

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XVII. Band

Drittes Heft (abgeschlossen am 22. April 1938)

Mit 132 Bildern

Unter Mitwirkung von

Rudolf Bingel, Heinrich von Buol, Rob. Fellinger, Fritz Feßel, H. Paul Fink,
Hans Gerdien, Curt Hailer, Friedrich Heintzenberg, Gustav Hertz, Hans
Kerschbaum, Emil Otto Kieffer, Carl Knott, Carl Köttgen, Aladar Koos,
Karl Kuppfmüller, Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Georg Mierdol,
Karl Pohlhausen, Hans Prinz, Walter Schottky, Werner Schütze, Rudolf
Seeliger, Hermann von Siemens, Eberhard Spenke, Richard Swinne,
Andreas von Timascheff, Julius Wallot, Walter Wernicke, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XVII. Band

Drittes Heft (abgeschlossen am 22. April 1938)

Mit 132 Bildern

Unter Mitwirkung von

Rudolf Bingel, Heinrich von Buol, Rob. Fellingner, Fritz Feßel, H. Paul Fink,
Hans Gerdien, Curt Hailer, Friedrich Heintzenberg, Gustav Hertz, Hans
Kerschbaum, Emil Otto Kieffer, Carl Knott, Carl Köttgen, Aladar Koos,
Karl Küpfmüller, Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Georg Mierdel,
Karl Pohlhausen, Hans Prinz, Walter Schottky, Werner Schütze, Rudolf
Seeliger, Hermann von Siemens, Eberhard Spenke, Richard Swinne,
Andreas von Timascheff, Julius Wallot, Walter Wernicke, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1938

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.**
Copyright 1938 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1938

ISBN 978-3-662-22746-6 ISBN 978-3-662-24677-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-24677-1

Vorwort.

Nachdem die beiden ersten Hefte des XVII. Bandes der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken sich hauptsächlich mit Werkstoff-Fragen befaßt haben, bringt das vorliegende dritte Heft überwiegend Arbeiten von elektrotechnischem Belang neben solchen entladungsphysikalischen Inhalts.

Zuerst behandelt A. v. Timascheff in der Mitteilung „Anfachung von Schwingungen bei Synchronmaschinen durch Labilität der Erregermaschine“ die Voraussetzungen für so angeregte stationäre mechanische Schwingungen von Synchronmaschinen. Es folgt eine Arbeit von A. Koos „Die Ausgleichsvorgänge beim Einschalten einer Tiefnutwicklung“, in der zum erstenmal in strenger Form der örtliche und zeitliche Verlauf der Wirbelströmung bestimmt wird.

Hieran schließt sich eine umfassende Untersuchung von H. Prinz „Thermisches Verhalten von Öltransformatoren bei Klemmenkurzschlüssen“. Sie bringt Beziehungen zur Berechnung der Übertemperatur im Wicklungskupfer und im Öl, sowie der hierdurch bedingten Ölströmung und zieht Folgerungen für den Schutz von Öltransformatoren.

Die überwiegend experimentelle „Untersuchung über die Entstehung von Kontaktbögen“ von H. P. Fink schlägt eine Brücke von den rein elektrotechnischen Arbeiten dieses Heftes zu entladungsphysikalischen Mitteilungen von technischem Interesse. Diese Untersuchung steht im Zusammenhang mit den in diesen Veröffentlichungen mehrfach erschienenen Arbeiten von R. Holm und Mitarbeitern über elektrische Kontakte [zuletzt XVI, 1 (1937) S. 81]. Dann folgt eine von Elementarvorgängen ausgehende theoretische Mitteilung von G. Mierdel „Über die Energieumsetzung durch Elektronenstoß in Edelgassäulen“.

Zwei theoretische Untersuchungen von E. Spenke über „Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes im Falle sehr starker Gegenspannungen“ und „Über den Einfluß einer geringen Ionenemission aus einer Glühkathode auf den Schroteffekt“ behandeln Sonderfragen im Zusammenhang mit den für die Verstärkertechnik belangreichen Arbeiten von W. Schottky und Mitarbeitern über den Schroteffekt im Raumladungsgebiet [diese Veröffentlichungen XVI (1937) 1, S. 1, 19, 42; 2, S. 127].

Den Abschluß des Heftes bilden zwei experimentelle Untersuchungen an Kanalstrahlen, die in Beziehung zu Versuchen über die künstliche Atomumwandlung stehen. In der Mitteilung „Über den Entladungsvorgang und die Ionenausbeute der Kanalstrahlentladung“ beschreibt C. Hailer auch ein verbessertes Kanalstrahlrohr, das sich als Ionenquelle für Atomumwandlungsversuche eignet. In der Arbeit „Massenspektroskopische Untersuchungen von Wasserstoff- und Helium-Kanalstrahlen“ bringt W. Schütze ein verfeinertes Massenspektrometer in Fortsetzung seiner in diesen Veröffentlichungen XVI, 3 (1937) S. 89 erschienenen Mitteilung und mißt neben Relativausbeuten auch die Geschwindigkeitsverteilung dieser Kanalstrahlen.

Berlin-Siemensstadt, im Mai 1938.

**Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.**

Inhaltsübersicht.

	Seite
A. v. Timascheff: Anfachung von Schwingungen bei Synchronmaschinen durch Labilität der Erregermaschine	1
A. Koos: Die Ausgleichsvorgänge beim Einschalten einer Tiefnutwicklung . .	19
H. Prinz: Thermisches Verhalten von Öltransformatoren bei Klemmenkurzschlüssen	29
H. P. Fink: Untersuchung über die Entstehung von Kontaktbögen	45
G. Mierdel: Über die Energieumsetzung durch Elektronenstoß in Edelgas-säulen	71
E. Spenke: Die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes im Falle sehr starker Gegenspannungen	85
E. Spenke: Über den Einfluß einer geringen Ionenemission aus einer Glühkathode auf den Schroteffekt	94
C. Hailer: Über den Entladungsvorgang und die Ionenausbeute der Kanalstrahlentladung	115
W. Schütze: Massenspektroskopische Untersuchungen von Wasserstoff- und Helium-Kanalstrahlen	135

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Anfachung von Schwingungen bei Synchronmaschinen durch Labilität der Erregermaschine.

Von **Andreas v. Timascheff.**

Mit 10 Bildern.

Mitteilung aus der Wissenschaftlichen Abteilung der Siemens-Schuckertwerke AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 23. Juli 1937, ergänzt 22. April 1938.

I. Einleitung.

Unter besonders ungünstigen Umständen kann eine Synchronmaschine in Schwingungen geraten, die lediglich durch die Labilität ihrer kleinen Erregermaschine hervorgerufen sind. Als labil bezeichnen wir im folgenden eine Erregermaschine in dem Fall, wenn in ihr selbsterregte Wechselströme auftreten.

Das Pendeln von Gleichstromgeneratoren, insbesondere auch von Erregermaschinen ist im Schrifttum bereits verschiedentlich behandelt worden (vgl. das Verzeichnis am Schluß der Arbeit). Die meisten Betrachtungen beschränken sich aber auf die Gleichstrommaschine selbst, ohne Rücksichtnahme auf die mechanisch starr gekuppelte Hauptsynchronmaschine, die mit anderen Synchrongeneratoren parallelläuft.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, das Verhalten der Nebenschluß-Erregermaschine als Bestandteil eines Synchronaggregates zu betrachten. Ferner wird eine möglichst übersichtliche physikalische Erklärung für das Zustandekommen von Schwingungen unter dem Einfluß eines hohen Widerstandes im Ankerkreis der Erregermaschine angestrebt. Der in vielen Beziehungen entscheidende Einfluß der Krümmung der magnetischen Kennlinie der Erregermaschine wird rechnungsmäßig erfaßt [4, 5]¹⁾. Es werden Berechnungsformeln abgeleitet, die die Begutachtung eines gegebenen Aggregates auf Grund leicht meßbarer Größen erlauben. Schließlich wird die Tatsache begründet, warum die seit längerer Zeit bekannten Schwingungen der beschriebenen Art in nur ganz seltenen Fällen insbesondere nur bei schwacher Erregung auftreten.

II. Gleich- und Wechselstrom-Selbsterregung einer Nebenschluß-Erregermaschine in Abhängigkeit von der Form ihrer Magnetisierungskurve.

Für das Verständnis der sich beim Labilwerden der Erregermaschine abspielenden Vorgänge muß ein Überblick darüber gewonnen werden, unter welchen Umständen

¹⁾ Die eingeklammerten schrägen Zahlen [4] beziehen sich auf die Nummern des Schrifttums am Schluß der Arbeit.

ein Nebenschlußgenerator sich selbst mit Gleich- oder Wechselstrom oder gleichzeitig auf beide Arten erregen kann.

a) Gleichstromselbsterregung.

In Bild 1 sind die Stromkreise einer Nebenschlußerregemaschine angegeben. Es bedeutet R_a den Ohmschen Widerstand im Ankerzweig, dessen geringe Induktivität wir vernachlässigen; R_n und L_n entsprechen dem Ohmschen Widerstand und der Induktivität der Nebenschlußwicklung; R_g und L_g sind die entsprechenden Größen des Rotorkreises der Synchronmaschine. Mit i sind ganz allgemein

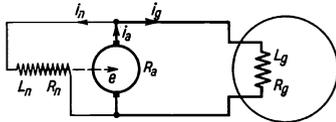


Bild 1. Stromkreise einer Nebenschlußerregemaschine.

Momentanwerte von Strömen bezeichnet, mit u der Momentanwert der Klemmenspannung. Die von der Nebenschlußwicklung durch Rotation im Anker induzierte Spannung besitzt den Momentanwert e . (Alle Größen, die sich auf den stationären Gleichstromzustand beziehen, sind mit dem Index 0 zu bezeichnen.) Die Bürsten werden genau in der neutralen Zone vorausgesetzt.

Sofern sich die Maschine mit Gleichstrom auf eine Spannung e_0 erregt hat, stellen sich Verhältnisse ein, die durch die Gleichungen:

$$i_{a0} = \frac{e_0}{R_a + \frac{R_n R_g}{R_n + R_g}}, \quad (1)$$

$$i_{g0} = i_{n0} \frac{R_n}{R_g}, \quad (2)$$

$$i_{a0} = i_{n0} + i_{g0} = i_{n0} \frac{R_n + R_g}{R_g} \quad (3)$$

beschrieben werden können. Das dabei bestehende feste Verhältnis der Rotationsspannung e_0 zum Erregerstrom i_{n0} ergibt sich aus der Beziehung

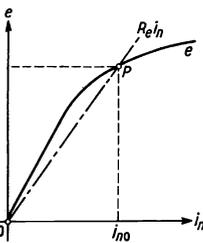


Bild 2. Gleichstrom-Selbsterregungsbedingung. (Vorhandensein eines Schnittpunktes zwischen der Magnetisierungskennlinie und der Erregungsgeraden.)

$$\frac{e_0}{i_{n0}} = \frac{i_{a0} \left(R_a + \frac{R_n R_g}{R_n + R_g} \right)}{i_{n0}}. \quad (4)$$

Dieses feste Verhältnis besitzt [mit Beachtung von Gl. (3)] den Wert

$$R_e = R_a + R_n + \frac{R_n R_n}{R_g}. \quad (5)$$

In Bild 2 ist die Magnetisierungskurve der Erregemaschine und außerdem die „Erregungsgerade“ $R_e i_n$ dargestellt, die die Magnetisierungskurve im Betriebspunkt P entsprechend dem Stromwert i_{n0} schneidet. Nur beim Vorhandensein eines derartigen Schnittpunktes kann eine Gleichstromselbsterregung überhaupt stattfinden.

Die Gleichung der Erregungsgeraden hat stets die Form

$$e = R_e i_n. \quad (6)$$

Bei vollständigem Fehlen von Sättigung und Remanenz nimmt die Gleichung der Magnetisierungskurve eine ähnliche Form an:

$$e = k i_n. \quad (7)$$

Gleichstromselbsterregung kann unter diesen Umständen nur stattfinden, wenn die Bedingung erfüllt ist:

$$R_e = k. \tag{8}$$

In Bild 3 sind diese Verhältnisse durch die Gerade *a* dargestellt, in der beide Geraden nach Gl. (6) und (7) zusammenfallen. Ein stabiler Betriebspunkt kommt allerdings beim vollständigen Fehlen von Remanenz und Sättigung überhaupt nicht zustande. Würde eine der beiden Geraden die Lage *b* oder *c* annehmen, so würde nicht einmal ein labiler Selbst-erregungszustand auftreten können.

In Wirklichkeit ist eine geringfügige Remanenz stets vorhanden. Auch eine Krümmung der Kennlinie ist meistens da, allerdings ist ihr Ausmaß im unteren Teil der Kennlinie, der für das vorliegende Problem von besonderer Bedeutung ist, nur gering. Man kann daher die Magnetisierungskennlinie mit genügender Näherung [5] durch die Gleichung

$$e = e_r + k i_n \tag{9}$$

(vgl. Bild 4) ausdrücken. Die Kennlinie ist hier geradlinig und schneidet auf der Ordinatenachse die Remanenzspannung e_r ab. Es kann sich dabei ein stabiler Betriebspunkt *P* einstellen, der sich aus der Bedingungsgleichung

$$R_e i_{n0} = e_r + k i_{n0} \tag{10}$$

ergibt. Der zugehörige Erregerstrom beträgt nach obiger Gleichung

$$i_{n0} = \frac{e_r}{R_e - k}. \tag{11}$$

Den Proportionalitätsfaktor *k*, der die Neigung der Magnetisierungskurve festlegt und die Dimension eines Widerstandes besitzt, wollen wir als „Anfachungsfaktor“ bezeichnen. Er läßt sich auch aus den Widerständen der Schaltung, der Remanenzspannung e_r und der Klemmenspannung U_0 bestimmen:

$$k = R_e - \frac{e_r}{i_{n0}} = R_e - R_n \frac{e_r}{i_{n0} R_n} = R_e - R_n \frac{e_r}{U_0}. \tag{12}$$

Wenn wir noch die relative Remanenzspannung

$$\varepsilon_r = \frac{e_r}{U_0} \tag{13}$$

einführen, so können wir schreiben:

$$k = R_e - \varepsilon_r R_n. \tag{14}$$

Diese Formulierung des Anfachungsfaktors, der ein Maß für die Neigung der Magnetisierungskurve darstellt, ist für die spätere Rechnung von Bedeutung.

b) Wechselstromselbsterregung.

Um das Zustandekommen von selbst-erregten Wechselströmen in der Erregermaschine in übersichtlicher Form zu behandeln, ist es zweckmäßig, sich auf den einfachsten Sonderfall des Auftretens von ungedämpften Schwingungen zu be-

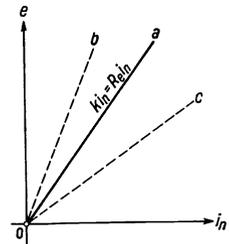


Bild 3. Gleichstromselbsterregung bei geradliniger Magnetisierungskennlinie ohne Remanenz.

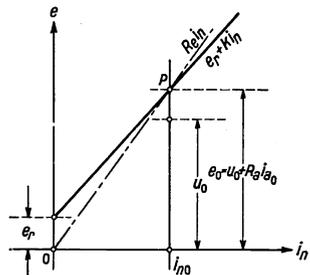


Bild 4. Gleichstromselbsterregung bei geradliniger Magnetisierungskennlinie mit Remanenz.

beschränken; diese besitzen eine konstante Frequenz und Amplitude. Man kann alsdann die Strom- und Spannungsgleichungen für stationäre Verhältnisse in bezug auf die betrachteten Stromkreise anschreiben und auch in einem Vektordiagramm (Bild 5) veranschaulichen. Aus dieser Darstellung lassen sich die Bedingungen ableiten, unter denen die Wechselstromselbsterregung auftreten kann; darüber hinaus läßt sich aus dem Vektordiagramm die entscheidende Rolle des Widerstandes im Ankerzweig erkennen.

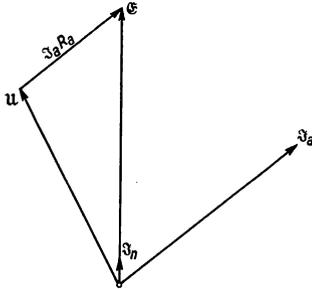


Bild 5. Selbsterregungsbedingung für ungedämpften Wechselstrom (Phasengleichheit der Vektoren \mathcal{E} und \mathfrak{I}_n).

Im Vektordiagramm (Bild 5) bedeutet \mathcal{E} den Vektor der Rotationsspannung. Der Ankerstrom \mathfrak{I}_a , der durch das Einwirken der Spannung \mathcal{E} auf die Parallelschaltung beider äußeren Zweige entsteht, ist wegen der großen Induktivitäten stark nacheilend. Die Klemmenspannung der Erregermaschine u ergibt sich durch Abzug des Spannungsabfalles im Ankerzweig von der Spannung \mathcal{E} . Da der Anker praktisch keinerlei Induktivität besitzt, so ist dieser Spannungsabfall $\mathfrak{I}_a R_a$ mit der Richtung des Ankerstromes phasengleich. Dadurch ergibt sich eine Voreilung der Klemmenspannung u gegenüber der induzierten Spannung \mathcal{E} . Der Nebenschlußstrom \mathfrak{I}_n ist wegen der hohen Induktivität des Erregungszweiges gegenüber der Klemmenspannung u nacheilend.

Die Rotationsspannung \mathcal{E} wird durch den Strom \mathfrak{I}_n erzeugt und muß daher mit ihm phasengleich sein. Eine ungedämpfte Wechselstromselbsterregung kann daher nur in dem Fall stattfinden, wenn die Bedingung der Phasengleichheit zwischen \mathfrak{I}_n und \mathcal{E} erfüllt werden kann. Dieses ist der Fall, wenn der Nacheilwinkel von \mathfrak{I}_n gegenüber u gleich ist dem Voreilwinkel von \mathcal{E} gegenüber u ; letzterer wird durch den Ohmschen Widerstand des Ankerzweiges bedingt. Bei geeigneter Wahl dieses Widerstandes R_a läßt sich die Selbsterregungsbedingung erfüllen. Die Energie zur Aufrechterhaltung der Schwingungen wird mechanischerseits zugeführt.

Nach dieser physikalischen Deutung der Erscheinung wollen wir sie in Anlehnung an [6] rechnerisch ohne Verwendung von Differentialgleichungen verfolgen. Für den Nebenschlußkreis und für den Ankerzweig lassen sich entsprechend dem Schaltbild 1 die Stromgleichungen angeben:

$$\mathfrak{I}_n = \frac{u}{R_n + j \omega L_n} = \frac{\mathcal{E} - \mathfrak{I}_a R_a}{R_n + j \omega L_n}, \quad (15)$$

$$\mathfrak{I}_a = \frac{\mathcal{E}}{R_a + \left[\frac{(R_n + j \omega L_n)(R_g + j \omega L_g)}{(R_n + R_g) + j \omega(L_n + L_g)} \right]}. \quad (16)$$

Setzen wir den Ankerstrom aus Gl. (16) in (15) ein, so erhalten wir

$$\mathcal{E} = \mathfrak{I}_n \cdot F(R_a, R_n, R_g, L_n, L_g, \omega). \quad (17)$$

Da die Vektoren \mathfrak{I}_n und \mathcal{E} phasengleich sind, so muß ihr Verhältnis

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathfrak{I}_n} = F \quad (18)$$

rein reell sein.

Da die konstante Remanenzspannung nur einen Gleichstrom hervorbringen kann, so ist der Zusammenhang zwischen Wechselspannung und Wechselstrom allein durch die Neigung der Magnetisierungskurve gegeben; das Verhältnis beider Größen muß gleich dem Anfachungsfaktor k sein:

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathfrak{I}_n} = \frac{E}{I_n} = \frac{e_w}{i_{nw}} = k. \quad (19)$$

Wir erhalten somit die Bedingungsleichung

$$F = k \quad (= \text{rein reell}). \quad (20)$$

Mit Hilfe der Gl. (15) und (16) berechnen wir nun die Funktion

$$F = \frac{R_a[(R_n + R_g) + j\omega(L_n + L_g)] + (R_n + j\omega L_n)(R_g + j\omega L_g)}{R_g + j\omega L_g}. \quad (21)$$

Mit Rücksicht auf Gl. (20) erhalten wir schließlich

$$\frac{[R_a(R_n + R_g) + R_n R_g - \omega^2 L_n L_g] + j\omega[R_a(L_n + L_g) + R_n L_g + R_g L_n]}{R_g + j\omega L_g} = k, \quad (22)$$

wobei im Zähler und Nenner die reellen und imaginären Glieder zusammengezogen sind.

Da der auf der linken Seite der Gl. (22) stehende Bruch eine reelle Zahl ist, so muß er gleich dem Verhältnis z. B. der imaginären Teile von Zähler und Nenner sein. Hieraus ergibt sich die Beziehung

$$k = \frac{R_a(L_n + L_g) + R_n L_g + R_g L_n}{L_g}, \quad (23)$$

oder [12, S. 124, Gl. (19)]

$$k = (R_n + R_a) + \frac{L_n}{L_g}(R_g + R_a), \quad (24)$$

aus der wir denjenigen Wert des Ankerwiderstandes R_a errechnen können, der für das Zustandekommen von ungedämpften Wechselströmen erforderlich ist:

$$R_a = \frac{(k - R_n)L_g - R_g L_n}{L_g + L_n}. \quad (25)$$

Aus der rein reellen Funktion (22) können wir noch eine zweite Bedingungsleichung ableiten, die zur Bestimmung der auftretenden Wechselstromfrequenz ω dient. Es muß das Verhältnis des reellen zum imaginären Glied sowohl im Zähler wie im Nenner gleich sein. Hieraus erhalten wir

$$\frac{R_g}{L_g} = \frac{(R_a R_n + R_n R_g + R_n R_g) - \omega^2 L_n L_g}{R_a(L_n + L_g) + R_n L_g + R_g L_n}. \quad (26)$$

Nach einfachen Umformungen ergibt sich die Kreisfrequenz der selbsterregten Wechselströme zu

$$\omega = \sqrt{\frac{R_n}{L_g} \cdot \frac{R_n}{L_n} - \frac{R_n}{L_g} \cdot \frac{R_g}{L_g} - \left(\frac{R_g}{L_g}\right)^2}. \quad (27)$$

Führen wir noch die Zeitkonstanten der Erregermaschine und der Hauptmaschine nach den Gleichungen

$$\begin{cases} \frac{L_n}{R_n} = T_n, \\ \frac{L_g}{R_g} = T_g \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \frac{L_g}{R_g} = T_g \end{cases} \quad (29)$$

ein, so läßt sich der Ausdruck für die Kreisfrequenz in der Form schreiben [12, S. 124, Gl. (23)]:

$$\omega = \frac{1}{T_g} \sqrt{\frac{R_a}{R_g} \left(\frac{T_g - T_n}{T_n} \right) - 1}. \quad (30)$$

Die Hauptfeldzeitkonstante T_g ist vom Betriebszustand abhängig. Da die von der Erregermaschine verursachte Labilität meist bei Leerlaufnähe der Hauptmaschine auftritt, so kann ([11], Bild 21) für die beim Pendeln wirksame Zeitkonstante T_g etwa $\frac{2}{3}$ des Wertes der statischen Leerlaufzeitkonstanten T_i eingesetzt werden.

c) Gleichzeitige Gleich- und Wechselstromselbsterregung.

Man kann sich Fälle denken, in denen die eben abgeleiteten Bedingungen für die Wechselstromselbsterregung erfüllt, diejenigen für die Gleichstrom-Selbsterregung aber nicht erfüllt sind. Beim Betrieb einer Erregermaschine im Zusammenhang mit einer Synchronmaschine, der im Rahmen dieser Arbeit allein betrachtet wird, hat ein derartiger Zustand keinerlei Bedeutung. Vielmehr ist als selbstverständlich vorzusetzen, daß die Gleichstromselbsterregungsbedingung erfüllt sein muß. Wenn dieses aber der Fall ist, und wenn wir zur Vereinfachung der Rechnung zunächst Sättigung und Remanenz vernachlässigen, so müssen wir annehmen, daß nach Gl. (8)

$$k = R_g \quad (31)$$

erfüllt ist.

Setzen wir dann in die Gl. (25) für den Anfachungsfaktor k den „Erregungswiderstand“ R_g nach Gl. (5) ein, so ergibt sich

$$R_a = \frac{\left[\left(R_a + R_n + \frac{R_a R_n}{R_g} \right) - R_n \right] L_g - R_g L_n}{L_g + L_n}, \quad (32)$$

oder mit den Gl. (28) und (29)

$$\frac{R_a}{R_g} = \frac{T_n}{T_g - T_n}. \quad (33)$$

Führt man diesen Ausdruck in die Gl. (30) für die Kreisfrequenz ein, so ergibt sich $\omega = 0$. Es kann also unter diesen Umständen eine ungedämpfte Wechselstromselbsterregung überhaupt nicht zustande kommen. Das Auftreten ungedämpfter Wechselströme bei gleichzeitiger Gleichstromselbsterregung ist daher an die Bedingung

$$e \neq k i_n \quad (34)$$

gebunden.

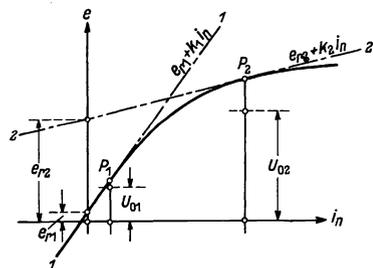


Bild 6. Gegensatz der Verhältnisse beim Betrieb mit schwacher Erregung [Punkt P_1 ; Selbsterregungsbedingung nach Gl. (41) erfüllt] und mit normaler Erregung [Punkt P_2 ; Selbsterregung nach Gl. (41) unmöglich].

Wir führen einen allgemeineren Ausdruck für die Magnetisierungskurve nach Gl. (9)

$$e = e_r + k i_n \quad (35)$$

ein. Befindet sich der stationäre Betriebspunkt (P_1 in Bild 6) noch im geradlinigen Teil der Kennlinie, so entspricht Gl. (35) eben diesem geradlinigen Teil, was in Bild 6 durch die Gerade 1 — 1 mit der Gleichung

$$e = e_{r1} + k_1 i_n \quad (36)$$

wiedergegeben ist. Liegt der stationäre Betriebspunkt dagegen im gesättigten Teil (P_2 in Bild 6), so kann man für das Studium der Wechselstromselbsterregung die Magnetisierungskurve durch die Tangente 2—2 durch den Betriebspunkt ersetzen; deren Gleichung lautet:

$$e = e_{r2} + k_2 i_n. \quad (37)$$

Entscheidend für die Wechselstrombildung ist hierbei allein die Neigung der Kennlinie, die durch den „Anfachungsfaktor“ k definiert ist.

Wenn man k aus Gl. (14) in Gl. (25) einsetzt, so ergibt sich:

$$\frac{R_a}{R_g} = \frac{T_g \frac{e_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n} = \frac{T_g e_r + T_n}{T_g - T_n}. \quad (38)$$

Es ist hier:

- T_g = die Hauptfeldzeitkonstante der Synchronmaschine,
- T_n = die Zeitkonstante der Erregermaschine,
- e_r = die tatsächliche oder fiktive Remanenzspannung,
- U_0 = die stationäre Klemmenspannung.

Die Größen e_r und U_0 auf der rechten Seite der Gleichung drücken jetzt in indirekter Weise die Neigung der Kennlinie aus.

Da wegen

$$\frac{i_n}{i_a} \ll 1 \quad (39)$$

das Verhältnis des Ankerwiderstandes R_a zum Rotorwiderstand R_g der Hauptmaschine in etwa demselben Verhältnis steht wie der Spannungsabfall Δu_a im Anker (im wesentlichen Bürstenübergangsspannung) zur Klemmenspannung U_0 der Erregermaschine

$$\frac{R_a}{R_g} \approx \frac{\Delta u_a}{U_0} \approx \frac{\Delta u_{Bü}}{U_0}, \quad (40)$$

so kann auch geschrieben werden:

$$\frac{\Delta u_{Bü}}{U_0} \approx \frac{T_g \frac{e_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n}. \quad (41)$$

An Hand dieser Gleichung und des Bildes 6 läßt sich erkennen, warum eine Wechselstromselbsterregung im Gebiet des normalen, vollerregten Betriebspunktes P_2 unmöglich ist. Nach Bild 6, in dem die Klemmenspannungswerte U_{01} und U_{02} eingetragen sind, erhalten wir

$$e_{r2} \approx U_{02}. \quad (42)$$

Es müßte daher für das Auftreten von ungedämpften Schwingungen die aus Gl. (41) folgende Bedingung erfüllt werden:

$$\frac{\Delta u_{Bü}}{U_0} = \frac{T_g \cdot 1 + T_n}{T_g - T_n} > 1. \quad (43)$$

Dieses ist offenbar unmöglich, weil die Bürstenspannung nie den Betrag einiger weniger Volt überschreiten kann.

Ganz anders gestalten sich die Verhältnisse bei der schwächsten vorkommenden Erregung in der Nähe des Leerlaufpunktes, evtl. sogar bei Untererregung (P_1 in Bild 6). Für e_r ist jetzt — entsprechend dem geradlinigen Teil der

Kennlinie — die tatsächliche, geringe Remanenzspannung einzusetzen, z. B. 1 V bei einer 110-Volt-Maschine. U_0 beträgt schätzungsweise 20 % des Nennwertes, in unserem Beispiel also etwa 20 V. Es ergibt sich dann bei $T_g = 5$ s, $T_n = 0,3$ s:

$$\frac{\Delta u_{Bu}}{U_0} = \frac{5 \cdot 1_0 + 0,3}{5 - 0,3} = 0,117 \quad (44)$$

oder

$$\Delta u_{Bu} = 20 \cdot 0,117 = 2,34 \text{ V.} \quad (45)$$

Das ist ein Wert der Bürstenübergangsspannung, der vorkommen kann. Die Selbst-erregungsbedingung für ungedämpften Wechselstrom ist dann erfüllt.

Wir hatten für T_n stillschweigend einen Mittelwert entsprechend einem mittleren Widerstandswert von R_n eingeführt. In Wirklichkeit ist R_n im Betriebspunkt P_1 groß, daher T_n klein, in P_2 dagegen R_n klein, daher T_n groß. Hierdurch erhöht sich der Gegensatz zwischen den Gl. (43) und (44) noch mehr (dem wirkt die Schwankung der Differenz $T_g - T_n$ nur wenig entgegen, da T_n viel kleiner als das fast konstante Glied T_g ist).

Die Kreisfrequenz der Schwingung ergibt sich aus Gl. (30) mit Gl. (38) zu

$$\omega = \sqrt{\frac{e_r U_0}{T_n T_g}} = \sqrt{\frac{e_r}{T_n T_g}}. \quad (46)$$

In unserem Beispiel wird die Pendelfrequenz:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,05}{0,3 \cdot 5}} = 0,0292 \text{ Hz.} \quad (47)$$

Die Periodendauer ist dann

$$T_v = \frac{1}{f} = 34 \text{ s,} \quad (48)$$

was der tatsächlich vorkommenden, langen Periodendauer gut entspricht [2, S. 113].

III. Schwingungsverhältnisse einer Erregermaschine im allgemeinen Fall.

1. Lösung der allgemeinen Differentialgleichungen.

Nachdem wir in den vorhergehenden Abschnitten das Wesen der Pendelerscheinung an einem charakteristischen Fall von der physikalischen Seite her kennengelernt haben, wollen wir jetzt in kurzen Zügen die bereits bekannte verallgemeinerte formell-mathematische Lösung des Problems umreißen [5].

Mit Beachtung der Gl. (9) können wir für die zwei durch den Ankerzweig gekoppelten Stromkreise die Kirchhoffsche Spannungsgleichung anschreiben (vgl. Bild 1):

$$\begin{cases} R_a i_a + R_g i_g + L_g \frac{di_g}{dt} = e_r + k i_n, & (49) \\ R_a i_a + R_n i_n + L_n \frac{di_n}{dt} = e_r + k i_n. & (50) \end{cases}$$

Unter den Strömen sind hier ganz allgemeine Momentanwerte zu verstehen. Die Remanenzspannung e_r bedeutet entweder den tatsächlichen Festwert der Remanenzspannung im Falle einer geradlinigen Kennlinie oder einen entsprechenden fiktiven Wert, der dadurch zustande kommt, daß man die Magnetisierungscharakteristik in dem beschränkten betrachteten Bereich durch eine Gerade ersetzt und diese bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse fortsetzt [5, S. 112 bis 113]. Der Anfachungsfaktor entspricht der Neigung der geradlinigen Kennlinie oder der Ersatzgeraden.

Außer den eben angeschriebenen allgemeinen Beziehungen müssen auch noch die Beziehungen für die reine Gleichstromselbsterregung erfüllt sein. Dieser stationäre Zustand mag in gewissen Fällen einem labilen Gleichgewicht entsprechen (so daß beim geringsten Anlaß ein überlagerter Wechselstrom auftritt). Trotzdem läßt er sich aber wohl definieren. Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{cases} R_a i_{a0} + R_g i_{g0} = e_r + k i_{n0}, & (51) \\ R_a i_{a0} + R_n i_{n0} = e_r + k i_{n0}. & (52) \end{cases}$$

Wir können jetzt das letzte Gleichungspaar vom vorletzten abziehen und erhalten Beziehungen entsprechend den Strömen, die dem stationären Zustand überlagert sind (vgl. Bild 7):

$$\begin{cases} R_a i'_a + R_g i'_g + L_g \frac{di'_g}{dt} = k i'_n, & (53) \\ R_a i'_a + R_n i'_n + L_n \frac{di'_n}{dt} = k i'_n. & (54) \end{cases}$$

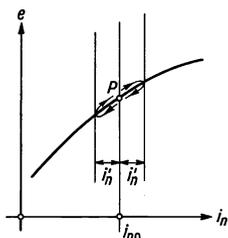


Bild 7. Überlagerung des Gleich- und Wechselstromes.

Wir haben die überlagerten Ströme zunächst durch Striche gekennzeichnet, wollen aber letztere zur Vereinfachung der Schreibweise wieder fortlassen.

Zur Lösung der Differentialgleichungen (53), (54) eliminieren wir mit Hilfe der weiteren Kirchhoffschen Gleichung

$$i_g = i_a - i_n \tag{55}$$

den Strom i_g . Aus den beiden Gl. (53), (54) eliminieren wir sodann den Strom i_n . Nach Differentiation der Gl. (53), (54) kann aus ihnen ($d^2 i_n/dt^2$) eliminiert werden.

Aus den beiden auf diese Weise erhaltenen neuen Gleichungen eliminiert man schließlich (di_n/dt) und erhält:

$$\frac{d^2 i_a}{dt^2} + a_1 \frac{di_a}{dt} + a_2 = 0 \tag{56}$$

mit

$$a_1 = \frac{L_n(R_a + R_g) + L_g(R_n + R_n - k)}{L_n L_g}, \tag{57}$$

$$a_2 = \frac{R_a R_n + R_g R_n + R_n R_g - R_p k}{L_n L_g}. \tag{58}$$

Das allgemeine Integral der Gl. (56) ergibt sich in der Form

$$i_a = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}, \tag{59}$$

wobei die Exponenten aus der charakteristischen Gleichung

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_2 = 0 \tag{60}$$

berechnet werden können:

$$\lambda_1 = -\frac{a_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_2}, \tag{61}$$

$$\lambda_2 = -\frac{a_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_2}. \tag{62}$$

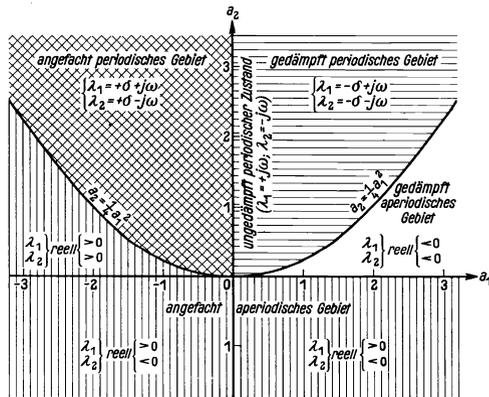


Bild 8. Art der Lösungen der Differentialgleichung (56) in Abhängigkeit von ihren Koeffizienten.

Im Bild 8 ist die Abhängigkeit der Exponenten λ_1 und λ_2 von den Parameterwerten a_1 und a_2 in allgemeiner Form dargestellt, und es sind die charakteristischen Gebiete durch verschiedene Schraffur hervorgehoben.

In allen Fällen ist die Frequenz der periodischen Schwingungen durch den Ausdruck gegeben:

$$\omega = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a_1}{2}\right)^2}. \tag{63}$$

Im nächsten Abschnitt soll untersucht werden, in welcher Beziehung zu den verschiedenen Gebieten praktisch vorkommende Betriebszustände stehen.

2. Allgemeines über das Verhalten des Aggregates bei verschiedenen Zuständen der Erregerkreise.

Entsprechen die Konstanten der Erregerkreise der Synchronmaschine gedämpften Zustandsänderungen, so bleiben störende Wirkungen auf den Synchronbetrieb des Hauptgenerators aus, wenn es sich um zufällige Abweichungen vom normalen Betriebspunkt ohne Änderung der Parameter handelt. Durch gewollte ruckartige Veränderung der Parameter in den Erregerkreisen lassen sich aber auch im gedämpften Gebiet bleibende Änderungen des Betriebszustandes erreichen. Dieser Fall findet Anwendung bei der Schwingungsentregung von Synchronmaschinen.

Falls die Konstanten der Erregerkreise so liegen, daß ungedämpft periodische Schwingungen möglich sind ($a_1 = 0$), so tritt eine konstante Schwankung des Erregerstromes und eine Pendelung der Synchronmaschine auf.

Der Vorgang der Entstehung der Pendelungen der Hauptmaschine spielt sich in der Weise ab, daß durch die Änderung ihres Rotorstromes auch ihre beim ursprünglichen Polradwinkel abgegebene elektrische Wirkleistung eine Änderung erfährt. Da aber die Antriebsmaschine ihre frühere Leistung liefert und auch die Verbraucher unverändert sind, so ist die Synchronmaschine bestrebt, ihren Polradwinkel so zu verändern, daß trotz ihres neuen Erregerstromwertes die abgegebene elektrische Wirkleistung konstant bleibt. Es entstehen auf diese Weise Schwankungen des mechanischen Polradwinkels. Wäre keine Massenträgheit vorhanden, so würde der Polradwinkel den Schwankungen des Erregerstromes ohne Zeitverzögerung folgen können, und es würde keinerlei Schwankung der elektrischen Wirkleistung auftreten. In Wirklichkeit bedingt die endliche Massenträgheit auch eine kleinere Wirklastschwankung.

Die überraschende Tatsache, daß die verhältnismäßig sehr kleine Erregermaschine überhaupt unter Umständen in der Lage ist, die Hauptmaschine in Schwingungen zu versetzen, erklärt sich daraus, daß, wie wir oben [Gl. (46) und (47)] gesehen haben, die mögliche Pendelfrequenz sehr klein ist. Aus diesem Grunde kann sich die Erregerstromschwankung des Synchrongenerators trotz seiner großen magnetischen Trägheit (die durch Wirbelstromkreise mitbedingt ist) in einer merkbaren Schwankung der induzierten Spannung und daher der Synchronisierkräfte auswirken. Außerdem tritt bei kleiner Pendelfrequenz sowohl das Dämpfungsmoment wie das Massenträgheitsmoment der Hauptmaschine kaum in Erscheinung.

Praktisch wird das Gebiet ungedämpfter Schwingungen gelegentlich, wenn auch selten, erreicht. Wenn alle Parameter der Erregerkreise wirkliche Konstanten wären, so wäre die Wahrscheinlichkeit des Auftretens stationärer Schwingungen überhaupt verschwindend klein, da die Bedingung $a_1 = 0$ genau eingehalten werden müßte. In Wirklichkeit sind aber auch im schwach angefacht-periodischen Gebiet stationäre, wenn auch unharmonische Schwingungen zu erwarten. Mit den angefachten Stromschwankungen variiert auch die Sättigung der Gleichstrommaschine sowie der Bürstenübergangswiderstand, so daß Zustände denkbar sind, bei denen die Amplituden des Stromes durch die Variation der Parameter begrenzt werden.

In ganz seltenen Fällen gelangt man in das Gebiet starker Anfachtung periodischer Schwingungen, wobei dann die ab und zu beobachteten Umpolungen

der Generatoren auftreten, die ohne ersichtlichen Grund langsam aufeinanderfolgen (und in ihrer Amplitude durch die Sättigung begrenzt sind). Den Grenzfall hierzu liefert der Übergang zum angefacht aperiodischen Gebiet, in dem nur eine einmalige Zustandsänderung (auch durch Sättigung begrenzt) beobachtet werden kann.

3. Umformung der Grenzbedingungen für das Auftreten von periodischen Schwingungen auf eine praktisch brauchbare Form.

Unter Beachtung der Gl. (5), (14), (28), (29) können wir den Ausdruck für a_2 in folgender kurzer Form darstellen:

$$\alpha_2 = \frac{R_g(R_r - k)}{L_n L_g} = \frac{R_g}{L_g} \cdot \frac{R_n}{L_n} \varepsilon_r = \frac{\varepsilon_r}{T_g T_n}. \quad (64)$$

Somit hat a_2 stets dasselbe Vorzeichen wie $\varepsilon_r = e_r/U_0$, d. h. wie die Remanenzspannung, die praktisch stets positiv ist. Negative Remanenzspannungen können nach Bild 8 ($a_2 < 0$) nicht von Bestand sein. Ein einmaliger, angefachter aperiodischer (und durch Sättigung begrenzter) Vorgang führt zur Ummagnetisierung. — Für a_1 ergibt sich nach einfachen Umformungen ebenfalls ein verhältnismäßig einfacher Ausdruck:

$$\alpha_1 = \frac{1}{T_g} \left(1 + \frac{R_a}{R_g} \right) - \frac{1}{T_n} \left(\frac{R_a}{R_g} - \varepsilon_r \right). \quad (65)$$

Bemerkenswert ist, daß die größte vorkommende Schwingungsfrequenz, die offenbar bei $a_1 = 0$ auftritt, sich durch die bequeme Formel

$$\omega_{\max} = \sqrt{\alpha_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{T_n T_g}} \quad (66)$$

darstellen läßt. Diesen Ausdruck hatten wir bereits im Abschnitt II gewonnen. Dabei wurde festgestellt, daß sogar diese größte bei einer Maschine vorkommende Frequenz sehr klein ist. Alle anderen periodischen Schwingungen sind noch langsamer als die periodischen ungedämpften.

