k^3 T^3}{h^3} e^{-\frac{eV_j}{kT}} \left[\left(\frac{eV_j}{kT} \right)^2 + 2 \frac{eV_j}{kT} + 2 \right]. \quad (108)$$

Wenn μ ein „mittlerer“ Absorptionskoeffizient für diese Quanten im betrachteten Gasvolumen ist und wenn wir annehmen, daß bei jedem Absorptionsakt ein Ionenpaar entsteht (über die Berechtigung siehe § 27), so werden auf der Länge dx von jedem Quant $\mu \cdot dx$ Ionenpaare gebildet. Die durch die Flächeneinheit hindurchtretenden n Quanten erzeugen also in dem Volumen $1 \cdot dx$ in der Zeiteinheit $n \cdot \mu \cdot dx$ Ionenpaare. Die Anzahl der in der Volumeneinheit und Zeiteinheit stattfindenden Photoionisierungsprozesse ist demnach

$$\frac{dN}{dt} = \mu \cdot n = \frac{2\pi}{c^2} \frac{k^3}{h^3} \cdot \mu T^3 e^{-\frac{eV_j}{kT}} \left[\left(\frac{eV_j}{kT} \right)^2 + 2 \frac{eV_j}{kT} + 2 \right]. \quad (109)$$

Wir haben in dieser Gleichung einen mittleren Absorptionskoeffizienten μ verwendet, trotzdem seine unmittelbare Messung eine ziemlich starke Frequenzabhängigkeit ergibt. Aus der Energieverteilung der schwarzen Strahlung bei den in Frage kommenden Temperaturen findet man jedoch, daß die Intensität der zur Ionisierung ausreichenden Strahlung sehr rasch mit der Frequenz abnimmt, so daß die wesentliche Ionisierung durch diejenigen Photonen verursacht wird, die einem Frequenzgebiet entstammen, das sich unmittelbar an die zur Ionisierung ausreichende Grenzfrequenz im Ultraviolett anschließt. Aus den Abb. 29 bis 31 entnimmt man für den Fall der Alkalidämpfe zwar eine Änderung des Absorptionskoeffizienten mit der Frequenz, jedoch nicht um Größenordnungen und nach einem nicht einheitlichen und jedenfalls zur Zeit noch unbekanntem Gesetz. Für die größenordnungsmäßige Abschätzung, die wir hier nur bezwecken, erscheint daher die vereinfachte Durch-

rechnung mit einem konstanten Absorptionskoeffizienten erlaubt, wobei als mittlerer Absorptionskoeffizient ein Wert nahe dem der Grenzfrequenz gewählt werden muß, wegen des starken Intensitätsabfalles der schwarzen Strahlung.

Aus Gl. (109) läßt sich für Cs-Dampf die Anzahl der pro Zeit- und Volumeneinheit stattfindenden Photoionisierungsprozesse mit ziemlicher Genauigkeit, allerdings unter Vernachlässigung stufenweiser Ionisierung berechnen. Für He ist der Absorptionskoeffizient μ unbekannt, er ist aber wahrscheinlich kleiner (10 bis 100 mal?) als derjenige für Cs-Dampf. Man erhält danach die in Tabelle 14b angegebenen Zahlenwerte.

Tabelle 14b. Zahl $\frac{dN}{dt}$ der durch Stoß von Photonen gegen neutrale Gasmoleküle in Zeit- und Volumeneinheit gebildeten Ionenpaare für He und Cs-Dampf solcher Dichte, daß sie bei 0°C 1 mm Hg besitzen.

Gas \ Temp. °K	300	1000	3000	10000	30000	100000
He	10^{-390}	10^{-104}	$5 \cdot 10^{-21}$	$1 \cdot 10^9$	$6,8 \cdot 10^{17}$	$2,6 \cdot 10^{21}$
Cs	$5 \cdot 10^{-46}$	$3,9 \cdot 10^1$	$1,1 \cdot 10^{15}$	$2 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{22}$	—

3. Ionisierung durch Stoß der thermisch erzeugten Elektronen gegen Gasmoleküle. Die durch irgendwelche Prozesse in heißen Gasen gebildeten Elektronen nehmen im thermischen Gleichgewicht an der ungeordneten Bewegung teil und erhalten dadurch ebenfalls mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Energien, die sie befähigen, beim nächstfolgenden Zusammenstoß Gasmoleküle zu ionisieren. Die Elektronenenergien sind in diesem Falle die gleichen wie die der Gasmoleküle, die Elektronenanzahl ist — ebenfalls bei nicht sehr hohen Temperaturen — bedeutend kleiner als die der Gasmoleküle. Trotzdem kann die Ionisierung durch Elektronenstoß die Ionisierung durch Molekülstoß ganz erheblich übertreffen, weil aus Impulsgründen ein Elektron schon mit einer Energie ionisieren kann, die der einfachen Ionisierungsarbeit entspricht. Für die Bestimmung der relativen kinetischen Energie eines auf ein Gasmolekül auftreffenden Elektrons braucht nur die Geschwindigkeit des Elektrons gegen den Schwerpunkt des betrachteten Volumens berücksichtigt zu werden, weil gegenüber den Elektronengeschwindigkeiten die Gasmoleküle praktisch ruhen. Die Zahl der Stöße gegen Gasmoleküle, die ein Elektron im Mittel in der Zeiteinheit ausführt mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$, ist nach Gl. (373) des Anhanges gegeben durch

$$dz = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\lambda_e} \frac{v^3}{w^3} e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv. \quad (110)$$

Die Wahrscheinlichkeit $f(v)$, mit der ein Zusammenstoß zur Ionisierung führt, ist als Elektronen-Ionisierungsfunktion f_e wohlbekannt; deren je-

weiliger Wert ist proportional zu $\frac{m}{2} v^2 - e V_j$. Sie läßt sich also darstellen in der Form

$$f_e(v) = a' \cdot (v^2 - v_0^2), \quad (\text{II1})$$

worin v_0 die der Ionisierungsarbeit $e V_j$ entsprechende Elektronengeschwindigkeit ist. Mit diesem Ansatz läßt sich dann die Zahl der in der Zeiteinheit von einem Elektron eines Elektronengases der Temperatur T gebildete Anzahl der Ionenpaare vernachlässigungsfrei errechnen, wobei sich ergibt

$$z' = \int_{v=v_0}^{v=\infty} f(v) \cdot dz = a' \frac{4 w^3}{\sqrt{\pi} \lambda_e} e^{-\frac{e V_j}{k T}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{e V_j}{k T} \right]. \quad (\text{II2})$$

Die Größe von a' läßt sich durch die Konstante a der differentialen Ionisierung nach Gl. (55) einfach in Verbindung setzen. Nach § 17 ist die Ionisierungsfunktion $f_e = s \cdot \lambda_e = a \lambda_e (K - A_j)$. Durch Gegenüberstellung mit Gl. (II1) erhält man unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Konstante a auf die Spannungsangabe in V und auf 1 mm Hg, ferner a' auf $\text{est} \cdot E$ bezogen ist:

$$a' = a \cdot \lambda_e \cdot 150 \cdot \frac{m}{e} \cdot \rho, \quad (\text{II3})$$

womit schließlich Gl. (II2) übergeht in

$$z' = 600 a \cdot \frac{m \cdot \rho}{e \sqrt{\pi}} w^3 e^{-\frac{e V_j}{k T}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{e V_j}{k T} \right]. \quad (\text{II4})$$

Sind in der Volumeneinheit N_e Elektronen vorhanden, so wird pro Zeit- und Volumeneinheit eine Anzahl Elektronen neu gebildet der Größe

$$\frac{dN}{dt} = z' N_e = 600 a \frac{m \cdot \rho}{e \sqrt{\pi}} N_e w^3 e^{-\frac{e V_j}{k T}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{e V_j}{k T} \right]. \quad (\text{II5})$$

Für die Bestimmung der durch Elektronenstoß in einem Gasvolumen im thermischen Gleichgewicht pro Zeit- und Volumeneinheit erzeugten Ionenpaare ist es notwendig, die stationäre Konzentration N_e der pro Volumeneinheit vorhandenen Elektronen zu kennen. Verwendet man hierfür die Angaben des thermodynamischen Gleichgewichtes nach Gl. (90), so ist bei Kenntnis von a die Berechnung der pro Zeit- und Volumeneinheit stattfindenden Ionisierungsprozesse durch Elektronenstoß exakt möglich, allerdings wieder unter Vernachlässigung einer stufenweisen Ionisierung. a ist für He bekannt (Tabelle 4) und für Cs-Dampf vermutlich von der Größenordnung 1. Die unter diesen Annahmen errechneten Zahlenwerte sind in Tabelle 14c zusammengestellt.

Ein Vergleich der unter 1. bis 3. behandelten Ionisierungsprozesse zeigt, daß die Ionenerzeugung durch Stoß der Gasmoleküle gegeneinander immer vernachlässigt werden kann und allenfalls erst bei extrem

Tabelle 14c. Zahl $\frac{dN}{dt}$ der durch Zusammenstoß zwischen thermisch gebildeten Elektronen und Gasmolekülen erzeugten Ionenpaare pro Zeit- und Volumeneinheit für He und Cs-Dampf solcher Dichte, daß sie bei 0°C einen Druck von 1 mm Hg besitzen.

Gas \ Temp. °K	300	1000	3000	10000	30000	100000
He	10^{-595}	10^{-160}	$2 \cdot 10^{-36}$	$1,7 \cdot 10^8$	$3,4 \cdot 10^{20}$	$6,6 \cdot 10^{23}$
Cs	10^{-74}	$5 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{16}$	10^{23}	—	—

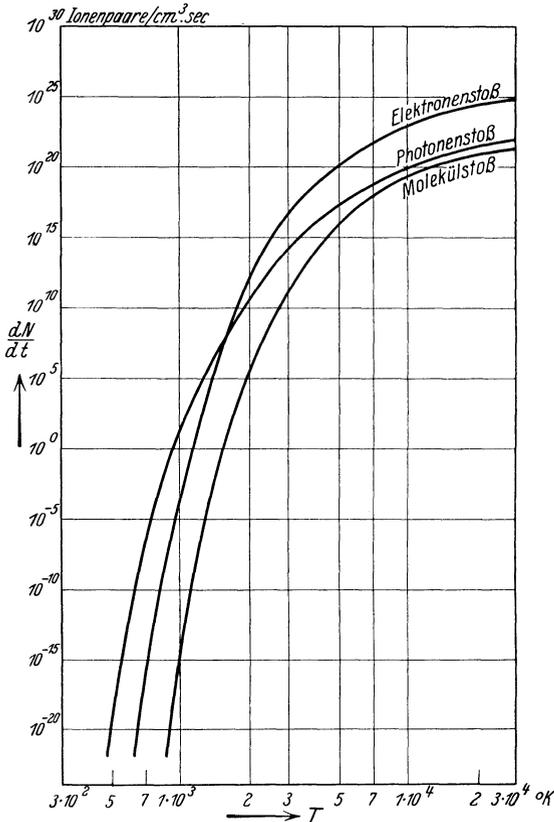


Abb. 40. Anzahl $\frac{dN}{dt}$ der durch thermische Ionisierung von Cs-Dampf neuerzeugten Ionenpaare in Abhängigkeit von der Temperatur T infolge Molekül-, Photonen- und Elektronenstoß. Dichte des Cs-Dampfes entsprechend 1 mm Hg bei 0°C.

hohen Temperaturen überhaupt merklich wird, bei denen unsere Überlegungen auch nicht in Annäherung mehr gelten wegen der gemachten Annahmen über das Fehlen angeregter Moleküle. Die Ionenerzeugung über die Temperaturstrahlung wirkt bei niedrigen Temperaturen praktisch ausschließlich, sie wird bei mittleren Temperaturen erreicht und überholt von der Ionisierung durch Elektronenstoß. Dieses Verhalten wird anschaulich gemacht durch Abb. 40, in der die Zahlenwerte der Tabellen 14a bis c graphisch eingetragen sind.

Das hier geschilderte Verhalten wird für alle Fälle von Thermoionisierung zutreffen, wenn es sich auch im einzelnen durch die jeweils herrschenden Umstände ändern kann. So verschiebt sich beispielsweise das Verhältnis der Ionisierung durch die drei

Prozesse bei einer *Veränderung der Gasdichte*. In Gl. (106), die die Anzahl der zur Ionisierung fähigen Molekülstöße beschreibt, tritt der Quotient N/λ_g auf, der proportional dem Quadrat der Gasdichte ist. Die Ionisierung durch Molekülstoß steigt also proportional mit dem Quadrat der Gas-

dichte. In Gl. (109), die die Ionisierung durch Photonen beschreibt, tritt der Absorptionskoeffizient μ auf, der proportional zur Gasdichte ist. Die Ionisierung durch Photonen steigt also nur proportional zur Gasdichte. In der Gl. (115) für die Ionisierung durch Elektronenstoß tritt der Faktor $p \cdot N_e$ auf. Die Geschwindigkeit der Neuerzeugung durch Elektronenstoß ist daher proportional zur Gasdichte, während die Konzentration der Elektronen nach Gl. (90) sich für nicht sehr hohe Konzentrationsgrade mit der Wurzel aus der Dichte ändert; die Ionenerzeugung durch Elektronenstoß wächst also insgesamt mit der $3/2$ ten Potenz der Gasdichte. Mit Steigerung der Gasdichte nimmt daher die Ionisierung durch Photonen langsamer zu als die durch Elektronenstoß und diese langsamer als die durch Molekülstoß. Bei sehr hohen Gasdichten kann daher bereits bei niederen Temperaturen die Ionisierung durch Photonen zurücktreten, während bei niedrigen Gasdichten auch bis zur hohen Temperatur die Ionisierung ausschließlich durch Photonen erfolgt. Bei den normalen Gasdichten (1/100 mm bis 10 at) kann man bis zu solchen Temperaturen, bei denen die mittlere kinetische Energie eines Moleküls ($3/2 kT$) etwa bis 5% der Ionisierungsarbeit ist, die Ionisierung durch Elektronen- und Molekülstoß völlig gegenüber der durch Photonen vernachlässigen.

§ 32. **Geschwindigkeit der Einstellung des thermischen Ionisierungsgleichgewichtes.** Die Saha-Gleichung erlaubt zunächst nur die Bestimmung der Gleichgewichtszustände, macht aber keine Aussage darüber, mit welcher Geschwindigkeit sich dieser Gleichgewichtszustand einstellt. Die Beantwortung dieser Frage erweist sich aber in vielen Fällen als notwendig. Die größenordnungsmäßige Mindestdauer der Einstellung des Gleichgewichts läßt sich aus der Überlegung ermitteln, daß diese Zeit ausreichen muß, um die im Gleichgewicht im cm^3 vorhandenen Ionen mindestens einmal zu erzeugen. Sie ist also von der Größenordnung

$$t = \frac{\text{Gleichgewichtskonzentration in Ionenpaaren pro Volumeneinheit}}{\text{erzeugte Ionenpaare pro Zeit- und Volumeneinheit}}. \quad (116)$$

Unter der Annahme, daß das Strahlungsgleichgewicht sich momentan einstellt, kann man für die Zahl der in Zeit und Volumeneinheit erzeugten Ionenpaare die oben durch thermische Photoionisierung berechneten Werte einsetzen, während sich die Gleichgewichtskonzentration aus Gl. (90) oder Abb. 38 und 39 ergibt. Cs-Dampf von 1500° K und von Atmosphärendruck ergibt danach eine Einstelldauer von der Größenordnung einer Minute.

Erzeugung von Ladungsträgern im Gas durch elektrische Felder.

§ 33. **Einführung der Ionisierungszahlen α , β , η .** Wir haben bisher solche Ionisierungsprozesse durch rasche Elektronen und Ionen betrachtet, bei welchen der Korpuskularstrahl außerhalb des Gasraumes

erzeugt wurde, und sich dann im *feldfreien* Gasraum auslief. Wichtiger für die Gasentladungen ist eine etwas andere Art der Ionisierung durch Elektronen und Ionen, bei welcher ein die Träger *beschleunigendes elektrisches Feld* im Gasraum selbst wirkt, in dem der Träger ionisiert. Erzeugt man in einem Gasraum, der aus irgendeinem Grunde bereits einige Träger enthält, ein elektrisches Feld, so werden diese Träger dem Felde folgend so lange beschleunigt, bis sie am Ende ihrer freien Weglänge mit einem neutralen Gasmolekül zusammentreffen. Ist das elektrische Feld und die durchfallene freie Weglänge genügend groß, so kann ein Träger auf einem solchen Freiflug durch das Feld ausreichend beschleunigt werden, um das getroffene Gasmolekül zu ionisieren. Dabei verliert der stoßende Träger natürlich einen Teil seiner kinetischen Energie und beginnt seinen neuen Freiflug daher mit geringerer Geschwindigkeit. Wenn seine neue Flugstrecke wieder genügend groß ist, so daß der Träger abermals längere Zeit beschleunigt werden kann, so kann auch der nächste Zusammenstoß zur Ionisierung führen; im allgemeinen sind allerdings unter den gewöhnlichen Versuchsbedingungen die freien Weglängen durchschnittlich so kurz, daß ihre überwiegende Anzahl nicht ausreicht, um die Geschwindigkeit des Trägers auf einem Freiflug auf den zur Ionisierung erforderlichen Betrag anwachsen zu lassen. Im allgemeinen ionisieren nur solche Träger, die ihre Energie auf mehreren einander folgenden Freiflügen allmählich gesammelt haben, wobei sie bei jedem nicht-ionisierenden Zusammenstoß nur einen Bruchteil ihrer kinetischen Energie verloren. Es ist offensichtlich, daß der Bruchteil aller Flüge, an deren Ende ein Ionisierungsprozeß erfolgt, um so größer ist, je größer die beschleunigende Feldstärke ist, und je größer die freie Weglänge, d. h. je kleiner der Gasdruck gewählt wird.

Wenn bei dem Zusammenstoß zwischen einem Träger und einem neutralen Gasmolekül letzteres ionisiert wird, so sind nach Vollendung dieses Prozesses statt des anfänglichen einen Trägers nunmehr deren drei vorhanden, die das elektrische Feld, ihrer verschiedenen Ladung entsprechend, auseinander wandern läßt. Der ursprüngliche Träger sowohl wie die beiden neu gebildeten können auf ihrem Wege durch den Gasraum ihrerseits wieder so große Geschwindigkeit erlangen, daß sie dabei ionisieren und abermals neue Träger schaffen und so fort. Die Ionisierung in einem Gasraum, in dem ein so starkes elektrisches Feld herrscht, daß überhaupt Stoßionisierung eintritt, vervielfacht sich daher lawinenartig, so lange, bis die Trägerverluste, die durch irgendwelche überlagerten Vorgänge eintreten, geradeso groß geworden sind wie die Neuerzeugung von Trägern durch Stoßionisierung.

Die Anzahl ionisierender Zusammenstöße, die ein Elektron in einem Gas von bekannter Dichte unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes ausführt, ließe sich bei Kenntnis des Weges des Elektrons und damit seiner jeweiligen Geschwindigkeit aus den Ionisierungsfunktionen

(§ 17, 22) ableiten, da ja der Elementarprozeß, der die Ionisierung veranlaßt, genau der gleiche ist wie der bereits früher behandelte Zusammenstoß eines genügend raschen Elektrons mit einem Gasmolekül. Indessen sind die Verhältnisse derart kompliziert, daß es bisher nicht gelungen ist unter sauberen Annahmen aus diesen Grundgesetzen die Stärke der Ionisierung im elektrischen Felde zu errechnen. Unsere Kenntnis dieses Ionisierungsvorganges beschränkt sich daher auf recht rohe Mittelwerte, deren Verwendung in manchen Fällen praktisch ist, die aber gerade in den vor allem interessierenden Gasentladungen aus verschiedenen Gründen versagen (siehe Ende dieses Paragraphen).

Das, was wir als Maßzahl für die Ionisierung im elektrischen Feld angeben können, ist eine Art differentialer Ionisierung, nämlich die Anzahl der Ionenpaare, die ein Elektron oder ein Ion im Mittel erzeugt, wenn es sich unter dem Einfluß eines äußeren elektrischen Feldes in Feldrichtung um 1 cm weiterbewegt hat. Wir nennen diese Zahl α , wenn das ionisierende Teilchen ein Elektron, und β , wenn es ein positives Ion ist. α und β nennt man „Ionisierungszahlen“. Diese Zahlen sind allerdings nicht so zu verstehen, daß sie die Anzahl ionisierender Zusammenstöße auf 1 cm Bahn des ionisierenden Teilchens vorstellen; die Bahn des ionisierenden Teilchens ist, wie wir weiter unten in § 53 zeigen, sehr stark zickzackförmig oder verschlungen als Folge der zahllosen und regellosen Zusammenstöße, die das Teilchen mit den neutralen Gasmolekülen ausführt. Wenn man aber über genügend lange Zeit mittelt, so bewegen sich die Träger letzten Endes doch in der Richtung, in der sie die elektrostatischen Kräfte treiben, und α und β geben die Zahl der ionisierenden Zusammenstöße eines Elektrons bzw. Ions an, wenn sich diese Träger im Mittel um 1 cm in *Feldrichtung* weiterbewegt haben. Allgemein zeigt sich, daß unter gleichen Versuchsbedingungen β gegenüber α außerordentlich klein ist und in sehr vielen Fällen vernachlässigt werden kann, d. h. daß der weitaus überwiegende Anteil der Ionisierung im Felde auf die Wirkung von Elektronen zurückzuführen ist.

Für manche Fälle vorteilhaft ist die Verwendung eines Ausdruckes $\eta = \frac{\mathcal{E}}{\alpha}$, der die im Mittel zur Erzeugung eines Ionenpaares durch Elektronenstoß im Felde verbrauchte Energie angibt. Mißt man \mathcal{E} in V/cm, so hat ein Elektron, das sich um l cm in Feldrichtung bewegt hat, aus dem Felde die Energie $e \cdot \mathcal{E} \cdot l$, d. h. $\mathcal{E} \cdot l \cdot V \cdot El$ aufgenommen. Da es dabei $\alpha \cdot l$ Ionenpaare gebildet hat, so ist zur Bildung eines einzigen Ionenpaares im Mittel die Energie $\frac{\mathcal{E} \cdot l}{\alpha l} V \cdot El$ verbraucht worden oder

$$\frac{\mathcal{E}}{\alpha} = \eta. \quad (119)$$

η hat also eine ähnliche Bedeutung wie die oben verschiedentlich benutzte Größe ε , die ebenfalls die im Mittel zur Erzeugung eines Ionenpaares

verbrauchte Energie in $V \cdot El$ mißt, aber für den Fall, daß das Elektron als schon beschleunigter Elektronenstrahl in einem feldfreien Gasraum ausläuft. Wir hatten gefunden, daß ε zwar für größere Energie des Elektronenstrahles (etwa über $1-2 \cdot 10^3 V \cdot El$) konstant ist, daß aber für langsamere Elektronenstrahlen im Mittel um so mehr Energie zur Erzeugung eines Ionenpaares verbraucht wird, je langsamer der Elektronenstrahl wird. Da wir es bei der Ionisierung im Felde überwiegend mit solchen Elektronen zu tun haben, die bei einem Ionisierungsakt gerade eben eine hierzu ausreichende Geschwindigkeit besitzen, ist η größer als der Zahlenwert von ε . Überdies ist η durchaus keine Konstante des betreffenden Gases, sondern stark von den Versuchsbedingungen, nämlich dem Gasdruck und der Feldstärke, abhängig.

Die beschränkte Anwendungsmöglichkeit der Größen α , β und η hat im wesentlichen folgenden Grund: Unsere quantitativen Kenntnisse dieser Werte sind aus solchen Versuchsanordnungen gewonnen, in denen im wesentlichen jedes Elektron bzw. Ion unabhängig von allen übrigen ionisiert, wie es immer dann der Fall ist, wenn nur außerordentlich wenig Elektronen und Ionen im Gasraum vorhanden sind. In allen Anordnungen, in denen die gleiche Voraussetzung erfüllt ist, ist auch die Verwendung der Ionisierungszahlen zulässig. Solche Fälle sind vor allem die Zündvorgänge der Entladungen, bei denen eine Entladung sich erst entwickelt, wobei sie anfänglich nur sehr geringe Ströme führt und dementsprechend auch nur geringe Ionendichten enthält. Bei fast allen fertig entwickelten Entladungen dagegen findet eine gegenseitige Beeinflussung der Ionisierung durch Elektronen oder Ionen statt.

Diese Beeinflussung erfolgt hauptsächlich auf zwei Arten: Ein großer Teil der Zusammenstöße zwischen Elektronen und Gasmolekülen führt nur zur Anregung. Gewisse Formen dieser angeregten Zustände, die sogenannten „metastabilen“ Zustände (s. § 44) können lange erhalten bleiben, und es besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein solches angeregtes Gasmolekül später von einem anderen Elektron getroffen und ionisiert wird. Dieses zweite Elektron braucht aber zur Ionisierung eines schon vorangeregten Moleküls nicht mehr die volle Ionisierungsarbeit aufzuwenden, sondern nur noch den Differenzbetrag zwischen Ionisierungs- und Anregungsenergie, und deswegen können auf diesem Wege auch solche Elektronen „stufenweise“ ionisieren, deren Energie zur Ionisierung eines gewöhnlichen Moleküls nicht ausgereicht hätte. Es tritt also hier eine zusätzliche Ionisierung auf, die in den α - und β -Werten nicht berücksichtigt werden konnte.

Die zweite Art der Beeinflussung der Ionisierung durch Elektronen bei größeren Elektronenkonzentrationen liegt in einem wechselseitigen Energieaustausch zwischen den einzelnen Elektronen, der in seinen Einzelheiten noch nicht völlig bekannt ist, den man sich aber in primitiver Weise vielleicht vorstellen kann als Zusammenstoß zwischen Elek-

tronen unter sich. Auf diese Art können einzelne Elektronen eine größere Geschwindigkeit aufnehmen, als ihnen eigentlich der Feldstärke entsprechend zukommt, indem sie einen Teil der Energie anderer Elektronen hinzu übernehmen. Es können also mehrere Elektronen, von denen jedes für sich eine zur Ionisierung nicht genügende Energie mitführt, durch Zusammenwirken ein rasches Elektron bilden, welches nunmehr die Ionisierungsarbeit leisten kann. Der Wirkungsgrad der Feldenergie für die Ionisierung wird durch diese beiden Prozesse also verbessert. Die weiter unten angegebenen Zahlenwerte für α und β sind daher für die meisten Entladungen zu klein.

§ 34. Gesetze der Trägererzeugung in Gasen durch elektrische Felder.

Wir betrachten ein Elektron, das sich in einem Gas vom Druck p_1 unter dem Einfluß einer elektrischen Feldstärke \mathfrak{E}_1 bewegt; dabei soll \mathfrak{E}_1 so groß gewählt sein, daß bereits in merklichem Maß Stoßionisierung erfolgt. Das Elektron soll also mit endlicher Wahrscheinlichkeit auch einmal zufällig so lange freie Wege durchlaufen, daß es am Ende dieser Wege genügend beschleunigt ist, um das dann getroffene Gasmolekül ionisieren zu können. Wenn wir den Gasdruck bei gleich bleibendem elektrischen Feld \mathfrak{E}_1 auf einen größeren Wert p_2 steigern, so wird im selben Verhältnis die mittlere freie Weglänge verkleinert. Das Elektron legt dann nur seltener so große freie Weglängen zurück, daß es am Ende dieser Bahnen ionisieren kann. Wenn wir aber die Feldstärke in demselben Maß von \mathfrak{E}_1 auf \mathfrak{E}_2 erhöhen, so daß $\frac{\mathfrak{E}_1}{\mathfrak{E}_2} = \frac{p_1}{p_2}$ gilt, so erhöht sich wieder der Bruchteil aller Zusammenstöße, die zur Ionisierung führen, und zwar ist der Bruchteil in diesem letzten Fall wieder genau so groß wie im ersten. Es sind durch die Erhöhung des Gasdruckes die durchfallenen Weglängen verkleinert, aber, da die Feldstärke im selben Maß gestiegen ist, ist die auf einem Freiflug durchfallene Spannung („Weglängenspannung“) ungeändert geblieben. Die Zusammenstöße zwischen einem Elektron und den Gasmolekülen erfolgen also in diesen beiden Fällen mit gleichen Energien, und da es für die Ionisierung nur darauf ankommt, mit welcher Energie die beiden Stoßpartner zusammenprallen, wird auch der gleiche Bruchteil aller Zusammenstöße in beiden Fällen zur Ionisierung führen.

Der Prozentsatz aller ionisierenden Zusammenstöße zwischen Elektron und Gasmolekülen, bezogen auf die Gesamtzahl aller Zusammenstöße zwischen Elektron und Gasmolekülen, bleibt daher ungeändert, wenn der Gasdruck und die Feldstärke im selben Verhältnis geändert werden; er ist also nur eine Funktion von $\frac{\mathfrak{E}}{p}$. Die Gesamtzahl aller Zusammenstöße auf einer bestimmten Länge ist aber proportional dem Gasdruck. Also muß auch die Gesamtzahl aller ionisierenden Zusammenstöße proportional zum Gasdruck sein, wenn $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ konstant gehalten wird.

Die Zahl der auf der Längeneinheit gebildeten Ionenpaare α ist also proportional p , wobei die Proportionalitätskonstante eine Funktion von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ ist, d. h. es gilt

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right). \quad (120)$$

Durch ganz analoge Überlegungen findet man eine ähnliche Beziehung für die Ionisierung durch positive Ionen

$$\frac{\beta}{p} = g\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right). \quad (121)$$

Für negative Ionen liegen keinerlei Angaben in dieser Richtung vor. Wahrscheinlich dissoziieren negative Ionen in den hier in Frage kommenden Feldstärken in neutrale Moleküle und freie Elektronen, so daß eine besondere Definition für die Ionisierungszahlen negativer Ionen unmöglich wird. Die Funktionen f und g sind für jedes Gas andere. Der Wert der Gl. (120), (121) liegt darin, daß man aus der Kenntnis des Verlaufes von α oder β und der Feldstärke bei *einem* Gasdruck sofort den Wert von α bzw. β für alle Gasdrucke erhalten kann.

Man kann zunächst annehmen, daß eine Ionisierung immer nur dann stattfindet, wenn das Elektron in dem vorangehenden Freiflug eine so große Strecke zurückgelegt hat, daß die auf dieser Strecke durchfallene Spannung mindestens die Ionisierungsarbeit an der Elementarladung leistet. In diesem Fall nimmt ein Elektron auf seinem letzten Flug allein so viel Energie auf, daß es ionisieren kann, ohne daß es diesen Weg schon mit einer endlichen Energie begonnen haben muß. Wenn wir jetzt zunächst davon absehen, daß die Energie, mit der die Elektronen einen Freiflug beginnen, im allgemeinen keineswegs vernachlässigbar klein ist, so kann die Ionisierung also nur nach Zusammenstößen stattfinden, bei denen die letzte durchfallene Bahn x die Ungleichung $e\mathcal{E}x > eV_j$ erfüllt, d. h. es muß sein $x > \frac{V_j}{\mathcal{E}}$. Die im § 74 abgeleitete Formel für die Zahl $n(x)$ von insgesamt n_0 Freiflügen, deren Flugweg länger als x ist, d. h. die Wahrscheinlichkeit $W(x)$ dafür, daß eine freie Weglänge größer ist als x , lautet:

$$W(x) = \frac{n(x)}{n_0} = e^{-\frac{x}{\lambda}}. \quad (122)$$

Darin bedeutet λ die mittlere freie Weglänge, die umgekehrt proportional ist zum Gasdruck, und $W(x)$ ist der Bruchteil aller Weglängen, der größer als x ist, bezogen auf alle überhaupt vorkommenden. Die Weglängeneinheit enthält im Mittel λ freie Weglängen. Von diesen ist der Bruchteil $W(x)$ größer als x , so daß wir als mittlere Anzahl $P(x)$ der Weglängen, die größer als x sind, beim Fortschreiten um die Längeneinheit erhalten

$$P(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}. \quad (123)$$

Da nun eine Ionisierung nur dann eintritt, wenn die durchfallene freie Weglänge $x \geq \frac{V_j}{\mathfrak{E}}$ ist, erhalten wir als Gesamtzahl der freien Weglängen, auf denen das Elektron eine zur Ionisierung ausreichende Geschwindigkeit aufnimmt, pro Weglängeneinheit

$$P(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{V_j}{\mathfrak{E}\lambda}}. \quad (124)$$

Wenn wir nun berücksichtigen, daß $\lambda \cdot p$ konstant ist

$$\lambda p = \frac{1}{c}, \quad (125)$$

so erhalten wir

$$P(x) = c \cdot p e^{-\frac{cV_j}{\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)}}. \quad (126)$$

Falls jeder Zusammenstoß eines Elektrons mit einer zur Ionisierung ausreichenden Energie auch tatsächlich zur Ionisierung führt, so ist die Zahl der Weglängen $P(x)$ gleich der Zahl der auf der Längeneinheit gebildeten Ionenpaare α und wir finden somit

$$\frac{\alpha}{p} = c \cdot e^{-\frac{cV_j}{\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)}}. \quad (127)$$

Trotzdem wir bei der Ableitung dieser Formel eine große Anzahl sicher nicht zutreffender Vereinfachungen vorgenommen haben, welche wir weiter unten näher diskutieren, ist der Verlauf von $\frac{\alpha}{p}$ tatsächlich in vielen Fällen annähernd durch eine Gleichung dieser Art wiederzugeben; eine weiter unten § 59 ausgeführte genauere Rechnung führt auf eine sehr ähnliche Gleichungsform. Für kleine Werte von $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ wird $\frac{\alpha}{p}$ auch klein, steigt mit wachsendem $\frac{\mathfrak{E}}{p}$, ohne jedoch bei einer bestimmten Feldstärke zu beginnen, wächst aber dabei nicht über alle Grenzen, sondern nähert sich einem Grenzwert. Dieser wird dann erreicht, wenn jeder Zusammenstoß, der überhaupt erfolgt, auch zur Ionisierung führt. Wie gut in manchen Fällen eine Gleichung von der Form

$$\frac{\alpha}{p} = A \cdot e^{-\frac{B}{\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)}} \quad (128)$$

den gemessenen Verlauf wiedergibt, zeigt Abb. 41, die für $A = 14,6$ und $B = 365$ der gemessenen Ionisierung in Luft sich gut anpaßt. Allerdings muß dabei A und B um etwa den Faktor 2 anders eingesetzt werden, als es der Ableitung nach folgen würde. Diese Abweichung ist bei den gemachten groben Vereinfachungen durchaus nicht verwunder-

lich; es ist im Gegenteil auffällig, daß trotz der großen Fehler in den Grundannahmen sich die Messungen so gut wiedergeben lassen. Tabelle 15 gibt die Konstanten A und B der Gl. (128) für verschiedene Gase und Dämpfe und deren Gültigkeitsbereich.

Tabelle 15. Konstanten zu Gleichung (128) (24).

Gas	A	B	Gültigkeitsbereich	
			\mathcal{E}	V
			p	cm. mm Hg
Luft	14,6	365	150—	600
N ₂	12,4	342	150—	600
H ₂	5,0	130	150—	400
CO ₂	20,0	466	500—	1000
H ₂ O	12,9	289	150—	1000
Ar	13,6	235	100—	600
He	2,8	34	20—	150

Wir haben bei der Ableitung der Gl. (127) vor allem drei Fehler gemacht, von denen jeder sehr erheblich ist, so daß die gute Wiedergabe der Meßergebnisse nur dadurch erklärt werden kann, daß sich diese

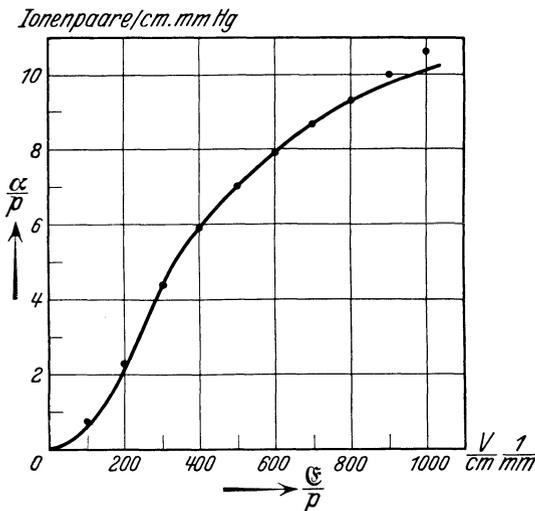


Abb. 41. Vergleich der gemessenen relat. Ionisationszahl $\frac{\alpha}{p}$ durch Elektronen in Luft in Abhängigkeit von der relat. Feldstärke $\frac{\mathcal{E}}{p}$ (Punkte) mit der nach Gl. (128) berechneten Kurve (23).

Fehler zum großen Teil in ihrer Auswirkung auf das Resultat kompensieren. Die Fehler sind folgende: Erstens beginnt das Elektron einen neuen Freiflug durchaus nicht mit einer gegenüber der Ionisierungsarbeit kleinen Energie. Näheres darüber siehe § 59. Die Vernachlässigung dieser Tatsache in der oben gegebenen Ableitung muß die berechnete Ionisationszahl α zu klein erscheinen lassen. — Zweitens erfolgt die Ionisierung durch ein Teilchen mit einer zur Ionisierung ausreichenden Energie durchaus nicht mit 100 proz. Wahrscheinlichkeit, sondern erheblich seltener. Wir haben den Bruchteil aller Zusammenstöße, der tatsächlich zur Ionisierung führt, früher (§ 17) als Ionisierungsfunktion eingeführt und quantitative Angaben darüber gemacht. Ein Elektron ionisiert danach bestenfalls mit 35% Wahrscheinlichkeit, und diese Wahrscheinlichkeit wird auch nicht sprunghaft beim Überschreiten

Wahrscheinlichkeit, sondern erheblich seltener. Wir haben den Bruchteil aller Zusammenstöße, der tatsächlich zur Ionisierung führt, früher (§ 17) als Ionisierungsfunktion eingeführt und quantitative Angaben darüber gemacht. Ein Elektron ionisiert danach bestenfalls mit 35% Wahrscheinlichkeit, und diese Wahrscheinlichkeit wird auch nicht sprunghaft beim Überschreiten

der Ionisierungsarbeit erreicht, sondern nur ganz allmählich. Wenn wir in der hier gegebenen Ableitung also annehmen, daß jedes Elektron, das seiner Energie nach ionisieren kann, auch tatsächlich ionisiert, so haben wir hier eine viel zu große Ausbeute an ionisierenden Zusammenstößen vorausgesetzt und erhalten deswegen einen Wert für α , der sich rechnermäßig größer ergeben muß als gemessen. — Drittens endlich ist die Bahn eines Elektrons tatsächlich keineswegs ein Fortschreiten in Feldrichtung, sondern eine unregelmäßig gekrümmte und gebrochene Kurve mit einem erheblichen Umwegfaktor. Das Elektron erlebt beim Fortschreiten in Feldrichtung um 1 cm in Wirklichkeit viel mehr als $\frac{1}{\lambda}$ Zusammenstöße, jedoch erfolgen diese Zusammenstöße im Mittel mit geringerer Energie, als oben vereinfachend angenommen. Man begeht also dadurch einen Fehler, dessen Sinn in beiden Richtungen liegen kann; bei kleinerem $\frac{\mathcal{E}}{p}$ muß α dadurch zu groß, bei großem $\frac{\mathcal{E}}{p}$ zu klein erscheinen. Eine Berechnung von α unter Vermeidung der drei genannten Hauptfehler ist bis jetzt noch nicht ausgeführt und vorerst mangels exakten Zahlenmaterials auch noch nicht möglich. Wir kommen auf diesen Punkt im Abschnitt „Bewegung von Ladungsträgern“ zurück.

Ein Ergebnis dieser Überlegungen müssen wir wenigstens qualitativ hier noch berücksichtigen. Der in § 17 gebrachte Verlauf der Ionisierungsfunktion zeigt nach anfänglichem Anstieg wieder eine sehr starke Abnahme bei hohen Elektronengeschwindigkeiten: sehr rasche Elektronen ionisieren seltener als langsame. Wenn man in dem hier vorliegenden Fall sich die Feldstärke (oder genauer $\frac{\mathcal{E}}{p}$) sehr weit gesteigert denkt, so muß ein großer Bruchteil der Elektronen so hohe Geschwindigkeiten annehmen, daß deren Ionisierungsfunktion wieder fällt. Dann werden aber im Mittel auf der Weglängeneinheit wieder weniger Elektronen gebildet, und man muß daraus schließen, daß hierbei α wieder sinkt. Vorläufig ist dies allerdings eine nur bei He experimentell festgestellte Tatsache.

Im vorigen Paragraphen haben wir die im Mittel zur Bildung eines Ionenpaares verbrauchte Energie η eingeführt, die sich zu $\frac{\mathcal{E}}{\alpha}$ ergab. Unter Berücksichtigung des für die Ionisierungszahl in Gl. (128) erhaltenen Ausdruckes finden wir

$$\eta = \frac{\mathcal{E}}{\alpha} = A \left(\frac{\mathcal{E}}{p} \right) e^{\frac{B}{\left(\frac{\mathcal{E}}{p} \right)}}. \quad (129)$$

Dieser Ausdruck wird für sehr kleines und sehr großes $\frac{\mathcal{E}}{p}$ unendlich groß und durchläuft dazwischen ein Minimum. Für denjenigen Wert von $\frac{\mathcal{E}}{p}$, bei dem dieses Minimum liegt, erfolgt also die Ionisierung mit

einem kleinsten Energieaufwand. Man erhält auch, wenn man die *tatsächlich gemessenen* Werte von α zur Bestimmung von η zugrunde legt, in fast allen Gasen ein deutliches Minimum. Am wenigsten ausgeprägt ist dieses Minimum in Edelgasen, aus Gründen, die wir hier nicht

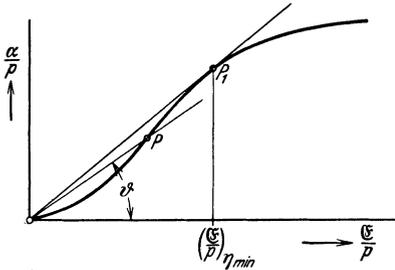


Abb. 42. Zur Ableitung der optimalen Ionisierung durch Elektronenstoß im elektrischen Feld.

näher besprechen wollen. Dieses minimale η bezeichnen wir im folgenden mit η_{\min} . Es gibt eine sehr einfache graphische Methode, um aus den bekannten Kurven $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ dasjenige $\frac{E}{p}$ zu ermitteln, für welches η ein Minimum wird. In Abb. 42 ist der Verlauf von $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ für irgendein Gas schematisch angegeben, und auf der Kurve ein beliebiger Punkt P herausgegriffen. Die Verbindungslinie zwischen dem Koordinaten-Nullpunkt und P schließt mit der Abszisse den Winkel ϑ ein, und zwar ist

$$\cotg \vartheta = \frac{\frac{E}{p}}{\frac{\alpha}{p}} = \frac{E}{\alpha} = \eta. \tag{130}$$

η erreicht also dort sein Minimum, wo ϑ seinen Maximalwert annimmt, d. h. in dem Berührungspunkt P_1 der vom Nullpunkt aus an die Kurve $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ gezogene Tangente. Für das $\frac{E}{p}$ dieses Punktes erfolgt die Ionisierung im Felde mit einem minimalen Energieverbrauch. Tabelle 16

Tabelle 16 (24, III).

Gas	$\frac{E}{p}$ in $\frac{V}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$	η_{\min} in $\frac{\text{Ionenpaar}}{V \cdot \text{El}}$
Luft	340	68
N ₂	350	75
O ₂	270	—
H ₂	125	70
CO ₂	400	62
Ar	170	45
H ₂ O	240	55
HCl	350	44
Ne	65	60

enthält diese optimalen Werte von $\frac{E}{p}$ für verschiedene Gase sowie die zugehörigen Werte von η_{\min} (Stoletow - Konstante).

Auch die kleinsten Werte von η liegen noch erheblich über den für rasche Elektronenstrahlen gefundenen Werten (§17) von ϵ , sie sind aber von gleicher Größe wie die an sehr langsamen Elektronenstrahlen

gefundenen Werte, wie sie aus Tabelle 7 hervorgehen, wenn man die Energie der dort angegebenen Elektronenstrahlen durch deren totale Ionisierung dividiert.

Ähnliche Überlegungen, wie wir sie bisher für die Ionisierungszahl für Elektronen α angestellt haben, lassen sich auch durchführen für die

Ionisierungszahl für positive Ionen β , doch haben diese Überlegungen vorerst sehr wenig Bedeutung, da sie sich mangels geeigneten Zahlenmaterials kaum kontrollieren lassen. Wir geben daher nur eine sehr allgemeine und rohe Überschlagsmethode an, nach der man in vielen Fällen die ungefähre Größe von β abschätzen kann. Da die Ionen mindestens den doppelten Betrag der Ionisierungsarbeit an kinetischer Energie mit sich führen müssen, ehe sie durch Stoß ionisieren können (s. o. § 9), und da die freie Weglänge der Ionen etwa viermal kleiner ist als die der Elektronen, nehmen die Ionen erst für etwa achtmal höhere Werte von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ mit gleicher Häufigkeit Geschwindigkeiten an, die sie zur Ionisierung befähigen. Damit die Anzahl der auf der Längeneinheit gebildeten Ionenpaare durch Ionenstoß ebenso groß wird wie die durch Elektronenstoß gebildete Zahl, braucht man deswegen bei der Ionisierung durch Ionen Werte von $\frac{\mathcal{E}}{p}$, die rund eine Größenordnung über den für die Elektronen-Ionisierung erforderlichen liegen. Man erwartet also, daß die Größe β für irgendein $\frac{\mathcal{E}}{p}$ in dem Gas etwa so groß ist wie das α für ein um eine Größenordnung kleineres $\frac{\mathcal{E}}{p}$ in demselben Gas. Diese Regel erweist sich, wie sich aus dem Zahlenmaterial des nächsten Paragraphen ergibt, als ungefähr richtig. Ein wesentlicher Fehler in dieser Überlegung liegt darin, daß die Umwegfaktoren und Ionisierungsfunktionen der schweren Ionen ganz andere Werte annehmen als die der leichten Elektronen.

Für die Gasentladungen ist die Trägererzeugung im Felde von besonderer Wichtigkeit, weil durch sie in Entladungen im allgemeinen der größte Teil der Ladungsträger geschaffen wird. Die besondere Bedeutung dieses Prozesses liegt nämlich darin, daß es durch ihn möglich ist, Ladungsträger in unbegrenzter Anzahl zu erzeugen. Wir werden den Mechanismus dieser fortgesetzten Trägererzeugung ausführlich zeigen für den Fall, daß das elektrische Feld homogen ist und die Gesetze für inhomogene elektrische Felder ohne genaue Ableitung daran anschließen.

Ein Elektron, das sich in einem homogenen Feld in Feldrichtung um die Längeneinheit verschiebt, erzeugt definitionsgemäß auf dieser Strecke α Ionenpaare, d. h. außer α positiven Ionen auch α neue Elektronen. Diese neu gebildeten Tochterelektronen fliegen mit dem Mutterelektron zusammen weiter in Feldrichtung und ionisieren ihrerseits ebenfalls das Gas, wobei auch sie beim Durchfliegen der Längeneinheit α neue Elektronen und Ionen erzeugen. Es entsteht also eine Schar von Elektronen, die sich bei Fortbewegung in Feldrichtung lawinenartig vermehrt und dabei positive Ionen hinter sich läßt, die im Felde in der entgegengesetzten Richtung abwandern. Wir betrachten zunächst nur

die Ionisierung durch Elektronen, die ja wegen der viel größeren Zahlenwerte von α den überwiegenden Anteil der Ionisierung gibt, und berücksichtigen die Ionisierung durch Ionen erst weiter unten in einer Verfeinerung. Wenn die Elektronenlawine an irgendeiner Stelle des Feldes auf insgesamt N Elektronen angewachsen ist und sich diese N Elektronen dann in Feldrichtung um das Stück dx fortbewegen, so erzeugt jedes Elektron auf der Strecke dx im Mittel αdx neue Ionenpaare, d. h. auch αdx neue Elektronen. Die Elektronenwolke nimmt also auf der Strecke dx zu um den Betrag

$$dN = N\alpha dx, \quad (131)$$

woraus man durch Integration über die Länge d erhält

$$N(d) = N_0 e^{\alpha d}. \quad (132)$$

Darin bedeutet N_0 die Zahl der Elektronen, die die Lawine am Anfang der durchlaufenen Strecke d enthält, und $N(d)$ die Elektronenzahl, auf die die Lawine am Ende dieser Strecke angewachsen ist.

Wenn man zwei ebene Plattenelektroden annimmt, zwischen denen ein homogenes Feld erzeugt wird, wobei der Plattenabstand d sein soll, so vervielfacht sich jedes Elektron, das auf irgendeine Weise aus der negativ geladenen Platte abgelöst wird, auf insgesamt $e^{\alpha d}$ Elektronen, die an die positive Elektrode hinwandern. Dabei werden insgesamt $e^{\alpha d} - 1$ positive Ionen gebildet, welche auf die negative Elektrode zurückfliegen. Wird nun aus dieser Elektrode z. B. photoelektrisch eine Elektronenmenge dauernd abgelöst, so daß diese Photoelektronen einen Strom J_0 darstellen, so steigt dieser Strom durch Multiplikation der Elektronen im Gasraum infolge der Stoßionisierung auf den Betrag

$$J = J_0 e^{\alpha d}. \quad (133)$$

Für größere Werte von d erhält man hierdurch eine sehr starke Multiplikation des Anfangstromes J_0 . Es werden hierbei die meisten Elektronen nicht mehr als primäre Photoelektronen aus der negativen Elektrode abgelöst, sondern Elektronen werden überwiegend durch Stoßionisierung im Gasraum gebildet. Das bedeutet aber, daß ebenfalls sehr erhebliche Mengen positiver Ionen entstehen. Wenn nun auch die ionisierende Wirkung eines positiven Ions klein ist gegen die der Elektronen, so kann doch die große Zahl gebildeter positiver Ionen bereits einen merklichen Beitrag zur Gesamtionisierung ergeben. Wird aber einmal durch Ionenstoß irgendwie ein Ionenpaar gebildet, so erzeugt das dabei entstehende Elektron seinerseits wieder eine erhebliche Menge neuer Ionen, die letzten Endes alle auf das Konto der Ionisierung durch positive Ionen zu setzen sind; diese würden ja für den Ionisierungsvorgang fortfallen, wenn die positiven Ionen selbst überhaupt nicht ionisierten. Die exakte Durchrechnung unter Annahme der Ionisierungszahl α für die Elektronen und der Ionisierungszahl β für die

positiven Ionen ergibt, daß in dem angenommenen Beispiel der Platten-
elektroden mit dem Abstand d der primäre Elektronenstrom der nega-
tiven Elektrode sich stärker multipliziert, als der oben angegebenen
Gl. (133) entspricht, und zwar erhält man

$$J = J_0 \frac{(\alpha - \beta) e^{(\alpha - \beta) d}}{\alpha - \beta e^{(\alpha - \beta) d}}. \tag{134}$$

Diese Gleichung geht für den Fall, daß man von der Ionisierung durch
positive Ionen absieht ($\beta = 0$) über in die bereits früher angegebene
Gl. (133). Der Stromanstieg nach Gl. (134) ergibt ein stärker als pro-
portionales Anwachsen von $\ln \frac{J}{J_0}$ mit d (Abb. 43). Aus der Anfangs-

neigung der Kurve ergibt sich α und aus der Größe der Abwei-
chung von dem linearen Anstieg läßt sich β bestimmen. Die ange-
gebene Betrachtung setzt voraus, daß die Elektronen auf der
ganzen Länge d gemäß der Ioni-
sierungszahl α ionisieren. Für die
Gebiete in unmittelbarer Nähe
der Kathode haben die Primär-
elektronen erst so kleine Wege
durchlaufen, daß sie hier noch
nicht ionisieren können, d. h. auf
den ersten dx können noch keine
Sekundärelektronen gebildet wer-
den. Hier wird also Gl. (131) un-
gültig. Diese Tatsache bedeutet
eine Fehlerquelle, die sich bei
kleinen Elektrodenabständen besonders bemerkbar macht, d. h. dann,
wenn die Elektronen auf der Länge d nur wenig Zusammenstöße erleben.
In diesem Fall haben die Elektronen noch nicht den gleichen Umweg-
faktor, auf den sich ihre Bewegung im Feld späterhin einspielt, so daß
auch hierdurch die Größe von α in den kathodennahen Gebieten ver-
ändert (nämlich verkleinert) wird.

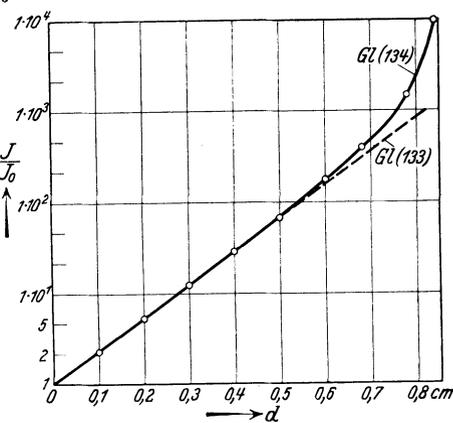


Abb. 43. Vervielfachung eines an der negativen Elektrode erzeugten Anfangselektronenstromes J_0 durch Elektronenstoß (133) bzw. Elektronen- und (positiven) Ionenstoß (134) im elektrischen Feld eines ebenen Kondensators in Abhängigkeit vom Plattenabstand d (24). $\mathcal{E} = 700 \text{ V/cm}$, $p = 4 \text{ mm Hg}$.

Von besonderer Wichtigkeit für die Theorie der Entladungen ist es, daß der Nenner in Gl. (134) für einen ganz bestimmten Wert von d verschwindet; sodann ist die Strommultiplikation des Anfangstromes J_0 unendlich groß, d. h. es kann bereits ein endlicher Strom durch den Plattenkondensator fließen, ohne daß es notwendig ist, einen endlichen primären Strom J_0 photoelektrisch aus der negativen Elektrode abzulösen. Die anschauliche Deutung dieses Prozesses liegt darin, daß dann die positiven Ionen im Gasraum im Mittel gerade so viel Elektronen

durch Stoßionisierung erzeugen, daß diese Elektronen im Mittel wieder ein positives Ion bilden. In diesem Fall erhalten sich die Lawinen der positiven Ionen und der Elektronen gegenseitig. Wir kommen auf diesen Vorgang im zweiten Band ausführlich zurück.

Da die ionisierende Wirkung der positiven Ionen nicht auf den Gasraum beschränkt ist, sondern die Ionen auch mit vermutlich viel größerem Nutzeffekt beim Aufprall auf die negative Elektrode ionisieren, d. h. dort Elektronen ablösen, müssen wir uns in § 37 noch einmal mit dem hier behandelten Stoff beschäftigen, wo wir über die Elektronenbefreiung aus Metallen unter dem Einfluß einer Beschießung mit positiven Ionen rechnen werden.

Der Exponent $\alpha \cdot d$ ist identisch mit $\frac{V}{\eta} \cdot \left[\alpha d = \frac{\alpha d \mathfrak{E}}{\mathfrak{E}} = \frac{\mathfrak{E} \cdot d}{\mathfrak{E}} = \frac{V}{\eta} \right]$.

Wir können Gl. (133) also auch in der Form schreiben

$$J = J_0 e^{\frac{V}{\eta}}. \quad (135)$$

Die Strommultiplikation läßt sich also einfach errechnen aus der zur Verfügung gestellten Gesamtspannung und der im Mittel zur Bildung eines neuen Ionenpaares verbrauchten Energie η als Spannungsäquivalent ausgedrückt, unter der Voraussetzung, daß eine Stoßionisierung durch positive Ionen fortfällt. Wenn wir in der dieser Gleichung zugrunde gelegten Anordnung den Elektrodenabstand d und die Elektrodenspannung V konstant lassen, aber den Gasdruck verändern, so wird damit $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ geändert, und weiterhin auch η . Für ein bestimmtes $\frac{\mathfrak{E}}{p}$, dessen Ermittlung wir oben beschrieben haben, wird η ein Minimum und damit der Strom J ein Maximum. Trägt man bei konstantem J_0 , V und d demnach den Strom J als Funktion des Gasdruckes p auf, so erhält man ein meist recht scharf ausgedrücktes Maximum, aus dessen Lage sich das dem η_{\min} zugehörige $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ im allgemeinen mit größerer Genauigkeit bestimmen läßt, als es nach der oben angegebenen Methode möglich ist. Diese beiden Meßmethoden zur Ermittlung des dem η_{\min} zugehörigen $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ ergeben innerhalb der Versuchsfehler die gleichen Werte und bedeuten damit eine gute Bestätigung der in diesem Paragraphen gebrachten Überlegungen.

Für den Fall eines inhomogenen elektrischen Feldes, in welchem also die Ionisierungszahlen α und β nicht mehr als konstant angenommen werden dürfen, sondern von dem jeweilig verschiedenen Wert der Feldstärke abhängen, geht Gl. (133) über in

$$J = J_0 e^{\int_0^{\alpha=d} \alpha dx}. \quad (136)$$

§ 35. Größe der Ionisierungszahlen und Zusammenhang mit der differentiale Ionisierung durch Korpuskularstrahlen. Abb. 44 bis Abb. 46 geben die Werte von $\frac{\alpha}{p}$ und $\frac{\beta}{p}$ als Funktion von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ an. Leider fehlen Zahlenangaben für eine Reihe heute sehr wichtiger Gase, vor allem für Metalldämpfe. Einigermaßen zuverlässig erscheinen nur die Werte von $\frac{\alpha}{p}$ bei den mittleren und höheren Feldstärken, die in Abb. 45

zusammengestellt sind. Dagegen sind die Angaben der Abb. 44 im wesentlichen wohl nur für die Luftkurve und die Edelgaskurven brauchbar, während sich bei den übrigen Gasen bereits erhebliche Fehler vorfinden dürften. (Nach neuesten Messungen läuft die N_2 -Kurve bei kleinen $\frac{\mathcal{E}}{p}$ in die Luftkurve, deren Lage bestätigt wird. Für O_2 erhält man eine Kurve, die in Abb. 44 oben zwischen der H_2O - und der Luftkurve liegt und bei $\frac{\mathcal{E}}{p} = 32$ die Luftkurve schneidet.) Die Werte von $\frac{\beta}{p}$ nach Abb. 46 sind ebenfalls nur größenordnungsmäßig zu werten. Die Bezeichnung $\frac{\alpha}{p}$ und $\frac{\alpha}{p} \cdot \frac{\beta}{p}$ ist gebräuchlich geworden, sie ist aber insofern unglücklich gewählt, als der eigentlich wirksame Faktor nicht der Gasdruck, sondern die Gasdichte ist. Die angegebenen Gasdrucke beziehen sich auf $0^\circ C$, für eine höhere Temperatur ist p entsprechend der Dichteabnahme zu reduzieren, solange die Temperatur nicht so hoch wird, daß thermische Anregung oder Ionisierung (siehe § 29ff.) merklich wird.

Ein Zahlenbeispiel soll den Gebrauch der Kurven erläutern. Für atmosphärische Luft von 760 mm Hg und $20^\circ C$ erhält man bei einer Feldstärke von $3,0 \cdot 10^4$ V/cm den Wert von α durch folgende Umrechnung: Der dieser Gasdichte bei $0^\circ C$ entsprechende Gasdruck ist $\frac{760 \cdot 273}{273 + 20} = 708$ mm. $\frac{\mathcal{E}}{p}$ wird damit $\frac{3 \cdot 10^4}{7,08 \cdot 10^2} = 42,4$ V/cm·mm Hg. Aus

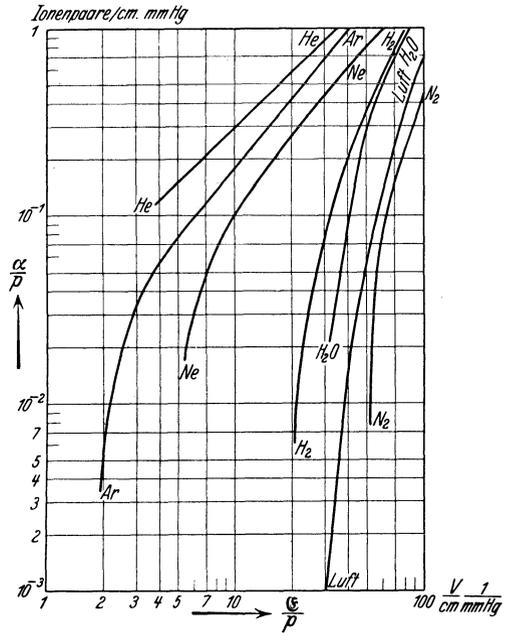


Abb. 44. Abhängigkeit der relativen Elektronen-Ionisationszahl $\frac{\alpha}{p}$ (Zahl der von einem Elektron auf 1 cm in Feldrichtung erzeugten Ionenpaare je mm Druck) von der relativen Feldstärke $\frac{\mathcal{E}}{p}$ für verschiedene Gase (24, 25, 26, 27). Bereich: 1 bis 100 V/cm·mm Hg.

Abb. 44 entnimmt man hierfür $\frac{\alpha}{p} = 2,4 \cdot 10^{-2}$ und dementsprechend wird $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-2} \cdot 7,08 \cdot 10^2 = 17$ Ionenpaare/cm. Unter diesen Bedingungen muß ein Elektron also im Mittel eine Strecke von rund 0,6 mm in Feldrichtung zurücklegen, um einmal zu ionisieren.

Allen $\frac{\alpha}{p}$ -Kurven gemeinsam ist das Zustreben zu einem Grenzwert.

Für die Größe dieses Grenzwertes läßt sich eine einfache Beziehung zu den

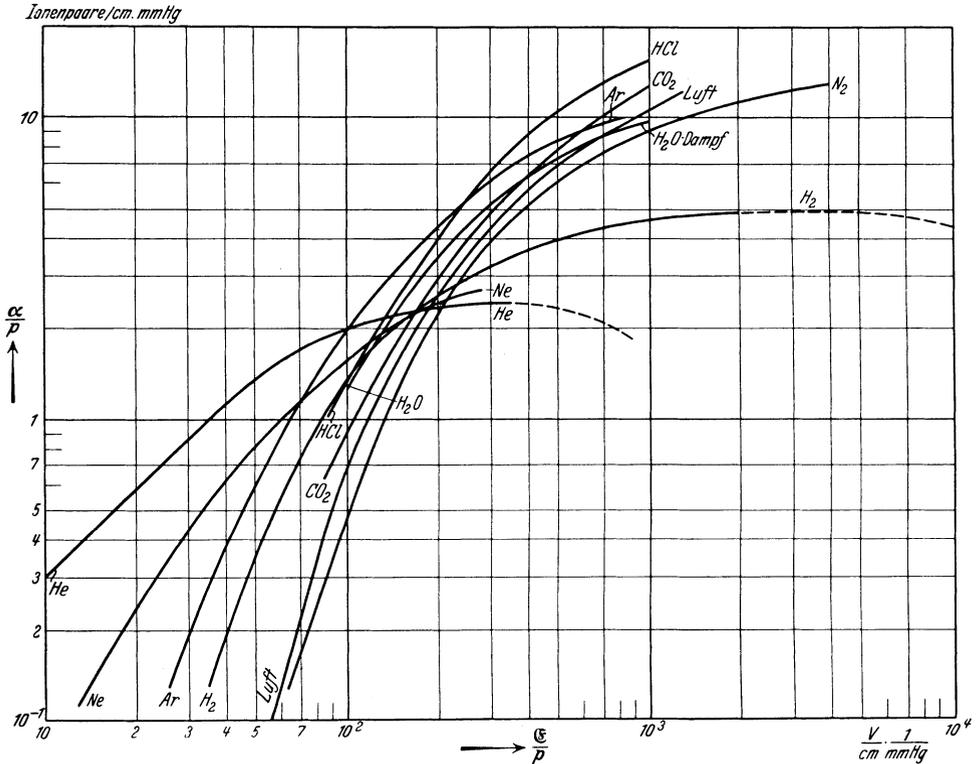


Abb. 45. Abhängigkeit der relativen Elektronen-Ionisationszahl $\frac{\alpha}{p}$ von der relativen Feldstärke $\frac{E}{p}$ für verschiedene Gase (Strichliert: Vermutlicher Verlauf). (24, 25, 26). Bereich: 10^1 bis 10^4 V/cm·mm Hg.