Wir wollen jetzt die Werte des Ankerwiderstandes R_a bestimmen, die den Grenzen zwischen dem gedämpften und angefachten Gebiet bzw. zwischen den beiden periodischen und aperiodischen Gebieten entsprechen.

a) **Grenze zwischen dem gedämpften und angefachten Gebiet.** Nach Gl. (61), (62) und Bild 8 ist hierfür $a_1 = 0$, und man kann daher unter Benutzung der Gl. (65) schreiben:

$$\frac{1}{T_g} \left(1 + \frac{R_a}{R_g} \right) = \frac{1}{T_n} \left(\frac{R_a}{R_g} - \varepsilon_r \right). \quad (67)$$

Nach einfacher Umformung erhalten wir für den Grenzwert:

$$\left(\frac{R_a}{R_g} \right)_n = \frac{T_g \varepsilon_r + T_n}{T_g - T_n} = \frac{T_g \frac{e_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n}. \quad (68)$$

Der auf der rechten Seite stehende Ausdruck enthält nur leicht zu schätzende bzw. zu messende Größen (Zeitkonstanten bzw. die relative Remanenzspannung). Ist der tatsächlich vorhandene Wert von R_a/R_g gerade gleich diesem Ausdruck, so tritt eine ungedämpfte periodische Schwingung auf.

Die Gl. (68) ist für praktische Begutachtung eines gegebenen Betriebszustandes bequem, ermöglicht aber nicht, den absoluten Betrag des Grenzwertes

von R_a nur aus den Konstanten vor auszubestimmen. Es ist aber leicht, unter Benutzung der Gl. (14) den Wert der realtiven Remanenzspannung zu eliminieren. Man bekommt dann den Ausdruck für den Ohmschen Widerstand des Ankers in der Form:

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u = \frac{\left(\frac{k}{R_n} - 1\right) - \frac{T_n}{T_g}}{\frac{R_g}{R_n} + \frac{T_n}{T_g}}. \quad (69)$$

Diesen Ausdruck hätte man auch durch Nullsetzen der Gl. (57) unmittelbar erhalten können.

b) **Grenzen zwischen beiden periodischen und den entsprechenden aperiodischen Gebieten.** Für beide Grenzen gilt die Bedingungsgleichung $\alpha_2 = \frac{1}{4} a_1^2$, die wir mit den Gl. (64), (65) und der Abkürzung

$$\frac{R_a}{R_g} = \varrho \quad (70)$$

in der Form anschreiben können:

$$\frac{\varepsilon_r}{T_n T_g} = \frac{1}{4} \left[\frac{T_n(1 + \varrho) - T_g(\varrho - \varepsilon_r)}{T_n T_g} \right]^2. \quad (71)$$

Es ergibt sich hieraus:

$$\varrho^2 + b_1 \varrho + b_2 = 0 \quad (72)$$

mit den Faktoren

$$b_1 = -2 \frac{\frac{T_n}{T_g} + \varepsilon_r}{1 - \frac{T_n}{T_g}}, \quad (73)$$

$$b_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\varepsilon_r - \frac{T_n}{T_g}\right)^2}{\left(1 - \frac{T_n}{T_g}\right)^2}. \quad (74)$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung liefert nach einfachen Umformungen

$$\varrho = \frac{R_a}{R_g} = \frac{\left(\frac{T_n}{T_g} + \varepsilon_r\right) \pm \sqrt{\left(\frac{T_n}{T_g} + \varepsilon_r\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\varepsilon_r - \frac{T_n}{T_g}\right)^2}}{1 - \frac{T_n}{T_g}}, \quad (75)$$

oder, näherungsweise

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1 \approx 2 \frac{T_g \varepsilon_r + T_n}{T_g - T_n} = 2 \frac{T_g \frac{\varepsilon_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n} \quad (76)$$

und, mit Beachtung von $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$:

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2 \approx \frac{1}{4} \frac{(T_g \varepsilon_r - T_n)^2}{(T_g \varepsilon_r + T_n)^2} \left\{ \frac{T_g \varepsilon_r + T_n}{T_g - T_n} \right\}. \quad (77)$$

Aus Gl. (65) und (68) erkennt man, daß bei $R_a/R_g > (T_g \varepsilon_r + T_n)/(T_g - T_n)$ der Parameterwert $\alpha_1 < 0$ ist und umgekehrt. Infolgedessen entspricht der eben errechnete Grenzwert $(R_a/R_g)_1$ der Grenze zwischen dem periodischen und aperiodischen angefachten Gebiet und $(R_a/R_g)_2$ der analogen Grenze im gedämpften Gebiet.

Die Formel (76) ist ebenso wie die Gl. (68) geeignet für die Begutachtung eines praktischen Betriebszustandes daraufhin, ob die beobachteten Schwingungen auf die Labilität der Erregermaschine zurückgeführt werden können. Für die Vorausberechnung des Grenzwertes von $(R_a)_1$ direkt aus den Maschinenkonstanten müssen wir die relative Remanenzspannung mit Hilfe der Gl. (14) wieder eliminieren und erhalten

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1 \approx \frac{2 \left[\left(\frac{k}{R_n} - 1 \right) - \frac{T_n}{T_g} \right]}{1 + 2 \frac{R_g}{R_n} + \frac{T_n}{T_g}} = \frac{2 \frac{T_n}{T_g} + 2 \frac{R_g}{R_n} \left\{ \left(\frac{k}{R_n} - 1 \right) - \frac{T_n}{T_g} \right\}}{\left(1 + \frac{T_n}{T_g} \right) + 2 \frac{R_g}{R_n} \left\{ \frac{R_g}{R_n} + \frac{T_n}{T_g} \right\}} \quad (78)$$

Im Gegensatz zu Gl. (69) kann diese letztere Gleichung nicht auf bequeme Weise direkt aus dem Ausdruck

$$a_1^2/4 = a_2 \quad (79)$$

mit a_1 und a_2 nach Gl. (57) und (58) gewonnen werden.

Für die Grenze $(R_a/R_g)_2$, die im gedämpften Gebiet liegt, wollen wir auf die Ableitung einer Vorausberechnungsformel verzichten, da sie sich in übersichtlicher Form nicht darstellen läßt.

In der nachfolgenden tabellarischen Darstellung sind die charakteristischen Gebiete zusammengestellt und an den Grenzlinien die oben berechneten Grenzwerte

Charakteristische Zustände der Erregerkreise bei Veränderlichkeit von R_a		Kennzeichnung der zugeordneten praktischen Betriebszustände
Alle Parameterwerte außer R_a werden konstant gehalten	Ein konstanter Betriebszustand der Synchronmaschine wird angestrebt	
Bei Zunahme von R_g	Aperiodisch gedämpftes Gebiet	} Normalbetrieb bei Vollerregung
	$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1^*$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 0 10px;">$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2^{**}$ nach (77)</div>	
	Periodisch gedämpftes Gebiet	} Normalbetrieb bei schwacher Erregung } Schwingungsentregung durch stoßweise Änderung der Konstanten
	$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u^*$ nach (69) <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 0 10px;">} Periodisch ungedämpfter Zustand</div> $\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u^{**}$ nach (68)	
Periodisch angefachtes Gebiet	} Stationäre Schwingungen	
$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1^*$ nach (78) <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 0 10px;">$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1^{**}$ nach (76)</div>		
	Aperiodisch angefachtes Gebiet	} Umpolungen
		} Bei Zunahme von R_g

von R_a/R_g beigeschrieben. In den mit (*) bezeichneten Formeln ist dabei R_a/R_g in Abhängigkeit aller anderen Parameterwerte der Erregerkreise angegeben. Wenn man voraussetzt, daß diese Größen Konstanten sind und ferner $T_n < T_g$, was praktisch stets erfüllt ist, so erhält man:

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u^* > \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1^* \quad (80)$$

d. h. bei Zunahme **allein** des Ankerwiderstandes gelangt man aus dem angefacht-aperiodischen Gebiet ins angefacht-periodische und schließlich ins gedämpfte Gebiet. Dieses ist auch vom physikalischen Standpunkt einleuchtend.

Praktisch ist jedoch eine Änderung von R_a fast stets mit der Änderung anderer Parameter verknüpft. — Bei langsamer Zunahme von R_a , z. B. durch Änderung des Bürstenübergangswiderstandes im Verlaufe des Dauerbetriebes, wird man bemüht sein, den erforderlichen Betriebszustand, vor allem die Klemmenspannung U (also auch e_r) etwa konstant zu halten. Hierzu wird man nach und nach den Nebenschlußwiderstand verkleinern, so daß T_n etwas zunehmen wird. Immerhin werden die in der Tabelle mit (**) bezeichneten Grenzwerte von R_a/R_g insbesondere bei schwacherregter Maschine nur wenig variieren, da hierbei $e_r \approx \text{konst.}$ ist. Wenn also nicht die Parameterwerte, sondern der Betriebszustand der Hauptmaschine konstant gehalten wird, so gelangt man bei Zunahme von R_a/R_g aus dem aperiodisch gedämpften Gebiet ins periodisch gedämpfte, sodann ins periodisch angefachte und schließlich ins aperiodisch angefachte; man sieht aus der Tabelle, daß tatsächlich unter Beachtung der Gl. (77), (68), (76)

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2^{**} < \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u^{**} < \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_1^{**}. \quad (81)$$

Bereits im Abschnitt II hatten wir gezeigt, daß bei einer vollerregten Maschine keine ungedämpften Schwingungen auftreten können, da hierbei stets

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u = \frac{T_g \varepsilon_r + T_n}{T_g - T_n} \approx 1, \quad (82)$$

und daher

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right) < \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u \approx 1. \quad (83)$$

Wir sehen nun, daß der Nennbetriebspunkt tatsächlich im gedämpften Gebiet liegt und sogar im aperiodischen, da bei $\varepsilon_r \approx 1$ auch erfüllt ist:

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2 \approx \frac{1}{4} \left(\frac{T_g \cdot 1 - T_n}{T_g \cdot 1 + T_n}\right)^2 \cdot \frac{T_g \cdot 1 + T_n}{T_g - T_n} \approx \frac{1}{4}, \quad (84)$$

und der tatsächliche Wert

$$\frac{\Delta u_{BU}}{U_0} \approx \frac{R_a}{R_g} < \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2 \approx \frac{1}{4}. \quad (85)$$

Bei schwacher Erregung dagegen ist ε_r klein (vgl. Bild 6),

$$T_g \varepsilon_r - T_n \approx 0 \quad (86)$$

und

$$\left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2 \approx 0, \quad (87)$$

so daß

$$\frac{\Delta u_{BU}}{U_0} \approx \frac{R_a}{R_g} > \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_2 \approx 0. \quad (88)$$

Da andererseits meistens

$$\frac{\Delta u_{BU}}{U_0} < \left(\frac{R_a}{R_g}\right)_u, \quad (89)$$

so befindet man sich bei schwacher Erregung normalerweise im gedämpft periodischen Gebiet.

In diesem Gebiet spielt sich auch die absichtlich herbeigeführte Schwingungsentregung des Synchrongenerators ab: durch plötzliche Erhöhung des Ankerwiderstandes — verbunden mit einer angemessenen Veränderung von R_n — leitet man

einen starken Ausgleichsvorgang ein, der bei den vorgesehenen Parametern gedämpft periodisch verläuft und zu mehrfacher Umpolung der Gleichstrommaschine mit schnell verlöschender Remanenzspannung führt.

Zusammenfassend kann man sagen, daß der tatsächliche Wert von R_a in dem Ankerstromkreis einer bestimmten Maschine durch die Grenzbedingungen

$$\boxed{\frac{\left[\left(\frac{k}{R_n} - 1\right) - \frac{T_n}{T_g}\right]}{\frac{R_g}{R_n} + \frac{T_n}{T_g}} > \frac{R_a}{R_g} > \frac{2\left[\left(\frac{k}{R_n} - 1\right) - \frac{T_n}{T_g}\right]}{1 + 2\frac{R_g}{R_n} + \frac{T_n}{T_g}}} \quad (90)$$

festgelegt ist, falls die Möglichkeit des Auftretens von periodischen angefachten Schwingungen besteht. In dieser Form lassen sich die Grenzen direkt aus den Maschinenkonstanten ermitteln.

Wenn man dagegen bei einer bestimmten Erregermaschine und einem bestimmten Betriebszustand feststellen will, ob die Vorbedingung für angefachte periodische Schwingungen vorliegt, so ist es bequemer, diese Begutachtung auf Grund der Grenzbedingungen Gl. (68) und (76) vorzunehmen, wobei noch Gl. (40) zu beachten ist; es folgt:

$$\boxed{1 < \left(\frac{\Delta u_a}{U_0}\right) \frac{T_g - T_n}{T_g \varepsilon_r + T_n} < 2} \quad (91)$$

oder:

$$\boxed{U_0 \frac{T_g \frac{\varepsilon_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n} < \Delta u_a < 2 U_0 \frac{T_g \frac{\varepsilon_r}{U_0} + T_n}{T_g - T_n}} \quad (92)$$

Dieser Ausdruck enthält nur Größen, die leicht zu schätzen oder zu messen sind.

Die linke Grenze der Ausdrücke (90) oder (92) und das Gebiet in ihrer Nachbarschaft entspricht stationären Schwingungen; das Gebiet in der Nachbarschaft der rechten Grenze entspricht dagegen dem bereits oben angedeuteten Zustand des ständigen Umpolens, bei dem ein Außertrittfallen der Hauptmaschine unvermeidlich wird.

IV. Beispiel.

Beim Nachtbetrieb eines 10-MVA-Turbogenerators mußten zahlreiche Kabel auf Spannung gehalten werden, so daß eine nur außerordentlich kleine Erregung erforderlich war. Die für 110 V ausgelegte Nebenschlußerregermaschine lief mit etwa $U_0 = 20$ V. Der Synchrongenerator war über eine Fernleitung mit einem zweiten Kraftwerk von etwa derselben Größenordnung parallelgeschaltet, wobei jedoch im Mittel nur eine kleine Wirkleistung ausgetauscht wurde.

Es traten nun von einem bestimmten Zeitpunkt an langsame Pendelungen sowohl der Spannung wie auch der Wirkleistung auf. Der Verlauf dieser Erscheinung ist in den Bildern 9 und 10 wiedergegeben. Durch Auszählen der Pendelungen läßt sich eine Periodendauer von etwa 35 s bestimmen. Bei der Erregermaschine wurde festgestellt, daß die Bürsten sich teilweise festgesetzt hatten und ihr Auflagedruck sich wesentlich vermindert hat. Da hierbei die Bürstenübergangsspannung wesentlich zuzunehmen pfl egt und somit eine merkbare Erhöhung des Widerstandes im

Ankerzweig erfolgt, so liegt die Vermutung nahe, daß es sich im vorliegenden Fall um einen Labilitätszustand der Erregermaschine handelt.

Die Zeitkonstanten betragen in diesem Fall für die Erregermaschine $T_n = 0,2$ s, für die Hauptmaschine $T_g = 5$ s. Bei Schätzung der Remanenzspannung zu $e_r = 1,0$ V erhalten wir:

$$\varepsilon_r = \frac{1,0}{20} = 0,05. \quad (93)$$

Um das Labilitätsgebiet der Erregermaschine durch die untere und obere Grenze von $\Delta u_{Bü}$ unter der Annahme des geschätzten Wertes von ε_r festzulegen, benutzen wir Gl. (92); da $\Delta u_a \approx \Delta u_{Bü}$, so folgt:

$$\left\{ \begin{aligned} (\Delta u_{Bü})_{\min} &= 20 \frac{5 \cdot 0,05 + 0,2}{5 - 0,2} = 1,88 \text{ V}, \quad (94) \\ (\Delta u_{Bü})_{\max} &= 40 \frac{5 \cdot 0,05 + 0,2}{5 - 0,2} = 3,76 \text{ V}. \quad (95) \end{aligned} \right.$$

Da die erhöhte Bürstenübergangsspannung zu etwa 2 V geschätzt werden kann, so sind tatsächlich periodische Schwingungen der Erregermaschine möglich und erklären im vorliegenden Fall die betrachteten Pendelungen des ganzen Aggregates.

Nach der aus dem Schrifttum bekannten Überschlagsformel hätte man dagegen

$$(\Delta u_{Bü})_{\min} \approx \frac{U_o T_n}{T_g - T_n} = 20 \frac{0,2}{5 - 0,2} = 0,83 \text{ V}, \quad (96)$$

und es wäre dann unerklärlich, warum die Maschine schon normalerweise nicht pendelt.

Die maximal unter den Umständen des Betriebsfalles zu erwartende Pendelfrequenz ergibt sich nach Gl. (66) zu

$$f_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,05}{0,2 \cdot 5}} = 0,0357 \text{ Hz}, \quad (97)$$

was einer Pendeldauer von $T_v = 28,0$ s entspricht und mit den Beobachtungen gut übereinstimmt (gemessen $T_v = 35$ s).

V. Abhilfsmaßnahmen.

Als Abhilfsmaßnahmen zur sicheren Unterbindung von Schwingungen der behandelten Art kommen unter anderem folgende in Frage [7, 12]:

- a) Fremderregung der Erregermaschine.
- b) Anbringung einer Compoundierungswicklung, die die Wirkung von R_a (Spannungsabfall) aufhebt.
- c) Verschiebung der Bürsten gegen den Drehsinn des Generators (sofern vom Kommutierungsstandpunkt zulässig) zur Schaffung einer magnetisierenden Ankerückwirkung, die wie eine Verminderung von R_a wirkt.

VI. Ergebnisse.

Die Möglichkeit des Auftretens von periodischen Schwingungen in einem Nebenschlußgenerator läßt sich an Hand eines Vektordiagrammes im Zusammenhang mit der Größe des vorhandenen Ankerwiderstandes bringen. Ferner zeigt es sich, daß der Neigung der Magnetisierungskennlinie der Maschine eine entscheidende Rolle, namentlich in bezug auf die Frequenz der auftretenden Schwingungen, zukommt. Die Wirkung dieser Neigung läßt sich in bequemer Weise durch die Remanenz- und Klemmenspannung ausdrücken.

Die Untersuchung zeigt, daß die Anfachung von Pendelungen einer Synchronmaschine durch die sehr viel kleinere Erregermaschine nur bei schwacher Erregung (Remanenzspannung e_r nach Bild 6 klein), und zwar deswegen zustande kommen kann, weil hierbei gleichzeitig:

1. das Gefahrgebiet [nach Gl. (68), (76)] verhältnismäßig kleinen Werten des Ankerzweigwiderstandes R_a entspricht, die praktisch auch auftreten können, und zwar insbesondere bei hoher Bürstenspannung;
2. die Frequenz dieser periodischen Schwingungen sehr gering ist [Gl. (46)]. Bei der kleinen Pendelfrequenz bleibt das Dämpfungs- und Massenträgheitsmoment der Hauptmaschine unwirksam. Die Erregerstromschwankungen können hierbei merkbare Schwankungen des trägen Hauptflusses der Synchronmaschine und damit ihrer synchronisierenden Kraft herbeiführen.

Nur unter solchen Umständen können Pendelungen der hier untersuchten Art entstehen. Die Tatsache, daß diese bereits seit längerer Zeit bekannte Erscheinung nur verhältnismäßig selten auftritt, ist auch darauf zurückzuführen, daß ihr Zustandekommen an Werte des Ankerwiderstandes gebunden ist, die zwischen bestimmten Grenzen liegen. Diese Grenzen hängen nicht nur von den Zeitkonstanten der Maschinen, sondern auch von der Neigung der Erregermaschinenkennlinie ab.

Die gefährlichen Werte des Ankerwiderstandes können durch zweierlei Formeln festgelegt werden. Eine Formel (90) ermöglicht die Vorausberechnung der gefährlichen Werte des Ankerwiderstandes unter Annahme der Unveränderlichkeit der Konstanten einer gegebenen Maschine. Die andere (92) ist dazu geeignet, auf Grund leicht zu schätzender oder zu messender Größen festzustellen, ob bei einem gegebenen Betriebszustand angefachte periodische Schwingungen auftreten können oder nicht.

Zusammenfassung.

Stationäre mechanische Schwingungen von Synchronmaschinen können von der Erregermaschine angefacht werden, wenn der Wert ihres Ankerwiderstandes in einem bestimmten, begrenzten Gebiet liegt (das unter anderem von der Neigung der Magnetisierungskennlinie abhängt) und ihre Erregung schwach ist. Charakteristisch für das Zustandekommen dieser Schwingungen ist ihre stets kleine Frequenz, bei der die Dämpfung und die Massenträgheit der Hauptmaschine nur schwach in Erscheinung treten.

Schrifttum.

1. R. Rüdberg: Elektrische Eigenschwingungen in Dynamomaschinen. Arch. Elektrotechn. **1** (1912) S. 34 ··· 42.
2. H. Busch: Stabilität, Labilität und Pendelungen in der Elektrotechnik. Leipzig (1913).
3. J. Biermanns Ausgleichsvorgänge beim Kurzschluß von Kollektormaschinen. Arch. Elektrotechn. **7** (1918) S. 1 ··· 17.
4. E. Arnold u. J. L. la Cour: Elektrische Eigenschwingungen in Gleichstrommaschinen. Die Gleichstrommaschine **1**. 3. Aufl. Berlin (1919). S. 528 ··· 539.
5. F. Leyerer: Über Wechselstromselbsterregung von Gleichstrommaschinen. Arch. Elektrotechn. **9** (1920) S. 95 ··· 114.
6. L. Fleischmann: Selbsterregung einer Gleichstromnebenschlußmaschine für Wechselstromabgabe. Arch. Elektrotechn. **9** (1921) S. 403 ··· 404.
7. R. E. Doherty: Exciter instability. J. Amer. Inst. electr. Engr. **11** (1922) S. 731 ··· 744.
8. R. Richter: Schwingungen bei Nebenschlußgeneratoren. Elektr. Masch. **1** (1924) S. 521 ··· 523. Berlin.
9. R. Rüdberg: Kurzschlußströme beim Betrieb von Großkraftwerken. Berlin (1925) S. 68 ··· 73.
10. H. Hess u. E. Weber: Der Schwingungswiderstand zur Schnellentregung elektrischer Maschinen. Wiss. Veröff. Siemens **IX**, **1** (1930) S. 115 ··· 159.
11. R. Rüdberg: Schaltvorgänge beim Betrieb gesättigter Synchronmaschinen. Wiss. Veröff. Siemens **X**, **1** (1931) S. 1 ··· 23.
12. R. Rüdberg: Eigenschwingungen in Kollektormaschinen, Kap. 16 aus „Elektrische Schaltvorgänge“. 3. Aufl. Berlin (1933) S. 119 ··· 127.
13. A. v. Brunn: Die Expedanz als Ursache der Selbsterregung und der allgemeinen Resonanz. Bull. S. E. V. **26** (1935) S. 137 ··· 149.

Die Ausgleichsvorgänge beim Einschalten einer Tiefnutwicklung.

Von Aladar Koos.

Mit 6 Bildern.

Mitteilung aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke AG
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 12. April 1938.

Inhalt.

Es werden in vorliegender Arbeit die Ausgleichsvorgänge rechnerisch verfolgt, welche entstehen, wenn man eine in tiefen Nuten gelegte, aus Massivstäben bestehende Wicklung (Wirbelstromwicklung) auf eine feste Spannung unmittelbar oder über einen magnetisch gekoppelten Stromkreis einschaltet. Das unmittelbare Schalten dient nur für eine Vorstufe der Rechnung, enthält aber den maßgebenden Rechnungsgang. Bei der Aufgabe muß von den Gleichungen der Stromkreise und der Feldgleichung der Nut ausgegangen werden; die bekannten Ansätze führen zu Entwicklungen nach Normalfunktionen und zu gut konvergierenden Reihen.

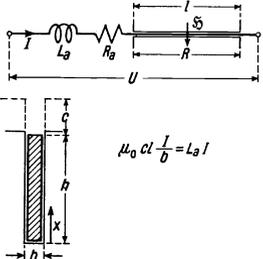
Einleitung.

Die Bedeutung des Asynchronmotors mit Wirbelstromläufer hat auch in dem Schrifttum zahlreiche Arbeiten angeregt, welche sich mit der Wirkungsweise, Vorausberechnung usw., aber auch mit anderen, für den Betrieb dieser Maschinen wichtigen Erscheinungen befassen. Eine der wichtigsten unter diesen ist für Betrieb und Motor der Stromstoß beim Einschalten des Motors auf eine feste Spannung. Naturgemäß ist dieser Stromstoß in erster Linie durch die Kurzschlußimpedanz bestimmt, wogegen der Einfluß der Dämpfungsfunktion für die Praxis ganz gut geschätzt oder mit einer Näherung bestimmt werden kann, ähnlich wie bei plötzlichem Kurzschluß der Synchronmaschine. Aufgabe der Theorie ist indessen, die Rechnung soweit als möglich zu vervollkommen; gerade bei einem Wirbelstromläufer verliert man jeden Anhalt, beim Schaltvorgang irgendeine Zeitkonstante in die Rechnung einführen zu können, denn Nutenquerfeld und Stromverteilung im Stab müssen ja mit dem Leiterstrom gleichzeitig aus dem strom- und feldlosen Zustand entstehen. Im folgenden sollen also die Funktionen berechnet werden, welche diesen Übergang vom Null- zum Dauerzustand beschreiben, solange die Bewegung des Rotors auf die Vorgänge keinen Einfluß hat.

1. Das unmittelbare Einschalten einer Tiefnutwicklung.

Es soll eine in tiefe Nuten gelegte, aus Massivstäben bestehende Wicklung (Bild 1) auf eine Wechselspannung $U e^{j\omega t}$ geschaltet werden; wir fragen nach den Ausgleichsvorgängen in der Nut und im Stromkreis.

Die Bezeichnung der verschiedenen maßgebenden Größen ist aus Bild 1 ersichtlich; für Nut und Stromkreis gelten folgende Gleichungen:



$$\frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial x^2} = \kappa \mu_0 \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} \quad (1)$$

$$(\kappa \mu_0 = 56 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2} \text{ für Kupfer}^1),$$

$$I = b(\mathfrak{F})_h. \quad (2)$$

Die Stromdichte in der Nut $i = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x}$, die Spannung zwischen den Enden des in den Nuten liegenden Teiles:

$$\frac{1}{\kappa} I i_h = \frac{1}{\kappa} l \left(\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x} \right)_h = R b h \left(\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x} \right)_h. \quad (3)$$

Und, da wir \mathfrak{F} aus zwei Teilen zusammensetzen, aus der stationären und aus der Ausgleichsschwingung: \mathfrak{F}_1 und \mathfrak{F}_2 , gilt

$$\mathfrak{F}_{t=0} = (\mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2)_{t=0} = 0 \quad (\mathfrak{F}_1)_{x=0} = 0 \quad (\mathfrak{F}_2)_{x=0} = 0. \quad (4)$$

Außerdem gilt für den Stromkreis

$$U e^{j\omega t} = R_a b (\mathfrak{F}_1)_h + L_a \frac{d}{dt} (b \mathfrak{F}_1)_h + R b h \left(\frac{\partial \mathfrak{F}_1}{\partial x} \right)_h, \quad (5)$$

$$0 = R_a b (\mathfrak{F}_2)_h + L_a \frac{d}{dt} (b \mathfrak{F}_2)_h + R b h \left(\frac{\partial \mathfrak{F}_2}{\partial x} \right)_h. \quad (6)$$

Für \mathfrak{F}_1 ist der bekannte Ansatz: $\mathfrak{F}_1 = A \mathfrak{S} \sin \sqrt{\kappa \mu_0 j \omega} x \cdot e^{j\omega t}$ und mit $\delta = h \sqrt{\frac{\kappa \mu_0 \omega}{2}}$, wenn man A aus Gl. (5) ausrechnet:

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{1}{b} \frac{U e^{j\omega t}}{R_a + j\omega L_a + R(\delta + j\delta) \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g}(\delta + j\delta)} \frac{\mathfrak{S} \sin(\delta + j\delta) \frac{x}{h}}{\mathfrak{S} \sin(\delta + j\delta)}. \quad (7)$$

Der Dauerstrom:

$$I = b(\mathfrak{F})_h = \frac{U e^{j\omega t}}{R_a + j\omega L_a + R(\delta + j\delta) \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g}(\delta + j\delta)}. \quad (8)$$

Aus Gl. (8) sehen wir nun sofort, daß der Scheinwiderstand des in Nuten liegenden Teiles der Wicklung gegeben ist durch den Ausdruck

$$Z_N = R(\delta + j\delta) \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g}(\delta + j\delta),$$

und durch Trennung dieses Ausdruckes in einen reellen und einen imaginären Teil ergibt sich Wirk- und Blindwiderstand der Tiefnutwicklung²⁾. Setzen wir

$$Z = R_a + j\omega L_a + R(\delta + j\delta) \mathfrak{C} \mathfrak{t} \mathfrak{g}(\delta + j\delta),$$

dann ist

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{1}{b} \frac{U}{Z} \frac{\mathfrak{S} \sin(\delta + j\delta) \frac{x}{h}}{\mathfrak{S} \sin(\delta + j\delta)} e^{j\omega t}.$$

¹⁾ κ = elektrische Leitfähigkeit, μ_0 = Permeabilität der Luft.

²⁾ Diese sind also

$$R_w = R \delta \frac{\mathfrak{S} \sin \delta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \delta + \sin \delta \cos \delta}{\mathfrak{S} \sin^2 \delta \cos^2 \delta + \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 \delta \sin^2 \delta}; \quad R_{bl} = R \delta \frac{\mathfrak{S} \sin \delta \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \delta - \sin \delta \cos \delta}{\mathfrak{S} \sin^2 \delta \cos^2 \delta + \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 \delta \sin^2 \delta}.$$

Unsere Aufgabe ist jetzt aber die Berechnung von ξ_2 , so daß

$$\xi_{t=0} = (\xi_1 + \xi_2)_{t=0} = 0$$

wird. Der Ansatz hierzu ist mit Rücksicht auf Gl. (4)

$$\xi_2 = C e^{-\lambda^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda \frac{x}{h} \quad \text{mit} \quad T = \kappa \mu_0 h^2 \text{ } ^1).$$

In Gl. (6) eingesetzt, erhalten wir

$$R_a b \sin \lambda - L_a \frac{\lambda^2}{T} b \sin \lambda + R b \lambda \cos \lambda = 0.$$

Um die Rechnungen übersichtlicher zu machen, setzen wir hier noch:

$$\frac{L_a}{\kappa \mu_0 h^2} = R \frac{1}{h} \frac{L_a b}{\mu_0 l} = R \frac{c}{h},$$

wobei c eine Strecke ist, deren Bedeutung ebenfalls aus Bild 1 zu ersehen ist. Damit wird die Bedingungsgleichung für λ

$$\frac{h/c \lambda}{\lambda^2 - \frac{R_a h}{R c}} = \operatorname{tg} \lambda \quad \text{bzw.} \quad \frac{\lambda^2 - \frac{h}{c} \frac{R_a}{R}}{\frac{h}{c} \lambda} = \operatorname{ctg} \lambda. \quad (9)$$

Die zeichnerische Darstellung dieser transzendenten Gleichung zeigt Bild 2. Die Bestimmung der ersten Wurzeln geschieht am schnellsten mit Hilfe einer solchen Zeichnung, für die Wurzeln höherer Ordnungszahl kann man aber bei jeder praktischen Rechnung den Ausdruck

$$\lambda_{n+1} = n\pi + \frac{h/c}{n\pi}$$

setzen.

Die Funktionen $\operatorname{Sin}(\delta + j\delta) \frac{x}{h}$ bzw. $\operatorname{Sin} \delta \frac{x}{h} \cos \delta \frac{x}{h}$ und $\operatorname{Cos} \delta \frac{x}{h} \sin \delta \frac{x}{h}$ sind nunmehr in Reihen von der Form $\sum C_\mu \sin \lambda_\mu \frac{x}{h}$, also nach Normalfunktionen zu entwickeln, wobei λ_μ die Wurzeln der Gl. (9) sein müssen²⁾. Hierbei kommt es auf die Bestimmung der Integrale der Funktionenprodukte in erster Linie an, wofür, da in unserem Falle $V_\mu = \sin \lambda_\mu \frac{x}{h}$ ist, die Formel gilt:

$$\left(\frac{\lambda_\mu^2}{h^2} - \frac{\lambda_\nu^2}{h^2} \right) \int_0^h V_\mu V_\nu dx = (V_\mu V'_\nu - V'_\mu V_\nu)_h \quad \text{da: } (V_\mu)_0 = 0,$$

Aus Gl. (9)

$$h \lambda \cos \lambda = \left(c \lambda^2 - \frac{R_a}{R} h \right) \sin \lambda,$$

also

$$V'(h) = \frac{\lambda}{h} \cos \lambda = \left(c \frac{\lambda^2}{h^2} - \frac{1}{h} \frac{R_a}{R} \right) V(h),$$

¹⁾ Die Einführung der sonst üblichen Nutzenzeitkonstante $\kappa \mu_0 h^2 / \pi^2$ bietet hier keinen Vorteil, da die Reihenentwicklungen nicht nach den Vielfachen von π oder $\pi/2$ gehen. Sinnfälliger ist mit Rücksicht auf allgemeine Reihenentwicklungen den Wert $\kappa \mu_0 h^2$ als Nutzenzeitkonstante zu bezeichnen.

²⁾ Über solche Reihenentwicklung siehe u. a. K. W. Wagner: Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in Freileitungen und Kabeln. Leipzig (1908) S. 60 usf.

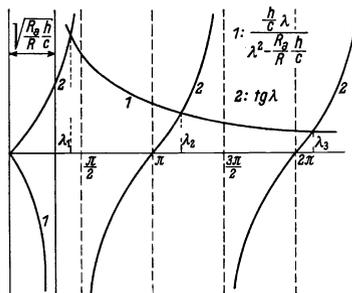


Bild 2. Zeichnerische Bestimmung der Wurzeln der Gleichung $\frac{h/c \lambda}{\lambda^2 - \frac{R_a h}{R c}} = \operatorname{tg} \lambda$.

so daß

$$\int_0^h V_\mu V_\nu dx = -c(V_\mu V_\nu)_h$$

wird. Wir können also auch in diesem Falle die Formel von Lord Rayleigh anwenden und erhalten

$$\text{für } \mathfrak{E} \sin \delta \frac{x}{h} \cos \delta \frac{x}{h} \quad C'_\mu = \frac{\frac{h}{c} \int_0^1 \mathfrak{E} \sin \delta \xi \cos \delta \xi \sin \lambda_\mu \xi d\xi + \mathfrak{E} \sin \delta \cos \delta \sin \lambda_\mu}{\frac{h}{c} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\lambda_\mu} \sin 2\lambda_\mu \right) + \sin^2 \lambda_\mu}, \quad (10)$$

$$\text{für } \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \frac{x}{h} \sin \delta \frac{x}{h} \quad C''_\mu = \frac{\frac{h}{c} \int_0^1 \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \xi \sin \delta \xi \sin \lambda_\mu \xi d\xi + \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin \delta \sin \lambda_\mu}{\frac{h}{c} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\lambda_\mu} \sin 2\lambda_\mu \right) + \sin^2 \lambda_\mu}. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \mathfrak{E} \sin \delta \xi \cos \delta \xi \sin \lambda_\mu \xi d\xi &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu + \delta)^2} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin(\lambda_\mu + \delta) - \frac{\lambda_\mu + \delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu + \delta)^2} \mathfrak{E} \sin \delta \cos(\lambda_\mu + \delta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu - \delta)^2} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin(\lambda_\mu - \delta) - \frac{\lambda_\mu - \delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu - \delta)^2} \mathfrak{E} \sin \delta \cos(\lambda_\mu - \delta) \right\}, \\ \int_0^1 \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \xi \sin \delta \xi \sin \lambda_\mu \xi d\xi &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda_\mu - \delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu - \delta)^2} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin(\lambda_\mu - \delta) + \frac{\delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu - \delta)^2} \mathfrak{E} \sin \delta \cos(\lambda_\mu - \delta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_\mu + \delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu + \delta)^2} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin(\lambda_\mu + \delta) - \frac{\delta}{\delta^2 + (\lambda_\mu + \delta)^2} \mathfrak{E} \sin \delta \cos(\lambda_\mu + \delta) \right\}. \end{aligned}$$

Setzen wir noch zur Abkürzung

$$\mathfrak{E} \sin \delta \cos \delta = \sum_1^\infty C'_\mu \sin \lambda_\mu = s_1, \quad \mathfrak{C} \mathfrak{O} \delta \sin \delta = \sum_1^\infty C''_\mu \sin \lambda_\mu = s_2,$$

dann erhalten wir für das Feld

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{b} \frac{U}{Z} \left\{ \frac{\mathfrak{E} \sin(\delta + j\delta) \frac{x}{h}}{\mathfrak{E} \sin(\delta + j\delta)} e^{j\omega t} - \sum_{\mu=1}^\infty \left(\frac{s_1 C'_\mu + s_2 C''_\mu}{s_1^2 + s_2^2} - j \frac{s_2 C'_\mu - s_1 C''_\mu}{s_1^2 + s_2^2} \right) e^{-\lambda_\mu \frac{t}{T}} \sin \lambda_\mu \frac{x}{h} \right\} \quad (12)$$

und für den Strom

$$I = \frac{U}{Z} \left\{ e^{j\omega t} - \sum_{\mu=1}^\infty \left(\frac{s_1 C'_\mu + s_2 C''_\mu}{s_1^2 + s_2^2} - j \frac{s_2 C'_\mu - s_1 C''_\mu}{s_1^2 + s_2^2} \right) e^{-\lambda_\mu \frac{t}{T}} \sin \lambda_\mu \right\}, \quad (13)$$

$$U = U_0 e^{j\vartheta}.$$

Mit ϑ kann der Schaltaugenblick berücksichtigt werden.

Beispiel. Um ein einfaches Zahlenbeispiel zu erhalten, wählen wir:

$\delta = h \sqrt{\frac{\pi \mu_0 \omega}{2}} = \pi$, also bei 50 Hz und für Kupfer $h \approx 3$ cm

$$\frac{R_a}{R} = \frac{1}{3}, \quad \frac{h}{c} = 3, \quad T = 0,063 \text{ s.}$$

Die Wurzeln der Gleichung $\frac{1}{3} \left(\lambda - \frac{1}{\lambda} \right) = \text{ctg } \lambda$ ergeben sich zu

$$\lambda_1 = 1,365, \quad \lambda_2 = 3,820, \quad \lambda_3 = 6,710, \quad \lambda_4 = 9,720, \quad \lambda_5 = 4\pi + \frac{3}{4\pi}.$$

Für die Beiwerte für $\sin \pi \xi \cos \pi \xi$ mit $\frac{\lambda_\mu}{\pi} = a_\mu$ ergibt sich, da $\sin \pi \approx \cos \pi$

$$C'_\mu = \frac{\frac{h/c}{2\pi} \left(-\frac{4 + 2a_\mu^2}{4 + a_\mu^4} \sin \lambda_\mu + \frac{2a_\mu^3}{4 + a_\mu^4} \cos \lambda_\mu \right) - \sin \lambda_\mu}{\frac{h}{c} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\lambda_\mu} \sin 2\lambda_\mu \right) + \sin^2 \lambda_\mu} \sin \pi.$$

Wie man leicht sieht, konvergiert der Nenner nach $h/2c$. Ist μ hinreichend groß, dann wird der Zähler:

$$\frac{h/c}{a_\mu} \cdot \frac{2}{\pi} - \sin \left(n\pi + \frac{h/c}{n\pi} \right).$$

Hierbei sind die Vorzeichen der beiden Glieder immer entgegengesetzt, so daß der Ausdruck in

$$\frac{h/c}{n\pi + \frac{h/c}{n\pi}} - \frac{h/c}{n\pi} = -\frac{(h/c)^2}{n\pi(n^2\pi^2 + h/c)}$$

mit wechselnden Vorzeichen übergeht. Es sind also nicht nur die Reihen (12) und (13) konvergent, sondern auch die Reihen, die man durch gliedweise Differentiation nach x oder t erhält und dann $t=0$ setzt. Wir erhalten für unsere Funktionen folgende Reihen

$$\begin{aligned} \sin \pi \xi \cos \pi \xi &= -\sin \pi \left[0,666 \sin 1,365 \xi - 0,443 \sin 3,82 \xi + 0,118 \sin 6,71 \xi \right. \\ &\quad \left. - 0,0305 \sin 9,72 \xi + 0,0165 \sin \left(4\pi + \frac{3}{4\pi} \xi \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \pi \xi \sin \pi \xi &= 1,95 \sin 1,365 \xi + 1,625 \sin 3,82 \xi - 1,38 \sin 6,71 \xi + 0,611 \sin 9,72 \xi \\ &\quad - 0,294 \sin \left(4\pi + \frac{3}{4\pi} \xi \right) \xi + 0,159 \sin \left(5\pi + \frac{3}{5\pi} \xi \right). \end{aligned}$$

Die Reihen haben also, wie man sich überzeugen kann, eine gute Konvergenz; praktisch genügen allerdings, insbesondere wenn man nur den Strom berechnen will, die ersten 3 bis 4 Glieder.

Der Einschaltstrom erreicht seinen Höchstwert, wenn so geschaltet wird, daß (relativ genommen) $U/Z = -1$ ist [s. Gl. (13)], also in unserem Beispiel

$$I = -\cos \omega t + 0,652 e^{-28,3t} + 0,279 e^{-232t} + 0,0496 e^{-715t}$$

(Bild 3). Für $U/Z = -j$ ist der Strom

$$I = \sin \omega t + \frac{1}{11,5} \left(1,906 e^{-28,3t} - 1,021 e^{-232t} - 0,581 e^{-715t} - 0,18 e^{-\lambda_4^2 \frac{t}{T}} \right).$$

Bild 4 zeigt den Einschaltstrom, wenn die Nut etwa 6,0 cm tief gewählt wird.

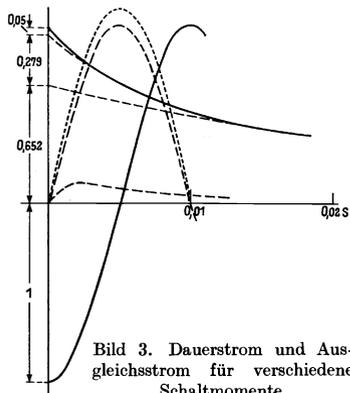


Bild 3. Dauerstrom und Ausgleichsstrom für verschiedene Schaltmomente.

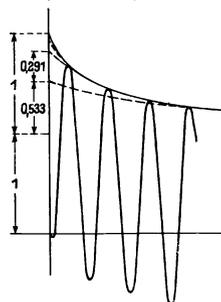


Bild 4. Einschaltstrom bei sehr tiefer Nut ($\delta = 2\pi$, $h \approx 6$ cm).

2. Das Einschalten gekoppelter Stromkreise.

Vom praktischen Standpunkt aus hat nur die Rechnung für zwei gekoppelte Stromkreise, von welchen die Tiefentwicklung den kurzgeschlossenen Sekundärkreis bildet (Bild 5), Anspruch auf Interesse. Es ist nun ohne Rechnung einleuchtend,

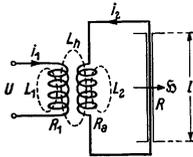


Bild 5. Magnetisch gekoppelte Kreise mit Tiefentwicklung.

daß der Unterschied zwischen der vorher behandelten und der jetzt gestellten Aufgabe nur durch den Ohmschen Widerstand des Primärkreises entsteht, denn die Streufelder allein würden das einzuführende L_a oder das Verhältnis h/c bestimmen; sonst blieben aber die Gleichungen die gleichen. Wir wollen also den Widerstand R_1 berücksichtigen und rechnen, wie üblich, mit den auf gleiche Windungszahlen umgerechneten Streuinduktionsbeiwerten, Widerständen, Strömen und setzen

$$\frac{L_1}{L_h} = \sigma_1, \quad \frac{L_2}{L_h} = \sigma_2, \quad \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_{12}.$$

Die Gleichungen zur Berechnung des Vorganges lauten dann:

$$\begin{aligned} U e^{j\omega t} &= (L_1 + L_h) \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + L_h \frac{d}{dt} (b \xi)_h, \\ 0 &= (L_2 + L_h) \frac{d}{dt} (b \xi)_h + R_a (b \xi)_h + R b h \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_h + L_h \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \quad (14)$$

Für den stationären Vorgang ergibt sich mit

$$Z_h = j\omega L_h, \quad z_1 = R_1 + j\omega L_1, \quad z_2 = R_a + j\omega L_2 + R(\delta + j\delta) \operatorname{ctg}(\delta + j\delta),$$

$$i_1 = A e^{j\omega t}, \quad \xi_1 = B \operatorname{ctg}(\delta + j\delta) \frac{x}{h} e^{j\omega t},$$

$$i_1 = \frac{U e^{j\omega t}}{z_1 + \frac{Z_h z_2}{Z_h + z_2}},$$

$$\xi_1 = -\frac{1}{b} \frac{U e^{j\omega t}}{z_1 + \frac{Z_h z_2}{Z_h + z_2}} \cdot \frac{Z_h}{z_2 + Z_h} \frac{\operatorname{ctg}(\delta + j\delta) \frac{x}{h}}{\operatorname{ctg}(\delta + j\delta)},$$

$$i_2 = -i_1 \frac{Z_h}{Z_h + z_2}.$$

Uns interessieren hier die Ausgleichsschwingungen, die nunmehr durch das Gleichungssystem (14) bestimmt werden, wenn man in ihm an Stelle von $U e^{j\omega t}$ Null setzt.

Für den Ausgleichsstrom im Primärkreis setzen wir $i_{1a} = D e^{-\lambda^2 \frac{t}{T}}$ für ξ_2 , wie auch früher $\xi_2 = C e^{-\lambda^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda \frac{x}{h}$, dann ist

$$0 = -D(L_1 + L_h) \frac{\lambda^2}{T} + R_1 D - b C L_h \frac{\lambda^2}{T} \sin \lambda,$$

$$0 = -C b (L_2 + L_h) \frac{\lambda^2}{T} \sin \lambda + R_a b C \sin \lambda + R b C \lambda \cos \lambda - L_h D \frac{\lambda^2}{T}.$$

Berechnet man aus beiden Gleichungen das Verhältnis C/D und setzt die Ausdrücke gleich, dann ergibt sich mit den oben angegebenen Bezeichnungen und mit

$$\frac{\sigma_{12}}{1 + \sigma_1} \frac{L_h}{T R} = \frac{c}{h}$$

die transzendente Gleichung für λ

$$\frac{\lambda^4 - \frac{h}{c} \left(\frac{R_1}{R} \frac{1 + \sigma_2}{1 + \sigma_1} + \frac{R_a}{R} \right) \lambda^2 + \frac{\sigma_{12}}{(1 + \sigma_1)^2} \frac{R_1}{R} \frac{R_a}{R} \left(\frac{h}{c} \right)^2}{\frac{h}{c} \lambda \left(\lambda^2 - \frac{\sigma_{12}}{(1 + \sigma_1)^2} \frac{R_1}{R} \frac{h}{c} \right)} = \text{ctg } \lambda \quad (15)$$

und

$$\frac{Cb}{D} = \frac{-(1 + \sigma_1) \lambda^2 + \frac{\sigma_{12}}{1 + \sigma_1} \frac{R_1}{R} \frac{h}{c}}{\lambda^2 \sin \lambda} \quad (16)$$

Mit der recht verwickelten Beziehung (15) wäre eine Reihenentwicklung, wie im Abschnitt 1, unmöglich. Untersucht man aber die linke Seite von Gl. (15) für solche Beiwerte h/c , σ_{12} , R_1/R usw., wie sie bei Asynchronmaschinen möglich sind, dann sieht man, daß bereits für die zweite Wurzel von Gl. (15), die wir jetzt mit λ_1 bezeichnen, und erst recht für alle höheren Wurzeln die letzten Glieder im Zähler und Nenner vernachlässigt werden können; wir erhalten als gute Näherung [vgl. Gl. (9)]

$$\frac{\lambda^2 - \frac{h}{c} \left(\frac{R_1}{R} \frac{1 + \sigma_2}{1 + \sigma_1} + \frac{R_a}{R} \right)}{\frac{h}{c} \lambda} = \text{ctg } \lambda \quad (17)$$

Im Bild 6 ist der genaue Verlauf der linken Seite von Gl. (15), sowie die Näherungskurve eingetragen, mit in der Praxis häufig vorkommenden Beiwerten. Für die erste Wurzel, die wir mit λ_0 bezeichnen, kann keine Näherung genommen werden, was

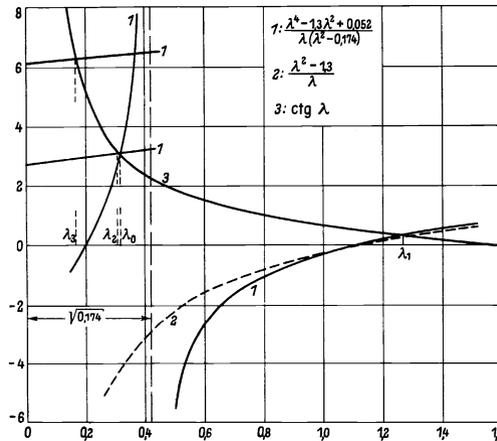


Bild 6. Zeichnerische Darstellung der transzendenten Gleichung für die Eigenwerte.

jedoch nicht stört. Wir müssen nämlich außer den Anfangsbedingungen des 1. Abschnittes hier noch die Bedingung $[i_1 = i_{1s} + i_{1a}]_{t=0} = 0$ erfüllen, lassen also den zu λ_0 gehörenden Beiwert C_0 zunächst unbestimmt und führen die Reihenentwicklungen mit Hilfe der Wurzeln von λ_1 ab durch, wobei jetzt natürlich auch $\sin \lambda_0 \frac{x}{h}$ entwickelt werden muß¹⁾. Mit $Z_R = z_1 + \frac{Z_h z_2}{Z_h + z_2}$ erhalten wir dann für das Nutzenquerfeld

¹⁾ Diese Wahl unter den Wurzeln ist nicht etwa willkürlich, da für $R_1=0$ die Dämpfungsfunktion des Magnetisierungsstromes in einen festen Wert übergehen, also die entsprechende Wurzel der Gl. (15) Null werden muß, was für die erste Wurzel und nur für diese zutrifft.

$$\mathfrak{F} = -\frac{1}{b} \frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \frac{\mathfrak{C} \sin(\delta + j\delta) \frac{x}{h}}{\mathfrak{C} \sin(\delta + j\delta)} e^{j\omega t} + C_0 e^{-\lambda_0^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_0 \frac{x}{h} - C_0 \sum_1^{\infty} C''_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_{\mu} \frac{x}{h} \left. \vphantom{\mathfrak{F}} \right\} \quad (18)$$

$$+ \sum_1^{\infty} C_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_{\mu} \frac{x}{h},$$

$$C_{\mu} = \frac{1}{b} \frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \left(\frac{s_1 - j s_2}{s_1^2 + s_2^2} C'_{\mu} + \frac{s_2 + j s_1}{s_1^2 + s_2^2} C''_{\mu} \right),$$

wenn

$$\mathfrak{C} \sin \delta \xi \cos \delta \xi = \sum_1^{\infty} C'_{\mu} \sin \lambda_{\mu} \xi, \quad \mathfrak{C} \cos \delta \xi \sin \delta \xi = \sum_1^{\infty} C''_{\mu} \sin \lambda_{\mu} \xi, \quad \sin \lambda_0 \xi = \sum_1^{\infty} C'''_{\mu} \sin \lambda_{\mu} \xi$$

ist. Die Formeln für C'_{μ} und C''_{μ} sind uns aus dem 1. Abschnitt bekannt.

$$C'_{\mu} = \frac{h}{c} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\lambda_{\mu} - \lambda_0} \sin(\lambda_{\mu} - \lambda_0) - \frac{1}{\lambda_{\mu} + \lambda_0} \sin(\lambda_{\mu} + \lambda_0) \right\} + \sin \lambda_0 \sin \lambda_{\mu}$$

$$\frac{h}{c} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4 \lambda_{\mu}} \sin 2 \lambda_{\mu} \right) + \sin^2 \lambda_{\mu}.$$

Demnach ist der Sekundärstrom

$$i_2 = -\frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} e^{j\omega t} + b C_0 \left(e^{-\lambda_0^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_0 - \sum_1^{\infty} C'''_{\mu} \sin \lambda_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \right) \left. \vphantom{i_2} \right\} \quad (19)$$

$$+ \frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \sum_1^{\infty} \left(\frac{s_1 C'_{\mu} + s_2 C''_{\mu}}{s_1^2 + s_2^2} - j \frac{s_2 C'_{\mu} - s_1 C''_{\mu}}{s_1^2 + s_2^2} \right) e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_{\mu}.$$

C_0 ist zunächst noch unbestimmt.

Um i_1 zu berechnen, müssen wir die Beiwerte D mit Hilfe von Gl. (16) bestimmen, und auch hier können wir für $\lambda_1, \lambda_2 \dots$ usw. die Formel vereinfachen und setzen

$$D_{\mu} = -\frac{C_{\mu} b}{1 + \sigma_1} \sin \lambda_{\mu}, \text{ was jedoch nicht wesentlich ist.}$$

$$\text{Dann wird, wenn } \alpha = \frac{\sigma_{12}}{(1 + \sigma_1)^2} \frac{R_1}{R} \frac{h}{c},$$

$$i_1 = \frac{U}{Z_R} e^{j\omega t} + \frac{C_0 b}{1 + \sigma_1} \left(\frac{\lambda_0^2 \sin \lambda_0}{-\lambda_0^2 + \alpha} e^{-\lambda_0^2 \frac{t}{T}} + \sum C'''_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \sin \lambda_{\mu} \right) - \frac{b}{1 + \sigma_1} \sum_1^{\infty} C_{\mu} \sin \lambda_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}},$$

und es muß

$$0 = \frac{U}{Z_R} + \frac{C_0 b}{1 + \sigma_1} \left(\frac{\lambda_0^2 \sin \lambda_0}{-\lambda_0^2 + \alpha} + \sin \lambda_0 \right) - \frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \frac{1}{1 + \sigma_1}$$

sein. Hieraus

$$\frac{C_0 b}{1 + \sigma_1} = -\frac{\frac{U}{Z_R} + \frac{U}{Z_R} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \frac{1}{1 + \sigma_1}}{\frac{\lambda_0^2 \sin \lambda_0}{-\lambda_0^2 + \alpha} + \sin \lambda_0},$$

damit wird endgültig

$$i_1 = \frac{U}{Z_R} \left\{ e^{j\omega t} - \left(1 - \frac{1}{1 + \sigma_1} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \right) \left(\frac{\lambda_0^2}{\alpha} e^{-\lambda_0^2 \frac{t}{T}} + \frac{-\lambda_0^2 + \alpha}{\alpha \sin \lambda_0} \sum_1^{\infty} C'''_{\mu} \sin \lambda_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \right) \right. \left. - \frac{1}{1 + \sigma_1} \frac{Z_h}{Z_h + z_2} \sum_1^{\infty} \left(\frac{s_1 C'_{\mu} + s_2 C''_{\mu}}{s_1^2 + s_2^2} - j \frac{s_2 C'_{\mu} - s_1 C''_{\mu}}{s_1^2 + s_2^2} \right) \sin \lambda_{\mu} \cdot e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \right\}. \quad (20)$$

Oder mit leichtverständlichen Bezeichnungen

$$i_1 = i_{1A} e^{j\omega t} - i_{2A} F_2(t) - i_{\mu A} F_1(t) - \frac{\sigma_1}{1 + \sigma_1} i_{2A} [F_1(t) - F_2(t)]$$

und

$$i_2 = -i_{2A} e^{j\omega t} + i_{2A} F_2(t) - (i_{\mu A} + \sigma_1 i_{1A}) \left[e^{-\lambda_0^2 \frac{t}{T}} - F_1(t) \right].$$

Wir sehen aus dem Rechnungsgang, daß der Ohmsche Widerstand des Primärkreises durch die Wurzeln der Transzendenten Gl. (15) alle Dämpfungsfunktionen beeinflusst. Hätten wir von vornherein $R_1 = 0$ gesetzt, dann wäre nicht nur der Gleichstromanteil des Magnetisierungsstromes ungedämpft geblieben, sondern statt Gl. (17) hätten wir Gl. (9) wieder erhalten, also wesentlich andere Beiwerte und Exponenten für die Hauptdämpfungsfunktion. Dem Abklingen des Gleichstromgliedes im Magnetisierungsstrom und der durch die Primärstreuung hervorgerufenen Stromwelle entspricht im Sekundärkreis eine Stromwelle, welche mit dem Werte 0 anfängt, zu einer gewissen Größe anwächst und nach langer Zeit natürlich wieder verschwindet¹⁾.

Beispiel. Wie Gl. (15) zeigt, ist die eingeführte Näherung nur dann möglich, wenn h/c , also auch h nicht sehr hohe Werte annehmen. Um die Rechnung in dieser Hinsicht zu prüfen, wählen wir

$$\delta = 2\pi, \quad h \approx 6 \text{ cm}, \quad \sigma_{12} = 0,14, \quad \sigma_1 = 0,1, \quad \sigma_2 = 0,03, \quad \frac{R_1}{R} = 1,56, \quad R_a + R = 1,33 R.$$

Dann ist $T = 0,251$ s und, wenn i_μ der Magnetisierungsstrom bei Leerlauf, I_N der Nennstrom und $I_N/i_\mu = 2,6$, $I_N(R + R_a) = 0,01 U$ ist,

$$\frac{h}{c} = \frac{1 + \sigma_1}{\sigma_{12}} \frac{RT}{L_h} = \frac{(1 + \sigma_1)^2}{\sigma_{12}} \frac{i_\mu \omega (R_a + R) I_N T}{1,33 U I_N} = 2.$$

Die Gleichung für λ ist:

$$\frac{\lambda^4 - 3,6\lambda^2 + 0,24}{2\lambda(\lambda^2 - 0,36)} = \text{ctg } \lambda,$$

und die Näherung ist noch sehr gut möglich. Wir erhalten

$$\lambda_0 = 0,415, \quad \lambda_1 = 1,734, \quad \lambda_2 = 3,755, \quad \lambda_3 = 6,593, \quad \lambda_4 = 9,625, \quad \lambda_5 = 4\pi + \frac{2}{4\pi}.$$

Für $\frac{1}{1 + \frac{z_2}{Z_h}} = 0,945 + j 0,019$. Den imaginären Teil dieses Ausdruckes kann man dem-

nach vernachlässigen und, da $s_2 = 0$ ist, genügt zur Berechnung des Primärstromes für $U/Z_R = -1$ die Entwicklung der Funktionen $\text{Sin } 2\pi\xi \cos 2\pi\xi$ und $\sin 0,415\xi$. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Sin } 2\pi\xi \cos 2\pi\xi &= \text{Sin } 2\pi \left[0,542 \sin 1,734\xi - 0,545 \sin 3,755\xi + 0,302 \sin 6,593\xi \right. \\ &\quad \left. - 0,118 \sin 9,625\xi + 0,044 \sin \left(4\pi + \frac{2}{4\pi} \right) \xi - 0,0212 \sin \left(5\pi + \frac{2}{5\pi} \right) \xi \right] \end{aligned}$$

und

$$\sin 0,415\xi = 0,36 \sin 1,734\xi - 0,0708 \sin 3,755\xi + 0,0138 \sin 6,593\xi.$$

¹⁾ Um die Grenzfälle für i_1 zu übersehen, schreiben wir Gl. (15) in folgenden Formen:

$$-\frac{R_a}{R} = \lambda \text{ctg } \lambda - \frac{c}{h} \frac{\lambda^4 - \frac{R_1}{R} \frac{1 + \sigma_2}{1 + \sigma_1} \lambda^2}{\lambda^2 - \alpha}, \quad (1)$$

$$\frac{c}{h} \lambda^2 \left(\frac{\lambda^2}{\alpha} - \frac{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_2)}{\sigma_{12}} \right) = \left(\lambda \text{ctg } \lambda + \frac{R_a}{R} \right) \left(\frac{\lambda^2}{\alpha} - 1 \right). \quad (2)$$

Aus (1) sehen wir, daß für $R_a = \infty$ (Rotor offen), ($z_2 = \infty$), $\lambda = n\pi$ oder $\lambda^2 = \alpha$ sein muß, also:

$$\frac{\lambda^2}{T} = \frac{R_1}{L_1 + L_h}, \quad i_1 = \frac{U}{z_1 + Z_h} \left(e^{j\omega t} - e^{-\frac{R_1 t}{L_1 + L_h}} \right).$$

Aus (2), daß, wenn $\lambda \rightarrow 0$ und $\alpha \rightarrow 0$, $\left(\frac{\lambda^2}{\alpha} - 1 \right)$ und auch $\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda}$ verschwinden muß ($\alpha > \lambda_0^2$, $\frac{\lambda_0^2}{\alpha} \neq \infty$), die Dämpfungsfunktion des Magnetisierungsstromes also für $R_1 = 0$ in die Einheit übergeht.

Für den Primärstrom

$$i_1 = \frac{U}{Z_R} \left\{ e^{j\omega t} - 0,13 \left(0,478 e^{-0,415 \frac{t}{T}} + 1,28 \sum C''_{\mu} \sin \lambda_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \right) - 0,87 \sum \frac{C'_{\mu}}{\delta_1} \sin \lambda_{\mu} e^{-\lambda_{\mu}^2 \frac{t}{T}} \right\},$$

$$i_1 = -\cos \omega t + 0,062 e^{-0,685 t} + 0,524 e^{-12 t} + 0,283 e^{-56,1 t} + 0,0815 e^{-172,5 t} + 0,0212 e^{-370 t},$$

für $\omega t = \pi$

$$i_{\max} = 1,71.$$

Zusammenfassung.

Für eine Tiefnutwicklung wird das Einschwingen des Dauerzustandes berechnet, bei unmittelbarem Einschalten und beim Einschalten einer magnetisch gekoppelten Primärwicklung auf eine konstante Spannung. Die Dämpfungsfunktionen sind unendliche Reihen von Exponentialfunktionen, die Exponenten sind die Wurzeln transzendenter Gleichungen. Die Beiwerte ergeben sich aus der Reihenentwicklung der Ortsfunktion des Nutenfeldes.

Ein Beispiel für einen Asynchronmotor mit 6 cm tiefen Nuten ergibt als Stromhöchstwert das 1,7fache der Dauerstromamplitude.

Thermisches Verhalten von Öltransformatoren bei Klemmenkurzschlüssen.

Von Hans Prinz.

Mit 17 Bildern.

Mitteilung aus dem Versuchsfeld des Transformatorenwerkes
der Siemens-Schuckertwerke AG zu Nürnberg.

Eingegangen am 16. August 1937.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.	7. Kupferausdehnung.
1. Größe des Kurzschlußstromes.	8. Ölausdehnung.
2. Temperaturverlauf für konstanten Wärmestrom.	9. Gesamte Ölverdrängung.
3. Der Widerstand.	10. Wärmebilanz.
4. Thermische Zeitkonstante.	11. Schutz von Öltransformatoren.
5. Temperaturverlauf im Kupfer.	12. Rechnungsgang.
6. Temperaturverlauf im Öl.	Zusammenfassung.

Für den Fall des Klemmenkurzschlusses von Öltransformatoren werden Beziehungen zur Berechnung der Übertemperatur im Wicklungskupfer und im Öl abgeleitet, und hieraus wird eine Formel für die durch die Kupfer- und Ölausdehnung verursachte Ölströmung ermittelt. Dabei wird die Annahme gemacht, daß

1. die Klemmenspannung während des Kurzschlusses konstant bleibe,
2. während der ganzen Dauer des Kurzschlußvorganges nur der stationäre Kurzschlußstrom fließe,
3. der spezifische Widerstand des Wicklungskupfers während der Temperaturänderung konstant bleibe,
4. der Transformator-kessel starr sei, und
5. keine Gasentwicklung eintrete.

Die abgeleiteten Beziehungen werden zur Berechnung der Übertemperaturen und Ölverdrängung von 18 Ein- und Dreiphasen-Öltransformatoren, darunter einem $16\frac{2}{3}$ -periodigen Einphasen-Bahntransformator, von 200 bis 100 000 kVA Leistung herangezogen und insbesondere jene Ölströmung ermittelt, die sich nach Erreichen einer mittleren Wicklungstemperatur von 180°C einstellt. Es wird gezeigt, welche Schlußfolgerungen sich hieraus für den Schutz von Öltransformatoren ziehen lassen.

Das Ergebnis wird mit den aus der Näherungsgleichung von H. Schwenkhagen ermittelten Werten verglichen.

Einleitung.

Die Kenntnis des thermischen Verhaltens von Öltransformatoren bei Klemmenkurzschlüssen ist für die Praxis von größter Bedeutung. Vor allem interessiert dabei die Frage, welche Übertemperaturen in den Wicklungen und im Öl auftreten, und nach welcher Zeit eine bestimmte Übertemperatur im Kupfer oder im Öl erreicht wird. Ferner ist es wissenswert, wie groß die durch die Erwärmung des Öles und Kupfers verursachte Ölverdrängung zu einem beliebigen Zeitpunkt ist und welche Ölströmung sich nach Erreichen einer Wicklungstemperatur von 180°C einstellt.

Mit Ausnahme eines von H. Schwenkhagen [5]¹⁾ angegebenen Näherungsverfahren ist über die Berechnung und Größe solcher Ölströmungen nur wenig zu finden. Ferner fehlen Angaben über die thermischen Daten von ausgeführten Öltransformatoren. Zweck vorliegender Arbeit ist es, diese Lücke zu füllen. Die Aufgabe soll zunächst allgemein gelöst und dann jeweils untersucht werden, inwieweit sich die abgeleiteten Beziehungen innerhalb der praktisch zulässigen Grenzen vereinfachen lassen.

Für die folgenden Überlegungen wollen wir den Fall zugrunde legen, daß der Transformator normal erregt sei und dann plötzlich an den Klemmen kurzgeschlossen werde. Dabei sei angenommen, daß die angelegte Spannung während des Kurzschlußvorganges konstant bleibe, was voraussetzt, daß der Transformator von einem Netz genügender Energie gespeist wird. Es ist klar, daß der Transformator unter diesen Umständen thermisch am ungünstigsten beansprucht wird. Im allgemeinen trifft diese Annahme nicht zu, jedoch kommt es bei Transformatoren kleinerer Leistung zumeist vor, daß die Netzenergie die Kurzschlußleistung des angeschlossenen Transformators um ein Vielfaches übersteigt, so daß sich die Spannung bei einem Klemmenkurzschluß des Transformators nur verhältnismäßig wenig ändert.

1. Größe des Kurzschlußstromes.

Unter obiger Voraussetzung ergibt sich für die Größe des sich einstellenden stationären Dauerkurzschlußstromes

$$I_k = I_n \left(\frac{100}{e_k} \right), \quad (1)$$

wenn I_n den Normalstrom in A und e_k die Kurzschlußspannung des Transformators in % der Primärspannung bedeutet.

Neben diesem stationären Kurzschlußstrom ist aber durch den Schaltvorgang noch ein Ausgleichstrom zu erwarten. Nun verhält sich ein Transformator bei Klemmenkurzschluß nach R. Rüdenberg [4] genau so, als ob der Stromkreis auf eine eisenfreie Drossel geschaltet würde, deren Selbstinduktion gleich der gesamten Streuinduktivität des Transformators und deren Widerstand gleich dem gesamten, auf gleiche Windungszahl bezogenen Widerstand beider Wicklungen ist (Bild 1). Für den Verlauf des Kurzschlußstromes ergibt sich somit

$$i_k = I_k [\cos(\omega t + \varphi) - \cos \varphi e^{-t/T_s}], \quad (2)$$

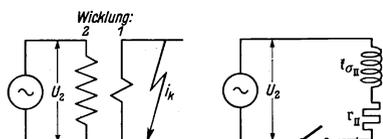


Bild 1. Klemmenkurzschluß eines Transformators und dessen Ersatzschaltbild.

wenn T_s die Zeitkonstante des Ersatzstromkreises bedeutet. Aus dieser Beziehung geht hervor, daß sich der Strom i_k aus 2 Komponenten zusammensetzt, nämlich einem stationären Wechselstrom und einem Ausgleichsstrom von gleichbleibender Richtung, der entsprechend der Zeitkonstante T_s abklingt. Ist die Phasenverschiebung $\varphi = 90^\circ$, das heißt, setzt der Kurzschlußvorgang bei Nulldurchgang des Stromes ein, dann verschwindet das Exponentialglied. Der sich einstellende Kurzschlußstrom ist sofort gleich dem stationären Dauerkurzschlußstrom (Bild 2a). Setzt dagegen der Kurzschluß ein, wenn der Normalstrom seinen Höchstwert erreicht hat, also

¹⁾ Die Verfassernummern beziehen sich auf das Schrifttum am Ende der Arbeit.

bei $\varphi = 0^\circ$, dann wird der stationäre Kurzschlußstrom durch den exponentiell abklingenden Ausgleichstrom vergrößert, und zwar im ersten Augenblick auf fast den doppelten Wert des stationär sich einstellenden Kurzschlußstromes I_k (Bild 2b).

Nachdem der stationäre Wechselstrom für die Erwärmung des Transformators genau so wirkt, als ob an dessen Stelle ein konstanter Gleichstrom von der Größe $I_k/\sqrt{2}$ fließe, so ergibt sich für den Effektivwert des gesamten Kurzschlußstromes

$$I'_k = I_k (0,705 + e^{-1/T_s}). \quad (3)$$

Um über den Einfluß des Ausgleichstromes auf die Größe der Erwärmung etwas aussagen zu können, ist die Zeitkonstante T_s mit der Dauer des Kurzschlußvorganges zu vergleichen. Denkt man sich zu diesem Zwecke den von der Hochspannungsseite erregten Transformator auf der Niederspannungsseite kurzgeschlossen (Bild 1), und bezeichnet man die gesamte Streuinduktivität des Transformators mit $\xi_{\sigma_{II}}$ und den gesamten auf die Hochspannungswicklung 2 bezogenen Widerstand mit r_{II} , dann ist die Zeitkonstante

$$\left. \begin{aligned} T_s &= \frac{\xi_{\sigma_{II}}}{r_{II}}, \\ \xi_{\sigma_{II}} &= \frac{e_k U_2}{\omega I_{n_2}} \\ \text{und} \\ r_{II} &= r_2 + r_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ist¹⁾. w_1 und w_2 bedeuten die Windungszahlen der beiden Wicklungen, ω die Kreisfrequenz.

In Bild 3 ist die Zeitkonstante T_s für 18 verschiedene Ein- und Dreiphasen-Öltransformatoren innerhalb eines Leistungsbereiches von 200 bis 100 000 kVA nach Formel (4) berechnet und in Abhängigkeit von der Transformatorleistung N aufgetragen. Man sieht, daß T_s mit zunehmender Leistung ansteigt und etwa zwischen 0,005 und 0,1 s schwankt. Im Vergleich zur Dauer des Kurzschlußvorganges, für die man etwa 2 bis 10 s in Ansatz bringen kann, sind diese Zeiten jedoch sehr klein und betragen prozentual zur Kurzschlußdauer höchstens 1%. Mit Rücksicht auf das verhältnismäßig schnelle Abklingen des exponentiellen Ausgleichstromes können wir somit sagen, daß es für die Erwärmung eines Transformators bei Klemmenkurzschluß praktisch gleichgültig ist, zu welchem Zeitpunkt der Kurzschluß einsetzt. Der Transformator verhält sich dabei stets so, als ob nur der stationäre Dauer-

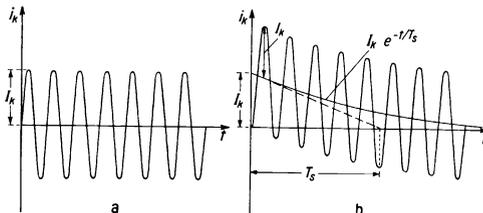


Bild 2. Verlauf des Klemmenkurzschlußstromes. a) wenn bei Nulldurchgang des Stromes kurzgeschlossen wird, b) wenn im Augenblick des Stromhöchstwertes kurzgeschlossen wird.

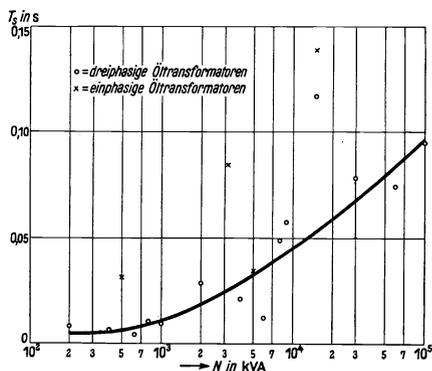


Bild 3. Zeitkonstante T_s des Gesamtstrefeldes von Öltransformatoren in Abhängigkeit von der Leistung.

¹⁾ Analoge Beziehungen ergeben sich für den hochspannungsseitigen Kurzschlußfall. Man rechnet jedoch bei Transformatoren aus Zweckmäßigkeitsgründen vorteilhaft mit den auf die Hochspannungsseite bezogenen Wicklungskonstanten.

kurzschlußstrom I_k nach Gl. (1) fließe. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit den von R. Küchler [1] angestellten Betrachtungen.

2. Temperaturverlauf für konstanten Wärmestrom.

Nimmt man an, daß sich der spezifische Widerstand des Wicklungskupfers während der Kurzschlußdauer nicht ändere, dann ergibt sich in Verbindung mit dem Vorgesagten, daß dem Transformator während des ganzen Kurzschlusses ein konstanter Wärmestrom von der Größe der Kurzschlußleistung N_k zugeführt wird. Dieser Wärmestrom dient zur Temperaturerhöhung in den Wärmekapazitäten C_1 und C_2 des Kupfers und des Öles. Im elektrischen Analogon (Bild 4) verhält sich demnach der Transformator bei Kurzschluß genau so, als ob die beiden Kondensatoren C_1 und C_2 von einer konstanten Gleichspannungsquelle aufgeladen würden.

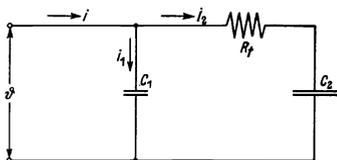


Bild 4. Elektrisches Ersatzschaltbild für den Wärmefluß in einem Öltransformator bei Klemmenkurzschluß.

C_1 Wärmekapazität des Wicklungskupfers. C_2 Wärmekapazität des Öles ($C_2 > C_1$). R_T Widerstand zwischen Kupfer und Öl. i_1, i_2 Wärmeströme. ϑ Temperaturgefälle.

Bezeichnet R_t den gesamten thermischen Widerstand zwischen Kupfer und Öl und ϑ das Temperaturgefälle, dann gilt

$$\left. \begin{aligned} i &= C_1 \frac{d\vartheta}{dt} + i_2 \\ \text{und} \\ \vartheta &= i_2 R_t + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

oder nach dem Teilstrom i_2 aufgelöst,

$$\left. \begin{aligned} i_2 &= \alpha i (1 - e^{-t/T}), \\ \text{wenn} \\ \alpha &= \frac{1}{1 + C_1/C_2} \quad \text{und} \quad T = \alpha C_1 R_t \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ist. Die Größe α stellt eine dimensionslose Zahl dar und ist nur vom Kapazitätsverhältnis C_1/C_2 abhängig (Bild 5). Sie soll deshalb als Kapazitätsfaktor bezeichnet werden. Gl. (6) sagt aus, daß der Wärmestrom i_2 , wie der elektrische Strom bei einer Kondensatoraufladung, exponentiell mit der Zeit zunimmt. Die Dauer des

Vorganges hängt von der thermischen Zeitkonstante T ab.

In ähnlicher Weise folgt für den Wärmestrom

$$i_1 = \alpha i \left(\frac{C_1}{C_2} + e^{-t/T} \right), \quad (7)$$

der jedoch exponentiell mit der Zeit abnimmt.

Für den gesuchten Temperaturverlauf an den beiden Wärmekapazitäten und an dem Widerstand wird aus Gl. (5) und (6):

$$\left. \begin{aligned} \text{Übertemperatur des Kupfer:} \quad \vartheta_1 &= \alpha \frac{T}{C_1} i \left[\frac{C_1}{C_2} \frac{t}{T} + (1 - e^{-t/T}) \right], \\ \text{Übertemperatur des Öles:} \quad \vartheta_2 &= \alpha \frac{T}{C_2} i \left[\frac{t}{T} - (1 - e^{-t/T}) \right], \\ \text{Temperaturgefälle am Widerstand:} \quad \vartheta_3 &= \alpha R_t i (1 - e^{-t/T}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

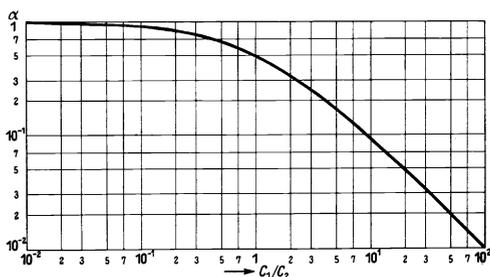


Bild 5. Kapazitätsfaktor α in Abhängigkeit vom Kapazitätsverhältnis C_1/C_2 .

Der zeitliche Temperaturverlauf im Kupfer und Öl und am Wärmewiderstand erfolgt somit nach einer Exponentialkurve, wobei die Dauer des Vorganges wieder durch die Zeitkonstante T gegeben ist.

3. Der Wärmewiderstand.

Für die weiteren Betrachtungen ist es von Wichtigkeit, sich über die Größe des thermischen Widerstandes R_t ein Bild zu machen, um so auch etwas über die Größenordnung der Zeitkonstante T sagen zu können. R_t setzt sich aus 2 Komponenten zusammen, nämlich dem Wärmewiderstand $(R_t)_d$ des den Leiter umgebenden Isolierstoffes und dem Wärmeübergangswiderstand $(R_t)_{\bar{u}}$ zwischen Wicklungskupfer und Isolierflüssigkeit.

Für die Größe des Wärmewiderstandes in grad/W gilt

$$(R_t)_d = \frac{\delta}{O} \varrho, \tag{9}$$

wenn δ die Dicke der Isolierschicht in cm bedeutet — diese ist in unserem Falle gleich dem einseitigen Isolationsauftrag — und wenn O die gesamte, von Isolierflüssigkeit umgebene Kühloberfläche des Wicklungskupfers in cm^2 darstellt. ϱ ist der spezifische Wärmewiderstand des den Leiter umgebenden Isolierstoffes in $\frac{\text{cm}^2 \text{ grad}}{\text{W}}$.

In ähnlicher Weise gilt für den Wärmeübergangswiderstand

$$(R_t)_{\bar{u}} = \frac{\varrho_{\bar{u}}}{O}, \tag{10}$$

wenn O wieder die von der Isolierflüssigkeit umgebene Kühloberfläche des Wicklungskupfers in cm^2 und $\varrho_{\bar{u}}$ den spezifischen Wärmeübergangswiderstand in $\frac{\text{cm}^2 \text{ grad}}{\text{W}}$ bedeutet.

Durch Summation von Gl. (9) und (10) wird für den gesamten Wärmewiderstand

$$R_t = \frac{\delta \varrho + \varrho_{\bar{u}}}{O}. \tag{11}$$

Nachdem für die Leiterisolation von Öltransformatoren fast ausschließlich Papier verwendet wird, ist für ϱ der spezifische Wärmewiderstand von ölgetränktem Papier einzusetzen, der sich je nach Papier- und Ölgüte im Mittel um $600 \frac{\text{cm}^2 \text{ grad}}{\text{W}}$ bewegt. Der spezifische Wärmeübergangswiderstand $\varrho_{\bar{u}}$ liegt bei den im Transformatorbau vorkommenden thermischen Verhältnissen in der Größe von $150 \frac{\text{cm}^2 \text{ grad}}{\text{W}}$, so daß sich für den gesamten Wärmewiderstand in grad/kW ergibt

$$R_t = \frac{6,0}{O} (\delta + 2,5), \tag{12}$$

wobei der einseitige Papierauftrag des Leiters in mm und die vom Öl umgebene Kühloberfläche des Wicklungskupfers in m^2 eingesetzt wird. Der Wärmewiderstand

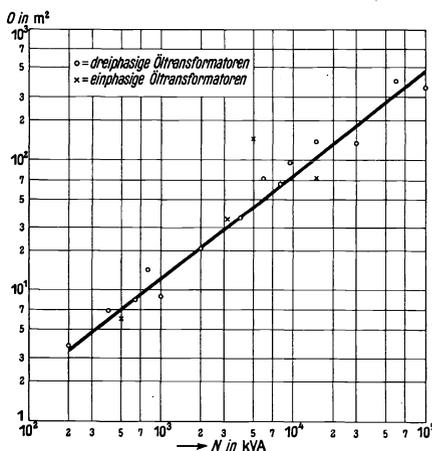


Bild 6. Vom Öl umgebene Kühloberfläche des Wicklungskupfers in Abhängigkeit von der Transformatorleistung.

wächst demnach linear mit δ an, fällt aber umgekehrt proportional mit der Kühl-
oberfläche ab. Bedenkt man, daß sich der Ausdruck $(\delta + 2,5)$ mit zunehmender
Transformatorleistung und entsprechend zunehmender Spannung nur verhältnis-
mäßig wenig ändert, die Kühlfläche dagegen mit wachsender Leistung stark
zunimmt (nach Bild 6 nimmt O — im doppellogarithmischen Maßstab aufgetragen —
linear mit N zu, und zwar von etwa $3,5 \text{ m}^2$ bei 200 kVA auf etwa 350 m^2 bei $100\,000 \text{ kVA}$
Leistung), so folgt, daß R_t in erster Linie von der Kühlfläche O abhängig sein
muß¹⁾.

4. Thermische Zeitkonstante.

Für die Größe der thermischen Zeitkonstante ergab sich nach Gl. (6)

$$\left. \begin{aligned} T &= \alpha C_1 R_t, \\ \text{wobei die Wärmekapazität des Kupfers} \\ C_1 &= 0,38 G_1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

in $\frac{\text{kWs}}{\text{grad}}$ zu setzen ist. G_1 ist dabei das Gesamtgewicht des Wicklungskupfers in kg
und R_t der gesamte Wärmewiderstand in grad/kW nach Gl. (12). Entsprechend
Zahlentafel 1 berücksichtigt der Faktor $0,38$ eine spezifische Wärme $c_1 = 0,091 \frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}}$

Zahlentafel 1. Richtwerte für die Wärmegrößen der wichtigsten Transformatorenbaustoffe.

Größe	Dimension	Transfor- matorenöl	Kupfer	Öl- getränktes Papier	Transfor- matorenblech (etwa 4% Si)
Spezifisches Gewicht γ	$\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ %	0,89 10	8,9 100	0,75 8,5	7,6 85,5
Kubischer Wärmeausdehnungs- koeffizient β	$\frac{1}{\text{grad}}$ %	$700 \cdot 10^{-6}$ 100	$48 \cdot 10^{-6}$ 6,9	$75 \cdot 10^{-6}$ 10,7	$37,5 \cdot 10^{-6}$ 5,4
Spezifische Wärme c	$\frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}}$ %	0,45 100	0,091 20	0,32 70	0,108 24
Gewichte am Transformator G	% %	100 —	32 100	1,7 5,3	100 —
Wärmekapazität $C (= cG)$	% %	100 —	6,4 100	1,2 18,5	24 —
Volumina am Transformator V	% %	100 —	3,2 100	2,0 62	11,7 —
Wärmeausdehnung bei 1° Tem- peraturerhöhung $(= \beta V)$	% %	100 —	0,22 100	0,215 98	0,63 —
Spezifischer Wärmewiderstand ϱ	$\frac{\text{cm grad}}{\text{W}}$ %	780 100	0,26 0,033	600 77	4,5 0,58

des Kupfers. Der dimensionslose Kapazitätsfaktor α kann im Mittel zu $0,94$ an-
genommen werden entsprechend einem mittleren Wärmekapazitätsverhältnis C_1/C_2
 $= 0,064$ nach Zahlentafel 1. Diese Annahme ist berechtigt, weil die α -Kurve für
kleine Wärmekapazitätsverhältnisse, wie sie bei Öltransformatoren stets vorliegen,

¹⁾ Für die Ermittlung des Wärmewiderstandes von Transformatoren ist jedoch zu beachten, daß R_t
bei stark voneinander abweichenden Isolationsaufträgen für jede Wicklung getrennt berechnet werden
muß.

bereits sehr flach verläuft (Bild 5). Tatsächlich schwankt der Kapazitätsfaktor bei den durchgerechneten 18 Transformatoren nur innerhalb der Werte $\alpha = 0,92$ bis $0,96$.

Somit ist die thermische Zeitkonstante eines Öltransformators bei Klemmenkurzschluß nur abhängig von der Wärmekapazität des Kupfers — also dem Kupfergewicht — und dem Wärmewiderstand, der seinerseits in erster Linie durch die Größe der Kühloberfläche des Wicklungskupfers gegeben ist. Die Wärmekapazität des Öles spielt dabei keine Rolle.

Berechnet man nach Gl. (13) die Größe von T für die gewählten Transformatoren, dann ergibt sich das in Bild 7 dargestellte Schaubild. T steigt mit zunehmender Leistung an und liegt im Mittel bei 1100 s. Die Dauer des Kurzschlußvorganges ist somit im Vergleich zur thermischen Zeitkonstante eines Transformators stets sehr klein und macht prozentual zu T höchstens 1% aus.

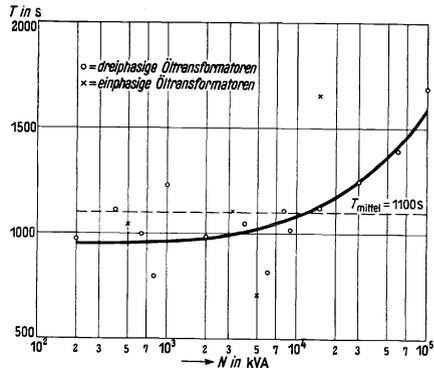


Bild 7. Thermische Zeitkonstante verschiedener Ein- und Dreiphasen-Öltransformatoren in Abhängigkeit von der Leistung.