(Ar-Kurve nach neuen Messungen für $\frac{E}{p} < 100$ zu klein, s. Abb. 44.)

Werten der differentiellen Ionisierung von Elektronenstrahlen feststellen, die die prinzipielle Gleichheit der Ionisierungsvorgänge in beiden Fällen deutlich veranschaulicht. In dem Gebiet von $\frac{E}{p} = 10^3$ V/cm·mm Hg ist die im Mittel auf einer freien Elektronenweglänge durchfallene Spannung von der Größenordnung 80 V. Die Elektronen stoßen also hier im Mittel mit einer Energie von etwas mehr als $80 \cdot eV$ auf die Gasmoleküle, weil die Elektronen bereits zu Beginn eines Freifluges einen merklichen Anteil an kinetischer Energie mitbringen. Man

kann sich die Ionisierung also vorstellen als durch Elektronenstrahlen dieser Geschwindigkeit erfolgend und die pro cm gebildete Anzahl der Ionenpaare muß daher ungefähr identisch sein mit den Werten der differentialen Ionisierung in diesem Gebiet. In dem Bereich von 100 bis 150 V·El sind die Werte der differentialen Ionisierung durch Elektronenstrahlen nicht sehr abhängig von der genauen Größe der kinetischen Energie, weil ja hier die differentiale Ionisierung durch ein Maximum läuft (s. Abb. 12). Trotzdem also wegen der statistischen

Verteilung der freien Weglängen die Elektronen in diesem $\frac{\mathcal{E}}{p}$ -Bereich natürlich erheblich verschiedene Geschwindigkeiten annehmen können, äußert sich diese Geschwindigkeitsdifferenz in den Werten der differentialen Ionisierung nicht beträchtlich, und deswegen muß in diesem Bereich die Übereinstimmung zwischen den Werten der differentialen Ionisierung und den Werten der Ionisierungszahl α besonders gut sein. Ein Vergleich der Zahlenwerte α aus Abb. 45 und von s aus Abb. 12 zeigt, daß tatsächlich der Grenzwert, dem α zustrebt, nahe zusammenfällt mit den Maximalwerten von s , und diese Übereinstimmung läßt erkennen, daß mindestens

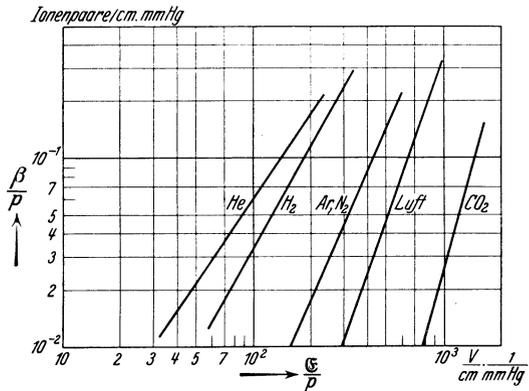


Abb. 46. Abhängigkeit der relativen Ionen-Ionisierungszahl $\frac{\beta}{p}$ von der relativen Feldstärke $\frac{\mathcal{E}}{p}$ für verschiedene Gase (24).

für die Gebiete mittlerer und höherer Feldstärke die α -Werte als zuverlässig gelten können. Allgemein zeigt sich, daß der maximale Wert der differentialen Ionisierung etwas kleiner bleibt, als das Maximum von α , und zwar um einen Faktor 1,5 bis 2. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Bahn der Elektronen durch den Gasraum im elektrischen Feld nicht gestreckt ist, sondern einen Umwegfaktor hat, der in diesem Feldstärkenbereich von der Größe 2 ist. Für noch größere Werte von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ sind die Geschwindigkeiten der Elektronen durchwegs noch größer, als dem Maximum der differentialen Ionisierung entspricht. Da hierbei die Werte der differentialen Ionisierung wieder absinken, muß man ebenfalls annehmen, daß für große Werte von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ auch α wieder abnimmt. Dies ist tatsächlich der Fall, jedoch ist diese Erscheinung erst bei He festgestellt. Das Maß des Wiederabsinkens von $\frac{\alpha}{p}$ bei größeren

$\frac{\mathcal{E}}{p}$ -Werten ist im einzelnen noch unsicher, jedoch ist die Lage des Maximums von $\frac{\mathcal{E}}{p}$ wenigstens für He und H₂ einigermaßen sicher. Der vermutliche Verlauf von $\frac{\alpha}{p}$ ist in Abb. 45 strichliert eingezeichnet. Ganz analoge Überlegungen lassen sich durchführen für den Verlauf von $\frac{\beta}{p}$ als Funktion von $\frac{\mathcal{E}}{p}$, da ja ebenfalls die differentiale Ionisierung von Ionenstrahlen durch ein Maximum läuft (Abb. 19), doch würde dieses Maximum von $\frac{\beta}{p}$ bei so hohen Werten der Feldstärke liegen, daß es praktisch niemals erreicht wird. Wir verzichten daher auf eine nähere Diskussion dieser Verhältnisse.

Ionisierung an Grenzflächen.

§ 36. **Erzeugung von Elektronen an Grenzflächen durch Elektronenstrahlen.** Fallen Elektronenstrahlen auf feste oder flüssige Körper, die Leiter oder Isolatoren sein können, so treten aus diesen Stoffen in den umgebenden Raum Elektronen aus. Diese Elektronenemission unter dem Einfluß eines Bombardements durch Elektronenstrahlen hat zwei Ursachen: Die auftreffenden Primärelektronen können in den Oberflächenschichten der getroffenen Körper an einem Atomkern gestreut werden, und wenn diese Streuung eine Ablenkung des Primärelektronenstrahles um mehr als 90° bewirkt, so fliegt das Primärelektron wieder aus dem getroffenen Körper in den umgebenden Raum zurück. Diesen Vorgang werden wir weiterhin als „Elektronenreflexion“ bezeichnen, wobei wir aber betonen, daß der Name Reflexion nicht besagen soll, daß nun etwa die optischen Reflexionsgesetze über Einfallswinkel und Ausfallswinkel hierbei gültig sind. Zweitens kann das Primärelektron einem Atom- oder Leitungselektron im getroffenen Körper (in der gleichen Weise, wie wir es bei der Ionisierung durch Elektronenstrahlen im Gasraum durch die Stoßgesetze erklärt haben) einen Teil von seiner Energie übertragen. Dieses getroffene Elektron erhält dabei zunächst ebenfalls einen Impuls, der in den Körper hineingerichtet ist, aber es kann auch an irgendwelchen Atomkernen des Körpers durch Streuung eine Richtungsumkehr erfahren und dadurch gleichfalls eine Geschwindigkeit erlangen, die es aus dem Metall hinaustreibt.

Die Geschwindigkeit, mit der Elektronen den getroffenen Körper wieder verlassen, kann gleich der vollen Geschwindigkeit der auftreffenden Elektronen sein, dann nämlich, wenn die Streuung des einfallenden Primärelektrons bereits an einem Atom unmittelbar an der Oberfläche erfolgt, so daß es kaum in den getroffenen Körper eindringt und deswegen auch keine Abbremsung erfährt. Auch die Geschwindigkeit der Sekundärelektronen kann bis zum vollen Betrag der auftreffenden Primär-

elektronen ansteigen, weil ja das getroffene Sekundärelektron bei zentralem Stoß die volle Energie des Primärelektrons übernehmen kann (§ 10). Eine Entscheidung darüber, ob ein wiederaustretendes Elektron ein reflektiertes Primärelektron oder ein Sekundärelektron ist, ist daher niemals möglich.

Daß aber beide der angegebenen Ursachen für die Elektronenemission des von Primärelektronen getroffenen Körpers tatsächlich auftreten, läßt sich mit völliger Sicherheit aus den beiden folgenden Erscheinungen beweisen. Bereits Elektronen, deren kinetische Energie kleiner als die Austrittsarbeit des getroffenen Körpers, vermögen eine Elektronenemission dieses Körpers zu veranlassen. Diese Erscheinung muß man wohl auf die Reflexion der Primärelektronen zurückführen. Andererseits ist es möglich, daß die Elektronenmenge, die den getroffenen Körper verläßt, größer ist als die Anzahl einfallender Primärelektronen. Selbst wenn man hier annehmen würde, daß sämtliche Primärelektronen reflektiert werden, kann man diese Beobachtung nicht ohne Zuhilfenahme einer zusätzlichen sekundären Elektronenemission erklären. In dem letztgenannten Fall läßt sich der von Primärelektronen getroffene Körper, wenn er isoliert aufgestellt wird und wenn für die Entfernung aller austretenden Elektronen gesorgt wird, positiv auf, trotzdem er dauernd von negativen Ladungen getroffen wird.

Wenn ein Primärelektron eine Emission von mehr als einem Elektron bewirken soll, so muß dessen kinetische Energie größer sein als die Austrittsarbeit des Körpers (Tabelle 17). Das auftreffende Primär-

Tabelle 17. Elektronenaustrittsarbeit A_{au} in das Vakuum (112)
(s. a. Tabelle 20).

Material	A_{au} V. El	Material	A_{au} V. El
Hf	5,09	BaO	0,99
Pt	4,8	BaO + SrO	1,04
Pt sehr rein	6,35	Pt + Ba (einat. Ba?)	2,3
W	4,52	W + Ba (einat. ?)	2,0
Mo	4,41	CaO	2,2
Ta	4,07	MgO	1,0
Zr	4,50	Na	1,9
Zr einatomig	3,15	Al	2,8—2,5
Cs	1,81	Cu	4,4
Cs einatomig	0,72	Hartgummi	< 4
Th	3,35	Bernstein	4,4—4,7
Th einatomig	2,63	S	4,4—4,7
Ce „	2,72	Paraffin	> 5,4

elektron gewinnt beim Eintritt in den getroffenen Körper zu seiner kinetischen Energie, die es bereits vorher hatte, die „Eintrittsarbeit“, die nach dem Energiesatz ebenso groß sein muß wie die Austrittsarbeit, die aufgewandt werden muß, um das Elektron wieder aus dem Körper

zu entfernen. Die Energie des Primärelektrons ist daher unmittelbar nach seinem Eintritt in den Körper gleich $K_p + A_{au}$, worin K_p seine kinetische Energie vor dem Eintritt und A_{au} die Austrittsarbeit bedeuten. Wenn dieses Elektron nun die Emission von zwei Elektronen veranlassen soll, so muß die Energie $K_p + A_{au}$ größer sein als die doppelte Austrittsarbeit $2 A_{au}$, d. h. $K_p > A_{au}$.

Wir bezeichnen im folgenden das Verhältnis der austretenden Elektronenmenge zur Anzahl der eintretenden Primärelektronen mit δ . Soweit unsere quantitativen Kenntnisse über δ reichen, ist δ nur wenig oder gar nicht abhängig von der Art des getroffenen Stoffes, dagegen stark von der Energie K_p der Primärelektronen. Eine merkliche Abhängigkeit von der Stoffart ist wohl nur zu erwarten im Gebiet kleiner Primärenergien. Abb. 47 zeigt den Verlauf von δ in Abhängigkeit von der Energie K_p des Primärelektronenstrahles an einer Aluminiumober-

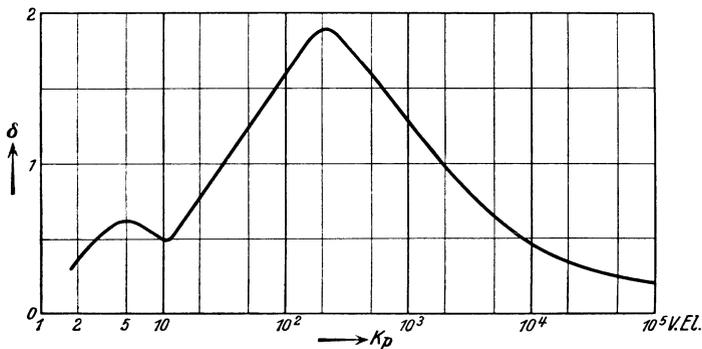


Abb. 47. Zahl δ der von einem auffallenden Elektron der Energie K_p ausgelösten Elektronen (einschließlich der reflektierten Primärelektronen) bei Al (28, 29).

fläche. Das erste Maximum bei kleiner Primärenergie wird wahrscheinlich für verschiedene Materialien verschieden hoch sein. Für größere Primärenergie ist der Kurvenverlauf innerhalb der Genauigkeit, mit der man die Angaben der Abb. 47 verwenden darf, annähernd der gleiche. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Meßergebnisse für verschiedene Metalle geben wir in Tabelle 18. Sie enthält außer dem (absoluten) Maximalwert von δ diejenige Energie der Primärelektronen in V·El, bei der das maximale δ auftritt, ferner denjenigen Betrag der Energie der Primärelektronen, für den δ gleich 1 ist; hier sind also die den Körper verlassenden Elektronen gerade ebenso zahlreich wie die auftreffenden Primärelektronen. Nach den Werten der Tabelle 18 kann man in Analogie zu Abb. 47 den ungefähren Verlauf von δ für verschiedene Stoffe abschätzen. Genauere Angaben über die Werte von δ sind schon deswegen kaum zu machen, weil δ insbesondere bei langsamen Primärelektronen ($< 10^3$ V·El) vermutlich sehr abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit des untersuchten Körpers ist. Das gleiche Metall

kann beispielsweise je nach seinem Entgasungszustand sehr verschiedene Werte von δ ergeben. Die in Tabelle 18 aufgeführten Zahlenangaben beziehen sich mit wenigen Ausnahmen auf saubere und im Vakuum geglühte, d. h. entgaste Metalloberflächen. Allgemein scheint eine Gasbeladung die Werte von δ zu vergrößern, während schlecht leitende Schichten auf den Oberflächen, wie sie durch Oxyde und Fettschichten auftreten, δ herabsetzen.

Tabelle 18. Verhältnis δ (befreite:einfallende Elektronen) bei verschiedenen Metallen (29, 119).

	δ_{\max}	$V_{\delta_{\max}}$	$V_{\delta=1}$		δ_{\max}	$V_{\delta_{\max}}$	$V_{\delta=1}$
W	1,45	700	200	Fe	1,3	350	120
W	1,4	630	240	Fe	—	—	183
W	1,3	630	250	Au	1,14	330	160
Mo	1,3	360	120	Pt	—	—	250
Mo	1,15	600	280	Al	1,9	220	35
Ni	1,3	460	160	Al	—	—	45
Cu	1,32	240	100	Mg	—	—	80
Cu	—	—	220				

Über die Geschwindigkeit der ausgesandten Elektronen läßt sich ebenfalls nur eine ungefähre Angabe machen. Der größte Teil aller ausgesandten Elektronen hat eine kinetische Energie, die kleiner ist als 20% der Primärenergie, doch kommen stets auch solche Elektronen vor, deren Energie praktisch gleich der Primärenergie ist. Der Bruchteil derjenigen Elektronen, die den getroffenen Körper mit annähernd der vollen Primärenergie wieder verlassen, ist abhängig von dem Winkel, welchen die einfallenden und die wieder austretenden Elektronen mit der getroffenen Oberfläche bilden. Am ausgeprägtesten ist diese Erscheinung, wenn der getroffene Körper ein Kristall ist, beispielsweise ein Metall-Einkristall. Die Erklärung dieser Erscheinung gelingt durch Annahme der „Wellennatur“ des Elektrons, sie ist vollkommen analog der Beugung von Licht, das von einem Beugungsgitter reflektiert wird. Für die uns interessierenden Probleme sind diese Fragen zur Zeit noch ohne Einfluß, so daß wir uns mit diesem Hinweis begnügen. Eine andere Art der Elektronenemission von Stoffen unter der Wirkung eines Bombardements mit raschen Elektronenstrahlen findet dann statt, wenn der getroffene Körper durch die Energie der einfallenden Primärelektronen so stark erhitzt wird, daß er infolge der hohen Temperatur Elektronen aussendet. Diese thermische Elektronenemission wird weiter unten im § 39 ausführlich behandelt; sie tritt zu den hier genannten Vorgängen einfach additiv hinzu.

§ 37. **Erzeugung von Elektronen durch Stoß positiver Ionen auf Grenzflächen.** Treffen positive Ionen auf einen Körper auf, den wir im folgenden stets als Metall voraussetzen, so werden unter dem Einfluß des Ionenbombardements Elektronen abgelöst, die als freie Elek-

tronen in die Umgebung fliegen. Die Anzahl der dabei befreiten Elektronen hängt ab von der Art der auftreffenden Ionen, ihrer Geschwindigkeit und von der Art des getroffenen Metalls, insbesondere von dessen Oberflächenbeschaffenheit. Diese dreifache Mannigfaltigkeit der Versuchsparameter ist bis heute keineswegs ausreichend bekannt. Wir müssen uns daher im folgenden darauf beschränken, die Grundprinzipien dieses Erzeugungsvorganges sowie einige charakteristische quantitative Daten zu bringen.

Die durch das Ionenbombardement hervorgerufene Elektronenemission kann ihre Energie aus zwei Quellen decken: Wenn die kinetische Energie der positiven Ionen ausreichend groß ist, kann diese die Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Metall leisten. Aber selbst für sehr langsame positive Ionen mit vernachlässigbar kleiner kinetischer Energie können zur Elektronenemission ausreichende Energiewerte aus der potentiellen Energie des Ions geliefert werden. Dieser letztere Fall ist immer dann möglich, wenn die Ionisierungsarbeit des Ions mindestens doppelt so groß ist wie die Austrittsarbeit eines Elektrons aus dem Metall. Beim Auftreffen eines Ions auf die Metalloberfläche wird das Ion neutralisiert durch ein aus dem Metall abgelöstes Elektron. Bei der Neutralisierung wird die Ionisierungsenergie frei, aber zur Ablösung eines neutralisierenden Elektrons aus der Metalloberfläche muß die Austrittsarbeit geleistet werden. Nach der Neutralisierung steht also ein Energiebetrag: Ionisierungsarbeit — Austrittsarbeit zur Verfügung, welcher, wenn er größer ist als die Austrittsarbeit, die Entfernung eines zweiten nunmehr freien Elektrons aus der Metalloberfläche bewirken kann. In welcher Weise dieser Energierest zur Elektronenablösung verwendet wird, ist uns unbekannt. Es ist denkbar, daß dieser Energiebetrag zunächst als ein Strahlungsquant emittiert wird, und die Elektronenbefreiung aus dem Metall photoelektrisch durch Absorption eines solchen Strahlungsquants erfolgt. Diese Hypothese stößt allerdings insofern auf eine quantitative Schwierigkeit, als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein positives Ion ein Elektron aus dem getroffenen Metall ablöst, sich aus Messungen größer ergibt, als die Wahrscheinlichkeit für die Befreiung eines Elektrons durch ein Photon. Der Umweg über die photoelektrische Emission kann also nicht die einzige Möglichkeit darstellen, wie die potentielle Energie des Ions zur Elektronenbefreiung verwendet wird. Das auftreffende positive Ion kann als Ion nach Aufnahme eines Elektrons aus der Oberfläche als neutrales Atom in den Gasraum zurückfliegen oder an der Oberfläche adsorbiert bleiben. Das zurückfliegende neutrale Molekül befindet sich nicht immer im Grundzustand, sondern kann als angeregtes Molekül noch einen Teil der anfänglichen potentiellen Energie wieder mit zurücknehmen. Bemerkenswert ist vor allem, daß das zurückfliegende, angeregte Molekül mit Vorliebe metastabil ist. Ferner ist eine chemische Reaktion zwischen der Oberfläche

und den auftreffenden Ionen möglich, z. B. Oxydation durch auftreffende Sauerstoffionen oder Hydrierung durch Wasserstoffionen.

Daß sowohl die potentielle wie die kinetische Energie eines auf die Metalloberfläche auftreffenden positiven Ions an der Elektronenemission beteiligt sein können, kann als sicher angenommen werden. Denn es scheint, als ob so langsame positive Ionen, daß deren kinetische Energie die Austrittsarbeit des Elektrons nicht decken kann, bereits fähig sind, aus der getroffenen Metalloberfläche Elektronen zu befreien, ein Vorgang, der nur unter Zuhilfenahme der potentiellen Energie erklärt werden kann. Andererseits können bei sehr hohen kinetischen Energien der auftreffenden Ionen so viele Elektronen von einem einzigen Ion aus dem Metall abgelöst werden, daß die potentielle Energie des Ions allein nicht ausreicht, die Austrittsarbeit für all diese Elektronen zu liefern.

Die Geschwindigkeit der unter dem Einfluß auftreffender Ionen aus einer Metalloberfläche austretenden Elektronen ist viel kleiner als die Geschwindigkeit der Sekundärelektronen beim Beschießen des Metalles mit entsprechend energiereichen Elektronenstrahlen. Der Grund hierfür ergibt sich aus den Stoßgesetzen. Wir haben in § 10 gezeigt, daß die maximale auf ein Elektron von einem stoßenden Ion übertragbare kinetische Energie gleich ist $4 \frac{\text{Elektronenmasse}}{\text{Ionenmasse}} \cdot \text{Anfangsenergie des Ions}$. Die übertragene Energie ist daher im allgemeinen nur etwa 1% der Energie des stoßenden Ions. Wenn das Ion ein Elektron im Metall trifft und ihm einen Teil seiner kinetischen Energie übergibt, so erhält dabei das Elektron, wie wir im vorigen Paragraphen für den Elektronenstoß auseinandergesetzt haben, zunächst eine Geschwindigkeit, die in das Metall hinein gerichtet ist. Das getroffene Elektron kann dann durch Streuung an irgendwelchen Atomkernen des Metalles seine Richtung ändern und unter Umständen die Metalloberfläche durchstoßen und in den umgebenden Raum hinaustreten. Dabei verliert es von seiner kinetischen Energie die Austrittsarbeit. Wenn der stoßende Ionenstrahl eine kinetische Energie von etwa $5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$ hat, so kann maximal auf das getroffene Elektron etwa 1%, d. h. $5 \text{ V} \cdot \text{El}$ an kinetischer Energie übertragen werden, und von diesem Betrag muß das Elektron die Austrittsarbeit, also beispielsweise $4 \text{ V} \cdot \text{El}$ aufwenden, um das Metall verlassen zu können. Es kann dann also aus dem Metall höchstens mit einer Energie von $1 \text{ V} \cdot \text{El}$ austreten. Daß diese Vorstellung über die Energieübertragung des stoßenden Ions auf ein Elektron des Metalles sicher weitgehend zutrifft, wird noch deutlicher als bei den hier beschriebenen Versuchen, wenn der stoßende Ionenstrahl nicht auf ein massives Metallstück auftrifft, sondern nur eine sehr dünne (Bruchteile von μ) Metallfolie durchschießt, in welcher weder der Ionenstrahl noch die von ihm beschleunigten Elektronen völlig abgebremst werden

können. Hier können die von Ionen getroffenen Elektronen in ihrer ursprünglich erhaltenen Geschwindigkeitsrichtung weiterfliegen und das Metall ohne einen zusätzlichen Streuungsprozeß verlassen, und tatsächlich haben in diesem Fall die Elektronen vorwiegend die Geschwindigkeit, die man nach den Stoßgesetzen erwarten muß.

Auch bei sehr raschen Ionenstrahlen liegt der überwiegende Anteil aller Elektronengeschwindigkeiten bei und unter dem nach den Stoßgesetzen erwarteten Betrag. Auf größere Beträge für die kinetische

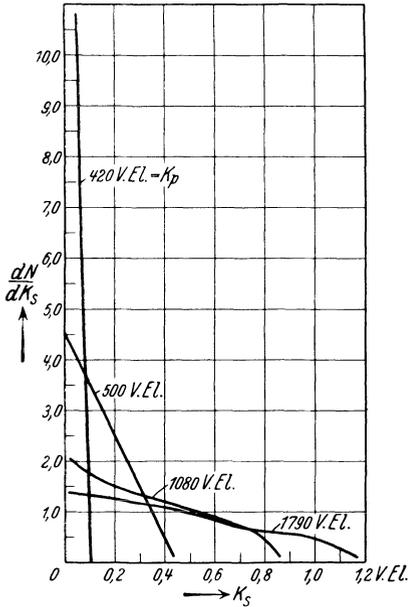


Abb. 48. Geschwindigkeitsverteilung $\frac{dN}{dK_s}$ der an Messing ausgelösten Sekundärelektronen infolge Aufprall von Wasserstoff-Kanalstrahlen der Energie K_p (30).

Energie der befreiten Elektronen kommt man, wenn man solche Elektronen betrachtet, die nicht durch die kinetische, sondern durch die potentielle Energie des Ions befreit wurden. An gut entgasten Ni-Oberflächen sind beim Beschießen mit He-Kanalstrahlen mit einer Energie von 100 bis 1200 V·El maximale Sekundärelektronengeschwindigkeiten gefunden worden von entsprechend 20 V·El unabhängig von der Primärgeschwindigkeit der Kanalstrahlen. Dieser Energiebetrag ist gleich der Differenz zwischen der Ionisierungsspannung des He und der Austrittsarbeit des Ni.

Als Beispiel für die Geschwindigkeitsverteilung der abgelösten Elektronen geben wir Abb. 48, in der die prozentuale Häufigkeit der Elektronenenergien K_s für verschiedene kinetische Primärenergien K_p der auftretenden Ionenstrahlen angegeben

ist. Auf der Abszisse sind die kinetischen Energien der Elektronen in

V·El aufgetragen, in Ordinatenrichtung der Ausdruck $\frac{dN}{dK_s}$, der die

relative Anzahl dN der Elektronen mit einer Geschwindigkeit zwischen K_s und $K_s + dK_s$ mißt. Man findet für eine primäre Ionenstrahlenergie von 1080 V·El und für eine Energie der Sekundärelektronen von 0,4 V·El

den Wert $\frac{dN}{dK_s} = 1,4$. In dem Intervall von $dK_s = 0,1$ V·El, also bei-

spielsweise für das Intervall von 0,35 bis 0,45 V·El der kinetischen Energie der Sekundärelektronen findet man also eine relative Anzahl von $dN = 1,4 \cdot dK_s = 0,14$ oder 14 %. Die Kurven der Abb. 48 sind für Wasserstoff-Ionen an Messing gewonnen, doch wird man sie größenordnungs-

mäßig wohl auch für andere Kombinationen verwenden dürfen. — Ein Teil der auf das Metall auftreffenden positiven Ionen wird als Ionen wieder reflektiert. Der reflektierte Bruchteil nimmt mit wachsender Primärenergie ab und ist proportional zum Quadrat der Ordnungszahl des getroffenen Metalles und proportional zur Zahl der Metallatome pro cm^3 . Zahlenmäßig beträgt die reflektierte Menge bei $4 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{El}$ Einer von %. Die Energie der reflektierten Teilchen liegt zwischen der halben und der ganzen Primärenergie. — Die Energie des auftreffenden Kanalstrahles kann ebenfalls dazu verwendet werden, ein neutrales Metallatom abzulösen und zu emittieren. Näheres über diese „Zerstäubung“ wird im 2. Band berichtet.

Die Anzahl der aus einem Metall von einem Ion in Freiheit gesetzten Elektronen nennen wir γ . In γ ist nicht dasjenige Elektron mit eingerechnet, das das Ion dem Metall entreißt, um selbst neutralisiert zu werden; γ enthält vielmehr nur die Anzahl derjenigen Elektronen, die wirklich als freie Elektronen aus dem Metall in die Umgebung gelangen. γ als Funktion der kinetischen Energie K_p der auftreffenden Ionen ist für verschiedene Ionenarten und für verschiedene Metalle in Abb. 49 aufgetragen. γ steigt mit wachsender kinetischer Energie der befreienden Ionenstrahlen zunächst an, um erst bei sehr hohen Energiewerten wieder abzusinken. Dieser Verlauf von γ findet seine Parallele in dem Verlauf der differentialen Ionisierung s durch Ionenstrahlen in Gasen. Wegen der geringen Geschwindigkeit der von Ionenstrahlen ausgelösten Elektronen können nur diejenigen Elektronen, die in der äußersten Oberflächenschicht befreit wurden, das Metall verlassen, während alle in etwas tieferen Gebieten des Metalles beschleunigten Elektronen noch im Metall selbst steckenbleiben. Die Schärfe des Maximums in Kurve a der Abb. 49 tritt jedoch nicht unter allen Bedingungen auf. Die starke Streuung der Angaben der verschiedenen Kurven in Abb. 49 zeigt, daß γ anscheinend sehr stark von den Versuchsbedingungen abhängt, von denen besonders die Oberflächenbeschaffenheit des getroffenen Metalles eine wichtige Rolle spielt. Die Dinge liegen hier anscheinend ähnlich wie bei der Elektronenerzeugung von mit Elektronenstrahlen beschossenen Metallen, jedoch ist die Elektronenergiebigkeit beim Ionenbombardement wahrscheinlich gegen Oberflächenschichten noch empfindlicher. Diese größere Abhängigkeit von den Eigenschaften der Grenzschichten wird verständlich, wenn man berücksichtigt, daß die beim Ionenbombardement ausgesandten Elektronen durchwegs kleinere Geschwindigkeiten haben als die beim Elektronenbombardement austretenden und deswegen viel stärker auf Austrittshindernisse veränderlicher Größe reagieren müssen. Dagegen sind die Unterschiede der Angaben der Abb. 49 wohl weniger auf die Verschiedenheiten der verwendeten Ionenarten zurückzuführen. Die für die Kurven a bis f angegebenen Ionen sind aus Glühanoden erhalten,

über die in § 42 Näheres berichtet wird; die Ionenstrahlen enthalten vermutlich außer den angegebenen Metallionen noch in merklichem Maße H_1^+ -Ionen, außerdem teilweise noch Beimengungen neutraler Teilchen, durch die die Angaben von γ noch mindestens um den Faktor 2 unsicher gemacht werden. Kurve *e*, Abb. 49 ist dagegen unter

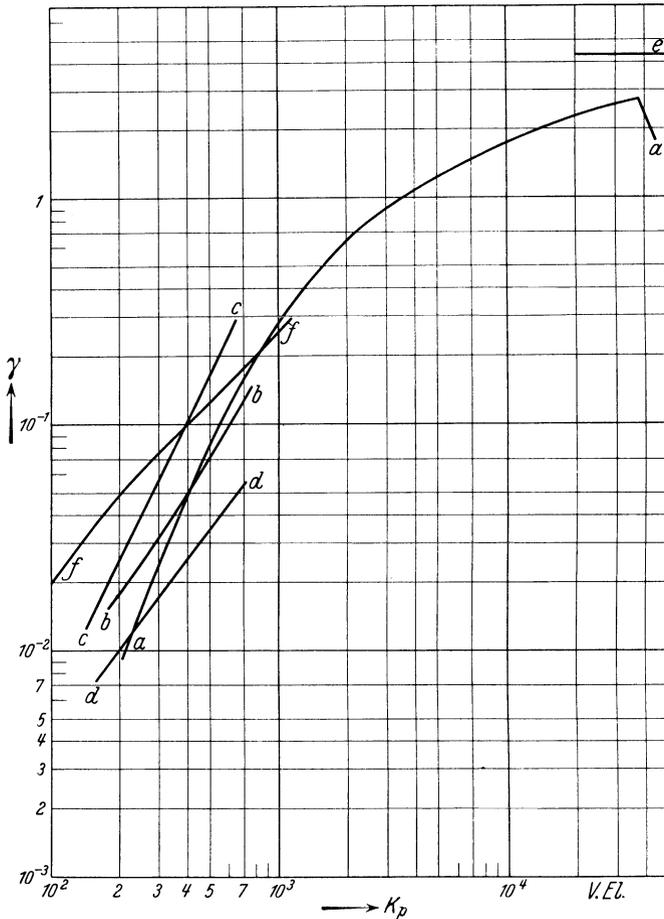


Abb. 49. Zahl der Elektronen γ , die durch ein auffallendes positives Ion der Energie K_p an Metalloberflächen befreit werden (31, 32, 33, 34). *a*... H_1^- und Na-Ionen an Cu, *b*... K-Ionen an Al, *c*... Li-Ionen an Al, *d*... Rb-Ionen an Al, *e*... H_1^- -Ionen an Cu, Al, Au, *f*... H_1^- -Ionen an Ni.

sauberen Versuchsbedingungen und ohne Störungen durch neutrale Teilchen erhalten.

Von besonderer Wichtigkeit für die selbständigen Gasentladungen ist der Wert von γ für sehr langsame Ionen. Aber gerade in diesem Geschwindigkeitsbereich schwanken die Angaben der direkten Messungen in außerordentlich weiten Grenzen, wie die besonders große Streuung

der Kurven Abb. 49 für kleine Primärstrahlenergien zeigt. Wenigstens für Edelgasionen scheint nach neueren Messungen γ für sehr geringe kinetische Energien noch immer in der Größenordnung von einigen Prozent zu liegen. Abb. 50 gibt als Beispiel γ an einer Nickeloberfläche, die mit Edelgasionen verschiedener Geschwindigkeit beschossen wird, und die auch für sehr kleine Geschwindigkeiten immer noch γ -Werte von einigen Prozent ergibt. Dagegen scheinen Alkali- und Hg-Dampfionen kleiner kinetischer Energie wesentlich geringere Werte von γ zu ergeben. So ist z. B. γ für K-Ionen mit einer kinetischen Energie unter $200 \text{ V} \cdot \text{El}$ an Al, Ni und Mo kleiner als $\frac{1}{2}\%$, während bei $1000 \text{ V} \cdot \text{El}$ an Al ein γ -Wert von 7% , an Ni von $4,2\%$ und an Mo von $3,8\%$ gemessen wird. Die übrigen Alkali-

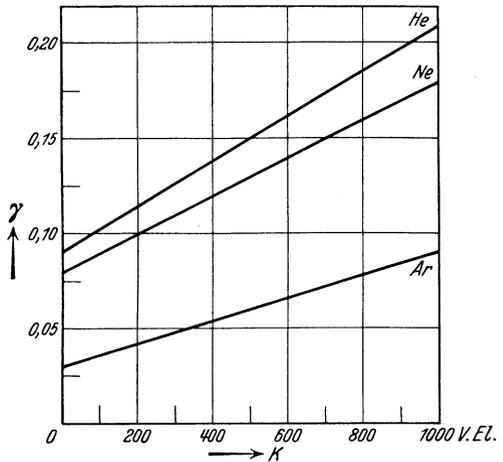


Abb. 50. Anzahl Elektronen γ , ausgelöst an Ni durch Auftreffen eines positiven Edelgasions der Energie K (35).

so daß die positiven Ionen der Alkalien weniger wirksam sind, um Elektronen aus der getroffenen Oberfläche abzulösen als die Edelgasionen. Hierfür spricht auch die Tatsache, daß die γ -Werte der drei Alkaliionen: Li, K und Rb für Li mit der größten Ionisierungsarbeit am größten und für Rb mit der kleinsten Ionisierungsarbeit am kleinsten sind (siehe Abb. 49, Kurven *c, b, d*). Die Abhängigkeit des γ von der Oberflächenbeschaffenheit charakterisiert Abb. 51, die den Einfluß der Entgasung einer Ni-Oberfläche zeigt. In der gleichen Richtung wirkt anscheinend die Entgasung auch bei anderen Metallen. Worauf die Unterschiede der Zahlenangaben der Abb. 50 und 51 beruhen, läßt sich nicht mit Sicherheit angeben.

Während die bisherigen Angaben über die Größe von γ alle durch unmittelbare Messung der Elektronenemission von mit Ionen beschossenen Metallen erhalten sind, geben wir im folgenden noch die Resultate einer indirekten Methode, die auf Grund von Vorstellungen über

den Mechanismus selbständiger (Glimm)Entladungen beruht, und deren Deutung erst nach Kenntnis dieser Erscheinungen im zweiten Band erfolgt. Das Metallstück, das unter dem Einfluß des Ionenbombardements Elektronen aussendet, ist dabei Kathode einer Glimmentladung und wird daher von positiven Ionen, die in der Entladung erzeugt werden, getroffen.

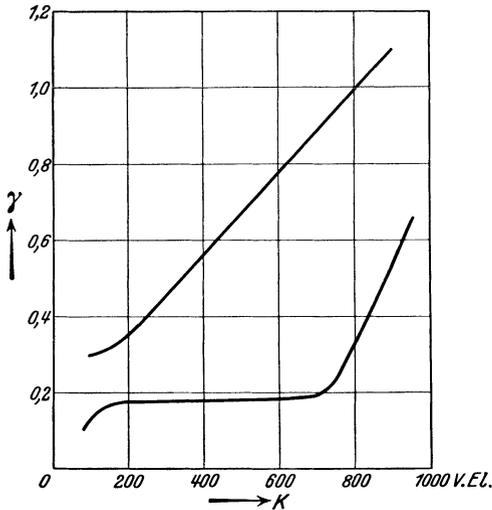


Abb. 51. Anzahl γ von Elektronen, die durch ein He^+ -Ion der Energie K ausgelöst werden beim Aufprall auf eine entgaste (untere Kurve) und eine nicht-entgaste (obere Kurve) Ni-Elektrode (36).

Man kann die gesamte Elektronenemission der Kathode, deren ungefähre Größe man auf indirektem Wege errechnen kann, auf das Konto des Ionenbombardements setzen und daraus γ -Werte bestimmen. Sicherlich wird aber ein Teil dieser Elektronenemission nicht durch positive Ionen hervorgerufen, sondern durch an die Kathode diffundierende angeregte, bzw. metastabile Moleküle oder andere Prozesse. Die Werte, die man errechnet, wenn man für die gesamte Elektronenemission nur die positiven Ionen verantwortlich macht, sind also obere Grenzwerte. Die kinetische Energie der in dieser

Anordnung auftreffenden Ionen beträgt vermutlich etwa $10 \text{ V} \cdot \text{El}$. Tabelle 19 enthält die hiernach errechneten γ -Werte für verschiedene Metalle und für verschiedene Ionenarten. Soweit unmittelbare Messungen über die Größe von γ mit Ionenstrahlen vorliegen, sind sie ebenfalls in diese Tabelle mit aufgenommen, wobei sie zum Unterschied gegen die in-

Tabelle 19. Zahl der pro einfallendes Ion aus einer Metall-Gas-Grenzfläche ausgelösten Elektronen γ (in %) für langsame Ionen (113, 35).

Gas Metall	Luft	N_2	H_2	He	Ne	Ar
K	7,7	12	22	17	22	22
Cu	2,5	6,6	5,0	—	(2)	5,8
Mg	3,8	8,9	12,5	3,1	11	7,7
Ba	—	14,0	—	10,0	—	14,0
Hg	—	—	0,8	2,0	—	—
Al	3,5	10,0	9,5	2,1	5,3	12,0
W	—	—	—	—	4,5	—
Fe	2,0	5,9	6,1	1,5	2,2 (4)	5,8
Ni	3,6	7,7	5,3	1,5 (9)	3,1 (8)	5,8 (3)
Pt	1,7	5,9	2,0	1,0	2,3	5,8
C	—	—	1,4	—	—	—

Eingeklammerte Werte sind direkt gemessen.

direkt berechneten Werte von γ eingeklammert sind. Das wesentliche Ergebnis der Nebeneinanderstellung der nach diesen beiden Methoden gewonnenen Werte von γ ist zunächst einmal die Übereinstimmung der Größenordnung, dann aber auch der gleiche Gang der γ -Werte bei Veränderung der Kombination Ionenart-Metall.

Stoßionisierung im Gasraum und Befreiung von Elektronen aus der Kathode durch Ionenstoß.

Zwischen zwei ebenen Elektroden vom Abstand d befindet sich Gas und ein elektrisches Feld. Ein aus der Kathode irgendwie befreites Elektron hat sich im Mittel bei seiner Ankunft auf der Anode auf $e^{\alpha d}$ Elektronen vermehrt (§ 34), wenn man davon absieht, daß die positiven Ionen im Gasraum ionisieren. Die dabei gebildeten $e^{\alpha d} - 1$ positiven Ionen wandern zur Kathode und befreien dort $\gamma(e^{\alpha d} - 1)$ Elektronen. Auch diese vervielfachen sich bei ihrer Ankunft auf der Anode um den Faktor $e^{\alpha d}$ usw. Die Gesamtzahl z der Elektronen, die so schließlich für jedes primär aus der Kathode abgelöste Elektron an der Anode ankommt, wird so

$$z = e^{\alpha d} + [e^{\alpha d} - 1]\gamma e^{\alpha d} + [e^{\alpha d} - 1]^2 \gamma^2 e^{\alpha d} + \dots \quad (136a)$$

Für den Fall, daß $\gamma(e^{\alpha d} - 1) < 1$, konvergiert diese Reihe und es wird

$$z = \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma[e^{\alpha d} - 1]}. \quad (136b)$$

Ergibt der primär ausgelöste Photoelektronenstrom ohne Stoßionisation einen Strom J_0 , so vervielfacht er sich mit Stoßionisation und Elektronenbefreiung durch positive Ionen, also gemäß

$$J = J_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma[e^{\alpha d} - 1]}. \quad (136c)$$

Gl. (136c) ist mit Gl. (134) gleichwertig; lediglich der Sitz der Elektronenerzeugung durch positive Ionen ist vom Gasraum an die Kathodenoberfläche verlegt. Praktisch gehen (134) und (136c) in einander über, wenn $\gamma = \frac{\beta}{\alpha}$ gesetzt wird bei Vernachlässigung des β additiv neben α . — Findet Ionisierung durch positive Ionen im Gasraum gleichzeitig mit Elektronenbefreiung an der Kathode statt, so kann man daher die Ionisierung im Gasraum annähernd nach (136c) mit $\frac{\beta}{\alpha} = \gamma'$ ausdrücken. Die Gesamtstrommultiplikation erfolgt dann so, als ob das an der Kathode geltende γ um diesen Betrag γ' vergrößert wäre:

$$J = J_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \left[\gamma + \frac{\beta}{\alpha}\right][e^{\alpha d} - 1]}. \quad (136d)$$

Auch in Gl. (136c und d) kann der Nenner zur Null werden und ergibt

unendliche Strommultiplikation $\frac{J}{J_0}$. Die Deutung dieses Falles ist die gleiche wie sie bereits in Anschluß an Gl. (134) beschrieben wurde.

§ 38. **Erzeugung von Elektronen durch Photonen an Grenzflächen.** Fällt Licht auf eine Grenzfläche zwischen einem festen oder flüssigen Körper und dem angrenzenden Raum, so treten Elektronen dann aus dem getroffenen Körper aus, wenn das Licht so hohe Frequenzen enthält, daß *ein* Lichtquant $h\nu$ die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ eines Elektrons aus dem Metall ins Vakuum abgeben kann. Das austretende Elektron führt dabei den Energieüberschuß, den das einfallende Lichtquant über die Austrittsarbeit des Elektrons hat, als kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$ mit sich, d. h.

$$\frac{m}{2} v^2 = h\nu - eV_{au}. \quad (137)$$

Nicht alle Elektronen, die das Metall verlassen, haben die gleiche kinetische Energie selbst bei homogenem Licht und örtlich konstanter Austrittsarbeit, weil ein Teil der vom Licht befreiten Elektronen aus etwas tieferen Schichten des Metalles kommt, und im Metall selbst einen Teil seiner Energie verloren hat. Die Geschwindigkeit v nach Gl. (137) spielt vielmehr nur die Rolle einer oberen Grenzfrequenz. Je langwelliger das Licht wird, je kleiner also ν ist, desto kleiner wird an derselben Grenzfläche, d. h. bei festgehaltenem V_{au} , die maximale Geschwindigkeit, mit der die Elektronen ins Vakuum übertreten. Bei einer kritischen Frequenz, die dann erreicht wird, wenn die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ gerade gleich der Energie eines Lichtquants $h\nu_{gr}$ ist, verlassen die Elektronen den Körper ohne merkliche kinetische Energie; noch langwelligeres Licht erzeugt daher keine Elektronenemission des getroffenen Körpers, weil die Quanten nicht einmal mehr zur Deckung der Austrittsarbeit ausreichen. Die „langwellige Grenze“ λ_{gr} läßt sich daher berechnen aus der Gleichung

$$h\nu_{gr} = h \frac{c}{\lambda_{gr}} = eV_{au}, \quad (138)$$

oder

$$\lambda_{gr} V_{au} = 12350 \text{ \AA} \cdot \text{Volt}. \quad (139)$$

Die Größe V_{au} ist für jeden Körper charakteristisch, sie hängt in sehr weitem Maße von seiner Oberflächenbeschaffenheit ab, und kann sich daher durch Geringfügigkeiten, wie Gasbeladung, Unsauberkeit, Oxydschichten usw. erheblich ändern. Tabelle 20 gibt die Austrittsarbeit in $V \cdot El$ für eine Reihe wichtiger Metalle an; dabei sind im allgemeinen zwei Zahlen angeschrieben, von denen die erste mehr für die reinen Metalle gilt, während die zweite Zahl eine in der Mehrzahl der Fälle durch adsorbierte Oberflächenschichten verkleinerte Austrittsarbeit darstellt. Ferner sind die diesen Austrittsarbeiten zugehörigen langwelligeren Grenzen angeführt.

Tabelle 20. Elektronenaustrittsarbeit eV_{au} und Grenzwellenlängen λ_{gr} für verschiedene Metalle und Verbindungen (s. a. Tabelle 17) (114).

Metall	$e \cdot V_{au}$ V. El	λ_{gr} Å	Metall	$e \cdot V_{au}$ V. El	λ_{gr} Å
Li	2,38—2,34	5180—5280	Mo	4,33—3,22	2850—3830
Na	2,12—1,80	5820—6860	Ta	4,92—4,12	2510—3000
K	2,02—0,46	6110—26800	W	5,36—4,31	2300—2860
Rb	1,45—1,2	8520—1300	Pt	6,5 —3,63	1900—3400
Cs	1,36—0,7	9080—17600	Th	3,57—2,69	3450—4580
Mg	3,74—1,77	3310—6980	Zr	4,51	2740
Ca	3,34—1,7	3700—7270	Hf	5,13	2410
Sr	2,15—1,79	5740—6890	Th-Film		
Ba	2,29—1,59	5380—7770	auf W	2,62	4720
Al	3,95—1,77	3130—6980	Cs-Film		
Cu	4,82—3,89	2560—3210	auf W	1,36	9090
Ag	4,71—3,09	2620—3990	Cs-Film		
Au	4,75—4,33	2600—2850	a. oxyd. W	0,71	17400
Zn	4,10—3,02	3010—4080	BaO	1,00	12350
Hg	4,75—4,05	2600—3050	CuO	5,34	2310
Fe	4,79—3,92	2580—3150	Cu ₂ O	5,17	2390
Ni	4,57—3,68	2700—3360			

Die Geschwindigkeit der abgelösten Elektronen hängt nur ab von der Frequenz des auffallenden Lichtes, aber nicht von der Intensität. Eine Steigerung der Lichtintensität bewirkt nur eine proportionale Vergrößerung der abgelösten Elektronenmenge, ohne aber die Geschwindigkeitsverteilung zu beeinflussen. Die Geschwindigkeit der Elektronen hat eine obere Grenze; die ihr entsprechende kinetische Energie haben wir bereits oben zu $\frac{m}{2}v^2 = h\nu - e \cdot V_{au}$ berechnet.

Die Anzahl der Elektronen, die die getroffene Fläche mit dieser Geschwindigkeit verläßt, ist jedoch sehr klein. Die größte Häufigkeit haben Elektronen mit etwa 40% der maximal möglichen kinetischen Energie. Von diesem Maximum fällt die Häufigkeit der einzelnen Geschwindigkeiten sowohl nach der Maximalgeschwindigkeit wie nach der Geschwindigkeit Null stetig ab, wobei diese beiden Grenzgeschwindigkeiten mit der Wahrscheinlichkeit Null auftreten. Abb. 52 zeigt den ungefähren Verlauf der Verteilung der kinetischen Energie photoelektrisch emittierter Elektronen. Berücksichtigt ist hierbei allerdings nicht die tatsächliche kinetische Energie der Elektronen, sondern nur diejenige kinetische Energie, die der Komponente der Geschwindigkeit entspricht, die senkrecht auf der emittierenden Oberfläche steht. Bei sehr dünnen Folien ($\sim 10^{-6}$ cm) verschiebt sich das Maximum nach rechts ($\sim 0,8$).

Wenn das auffallende Licht Röntgenstrahlung ist, sind die Verhältnisse anders als bisher beschrieben. Während die bisherigen Elektronen vorwiegend wohl als die primären Photoelektronen angesehen werden können, erzeugt ein absorbiertes $h\nu$ -Quant der Röntgenstrahlung so rasche Primärelektronen, daß diese noch im Metallinneren sekundäre Elektronen bilden können; es ist zunächst nicht zu entscheiden, ob die

emittierten Elektronen primäre Photoelektronen oder Sekundärelektronen des primären Photoelektronenstrahles sind. Bei sehr dünnen Metallfolien, in denen die Wahrscheinlichkeit der Bildung von Sekundärelektronen klein ist, weil das Sekundärelektron im Metall nur wenige Atome durchquert, sind die herausfliegenden Elektronen im wesentlichen Primärelektronen. Die Energie dieser Elektronen ist aber nicht mehr gegeben durch Gl. (137), wo $e \cdot V_{au}$ die Austrittsarbeit eines Elektrons aus dem Metall ist, sondern die Elektronenenergie gehorcht vorwiegend einer Gleichung $\frac{m}{2} v^2 = h\nu - eV_j^{(n)}$ wobei $e \cdot V_j^{(n)}$ die Arbeit ist, die aufgewandt werden muß, um ein fester gebundenes Elektron

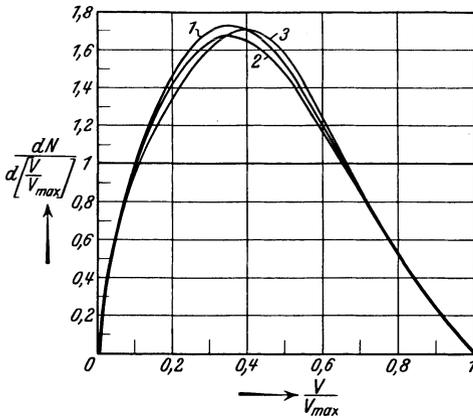


Abb. 52. Geschwindigkeitsverteilung $dN:d\left[\frac{V}{V_{\max}}\right]$ von photoelektrisch an einer Oberfläche ausgelösten Elektronen (37). Auffallende monochromatische Strahlung: Kurve 1... $\lambda = 2302 \text{ \AA}$, Kurve 2... $\lambda = 2537 \text{ \AA}$, Kurve 3... $\lambda = 3130 \text{ \AA}$.

aus dem Verband des Metallatoms abzulösen. Gegen diese Arbeit spielt die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ aus dem Metall keine Rolle mehr. Die Anzahl der in diesem Falle emittierten Elektronen ist gleich der Anzahl der absorbierten Quanten, die sich aus dem Absorptionskoeffizienten (§ 28) und der Dicke der durchstrahlten Metallfolie berechnen läßt. Fallen Röntgenstrahlen auf massive, feste oder flüssige Körper, so kann nur noch ein Teil der insgesamt gebildeten Elektronen den getroffenen Körper verlassen und ins Vakuum gelangen, während der Rest im Metall selbst wieder steckenbleibt. Das gebildete primäre Photoelektron mit der Energie $h\nu - eV_j^{(n)}$ wirkt wie ein Elektronenstrahl und erzeugt wie dieser Sekundärelektronen (siehe § 36). Die ungefähre Menge der unter dem Einfluß von Röntgenstrahlen aus einer dicken Metallplatte abgelösten Elektronen kann man dann abschätzen aus der Ergiebigkeit δ der befreiten Sekundärelektronen durch Elektronenstrahlen (§ 36) und der Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Röntgenquant bereits so nahe unter der Oberfläche des getroffenen Metallstückes absorbiert wird, daß das gebildete Photoelektron noch eine ausreichende Geschwindigkeit hat, um den Weg ins Freie zurückzulegen.

An sich kann jedes auffallende Lichtquant, dessen $h\nu$ größer als die Austrittsarbeit eines Elektrons ist, ein Elektron aus der Metalloberfläche befreien. In Wirklichkeit ist die Zahl der befreiten Elektronen nur ein kleiner Bruchteil der maximal möglichen Anzahl. Wir

gegen diese Arbeit spielt die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ aus dem Metall keine Rolle mehr. Die Anzahl der in diesem Falle emittierten Elektronen ist gleich der Anzahl der absorbierten Quanten, die sich aus dem Absorptionskoeffizienten (§ 28) und der Dicke der durchstrahlten Metallfolie berechnen läßt.

Fallen Röntgenstrahlen auf massive, feste oder flüssige Körper, so kann nur noch ein Teil der insgesamt gebildeten Elektronen den getroffenen Körper verlassen und ins Vakuum gelangen, während der

nennen im folgenden das Verhältnis der abgelösten Elektronen zu der Anzahl *auffallender* Lichtquanten φ . Von den auffallenden Lichtquanten wird ein erheblicher Bruchteil reflektiert, der keinen Beitrag zur Elektronenemission geben kann. Der Rest des Lichtes, der von dem getroffenen Körper absorbiert wird, gibt seine Energie zum größten Teil zur Erwärmung des Körpers ab, und nur ein kleiner Bruchteil, der im bisher höchsten erreichten Fall 26% der absorbierten Quantenmenge beträgt, verwendet seine Energie zur Befreiung von Elektronen. φ ist daher im allgemeinen eine sehr kleine Zahl. Die quantitative Angabe von φ für gegebene Oberfläche und gegebene Frequenz des auffallenden Lichtes leidet stark unter der Schwierigkeit, daß die Austrittsarbeit und damit auch die Wahrscheinlichkeit für die Befreiung eines Elektrons außerordentlich stark abhängt von der Beschaffenheit der äußersten Oberfläche (Stärke von Atomdurchmessern).

Der Einfluß der Oberflächenschichten läßt sich in zwei Klassen einteilen: Änderung der Austrittsarbeit und Änderung der Ausbeutezahl φ . Im normalen Fall steigt φ bei solchen Änderungen der Oberflächenschicht, die die Austrittsarbeit herabsetzen, die langwellige Grenze also nach dem Rot verschieben. Die Ausbeutezahl φ wird von solchen Oberflächenschichten vergrößert, die elektropositiver sind als die Unterlage und umgekehrt. Elektropositiv sind dabei solche Stoffe mit geringer Ionisierungs- bzw. Austrittsarbeit. Oberflächenschichten aus elektropositivem Material laden sich durch Verlust von Elektronen positiv gegen ihre Unterlage auf, und erzeugen damit ein elektrisches Feld zwischen sich und der Unterlage, das die Elektronen aus der Unterlage herausziehen sucht, und damit den Austritt von Elektronen offenbar begünstigt. Man kann sich diesen Einfluß etwa vorstellen als eine Art Autoelektronenemission (§ 40). Umgekehrt wirken Überzüge aus elektronegativen Schichten hemmend auf den Elektronenausritt (beispielsweise Oxydschichten usw.). Besonders hohe Werte der Elektronenausbeute erhält man, wenn man sehr starke Felder zwischen der äußeren Grenzschicht und der Unterlage erzeugt, in der Richtung, daß durch sie die Elektronen aus der Unterlage entfernt werden. Diese starken Felder erzeugt man, indem man einen sehr stark elektronegativen Stoff mit einer dünnen, etwa monoatomaren Schicht einer stark elektropositiven Substanz überzieht, also beispielsweise dann, wenn auf eine oxydierte Metallunterlage eine sehr dünne Schicht Alkalimetall aufgedampft wird.

Der Verlauf von φ mit der Wellenlänge der auffallenden Strahlen ist im allgemeinen so, daß mit abnehmender Wellenlänge, also steigender Energie der Quanten, φ anwächst von dem Wert Null an der langwelligen Grenze. Unmittelbar anschließend an die Grenzwellenlänge λ_{gr} läßt sich φ (λ) darstellen durch

$$\varphi = \text{konst} \cdot \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{gr}} \right)^2. \quad (140)$$

Dieser Anstieg erfolgt im normalen Fall monoton über das ganze Gebiet des Ultraviolett. Beispiele hierfür zeigen die Kurven *a*, *b*, *c* und *e* der Abb. 53. Die große Ausbeute der Kurve *e*, verglichen mit der Ausbeute nach Kurve *a*, *b*, *c* im Gebiet größerer Wellenlänge ist wohl vorwiegend auf den bereits genannten Effekt einer elektropositiven Schicht auf einer

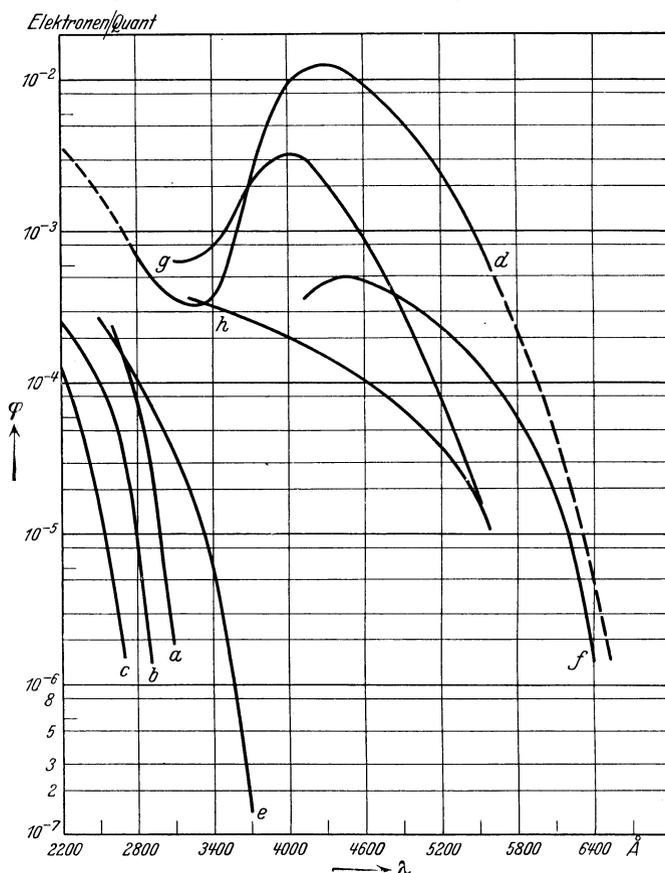


Abb. 53. Anzahl Elektronen φ , die ein auf eine Metalloberfläche auffallendes Quant der Wellenlänge λ befreit (38, 39, 40, 41). Kurve *a*... reines Pt, *b*... reines Ag, *c*... reines Au, *d*... hydriertes K, *e*... atomares K auf Pt, *f*... K auf Ag_2O , *g*... K auf Pt: $\mathcal{E}||$, *h*... K auf Pt: $\mathcal{E}\perp$, ($\mathcal{E}||$ bzw. $\mathcal{E}\perp$ bedeutet polarisiertes Licht, dessen elektrischer Vektor parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene schwingt.)

elektronegativen Grundlage zurückzuführen. Zum Unterschied gegen den sogenannten normalen Verlauf von $\varphi(\lambda)$ der vier bisher genannten Kurven kann dem monotonen Anstieg von φ mit abnehmender Wellenlänge ein selektives Maximum überlagert sein. Ein „selektiver lichtelektrischer Effekt“ tritt immer dann auf, wenn ein elektropositives Material in dünner Schicht an der Grenzfläche vorhanden ist, das mit seiner Unterlage chemische Verbindungen eingeht. Der selektive lichtelektrische Effekt ist anscheinend auf eine Resonanzschwingung im

Metall zurückzuführen, die wir im einzelnen noch nicht kennen. In diesen Resonanzgebieten steigt die Ausbeutezahl φ ganz erheblich an. Beispiele geben die Kurven d, f, g der Abb. 53. Bemerkenswert ist, daß sich ein Unterschied der Polarisationsrichtung des auffallenden Lichtes beim selektiven Photoeffekt zeigt, während ein solcher beim normalen Photoeffekt fehlt. Nur Licht von einer solcher Richtung seines elektrischen Vektors, daß dieser Vektor eine Komponente senkrecht zur getroffenen Metalloberfläche hat, zeigt einen selektiven Effekt, während dieser für Licht anscheinend völlig fehlt, wenn dessen elektrischer Vektor parallel zur reflektierenden Oberfläche, also senkrecht zur Einfallsebene schwingt. Der selektive Effekt ist um so stärker, je kleiner der Winkel zwischen dem Strahl und der reflektierenden Oberfläche gemacht wird; er fehlt, wenn Licht senkrecht auf eine reflektierende Oberfläche auftrifft, weil das Licht dann keine Komponente der elektrischen Feldstärke besitzt, die senkrecht auf der getroffenen Fläche steht, und er wird um so ausgeprägter, je streifender das auffallende Licht wird. Die Kurven g, h in Abb. 53 zeigen den photoelektrischen Effekt für Licht, dessen elektrischer Vektor parallel zur Einfallsebene bzw. senkrecht zu ihr schwingt. Nur im ersten Fall tritt das selektive Maximum auf.

§ 39. Erzeugung von Elektronen an Grenzflächen durch hohe Temperatur (Glühkathoden). Die Arbeit, die ein Elektron leisten muß, um aus einem festen Körper ins Vakuum auszutreten, kann dem Elektron auch dadurch zur Verfügung gestellt werden, daß bei hoher Temperatur des Körpers die kinetische Energie der am Temperaturgleichgewicht teilnehmenden Elektronen in gewissen Fällen bereits ausreicht, um das Elektron die zurückhaltenden Kräfte überwinden zu lassen und es damit zu befähigen, das Metall zu verlassen. Es können dann alle diejenigen Elektronen austreten, die zufällig einmal so große Geschwindigkeitskomponenten *senkrecht* zur Grenzfläche an dieser Stelle besitzen, daß die dieser Geschwindigkeit entsprechende kinetische Energie größer ist als die Austrittsarbeit. Bezeichnen wir die auf der Grenzfläche senkrecht stehende Komponente der Geschwindigkeit als x -Komponente mit v_x , so muß demnach gelten

$$\frac{m}{2} v_x^2 = e \cdot V_{au}, \quad (141)$$

damit das Elektron den Metallverband verlassen kann. Nehmen wir zunächst an, daß die Elektronen im Metall der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung gehorchen und sich im Temperaturgleichgewicht mit dem Metall befinden, so ist die Anzahl der Teilchen, die in der Zeiteinheit auf die Grundfläche mit einer Geschwindigkeit $> v_x$ auftreffen, gegeben durch Gl. (371, Anhang):

$$n_{v_x}^{\infty} = \frac{N w}{2 \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x^2}{w^2}} \quad (142)$$

worin w^2 nach Gl. (348) gleich $\frac{2k}{m} T$ ist. Nimmt man an, daß jedes Elektron mit an sich ausreichendem v_x das Metallganze verläßt, so ist $n = n_{v_x}^\infty$ die Zahl der pro Zeit- und Flächeneinheit austretenden Elektronen:

$$n = \frac{\sqrt{2k}}{2\sqrt{\pi m}} N \sqrt{T} e^{-\frac{e V_{au}}{k T}} = c' \sqrt{T} e^{-\frac{e V_{au}}{k T}}, \quad (146)$$

worin N die Zahl der Leitungselektronen in der Volumeneinheit des Metalles, k die Boltzmannkonstante bedeuten. Die Konstante c' enthält N und ist daher eine für jedes Metall charakteristische Größe.

Auf thermodynamischem Wege erhält man unter der Annahme, daß die Elektronenemission der gleiche Vorgang ist wie die Verdampfung eines einatomigen Gases, eine Gleichung, die sich nur durch einen anderen Exponenten von T unterscheidet, nämlich:

$$n = c'' T^2 e^{-\frac{e \cdot V_{au}}{k T}}. \quad (147)$$

Die von diesen n Elektronen (die pro Zeiteinheit aus der Flächeneinheit austreten) getragene Stromdichte ist

$$j = e n = A T^2 e^{-\frac{B}{T}}, \quad (148)$$

wobei

$$B = \frac{e \cdot V_{au}}{k} \quad (149)$$

und A eine universelle Konstante ist, für die sich theoretisch der Wert $60,2 \text{ A/cm}^2$ ergibt. Der Unterschied in den Aussagen der beiden Gl. (146) und (147) ist trotz des verschiedenen Exponenten von T nicht groß, weil die Veränderung des gemeinsamen zweiten Faktors $e^{-\frac{B}{T}}$ weitaus überwiegend ist. Gl. (147) gibt die Beobachtungen besser wieder als Gl. (146).