5. Temperaturverlauf im Kupfer.

Setzt man für den konstant angenommenen Wärmestrom die Kurzschlußleistung des Transformators in kW ein, also

$$i = N_k = N_{Cu} \left(\frac{100}{e_k} \right)^2, \tag{14}$$

wobei N_{Cu} die Kupferverluste in kW und e_k die Kurzschlußspannung bedeuten (Bild 8), dann wird nach Gl. (8) für die Übertemperatur im Kupfer

$$\vartheta_1 = \alpha \frac{T}{C_1} N_k \left[\frac{C_1}{C_2} \frac{t}{T} + (1 - e^{-t/T}) \right], \tag{15}$$

wenn die Zeiten in s, die Wärmekapazität in $\frac{\text{kWs}}{\text{grad}}$ und die Kurzschlußleistung in kW eingesetzt werden.

Um den Temperaturverlauf nach dieser Beziehung klar zu veranschaulichen, untersucht man vorteilhaft ihre 1. Ableitung. Es ist

$$\frac{d\vartheta_1}{dt} = \lambda_1 = \alpha \frac{N_k}{C_1} \left(\frac{C_1}{C_2} + e^{-t/T} \right), \tag{16}$$

und hieraus für die Neigung der Tangenten zur Zeit $t = 0$ und $t = \infty$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\vartheta_1}{dt} \right)_{t=0} &= (\lambda_1)_{t=0} = \frac{N_k}{C_1} \\ \text{und} \left(\frac{d\vartheta_1}{dt} \right)_{t=\infty} &= (\lambda_1)_{t=\infty} = \frac{N_k}{C_1 + C_2} \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

Die erste Ableitung stellt nun nichts anderes dar, als den Anstieg der Temperaturkurve zu einem bestimmten Zeitpunkt. Diesen Anstieg wollen wir deshalb als Tem-

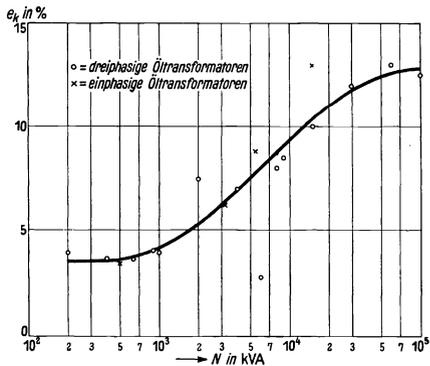


Bild 8. Kurzschlußspannung von Öltransformatoren in Abhängigkeit von der Leistung.

peraturanstieg bezeichnen und dafür die Größe λ mit der Dimension grad/s einführen. Der Temperaturanstieg im Wicklungskupfer erfolgt nach obigen Beziehungen exponentiell mit der Zeit, und zwar sinkt dieser vom Werte N_k/C_1 zur Zeit $t = 0$ auf den Wert $N_k/(C_1 + C_2)$ zur Zeit $t = \infty$ ab. Die Temperaturkurve verläuft zwischen diesen beiden Endwerten bzw. Endtangente.

Auf Grund dieser Überlegung läßt sich der Temperaturverlauf im Kupfer in sehr einfacher Weise auf graphischem Wege ermitteln. Die Richtigkeit der in Bild 9 dargestellten Konstruktion ist leicht zu beweisen. Aus Bild 9 geht ferner hervor, daß die durch die Beziehung (15) gegebene Temperaturkurve nichts anderes darstellt als eine um den Winkel φ gedrehte Exponentialkurve ϑ'_1 mit der Zeitkonstante T und der Endtemperatur

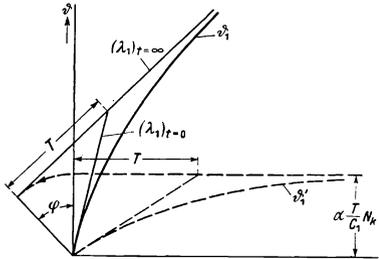


Bild 9. Graphische Ermittlung des Temperaturverlaufes im Wicklungskupfer.

$$\left. \begin{aligned} \text{wobei} \quad (\vartheta'_1)_{\max} &= \alpha \frac{T}{C_1} N_k, \\ \text{ist.} \quad \tan \varphi &= \frac{N_k}{C_1 + C_2} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Wir haben bereits gesehen, daß die Dauer des Kurzschlußvorganges im Verhältnis zur thermischen Zeitkonstante T stets sehr klein ist, so daß auch t/T klein wird. Das Exponentialglied von Gl. (15) kann unter diesen Umständen in eine Reihe entwickelt und die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden. Es wird dann

$$\vartheta_1 = \frac{N_k}{C_1} t. \quad (19)$$

Diese Näherungsformel gibt gegenüber der genauen Formel (15) bei einer höchst vorkommenden Kurzschlußdauer von 10 s im ungünstigsten Falle einen Fehler von 1 %, das heißt also, daß der Temperaturanstieg im Wicklungskupfer während des ganzen Klemmenkurzschlusses stets so erfolgt, als ob keine Wärmeabgabe an das umgebende Medium stattfinden würde. Diese Erkenntnis deckt sich mit den Ergebnissen von R. Kuchler [1].

Die Größe des Temperaturanstieges im Wicklungskupfer wird somit

$$\left. \begin{aligned} \text{oder durch Umformung} \quad \lambda_1 &= \frac{N_k}{C_1}, \\ \lambda_1 &= \frac{i_k^2 \varrho_0}{4,18 c_1 \gamma_1}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

i_k bedeutet die Kurzschlußstromdichte in A/mm², ϱ_0 den spezifischen Widerstand in $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$, c_1 die spezifische Wärme in $\frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}}$ und γ_1 das spezifische Gewicht des Wicklungskupfers in kg/dm³. Der Temperaturanstieg im Kupfer ist demnach bei konstant angenommenem spezifischen Widerstand nur von der Kurzschlußstromdichte abhängig. Für eine genauere Berechnung des Temperaturanstieges im Wicklungskupfer wäre allerdings noch die Änderung des spezifischen Widerstandes mit der Temperatur zu berücksichtigen. Hierzu sei auf eine Arbeit des Verfassers (3) verwiesen.

In Bild 10 ist der Temperaturanstieg für die durchgerechneten 18 Öltransformatoren nach Formel (20) berechnet und abhängig von der Leistung aufgetragen. Man

sieht, daß der Anstieg bei kleinen Leistungen außerordentlich schnell erfolgt (etwa 50°/s) und mit zunehmender Leistung auf etwa 5°/s abfällt. Bei einem 200-kVA-Transformator würde also die Temperatur im Kupfer in 2 s bereits um 100° gestiegen sein, bei einem 100000-kVA-Transformator wegen seiner größeren Kurzschlußspannung in der gleichen Zeit dagegen erst um 16°.

Aus Beziehung (19) läßt sich leicht ermitteln, in welcher Zeit die Wicklung die für kurzzeitige Belastungen höchstens noch als zulässig zu betrachtende Temperatur von 180° C erreicht hat¹⁾. Je nach Höhe der Ausgangstemperatur ϑ_0 ergibt sich für diese Zeit in s bei kaltem Transformator ($\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$)

$$\left. \begin{aligned} (t)_{\vartheta_1=180^\circ \text{C}} &= 160 \frac{C_1}{N_k}, \\ \text{und bei warmem Transformator} & \\ (\vartheta_0 = 105^\circ \text{C}) & \\ (t)_{\vartheta_1=180^\circ \text{C}} &= 75 \frac{C_1}{N_k}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

In Bild 11 sind diese Zeiten in Abhängigkeit von der Leistung aufgetragen. Es ist ersichtlich, daß ein vollbelasteter Transformator kleiner Leistung bei Klemmenkurzschluß bereits in etwa 1,5 s eine Wicklungstemperatur von 180° C erreicht hat. Ein großer Transformator benötigt dazu wegen seiner höheren Kurzschlußspannung etwa 15 s.

6. Temperaturverlauf im Öl.

Durch Einsetzen von Gl. (14) in (8) wird für die Übertemperatur im Öl

$$\vartheta_2 = \alpha \frac{T}{C_2} N_k \left[\frac{t}{T} - (1 - e^{-t/T}) \right], \quad (22)$$

wenn die Zeiten in s, die Wärmekapazität in $\frac{\text{kWs}}{\text{grad}}$ und N_k in kW eingesetzt werden. Hieraus durch Differentiation

$$\frac{d\vartheta_2}{dt} = \lambda_2 = \alpha \frac{N_k}{C_2} (1 - e^{-t/T}), \quad (23)$$

und daraus wieder für die Tangenten

$$\left. \begin{aligned} \text{und} \quad \left(\frac{d\vartheta_2}{dt} \right)_{t=0} &= (\lambda_2)_{t=0} = 0 \\ \left(\frac{d\vartheta_2}{dt} \right)_{t=\infty} &= (\lambda_2)_{t=\infty} = \alpha \frac{N_k}{C_2}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

¹⁾ Manchem Betriebsmann mag eine Temperatur von 180° C zu hoch erscheinen. Es ist jedoch zu bedenken, daß es sich hierbei stets um kurzzeitige Belastungen handelt, die der Transformator ohne Bedenken ertragen kann. R. Küchler [1] rechnet sogar mit 200° C.

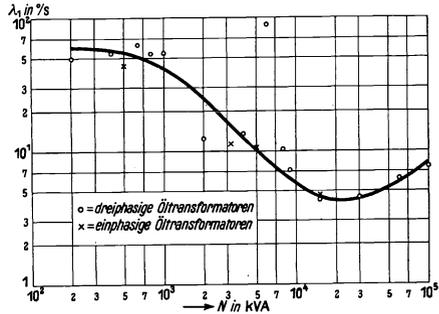


Bild 10. Temperaturanstieg im Wicklungskupfer bei Klemmenkurzschluß, abhängig von der Transformatorleistung.

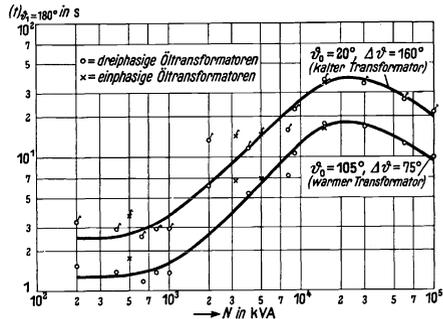


Bild 11. Zeit, nach welcher das Wicklungskupfer bei Klemmenkurzschluß eine Temperatur von $\vartheta_1 = 180^\circ \text{C}$ erreicht hat, und zwar bei einer Ausgangstemperatur von $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$ (kalter, unbelasteter Transformator) und $\vartheta_0 = 105^\circ \text{C}$ (warmer, vollbelasteter Transformator).

Im Vergleich zum Kupfer erfolgt der Temperaturverlauf im Öl grundsätzlich anders. Während der Temperaturanstieg für das Wicklungskupfer zur Zeit $t = 0$ endlich war, ist dieser für das Öl zur selben Zeit gleich Null. Die Temperaturkurve besitzt also im Ursprung eine Horizontaltangente, was schon darauf schließen läßt, daß der Anstieg im Öl außerordentlich langsam erfolgen muß.

Der Temperaturanstieg λ_2 steigt vom Werte 0 zur Zeit $t = 0$ exponentiell auf seinen Höchstwert $\alpha \frac{N_k}{C_2}$ zur Zeit $t = \infty$ an. Die Temperaturkurve muß zwischen diesen beiden Endtangenten verlaufen,

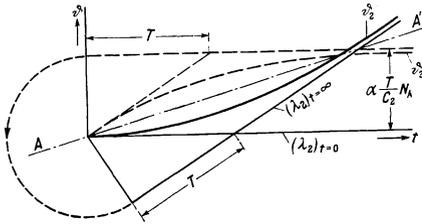


Bild 12. Graphische Ermittlung des Temperaturverlaufes im Öl.

wie auch aus Bild 12 hervorgeht. Auf Grund dieser Überlegung läßt sich der Temperaturverlauf im Öl in einfacher Weise graphisch ermitteln, denn aus Bild 12 folgt, daß die Temperaturkurve des Öles nichts anderes darstellt, als eine an der Achse $\bar{A}\bar{A}'$ gespiegelte Exponentialkurve ϑ_2' mit der Zeitkonstante T und der Endtemperatur

$$(\vartheta_2')_{\max} = \alpha \frac{T}{C_2} N_k \quad (25)$$

Wegen der Größe der Zeitkonstante T im Verhältnis zu t läßt sich die genaue Beziehung (22) in eine Näherungsgleichung von der Form überführen

$$\vartheta_2 = \left(\frac{\alpha}{2} \frac{N_k}{C_2 T} \right) t^2 \quad (26)$$

Die Exponentialkurve wird näherungsweise durch eine Parabel ersetzt. Der Fehler, den man durch Anwendung der Näherungsbeziehung macht, liegt für die bei Klemmenkurzschlüssen vorkommenden Zeiten wieder in der Größenordnung von 1%.

Die sich aus Beziehung (26) ergebenden Ölbertemperaturen sind außerordentlich niedrig und liegen in der Größe von 0,01 bis 0,1°, selbst unter der Annahme, daß das Wicklungskupfer eine Temperatur von 180° C erreicht hat. Um sich eine Vorstellung zu machen, wie langsam das Öl dem Temperaturanstieg des Kupfers folgt, soll festgestellt werden, nach welcher Zeit das Öl eine Übertemperatur von 1° erreicht und welche Übertemperatur das Kupfer dabei in der Zwischenzeit angenommen hat. Bei Benützung der Näherungsgleichung (26) wird für diese Zeit

$$(t)_{\vartheta_2=1^\circ} = \sqrt{\frac{2C_2 T}{\alpha N_k}} \quad (27)$$

und hieraus durch Verbindung mit Gl. (19) für die Übertemperatur im Kupfer

$$(\vartheta_1)_{\vartheta_2=1^\circ} = \sqrt{\frac{2N_k C_2 T}{\alpha C_1^2}} \quad (28)$$

In Zahlentafel 2 sind diese beiden Beziehungen für 3 verschiedene Öltransformatoren zahlenmäßig ausgewertet. Man sieht, daß bei einem 200-kVA-Transformator das Kupfer bereits geschmolzen wäre, ehe das Öl eine mittlere Übertemperatur von 1° angenommen hätte. Bei einem 100000-kVA-Transformator würde die Kupfer-temperatur bereits um 612° gestiegen sein. Dieses Rechenbeispiel zeigt deutlich, wie außerordentlich langsam die Öltemperatur bei Klemmenkurzschlüssen ansteigt, und

¹⁾ Maßstäblich müßte $(\vartheta_2')_{\max}$ des Bildes 12 um ein Vielfaches kleiner gezeichnet werden als $(\vartheta_1')_{\max}$ des Bildes 9, da $C_2 > C_1$ ist.

Zahlentafel 2. Gegenüberstellung der Übertemperaturen in Öl und Kupfer für verschiedene dreiphasige Öltransformatoren.

Transformatorleistung in kVA	1000	9000	100000
Zeit in s, nach welcher das Öl eine Übertemperatur von 1° erreicht hat	24,8	78,6	81
Übertemperatur im Wicklungskupfer in Grad, wenn das Öl eine Übertemperatur von 1° erreicht hat	1370 ¹⁾	566	612

daß aus diesem Grunde ein von der Öltemperatur abhängiges Wärmerelais als Schutz für Öltransformatoren gegen schwere Klemmenkurzschlüsse als vollkommen unbrauchbar bezeichnet werden muß.

7. Kupferausdehnung.

Die durch die Temperaturerhöhung verursachte Ausdehnung des Kupfers ΔV_1 läßt sich nunmehr leicht berechnen, denn es ist

$$\Delta V_1 = \beta_1 V_1 \frac{d\theta_1}{dt}, \quad (29)$$

oder mit Gl. (16) wird

$$\Delta V_1 = \alpha \left(\frac{\beta_1}{c_1 \gamma_1} \right) N_k \left(\frac{C_1}{C_2} + e^{-t/T} \right), \quad (30)$$

wenn β_1 den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Kupfers bedeutet. Demnach nimmt die Kupferausdehnung vom Höchstwert $\beta_1 V_1 \frac{N_k}{C_1}$ zur Zeit $t = 0$ mit der Zeitkonstante T exponentiell auf den Endwert $\beta_1 V_1 \frac{N_k}{C_1 + C_2}$ zur Zeit $t = \infty$ ab (Bild 13).

Da $T \gg t$, so wird näherungsweise für die Kupferausdehnung in cm^3/s

$$\Delta V_1 = \left(\frac{\beta_1}{c_1 \gamma_1} \right) N_k = 14,2 \left(\frac{N_k}{1000} \right), \quad (31)$$

wobei für die Größen β_1 , c_1 und γ_1 die in Zahlentafel 1 angegebenen Werte eingeführt und N_k in kW ausgedrückt wird.

Bezieht man diese Ausdehnung auf die Querschnittseinheit des vom Transformator zum Ausdehnungsgefäß führenden Verbindungsrohres³⁾, dann ergibt sich bei starr angenommenem Kessel eine von der Kupferausdehnung herrührende Ölströmung in cm/s , in Richtung Ausdehnungsgefäß, von

$$v_1 = 2,81 \left(\frac{N_k}{1000} \right), \quad (32)$$

bezogen auf 1'' Rohrdurchmesser. (Für 2'' bzw. 3'' Rohrdurchmesser ist der Faktor 2,81 durch den Wert 0,702 bzw. 0,312 zu ersetzen.) Die vom Kupfer herrührende

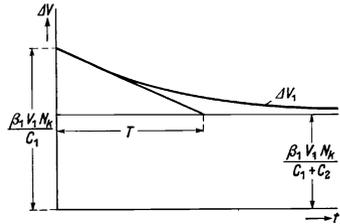


Bild 13. Zeitlicher Verlauf der Kupferausdehnung.

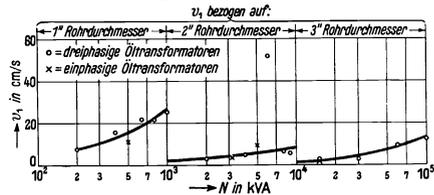


Bild 14. Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Kupferausdehnung, bei Klemmenkurzschluß des Transformators unter starr angenommener Spannung²⁾.

¹⁾ Kupfer bereits geschmolzen.

²⁾ Die beiden Kurvensprünge bei 1000 und 10000 kVA Leistung rühren vom Übergang von 1'' auf 2'' bzw. von 2'' auf 3'' Rohrdurchmesser her.

³⁾ Es ist heute üblich, Öltransformatoren mit Ausdehnungsgefäßen je nach Transformatorleistung mit Verbindungsrohren von 1'' bis 3'' lichtigem Durchmesser auszurüsten, und zwar:

Verbindungsrohre mit 1'' lichtigem Durchmesser bei Transformatoren	bis 1000 kVA
" " " " " "	von 1001 bis 10000 kVA und
" " " " " "	über 10000 kVA.

Ölverdrängung ist somit einzig und allein von der Kurzschlußleistung des Transformators abhängig. Sie ist von der Zeit unabhängig. In Bild 14 sind die Ölgeschwindigkeiten v_1 für die durchgerechneten Transformatoren in Abhängigkeit von der Leistung aufgetragen. Die Ölgeschwindigkeiten liegen innerhalb eines Bereiches von $v_1 = 2$ bis 25 cm/s.

8. Ölausdehnung.

In ähnlicher Weise erhält man in Verbindung mit Gl. (23) für die Größe der Ölausdehnung

$$\Delta V_2 = \alpha \left(\frac{\beta_2}{c_2 \gamma_2} \right) N_k (1 - e^{-t/T}), \quad (33)$$

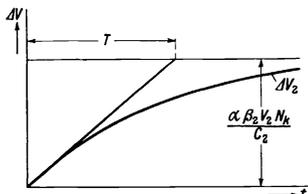


Bild 15. Zeitlicher Verlauf der Ölausdehnung.

wenn β_2 , c_2 und γ_2 die Konstanten des Öles bedeuten. Die Ölausdehnung nimmt also exponentiell mit der Zeit zu (Bild 15). Im Gegensatz zur Kupferausdehnung ist jedoch die Ölausdehnung zu Beginn des Kurzschlußvorganges Null. Für $T \gg t$ wird näherungsweise

$$\Delta V_2 = \alpha \left(\frac{\beta_2}{c_2 \gamma_2} \right) \frac{N_k}{T} t = 3,93 \frac{N_k}{T} t \quad (34)$$

in cm^3/s , wenn die Zeiten in s und N_k in kW eingesetzt werden.

Die durch die Ölausdehnung verursachte Ölströmung zum Ausdehnungsgefäß in cm/s wird somit

$$v_2 = 0,78 \frac{N_k}{T} t, \quad (35)$$

bezogen auf 1'' Rohrdurchmesser. (Für 2'' bzw. 3'' Rohrdurchmesser ist der Faktor 0,78 durch 0,195 bzw. 0,087 zu ersetzen.)

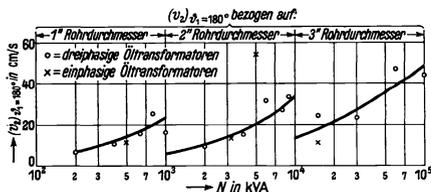


Bild 16. Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Ölausdehnung, bei Klemmenkurzschluß des Transformators unter starr angenommener Spannung und einer Ausgangstemperatur $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$, wenn das Wicklungskupfer eine Temperatur von $\vartheta_1 = 180^\circ \text{C}$ erreicht hat¹⁾.

$$(v_2)_{\vartheta_1 = 180^\circ \text{C}} = \frac{132,5}{R_t}, \quad (36)$$

wenn R_t in grad/kW eingesetzt wird. (Für 2'' bzw. 3'' Rohrdurchmesser ist der Faktor 132,5 durch 33,1 bzw. 14,7 zu ersetzen.) Hieraus folgt, daß die bei einer bestimmten Kupfertemperatur auftretende und von der Ölausdehnung herrührende Ölgeschwindigkeit nur abhängig ist von dem Wärmewiderstand des Transformators,

¹⁾ Die beiden Kurvensprünge bei 1000 und 10000 kVA Leistung rühren vom Übergang von 1'' auf 2'' bzw. von 2'' auf 3'' Rohrdurchmesser her.

und zwar ist diese dem thermischen Widerstand umgekehrt proportional. Wie aus Bild 16 hervorgeht, nimmt die Ölgeschwindigkeit $(v_2)_{\vartheta_1=180^\circ\text{C}}$ mit wachsender Leistung zu und bewegt sich in der Größe von 5 bis 50 cm/s.

9. Gesamte Ölverdrängung.

Für die gesamte auf 1'', 2'' und 3'' Rohrdurchmesser bezogene Ölverdrängung, herrührend von der Kupfer- und Ölausdehnung, wird somit aus Gl. (32) und (36)

$$\left. \begin{aligned} (v)_{1''} &= \frac{132,5}{R_i} + 2,81 \left(\frac{N_k}{1000} \right), \\ (v)_{2''} &= \frac{33,1}{R_i} + 0,702 \left(\frac{N_k}{1000} \right), \\ (v)_{3''} &= \frac{14,7}{R_i} + 0,312 \left(\frac{N_k}{1000} \right). \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Der thermische Widerstand R_i nach Formel (12) ist in grad/kW und die Kurzschlußleistung des Transformators in kW einzusetzen. Diese Ölgeschwindigkeiten in cm/s treten dann auf, wenn das Wicklungskupfer des Transformators bei Klemmenkurzschluß unter starr angenommener Spannung und starrem Kessel eine Temperatur von 180°C angenommen hat und der Transformator bei Kurzschlußbeginn kalt war ($\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$). (Bei warmem Transformator sind die Ölgeschwindigkeiten kleiner!)

Für die gewählten 18 Öltransformatoren wurde v nach Formel (37) berechnet und in Bild 17 abhängig von N aufgetragen. Demnach liegt die Ölströmung v bei einem angenommenen Leistungsbereich von 200 bis 100 000 kVA zwischen 10 und 60 cm/s. (Der hohe Wert für den 6000-kVA-Transformator kann nicht mit berücksichtigt werden, da dieser eine außerordentlich niedrige Kurzschlußspannung besitzt.)

Vergleicht man diese Ergebnisse mit der von H. Schwenkhagen [5] angegebenen Überschlagsformel, dann zeigt sich, daß die aus dieser Überschlagsformel ermittelten Werte für die Ölströmung im ganzen genommen erheblich höher liegen als die Rechenwerte des Verfassers. Das liegt daran, daß H. Schwenkhagen für seine Berechnung eine zu kleine Zeitkonstante ($T = 100$ s) angenommen hat. Demnach mußte auch die an das Öl abgegebene Wärmemenge und damit auch die Ölausdehnung größer sein.

10. Wärmebilanz.

Aus Gl. (6) und (7) folgt durch Integration für die an das Kupfer und Öl abgeführten Wärmemengen Q_1 und Q_2

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} Q_1 &= \alpha N_k t \left[\frac{C_1}{C_2} + \frac{T}{t} (1 - e^{-t/T}) \right] \\ Q_2 &= \alpha N_k t \left[1 - \frac{T}{t} (1 - e^{-t/T}) \right], \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

¹⁾ Die beiden Kurvensprünge bei 1000 und 10000 kVA Leistung rühren vom Übergang von 1'' auf 2'' bzw. von 2'' auf 3'' Rohrdurchmesser her.

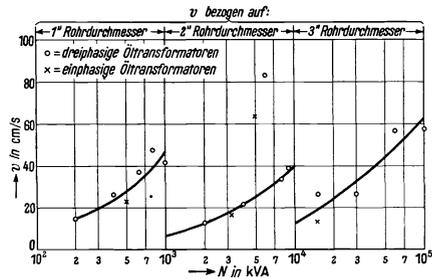


Bild 17. Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Öl- und Kuperausdehnung, bei Klemmenkurzschluß des Transformators unter starr angenommener Spannung und einer Ausgangstemperatur $\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$, wenn das Wicklungskupfer eine Temperatur von $\vartheta_1 = 180^\circ\text{C}$ erreicht hat¹⁾.

oder prozentual zur gesamten zugeführten Wärmemenge $Q = N_k t$

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \frac{Q_1}{Q} &= \alpha \left[\frac{C_1}{C_2} + \frac{T}{t} (1 - e^{-t/T}) \right] \\ \frac{Q_2}{Q} &= \alpha \left[1 - \frac{T}{t} (1 - e^{-t/T}) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Für $T \gg t$ wird näherungsweise

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \frac{Q_1}{Q} &= 100 \left(1 - \alpha \frac{t}{T} \right) \\ \frac{Q_2}{Q} &= 100 \alpha \frac{t}{T}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Berücksichtigt man, daß das Verhältnis t/T im günstigsten Falle etwa 1% ausmachen kann und der Kapazitätsfaktor praktisch 1 ist, so folgt aus Gl. (40), daß während der ganzen Kurzschlußdauer höchstens 1% der insgesamt zugeführten Wärmemenge $N_k t$ in das Öl übergeht.

In analoger Weise folgt für die prozentualen Wärmeströme i_1 und i_2

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \frac{i_1}{i} &= 100 \left(1 - \alpha \frac{t}{T} \right) \\ \frac{i_2}{i} &= 100 \alpha \frac{t}{T}, \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

was besagt, daß vom gesamten Wärmestrom N_k während der Kurzschlußdauer höchstens 1% in das Öl fließt.

11. Schutz von Öltransformatoren.

Welche Rückschlüsse lassen sich nun aus diesem Ergebnis für den Schutz von Öltransformatoren ziehen? Wir haben bereits gesehen, daß die Öltemperatur bei Kurzschlüssen außerordentlich langsam ansteigt und in keiner Weise dem Anstieg der Kupfertemperatur zu folgen vermag. Aus diesem Grunde wird es vollkommen zwecklos sein, einen Transformator gegen schwere Kurzschlüsse dadurch schützen zu wollen, daß man in das Öl oder in die sonst vorhandene Isolierflüssigkeit ein Wärmerelais einbaut.

Dagegen ist es heute zumeist üblich, Öltransformatoren durch Buchholz-Relais gegen schwere Klemmenkurzschlüsse zu schützen. Dabei muß allerdings gefordert werden, daß das im Relais eingebaute Auslöseorgan tatsächlich erst dann anspricht und den Transformator vom Netz abtrennt, wenn dieser gefährdet ist. Das Relais darf also keineswegs auslösen, wenn z. B. im Transformator ein Klemmenkurzschluß auftritt und die Temperatur im Wicklungskupfer dabei nicht übermäßig hoch ansteigt, was immer dann der Fall sein wird, wenn die Kurzschlußdauer klein ist. Läßt man als Höchsttemperatur des Wicklungskupfers für kurzzeitige Beanspruchung 180° C noch zu, dann darf also die bei dieser Temperatur auftretende Ölströmung das Relais keinesfalls zur Auslösung bringen, d. h. die Kurzschlußölströmung muß unterhalb der Ansprechgeschwindigkeit des Auslöseorgans des Relais liegen. Ein Vergleich der heute bei Buchholz-Relais üblichen Ansprechgeschwindigkeiten (2) — 75 cm/s bei 1'' Relais und 50 bis 150 cm/s einstellbar bei 2'' und 3'' Relais — mit den bei Klemmenkurzschlüssen auftretenden Ölströmungen des Bildes 17 zeigt tatsächlich, daß die Kurzschlußölströmung stets unterhalb der höchst einzustellenden Ansprechgeschwindigkeit des Relais liegt. In der Praxis werden die Kurzschlußölströmungen noch kleiner sein, weil man in den wenigsten Fällen eine starre Klemmenspannung annehmen kann und zudem stets mit einer gewissen Nachgiebigkeit des Transformator-kessels zu rechnen ist.

Übersichtstafel für die Berechnung der thermischen Daten von Öltransformatoren bei Klemmenkurzschlüssen.

Gegeben						
1	Kupferverluste	N_{Cu} in kW	5	Vom Öl umgebene Kühloberfläche des Wicklungskupfers	O in m ²	
2	Kurzschlußspannung	e_k in %	6	Einseitiger Isolationsauftrag	δ in mm	
3	Kupfergewicht	G_1 in kg	7	Kurzschlußdauer	t in s	
4	Ölgewicht	G_2 in kg				
Gesucht						
1	Kurzschlußleistung	$N_k = N_{Cu} \left(\frac{100}{e_k} \right)^2$ in kW				
2	Wärmekapazität des Kupfers	$C_1 = 0,38 G_1$ in $\frac{\text{kW s}}{\text{grad}}$				
3	Wärmekapazität des Öles	$C_2 = 1,88 G_2$ in $\frac{\text{kW s}}{\text{grad}}$				
4	Kapazitätsfaktor	$\alpha = \frac{1}{1 + C_1/C_2}$				
5	Wärmewiderstand	$R_t = \frac{6,0}{O} (\delta + 2,5)$ in grad/kW				
6	Thermische Zeitkonstante	$T = \alpha C_1 R_t$ in s				
7	Übertemperatur im Kupfer nach t Sekunden	$\vartheta_1 = \left(\frac{N_k}{C_1} \right) t$ in grad				
8	Zeit, nach welcher das Kupfer eine Temperatur von 180° C erreicht hat bei $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$	$(t)_{\vartheta_1 = 180^\circ \text{C}} = 160 \left(\frac{N_k}{C_1} \right)$ in s				
9	Übertemperatur im Öl nach t Sekunden	$\vartheta_2 = \left(\frac{\alpha N_k}{2 C_2 T} \right) t^2$ in grad				
10	Zeit, nach welcher das Öl eine Übertemperatur von 1° erreicht hat	$(t)_{\vartheta_2 = 1^\circ} = \sqrt{\frac{2 C_2 T}{\alpha N_k}}$ in s				
11	Übertemperatur im Kupfer, wenn das Öl eine Übertemperatur von 1° erreicht hat	$(\vartheta_1)_{\vartheta_2 = 1^\circ} = \sqrt{\frac{2 N_k C_2 T}{\alpha C_1^2}}$ in grad				
12	Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Kupferausdehnung, bez. auf 1'', 2'' und 3'' Rohrdurchmesser	$\left. \begin{aligned} (v_1)_{1''} &= 2,81 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \\ (v_1)_{2''} &= 0,702 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \\ (v_1)_{3''} &= 0,312 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \end{aligned} \right\} \text{ in cm/s}$				
13	Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Ölausdehnung, bez. auf 1'', 2'' und 3'' Rohrdurchmesser, nach t Sekunden	$\left. \begin{aligned} (v_2)_{1''} &= 0,78 \left(\frac{N_k}{T} \right) \cdot t \\ (v_2)_{2''} &= 0,195 \left(\frac{N_k}{T} \right) \cdot t \\ (v_2)_{3''} &= 0,087 \left(\frac{N_k}{T} \right) \cdot t \end{aligned} \right\} \text{ in cm/s}$				
14	Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Ölausdehnung, bez. auf 1'', 2'' und 3'' Rohrdurchmesser, wenn das Kupfer eine Temperatur von 180° C erreicht hat bei $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$	$\left. \begin{aligned} (v_2)_{1''} &= \frac{132,5}{R_t} \\ (v_2)_{2''} &= \frac{33,1}{R_t} \\ (v_2)_{3''} &= \frac{14,7}{R_t} \end{aligned} \right\} \text{ in cm/s}$				
15	Ölgeschwindigkeiten im Ausdehnungsrohr, herrührend von der Kupfer- und Ölausdehnung, bez. auf 1'', 2'' und 3'' Rohrdurchmesser, wenn das Kupfer eine Temperatur von 180° C erreicht hat bei $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$	$\left. \begin{aligned} (v)_{1''} &= \frac{132,5}{R_t} + 2,81 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \\ (v)_{2''} &= \frac{33,1}{R_t} + 0,702 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \\ (v)_{3''} &= \frac{14,7}{R_t} + 0,312 \left(\frac{N_k}{1000} \right) \end{aligned} \right\} \text{ in cm/s}$				

Das Relais kann demnach stets so eingestellt werden, daß es bei Klemmenkurzschluß bis zum Erreichen einer Wicklungstemperatur von 180°C nicht anspricht. Steigt dagegen die Temperatur weiter an, so muß wegen der damit verbundenen Gefährdung des Transformators sofortige Auslösung erfolgen, was auch tatsächlich der Fall ist, da bei Temperaturen über 180°C bereits ein Verdampfen des Öles erfolgt. Die dadurch hervorgerufene Ölverdrängung übersteigt um ein Vielfaches, wie H. Schwenkhagen [5] gezeigt hat, die von der Kupfer- und Ölausdehnung herrührende Ölverdrängung und ruft Ölströmungen hervor, die stets ausreichend sind, um das Relais zur Auslösung zu bringen.

12. Rechnungsgang.

Für eine schnelle Berechnung der thermischen Daten eines Öltransformators unter Klemmenkurzschluß sind in vorstehender Übersichtstafel die wichtigsten Formeln und Beziehungen zusammengestellt.

Erwähnt sei, daß sich der gleiche Rechnungsgang auch auf den ölsolierten Spannungswandler ausdehnen läßt.

Zusammenfassung.

Nach den Ergebnissen dieser Arbeit läßt sich der Vorgang des Klemmenkurzschlusses bei Öltransformatoren durch folgende Eigenschaften kennzeichnen:

a) Da die Zeitkonstante des Streufeldes im Verhältnis zur Dauer des Kurzschlusses stets klein ist, so wird dem Transformator bei starrer Klemmenspannung und konstant angenommenem spezifischen Widerstand während der Kurzschlußdauer ein konstanter Wärmestrom zugeführt, der gleich der Kurzschlußleistung des Transformators ist.

b) Die Dauer des Kurzschlußvorganges ist im Vergleich zur thermischen Zeitkonstante eines Öltransformators stets klein.

c) Bei Klemmenkurzschluß erfolgt der Temperaturanstieg im Wicklungskupfer stets so rasch, daß die Öltemperatur diesem Anstieg nicht zu folgen vermag. Die Kupfertemperatur übersteigt deshalb um ein Vielfaches die Öltemperatur.

d) Während der ganzen Kurzschlußdauer geht höchstens 1% der insgesamt zugeführten Wärmemenge in das Öl über.

e) Die von der Kupferausdehnung herrührende Ölverdrängung ist nur von der Kurzschlußleistung des Transformators abhängig, während die von der Ölausdehnung herrührende zudem von der thermischen Zeitkonstante und der Kurzschlußdauer abhängt.

f) Innerhalb eines untersuchten Leistungsbereiches von 200 bis 100 000 kVA liegt die von der Kupfer- und Ölausdehnung herrührende Ölströmung in der Größe von 10 bis 60 cm/s, unter der Annahme, daß das Wicklungskupfer eine Temperatur von 180°C erreicht hat.

Schrifttum.

1. R. Küchler: Thermische Kurzschlußbeanspruchung von Transformatoren, Hochspannungsforschung und Hochspannungspraxis (herausgegeben von J. Biermanns und O. Mayr). Berlin (1931) S. 89.
2. H. Prinz: Die neuen Siemens-Buchholz-Relais. Siemens-Z. **16** (1936) S. 298.
3. H. Prinz: Temperaturverlauf in Leitern bei kurzzeitigen Strom- und Spannungsänderungen. Arch. Elektrotechn. **31** (1937) S. 682.
4. R. Rüdtenberg: Elektrische Schaltvorgänge. Berlin (1923) S. 62.
5. H. Schwenkhagen: Der Buchholzschutz und seine Anwendung in der Praxis. VDE-Fachber. (1928) S. 27.

Untersuchung über die Entstehung von Kontaktbögen¹⁾.

Von H. Paul Fink.

Mit 32 Bildern.

Mitteilung aus dem Seminar für Theoretische Physik der Universität Greifswald und dem Forschungslaboratorium I der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 9. März 1938.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|--|--|
| I. Einleitung und Problemstellung. | a) Gleichung der Grenzcharakteristik. |
| II. Beschreibung der Apparatur. | b) Zusammenhang mit der Verdampfungswärme und dem Siedepunkt. |
| a) Allgemeine Gesichtspunkte. | c) Zusammenhang der Mindestbrennspannung U_0 mit der Ionisationsspannung U_i . |
| b) Kontaktapparatur. | d) Vergleich der Grenzcharakteristiken mit denen anderer Bearbeiter. |
| c) Verstärkeranordnung. | e) Berechnung der zulässigen Abmessungen eines Schaltkreises. |
| III. Eichung der Apparatur. | f) Überblick über die Ergebnisse. |
| IV. Grenzkurve-Grenzcharakteristik. | g) Darstellung des Mechanismus eines entstehenden Abreibbogens. |
| V. Messungen. | h) Erklärung für den Einfluß des Anodenmetalles beim Zünden der Entladung. |
| a) Reine Metalle. | i) Schlußbetrachtung. |
| b) Kombinationen reiner Metalle. | Zusammenfassung. |
| c) Eisenproben mit analytisch bestimmtem C- und Ca-Gehalt. | |
| d) Schweißelektroden. | |
| VI. Auswertung der Ergebnisse und deren Besprechung. | |

I. Einleitung und Problemstellung.

Es ist nicht nur für die Schalttechnik von großer Bedeutung, die Vorgänge beim Auseinanderziehen (Öffnen) eines unter Spannung stehenden metallischen Kontaktes zu kennen, sondern diese sind auch rein physikalisch von großem Interesse und führen auf eine Reihe von Fragen aus der Grenzflächen- und Gasentladungsphysik, denen grundsätzliche Wichtigkeit beizumessen ist. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer hierhergehörenden Teilfrage, nämlich damit, wann und unter welchen Bedingungen sich zwischen den Kontaktelektroden ein sog. „Kontaktbogen“ ausbildet. Hierbei soll unter Kontaktbogen vorerst ganz allgemein die bekannte, optisch und unter Umständen auch akustisch wahrnehmbare Erscheinung verstanden sein. Von schalttechnischen Gesichtspunkten aus gesehen ist die Bedeutung dieser Teilfrage unmittelbar ersichtlich. Nicht nur die Lebensdauer eines Kontaktes — erinnert sei etwa an die Bemühungen, Vakuumkontakte ohne Kontaktbogen und die damit

¹⁾ Dissertation, Universität Greifswald, D 9.

verbundene Stoffwanderung zu entwickeln —, sondern überhaupt die Brauchbarkeit eines Kontaktes als zuverlässiges Schaltelement hängen wesentlich davon ab, ob sich ein Kontaktbogen entwickelt oder nicht. Im Rahmen der allgemeinen Kontakttheorie, wie man sie den grundlegenden, systematischen Untersuchungen von R. Holm verdankt, ist aus dem Studium der Kontaktbogenbildung eine erwünschte Vertiefung und Erweiterung der Einsichten in die grenzflächenphysikalischen Vorgänge in Kontakten zu erwarten. Was hier daran interessierte, waren in erster Linie gewisse Gasentladungstheoretische Probleme, die zusammenhängen mit der Theorie der Entwicklung und des Mechanismus von Bogenentladungen so geringer Länge, wie man sie anderweitig nicht verwirklichen kann. Derartige Kontaktbögen werden oft auch als Abreibbögen bezeichnet.

Man hat es bei diesen Bögen in ihren ersten Entwicklungsstadien mit Gasentladungsformen bei sehr kleinem Elektrodenabstand zu tun, denen man ihrer kleinen Brennspannung wegen (etwa $10 \cdot \cdot \cdot 15$ V) bogenartigen Charakter zuzuschreiben geneigt ist. Wieweit es sich dabei um Entladungsformen handelt, die wirklich als Bogenentladungen gewöhnlicher Art anzusprechen sind, wie sich diese Entladungen aus dem metallischen Kontakt der Elektroden entwickeln, und ferner, ob die einzelnen Entwicklungsstadien nach der Zündung quasistatisch durchlaufen werden, dies alles sind Fragen, die hier noch nicht behandelt werden sollen und können. Es ist dazu eine kathodenstrahloszillographische Analyse der elektrischen Vorgänge bei der Kontaktöffnung erforderlich, die in einer nachfolgenden Untersuchung durchgeführt werden soll. Ähnliche Untersuchungen an „kurzen“ Bögen sind von M. Wehrli und seinen Mitarbeitern, von A. Güntherschulze, von M. J. Druyvesteyn und für stromstarke Bögen von A. v. Engel angestellt worden. Bei diesen Arbeiten handelt es sich um den Abbau des Anodenfalles mit abnehmender Bogenlänge und um die Bestimmung der sog. Mindestbrennspannung. Ihre entladungstheoretische Bedeutung liegt darin, daß sich hier eine Möglichkeit eröffnet, den Kathodenfall vom Anodenfall abzutrennen und für sich zu bestimmen, sowie die Entartung einer regulären Bogenentladung zu einem nur noch aus den kathodischen Entladungsformen bestehenden Bruchteil zu erfassen. Systematische Untersuchungen, insbesondere über die genannte Mindestbrennspannung, liegen zwar noch nicht vor, und die physikalische Deutung dieser der unmittelbaren Messung zugänglichen Größe ist noch dunkel. Aber es ist zu vermuten, daß man sich in den Untersuchungen solcher Art und in den hier an Kontaktbögen durchgeführten Messungen gewissermaßen von zwei verschiedenen Seiten her demselben Ziel nähert, was bei den beiderseits noch vorliegenden Schwierigkeiten und Unsicherheiten nur erwünscht sein kann.