Tabelle 21 enthält für verschiedene Metalle sowie für einige für Glühkathoden wichtige Verbindungen die Konstanten A und B , aus denen sich die Stromdichte, die durch thermische Elektronenemission geliefert werden kann, berechnen läßt. Diese Stromdichte ist dabei der Maximalwert, der nur dann tatsächlich auftritt, wenn vor der glühenden Fläche genügend große elektrostatische Felder herrschen, um die verdampfenden Elektronen sämtlich zu entfernen; andernfalls fällt ein beliebig großer Teil der ausgetretenen Elektronen wieder in das Metall zurück, so daß die wirklich auftretende Stromdichte kleiner ist als der nach Gl. (148) berechnete maximale Sättigungsstrom. Eine Wolfram-Oberfläche, die auf 2400^0 K erhitzt ist, ergibt hiernach einen Emissionsstrom von etwa $0,1 \text{ A/cm}^2$. An den Werten der Tabelle 21 fällt auf, daß nur bei reinen Metallen der theoretische A -Wert von $60,2 \text{ A/cm}^2$ wirklich gemessen wird, während er auch in einigen Fällen

sehr erheblich unterschritten werden kann. Der Grund hierfür liegt vermutlich darin, daß in diesen Fällen nicht die ganze Oberfläche gleichmäßig emittiert, sondern daß nur vereinzelt Inseln an der Oberfläche mit besonders kleiner Austrittsarbeit an der Emission teilnehmen. In dem Maße, in dem die angegebenen A -Werte hinter dem theoretischen Wert 60,2 zurückbleiben, ist die gesamte Oberfläche von derartigen aktiven Inseln bedeckt.

Beim Übergang vom festen in den flüssigen Zustand springt die Elektronenemission etwa auf die Hälfte. Die Austrittsarbeit und damit die Größe B ist für den festen Zustand gut konstant, während sie im flüssigen Zustand im Augenblick des Schmelzens zunächst ansteigt und dann, wenigstens bei Kupfer, wieder langsam fällt.

Tabelle 21.
Konstanten der Gleichung (148) (112).

Metall	A A/cm ²	B in °K
W	60,12	52 560
Ta	50,2	47 550
Mo	60,2	51 300
Ag fest	60,2	47 000
Ag flüssig	60,2	50 000
Au fest	60,2	49 000
Au flüssig	60,2	53 000
Cu fest	60,2	51 000
Cu flüssig	60,2	53 000
Ca	—	26 000
Th massiv	70	39 400
Th-Film auf W	3,0	30 500
Cs-Film auf W	—	15 800
Cs-Film auf oxyd. W	$1 \cdot 10^{-3}$	8 300
BaO-Paste	$3 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-2}$	11 500
kond. Ba-Dampf auf oxyd. W	$1 - 3 \cdot 10^{-1}$	12 800

Die angegebenen Werte von B stellen ungefähre Mittelwerte dar.

Die thermodynamische Ableitung der verdampfenden Elektronenmenge [Gl. (147)] führt zu der Vorstellung, daß sich unmittelbar vor der Grenzfläche eine Wolke von „gesättigtem Elektronendampf“ aufhält, deren maximale Gleichgewichtsdichte N_{\max} sich aus der Zahl der die Metalloberfläche maximal verlassenden Elektronenanzahl n pro Zeit und Flächeneinheit ergibt zu:

$$N_{\max} = n \sqrt{\frac{2 \pi m}{k T}} = 4 \cdot 10^{13} \cdot j \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (149a)$$

In der Zahlengleichung ist j in A/cm² einzusetzen, woraus sich N in cm⁻³ ergibt.

§ 40. Erzeugung von Elektronen durch elektrische Felder an festen Flächen (Autoelektronenemission). Ein wesentlicher Anteil der Austrittsarbeit von Elektronen aus Metall besteht in der Überwindung der Bildkräfte, d. h. der elektrostatischen Anziehung des Elektrons durch die im Metall zurückbleibende influenzierte positive Ladung. An ebenen Flächen ist die Bildkraft, mit der das Elektron noch im Abstand r von der Metalloberfläche von dieser angezogen wird, gegeben durch $\frac{e^2}{4 r^2}$. Wenn kein äußeres elektrisches Feld vorhanden ist, erfährt das

Elektron prinzipiell noch in beliebig großen Entfernungen r rücktreibende Kräfte. Genau genommen ist die Austrittsarbeit erst dann geleistet, d. h. das Elektron vom Metall völlig frei, wenn es unendlich weit von der Metalloberfläche entfernt ist. Wird dagegen dem emittierenden Metall eine Elektrode gegenübergestellt und zwischen dem Metall und dieser Elektrode ein konstantes elektrisches Feld \mathcal{E} erzeugt, das die Elektronen von dem emittierenden Metall fortzieht, so ist die Bildkraft $\frac{e^2}{4r^2}$ entgegengesetzt gerichtet zu der Feldkraft $e \cdot \mathcal{E}$, und die Summe dieser beiden Kräfte ist nur noch für kleine r auf das Metall zu gerichtet, also rücktreibend. Wächst r weiter, so nimmt die Bildkraft ab und wird bei einem kritischen Wert von $r = r_{krit}$ gerade ebenso groß wie die Feldkraft. An dieser Stelle wird auf das Elektron überhaupt keine Kraft ausgeübt und von diesem Ort ab zu größerem r hin kann es daher als freies Elektron angesehen werden. Die Arbeit, die aufgewandt werden muß, um das Elektron bei Anwesenheit eines äußeren Feldes bis zum Abstand $r = r_{krit}$ zu entfernen, ist natürlich kleiner als die Arbeit, die geleistet werden muß, um das Elektron bei fehlendem äußeren elektrischen Feld bis ins Unendliche zu führen. Die genaue elektrostatische Durchrechnung ergibt, daß man unter Zuhilfenahme eines elektrischen Feldes eine um den Betrag $e \sqrt{e \mathcal{E}}$ geringere Arbeit aufwenden muß als ohne Feld. Die Anwesenheit eines äußeren elektrischen Feldes verkleinert daher die Arbeit um diesen Wert.

Wenn die emittierende Metallfläche nun so stark erhitzt wird, daß sie in merklicher Menge Elektronen aussendet, so haben bei Anwesenheit eines elektrischen Feldes die Glühelektronen nur die um den Betrag $e \sqrt{e \mathcal{E}}$ verkleinerte Austrittsarbeit zu leisten, und wir erhalten daher den richtigen Wert der Elektronenemission, wenn wir in Gl. (147) statt $e \cdot V_{au}$ den Wert $e \cdot V_{au} - e \cdot \sqrt{e \mathcal{E}}$ einsetzen. Die Emissionsgleichung ergibt daher für die Stromdichte j unter gleichzeitiger Einwirkung eines äußeren elektrischen Feldes und hoher Temperatur der Glühelektrode den Ausdruck

$$j = A T^2 e^{-\frac{e(V_{au} - \sqrt{e \mathcal{E}})}{k T}}. \quad (150)$$

Bei konstant gehaltener Temperatur steigt der Emissionsstrom danach exponentiell mit $\sqrt{\mathcal{E}}$ an. Um die Austrittsarbeit um 1 V·El herabzusetzen, muß an der Glühelektrode ein Feld angreifen von $7 \cdot 10^6$ V/cm. Ein Feld von $7 \cdot 10^4$ V/cm an der Oberfläche eines auf 2400^0 K erhitzten Wolframdrahtes erhöht den Sättigungsstrom um etwa 60% seines Wertes ohne äußeres elektrisches Feld. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß das tatsächlich wirksame Feld immer größer ist als das makroskopisch bestimmte, weil sämtliche Oberflächen Unrauhigkeiten aufweisen, und das Feld daher lokal erheblich über seinen Mittelwert ansteigen

kann. An diesen Stellen besonders hoher Feldstärke tritt eine sehr starke Erhöhung des Sättigungsstromes ein, so daß die gesamte Erhöhung des Sättigungsstromes größer ist, als sie wäre, wenn das Feld überall homogen bliebe. Tatsächlich wird daher die Erhöhung des Emissionsstromes in dem angegebenen Beispiel bei einem Feldstärkenwert von etwa $\frac{1}{5}$ des oben berechneten erreicht. Außer von Unrauhigkeiten der Kathodenoberfläche hängt die Größe des Autoelektronenstromes in sehr hohem Maße ab von deren Gasbeladung in dem Sinne, daß mit zunehmender Entgasung der Autoelektronenstrom immer schwächer wird. Der Grund für diese Erscheinung ist wohl weniger eine Herabsetzung der Austrittsarbeit als eine störende Stoßionisierung in dieser Gashaut.

Ebenso wie ein elektrisches Feld die Austrittsarbeit für die Glüh-elektronenemission verkleinert, muß es auch den Austritt von Photoelektronen bei der Bestrahlung mit Licht erleichtern.

Denkt man sich die Feldstärke nur genügend groß gemacht, so muß die Austrittsarbeit so weit verkleinert werden können, daß auch schon bei gewöhnlicher Temperatur „Glüh“-Elektronenemission erwartet werden kann; doch sind hierzu Feldstärken in der Größenordnung 10^7 bis 10^8 V/cm notwendig. Tatsächlich treten bei Feldstärken von 10^6 V/cm auch aus kalten Elektroden bereits Elektronen aus (Autoelektronen) und makroskopische Feldstärken dieser Größe können an den Unrauhigkeitsspitzen einer Elektrode durchaus Felder des erforderlichen Betrages erzeugen. Das Maß der Autoelektronenemission hängt in größtem Umfange von der Austrittsarbeit und damit auch der Gasbeladung der Kathode ab. Die unter saubersten Bedingungen erhaltene Dichte des Autoelektronenstromes läßt sich besser als die hier theoretisch geforderte

Abhängigkeit mit $e^{\frac{e\sqrt{e}\mathfrak{E}}{kT}}$ darstellen durch eine Gleichung von der Form

$$j = A \cdot (T + c\mathfrak{E})^2 e^{-\frac{B}{T+c\mathfrak{E}}}, \quad (153)$$

wobei c eine materialabhängige Konstante ist und A und B die Konstanten der Gl. (148) sind. c wurde für Fe von der Größenordnung $1 \cdot 10^{-2}$ gefunden, wenn \mathfrak{E} in V/cm gemessen wird. Eine Abhängigkeit ähnlicher Form wie Gl. (153) fordern die modernen Auffassungen über die Geschwindigkeitsverteilung von Elektronen in Metallen, für die man bei den großen Elektronenkonzentrationen, die hier vorliegen müssen, nicht mehr mit der gewöhnlichen Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung rechnet, sondern eine sogenannte Gasentartung annimmt. Insbesondere fordert diese Theorie bei niederen Temperaturen die Ungültigkeit der Temperaturabhängigkeit in Gl. (147), wie sie auch tatsächlich beobachtet wurde. Die Stärke des Autoelektronenstromes erweist sich nämlich zwischen 300 bis 1000^0 K als praktisch temperatur-

unabhängig und ergibt erst bei noch höheren Temperaturen etwa die Abhängigkeit der Gl. (153).

§ 41. Erzeugung von positiven Ionen in Gasen mit kleiner Ionisierungsarbeit an Grenzflächen mit hoher Austrittsarbeit. Im allgemeinen ist die Ionisierungsarbeit der Gase erheblich größer als die Austrittsarbeit von Elektronen aus festen Körpern (siehe Tabellen 10 und 17 bzw. 20). Die niedrigsten Werte der Ionisierungsarbeit liegen aber immerhin unter den größten Werten der Austrittsarbeit. Bei Anwesenheit eines Gases mit sehr niedriger Ionisierungsarbeit an der Grenzfläche eines Körpers mit sehr hoher Austrittsarbeit der Elektronen können schon ohne Anwendung hoher Temperatur oder elektrischer Felder positive Ionen erzeugt werden.

Der Erzeugungsmechanismus ist dabei folgender: Trifft ein neutrales Gasmolekül des leicht ionisierbaren Gases (beispielsweise Cs-Dampf) auf einen Körper mit hoher Elektronen-Austrittsarbeit (beispielsweise W) auf, so kann dem neutralen Gasmolekül dabei ein Elektron entzogen werden, das dann von dem getroffenen Körper aufgenommen wird. Dieser Vorgang kann ohne Zuführung äußerer Energie stattfinden und erfolgt in dem angeführten Beispiel sogar unter Energieabgabe. Zur Ablösung eines Elektrons aus dem neutralen Gasmolekül ist die Ionisierungsarbeit aufzuwenden, die bei Cs $3,9 \text{ V} \cdot \text{El}$ beträgt. Andererseits wird beim Eintritt des Elektrons in das W ein Energiebetrag frei, der gleich der Austrittsarbeit ist und demnach $4,5 \text{ V} \cdot \text{El}$ beträgt. Diese freiwerdende Energie ist also größer als die Ionisierungsarbeit; sie kann daher die zur Ionisierung erforderliche Arbeit ohne weiteres liefern. Die Ionisierung durch den hier angegebenen Prozeß ist aber nicht daran gebunden, daß die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ größer sein muß als die Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$; auch für $V_j > V_a$ kann eine Ionisierung eintreten, wenn ein Gasmolekül auf die Grenzfläche auftrifft, falls die kinetische Energie des Gasmoleküls genügend groß ist, um die Energiedifferenz zwischen Ionisierungs- und Austrittsarbeit zu decken. In diesem Falle ist die Ionisierung um so wahrscheinlicher, bei je höherer Gastemperatur der Vorgang sich abspielt.

Das Gasmolekül, dem auf die beschriebene Weise ein Elektron entzogen wurde, bleibt als positiv geladenes Ion zurück, wobei es entweder als freies Ion in den Gasraum zurückfliegt oder durch die Bildkraft seiner eigenen Ladung an der Oberfläche adsorbiert bleibt. Wenn man also in ein Gefäß, das beispielsweise mit Cs-Dampf gefüllt ist, eine Elektrode aus Wolfram und eine zweite Elektrode aus beliebigem Material einsetzt, so daß die W -Elektrode Anode ist (siehe Abb. 54), so fließt ein Strom positiver Ionen von der Anode zur Kathode, welcher von denjenigen Ionen getragen wird, die an der Anode aus heranfliegenden neutralen Dampf-Molekülen durch den Entzug eines Elektrons gebildet wurden. Die Stärke dieses Stromes hängt ab von der Anzahl der in der

Zeiteinheit auf die Anode fliegenden neutralen Dampfmoleküle N_0 und von dem Bruchteil α dieser Dampfmoleküle, die beim Aufprall auf die Anode ionisiert wurden. Die Anzahl N_0 der auf die Anode fliegenden neutralen Teilchen hängt ab von der Größe der Anode, der Dampfdichte und der Dampftemperatur, dagegen nicht von der Temperatur der Anode und von der zwischen Anode und Kathode liegenden Spannung. Abb. 55 zeigt für K-, Cs- [und Hg-] Dampf die Anzahl der auf 1 cm^2 in der Zeiteinheit fliegenden neutralen Teilchen in Abhängigkeit von der Temperatur des Dampfes, wobei die Dampfdichte die zu dieser Temperatur gehörige Sättigungsdichte ist. Die allgemeine Berechnung von N_0 geben wir in Gl. (371) des Anhanges.

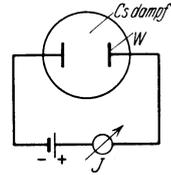


Abb. 54. Erzeugung positiver Ionen durch Stoß eines neutralen Moleküls ($e \cdot V_j$) gegen eine Oberfläche ($e \cdot V_{au}$), wenn $e \cdot V_j < e \cdot V_{au}$.

Der Ionisierungsgrad α der zurückfliegenden Dampfmoleküle läßt sich jedenfalls annäherungsweise aus allgemeinen thermodynamischen Prinzipien ableiten; er ergibt sich als abhängig von der Anodentemperatur, der Ionisierungsarbeit des Dampfes und der Elektronen-Austrittsarbeit der Anode zu

$$\alpha = \frac{e \frac{-(V_j - V_{au})e}{kT}}{1 + e \frac{-(V_j - V_{au})e}{kT}} \quad (154)$$

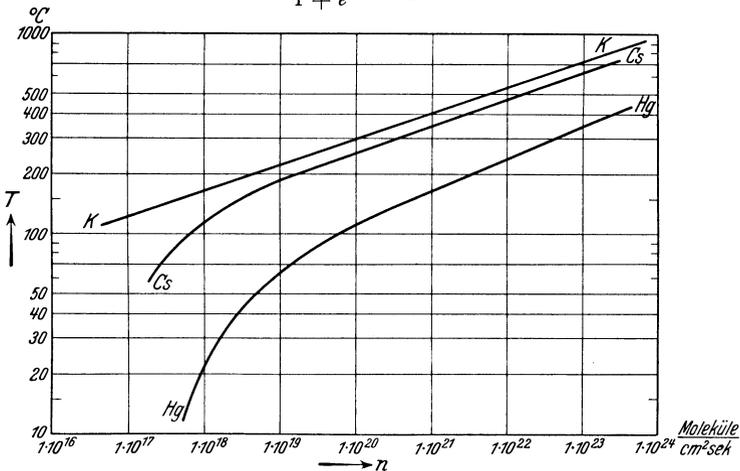


Abb. 55. Zahl n der in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit auftreffenden Gas- bzw. Dampfmoleküle in Abhängigkeit von der Temperatur T für Sättigungsdrukke.

Die Anzahl N_0 der in der Zeiteinheit von der Flächeneinheit der Anode ausgehenden Ionen ist definitionsgemäß gleich $N_0 \cdot \alpha$, die Stromdichte ist also

$$j = e N_0 \alpha, \quad (155)$$

und ist daher bei bekannter Anodentemperatur, Austritts- und Ioni-

sierungsarbeit, Dampfdichte und Temperatur zu errechnen. Bei der zahlenmäßigen Auswertung von α findet man für gebräuchliche Anodentemperatur ($T < 1500^{\circ} \text{K}$), wenn die Austrittsarbeit $e \cdot V_{au}$ nur etwa um $\frac{1}{2} \text{V} \cdot \text{El}$ größer ist als die Ionisierungsarbeit, daß α praktisch gleich 1 wird, d. h. daß alle neutralen auftreffenden Dampfmoleküle die Anode ionisiert verlassen. Eine solche Differenz von Austritts- und Ionisierungsarbeit liegt in dem Falle von Cs- und Rb-Dampf an einer reinen W-Oberfläche vor. Hier ist der Sättigungsstrom, der alle gebildeten Ionen von der Anode zur Kathode führt, unabhängig von der Höhe der Anodentemperatur und nur abhängig von N_0 , d. h. der Dichte und der Temperatur des Dampfes. Ist dagegen die Differenz zwischen Austritts- und Ionisierungsarbeit kleiner als $+0,5 \text{V} \cdot \text{El}$, eventuell sogar

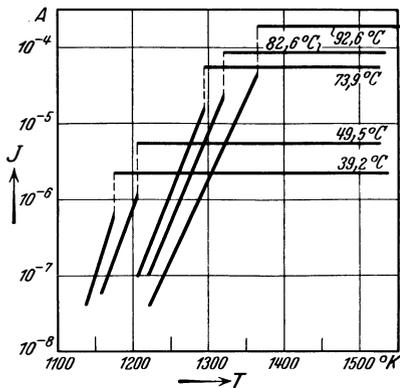


Abb. 56. Positiver Ionenstrom J , der von einer Wolfram-Anode der Temperatur T zu einer Kathode (aus beliebigem Material) fließt, bei verschiedener Sättigungstemperatur (in $^{\circ} \text{C}$) des Rb-Dampfes (42).

negativ, so muß eine Abhängigkeit des Ionisierungsgrades von der Anodentemperatur T auftreten, die bei negativer Differenz in dem Sinne wirkt, daß α mit steigender Temperatur anwächst.

Wir haben bisher angenommen, daß die Anode wirklich die ange-setzte hohe Austrittsarbeit des reinen Metalls hat. Tatsächlich ist bei niedriger Temperatur eine W-Anode in Alkalimetalldämpfen immer mit einer dünnen Schicht dieses Metalls überzogen, durch das dann in be-kannter Weise die Austrittsarbeit wesentlich erniedrigt wird und somit

kleiner werden kann als die Ionisierungsarbeit des Dampfes. Das beobachtete Verhalten an einer Anordnung nach Abb. 54 ist daher folgendes: Bei niedriger Temperatur der Anode ist deren Oberfläche mit einem Alkalimetallfilm bedeckt, so daß die Austrittsarbeit kleiner ist als die Ionisierungsarbeit. Trotzdem findet bereits mit endlicher Wahrscheinlichkeit eine Ionisierung statt, die aus den angeführten Gründen mit steigender Temperatur zunehmen muß. Bei einer bestimmten Temperatur, die im wesentlichen abhängt von der Natur des Metaldampfes und von dessen Dichte, verdampft der auf der Anode sitzende Alkalimetallfilm, so daß nunmehr das reine Anodenmetall mit seiner hohen Austrittsarbeit zur Wirkung kommt, und damit der Ionisierungsgrad α praktisch auf 1 wächst. Der Ionenstrom ist dann unabhängig von der Anodentemperatur und liegt um so höher, je höher N_0 ist, d. h. je höher die Dampfdichte und Temperatur des Alkalidampfes wird. Abb. 56 zeigt den zwischen einer W-Anode und einer beliebigen Kathode fließenden Ionenstrom als Funktion der Anodentemperatur für verschiedene

Dampfdichten von Rb-Dampf. Die an den einzelnen Kurven angegebenen Temperaturen bedeuten die Sättigungstemperatur des jeweils gesättigten Dampfes.

§ 42. Erzeugung von Ionen an Grenzflächen durch hohe Temperatur (Glühanoden). Ähnlich so, wie genügend hoch erhitzte Metalle Elektronen in die Umgebung entsenden, findet man bei einzelnen Metallen auch eine Emission positiver Ionen, wobei die Ionen aus einfach geladenen Atomen des erhitzten Metalles selbst bestehen. Diese Ionenemission ist beobachtet worden an Cr, Mo, W, Rh, Ru, Ta, dagegen tritt sie an vielen anderen Metallen, wie Fe, Ni, Co, Cu, Ag, Au, Pt, Zr, Pd, Sb, den Alkalien und den Erdalkalimetallen nicht auf. Die Ionenemission wird um so stärker, auf je höhere Temperatur der Körper erhitzt wird; sie folgt dabei einem Gesetz, das Gl. (148) analog aufgebaut ist. Der konstante Faktor A dieser Gleichung ist aber für die positive Emission von W etwa 10^5 mal kleiner als der früher angegebene theoretische Wert; die Austrittsarbeit für die positiven Ionen beträgt $6,6 \text{ V} \cdot \text{El}$ für W, und $6,1 \text{ V} \cdot \text{El}$ für Mo. Neben der Verdampfung positiver Ionen tritt eine weitaus stärkere Verdampfung von Metallatomen auf, so daß bei W nur etwa jedes 2000. bis 4000. verdampfende Atom als Ion fortfliegt. Die Ionenemission ist um viele Größenordnungen schwächer als die Elektronenemission bei der gleichen Temperatur.

Außer dieser Ionenemission zeigen die meisten der genannten Metalle bei ihrer Erhitzung bereits auf wenige hundert Grad anfänglich eine relativ starke Emission positiver Ionen, die im wesentlichen aus K- und Na-Ionen besteht, und die sich als Verunreinigungen an der Oberfläche des erhitzten Körpers befinden. Diese Emission von Alkaliionen nimmt jedoch mit der Zeit ab, wenn durch genügend langes Glühen die Verunreinigungen abgedampft sind. Dagegen kann man die Emission dieser Ionen länger andauernd machen, wenn man größere Mengen der Alkaliverbindungen auf eine Elektrode aufbringt und diese dann erhitzt. Vor allem geeignet sind die Chloride, Bromide, Jodide und Nitrate der Alkalimetalle und des Hg. Mit diesen Salzen bedeckte Elektroden senden Ionen beiderlei Vorzeichens aus, die man getrennt nach deren Ladung auf eine gegenüberliegende Elektrode ziehen kann. Die Ionenemission ist jedoch im allgemeinen zeitlich inkonstant.

Der Mechanismus der Ionenemission besteht vermutlich in einer Verdampfung der im Salz durch elektrolytische Dissoziation schon vorhandenen Ionen. Wird durch ein äußeres elektrisches Feld ständig eine Ionenart entfernt, so bleibt die andere Ionenart im Überschuß vorhanden und erschwert damit den weiteren Austritt der ständig entfernten Ionenart, so daß schließlich deren Emission mit der Zeit abnimmt. Je höher die Beweglichkeit einer Ionenart im Kristallgitter der erhitzten Salze ist, desto mehr Ionen dieser Art können an die Oberfläche diffundieren und in den Raum verdampfen, desto größer ist also die Ionen-

emission. Im geschmolzenen Zustand erfolgt die Diffusion der entfernten Ionenart besonders leicht; deswegen ist hierbei die Ionenemission zeitlich besser konstant als bei Verwendung fester Salze. Die verdampfenden positiven Ionen sind im wesentlichen einfach geladene Alkaliatome; als negative Ionen treten die Säureradikale aus. Die Emission der positiven und negativen Ionen beginnt bei demselben Salz nicht bei der gleichen Temperatur. Einen ungefähren Anhalt für die zur Ionenemission erforderliche Mindesttemperatur zeigt Tabelle 22.

Eine besonders konstante Emission positiver Ionen der Alkalimetalle erhält man, wenn man die angegebenen Verbindungen nicht unmittelbar auf die glühende Elektrode aufbringt, sondern in einer Menge von $\frac{1}{2}$ bis 1 % einem Gemisch von 98% Eisenoxyd und 1% Aluminiumoxyd zusetzt. (24 stündiges Ausglühen bei dunkler Rotglut im Hochvakuum! Kunsman-Elektrode.) Dieses Gemisch sendet keine Fe- oder Al-Ionen aus, sondern nur die des zugesetzten Salzes. Die aus dieser Glühanode fließenden Ionenströme können von der Größenordnung 10^{-7} A sein. Die Wirksamkeit des Zusatzes von Eisen- und Aluminiumoxyd, d. h. von Stoffen mit außerordentlich hoher Austrittsarbeit, beruht vermutlich darauf, daß die Alkalimetalle auf die im vorigen Paragraphen beschriebene Weise an der Unterlage ionisiert werden und von dieser bei genügend hoher Temperatur abdampfen.

Tabelle 22. Anfangstemperaturen verschiedener Salze beim Einsetzen positiver und negativer Ionenemission (115).

Salz	Temperatur beim Beginn	
	positiver Emission in K	negativer Emission in K
NaCl	850	1160
KCl	770	850
LiCl	900	900
CsCl	790	1070
KBr	830	1040
LiBr	800	1090
NaJ	790	1040
KJ	720	940
KFl	710	1030
$\left. \begin{array}{l} \text{KNO}_3 \\ \text{NaNO}_3 \end{array} \right\}$	~ 800	> 1300

Erzeugung von Ladungsträgern durch chemische Prozesse in Gasen und an den Elektroden. Durch chemische Prozesse erzeugte Elektronen und Ionen spielen in Gasentladungen eine untergeordnete

Erzeugung von Ladungsträgern durch chemische Prozesse in Gasen und an den Elektroden. Durch chemische Prozesse erzeugte Elektronen und Ionen spielen in Gasentladungen eine untergeordnete

Von manchen Metallen, wie vor allem Pt, werden positive Ionen emittiert, wenn sie in einer Umgebung aus O_2 , N_2 , H_2 oder He erhitzt werden. Die dabei emittierten Ionen sind Ionen dieses Gases; die emittierte Ionenmenge steigt mit dem Gasdruck an, jedoch weniger als proportional und mit der Temperatur etwa exponentiell. Bei einem O_2 -Druck von 1,5 mm Hg ist die Stromdichte der emittierten positiven Ionen bei 1000 K etwa 10^{-11} A/cm², bei 1500 K etwa 10^{-8} A/cm². In N_2 ist sie ungefähr zwei Größenordnungen kleiner, He und H_2 geben dazwischen liegende Werte, wobei H_2 eine größere Ionisierung als He aufweist. Eine befriedigende theoretische Deutung dieser Erscheinung steht noch aus.

§ 43. Erzeugung von Ladungsträgern durch chemische Prozesse in Gasen und an den Elektroden. Durch chemische Prozesse erzeugte Elektronen und Ionen spielen in Gasentladungen eine untergeordnete

Rolle, doch seien diese Vorgänge der Vollständigkeit halber erwähnt. Bei manchen chemischen Umsetzungen werden Elektronen oder Ionen erzeugt, doch ist es fraglich, ob nicht in vielen dieser Fälle die Ionen-erzeugung auf sekundäre Prozesse zurückzuführen ist. Als solche kommen in Frage: Temperaturionisierung infolge der bei der Reaktion hervorgerufenen hohen Temperatur und photoelektrische Erzeugung von Elektronen durch die bei manchen Gasen auftretenden Leucht-erscheinungen (Chemilumineszenz). Es besteht aber kein Grund, nicht auch unmittelbar durch die chemische Wirkung selbst eine Ionen-erzeugung anzunehmen. Aus Untersuchungen über die Lichterschei-nungen bei chemischen Umsetzungen ist bekannt, daß die chemische Energie, die bei der Bildung eines Moleküls des entstehenden Stoffes frei wird, zunächst als innere potentielle Energie dieses Moleküls er-halten bleibt, und ähnlich wie ein metastabiles Molekül Lichtanregung bewirken kann. Hierzu ist notwendig, daß die bei der Umsetzung frei- werdende Energie, die als latente Energie in den entstehenden Mole- külen zunächst aufgespeichert wurde, größer ist als die zur Ionisierung oder Anregung notwendige Arbeit. Wenn bei der Umsetzung eines Mols Q cal freiwerden, so entfällt auf jedes Molekül eine Energie von $\frac{Q}{L}$ cal ($L \dots$ Loschmidt-Zahl = $6,06 \cdot 10^{23}$) oder $4,36 \cdot 10^{-5} Q$ in $V \cdot \text{El}$. Die bei der Vereinigung von Na-Dampf und Cl_2 auftretende Energie beträgt $9,9 \cdot 10^4$ cal/Mol oder $4,3 V \cdot \text{El}$ je Molekül. Dieser Energiebetrag reicht daher aus, Elektronen aus all den Stoffen auszulösen, deren Aus- trittsarbeit kleiner ist als $4,3 V \cdot \text{El}$. Sie sollte aber nicht mehr ausreichen, um den Na-Dampf zu ionisieren (Ionisierungsarbeit des Na: $5,1 V \cdot \text{El}$). Trotzdem scheint eine unmittelbare Ionisierung des Na-Dampfes nicht ganz ausgeschlossen, weil unter günstigen Bedingungen die kinetische Energie zwischen einem die Reaktionsenergie von $4,3 V \cdot \text{El}$ noch mit sich führenden NaCl-Molekül und einem Na-Dampfatom ausreicht, die Energiedifferenz zwischen Ionisierungsarbeit und verfügbarer Reak- tionsenergie in der Höhe von $0,8 V \cdot \text{El}$ aufzubringen. Jedenfalls ist be- kannt, daß eine Energiedifferenz von $0,6 V \cdot \text{El}$ auf diesem Wege auf- gebracht werden kann, da bei der Reaktion des Na-Dampfes mit Cl_2 zugemischter Hg-Dampf seine Resonanzlinie 2536 ausstrahlt, zu deren Anregung $4,9 V \cdot \text{El}$ erforderlich sind.

Wesentlich größer sind die Elektronenmengen, die bei derartigen Reaktionen aus benachbarten festen Flächen ausgelöst werden können, weil hierzu nur die kleinere Austrittsarbeit aufzuwenden ist. So treten aus den Alkalimetallen oder amalgamiertem Aluminium bei Reaktion mit HCl , CO_2 , H_2O , O_2 , Cl_2 , Br_2 Elektronen aus; zur Abschätzung der Größenordnung der dabei beobachteten Elektronenströme möge die Angabe dienen, daß eine Ausbeute bis zu einem Elektron auf 1600 reagierende Moleküle festgestellt worden ist.

Schwere Ionen können bei manchen chemischen Reaktionen beobachtet werden, beispielsweise bei der langsamen Oxydation von Phosphor und feuchter Luft von Zimmertemperatur, wobei Ionen beiderlei Vorzeichens auftreten, ferner bei Anwesenheit von P-Dampf an heißen Pt-Oberflächen, wobei nur positive Ionen gebildet werden.

Der Ionengehalt in frischen, elektrolytisch bereiteten Gasen ist dagegen wohl nicht auf die Elektrolyse selbst zurückzuführen, sondern ist durch die Zerreißung von H₂O-Tröpfchen in den aufperlenden Gasen bedingt (Wasserfalleffekt).

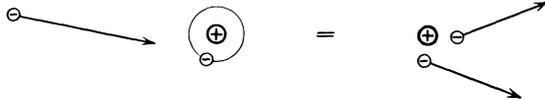
§ 44. Erzeugung von Ladungsträgern in Gasen und an Grenzflächen durch angeregte (metastabile) Atome (Stufenionisierung). Wir haben uns bisher ausschließlich mit solchen Ionisierungsprozessen befaßt, bei denen ein Gasmolekül aus dem Grundzustand durch einen einmalig zugeführten Energiebetrag ausreichender Größe ionisiert wurde. In vielen Fällen, insbesondere bei Entladungen mit größerer Stromdichte, spielt eine „stufenweise Ionisierung“ vermutlich eine sehr erhebliche Rolle. Die Ionisierung in Stufen unterscheidet sich von den bisher behandelten Prozessen dadurch, daß das zu ionisierende Gasmolekül zunächst einen kleineren Energiebetrag aufnimmt, durch den es angeregt, aber noch nicht ionisiert wird, und daß ein weiterer Prozeß beliebiger Art den nun noch fehlenden Energierest dem Molekül zuführt, um dieses vollends zu ionisieren. Bei diesem Vorgang ist es notwendig, daß der zweite Prozeß erfolgt, ehe die Anregung durch den ersten Prozeß wieder abgeklungen ist. Auf die „Verweilzeiten“ im Anregungszustand wird weiter unten näher eingegangen.

Außer auf dem Wege über eine derartige Stufenionisierung können angeregte Moleküle noch auf drei andere Arten zur Ionisierung beitragen: Ein angeregtes Atom oder Molekül, das von einem Elektron getroffen wird, kann seine aufgespeicherte potentielle Energie beim Zusammenstoß als kinetische Energie auf dieses Elektron übertragen, so daß das Elektron nach dem Zusammenstoß mit viel größerer Energie weiterfliegt, als es vor diesem besaß. Diese Umwandlung potentieller Energie der angeregten Moleküle in kinetische Energie anderer auftreffender Teilchen, ein Vorgang, der also umgekehrt wie die Stoßanregung verläuft, ist ein Fall eines „Stoßes zweiter Art“. Stoße 2. Art nennt man allgemein solche Zusammenstöße, bei denen nicht kinetische Energie eines Stoßpartners in irgendeiner Form verbraucht wird (= Stoß 1. Art), sondern bei denen potentielle Energie eines Stoßpartners auf den andern in irgendeiner Form übergeht. Beispiele für Stoße 1. und 2. Art gibt Abb. 57. Durch Stoße 2. Art können auch zwei aufeinander-treffende angeregte Atome ihre potentielle Energie so verlagern, daß das eine Anregungsenergie abgibt, um das andere Teilchen zu ionisieren. Die zweite Art, nach der eine Ionisierung durch angeregte Teilchen bewirkt wird, besteht darin, daß ein solches Atom oder Molekül

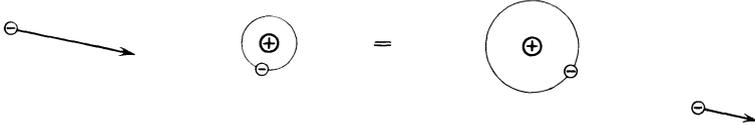
ein andersartiges unangeregtes Molekül mit *kleinerer* Ionisierungsspannung trifft, wobei es beim Zusammenstoß auf letzteres seine Anregungsenergie überträgt, die bei manchen Kombinationen ausreicht, das unangeregte Teilchen zu ionisieren. Dieser Prozeß spielt sich vorwiegend dann ab, wenn die angeregten Atome sehr hochwertige Anregungszustände haben (Anregungsarbeit von He, Ne) und auf

Stoß 1. Art

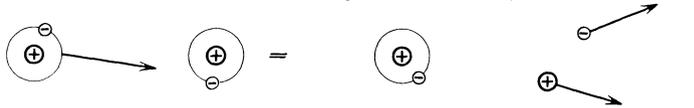
a) (Elektron + kinet. En.) + unanger. neutr. Molekül = positiv. Ion + 2 Elektronen (+ kinet. En.)



b) (Elektron + kinet. En.) + unanger. neutr. Molekül = angeregtes neutrales Molekül + 1 Elektron



c) 2 unangeregte neutrale Moleküle + kinet. En. = 1 unanger. neutr. Molekül + posit. Ion + 1 Elektron



Stoß 2. Art

d) Elektron + angeregtes neutrales Molekül = unanger. neutr. Molekül + (1 Elektron + kinet. En.)



e) 2 angeregte neutrale Moleküle = 1 unanger. neutr. Molekül + 1 posit. Ion + 1 Elektron

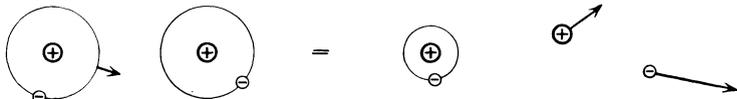


Abb. 57. Beispiele von Stößen 1. und 2. Art.

Moleküle mit niedriger Ionisierungsarbeit (Metalldämpfe, Ar) auf-treffen. Drittens können angeregte Atome an die Entladung begren-zende Wände oder an die Elektroden diffundieren und hier ihre aufgespeicherte Anregungsenergie dazu verwenden, um ein Elektron in Freiheit zu setzen, wobei sie selbst in den Grundzustand zurückkehren.

Alle diese Prozesse können nur dann stattfinden, wenn die ange-regten Atome Gelegenheit haben, auf die eine oder andere Art zu ioni-sieren, ehe sie durch Ausstrahlung ihrer Energie ihre Anregung wieder verlieren. Es ist dazu nicht notwendig, daß die einzelnen angeregten

Moleküle lange Zeit ihre Anregungsenergie behalten, vielmehr reicht es aus, wenn die Anregungsenergie nur in dem betrachteten Gasvolumen für Stufenionisierung verfügbar erhalten bleibt, wie es bei der „eingefangenen Resonanzstrahlung“ der Fall ist (siehe § 26). Abgesehen von dieser Erscheinung ist zur quantitativen Beurteilung der Häufigkeit derartiger Prozesse vor allem wichtig, die Lebensdauer der angeregten Atome zu kennen. Hier lassen sich zwei Gruppen angeregter Atome unterscheiden, von denen die erste *gewöhnliche angeregte* Atome sind mit einer mittleren Lebensdauer von $1 \cdot 10^{-8}$ bis $2 \cdot 10^{-7}$ sec. Die zweite Gruppe umfaßt die sogenannten *metastabilen* Atome, bei denen aus Gründen, die hier nicht interessieren, die Ausstrahlung der aufgespeicherten Energie ausgeschlossen ist, oder wenigstens außerordentlich viel längere Zeit erfordern kann (bis 10^{-1} sec). Diese metastabilen Atome können ihre Energie daher im wesentlichen nur dann abgeben, wenn sie durch Zusammenstöße mit einem zweiten Partner diese Energie durch einen Stoß zweiter Art verlieren oder aus dem metastabilen Zustand durch weitere Energieaufnahme in einen gewöhnlichen angeregten und daher sehr kurzlebigen Zustand übergehen. Wegen ihrer großen Lebensdauer ist die Wahrscheinlichkeit der Ionisierung auf einem der genannten Wege bei den metastabilen Atomen besonders groß.

In einem Gasvolumen, das metastabile Atome, aber keine leicht ionisierbaren Zusatzgase enthält, ist die Lebensdauer der metastabilen Atome im wesentlichen nur durch zwei Prozesse begrenzt: Das metastabile Atom kann infolge der Temperaturbewegung mit Gasmolekülen mit solcher Energie zusammenprallen, daß das metastabile Atom auf einen höheren gewöhnlichen Anregungszustand gehoben wird, von dem es unter Lichtausstrahlung seine aufgespeicherte Energie abgeben kann; oder das metastabile Atom verliert seine potentielle Energie (vermutlich mit größenordnungsmäßig 100% Wahrscheinlichkeit), wenn es infolge seiner thermischen Eigenbewegung an eine feste Wand diffundiert, wobei es mit ähnlicher Wahrscheinlichkeit ein Elektron befreit. Wenn man mit μ die Wahrscheinlichkeit dafür bezeichnet, daß ein Zusammenstoß zwischen einem metastabilen Atom und einem Gasmolekül mit einer zur Zerstörung des metastabilen Atoms ausreichenden Energie erfolgt, so läßt sich die mittlere Lebensdauer τ der metastabilen Atome in einem zylindrischen Gefäße mit dem Radius r und der Länge l in folgender Form angeben:

$$\frac{1}{\tau} = \left(\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{5,8}{r^2} \right) \sqrt{3 k T \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^*} \right)} + 2\mu(\varrho + \varrho^*)^2 N \sqrt{2\pi k T \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^*} \right)}. \quad (156)$$

Darin bedeuten m die Masse eines gewöhnlichen Moleküls in g, m^* die des metastabilen Moleküls, N die Zahl aller Moleküle im cm^3 , ϱ bzw. ϱ^* den Radius der gewöhnlichen bzw. der metastabilen Atome in cm, T die absolute Temperatur des Gases, μ die oben definierte Wahrschein-

lichkeit der Zerstörung bei dem Zusammenstoß im Gasraum. Die Wahrscheinlichkeit der Zerstörung beim Zusammenprall mit der Wand ist dabei gleich 1 gesetzt. Der erste Summand in Gl. (156) enthält die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das metastabile Teilchen gegen die Wand fliegt; dies geschieht um so rascher, je höher die Gastemperatur und je kleiner die Gasdichte ist. Der zweite Summand gibt die Zahl der Stöße zwischen einem metastabilen Atom und einem gewöhnlichen Gasmolekül, die um so zahlreicher sind, je größer die Gasdichte und je höher die Gastemperatur ist. Bei gegebener Temperatur und bei gegebenen Gefäßdimensionen durchläuft die Lebensdauer τ^r bei einer aus Gl. (156) zu berechnenden Gasdichte ein Maximum. Tabelle 23 enthält für einige metastabile Atome in verschiedenen Gasen die zur Anwendung der Gl. (156) notwendigen Werte von $(\varrho + \varrho^*)$ und μ . Der Betrag von μ ist um so größer, je kleiner die Energiedifferenz zwischen dem metastabilen Zustand und dem nächst höheren angeregten Zustand ist, und kann wenigstens annähernd berechnet werden, indem man aus der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung den Bruchteil aller Moleküle bestimmt, deren kinetische Energie größer ist als diese Energiedifferenz. In einem langen, 1 cm weiten, mit Ne von 1 mm Druck bei Zimmertemperatur gefüllten Rohr errechnet sich die mittlere Lebensdauer der metastabilen Atome zu annähernd $1 \cdot 10^{-4}$ sec. Die absoluten Anregungsenergien der metastabilen Zustände sind für He: 19,77; 20,55; Ne: 16,6; 16,7; Hg: 4,64; 5,43 V · El. Die Energiedifferenz zum Übergang in den nächsten gewöhnlichen Anregungszustand liegt bei Ne in der Größenordnung von hundertstel, bei He in der Größenordnung von zehntel V · El. Die Alkali-Atome besitzen keine metastabilen Zustände.

Tabelle 23. Konstanten zu Gleichung (156) (105).

Gas	Metastabiles Atom	ϱ cm	$(\varrho + \varrho^*)$ cm	μ
Ne	Ne ^x	$1,17 \cdot 10^{-8}$	$1,84 \cdot 10^{-8}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
H ₂	Ne ^x	$1,13 \cdot 10^{-8}$	$1,76 \cdot 10^{-8}$	$> 8,4 \cdot 10^{-1}$
N ₂	Ne ^x	$1,38 \cdot 10^{-8}$	$2,25 \cdot 10^{-8}$	$> 6,0 \cdot 10^{-2}$
He	Ne ^x	$1,09 \cdot 10^{-8}$	$1,67 \cdot 10^{-8}$	$> 2,0 \cdot 10^{-4}$
Hg	Hg ^x	$1,80 \cdot 10^{-8}$	$2,30 \cdot 10^{-8}$	$9,6 \cdot 10^{-3}$
Hg	Hg ^x	$1,80 \cdot 10^{-8}$	$4,50 \cdot 10^{-8}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$
N ₂	Hg ^x	$1,68 \cdot 10^{-8}$	$1,35 \cdot 10^{-8}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$

Um aus der Lebensdauer der metastabilen Atome auf ihre Konzentration schließen zu können, muß die Anzahl der in der Zeiteinheit neu gebildeten metastabilen Atome bekannt sein, und zwar gilt, wenn $\frac{dN^*}{dt}$ die pro Zeit- und Volumeneinheit neu gebildeten metastabilen Atome und τ die mittlere Lebensdauer ist, für die Konzentration N^*

$$N^* = \frac{dN^*}{dt} \tau. \tag{157}$$

Zur Abschätzung der Größe $\frac{dN^*}{dt}$ braucht man im wesentlichen nur die direkte Anregung der Atome durch Elektronenstoß zu berücksichtigen, die bei bekannter Konzentration und (ungerichteter) Geschwindigkeit der Elektronen aus den Anregungsfunktionen entnommen werden könnte, wenn diese z. Z. schon bekannt wäre. Bei 1 mm Druck bildet jedes Elektron auf 1 cm seiner gerichteten Bahn größenordnungsmäßig 1 metastabiles Atom bei einer elektrischen Feldstärke von größenordnungsmäßig 5 V/cm. Die Anzahl insgesamt anregender Stöße in Ne bezogen auf die Anzahl ionisierender Zusammenstöße nimmt mit steigender Feldstärke ($p = \text{konst.}$) ab. Die Anregungsstufe verschiebt sich mit wachsender Feldstärke zu energiereicheren Zuständen.

Verhältnis anregender : ionisierender Stöße in Ne (116)

$\frac{E}{p}$	5	10	20	30 V/cm · mm Hg
	30	9	2,7	1,5

Werden durch einen Gasraum unter sonst gleich bleibenden Bedingungen Elektronen hindurchgeschickt, so steigt zunächst die Konzentration N^* der metastabilen Atome proportional mit dem Elektronenstrom an, weil die

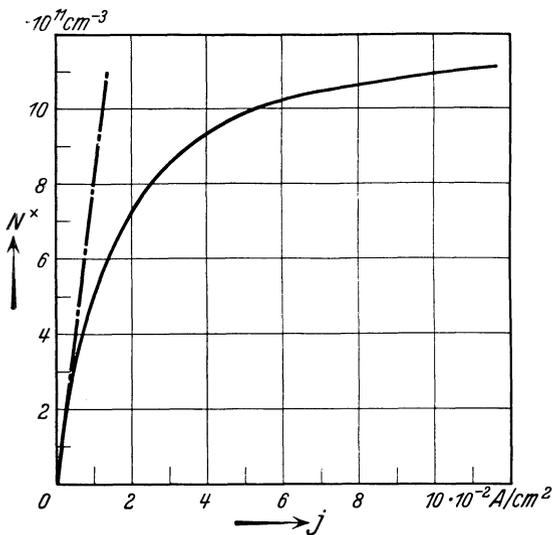


Abb. 58. Konzentration N^* der metastabilen Neonatome (2P_2 -Zustand) in Abhängigkeit von der Stromdichte j der Entladung bei 1 mm Druck. (Rohrdurchmesser 1 cm) (43).

in der Zeit- und Volumeneinheit gebildeten metastabilen Atome $\frac{dN^*}{dt}$ in diesem Maß zunehmen [Gl. (157)]. Bei stärkeren Elektronenstromdichten (ca. 10^{-2} A/cm^2) ist die Konzentration der metastabilen Atome bereits so groß geworden, daß mit merklicher Wahrscheinlichkeit auch metastabile Atome wieder von einem Elektron getroffen werden, wodurch diese entweder zu noch energiereicheren gewöhnlichen angeregten Atomen umgebildet werden, oder

durch einen Stoß zweiter Art ihre Anregungsenergie auf das auftreffende Elektron übertragen. Es steigt also die Wahrscheinlichkeit für die Zerstörung metastabiler Atome durch Elektronenstoß, die mittlere Lebensdauer τ sinkt unter den nach Gl. (156) berechneten Wert. Die Konzentration N^* der metastabilen Atome steigt deswegen nicht mehr proportional

mit der Elektronenstromdichte an, sondern nähert sich einem Sättigungswert und kann bei noch höheren Strömen sogar aus im einzelnen nicht bekannten Gründen wieder fallen. Im Gebiet der Sättigungskonzentration ist die Lebensdauer der metastabilen Atome nicht größer als diejenige gewöhnlicher angeregter Atome, so daß hier die Sonderrolle der metastabilen Atome für die Ionenerzeugung aufhört. Die sich einstellenden Konzentrationen sowohl der metastabilen wie der gewöhnlichen angeregten Atome streben den Wert an, der mit der entsprechenden Elektronentemperatur (siehe § 53) im Gleichgewicht steht (§ 31).

Abb. 58 zeigt den Anstieg der Konzentration der metastabilen Neonatome in einer Neonentladung mit steigender Stromstärke. Von einem anfänglichen linearen Anstieg weicht die Kurve bereits bei kleinen Strömen nach unten ab, weil die Lebensdauer jetzt in steigendem Maß durch Elektronenstoß verkleinert wird. Abb. 59 zeigt die Konzentration des gleichen metastabilen Zustandes und zum Vergleich den eines gewöhnlichen angeregten Atoms. Bei hohen Stromdichten stehen die Konzentrationen im thermischen Gleichgewicht mit der Elektronentemperatur.

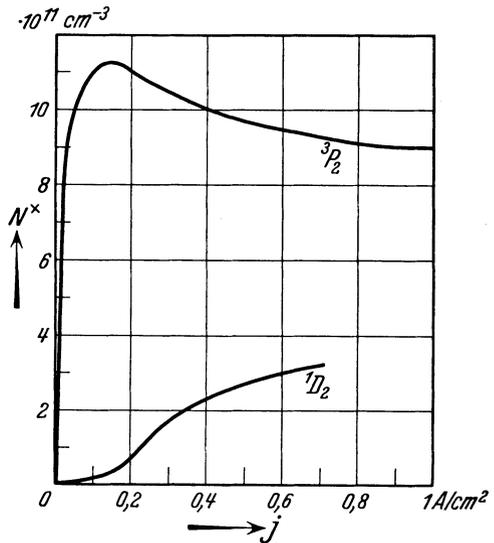


Abb. 59. Konzentration N^* metastabiler Neonatome (3P_2) und zum Vergleich die eines gewöhnlichen angeregten Zustandes (1D_2) in Abhängigkeit von Stromdichte j in einem Entladungsröhr von 1 cm Durchmesser bei 1 mm Druck (43).

Die Anzahl der in der Zeit- und Volumeneinheit durch stufenweise Ionisierung mit einer Zwischenstufe, also in zwei Elementarakt, neu gebildeten Ionen ist proportional der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Elektron auf ein schon angeregtes Atom trifft; sie ist also proportional der Konzentration der angeregten Zustände und der Elektronenstromstärke. Da aber die Konzentration der angeregten Zustände (jedenfalls solange die Wiederzerstörung der angeregten Atome durch einen neuen Elektronenstoß quantitativ nicht ins Gewicht fällt) proportional ist zur Elektronenstromstärke, ist die Gesamtzahl der in zwei Einzelprozessen stufenweise gebildeten Ionen dem Quadrat der Stromstärke proportional. Entsprechend ist die Wahrscheinlichkeit einer Ionisierung in z einzelnen Elementarakt, also über $(z - 1)$ Stufen proportional der z -ten Potenz des Stromes. Stufenweise Ionisierung spielt daher nur in stromstarken Entladungen eine Rolle. Analoges gilt für die stu-

fenweise Ionisierung mit Hilfe der eingefangenen Resonanzstrahlung; siehe S. 26.

§ 45. Bildung negativer Ionen durch Anlagerung freier Elektronen an neutrale Gasmoleküle.

Freie Elektronen, die sich im Gasraum befinden, können sich an neutrale Gasmoleküle anlagern, wobei sie das Gasmolekül zu einem negativen Ion machen. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Prozesses ist in hohem Maße abhängig von der Natur des Gases und der Geschwindigkeit der Elektronen. Die Anlagerung ist stark in elektronegativen Gasen, dagegen schwach in den Edelgasen und Metalldämpfen. Mit steigender Elektronenenergie nimmt die Anlagerungswahrscheinlichkeit im allgemeinen ab, doch scheint sie bei einzelnen von der Gas-

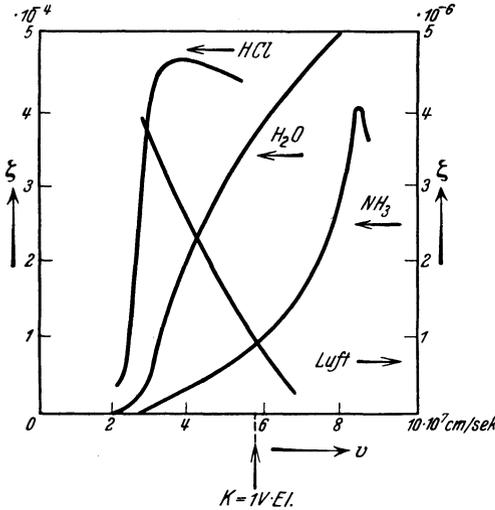


Abb. 60. Anlagerungswahrscheinlichkeit ζ in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit v für verschiedene Gase (44).

art abhängigen Geschwindigkeiten besonders hoch zu sein. Die Anlagerungswahrscheinlichkeit ändert sich in so ungeheuerem Maß und ist in einigen Gasen, die sich als Verunreinigungen schwer ausschließen lassen, verhältnismäßig so groß, daß unsere quantitativen Kenntnisse äußerst unsicher sind. Dabei wirken solche Verunreinigungen, die die Anlagerung begünstigen, außerordentlich viel stärker, als sich aus ihrer Konzentration durch lineare Mittelung der „Anlagerungskonstanten“ ergeben würde. Bruchteile von Prozenten solcher Verunreinigungen können bereits eine Verdoppelung der Anlagerungswahrscheinlichkeit in Edelgasen bewirken. Das unten in Tabelle 24 und in den Abb. 60

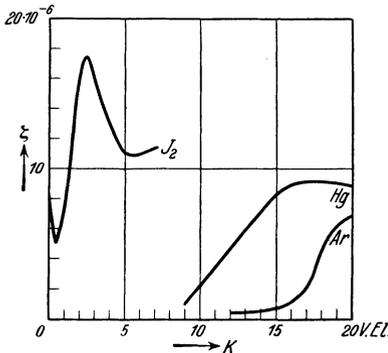


Abb. 61. Anlagerungswahrscheinlichkeit ζ in Abhängigkeit von der Elektronenenergie K für verschiedene Gase (45).

und 61 angegebene Zahlenmaterial ist aus diesen Gründen nur mit größter Vorsicht zu verwenden.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem Gasmolekül zur Anlagerung führt, nennen

wir ζ ; im Mittel muß ein Elektron also $1/\zeta$ Zusammenstöße erlebt haben, ehe es angelagert wird. Die mittlere Lebensdauer τ eines Elektrons in einem Gas ist dann:

$$\tau = \frac{\lambda_e}{v_e \zeta}. \tag{158}$$

Darin bedeutet λ_e die mittlere freie Weglänge der Elektronen und v_e die Elektronengeschwindigkeit, ζ die Anlagerungswahrscheinlichkeit. Tabelle 24 gibt einige Werte von ζ in verschiedenen Gasen für eine Elektronengeschwindigkeit von etwa $2 \cdot 10^7$ cm/sec, entsprechend etwa $1/10$ V·El. Außerdem sind die nach Gl. (158) berechneten mittleren Lebensdauern freier Elektronen in einem Gase von 1 mm Hg und 0° C angegeben. Die Lebensdauer steigt umgekehrt proportional mit der Gasdichte. Die Werte von λ_e sind Tabelle 5

Tabelle 24. Anlagerungswahrscheinlichkeit ζ für Elektronen 0,1 V·El in verschiedenen Gasen (105).

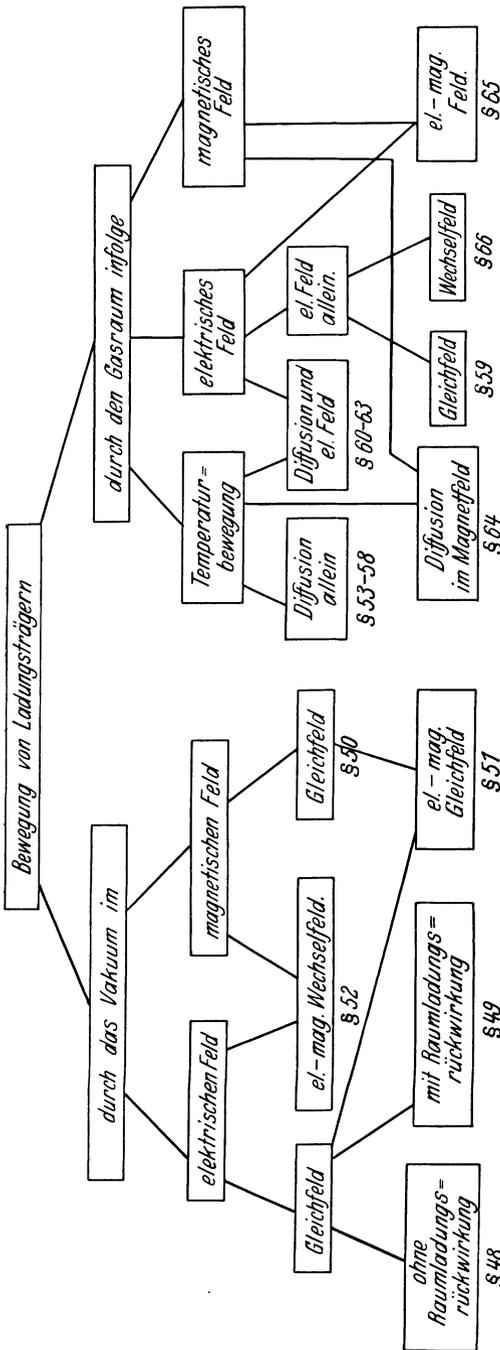
Gas	ζ	τ sec
He, Ne, Ar, N ₂ , H ₂	$< 10^{-9}$	> 1
CO	$6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-1}$
NH ₃	$1 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-2}$
C ₂ H ₄	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-2}$
C ₂ H ₂	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-3}$
C ₂ H ₆	$4 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
CO ₂	$1 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-4}$
N ₂ O	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-4}$
C ₂ H ₅ Cl	$3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-4}$
Luft	$5 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-4}$
O ₂	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$
H ₂ O	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$
Cl ₂	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-6}$

entnommen, die Werte für die Lebensdauer verstehen sich unter Fortfall der die Lebensdauer verringernden Wandwirkung. Die Abhängigkeit zwischen ζ und der Elektronenenergie K zeigen Abb. 60 und 61 für verschiedene Gase und Dämpfe, aus denen der uneinheitliche Charakter der Anlagerungsgesetze deutlich zu erkennen ist. — Mit steigender Temperatur des Gases geht die Anlagerungswahrscheinlichkeit zurück, da die negativen Ionen das Elektron nur mit sehr schwacher Energie (Größenordnung vermutlich Zehntel V·El) gebunden haben und daher sehr leicht thermisch dissoziieren.

Zweites Kapitel.

Bewegung von Ladungsträgern.

§ 46. **Gliederung.** Die Bewegung von Ladungsträgern im Elektrodenzwischenraum ist die Ursache für das Auftreten von Strömen im Außenkreis. Die die Trägerbewegung vermittelnden Kräfte sind im wesentlichen dreierlei Art: elektrostatische Kräfte zwischen den Trägerladungen und einem elektrischen Feld, elektrodynamische Kräfte zwischen den bewegten Trägerladungen und einem Magnetfeld und die



bei der thermischen Bewegung auftretenden Zusammenstöße zwischen neutralen Gasmolekülen und den Trägermassen. Diese drei Wirkungen treten in beliebigen Kombinationen auf, deren Mannigfaltigkeit noch weiter vergrößert wird dadurch, daß elektrische und magnetische Wechselfelder sich gegenseitig bedingen. Da bei der Bewegung von Ladungsträgern im Gasraum zwischen zwei gaskinetischen Zusammenstößen die Träger frei fliegen wie im Hochvakuum, müssen zum Verständnis der Trägerbewegung durch den Gasraum die Gesetze ihrer Bewegung durch das Hochvakuum angewendet werden. Die wichtigsten Gesetze für die Bewegung von Ladungsträgern, wie sie für die genannten Bewegungsursachen gelten, behandeln wir in diesem Kapitel nach dem nebenstehenden Schema, wobei wir einige Ausführungen über den Zusammenhang zwischen

„Trägerbewegung und Strom im Außenkreis“

voranschicken:

§ 47. Trägerbewegung und Strom im Außenkreis.

Ein elektrischer Strom ist entweder eine Bewegung

elektrischer Ladungen, eine zeitliche Änderung des elektrischen Feldes (genauer eine zeitliche Änderung der elektrischen Verschiebung) oder beides. Der Strom, welcher durch die Bewegung von Ladungen hervorgerufen wird, heißt „Konvektionsstrom“, der durch zeitliche Änderung des elektrischen Feldes gebildete Strom heißt „Verschiebungsstrom“. Der Strom in metallischen Leitern (Leitungsstrom) ist ein Konvektionsstrom, der aus bewegten Elektronen („Leitungselektronen“) besteht.

Die Verschiebungsstromdichte j_v im Vakuum ist gegeben durch:

$$j_v = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \tag{160}$$

Die Stromstärke eines Konvektionsstromes ist definiert als die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Strombahn hindurchtretende Ladungsmenge. Es ist für die Stromwirkung gleichgültig, ob sich dabei positive Ladungen in einer Richtung oder die gleiche Anzahl negativer Ladungen in der entgegengesetzten Richtung durch den betrachteten Querschnitt bewegen. In den weiterhin interessierenden Fällen besteht der Konvektionsstrom meistens aus in entgegengesetzten Richtungen fließenden positiven und negativen Ladungen, deren Stromwirkungen sich somit addieren.

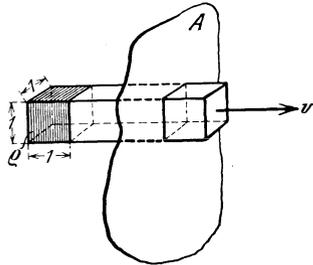


Abb. 62. Beziehung zwischen dem Konvektionsstrom und der bewegten Raumladung.

Wir denken uns einen sehr langen Zylinder vom Querschnitt r angefüllt mit völlig gleichmäßig verteilten Ladungen, so daß in der Volumeneinheit die Ladungsmenge ρ („Raumladungsdichte“) vorhanden ist. Wir erteilen diesem Ladungszylinder eine gleichmäßige Geschwindigkeit v in Richtung seiner Achse, mit der er durch die Ebene A hindurchtritt (Abb. 62). Durch diese Ebene fließt also ein Konvektionsstrom. In der Zeiteinheit passiert ein Stück des Zylinders von der Länge v die Ebene A . Die dabei durch die Ebene hindurchgeführte Ladungsmenge ist demnach $\rho \cdot v$ und definitionsgemäß gleich der Stromdichte des Konvektionsstromes j_k

$$j_k = \rho \cdot v. \tag{161}$$

Dasselbe Resultat für die Stromdichte ergibt sich dann, wenn man eine seitlich nicht begrenzte Raumladungswolke mit der Dichte ρ und der Geschwindigkeit v durch die Ebene hindurchtreten läßt. Wenn mehrere sich gegenseitig durchdringende Raumladungswolken mit den Raumladungsdichten $\rho_1, \rho_2 \dots$ gleichzeitig mit verschiedenen Geschwindigkeiten $v_1, v_2 \dots$ durch den betrachteten Querschnitt hindurchfliegen, so ist die insgesamt pro Zeit- und Flächeneinheit hindurchtretende

Ladungsmenge die Summe der von jeder Einzelwolke transportierten Konvektionsströme.

$$j_k = \varrho_1 v_1 + \varrho_2 v_2 + \dots \quad (162)$$

Dabei können sowohl die Raumladungsdichten wie auch die Geschwindigkeiten v untereinander entgegengesetztes Vorzeichen haben; es können also die positiven und negativen Raumladungswolken in der einen oder anderen Richtung durch die Querschnittseinheit treten. Haben zwei Raumladungswolken sowohl entgegengesetzte Ladungen als auch entgegengesetzte Geschwindigkeiten, so addieren sich ihre Stromdichten; sind die Raumladungsdichten gleichen und die Geschwindigkeiten verschiedenen Vorzeichens, oder die Raumladungsdichten verschiedenen und die Geschwindigkeiten gleichen Vorzeichens, so subtrahieren sich die Stromdichten. Im allgemeinen Fall sind die $\varrho_i v_i$ vektoriell zu addieren.