Als erste haben sich F. Krauss¹⁾ und W. Burstyn²⁾ mit Kontaktbögen beschäftigt und sind bereits zu der grundsätzlichen Erkenntnis gelangt, daß durchaus nicht immer bei der Öffnung eines unter Spannung stehenden Kontaktes ein Bogen entsteht. Sie fanden, daß dies nur der Fall ist, wenn die Kurzschlußstromstärke i bzw. die äußere EMK E bestimmte, für jeden Elektrodenstoff kennzeichnende Werte überschreiten, und zwar derart, daß es in der i — E -Ebene eine kennzeichnende Kurve (von etwa hyperbelähnlicher Form) gibt, oberhalb welcher allein Kontaktbögen zu beobachten sind. Diese Kurve soll weiterhin mit „Grenzkurve“ bezeichnet

¹⁾ F. Krauss: Elektrotechn. u. Maschinenb. **31** (1913) 717.

²⁾ W. Burstyn: Elektrotechn. Z. **26** (1920) 503.

werden. Die Untersuchungen von F. Krauss und W. Burstyn waren methodisch in verschiedenen Richtungen noch unbefriedigend. Insbesondere war es wünschenswert — abgesehen von der Benutzung induktivitätsfreier und kapazitätsfreier Stromkreise und der Beachtung aller Vorsichtsmaßregeln hinsichtlich der Vorbereitung der Kontaktflächen — sie durch die Verwendung einer objektiven Methode zur Feststellung der Entstehung eines Kontaktbogens zu verfeinern. In 2 Arbeiten von H. E. Ives¹⁾ und von S. H. Anderson und W. Kretschmar²⁾ wurde in dieser Hinsicht bereits ein wesentlicher Fortschritt erzielt durch Benutzung eines Oszillographen zur Analyse der Vorgänge bei der Kontaktöffnung. Außerdem findet sich in diesen Arbeiten etwas grundsätzlich Neues insofern, als der Begriff der „Nullcharakteristik“ oder der Charakteristik für die „Bogenlänge Null“ — im folgenden als „Grenzcharakteristik“ bezeichnet — herausgearbeitet worden ist. Zu dieser Grenzcharakteristik kann man auf zweierlei Weise kommen: Man kann entweder den Oszillographen mit der mechanischen Verschiebungseinrichtung der Kontaktelektroden kinematisch koppeln, oder nach dem Vorgehen von H. E. Ives³⁾ aus der Grenzkurve die Grenzcharakteristik graphisch ermitteln. Den ersteren Weg haben S. H. Anderson und W. Kretschmar eingeschlagen. Sie erhielten dann aus den Oszillogrammen letzten Endes eine Schar von Kurven mit der Brennspannung U und der Entladungsstromstärke I als Koordinaten, deren jede einer bestimmten Bogenlänge zugeordnet werden kann. Bemerkenswert ist, daß diese Kurvenschar gegen eine Kurve für die Bogenlänge „Null“ strebt. Diese Kurve ist offenbar die Grenzcharakteristik.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode von H. E. Ives benutzt.

Im übrigen hat meines Wissens nur noch K. Gaulrapp⁴⁾ in letzter Zeit eine Arbeit über die Kontaktbogenfrage veröffentlicht. Seine Ergebnisse bringen jedoch nicht wesentlich Neues. Nicht unerwähnt bleiben dürfen aber noch umfangreiche Messungen von G. Sommer über Grenzkurven. Sie wurden in Greifswald durchgeführt, mußten aber aus äußeren Gründen vorzeitig abgebrochen werden und sind deshalb bisher noch nicht veröffentlicht worden; im folgenden wird des öfteren darauf Bezug genommen werden.

II. Beschreibung der Apparatur.

a) Allgemeine Gesichtspunkte.

Die Ergebnisse der einzelnen eben erwähnten Arbeiten stimmen, soweit vergleichbare Daten überhaupt vorliegen, quantitativ recht schlecht überein. Schon aus diesem Grunde ergab sich die Forderung nach Überprüfung der vorhandenen Ergebnisse⁵⁾. Es wurde deshalb vor allem Wert auf klare und saubere Versuchsbedingungen gelegt.

Vorversuche zeigten, daß Verunreinigungen wie Staub- oder Oxydschichten zum Teil recht erhebliche Veränderungen der Ergebnisse verursachen können. Daher wurde besonderer Wert auf sauberste Kontaktflächen gelegt. Um dies zu erreichen, war die Apparatur so eingerichtet, daß nach jeder Kontaktgebung ein

¹⁾ H. E. Ives: J. Franklin Inst. **198** (1924) 437.

²⁾ S. H. Anderson u. W. Kretschmar: Physic. Rev. **26** (1925) 33.

³⁾ H. E. Ives: J. Franklin Inst. **198** (1924) 437. — Siehe auch Abschnitt IV dieser Arbeit (S. 51).

⁴⁾ K. Gaulrapp: Ann. Physik **25** (1936) 705.

⁵⁾ H. P. Fink: Naturwiss. **25** (1937) 284.

neues, sauberes Elektrodenpaar zur Verfügung stand. Außerdem war der Kontaktstromkreis frei von Selbstinduktion und Kapazität. Dadurch vereinfachten sich die elektrischen Versuchsbedingungen im Hinblick auf die späteren Auswertungen wesentlich. Weiterhin wurde von einer elektromagnetischen Auslösung des Kontaktes Abstand genommen, da sich das durch die Spule erzeugte Magnetfeld unter Umständen störend bemerkbar machen, bei zu schnellem Öffnen des Kontaktes die ihn umgebende Luft mehr oder weniger heftig in den Kontaktpalt einströmen und so die sich aufbauende Entladung stören könnte. Die dadurch geforderte, äußerst kleine Abhebegeschwindigkeit der Elektroden erlaubt es auch, die auftretende Entladung als stationär oder besser als quasistationär zu bezeichnen, was als wesentliche Bedingung für die Ausführungen in Abschnitt VI gilt. Da es sich um Abreißbögen von sehr kurzer Lebensdauer handeln wird, ist es wichtig, eine geeignete Vorrichtung zu besitzen, mit der man die Länge dieser Bögen und den Kontaktabstand sicher messen kann. Dafür würde eine einfache Hochfrequenzmethode wie die von K. Gaulrapp benutzte nicht mehr ausreichen. Außerdem wurde durch eine geeignete Anordnung der Kontakte erreicht, daß sich die Elektroden praktisch nur in einem Punkte berührten. Der dadurch entstehende hohe Kontaktdruck, der natürlich bei allen Messungen gleich blieb, hatte auf die Ergebnisse in keiner Weise Einfluß, was durch entsprechende Vorversuche festgestellt werden konnte.

Alle Versuche wurden in Luft von Atmosphärendruck angestellt. Da jedoch kürzlich R. Holm und Mitarbeiter in einer Abhandlung „Über die Stoffwanderung in Ausschaltkontakten“⁽¹⁾ — also bei Vorgängen, die mit den hier zu untersuchenden Abreißbögen zusammenhängen, — Abhängigkeiten der Stoffwanderung von der relativen Luftfeuchtigkeit und der Temperatur festgestellt haben, wurden Temperatur und relative Feuchtigkeit sowie der Barometerstand bei allen Messungen aufgenommen. Im Mittel betrug die Zimmertemperatur $21,5^{\circ}\text{C} \pm \text{max. } 10\%$, die rel. Luftfeuchtigkeit $44,6\% \pm \text{max. } 20\%$ und der Luftdruck $754,3 \text{ Torr} \pm 1\%$.

Unter Berücksichtigung all dieser Gesichtspunkte, die sich aus den sehr langwierigen Vorversuchen ergaben, wurde eine Apparatur entwickelt, die es gestattet, bei sauberen Entladungsbedingungen gleichzeitig Bogenstrom bzw. Kontakt-

strom (Kurzschlußstrom), Bogen-
spannung bzw. Kontaktspannung
(EMK), sowie die regelbare Elek-
trodenbewegung oszillographisch
aufzunehmen.

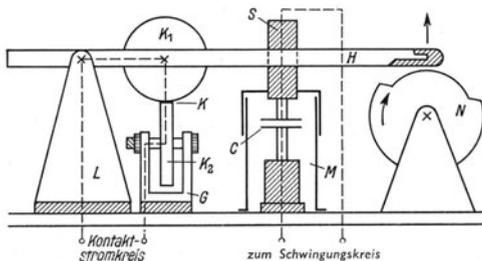


Bild 1. Skizze des Kontaktapparates.

b) Kontaktapparat (Bilder 1,
2 und 3).

Der Aufbau des Kontaktapparates ist aus Bild 1 ohne weiteres ersichtlich. Die Bezeichnungen bedeuten: L ein Paar schwerer Lagerböcke, die den Hebel H in Spitzen gelagert tragen; K₁ und K₂ sind die beiden Elektroden in Radform, die sich im Punkt K berühren; wesentlich ist, daß K₂ gegen K₁ um 90° versetzt ist; G ist eine massive Gabel, die die in ihrer Höhe verstellbare Elektrode K₂ trägt; S ist eine Hartgummischraube mit Feingewinde,

¹⁾ R. Holm u. F. Galdenpfennig: Wiss. Veröff. Siemens XVI, 1 (1937) S. 81.

mittels der man die Kapazität des Kondensators C verändern kann; dieser ist durch einen Metallzylinder M elektrostatisch geschützt und dient der oszillographischen Aufnahme der Elektrodenbewegung; das Nockenrad N wird von einem Gleichstrommotor über ein dreifaches Schnecken- und Zahnradvorgelege angetrieben und hebt den Hebel H an dem Hartgummikopf (schraffiert) in die Höhe.

Die Kontakträder bestehen aus je 2 Hälften (2 und 4) (Bild 2), zwischen die die Elektroden (3) eingeschraubt werden. Ist der Elektrodenring eingesetzt, so steht über den Rand des Kontakttrades (1) nur etwa 1 mm des zu untersuchenden Werkstoffs hervor. Diese Konstruktion hat den Vorteil, daß erstens der Kontaktkörper keine Gelegenheit hat, nach irgendeiner Seite dem Kontaktdruck elastisch auszuweichen, und daß zweitens sehr viele Kontaktstellen den Versuchen zur Verfügung stehen, wenn nach jeder Kontaktgebung beide Räder um ein kleines Stückchen weitergedreht werden. Dadurch wird an der Einstellung des Apparates nichts geändert.

Für den Fall, daß die Elektroden Drahtform haben, wurde ein weiteres Paar Kontakträder angefertigt (Bild 3). Diese bestehen ebenfalls aus je 2 Hälften (2 und 3), die mittels dreier Schrauben die Elektrodenstäbchen (4) vom Durchmesser 2 mm und von der Länge 6 mm zwischen sich festklemmen. Über den Rand des Kontakttrades (1) ragen die Stabelektroden ebenfalls 1 mm hinaus. Jedes Rad trägt 25 Elektroden, so daß nur durch einfaches Drehen 25 Kontaktgebungen mit immer frischen Elektroden ausgeführt werden können, was für die Aufnahme einer Meßreihe ausreicht.

c) Verstärkeranordnung (Bild 4).

Das Schaltbild ist aus Bild 4 ersichtlich. Zur Aufnahme der Bewegung der Kontakte befindet sich, wie schon erwähnt, an dem Hebel H die eine Platte der Kapazität C . Diese liegt einem Drehkondensator D_2 parallel, und beide in einem Schwingungskreis, der mit einem zweiten gekoppelt ist. Hierdurch ist die Möglichkeit gegeben, die Kontaktbewegung auf Grund der Kapazitätsänderung zu messen. Mit dieser Anordnung ist noch ein einstufiger Gleichstromverstärker galvanisch gekoppelt. Es

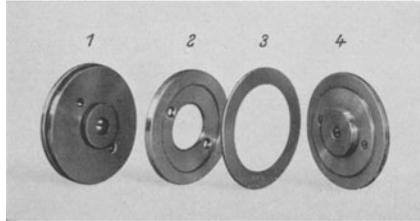


Bild 2. Kontaktträd für Ringelektrode.

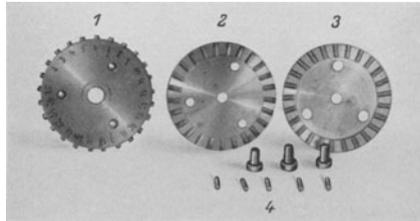


Bild 3. Kontaktträd für Drahtelektroden.

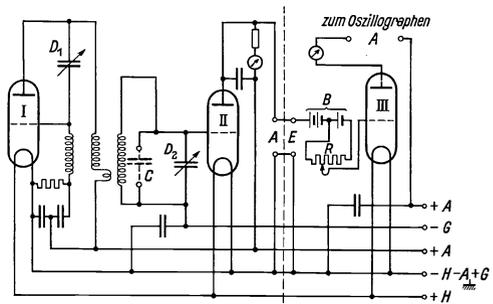


Bild 4. Schaltbild der Verstärkeranordnung.

wird diese Schaltung gewählt, da sie gegenüber anderen Anordnungen eine große Empfindlichkeit besitzt. Gearbeitet wird auf dem geraden Teil der Resonanzkurve, die durch Verstimmen eines der gekoppelten Schwingkreise erhalten wird. Durch den Widerstand R kann die Gittervorspannung des Rohres III so eingestellt werden, daß ein ausreichender Strom für den Betrieb der Meßschleife erhalten wird. Die hierzu benutzte Schleife war für 6000 Hz gebaut und gab bei einer Höchstbelastung von 6 mA einen Ausschlag von ± 85 mm. Die für die Spannungs- und Strommessung benutzten Schleifen waren solche für 10000 Hz und zeigten bei einer Höchstbelastung von 20 mA einen Ausschlag von ± 80 mm.

III. Eichung der Apparatur.

Die oben beschriebene Apparatur- und Verstärkeranordnung gestattet es nun, gleichzeitig den Kontaktstrom, die Kontaktspannung, sowie den jeweiligen

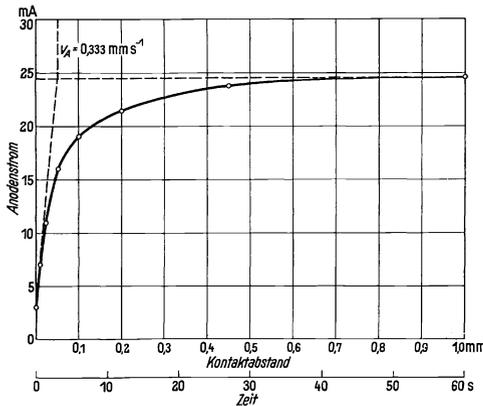


Bild 5. Eichkurve für die Elektrodenbewegung.

Aufnahme, die hier wegen ihrer Länge nicht gebracht werden kann, liefert hierzu die Zeitmarke. Nun kann man, wie es Bild 5 zeigt, ohne weiteres die Abhebegeschwindigkeit feststellen. Für die Versuche kommen nur Zeiten bis 1 ms in Betracht. Zieht man durch den Nullpunkt eine Tangente an die Kurve, so sieht man: 1. für kurze Zeit (bis 1 s) ist die Abhebegeschwindigkeit gleichförmig; 2. die Abhebegeschwindigkeit beträgt in der ersten Sekunde $0,333 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. Aus der Differenz zwischen der Kurzschlußstromstärke und der Summe der Lösch- und Zündstromstärke, sowie aus der Beziehung, die die Tangente an die Eichkurve liefert, kann mit verhältnismäßig großer Genauigkeit (siehe unten) die Bogenlänge berechnet werden. Die auf diese Weise ausgewerteten Bogenlängen bewegen sich in der Größenordnung von $0,1 \mu$ an aufwärts. Die dazugehörige Anodenstromänderung beträgt $2,15 \cdot 10^{-3} \text{ mA}$, was mit einer Genauigkeit von 10^{-4} mA von einem Lichtmarkeninstrument abgelesen wird. Trotzdem die Unebenheiten der Elektrodenoberflächen wahrscheinlich in die Größenordnungen der Bogenlängen fallen, kann die Grenze der Meßgenauigkeit mit $\pm 1\%$ angegeben werden, weil die Möglichkeit besteht, durch die Kondensatoreinstellung immer wieder auf die Nullstelle der Bewegungskurve zu kommen. Infolge ihres steilen Anstieges in der ersten ms

wirkt sich eine kleine Abstandsänderung der Kontakte auf den Anodenstrom sehr stark aus.

IV. Grenzkurve — Grenzcharakteristik.

Bei den im nächsten Abschnitt zusammengestellten Messungen handelt es sich ausnahmslos um Abreißbögen von kurzer Lebensdauer ($\approx 10^{-4}$ s). Maßgebend für das Vorhandensein eines solchen Bogens war das erste Auftreten einer kleinen Zacke im Oszillogramm beim Ausschalten des Kontaktstromes (Bild 6). Tritt kein Bogen auf, so springt der Kontaktstrom sofort auf Null. Der Kurzschlußstrom wurde vor der Messung mit einem im Kontaktstromkreis liegenden Amperemeter eingestellt. Während der eigentlichen Messung war dieses kurzgeschlossen und der Kontaktstrom nur kurzzeitig eingeschaltet. Um die gewünschten Meßpunkte zu erhalten, wurde so vorgegangen, daß bei einer bestimmten EMK die Kurzschlußstromstärke solange gesteigert wurde, bis ein Bogen auftrat, bzw. es wurde zur Kontrolle bei einem schon vorhandenen Bogen, ebenfalls unter Benutzung jedesmal frischer Elektroden, die Stromstärke solange verringert, bis kein Bogen mehr auftrat. Der so gewonnene Punkt wurde in ein Stromspannungs-Schaubild mit den Koordinaten EMK E und Kurzschlußstromstärke i eingetragen. Dabei konnte die Kurzschlußstromstärke auf 10^{-2} A genau bestimmt werden. Auf diese Weise gelangt man zu einer Kurve, die deshalb mit Grenzkurve bezeichnet wird, weil sie angibt, wo die Grenze für das Auftreten eines Bogens liegt. Diese Kurve teilt also die Stromspannungsebene in 2 Teile, in deren unterem kein mit den üblichen Mitteln mehr nachweisbarer Bogen auftritt. S. H. Anderson und W. Kretschmar, H. E. Ives und K. Gaulrapp haben die Grenzkurven verschiedener Metalle für eine Reihe von Bogenlängen untersucht und festgestellt, daß sich diese Kurven augenscheinlich einer Grenzkurve für die „Bogenlänge Null“ nähern. Diese Grenzkurven sind Meßkurven, d. h. sie sind unmittelbare Ergebnisse von Versuchen und eindeutig bestimmt durch die Angabe der EMK, des zugehörigen Kurzschlußstromes und der betreffenden Bogenlänge. Da sich diese Arbeit nur mit den kürzesten Bogenlängen befaßt, die experimentell in Luft noch erhalten werden können, und da diese bei allen Messungen dieselben blieben, sei von der Betrachtung der Kurven für größere Bogenlängen abgesehen. Streng genommen ist die Grenzkurve natürlich auch hier noch für eine endliche Bogenlänge von der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} cm gemessen. Jedoch sind die Unterschiede bei Lichtbögen dieser Größenordnung so gering, daß die dadurch hervorgerufenen Änderungen der Grenzkurve bereits innerhalb der Meßgenauigkeit liegen. Damit kann die aufgenommene Grenzkurve in guter Näherung als Grenzkurve der „Bogenlänge Null“ bezeichnet werden.

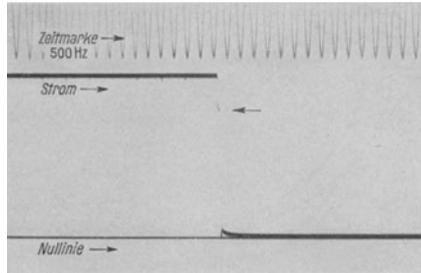


Bild 6. Oszillogramm eines Abreißbogens.

Konstruiert man nun aus dieser aufgenommenen Kurve durch Zeichnung der Widerstandsgeraden¹⁾ als Tangenten jene Kurve, die man allgemein als Bogenkenn-

¹⁾ Eine Widerstandsgerade ist die Verbindung von EMK und Kurzschlußstromstärke eines Meßpunktes.

linie oder Charakteristik bezeichnet, so müssen die Schnittpunkte der Tangenten einwandfrei aufeinanderfolgen, da sich sonst Knicke und Überlappungen der durch die Tangenten eingehüllten Charakteristik ergeben. Daß die so konstruierte Kurve in der Tat mit der Lichtbogencharakteristik identisch ist, soll folgende Überlegung zeigen.

Man betrachte zu diesem Zweck einen Punkt einer Grenzkurve für eine endliche Bogenlänge. Zu diesem Punkt sei die Widerstandsgerade als Verbindung der EMK und der betreffenden Kurzschlußstromstärke im Kontaktkreis gezogen. Wenn sich nun die Elektroden hinreichend langsam voneinander entfernen, so daß zwischen ihnen ein jeweils stationärer Bogen brennt, so wandert der Zustandspunkt P im Verlauf des Schaltvorganges auf der Widerstandsgeraden aufwärts (Bild 7). Dabei schneidet er sozusagen eine Schar von Charakteristiken der üblichen Form in den Punkten $P_1 P_2 P_3 \dots$, die den jeweiligen Bogenlängen $l_1 l_2 l_3 \dots$ entsprechen, bis er an eine Stelle kommt, wo die Widerstandsgerade eine dieser Kennlinien berührt. Hier reißt der Bogen ab. Daraus folgt also, daß überhaupt kein Bogen zünden kann, wenn von vornherein die Widerstandsgerade die Charakteristik, die der „Länge Null“ zugeordnet ist, nicht mehr berührt. Zieht man zu jedem Punkt der gemessenen Grenzkurve die Widerstandsgeraden, so erhält man als von diesen eingehüllte Kurve mit den Koordinaten Bogenspannung U und Bogenstrom I die Grenzcharakteristik, womit weiterhin die Lichtbogenkennlinie für die „Bogenlänge Null“ bezeichnet werden soll.

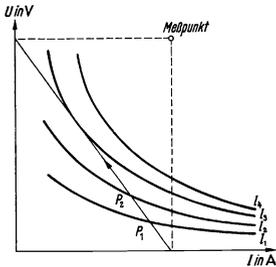


Bild 7. Zusammenhang zwischen Grenzkurve und Grenzcharakteristik.

Aus dieser Grenzcharakteristik lassen sich zwei Größen herleiten, die für den Lichtbogen bezeichnend sind, nämlich die Mindestbrennspannung (Zündspannung) und die Mindestbrennstromstärke (Grenzstromstärke) des Bogens. Die Zündspannung, die aus dem Oszillogramm ermittelt wird, ist diejenige Spannung, die unbedingt erforderlich ist, damit überhaupt ein Bogen zündet. Die Grenzstromstärke ist diejenige Stromstärke, bei der es erst unter Anwendung höchster Batteriespannung gelingen kann, einen Bogen aufrechtzuerhalten. Geometrisch sind Zündspannung und Grenzstromstärke diejenigen Widerstandsgeraden, bei welchen eine Komponente jeweils „Unendlich“ wird. Jedoch ist darauf zu achten, daß tatsächlich eine Bogen- und nicht eine Glimmentladung vorhanden ist, obwohl letzteres ziemlich ausgeschlossen sein dürfte. Da in der Nähe der Grenzstromstärke gewöhnlich der Umschlag von Glimm- in Bogenentladung liegt, wird vermutet, daß dieselbe angibt, wo der Umschlag erfolgt. Ob mit der Zündspannung und der Grenzstromstärke Eigenschaften der Elektrodenwerkstoffe verbunden sind, wird an Hand von Messungen untersucht.

Es ist allerdings bei kritischer Betrachtung nicht ohne weiteres zu übersehen, welche physikalische Bedeutung die nach diesen Methoden erhaltene Grenzcharakteristik hat. Wenn man den quasistatischen Charakter der in einem sich öffnenden Kontakt sich abspielenden Gasentladungsvorgänge voraussetzt, dann und nur dann liegen die Dinge klar. Ob dies erlaubt ist, und welche Bedeutung die Grenzcharakteristik hat, wenn es sich um dynamische Vorgänge handelt, ist jedoch sehr schwer zu beurteilen. Es soll deshalb zunächst die Grenzcharakteristik als eine kennzeich-

nende Kurve angesehen werden, die nach bestimmten Vorschriften eindeutig und reproduzierbar erhalten werden kann, ebenso wie die Grenzkurve als unmittelbares Ergebnis von Messungen auch als kennzeichnende Kurve gewertet sei.

V. Messungen.

Eine übersichtliche Zusammenstellung der Ergebnisse findet sich in Zahlentafel 1 am Ende dieses Abschnittes.

a) Reine Metalle (Bilder 8 ··· 17).

Die Bilder zeigen die aufgenommene Grenzkurve und die mittels der Widerstandsgeraden als Tangenten ermittelte Grenzcharakteristik. Auf die teilweise eingetragenen weiteren Kurven komme ich weiter unten noch zu sprechen.

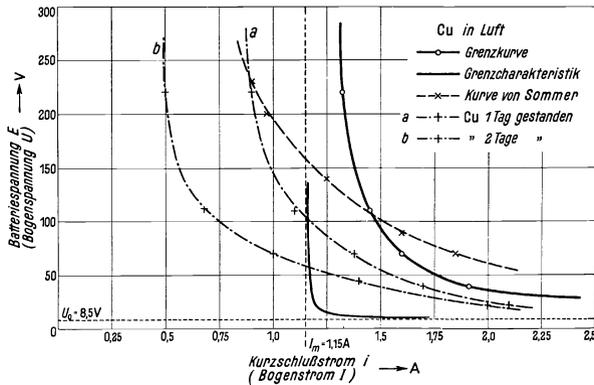


Bild 8. Meßergebnis an Cu.

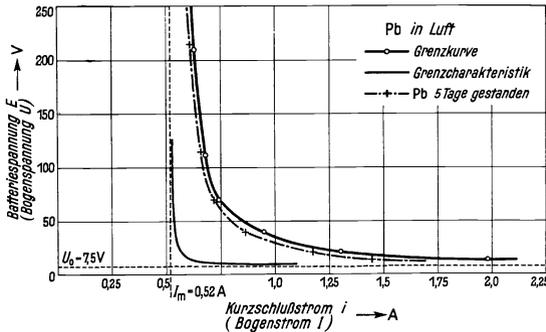


Bild 9. Meßergebnis an Pb.

Es ist bekannt, daß sich blanke Metalle an der Luft mehr oder weniger schnell mit Fremdhäuten überziehen. Diese Fremdschichten sind Wasserhäute (Rohmann-Haut) und Oxyschichten bzw. chemische Verbindungen der Metalloberflächen mit Schwefel, der sich in Form von Schwefelwasserstoff fast stets in der Luft befindet.

Um diese Schichten zu beseitigen, wurde unmittelbar vor der Messung jedes Metall in der Drehbank sauber abgedreht und mit Benzol und Alkohol sorgfältig nachgewaschen. Die Dauer der Messung selbst wurde auf das äußerste beschränkt. Daß

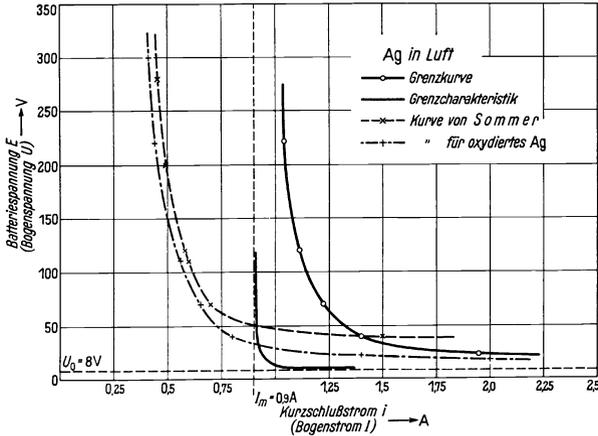


Bild 10. Meßergebnis an Ag.

letzteres nötig war, geht unmittelbar aus den abgebildeten Kurven hervor. Bei solchen Metallen, bei denen der Einfluß der Atmosphäre am ausgeprägtesten war¹⁾,

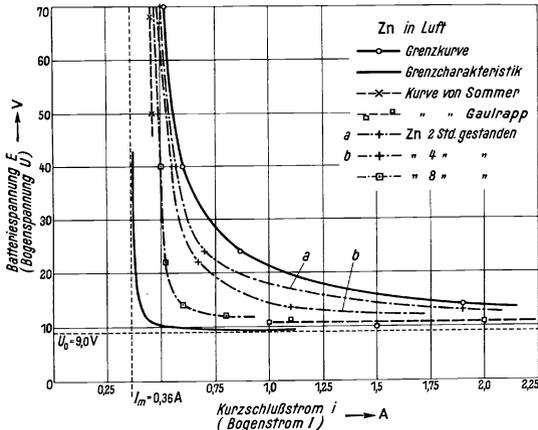


Bild 11. Meßergebnis an Zn.

sind Meßreihen eingetragen, die deutlich den Einfluß der beginnenden „Verschmutzung“ der Kontaktflächen zeigen. Dieser Einfluß wirkt sich dahin aus, daß

¹⁾ Z. B. konnte bei W bereits nach 1,5 h eine in allen Farben schimmernde Fremdschicht mit bloßem Auge beobachtet werden.

die Grenzstromstärke bei zunehmender Oxydation abnimmt, die Zündspannung dagegen wächst. Bei Pb ist überraschenderweise der Einfluß nicht so stark. Wahrscheinlich liegt hier die Zündspannung von Bleioxyd — denn um solches wird es sich hier vorwiegend handeln — in unmittelbarer Nähe der Zündspannung für reines Pb.

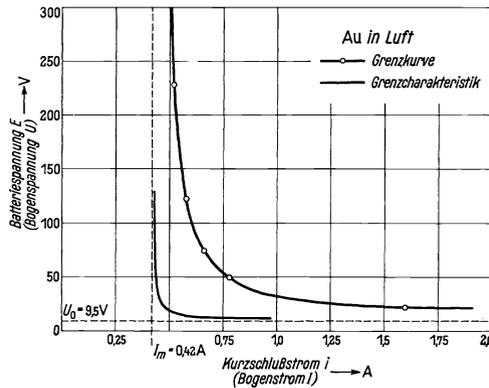


Bild 12. Meßergebnis an Au.

Hatte an einem Elektrodenpaar für kurze Zeit (etwa 2 ms) ein etwas stärkerer Bogen gebrannt, und versuchte man, mit denselben Elektroden wieder auf die kürzeste Bogenlänge zu kommen, so mußte man einen bedeutend niedrigeren Kontakt-

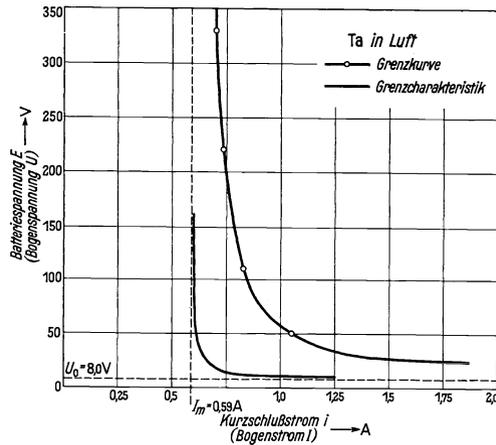


Bild 13. Meßergebnis an Ta.

strom einstellen, als das vorher bei unbenutzten Elektroden der Fall war. Das bedeutet, daß die Zündstromstärke durch das „Formieren“ der Elektroden erheblich herabgesetzt wird.

Von großer Wichtigkeit ist weiterhin folgende Feststellung, die auch deutlich aus Zahlentafel 1 hervorgeht: Die Zündspannung U_0 für reine Metalle fällt immer

Für die Messungen an Au wurden die bereits benutzten Kupferringe zur Hälfte vergoldet. Die Dicke der Vergoldung kann leider nicht genau angegeben werden, wird jedoch von zuständiger Seite mit einigen hundertstel mm garantiert. Mit Massivgold verglichen, sah die Oberfläche der Vergoldung mikroskopisch einwandfrei aus.

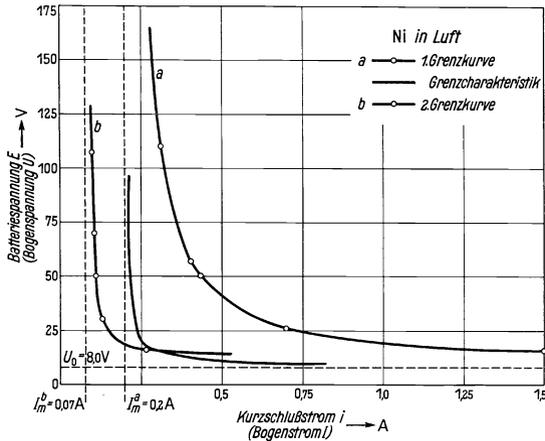


Bild 16. Meßergebnis an Ni.

Während der Messung traten mehrere Male unverhofft stehende Lichtbögen auf. Es zeigte sich dabei ein U_0 von 11 V, was die Zündspannung für oxydiertes Kupfer ist (die Kupferringe hatten nach dem Vergolden einige Tage gelegen). Eine mikro-

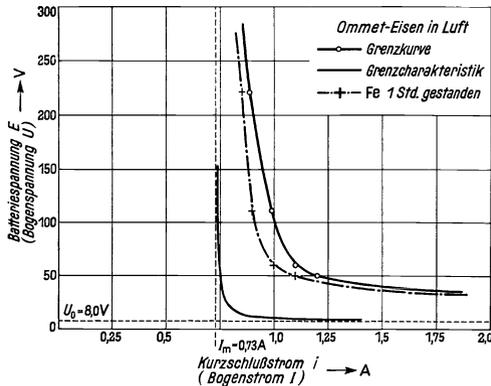


Bild 17. Meßergebnis an Ommet-Eisen.

skopische Untersuchung der beiden in Frage kommenden Kontaktstellen zeigte deutlich, daß an einer dieser Stellen die Vergoldung durchgeschlagen war.

Auf einigen Bildern sind vergleichsweise Kurven und Meßpunkte von G. Sommer und K. Gaulrapp eingetragen. Beide benutzten eine Apparatur, die mit sehr großer Abhebegeschwindigkeit arbeitete. Daher können diese Kurven nur bedingt

als Vergleich herangezogen werden. Denn durch eine besondere Meßreihe, die mit Pb, Ag und Pt ausgeführt wurde, konnte eine Abhängigkeit der Zündspannung U_0 von der Abhebegeschwindigkeit v_A festgestellt werden (Bild 18). Danach nahm

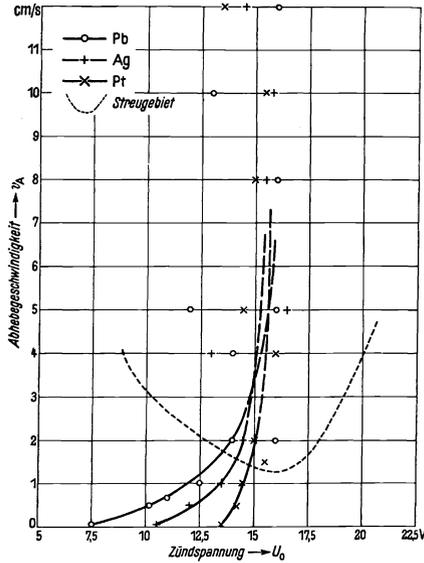


Bild 18. Abhebegeschwindigkeit und Zündspannung.

die Zündspannung mit wachsendem v_A zu. Oberhalb von $v_A = 1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ begannen die Meßpunkte derartig zu streuen, daß keine sichere Bestimmung der Zündspannung mehr möglich war. Eine Erklärung dafür soll im folgenden gegeben werden: Die

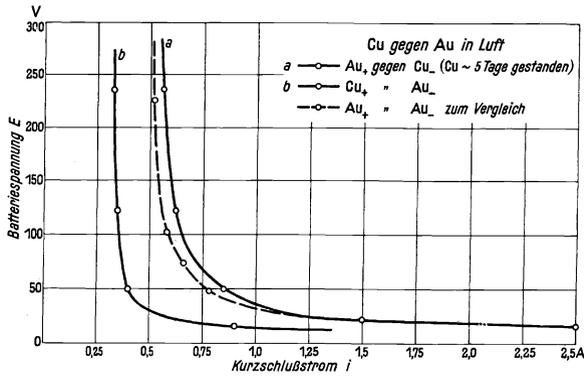


Bild 19. Meßergebnis an Cu gegen Au.

Kontakte befinden sich in Luft von Atmosphärendruck und hatten einen Durchmesser von 2 mm. Beide Elektroden berührten sich in praktisch ebenen Flächen. Wurden jetzt die Elektroden schnell (elektromagnetisch) auseinandergerissen, so strömte

die den Kontakt umgebende Luft unter starker Wirbelbildung in den Kontaktspalt und störte dort die Entladung. Die dabei auftretenden Zündspannungen schwankten trotz Festhaltung aller sonstigen Entladungsbedingungen von Fall zu Fall, so daß nur Mittelwerte gebildet werden konnten. So gewonnene Zünd-

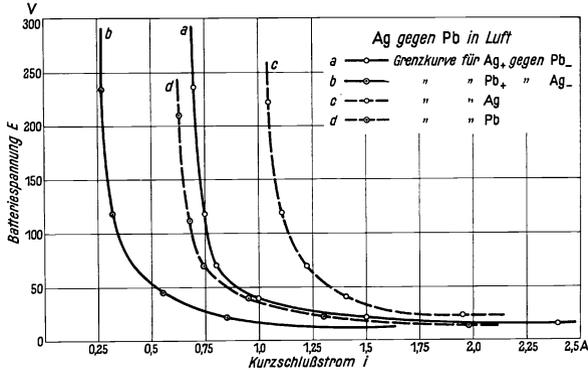


Bild 20. Meßergebnis an Ag gegen Pb.

spannungen sind erfahrungsgemäß mit Werkstoffeigenschaften unmittelbar nicht in Zusammenhang zu bringen. Auf Grund dieser Feststellungen wird hier bei allen Versuchen jene kleine Abhebegeschwindigkeit von nur $0,333 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ benutzt, und es werden, soweit die Metalle in Drahtform vorlagen, nur verkuppte Stiftelektroden verwendet. Die Messungen der bisherigen Bearbeiter sind im Grunde Extrapolationen

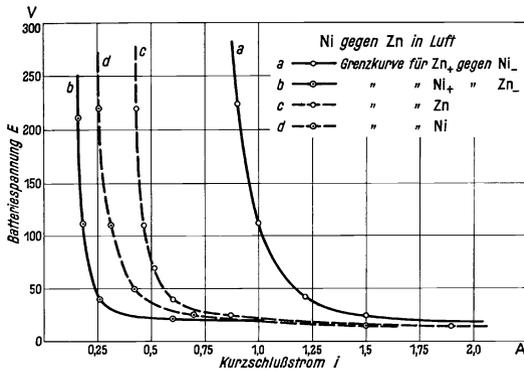


Bild 21. Meßergebnis an Ni gegen Zn.

von Grenzkurven großer Bogenlängen ($0,1 \dots 7 \text{ mm}$) auf die Grenzcharakteristik für die „Bogenlänge Null“, in die natürlich dann die obenerwähnten Meßgenauigkeiten entsprechend eingehen.

b) Kombinationen reiner Metalle (Bilder 19 \dots 21).

Diese Versuche wurden angestellt, um festzustellen, inwiefern bei verschiedenartigen Elektroden die Anode oder die Kathode für das Entstehen eines Lichtbogens

verantwortlich zu machen ist. Es wurde einwandfrei festgestellt, daß sich die Zündspannung immer auf die des Anodenmetalles einstellt, was auch deutlich aus Zahlentafel I hervorgeht. Ein Oszillogramm, wobei absichtlich ein etwas längerer Bogen aufgenommen wurde, zeigt deutlich, daß bei der Polung Cu_+ — Au_- der Lichtbogen bei 11,0 V zündete (oxydiertes Cu), die Spannung dann aber auf 10,0 V zurückging,

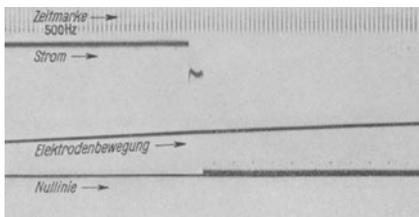


Bild 22. Oszillogramm eines Abreißbogens von etwa 6 ms Dauer zwischen Cu-Anode und Au-Kathode.

was der Brennspannung für einen Goldbogen entspricht (Bild 22). Die Grenzstromstärke zeigt ebenso wie die Zündspannung das Bestreben, sich auf die des Anodenmetalles einzustellen. Jedoch bleibt sie immer unter der für einen aus nur einem Metall bestehenden Kontakt. Wahrscheinlich ist das Metall der Kathode im Sinne einer „Verunreinigung“ aufzufassen, sobald es ein anderes als das der Anode ist.

Trotzdem hier bei reinen Metallen keine störenden Fremdschichten vorliegen dürften, könnte diese Erscheinung doch auf einer Art Verunreinigung beruhen, da ja eine Verminderung der Grenzstromstärke bei (z. B. durch Oxyd- und Wasserhäute) verunreinigten Metallen mitunter sehr stark in Erscheinung tritt. Bei der Kombination Ni gegen Zn waren die bogenfrei geschalteten Stromstärken für Zn_+ — Ni_- doppelt so groß als bei Zn_+ — Zn_- , für Ni_+ — Zn_- nur halb so groß als bei Ni_+ — Ni_- . Es hat demnach den Anschein, daß Ni als Kathode die Bogenbildung erschwert, als Anode sie begünstigt.

c) Eisenproben mit analytisch bestimmtem C- und Ca-Gehalt
(Bilder 23 . . . 25).

Die Proben wurden freundlicherweise durch Vermittlung von Herrn Professor G. Masing von der Abteilung für Elektrochemie des Wernerwerkes zur Verfügung gestellt. Als Ausgangsstoff diente Eisenoxalat; über Eisenkarbonyl $\text{Fe}(\text{CO})_5$, das in Gegenwart von reinem Fe als Katalysator auf etwa 200° C erhitzt wird, zerfällt $\text{Fe}(\text{CO})_5$ wieder in CO und sehr reines Fe, das sog. Karbonyleisen. Dieses enthält als Verunreinigungen nur noch etwas C und O_2 . Das zur Herstellung der Proben benutzte Karbonyleisenpulver enthielt weniger als 0,01% C und keine nachweisbaren Mengen O_2 mehr. Ca wurde vor dem Sintern in Form von CaCO_3 zugesetzt. Alle Proben waren nach der Herstellung auf C- und Ca-Gehalt hin analysiert worden. Es werden untersucht: Probe 1: Fe mit weniger als 0,04% C (Karbonyleisen); Probe 2: Fe mit weniger als 0,04% C und mit 0,05% Ca; Probe 3: Fe mit 0,2% C. Zum Vergleich wurde die Grenzkurve vom Ommeteisen herangezogen. Leider kann letztere nicht ohne weiteres mit denen der 3 Proben verglichen werden. Es hatte sich nämlich die Notwendigkeit ergeben, die Abhebegeschwindigkeit um den Faktor 3 zu vergrößern, um einigermaßen saubere Entladungen zu erhalten. Denn da die Elektroden aus gesintertem Pulver bestehen, ließ sich der Werkstoff nicht so gut bearbeiten wie ein Metall, das aus einer Schmelze stammt. Beim Drehen erhielt man keinen wie sonst fortlaufenden Spiralspan, sondern entweder drückte der Arbeitsstahl das Werkstück zu einem Grat um, oder es „stäubte“ weg. In der Nachbehandlung ließ es sich zwar gut ebenen, ja sogar polieren, jedoch dürfte die Oberfläche nicht so

fest sein wie bei anderen Elektroden. Es ist daher durchaus möglich, daß durch den hohen Kontaktdruck Teilchen aus der einen Oberfläche herausgelockert und von der anderen Elektrode mitgenommen werden. Infolgedessen bildeten sich

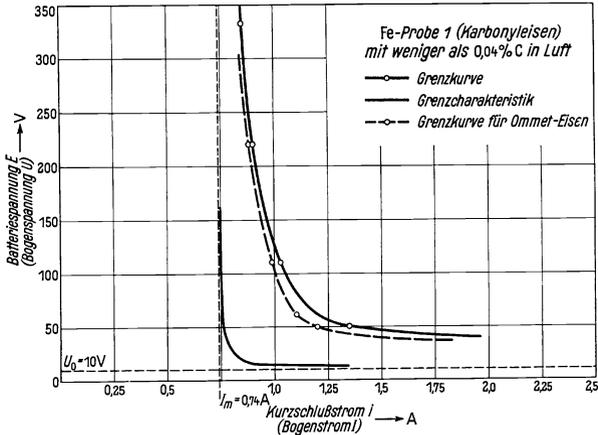


Bild 23. Meßergebnis an Karbonyleisen mit weniger als 0,04 % C.

Brücken, die natürlich sofort durchbrannten, ohne daß überhaupt ein Lichtbogen zündete, was aus dem Oszillogramm klar hervorging. Es ist sogar einmal beobachtet worden, daß die Teilchen infolge ihres Magnetismus sich 1 ··· 5 ms nach der Kontakt-

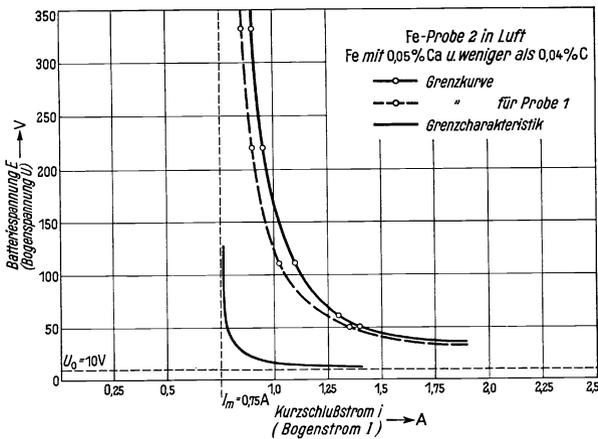


Bild 24. Meßergebnis an Fe mit weniger als 0,04% C und mit 0,05% Ca.

unterbrechung zu einer Brücke aufbauten und in dem Augenblick, wo sie sich berührten, den bereits unterbrochenen Kontaktstrom teilweise wieder einschalteten. Diese eben beschriebenen Vorgänge stellen Deutungen von aufgenommenen Oszillogrammen dar. Das Durchbrennen jener Brücken war dabei mit einem Spannungs-

abfall von $2 \cdot \cdot \cdot 5$ V verbunden. Diese Glühscheinungen konnten einmal durch äußerst sorgfältige Bearbeitung der Elektrodenoberflächen, auf ein Minimum aber erst durch Vergrößerung der Abhebegeschwindigkeit auf $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ beschränkt werden.

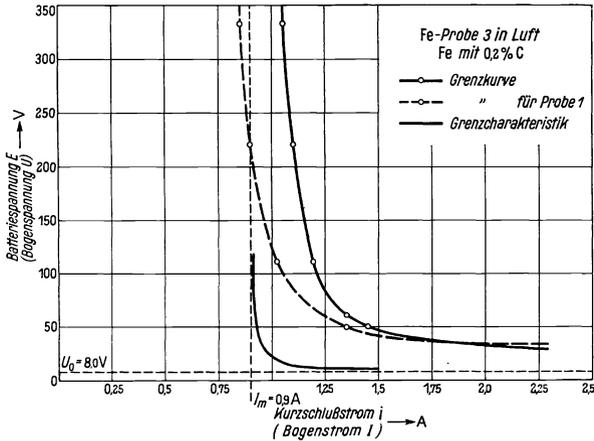


Bild 25. Meßergebnis an Fe mit 0,2% C.

Damit ist aber nach Bild 21 auch eine Vergrößerung der Zündspannung um etwa 10% verbunden, so daß nur ein bedingter Vergleich mit der Grenzkurve von Ommet-eisen möglich ist. Eisen mit 0,05% Ca zeigte gegenüber Eisen mit weniger als 0,04% C

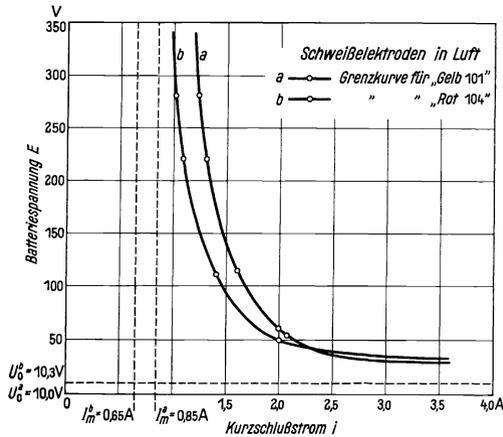


Bild 26. Meßergebnis an zwei Schweißdrähten (Gelb 101) und (Rot 104).

lediglich eine geringe Abnahme der Zündspannung und eine ebenso geringe Zunahme der Grenzstromstärke. Gegenüber Eisen mit weniger als 0,04% C zeigte Fe mit 0,2% C eine Abnahme der Zündspannung um 2 V und eine Zunahme der Grenzstromstärke um 0,16 A.

d) Schweißelektroden (Bild 26).

Es handelt sich hier um 2 Schweißelektroden der Siemens-Schuckert-Werke, Abteilung Industrie, „Rot 104“ und „Gelb 101“, wie sie bei technischen Schweißarbeiten Verwendung finden. Die Elektroden hatten einen Durchmesser von 2 mm und wurden auch in dieser Form untersucht. Den Meßergebnissen, die ebenfalls in Zahlentafel 1 aufgeführt sind, ist an dieser Stelle nichts hinzuzufügen.

Zahlentafel 1. Übersicht über die Meßergebnisse.

Metall	I_m A	U_0 V	U_i V	v_A mm/s	Bemerkungen
a) Ca	1,15	8,5	7,68	0,333	Alle U_i nach Landolt-Börnstein
Pb	0,52	7,5	7,38	0,333	—
Ag	0,9	8,0	7,54	0,333	—
Zn	0,36	9,0	9,36	0,333	—
Au	0,42	9,5	9,19	0,333	Cu vergoldet
Ta	0,59	8,0	—	0,333	—
Pt	1,0	13,5	8,9	0,333	U_i für O_2 : 13,55 V
W	1,27	10,0	9,5	0,333	—
Ni	0,2	8,0	7,61	0,333	—
	0,07	8,0	7,61	0,333	Magnetfeld ?
Ommeteisen	0,73	8,0	7,83	0,333	—
b) Cu ₊ —Au ₋	0,3	11,0	—	0,333	oxydiertes Cu
Au ₊ —Cu ₋	0,44	10,0	—	0,333	oxydiertes Cu
Ag ₊ —Pb ₋	0,61	10,0	—	0,333	vgl. Ag und Pb
Pb ₊ —Ag ₋	0,21	8,0	—	0,333	vgl. Ag und Pb
Ni ₊ —Zn ₋	0,12	8,0	—	0,333	vgl. Ni und Zn
Zn ₊ —Ni ₋	0,76	9,8	—	0,333	vgl. Ni und Zn
c) Eisenprobe 1 (Karbonyleisen)	0,74	10,0	—	1,0	weniger als 0,04% C
Eisenprobe 2	0,75	10,0	—	1,0	mit 0,05% Ca; weniger als 0,04% C
Eisenprobe 3	0,9	8,0	—	1,0	mit 0,2% C
d) Rot 104	0,65	10,3	—	1,0	Schweißdraht von 2 mm Durchmesser
Gelb 101	0,85	10,0	—	1,0	Schweißdraht von 2 mm Durchmesser

Es bedeuten: I_m Grenzstromstärke; U_0 Mindestbrennspannung; U_i Ionisationsspannung; v_A Abhegeschwindigkeit.

Den soeben aufgeführten Meßergebnissen sei noch hinzugefügt, daß sämtliche aufgenommenen Grenzkurven einwandfrei und wiederholt reproduziert werden konnten.

VI. Auswertung der Ergebnisse und deren Besprechung.

a) Gleichung der Grenzcharakteristik.

Aus den experimentell gewonnenen Grenzkurven konnten, wie schon in Abschn. IV erläutert wurde, durch Zeichnung der Widerstandsgeraden die Grenzcharakteristiken gewonnen werden. Für diese Kurven wurde rein empirisch eine Formel hergeleitet, die die Form einer gleichseitigen Hyperbel hat. Sie lautet

$$(U - U_0)(I - I_m) = c. \tag{1}$$

Hierin bedeuten: U die Bogenbrennspannung, U_0 die Mindestzünd- oder Brennspannung, I der Bogenstrom, I_m die Mindestgrenzstromstärke und c eine Konstante, die ebenso wie die Mindestbrennspannung und die Mindestgrenzstromstärke als kenn-

zeichnender Stoffbeiwert aufgefaßt werden darf. Auffallend ist, daß die Bogenlänge nicht mehr in der Gleichung vorkommt. Das ist aber durchaus verständlich, wenn man sich der Definition der Grenzcharakteristik erinnert: Danach ist die Grenzcharakteristik die Lichtbogenkennlinie für die „Bogenlänge Null“. Es werde an dieser Stelle nochmals darauf aufmerksam gemacht, daß Gl. (1) nur für äußerst kurze Bögen und vor allem nur für sauberste Metalloberflächen Gültigkeit besitzt.

In Zahlentafel 2 sind in übersichtlicher Form die Auswertungen der Meßergebnisse mittels Gl. (1) für die untersuchten Metalle zusammengestellt. Die Konstante c stellt jeweils einen Mittelwert über die Auswertungen der betreffenden Charakteristik dar. Die Abweichungen von dem angegebenen Wert betragen höchstens 5%. Im Hinblick auf die weiteren Ausführungen sind außerdem die Verdampfungswärme W und der Siedepunkt t_s des betreffenden Metalles eingetragen.

Zahlentafel 2. Auswertung der Meßergebnisse.

Metall	U_0 V	I_m A	c W	n	t_s ° C	W kcal/g-Atom	Bemerkungen
Zn	9,0	0,36	0,25	—	917	38,5	—
Pb	7,5	0,52	0,49	0,48	1690	47,3	n nach Nottingham
Ag	8,0	0,9	0,57	0,62	1927	63,0	n nach Nottingham
Cu	8,5	1,15	0,68	0,67	2340	77,0	n nach Nottingham
Au	9,5	0,42	0,81	—	2710	90,5	—
Fe	8,0	0,73	0,89	—	3000	96,0	—
Ni	8,0	0,2	0,92	—	3065	98,0	—
Ta	8,0	0,59	1,1	—	(3625)	(120)	aus Bild 27 und 28
Pt	13,5	1,0	1,5	1,15	3800	125,0	vgl. Zahlentafel 1
W	10,0	1,27	1,47	1,48	4800	178,0	n nach Anderson u. Kretschmar

b) Zusammenhang mit der Verdampfungswärme bzw. dem Siedepunkt.

Einem Gedanken folgend, den W. B. Nottingham¹⁾ ausführte, indem er den Exponent n seiner für Bogencharakteristiken von Metalloxyden aufgestellten empirischen Gleichung

$$E = A + B/i^n \quad (2)$$

gegen die absolute Temperatur des Siede- bzw. des Siedepunktes der betreffenden Metalloxyde absetzte, wurde hier die Konstante c gegen die Temperatur des Metallsiedepunktes in ° C bzw. gegen die Verdampfungswärme in kcal/g-Atom aufgetragen. Das Ergebnis war in beiden Fällen eine lineare Abhängigkeit, was in den Bildern 27 und 28 veranschaulicht ist. Diese Beziehung erlaubt es, unter Vermeidung kostspieliger Apparaturen den Siedepunkt und die Verdampfungswärme eines Metalles zu bestimmen. Dies wurde für Ta durchgeführt und ergab für den Siedepunkt 3625° C, für die Verdampfungswärme 120 kcal je g-Atom. Meines Wissens sind im Schrifttum keine diesbezüglichen Angaben vorhanden, so daß eine Kontrolle auf anderem Wege noch aussteht.

c) Zusammenhang der Mindestbrennspannung U_0 mit der Ionisationsspannung U_i .

Aus einem Vergleich der beiden Spalten für die Mindestbrennspannung U_0 und die Ionisationsspannung U_i in Zahlentafel 1 ist weiterhin ein gewisser Gang von U_0

¹⁾ W. B. Nottingham: J. Amer. Inst. electr. Ing. 42 (1923) 1.

mit U_i des jeweiligen Metalles zu erkennen, was in Bild 29 graphisch dargestellt ist. Wie bisher (Bild 27 und 28), so fällt auch hier Pt völlig aus der Betrachtung heraus (vgl. Abschn. Va). Es ist zwar durchaus möglich, daß die bei Pt besonders starke Gasbeladung der Elektroden hier einen derartigen Einfluß haben kann. Andererseits ist es aber

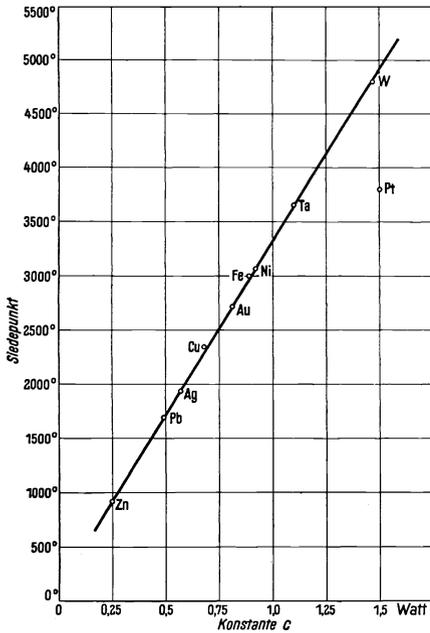


Bild 27. Zusammenhang der Konstanten c mit dem Siedepunkt t_s .

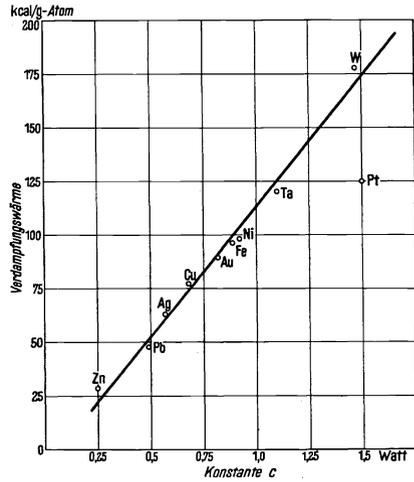


Bild 28. Zusammenhang der Konstanten c mit der Verdampfungswärme W .

völlig unverständlich, warum dann eine Zünd- oder Mindestbrennspannung auftritt, die wesentlich höher liegt als die von Pt selbst.

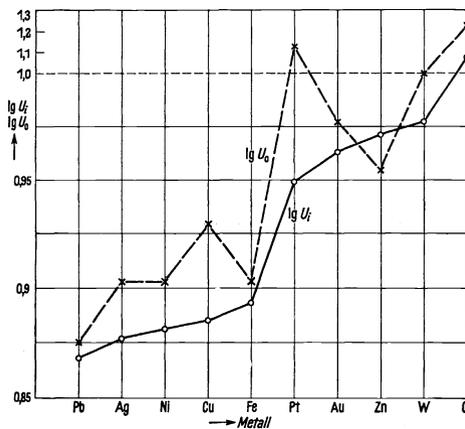


Bild 29. Vergleich der Mindestbrennspannung U_0 mit der Ionisationsspannung U_i .

d) Vergleich der Grenzcharakteristiken mit denen anderer Bearbeiter.

Vor der eigentlichen Besprechung der Ergebnisse dürfte eine Gegenüberstellung der hier gewonnenen Grenzcharakteristiken (nicht Grenzkurven!) mit einigen anderer

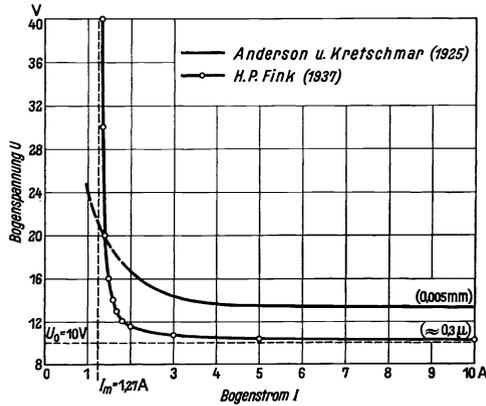


Bild 30. Vergleich der Grenzcharakteristiken von W in Luft (760 Torr).

Bearbeiter von Interesse sein. Leider eignen sich dazu nur recht wenige Messungen: In den Bildern 30 und 31 sind die Charakteristiken für W von S. H. Anderson und W. Kretschmar und für Au von H. E. Ives eingezeichnet. Die Kurven stimmen unter Berücksichtigung der verschiedenen Meßmethoden und der sicher vonein-

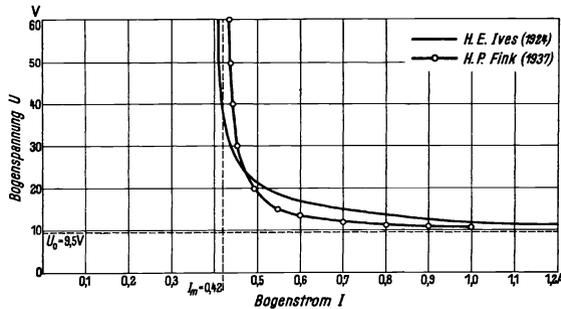


Bild 31. Vergleich der Grenzcharakteristiken von Au in Luft (760 Torr).

ander abweichenden Versuchsparameter ausgezeichnet überein. Besonders für Au ist dies augenscheinlich.

e) Berechnung der zulässigen Abmessungen eines Schaltkreises.

Außerdem kann man, was besonders für den Praktiker nicht ohne Bedeutung sein dürfte, aus Gl. (1), d. h. nur unter Benutzung bekannter Stoffbeiwerte, die

Grenzkurve berechnen. Auf Grund rein geometrischer Beziehungen, die aus Bild 32 zu ersehen sind, erhält man unter Benutzung von Gl. (1) folgende 3 Gleichungen:

$$1. (U - U_0)(I - I_m) = c, \tag{3}$$

$$2. \frac{dU}{dI} = \frac{E}{i} = \frac{c}{(I - I_m)^2}, \tag{4}$$

$$3. \frac{U}{E} = \frac{i - I}{i}. \tag{5}$$

Beseitigt man hieraus U und I und löst nach E auf, so erhält man

$$E = \frac{2i}{(i - I_m)^2} \left[\frac{1}{2} U_0 (i - I_m) + c \pm \sqrt{c^2 + c U_0 (i - I_m)} \right]. \tag{6}$$

Diese Gleichung für die experimentelle Grenzkurve enthält außer der Mindestbrennspannung U_0 , der Mindestgrenzstromstärke I_m und der Konstanten c nur noch die Veränderlichen E und i , die EMK und den Strom des Schaltkreises. Sie gibt also unmittelbar an, wie groß bei einer bestimmten Kurzschlußstromstärke die EMK höchstens sein darf, damit bei einer Unterbrechung am Kontaktpalt keine Entladung entsteht. Hierbei darf aber nicht vergessen werden, daß Gl. (6) ebenso wie Gl. (1) nur für saubere Metalle und für induktions- und kapazitätsfreie Schaltkreise gilt.

f) Überblick über die Ergebnisse.

Die wesentlichsten Ergebnisse der Versuche lassen sich unter gasentladungstheoretischen Gesichtspunkten kurz dahin zusammenfassen: 1. Gang der Mindestbrennspannung U_0 mit der Ionisationsspannung U_i des betreffenden Metalles; 2. lineare Beziehung der durch die Entladung verbrauchten Energie c zur Verdampfungswärme des Elektrodenstoffes; 3. maßgeblicher Einfluß des anodischen Metalles bei Elektrokombinationen auf die Mindestzünd- oder Mindestbrennspannung im Augenblick der Zündung bei äußerst kleinen Elektrodenabständen ($\approx 1 \mu$).

Wie bereits einleitend ausgeführt wurde, erlauben diese Ergebnisse zwar keine quantitative Darstellung des Mechanismus kurzer Abreißbögen. Dazu ist eine kathodenstrahloszillographische Analyse des Schaltvorganges unbedingt erforderlich. Jedoch kann unter Berücksichtigung der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse und gegebenen Versuchsbedingungen ein recht anschauliches Bild von der Entstehung eines Abreißbogens an einem sich öffnenden Kontakt gegeben werden.

g) Darstellung des Mechanismus eines entstehenden Abreißbogens.

Die Elektroden sind, wie bereits beschrieben (Abschn. IIa), Räder, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Dadurch berühren sie sich nur in einer sehr kleinen Fläche; beim Stromdurchgang durch diese Stelle tritt jedoch keine wesentliche Erwärmung der Berührungsf lächen ein. Wie optische Befunde zeigen, und wie für die folgenden Überlegungen angenommen ist, bildet sich zwischen den Elektroden,

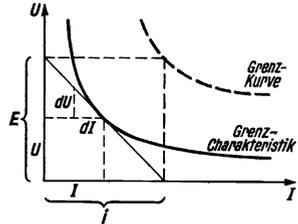


Bild 32. Zur Berechnung der zulässigen Abmessungen eines Schaltkreises.

wenn sie unter Spannung langsam auseinander bewegt werden, eine Metaldampfwolke, die die Luft und andere in dem Spalt vorhandenen Gase aus diesem teilweise verdrängt. Auf welche Weise dieser Metaldampf entsteht, muß zunächst dahingestellt bleiben. — Man könnte etwa an das Durchbrennen und Verdampfen einer Kontaktbrücke oder an gewisse grenzflächenphysikalische Vorgänge denken. — Jedenfalls muß, wie die folgenden Überlegungen zeigen werden, eine genügende Menge von solchem Metaldampf gebildet werden. Dies gibt dann zunächst ganz zwanglos den im vorhergehenden gefundenen Zusammenhang zwischen den Ergebnissen der elektrischen Messung und der Verdampfungswärme als eine das Elektrodenmetall kennzeichnende Stoffkonstante. Denn man kann sich gut vorstellen, daß eine für jedes Metall kennzeichnende Energie aufgewandt werden muß, um eine bestimmte Menge von solchem Metaldampf, der ja die Voraussetzung für eine Gasentladung ist, zu erzeugen. In diesem Falle konnte diese Energie durch Auswertung der Grenzcharakteristiken nach Gl. (1) in W bestimmt werden. Ein Vergleich dieser c -Werte mit Energiebeträgen, die auf anderem Wege (thermisch) gewonnen wurden, muß eine direkte Beziehung zur Folge haben. Auf Grund dieser Überlegung ist es auch sinnvoller, c nicht, wie bei W. B. Nottingham, gegen den Siedepunkt, sondern gegen die Verdampfungswärme als Energie aufzutragen, um als Ergebnis eine gerade Linie zu erhalten. Darin ist aber keineswegs der Beweis zu erblicken, daß der Metaldampf hier nun auch thermisch entstanden sei. Gleichzeitig mit dieser Dampfwolke, die ja nun die direkte metallische Leitung des Kontaktes unterbricht, entsteht an dem engen Spalt ein sehr hohes elektrisches Feld von der Größenordnung 10^6 V/cm, wie es sich aus der äußeren EMK und der Verschiebungsgeschwindigkeit der Elektroden unter Benutzung der Eigenfrequenz der Oszillographenschleife berechnen läßt. Infolge der sicher vorhandenen, mikroskopisch nachweisbaren Rauigkeit der Elektrodenoberflächen (Spitzen usw.) ist es durchaus möglich, daß in einzelnen Punkten die Feldstärke noch um eine Zehnerpotenz, also reichlich 10^7 V/cm, betragen kann. Bei derartig hohen Feldern findet aber nach den Untersuchungen von R. A. Millikan¹⁾ und anderen bereits eine Autoelektronenbefreiung nach H. Schottky statt. Es steht also nichts im Wege, hier diesen Vorgang nutzbringend einzubauen: Es werden Elektronen aus der Kathode ausgelöst, die nach Durchlaufen einer für jedes Gas bestimmten Potentialdifferenz Energie genug besitzen, um zu ionisieren. In diesem Augenblick zündet die Entladung, was auf dem Oszillogramm an dem Auftreten jener kleinen Zacke festgestellt werden kann. Hier tritt der Zusammenhang der Mindestzünd- oder Brennspannung U_0 mit der betreffenden Ionisationsspannung U_i unmittelbar vor Augen. Es ist in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen zu erwarten, daß die Mindestbrennspannung eines Abreißbogens mit der Ionisationsspannung des betreffenden „Metallgases“ zusammenfällt. In den hier angestellten Messungen konnte, wie aus Zahlentafel I und aus Bild 29 hervorgeht, diese Übereinstimmung in der Tat bis auf einige Zehntel V erreicht werden. Es ist ohne weiteres verständlich, daß jene für die Ionisation günstige Potentialschwelle unmittelbar vor der Anode liegt. Wir haben es also höchstwahrscheinlich mit einer Entladungsform zu tun, die, wie schon einleitend erwähnt wurde, nur aus einem kathodischen Teil, dem sonst gewöhnlichen Kathodenfall, besteht. Somit wäre der Anschluß an die eingangs erwähnten Messungen über den

¹⁾ R. A. Millikan: *Physic. Rev.* **27** (1926) 51. — Vgl. A. v. Engel u. M. Steenbeck: *Elektrische Gasentladungen*. I. Berlin (1933).

Abbau des Anodenfalles und der positiven Säule von dieser gewissermaßen entgegengesetzten Seite hergestellt.

h) Erklärung für den Einfluß des Anodenmetalles beim Zünden der Entladung.

Es bleibt zum Schluß nur noch, die Erklärung des experimentellen Befundes über den Einfluß des anodischen Elektrodenmetalles auf die Mindestbrennspannung zu geben. Zu diesem Zwecke stelle man sich noch einmal den Augenblick vor, wo zwischen den beiden jetzt aus verschiedenen Metallen bestehenden Elektroden sich die Metaldampf Wolke gebildet hat. Diese besteht jetzt gewissermaßen aus 2 Teilen: vor der Kathode aus dem kathodischen und vor der Anode aus dem anodischen Metaldampf. Durch das starke Feld werden nun wieder Elektronen aus der Kathodenoberfläche gezogen, die die zur Ionisation erforderliche Spannung in dem anodischen Metaldampf vorfinden und hier ionisieren. Ein Beweis für die Richtigkeit dieser Erklärung dürfte das Oszillogramm (Bild 22) sein, wo die Entladung absichtlich etwas länger aufrechterhalten wurde. Es ist deutlich zu erkennen, daß nach der Zündung die Brennspannung der Entladung zurückgeht und sich auf die des Kathodenmetalles einstellt. Es beginnt sich also hier bereits eine Art „positive Säule“ aufzubauen, da der Kathodenfall jetzt nicht mehr an die Anode heranreicht. Es dürfte übrigens bemerkenswert und in Übereinstimmung mit den oben geschilderten Vorstellungen sein, daß G. Sommer (siehe S. 47), der zweifelsohne mit längeren Bögen gearbeitet hat, daher im Gegensatz zu meinem Befund einen Einfluß des Kathodenmetalles festgestellt hat.

i) Schlußbetrachtung.

Damit ist nun die Besprechung der hier gewonnenen Ergebnisse noch keineswegs erschöpft. Jedoch liegen zur Zeit noch zu wenig sichere, vor allem quantitative Messungen vor, als daß an dieser Stelle noch weitere Ausführungen über den Mechanismus kurzer Abreißbögen gemacht werden könnten. Alles in allem dürften die Ergebnisse dieser Arbeit eine wünschenswerte Vertiefung und Erweiterung der Einsichten in die verwickelten Vorgänge an Abhebekontakten erbracht haben.

Die vorliegende Arbeit wurde, was den experimentellen Teil betrifft, in den Jahren 1936 und 1937 im Forschungslaboratorium I der Siemenswerke in Berlin-Siemensstadt, der theoretische Teil im Seminar für Theoretische Physik der Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald angefertigt. Ich danke den Herren Professor Dr. R. Seeliger und Dr. R. Holm für die Anregung und Förderung dieser Arbeit.

Zusammenfassung.

Mit einer eigens entwickelten Apparatur werden äußerst kurze Abreißbögen in Luft von Atmosphärendruck oszillographisch aufgenommen und untersucht. Als Elektroden werden gereinigte Metalle verwendet. Bei genügender Sauberkeit der Kontaktoberflächen sind die Meßergebnisse sehr gut reproduzierbar.

Die Mindestbrennspannung dieser Bögen fällt innerhalb 3,5 % mit der Ionisationsspannung des betreffenden Metalles zusammen. Für diese Mindestbrennspannung ist unter gewissen Bedingungen allein das Anodenmetall verantwortlich. Der Mecha-

nismus eines kurzen Abreißbogens wird qualitativ beschrieben; hier liegt höchstwahrscheinlich eine nur aus dem kathodischen Entladungsteil bestehende Entladungsform vor, die mit dem gewöhnlichen Kathodenfall stationärer Lichtbögen identisch ist.

Aus den Messungen der äußeren EMK in Abhängigkeit von der Kurzschlußstromstärke bei einer konstanten, äußerst kleinen Bogenlänge ($\approx 0,3 \mu$) werden auf konstruktivem Wege für verschiedene Metalle Kurven ermittelt, die mit den bekannten Lichtbogencharakteristiken identisch sind. Für diese gilt die Gleichung $(U - U_0)(I - I_m) = c$, worin U die Brennspannung, I der Kurzschlußstrom, U_0 die Mindestbrennspannung, I_m die Mindeststromstärke des Bogens und c eine Konstante bedeuten. Letztere steht in linearer Beziehung zur Verdampfungswärme bzw. zum Siedepunkt des jeweiligen Elektrodenmetalles.

Die größten Abmessungen eines kapazitäts- und induktionsfreien Schaltkreises werden für den Fall berechnet, daß bei einer Stromunterbrechung durch einen metallischen Kontakt an diesem keine Entladungen mehr entstehen.

Über die Energieumsetzung durch Elektronenstoß in Edelgassäulen¹⁾.

Von Georg Mierdel.

Mit 12 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 10. Februar 1938.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|--|
| 1. Einleitung, Aufgabenstellung. | 4. Die Fortschrittggeschwindigkeit der Elektronen. |
| 2. Berechnung der Energieübertragung beim Elektronenstoß. | 5. Vergleich mit der Erfahrung. |
| 3. Berechnung der Längsfeldstärke. | Zusammenfassung. |

Liste der verwendeten Bezeichnungen.

Zeichen	Bedeutung des Zeichens	Einheit
T	Elektronentemperatur	° K
\mathcal{E}	Feldstärke	V/cm
U	Spannungsäquivalent der kinetischen Elektronenenergie	300 V
U_0	Erste Anregungsspannung der Gasatome	300 V
p	Gasdruck	Torr
M	Masse des Gasatoms	g
m	Masse des Elektrons	g
e	Ladung des Elektrons	el. st. Einh.
v	Ungeordnete Geschwindigkeit des Elektrons	cm/s
w	Wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei Maxwell-Verteilung	cm/s
u	Fortschrittggeschwindigkeit	cm/s
λ	Mittlere freie Weglänge der Elektronen	cm
λ_1	Dasselbe je Druckeinheit ($\lambda_1 = \lambda \cdot p$)	cm Torr
Q	Wirkungsquerschnitt des Elektrons je Druckeinheit ($Q = 1/\lambda_1$)	(cm Torr) ⁻¹
κ	Bruchteile der je Elektronenstoß auf das Atom übertragenen Energie	1
κ_e	Bruchteile der je Elektronenstoß elastisch übertragenen Energie	1
η	Ausbeute der anregenden Elektronenstöße	1
N_e bzw. N_a	Leistung, die von einem Elektron elastisch bzw. unelastisch abgegeben wird	erg/s
k	Boltzmann-Konstante	erg/grad
R	Halbmesser des Entladungsrohres	cm

1. Einleitung, Aufgabenstellung.

In der positiven Säule einer Entladung erfolgt die Stromleitung in weitaus überwiegendem Maße durch Elektronen, die aus dem Kathodengebiet (Fallraum, Glühkathode od. dgl.) geliefert werden. Gradient und Elektronentemperatur stellen sich dabei in bekannter Weise so ein, daß die Trägerverluste durch Neuerzeugung gedeckt werden. Die Trägerverluste bestehen in der Abdiffusion von Ionen und Elektronen zur Rohrwand nach Maßgabe des ambipolaren Diffusionskoeffizienten

¹⁾ Auszugsweise bereits mitgeteilt in Naturwiss. 26 (1938) S. 79.

(W. Schottky), die Neuerzeugung in den hier interessierenden Fällen — mäßige Stromdichten, geringer Gasdruck — durch Elektronenstoß. Aus der Gleichsetzung beider gewinnt man eine Beziehung zwischen Elektronentemperatur T einerseits und dem Produkt aus Rohrhalmmesser und Gasdruck $R \cdot p$ andererseits, die sehr gut mit der Erfahrung¹⁾ übereinstimmt. Versucht man nun aber, aus der Elektronentemperatur T die der direkten Messung zugängliche Feldstärke \mathcal{E} zu berechnen, so entsteht eine ernstliche Schwierigkeit dadurch, daß man über die Energieabgabe der Elektronen, die ja die durch die Stromquelle gelieferte Leistung primär durch ihre Beschleunigung im Feld übernehmen, an die Gasatome bisher in quantitativer Hinsicht nur ungenügende Angaben machen konnte und mehr auf Abschätzungen angewiesen war. Ein anschauliches Maß für den Energieübergang zwischen Elektronengas und Molekelgas bildet der Bruchteil κ der Momentanenergie $m/2 \cdot v^2$ eines Elektrons, der beim Stoß auf eine Gasmolekel übertragen wird. Nach Einführung dieser Größe κ folgt dann aus der Energiebilanz der Elektronenstöße eine einfache Beziehung zwischen der Längsfeldstärke \mathcal{E} und Elektronentemperatur T :

$$\frac{\mathcal{E}}{p} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{k}{e} \cdot \frac{\sqrt{\kappa}}{\lambda_1} \cdot T = 1,83 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\kappa} \cdot \frac{T}{\text{grad}} \cdot \frac{\text{cm} \cdot \text{Torr}}{\lambda_1} \cdot \frac{\text{V}}{\text{cm} \cdot \text{Torr}}. \quad (1)$$

Was nun die Größe von κ selbst betrifft, so läßt sie sich für den Fall des rein elastischen Stoßes, also unter Ausschluß von Umwandlung der kinetischen Energie der Elektronen in Anregungs- oder Ionisierungsenergie des Atoms ohne weiteres angeben zu $\kappa_e = 2 \cdot m/M$, wobei m und M die Masse des Elektrons bzw. der Molekel bedeuten. Dieser Fall interessiert jedoch nicht bei der Berechnung der Längsfeldstärke in der Säule, da gerade hier die Elektronengeschwindigkeiten so groß sein müssen, um Ionisation, also erst recht Anregung der Gasatome zu ermöglichen, so daß infolgedessen der κ -Wert den elastischen Wert κ_e erheblich überschreitet, und zwar in einem Maße, das bisher nur der rohen Abschätzung zugänglich war.

Ein zweiter bei einer quantitativen Durchrechnung zu beachtender Punkt ist die Abhängigkeit der mittleren freien Weglänge je Druckeinheit der Elektronen λ_1 von der Elektronengeschwindigkeit (Ramsauer-Effekt).

Im folgenden soll nun versucht werden, aus den im Schrifttum vorliegenden Angaben sowohl der Anregungsausbeute der Elektronenstöße als auch des Wirkungsquerschnittes, beides abhängig von der Elektronengeschwindigkeit, also aus reinen Elementarprozessen, eine Beziehung zwischen Längsfeldstärke und Elektronentemperatur abzuleiten und mit Messungen zu vergleichen. Darüber hinaus ergeben sich ferner zahlenmäßige Angaben über die Fortschreitungs geschwindigkeit bzw. Beweglichkeit der Elektronen in Abhängigkeit von der Feldstärke, die in gleicher Weise einer experimentellen Nachprüfung zugänglich sind. Da hinreichend genaue Angaben über die erwähnten Elementarvorgänge nur für die 3 Edelgase He, Ne und Ar vorliegen, beschränken sich die Überlegungen auf diese 3 Gase.

2. Berechnung der Energieübertragung beim Elektronenstoß.

Wir ermitteln zunächst die von einem Elektron in der Zeiteinheit insgesamt abgegebene Energie. Diese setzt sich aus dem elastischen Anteil N_e und dem unelastischen, d. h. anregenden Anteil N_a zusammen. Der erstere berechnet sich ohne

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen 2. Berlin (1934) S. 86.

Zuhilfenahme irgendeiner Ausbeutefunktion allein aus der Tatsache, daß beim elastischen Stoß im Mittel der Bruchteil $\alpha_e = 2 \cdot m/M$ der kinetischen Energie $m/2 \cdot v^2$ abgegeben wird, in folgender Weise:

Ein Elektron mit der Momentangeschwindigkeit v stößt in der Sekunde $\nu = v/\lambda$ mal mit Atomen zusammen und gibt dabei die Energie $\alpha_e \cdot \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{m}{2} v^2$ elastisch ab. Bei Annahme Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung, die wir hier wie im folgenden stets voraussetzen wollen, und deren Vorhandensein natürlich in jedem Falle durch die Geradlinigkeit der logarithmischen Sondenkennlinien kontrolliert werden muß, folgt so für die insgesamt je Zeiteinheit elastisch abgegebene Energie

$$\left. \begin{aligned} N_e &= \int_0^\infty \alpha_e \cdot \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{m}{2} v^2 \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{v^2}{w^3} \cdot e^{-\frac{v^2}{w^2}} \cdot dv \\ \text{und mit } \lambda &= \frac{\lambda_1}{p} = \frac{1}{Q \cdot p} \\ N_e &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{m}{w^3} \cdot \alpha_e \cdot p \int_0^\infty Q \cdot v^5 \cdot e^{-\frac{v^2}{w^2}} \cdot dv. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Hierin ist w die wahrscheinlichste, d. h. die zum Höchstwert der Verteilungskurve gehörige Geschwindigkeit der Elektronen, die in bekannter Weise durch $m/2 \cdot w^2 = k \cdot T$ mit der Elektrentemperatur zusammenhängt ($k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/grad). Für die weitere Behandlung der Gl. (2) muß man die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes $Q = 1/\lambda_1$ von der Elektronengeschwindigkeit kennen. Wir legen hierfür die vorwiegend der Ramsauer'schen Schule entstammenden Meßergebnisse zugrunde, wie sie in dem Bericht von R. Kollath¹⁾ zusammengestellt sind. Je nach dem analytischen Ausdruck, mit dem man den Verlauf von Q annähern kann, ergeben sich von Fall zu Fall verschiedene Verfahren zur Auswertung von Gl. (2).

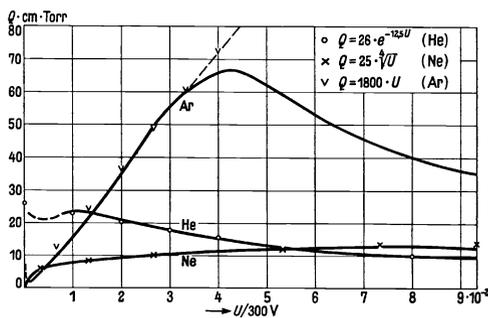


Bild 1. Wirkungsquerschnitte der Edelgase gegenüber Elektronen.

a) Für Helium kann man, wie Bild 1 zeigt, den gemessenen Verlauf des Wirkungsquerschnittes recht gut durch den Ausdruck

$$Q = A \cdot e^{-BU} \text{ (cm} \cdot \text{Torr)}^{-1} \quad \text{mit} \quad A = 26 \text{ (cm} \cdot \text{Torr)}^{-1} \quad \text{und} \quad B = 12,5 \frac{1}{300 \sqrt{V}}$$

annähern, wobei unter U stets das Spannungsäquivalent der Elektronenenergie in elektrostatischen Einheiten verstanden sei. Damit wird dann nach (2)

$$\frac{N_e}{p} = \frac{2A}{\sqrt{\pi}} \cdot \alpha_e \cdot \frac{m}{w^3} \int_0^\infty v^5 \cdot e^{-\left(BU + \frac{v^2}{w^2}\right)} \cdot dv = \frac{A}{\sqrt{\pi}} \alpha_e \cdot \frac{m}{w^3} \int_0^\infty v^4 \cdot e^{-\left(BU + \frac{v^2}{w^2}\right)} \cdot d(v^2),$$

und unter Berücksichtigung von $\frac{eU}{kT} = \frac{v^2}{w^2} = x$ und $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

¹⁾ R. Kollath: Physik. Z. **31** (1930) S. 985.

erhalten wir

$$\frac{N_e}{p} = \frac{A \kappa_e}{\sqrt{\pi}} \cdot m \cdot w^3 \int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{ax} dx$$

mit der Abkürzung

$$a = -\left(1 + \frac{BkT}{e}\right).$$

Die Lösung des Integrals ist in geschlossener Form möglich und führt schließlich zu

$$\frac{N_e}{p} = -\frac{4A}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{m^2}{M} \cdot \frac{w^3}{a^3} = \frac{4A}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{m}}{M} \cdot \frac{(2kT)^{3/4}}{\left(1 + \frac{BkT}{e}\right)^3}. \quad (3)$$

b) Der Wirkungsquerschnitt von Neon wird sehr gut angenähert durch den Ausdruck $Q = C \cdot \sqrt[4]{U}$ (cm · Torr)⁻¹ mit $C = 25,0$ (cm · Torr)⁻¹ · (300 V)^{-1/4} oder, für unseren Fall besser passend, durch $Q = C' \sqrt[4]{v}$ mit $C' = 7,8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}^{1/4}}{\text{cm}^{3/4} \cdot \text{Torr}}$. Damit wird dann

$$\frac{N_e}{p} = \frac{2C'}{\sqrt{\pi}} \cdot \kappa_e \cdot m \cdot w^{3,5} \cdot \int_0^{\infty} \frac{v^{5,5}}{w^{5,5}} \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^4} \cdot \frac{dv}{w}.$$

Nun ist $\int_0^{\infty} y^{5,5} \cdot e^{-y^4} dy = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^{2,25} \cdot e^{-x} dx = \frac{1}{2} \Gamma(2,25) = 1,3$, so daß schließlich

$$\frac{N_e}{p} = \frac{2,6}{\sqrt{\pi}} C' \cdot \frac{2m^2}{M} \cdot w^{3,5} = \frac{2,6}{\sqrt{\pi}} \cdot C' \cdot \frac{2\sqrt{m}}{M} (2kT)^{1,75}. \quad (4)$$

c) Für Argon paßt der Ansatz $Q = D \cdot U$ (cm · Torr)⁻¹ bzw. $Q = D' \cdot v^2$ (cm · Torr)⁻¹ mit $D' = 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}^2 (\text{Torr})^{-1}$ recht gut, wenigstens bis zu einer Elektronenenergie von 12 eV, die dem Maximum der Wirkungsquerschnittskurve entspricht. Der Abfall von Q jenseits dieser 12-V-Grenze würde natürlich eine Verminderung des errechneten Energiebetrages bewirken. Wie jedoch eine Übersichtsrechnung zeigt, ist ein merklicher Einfluß dieser Art erst bei Elektronentemperaturen oberhalb von 10⁵° K zu erwarten, während andererseits bei derartig hohen Temperaturen die durch Anregung übertragene Energie Werte annimmt, denen gegenüber die elastisch übertragenen Energiemengen zu vernachlässigen sind.