Bei einer Stromdichte von 10 A/cm^2 und bei einer Geschwindigkeit der Ladung von etwa 10^7 cm/sec , Verhältnisse, wie sie etwa in Bogenentladungen vorliegen, ist die Raumladungsdichte $\varrho = 10^{-6} \text{ Coul/cm}^3$. Das entspricht einer Elektronenkonzentration von $6 \cdot 10^{12} \text{ Elektronen/cm}^3$. Der mittlere Abstand zweier Elektronen beträgt dabei $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, also $\frac{1}{2} \mu$.

Wir haben bei der Ableitung von Gl. (161) und (162) ausdrücklich gefordert, daß die Raumladungen völlig gleichmäßig im Volumen verteilt sein sollen. Nimmt man dagegen die Ladungen, wie es tatsächlich der Fall ist, als einzelne diskrete Ladungsträger an, so ist die Dichte des Konvektionsstromes zeitlich nicht mehr konstant. Denn die in den Zeitintervallen dt durch die Ebene tretende Ladungsmenge ist je nach der zufälligen örtlichen Lage der einzelnen Träger verschieden und daher statistischen (zufälligen) Schwankungen unterworfen. Mittelt man die Stromdichtemessungen über genügend lange Zeiten, so verschwindet dieser statistische Einfluß.

Sind die Ladungen nicht gleichmäßig über das ganze Volumen verteilt, sondern an einzelnen Stellen konzentriert, so ist nicht nur der Konvektionsstrom schwankend, sondern es überlagert sich dem Konvektionsstrom noch ein Verschiebungsstrom. Die schwankende Verteilung der Ladungsdichte bewirkt im Inneren des betrachteten Volumens eine veränderliche Stärke des elektrischen Feldes; diese Feldschwankungen bedeuten aber in dem betrachteten Querschnitt einen Verschiebungsstrom. Die Wirkung des Verschiebungsstromes verschwindet zwar, wenn man eine stationäre Strömung der Ladung über genügend lange Zeiten mitteln kann; in anderen Fällen (nicht-stationäre Gasentladungen, insbesondere bei Hochfrequenzentladungen und während der Ausbildung einer Entladung) muß man dagegen die Wirkung des Verschiebungsstromes exakt berücksichtigen.

Da auch ein Ladungsträger, der noch beliebig weit von dem be-

trachteten Querschnitt entfernt ist, in diesem ein Feld hervorrufft, welches sich mit dem Abstand ändert, bedeutet die Bewegung auch solcher entfernter Ladungsträger in einem Querschnitt eine Feldschwankung und damit einen Verschiebungsstrom. Der tatsächliche Strom durch einen Querschnitt setzt sich demnach zusammen aus den Schwankungen des Feldes jeder einzelnen Ladung und den Konvektionsströmen im Augenblick des unmittelbaren Ladungsdurchtrittes. Für die Erfassung dieser Verhältnisse geben wir zunächst den zeitlichen Verlauf der Stromdichte an, den eine Ladung in einer von ihr durchflogenen Ebene hervorrufft.

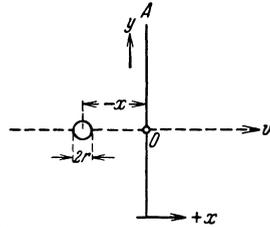


Abb. 63. Zeitlicher Verlauf des Konvektions- und Verschiebungsstromanteiles einer bewegten geladenen Kugel ($2r$), gemessen im Punkt O.

Eine Kugel vom Radius r mit einer Ladung e , die wir als gleichmäßig auf das ganze Kugelvolumen verteilt annehmen, bewege sich mit der Geschwindigkeit v in der x -Richtung auf eine Ebene A zu, die senkrecht zur Zeichenebene steht (Abb. 63). Gesucht ist der zeitliche Verlauf der Stromdichte (Verschiebungs- + Konvektionsstrom) an der Stelle O der Ebene A . Wir bestimmen dazu die Feldstärke in O als Funktion des Kugelabstandes x und ihre zeitliche Änderung mit der zeitlichen Änderung des Kugelabstandes. Diese Feldstärkenänderung $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ in der x -Richtung

ist nach Gl. (160) direkt ein Maß für die A durchsetzende Verschiebungsstromdichte j_v (für Vakuum). Dieser Stromdichte überlagert sich während des unmittelbaren Durchtrittes der Kugelladung durch A die Konvektionsstromdichte. Die elektrische Feldstärke im Punkte O ist nach Abb. 63

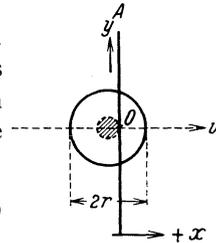


Abb. 64. Konvektions- und Verschiebungsstrom beim Durchtritt einer geladenen Kugel ($2r$) durch eine Ebene.

$$\mathcal{E} = \pm \frac{e}{x^2}, \tag{163}$$

wobei rechts der Einheitsvektor $\pm \mathbf{r}_1$ fortgelassen wurde. Dies gilt, solange O außerhalb der Kugel liegt, d. h., solange $x > r$. Für den Fall, daß die Kugel teilweise in die Ebene A eingedrungen ist (Abb. 64), wird die Feldstärke nur von dem Teil der Kugelladung hervorgerufen, der im schraffierten Teil der Kugel enthalten ist, während sich die Wirkung der übrigen Kugelschale für die Feldstärke in O aufhebt. Bei der angenommenen gleichmäßigen Ladungsverteilung in der Kugel ist die jetzt noch wirkende Ladung verkleinert im Verhältnis der Volumina der schraffierten Kugel zur gesamten Kugel, also im Verhältnis $\frac{x^3}{r^3}$. Die Feldstärke in O beträgt daher

$$\mathcal{E}'_x = - \frac{e x}{r^3}. \tag{164}$$

Die Verschiebungsstromdichte j_v errechnet sich nach Gl. (160)

$$j_v = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt} \left. \begin{array}{l} \text{für } -\infty < x < -r \\ \text{und für } +r < x < +\infty \end{array} \right\} \quad (165)$$

und

$$j'_v = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}'}{dt} \quad \text{für } -r < x < +r. \quad (166)$$

Im letzteren Fall überlagert sich dem Verschiebungsstrom noch der Konvektionsstrom $\varrho \cdot v$, wobei ϱ die Raumladungsdichte in der Kugel ist, also

$$\varrho = \frac{e}{\frac{4}{3} r^3 \pi}. \quad (167)$$

Man erhält für die Stromdichte

$$j_v = \frac{e v}{2 \pi r^3} \quad (168)$$

und

$$j'_v = -\frac{e v}{4 \pi r^3}. \quad (169)$$

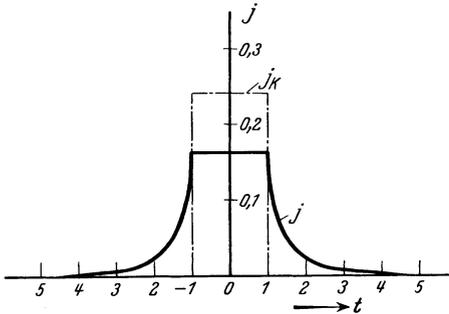


Abb. 65. Verschleifung des Konvektionsstromes j_k durch den Verschiebungsstrom beim Durchtritt einer homogenen Ladungskugel durch eine Ebene.

Der Gesamtstrom im ersten Fall ist der Verschiebungsstrom

allein, im zweiten Fall addiert sich der Konvektionsstrom

$$j_k = \varrho \cdot v = \frac{3 e v}{4 r^3 \pi} \quad (170)$$

hinzu, so daß die gesamte Stromdichte durch den Ausdruck beschrieben wird

$$j = j_k + j_v = \frac{e v}{2 r^3 \pi}. \quad (171)$$

Abb. 65 zeigt den Verlauf der Stromdichten j und j_k im Punkt O . Wäre die Stromdichte nur dem Konvektionsstrom j_k gegeben, so würde eine Stromdichte nur während der Zeit zustande kommen, während welcher die Kugel die Ebene passiert. Der zeitliche Verlauf der Stromdichte wäre der der Kurve j_k ; j_k springt un stetig von 0 auf einen endlichen Wert in dem Augenblick, in dem die Kugel die Ebene berührt und fällt un stetig auf 0 zurück, sobald die Kugel die Ebene verläßt. Die Wirkung des Verschiebungsstromes besteht also in einer Verschleifung des reinen Konvektionsstromstoßes.

Bei anderen Annahmen über die Ladungsverteilung im Kugelvolumen ist der Verlauf der Gesamtstromdichte ähnlich; insbesondere bleibt die Verschleifung des Stromstoßes völlig ungeändert. Auch durch die Punkte der Ebene, die beim Durchfliegen der Kugel nicht mehr von dieser getroffen werden ($y > r$), Abb. 63, 64, fließt natürlich ein

Verschiebungsstrom, trotzdem ein Konvektionsstrom an diesen Punkten nicht auftreten kann.

Das Stromintegral für den gesamten Verlauf des Vorganges ergibt sich richtig, wenn man nur den Konvektionsstrom betrachtet. Der Verschiebungsstrom kann, über den ganzen Vorgang gemittelt, keinen Beitrag zum Stromfluß liefern. Der Beweis folgt aus der Definition des Verschiebungsstromes nach Gl. (160), die wir nunmehr in der Form schreiben

$$j_v dt = \frac{1}{4\pi} d\mathfrak{E} \quad (172)$$

oder nach Integration

$$\int_{-\infty}^{+\infty} j_v dt = \frac{1}{4\pi} (\mathfrak{E}_{x=+\infty} - \mathfrak{E}_{x=-\infty}) = 0, \quad (173)$$

da Anfangs- und Endwert der Feldstärke beide gleich 0 sind. Da der Verschiebungsstrom für das Stromintegral herausfällt, ist der Flächeninhalt der Kurve j in Abb. 65 gleich dem der Kurve j_k .

Der zeitliche Verlauf der Stromdichte nach Abb. 65, mit und ohne Berücksichtigung des Verschiebungsstromes, führt hier zu nicht erheblichen Unterschieden. Entscheidend wird der Einfluß des Verschiebungsstromes aber in den Fällen, in denen sich eine Ladung nicht durch einen unbegrenzten Raum bewegt, sondern ein von zwei Elektroden begrenztes Volumen durchfliegt. Hier sind die den Verschiebungsstrom bewirkenden Feldänderungen nicht nur durch die Lagenänderungen der fliegenden Ladungen unmittelbar hervorgerufen, sondern auch mittelbar über die Änderungen der Influenzladungen des Teilchens auf den Elektroden.

Wir betrachten zunächst eine Ladung e , Abb. 66, die sich zwischen zwei beliebig geformten Elektroden P_1 und P_2 mit der Geschwindigkeit v bewegen soll, wobei es gleichgültig ist, unter dem Einfluß welcher Kraft die Bewegung erfolgt. Die Elektroden sollen durch einen Leiter miteinander verbunden sein. In diesem Leiter kann eine Quelle konstanter Spannung U eingeschaltet sein. Die Größe der auf den Elektroden durch die Ladung e erzeugten Influenzladungen ist abhängig von der momentanen Lage von e und ändert sich während der Wanderung von e durch einen Ausgleichstrom im Verbindungsdraht (s. § 1). Wir suchen die Größe dieses Stromes i als Funktion der Ladungsgröße und -geschwindigkeit und der geometrischen Anordnung der Elektroden. Wird in der Anordnung die Ladung e um das Stück $d\mathfrak{s}$ in der Zeit dt bewegt, so entnimmt die Ladung aus dem elektrischen Feld die Energie

$$dA = e \mathfrak{E} d\mathfrak{s} = e E \cos \alpha ds. \quad (174)$$

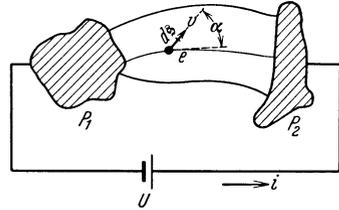


Abb. 66. Bewegung einer Ladung in einem beliebigen elektrostatischen Feld und Strom im Außenkreis.

Dabei ist α der Winkel zwischen $d\vec{s}$ und der Richtung der Feldstärke am Ort der Ladung. Die von der Ladung aufgenommene Arbeit wird aus der Quelle U geliefert, dabei ist die entnommene Energie

$$dA = U \cdot i dt. \quad (175)$$

Da beide Energiegrößen einander gleich sein müssen, erhält man die Stromstärke i aus

$$i = e \frac{\mathfrak{E}}{U} \frac{d\vec{s}}{dt} = e \frac{\mathfrak{E}}{U} \mathbf{v} \quad (176)$$

oder in nicht vektorieller Schreibweise

$$i = e \frac{E}{U} v \cos \alpha. \quad (177)$$

Das Verhältnis $\frac{\mathfrak{E}}{U}$ ist unabhängig von der Größe der angelegten Spannung U , da die Feldstärke \mathfrak{E} in gleichem Maß mit der Elektroden- spannung U ansteigt. Wenn eine Ladung von einer Elektrode zur anderen bewegt wird, so ist das dabei im Außenkreis auftretende Strom- integral nach Gl. (176)

$$q = \int i dt = \frac{e}{U} \int \mathfrak{E} d\vec{s} = e. \quad (178)$$

Das $\int \mathfrak{E} d\vec{s} = U$ ist unabhängig von der Form des Weges, wenn der Integrationsweg von der einen Elektrode zur anderen erstreckt wird.

Zwischen zwei ausgedehnten parallelen *Plattenelektroden* vom Ab- stand d ist bei der Elektroden- spannung U die Feldstärke zwischen den Elektroden $\mathfrak{E} = \frac{U}{d}$ und die Gl. (177) geht über in

$$i = e \frac{v}{d} \cos \alpha \quad (179)$$

oder für den Fall, daß die Ladung in Richtung der Feldlinien fliegt,

$$i = e \frac{v}{d}. \quad (180)$$

Ein Elektron ($e_0 = 4,77 \cdot 10^{-10}$ est.), das mit der Geschwindigkeit $v = 1 \cdot 10^8$ cm/sec zwischen zwei Elektroden vom Abstand $d = 1$ cm in Richtung der Kraftlinien fliegt, bewirkt in dem Verbindungsdraht des Außenkreises einen Strom der Größe

$$i = 4,77 \cdot 10^{-10} \cdot 1 \cdot 10^8 = 4,77 \cdot 10^{-2} \text{ est.} = 1,59 \cdot 10^{-11} \text{ A}$$

während einer Dauer von $d/v = 1 \cdot 10^{-8}$ sec.

Für den Strom zwischen *koaxialen Zylinderelektroden* mit den Radien r_a und r_i für eine am Ort r in Kraftlinienrichtung mit der Ge- schwindigkeit v fliegende Ladung e ergibt sich als Außenstrom

$$i = e \frac{v}{r \ln \frac{r_a}{r_i}}. \quad (181)$$

Bewegung von Ladungsträgern durch das Vakuum.

§ 48. *Bewegung eines Ladungsträgers in einem elektrischen Gleichfeld durch ein Vakuum.* Ein Ion, das im Vakuum einem elektrischen Feld ausgesetzt wird, führt unter dem Einfluß der elektrostatischen Kraft eine beschleunigte Bewegung aus. Die von dem Ion beschriebene Bahn folgt so lange den Feldlinien, als das Teilchen keine hohe Geschwindigkeit hat; ist seine Geschwindigkeit jedoch groß, so macht das Ion wegen seiner Trägheit die Krümmung der Kraftlinien nicht mit. Die Berechnung der Flugbahn ist bei Kenntnis des Feldverlaufes und des anfänglichen Bewegungszustandes des Teilchens exakt möglich. Wir beschränken uns auf die Diskussion einfacher Fälle.

Ein Ion erfährt in einem homogenen elektrischen Feld \mathcal{E} eine konstante Beschleunigung g in Feldrichtung von

$$e \cdot E = m \frac{dv}{dt} = m \cdot g. \quad (182)$$

Die momentane Bahngeschwindigkeit v folgt daraus zu

$$v = \frac{eE}{m} t, \quad (183)$$

wenn wir voraussetzen, daß die Anfangsgeschwindigkeit des Ions Null ist. Die zur Zeit t zurückgelegte Wegstrecke l ist dann

$$l = \frac{e \cdot E}{2m} t^2 = \frac{g}{2} t^2. \quad (184)$$

Die durch die Gl. (182) bis (184) beschriebenen Gesetze sind völlig analog den Gesetzen des freien Falles einer Masse unter der Wirkung des Schwerfeldes. Man ist also berechtigt, von dem „freien Fall eines Ions in einem elektrischen Feld“ zu sprechen. Die auf ein geladenes Masseteilchen ausgeübte Kraft ist nur abhängig von der Größe seiner Ladung, aber nicht von seiner Masse, während seine Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg nur durch das Verhältnis Ladung: Masse bestimmt wird.

Hat das Ion im Augenblick $t = 0$ nicht die Geschwindigkeit 0, sondern bereits eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 , die unter dem Winkel α gegen das Feld geneigt ist, so ist die Bahn unter dem Einfluß eines homogenen Feldes genau wie die Bahn einer frei fallenden Masse im Schwerfeld eine Wurfparabel. Wenn wir die Richtung des elektrischen Feldes als y -Richtung ansetzen und die xy -Ebene durch die Anfangsgeschwindigkeit legen, so bewegt sich das Ion in x -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit $v_0 \cdot \sin \alpha$. Die Bahnkoordinaten sind also

$$x = v_0 t \sin \alpha, \quad (185)$$

$$y = \frac{eE}{2m} t^2 + v_0 t \cos \alpha, \quad (186)$$

aus denen sich durch Eliminierung von t die Wurfparabel ergibt.

Die von einem Ion der Anfangsgeschwindigkeit 0 beim Durchfallen eines beliebig gestalteten Feldes aufgenommene kinetische Energie K ergibt sich aus der Gl. (182), die nach Multiplikation mit dl lautet:

$$e E dl = m \frac{dv}{dt} dl = m \frac{dl}{dt} dv = m v dv, \quad (187)$$

woraus durch Integration folgt

$$e \int E dl = eV = \frac{m}{2} v^2 = K. \quad (188)$$

Die kinetische Energie K eines Ladungsträgers ist also eindeutig gegeben durch die vom Träger durchfallene gesamte Spannung V und seine Ladung e , unabhängig von der Gestalt des Feldes. Ladungsträger mit einer Elementarladung (e_0), die eine Spannung von 1 V frei durchfallen haben, haben daher immer die gleiche kinetische Energie aufgenommen, die wir in vielen Fällen als Energiemaß verwenden und Volt·Elementarladung nennen ($V \cdot El$). Da die Elementarladung $e_0 = 4,77 \cdot 10^{-10}$ est und 1 V = 1/300 est, ist die Energie von 1 V·El: $K = e_0 \cdot V = 1,59 \cdot 10^{-12}$ Erg.

Die Trägergeschwindigkeit v ergibt sich aus Gl. (188) zu

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{V} \quad (189)$$

und wird zahlenmäßig für Elektronen mit $m = 9 \cdot 10^{-28}$

$$v = 6 \cdot 10^7 \sqrt{K}, \quad (190)$$

wobei K in $V \cdot El$ einzusetzen ist. Gl. (190) gilt nur bis $K \leq 1 \cdot 10^4$ $V \cdot El$. Bei größeren Energien ist die relativistische Korrektur nach Gl. (3) zu berücksichtigen. Für ein mit z Elementarladungen („ z -fach“) geladenes Ion mit einem Molekulargewicht m und dem Molekulargewicht M ($M = \frac{m}{m_{H_1}}$) wird Gl. (189)

$$v = \sqrt{\frac{2z e_0 V}{m_{H_1} \cdot M}} = 1,39 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{zK}{M}}. \quad (191)$$

Ein Elektron von 1 V·El hat somit eine Geschwindigkeit von $6 \cdot 10^7$ cm/sec (0,2% Lichtgeschwindigkeit), ein einfach geladenes Hg-Ion gleicher Energie nur etwa $1 \cdot 10^5$ cm/sec.

§ 49. Stationäre Bewegung von Ladungsträgern in einem raumladungshältigen elektrischen Gleichfeld im Vakuum. Wenn sich anstatt eines Ladungsträgers gleichzeitig mehrere in einem elektrischen Feld bewegen, so wird das Feldbild durch die von der Gesamtheit der Träger gebildete Raumladung beeinflusst, so daß man nicht mehr mit dem einfachen Elektrodenfeld rechnen kann. In diesem von den Raumladungen beeinflussten Feld erfolgt die Trägerbewegung nach der gleichen Differentialgleichung (182), wenn nur für \mathcal{E} die tatsächlich wirkende Feld-

stärke eingesetzt wird. Der Fall des raumladungsverzerrten elektrischen Feldes liegt in fast allen auftretenden Entladungen vor, in denen sich Ionen und Elektronen großer Zahl gleichzeitig im Entladungsraum bewegen. Die sich dabei einstellende Trägerbewegung wird durch komplizierte Gleichungen beschrieben, da die Trägerbewegung vom Feld, das Feld aber seinerseits wieder von der Trägerbewegung abhängt. Wir geben im folgenden zwei verhältnismäßig einfache Beispiele, die als Entladungsform eine gewisse Rolle spielen und an deren exakter Durchrechnung die Kopplung von Feld- und Trägerbewegung gezeigt werden soll.

Zwei einander parallele, ebene ausgedehnte Elektroden A und B (Abb. 67) werden im Vakuum auf eine Spannung U gegeneinander aufgeladen. Aus der Elektrode A sollen durch irgendeinen Prozeß pro Zeit- und Flächeneinheit dauernd n Elektronen vernachlässigbar kleiner Anfangsgeschwindigkeit befreit werden, die durch das Feld nach B gezogen werden. Da diese Wanderung der Elektronen eine endliche Zeit dauert, befindet sich immer eine Anzahl von Elektronen auf dem Weg nach B , durch die eine negative Raumladung zwischen den Elektroden gebildet wird. Die von der Anode B ausgehenden Kraftlinien endigen daher zum Teil schon an den Elektronenladungen im Zwischenraum, so daß nur ein Bruchteil der Feldlinien bis an die Kathodenoberfläche A reicht. Vor A wird

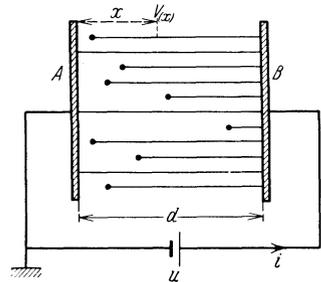


Abb. 67. Feldlinien im Elektrodenzwischenraum bei Anwesenheit einer mit A gleichpolaren Raumladung.

daher ein schwächeres Feld als vor B herrschen. Die Feldstärke vor A hängt außer von der Elektrodenspannung U davon ab, wie viele Elektronen aus A sekundlich befreit, vom Feld erfaßt und B zugeführt werden. Je größer die Anzahl austretender Elektronen wird, um so größer wird die Anzahl der gleichzeitig unterwegs befindlichen, um so höher steigt die Raumladung zwischen den Elektroden und um so kleiner wird der Bruchteil der Feldlinien, der sich bis A erstreckt. Dies gilt so lange, als die aus A austretenden Elektronen überhaupt noch eine endliche Feldstärke an der Oberfläche von A vorfinden, die sie nach B treiben kann. Wird die Elektronenergiebigkeit von A aber fortgesetzt gesteigert, so sinkt die Feldstärke vor A und kann schließlich den Wert Null erreichen, wenn ein ganz bestimmter, von der Geometrie der Anordnung und der Elektrodenspannung abhängiger Strom zwischen den Elektroden fließt. Läßt man noch mehr Elektronen aus A austreten, als für diesen Strom notwendig, so werden diese von keinem beschleunigenden Feld erfaßt, sondern sie werden im nun überwiegenden Bremsfeld der Elektronenraumladung nach A zurückgetrieben. Wie ergiebig auch die Elektronenemission von A gemacht wird, der Strom steigt

nicht über einen Grenzwert, der der gerade verschwindenden Oberflächenfeldstärke von A entspricht.

Wir berechnen nun den örtlichen Verlauf der Raumladungsdichte ϱ , der Feldstärke \mathfrak{E} und des Potentials V für diese Grenzstromdichte j in Abhängigkeit von der Elektrodenspannung U und dem Elektrodenabstand d . Das Potential an der elektronenemittierenden Oberfläche A wird gleich Null gesetzt, von wo ab auch die Raumkoordinate x gezählt wird (Abb. 67). Dann ist die Elektronengeschwindigkeit am Punkt x nach Gl. (188)

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{V} = a \sqrt{V}, \quad (192)$$

außerdem gilt Gl. (161)

$$j = \varrho \cdot v \quad (193)$$

und die Raumladungsgleichung

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi\varrho. \quad (194)$$

Durch Ersatz von ϱ in Gl. (194) aus (193) und von v aus (192) erhält man

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi j}{a} V^{-\frac{1}{2}}, \quad (195)$$

woraus durch Multiplikation mit dV folgt:

$$\frac{dE}{dx} dV = \frac{dV}{dx} dE = E dE = \frac{4\pi j}{a} V^{-\frac{1}{2}} dV. \quad (196)$$

Die Integration ergibt

$$E^2 = \frac{16\pi j}{a} V^{\frac{1}{2}} + C. \quad (197)$$

Da nach Definition für $x = 0: V = 0$ und $\mathfrak{E} = 0$ für den zu berechnenden Grenzstrom wird, verschwindet die Konstante C in (197) und es folgt

$$E = \frac{dV}{dx} = 4 \sqrt{\frac{\pi j}{a}} V^{\frac{1}{2}}, \quad (198)$$

woraus durch abermalige Integration unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen $V = 0$ für $x = 0$ und $V = U$ für $x = d$

$$j = \frac{\sqrt{\frac{2e}{m}}}{9\pi} \frac{U^{\frac{3}{2}}}{d^2}. \quad (199)$$

Zwischen Plattenelektroden von 1 cm Abstand und $U = 100$ V ist nach Gl. (199) die maximal mögliche Elektronenstromdichte im Hochvakuum $j = 2,3 \cdot 10^{-3}$ A/cm². Den Verlauf von E , V und ϱ mit x für diesen Fall zeigt Abb. 68.

Nimmt man an, daß in der gleichen Anordnung (Abb. 67) nicht nur die Kathode Elektronen emittiert, sondern daß die Anode gleichzeitig

eine Quelle positiver Ionen ist, so erhält man einen oberen Grenzwert für den Elektronenstrom und außerdem einen oberen Grenzwert für den Ionenstrom, der von B nach A fließt. Die beiden Ströme, die jeder für sich fließen könnten [Gl. (199)], addieren sich aber nicht einfach, sondern es findet eine teilweise Kompensation der Raumladungen von Elektronen und positiven Ionen statt. Die gleiche Abschirmung des elektrostatischen Feldes vor den Elektroden geschieht jetzt also erst bei größeren Strömen, weil nicht mehr die ganzen Raumladungen wirksam sind, sondern nur noch örtliche Überschüsse der negativen Raumladung des Elektronenstromes über die positive Raumladung des Ionenstromes bzw. umgekehrt. Dieser Fall der gegenseitigen Raumladungskompensation einander entgegengesetzter gerichteter Strömungen spielt in den Gasentladungen in sehr vielen Fällen eine maßgebende Rolle.

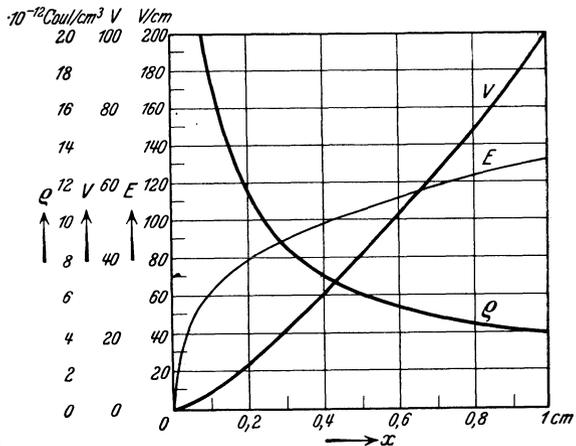


Abb. 68. Potential-, Feld- und Raumladungsverlauf zwischen ebenen Elektroden von 1 cm Abstand und 100 V Spannungsdifferenz bei raumladungsbegrenztem Elektronenstrom.

In der gleichen Weise wie oben für den unipolaren Strom angegeben, sind auch in dem jetzt vorliegenden Fall zweier Ionenströmungen die beiden Ströme bei genügend hoher Trägerergiebigkeit der Elektroden begrenzt durch die Bedingung $E = 0$ an den beiden Elektrodenoberflächen, d. h. für $x = 0$ und $x = d$. Die Durchrechnung erfolgt analog wie für den unipolaren Strom mit den Gleichungen

$$j = j_1 + j_2, \tag{200}$$

$$j_1 = Q_1 v_1, \tag{201}$$

$$j_2 = Q_2 v_2. \tag{202}$$

Aus Gl. (192) ergibt sich

$$v_1 = \sqrt{\frac{2e}{m_1}} \sqrt{V} = a_1 \sqrt{V}, \tag{203}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2e}{m_2}} \sqrt{U - V} = a_2 \sqrt{U - V}. \tag{204}$$

Ferner gilt

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi(Q_1 + Q_2). \tag{205}$$

Die Integration der Gleichungen erfolgt wie bei (195) und ergibt unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen $E = 0$ für $V = 0$ und $V = U$

$$E^2 = 16\pi \frac{j_1}{a_1} \{ \sqrt{V} + \sqrt{U-V} - \sqrt{U} \}, \quad (206)$$

wobei aus der zweiten Grenzbedingung die Gleichung

$$\frac{j_1}{a_1} = \frac{j_2}{a_2} \quad \text{oder} \quad \frac{j_1}{j_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (207)$$

benutzt wurde. Die Integration von (206) gibt unter Berücksichtigung von $V = 0$ für $x = 0$ und $V = U$ für $x = d$

$$j_1 = \frac{9}{16\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_1}} \frac{V_0^{\frac{3}{2}}}{d^2}, \quad (208)$$

$$j_2 = \frac{9}{16\pi} \sqrt{\frac{2e}{m_2}} \frac{V_0^{\frac{3}{2}}}{d^2}. \quad (209)$$

Ein Vergleich mit (199) zeigt, daß bei der vorliegenden Anordnung die Kompensation der entgegengesetzten Raumladung jeden Einzelstrom vergrößert hat auf das Fünffache desjenigen Wertes, den der Einzelstrom hätte, wenn der zweite Strom nicht flösse.

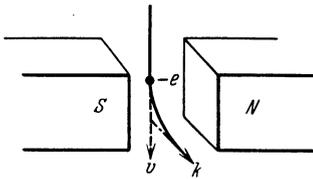


Abb. 69. Auf eine bewegte Ladung in einem Magnetfeld ausgeübte Kraft k .

§ 50. Bewegung eines Ladungsträgers in einem zeitlich konstanten Magnetfeld im Vakuum.

Eine Ladung, die sich in einem Magnetfeld mit der Geschwindigkeit v bewegt, erfährt eine elektrodynamische Kraft. Größe und Richtung dieser Kraft ergeben sich aus der Überlegung, daß bei der Bewegung durch ein Magnetfeld eine elektrische Feldstärke senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zum Magnetfeld von der Größe

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{c} [\mathfrak{H} \cdot v] \quad (210)$$

auftritt, die auf eine Ladung e die Kraft k

$$k = e \cdot \mathfrak{E} = \frac{e}{c} [\mathfrak{H} \cdot v] = \frac{eH \cdot v}{c} \sin \alpha \quad (211)$$

ausübt (Abb. 69). α bedeutet den Winkel zwischen der momentanen Flugrichtung und der Richtung des Magnetfeldes am jeweiligen Ort der Ladung. Da die elektrodynamische Kraft nach Gl. (211) immer senkrecht steht auf der momentanen Bewegungsrichtung v , ist die in Wegrichtung fallende Kraftkomponente stets Null und damit die von dieser Kraft an der fliegenden Ladung geleistete Arbeit gleich Null. Durch diese elektrodynamische Kraft wird die Bahngeschwindigkeit der fliegenden Ladung nicht geändert, das Teilchen wird nur abgelenkt. Da die Kraft verschwindet, wenn die Flugbahn in Richtung des Magnet-

feldes liegt [$\alpha = 0$ in Gl. (211)], so wird eine solche Bewegung durch das Magnetfeld nicht beeinflußt und nur die Bewegungskomponente, die senkrecht zur jeweiligen Richtung des Magnetfeldes steht, ergibt die ablenkende Kraft.

Wir sehen zunächst von einer Bewegungskomponente in Magnetfeldrichtung ab und nehmen an, daß sich das Teilchen (e, m) senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen Magnetfeldes mit der Geschwindigkeit v bewegt. In Abb. 70 ist das Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene zu denken, v gibt die anfängliche Richtung der Bahngeschwindigkeit, k die Richtung der ablenkenden elektrodynamischen Kraft ($\perp v$ und $\perp \mathfrak{H}$). In der Zeit dt hat die Kraft $k = \frac{e}{c} \cdot H \cdot v$, eine Geschwindigkeit dv_s in Richtung von k bewirkt von der Größe

$$dv_s = \frac{dv_s}{dt} dt = \frac{k}{m} dt = \frac{e H v}{c m} dt. \quad (212)$$

Das zu Abb. 70 zugehörige Parallelogramm der Geschwindigkeiten (Abb. 71) ergibt eine Geschwindigkeitsänderung in der Zeit dt , die um den Winkel $d\varphi$ gegen die ursprüngliche Geschwindigkeit gedreht ist, wobei nach Abb. 71

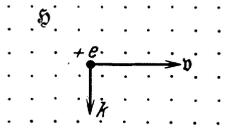


Abb. 70. Zur Bewegung einer Ladung im Magnetfeld.

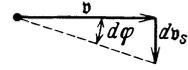


Abb. 71. Geschwindigkeitsparallelogramm zu Abb. 70.

$$d\varphi = \frac{dv_s}{v} = \frac{e H}{c m} dt. \quad (213)$$

Die Drehung der Flugrichtung erfolgt also mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega = \frac{e \cdot H}{c m}. \quad (214)$$

Da das Teilchen seine Geschwindigkeit nicht ändert, die Richtung seiner Geschwindigkeit aber gleichmäßig dreht, ist seine Bahn ein Kreis. Für einen vollen Umlauf errechnet sich die Zeit τ aus Gl. (214)

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi c m}{e H}, \quad (215)$$

der Radius der Kreisbahn ergibt sich aus $2\pi r = v \cdot \tau$ zu

$$r = \frac{v \tau}{2\pi} = \frac{c m v}{e H}. \quad (216)$$

Ein Elektron mit einer kinetischen Energie von 1 V·El ($v = 6 \cdot 10^7$ cm/sec) beschreibt in einem Magnetfeld $H = 1$ Gauß Kreise vom Radius $r = \frac{3 \cdot 10^{10} \cdot 9 \cdot 10^{-28} \cdot 6 \cdot 10^7}{4,77 \cdot 10^{-10} \cdot 1} = 3,4$ cm. Der Krümmungsradius der Bahn eines Elektrons von $V \cdot V \cdot \text{El}$ senkrecht zu dem Magnetfeld von H Gauß beträgt danach

$$r = \frac{3,4 \sqrt{V}}{H} \text{ cm}. \quad (217)$$

Die Umlaufzeit τ ist bemerkenswerterweise unabhängig von der Geschwindigkeit v und nur gegeben durch Ladung, Masse und magnetische Feldstärke. Ein Elektron durchläuft seine Kreisbahn in einem Magnetfeld von 1 Gauß in der Zeit $\tau = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 9 \cdot 10^{-28}}{4,77 \cdot 10^{-10} \cdot 1} = 3,56 \cdot 10^{-7}$ sec. Ein mit dieser Frequenz umlaufendes Elektron sendet eine elektromagnetische Welle aus der Länge $\lambda = c \cdot \tau = 1,07 \cdot 10^4$ cm.

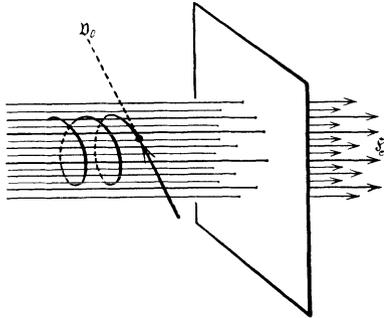


Abb. 72. Bahn einer bewegten Ladung in einem homogenen Magnetfeld.

Hat die Geschwindigkeit eines Teilchens eine Komponente in Richtung des Magnetfeldes, so bleibt diese ungeändert, während die Komponente senkrecht zum Magnetfeld in der beschriebenen Weise ihre Richtung dreht. Im homogenen Magnetfeld beschreibt das Teilchen dabei eine Wendel (Abb. 72). Die Umlauffrequenz $\frac{1}{\tau}$ errechnet sich aus

Gl. (215), der Radius r aus Gl. (216) unter Zugrundelegung der zum Magnetfeld *senkrechten* Geschwindigkeitskomponente.

Die Bewegung eines Teilchens in einem inhomogenen Magnetfeld läßt sich ermitteln unter Berücksichtigung, daß der Krümmungsradius der Bahn der der Gl. (216) ist, wobei für H die Feldstärke am jeweiligen Ort des Teilchens und für v die jeweils senkrecht stehende Komponente der Geschwindigkeit einzusetzen ist. Beispielsweise zeigt Abb. 73 die Bahn eines Elektrons in der Nähe eines Magnetpols P unter der Annahme, daß die Kraftlinien vom Magnetpol geradlinig nach allen Richtungen gleichmäßig ausgehen. Hier wird das zunächst auf den Magnetpol zufliegende Teilchen wieder zurückgelenkt; die Bahn erweckt den Anschein, als sei das Teilchen vom Pol elektrostatisch abgestoßen, während in Wirklichkeit diese Bahnkurve nur eine Folge der eben behandelten elektrodynamischen Kraft ist.

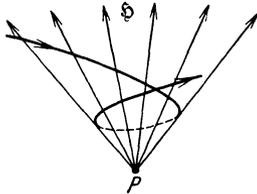


Abb. 73. Bahn einer bewegten Ladung im radialen Magnetfeld.

§ 51. **Bewegung eines Ladungsträgers im elektrischen und magnetischen Gleichfeld durch das Vakuum.** Wirken elektrische und magnetische Felder gleichzeitig auf einen Ladungsträger, so addieren sich einfach die von ihnen ausgeübten Kräfte, so daß die Durchrechnung prinzipiell mit den bereits angegebenen Gleichungen möglich ist. Als einfaches Beispiel diskutieren wir die Bewegung eines Ladungsträgers im Vakuum, wie sie sich in homogenen senkrecht zueinander stehenden elektrischen und magnetischen Gleichfeldern abspielt.

In Abb. 74 soll das elektrische Feld die Richtung der y -Achse haben, während das Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene steht. Im Koordinatennullpunkt A soll zur Zeit $t = 0$ ein Ladungsträger ruhen, den das elektrische Feld nach oben ziehen will. Solange das Teilchen ruht, wirken nur die elektrostatischen Kräfte, das Teilchen erhält nur eine Beschleunigung nach oben, aber nicht nach der Seite. Sobald das Teilchen infolge der elektrostatischen Beschleunigung eine Geschwindigkeit nach oben erhält, wirken die elektrodynamischen Kräfte des Magnetfeldes, die es senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zum Magnetfeld abdrängen. Dadurch bekommt das Teilchen eine horizontal gerichtete Geschwindigkeitskomponente, die im Magnetfeld eine nach unten gerichtete elektrodynamische Kraft ergibt; diese elektrodynamische Kraft wirkt demnach der elektrostatischen Kraft entgegen und erstere überwiegt, sobald das Teilchen eine kritische Geschwindigkeit in x -Richtung erlangt hat. Daher wird jetzt das Teilchen wieder nach unten getrieben, wobei es gegen die elektrostatische Kraft Arbeit leistet, und daher an kinetischer

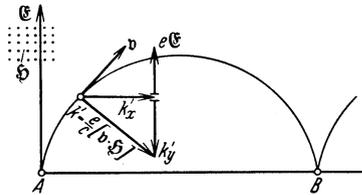


Abb. 74. Bahn einer bewegten Ladung in senkrecht zueinander stehenden, homogenen, konstanten elektrischen und magnetischen Feldern.

Energie einbüßt, bis es schließlich im Punkte B auf die Geschwindigkeit Null abgebremst wird und von da an den gleichen Lauf wiederholt.

Die Differentialgleichungen dieses Problems ergeben sich nach dem Gesagten ohne weiteres zu

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = m \frac{dv_y}{dt} = e \cdot E - \frac{1}{c} e H \frac{dx}{dt}, \quad (218)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{c} e H \frac{dy}{dt}. \quad (219)$$

Durch einmalige Differentiation von (218) und (219) und wechselseitige Substitution der zweiten Ableitungen erhält man Differentialgleichungen, deren Lösungen für die Geschwindigkeit ergeben

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{c E}{H} \sin\left(\frac{e H}{m c} t\right), \quad (220)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{c E}{H} \left(1 - \cos\left(\frac{e H}{m c} t\right)\right). \quad (221)$$

Daraus folgt, daß die Bahn des Teilchens aus einer Rotation besteht, mit einer Winkelgeschwindigkeit ω

$$\omega = \frac{e H}{m c}, \quad (222)$$

die das Teilchen im Magnetfeld auch ohne Anwesenheit des elektrischen Feldes annimmt [Gl. (214)], und einer konstanten Verschiebung der durchlaufenen Kreisbahn, deren Geschwindigkeit $\frac{c \cdot E}{H}$ beträgt. Die

beschriebene Bahn ist eine schleifenlose Zyklode (Abb. 74) (Bewegung eines Punktes am Umfang eines rollenden Rades). Wenn das Teilchen im Anfangspunkt nicht als ruhend angenommen wird, sondern eine irgendwie im Raum liegende Anfangsgeschwindigkeit hat, so wird die Bahn eine abgeflachte oder eine Schleifenzyklode („verkürzte oder verlängerte Zyklode“) sein mit der gleichen Fortschreitungsrichtung und der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie bisher. Eine etwa vorhandene Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Magnetfeldes bleibt dabei ungeändert überlagert. Bemerkenswerterweise folgt also das Elektron in keinem dieser Fälle den elektrostatischen Kräften, sondern führt im Mittel eine senkrecht zu diesen ausweichende Bewegung aus.

Das hier auftretende Gegeneinanderwirken elektrostatischer und elektrodynamischer Kräfte hat eine gewisse experimentelle Bedeutung zur Aussonderung einer einheitlichen Geschwindigkeit aus einem inhomogenen geladenen Materiestrahlbündel. Man läßt dabei dieses Bündel

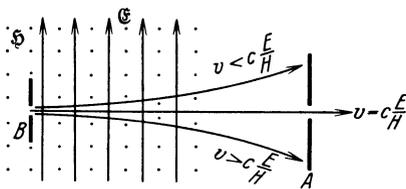


Abb. 75. Monochromator für Korpustularstrahlen.

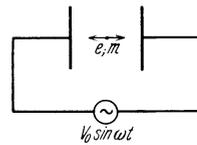


Abb. 76. Massebehaftete Ladung im elektrischen Wechselfeld.

in homogene zueinander senkrecht stehende elektrische und magnetische Felder eintreten; die Eintrittsrichtung des Strahles ist senkrecht zu beiden Feldern (Abb. 75). Sei e die Ladung und v die Geschwindigkeit eines Teilchens, so erfährt es im elektrischen Felde eine elektrostatische Kraft $e \cdot E$ nach oben und eine elektrodynamische Kraft $\frac{v}{c} e H$ nach unten. Nur für eine einzige Strahlgeschwindigkeit $v = \frac{c \cdot E}{H}$ unabhängig von der Größe von e fliegt der Strahl geradlinig weiter und kann eine etwa bei A aufgestellte Blende passieren.

§ 52. **Bewegung eines Ladungsträgers im elektromagnetischen Wechselfeld durch ein Vakuum.** Die Bewegung eines geladenen Teilchens in einem zeitlich veränderlichen elektrischen oder magnetischen Feld läßt sich in erster Annäherung dadurch bestimmen, daß man die Differentialgleichungen der durch die elektrischen Kräfte hervorgerufenen Beschleunigungen integriert, wobei im allgemeinen die Beschleunigung zeit- und ortsabhängig einzusetzen ist. Wir behandeln als einfachstes Beispiel die Bewegung eines Trägers der Ladung e und der Masse m in einem sinusförmig mit der Kreisfrequenz ω schwankenden homogenen elektrostatischen Feld, wie es in einer Anordnung nach Abb. 76 zwischen

ausgedehnten Plattenelektroden auftritt. Ist die momentane Elektroden-
spannung V

$$V = V_0 \sin \omega t \quad (223)$$

und die elektrostatische Kraft $e \cdot E = \frac{e \cdot V}{d}$, so wird

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e V_0}{d} \sin \omega t. \quad (224)$$

Daraus ergibt sich für die momentane Geschwindigkeit v

$$v = - \frac{e}{m} \frac{V_0}{d} \frac{1}{\omega} \cos \omega t, \quad (225)$$

wenn man von einer überlagerten konstanten Anfangsgeschwindigkeit
absieht. Der von dieser Ladung im Außenkreis hervorgerufene Strom
ist nach Gl. (180) $i = e \cdot \frac{v}{d}$ oder

$$i = - \frac{e^2}{m d^2} \frac{V_0}{\omega} \cos \omega t = \frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t. \quad (226)$$

Dieser Strom hinkt also um 90 elektrische Grade der Elektroden-
spannung nach, er ist also ein rein induktiver Strom. Diesem Strom ist natür-
lich der Kapazitätsstrom zur Aufladung der Elektroden überlagert. Der
naheliegende Gedanke, daß induktiver und kapazitiver Strom sich unter
irgendwelchen Bedingungen im Außenkreis aufheben können, so daß
die Elektrodenkapazität mit der „Induktivität“ der trägen Ionenmasse
einen Schwingungskreis bildet, führt zu einem Trugschluß, weil, wie
eine nähere Durchrechnung zeigt, die Rückwirkung der Ladung auf
das Elektrodenfeld hierbei so stark werden würde, daß unser Ansatz
nach Gl. (224) seine Gültigkeit verliert. Die „Induktivität“ L dieser
Anordnung ist nach Gl. (226) gleich $\frac{m d^2}{e^2}$. Eine Gasentladungsstrecke,
in der die Trägheit der Ionen neben der Reibung mit dem Gas eine
Rolle spielt, hat demnach eine Induktivität, die sich grundsätzlich von
der gewohnten Induktivität dadurch unterscheidet, daß sie nicht ein
magnetischer Energiespeicher ist, sondern ein mechanischer. Aus quanti-
tativen Gründen äußert sich diese Induktivität aber erst bei sehr hohen
Frequenzen.

Die oben gegebene Berechnungsart der Bewegung eines Trägers
in einem elektromagnetischen Wechselfeld ist jedoch prinzipiell unvoll-
ständig, da wegen der Kopplung elektrischer und magnetischer Felder
die Änderung einer Feldart das Auftreten der anderen Feldart zur Folge
hat. Ein Ladungsträger, der sich beispielsweise in einem zeitlich ver-
änderlichen Magnetfeld befindet, wird daher durch das gleichzeitig auf-
tretende elektrische Wirbelfeld beschleunigt, und es liegt durchaus im
Bereich experimenteller Möglichkeit, durch diese Beschleunigung eine
hohe kinetische Energie auf das Teilchen zu übertragen. Die Berech-

nung ist im allgemeinen Fall insofern umständlich, als für die Richtung der elektrischen Feldstärke die zeitliche Änderung des Magnetfeldes im ganzen Raum bekannt sein muß. Wir diskutieren daher hier zwei einfache Beispiele ohne vollständige Durchrechnung.

1. Ein homogenes Magnetfeld der Stärke H mit einem kreisförmigen Querschnitt vom Radius R (Abb. 77) erzeugt bei seiner Änderung elektrische Wirbelfelder, die aus Symmetriegründen konzentrische Kreise sein müssen. Die elektrische Feldstärke im Abstand r von der Achse ist aus dem Induktionsgesetz zu ermitteln, das die Umlaufspannung $\int \mathcal{E} d\mathcal{s}$ um eine magnetische Flußänderung gleich der umschlossenen Flußänderung $f \cdot \frac{dH}{dt}$ setzt. Die elektrische Feldstärke E ist also Umlaufspannung: Umfang

$$E = \frac{1}{2r\pi} \frac{r^2 \pi dH}{c dt} = \frac{r}{2c} \frac{dH}{dt}, \quad (227)$$

wobei die elektrische Feldstärke im elektrostatischen Maß (Faktor $\frac{1}{c}$!)

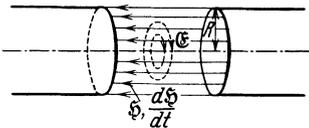


Abb. 77. Bewegung einer geladenen Masse in einem zeitlich veränderlichen, homogenen Magnetfeld.

gerechnet ist. Ein Ion, das sich in diesem Feld außerhalb des Mittelpunktes befindet, wird also von dieser elektrischen Feldstärke so beschleunigt, daß es gleichzeitig im Magnetfeld eine Bahnkrümmung erleidet und deswegen eine im allgemeinen komplizierte Bahn durchläuft. Übersichtlicher werden

die Verhältnisse jedoch im Spezialfall, bei dem das Teilchen von vornherein eine Geschwindigkeit hat, die es befähigt, eine konzentrische Bahn zu durchlaufen. Nehmen wir an, daß das anfängliche Magnetfeld die Stärke H_0 hat, und daß ein Ion mit einer kinetischen Energie K_0 von H_0 auf eine konzentrische Kreisbahn gezogen wird. Steigert man jetzt das Magnetfeld auf den Wert H , so wird das Ion dabei von dem elektrischen Wirbelfeld beschleunigt und trotz seiner wachsenden kinetischen Energie auf kleinere Bahnradien gezwungen, weil das stärkere Magnetfeld kleinere Krümmungsradien bewirkt. Die von dem Teilchen beschriebene Bahn ist daher eine ebene Spirale. Die Durchrechnung ergibt unter Vernachlässigung relativistischer Massenänderungen für die Endenergie K , die dem Wert des Magnetfeldes H entspricht:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{H}{H_0}. \quad (228)$$

Ein Elektron, das sich anfänglich mit einer kinetischen Energie von $K_0 = 1 \cdot 10^4$ V·El in einem Magnetfeld von $H_0 = 100$ Gauß bewegt, wird durch Steigerung des Feldes auf $H = 1 \cdot 10^4$ Gauß demnach eine Energie von $K = 1 \cdot 10^6$ V·El erhalten. Prinzipiell ist es in diesem Fall gleichgültig, wie rasch das Magnetfeld gesteigert wird. Die vom Elektron aufgenommene kinetische Energie entspricht der Spannung eines

Transformators mit so viel Windungen, wie das Elektron während der Änderung des Magnetfeldes Umläufe gemacht hat.

2. Zwischen kreisförmigen, ebenen parallelen Platten vom Radius R und dem Abstand d wird ein hochfrequentes elektrisches Feld $E = \frac{V}{d} = E_0 \sin \omega t$ erzeugt. Durch den zwischen den Platten übergehenden Verschiebungsstrom entsteht ein magnetisches Wirbelfeld H (Abb. 78), dessen Stärke sich analog nach Gl. (227) ergibt zu

$$H = \frac{r}{2c} \frac{dE}{dt} = \frac{r \omega}{2c} E_0 \cos \omega t. \quad (229)$$

Ein zwischen die Platten gebrachter Träger führt in Richtung des elektrischen Feldes eine Schwingung aus, wobei die Geschwindigkeit v nach Gl. (225) ist

$$v = - \frac{e}{m \omega} E_0 \cos \omega t. \quad (230)$$

Es wird dabei angenommen, daß das Ion innerhalb einer Periode nicht so große Verlagerungen erfährt, daß es an die Platten stößt; wir setzen also ein genügend hochfrequentes elektrisches Wechselfeld voraus. Auf den Träger wirkt infolge seiner Bewegung im magnetischen Wirbelfeld eine ablenkende Kraft k der Größe [Gl. (212)]

$$k = \frac{e v H}{c} = - \frac{e^2 v}{2 m c^2} E_0^2 \cos^2 \omega t. \quad (231)$$

Die Kraft k ist immer nach abnehmendem r auf die Achse der Anordnung zu gerichtet. Der zeitliche Mittelwert der Kraft \bar{k} ist

$$\bar{k} = - \frac{e^2 v}{4 m c^2} E_0^2. \quad (232)$$

Durch diese Kraft wird der Träger nach innen getrieben und führt außer seiner Schwingung in Richtung des elektrischen Feldes noch eine Schwingung längs eines Durchmessers der Anordnung aus. Die von ihm infolge der elektrodynamischen Kraft aufgenommene kinetische Energie

beträgt im Mittelpunkt $K = \int_{r=R}^{r=0} \bar{k} dr = \frac{e^2 E_0^3 R^2}{8 m c^2}$. Für eine elektrische

Feldstärke von $E_0 = 3 \cdot 10^4$ V/cm in einem Kreisplattenkondensator mit $R = 10$ cm hat ein Elektron eine Energie $K = 2,3 \cdot 10^4$ V·El im Mittelpunkt aufgenommen.

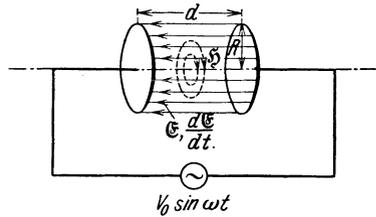


Abb. 78. Bewegung einer geladenen Masse in einem homogenen elektrischen Wechselfeld.

Bewegung von Ladungsträgern durch einen Gasraum.

§ 53. Temperatur der Ladungsträger und des Gases. Die Moleküle eines Gases, das im Temperaturgleichgewicht steht, führen eine un-

geordnete Bewegung aus. Sie fliegen nach allen Richtungen durcheinander, stoßen zusammen, werden bei solchen Zusammenstößen in anderer Richtung abgelenkt und beschreiben dadurch Zick-Zack-Bahnen. Das einzige, was sich über die Bewegung der Moleküle aussagen läßt, ist ihre mittlere Geschwindigkeit und die Strecke, die sie im Mittel zwischen zwei Zusammenstößen frei und geradlinig durchfliegen. Der Mittelwert der kinetischen Energie \bar{K} eines Moleküls ist bei der Temperatur T

$$\bar{K} = \frac{m}{2} \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k T \quad (233)$$

unabhängig von der Art der Gasmoleküle ($R \dots$ Boltzmannkonstante = $1,36 \cdot 10^{-16}$ Erg/ $^{\circ}$ K). Im Einzelfall kann die Geschwindigkeit eines Gasmoleküls beliebig verschieden sein von dem Mittelwert; die Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Geschwindigkeiten wird durch die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung (§75) beschrieben, die sich stets dann einstellt, wenn die Moleküle des Gases miteinander genügend oft ihre Energie durch Zusammenstöße ausgetauscht haben. In gleicher Weise verteilen sich auch die Größen der freien Weglängen der Gasmoleküle, also der Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstößen nach dem Wahrscheinlichkeitsgesetz, während die Länge der Strecken in jedem Einzelfall völlig unbestimmt ist (§74).

Werden einem Gas (1) Moleküle eines anderen Gases (2) zugemischt, so nehmen bei Temperaturgleichgewicht diese Moleküle im Mittel die gleiche Energie $3/2 kT$ an. Die mittleren Lineargeschwindigkeiten der Moleküle der beiden Gase verhalten sich dann umgekehrt wie die Wurzeln der Molekülmassen, wie sich aus der folgenden Gleichung ergibt:

$$\frac{3}{2} k T = \frac{m_1}{2} \bar{v}_1^2 = \frac{m_2}{2} \bar{v}_2^2. \quad (234)$$

Die Moleküle jedes Gases gehorchen dabei der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung. Die mittleren freien Weglängen der Moleküle des Gases (2) können sich von denen des Gases (1) im Prinzip beliebig stark unterscheiden. An diesem Zustand ändert sich auch nichts, wenn die Moleküle des Gases (2) Ionen oder Elektronen sind. Man ist daher berechtigt, den Elektronen oder Ionen eine Temperatur zuzuordnen, die in dem eben beschriebenen Fall mit der Temperatur T des Gases übereinstimmt. Wir wollen weiterhin nur dann von der Temperatur eines Gases sprechen, gleichgültig ob es ein neutrales, Ionen- oder Elektronengas ist, wenn die Geschwindigkeiten der einzelnen Teilchen unter sich der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung genügen.

Die Temperatur der Elektronen oder Ionen braucht jedoch keines-

wegs identisch zu sein mit der Gastemperatur. Wenn durch irgendwelche Mittel, beispielsweise durch ein äußeres elektrisches Feld, die Ladungsträger beschleunigt werden, so wird ihre mittlere kinetische Energie größer, als sie ohne diese äußeren Kräfte wäre, also größer als der Temperatur des neutralen Gases entspricht. Die gerichtete Beschleunigung durch ein äußeres elektrisches Feld ergibt zunächst keine Erhöhung der Geschwindigkeit nach *allen* Richtungen hin. Wir verbinden daher mit dieser Geschwindigkeitserhöhung im Feld noch nicht den Begriff einer erhöhten Elektronen- oder Iontemperatur, für die wir ja die ungeordnete Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung voraussetzen. Durch Streuung der gerichteten, beschleunigten Elektronen oder Ionen an Gasmolekülen und bei genügender Trägerkonzentration auch durch Streuung der Träger aneinander, werden die gerichteten Geschwindigkeiten sehr bald in einigermäßen ungeordnete verwandelt, so daß wir jetzt von einer Erhöhung der Temperatur des Trägergases sprechen können. Bei den Streuprozessen der Träger an den neutralen Gasmolekülen hat der Träger im Mittel eine höhere kinetische Energie, weil er auf einem Freiflug vor dem Zusammenstoß durch das äußere elektrische Feld beschleunigt wurde. Im Mittel gibt daher der Träger mehr Energie an ein getroffenes Gasmolekül ab als umgekehrt. Die Geschwindigkeit der Gasmoleküle steigt daher, die Temperatur des neutralen Gases wird höher. Das neutrale Gas wird also von dem Trägergas aufgeheizt; die Temperatur des Trägergases ist dabei stets höher als die des neutralen. Es liegt also der merkwürdige Fall vor, daß in einem Volumen am gleichen Ort mehrere „Gastemperaturen“ gleichzeitig auftreten können. Wie hoch die Temperatur des Trägergases über der des neutralen liegt, hängt außer von der Stärke des elektrischen Feldes, aus dem das Trägergas seine Energie bezieht, noch ab von dem Energiebetrag, der beim Zusammenstoß von einem Träger auf ein neutrales Molekül übertragen werden kann.

Wenn das Trägergas aus Ionen besteht von der gleichen Masse wie die Moleküle des neutralen Gases, so ist die „Wärmeleitung“ zwischen Trägergas und neutralem Gas sehr gut; denn schon bei einem einzigen Zusammenstoß kann ein Träger seine gesamte Energie auf ein neutrales Gasmolekül abgeben, und zum Temperatúrausgleich sind daher im Mittel nur sehr wenig Zusammenstöße jedes Ions notwendig. Ist dagegen das Trägergas ein Elektronengas, so erfolgt der Temperatúrausgleich erst nach sehr viel mehr Zusammenstößen, weil nach den Stoßgesetzen ein Elektron bei einem Zusammenstoß größenordnungsmäßig nur 1% seiner kinetischen Energie bestenfalls übertragen kann. Wenn das Trägergas durch Energiebezug aus einem elektrischen Feld dauernd aufgeheizt wird, so muß die sich einstellende Temperatur eines Elektronengases viel höher sein als die eines Ionengases, weil das Elektronengas viel schlechter gekühlt wird.

§ 54. **Freie Weglänge von Ionen und Elektronen in Gasen (Wirkungsquerschnitt).** Die mittlere Strecke, die Gasmoleküle oder Ladungsträger in einem gashältigen Volumen zwischen zwei Zusammenstößen durchfliegen, und die wir mittlere freie Weglänge genannt haben, ist eine Größe, deren Definition prinzipiell nicht einwandfrei ist. Verhielten sich die Gasmoleküle wie elastische Kugeln bestimmter Ausdehnung, so hätte es einen Sinn, von zwei sich begegnenden Teilchen auszusagen, sie hätten einen Zusammenstoß erlebt oder nicht. Da aber die Gasmoleküle und noch mehr die Ladungsträger von einem elektrischen Eigenfeld umgeben sind, das sich beliebig weit erstreckt, so beeinflussen sich zwei Teilchen auch dann noch, wenn sie in großer Entfernung aneinander vorüberfliegen. Ein „Zusammenstoß“ solcher Teilchen erfolgt also noch bei beliebig großem gegenseitigen Abstand, wenn man nur genügend kleine dabei stattfindende Energie- und Impulsänderungen berücksichtigt. Trotzdem hat es einen praktischen Wert, mit der mittleren freien Weglänge zu operieren, weil wenigstens bei den neutralen Gasmolekülen die elektrischen Felder mit abnehmendem Abstand sehr rasch zunehmen und sie deswegen fast plötzlich einen so großen Wert erreichen, der merkliche Energie- und Impulsänderungen bewirken kann. (Anwachsen des Streufeldes mit $1/r^5$ bis $1/r^7$.) Immerhin bleibt es letzten Endes etwas willkürlich, von welchem Abstand an man eine Teilchenbegegnung als Zusammenstoß rechnet; dies ist mit ein Grund, weswegen die Angaben über die Größen der freien Weglänge schwanken. Die in Tabelle 5 aufgeführten Werte entsprechen den in der deutschen Literatur üblichen, während die Angaben der englischen und amerikanischen Literatur ein 1,5faches unserer Weglängenwerte darstellen.

Die freie Weglänge der Moleküle eines Gases ist in sehr weit gültiger Annäherung umgekehrt proportional der Anzahl der Moleküle in der Volumeneinheit, d. h. umgekehrt proportional der Gasdichte, also proportional zur Temperatur bei konstantem Druck und umgekehrt proportional zum Druck bei konstanter Temperatur. Da mit steigender Temperatur aber die Geschwindigkeit der Moleküle zunimmt, sind in diesem Fall zur Erzielung merklicher Ablenkungen innigere länger wirkende Zusammenstöße notwendig; Begegnungen, die bei niedriger Molekülgeschwindigkeit bereits als ablenkende Zusammenstöße gelten, ergeben bei höheren Molekulargeschwindigkeiten keine merkliche Wirkung. Dies bedeutet, daß auch bei konstant gehaltener Gasdichte ein Ansteigen der freien Weglänge mit steigender Temperatur stattfindet, und zwar ist in diesem Fall das Verhältnis der Weglängen $\lambda_1:\lambda_2$ bei den zugehörigen Temperaturen T_1 und T_2

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1 + \frac{C}{T_2}}{1 + \frac{C}{T_1}}. \quad (235)$$

Tabelle 25 gibt die Zahlenwerte von C für einige Fälle.

Tabelle 25. Werte der Konstante C in Gl. (235) (Sutherland-Konstante) (101).