Wir können also ansetzen

$$\begin{aligned} \frac{N_e}{p} &= \frac{2D'}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{m}{w^3} \cdot \kappa_e \int_0^{\infty} v^7 \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^4} dv \\ &= \frac{D' \cdot m \cdot \kappa_e}{\sqrt{\pi} \cdot w^3} \int_0^{\infty} v^6 \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^4} d(v^2) \quad \text{und mit } x = \left(\frac{v}{w}\right)^2: \\ &= \frac{D' m \kappa_e \cdot w^5}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} x^3 \cdot e^{-x} dx \\ &= \frac{6 D' m \kappa_e \cdot w^5}{\sqrt{\pi}} \\ &= \frac{12 \cdot D' (2kT)^{5/4}}{\sqrt{\pi} \cdot M \cdot \sqrt{m}}. \end{aligned} \quad (5)$$

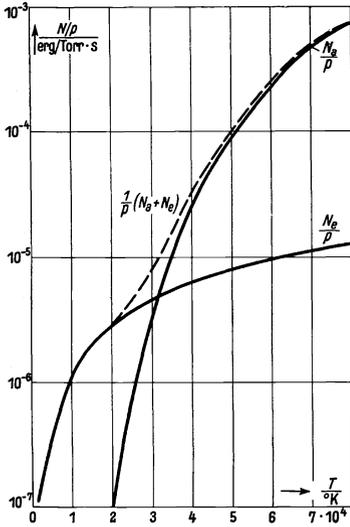


Bild 2. Leistungsabgabe der Elektronen in Helium.

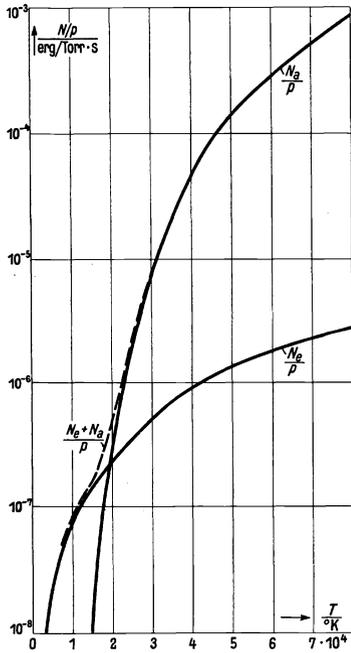


Bild 3. Leistungsabgabe der Elektronen in Neon.

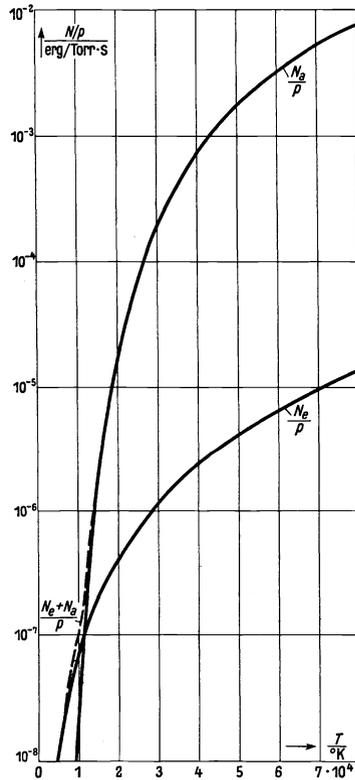


Bild 4. Leistungsabgabe der Elektronen in Argon.

Aus den Formeln (3), (4) und (5) lassen sich nun die N_e/p -Werte für die 3 Edelgase He, Ne und Ar als Funktion der Elektronentemperatur T_e ohne weiteres errechnen. Das Ergebnis ist in den Bildern 2, 3 und 4 aufgezeichnet.

Ehe wir diese eingehender besprechen, führen wir noch die Berechnung der unelastischen Stoßverluste durch. Hierzu ist die Kenntnis der Ausbeutefunktion erforderlich, d. h. der Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit für anregenden Stoß von der Elektronengeschwindigkeit. Für die Edelgase hat H. Maier-Leibnitz¹⁾ die Gesamtausbeute η der anregenden Elementarvorgänge, d. h. die Summe der An-

¹⁾ H. Maier-Leibnitz: Z. Physik **95** (1935) S. 499.

regungsfunktionen aller Terme einschließlich der Ionisierungsausbeute als Funktion der Elektronengeschwindigkeit gemessen und in Kurven dargestellt. Bei Annahme wiederum der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung errechnet sich damit der gesamte unelastische Stoßverlust je Elektron und Sekunde in analoger Weise wie oben zu

$$N_a = e \cdot U_0 \int_0^\infty \eta \cdot \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{v^2}{w^3} \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} dv;$$

dabei ist der Einfachheit halber angenommen, daß bei jedem unelastischen Stoß die der Erstanregung entsprechende Energie $U_0 e$ übertragen wird. Der dadurch verursachte Fehler kann nicht groß sein, weil wegen des starken Abfalles der Maxwellverteilung nach großen Geschwindigkeiten hin die Anregung höherer Terme sowieso stark zurücktritt.

Mit $\lambda = \lambda_1/p$ und $\lambda_1 = I/Q$ wird wiederum

$$\frac{N_a}{p} = \frac{4 U_0 e}{\sqrt{\pi} \cdot w^3} \int_0^\infty \eta \cdot Q \cdot v^3 \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} \cdot dv. \quad (6)$$

Wir müssen nunmehr den Verlauf von $\eta \cdot Q$ als Funktion von v bzw. U aus den Maier-Leibnitzschen Messungen einerseits und dem Ramsauer-Effekt andererseits ermitteln und in die Formel einsetzen. Bild 5 zeigt für die 3 Edelgase den gemessenen Verlauf von $\eta \cdot Q$, der sich in allen 3 Fällen für Spannungen oberhalb der Anregungsspannung U_0 durch lineare Funktionen $\eta \cdot Q = \alpha(U - U_0)$ (cm · Torr)⁻¹ befriedigend genau wiedergeben läßt. Die den Konstanten α und U_0 zukommenden Zahlenwerte sind der nachfolgenden Zusammenstellung zu entnehmen.

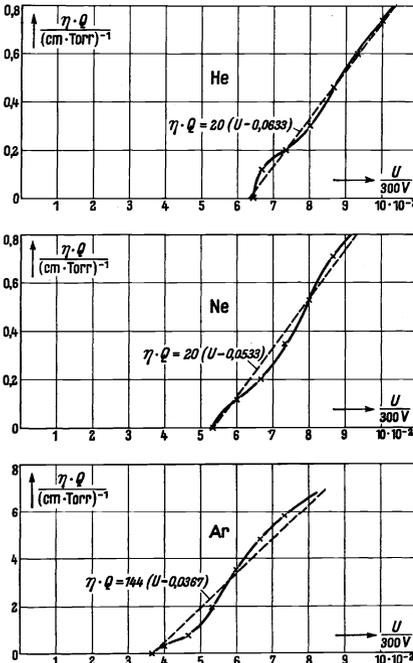


Bild 5. $\eta \cdot Q$ als Funktion von U und die entsprechenden Interpolationen.

Gas	α	U_0
He	20	$6,33 \cdot 10^{-2}$
Ne	20	$5,33 \cdot 10^{-2}$
A	144	$3,67 \cdot 10^{-2}$

Wenn wir $\eta \cdot Q = \alpha(U - U_0)$ in Formel (6) einsetzen, müssen wir beachten, daß wegen $\eta \cdot Q = 0$ für $U < U_0$ die untere Integrationsgrenze in (6) nicht mehr 0 ist, sondern durch die der Anregungsspannung entsprechende Geschwindigkeit v_0 gegeben ist. Wir erhalten dann aus (6):

$$\begin{aligned} \frac{N_a}{p} &= \frac{4 U_0 e}{\sqrt{\pi} \cdot w^3} \cdot \alpha \int_{v_0}^\infty (U - U_0) \cdot v^3 \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} dv \\ &= \frac{2 U_0 e \alpha}{\sqrt{\pi} \cdot w^3} \cdot \int_{v_0}^\infty (U - U_0) \cdot v^2 \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} dv^2 \end{aligned}$$

und mit Benutzung von $\frac{v^2}{w^2} = \frac{eU}{kT} = x$ und $U - U_0 = \frac{kT}{e}(x - x_0)$ wird daraus

$$\begin{aligned} \frac{N_a}{p} &= \frac{2U_0\alpha \cdot w \cdot kT}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{x_0}^{\infty} (x - x_0) \cdot x \cdot e^{-x} dx \\ &= \frac{2U_0\alpha \cdot w \cdot kT}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{x_0}^{\infty} x^2 \cdot e^{-x} dx - x_0 \int_{x_0}^{\infty} x \cdot e^{-x} dx \right] = \frac{2U_0\alpha \cdot w \cdot kT}{\sqrt{\pi}} e^{-x_0} (x_0 + 2); \\ \frac{N_a}{p} &= \frac{U_0\alpha \cdot m \cdot w^3}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{eU_0}{kT}} \left[\frac{eU_0}{kT} + 2 \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

In dieser Form entspricht die Gl. (7) vollkommen der für die Zahl der ionisierenden Zusammenstöße je Elektron und Zeiteinheit geltenden Formel¹⁾, die ja ebenfalls auf Grundlage der Maxwell-Verteilung einerseits und eines linearen Anstieges der Ionisierungswahrscheinlichkeit mit der Spannung andererseits abgeleitet worden ist.

Nach Einsetzen der Zahlenwerte und Berücksichtigung von $\frac{m}{2} w^2 = kT$ wird aus (7):

$$\frac{N_a}{p} = 8,5 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{U_0}{300\text{V}} \cdot \alpha (\text{cm} \cdot \text{Torr} \cdot 300\text{V}) \left(\frac{T}{\text{grad}} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{eU_0}{kT}} \left(\frac{eU_0}{kT} + 2 \right) \frac{\text{erg}}{\text{s Torr}}.$$

Hieraus läßt sich die unelastisch übertragene Energie je Elektron und Sekunde ohne weiteres als Funktion von T berechnen. Die entsprechenden N_a/p als Funktion von T sind ebenfalls in den Bildern 2, 3 und 4 eingezeichnet. Man sieht, daß die N_a -Werte die N_e -Werte bei höheren Elektronentemperaturen bald stark überflügeln und bei $T = 10^5$ °K um $2 \cdot \dots \cdot 3$ Zehnerpotenzen höher liegen als diese. Die Temperatur, bei der beide einander gleich sind, ist naturgemäß um so höher, je größer die Anregungsspannung U_0 ist, steigt also in der Reihenfolge Ar, Ne, He an.

Für den Entladungsmechanismus maßgebend ist natürlich der gesamte Energieumsatz, also die Summe $N = N_e + N_a$. Diese ist deshalb in den Bildern 2 ··· 4 gestrichelt mit eingezeichnet.

3. Berechnung der Längsfeldstärke.

Die Kenntnis des Verlaufes $N(T)$, wie sie in den Bildern 2 ··· 4 enthalten ist, setzt uns nunmehr auch in den Stand, die Längsfeldstärke \mathcal{E} als Funktion der Elektronentemperatur auszurechnen, und damit die erste der oben (S. 72) gestellten Fragen zu lösen. Die Beziehung zwischen Elektronentemperatur und Feldstärke ist durch die Energiebilanz gegeben. Das Feld beschleunigt die Elektronen und erteilt ihnen eine Geschwindigkeitskomponente u in Feldrichtung entsprechend ihrer „Beweglichkeit“. Die im Durchfallen der Strecke u je s vom Elektron aus dem Feld entnommene Energie $e \cdot \mathcal{E} \cdot u$ muß gleich der abgegebenen Leistung $N = N_e + N_a$ sein, wenn die Strömung stationär sein soll.

Für die Fortschreitungs geschwindigkeit u haben wir nach P. Langevin den Ausdruck: $u = \frac{e \cdot \lambda_1}{m \cdot v} \cdot \frac{\mathcal{E}}{p}$. Die erwähnte Energiebilanz schreibt sich also in der Form

$$\frac{N}{p} = \frac{e^2 \cdot \lambda_1}{m \cdot v} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{p} \right)^2,$$

¹⁾ T. J. Kilian: Physic. Rev. **35** (1930) S. 1238. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. **1**, S. 89.

so daß sich die Längsfeldstärke \mathcal{E} errechnet zu

$$\frac{\mathcal{E}}{p} = \sqrt{\frac{m \cdot v}{e^2 \cdot \lambda_1}} \cdot \sqrt{\frac{N}{p}} = 1,88 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\frac{v}{\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}} \cdot \frac{\text{cm} \cdot \text{Torr}}{\lambda_1} \cdot \frac{N}{\text{erg} \cdot \text{s}^{-1}} \cdot \frac{\text{Torr}}{p}} \frac{\text{V}}{\text{cm} \cdot \text{Torr}} \quad (8)$$

Um hieraus \mathcal{E}/p als Funktion der Elektronentemperatur T zu ermitteln, ist die Kenntnis von λ_1 in seiner Temperaturabhängigkeit erforderlich (Ramsauer-Effekt). In Strenge müßte man natürlich den Mittelwert von v/λ_1 unter Berücksichtigung der Maxwell'schen Verteilung ausrechnen und damit in die Formel (8) gehen. Mit einer hier vollauf genügenden Annäherung kann man jedoch auch die einzelnen Mittelwerte von v und λ_1 , d. h. die „mittlere“ ungeordnete Geschwindigkeit \bar{v} und die gemittelte mittlere freie Weglänge $\bar{\lambda}_1(T)$ benutzen und in Formel (8) einsetzen. \bar{v} ist ohne weiteres als Funktion von T zu berechnen ($\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}$), während $\bar{\lambda}_1(T)$ erst unter Zugrundelegung des Ramsauer-Effektes und der Maxwell-Verteilung berechnet werden muß.

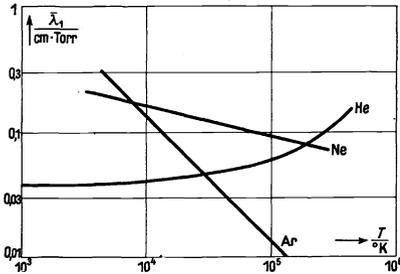


Bild 6. Mittlere freie Weglänge λ_1 von Elektronen bei 1 Torr, gemittelt aus den Wirkungsquerschnitten für Maxwell-Verteilung.

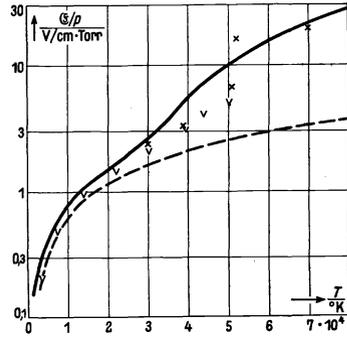


Bild 7. Feldstärke und Elektronentemperatur in Helium. Vergleich mit Messungen von Heit (x) und Townsend (v).

Es ist nämlich:

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_1} = \bar{Q} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} Q(v) \cdot \frac{v^2}{w^3} \cdot e^{-\left(\frac{v}{w}\right)^2} \cdot dv.$$

Für $Q(v)$ setzen wir die schon oben (S. 73/74) benutzten Näherungsformeln ein und erhalten dann nach hier nicht mehr näher ausgeführter Zwischenrechnung

a) für He mit $Q(v)$ (cm · Torr) = $26 \cdot e^{-1,18 \cdot 10^{11} \left(\frac{v}{\text{cm/s}}\right)^2}$

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\text{cm} \cdot \text{Torr}} = 0,0384 \left(1 + 3,48 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{T}{\text{grad}}\right)^{1/2},$$

b) für Ne mit $Q(v)$ (cm · Torr) = $7,8 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{v}{\text{cm/s}}}$

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\text{cm} \cdot \text{Torr}} = 1,61 \cdot \left(\frac{T}{\text{grad}}\right)^{-1/4},$$

c) für Ar mit $Q(v)$ (cm · Torr) = $1,7 \cdot 10^{-15} \left(\frac{v}{\text{cm/s}}\right)^2$

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\text{cm} \cdot \text{Torr}} = 1310 \left(\frac{T}{\text{grad}}\right)^{-1}.$$

In Bild 6 sind die hiernach berechneten $\bar{\lambda}_1$ -Werte in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur dargestellt.

Nunmehr kann nach Gl. (8) die Längsfeldstärke als Funktion von T berechnet werden. Das Ergebnis zeigen die ausgezogenen Kurven der Bilder 7...9. In dieselben Bilder sind mit besonderen Kennzeichen die experimentell ermittelten Werte eingetragen, deren Besprechung erst im Abschnitt 5 erfolgen wird.

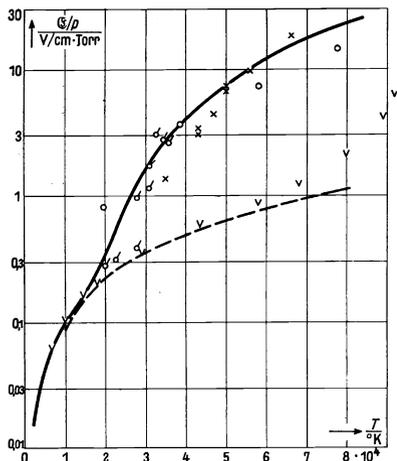


Bild 8. Feldstärke und Elektronentemperatur in Neon. Vergleich mit Messungen von Seeliger u. Hirschert (O), Druyvesteyn (Δ), Heldt (\times) u. Townsend (V).

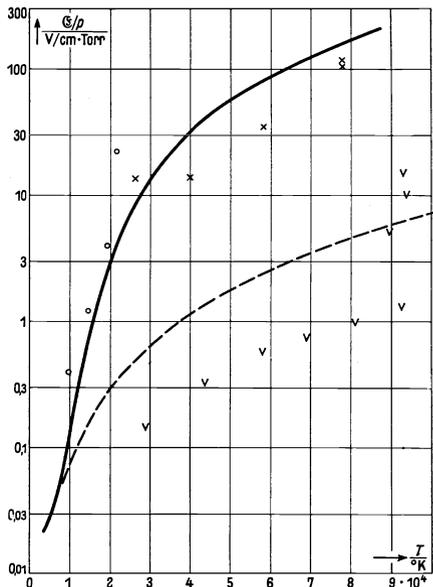


Bild 9. Feldstärke und Elektronentemperatur in Argon. Vergleich mit Messungen von Seeliger u. Hirschert (O), Heldt (\times) und Townsend (V).

4. Die Fortschrittsgeschwindigkeit der Elektronen.

Die Geschwindigkeit u der Elektronen in Richtung des elektrischen Feldes läßt sich nun ebenfalls aus der obigen Energiebilanz sofort als Funktion von E/p ermitteln. Es ist nämlich

$$\frac{N}{p} = u \cdot e \cdot \frac{E}{p}, \quad \text{also} \quad u = \frac{1}{e} \cdot \frac{N/p}{E/p}$$

und

$$u = 6,3 \cdot 10^{11} \cdot \frac{N/p}{\text{erg/(s} \cdot \text{Torr)}} \cdot \frac{\text{V/(cm} \cdot \text{Torr)}}{E/p} \text{ cm/s.}$$

Um nunmehr u als Funktion von E/p zu ermitteln, verfahren wir folgendermaßen: Wir entnehmen für einen vorgegebenen Wert von E/p die dazugehörige Elektronentemperatur T aus den Bildern 7...9 und den dieser Temperatur zukommenden Energieumsatz N aus den Bildern 2...4, so daß schließlich u als Funktion von E/p

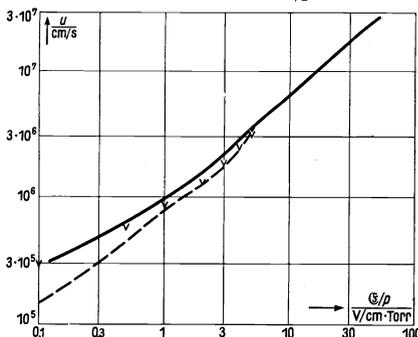


Bild 10. Fortschrittsgeschwindigkeit der Elektronen in Helium.

allein berechnet werden kann. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in den Bildern 10... 12 als ausgezogene Kurven dargestellt, wiederum unter gleichzeitiger Ein-

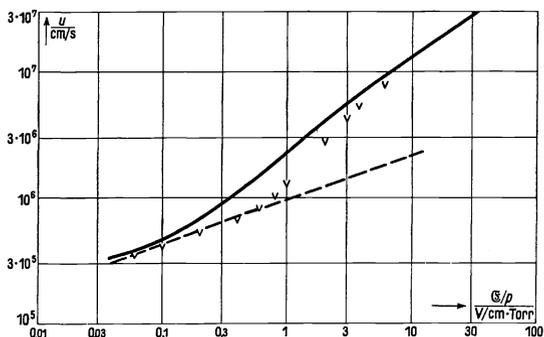


Bild 11. Fortschrittsgeschwindigkeit der Elektronen in Neon.

Elektronentemperatur-Beziehung als auch auf die Abhängigkeit der Fortschrittsgeschwindigkeit von der Feldstärke erstrecken.

Die erstere der beiden genannten Beziehungen ist am leichtesten der direkten experimentellen Nachprüfung zugänglich. Man braucht dazu nur Feldstärke und Elektronentemperatur in der Säule unter jeweils den gleichen Bedingungen, also am

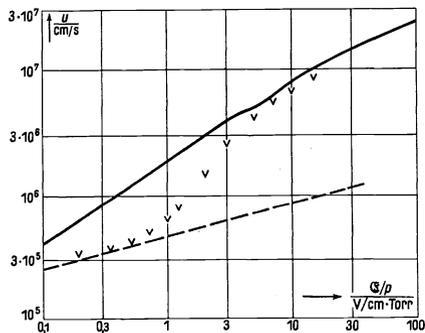


Bild 12. Fortschrittsgeschwindigkeit der Elektronen in Argon.

besten gleichzeitig unter Benutzung zweier Sonden zu messen. Derartige Untersuchungen sind schon vor einiger Zeit von R. Seeliger u. R. Hirschert¹⁾ ausgeführt worden. — Es handelt sich hier hauptsächlich um Messungen in Ar und Ne in Röhren von 2 bzw. 4 cm Durchmesser und bei Drucken von 0,1... 10 Torr. Besondere Sorgfalt wurde dabei auf die Reinigung der Edelgasfüllung (Mg-Zerstäubung!) gelegt. Die Endergebnisse, wie sie in Bild 15 der genannten Arbeit dargestellt sind, sind hier in den Bildern 8 und 9 mit eingezeichnet und mit \circ bezeichnet.

Eine zweite Serie simultaner Messungen von Längsfeldstärke und Elektronentemperatur, allerdings nur in Ne, stammt von M. Druyvesteyn²⁾. Sie beziehen sich auf hohe Drücke (bis zu 3,1 Torr) und große Stromdichten; die Ergebnisse sind in Bild 8 als δ eingetragen.

Weitere Messungen mit 2 Langmuir-Sonden in allen 3 Edelgasen hat kürzlich W. Heldt³⁾ ausgeführt. Das von ihm benutzte Rohr hatte eine lichte Weite von 3 cm, eine Länge von 50 cm und besaß in der Mitte 2 gleiche Sonden (Platin 0,5 mm stark), die in einem gegenseitigen Abstände von 5 cm bis zur Rohrmitte hineinragten.

¹⁾ R. Seeliger u. R. Hirschert: Ann. Physik **11** (1931) S. 817.

²⁾ M. Druyvesteyn: Z. Physik **81** (1933) S. 571.

³⁾ Unveröffentlichte Diplomarbeit, im Röhrenlaboratorium der T. H. Berlin angefertigt (1937).

tragung der später noch zu beschreibenden Meßergebnisse.

5. Vergleich mit der Erfahrung.

Es erhebt sich nunmehr die Frage, wieweit die oben errechneten Beziehungen mit den Ergebnissen von Messungen übereinstimmen. Diese Prüfung muß sich sowohl auf die Feldstärke-

Es wurde jeweils bei Stromstärken von etwa 10 mA mit der einen Sonde die vollständige Sondenkennlinie aufgenommen, an der anderen Sonde jedoch jeweils nur die zum Strom O gehörige Spannung ermittelt. Aus diesen Messungen folgen dann zusammengehörige Werte von T und \mathcal{E}/p . Diese Wertepaare sind als \times in die Bilder 7 \cdots 9 eingezeichnet. Alle bisher genannten Messungen sind im Plasma der positiven Säule ausgeführt.

Wie man sieht, passen sich alle gemessenen Wertepaare von \mathcal{E}/p und T mit befriedigender Genauigkeit, d. h. innerhalb der Fehlergrenzen der Messungen — die eingezeichneten Punkte von R. Seeliger und R. Hirschert sind einer bereits gemittelten Kurve entnommen — dem durch die Theorie geforderten Verlauf an. Die Streuung der Meßpunkte würde vorerst auch eine weitere Steigerung der Genauigkeit bei der Durchführung der Rechnung etwa durch Mitberücksichtigung quadratischer oder höherer Glieder bei der Entwicklung für $\eta \cdot Q = f(U)$ gemäß Bild 5 als nicht lohnend erscheinen lassen. Man erkennt übrigens bereits, in welcher Richtung eine derartige Korrektur die Ergebnisse beeinflussen würde: bei Ar z. B. müßte sich wegen des Ausbiegens der $\eta \cdot Q$ -Kurve in der Nähe der Anregungsspannung eine beträchtliche Verminderung der \mathcal{E}/p -Werte ergeben, die sicher die Abweichung der Heldtschen Meßpunkte um nahezu den Faktor 2 nach unten erklären könnte. Aus demselben Grunde ist auch bei Ne, wo der lineare Ansatz für $\eta \cdot Q$ am besten zutrifft, die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung am einwandfreiesten, die durch Messungen dreier verschiedener Autoren in einem recht großen Temperaturbereich belegt ist.

Abgesehen von den bisher besprochenen Messungen an positiven Säulen bietet sich eine weitere Möglichkeit zur experimentellen Prüfung der Theorie in der Auswertung von Messungen, die schon vor längerer Zeit von J. S. Townsend¹⁾ und seinen Schülern nach einem eigens für die Untersuchung der Bewegung von Elektronen in Gasen ausgearbeiteten Meßverfahren ausgeführt worden sind. Die Messungen erstrecken sich auf hohe Gasdrucke und sehr kleine Stromdichten, weswegen ein Vergleich mit unserer Rechnung besonders interessant erscheint. Die Elektronentemperatur wird bei J. S. Townsend aus der Diffusionsverbreiterung eines in einem konstanten elektrischen Feld verlaufenden schwachen Elektronenstrahles ermittelt. Die theoretischen Grundlagen dieser Methodik sind von J. S. Townsend, H. T. Tizard und J. H. Mackie²⁾ entwickelt worden. Die Ergebnisse der Messungen sind in die Bilder 7 \cdots 9 als \vee mit eingezeichnet. Wie man sieht, liegen die Townsendschen Meßpunkte fast alle unterhalb unserer berechneten Kurve, ergeben also einen zu kleinen \mathcal{E}/p -Wert. Der Grund für diese Abweichung ist vermutlich der folgende: Wir waren bei der Ableitung unserer sämtlichen Formeln von dem Vorhandensein einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung ausgegangen. Diese Voraussetzung ist sicher in der positiven Säule erfüllt, auf die sich die Messungen von R. Seeliger u. R. Hirschert, M. Druyvesteyn und W. Heldt beziehen. Als Beweis hierfür kann man die Geradlinigkeit der halblogarithmischen Sondenkennlinien betrachten. Sie ist aber wahrscheinlich nicht im entferntesten erfüllt im Fall der von J. S. Townsend untersuchten diffundierenden Elektronenströmung, und zwar liegt der Grund für diese Verschiedenheit in der unterschiedlichen Trägerdichte: In der Säule

¹⁾ J. S. Townsend: J. Franklin Inst. **200** (1925) S. 563.

²⁾ J. S. Townsend u. H. T. Tizard: Proc. Roy. Soc. Lond. A **88** (1913) S. 336 und J. H. Mackie: ebenda **90** (1914) S. 69.

ist die Trägerdichte groß genug, um mit Hilfe der Mikrofelder die Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeit nicht nur herzustellen, sondern auch gegen allerlei störende Einwirkungen wie Energieabgabe durch anregende und ionisierende Stöße aufrechtzuerhalten. Im Townsend-Falle dagegen handelt es sich ausnahmslos stets um lichtelektrisch ausgelöste Elektronenströme, so daß die Elektronendichte zu klein sein dürfte, um eine Stabilisierung der Maxwell-Verteilung durch Mikrofelder zu bewirken.

Im Extremfall wird man demnach mit einer einheitlichen ungeordneten Geschwindigkeit v_0 rechnen müssen, und die Temperaturdefinition aus $m/2 \cdot v_0^2 = 3/2 kT$ hätte dann nur noch eine rein formale Bedeutung. Man wird demgemäß erwarten, daß in diesem Falle alles so verläuft, als brauche man nur mit elastischen Energieverlusten zu rechnen. Unelastische Stöße kämen erst für eine so hohe „Temperatur“ in Frage, daß ihr Voltäquivalent ($7700^\circ \text{K} \approx 1 \text{V}$) gerade gleich der kleinsten Anregungsspannung ist, also von etwa 10^6 °K an.

Unter diesen Verhältnissen errechnet sich die Beziehung zwischen \mathcal{E}/p und T folgendermaßen in einfachster Weise aus der Energiebilanz der Elektronen: Jedes Elektron gewinnt in der Zeiteinheit die Energie $\mathcal{E} \cdot e \cdot u = \frac{e^2 \cdot \lambda}{m \cdot v} \cdot \mathcal{E}^2$, und es verliert durch $\frac{v}{\lambda}$ elastische Stöße die Energie $\frac{v}{\lambda} \cdot \kappa_e \cdot \frac{m}{2} v^2$. Aus der Gleichsetzung beider Größen und nach Einführung des Verlaufes des Wirkungsquerschnitts $Q(v)$ ergibt sich dann \mathcal{E}/p als Funktion von v bzw. T . Diese Kurve ist gestrichelt in die Bilder 7 ··· 9 eingezeichnet. Nunmehr ergibt sich folgender Sachverhalt: Die Townsendschen Meßpunkte liegen bei He und Ne für kleine Elektronentemperaturen T auf dieser neuen Kurve. Je höher jedoch T wird, desto mehr weichen die Meßpunkte nach oben hin ab, nähern sich also der auf unelastische Stoßverluste bezogenen Kurve. In Ar liegen die Meßpunkte wesentlich tiefer als der „elastischen“ Kurve entspricht. Das ist unverstänlich, denn Fehlerquellen in der Messung, wie etwa Verunreinigung des Ar, dürften sich nur in umgekehrtem Sinne äußern, d. h. einen höheren \mathcal{E}/p -Wert ergeben! Immerhin zeigt auch Ar sehr schön das Umbiegen nach oben bei höheren Elektronentemperaturen.

Man wird die Annäherung an die „unelastische“ Kurve bei steigender Temperatur wohl ungezwungen damit erklären können, daß in jedem Falle eine endliche Verteilungsbreite vorhanden ist, die bei genügend erhöhter Temperatur schließlich doch noch unelastische Stöße in merklicher Anzahl zuläßt und damit einen größeren \mathcal{E}/p -Wert verlangt.

Grundsätzlich gelten nun die gleichen Überlegungen für die Nachprüfung der Formel für die Fortschrittggeschwindigkeit der Elektronen. Hier sind leider Messungen im Plasma überhaupt nicht vorhanden, wohl aber hat J. S. Townsend¹⁾ mit der gleichen Apparatur, die zur Messung der Diffusionsverbreiterung von Elektronen und damit ihrer Temperatur diente, auch die geordnete Geschwindigkeit der Elektronen in Feldrichtung gemessen, indem er die Ablenkung des diffundierenden Elektronenbündels in einem senkrecht zur Feldrichtung verlaufenden Magnetfeld maß.

Die Townsendschen Meßergebnisse sind in die Bilder 10 ··· 12 mit eingezeichnet (mit v bezeichnet). Wie man sieht, weichen auch hier wieder die gemessenen Werte in eindeutigen Sinne von den errechneten ab, und zwar in der Weise, daß die

¹⁾ J. S. Townsend: a. a. O.

Messungen stets kleinere Geschwindigkeitswerte in Feldrichtung ergeben als die Rechnung.

Die Erklärung für diese Abweichungen liefert auch hier wieder der Einwand, daß es sich bei Townsend nicht um eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung handeln konnte, da die Trägerstromdichten und damit auch die Mikrofelder zu klein waren. Nimmt man demgegenüber, wie oben, eine einheitliche Geschwindigkeit v an, so kann man in folgender Weise einen Ausdruck für die Geschwindigkeit u in Feldrichtung ableiten:

Es gilt zunächst die Gleichung $u = \frac{e \cdot \lambda_1}{m \cdot v} \cdot \frac{\mathcal{E}}{p}$; ferner die Energiebilanz für rein elastische Stöße:

$$e \cdot \frac{\mathcal{E}}{p} \cdot u = \frac{v}{\lambda_1} \cdot \kappa_e \cdot \frac{m}{2} v^2.$$

Dazu tritt als dritte Gleichung wieder die Abhängigkeit der freien Weglänge von der Geschwindigkeit $\lambda_1 = \lambda_1(v)$. Eliminiert man λ_1 und v aus diesen 3 Gleichungen, so bleibt die gesuchte Beziehung zwischen u und \mathcal{E}/p übrig.

Für Ne wird dann schließlich nach Einsetzen der Zahlenwerte:

$$u = 9,5 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{\mathcal{E}/p}{\sqrt{\text{V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})}} \right)^{0,4} \text{ cm/s},$$

für Ar:

$$u = 4,7 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{\mathcal{E}/p}{\sqrt{\text{V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})}} \right)^{0,25} \text{ cm/s},$$

während der Ausdruck für He auf eine transzendente Gleichung führt, die leicht graphisch zu behandeln ist. Die den 3 Gasen entsprechenden Kurven $u = f(\mathcal{E}/p)$ sind gestrichelt in die Bilder 10 · · · 12 mit eingezeichnet.

Die nähere Betrachtung der Bilder zeigt folgendes: bei He (Bild 10) liegen die Meßpunkte zwischen beiden Kurven, die in diesem Falle allerdings einander so nahe liegen, daß ein systematischer Gang der Messung nicht in Erscheinung treten kann. Bei Ne und Ar hingegen (Bilder 11 u. 12) folgen für kleine \mathcal{E}/p -Werte (etwa für $\mathcal{E}/p < 0,7 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$) die Meßpunkte den in halblogarithmischer Aufzeichnung geradlinigen Kurven, die dem Falle einheitlicher Elektronengeschwindigkeit entsprechen. Bei zunehmender Feldstärke steigt hingegen die Geschwindigkeit stärker als diesen Kurven entspricht und nähert sich schließlich der „unelastischen“ Kurve.

Die Erklärung hierfür dürfte wieder in derselben Richtung liegen, wie wir sie oben bei der Diskussion der Temperaturmessungen gegeben haben: Infolge endlicher Verteilungsbreite ¹⁾ der Elektronengeschwindigkeit treten schon bei relativ niedriger Temperatur, also auch geringen \mathcal{E}/p -Werten, anregende Stöße auf, die bei demselben \mathcal{E}/p die Temperatur, d. h. also die ungeordnete Geschwindigkeit v der Elektronen herabsetzen, und da $u = \frac{e \cdot \lambda_1}{m \cdot v} \cdot \frac{\mathcal{E}}{p}$ ist, die Fortschrittgsgeschwindigkeit u dementsprechend erhöhen.

Herrn M. Steenbeck danke ich für fruchtbare Diskussionen.

Zusammenfassung.

Es wird unter Zugrundelegung der Maier-Leibnitzschen Ausbeutemessungen für Elektronenstöße in den 3 Edelgasen He, Ne und Ar und der Ramsauerschen Messungen des Wirkungsquerschnittes die Energie berechnet, die bei einer vorgegebenen

¹⁾ Die Geschwindigkeitsverteilung in Ne hat für diesen Fall M. Druyvesteyn, *Physica* 4 (1937) S. 464, berechnet.

Elektronentemperatur in der Zeiteinheit von einem Elektron auf das Gas übertragen wird. Dabei ist Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeit vorausgesetzt.

Aus der Energiebilanz läßt sich dann weiterhin sowohl die Feldstärke berechnen, die zur Aufrechterhaltung einer bestimmten Elektronentemperatur erforderlich ist, als auch die Fortschritungsgeschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Feldstärke.

Beide Beziehungen werden mit Messungen verglichen. Dabei zeigt sich bezüglich der Feldstärke-Temperatur-Abhängigkeit eine gute Übereinstimmung mit Messungen, die am Edelgasplasma (positive Säule) ausgeführt wurden.

Messungen an diffundierenden Elektronenstrahlen hingegen zeigen Abweichungen, die sich zwanglos und zum Teil quantitativ durch die Annahme erklären lassen, daß hier infolge der zu kleinen Mikrofelder die Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten nicht hergestellt werden kann.

Die Beziehung zwischen Fortschritungsgeschwindigkeit und Feldstärke konnte ebenfalls nur im Falle nicht vorhandener Maxwell-Verteilung geprüft werden und führt dann ebenfalls zu einer zum Teil quantitativen Übereinstimmung mit der Erfahrung.

Die Frequenzabhängigkeit des Schrotrreffektes im Falle sehr starker Gegenspannungen.

Von Eberhard Spenke.

Mit 9 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Februar 1938.

I. Einleitung.

Die Frequenzabhängigkeit des Schrotrreffektes bildete bereits das Thema einer früheren Arbeit¹⁾, in der die von W. Schottky gegebenen allgemeinen Gesichtspunkte für die Behandlung dieser Frage zusammengestellt und auf den Fall hoher positiver Beschleunigungsspannungen angewendet wurden. Es ergab sich ein ziemlich steiler Abfall der Schrotamplitude mit der Frequenz, der bei Laufzeitwinkeln $\omega t_u \approx 1$ einsetzte und bei $\omega t_u = 2\pi$ die Rauschamplitude schon auf ungefähr $1/3$ ihres Normalwertes für „tiefe“ Frequenzen herabgedrückt hatte. Es scheint uns nun angebracht, darauf hinzuweisen, daß diese Verminderung des Schrotrreffektes mit wachsender Frequenz keineswegs eine in allen Spannungsgebieten durchgängig auftretende Erscheinung ist, sondern daß sich in einem anderen Extremfall, nämlich in dem der sehr starken Gegenspannungen, eine anfänglich erhebliche Vermehrung des Rauschens mit wachsender Frequenz herausstellt, auf die erst bei weiterer Frequenzsteigerung ein Wiederabfall folgt. Diese auffällige Erscheinung findet ihre physikalische Erklärung in folgenden Umständen. Der größte Teil der aus der Kathode austretenden Elektronenemission kann infolge der starken Gegenspannung die Anode nicht erreichen, trägt also konvektiv zum Anodenstrom nichts bei. Dagegen induzieren diese zur Umkehr gezwungenen „Rückerlektronen“ auf ihrem Hinflug zur Anode einen kurzen Plus-Stromstoß, dem auf dem Rückflug ein vollkommen ähnlicher, nur zeitlich umgekehrt verlaufender Minus-Stromstoß folgt. Da nun bei einer Analysierfrequenz, die der doppelten Laufzeit entspricht, der Minus-Stromstoß gerade eine halbe Periode später erfolgt als der Plus-Stromstoß, verstärken sich beide Wirkungen („Resonanzeffekt“), in striktem Gegensatz zu dem Fall der langen Perioden (tiefen Frequenzen), wo die Plus- und Minus-Wirkungen eines Rückerlektrons sich gegenseitig aufheben²⁾. Bei tiefen Frequenzen tragen also die Rückerlektronen zum Schrotrreffekt im Falle starker Gegenspannungen gar nichts bei. Der Schrotrreffekt wird von den wenigen Transelektronen allein hervorgebracht.

¹⁾ E. Spenke: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 3 (1937) S. 127. Wird im folgenden unter Frequenzabhängigkeit I zitiert.

²⁾ W. Schottky: Wiss. Veröff. Siemens **XVI**, 2 (1937) S. 4 oben und S. 7 unten.

Steigert man jedoch die Analysierfrequenz, so wird auch die große Menge der Rückelektronen wirksam, und zwar infolge des geschilderten „Resonanzeffektes“ in besonders starkem Maße. Dieses Zusammenwirken von „Resonanzeffekt“ und „Mengen-effekt“ führt dann zu außerordentlich starken Rauscheffekten, so daß sich mit steigender Frequenz eine beträchtliche Zunahme des mittleren Schwankungsquadrates ergibt.

Bevor wir auf Einzelheiten des mathematischen Ansatzes eingehen und einen Überblick über seine Durchführung geben, wollen wir von vornherein betonen, daß die ganze Frage nicht so sehr vom unmittelbar praktischen Standpunkt aus interessiert, sondern mehr von prinzipieller Bedeutung ist. Deshalb werden wir uns auch damit begnügen, das Ansteigen des Rauschens mit der Frequenz wirklich einwandfrei nur für solche Anordnungen nachzuweisen, die in manchen Punkten erheblich von den in der Praxis der Verstärkerröhren vorliegenden Verhältnissen abweichen. Unmittelbare Bedeutung für die Praxis hat sowieso weder das Gebiet der hohen Beschleunigungs- noch das der starken Gegenspannungen, sondern im wesentlichen nur das Raumladegebiet, dessen Behandlung aber für höhere Frequenzen außerordentlich kompliziert wird.