Gas	C	Gas	C
Ar	165	O ₂	136
Cl	325	N ₂	110
He	80	H ₂ O-Dampf	550
J	590	H ₂	80
CO	100	Xe	250
CO ₂	270	Luft	115
Kr	190	Luft ⁺	509
Ne	56	Luft ⁻	333

Die in Tabelle 5 angegebenen Werte der freien Weglänge λ beziehen sich auf Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen untereinander, also auf „Kugeln“ gleichen Durchmessers. Wenn man in ein solches Gas eine andersartige Kugel kleineren Durchmessers hineinschießt, so wird diese im Mittel weiterfliegen, ohne einen Zusammenstoß zu erleben, als eine der größeren Kugeln der Gasmoleküle selbst. Wie wir in § 74 zeigen, ist die Größe der freien Weglänge proportional $\frac{1}{(r_1 + r_2)^2}$ wobei r_1 der Radius der Gasmoleküle und r_2 der Radius des fremden hineingeschossenen Teilchens ist. Ist dieses ein Elektron, das in Annäherung als ausdehnungslos angesehen werden kann ($r_2 = 0$), so ist demnach seine freie Weglänge viermal so groß wie die der Gasmoleküle unter sich. Bewegt sich überdies das fremde Teilchen sehr rasch gegenüber der thermischen Geschwindigkeit der Moleküle des durchflogenen Gases, so daß man letzteren gegenüber dem fremden Teilchen praktisch als stillstehend ansehen kann, so wird die freie Weglänge des Teilchens noch größer sein, als bisher angegeben; denn während einem Teilchen, das sich mit der Geschwindigkeit der übrigen Moleküle bewegt, ein anderes im Mittel bereits ein Stück des Weges entgegengeflogen ist, wird ein Teilchen, das sich mit einer gegenüber der Molekulargeschwindigkeit hohen Geschwindigkeit bewegt, den ganzen Weg zwischen zwei Zusammenstößen selbst zurücklegen müssen. Eine gebräuchliche Mitteilung nimmt an, daß die freie Weglänge rasch fliegender Teilchen $\sqrt{2}$ mal größer ist, als sie es bei gleicher Ausdehnung des Teilchens wäre, wenn dieses sich nur mit der Geschwindigkeit der übrigen Teilchen bewegte. Da die Elektronen als sehr leichte Massen sich in allen bekannten Fällen im Mittel sehr viel rascher bewegen als die Moleküle des von ihnen durchflogenen Gases, so sind diese Betrachtungen auf das Elektron anzuwenden. Insgesamt ergibt sich also als Beziehung zwischen der mittleren freien Weglänge λ_e der Elektronen in einem Gas zu der mittleren freien Weglänge λ_g der Gasmoleküle unter sich

$$\lambda_e = 4 \sqrt{2} \lambda_g = 5,64 \lambda_g. \tag{236}$$

In allen Fällen, in denen wir Zahlenangaben machen, in welche die freie Weglänge der Elektronen eingeht (z. B. Ionisierungsfunktion), ist der Einfachheit halber mit diesem „klassischen Wert“ der freien Elektronenweglänge gerechnet worden.

Die unmittelbare Messung der freien Elektronenweglänge ergibt zwar Werte von der Größenordnung der klassisch errechneten, jedoch sind diese Angaben in sehr hohem Maße abhängig von der Geschwindigkeit der Elektronen. Abb. 79

bis 88 geben die Größen der tatsächlichen freien Elektronenweglängen in verschiedenen Gasen von 1 mm Druck bei 0°C. Das Reziproke dieser Werte wird als „Wirkungsquerschnitt“ bezeichnet. Der Grund dieser Benennung ergibt sich aus §74.

Wenn die mittlere freie Weglänge eines Elektronengases der Temperatur T in einem neutralen Gas ermittelt werden soll, darf man nicht ohne weiteres den der mittleren thermischen Energie entsprechenden Wert der freien Weglänge nach Abb. 79 bis 88 einsetzen, weil

in der Temperaturbewegung der Elektronen alle möglichen Geschwindigkeiten vorkommen, zu dem ganz verschiedene Elektronenweglängen gehören. Man findet aus Abb. 79 bis 88 den richtigen Mittelwert der Elek-

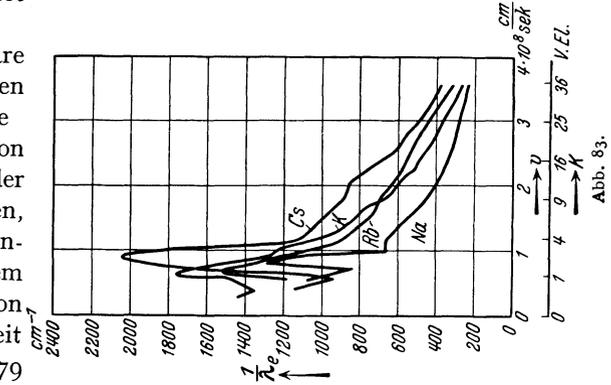


Abb. 83.

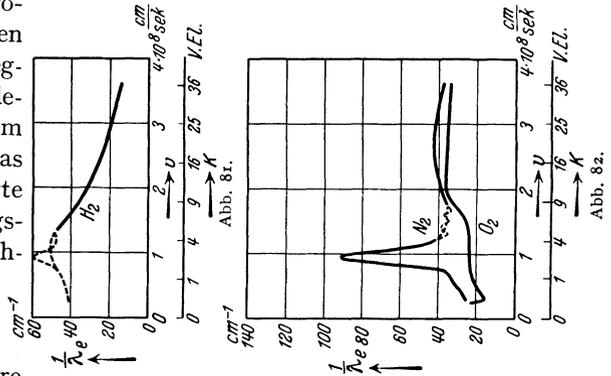


Abb. 81.

Abb. 82.

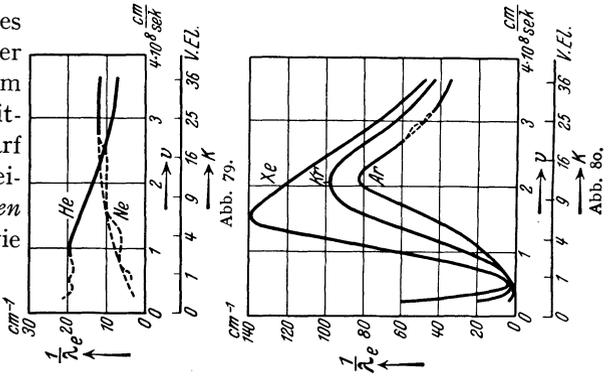


Abb. 79.

Abb. 80.

tronenweglänge für den Fall einer Temperaturbewegung, indem man die freien Weglängen mittelt nach Maßgabe der relativen Häufigkeit der ihnen zugehörigen Geschwindigkeit. Diese zu einer Temperatur gehörige

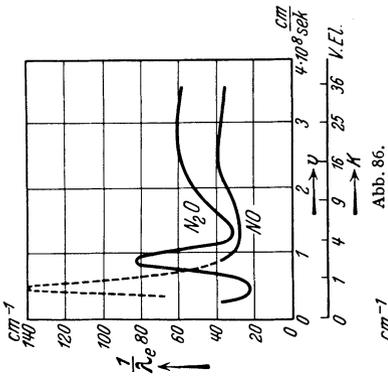


Abb. 86.

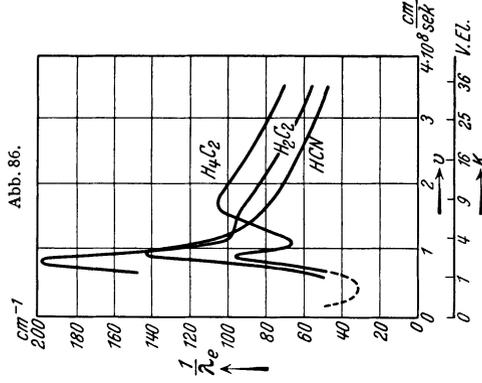


Abb. 88.

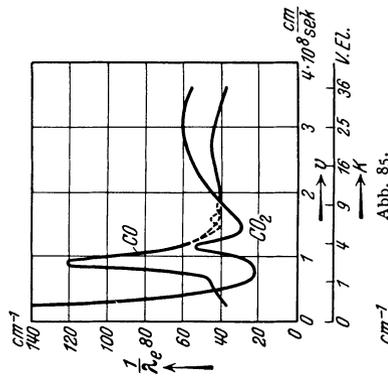


Abb. 85.

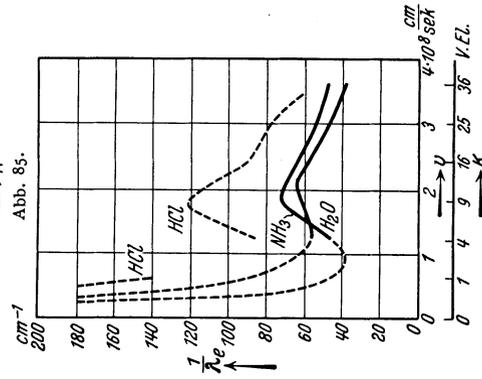


Abb. 87.

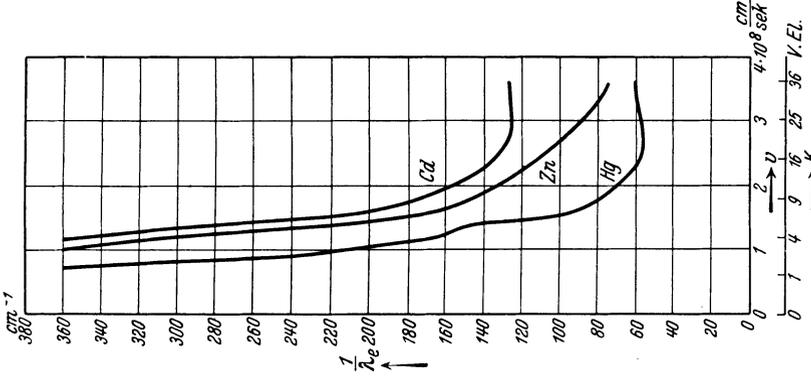


Abb. 84.

Abb. 79 bis 88. Mittlere freie Elektronenweglängen λ_e in verschiedenen Gasen in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit v für Gasdrücken entsprechend 1 mm Hg bei 0° C (46).

mittlere freie Weglänge kann man auch experimentell erhalten, ohne die Größen der Weglängen für die Einzelgeschwindigkeiten dazu kennen zu müssen. Abb. 89 zeigt für einige Gase von 1 mm Druck und 0° C

diese mittlere freie Elektronenweglänge als Funktion der Elektronentemperatur T_e . Als Abszisse ist mit aufgetragen die zu der Temperatur T_e gehörige mittlere kinetische Energie in $V \cdot El.$

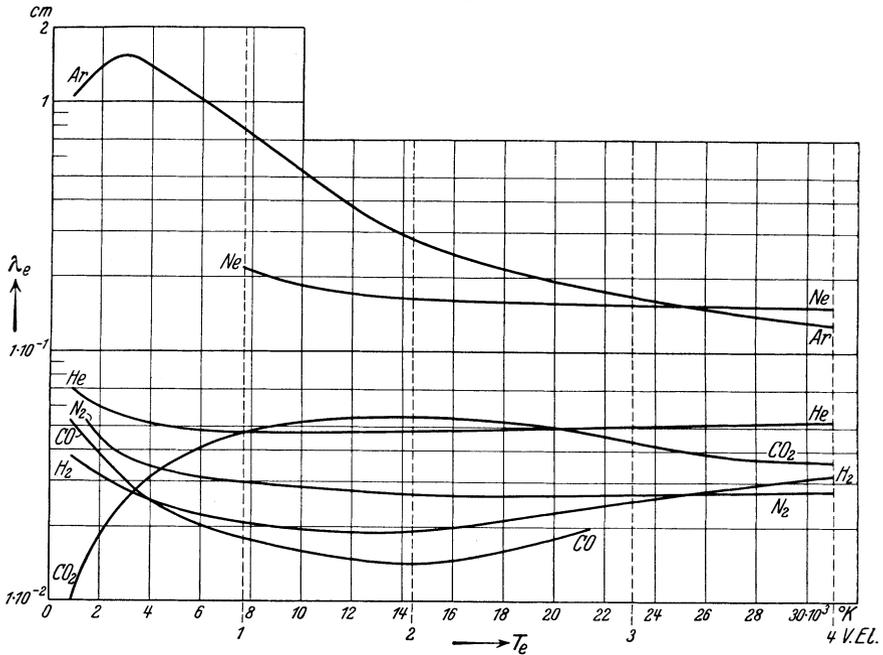


Abb. 89. Mittlere freie Elektronenweglänge λ_e als Funktion der Elektronentemperatur T_e in verschiedenen Gasen von 1 mm Hg bei $0^\circ C$ (47).

Die Ursache der Änderung der freien Elektronenweglänge mit der Elektronengeschwindigkeit ist in den Einzelheiten nicht völlig geklärt;

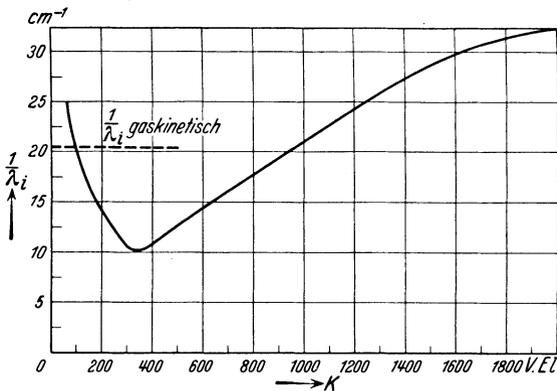


Abb. 90. Mittlere freie Ionenweglänge λ_i für H_1^+ -Ionen in H_2 in Abhängigkeit von der Ionenenergie K (48).

es ist zu vermuten, daß die elektrischen Streufelder der Gasmoleküle verschieden stark auf verschieden rasch vorbeifliegende Elektronen ein-

wirken. Ähnliche Anomalien, wie sie sich bei der freien Elektronenweglänge ergaben, finden sich auch aus direkten Messungen der freien Weglänge positiver Ionen in verschiedenen Gasen. In Abb. 90 und 91 sind die freien Ionenweglängen λ_i als Funktion der Ionenenergie K aufgetragen, desgleichen die

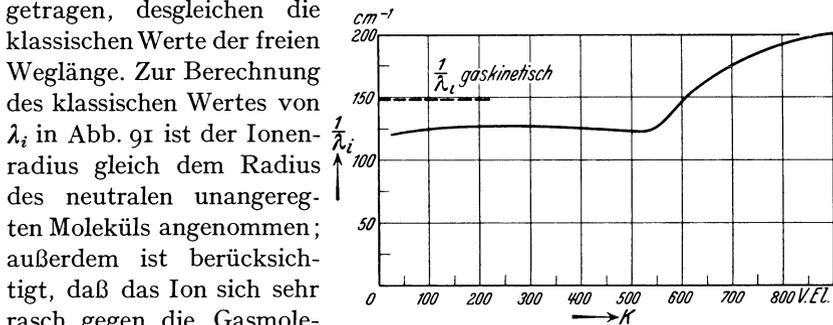


Abb. 91. Mittlere freie Ionenweglänge λ_i von Ar^+ -Ionen in Ar in Abhängigkeit von der Ionenenergie K (49).

klassischen Werte der freien Weglänge. Zur Berechnung des klassischen Wertes von λ_i in Abb. 91 ist der Ionenradius gleich dem Radius des neutralen unangeregten Moleküls angenommen; außerdem ist berücksichtigt, daß das Ion sich sehr rasch gegen die Gasmoleküle bewegt, es gilt also für die freie Weglänge eines Ions λ_i , verglichen mit der freien Weglänge λ_g des neutralen Moleküls,

$$\lambda_i = \sqrt{2} \lambda_g. \quad (237)$$

Diese Gleichung gilt aber nicht bei der Berechnung von λ_i für Protonen; da diese nur aus einem H-Kern ohne Begleitelektron bestehen, können sie ebenso wie die Elektronen als praktisch ausdehnungslos gegenüber den Gasmolekülen angesehen werden, so daß λ_i für Protonen wieder $4\sqrt{2} \lambda_g$ ist.

Diffusion von Ladungsträgern im feldfreien Raum.

§ 55. Mechanismus der Trägerdiffusion. Wir betrachten zunächst die Bahn eines einzelnen Ladungsträgers in einem feldfreien Gasraum, dessen Wandungen so weit entfernt sein sollen, daß wir von ihrer Einwirkung absehen können. Der Kürze halber soll im folgenden stets von Ionen gesprochen werden; die Betrachtungen gelten jedoch für alle Arten von Ladungsträgern, also auch für Elektronen. Wir nehmen weiter an, daß die Ionen sich nicht durch Anlagerung an neutrale Gasmoleküle oder in sonst irgendeiner Weise verändern. Das Ion erfährt genau wie ein beliebiges Gasmolekül Stöße aus allen möglichen Richtungen, durch die es gezwungen wird, an der allgemeinen ungeordneten Bewegung teilzunehmen. Es bewegt sich also auf Zickzackbahnen, zwischen zwei Zusammenstößen mit wechselnder Geschwindigkeit geradlinig fliegend. Dabei gelangt es infolge dieser Bewegung im Mittel zwar von seinem Ausgangsort fort; über die mittlere Bewegungsrichtung jedoch läßt sich nur aussagen, daß sie völlig unbestimmt und das Ergebnis des reinen Zufalls ist.

Sind in dem Gasvolumen mehrere Ionen aus irgendeinem Grunde auf einen sehr kleinen Bruchteil des Gesamtvolumens zusammengedrängt und ist dabei das übrige Volumen ionenfrei oder wenigstens ionenärmer, so müssen sich bei ihrer ungerichteten thermischen Bewegung die Ionen voneinander entfernen. Diese Auseinanderbewegung der Ionen hat also nichts zu tun mit einer elektrostatischen Abstoßung und findet bei neutralen Teilchen in völlig gleicher Weise statt. Wenn also in einem sonst homogenen Volumen die räumliche Dichte der Ionen nicht gleichmäßig ist, sondern in einigen Gebieten größer als in anderen ist, so wird durch diese ungeordnete Bewegung ein Dichteausgleich geschaffen. Dieser Ausgleich erfolgt durch eine Ionenströmung, die von Orten hoher Ionenkonzentration zu solchen geringer gerichtet ist. Diese Erscheinung, welche derjenigen der gleichmäßigen Durchmischung von Gasen entspricht, wird als Ionendiffusion bezeichnet.

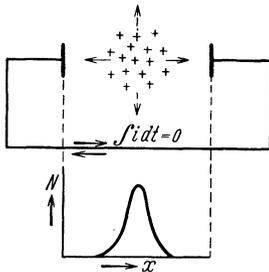


Abb. 92. Diffusion einer kugeligen Ionenballung und Strom im Außenkreis.

Es erscheint zunächst merkwürdig, daß im Konzentrationsgefälle durch eine völlig ungeordnete Bewegung eine gerichtete Ionenströmung zustande kommt, wo doch jedes einzelne Ion für sich dieselben Zickzackbahnen beschreibt, die es auch durchlaufen würde, wenn die übrigen Ionen insgesamt bereits gleichmäßig verteilt wären. Tatsächlich kann eine im Mittel im ganzen Volumen gerichtete Ionenströmung auch nur unter äußeren Einflüssen eintreten.

Wir denken uns in einem Gasvolumen, das so groß ist, daß die begrenzenden Wände außer Betracht bleiben können, eine Ionenballung. Darunter verstehen wir eine Ansammlung von Ionen, deren Konzentration $N(x)$ nach außen hin abfällt, so daß in einem Abstand die Konzentration überall wieder auf Null abgesunken ist. Bei kugelsymmetrischer Konzentrationsverteilung tritt natürlich eine Ionenströmung aus der Ionenkugel in die Umgebung aus, die nach allen Richtungen hin gleich verläuft (Abb. 92). Denkt man sich diese Ionenballung $N(x)$ im Raum zwischen 2 Elektroden befindlich und sind die beiden Elektroden durch einen Leiter miteinander direkt verbunden, also auf gleichem Potential, so entspricht jeder Ladungsverschiebung im Gasraum eine Verschiebung der Influenzladungen durch den Verbindungsdraht. Die Ionen, die aus der rechten Seite des Konzentrationsmaximums nach rechts fließen, verursachen in bekannter Weise (§§ 1, 47) einen Leitungsstrom im Verbindungsdraht in der einen Richtung; die Ionen, die im Gebiet links vom Maximum nach links abfließen, erzeugen entsprechend einen Leitungsstrom in der entgegengesetzten Richtung. Bei vollkommener Symmetrie der Anordnung sind natürlich diese beiden Ströme im Verbindungsdraht entgegengesetzt gleich und heben

sich vollständig auf. Bei beliebig unsymmetrischer Konzentrationsverteilung (Abb. 93) heben sich die entsprechenden Ströme im Außenleiter aber auch auf, solange die Ionenballung nicht bis zu den Elektroden heranreicht. Im Mittel tritt hier also keine Ionenströmung im Gasraum auf. Den Nachweis führen wir in § 57 nach Ableitung des Diffusionsgesetzes.

Anders wird die Sachlage, wenn wir Wandwirkungen mit berücksichtigen müssen, wenn wir also auch eine endliche Ionenkonzentration vor den Elektroden haben. Ist in dem Gebiet unmittelbar vor einer festen Wand eine endliche Ionenkonzentration vorhanden (Abb. 94), so wird ein Teil dieser Ionen bei seiner thermischen Bewegung einmal auf die Wände prallen. Dabei sind 2 Fälle möglich: Entweder wird das Ion von der Wand elastisch reflektiert in der gleichen Weise wie ein neutrales Gasmolekül; dann nimmt das Ion seine Ladung wieder in den Gasraum mit zurück. Es ist aber auch möglich, daß das Ion beim Auf-

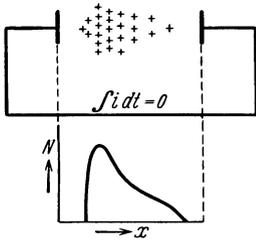


Abb. 93. Diffusion einer begrenzten, inhomogenen Raumladungswolke und Strom im Außenkreis.

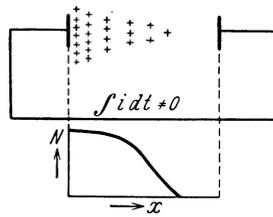


Abb. 94. Diffusion einer bis an eine Elektrode reichenden Raumladungswolke und Strom im Außenkreis.

prall seine Ladung an die Wand abgibt; dann hört es auf, ein Ion zu sein und fliegt allenfalls als neutrales Gasmolekül in den Raum zurück. In diesem 2. Fall werden also von den Ionen vor der Wand fortgesetzt solche herausgegriffen und vernichtet, die eine Geschwindigkeitskomponente auf die Wand zu hatten. In den verbleibenden Ionen muß daher ein Überschuß solcher Geschwindigkeiten entstehen, der im Mittel eine Ionenströmung von der Wand fort bewirkt. In noch verstärktem Maße tritt dies auf, wenn die Ionen von der Wand elastisch reflektiert werden; denn dabei werden ja die Geschwindigkeitskomponenten auf die Wand zu in entgegengesetzt gerichtete verwandelt. Daher ist die im Mittel resultierende Ionenströmung bei Reflexion dieser Ionen gerade doppelt so groß wie im Fall der Ionenvernichtung. Durch den Einfluß der Wand erhält also die zunächst ungerichtete Bewegung eine allgemein gerichtete Komponente, und es ist daher verständlich, daß in diesem Fall auch ein elektrischer Strom durch die Diffusion erzeugt werden kann.

Nehmen wir jetzt zwischen den Elektroden eine Konzentrationsverteilung an, die mit endlicher Konzentration bis zu beiden Elektroden

reicht (Abb. 95), so tritt vor jeder Elektrode eine in den Gasraum hin-ingerichtete Ionenströmung auf. Solange unmittelbar vor den Elektroden die Ionenkonzentrationen gleich groß sind, heben sich die durch die Elektrodenwandwirkung entstehenden Ionenströmungen für den elektrischen Strom im Verbindungsdraht auf. Sind dagegen die Ionenkonzentrationen an den Elektroden verschieden, so ist die in den Gasraum gerichtete Ionenströmung an der Elektrode mit der höheren Konzentration größer als diejenige vor der anderen Elektrode. Es erfolgt also hier im Mittel eine gerichtete Ionenbewegung durch den Gasraum von der Elektrode mit hoher Konzentration zu der anderen Elektrode; deshalb zeigt sich hierbei auch ein äußerer Leitungsstrom. Für die Größe dieses Stromes kommt es nur auf den Konzentrationsunterschied vor den beiden Elektroden an, nicht aber auf den Verlauf des Konzentrationsfeldes im übrigen. Der Diffusionsstrom der in Abb. 96 gezeichneten Konzentrationsfelder 1 bis 4 ist also stets der gleiche. Für die

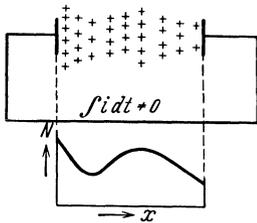


Abb. 95. Diffusion einer Raumladungswolke, die sich bis an beide Elektroden erstreckt und Strom im Außenkreis.

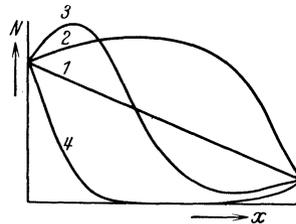


Abb. 96. Verschiedene Konzentrationsfelder und gleicher Strom im Außenkreis.

Größe dieses Diffusionsstromes ist es wichtig, ob die Elektroden die Ionen reflektieren oder vernichten.

§ 56. Diffusionsgesetz im feldfreien Gasraum. Um die Größe des Diffusionsstromes in einem Gas mit bekannter freier Weglänge und bekanntem Konzentrationsgefälle der Ionen annähernd aus molekular-kinetischen Annahmen zu bestimmen, machen wir zunächst einige Vereinfachungen: Wir betrachten ein ausgedehntes Volumen, in dem außer dem neutralen Gas eine Ionenmenge mit der örtlichen Konzentration N und ein konstantes Konzentrationsgefälle in einer (x -)Richtung vorhanden ist. Die Konzentration der Ionen soll klein sein gegen die der neutralen Gasmoleküle und diese soll im ganzen Volumen konstant sein. Dann ist die freie Weglänge λ_i der Ionen im wesentlichen bestimmt durch Zusammenstöße der Ionen mit neutralen Gasmolekülen, aber nicht durch Zusammenstöße der Ionen untereinander, und deswegen ist λ_i unabhängig von der Konzentration der Ionen im ganzen Volumen und konstant. Die Ionen sollen unter sich im Temperaturgleichgewicht stehen, die Ionentemperatur T_i kann sich aber von der Temperatur des neutralen Gases beliebig unterscheiden. Wenn auch die

Ionen infolge ihrer Temperaturbewegung ungeordnet nach allen Richtungen hin gleichmäßig durcheinander fliegen, so daß ihre Geschwindigkeit und ihre mittlere freie Weglänge um einen Mittelwert statistisch verteilt ist, wollen wir bei der weiteren Durchrechnung der größeren Übersichtlichkeit halber annehmen, daß sämtliche Ionen die mittlere Geschwindigkeit v_i haben, stets nach einem Weg λ_i zusammenstoßen und daß die Geschwindigkeiten in der Weise geordnet sind, daß je ein Drittel aller Ionen eine Geschwindigkeit in einer der drei Koordinatenrichtungen besitzt, und jedes dieser Drittel sich zu gleichen Teilen nach positiven und negativen Werten bewegt. In jeder Volumeneinheit fliegen also $N/6$ Ionen in der Richtung nach steigenden x , ebenso viele nach abnehmenden.

Wir denken uns senkrecht zum Konzentrationsgefälle $\frac{dN}{dx}$ eine Ebene A gelegt und wollen bestimmen, wieviel Ionen in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit mehr aus den Gebieten größerer Konzentration in Gebiete kleinerer Konzentration durchtreten als umgekehrt (Abb. 97). Aus dem Gebiet links von A treten in der Zeit $\tau = \frac{\lambda_i}{v_i}$ ein Sechstel aller derjenigen Ionen hindurch, die sich im Gebiet zwischen A und $-\lambda_i$ befinden, da voraussetzungsgemäß die Ionen diese Strecke ohne Zusammenstöße durchfallen können. Die pro Flächeneinheit von A in diesem Volumen enthaltene Ionenzahl n_{\rightarrow} ist

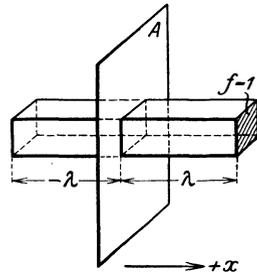


Abb. 97. Zur Ableitung des Diffusionsgesetzes.

$$n_{\rightarrow} = \int_{-\lambda_i}^0 N(x) dx = \int_{-\lambda_i}^0 \left(N_0 + \frac{dN}{dx} x \right) dx = N_0 \lambda_i - \frac{\lambda_i^2}{2} \frac{dN}{dx}. \quad (238)$$

$1/6$ dieser Größe tritt in der Zeit $\tau = \frac{\lambda_i}{v_i}$ durch die Fläche A von links nach rechts hindurch; die Strömungsdichte in dieser Richtung ist

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_{\rightarrow} = \frac{1}{6} \frac{n_{\rightarrow}}{\tau} = \frac{1}{6} \left(N_0 v_i - \frac{\lambda_i v_i}{2} \frac{dN}{dx} \right). \quad (239)$$

In genau der gleichen Weise berechnet sich die Strömungsdichte in umgekehrter Richtung

$$\left(\frac{dn}{dt} \right)_{\leftarrow} = \frac{1}{6} \frac{n_{\leftarrow}}{\tau} = \frac{1}{6} \left(N_0 v_i + \frac{\lambda_i v_i}{2} \frac{dN}{dx} \right). \quad (240)$$

Die Größe des nach positiver x -Richtung fließenden Diffusionsstromes ist gleich der Differenz dieser beiden Teilströme

$$\frac{dn}{dt} = \left(\frac{dn}{dt} \right)_{\rightarrow} - \left(\frac{dn}{dt} \right)_{\leftarrow} = - \frac{\lambda_i v_i}{6} \frac{dN}{dx} \quad (241)$$

oder

$$\frac{dn}{dt} = -D \frac{dN}{dx}. \quad (242)$$

In der hier gegebenen einfachen Ableitung wird der Diffusionskoeffizient D für Ionen, die sich durch ein neutrales Gas bewegen

$$D = \frac{\lambda_i v_i}{6}. \quad (243)$$

Eine korrekte Durchführung unter Berücksichtigung der tatsächlichen Richtungs- und Weglängenverteilung der Ionen infolge ihrer Temperaturbewegung hätte den Ausdruck ergeben

$$D = \frac{\lambda_i v_i}{3}. \quad (244)$$

Wenn in einem Gasvolumen ein Ionenkonzentrationsgefälle einmal erzeugt worden ist, und dieses sich durch Diffusion frei ausgleichen kann, so ändert sich an allen Orten der momentane Wert der Ionenkonzentration. Wir denken uns ein Volumen von der Grundfläche x und der Höhe dx so in das Gasvolumen hineingelegt, daß dx in Richtung des Konzentrationsgefälles zeigt. Von dem Volumen werden eine Anzahl dn Ionen umschlossen:

$$dn = N dx. \quad (245)$$

Diese Zahl ändert sich dadurch, daß durch die beiden Grundflächen Ionen ein- bzw. ausdiffundieren. Die Zahl der in die linke Grundfläche in der Zeit dt hineindiffundierenden Ionen ist

$$dn_1 = -D \left(\frac{dN}{dx} \right)_x dt. \quad (246)$$

Aus dem Volumen diffundieren durch die rechte Grenzfläche heraus

$$dn_2 = -D \left(\frac{dN}{dx} \right)_{x+dx} dt = -D \left[\left(\frac{dN}{dx} \right)_x + \left(\frac{d^2N}{dx^2} \right)_x \cdot dx \right] dt. \quad (247)$$

Der Überschuß $dn_1 - dn_2$ hat sich also in dem Volumen in der Zeit dt angesammelt

$$dn_1 - dn_2 = d^2n = -D \left[\left(\frac{dN}{dx} \right)_x - \left\{ \left(\frac{dN}{dx} \right)_x + \frac{d^2N}{dx^2} dx \right\} \right] dt, \quad (248)$$

woraus sich wegen

$$\frac{d^2n}{dx dt} = \frac{d \left(\frac{dn}{dx} \right)}{dt} = \frac{dN}{dt} \quad (249)$$

ergibt

$$\frac{dN}{dt} = D \frac{d^2N}{dx^2}. \quad (250)$$

In einem linearen Konzentrationsgefälle ($\frac{dN}{dx} = \text{konst.}$) ändert sich die Konzentration der Ionen nicht, weil ebenso viele Ionen von links in das Volumen hineinwandern, wie es rechts wieder verlassen. Für positives $\frac{d^2N}{dx^2}$, also für einen Konzentrationsverlauf nach Abb. 98 erhält man ein zeitliches Ansteigen. Dies wird ohne weiteres dadurch anschau-

lich, daß dabei durch die linke Grenzfläche des Volumens der Dicke dx in einem steilen Konzentrationsgefälle mehr Ionen eintreten, als durch die rechte Grenzfläche in dem flacheren Gefälle wieder abwandern.

Wenn in einem Konzentrationsfeld $N(x)$ in einem Konzentrationsgefälle $\frac{dN}{dx}$ eine Anzahl $\frac{dn}{dt}$ Ionen in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit durchtreten, also eine bestimmte Ionenstromdichte vorhanden ist, so bedeutet das, daß eine Ionenströmung dieser Größe nach den kleineren Konzentrationen hin gerichtet auftritt. Wenn aber in einem Volumen mit der Ionendichte N eine Ionenströmung fließt, so müssen *im Mittel* die gesamten Ionen dieses Volumens eine gerichtete Geschwindigkeit haben, die sich daraus ergibt, daß Konzentration mal Geschwindigkeit gleich der Strömungsdichte sein muß. Diese gerichtete Geschwindigkeit v erhält man also aus der Gleichung

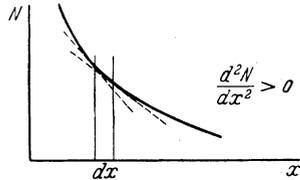


Abb. 98. Diffusion im nicht-linearen Konzentrationsgefälle.

zu

$$\left. \begin{aligned} N \cdot v &= \frac{dn}{dt} = -D \frac{dN}{dx} \\ v &= -\frac{D}{N} \frac{dN}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (251)$$

§ 57. Ionendiffusion und Strom im Außenkreis. In einem Raum zwischen zwei ausgedehnten Plattenelektroden A und B seien Ionen mit örtlich veränderlicher Konzentration vorhanden; in dem die Elektroden verbindenden Außenleiter kann dann ein elektrischer Strom auftreten. Die Größe dieses Stromes ergibt sich aus der Gl. (180), wenn man diese auf die Ladungsbewegung im ganzen Volumen anwendet. Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß die Konzentration N der Ionen an irgendeinem Ort eindeutig gegeben ist durch dessen Abstand x von einer Elektrode. Bei einer örtlichen Konzentration $N(x)$ ist dann die im Abstand x bis $x + dx$ befindliche Ladungsmenge dq pro Flächeneinheit

$$dq = e N(x) dx. \quad (252)$$

Die mittlere Geschwindigkeit, mit der sich diese Ladungsmenge bewegt, haben wir in Gl. (251) berechnet zu $v = -\frac{D}{N} \frac{dN}{dx}$. Der von der Ladung dq pro Flächeneinheit (!) bewirkte Strom, d. h. die von der Bewegung von dq erzeugte Stromdichte j ergibt sich dann aus Gl. (180) zu

$$dj = dq \frac{v}{d} = -\frac{e N(x) dx}{d} \frac{D}{N(x)} \frac{dN}{dx} = -\frac{eD}{d} dN. \quad (253)$$

Die gesamte Stromdichte, die durch die Diffusionsbewegung der Träger erzeugt wird, erhält man durch Integration von Gl. (253) über den

gesamten Elektrodenabstand zu

$$j = -\frac{eD}{d} \int_A^B dN = -\frac{eD}{d} (N_B - N_A), \quad (254)$$

wobei mit N_A und N_B die Konzentrationen an den Elektroden bezeichnet wurden. Der Strom im Außenkreis ist also eindeutig durch die Konzentration vor den Elektroden gegeben und hängt nicht ab vom übrigen Konzentrationsverlauf. Dieses Ergebnis wurde bereits in § 55 bei der Diskussion der Abb. 96 vorweggenommen.

Die Größe des Ionenstromes hängt davon ab, ob die Ionen beim Auftreffen auf die Elektroden reflektiert oder vernichtet werden. Die Gl. (254) wurde die aus dem Diffusionsgesetz erhalten, das auch für gewöhnliche Gase gilt, bei denen eine Vernichtung der Moleküle an den Wänden nicht auftritt; sie gilt für den Fall vollkommener Trägerreflexion, wie sie tatsächlich nie vorliegt. Der wirklich resultierende Diffusionsstrom ist also kleiner und wird für den Fall vollständiger Trägervernichtung auf die Hälfte des Wertes nach Gl. (254) vermindert aus Gründen, die bereits in § 55 diskutiert wurden.

§ 58. Zahlenwerte der Diffusion von Ionen in einem Gas. Die sich bei Gasen von Zimmertemperatur und 1 mm Druck ergebenden Diffusionskoeffizienten für Ionen sind mit $v_i = 5 \cdot 10^4$ cm/sec [Gl. (233)] und $\lambda_i \approx 5 \cdot 10^{-3}$ cm (Tabelle 5) von der Größenordnung 40 cm²/sec. Die aus Messungen ermittelten wirklichen Werte sind in Tabelle 26 für einige Gase zusammengestellt und ergeben sich von der gleichen Größenordnung. Die Abweichungen zwischen den nach Gl. (243) berechneten und den gemessenen Werten haben ihren Grund nicht nur in den bei der Ableitung der Gl. (243) gemachten Vereinfachungen, sondern auch darin, daß Ionenradius und Ionenmasse und damit die freie Weglänge und die thermischen Geschwindigkeiten der Ionen nicht identisch sind mit denen der neutralen Moleküle.

Tabelle 26. Diffusionskoeffizient positiver (D^+)- und negativer (D^-)-Ionen in Gasen von 0° C und 1 mm Hg (101, 117).

Gas	D^- cm ² sec	D^+ cm ² sec
Luft trocken	32,7	22,0
Luft feucht	26,6	24,3
O ₂ trocken	32,0	21,3
O ₂ feucht	27,4	22,0
H ₂ trocken	14,5	93,5
H ₂ feucht	108	97,3
N ₂ trocken	31,2	22,8
CO ₂ trocken	19,8	18,2
CO ₂ feucht	19,0	19,0
Hg	—	3000
		für $T_i = 1 \cdot 10^4$ K
		bei 0,1 mm Hg

Der Diffusionskoeffizient für die Elektronendiffusion folgt innerhalb der Meßgenauigkeit der Gl. (244) $D_e = \frac{v_e \lambda_e}{3}$, wobei für v_e die nach Gl. (233) der tatsächlichen Elektronentemperatur entsprechende mittlere Geschwindigkeit

$$v_e = \sqrt{\frac{3k}{m_0}} \sqrt{T} = 6,7 \cdot 10^5 \sqrt{T} \tag{255}$$

einzusetzen ist und für λ_e derjenige Wert nach Abb. 89 verwendet werden muß, der zu der dieser Elektronentemperatur T_e entsprechenden mittleren kinetischen Energie K gehört.

In He von Zimmertemperatur wird der Diffusionskoeffizient eines Elektronengases einer Temperatur $T_e = 1 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ rund $1 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$, während er unter gleichen Bedingungen für ein Elektronengas von Zimmertemperatur nur $6 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}$ beträgt. Eine Zahlenangabe darüber, wie groß die Elektronentemperatur in Gasentladungen ungefähr ist, geht aus Abb. 100 hervor. Die Diskussion der Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten von Gasdruck, Gastemperatur und Träger-temperatur soll im Zusammenhang mit der entsprechenden Diskussion der Beweglichkeit in § 61 durchgeführt werden.

Bewegung von Ladungsträgern in einem elektrischen Feld durch einen Gasraum.

§ 59. **Ableitung der Trägerbeweglichkeit.** Wenn ein Ladungsträger in einem Gasraum der Wirkung eines elektrischen Feldes ausgesetzt wird, so erfährt er eine seiner thermischen Bewegung überlagerte Beschleunigung in Richtung des elektrischen Feldes. Dieser Beschleunigung kann er zwischen zwei gaskinetischen Zusammenstößen frei folgen. Während die thermische Bewegung allein den Träger letzten Endes in einer Richtung abtransportiert, die völlig ungeordnet im Raum liegt, überlagert sich dieser Bewegung durch das elektrische Feld eine Zielstrebigkeit, dem Felde zu folgen. Die tatsächliche Bewegung ist also zusammengesetzt aus der thermischen Diffusion und der Fallbewegung im Felde. Die Bewegung, die das Teilchen im Mittel in Feldrichtung, seiner thermischen Bewegung überlagert, ausführt, bezeichnen wir als *geordnete* Bewegung des Teilchens, im Gegensatz zu der *ungeordneten* thermischen Bewegung.

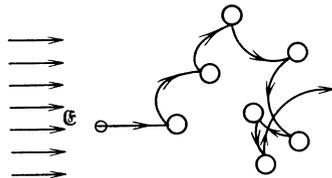


Abb. 99. Bahn eines Trägers bei Bewegung in einem elektrischen Feld durch den Gasraum.

Die Bewegung eines einzelnen Trägers im elektrischen Feld ist daher so, wie sie in Abb. 99 schematisch gezeigt wird, wobei die Darstellung jedoch räumlich aufzufassen ist. Das Teilchen erfährt an den Gas-

molekulen Zusammenstöße aus allen Richtungen, durch die es nach dem Zusammenstoß eine Anfangsgeschwindigkeit erhält, die irgendwie im Raum liegen kann. Während der Flugdauer zwischen zwei Zusammenstößen bewegt sich das Teilchen wie im Vakuum; es durchläuft also Wurfparabeln, die im Mittel eine Bewegung des Teilchens in Feldrichtung bewirken. Wie in § 53 auseinandergesetzt wurde, kann die ungeordnete Trägerbewegung durch das elektrische Feld größer werden, als dem thermischen Gleichgewicht mit dem neutralen Gas entspricht. Die Trägertemperatur T_e bzw. T_i steigt dabei über die Temperatur T_g des neutralen Gases an.

Wir werden zunächst die Größe der geordneten Geschwindigkeit unter gegebenen Versuchsbedingungen bestimmen. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden mit grundsätzlich verschiedenen Bewegungsgesetzen, je nachdem ob das elektrische Feld die ungeordnete, thermische Geschwindigkeit der Träger erhöht (große Feldstärke $\frac{\mathfrak{E}}{p}$) oder nicht (kleines $\frac{\mathfrak{E}}{p}$). Im folgenden sei nur die grundsätzliche Ableitung der Bewegungsgesetze gebracht und diskutiert, die notwendigen Korrekturen werden dann ohne besondere mathematische Ableitungen anschließend mitgeteilt.

1. Trägertemperatur = Gastemperatur. Der Ladungsträger gehöre einem Gas der Temperatur T_g an, und habe eine mittlere Geschwindigkeit w der Wärmebewegung und eine mittlere freie Weglänge λ im neutralen Gas. Das überlagerte elektrische Feld soll so klein sein, daß die momentane Geschwindigkeit sich immer nur wenig unterscheidet von dem rein thermischen Wert. Das Teilchen fliegt dann jeweils eine Zeit $\tau = \frac{\lambda}{w}$ frei zwischen zwei Zusammenstößen. In dieser Zeit kann es der Beschleunigung $\frac{e \cdot E}{m}$ im elektrischen Feld E frei folgen, und legt eine Strecke $l = \frac{e \cdot E}{2m} \tau^2$ zurück. Wenn man annimmt, daß der Träger bei einem folgenden thermischen Zusammenstoß seine gerichtete Geschwindigkeit einbüßt, so beginnt er den neuen Freiflug wieder mit der gerichteten Geschwindigkeit Null und legt dabei während des zweiten Freifluges die gleiche Strecke l zurück. Seine mittlere Wanderungsgeschwindigkeit im Felde ergibt sich dann zu

$$v = \frac{l}{\tau} = \frac{e}{2m} \frac{\lambda}{w} \mathfrak{E} = b \mathfrak{E} \quad (256)$$

mit

$$b = \frac{e}{2m} \frac{\lambda}{w}. \quad (257)$$

Wenn man nicht annimmt, daß die Träger stets nach der konstanten Strecke λ zusammenstoßen, sondern unter Berücksichtigung der statistischen Verteilung der freien Weglängen (§ 74), erhält man einen ähnlichen

Ausdruck für b :

$$b = \frac{e}{m} \frac{\lambda}{w}. \quad (257a)$$

Die mittlere Geschwindigkeit w ergibt sich nach Gl. (233) zu $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$ ($m = \text{Trägermasse}$).

Die gerichtete Geschwindigkeit ist also proportional der treibenden Feldstärke E und sie erfolgt deswegen formal so, wie die Bewegung einer Kugel in einem reibenden Medium mit einer der Geschwindigkeit proportionalen Reibungskraft. Der Proportionalitätsfaktor b heißt „Beweglichkeit“. Aus Gl. (257) folgt, daß die Größe der Geschwindigkeit abhängt von $E \cdot \lambda$; sie ist also, da $\lambda \approx 1/p$, eindeutig gegeben durch E/p , ändert sich also nicht, wenn Feldstärke und Gasdruck (genauer die Gasdichte) im gleichen Verhältnis geändert werden. Die Beweglichkeit selbst ergibt sich als umgekehrt proportional zum Druck.

Eine genauere Durchrechnung, in der berücksichtigt ist, daß die schon erlangte Fallgeschwindigkeit nicht bei jedem folgenden Zusammenstoß untergeht in der thermischen Bewegung, sondern wenigstens teilweise als geordnete Geschwindigkeit weiterbesteht, führt zu etwas anderen Gleichungen für b , ändert aber nichts an der Tatsache, daß die Geschwindigkeit proportional E und λ ist. Bezeichnet man, wie früher bei der Ableitung der Stoßgesetze § 7ff., mit m_1 die gestoßene Masse (Gasmolekül), mit m_2 die stoßende Masse (Ion), so behält das Ion nach einem Zusammenstoß von seinem Anfangsimpuls den Bruchteil $\frac{m_2}{m_1 + m_2}$ im Mittel. Es beginnt seinen neuen Fall also mit einer nicht verschwindenden Geschwindigkeit in Feldrichtung. Die genauere Durchrechnung ergibt eine Beweglichkeit

$$b = \frac{e \lambda}{w} \left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2 m_2} \right]. \quad (257b)$$

Die Beweglichkeit eines Ions wird also um so größer, je leichter das durchflogene Gas und je leichter seine Eigenmasse ist. Sieht man von einer Änderung des λ ab, so ist die Beweglichkeit eines sehr schweren Ions gerade so groß wie die des entsprechenden Gasion [Gl. (257a)]. Für die zahlenmäßige Verwendung der Gl. (257), (257a) ist wieder zu beachten, daß bei Ionen λ und m nicht identisch sind mit den Werten der entsprechenden neutralen Gasmoleküle, so daß es verständlich ist, daß bei Vernachlässigung all dieser Fehlerquellen nur größenordnungsmäßig richtige Werte für die Beweglichkeit erscheinen. Für einfach geladene Sauerstoff-Molekülonen erhält man in Sauerstoff von 0°C und 1 mm Druck unter Annahme von Ionenmasse und Weglänge gleich der der neutralen Teilchen $b = \frac{4,77 \cdot 10^{-10} \cdot 4,9 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 4,6 \cdot 10^4} = 9,6 \cdot 10^5$ est. Die gebräuchlichen Werte der Beweglichkeit werden nicht auf die Feldstärke 1 est, sondern auf die Feldstärke 1 V/cm bezogen, so daß die Be-

weglichkeit in diesem Maß nur $\frac{1}{300}$ der nach Gl. (257) ermittelten beträgt. Unser Zahlenbeispiel ergibt also eine Ionenbeweglichkeit in O_2 von Tabelle 27a. Beweglichkeit einfach geladener positiver (b^+) und negativer (b^-) Ionen in verschiedenen Gasen und Dämpfen bei $0^\circ C$ und 1 mm Druck. Die Ionen entstammen den Gasen selbst (101, 117).

Gas	b^-	b^+
	$\frac{cm}{sec} / \frac{V}{cm}$	$\frac{cm}{sec} / \frac{V}{cm}$
Luft (trocken)	$1,6 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^3$
Luft (sehr rein)	$1,9 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^3$
Luft bei $26^\circ C$ mit Wasserdampf ges.	$1,2 \cdot 10^3$	—
H_2	$6,2 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^3$
H_2 (sehr rein) $E \sim 0$	$5,9 \cdot 10^6$	—
O_2	$1,4 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^3$
N_2	$1,4 \cdot 10^3$	$9,7 \cdot 10^2$
N_2 (sehr rein)	$1,1 \cdot 10^5$	$9,7 \cdot 10^2$
N_2 (sehr rein) $E \sim 0$	$2,4 \cdot 10^7$	—
He	$4,8 \cdot 10^3$	$3,9 \cdot 10^3$
He (sehr rein)	$3,8 \cdot 10^5$	—
He (sehr rein) $E \sim 0$	$1,7 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^4$
Ne	—	$7,5 \cdot 10^3$
Ar	$1,3 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^3$
Ar (sehr rein) $E \sim 0$	$4,8 \cdot 10^7$	$1,0 \cdot 10^3$
CO	$8,7 \cdot 10^2$	$8,4 \cdot 10^2$
CO (sehr rein) $E \sim 0$	$1,9 \cdot 10^7$	—
CO_2 (trocken)	$7,3 \cdot 10^2$	—
CO_2 bei $25^\circ C$ mit Wasserdampf ges.	$6,2 \cdot 10^2$	—
SO_2	$3,1 \cdot 10^2$	$3,1 \cdot 10^2$
N_2O	$6,9 \cdot 10^2$	$6,3 \cdot 10^2$
H_2O bei $100^\circ C$	$4,3 \cdot 10^2$	$4,7 \cdot 10^2$
NH_3	$5,0 \cdot 10^2$	$4,3 \cdot 10^2$
C_2H_5Cl	$2,8 \cdot 10^2$	$2,7 \cdot 10^2$
CCl_4	$2,4 \cdot 10^2$	$2,3 \cdot 10^2$
H_2S	$5,4 \cdot 10^2$	$5,4 \cdot 10^2$
Cl_2	$5,6 \cdot 10^2$	$5,6 \cdot 10^2$
C_2H_2	$6,4 \cdot 10^2$	$6,0 \cdot 10^2$
HCl	$4,7 \cdot 10^2$	$4,0 \cdot 10^2$
C_2H_5OH	$2,8 \cdot 10^2$	$2,7 \cdot 10^2$

Tabelle 27b. Beweglichkeit positiver einwertiger Alkaliionen in Edelgasen bei $0^\circ C$ und 1 mm Hg (118)

Ion \ Gas	He	Ne	Ar
	Na ⁺	$1,75 \cdot 10^4$	$6,75 \cdot 10^3$
K ⁺	$1,7 \cdot 10^4$	$6,0 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^3$
Rb ⁺	$1,58 \cdot 10^4$	$5,4 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$
Cs ⁺	$1,46 \cdot 10^4$	$4,9 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^3$

$b = 3,2 \cdot 10^3 \text{ cm/sec/V/cm.}$

Tabelle 27 enthält gemessene Werte der Beweglichkeit unter gleichen Bedingungen für verschiedene Gase; die Zahlenwerte sind in Anbetracht der starken Vereinfachungen in der Ableitung der Gl. (257) in befriedigender Übereinstimmung mit der Rechnung. Die Werte der Tabelle sind Mittelwerte, tatsächlich ergibt sich stets ein Beweglichkeitsspektrum, in dem doppelt so große und halb so große Werte, wie angegeben, noch mit merklicher Häufigkeit auftreten.

In sehr reinen Gasen, vor allem Edelgasen und N_2 , treten extrem hohe Beweglichkeiten der negativen Ionen auf; dies läßt sich zurückführen auf das zeitweilige Auftreten freier Elektronen. Diese hohen Beweglichkeiten gelten also nicht eigentlich für die negativen Ionen, sondern sie

sind eine mittlere Beweglichkeit negativer Ladungen. Die Beweglichkeit wirklicher negativer Ionen ist vermutlich auch hier mit der der positiven vergleichbar. Die Beweglichkeit der Elektronen nimmt mit steigender Feldstärke E/p ab; siehe unten S. 190; des-

wegen sind in Tabelle 27a für die Beweglichkeit der negativen Ionen in den Fällen, in denen sie zeitweilig freie Elektronen bilden, die maximal

auftretenden Beweglichkeiten bei sehr kleinen E/p gesondert angegeben. In Tabelle 27 b folgen die Beweglichkeiten annähernd der in Gl. (257 b) angeschriebenen Abhängigkeit von m_1 und m_2 .

Für die Verwendung der Zahlen der Tabellen 27 a und b bzw. für die Auswertung der Gl. (257) ff. sind jedoch noch einige Anomalien der Beweglichkeit für verschiedene Temperaturen und Drucke zu beachten, die wir zusammenhängend in § 61 behandeln. Die Zahlenwerte der Beweglichkeit sind in hohem Maße abhängig von der Reinheit des Gases. Zusätze elektronegativer Gase, in denen die Elektronenanlagerung und damit die Bildung negativer Ionen eintritt, setzen die Beweglichkeit der negativen Träger auch in den Gasen um Größenordnungen herab, die als reine Gase schwer negative Ionen bilden. Die Beweglichkeit der positiven Ionen ist gegen Verunreinigungen unempfindlicher. Bei Anwesenheit mancher Verunreinigungen, insbesondere von Dämpfen, können sich große Anhäufungen fremder Moleküle an die ursprünglich atomaren Ionen oder an Elektronen anlagern, durch die die Masse der Ionen sehr vergrößert, deren freie Weglänge herabgesetzt werden; durch beide Einflüsse wird die Beweglichkeit stark verkleinert. Die Größe dieser Teilchen kann dabei von molekularen Dimensionen stetig bis zu sichtbarer Größe anwachsen, insbesondere in übersättigten Dämpfen. Für derartige Teilchen gelten die Überlegungen, die zur Ableitung der Gl. (257) führten, nicht mehr, weil Teilchen dieser Größe gleichzeitig sehr viele Zusammenstöße mit den Molekülen des neutralen Gases ausführen, so daß von einem freien Fall während einer freien Weglänge nicht mehr gesprochen werden kann. Die Bewegung erfolgt tatsächlich als Bewegung in einem reibenden Kontinuum nach Gesetzen, wie sie uns von der Bewegung von Kugeln in Luft und Flüssigkeiten her bekannt sind. Diese für makroskopische Dimensionen abgeleiteten Gesetze geben auch die richtigen Werte der Ionengeschwindigkeiten bis zu Ionenradien von etwa $3 \cdot 10^{-7}$ cm an [Stokessches Gesetz s. a. Bd. 2].

2. Trägertemperatur $>$ Gastemperatur. Die im elektrischen Feld auf einem Freiflug erlangte gerichtete Geschwindigkeit wird bei dem folgenden Zusammenstoß im allgemeinen umgelenkt in eine Richtung, die irgendwie zufällig im Raum liegt. Wenn die Trägermasse sehr klein ist gegen die der Gasmoleküle — vor allem also bei der Bewegung von Elektronen durch ein Gas — ist der gerichtete Trägerimpuls nur klein, so daß auch nach einem Zusammenstoß zu Beginn des neuen Freifluges von einer gerichteten Anfangsgeschwindigkeit abgesehen werden kann. Die vor dem Zusammenstoß vorhandene kinetische Energie kann in diesem Fall, entsprechend den Stoßgesetzen, nur zu einem sehr kleinen Bruchteil \approx auf das getroffene Gasmolekül übergehen, wenn der Zusammenstoß zwischen Elektron und Gasmolekül rein elastisch erfolgt. Wird bei einem solchen Zusammenstoß im Mittel der Bruchteil \approx an kinetischer Energie des Trägers auf das Gasmolekül übertragen, so beginnt der

Träger seinen neuen Freiflug mit $(1-\kappa)$ seiner Energie vor dem Zusammenstoß mit einer ungeordneten Flugrichtung. Die im elektrischen Feld aufgenommene Energie erscheint also größtenteils als ungeordnete Geschwindigkeit des Teilchens; die Trägertemperatur steigt im elektrischen Feld über die Gastemperatur an, und zwar um so mehr, je größer $(1-\kappa)$, je kleiner also κ ist.

Wir nehmen weiterhin als Träger zunächst Elektronen an und bezeichnen die sich einstellende Trägertemperatur mit T_e . Im Anhang, § 78, ist abgeleitet, wieviel Energie $\frac{dA}{dt}$ ein Elektron eines Elektronengases der Temperatur T_e unter Annahme Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung an das neutrale Gas in der Zeiteinheit abgibt, wenn bei jedem Zusammenstoß im Mittel der Bruchteil κ der jeweiligen kinetischen Energie übertragen wird:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{2 m_e w_e^3 \kappa}{\sqrt{\pi} \lambda_e}, \quad (258)$$

wobei w_e die wahrscheinliche Elektronengeschwindigkeit bei der Elektronentemperatur T_e ist. Im Gleichgewicht muß das Elektron die gleiche Energie durch seinen Fall im elektrischen Feld wieder aufnehmen. Wenn es sich mit einer gerichteten Geschwindigkeit v im elektrischen Feld E bewegt, beträgt diese Energieaufnahme in der Zeiteinheit

$$\frac{dA}{dt} = e \cdot v \cdot E, \quad (258a)$$

so daß wir für den stationären Zustand erhalten:

$$\frac{2 m_e w_e^3 \kappa}{\sqrt{\pi} \lambda_e} = e \cdot v \cdot E. \quad (258b)$$

Die Geschwindigkeit v , mit der sich das Elektron gerichtet fortbewegt, ergibt sich in der gleichen Weise wie wir oben für den Fall des Temperaturgleichgewichtes zwischen Träger- und Gastemperatur erhielten, wobei nunmehr für die mittlere thermische Geschwindigkeit w der der Elektronentemperatur T_e zugehörige Wert einzusetzen ist. Unter Berücksichtigung von Gl. (257 a) wird

$$v = \frac{e}{m_e} \frac{\lambda_e}{w_e} E. \quad (258c)$$

Eliminierung von v in Gl. (258 b) durch Gl. (258 c) ergibt

$$w_e = \sqrt[8]{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{e}{m_e}} \sqrt{E \cdot \lambda} \frac{1}{\sqrt{\kappa}}, \quad (258d)$$

und damit nach Einsetzen von Gl. (258 d) in Gl. (258 c)

$$v = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{e}{m_e}} \sqrt[4]{\kappa} \sqrt{E \cdot \lambda}. \quad (259)$$

Die Bewegung erfolgt aber jetzt nur noch proportional mit \sqrt{E} im Gegensatz zu Gl. (257). Die sich stationär bei der Feldstärke E einstellende Elektronentemperatur ergibt sich aus Gl. (258d) unter Berücksichtigung der Definition der wahrscheinlichen Geschwindigkeit nach Gl. (349) (Anhang) zu:

$$T_e = \frac{\sqrt[4]{\pi}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{e}{k} \cdot \frac{E \cdot \lambda}{\sqrt{\pi}}. \quad (260)$$

Dieser Wert der Elektronentemperatur ist der stationäre Endwert. Wenn ein Träger erst wenig einem beschleunigenden Feld gefolgt ist, so reicht die dabei aufgenommene kinetische Energie und die entsprechend geringe Zahl von streuenden Zusammenstößen mit den Gasmolekülen noch nicht aus, um seiner ungerichteten Geschwindigkeit den Endwert zu geben. Die entsprechende Trägertemperatur ist dann noch unter ihrem Endwert. Nach Gl. (258) ist damit die in der Zeiteinheit an das neutrale Gas abgegebene Energie kleiner als im Endzustand; die in der Zeiteinheit aufgenommene Energie nach Gl. (258a) ist dagegen größer als im Endwert, weil jetzt die gerichtete Geschwindigkeit v nach Gl. (258c) wegen der kleineren Elektronentemperatur ($\sim w_e$) höher ist. Das Elektron nimmt also noch mehr Energie auf, als es wieder verliert, seine kinetische Energie steigt, seine Temperatur wächst. Die Elektronentemperatur wird um so höher, je größer die Strecke x ist, die das Elektron, beginnend mit der Geschwindigkeit Null, in Feldrichtung bereits zurückgelegt hat, und nähert sich dabei asymptotisch dem Endwert nach Gl. (260). Die Durchrechnung ergibt für die Elektronentemperatur T_e nach dem Weg x

$$T_e(x) = T_e \frac{e^{2\sqrt{2}\pi \frac{x}{\lambda_e}} - 1}{e^{2\sqrt{2}\pi \frac{x}{\lambda_e}} + 1}. \quad (260a)$$

Beispielsweise muß ein Elektron in Ne von 1 mm Druck eine Strecke von 33 freien Weglängen gleich 1,8 cm in Feldrichtung zurückgelegt haben, damit die Temperatur auf $\frac{1}{3}$ des Endwertes nach Gl. (260) angewachsen ist. T_e kann aus Abb. 100 für bekanntes E/p entnommen werden oder auch nach Gl. (260) bei bekanntem κ errechnet werden.

Die Höhe der Trägertemperatur richtet sich dabei nach der Größe von κ , also nach der Art des Trägers und nach der Art des neutralen Gases der Umgebung, sowie endlich nach der Energie, die das Teilchen im Mittel auf einer freien Weglänge aus dem elektrischen Feld erhält, also nach der auf der Weglänge λ durchfallenen Potentialdifferenz, der „Weglängenspannung“. Bei gegebener Trägerart und gegebenem neutralem Gas muß deswegen die sich einstellende Träger-

temperatur bestimmt sein durch das Produkt $E \cdot \lambda$ oder auch, da λ proportional $1/p$ ist, durch E/p , konstante Gastemperatur vorausgesetzt. Für den Fall, daß die Träger Ionen sind, ist die Temperatur vermutlich nicht sehr viel höher als die des neutralen Gases, aus Gründen, die wir bereits im § 53 anführten. [Große Energieabgabe bei einem Stoß, κ groß, s. Gl. (260)]. Sind aber die Träger Elektronen, so kann die Trägertemperatur sehr viel höher werden als die des neutralen Gases. Abb. 100 zeigt die Temperatur der Elektronen als Funktion von E/p , gültig für sehr kleine Stromdichten. Bei größeren Stromdichten, wo außer der Streu-

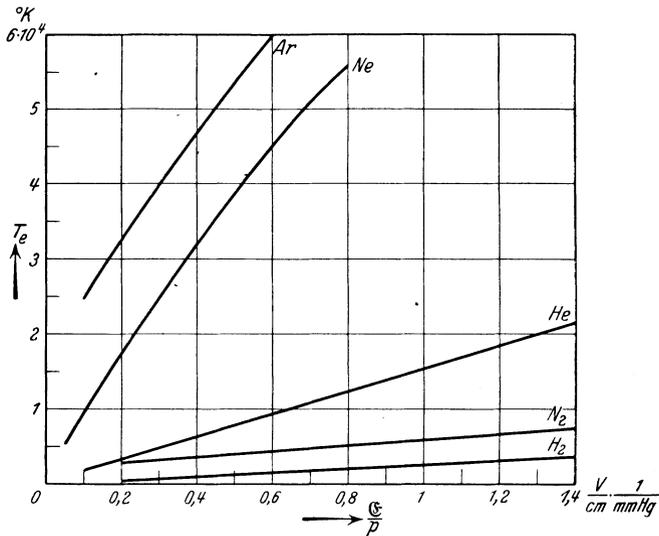


Abb. 100. Elektronentemperatur T_e in Abhängigkeit von der relativen Feldstärke E/p für verschiedene Gase von Zimmertemperatur (47).

ung an neutralen Molekülen auch die Streuung der Träger unter sich hervortritt, scheinen die Verhältnisse komplizierter zu liegen (s. Band 2). Am niedrigsten ist die Elektronentemperatur in Gasen mit mehratomigen Molekülen, wie H_2 und N_2 , am höchsten in den Edelgasen, um so höher, je schwerer diese sind. In den Edelgasen können bei Elektronenenergien ($<$ kleinste Anregungsspannung) die Elektronen ihre Energie nur als kinetische Energie auf das getroffene Gasmolekül übertragen und die Energieportionen κ , die hierdurch maximal übertragen werden können, sind gemäß den Stoßgesetzen bei schweren Molekülen kleiner als bei leichten. In den schweren Edelgasen behält das Elektron also nach dem Stoß einen größeren Teil seiner Energie, die daraus entstehende ungeordnete Geschwindigkeit ist also größer, die entsprechende Temperatur also höher als bei leichten Edelgasen. Mehratomige Gase dagegen können außer kinetischer Energie auch potentielle Energie in Form von Molekülschwingungen aufnehmen,

deren Energie so niedrig liegt, daß sie auch von den hier vorkommenden Elektronenenergien angeregt werden können. Nach Gl. (260) muß T_e mit $E \cdot \lambda_e$, also auch mit E/p linear anwachsen. Die Krümmung der Kurven in Abb. 100 deutet auf ein Anwachsen von κ mit der Feldstärke.

In einatomigen Gasen kann man daher κ bei kleineren E/p , bei denen Anregungs- und Ionisierungsprozesse noch unmerklich sind, aus den Stoßgesetzen berechnen; dabei ist der mittlere Energiebetrag, der bei einem Stoß übertragen wird, etwa die Hälfte des maximalen, weil ja nicht jeder Zusammenstoß zentral verläuft, und damit zur Übertragung der maximal möglichen Energie führt. Somit folgt $\kappa \approx \frac{2 \text{ Trägermasse}}{\text{Masse des neutralen Gasmoleküls}}$ [Gl. (19)]. Hiernach sind die κ -Werte der Tabelle 28 für die einatomigen Gase berechnet.

Tabelle 28. Werte für den Bruchteil κ der bei einem Zusammenstoß zwischen Elektron und Gasmolekül im Mittel übertragenen Energie, bezogen auf die Elektronenenergie vor dem Stoß bei kleinen Elektronenenergien für monoatomare Gase.

Gas	κ
He	$2,78 \cdot 10^{-4}$
Ne	$5,55 \cdot 10^{-5}$
Ar	$2,78 \cdot 10^{-5}$
Kr	$1,34 \cdot 10^{-5}$
Xe	$8,56 \cdot 10^{-6}$
Hg	$5,5 \cdot 10^{-6}$

Während bei einatomigen Gasen und kleineren Feldstärken E/p die gemessenen Werte von κ völlig mit denen nach den Stoßgesetzen berechneten übereinstimmen, ergibt sich κ für mehratomige Gase bei kleinem E/p und für alle Gase bei großen E/p wesentlich größer. Beispiele hierfür zeigen die Abbildung 101 und 102 für molekulare Gase.

Auf der Abszisse aufgetragen sind dabei an Stelle der Werte E/p die Größe der thermischen Geschwindigkeit v_{eff} der Elektronen, die nach Gl. (260) mit der relativen Feldstärke zusammenhängt. Allgemein zeigt sich ein Anstieg von κ mit steigender Elektronenenergie, weil damit ständig neue Anregungsmöglichkeiten hinzutreten und dadurch die Energieabgabe der Elektronen erhöhen. Die bei einigen Kurven auftretenden Maxima liegen bei Elektronenenergien, die gerade zur Anregung

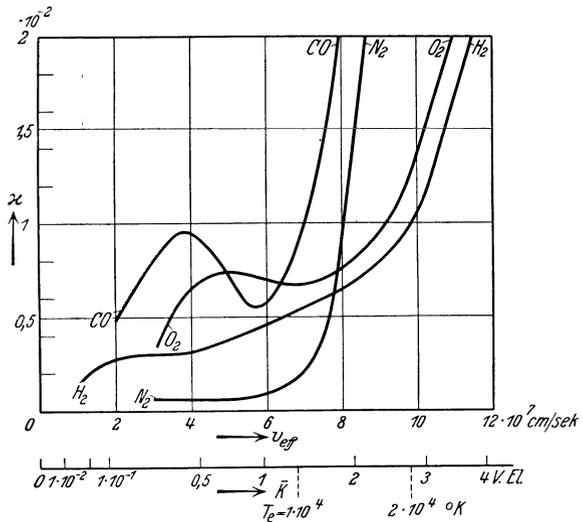


Abb. 101. Mittlerer bei einem Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Gasmolekül abgegebener Bruchteil κ der Elektronenenergie als Funktion der Elektronengeschwindigkeit v_{eff} für verschiedene Gase (50).

definierter neuer Zustände ausreichen. Die Energien dieser entsprechenden Anregungszustände sind zum größten Teil bereits aus optischen Messungen bekannt und bestärken die gebrachte Auffassung. Ein Anstieg von κ über den rein elastischen Wert findet sich bei so hohen Elektronenenergien, daß ionisierende Stöße merklich werden, auch bei den monoatomaren Gasen; hier steigt κ ebenfalls an und scheint sich einem Wert der Größenordnung 0,5 anzunähern. Unmittelbare Messungen hierüber liegen nicht vor, weil der Anstieg von κ erst bei sehr viel höheren Energien stattfindet als bei den mehratomigen Gasen, in

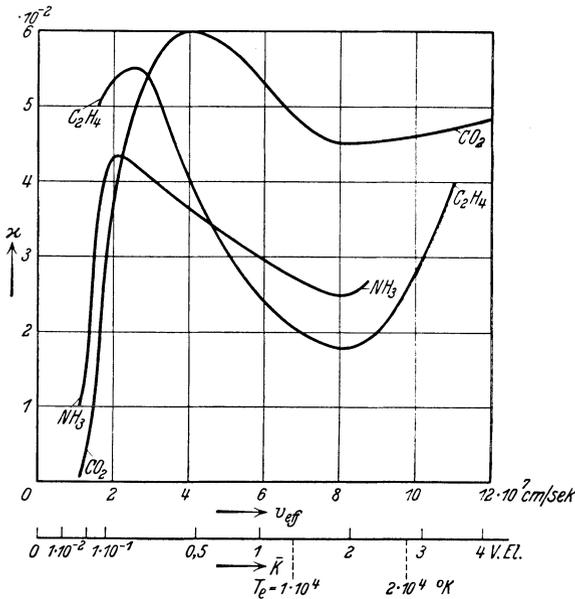


Abb. 102. Mittlerer bei einem Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Gasmolekül abgegebener Bruchteil κ der Elektronenenergie als Funktion der Elektronengeschwindigkeit v_{eff} für verschiedene Gase (50).

Daher müssen wir einen ähnlichen Verlauf für κ erwarten, der eine Art Summation über die Energieverluste sämtlicher Anregungs- und Ionisierungsmöglichkeiten bedeutet. Daß bei Elektronenenergien $> 10^3$ V·El κ wieder sehr viel kleinere Werte annimmt als im mittleren Gebiet, folgt aus der großen Reichweite von raschen Elektronenstrahlen, die sehr viel gaskinetische freie Weglängen durchlaufen können, ohne erhebliche Energiemengen zu verlieren.

Die Elektronen legen bei ihrem Durchgang durch das Gas in Wirklichkeit einen wesentlich größeren Weg zurück als ihrer Fortschreitung in Feldrichtung zu entnehmen ist, weil ihrer gerichteten Geschwindigkeit die ungerichtete thermische Geschwindigkeit überlagert ist. Das Verhältnis des tatsächlich zurückgelegten Weges zu der in Feldrichtung

denen schon Molekülschwingungen mit sehr kleiner Anregungsenergie möglich sind. Für sehr kleine E/p gilt auch bei den Molekülgasen der κ -Wert des rein elastischen Stoßes, wie z. B. die N_2 -Kurve der Abbildung 101 andeutet.

Die unelastischen Teile des κ bedeuten sämtlich Anregung oder Ionisierung der getroffenen Gasmoleküle. Wir haben gezeigt, daß die Wahrscheinlichkeit dieser Prozesse mit steigender Elektronenenergie zunächst ansteigt, um nach Durchlaufen eines Maximums wieder stark abzufallen (Abb. 14).

durchlaufenen Strecke nennen wir *Umwegfaktor* u . Wenn die thermische Geschwindigkeit w sehr viel größer ist als die gerichtete Geschwindigkeit v , ist der Umwegfaktor einfach gegeben durch

$$u = \frac{w}{v}. \tag{261}$$

Bildet man diesen Quotienten aus Gl. (258d) u. (259), so erhält man:

$$u = \frac{\sqrt[4]{\pi}}{\sqrt[4]{2}} \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \approx \frac{1}{\sqrt{\kappa}}. \tag{262}$$

Der Umwegfaktor muß sich 1 annähern, wenn die Elektronen beim Stoß ihre gesamte Energie abgeben, weil in diesem Fall keine ablenkenden Stöße möglich sind. Der hier definierte Umwegfaktor ist nur formal verwandt mit dem in § 16 definierten Umwegfaktor für Elektronenstrahlen, weil dort der richtende Mechanismus der Elektronenstrahlen der Anfangsimpuls ist, während hier die dauernd wirkenden elektrostatischen Kräfte maßgebend sind.

3. Übergangsbereich zwischen 1. und 2. Die Geschwindigkeit, mit der sich Träger durch einen Gasraum unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes bewegen, erfolgt bei kleinem E/p mit konstanter Beweglichkeit, also proportional E [Gl. (256)], später nur proportional \sqrt{E} [Gl. (259)], also formal mit einer Beweglichkeit, die mit $\frac{1}{\sqrt{E}}$ abnimmt.

Die Berechnung der Geschwindigkeit im Übergangsbereich erfolgt ähnlich wie die Berechnung des \sqrt{E} -Gesetzes. Statt der Gl. (258) tritt eine kompliziertere Gleichung ein, in der die Energieabgabe eines Elektrons der Temperatur T_e in einem Gas der Temperatur T_g bestimmt wird unter Berücksichtigung, daß nur eine Energieportion entsprechend der Temperaturdifferenz übertragen werden kann. Die Durchführung dieser Rechnung ergibt: statt Gl. (258)

$$\frac{dA}{dT} = \frac{4 \kappa k w_e}{\lambda_e \sqrt{\pi}} (T_e - T_g) \tag{263}$$

und

$$v = \frac{b_0}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2 \pi (b_0 E)^2}{\kappa w_{T_g}^2}}} } E = b(E) \cdot E. \tag{263a}$$

Darin bedeutet b_0 die Beweglichkeit für sehr kleine Feldstärken [Gl. (256)] und w_{T_g} die wahrscheinliche Geschwindigkeit der Elektronen im Gleichgewicht mit der Gastemperatur. Abb. 103 zeigt die feldstärkenabhängige Elektronenbeweglichkeit in N_2 berechnet nach Gl. (263a) nebst Meßpunkten. Für die Rechnung wurde b_0 aus der experimentell bestimmten Kurve an der Stelle $E = 0$ entnommen.

In Abb. 104 zeigen wir den Übergang von der linear mit der Feldstärke zu der mit der Wurzel aus der Feldstärke zunehmenden geordneten Geschwindigkeit

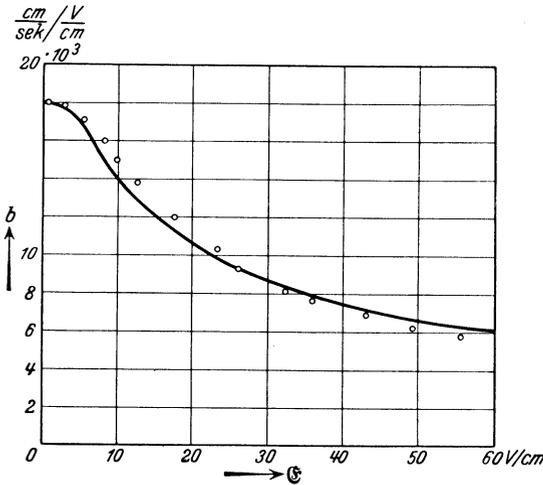


Abb. 103. Beweglichkeit b von Elektronen in N_2 bei 760 mm Hg (57). Kurve nach Gl. (263 a). Kreise ... Meßwerte.

in Abhängigkeit von E/p für Elektronen in N_2 . In dem Feldstärkenbereich, wie er meistens in Gasentladungen vorliegt, gilt schon das \sqrt{E} -Gesetz. Auf der Ordinate der Abb. 104 aufgetragen ist die Größe der gerichteten Geschwindigkeit, die also nichts aussagt über die Größe der kinetischen Energie der Elektronen. Diese ist vielmehr aus der Temperaturangabe der Abb. 100 zu entnehmen.

Die Bewegung von Ionen in Gasen in hohen Feldern unterscheidet sich von der Elektronenbewegung im wesentlichen durch einen größeren Wert von κ , weil die Ionen als gleich schwere

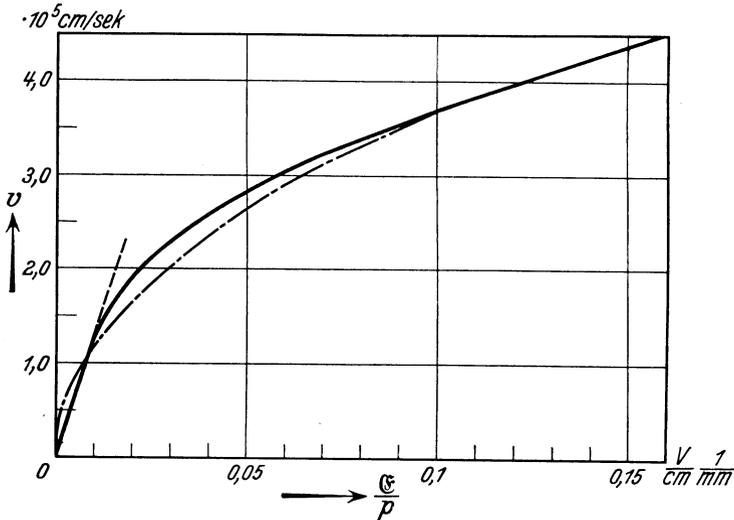


Abb. 104. Übergang der gerichteten Elektronengeschwindigkeit vom E -Gesetz [Gl. (256)] in das \sqrt{E} -Gesetz [Gl. (259)] in N_2 .

Massen beim Zusammenstoß gegen Gasmoleküle ihre ganze Energie abgeben können und daher im Mittel etwa die Hälfte ihrer Energie tat-

sächlich abgeben. Für Ionen können wir daher setzen $\kappa = \frac{1}{2}$. Lediglich für sehr leichte Ionen, Protonen oder He-Ionen, die durch ein Gas mit schweren Molekülen hindurchfliegen, kann κ merklich kleiner werden, so daß in diesen Fällen die gerichtete Geschwindigkeit sich etwas kleiner einstellen wird, als nach Gl. (259) mit $\kappa = 0,5$ berechnet unter gleichzeitigem Anwachsen der Ionentemperatur gegenüber der Gastemperatur. Abb. 105 zeigt die Geschwindigkeit der positiven Ar-Ionen in Ar in Abhängigkeit von E/p ; diese Kurve ist nach Gl. (259) unter Benutzung der gemessenen Werte für die Beweglichkeit im ersten Teil und nach Gl. (263) mit Berücksichtigung der gaskinetischen freien Weglängen und $\kappa = \frac{1}{2}$ gerechnet.

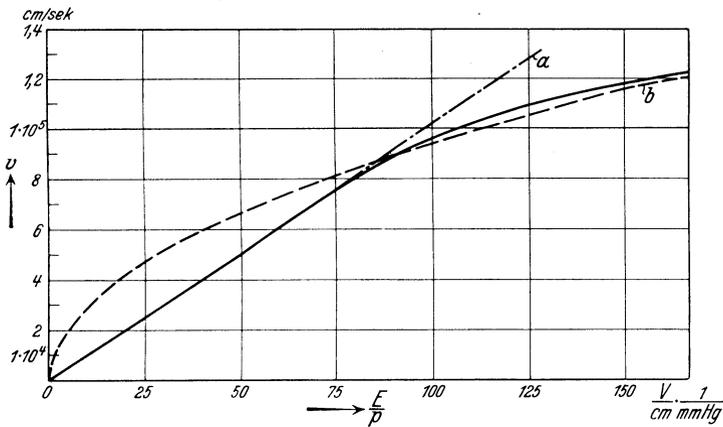


Abb. 105. Übergang der gerichteten Geschwindigkeit positiver Ar-Ionen in Ar vom E -Gesetz [Gl. (256)] zum \sqrt{E} -Gesetz [Gl. (259)].

4. Zusammenhang zwischen der Ionisierungszahl α und den Bewegungsgesetzen im elektrischen Feld. Wir haben oben § 34 bei der Ableitung der Stoßzahl α Annahmen über die Bewegung eines Elektrons durch den Gasraum im elektrischen Feld gemacht, die mit den genaueren Überlegungen dieses Paragraphen nicht im Einklang stehen. Die Fehler liegen in der Annahme restloser Energieabgabe bei jedem Zusammenstoß und in der Verwendung einer unzulässig idealisierten Ionisierungsfunktion.

Nach der in diesem Paragraphen gebrachten Auffassung bewegt sich ein Elektron entsprechend einer Elektronentemperatur T_e in der Zeiteinheit um die Strecke v in Feldrichtung vorwärts. Bei der Berechnung der Einzelvorgänge der Thermoionisierung haben wir die Zahl der in der Zeiteinheit stattfindenden ionisierenden Zusammenstöße z' berechnet [Gl. (114)]. Da die z' in der Zeiteinheit gebildeten Ionenpaare wegen der Wanderung des ionisierenden Elektrons im Feld auseinandergezogen erscheinen auf die in der Zeiteinheit zurückgelegte Strecke v , so finden

auf der Längeneinheit

$$\alpha = \frac{z'}{v} \quad (264a)$$

Ionisierungsprozesse statt. Ersetzt man v durch Gl. (259) und bestimmt man die in Gl. (114) eingehende Elektronentemperatur nach Gl. (260), berücksichtigt man ferner, daß die mittlere kinetische Energie des Elektrons bei den in Frage kommenden Elektronentemperaturen klein ist gegen die Ionisierungsarbeit des Gases, so daß man in Gl. (114) 1 gegen $\frac{e V_j}{2 k T}$ vernachlässigen kann, so erhält man aus Gl. (264a):

$$\frac{\alpha}{p} = \frac{600}{\sqrt{2}} \frac{a V_j}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{2 \sqrt{2} p V_j \sqrt{\pi}}{\lambda_0 E}} \quad (264b)$$

oder

$$\frac{\alpha}{p} = A \cdot e^{-\frac{B}{(E/p)}}. \quad (264c)$$

Bei der Ableitung ist die beim Druck p auftretende freie Weglänge ersetzt worden durch λ_0/p_0 , wobei λ_0 die freie Weglänge beim Druck $p = 1$ ist. Die Konstante a ist die der differentialen Ionisierung nach Gl. (55). Gl. (264c) ist identisch mit der früher erhaltenen Gl. (128), jedoch bekommen die Konstanten A und B nunmehr andere Deutung. Ein Fehler der hier gebrachten Ableitung liegt in der Annahme einer Maxwellverteilung der Elektronentemperatur, die sich vermutlich durch Streuprozesse an Gasmolekülen allein nicht einstellt.

§ 60. Zusammenhang zwischen Beweglichkeit und Diffusionskoeffizienten. Bildet man das Verhältnis b/D aus den gaskinetisch abgeleiteten Gleichungen (244) und (257a), so erhält man

$$\frac{b}{D} = \frac{e \lambda}{m w} \cdot \frac{3}{\lambda \cdot w} = \frac{3 e}{m w^2}, \quad (265)$$

wenn man die thermische Geschwindigkeit der Ionen mit w bezeichnet. Da nach Gl. (233) zwischen der Temperatur eines Gases und der mittleren kinetischen Energie eines seiner Moleküle die Beziehung besteht $\frac{m}{2} w^2 = \frac{3}{2} k T$, so folgt aus Gl. (265)

$$\frac{b}{D} = \frac{e}{k T}. \quad (266)$$

Dabei bedeutet T die Temperatur des Trägergases, e die Trägerladung. Diese Gleichung ist innerhalb der Meßfehler stets bestätigt worden. Sie gilt also mit viel größerer Genauigkeit als die für b und D für sich unter starken Vereinfachungen abgeleiteten Ausdrücke, weil offensichtlich die für die Ableitung von b und D gemachten Fehler sich bei der Quotientbildung gegenseitig kompensieren. Der durch Gl. (266) dargestellte Zusammenhang zwischen der Beweglichkeit und dem Diffu-

sionskoeffizienten wird anschaulich und führt bei Durchrechnung zu der selben Gleichung durch folgende Überlegung: Die Diffusion besteht in einer Art Ausgleich des Partialdruckes des Ionengases unter dem Einfluß des von höherer zu niedriger Ionenkonzentration gerichteten Partialdruckgefälles. Diesem Druckgefälle folgt das Ionengas unter Überwindung der Reibung der Ionen im Gas. Je kleiner diese Reibung ist, desto größer ist der Diffusionskoeffizient D . Auch die Bewegung im elektrischen Feld erfolgt unter Überwindung der gleichen Reibung des Ions an dem umgebenden Gas. Je kleiner die Reibung, desto rascher bewegt sich das Ion in einem gegebenen Feld, desto größer ist die Beweglichkeit, b und D sind also einander proportional. Die Proportionalitätskonstante muß die Iontemperatur enthalten, weil die Diffusion mit steigender Temperatur anwächst, die Beweglichkeit jedoch fällt aus Gründen, die wir bei der Ableitung von b und D besprochen haben. Gl. (266) gestattet bei bekanntem b und D die Bestimmung der Trägertemperatur, wenn man annimmt, daß es sich um einfach geladene Ionen handelt ($e = e_0$). Sie gestattet aber auch in solchen Fällen, in denen die Trägertemperatur bekannt ist, z. B. im Gleichgewicht mit dem umgebenden Gas, die Bestimmung von e aus b und D . Die Messungen ergeben, daß e bei negativen Ionen stets mit der Elektronenladung übereinstimmt, während der Mittelwert von e bei positiven Ionen bis zu 9% größer ist und etwas abhängt von der Art der Ionisierung des Gases. Allgemein kann man jedoch für e stets mit ausreichender Genauigkeit die Elementarladung e_0 einsetzen und erhält damit die Möglichkeit, bei bekannter Trägertemperatur b aus D zu berechnen und umgekehrt. Mit $e = e_0$ lautet Gl. (266) zahlenmäßig

$$\frac{b}{D} = 3,5 \cdot 10^6 \frac{1}{T} \text{ est.} \quad (267)$$

Bezieht man dagegen b nicht auf 1 est., sondern auf das Feldstärkemaß τ V/cm, so wird b nur $1/300$ dieses Wertes und man erhält

$$\frac{b\tau}{D} = 1,17 \cdot 10^4 \frac{1}{T}. \quad (268)$$

Für Zimmertemperatur wird $b:D = 43$, ein Zahlenverhältnis, das sich aus den in Tabellen 26, 27, 27a angegebenen Meßwerten ebenfalls ergibt. Gl. (268) liefert die Möglichkeit, die Abhängigkeit von b und D von äußeren Bedingungen (Temperatur, Druck, Reinheitsgrad usw.) gemeinsam zu behandeln.

§ 61. Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten und der Beweglichkeit von Druck und Temperatur. Gl. (257) ergibt, daß die Beweglichkeit proportional mit λ anwächst, woraus folgt, daß sie umgekehrt proportional zum Druck bei konstanter Temperatur sein muß. Dieses Gesetz ist für positive Ionen in einem sehr großen Druckbereich (1 mm bis 100 at) recht genau gültig. Bei noch kleineren Drucken steigt die

Beweglichkeit etwa auf das Doppelte an, vermutlich infolge Dissoziation der gewöhnlich als Molekülionen vorhandenen Ionen in atomare. Das Verhalten der negativen Ionen ist insofern kompliziert, als die analoge Dissoziation bei niedrigen Drucken nicht nur zur Bildung von Atomionen führen kann, sondern sogar zur Bildung freier Elektronen, wodurch eine starke Vergrößerung der Beweglichkeit erreicht wird. Abb. 106 zeigt die Beweglichkeit als Funktion des Druckes für negative Luftionen bei 0°C . Im Druckgebiet von etwa 200 mm aufwärts bis zu sehr hohen Drucken gilt die Proportionalität von b mit $1/p$ exakt; bei kleineren Drucken steigt die Beweglichkeit an und kann bei Drucken

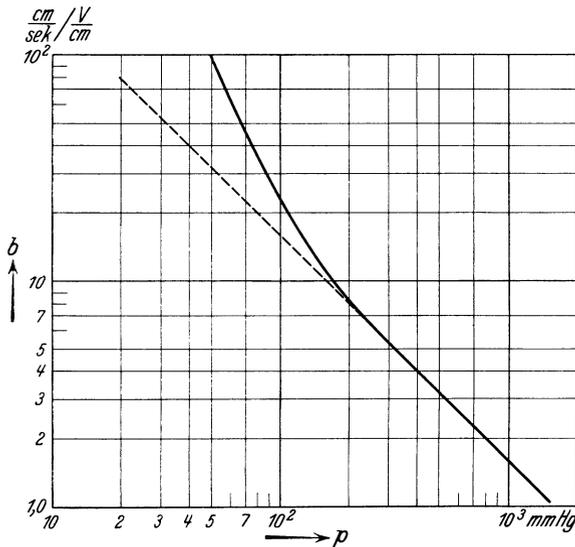


Abb. 106. Beweglichkeit b negativer Luftionen in Abhängigkeit vom Gasdruck p bei $T = 0^{\circ}\text{C}$. Erhöhung der Beweglichkeit durch zeitweilige Dissoziation. Gestrichelte Linie: $b = f(p)$ ohne diese Dissoziation (52).

bereits bei höheren Drucken. Zahlenmäßige Angaben hierüber sind kaum zu machen, weil die Abweichungen vom normalen Druckverlauf sehr stark abhängen von unkontrollierbaren Verunreinigungen. Von verschiedenen in der Literatur vorhandenen Angaben bezieht sich daher vermutlich der größere Wert der Beweglichkeit auf die reineren Gase (siehe Tabelle 27a).

Die Abhängigkeit der Beweglichkeit von der Temperatur bei konstantem Druck ergibt sich nach Gl. (257) als proportional zur Gas-temperatur und umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Ionen-temperatur, so daß man für den Fall des Temperaturgleichgewichts zwischen Ionen und Gas eine Zunahme der Beweglichkeit bei konstantem Druck mit der Wurzel aus der Temperatur erwarten soll oder bei konstanter Gasdichte eine Abnahme der Beweglichkeit mit $1/\sqrt{T}$.

in der Größenordnung 1 mm bereits das Hundertfache der nach der Druckproportionalität errechneten betragen. Der stetige Anstieg der Beweglichkeit ist vermutlich auf das immer häufiger werdende zeitliche Auftreten freier Elektronen zurückzuführen. In Gasen ohne stark elektronegative Komponenten, wie z. B. reines N_2 , oder in noch verstärktem Maß bei Edelgasen zeigt sich diese Erhöhung der Beweglichkeit der negativen Ionen durch solche Dissoziationsprozesse

Unter Berücksichtigung der inneren Kräfte zwischen den Molekülen des neutralen Gases sollte sich eine Änderung der Beweglichkeit bei konstanter Dichte proportional zu $\frac{\sqrt{T}}{C+T}$ ergeben, worin C den Wert der Tabelle 25 bedeutet, so daß hiernach je nach der Temperatur die Beweglichkeit mit der Temperatur steigen oder fallen kann. Messungen ergeben in einem Temperaturgebiet von Zimmertemperatur bis 700° K eine Unabhängigkeit der Beweglichkeit von T bei konstanter Gasdichte, also eine Zunahme proportional T bei konstantem Druck. Bei Temperaturen unter Zimmertemperatur sind starke Abnahmen der Beweglichkeit gefunden worden, die aber erklärt werden können durch Kondensation von als Verunreinigung vorhandenen Dämpfen um die Ionen und der dadurch bewirkten Massenvergrößerung und Weglängenverkleinerung.

Die Abhängigkeit der Diffusionskonstanten von Temperatur und Druck ergibt sich nach (268) aus der besprochenen Änderung der Beweglichkeit.

§ 62. Bewegung von Ladungsträgern im Gas unter Einwirkung eines Konzentrationsgefälles und eines elektrischen Feldes. Wirkt ein elektrisches Feld auf eine größere Anzahl von Ionen, die in einem Gasvolumen mit ungleicher Konzentration verteilt sind, so erfolgt die tatsächliche Verlagerung der Träger sowohl durch Diffusion wie durch die elektrostatischen Kräfte; beide Wirkungen überlagern sich additiv. Dabei sind die durch die Diffusion und die durch Feldwirkung entstandenen Ionenströmungen einfach in den Beträgen vektoriell zu addieren, Wir behandeln diesen Fall weiterhin nur unter Berücksichtigung einer einzigen Richtung (eine Komponente des räumlichen Problems).

In einem Konzentrationsfeld mit der örtlichen Konzentration $N(x)$ und dem Konzentrationsgefälle $\frac{dN}{dx}$ erhalten die Träger durch Diffusion im Mittel eine Geschwindigkeit nach Gl. (251)

$$\bar{v}_D = -D \frac{1}{N} \frac{dN}{dx}. \quad (269)$$

Wirkt gleichzeitig ein elektrisches Feld der Größe E , so erfahren sämtliche Ionen überdies eine mittlere Geschwindigkeit der Größe

$$\bar{v}_i = b \cdot E. \quad (270)$$

Die unter gemeinsamer Wirkung entstandene Ionenströmung bewegt sämtliche N Ionen der Volumeinheit mit der Geschwindigkeit \bar{v}

$$\bar{v} = \bar{v}_D + \bar{v}_i = -D \frac{1}{N} \frac{dN}{dx} + bE \quad (271)$$

und repräsentiert an dieser Stelle eine Konvektionsstromdichte der Größe $e \cdot N \cdot \bar{v}$. Bemerkenswert in Gl. (271) ist, daß je nach Größe und Vorzeichen des Konzentrationsgefälles $\frac{dN}{dx}$ die Geschwindigkeit sowohl

positiv wie negativ sein kann. Sie kann also in Richtung des elektrischen Feldes liegen oder gegen das elektrische Feld gerichtet sein. Daher kann unter dem Einfluß der Diffusion eine Trägerströmung gegen die elektrostatischen Kräfte auftreten, und diese hat ihre Ursache nicht etwa in einer hohen kinetischen Anfangs-Energie der Träger nach Art der Elektronenstrahlen, durch welche sie gegen ein Feld anlaufen, sondern ausschließlich in der Temperaturbewegung der Ionen. Diese Bewegung resultiert dabei als zufällige Folge einer Reihe thermischer Zusammenstöße, durch welche die Ionen jedesmal eine kleine Geschwindigkeit gegen das Feld erhalten haben.

Die Bedingung, daß der Diffusionsstrom und der Feldstrom sich gerade kompensieren ($\bar{v} = 0$), führt zu einer anschaulichen Vorstellung über den Mechanismus dieses Vorganges. Es gilt dann

$$b \cdot E = \frac{D}{N} \frac{dN}{dx}. \quad (272)$$

Wenn wir nunmehr das elektrische Feld als homogen annehmen, so läßt sich aus Gl. (272) der örtliche Verlauf der Konzentration durch Integration ermitteln zu

$$N = N_0 e^{\frac{bE}{D} \cdot x} = N_0 e^{\frac{eEx}{kT}} = N_0 e^{\frac{eV}{kT}}. \quad (273)$$

wobei von der Beziehung Gl. (266) Gebrauch gemacht wurde.

Die Konzentration nimmt in der Richtung, in der das elektrische Feld wirkt, exponentiell zu, also gegen das elektrische Feld exponentiell ab. Dieses Verhalten findet seine Analogie in der Dichteverteilung der Erdatmosphäre unter dem Einfluß des Schwerefeldes: Dieses Feld wirkt senkrecht nach unten; die thermische Bewegung der Luftmoleküle verursacht, daß die Luftmoleküle diesem Feld nicht einfach folgen und sich auf den Erdboden legen, sondern daß sie eine Dichteverteilung annehmen, die nach oben gegen das Schwerefeld exponentiell abnimmt. Genau so wie eine Luftströmung gegen die Schwerkraft resultiert, wenn das Dichtegefälle der Atmosphäre über seinen Gleichgewichtswert gesteigert wird (Vergrößerung der Dichte in den unteren Zonen durch Ausströmenlassen komprimierter Luft oder Abpumpen der Luft in höheren Zonen), so ergibt sich auch ein Ionendiffusionsstrom gegen das elektrische Feld, wenn das Konzentrationsfeld größer ist, als der Gleichgewichtsbedingung Gl. (273) entspricht.

Bei den bisherigen Rechnungen wurde von einer Fehlerquelle abgesehen, die darin besteht, daß den Trägern, die sich im elektrischen Feld vorwärtsbewegen, durch das elektrische Feld Energie zugeführt wird, so daß die Trägertemperatur höher sein kann, je weiter die Elektronen dem elektrischen Feld schon gefolgt sind. Es tritt dann nicht nur eine Diffusion im Konzentrationsgefälle auf, sondern zusätzlich auch eine Diffusion im Temperaturgefälle, während wir bisher überall

konstante Temperatur angesetzt haben. Dieser Fall spielt keine Rolle, wenn die Träger Ionen sind, weil die Iontemperatur immer sehr nahe der Gastemperatur angenommen werden kann, wohl aber wegen des schlechten Wärmekontaktes zwischen neutralem Gas und Elektronen, die ihre Gleichgewichtstemperatur erst erreichen, nachdem sie ein merkliches Stück dem elektrischen Feld gefolgt sind.

Eine Betrachtung der gaskinetischen Einzelvorgänge in ähnlicher Weise, wie wir sie bei der Ableitung der Beweglichkeit und des Diffusionskoeffizienten angestellt haben, führt im Konzentrationsgefälle $\frac{dN}{dx}$ und im überlagerten elektrischen Feld E für die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen zu

$$\bar{v} = \frac{1}{3} \frac{e\lambda}{m w} E - \frac{w\lambda}{3} \frac{1}{N} \frac{dN}{dx}. \quad (274)$$

Dieser Ausdruck ist, von Zahlenfaktoren abgesehen, der gleiche, den wir aus Gl. (271) erhalten, wenn wir für b und D die in Gl. (244) und (257) angegebenen Ausdrücke verwenden.

§ 63. **Ambipolare Diffusion von Ladungsträgern.** Bei den bisherigen Überlegungen wurde nie Rücksicht genommen auf die elektrostatischen Kräfte der Ionen untereinander. In vielen Fällen bestimmen aber die Ionenladungen gerade vorwiegend den Feldverlauf, so daß die Iondiffusion in einem von dem Verlauf der Ionenkonzentration abhängigen elektrischen Feld erfolgt, das sich durch die Diffusion selbst ändern kann. Dabei sind die Konzentrationen der Ionen, deren Gefälle die Größe der Diffusion bestimmt und die Raumladung, die das elektrische Feld einstellt, nicht einfach proportional, da für die Diffusion einer Ionenart das Konzentrationsgefälle nur dieser Ionenart in Frage kommt, während als Raumladung die Raumladungen aller Trägerarten zusammenwirken. Wenn auch die Diffusion in dem Eigenfeld der Raumladung prinzipiell nach den gleichen Gesetzen vor sich geht, wie die im vorigen Paragraphen behandelte Diffusion im elektrischen Feld, so wird doch die allgemeine Durchrechnung so umständlich, daß wir hier auf deren Durchführung verzichten.

Wir behandeln nur einen besonders wichtigen Spezialfall, der dann gilt, wenn positive und negative Ladungsträger in dem betrachteten Volumen in sehr großer Anzahl vorhanden sind. Wenn solche Konzentrationen von zwei entgegengesetzt geladenen Trägerarten vorhanden sein sollen, so muß die Konzentration der beiden Ladungsträger an allen Orten einander ungefähr gleich sein. Bereits ein relativ genommen kleiner Überschuß der einen Ionenkonzentration über die andere würde nämlich (absolut genommen) so hohe elektrische Felder bewirken, daß sich die überschüssige Ionenmenge durch Eigenabstoßung in die Umgebung zerstreute und die unterschüssige Ionenmenge aus der Umgebung aufgefüllt würde. Geringfügige Unterschiede zwischen den Kon-

zentrationen an irgendeinem Ort können natürlich trotzdem auftreten. Sei N^+ die Konzentration der positiven Träger, N^- die der negativen, so gilt deswegen

$$N^+ \approx N^- = N \quad (275)$$

und daher sinngemäß auch

$$\frac{dN^+}{dx} \approx \frac{dN^-}{dx} = \frac{dN}{dx}. \quad (276)$$

In diesen einander gleichen Konzentrationsgefällen diffundieren die positiven und negativen Ladungsträger in der gleichen Richtung. Wenn die Diffusionskoeffizienten der beiden Trägerarten, wie wir weiter voraussetzen wollen, nicht einander gleich sind, sondern beispielsweise der der negativen Teilchen größer ist als der der positiven, so diffundieren zunächst die negativen Teilchen rascher im Konzentrationsgefälle als die positiven.

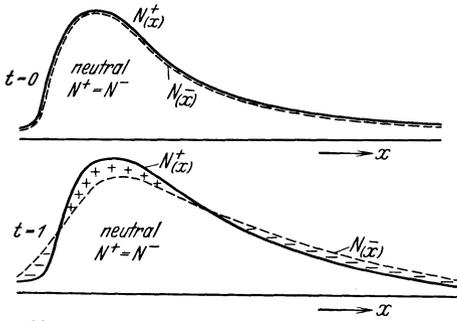


Abb. 107. Anlaufvorgang der ambipolaren Diffusion in einem Raum ohne äußeres elektrisches Feld in zwei folgenden Zeiten $t = 0$ und $t = 1$.

Durch dieses Voraneilen der negativen Teilchen entstehen Konzentrationsunterschiede der Art, daß an den Stellen höherer Konzentration ein Überschuß positiver Ladungen und an den Stellen niedriger Konzentration ein solcher negativer Ladungen sich ausbildet. Durch diese Konzentrationsunterschiede entstehen elektrische Felder, die die voraneilenden negativen Träger bremsen und die langsameren

positiven Träger nach sich ziehen. Diese gekoppelte Diffusion positiver und negativer Ladungsträger durch ein zwischen ihren Raumladungen sich ausbildendes elektrostatisches Feld heißt „ambipolare Diffusion“. Abb. 107 zeigt dieses Verhalten schematisch an dem Ausgleich einer Ionenballung im außenfeldfreien Raum, die anfänglich gleich viel Elektronen und positive Ionen enthält. Durch den größeren Diffusionskoeffizienten zerfließt die negative Raumladung rascher, wodurch in der Mitte ein Überschuß positiver, am Rande ein solcher negativer Ladungen entsteht, die ein elektrisches Feld zwischen sich erzeugen, das die Diffusion der negativen Teilchen hemmt und die der positiven fördert. Die Konzentrationsunterschiede, die zur Erzeugung dieses Feldes dienen, sind dabei nach den oben gemachten Voraussetzungen relativ klein gegen die Konzentrationen selbst. Da nach einmal erfolgtem Vor-eilen der negativen Teilchen deren Diffusion gehemmt und die der positiven gefördert wird, bildet sich schließlich ein Diffusionsverlauf heraus, bei dem die positiven und die negativen Raumladungen gleich rasch auseinanderlaufen; ein fortgesetzt rascheres Abdiffundieren der

negativen Ladungen ist ja voraussetzungsgemäß unmöglich, weil dabei schließlich Konzentrationsunterschiede auftreten müßten, die mit den Gesamtkonzentrationen vergleichbar wären. Nach Erreichen dieses Zustandes ist also die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit der positiven Ionen v^+ an irgendeiner Stelle ebenso groß wie die der negativen v^- :

$$\bar{v}^+ = \bar{v}^- = \bar{v}, \quad (277)$$

und so groß stellt sich das elektrische Feld zwischen den beiden Raumladungen ein, daß dieser Zustand erreicht wird. Sei E die elektrische Feldstärke am Ort x , so ist die mittlere Geschwindigkeit der positiven Teilchen, wie sie sich im Konzentrationsgefälle $\frac{dN}{dx}$ nach Gl. (271) einstellt, gegeben durch

$$\bar{v}^+ = -\frac{D^+}{N^+} \frac{dN^+}{dx} + b^+ E. \quad (278)$$

Entsprechend wird die der negativen Träger

$$\bar{v}^- = -\frac{D^-}{N^-} \frac{dN^-}{dx} - b^- E. \quad (279)$$

Dabei haben die durch das elektrische Feld bedingten Zusatzglieder entgegengesetztes Vorzeichen, weil die elektrostatischen Kräfte Bewegungen in entgegengesetzter Richtung verursachen. Eliminiert man aus den Gl. (278) und (279) E und ersetzt man überall N^+ und das annähernd gleiche N^- durch N und entsprechend $\frac{dN^+}{dx}$ und $\frac{dN^-}{dx}$ durch $\frac{dN}{dx}$, so erhält man für die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit \bar{v} den Ausdruck

$$\bar{v} = -\frac{D^+ b^- + D^- b^+}{b^+ + b^-} \frac{1}{N} \frac{dN}{dx}. \quad (280)$$

Ein Vergleich mit Gl. (269) zeigt, daß die sich einstellende Wanderungsgeschwindigkeit sich aus dem Konzentrationsgefälle nach der gewöhnlichen Diffusionsgleichung errechnet, wenn man nur für beide Teilchenarten statt ihres eigentlichen Diffusionskoeffizienten einen gemeinsamen, im Verhältnis der Beweglichkeiten gemittelten Wert, den *ambipolaren* Diffusionskoeffizienten D_a , einsetzt:

$$D_a = \frac{D^+ b^- + D^- b^+}{b^+ + b^-}. \quad (281)$$

In dem wichtigsten Anwendungsbeispiel dieser Überlegung für selbständige Entladungen bestehen die positiven Teilchen aus positiven Ionen, die negativen aus Elektronen. Unter Benutzung der Beziehung Gl. (266) und unter Berücksichtigung, daß in praktischen Fällen $T_e \gg T_i$ und $b^- \gg b^+$ ist, erhält man für den ambipolaren Diffusionskoeffizienten als Vereinfachung folgende beiden gleichwertigen Ausdrücke

$$D_a = D^+ \frac{T_e}{T_i} = D^- \frac{b^+}{b^-}. \quad (282)$$

Da die Elektronentemperatur T_e im allgemeinen ein Vielfaches der Ionentemperatur T_i ist, ist der ambipolare Diffusionskoeffizient D_a einige Male größer als der Diffusionskoeffizient D^+ der positiven Ionen; da andererseits die Beweglichkeit der positiven Ionen nur ein Bruchteil der Beweglichkeit der Elektronen ist, ist der ambipolare Diffusionskoeffizient sehr viel kleiner als der der Elektronen.

Sind als negative Träger Elektronen und negative Ionen gleichzeitig vorhanden, so daß von der gesamten negativen Ladung der Bruchteil x Elektronen und $(1-x)$ negative Ionen sind, während die gleich große positive Ladung aus einheitlichen positiven Ionen besteht, so erfolgt die Diffusion ebenfalls ambipolar mit einem Diffusionskoeffizienten

$$D_a = \frac{x(b^+ D_e^- + D^+ b_e^-) + (1-x)(b^+ D_i^- + D^+ b_i^-)}{b^+ + \{b_e^- x + b_i^- (1-x)\}}. \quad (283)$$

Darin bedeutet b_e^- und D_e^- Beweglichkeit und Diffusionskoeffizient der Elektronen, b_i^- und D_i^- die entsprechenden Werte für negative Ionen. Solange die negativen Ionen nicht in wesentlich größerer Konzentration vorhanden sind wie die Elektronen, ist der ambipolare Diffusionskoeffizient praktisch identisch mit dem nach Gl. (281). Die Größe des Diffusionsstromes der einzelnen Trägerarten erfolgt dann entsprechend dem Wert ihres jeweiligen Konzentrationsverlaufes nach Gl. (242) unter Benutzung von $D = D_a$.

Bewegung von Ladungsträgern durch den Gasraum im Magnetfeld.

§ 64. Temperaturbewegung der Ladungsträger im Magnetfeld. Ein Magnetfeld, das auf die Temperaturbewegung von Trägern in einem Gasraum einwirkt, lenkt die sonst geradlinige Bahn der Träger zwischen zwei Zusammenstößen zu Kreisbogen aus. Der Radius dieser Kreisbahn ergibt sich aus der Temperaturschwindigkeit w nach Gl. (216) zu

$$r = \frac{c m w}{e H} \quad (284)$$

($c \dots$ Lichtgeschwindigkeit). Die Teilchen fliegen auf diesen Kreisbogen im Mittel die gleiche Strecke λ_0 , die sie als geradlinige Bahn zwischen zwei Zusammenstößen als freie Weglänge ohne Einwirkung des Magnetfeldes zurücklegen. Unter dem Einfluß des Magnetfeldes ist der Abstand zweier aufeinanderfolgender Zusammenstöße nicht mehr λ_0 , sondern gleich der Sehne eines Kreisbogens der Länge λ_0 und des Radius r . Ein Teilchen fliegt im Mittel auf einem Freiflug weniger weit als ohne Magnetfeld. Für die Anzahl der Zusammenstöße auf einer gegebenen Wegstrecke erscheint daher die Dichte des Gases vergrößert. Dagegen wird durch das Magnetfeld weder der wahre Druck, noch die Teilchengeschwindigkeit, noch die Anzahl der Zusammenstöße in der Zeiteinheit verändert.

Die Verkleinerung der freien Weglänge bewirkt eine Änderung des Diffusionskoeffizienten und entsprechend bei Überlagerung eines elektrischen Feldes beispielsweise eine Änderung der Ionisierungszahl α , β usw. Die mittlere freie Weglänge in einem Gasraum, in dem die freie Weglänge ohne Magnetfeld λ ist, verkleinert sich für Träger des Molekulargewichtes M und der Trägertemperatur T in einem Magnetfeld H so, als ob der Druck des Gases von p_0 , dem Wert ohne Magnetfeld, um Δp gestiegen wäre, wobei gilt

$$\frac{\Delta p}{p_0} = -\frac{\Delta \lambda}{\lambda_{\lambda,x}} = \frac{\lambda_1^2}{M T} \left(\frac{H}{p_0}\right)^2 \frac{e^2 \pi^2}{1152 \cdot c^2 \cdot m_{H_1} \cdot k}. \quad (285)$$

In der Gl. (285) bedeutet λ_1 die mittlere freie Weglänge des Teilchens beim Druck $p = 1$ und e die Trägerladung.

In dieser Gleichung ist berücksichtigt, daß nur diejenigen Komponenten der momentanen, zufälligen thermischen Geschwindigkeit vom Magnetfeld abgelenkt werden, die senkrecht zu diesem stehen, während die in Richtung des Magnetfeldes fallenden Geschwindigkeitskomponenten unbeeinflusst bleiben. Zahlenmäßig erhält man

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\lambda_1^2}{M T} \left(\frac{H}{p_0}\right)^2 9,5 \cdot 10^{-3}, \quad (286)$$

wobei jetzt λ_1 die freie Weglänge bei 1 mm Druck, p_0 der Gasdruck ohne Magnetfeld in mm Hg und H das Magnetfeld in Gauß, ferner T die Trägertemperatur in $^\circ\text{K}$ bedeuten. Als Trägerladung ist die einfache Elementarladung angenommen. Für Elektronen ($M = 1/1830$) der Temperatur $T = 1 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$, die sich in einem Magnetfeld von $H = 50$ Gauß in Neon (λ_1 für Elektronen = $5,4 \cdot 10^{-2}$ cm) von $p = 0,1$ mm bewegen, erscheint der Gasdruck erhöht um

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{(5,4 \cdot 10^{-2})^2 30^2 \cdot 9,5 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{1830} \cdot 1,10^4 \cdot 1,10^{-2}} = 0,45 = 45 \%$$

Unter gleichen Bedingungen erscheint der Druck dagegen für Neonionen bei $T = 300 \text{ K}$ und $M = 20,2$ nur erhöht um rd. 1/1000%.

Die Diffusion im Magnetfeld erfolgt senkrecht zum Magnetfeld in einem Gas mit der angegebenen scheinbaren Druckerhöhung, während in Richtung des Magnetfeldes die Diffusion so erfolgt, als wäre das Magnetfeld nicht vorhanden.

§ 65. Bewegung von Ladungsträgern durch ein Magnetfeld mit überlagertem elektrischen Feld im Gasraum. Bewegt sich ein Träger im Gasraum unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes und eines überlagerten Magnetfeldes, so bewegt diejenige Komponente des elektrischen Feldes, die in Richtung des Magnetfeldes steht, das Teilchen so, als wäre das Magnetfeld nicht vorhanden. Zur vollständigen Beschreibung genügt es also, sich auf den Fall zu beschränken, in dem das elektrische Feld senkrecht zum Magnetfeld steht $\begin{pmatrix} E \dots y\text{-Richtung} \\ H \dots z\text{-Richtung} \end{pmatrix}$.

Das elektrische Feld erteilt dem Träger eine gerichtete Geschwindigkeit der Größe

$$v_y = b E, \quad (287)$$

in Richtung des elektrischen Feldes, also senkrecht zum Magnetfeld. Im Magnetfeld erfährt der Träger eine ablenkende Kraft senkrecht zum elektrischen und magnetischen Feld der Größe

$$k = \frac{1}{c} e v H = \frac{e b E H}{c}. \quad (288)$$

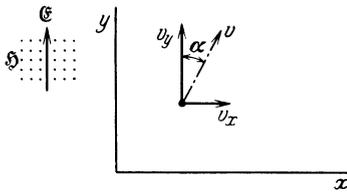
Diese Kraft ist ebenso groß wie die in einem elektrischen Feld

$$E' = \frac{k}{e} = \frac{b E H}{c}. \quad (289)$$

In Abb. 108 ist das elektrische Feld in y -Richtung angenommen, das Magnetfeld steht senkrecht zur Zeichenebene. Dann zieht die Kraft $k = e \cdot E'$ den Träger nach rechts mit der Geschwindigkeit

$$v_x = E' b = \frac{1}{c} b^2 E H. \quad (290)$$

Abb. 108. Ablenkung eines Ladungsträgers im Gas durch ein konstantes elektrisches und magnetisches Feld.



Die unter dem Einfluß beider Bewegungskomponenten ausgeführte tatsächliche Bewegung ist um einen Winkel α gegen das elektrische Feld geneigt, gegeben durch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_x}{v_y} = \frac{b H}{c}. \quad (291)$$

Ist die Geschwindigkeit, die das Teilchen auf diesem Weg in x -Richtung erhält, vergleichbar mit der durch das elektrische Feld in y -Richtung erhaltenen, so gilt die Ableitung in der hier gegebenen Form nicht mehr, weil die x -Komponente der Geschwindigkeit im Magnetfeld eine zusätzliche elektrodynamische Kraft bewirkt, die der elektrostatischen Anziehung entgegengerichtet ist. Die Berücksichtigung dieser Tatsache ändert jedoch nichts an der Größe des Ablenkungswinkels; Gl. (291) bleibt also für beliebige Größe der Ablenkung gültig. Wohl aber ändert sich die Geschwindigkeit des Teilchens derart, daß beide Komponenten v_x und v_y mit dem Faktor $\cos^2 \alpha$ versehen werden müssen, also kleiner sind, als sich aus den Gl. (287) und (290) ergibt. Gl. (291) bleibt ebenfalls dann gültig, wenn die Beweglichkeit nicht mehr konstant ist, sondern die Trägergeschwindigkeit nur noch mit $\sqrt[3]{E}$ wächst.

Ein Elektron hat in Stickstoff von Atmosphärendruck bei kleinen Feldstärken nach Abb. 103 eine Beweglichkeit von $1,8 \cdot 10^4$ cm/sec/V/cm, also $5,4 \cdot 10^6$ est. In einem Magnetfeld von $1 \cdot 10^3$ Gauß bewegen sich die Elektronen um einen Winkel, entsprechend $\operatorname{tg} \alpha = 0,18$ oder $\alpha = 10^\circ$ gegen das elektrische Feld geneigt.

Schwingungen von Ladungsträgern.

§ 66. **Eigenschwingungen in quasineutralen Raumladungen (Plasmaschwingungen).** Sind in einem Volumen positive und negative Träger in großer, aber absolut genommen gleicher Konzentration vorhanden, so wirken nach außen keinerlei elektrostatische Kräfte. Das Volumen verhält sich so, als wäre es neutral, die in ihm befindliche Raumladung wird daher „quasineutrale“ Raumladung genannt. Bewegungen quasineutraler Raumladungen haben wir bereits bei der ambipolaren Diffusion, § 63, behandelt. Dabei war jedoch vorausgesetzt, daß außer den positiven und negativen Raumladungen noch eine beträchtliche Menge neutralen Gases vorhanden sei, so daß man die gewöhnlichen Diffusionsgesetze anwenden konnte. Wir werden jetzt eine andere Bewegungserscheinung in solchen quasineutralen Raumladungen behandeln, die dann auftreten kann, wenn die Dichte des neutralen Gases so klein ist, daß man wenigstens in Annäherung von der Anwesenheit des neutralen Gases absehen kann ($\sim 10^4$ oder weniger neutrale Gasmoleküle pro Ion). Quasineutrale Raumladungen mit einer Beimengung solch geringer neutraler Gasmengen nennen wir weiterhin „Plasma“. Wir nehmen stets an, daß die negativen Ladungsträger ausschließlich Elektronen sind. Ein solches Plasma kann verschiedene charakteristische Eigenschwingungen ausführen.

Wenn aus irgendeinem Grund die Konzentration der positiven und negativen Träger im Plasma nicht überall gleich groß ist, sondern in einem Gebiet A , z. B. statistisch einmal ein Überschuß der Elektronenkonzentration über die Ionenkonzentration auftritt und in einem anderen benachbarten Gebiet B eine entsprechende Elektronenverarmung, so ist das Gebiet A - B nicht mehr quasineutral, sondern es enthält nach außenhin in Erscheinung tretende Raumladungen. Zwischen diesen Raumladungen bildet sich ein elektrostatisches Feld in dem Sinn aus, daß es die Elektronen aus ihrem Überschußgebiet A in das verarmte Gebiet B und umgekehrt die Ionen aus dem Gebiet B in das Gebiet A zieht. Da nun die Elektronen wegen ihrer geringen Masse diesen elektrischen Kräften viel rascher folgen können als die Ionen, kann man in Annäherung die Ionenbewegung überhaupt außer acht lassen; es werden also dann die Elektronen des Gebietes A der Anziehung des Gebietes B folgen, wobei sie eine auf B zu gerichtete Geschwindigkeit erhalten. Durch diese Bewegung wird das Gebiet B wieder mit Elektronen aufgefüllt. Wenn die Dichte des neutralen Gases so klein angenommen wird, daß die Elektronen auf ihrem Weg von A nach B im Mittel keinerlei Zusammenstöße erlebt haben, so schießen die Elektronen mit einer endlichen Geschwindigkeit in das Gebiet B hinein und wegen ihrer Massenträgheit darüber hinaus, lassen also nun eine wirksame positive Ladung hinter sich. Dadurch wird die Elektronenbewegung wieder ge-

bremst und kehrt sich schließlich um. Die Elektronen pendeln also mit einer bestimmten Frequenz durch das Gebiet B hindurch, und diese Schwingung wird schließlich wegen der Energieverluste gegen die Gasmoleküle, die doch einmal eintreten, gedämpft, so daß sich im Gleichgewicht wieder die Quasineutralität einstellen muß. Bei den sich ständig abspielenden Vorgängen der Elektronenreuerzeugung und bei der statistischen Unordnung der Elektronen- und Ionenbewegung, wie sie allen Gasentladungen eigentümlich ist, kann dann an einer anderen Stelle des Plasmas eine ähnliche Störung des quasineutralen Gleichgewichtes vorkommen, so daß ein neues Gebiet mit Elektronenschwingungen entsteht.

Zur Bestimmung der Frequenz dieser Elektronenschwingungen nehmen wir an, daß anfänglich das Plasma überall N positive Ionen und Elektronen je cm^3 enthält, daß dann aber aus irgendeinem Grunde ein begrenztes Volumen von Elektronen im Plasma gleichmäßig verlagert wird, die dazugehörigen Ionen aber liegen bleiben. Der Einfach-

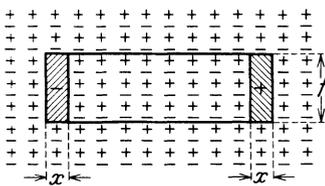


Abb. 109. Zur Ableitung der Plasmaschwingungen durch Elektronen.

heit halber denken wir uns das Volumen als schmale Platte mit der Grundfläche f und der Dicke d ; alle Elektronen in diesem Volumen sollen zur Zeit $t = 0$ um die Strecke x nach links parallel verschoben sein (Abb. 109). Dann lassen diese Elektronen rechts eine Zone der Dicke x und der Grundfläche f frei zurück, in der nur noch Ionen, und zwar $N \cdot x$ für die

Flächeneinheit der verschobenen Elektronenplatte vorhanden sind. Entsprechend tritt die linke Seite der Platte um ein Stück x in gewöhnliches Plasma ein, in dem jetzt außer den anfänglich vorhandenen N Elektronen pro Volumeneinheit noch die N Elektronen des verschobenen Volumens vorhanden sind, wogegen die positiven Ionen dort nur mit ihrer anfänglichen Konzentration weiterbestehen. Es tritt also an dieser Stelle eine ebenso große negative Raumladung auf, wie in dem unverschobenen Volumen an positiver Raumladung zurückblieb. Wenn wir jetzt annehmen, daß die Verlagerung x klein ist gegen die Dimensionen des verschobenen Volumens ($x < d$), so sind die beiden Raumladungen aufzufassen als Flächenladungen mit der Ladungsdichte der Flächeneinheit $\sigma = e_0 \cdot N \cdot x$. Zwischen den Ladungen entsteht dann ein elektrisches Feld der Größe $E = 4\pi\sigma = 4\pi e_0 \cdot N \cdot x$. Dieses Feld wirkt auf die Elektronen im verschobenen Volumen mit einer treibenden Kraft

$$k = m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} = -e_0 \cdot E = -4\pi \cdot e_0^2 \cdot N \cdot x. \quad (292)$$

Die rücktreibende Kraft ist also proportional der Verlagerung x , sämtliche Elektronen im verlagerten Volumen führen also bei Vernach-

lässigung des Reibungseinflusses eine harmonische Schwingung aus, deren Frequenz sich durch Integration von Gl. (292) ergibt zu

$$\omega_e = 2 \pi \nu_e = \sqrt{\frac{4 \pi e_0^3 N}{m_0}} \quad (293)$$

oder

$$\nu_e = 9 \cdot 10^3 \sqrt{N}. \quad (294)$$

Rechnet man mit $N = 1 \cdot 10^{10}$ Elektronen bzw. Ionen pro cm^3 , einer Konzentration, wie sie in Vakuumentladungen leicht erreicht wird, so wird $\nu \cong 10^9 \text{ sec}^{-1}$; eine Schwingung wird also in 10^{-9} sec ausgeführt, die von den schwingenden Elektronen ausgesandte elektromagnetische Strahlung hat die Wellenlänge $\lambda = 30 \text{ cm}$.

Diese Frequenz ist nun keineswegs daran gebunden, daß die Verlagerung in der von uns angenommenen, stark spezialisierten Weise erfolgt, sondern gilt viel allgemeiner. Angenommen, die Verlagerung der Elektronen erfolge anfänglich um irgendeinen Vektor \mathbf{r} , der eine beliebige aber stetige Funktion des Ortes sein soll; die positiven Ionen sollen wieder an ihrem Ort unverrückt liegenbleiben. Nach dem Kontinuitätsgesetz für kompressible Körper ist dann der Überschuß ΔN von Elektronen nach der Verlagerung gegeben durch

$$\Delta N = -N \operatorname{div} \mathbf{r}. \quad (295)$$

Die wirksame Raumladung ist dann

$$\rho = e_0 \Delta N = -e_0 N \operatorname{div} \mathbf{r}, \quad (296)$$

die je nach dem Vorzeichen von $\operatorname{div} \mathbf{r}$ eine Ansammlung oder eine Verarmung von Elektronen bedeutet. Das elektrische Feld zwischen diesen Raumladungen ist durch die Poissonsche Gleichung gegeben

$$4 \pi \rho = \operatorname{div} \mathfrak{E}. \quad (297)$$

Durch Eliminierung von ρ aus Gl. (296) erhält man

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = -4 \pi e_0 N \operatorname{div} \mathbf{r}, \quad (298)$$

eine Gleichung, die sich für den Fall, daß $\operatorname{rot} \mathbf{r}$ verschwindet, integrieren läßt und die Gleichung

$$\mathfrak{E} = -4 \pi e_0 N \mathbf{r} \quad (299)$$

ergibt; die rüctreibende Kraft ist also

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -4 \pi e_0^2 N \mathbf{r}. \quad (300)$$

Diese Überlegung führt also zu der gleichen Eigenfrequenz der Elektronenschwingungen, wie wir sie oben [Gl. (292)] für einen speziellen Fall abgeleitet haben. Plasmaschwingungen dieser Frequenz können immer dann auftreten, wenn die Elektronen aus einem Zustand völliger Quasineutralität verlagert werden, so, daß die Verlagerung keinen in sich geschlossenen Wirbel bildet.

Außer diesen Elektronenschwingungen sind im Plasma auch Ionschwingungen möglich. Denkt man sich ein zunächst völlig homogenes Plasma mit örtlich konstanter Konzentration der positiven Ionen wie der Elektronen und verlagert man dann die Ionen, so werden die Elektronen von den dabei entstehenden positiven Raumladungen angezogen. Dabei werden die Elektronen die positiven Raumladungen wieder neutralisieren, so daß jetzt quasineutrale Raumladungen von nicht überall gleicher Konzentration entstehen. Wenn die Elektronen aber eine Temperaturbewegung ausführen, so diffundieren die Elektronen in dem Konzentrationsgefälle der quasineutralen Raumladungen so, daß an den Stellen hoher Ionenkonzentration ein Ionenüberschuß, an den Stellen niedriger Ionenkonzentration ein Elektronenüberschuß sich ausbildet. Wegen der großen Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen stellt sich eine der jeweiligen Ionenkonzentration und der Iontemperatur zugehörige Verteilung der Elektronenkonzentration praktisch momentan ein. Bei sehr hoher Elektronentemperatur ist die Elektronenkonzentration im ganzen Volumen praktisch konstant, trotz der verschiedenen großen Ionenkonzentration, weil die Elektronen infolge ihrer Temperaturbewegung fähig sind, gegen die anziehenden Kräfte der positiven Ionen anzulaufen. Die Konzentration der Elektronen stellt sich allgemein im Gleichgewicht an irgendeinen Punkt gemäß der Gl. (273) ein, wobei V das Potential an diesem Ort bedeutet.

Die Raumladungsverteilung ist für den Fall sehr hoher Elektronentemperatur also mit vertauschter Rolle die gleiche, die wir anfänglich für die Elektronen-Plasmaschwingungen hatten; die eine Ladungsträgerart erfüllt den Raum mit überall homogener Dichte, die Konzentration der anderen Trägerart variiert. Unter denselben Bedingungen der Art der Ionenverlagerung, wie sie für die Elektronenverlagerung aufgestellt wurde, findet man daher auch Ionen-Plasmaschwingungen deren Frequenz ν_i sich von Elektronen-Plasmaschwingungen nur durch Ersatz der Elektronenmasse durch die Ionenmasse unterscheidet. Gl. (293) geht durch Vertauschen von m_0 mit der Ionenmasse $m_i = M \cdot m_{H_1}$ ($M \dots$ Molekulargewicht) über in

$$\omega_i = 2 \pi \nu_i = \sqrt{\frac{4 \pi e_0^2 N}{M m_{H_1}}} \quad (301)$$

oder

$$\nu_i = 2,1 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{N}{M}}. \quad (302)$$

Wenn die Elektronentemperatur nicht so hoch angenommen wird, daß die Elektronen das Volumen gleichmäßig erfüllen, so sind ebenfalls Ionschwingungen möglich, jedoch mit niedrigerer Frequenz. Daß diese Frequenz niedriger ist, liegt daran, daß bei einer weniger hohen Elektronentemperatur mehr Elektronen von den Gebieten hoher Ionenkonzentration aufgesaugt werden, dadurch die wirksame Raumladung

verkleinern und die die Schwingungen bewirkenden elektrostatischen Kräfte vermindern. Die rechnerische Durchführung ergibt sich einfach nur für den Fall, daß die Verlagerung ξ der positiven Ionen am Ort x wie bei einer ebenen Welle erfolgt nach $\xi = \xi_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$. Man erhält für diesen Fall Schwingungen einer Frequenz, die sich berechnet nach

$$\omega_i = 2\pi \nu_i = \sqrt{\frac{4\pi N e_0^2}{m_i + \frac{N e_0^2 m_i \lambda^2}{\pi k T_e}}} \quad (303)$$

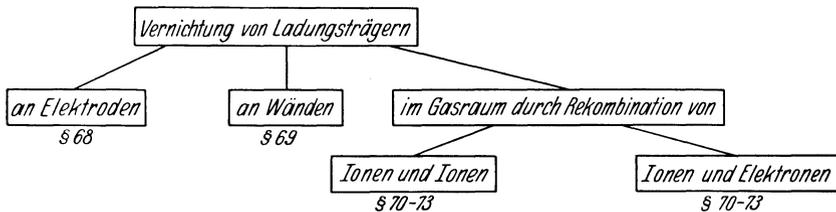
Darin bedeutet T_e die Elektronentemperatur und λ die Wellenlänge der ebenen Welle oder bei nicht-sinusförmiger Verlagerung etwa die Größe des Gebietes mit einheitlicher Ionenverlagerung. Bei sinusförmiger Verlagerung ergibt sich nach Gl. (303) ν_i abhängig von λ . Die Verlagerungswelle pflanzt sich mit einer Geschwindigkeit $v = \lambda \nu_i$ durch das Plasma fort, die mit steigendem λ wächst und sich einer Grenzwinkelgeschwindigkeit $v_{gr} = \sqrt{\frac{k T_e}{m_i}}$ nähert. Dieser Grenzwert ist von der Größe der Schallgeschwindigkeit. Tatsächlich geht die Frequenz dieser Schwingungen für $T_e = \infty$ in die der Gl. (301) über und verschwindet für $T_e = 0$, weil mit fallender Elektronentemperatur die Ursache dafür fortfällt, daß die Elektronen aus den Gebieten hoher Ionenkonzentration abdiffundieren und positive Raumladung hinter sich zurücklassen.

Drittes Kapitel.

Vernichtung von Ladungsträgern.

§ 67. Gliederung. In einem Gasvolumen vorhandene Ladungsträger können dadurch verschwinden, daß sie entweder an die Elektroden gelangen und dort ihre Ladung abgeben bzw. sich neutralisieren oder dadurch, daß sie an beliebige Wandungen des Entladungsgefäßes gelangen und dort festgehalten oder neutralisiert werden oder endlich dadurch, daß sich entgegengesetzt geladene Träger im Gasraum treffen und gegenseitig ihre Ladungen austauschen. Die Vernichtung der Ladungsträger besteht in allen Fällen nur in einer Vernichtung der Ladungen der Träger, während die mit diesen Ladungen verbundenen Massen erhalten bleiben.

Diastoffliche Gliederung dieses Kapitels erfolgt in nachstehender Weise:



§ 68. **Trägervernichtung an den Elektroden.** Wir betrachten einen Ladungsträger, der sich in einem elektrischen Feld zwischen zwei Elektroden bewegt und dabei schließlich auf die den Träger anziehende, ungleichnamig geladene Elektrode gerät. Dabei wird der Träger von den Ladungen der Elektroden neutralisiert und verschwindet. Bei diesen Vorgängen sind chemische Reaktionen zwischen Füllgas und Elektroden möglich, doch soll davon abgesehen werden.

Ist der Ladungsträger ein Elektron, das an die Anode fliegt, so scheint es in die Anode einzutreten und sich in dieser als Leitungselektron weiterzubewegen. Das Elektron verschwindet also vollständig aus dem Gasraum. Bei dem Eintreten in die Anode wird ein ebenso großer Energiebetrag frei, wie er als Austrittsarbeit zur Befreiung eines Elektrons aus dem Anodenmaterial erforderlich wäre. Diese Energie erscheint in der Anode als Wärme. Besaß das Elektron vor seinem Auftreffen auf die Anode noch einen merklichen Betrag von kinetischer Energie, so wird auch diese im wesentlichen zur Erwärmung der Anode verwendet. Ein Teil der kinetischen Energie kann auch als elektromagnetische Wellenstrahlung emittiert werden; von Bedeutung ist hier vor allem die Emission von Röntgenstrahlung beim Auftreffen rascher Elektronen auf die Anode. Der Bruchteil ϕ der Elektronenenergie, der als Strahlung emittiert wird, liegt jedoch meist nur in der Größenordnung von 1% und ist vom Material der Anode abhängig; ist V die den Elektronenstrahl beschleunigende Spannung in Volt und Z die Ordnungszahl des Anodenmaterials, so gilt

$$\phi \simeq 8 \cdot 10^{-10} Z \cdot V. \quad (304)$$

Die kinetische Energie eines Elektrons kann direkt als ein einziges Strahlungsquant emittiert werden (§ 28); es ist aber auch möglich, daß das rasch fliegende Elektron nach seinem Eintritt in die Anode ein Atom des Anodenmaterials anregt und danach erst dieses angeregte Atom seine Eigenstrahlung emittiert. Bei starker Erhitzung der Anode unter dem Einfluß zahlreicher auftreffender Elektronen kann das Anodenmaterial zerstäuben; dieses Zerstäuben scheint allerdings einfach ein Verdampfen des Anodenmaterials von hoch erhitzten Gebieten.

Ist der auf die Elektrode auftreffende Träger ein positives Ion, das von der Kathode angezogen wird, so ist der Vernichtungsvorgang verwickelter. Das positive Ion entnimmt aus dem Kathodenmaterial ein Leitungselektron, um sich mit diesem Leitungselektron zu neutralisieren. Dabei entsteht aus dem positiven Ion ein elektrisch neutrales Atom (unangeregt oder angeregt) oder Molekül, das frei in den Gasraum zurückfliegt, weil es ja nunmehr durch keinerlei elektrostatische Kraft an die Kathode gebunden wird. Der Neutralisationsprozeß erfordert also zunächst die Leistung der Austrittsarbeit eines Elektrons aus der Kathode. Dafür wird bei der Neutralisation des Ions ein Energiebetrag

von der Größe der Ionisierungsarbeit frei. In fast allen Fällen überwiegt die freiwerdende Ionisierungsarbeit die zu leistende Austrittsarbeit des Elektrons; insgesamt wird daher bei der Entladung eines Ions an der Kathode Energie frei. Diese Energie kann zur Aufheizung der Kathode dienen; es kann aber auch ein zweites Elektron aus der Kathode befreit werden, das also nicht mehr zur Neutralisation erforderlich ist und das von den elektrostatischen Kräften in den Gasraum hineingetrieben wird. Diese Elektronenemission einer kalten Kathode beim Auftreffen positiver Ionen ist für das Bestehen mancher Gasentladungen von fundamentaler Wichtigkeit. Der bei der Neutralisation des Ions freiwerdende Energiebetrag kann wahrscheinlich auch als Strahlung emittiert werden. Wenn das positive Ion beim Auftreffen auf die Kathode außer seiner inneren potentiellen Energie noch kinetische Energie mit sich führt, so wird auch die kinetische Energie zu den gleichen schon genannten Arbeitsleistungen mit verwendet. Die kinetische Energie eines positiven Ions kann nach seiner Neutralisation auch als kinetische Energie des wieder zurückfliegenden neutralen Moleküls erscheinen. Weiter können mit hoher Geschwindigkeit auf die Kathode aufprallende Ionen das Kathodenmaterial zerstäuben. Diese Kathodenzerstäubung (siehe Bd. 2) ist nicht gebunden an eine vorherige meßbare Erhitzung in der zerstäubenden Elektrode. Bei sehr hohen Ionengeschwindigkeiten kann das Ion so weit in das Kathodenmaterial eindringen, ehe es gebremst wird, daß es nach seiner Neutralisation nicht wieder in den Gasraum zurückkehrt.

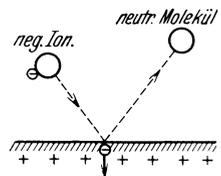


Abb. 110. Vernichtung eines negativen Ions beim Auftreffen auf die Anode einer Entladungsstrecke.

Wenn ein negatives Ion auf die Anode auftritt (Abb. 110), so ist der Vernichtungsvorgang ebenfalls zusammengesetzt. Es wird aus dem negativen Ion ein Elektron abgespalten, wodurch das Ion zu einem neutralen Molekül wird, das in den Gasraum zurückfliegt. Zur Abspaltung des Elektrons von dem Ion ist die Trennungsarbeit des Elektrons von dem neutralen Molekül zu leisten (§ 45); das abgespaltene Elektron tritt dann in der schon beschriebenen Weise in die Anode als Leitungselektron ein, wobei die Austrittsarbeit des Elektrons frei wird. Es ist nicht mit Sicherheit zu sagen, welcher der beiden Energiebeträge überwiegt, ob also die Neutralisation eines negativen Ions an der Anode mit Energieabgabe oder mit Energieaufnahme verbunden ist. Die Energiedifferenz ist aber wahrscheinlich nur gering, so daß auch dann, wenn die Neutralisation des negativen Ions unter Energieaufnahme vor sich geht, in vielen Fällen hierzu schon eine geringe kinetische Energie des auftreffenden Ions ausreicht. Wahrscheinlich ist in der Mehrzahl der Fälle ein derartiger Energiezuschuß nicht erforderlich, sondern die Neutralisation findet sogar unter Energieabgabe statt.

Ob das aber stets zutrifft, kann heute noch nicht mit Sicherheit angegeben werden.

§ 69. **Adsorption von Ladungsträgern an Wänden.** Ladungsträger, die frei in einen Gasraum fliegen, können beim Auftreffen auf beliebige Wände von diesen festgehalten werden. Diesen Vorgang nennt man Adsorption. Adsorbieren können die Oberflächen fester, flüssiger oder staubförmiger leitender oder isolierender Stoffe. Wir wollen voraussetzen, daß bei leitenden Wänden keine Ableitung von Ladungen aus dem Gasraum stattfinden kann; die Wand soll also nicht als Elektrode wirken. Wenn die Wandung selbst aus leitendem Material besteht, so soll sie doch als Ganzes isoliert sein. Auch hier wollen wir von chemischen Prozessen zwischen Füllgas und Wänden absehen.

Gelangt ein Ladungsträger in die Nähe einer solchen Wand, so influenziert der Träger in der Wand eine ungleichnamige Ladung. Das zwischen dem Ladungsträger und der Influenzladung erzeugte elektrische Feld zieht die Ladung näher an die Wand heran. Die wirksame Kraft ist ebenso groß wie die Anziehungskraft zwischen der Trägerladung und einer hinter der Oberfläche der Wand in gleichem Abstand befindlichen ungleichnamigen Ladung (Spiegelladung). Die Kraft zwischen der Trägerladung und ihrem Spiegelbild bezeichnet man kurz als „*Bildkraft*“. Außer dieser Bildkraft wirken auf den Träger die von *molekularen elektrischen Streufeldern* an Wand und Ion erzeugten Influenzladungen. Diese Streufelder ergeben eine Anziehung zwischen einer Wand selbst mit neutralen Gasmolekülen. Ferner wirkt natürlich eine *Aufladung der Wand* als Ganzes je nach ihrem Vorzeichen abstoßend oder anziehend auf den Träger.

Die drei Arten von Kräften zwischen Träger und Wand haben sehr verschiedenen Wirkungsbereich. Die Bildkraft wird merklich, d. h. kommt in die Größe von in Entladungen normalerweise auf Ionen ausgeübten Kräften, bei Abständen eines Ions von einigen μ (10^{-4} cm) von der Wand; die Molekularstreufelder werden erst wirksam in Abständen von Moleküldimensionen, also 10^{-7} bis 10^{-8} cm, während die elektrostatische Aufladung der gesamten Wand natürlich beliebig weit wirken kann.

Der Träger, der unter dem Einfluß dieser Kräfte bis zur Wandoberfläche gelangte, kann von dieser entladen werden in der gleichen Weise, wie die Entladung von Trägern an den Elektroden vor sich geht. Wenn die Wand ein Isolator ist, bleibt die Trägerladung an der Auftreffstelle liegen, so lange, bis aus dem Gasraum ein entgegengesetzt geladener Träger in unmittelbare Nähe dieser Ladung kommt und sich neutralisiert. Ist die Wand ein isolierter Leiter, so ist es natürlich nicht notwendig, daß zwei einander neutralisierende entgegengesetzt geladene Träger auf die gleiche Stelle der Wandung treffen. Der auf die Wandung fliegende Träger kann aber auch unter dem Einfluß der gleichen an-

ziehenden Kräfte von der Wandung festgehalten werden, ohne sich zu entladen. Dies ist verständlich bei isolierenden Wänden; es ist aber auch möglich bei leitenden Wänden. Dabei liegt vermutlich an der Wandoberfläche eine dünne adsorbierte Haut von neutralen Gasmolekülen, die den Ladungsaustausch zwischen dem an die Wand kommenden Ion und der Wand selbst verhindern. Das zunächst festgehaltene Ion kann aber durch thermische Stöße von Gasmolekülen oder Ionen von der Wandung wieder abgerissen werden: so ist die anfänglich starke Emission vor allem positiver Ionen beim Erhitzen beliebiger Körper zu erklären. Auch durch elektrische Felder (Größenordnung 10 kV/cm) können Ionen von Wandungen mit adsorbierten Gashäuten abgerissen werden. Trifft ein Ion auf eine Wand auf, so kann es endlich auch wieder in den Gasraum reflektiert werden, ohne sich zu entladen und ohne festgehalten zu werden. Dieser Vorgang ist aber vermutlich nur bei raschen Ionen (Geschwindigkeit $> 10^3 \text{ V} \cdot \text{El}$) von Bedeutung; bei langsamen Ionen wird man annehmen dürfen, daß *jedes Ion, das auf eine Fläche trifft, seine Ladung abgibt.*

Wiedervereinigung von Ladungsträgern.

§ 70. **Wesen der Rekombination.** Treffen in einem Gasvolumen, das Träger beiderlei Vorzeichens enthält, ungleichnamig geladene Träger paarweise zusammen, so können diese ihre Ladung gegenseitig neutralisieren und hören damit auf, Ladungsträger zu sein. Bei diesem Wiedervereinigung oder Rekombination genannten Vorgang entsteht immer ein neutrales Gasmolekül, wenn die Träger ein positives Ion und ein Elektron waren. In diesem Fall tritt das Elektron in das Molekülgebäude des positiven Ions ein, dem ja ein Elektron fehlt. Dadurch wird das positive Ion zu einem neutralen Gasmolekül zurückgebildet.

Sind die sich wieder vereinigenden Partner ein positives und ein negatives Ion, also zwei Gasmoleküle, von denen das eine ein Elektron zu wenig, das andere ein Elektron zu viel enthält, so kann die gegenseitige Neutralisation dadurch vor sich gehen, daß das überschüssige Elektron im negativen Ion die Lücke im positiven Ion ausfüllt. Es entstehen so zwei neutrale Gasmoleküle, die entweder getrennt weiterfliegen oder zu einem größeren Molekül vereinigt bleiben können.

Ist eines der sich wieder vereinigenden Ionen mehrfach geladen, dann reicht natürlich der Zusammenschluß mit dem einfach geladenen Partner noch nicht zur Bildung eines neutralen Aggregates aus; durch einen solchen Vorgang wird nur die Ladungsmenge um eine Elementarladung vermindert.

Falls einer der Träger vor der Neutralisation aus einem Komplex zahlreicher Moleküle bestand (Cluster), so ist anzunehmen, daß nach der Neutralisation dieser Molekülverband durch das nunmehrige Fehlen

elektrostatischer Bindungen durch überschüssige Ladungen auseinanderfällt.

In allen Fällen verläuft die Rekombination unter Energieabgabe. Der freiwerdende Energiebetrag ist für den Fall, daß die rekombinierenden Partner ein Ion und ein Elektron waren, gleich der Ionisierungsarbeit des betreffenden Atoms; bei der Rekombination eines positiven und eines negativen Ions wird die Ionisierungsarbeit abzüglich der Trennungsarbeit des Elektrons vom negativen Ion frei.

Die Kräfte, die zwei sich wieder vereinigende Träger entgegengesetzten Vorzeichens im Gasraum zusammenführen, können sowohl elektrostatische Kräfte infolge ihrer gegenseitigen Anziehung sein, als auch in der Temperaturbewegung der Ionen begründet sein, die die Ladungen zufällig in kleinen gegenseitigen Abstand bringt. Ob ein Rekombinationsprozeß tatsächlich stattfindet oder nicht, hängt in weitem Maß davon ab, mit welcher Energie die Träger ihren Zusammenprall ausführen. Große kinetische Energie vor dem Zusammenprall erhöht die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Teilchen ohne Wiedervereinigung wieder auseinanderfliegen. Die Energie beim Zusammenprall ist nicht nur die anfängliche, beispielsweise thermische Energie der freien Träger, sondern es kommt hinzu der Betrag an kinetischer Energie, den die Träger durch ihre gegenseitige Anziehung aufnehmen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß dieser letztere Energiebetrag bereits vor dem Zusammenprall der Träger unter sich größtenteils wieder abgegeben wird und dadurch die Aussicht für das Zustandekommen einer Wiedervereinigung größer wird, ist für den Fall, daß der negative Träger ein Elektron ist, aus Energie- und Impulsgründen viel kleiner, als wenn er ein Ion ist. Deswegen ist die Rekombination zwischen Elektronen und positiven Ionen unter sonst gleichen Bedingungen seltener als zwischen negativen Ionen und positiven Ionen.

Bei der Rekombination eines Elektrons und eines positiven Ions kann die Wiedervereinigungsenergie nicht als kinetische Energie des gebildeten neutralen Atoms auftreten; denn die kinetische Energie eines Atomes bedingt wegen der größeren Masse immer auch einen beträchtlichen Impuls, und dieser kann nach der Rekombination nicht größer sein als vorher. Da ein Elektron wegen seiner kleinen Masse meist keinen in Betracht kommenden Impuls mit sich führt, ist der gesamte Impuls vor der Rekombination gleich dem des positiven Ions; und da das positive Ion durch Aufnahme eines Elektrons seine Masse nicht wesentlich ändert, kann es auch während der Rekombination seine Geschwindigkeit nicht ändern. Das neu gebildete, neutrale Gasatom kann also nur so viel kinetische Energie enthalten, als vor der Rekombination das positive Ion bereits besaß. Die bei dem Zusammenschluß der entgegengesetzten Ladungen freiwerdende elektrostatische Energie muß daher in einer anderen Energieform auftreten, beispielsweise als Licht-

quant (Abb. 111). Dieses Lichtquant muß außer der frei gewordenen elektrostatischen Energie auch noch die kinetische Energie des Elektrons vor der Rekombination mit enthalten. Die Frequenz des „Rekombinationsleuchtens“ muß daher der Gleichung genügen

$$h\nu = eV_j + \frac{m}{2}v^2. \tag{305}$$

Darin ist $e \cdot V_j$ die freiwerdende Ionisierungsarbeit und $m \cdot v^2/2$ die kinetische Energie des Elektrons. Gl. (305) ist identisch mit Gl. (80), welche die Energieverhältnisse bei der Bildung von Ionen durch Absorption von Photonen beschreibt. Dieser Vorgang ist der umgekehrt verlaufende, wie die hier behandelte Vernichtung von Ionen unter Emission von Licht. Das nach Gl. (305) emittierte Licht hat eine Mindestfrequenz, deren Energie gerade der Ionisierungsarbeit des betreffenden Gases entspricht. Diese Frequenz ergibt eine dem Spektrum des betreffenden Gases charakteristische Linie. Durch die kinetische Energie des Elektrons wird das emittierte Licht von dieser Linie aus nach dem Blauen verschoben. In Entladungen, die Licht meßbarer Helligkeit aussenden, beobachtet man nicht einen einzigen Rekombinationsakt, sondern gleichzeitig eine sehr große Anzahl, die sich voneinander durch die kinetische Energie der Elektronen vor dem Zusammenstoß unterscheiden. Man beobachtet also eine sehr große Zahl von Lichtquanten, die alle mehr oder weniger weit von der Mindestfrequenz ins Blaue verschoben sind: an die Linie schließt sich ein *kontinuierliches* Spektrum nach der blauen Seite hin an. Wenn in Entladungen ein solches Spektrum auftritt, so ist das ein sicheres Zeichen für den Ablauf solcher Rekombinationsprozesse. Allerdings kann man nicht umgekehrt aus dem Ausbleiben eines solchen Spektrums auf das Fehlen der Rekombination schließen, da die beim Zusammenschluß der Ladungen freiwerdende Energie nicht immer als Strahlung emittiert werden muß (s. u.).

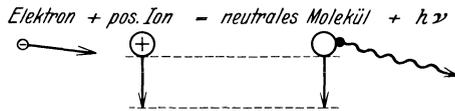


Abb. 111. Vereinigung eines Elektrons und eines positiven Ions unter Strahlungsemission.

In Gl. (305) haben wir angenommen, daß die gesamte Ionisierungsarbeit in einem einzigen Lichtquant zur Ausstrahlung gelangt. Dabei wird vorausgesetzt, daß das neutralisierende Elektron in das positive Ion eintritt und ein unangeregtes neutrales Molekül bildet. Dies ist jedoch nicht notwendig. Das Elektron braucht nicht sofort den energieärmsten Platz auszufüllen, sondern es kann zunächst in dem neu gebildeten neutralen Atom in einer höheren Energiestufe steckenbleiben unter Bildung eines angeregten Atoms. Dieses angeregte Atom sendet dann in einem oder mehreren weiteren Strahlungsakten sein gewohntes Linienspektrum aus. Allgemein ist die bei der Rekombination selbst

ausgesandte Strahlung daher durch die Energiegleichung gegeben

$$h\nu = eV_j + \frac{m}{2}v^2 - eV_a, \quad (306)$$

worin $e \cdot V_a$ irgend eine Anregungsenergie bedeutet. Das sich nach dem Blauen anschließende Kontinuum tritt daher nicht nur bei derjenigen Frequenz auf, die der Ionisierungsarbeit $e \cdot V_j$ entspricht, sondern auch an all denjenigen Linien mit einer Energie von $e(V_j - V_a)$. Die Linien sind bekannt als „Seriegrenzen“. Tatsächlich wird das charakteristische Rekombinationsleuchten meist an einer solchen Seriegrenze beobachtet, weil die Frequenz mit der Energie $e \cdot V_j$ in vielen Fällen in einem unbequemen Spektralbereich liegt.

Bei der Rekombination eines negativen Ions mit einem positiven Ion braucht die freiwerdende elektrostatische Energie nicht als Strahlung emittiert zu werden, sondern sie kann auch als kinetische Energie erscheinen. Nach dem Ausgleich der Ladungen sind in diesem Fall zwei neutrale Atome vorhanden, auf die beliebige Mengen kinetische Energie verteilt werden können, ohne daß hierzu das Vorhandensein eines Gesamtimpulses notwendig ist. Wenn nämlich nach dem Zusammenstoß

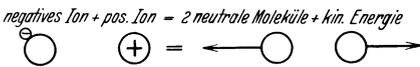


Abb. 112. Vereinigung eines negativen mit einem positiven Ion.

die neutralen Atome in entgegengesetzter Richtung auseinanderfliegen, können ihre beiden Teilimpulse einander entgegengesetzt gleich sein, so daß ein Summen-

impuls Null resultiert. Daher kann die potentielle Energie der sich vereinigenden Ladungen nach der Vereinigung als kinetische Energie auftreten, ohne daß das Gesetz von der Erhaltung des Impulses es verböte (Abb. 112). Ob bei dem Zusammenschluß zweier entgegengesetzt geladener Ionen ein Rekombinationsleuchten auftreten kann, ist ungewiß. Die Frequenz eines solchen Lichtes müßte der Gleichung genügen

$$h\nu = eV_j + \frac{m}{2}v^2 - eV_a - A_t, \quad (307)$$

worin das letzte Glied denjenigen Arbeitsbetrag bedeutet, um von dem negativen Ion ein Elektron abzutrennen. Dieser Betrag A_t ist unbekannt und überdies wahrscheinlich auch nicht von einheitlicher Größe, sondern ebenfalls gequantelt, so daß für das Rekombinationsleuchten nach Gl. (307) sich eine derartige Unzahl von an Linien anschließende Kontinua ergäben, daß die Intensität jedes einzelnen Kontinuums für die Beobachtung zu klein wird.

Rekombination unter Mitwirkung neutraler Atome. Bereits an der Rekombination eines negativen Ions mit einem positiven Atomion ist außer den eigentlichen rekombinierenden Partnern, Elektron und positives Ion, eine weitere Masse beteiligt, nämlich das neutrale Atom, das aus dem negativen Ion entsteht, sobald ihm das über-

schüssige Elektron entrissen ist. Diese mitwirkende Masse verändert den energetischen Prozeß der Rekombination durch die Möglichkeit, die Rekombinationsenergie als kinetische Energie unterzubringen. Das gleiche tritt in all den Fällen auf, in denen außer einem Elektron und einem positiven Atomion noch irgendwelche weiteren, an sich neutralen Massen beteiligt sind. Wenn ein freies Elektron mit einem mehratomigen positiven Ion rekombiniert, so kann auch hier die Rekombinationsenergie als kinetische Energie allein weiterbestehen, wenn nämlich das mehratomige, positive Ion nach seiner Neutralisation in neutrale Atome dissoziiert. Auch ein „Dreierstoß“, eines Elektrons eines positiven Atomions und eines neutralen Gasmoleküls, erlaubt die Unterbringung der Rekombinationsenergie als kinetische Energie (Abb. 113).

Diese Überlegungen sind darum wichtig, weil sie erkennen lassen, daß die Rekombination unter Mitwirkung derartiger neutraler Massen, die nur die Rolle von Energieträgern spielen, für den Rekombinationsablauf zusätzliche Möglichkeiten bedeuten und daher die Rekombinationswahrscheinlichkeit vergrößern müssen.

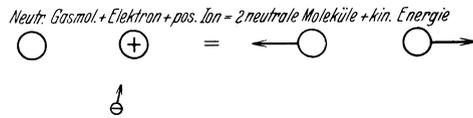


Abb. 113. Vereinigung eines Elektrons mit einem positiven Ion bei gleichzeitigem Zusammenstoß mit einem neutralen unangeregten Gasmolekül.

§ 71. **Rekombinationsgesetz.** Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein positives Ion einen negativen Partner zu seiner Neutralisation findet,

ist um so größer, je größer die Anzahl der negativen Träger in der Volumeneinheit ist; oder in mathematischer Formulierung: die Anzahl dz der Rekombinationsprozesse, die sich in der Zeit dt in der Volumeneinheit abspielt, ist proportional zur Zahl N^- der negativen Träger in der Volumeneinheit. Durch die umgekehrte Überlegung findet man, daß dz ebenfalls proportional sein muß zur Konzentration der positiven Träger N^+ . Man erhält so für die Zahl der rekombinierenden Stöße

$$dz = \varrho N^+ N^- dt. \tag{308}$$

Wenn wir voraussetzen, daß die positiven und negativen Träger alle einfach geladen sind, so verschwinden bei jedem Rekombinationsprozeß gerade ein positiver und ein negativer Träger. Es wird also $dz = -dN^+ = -dN^-$, und das Rekombinationsgesetz lautet daher

$$-\frac{dN^+}{dt} = -\frac{dN^-}{dt} = \varrho N^+ N^-. \tag{309}$$

Die Proportionalitätskonstante ϱ heißt Rekombinationskoeffizient. Ihre Größe ist abhängig von der Art, der Temperatur und dem Druck des neutralen Gases und von der Art und Geschwindigkeit der rekombinierenden Träger. Insbesondere ist ϱ sehr stark davon abhängig, ob die negativen Partner Ionen oder freie Elektronen sind. Wie sich aus den weiter unter mitgeteilten Zahlen ergibt, ist eine Rekombination

mit einem freien Elektron außerordentlich viel unwahrscheinlicher als mit einem negativen Ion, und daher erfolgt die Rekombination zwischen Elektronen und positiven Ionen wohl häufig über eine vorangegangene Anlagerung eines Elektrons an ein neutrales Molekül (§ 45); erst dann findet eine Vereinigung dieses negativen Ions mit dem positiven statt. Wir bezeichnen diesen Vorgang als „stufenweise Rekombination“.

Die stufenweise Rekombination folgt den drei Differentialgleichungen: Die zeitliche Änderung der positiven Ionenkonzentration N^+ wird bedingt durch Rekombination mit negativen Ionen ($q = q_i$) und Elektronen ($q = q_e$):

$$\frac{dN^+}{dt} = -q_i N^+ N_i^- - q_e N^+ N_e^- \quad (310)$$

Die zeitliche Änderung der Elektronenkonzentration N_e^- wird verursacht

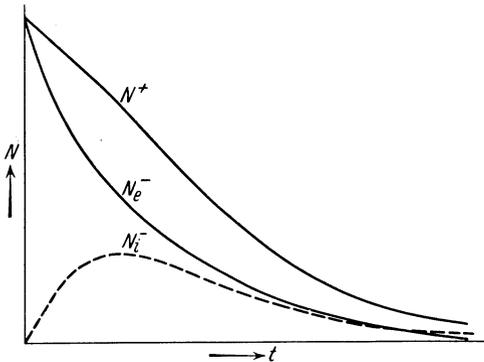


Abb. 114. Zeitlicher Verlauf der Einzelkonzentrationen bei stufenweiser Wiedervereinigung von positiven Ionen und Elektronen unter Bildung negativer Ionen

durch Anlagerung der Elektronen an neutrale Teilchen und Rekombination mit den positiven Ionen. Die Zahl der in der Zeiteinheit verschwindenden freien Elektronen ergibt sich nach den Überlegungen des § 45 als proportional zur Zahl der Elektronen N_e^-

$$N_e^- = -aN_e^- - q_e N^+ N_e^- \quad (311)$$

Die zeitliche Änderung der Konzentration N_i^- der negativen Ionen wächst an durch

Neubildung negativer Ionen infolge Anlagerung der Elektronen und nimmt ab durch Rekombination dieser Ionen mit positiven.

$$\frac{dN_i^-}{dt} = aN_e^- - q_i N^+ N_i^- \quad (312)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichungen ergibt einen zeitlichen Verlauf, wie er aus Abb. 114 hervorgeht. Dabei ist angenommen, daß zur Zeit $t = 0$ positive Ionen und Elektronen in gleicher Konzentration vorhanden waren, wogegen negative Ionen überhaupt fehlten. Das Ergebnis ist, daß die Elektronenkonzentration anfänglich besonders rasch abnimmt, weil Elektronen durch Rekombination und durch Anlagerung verschwinden; dabei entsteht eine negative Ionenkonzentration, die zunächst zunimmt, um schließlich durch Rekombination mit positiven Ionen wieder zu verschwinden. Nach genügend langer Zeit wird die Konzentration der negativen Ionen größer als die Elektronen.

Für den Fall reiner Rekombination ohne vorherige Anlagerung, für die die Rekombination der Gl. (309) folgt, läßt sich eine mittlere

Lebensdauer τ der Ionen definieren. Wir nehmen an, daß im Volumen ebensoviel positive wie negative Ionen vorhanden sind: $N^+ = N^- = N$. Die mittlere Lebensdauer τ ist abhängig von der Größe der momentanen Konzentration, sie ist also ein eindeutiger Wert nur dann, wenn die momentane Konzentration konstant gehalten wird. Man muß dann eine Neuerzeugung annehmen von der Größe $\frac{dN}{dt}$, die ebenso groß ist wie die durch Rekombination bewirkte Ionenvernichtung, d. h.

$$\frac{dN}{dt} = \rho N^2. \quad (313)$$

Die mittlere Lebensdauer ist dann diejenige Zeit, die diese Neuerzeugung braucht, um gerade die gesamte Konzentration N wieder neu zu liefern. τ ergibt sich dann aus

$$N = \frac{dN}{dt} \tau = \rho N^2 \tau \quad (314)$$

zu

$$\tau = \frac{1}{\rho N}. \quad (315)$$

Die mittlere Lebensdauer der Ionen, die durch Höhenstrahlung und radioaktive Umgebungsstrahlung in atmosphärischer Luft gebildet wird, und die eine stationäre Konzentration von der Größenordnung $N \sim 10^3$ erzeugen, wird mit einem Rekombinationskoeffizienten $\rho \sim 10^{-6}$ zu $\tau \sim 10^3$ sec. In Luft, die durch ein mittleres Röntgenrohr aus rd. 1 m Abstand bestrahlt wird, ergibt sich $\tau \sim 10^{-1}$ sec und in Entladungen wäre τ , wenn die Vernichtung nur durch Rekombination erfolgte, etwa von der Größenordnung 10^{-4} sec.

§ 72. Bestimmung des Rekombinationskoeffizienten aus den Elementarprozessen. 1. Rekombination positiver Ionen mit negativen Ionen. Die Rekombination kann dann erfolgen, wenn zwei Ladungsträger sich so nahe kommen, daß sie von ihren gegenseitigen Anziehungskräften aufeinander zu bewegt werden und sich vereinigen. Diese Vereinigung geschieht im allgemeinen nur dann, wenn die kinetische Energie der rekombinierenden Teilchen genügend klein ist. Nimmt man zunächst als Grenzfall sehr hohe Gasdichte an, so erleben die rekombinierenden Partner auf ihrem Weg zueinander fortgesetzt Zusammenstöße mit neutralen Molekülen, an die sie ihre kinetische Energie laufend abgeben, so daß sie beim schließlichen Zusammentreffen nur noch sehr kleine kinetische Energie mit sich führen. Wenn die Konzentration $N^+ = N^- = N$ angenommen wird, so ist das Volumen, das im Mittel je ein positives und ein negatives Teilchen enthält, von der Größe $1/N$ und der mittlere Abstand von der Größe $\sqrt[3]{1/N}$. Wenn zwei Teilchen diesen Abstand infolge ihrer Coulombschen Anziehungskräfte aufeinander zu durchlaufen sollen, so brauchen sie dafür eine endliche Zeit ϑ . Ist r ihr momentaner Abstand, so ist die Feldstärke, mit der

sich die Teilchen gegenseitig anziehen, gleich e/r^2 . Die Geschwindigkeit, mit der sich das positive auf das negative Teilchen zu bewegt, ist $b^+ \cdot e/r^2$, die des negativen Teilchens ist $b^- \cdot e/r^2$, ihre Relativgeschwindigkeit also

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{e}{r^2}(b^+ + b^-). \quad (316)$$

Die Zeit ϑ , die sie brauchen, um aus dem Abstand x aufeinanderzuzufiegen, erhält man dann durch Integration von Gl. (316).

$$\vartheta = \int_{r=x}^{r=0} dt = - \int_{r=x}^{r=0} \frac{1}{e(b^+ + b^-) r^2} dr = \frac{x^3}{3e(b^+ + b^-)}. \quad (317)$$

Da der anfängliche Abstand bei der Konzentration N von der Größenordnung $\sqrt[3]{1/N}$ war, ist die Zeit, die sie brauchen, um sich aus diesem Abstand zusammenzufinden von der Größenordnung

$$\vartheta = \frac{1}{3Ne(b^+ + b^-)}. \quad (318)$$

Wenn man annimmt, daß am Ende eines solchen Zusammenpralles die Rekombination auch tatsächlich erfolgt, so ist die Zeit ϑ gleich der mittleren Lebensdauer τ , die nach Gl. (315) aus dem Rekombinationskoeffizienten zu berechnen ist. Für $\vartheta = \tau$ erhält man dann als Rekombinationskoeffizient

$$\rho = 3e(b^+ + b^-). \quad (319)$$

Für einen anderen Wert des anfänglichen mittleren Abstandes (Radius einer Kugel mit einem für ein Ion im Mittel zur Verfügung stehenden Volumen $1/N$) erhält man für den Rekombinationskoeffizienten den rd. viermal größeren Wert

$$\rho = 4\pi e(b^+ + b^-) \quad (320)$$

Der nach (320) berechnete Wert des Rekombinationskoeffizienten liefert für hohe Gasdrucke ($p > 1000$ mm bei 0° C) sehr nahe die richtigen Zahlengrößen.

Für niedrigere Drucke ergibt diese Überlegung deswegen nicht den richtigen Rekombinationskoeffizienten, weil dann die Ionen die durch ihre gegenseitige Anziehung gewonnene kinetische Energie nicht mehr durch Zusammenstöße mit neutralen Molekülen verlieren und daher mit beträchtlicher kinetischer Energie aufeinanderzuzufiegen, die in vielen Fällen das Auftreten der Rekombination verhindert. Hier führt eine andere Überlegung zur Bestimmung der richtigen Größe. Bei Zusammenstößen von Ionen mit neutralen Gasmolekülen kann man jedenfalls annähernd annehmen, daß die Energie des Ions nach dem Zusammenstoß der mittleren Temperaturbewegung des neutralen Gases entspricht, d. h. gleich $3/2 \cdot kT_{gas}$ ist. Wenn ein Ion

zufällig in sehr großer Nähe eines entgegengesetzt geladenen Ions mit einem neutralen Gasmolekül zusammenstößt (Abb. 115), so verliert es hierbei die durch die gegenseitige Ionenanziehung erlangte kinetische Energie bis auf den genannten thermischen Wert. Wir nehmen an, daß Rekombination dann stattfindet, wenn dieser Betrag nicht mehr ausreicht, die beiden Ionen gegen ihre Anziehung wieder zu trennen. Der Energiebetrag, der notwendig ist, um zwei Ladungen der Größe e aus einem Abstand r wieder zu trennen, ist e^2/r . Immer dann, wenn $e^2/r > 3/2 kT$, können die Ionen einander nicht wieder verlassen, sie müssen sich daher rekombinieren. Der gegenseitige Abstand r der Ionen, in welchen die Ionen ihre kinetische Energie durch Zusammenstoß mit neutralen Molekülen bis auf den thermischen Wert verlieren, darf daher maximal sein

$$r_{\max} = \frac{2 e^2}{3 k T_{\text{gas}}}. \quad (321)$$

Erfolgt ein Zusammenstoß eines Ions mit einem neutralen Gasmolekül in einem Abstand $r < r_{\max}$ von einem zweiten, entgegengesetzt geladenen Ion, so müssen sich diese beide Ionen rekombinieren.

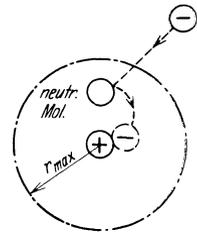


Abb. 115. Zur Ableitung der Wiedervereinigung negativer und positiver Ionen.

Denken wir uns um jedes positive Ion eine Kugel vom Radius $r = r_{\max}$ gelegt, so findet Rekombination dann statt, wenn ein negatives Ion in diese Kugelsphäre eintritt und in deren Innerem einen Zusammenstoß mit einem neutralen Gasmolekül erlebt („Dreierstoß“). Die Häufigkeit, mit der das negative Ion in diese Kugel um das positive Ion eindringt, ist ebenso groß, wie die Anzahl der Zusammenstöße zwischen zwei Molekülen, von denen das eine den Radius des negativen Ions, das andere den der Kugel hat, wenn man außerdem annimmt, daß die Bewegung der negativen und positiven Ionen völlig ungeordnet (thermisch) ist und nicht durch gegenseitige Anziehung der elektrischen Ladungen aufeinander zu gerichtet wird. Die Zahl Z der Zusammenstöße in der Zeit- und Volumeneinheit zwischen den Molekülen eines Gases 1 mit der Konzentration N_1 gegen Moleküle eines Gases 2 mit der Konzentration N_2 ist nach Anhang Gl. (368c) gegeben durch

$$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} 3 k T (r_1 + r_2)^2 \pi N_1 N_2, \quad (322)$$

worin m_1 und m_2 die Massen der Moleküle der Gase 1 und 2 bedeuten und r_1 und r_2 deren Radien, T die gemeinsame Gastemperatur. Die Zahl der Fälle, in denen ein negatives Ion in die um das positive Ion geschlagene Kugel mit dem Radius $r = r_{\max}$ eintritt, ist entsprechend

$$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{m^-} + \frac{1}{m^+}\right)} 3 k T_i r_{\max}^2 \pi N^+ N^-, \quad (323)$$

worin der Radius des negativen Ions vernachlässigt ist neben r_{\max} (T_i ... Iontemperatur für beide Polaritäten als gleich angenommen). Nicht jeder dieser Fälle führt indessen zur Rekombination, da hierzu außerdem noch notwendig ist, daß das negative Ion im Inneren der Kugel mit einem neutralen Gasmolekül zusammenstößt und seine Energie bis auf den thermischen Wert abgibt. Der mittlere Weg, den das negative Ion innerhalb der Kugel zurücklegt, ist etwa gleich r_{\max} (bei zentraler Durchquerung: $2r_{\max}$, bei streifendem Eintritt: 0). Wenn die freie Weglänge der negativen Ionen groß ist gegen r_{\max} , was bei niedrigen Dichten immer erfüllt ist, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das negative Ion einen Zusammenstoß mit dem neutralen Gasmolekül auf der Länge r_{\max} erlebt, gegeben durch r_{\max}/λ ; nur dieser Bruchteil der oben berechneten Zahl Z führt also zum Eindringen des negativen Ions in die um das positive Ion geschlagene Kugel *und* zur Energieabgabe des Ions an ein neutrales Teilchen; damit ist es den beiden Ionen unmöglich, sich wieder voneinander zu entfernen, sie rekombinieren sich also. Die Zahl der in der Zeit- und Volumeneinheit stattfindenden Rekombinationsprozesse ist

$$\frac{dz}{dt} = \frac{r_{\max} Z}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{1}{m^-} + \frac{1}{m^+}\right)} 3 k T_i \frac{r_{\max}^3}{\lambda} \pi N^+ N^-. \quad (324)$$

Aus Gl. (308) ergibt sich, daß diese Größe identisch ist mit $\varrho \cdot N^+ \cdot N^-$. Daraus folgt der Rekombinationskoeffizient zu

$$\varrho = \sqrt{\left(\frac{1}{m^-} + \frac{1}{m^+}\right)} 3 k T_i \frac{r_{\max}^3 \pi}{\lambda}, \quad (325)$$

oder nach Ersatz von r_{\max} aus Gl. (321)

$$\varrho = \frac{8 \pi \sqrt{3}}{27} \frac{e^6}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{m^-} + \frac{1}{m^+}} k^{-2,5} T_i^{\frac{1}{2}} T_{\text{gas}}^{-3}. \quad (326)$$

Nimmt man an, daß e gleich der Elementarladung e_0 ist und ersetzt man die Massen m^- und m^+ durch deren Molekulargewichte M^- und M^+ , so kann man die konstanten Faktoren zusammenfassen und erhält

$$\varrho = 7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{M^+} + \frac{1}{M^-}} T_i^{\frac{1}{2}} T_{\text{gas}}^{-3}. \quad (327)$$

Gl. (327) gibt für Gasdrucke unter 400 mm und für Temperaturen von Zimmertemperatur an aufwärts ungefähr richtige Werte. Der Unterschied in den Ableitungen der Gl. (320) und (327) besteht im wesentlichen darin, daß sich nach der ersten Auffassung die Ionen unter dem Einfluß ihrer gegenseitigen Anziehung, also infolge eines elektrischen Feldes aufeinander zu bewegen, während nach der zweiten Auffassung die Annäherung der Ionen durch die thermische Bewegung erfolgt, somit ein Diffusionsprozeß ist.

2. Rekombination positiver Ionen und Elektronen. Die bisherigen Überlegungen sind nicht anwendbar für den Fall, daß der

negative Partner bei der Rekombination ein freies Elektron ist. Ein solches kann nämlich bei *einem* Zusammenstoß mit einem neutralen Gasmolekül nicht auf thermische Geschwindigkeit abgebremst werden, wie wir es bei der Ableitung der Gl. (327) voraussetzen mußten. Im allgemeinen haben daher rekombinierende Elektronen gegenüber positiven Ionen viel höhere relative kinetische Energien und daher eine kleinere Rekombinationswahrscheinlichkeit.

Zur Bestimmung des Rekombinationskoeffizienten für Elektronen sind wir auf indirekte Schlußfolgerungen angewiesen. Eine solche Überlegung schließt an die Betrachtungen über die Thermoionisierung (§ 30, 31) an. Dabei werden ständig Ionen durch verschiedene Prozesse erzeugt. Da sich trotzdem eine stationäre Endkonzentration ergibt, muß die gleiche Zahl der Ionen durch Rekombination wieder verschwinden. Die Zahl der pro Zeit- und Volumeinheit $\frac{dN}{dt}$ neu gebildeten Ionenpaare ist wenigstens bei nicht zu hoher Temperatur gegeben durch Gl. (109). Die Gleichgewichtskonzentration N wurde bestimmt nach Gl. (90). Für den stationären Fall muß Gl. (313) gelten, aus der sich ϱ bestimmen läßt. Die Durchführung dieser Rechnung ergibt einen Rekombinationskoeffizienten ϱ , der mit $\frac{1}{\sqrt{T}}$ abnimmt.

Eine verfeinerte Betrachtung ergibt nicht die Wahrscheinlichkeit der Rekombination überhaupt, sondern die Wahrscheinlichkeit solcher Rekombinationsprozesse, bei denen das Elektron in einem beliebig höheren Zustand hängen bleibt und das gebildete neutrale Atom zunächst als angeregtes Atom bestehen läßt. Später erst fällt das Elektron in den Grundzustand zurück, und das neutrale Atom verliert seine Anregung. Auch aus der Intensität des Wiedervereinigungsleuchtens läßt sich die Größe des Rekombinationskoeffizienten ermitteln.

§ 73. Zahlenwerte der Rekombination und Abhängigkeit von Temperatur und Druck. 1. Rekombination von positiven und negativen Ionen. Das Zahlenmaterial, das über die Größe des Rekombinationskoeffizienten vorliegt, ist recht spärlich und hat überdies den großen Nachteil, daß sich die Zahlenwerte nicht ohne weiteres auf andere Drucke umrechnen lassen. Das komplizierte Verhalten des Rekombinationskoeffizienten ϱ_i als Funktion des Gasdruckes bei Zimmertemperatur zeigt Abb. 116 für Luft und CO_2 . Bei hohen Gasdrucken nimmt die Rekombination mit steigendem Druck ab, wie es die für hohe Drucke abgeleitete Gl. (320) fordert. Bei niedrigen Drucken dagegen steigt der Rekombinationskoeffizient mit wachsendem Druck proportional p , wie es die für niedrige Drucke abgeleitete Gl. (327) fordert ($\frac{1}{\lambda} \approx p!$). Auch die Zahlenwerte, die sich nach den beiden Gl. (320) und (327) ergeben, stimmen in den betreffenden Druckbereichen mit genügender Genauigkeit. Die strichliert eingezeichneten

Geraden ergeben den nach diesen Gleichungen berechneten Verlauf des Rekombinationskoeffizienten für Zimmertemperatur unter der Annahme von Temperaturgleichgewicht zwischen Ionen und neutralem Gas.

Der Verlauf des Rekombinationskoeffizienten mit dem Druck in anderen Gasen als Luft und CO_2 ist ähnlich. Wir geben als Festpunkt, durch den die Kurven annähernd bestimmt sind, den Rekombinationskoeffizienten für Zimmertemperatur und 760 mm Druck an. Die Zahlenwerte der Tabelle 29 gelten für Ionen mit einem Alter von größenordnungsmäßig 0,1 sec. Unmittelbar nach ihrer Bildung erscheint der Rekombinationskoeffizient vergrößert bis etwa auf

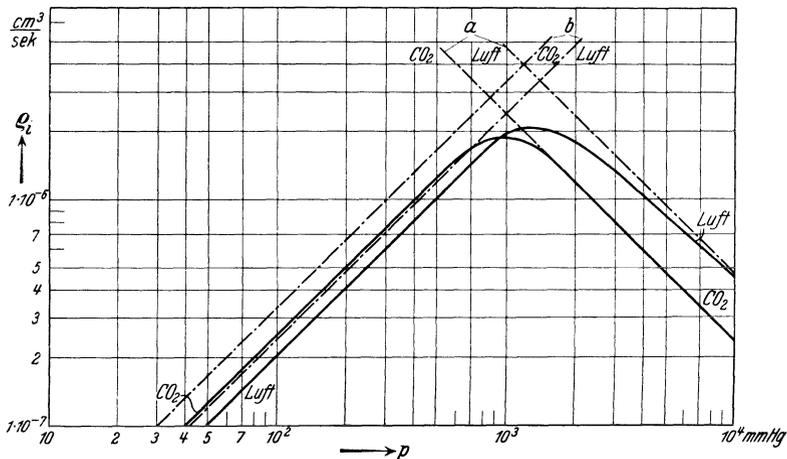


Abb. 116. Wiedervereinigungskoeffizient α_2 positiver und negativer Ionen in Abhängigkeit vom Gasdruck p für Luft und CO_2 (53). a berechnet nach Gl. (320), b berechnet nach Gl. (327).

das Dreifache der Werte nach Tabelle 29, was sich aus der Tatsache erklärt, daß die beiden soeben gebildeten Ionen knapp nach ihrer Trennung noch sehr nahe zusammenliegen können und sich daher anfänglich mit erhöhter Wahrscheinlichkeit wiederfinden (Initialrekombination). Ebenfalls erhöht scheint der Rekombinationskoeffizient dann, wenn die Ionen durch schwere Korpuskularstrahlen (Kanal-, α -Strahlen) erzeugt wurden. Die Konzentration der Ionen ist in diesem Fall längs jeder ionisierten Bahn viel größer, als dem auf das ganze Volumen umgerechneten Mittelwert der Konzentration entspricht, und darum ist die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens zweier Ionen größer, als sie bei gleichmäßiger Verteilung der gleichen Ionenanzahl über das ganze bestrahlte Gasvolumen wäre. Der Rekombinationskoeffizient ergibt sich hier jedoch richtig, wenn man mit den wirklichen Konzentrationen längs der einzelnen Korpuskularstrahlbahnen rechnet.

Tabelle 29. Rekombinationskoeffizient ρ_i von positiven und negativen Ionen in Gasen bei 0° C und 760 mm (1), Alter etwa 0,1 sec. (105)

Gas	ρ_i cm ⁻³ sec ⁻¹	Gas	ρ_i cm ⁻³ sec ⁻¹
H ₂	0,3—1,44 · 10 ⁻⁶	SO ₂	1,43 · 10 ⁻⁶
O ₂	1,51 · 10 ⁻⁶	N ₂ O	1,42 · 10 ⁻⁶
Luft	1,41 · 10 ⁻⁶	H ₂ O bei 100° C	~ 0,9 · 10 ⁻⁶
CO	0,85 · 10 ⁻⁶	N ₂	1,2 · 10 ⁻⁶
CO ₂	1,67 · 10 ⁻⁶	Ar	1,2 · 10 ⁻⁶

Die Größe des Rekombinationskoeffizienten ist im Bereich niedriger Drucke in sehr hohem Maß abhängig von der Temperatur der rekombinierenden Ionen und damit auch von einer etwaigen elektrischen Feldstärke in dem Raum, in dem die Rekombination stattfinden soll, da nach Gl. (260) eine elektrische Feldstärke die Trägertemperatur sehr weit über die Gastemperatur erhöhen kann.

2. Rekombination freier Elektronen mit positiven Ionen. Das hier vorliegende Zahlenmaterial ist noch weit weniger ausführlich, als das über die Rekombination von Ionen mit Ionen. Alle Angaben stimmen aber darin überein, daß die Elektronenrekombination um mindestens 4 Größenordnungen seltener ist. Beispielsweise ergibt sich für den Rekombinationskoeffizienten in Argon von 1 mm Druck bei einer Elektronentemperatur von rd. 3000° K. als rohe obere Grenze $\rho_e = 2 \cdot 10^{-10}$.

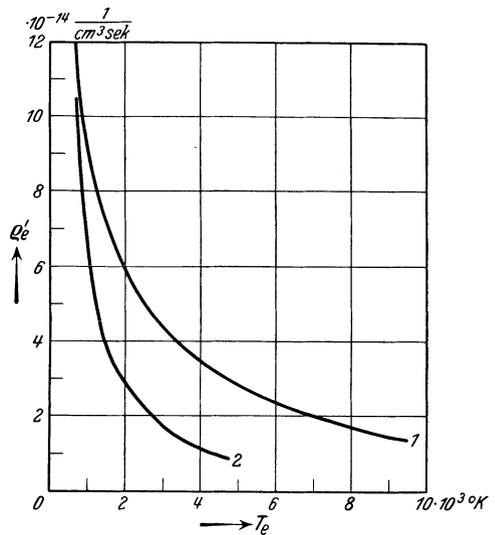


Abb. 117. Elektronenrekombination ρ'_e von Cs-Ionen in den 2 P-Zustand, berechnet aus dem Rekombinationsleuchten (Kurve 1) bzw. aus der Photoionisierung (Kurve 2) (54).

Unter den genannten Bedingungen führt höchstens jeder 400. gaskinetische Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem positiven Ion zur Rekombination. Nach § 72 soll der Elektronen-Rekombinationskoeffizient sehr stark abnehmen mit steigender Elektronentemperatur. Seine Abhängigkeit von der Elektronentemperatur in Cs-Dampf ist in Abb. 117 eingetragen. Sie ist aus optischen Messungen auf zwei verschiedenen Wegen errechnet und gilt nicht für die Gesamtwahrscheinlichkeit der Elektronenrekombination, sondern nur für den Eintritt in den 2P-Zustand von Cäsium. Für Elektronen von einer Temperatur von etwa 1500° K führt jeder 5000. gaskinetische Zusammenstoß mit einem positiven Cäsiumion zu einer solchen Rekombination, daß das eintretende Elektron zunächst im 2P-Zustand verweilt.

Anhang.

Einiges aus der kinetischen Theorie der Gase.

§ 74. Berechnung der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle. Gasmoleküle fliegen infolge ihrer thermischen Bewegung ungeordnet durch das ganze vom Gas erfüllte Volumen und erleben dabei fortgesetzt gegenseitige Zusammenstöße. Die dabei im Mittel zwischen zwei Zusammenstößen zurückgelegten Wege nennt man „freie Weglänge“; ihr Wert schwankt statistisch, weil er von der zufälligen gegenseitigen Lage der Moleküle abhängt. Die Bestimmung der mittleren freien Weglänge geschieht folgendermaßen: Durch ein Fenster A tritt ein Bündel von Gasmolekülen 1 , die wir als Kugeln vom Radius r_1 annehmen wollen, in einen Raum ein, der im Mittel N Moleküle vom

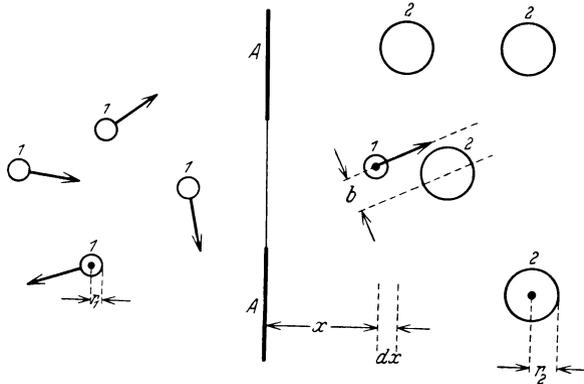


Abb. 118. Zur Berechnung der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle.

Radius r_2 im cm^3 enthält. Wir nehmen zunächst an, daß die Geschwindigkeit dieser Moleküle 2 klein ist gegen die der eingeschossenen 1 , so daß wir die Moleküle 2 vorläufig als ruhend ansehen können. Die Lagen der Moleküle 2 sind völlig ungeordnet. Ein Zusammenstoß zwischen einem Molekül 1 und einem Molekül 2 erfolgt immer dann, wenn der Mittelpunkt der Kugel 1 in einem Abstand $b \leq r_1 + r_2$ an dem Mittelpunkt einer Kugel 2 vorbeizieht (Abb. 118). Wir können uns daher um jedes Molekül 2 eine senkrecht zur Schußrichtung der Moleküle 1 stehende Kreisscheibe vom Radius $r_1 + r_2$ gelegt denken und nehmen einen Zusammenstoß als erfolgt an, wenn der Mittelpunkt eines Moleküls 1 eine solche Scheibe trifft. Wenn das Fenster A die Fläche f freigibt, so sind in einer Schicht der Dicke dx hinter dem Fenster insgesamt $f \cdot N \cdot dx$ Moleküle der Gasart 2 enthalten, und die Fläche, welche die um diese Moleküle gelegten Scheiben insgesamt den Molekülen 1 entgegenstellen, ist $(r_1 + r_2)^2 \cdot \pi \cdot f \cdot N \cdot dx$. Da dx im Grenzfall unendlich klein angenommen ist, kann man davon

absehen, daß mehrere Einzelscheiben sich gegenseitig überdecken. Insgesamt ist dann auf der Länge dx der Bruchteil $(r_1 + r_2)^2 \cdot \pi \cdot N \cdot dx$ des gesamten Fensterquerschnitts von Einzelscheiben erfüllt; der gleiche Bruchteil von Molekülen 1 wird also auf der Länge dx einen Zusammenstoß mit einem Molekül 2 erleben. Sei $n(x)$ die Zahl derjenigen Moleküle 1 , die an der Stelle x hinter dem Fenster je Flächeneinheit noch keinen Zusammenstoß mit den Molekülen 2 erlebt haben, so gilt

$$dn = -n(x) \cdot \pi (r_1 + r_2)^2 \cdot N \cdot dx. \quad (328)$$

Man erhält hieraus durch Integration für die Zahl n der im Abstand x noch nicht zusammengestoßenen Moleküle, wenn n_0 die Zahl der eintretenden Moleküle pro Flächeneinheit ist

$$n(x) = n_0 e^{-(r_1 + r_2)^2 \pi N x} = n_0 e^{-\frac{x}{\lambda'}}, \quad (329)$$

worin

$$\lambda' = \frac{1}{(r_1 + r_2)^2 \pi N} \quad (330)$$

diejenige Länge bedeutet, die die Moleküle 1 im Mittel frei durch den Gasraum fliegen. λ' ist mittlere freie Weglänge für ein Teilchen gegenüber ruhenden Gasmolekülen. Das Reziproke der freien Weglänge

$$\frac{1}{\lambda'} = Q = (r_1 + r_2)^2 \pi N \quad (331)$$

ist die Summe der Flächen aller Einzelscheiben der Moleküle eines cm^3 ; diese Größe wird „Wirkungsquerschnitt“ genannt. Da die Gasmoleküle in Wirklichkeit nicht einfach als Kugeln mit einem definierten Radius angegeben werden können, vielmehr begrenzt sind durch die nach außen stark abfallenden Kraftfelder ihrer Ladungen, ist ihr Radius im allgemeinen abhängig von der Art der zusammenprallenden Partner und kann sich überdies ändern mit deren Relativgeschwindigkeit. Dadurch ist die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes $\frac{1}{\lambda'}$ gegenüber eingeschossenen Elektronen nach Abb. 79 bis 88 zu erklären.

Wenn v_1 die Geschwindigkeit ist, mit der die Moleküle 1 durch das Fenster A hindurchtreten, so stoßen sie im Mittel nach einer Zeit $\tau = \frac{\lambda'}{v_1}$ mit den Molekülen 2 zusammen, wenn diese wie bisher angenommen, gegenüber den Molekülen 1 ruhen ($v_2 \ll v_1$). Wenn dagegen auch die Moleküle 2 sich mit gleicher Geschwindigkeit wie die Moleküle 1 bewegen, so wird diese Zeit kürzer, weil den Molekülen 1 zum Teil die Moleküle 2 zum Zusammenstoß entgegeneilen. Zwar tritt auch das Umgekehrte ein, daß Moleküle 2 vor den Molekülen 1 davon-eilen, und dadurch eine längere Freiflugdauer erscheint, doch überwiegt bei völlig ungeordneter Bewegung der Moleküle 2 der erst-

genannte Einfluß. Man kann annehmen, daß die mittlere Flugzeit diejenige ist, die sich einstellt, wenn die Moleküle z im Mittel senkrecht zur Bahn der Moleküle x liegen. Dann ist ihre Relativgeschwindigkeit $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ oder für $v_1 = v_2$ gleich $v_1 \cdot \sqrt{2}$. Mit dieser Relativgeschwindigkeit wird eine Freiflugdauer statt $\frac{\lambda'}{v_1}$ nunmehr $\frac{\lambda'}{\sqrt{2} v_1}$ und die von den Molekülen x im Mittel zurückgelegte Strecke ist jetzt nicht mehr λ' , sondern nur $\frac{\lambda'}{\sqrt{2}}$. Dies ist die mittlere freie Weglänge für die mit vergleichbaren Geschwindigkeiten fliegenden Teilchen, wie sie z. B. auftritt für die Gasmoleküle eines Gases unter sich. Für diesen Fall wird $r_1 = r_2 = r$ und

$$\lambda_g = \frac{1}{4 \sqrt{2} r^2 \pi N}. \quad (332)$$

Ein Elektron dagegen oder ein rasch fliegender Atomkern (Proton oder α -Teilchen) haben gegenüber Gasmolekülen praktisch keine Ausdehnung ($r_1 = 0$) und fliegen mit Geschwindigkeiten, die groß sind gegen die thermische Geschwindigkeit der Moleküle des durchflogenen Gases. Die freie Weglänge für diesen Fall ergibt sich dann nach Gl. (330) mit $r_1 = 0$ und $r_2 = r$

$$\lambda_e = \frac{1}{r^2 \pi N} = 4 \sqrt{2} \lambda_g. \quad (333)$$

Entsprechend ergibt sich für rasch fliegende Ionen mit einem Radius, der etwa gleich dem der Gasmoleküle ist ($r_1 = r_2 = r$), nach Gl. (330)

$$\lambda_i = \sqrt{2} \lambda_g. \quad (334)$$

Die mittlere freie Weglänge λ ergibt sich proportional $\frac{1}{N}$, also umgekehrt proportional zur Gasdichte. Die Molekülradien angeregter Moleküle sind im allgemeinen größer wie die der Moleküle im Grundzustand.

§ 75. **Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung.** In einem Gasvolumen, das sich überall auf konstantem Druck und konstanter Temperatur befindet und in dem irgendwelche Gasströmungen nicht auftreten, haben die einzelnen Moleküle momentane Geschwindigkeiten sehr verschiedener Größe, welche sich durch Zusammenstöße der Gasmoleküle in jedem Einzelfall fortgesetzt ändern. Die einzige Aussage, die sich zunächst über diese Geschwindigkeiten machen läßt, lautet, daß die Geschwindigkeiten völlig ungeordnet im Raum gerichtet sind, d. h. daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten irgendeiner Momentangeschwindigkeit v eines Moleküls unabhängig ist von der Richtung dieser Geschwindigkeit. Aus dieser Voraussetzung allein läßt sich bereits ein Gesetz ableiten über die Verteilung der Geschwindigkeitsgrößen im statistischen Gleichgewicht. Der Bruchteil aller Moleküle, dessen

x -Komponente der Geschwindigkeit in einem beliebigen Augenblick zwischen v_x und $v_x + dv_x$ liegt, sei $f(v_x) \cdot dv_x$. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Geschwindigkeit v_x ist dann $f(v_x)$. Da die x -Richtung in einem Gasvolumen in keiner Weise bevorzugt ist, muß entsprechend der Bruchteil der Moleküle mit einer y -Komponente von v_y bis $v_y + dv_y$ bzw. eine z -Komponente von v_z bis $v_z + dv_z$ gegeben sein durch die gleiche Funktion $f(v_y) \cdot dv_y$ bzw. $f(v_z) \cdot dv_z$. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer y -Komponente v_y bzw. einer z -Komponente v_z ist dann $f(v_y)$ oder $f(v_z)$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Molekül in irgendeinem Augenblick die drei Geschwindigkeitskomponenten v_x, v_y, v_z hat, ist daher $f(v_x) \cdot f(v_y) \cdot f(v_z)$. Da nun die Größe irgendeiner Geschwindigkeit nicht von der Richtung der Geschwindigkeit abhängt, sondern nur von der Größe der Geschwindigkeit selbst, darf die Wahrscheinlichkeit $f(v_x) \cdot f(v_y) \cdot f(v_z)$ nur abhängen von der tatsächlichen Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad \text{d. h.}$$

$$f(v_x) f(v_y) f(v_z) = \Psi(\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}) = \Phi(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (335)$$

Gl. (335) wird erfüllt durch

$$f(v_x) = A \cdot e^{B v_x^2}, \quad (336)$$

und zwar ist diese Lösung die einzige. Allerdings bleiben wir den Beweis für diese Behauptung hier schuldig. Die Größe B kann zunächst positiv oder negativ sein, die Größe A muß positiv sein, da negative Wahrscheinlichkeiten sinnlos sind.

Denken wir uns in irgendeinem Augenblick die momentanen Bahngeschwindigkeiten aller N Moleküle des betrachteten Gasvolumens nach

Größe und Richtung durch Vektoren dargestellt und tragen wir diese Vektoren alle vom Nullpunkt eines Koordinatensystems an ab, so ergibt sich ein rotationssymmetrisches igelartiges Gebilde. Wir legen an beliebiger Stelle dieses Koordinatensystems ein Volumenelement der Größe dv_x, dv_y, dv_z an, dessen Abstand vom Nullpunkt gleich ist $\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = v$ (Abb. 119). Dann enden in diesem Volumenelement diejenigen Vektoren, deren x -Komponenten zwischen v_x und $v_x + dv_x$, deren y -Komponenten zwischen v_y und $v_y + dv_y$ und deren z -Komponenten zwischen v_z und $v_z + dv_z$ liegen. Die Anzahl dieser Vektoren ist nach Gl. (335) gegeben durch

$$N f(v_x) dv_x \cdot f(v_y) dv_y \cdot f(v_z) dv_z = A^3 N \cdot e^{B v^2} \cdot dv_x dv_y dv_z. \quad (337)$$

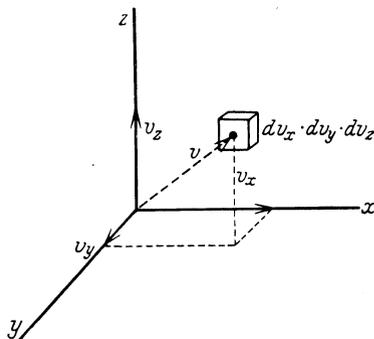


Abb. 119. Zur Ableitung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung.

In der Volumeneinheit in dem Abstand v vom Mittelpunkt enden also $g(v) = A^3 N \cdot e^{Bv^2}$ Vektoren. Wenn wir die Gesamtzahl derjenigen Moleküle bestimmen wollen, deren Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ liegt, müssen wir diejenigen Vektoren zusammenzählen, die im Abstand v bis $v + dv$ vom Mittelpunkt an enden, d. h. innerhalb einer Kugelschale vom Radius v und der Dicke dv liegen. Das Volumen dieser Kugelschale ist $4\pi v^2 dv$, die Zahl der in diesem Volumen endenden Vektoren ist also $4\pi v^2 g(v) dv$. Bezeichnen wir die Anzahl dieser Vektoren mit dN , so ist die Anzahl der Moleküle mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$

$$dN = 4\pi A^3 N v^2 e^{Bv^2} dv. \quad (338)$$

Die Bestimmung der Konstanten A und B geschieht aus der Überlegung, daß dN über alle Geschwindigkeiten summiert gleich der Gesamtzahl N der Moleküle sein muß

$$\int_{v=0}^{v=\infty} dN = N. \quad (339)$$

Somit folgt aus Gl. (338)

$$N = 4\pi A^3 \cdot N \int_0^{\infty} v^2 e^{Bv^2} dv. \quad (340)$$

Das Integral ergibt nur dann einen endlichen Wert, wenn B eine negative Zahl ist, wovon man sich durch Aufzeichnen der Funktion $v^2 \cdot e^{B \cdot v^2}$ sofort überzeugt. Da die Dimension des Exponenten eine reine Zahl sein muß, muß B die Dimension $\frac{1}{(\text{Geschwindigkeit})^2}$ haben. Wir setzen daher

$$B = -\frac{1}{w^2}, \quad (341)$$

wobei w eine für die Moleküle eines Gases konstante Größe ist, die allerdings abhängen kann von dem Zustand des Gases. Die Integration der Gl. (340) ergibt dann

$$1 = 4\pi A^3 \int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv = 4\pi A^3 \frac{w^3 \sqrt{\pi}}{4}. \quad (342)$$

Daraus findet man die Konstante

$$A^3 = \frac{1}{\pi \sqrt{\pi} w^3}; \quad A = \frac{1}{\sqrt{\pi} w}. \quad (343)$$

Durch Einsetzen dieses Wertes von A in Gl. (336) erhält man für die Geschwindigkeitsverteilung einer Komponente

$$f(v_x) dv_x = \frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot w} e^{-\frac{v_x^2}{w^2}} dv_x. \quad (343a)$$

Für die Geschwindigkeitsverteilung aller Komponenten erhält man entsprechend aus Gl. (338):

$$dN = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \frac{v^2}{w^3} e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv. \quad (344)$$

Diese Gleichung heißt Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung; sie gibt die Anzahl der Moleküle an mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$, bei bekanntem Zustand des Gases, d. h. bei bekanntem w und N .

Die in Gl. (344) angegebene Verteilungsfunktion ist in Abb. 120 dargestellt. Als Abszisse ist dabei die Geschwindigkeit v aufgetragen, wobei als Einheit der Geschwindigkeit die Größe w gewählt wurde. Als Ordinate ist die Größe $\frac{w}{N} \cdot \frac{dN}{dv}$ gewählt, so daß die Zahl der Moleküle dN mit einer Geschwindigkeit

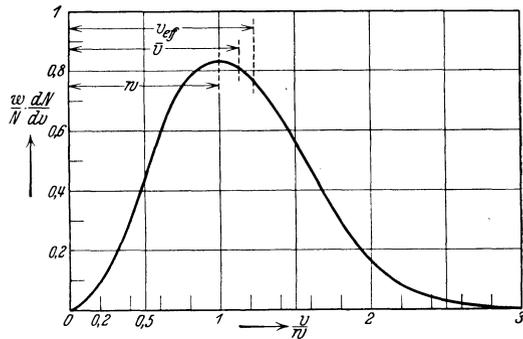


Abb. 120. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung.

zwischen v und $v + dv$ sich aus der Ordinate durch Multiplikation mit $N \cdot dv$ ergibt. Die beschriebene Funktion besitzt ein Maximum bei $v = w$. w ist also die Geschwindigkeit, die am häufigsten auftritt und heißt daher wahrscheinliche Geschwindigkeit der Maxwell-Verteilung. Eine Geschwindigkeit, die beispielsweise doppelt so groß wie die wahrscheinliche ist, tritt danach nur etwa 0,2 mal so häufig auf wie die wahrscheinliche Geschwindigkeit. Die Größe der wahrscheinlichen Geschwindigkeit w ist abhängig von der Art der Gasmoleküle und von der Temperatur des Gases.

Ein abgeschlossenes Volumen, das mit einem Mol eines Gases der Temperatur T erfüllt ist, enthält eine Gesamtenergie E , die gleich ist spezifische Molwärme \times absolute Temperatur. Die spezifische Molwärme für konstant gehaltenes Volumen ist bei idealen Gasen $c_v = \frac{3}{2} R$, wobei R die Proportionalitätskonstante der Zustandsgleichung

$$p \cdot V = R \cdot T$$

ist. Der Energieinhalt des Gasvolumens ist also

$$E = \frac{3}{2} R \cdot T. \quad (345)$$

Andererseits ist der Energieinhalt des Gases gleich der Summe der kinetischen Energien aller Moleküle, die wir aus der nun bekannten Geschwindigkeitsverteilung als Funktion der wahrscheinlichen Geschwin-

digkeit w und der Masse eines Moleküls m errechnen können. Die Anzahl N der beteiligten Moleküle ist in diesem Fall gleich der Loschmidt-Zahl L , da wir voraussetzungsgemäß 1 Mol eines Gases betrachten. Man erhält so als Gesamtenergie

$$E = \frac{m}{2} \int_{v=0}^{v=\infty} v^2 dN = \frac{2 m L}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{w^3} \int_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv \quad (345a)$$

oder

$$E = \frac{2 m L}{\sqrt{\pi} w^3} \cdot w^5 \cdot \frac{3 \sqrt{\pi}}{8} = \frac{3}{4} m L w^2. \quad (346)$$

Durch Gleichsetzen der Ausdrücke nach Gl. (345) und Gl. (346) ergibt sich somit für w

$$\frac{m}{2} L w^2 = R T \quad (347)$$

oder

$$w^2 = \frac{R}{L} \frac{2}{m} T_x = k \frac{2}{m} T. \quad (348)$$

Der Quotient der beiden Konstanten R und L ist bekannt als Boltzmann-Konstante k ($k = 1,36 \cdot 10^{-16}$ Erg/Grad). Ersetzt man die Masse m durch das Molekulargewicht M und die Masse eines H-Atoms m_{H_1} , so erhält man

$$w = \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{H}_1}}} \sqrt{\frac{T}{M}} = 1,29 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{T}{M}}. \quad (349)$$

Die Stickstoffmoleküle ($M = 2 \cdot 14 = 28$) der Luft haben bei Zimmertemperatur $T = 300^\circ \text{K}$, danach eine wahrscheinliche Geschwindigkeit von

$$w = 1,29 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{300}{28}} = 420 \text{ m/sec.}$$

In der Maxwell'schen Verteilungsgleichung (344) tritt als Exponent der Ausdruck $\frac{v^2}{w^2}$ auf. Dieser ergibt sich durch Ersatz von w aus Gl. (348) zu

$$\frac{v^2}{w^2} = \frac{v^2 m}{2 k T} = \frac{\frac{m}{2} v^2}{k T} = \frac{K}{k T}, \quad (350)$$

ist also das Verhältnis der kinetischen Energie der jeweils betrachteten Geschwindigkeit zu $k \cdot T$. Die Maxwell'sche Verteilung lautet mit Ersatz des w

$$\begin{aligned} dN &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \frac{m \sqrt{m} v^2}{2 k T \sqrt{2 k T}} e^{-\frac{\frac{m}{2} v^2}{k T}} \\ &= 1,1 \cdot 10^{-12} N M^{\frac{3}{2}} v^2 T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-6 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{M v^2}{T}} dv. \end{aligned} \quad (351)$$

Die Zahl der Luftmoleküle im cm^3 mit einer Geschwindigkeit zwischen 400 und 401 m/sec ergibt sich dann bei Zimmertemperatur ($T = 300^\circ \text{K}$) aus den Zahlen $M = 28$, $v = 4 \cdot 10^4$ cm/sec, $dv = 1 \cdot 10^2$ cm/sec und $N = 2,7 \cdot 10^{19}$ Moleküle/ cm^3 . Daraus folgt

$$dN = 1,1 \cdot 10^{-12} \cdot 2,7 \cdot 10^{19} \cdot 1,48 \cdot 10^2 \cdot 1,6 \cdot 10^9 \cdot 1,92 \cdot 10^{-4} \\ \times e^{-1,34} \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^{16} \text{ Moleküle/cm}^3.$$

Die mittlere kinetische Energie eines Moleküls ergibt sich nach Gl. (346) zu

$$\frac{E}{L} = \frac{3}{4} m w^2 \quad (352)$$

oder mit w aus Gl. (345) zu

$$\frac{E}{L} = \frac{3}{2} k T. \quad (353)$$

Die Effektivgeschwindigkeit, das ist die Geschwindigkeit, deren zugehörige kinetische Energie gleich $\frac{3}{2} k T$ ist, folgt dann aus

$$\frac{m}{2} v_{\text{eff}}^2 = \frac{3}{2} k T \quad (354)$$

zu

$$v_{\text{eff}} = w \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,58 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{T}{M}}. \quad (355)$$

Schließlich ist der lineare Mittelwert aller Geschwindigkeiten

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int_{v=0}^{v=\infty} v dN = \frac{2}{\sqrt{\pi}} w = 1,45 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{T}{M}}. \quad (356)$$

§ 76. Zahl der Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen untereinander.
 a) Zahl der Zusammenstöße mit einer Relativgeschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ in Volumen- und Zeiteinheit. Sämtliche in diesem Paragraph berechnete Geschwindigkeiten sind absolute, d. h. sie sind bezogen auf den Schwerpunkt des Gases, und nicht Relativgeschwindigkeiten von Gasmolekülen untereinander. Bei der Berechnung der Stoßzahlen ist zu berücksichtigen, daß der Weg eines einzelnen Gasmoleküls nicht gleich der mittleren freien Weglänge λ' ist, sondern dadurch verkürzt wird, daß die Gasmoleküle sich teilweise entgegenlaufen. Wir rechnen wie in § 74 damit, daß die beiden aufeinandertreffenden Moleküle im Mittel aufeinander senkrecht stehende Absolutgeschwindigkeit haben. Für diesen Fall ergäbe sich bei gleicher Geschwindigkeit der beiden Partner eine freie Weglänge $\lambda_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda'$, wobei als λ' die freie Weglänge eines Gasmoleküls gilt, wenn dieses sich mit sehr großer Geschwindigkeit gegenüber den

übrigen Molekülen bewegte. Trifft dies nicht zu, sind also die Geschwindigkeiten der beiden Teilchen v_1 und v_2 vergleichsweise groß, so erhält man durch analoge Überlegungen für das Teilchen und der Geschwindigkeit v_1 eine freie Weglänge der Größe

$$\lambda = \lambda' \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}. \quad (357)$$

Die in der Volumeneinheit vorhandenen Teilchen $dN_{v_1} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \frac{v_1^2}{w^3} e^{-\frac{v_1^2}{w^2}} dv_1$ mit einer Geschwindigkeit zwischen v_1 und $v_1 + dv_1$ stoßen jeweils nach Durchlaufen der Strecke λ mit einem anderen Gasmolekül zusammen. Jedes Molekül führt also in der Zeiteinheit $\frac{v_1}{\lambda}$ Zusammenstöße aus. Die Zahl der Zusammenstöße dieser Teilchen ist daher pro Volumen- und Zeiteinheit

$$dZ = \frac{v_1}{\lambda} dN_{v_1} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\lambda} \frac{v_1^3}{w^3} e^{-\frac{v_1^2}{w^2}} dv_1. \quad (358)$$

Damit der Zusammenstoß mit einer Relativgeschwindigkeit v erfolgt, dürfen wir nur die Zusammenstöße zählen, bei denen das getroffene Molekül eine Geschwindigkeit hat von einer Größe v_2 , wobei gilt

$$v_1^2 + v_2^2 = v^2. \quad (359)$$

Nur der Bruchteil $\frac{dN_{v_2}}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v_2^2}{w^3} e^{-\frac{v_2^2}{w^2}} dv_2$ aller Moleküle hat eine Geschwindigkeit zwischen v_2 und $v_2 + dv_2$. Nur dieser Bruchteil der Zusammenstöße erfolgt also mit der geforderten Relativgeschwindigkeit v . Die Zahl der Zusammenstöße pro Volumen- und Zeiteinheit zwischen Molekülen der Geschwindigkeit v_1 bis $v_1 + dv_1$ bzw. v_2 bis $v_2 + dv_2$ ergibt sich danach zu

$$d^2Z = dZ \frac{dN_{v_2}}{N} = \frac{16N}{\pi \lambda} \frac{v_1^3 v_2^2}{w^6} e^{-\left(\frac{v_1^2 + v_2^2}{w^2}\right)} dv_1 \cdot dv_2. \quad (360)$$

Ersetzen wir nun λ nach Gl. (357) durch λ' unter Berücksichtigung der Gl. (359), so erhalten wir

$$d^2Z = \frac{16N}{\pi \lambda'} \frac{v_1^2 v_2^2}{w^6} v e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv_1 \cdot dv_2. \quad (361)$$

Die Differentiale dv_1 und dv_2 sind voneinander völlig unabhängig zu wählen. Wir können daher das Differential dv_2 ersetzen durch das Differential der Relativgeschwindigkeit dv , indem wir die Gl. (359) für konstant gehaltenes v_1 differenzieren; man erhält auf diese Weise

$$dv_2 = \frac{v}{v_2} dv. \quad (362)$$

In Gl. (361) kann man dv_2 aus Gl. (362) ersetzen und v_2 durch $\sqrt{v^2 - v_1^2}$ ausdrücken; sodann ergibt sich

$$d^2Z = \frac{16 N v^2}{\pi \lambda' w^6} e^{-\frac{v^2}{w^2}} v_1^2 \sqrt{v^2 - v_1^2} dv, \quad (363)$$

Die Gesamtzahl der Stöße pro Zeit- und Volumeneinheit zwischen Gasmolekülen mit der Relativgeschwindigkeit v bis $v + dv$ erhält man aus Gl. (363) durch Integration über alle v_1 zwischen $v_1 = 0$ und $v_1 = v$; für $v_1 > v$ ist nämlich eine Relativgeschwindigkeit gleich v nach Gl. (359) nicht mehr möglich. Bei gleichzeitigem Ersatz von λ' durch $\lambda_g \sqrt{2}$ [s. § 74] erhält man

$$dZ = \frac{N}{\sqrt{2} \lambda_g} \left(\frac{v}{w}\right)^6 e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} dv. \quad (364)$$

Beispielsweise findet man die Gesamtzahl der Stöße mit einer Relativgeschwindigkeit zwischen 400 und 401 m/sec, die in einem cm^3 Luft von Atmosphärendruck bei Zimmertemperatur ($T = 300^\circ \text{K}$) in einer Sekunde auftreten zu

$$dZ = \frac{3 \cdot 10^{19}}{\sqrt{2} \cdot 6,6 \cdot 10^{-6}} \left[\frac{4}{4,2}\right]^6 \cdot e^{-\left(\frac{4}{4,2}\right)^2} \cdot 10^2 = 1 \cdot 10^{26}.$$

Die Zahl der Zusammenstöße pro Zeit- und Volumeneinheit innerhalb eines endlichen Geschwindigkeitsintervalles von v_1 bis v_2 ergibt sich durch abermalige Integration zu

$$|Z|_{v_1}^{v_2} = \frac{N w}{\sqrt{2} \lambda_g} \left[\frac{15}{8} \int_{x=\frac{v_1}{w}}^{x=\frac{v_2}{w}} e^{-x^2} dx - \left| e^{-x^2} \left(\frac{15}{8} x + \frac{5}{4} x^3 + \frac{1}{2} x^5 \right) \right|_{x=\frac{v_1}{w}}^{x=\frac{v_2}{w}} \right]. \quad (365)$$

Die Gesamtzahl aller Zusammenstöße überhaupt von $v = 0$ bis $v = \infty$ ergibt sich daraus zu

$$Z = \frac{15 \sqrt{\pi}}{16 \sqrt{2}} \frac{N w}{\lambda_g} \quad (366)$$

oder nach Ersatz von w durch die lineare mittlere Geschwindigkeit \bar{v}

$$Z = \frac{15 \pi}{32 \sqrt{2}} \frac{N \bar{v}}{\lambda_g} = 1,04 \frac{N \bar{v}}{\lambda_g}. \quad (367)$$

Diese Gesamtstoßzahl, welche von allen Gasmolekülen eines cm^3 in einer Sekunde ausgeführt wird, läßt sich übrigens mit genügender Genauigkeit ebenfalls durch folgende einfache Überlegung ermitteln: Jedes der N Gasmoleküle in der Volumeneinheit bewegt sich mit der mittleren linearen Geschwindigkeit \bar{v} und stößt nach einem Weg λ_g mit einem anderen Gasmolekül zusammen, in der Zeiteinheit also

$\frac{\bar{v}}{\lambda_p}$ mal; die Gesamtzahl der Stöße ist N mal so groß, d. h. gleich $\frac{N \cdot \bar{v}}{\lambda_p}$, also sehr nahe dem oben gefundenen Wert.

Für Luft von atmosphärischer Dichte und Zimmertemperatur erhält man beispielsweise für die Zahl der in Volumen- und Zeiteinheit überhaupt ausgeführten Zusammenstöße zwischen den Gasmolekülen

$$Z = 1,04 \frac{3 \cdot 10^{19} \cdot 4,2 \cdot 10^4 \cdot 2}{6,6 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{\pi}} = 2,3 \cdot 10^{29}.$$

Die Gesamtzahl der Zusammenstöße, die die Moleküle in der Volumeneinheit und Zeiteinheit ausführen, deren Relativgeschwindigkeit gleich oder größer als v ist, erhält man aus Gl. (365), indem für die Grenzen die Werte $v_1 = v$ und $v_2 = \infty$ gewählt werden:

$$|Z|_v^\infty = \frac{Nw}{\sqrt{2} \lambda_p} \left[\frac{15}{8} \int_{x=\frac{v}{w}}^{x=\infty} e^{-x^2} dx + e^{-x^2} \left(\frac{15}{8} x + \frac{5}{4} x^3 + \frac{1}{2} x^5 \right) \right]. \quad (368)$$

Beispielsweise erhält man für Luft von atmosphärischer Dichte und Zimmertemperatur für die Zahl der Zusammenstöße je cm^3 und sec, die mit einer Relativgeschwindigkeit gleich oder größer als die wahrscheinliche Geschwindigkeit $w = 4,2 \cdot 10^4$ cm/sec ist mit Benutzung von Abb. 122

$$|Z|_w^\infty = \frac{3 \cdot 10^{19} \cdot 4,2 \cdot 10^4}{\sqrt{2} \cdot 6,6 \cdot 10^{-6}} \left[\frac{15}{8} \cdot 0,14 + \frac{1}{2,72} \frac{29}{8} \right] = 2,15 \cdot 10^{29}.$$

Ist in einem Gas 1 ein Fremdmolekül einer Gasart 2, das am Temperaturgleichgewicht teilnimmt, vorhanden, so ist die Zahl der Zusammenstöße, die das Molekül 2 mit den Molekülen 1 in der Zeiteinheit erlebt, gleich Relativgeschwindigkeit : freie Weglänge λ' . Die mittlere Relativgeschwindigkeit v_r ist wieder bei Annahme von im Mittel senkrecht zueinander stehenden Absolutgeschwindigkeiten $v_r = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ oder nach Ersatz von $\overline{v_1^2}$ und $\overline{v_2^2}$ aus Gl. (354)

$$v_r = \sqrt{3 k T \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \quad (368a)$$

Die Gesamtzahl der Stöße eines Gasmoleküls wird dann mit λ' aus Gl. (330)

$$z = \pi (r_1 + r_2)^2 N_1 \sqrt{3 k T \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \quad (368b)$$

Sind in der Volumeneinheit N_2 Moleküle der Gasart 2 vorhanden, so ist die Gesamtzahl der Stöße zwischen Molekülen 1 und 2 pro Volumen- und Zeiteinheit N_2 mal größer:

$$Z = \pi (r_1 + r_2)^2 N_1 N_2 \sqrt{3 k T \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \quad (368c)$$

§ 77. Anzahl der Stöße von Gasmolekülen gegen Grenzflächen. Gesucht ist die Zahl der Stöße von Gasmolekülen auf 1 cm^2 einer Grenzfläche in der Zeiteinheit unter Voraussetzung einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung. Wir betrachten ein Stück einer Grenzfläche, die wir als eben annehmen wollen, und die in der y - z -Ebene liegen soll. Dann ist für die Bewegung der Moleküle auf die Grenzfläche zu lediglich die x -Komponente der Geschwindigkeit auf diese Fläche zu in Betracht zu ziehen. Diejenigen Moleküle, die einen Abstand von der Grenzfläche haben, der kleiner oder gleich $v_x \cdot t$ ist, kommen innerhalb der Zeitdauer t auf die Grenzfläche geflogen; in der Zeiteinheit treffen also all diejenigen Moleküle auf die Grenzfläche, die sich innerhalb eines Abstandes $\leq v_x$ befinden, das sind pro Flächeneinheit der Grenzfläche diejenigen Moleküle mit einer Geschwindigkeit v_x bis $v_x + dv_x$ in einem Volumen der Größe $1 \cdot v_x$. Die Zahl dn dieser Stöße pro Zeit- und Flächeneinheit ergibt sich nach Gl. (343a) zu

$$dn = v_x dN = N \frac{v_x}{w \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x^2}{w^2}} dv_x. \quad (369)$$

Die Zahl der Stöße, bei der die x -Komponente der Geschwindigkeit zwischen zwei beliebigen Werten v_{x_1} und v_{x_2} liegt, ergibt sich dann durch Integration zu

$$|n|_{v_{x_1}}^{v_{x_2}} = \frac{N}{w \sqrt{\pi}} \int_{v_{x_1}}^{v_{x_2}} v_x e^{-\frac{v_x^2}{w^2}} dv_x = \frac{Nw}{2 \sqrt{\pi}} \left[e^{-\frac{v_{x_1}^2}{w^2}} - e^{-\frac{v_{x_2}^2}{w^2}} \right]. \quad (370)$$

Die Zahl der Stöße mit einer Geschwindigkeitskomponente, die größer als v_x ist, folgt dann durch Einsetzen der Grenzen $v_{x_1} = v_x$ und $v_{x_2} = \infty$ zu

$$|n|_{v_x}^{\infty} = \frac{Nw}{2 \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x^2}{w^2}}. \quad (371)$$

Die Zahl der Stöße überhaupt ist dann

$$|n|_0^{\infty} = \frac{Nw}{2 \sqrt{\pi}} = \frac{N\bar{v}}{4}. \quad (372)$$

Beispielsweise ist die Gesamtzahl aller Stöße, die von Gasmolekülen der Luft von atmosphärischer Dichte und Zimmertemperatur gegen 1 cm^2 einer Fläche in einer Sekunde ausgeführt werden:

$$n = \frac{3 \cdot 10^{19} \cdot 4,2 \cdot 10^4}{2 \sqrt{\pi}} = 3,56 \cdot 10^{23}.$$

Gl. (371) dient beispielsweise zur Berechnung der Glühemission, Gl. (372) zur Bestimmung der Bildungszahl positiver Cs -Dampfionen an einer Wolframoberfläche und zur Ableitung der Diffusionskonstan-

ten. Der Ersatz von \bar{v} bzw. w in Gl. (370) durch die Temperatur T und das Molekulargewicht M erfolgt nach Gl. (349).

§ 78. Zahl der Stöße eines Elektronengases gegen Gasmoleküle. Die Elektronen eines Elektronengases, das in einem von Gasmolekülen erfüllten Volumen verteilt ist, führen selbst dann, wenn das Elektronengas auf gleicher Temperatur wie das Molekülgas ist, gegenüber den Gasmolekülen derartige rasche Bewegungen aus, daß man demgegenüber von der Bewegung der Gasmoleküle überhaupt absehen kann. Es sei λ_e die mittlere freie Weglänge der Elektronen gegenüber den Gasmolekülen. Dann erlebt ein Elektron der Geschwindigkeit v in der Zeiteinheit insgesamt $\frac{v}{\lambda_e}$ Zusammenstöße. Wenn N_e die Gesamtzahl der Elektronen in einem cm^3 ist und dN_e Elektronen in der Volumeneinheit sich mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ bewegen, so erleben also diese dN_e Elektronen

$$dZ = \frac{v}{\lambda_e} dN_e = \frac{4 N_e}{\sqrt{\pi} \lambda_e} \frac{v^3}{w^3} e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv \quad (373)$$

Zusammenstöße in der Zeit- und Volumeneinheit. Für die Bestimmung der Anzahl von Zusammenstößen über ein endliches Geschwindigkeitsintervall ist Gl. (373) zu integrieren, wobei man bei exakter Durchrechnung die Geschwindigkeitsabhängigkeit der freien Elektronenweglängen $\lambda_e(v)$ berücksichtigen muß. Unter der von uns vorwiegend gemachten Annahme, daß die freie Elektronenweglänge konstant ist

$$(\lambda_e = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \lambda_g),$$

ist die Integration von Gl. (373) ohne weiteres auszuführen und ergibt als Anzahl der Zusammenstöße

$$|Z|_{v_1}^{v_2} = \frac{2 N_e w}{\sqrt{\pi} \lambda_e} \left[e^{-\left(\frac{v_1}{w}\right)^2} \left(1 + \left(\frac{v_1}{w}\right)^2\right) - e^{-\frac{v_2^2}{w^2}} \left(1 + \left(\frac{v_2}{w}\right)^2\right) \right]. \quad (374)$$

Die Zahl der Stöße oberhalb einer kritischen Stoßgeschwindigkeit v_2 erhält man für $v_2 = \infty$ zu

$$|Z|_v^\infty = \frac{2 N_e w}{\sqrt{\pi} \lambda_e} e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} \left[1 + \left(\frac{v}{w}\right)^2 \right]. \quad (375)$$

Die Gesamtzahl der Stöße überhaupt ist

$$|Z|_0^\infty = \frac{2 N_e w}{\sqrt{\pi} \lambda_e}. \quad (376)$$

In Lichtbogenentladungen ist N_e etwa von der Größenordnung 10^{14} Elektronen/ cm^3 , die Elektronentemperatur größenordnungsmäßig $T_e = 3 \cdot 10^4$ °K, woraus die wahrscheinliche Geschwindigkeit w nach Gl. (349) mit dem Molekulargewicht des Elektronengases $M = \frac{1}{1840}$

folgt zu

$$w = 1,29 \cdot 10^4 \sqrt{3 \cdot 10^4 \cdot 1,84 \cdot 10^3} = 9,6 \cdot 10^7 \text{ cm/sec.}$$

Die freie Weglänge der Elektronen ist $\lambda_e = 4 \sqrt{2} \lambda_g$; die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle λ_g ist bei einer Temperatur des neutralen Lichtbogengases von etwa $T = 6000^\circ \text{K}$ etwa 20mal so groß wie in Tabelle 5 angegeben ist. Für einen Stickstoffbogen bei Atmosphärendruck erhält man so

$$\lambda_e = \frac{4 \sqrt{2} \cdot 20}{760} 4,6 \cdot 10^{-3} = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

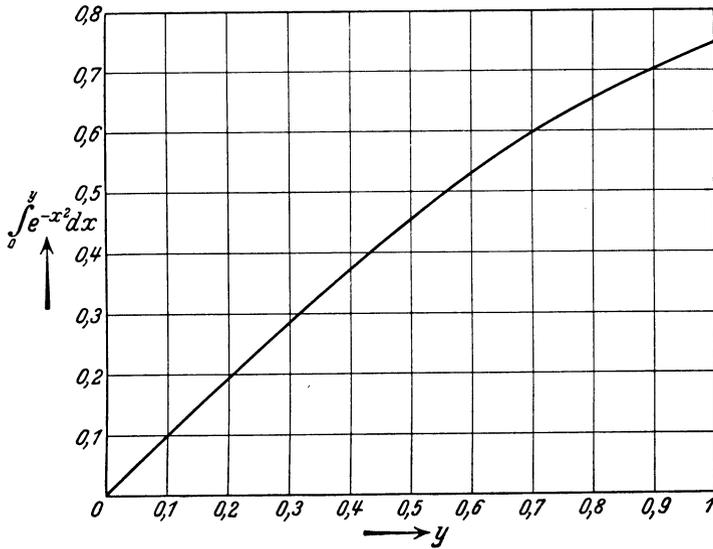


Abb. 121 (55).

Damit ergibt sich als Zahl der Zusammenstöße in Volumen- und Zeiteinheit überhaupt

$$Z = \frac{2 \cdot 10^{14} \cdot 9,6 \cdot 10^7}{1,77 \cdot 6,8 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \cdot 10^{25} \text{ Stöße/cm}^3 \cdot \text{sec.}$$

Ein Elektronengas der Temperatur $T_e \gg T_{gas}$ gibt durch die Zusammenstöße zwischen Elektronen und Gasmolekülen fortgesetzt Energie an diese ab. Nimmt man an, daß bei einem Zusammenstoß der Bruchteil κ der Elektronenenergie auf das getroffene Gasmolekül übergeht, so ist die bei einem Zusammenstoß der Geschwindigkeit v_e abgegebene Arbeit A gleich $\kappa \frac{m_e}{2} v_e^2$. Die dZ Zusammenstöße [Gl. (373)] mit der Geschwindigkeit zwischen v_e und $v_e + dv_e$ übertragen pro Zeit- und Volumeneinheit die Leistung

$$d\left(\frac{dA}{dt}\right) = \frac{2 m_e \kappa N_e v_e^5}{\sqrt{\pi} \lambda_e w_e^3 e} - \frac{v_e^3}{w_e^5} dv_e. \quad (377)$$

Die in Zusammenstößen aller möglichen Geschwindigkeit insgesamt pro Zeit- und Volumeneinheit übertragene Arbeit ergibt sich durch Integration von Gl. (377) zu:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{2 m_e \kappa N_e \omega_e^3}{\sqrt{\pi} \lambda_e} \quad (378)$$

§ 79. $\int_{y_1}^{y_2} x^m \cdot e^{-x^2} dx$. Bei Rechnungen mit der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung tritt häufig das obige bestimmte Integral auf, wobei m positiv und ganzzahlig ist.

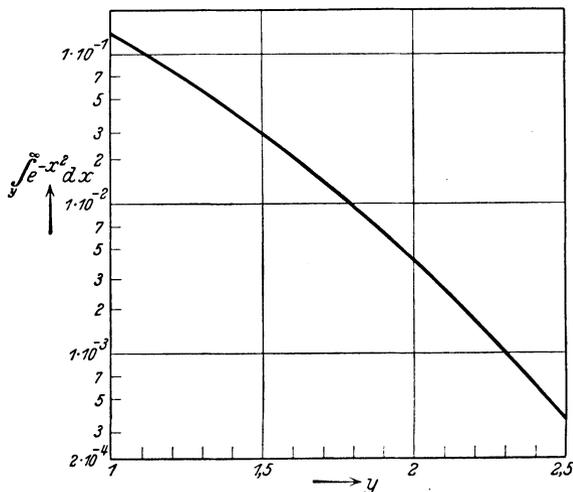


Abb. 122 (55).

Bei *gradzahligen* m führt die Integration auf $\int e^{-x^2} dx$. Es gilt nämlich

$$\begin{aligned} \int x^m e^{-x^2} dx &= \frac{(m-1)(m-3)(m-5)\dots 1}{2^{\frac{m}{2}}} \int e^{-x^2} dx \\ &- \frac{1}{2} e^{-x^2} \left[x^{m-1} + \frac{m-1}{2} x^{m-3} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-3}{2} x^{m-5} + \dots \right. \\ &\left. + \frac{m-1}{2} \frac{m-3}{2} \frac{m-5}{2} \dots \frac{3}{2} x \right]. \end{aligned} \quad (379)$$

Für $m = 2$ gilt

$$\int x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \left[\int e^{-x^2} dx - x e^{-x^2} \right]. \quad (380)$$

Die Werte des $\int e^{-x^2} dx$ sind aus den Abb. 121 und 122 zu entnehmen; ersteres zeigt $\int_0^y e^{-x^2} dx$ für $y = 0$ bis $y = 1$, letzteres $\int_y^\infty e^{-x^2} dx$

für $y = 1$ bis $y = 2,5$. Der Wert des Integrals mit den Grenzen 0 und y für $y \geq 2,5$ läßt sich stets mit genügender Annäherung bestimmen aus

$$\int_0^y e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{e^{-y^2}}{2y}. \quad (381)$$

Bei ungradzahligen m läßt sich das Integral direkt lösen. Für $m > 1$ ist:

$$\begin{aligned} \int x^m e^{-x^2} dx = & -\frac{e^{-x^2}}{2} \left\{ \frac{(m-1)(m-3)(m-5)\dots 2}{2^{\frac{(m-1)}{2}}} + x^{m-1} \right. \\ & + \frac{m-1}{2} x^{m-3} + \frac{m-1}{2} \frac{m-3}{2} x^{m-5} + \dots \\ & \left. + \frac{(m-1)(m-3)(m-5)\dots 4}{2^{\frac{(m-1)}{2}}} x^2 \right\}. \end{aligned} \quad (382)$$

Für $x = 1$ ist:

$$\int x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2}. \quad (383)$$

§ 80. Gesetze der schwarzen Strahlung. Zur Bestimmung der durch Wellenstrahlung in Gasen (§ 31) oder an Grenzflächen erzeugten Ionen und Elektronen ist die Kenntnis der Intensitätsverteilung der Strahlungsquelle erforderlich. Besitzt die Strahlungsquelle die Eigenschaften des idealen schwarzen Körpers, so ist die von der Flächeneinheit in den Halbraum (Raumwinkel 2π) abgegebene Strahlungsleistung dS (Energie- menge in der Zeiteinheit) im Wellenlängenbezirk λ bis $\lambda + d\lambda$

$$dS = 2\pi E_\lambda d\lambda, \quad (384)$$

wobei E_λ die Strahlungsintensität an der Stelle λ des Spektrums in Erg/cm³·sec und dS die Strahlungsleistung in Erg/cm²·sec ist. Die Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ bzw. der entsprechenden Frequenz und der Temperatur T in °K des Hohlraumes errechnet sich aus

$$E_\lambda = c^2 h \frac{1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c}{k\lambda T}} - 1 \right)} = \frac{h \nu^5}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}, \quad (385)$$

wobei $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec die Lichtgeschwindigkeit, $h = 6,54 \cdot 10^{-27}$ Erg·sec das Wirkungsquantum und $k = 1,36 \cdot 10^{-16}$ Erg·[°K]⁻¹ die Boltzmann-Konstante ist. Drückt man ferner λ in Å aus, so wird

$$E_\lambda = \frac{5,88 \cdot 10^{29}}{\lambda^5 \left(e^{\frac{1,43 \cdot 10^7}{\lambda T}} - 1 \right)}. \quad (386)$$

Wenn $\lambda \cdot T \leq 5 \cdot 10^6$ [Å·°K], so folgt hieraus vereinfacht

$$E_\lambda = 5,9 \cdot 10^{29} \frac{1}{\lambda^5} e^{-\frac{1,43 \cdot 10^7}{\lambda T}}. \quad (387)$$

Ist $\lambda \cdot T \geq 6 \cdot 10^7 [\text{\AA} \cdot ^\circ\text{K}]$, so vereinfacht sich Gl. (386) zu

$$E_\lambda = 4,1 \cdot 10^{22} \cdot \frac{T}{\lambda^4}. \quad (388)$$

Die Strahlungsleistung dS nach Gl. (384) besteht aus

$$dn = \frac{dS}{h\nu} \quad (389)$$

Quanten der Frequenz ν im Frequenzbereich λ bis $\lambda + d\lambda$. Ersetzt man in Gl. (389) dS durch Gl. (384) unter Berücksichtigung von $\lambda = c/\nu$, so erhält man

$$dn = \frac{2\pi\nu^2}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} d\nu. \quad (390)$$

Für den meist vorliegenden Fall, daß $k \cdot T \ll h \cdot \nu$ ist, kann man die 1 im Nenner gegen $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ vernachlässigen, so daß man vereinfacht erhält

$$dn = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu. \quad (391)$$

Ebenso groß wie diese Zahl der von der Flächeneinheit in der Zeiteinheit ausgestrahlten Quanten ist die Zahl der Quanten, die in einem mit schwarzer Strahlung erfüllten Hohlraum durch eine beliebig gelegte Flächeneinheit in der Zeiteinheit in einer Richtung hindurchtritt.

§ 81. Radioaktive Elemente und ihre Konstanten. (101)

A Atomgewicht,

Z Ordnungszahl,

τ mittlere Lebensdauer,

R Reichweite der α -Teilchen in cm·mm Hg,

K kinetische Energie in V·El, der ausgesandten β -Strahlen.

Uranreihe:

U 1	: $A=238,5$; $Z=92$; $\tau = 7,2 \cdot 10^9$ Jahre; $R = 1,8 \cdot 10^3$
U 2	: $A=234,5$; $Z=92$; $\tau = 1,5 \cdot 10^6$ Jahre; $R = 2,1 \cdot 10^3$
UX	: $A=234$; $Z=90$; $\tau = 35,5$ Tage ; $\beta + \gamma$ -Strahlen
Ionium:	$A=230,5$; $Z=90$; $\tau = 3,5 \cdot 10^5$ Jahre; $R = 2,16 \cdot 10^3$
Ra	: $A=226$; $Z=88$; $\tau = 2,88 \cdot 10^3$ Jahre; $R = 2,38 \cdot 10^3$; $K = 0,8 - 1,9 \cdot 10^5$
Em	: $A=222$; $Z=86$; $\tau = 5,5$ Tage ; $R = 3 \cdot 10^3$
Ra A	: $A=218$; $Z=84$; $\tau = 4,3$ Min. ; $R = 3,43 \cdot 10^3$
Ra B	: $A=214$; $Z=82$; $\tau = 38,7$ Min. ; $K = 0,35 - 2,5 \cdot 10^5$
Ra C	: $A=214$; $Z=83$; $\tau = 28,1$ Min. ; $R = 2,6 \cdot 10^3$; $K = 0,3 - 1,2 \cdot 10^6$
Ra C'	: $A=214$; $Z=84$; $\tau \sim 10^{-6}$ Sek. ; $R = 4,8 \cdot 10^3$
Ra C''	: $A=210,7$; $Z=81$; $\tau = 2,0$ Min. ; β -Strahlen
Ra D	: $A=210$; $Z=82$; $\tau = 23$ Jahre; $K = 3 - 4,5 \cdot 10^4$
Ra E	: $A=210$; $Z=83$; $\tau = 7,2$ Tage ; β -Strahlen
Po	: $A=210$; $Z=84$; $\tau = 196$ Tage ; $R = 2,7 \cdot 10^3$.

Actiniumreihe:

Radio-Ac:	$A = 226$; $Z = 90$; $\tau = 28,1$	Tage; $R = 3,32 \cdot 10^3$
Ac X	: $A = 222$; $Z = 88$; $\tau = 16$	Tage; $R = 3,03 \cdot 10^3$
Em	: $A = 218$; $Z = 86$; $\tau = 5,6$	Sek.; $R = 4,1 \cdot 10^3$
Ac A	: $A = 214$; $Z = 84$; $\tau = 2,9 \cdot 10^{-3}$	Sek.; $R = 4,7 \cdot 10^3$
Ac B	: $A = 210$; $Z = 82$; $\tau = 52$	Min.; weiche β -Strahlen
Ac C	: $A = 210$; $Z = 83$; $\tau = 3,0$	Min.; $R = 3,9 \cdot 10^3$
Ac C''	: $A = 206$; $Z = 81$; $\tau = 6,8$	Min.; $\beta + \gamma$ -Strahlen.

Thoriumreihe:

Th	: $A = 232$; $Z = 90$; $\tau = 1,9 \cdot 10^{10}$	Jahre ; $R = 2,1 \cdot 10^3$
Meso-Th	: $A = 228$; $Z = 89$; $\tau = 8,95$	Stunden; $K = 0,4-1,8 \cdot 10^5$
Radio-Th	: $A = 228$; $Z = 90$; $\tau = 2,88$	Jahre ; $R = 2,8 \cdot 10^3$
Th X	: $A = 224$; $Z = 88$; $\tau = 5,27$	Tage ; $R = 3,1 \cdot 10^3$
Em	: $A = 220$; $Z = 86$; $\tau = 78$	Sek. ; $R = 3,6 \cdot 10^3$
Th A	: $A = 216$; $Z = 84$; $\tau = 0,20$	Sek. ; $R = 4,1 \cdot 10^3$
Th B	: $A = 212$; $Z = 82$; $\tau = 15,3$	Stunden; $K = 1,4-2,4 \cdot 10^5$
Th C	: $A = 212$; $Z = 83$; $\tau = 88$	Min. ; $\alpha + \beta$ -Strahlen ; $R = 3,47 \cdot 10^3$
Th C'	: $A = 212$; $Z = 84$; τ sehr kurz	; $R = 6,2 \cdot 10^3$
Th C''	: $A = 208$; $Z = 81$; $\tau = 4,6$	Min. ; $\beta + \gamma$ -Strahlen ; $K = 2,4 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^6$

Die radioaktiven Elemente zerfallen spontan; bei dem Zerfall wird aus dem Atomkern entweder ein α - oder β -Strahl herausgeschleudert. Nach dem Zerfall sind die chemischen Eigenschaften des zerfallenen Atoms geändert: es ist ein anderes, meist ebenfalls radioaktives Atom entstanden. Die drei radioaktiven Zerfallsreihen geben die Reihenfolge der Zerfallsprodukte an.

Sind zur Zeit $t = 0$ von einem radioaktiven Element N_0 Atome vorhanden, so hat sich zur Zeit t diese Anzahl verkleinert auf:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (392)$$

Die in der Zeit t zerfallenen $N_0 - N$ Atome haben $(N_0 - N)$ α - bzw. β -Strahlen ausgesendet, die dabei gleichmäßig auf den vollen Raumwinkel 4π verteilt sind. Im Gleichgewicht mit den Tochterprodukten verhalten sich die Mengen der Elemente einer Reihe wie die Lebensdauern. β -Strahlen sind stets von γ -Strahlen begleitet.

Tabelle 30. Das periodische System der Elemente. (101)
 Reihenfolge der Bezeichnungen von oben nach unten: Symbol, Ordnungszahl, Atomgewicht.

Gruppe: o	elektropositiv ←										elektronegativ →									
	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII (= oa)					
Reihe: 1	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b				
	H 1,008																			
Reihe: 2	He 2 4,00		Be 4 9,02		B 5 10,82		C 6 12,00		N 7 14,01		O 8 16,00		F 9 19,00							
Reihe: 3	Ne 10 20,2		Mg 12 24,32		Al 13 26,96		Si 14 28,3		P 15 31,04		S 16 32,07		Cl 17 35,46							
Reihe: 4	Ar 18 39,88		Ca 20 40,07		Sc 21 45,1		Ti 22 48,1		V 23 51,0		Cr 24 52,0		Mn 25 54,93		Fe 26 55,9	Co 27 59,0	Ni 28 58,7			
							Ge 32 72,5		As 33 75,0		Se 34 79,2		Br 35 79,9							
Reihe: 5	Kr 36 82,9		Sr 38 87,6		Y 39 88,9		Zr 40 91,2		Nb 41 93,5		Mo 42 96,0		Ma 43 —		Ru 44 101,7	Rh 45 102,9	Pd 46 105,7			
Reihe: 6	X 54 130,2		Ba 56 137,4		seltene Erden 57—71		Hf 72 178,6		Ta 73 181,5		W 74 184,0		Re 75 —		Os 76 190,9	Ir 77 193,1	Pt 78 195,2			
Reihe: 7	Em 86 222		Ra 88 226,0		Ac 89 (230)		Th 90 232,1		Pa 91 (234)		U 92 238,2									

Quellenhinweise.

(Die hinter den Abbildungs- und Tabellenerklärungen angegebenen Ziffern entsprechen den Ziffern des folgenden Literaturhinweises.)

1. LENARD, P.: Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschw. Heidelberg: Winter 1925.
2. BUCHMANN, E.: Ann. Physik Bd. 87 (4) (1928) S. 532.
3. MAYER, F.: Ann. Physik Bd. 45 (1914) S. 1.
4. SMITH, P. T.: Physic. Rev. Bd. 36 (1930) S. 1293.
5. — Physic. Rev. Bd. 37 (1931) S. 808.
6. — u. J. T. TATE: Physic. Rev. Bd. 39 (1932) S. 270.
7. BLEAKNEY, W.: Physic. Rev. Bd. 36 (1930) S. 1303.
8. HANLE, W.: Physik. Z. Bd. 33 (1932) S. 245.
9. BLEAKNEY, W.: Physic. Rev. Bd. 35 (1930) S. 1180. SMYTH, H. D.: Rev. Mod. Phys. Bd. 3 (1931) S. 347.
10. HOGNESS, T. R., u. E. G. LUNN: Physic. Rev. Bd. 26 (1925) S. 44.
11. HENDERSON, G. H.: Philos. Mag. Bd. 42 (1921) S. 538.
12. GEHRTSSEN, CHR.: Ann. Physik Bd. 5 (5) (1930) S. 657.
13. Nach W. WIEN: Handb. d. Experimentalphysik Bd. 14 (Artikel H. BAERWALD u. E. RÜCHARDT) 1927.
14. BEEK, O., u. J. C. MOUZON: Ann. Physik Bd. 11 (5) (1931) S. 858.
15. RÜCHARDT, E.: Ann. Physik Bd. 71 (1923) S. 377.
16. BARTELS, H.: Ann. Physik Bd. 6 (1930) S. 957.
17. GOLDMANN, F.: Ann. Physik Bd. 10 (1931) S. 460.
18. BARTELS, H.: Ann. Physik Bd. 13 (1932) S. 373.
19. MOHLER, F. L., u. C. BOECKNER: Bur. Stand. J. Res. Bd. 3 (1929) S. 303. COOKE, F. W.: Physic. Rev. Bd. 38 (1931) S. 1351.
20. RUDNICK, P.: Physic. Rev. Bd. 38 (1931) S. 1342.
21. LAWRENCE, E. O., u. N. E. EDLEFSEN: Physic. Rev. Bd. 34 (1929) S. 1056.
22. — u. N. E. EDLEFSEN: Physic. Rev. Bd. 34 (1929) S. 233.
23. TOWNSEND, J. S.: Philos. Mag. Bd. 1 (6) (1901) S. 198.
24. — in MARX: Hdb. d. Radiol., Bd. 1.
25. PAAVOLA, M.: Arch. Elektrotechn. Bd. 22 (1929) S. 443.
26. S. a. W. O. SCHUMANN: El. Durchbruchfeldstärke in Gasen. Berlin: Julius Springer 1923. PIKE, E. W.: Physik. Z. Bd. 33 (1932) S. 457.
27. MASCH, K.: Arch. Elektrotechn. Bd. 26 (1932) S. 587.
28. BECKER, A.: Ann. Physik Bd. 17 (1905) S. 381.
29. GEHRTS, A.: Ann. Physik Bd. 36 (1911) S. 995.
30. BAERWALD, H.: Ann. Physik Bd. 60 (1919) S. 1.
31. CAMPBELL, N.: Philos. Mag. Bd. 29 (1915) S. 783.
32. CHENEY, W. L.: Physic. Rev. Bd. 10 (2) (1917) S. 335.
33. SCHNEIDER, G.: Ann. Physik Bd. 11 (5) (1931) S. 357.
34. SAXÉN, B.: Ann. Physik Bd. 38 (1912) S. 319.
35. PENNING, F. M.: Proc. Acad. Amsterd. Bd. 33 (1930) S. 841.
36. OLIPHANT, M. L. E.: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 127 (1930) S. 372.
37. LUKIRSKY, P., u. S. PRILEZAEV: Z. Physik Bd. 49 (1928) S. 236.

38. SUHRMANN, R.: Z. Physik Bd. 33 (1925) S. 63.
39. — Z. Elektrochem. 1929.
40. — Z. wiss. Photogr. Bd. 30 (1931) S. 161.
41. — u. H. THEISSING: Z. Physik Bd. 55 (1929) S. 701.
42. KILLIAN, TH. J.: Physic. Rev. Bd. 27 (1926) S. 578.
43. KOPFERMANN, H., u. R. LADENBURG: Naturwiss. Bd. 19 (1931) S. 513.
44. BAILEY, V. A., u. W. E. DUNCANSON: Philos. Mag. Bd. 10 (1930) S. 145.
45. HEY, W., u. A. LEIPUNSKI: Z. Physik Bd. 66 (1930) S. 669.
46. KOLLATH, R.: Physik. Z. Bd. 31 (1930) S. 1002.
47. TOWNSEND, J. S.: J. Franklin Inst. Bd. 200 (1925) S. 563.
48. RAMSAUER, C., R. KOLLATH u. D. LILIENTHAL: Ann. Physik Bd. 8 (5) (1931) S. 724.
49. WOLF, F.: Physik. Z. Bd. 32 (1931) S. 897.
50. BAILEY, V. A.: Philos. Mag. Bd. 13 (7) (1932) S. 993.
51. WAHLIN, H. B.: Physic. Rev. Bd. 23 (1924) S. 169.
52. KOVARIK, A.: Physic. Rev. Bd. 30 (1910) S. 415.
53. Nach W. KAUFMANN, MÜLLER-POUILLET: Bd. 4 (1914) S. 1130.
54. MOHLER, F. W.: Physic. Rev. Bd. 31 (1928) S. 187.
55. JAHNKE-EMDE: Funktionentafeln. Leipzig: B. G. Teubner.
100. Mc. LENNAN, J. C.: Philos. Trans. (A) Bd. 194 (1900) S. 1. KLEEMANN, R. D.: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 79 (1907) S. 220.
101. LANDOLT-BÖRNSTEIN-ROTH-SCHEEL: Phys.-Chem. Tabellen. Berlin: Julius Springer.
102. EISL, A.: Ann. Physik Bd. 3 (1929) S. 277.
103. GAERTNER, O.: Ann. Physik Bd. 2 (1929) S. 94.
104. LEHMANN, J. F., u. T. H. OSGOOD: Proc. Roy. Soc. Bd. 115 (1927) S. 609 u. 624.
105. Nach J. LANGMUIR u. K. T. COMPTON: Rev. Mod. Phys. Bd. 2 (1930) S. 175.
106. SMYTH, H. D.: Rev. Mod. Phys. Bd. 3 (1931) S. 389.
107. KALLMANN, H., u. B. ROSEN: Z. Physik Bd. 61 (1930) S. 61; Bd. 64 (1930) S. 806.
108. GEIGER, H.: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 83 (1910) S. 505.
109. MARSDEN, E., u. T. S. TAYLOR: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 88 (1913) S. 443.
110. FRANCK, J., u. P. JORDAN: Anregung von Quantensprüngen. Berlin: Julius Springer 1926.
111. PARTSCH, A.: Ann. Physik Bd. 40 (1913) S. 157.
112. SCHOTTKY, W., u. R. ROTHE in WIEN-HARMS: Handb. d. Experimentalphysik Bd. 13/2.
113. KLEMPERER, O.: Z. Physik Bd. 52 (1928) S. 650.
114. SIMON, H., u. R. SUHRMANN: Lichtelektr. Zellen. Berlin: Julius Springer 1932.
115. SCHMIDT, C. G.: Ann. Physik Bd. 75 (1924) S. 373; Bd. 80 (1926) S. 588.
116. TOWNSEND, J. S., u. S. J. Mc. CALLUM: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 124 (1929) S. 533. ATKINSON, R.: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 122 (1928) S. 430. PENNING, F. M., u. M. C. TEVES: Physica Bd. 9 (1929) S. 97.
117. THOMSON, J. J. u. G. P.: Conduction of electr. through gases, I. Cambridge 1928.
118. TYNDALL, A. M., u. C. F. POWELL: Proc. Roy. Soc. (A) Bd. 136 (1932) S. 145.
119. SIXTUS, K.: Ann. Physik Bd. 3 (1929) S. 1017.

Sachverzeichnis.

(B) bzw. (T) hinter der Seitenzahl bedeutet, daß der Gegenstand in einer Abbildung oder einer Tabelle näher quantitativ beschrieben wird.

- Abgegebene Energiemenge bei Elektronenstoß, mittlere 183, 187f. (T u. B).
Absorptionsgesetz von Photonen 62.
Absorptionskoeffizient von Photonen 62, 70—74 (B).
— Sprung im 65, 73 (B).
Adsorption von Ionen an Wänden 210.
Ambipolare Diffusion 197.
Angeregte Atome 61, 136.
Anlagerung von Elektronen 7, 142.
Anlagerungswahrscheinlichkeit 142 (B), 143 (T).
Anode 1.
Anregung 9.
—, thermische 83.
Anregungsarbeiten, kleinste 61 (T).
Anregungsfunktion 23, 40 (B).
 α -Strahlen 31, 45, 241.
Atomionen 6.
Austrittsarbeit für Elektronen aus Flächen 10, 109 (T), 121 (T).
— für Ionen aus Flächen 133.
—, Erniedrigung durch elektrisches Feld 128.
Autoelektronenemission 127.
- Bestimmung der Ionisierungszahlen α und β 102f.
 β -Strahlen 31, 241.
Beweglichkeit, Definition 179.
— im Magnetfeld 201.
— in niedrigen elektr. Feldern 180, 182 (T).
— in mittleren elektr. Feldern 189, 190 (B).
— in hohen elektr. Feldern 183, 190 (B).
—, Anomalien der neg. Ionen 182, 194 (B).
—, Abhängigkeit von Temperatur und Druck 193.
- Beweglichkeit und Diffusionskoeffizient 192.
— und Ionisierungszahl α 191.
Bildkraft 10, 127.
- Cäsiumionen an Wolframanode 130.
Charakteristische Temperatur 82.
Chemische Konstante 81.
Chemische Prozesse, Trägererzeugung durch 134.
Clusterionen 211.
Comptoneffekt 9, 28, 75f. (T).
Coulombsche Kräfte 8.
— Streuung in 23.
- Dampfdruck 71 (B).
Differenziale Ionisierung,
— für Elektronenstrahlen 32, 43 (B).
— für Ionenstrahlen 48, 50—53 (B).
— relative für Elektronenstrahlen 33 (T).
— und totale Ionisierung 43, 53.
Diffusion der Resonanzstrahlung 61.
— von Trägern im Magnetfeld 200.
— Mechanismus 171.
—, Gesetz im feldfreien Raum 174.
—, — im elektr. Feld 195.
—, Koeffizient 178 (T).
— und Beweglichkeit 192.
— und Wandwirkung 174.
Dissoziation, zeitweilige, neg. Ionen 182.
— bei Ionisierung durch Elektronenstoß 42 (B), 43 (T).
Dopplereffekt 28.
Dreierstoß bei der Rekombination 212f.
- Einfach geladene Ionen 8.
Einheitsladung 4.
Eintrittsarbeit für Elektronen 109.

- Einzelstreuung 22.
 —, maximale 20.
 Elektrisches Feld, Stoßionisation in 95f.
 Elektron, Definition 4, 6.
 Elektronegative Stoffe 7.
 Elektronen,
 — -austritt aus Flächen 108, 110 (B), 111 (T), 116f. (B, T).
 —, Bildung freier 9.
 —, Energie und Geschwindigkeit 14 (B), 29 (T).
 — -gas 164.
 — -plasmawingungen 204.
 — -reflexion an Flächen 108.
 — -rekombination, Zusammenhang mit —, Thermoionisierung 221.
 — -strahlen, Definition u. Entstehung 29ff.
 — -temperatur 163.
 — -weglänge, freie 168f (B), 226.
 Elektropositive Stoffe 7.
 Elementarladung 4.
 Energiemaß: Volt \times Elementarladung 4, 152.
 Ergiebigkeit der Photoionisation an Grenzflächen 124 (B).
- Freier Fall im elektr. Feld 151.**
 Freie Weglänge 39 (T), 224.
 — — von Elektronen 168f. (B).
 — — von Ionen 170f. (B).
- Gasdichteerhöhung, scheinbare, im Magnetfeld 201.
 Gasentladung, Definition 1.
 Geschwindigkeit von Photoelektronen im Raum 63; an Flächen 122.
 — von Sekundärelektronen aus Flächen 108, 114 (B).
 Gliederung, Erzeugung von Ladungsträgern 11.
 —, Bewegung von Ladungsträgern 144.
 —, Vernichtung von Ladungsträgern 207.
 Glühelktronen 125.
 —, Zahlenwerte 127 (T).
 Glühionen 133.
 —, Zahlenwerte 134 (T).
 γ -Strahlen 31, 241.
- Höhenstrahlung 31.**
 H-Strahlen 46.
- Impuls von Einzelstrahlen 12, 14.
 Induktivität einer geladenen Masse 161.
 Innere Arbeit, maximale beim Stoß 17.
 Initialrekombination 222.
 Ionen, Definition 4, 6.
 Ionenarten bei Ionisierung durch Elektronenstoß 37 (B), 42 (B), 43 (T).
 Ionengas 164.
 Ionenplasmawingungen 206.
 Ionenstrahlen, Definition, Entstehung 44.
 Ionentemperatur 163.
 Ionisierung, differentiale, durch Elektronen 32, 33 (T), 34 (B).
 —, totale, durch Elektronen 40, 41 (T), 43.
 — durch Ionen, differentiale 48; totale 53.
 — in Stufen 9, 60, 136.
 — durch Resonanzstrahlung 60.
 — durch ultraviolettes Licht 68.
 — durch Wärmestrahlung 87.
 Ionisierungsarbeit, Definition 8; Zahlenwerte 60 (T).
 Ionisierungsfunktion, Definition 23.
 — für Elektronen 38, 39 (B).
 — für Ionen 52.
 Ionisierungszahlen α , β , η 91, 105f. (B u. T).
- Kanalstrahlen 45.**
 —, Anteil neutraler Teilchen 58 (B).
 Kathode, Definition 1.
 Komplexionen 6.
 Konvektionsstrom 145.
 Korpuskularstrahlen 8.
 Kreisbahn einer Ladung im Magnetfeld 157.
 K -Sprung im Absorptionskoeffizienten von Röntgenstrahlung 73 (B).
- Ladungsträger 1, 4, 6f.
 Lawinen von Ladungsträgern 101.
 Lebensdauer angeregter Atome 136.
 — freier Elektronen 143 (T), 223.
 — von Ionen 217.
 — metastabiler Atome 139 (T).
 Leitungselektronen 145.
 Lichtdruck 14.
 Lichtquant = Strahlungsquant = Photon.

- Materiestrahl** 15.
 Maximum der Ionisierungszahl α 107.
 Maximale innere Arbeit beim Stoß 17.
 Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung 164, 226.
 Mehrfach geladene Ionen 8.
 Metastabile Zustände 60, 94.
 — Lebensdauer 139 (T).
 — Konzentration 140 (B).
 Minimum von η 100 (T).
 Mittlere beim Elektronenstoß abgegebene Energie 183, 187f. (T u. B).
 Mittlere freie Weglänge 39 (T), 224.
 — — — von Elektronen 168f. (B).
 — — — von Ionen 170f. (B).

 Oszillogramm, schematisches, von Strom im Außenkreis 2.

Photoelektron 61.
 — aus Grenzflächen 120.
 —, Ergiebigkeit aus Flächen 124 (B).
 Photoion 61.
 Photoionisierung im Gas 30, 59f.
 — durch Resonanzstrahlung 60, 68.
 — durch ultraviolettes Licht 68f. (B).
 — durch Röntgenstrahlung 71f. (B).
 Photonen, Definition 9.
 — Impuls und Energie 14.
 Plasma, Definition 203.
 Plasmaschwingungen 203f.
 Proton = Kern des H_1 -Atoms = H_1^+ .

 Quasineutrale Raumladungen 197, 203.

Radioaktivität, Gesetze und Zahlen 241.
 Raumladungsbegrenzter Strom,
 —, unipolar 153.
 —, ambipolar 155.
 Raumladungsschwingungen 203.
 Reduzierte Masse 18.
 Rekombination = Wiedervereinigung.
 Reichweite, Elektronenstrahlen 31, 32 (B), 43.
 —, Ionenstrahlen 46, 54 (T).
 Relativistische Massenkorrektur 13 (B).
 Resonanzstrahlung, eingefangene 60, 138.
 Restreichweite 31.
 Rotverschiebung 9, 26.
 Ruhemasse d. Elektrons 6, 12.

 Schwarze Strahlung 239.
 Schwächungskoeffizient, summarischer 67.
 Sekundäre Prozesse b. Photoionisierung 60.
 Sekundärstrahl 30.
 Spiegelladung s. Bildkraft 10.
 Spontane Ionisierung an Grenzflächen 130.
 Stoletowkonstante 100 (T).
 Stoß 1. u. 2. Art 136.
 Stoßgesetze 12f.
 Stoßionisation im elektr. Feld 95f.
 Stoßzahl im Raum 231, 236.
 — gegen Flächen 131 (B), 235.
 Strahlungsquant 14, 26 = Photon.
 Strahlungsdiffusion 61.
 Streuung von Photonen,
 —, klassische 66, 76 (T).
 —, Compton 28, 66, 76 (T).
 Streuung von Korpuskularstrahlen 47.
 —, maximale 21.
 Strom und Trägerbewegung 2, 144.
 Stufenionisierung 9, 60, 136.
 Sutherlandkonstante 167.

 Temperatur, charakteristische 82.
 — der Träger 163.
 Thermische Anregung 83.
 — Ionisierung als Dissoziation 8, 77f.
 — —, Einzelprozesse 84f.
 — — in Gasgemischen 80.
 — —, Geschwindigkeit der Einstellung 91.
 Totale und differentiale Ionisierung 40, 43, 53.
 Trägerbewegung und Strom 144.
 Trägerlawinen 101.
 Trägerdiffusion, Mechanismus 171.
 Trägertemperatur 163.
 —, Einstellung im elektr. Feld 183, 186 (B).
 Trägervernichtung an den Elektroden 208.

 Umladung 44, 55, 57f. (B).
 Umwegfaktor, Elektronenstrahl 32.
 —, Trägerbewegung im Feld 189.

 Verschiebung der Influenzladung 2.
 Verschiebungsstrom 145.
 Verschleifung des Konvektionsstromstoßes 148.

- Verweilzeit im Anregungszustand 136.
 Vielfachstreuung 23.
 Volt \times Elementarladung 4, 152.
- W**ärmeleitung zw. Träger- und neutra-
 lem Gas 165, 237.
 Wärmestrahlung, Ionisierung durch 87.
 Weglänge, freie 39 (T), 168 (B), 224.
 Weglängenspannung 185.
 Wiedervereinigung als Dreierstoß 212 f.
 —, Definition 211.
 —, stufenweise 216.
- Wiedervereinigungsgesetz 215.
 — -koeffizient 222 f. (B + T).
 — -leuchten 213.
 Wirksame chemische Konstante 81.
 Wirkungsquantum 9.
 Wirkungsquerschnitt gegen Elektronen
 168 (B).
 — gegen Ionen 170 (B).
- Z**usammenstoß, Unbestimmtheit 166.
 Zykloidenbahn im elektr. und magnet.
 Feld 159.
-