II. Die Rauschteile der Trans- und der Rückelektronen.

In einer früheren Arbeit¹⁾ wurde die Frage nach der Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes erstmalig auch für solche Frequenzen angeschnitten, die mit der reziproken Laufzeit der Elektronen vergleichbar sind. Ihre Beantwortung führt im allgemeinen auf recht verwickelte Untersuchungen, außer wenn die Bewegung eines einzelnen Elektrons in der Entladungsstrecke als praktisch unabhängiger Einzelvorgang betrachtet werden darf. Dieser Fall ist mit Sicherheit verwirklicht, wenn der Potentialverlauf zwischen Kathode und Anode nicht mehr wesentlich von der Raumladung der Elektronen beeinflußt wird, so daß er z. B. in einer ebenen Anordnung linear ist. Solche Verhältnisse liegen zunächst einmal bei Anodenspannungen vor, die groß gegen die Sättigungsspannung sind; die Elektronen durchfliegen dann nämlich unter der Wirkung des starken Beschleunigungsfeldes den Entladungsraum zu schnell, um erheblich als Raumladung wirken zu können. Dieser Fall wurde in der zitierten früheren Arbeit behandelt. Jetzt soll uns der andere Extremfall beschäftigen, in dem an der Anode eine außerordentlich starke Gegenspannung U liegt. Hier sind es nicht wie eben die zu großen Elektronengeschwindigkeiten, sondern die zu kleinen Stromdichten im Entladungsraum, die eine nennenswerte Raumladungswirkung verhindern. Eine genauere Diskussion des Potentialverlaufs auf Grund einer Reihe von Arbeiten²⁾, die den stationären Stromübergang in einer ebenen Diode mit Berücksichtigung der Maxwell'schen Verteilung der Elektronen-Anfangsgeschwindigkeiten behandeln, liefert für die erforderliche Größe der in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T gemessenen Gegenspannung

$$\eta = \frac{eU}{kT} \gg 3,5 e^{+1/2 \eta_{\text{Anlauf}}}, \quad (1)$$

¹⁾ Frequenzabhängigkeit I.

²⁾ P. S. Epstein: Ber. dtsh. physik. Ges. **21** (1919) S. 85. — T. Fry: Physic. Rev. **17** (1921) S. 441. — R. Gans: Ann. Physik (4) **69** (1922) S. 385; **70** (1923) S. 625. Hier namentlich auch eine Behandlung des Anlauf- und des Sättigungsgebietes, auf die es im vorliegenden Zusammenhang gerade ankommt. — I. Langmuir: Physic. Rev. **21** (1923) S. 419.

wobei η_{Anlauf} die ebenfalls in kT/e gemessene Grenzspannung zwischen Anlauf- und Raumladegebiet ist. Unter dieser Bedingung¹⁾ ist der Potentialverlauf zwischen Kathode und Anode wieder mit großer Annäherung linear (s. Bild 1), und der von einem Elektron hervorgerufene Stromstoß kann wieder als praktisch unabhängiger Einzeltvorgang aufgefaßt werden. Deshalb erfolgt die Berechnung des Schrotspektrums am besten nach der Methode der Fourier-Zerlegung des Einzelstoßes²⁾, die darin besteht, daß zunächst das Spektrum des von einem einzelnen Elektron hervorgerufenen Stromstoßes ermittelt und sein Amplitudenquadrat gebildet wird. Das mittlere Amplitudenquadrat der gesamten Emission ergibt sich dann durch quadratische Superposition der Amplitudenquadrate der Einzelstöße. Bei Durchführung dieses Verfahrens müssen wir zwischen Trans- und Rückelektronen unterscheiden.

a) Transelektronen.

Zur Ermittlung des von den Transelektronen gelieferten Amplitudenquadrates brauchen keine neuen Rechnungen angestellt zu werden. Durch folgende Überlegungen kann nämlich in bezug auf die Transelektronen der vorliegende Fall der

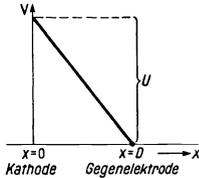


Bild 1. Potentialverlauf zwischen Kathode und Gegenelektrode im Falle starker Gegenspannungen.

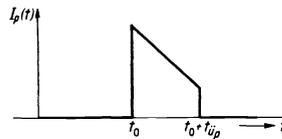


Bild 2. Zeitlicher Verlauf eines Stromstoßes eines Transelektrons im Falle starker Gegenspannungen.

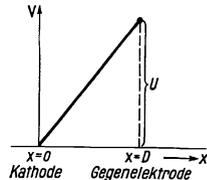


Bild 3. Potentialverlauf zwischen Kathode und Gegenelektrode im Falle hoher positiver Beschleunigungsspannungen.

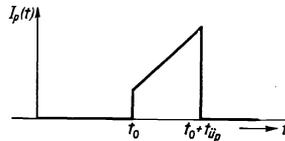


Bild 4. Zeitlicher Verlauf eines Stromstoßes eines Elektrons im Falle hoher positiver Beschleunigungsspannungen.

starken Gegenspannungen auf den schon früher behandelten³⁾ Fall der hohen Beschleunigungsspannungen zurückgeführt werden. Der von einem Transelektron beim Anlauf gegen das negative Anodenpotential (s. Bild 1) gelieferte Stromstoß ist in Bild 2 dargestellt⁴⁾. Wir denken uns jetzt dieselbe Spannung η an die Strecke

¹⁾ Für $\eta_{\text{Anlauf}} \leq 2,5$ könnte die Bedingung (1) noch gemildert werden. Es braucht dort nur $\eta \gg 4 \eta_{\text{Anlauf}}$ gefordert zu werden. Übrigens lautet die Bedingung für Gradlinigkeit des Potentialverlaufs bei hohen positiven Anodenspannungen $\eta \gg 1,47 \eta_{\text{Sättig}}$. Sie ist also in gewissem Sinne viel milder als (1). Das erklärt sich daraus, daß im Falle der hohen Beschleunigungsspannungen die Rückelektronen mit ihren langsamen Geschwindigkeiten und ihrer infolge dessen großen Raumladungswirkung fehlen.

²⁾ Frequenzabhängigkeit I, Abschnitt IV.

³⁾ Frequenzabhängigkeit I.

⁴⁾ Bezüglich der Einzelheiten — lineare Abhängigkeit des Stromes von der Zeit usw. — verweisen wir auf die entsprechenden Ausführungen in Frequenzabhängigkeit I, namentlich S. 128.

Kathode—Anode gelegt wie in Bild 1, aber umgepolt als positive Beschleunigungsspannung. Die Emissionsverhältnisse mögen so liegen, daß der dann entstehende Potentialanstieg ebenfalls linear verläuft (Bild 3). Aus der gesamten Emission der Kathode läßt sich jetzt ein Elektron herausgreifen, das die Kathode mit derselben Geschwindigkeit verläßt, mit der im Falle der Gegenspannung das eingangs betrachtete Elektron an der Anode ankam. Der von diesem Elektron gelieferte Stromstoß hat dann einen zeitlichen Verlauf (Bild 4), der aus Bild 2 einfach durch Umkehr des Zeitsinnes hervorgeht. Diese Umkehr des Zeitsinnes wirkt in den Fourier-Entwicklungen der durch Bild 2 und 4 dargestellten Vorgänge nur auf die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Fourier-Komponenten, während die Amplituden und damit auch die Amplitudenquadrate in beiden Fällen dieselben sind. Weiter zeigen die Ankunftsgeschwindigkeiten der Transelektronen im Falle der Gegenspannung η (Bild 1 und 2) ebenso eine Maxwell-Verteilung wie die Startgeschwindigkeiten der Elektronen im Falle der positiven Beschleunigungsspannung η (Bild 3 und 4). Die einzelnen Trapezformen (Bild 2 bzw. 4) sind also in beiden Fällen mit derselben

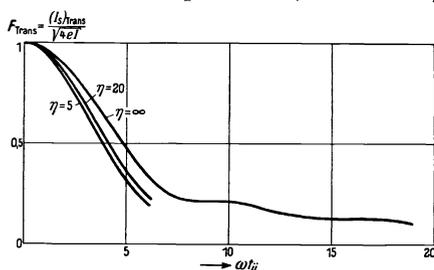


Bild 5. Die von den Transelektronen hervorgebrachte mittlere Rauschamplitude. (Bezogen auf $\sqrt{4eI}$, I = Anodenstrom.)

den Anodenstrom bedeutet, das andere Mal durch Division mit $\sqrt{4eS}$ (S = Sättigungsstrom) —, so fallen auch noch die absoluten Unterschiede zwischen den beiden Fällen weg. Damit ist die Berechnung von F_{Trans}^2 vollständig auf den früher behandelten¹⁾ Fall der positiven Beschleunigungsspannung η zurückgeführt, und wir können bezüglich der Ergebnisse auf das dortige¹⁾ Bild 5 verweisen. Wir bringen es hier etwas vervollständigt und mit entsprechend abgeänderten Bezeichnungen noch einmal als Bild 5.

b) Rückelektronen.

Viel wichtiger als die Transelektronen sind im Falle der starken Gegenspannungen natürlich die unter diesen Bedingungen erheblich zahlreicheren Rückelektronen, bei denen die früher ausführlicher¹⁾ und eingangs dieses Abschnitts noch einmal kurz gekennzeichnete Methode der Fourier-Zerlegung des Einzelstoßes Schritt für Schritt durchgeführt werden muß. Ein Bezugnehmen auf schon Bekanntes wie bei den Transelektronen ist hier nicht möglich; im Gegenteil ist der Fall der starken Gegenspannungen eigentlich gerade deshalb aufgegriffen worden, weil er als Schulbeispiel für die Behandlung der neuen Rückelektroneneffekte dienen kann.

¹⁾ Siehe Frequenzabhängigkeit I.

Die Bewegung eines Rückelektrons in dem Gegenfeld zwischen Kathode und Anode entspricht der eines schweren Körpers beim „Wurf senkrecht nach oben mit der Anfangsgeschwindigkeit v_{0p} “. Infolge der konstanten negativen Beschleunigung $-\frac{eU}{mD}$ nimmt die Geschwindigkeit des Elektrons linear mit der Zeit ab, wird im Umkehrpunkt 0 und erhält auf dem Rückweg zur Kathode negative Werte. Beim Wiederauftreffen auf die Kathode hat das Elektron die Geschwindigkeit $-v_{0p}$. Der durch das bewegte Elektron induzierte Strom ist der Geschwindigkeit proportional¹⁾. Der Proportionalitätsfaktor beträgt speziell im Falle der ebenen Elektrodenanordnung e/D , wobei D den Plattenabstand bedeutet. Der von einem Rückelektron mit der Anfangsgeschwindigkeit v_{0p} gelieferte Stromstoß zeigt also folgenden zeitlichen Verlauf (s. Bild 6).

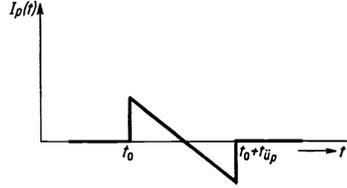


Bild 6. Zeitlicher Verlauf eines Stromstoßes eines Rückelektrons.

$$I_p(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{für } -\infty < t < t_0 \\ e \frac{1}{D} \left(v_{0p} - \frac{eU}{mD} (t - t_0) \right) & \text{für } t_0 < t < t_0 + t_{\ddot{u}_p} \\ 0 & \text{für } t_0 + t_{\ddot{u}_p} < t < +\infty \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Dieser Stromstoß soll durch eine Fourier-Reihe mit einer sehr großen, aber vorläufig noch endlichen Grundperiode \mathfrak{T} dargestellt werden:

$$I_p(t) = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=\infty} \left\{ A_{p\alpha} \cos\left(\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \alpha t\right) + B_{p\alpha} \sin\left(\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \alpha t\right) \right\}. \quad (3)$$

Für die Koeffizienten sind dann bekanntlich folgende Werte einzusetzen:

$$A_{p\alpha} = \frac{2}{\mathfrak{T}} \int_{t=0}^{\mathfrak{T}} I_p(t) \cos\left(\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \alpha t\right) dt, \quad B_{p\alpha} = \frac{2}{\mathfrak{T}} \int_{t=0}^{\mathfrak{T}} I_p(t) \sin\left(\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \alpha t\right) dt,$$

oder, indem wir die Analysierfrequenz $\frac{2\pi}{\mathfrak{T}} \alpha$ mit ω bezeichnen,

$$A_p(\omega) = \frac{2}{\mathfrak{T}} \int_{t=0}^{\mathfrak{T}} I_p(t) \cos(\omega t) dt, \quad B_p(\omega) = \frac{2}{\mathfrak{T}} \int_{t=0}^{\mathfrak{T}} I_p(t) \sin(\omega t) dt. \quad (4)$$

Die Werte von $A_p(\omega)$ und $B_p(\omega)$ können kein selbständiges Interesse beanspruchen, gefragt ist vielmehr nach dem Amplitudenquadrat der Frequenz ω

$$C_p^2(\omega) = A_p^2(\omega) + B_p^2(\omega), \quad (5)$$

für das sich durch Einsetzen von (2) in (4) und Durchführung der Integrationen

$$C_p^2(\omega) = \frac{4}{\mathfrak{T}^2} e^2 \cdot 256 \cdot \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right)^2 \cdot h(\omega t_{\ddot{u}_p}) \quad (6)$$

mit

$$h(\omega t_{\ddot{u}_p}) = \left[\frac{\sin\left(\frac{1}{2} \omega t_{\ddot{u}_p}\right) - \frac{1}{2} \omega t_{\ddot{u}_p} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \omega t_{\ddot{u}_p}\right)}{(\omega t_{\ddot{u}_p})^2} \right]^2 \quad (7)$$

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen I, Berlin (1932) S. 150.

ergibt. Hierbei ist $t_{\dot{u}_p}$ die gesamte Flugzeit¹⁾ eines Rückelektrons, das die in Energieeinheiten kT gemessene Anfangsenergie

$$\eta_{0p} = \frac{m v_p^2}{2 k T} \quad (8)$$

beim Austritt aus der Kathode hat. $t_{\dot{u}_p}$ beziehen wir wegen der bei den Transelektronen festgestellten Zusammenhänge am besten auf die Übergangsdauer

$$t_{\dot{u}} = 2 \frac{D}{v_{0\text{therm}}} \frac{1}{\eta} (\sqrt{1 + \eta} - 1) \quad (9)$$

von solchen Transelektronen, die mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit

$$v_{0\text{therm}} = \sqrt{\frac{2 k T}{m}} \quad (10)$$

an der Anode ankommen. Der Zusammenhang zwischen $t_{\dot{u}_p}$ und $t_{\dot{u}}$ lautet dann

$$t_{\dot{u}_p} = 2 \sqrt{\frac{\eta_{0p}}{\eta}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\eta}} - \sqrt{\frac{1}{\eta}}} t_{\dot{u}}. \quad (11)$$

In Bild 7 ist der Verlauf von $h(\omega t_{\dot{u}_p})$ und damit nach (6) auch der des quadratischen Fourier-Spektrums eines Rückelektronenstoßes (s. Bild 6) bis auf einen frequenzunabhängigen Faktor dargestellt. Die ausgeprägten Maxima und die Nullstellen dieses Spektrums waren von vornherein zu erwarten. Denkt man sich nämlich die Frequenzanalyse etwa mit Hilfe eines sehr schwach gedämpften Schwingungskreises veränderbarer Resonanzfrequenz durchgeführt, so ist es bei einem Stoßverlauf, wie ihn Bild 6 zeigt, ohne weiteres anschaulich verständlich, daß zwischen „Meßobjekt“ (Rückelektron) und Meßapparat ausgeprägte Resonanzerscheinungen auftreten müssen, die, wie in der Einleitung schon erwähnt, wesentlich zur starken Wirkung der Rückelektronen bei den höheren Frequenzen des Schrotrreffektes beitragen.

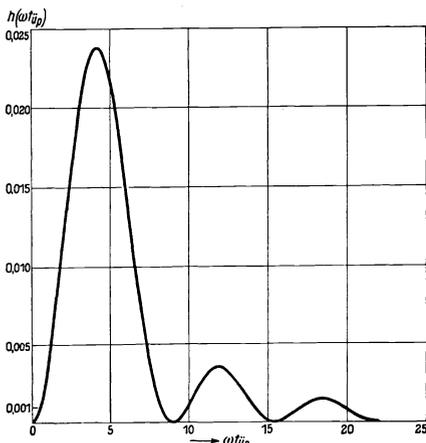


Bild 7. Quadratisches Fourier-Spektrum eines Rückelektronen-Stoßes.

Das mittlere Amplitudenquadrat, das von allen Rückelektronen insgesamt geliefert wird, entsteht wegen der Inkohärenz der Einzelstöße durch Superposition der Amplitudenquadrate (6) der einzelnen Rückelektronen. Diese verteilen sich auf die verschiedenen kinetischen Anfangsenergien η_{0p} gemäß dem bekannten Maxwell'schen Ansatz. So²⁾ ergibt sich für das auf die Frequenzeinheit entfallende mittlere Amplitudenquadrat aller Rückelektronen

$$\overline{(I_S^2)}_{\text{Rück}} = 4 e S \cdot 128 \cdot \int_{\eta_{0p}=0}^{\eta_{0p}=\eta} \left(\frac{\eta_{0p}}{\eta}\right)^2 h(\omega t_{\dot{u}_p}) e^{-\eta_{0p}} d\eta_{0p}. \quad (12)$$

¹⁾ Hin- und Rückflug zusammengenommen!

²⁾ Der Übergang vom Amplitudenquadrat (6) des Einzelstoßes zum gesamten mittleren Amplitudenquadrat (12) je Frequenzeinheit vollzieht sich ganz analog wie im Falle positiver Beschleunigungsspannungen. Wir verweisen bezüglich der Einzelheiten auf Frequenzabhängigkeit I S. 130.

Beziehen wir die mittlere von den Rückelektronen gelieferte Rauschamplitude auf den Standardwert $\sqrt{4eI}$ ($I = Se^{-\eta} = \text{Anodenstrom}$), und führen wir auf diese Weise für die Rückelektronen auch einen F -Faktor

$$F_{\text{Rück}} = \frac{(I_S)_{\text{Rück}}}{\sqrt{4eI}}$$

ein, so erhalten wir aus (12) und (11)

$$F_{\text{Rück}}^2 = e^{+\eta} \cdot 128 \cdot \int_{\alpha=0}^{\alpha=1} \alpha^2 \cdot h \left(\frac{2\omega t_a}{\sqrt{1 + \frac{1}{\eta}} - \sqrt{\frac{1}{\eta}}} \sqrt{\alpha} \right) \cdot e^{-\eta \alpha} \cdot d\alpha, \quad (13)$$

wobei $\alpha = \frac{\eta_{op}}{\eta}$ als neue Integrationsvariable benutzt wird.

Die Gleichungen (12) bzw. (13) wurden numerisch ausgewertet und die Ergebnisse in der Form in Bild 8 dargestellt, daß $\frac{(I_S)_{\text{Rück}}}{\sqrt{4eS}} = F_{\text{Rück}} \cdot e^{-\frac{\eta}{2}}$ als Funktion des

Laufzeitwinkels ωt_a erscheint, während η die Rolle eines Parameters spielt. Die ausgeprägten Resonanzmaxima und die Nullstellen des Spektrums eines Rückelektroneneinzelstoßes (s. Bild 7) werden natürlich durch das Zusammenwirken vieler

Elektronen mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten verwaschen, und zwar wird die Verwaschung um so stärker sein, je größer der Streubereich der Anfangsgeschwindigkeiten der Rückelektronen ist. Da Elektronen die Kathode mindestens mit der kinetischen Anfangsenergie Null verlassen, und da andererseits

Elektronen mit einer kinetischen Anfangsenergie größer als η bereits Transelektronen sind, ist der Streubereich der kinetischen Anfangsenergien der Rückelektronen einfach gleich der angelegten Gegenspannung η . So ist zu erklären, daß die Verwaschung mit steigendem η stark zunimmt. Es bleibt sehr bald nur noch das auch beim Einzelstoß am stärksten ausgebildete erste Maximum erhalten, das sich im übrigen zu immer größeren Laufzeitwinkeln ωt_a verschiebt. Auch dieser Effekt ist verständlich, denn bei größer werdender Gegenspannung η werden die von den Rückelektronen in der Entladung zurückgelegten Wege und damit auch ihre Aufenthaltsdauern $t_{a,p}$ immer kleiner. Nun müssen die Resonanzfrequenzen ω_{res} ungefähr dieselbe Größe haben wie irgendeine reziproke mittlere Aufenthaltsdauer der Rückelektronen. Es gilt also

$$\omega_{\text{res}} \cdot t_{a,p} \text{ mittel} \approx \text{const}$$

oder mit Einführung der üblichen Normalzeit t_a (s. Gl. (11))

$$\omega_{\text{res}} \cdot t_a \approx \text{const} \sqrt{\eta}.$$

Mit wachsendem η ergibt sich also ein Ansteigen des zum Maximum gehörigen Laufzeitwinkels $\omega_{\text{res}} \cdot t_a$.

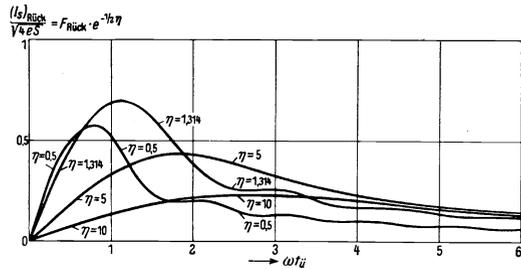


Bild 8. Die von den Rückelektronen hervorgerufene mittlere Rauschamplitude. (Bezogen auf $\sqrt{4eS}$, $S = \text{Sättigungsstrom}$.)

III. Das Gesamtrauschen. Bemerkungen über die Gültigkeitsgrenze der vorgetragenen Rechnungen.

Das gesamte von Trans- und Rückelektroden zusammen gelieferte Rauschen ergibt sich durch quadratische Superposition der Einzelanteile:

$$F_{\text{ges}} = \sqrt{F_{\text{Trans}}^2 + F_{\text{Rück}}^2}. \quad (14)$$

F_{Trans} ist für ein bestimmtes Wertepaar $(\eta, \omega t_u)$ unmittelbar Bild 5 zu entnehmen, $F_{\text{Rück}}$ berechnet sich durch Multiplikation mit $e^{+\eta/2}$ aus den Angaben des Bildes 8. Auf diese Weise ist (14) für $\eta = 5$ und $\eta = 10$ ausgewertet worden. Das Ergebnis zeigt Bild 9. Bei diesen η -Werten ist natürlich schon der Anteil der Rückelektroden fast allein entscheidend. Nur daß die Kurven bei $\omega t_u = 0$ mit $F_{\text{ges}} = 1$ beginnen, ist auf Rechnung der Transelektroden zu setzen; denn bei „tiefen“ Frequenzen liefern die Rückelektroden im vorliegenden Anlaufgebiet gar keinen Beitrag. Im übrigen sieht man, daß der geschilderte Resonanzeffekt der Rückelektroden die F -Werte weit über den Wert 1 hinaustreibt, der dem bei tiefen Frequenzen allein

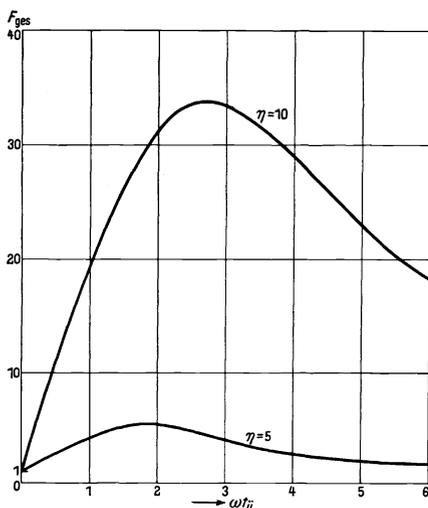


Bild 9. Mittleres lineares Frequenzspektrum des Schrotteffektes (Fall der starken Gegenspannungen).

vorhandenen ungeschwächten Schrotteffekt der Transelektroden entsprechen würde. Wir haben also hier den Fall vor uns, daß die Rauschamplitude mit wachsender Frequenz zunächst stark ansteigt, um erst bei hohen Laufzeitwinkeln allmählich nach Null zu gehen.

Es soll jedoch nicht unterlassen werden, zum Schluß noch einmal nachdrücklich auf die einschränkenden Bedingungen hinzuweisen, unter denen dieses Verhalten des Schrotteffektes wirklich zuverlässig nachgewiesen ist. Die vorgetragenen Rechnungen gelten nur für den Fall so starker Gegenspannungen, daß der Potentialabfall von der Kathode zur Anode geradlinig erfolgt. Die Bedingung dafür lautete nach (1), daß

$$\eta \gg 3,5 e^{+\frac{1}{2}\eta_{\text{Anlauf}}} \quad (1)$$

sein muß. Bei den normalen Werten von Sättigungsstromdichte, Kathodentemperatur und Elektrodenabstand, wie sie Verstärkerröhren mit Metall- bzw. mit Oxydkathoden entsprechen, hat η_{Anlauf} etwa Werte zwischen 7,3 und 11,9. Die Bedingung (1) ist also erst bei sehr hohen Gegenspannungen erfüllt, bei denen zwar außerordentlich hohe F_{ges} -Werte zu erwarten sind, die absoluten Rauscheffekte, die ungefähr durch Bild 8 wiedergegeben werden¹⁾, aber unmeßbar klein werden.

Die Gültigkeit der in Bild 9 dargestellten Ergebnisse ist also auf solche Fälle beschränkt, in denen infolge ungewöhnlich kleiner Sättigungsstromdichten oder un-

¹⁾ weil nämlich das Rauschamplitudenquadrat in Bild 8 auf den von der Gegenspannung η unabhängigen Sättigungsstrom S und nicht auf den Anodenstrom I bezogen ist. Daß in Bild 8 nur der Anteil der Rückelektroden gezeigt wird, hat bei hohen η -Werten natürlich praktisch keine Bedeutung, außer bei den ganz tiefen Frequenzen $\omega t_u \rightarrow 0$.

gewöhnlich kleiner Elektrodenabstände die Grenzspannungen η_{Anlauf} zwischen Anlauf- und Raumladegebiet Werte von ≈ 1 haben. Dann erfüllen nämlich die in Bild 9 benutzten Parameter $\eta = 5$ und $\eta = 10$ schon einigermaßen die Bedingung (1). In diesem Fall ist also das Auftreten von F -Werten, die sehr stark über 1 hinausgehen, vollkommen sichergestellt. Da es uns — wie schon in der Einleitung betont wurde — hauptsächlich auf dieses prinzipielle Ergebnis ankommt, brechen wir hiermit die Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes ab, zumal bei den weiteren Fragestellungen die einem theoretischen Vorgehen erwachsenden Schwierigkeiten sich ganz erheblich steigern, es sei denn, daß dafür ganz neue Gesichtspunkte gefunden würden.

Ich habe den Herren Prof. Dr. W. Schottky und Dr. M. Steenbeck für wertvolle Diskussionen, sowie Herrn cand. ing. W. Fiedler für Unterstützung bei den numerischen Auswertungen zu danken.

Zusammenfassung.

Es wird die Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes für den Fall sehr starker Gegenspannungen an der Anode berechnet. Dieser Fall ist deshalb von Interesse, weil hier die hauptsächlichsten Rauscheffekte von den Rückelektronen hervorgebracht werden. Der von einem Rückelektron erzeugte Stromstoß besteht aus einem beim Hinflug induzierten Plusstoß, dem ein auf dem Rückflug hervorgerufener Minusstoß folgt. Wenn die Analysierfrequenz mit dieser „Stromschwingung“ in Resonanz gerät, ergeben sich sehr starke Rauscheffekte, die zu F -Werten weit über 1 führen. Das Schrotrauschen nimmt also keineswegs unter allen Umständen mit wachsender Frequenz ab, sondern steigt z. B. im Falle stark negativer Anodenspannungen zunächst, um erst bei sehr hohen Laufzeitwinkeln allmählich zu verschwinden. Die vorgetragenen Rechnungen gelten nur für so starke Gegenspannungen, daß der Potentialverlauf nicht mehr wesentlich von der Raumladung durchgebogen wird.

Über den Einfluß einer geringen Ionenemission aus einer Glühkathode auf den Schroteffekt.

Von Eberhard Spenke.

Mit 7 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske AG zu Siemensstadt.

Eingegangen am 23. Februar 1938.

I. Qualitative Beschreibung des Effektes und Abschätzung seiner Größenordnung.

Es ist seit längerem bekannt, daß Pt, W und Mo bei Erhitzung neben der Elektronenemission auch noch eine Emission von Na^+ - und K^+ -Ionen aufweisen, die auf Verunreinigungen zurückzuführen ist¹⁾. In neuerer Zeit wurde festgestellt²⁾, daß W, Mo, Ta und Rh bei höherer Temperatur auch ihre eigenen, einfach positiv geladenen Ionen aussenden. Die Größenordnung der Ionenemission beträgt — soweit darüber Angaben gemacht werden — $10^{-9} \dots 10^{-7}$ A/cm². Die Emission von O_2^- -Ionen wurde bei einem Pt-Draht mit BaO- und SrO-Überzug gefunden³⁾. Schließlich ist bekannt, daß in Elektronenröhren mit Oxydkathoden Oxydschichten verdampfen und sich auf dem Gitter niederschlagen kann, was sich z. B. infolge der dann erniedrigten Austrittsarbeit des Gitters in einer thermischen oder Photoemission von Elektronen äußert. Ein Teil der verdampfenden Atome wird dabei die Kathode möglicherweise als Ionen verlassen.

Bei diesem Stande der Forschung liegt die Vermutung nahe, daß auch aus einer technischen Oxydkathode neben dem Elektronensättigungsstrom eine Anzahl von positiven, unter Umständen auch von negativen Ionen austritt. Vorläufige überschlägige Messungen, bei denen der Anode ein negatives Potential gegen die Oxydkathode erteilt wurde, haben auch tatsächlich Ströme mit Sättigungscharakter von der Größenordnung 10^{-8} A/cm² ergeben, die man vorbehaltlich weiterer Prüfung mit magnetischen Ablenkungsmethoden als eine Emission positiver Ionen ansprechen kann.

¹⁾ Siehe z. B. O. W. Richardson: Emission of Electricity From Hot Bodies. — J. J. Thomson: Cambridge Philos. Proc. **15** (1908) S. 64. — H. A. Barton, G. B. Harnwell u. C. H. Kunsman: Physic. Rev. **27** (1926) S. 739. — Gerhard C. Schmidt hat die Ionenemission einer großen Reihe von Verbindungen bestimmt, die als Verunreinigungen in Frage kommen. Siehe z. B. Ann. Physik **82** (1927) S. 664.

²⁾ W. A. Jenkins: Philos. Mag. **47** (1924) S. 1025. — R. L. Kenworthy: Physic. Rev. **27** (1926) S. 112. — P. K. Mitra: Philos. Mag. **5** (1928) S. 67. — L. P. Smith: Physic. Rev. **35** (1930) S. 381.

³⁾ H. A. Barton: Physic. Rev. **26** (1925) S. 360.

Nun ist bekannt, daß Ionen, die in die Bahn eines raumladungsbegrenzten Elektronenstromes eindringen, auf die Größe dieses raumladungsbegrenzten Stromes einen außerordentlich starken Einfluß haben¹⁾. Das ist auch anschaulich gut verständlich. Wäre nämlich die Aufenthaltsdauer t_I der Ionen in der Raumladung gleich der Aufenthaltsdauer t_E der Elektronen, so würde die Wirkung eines einfach positiven Ions auf die Raumladung — genauer gesagt: auf die Tiefe der Potentialschwelle — dem absoluten Betrage nach ebenso groß wie die eines Elektrons sein, also eine positive Ionenemission S_I einem gleich großen Elektronenstrom den Durchtritt durch die Potentialschwelle gestatten, der sich dem auch ohne Anwesenheit der Ionen vorhandenen Anodenstrom überlagern würde. Da das Verhältnis der Aufenthaltsdauern aber bis auf einen Faktor der Größenordnung 1 gleich der Wurzel aus dem Massenverhältnis ist,

$$\frac{t_I}{t_E} \approx \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \quad (= 205 \text{ für Na}),$$

ruft eine Emission S_I von Na^+ -Ionen einen rund 200mal größeren zusätzlichen Elektronenstrom zur Anode hervor. Entsprechend würde ein Sättigungsstrom S_I von negativen Ionen den Anodenstrom um $\approx S_I \cdot \sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$ verkleinern. Trotz der Größe des Übersetzungsfaktors $\sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$ ist aber die Wirkung von positiven oder negativen Ionen auf den stationären Anodenstrom unter den in Elektronenröhren praktisch vorliegenden Verhältnissen kaum beobachtbar. Setzt man nämlich nach den eingangs angeführten Beobachtungen $S_I \approx 10^{-8} \text{ A/cm}^2$, so kommt man auf Anodenstromänderungen von ungefähr 10^{-6} A/cm^2 , die bei einer Größenordnung von 10^{-2} A/cm^2 des gesamten Anodenstromes nur recht schwer nachzuweisen sein dürften.

Eine positive oder negative Ionenemission der Glühkathode ruft aber neben den bisher allein betrachteten stationären Veränderungen des mittleren Anodenstromes auch noch zusätzliche Schwankungen des Anodenstromes hervor. Die Ionenemission S_I besteht nämlich ähnlich wie der Elektronensättigungsstrom S_E aus einzelnen Elementarladungen $\pm e = \pm 4,774 \cdot 10^{-10} \text{ ESE}$ und zeigt deshalb Schwankungen. Da der Austritt eines Ions aus der Kathodenoberfläche gänzlich unabhängig von dem Austritt der anderen Ionen sein dürfte, sind diese Schwankungen rein statistischer Natur, und es gilt für ihr mittleres Amplitudenquadrat je Frequenzeinheit die bekannte Schroteffektformel

$$4eS_I.$$

Eine Ionenemissionsschwankung ruft aber auf dem üblichen Umwege über die Beeinflussung der Tiefe der Potentialschwelle eine ungefähr um den Faktor $\sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$ vergrößerte Anodenstromschwankung gleichen oder entgegengesetzten Vorzeichens hervor, so daß im Anodenstrom ein mittleres Schwankungsquadrat

$$\approx 4eS_I \cdot \frac{m_I}{m_E}$$

¹⁾ I. Langmuir: Physik. Z. **15** (1914) S. 348. — W. Schottky: Physik. Z. **15** (1914) S. 624. — K. H. Kingdon: Physik. Rev. **21** (1923) S. 408. — Weitere Schrifttumsangaben bei R. Kienzle: Ann. Physik (5) **30** (1937) S. 401. Die quantitative Auswertung der Kienzleschen Versuche dürfte im übrigen wegen der Möglichkeit von Ionen-Reflexionen recht unsicher sein.

je Frequenzeinheit entsteht, das sich dem durch die Raumladung geschwächten Schroteffekt

$$4 e I_E \cdot F^2$$

des Anodenstromes I_E überlagert. Hierbei bedeutet $F (< 1)$ den in früheren Arbeiten¹⁾ eingeführten und berechneten Schwächungsfaktor der Raumladung. Das gesamte mittlere Schwankungsquadrat des Anodenstromes wird also

$$4 e I_E \cdot F^2 + 4 e S_I \cdot \frac{m_I}{m_E} = 4 e I_E \left(F^2 + \frac{S_I}{I_E} \cdot \frac{m_I}{m_E} \right),$$

und man beobachtet demnach beim Vorhandensein einer positiven oder negativen Ionenmission S_I statt des Faktors F eine effektive Größe

$$F_{\text{ges}} \approx \sqrt{F^2 + \frac{S_I}{I_E} \cdot \frac{m_I}{m_E}}.$$

Mit den bereits oben zur Abschätzung benutzten Größenordnungen

$S_I \approx 1 \cdot 10^{-8}$ A/cm², $I_E \approx 1 \cdot 10^{-2}$ A/cm² und $\frac{m_I}{m_E} \approx 4 \cdot 10^4$ für Na⁺-Ionen erhält man

$$F_{\text{ges}} \approx \sqrt{F^2 + 4 \cdot 10^{-2}}.$$

F^2 unterschreitet häufig die Größenordnung 10^{-2} . Das durch die Schrotschwankungen der Ionenmission auf dem Umwege über Raumladungsbeeinflussungen verursachte Anodenstromschwankungsquadrat — kurz das „Kathodenionenrauschen“ — kommt also durchaus in dieselbe Größenordnung wie der raumladungsgeschwächte Schroteffekt und verdient deshalb die gleiche Beachtung und gründliche Bearbeitung wie dieser. Die bisherigen Ausführungen stellen ja nur eine allererste Abschätzung dar, die sich sehr wohl noch um eine Zehnerpotenz nach oben oder unten ändern kann, und die vor allen Dingen keine Auskunft über die Abhängigkeit des Effektes von der Anodenspannung gibt — eine Frage, zu der man zunächst nur sagen kann, daß beim Fehlen einer Potentialschwelle, also im Anlauf- und im Sättigungsgebiet, der Effekt verschwindet, deren genauere Beantwortung aber für eine Beurteilung der Gefährlichkeit des Kathodenionenrauschens wesentlich ist. Bevor wir uns der eingehenden Behandlung dieser Probleme zuwenden, sei betont, daß die korpuskulare Natur des Elektronenstromes für das Kathodenionenrauschen unwesentlich ist. Nehmen wir an, daß die negative Elektrizität die Kathode in Form einer kontinuierlichen, kompressiblen und elektrisch geladenen Flüssigkeit gleichmäßig verläßt, daß daneben aber eine korpuskulare und daher mit statistischen Schwankungen behaftete Ionenmission vorhanden ist, so würde das Kathodenionenrauschen in gleicher Stärke wie unter den tatsächlich vorliegenden Verhältnissen auftreten. Der normale Schroteffekt verschwindet natürlich unter dieser Voraussetzung. Auf ihn kommt es uns im vorliegenden Zusammenhang auch gar nicht an; denn er wird lediglich als Bezugsgröße für das Kathodenionenrauschen verwendet und könnte als solche z. B. durch das thermische Rauschen irgendeines Ohmschen Widerstandes ersetzt werden. Diese gedankliche „Verschmierung“ der Elektronen zu einer kontinuierlichen und die Kathode gleichmäßig verlassenden Flüssigkeit ist also im vorliegenden Zusammenhang völlig berechtigt und erleichtert

¹⁾ H. Rothe u. G. Plato: Die Telefunken-Röhre Heft 7 (1936) S. 92. — W. Schottky: Wiss. Veröff. Siemens XVI, 2 (1937) S. 1. Wird im folgenden zitiert unter Raumladungsschwächung I. — E. Spenke: Wiss. Veröff. Siemens XVI, 2 (1937) S. 19. Wird im folgenden zitiert unter Raumladungsschwächung II.

hier wie auch in manchen anderen Fällen die mathematische Behandlung der Erscheinung. Sie bringt aber wie jede derartige in Wirklichkeit nicht zutreffende Arbeitshypothese die Gefahr mit sich, daß sie zu einer Gewohnheit erstarrt und bei etwaigen Erweiterungen der Theorie, wo sie unzulässig wird, trotzdem mit übernommen wird und zu Fehlern führt. Deshalb skizzieren wir zum Abschluß dieses einleitenden Abschnittes I noch kurz das in Wirklichkeit zutreffende Bild des Kathodenionenrauschens.

Ein aus zahlreichen Elektronen bestehender Ladungshagel verläßt die Kathode, staut sich in der Gegend der Potentialschwelle etwas auf und fließt dann immer schneller zur Anode hin ab. Sehr viel seltener tritt aus der Kathodenoberfläche auch ein beispielsweise positives Ion, das sich infolge seiner größeren Masse viel langsamer als die Elektronen durch die Entladung bewegt. Es hebt während einer Zeit, die also verhältnismäßig lang ist, in seiner Umgebung die Potentialschwelle um einen gewissen Betrag und gestattet deshalb solchen Elektronen, die ohne die Anwesenheit des Ions die Schwelle nicht passieren könnten, den Übergang zur Anode. Da die Elektronen zum Durchtritt durch die Schwelle sehr viel weniger Zeit als das langsame Ion brauchen, macht eine große Anzahl von ihnen rasch hintereinander von der gebotenen Möglichkeit Gebrauch. Die von diesen einzelnen Elektronen getragenen Ströme sind für „tiefe“ Frequenzen (klein gegen den reziproken Wert der Ionenaufenthaltsdauer) zwecks Berechnung der Rauschamplitude linear zu superponieren; der Übergang dieser zusätzlichen Elektronen ist ja nicht auf voneinander unabhängige Elementarereignisse zurückzuführen wie beim reinen Schroteffekt, sondern durch ein und dieselbe Ursache, nämlich die Anwesenheit des Ions, bedingt. So kommt es zustande, daß ein Ion, das mit seiner eigenen Ladung nur einen kleinen Anodenstromstoß hervorrufen kann — wenn es überhaupt bis zur Anode gelangt — durch die Auslösung eines im Zeitintegral großen Elektronenstromstoßes eine starke Wirkung hervorruft.

II. Allgemeine Grundlagen einer Theorie des Kathodenionenrauschens.

Wir machen in diesem Abschnitt die Voraussetzung, daß für die Strecke Kathode—Schwelle der „ebene Fall“ angesetzt werden darf. Es kommt dann nur auf die Anfangsgeschwindigkeitskomponenten der Ionen senkrecht zur Kathodenoberfläche Q an. Diese Komponenten werden im folgenden abkürzend einfach mit „Ionenanfangsgeschwindigkeit u_0 “ bezeichnet. Die kinetische Anfangsenergie der Ionen ist also $\frac{m_I u_0^2}{2}$. Sie wird im folgenden zweckmäßigerweise in Energieeinheiten kT gemessen:

$$\eta_0 = \frac{m_I \cdot u_0^2}{2kT}.$$

Hierbei ist $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$ erg/Grad die Boltzmannsche Konstante und T die absolute Temperatur der Kathode. Der Anteil der aus der Kathode austretenden Ionenemission

$$S_I = Q \cdot s_I, \quad (1)$$

der auf das Anfangsgeschwindigkeitsintervall

$$u_{0_e} < u_0 < u_{0_e} + du_{0_e}$$

oder das entsprechende η_0 -Intervall

$$\eta_{0_e} < \eta_0 < \eta_{0_e} + d\eta_{0_e}$$

entfällt, sei

$$S_{I_q} = Q s_I \cdot n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q}. \quad (2)$$

Wir machen vorläufig über die Verteilung der Ionen auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeitsintervalle keine speziellen Annahmen, rechnen in (2) also mit einer allgemeinen Funktion $n(\eta_{0q})$, die nur der Bedingung

$$\int_{\eta_{0q}=0}^{\eta_{0q}=\infty} n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q} = 1$$

unterworfen ist.

Die Ionenemissionsdichte $s_I \cdot n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q}$ innerhalb des q -ten Anfangsgeschwindigkeitsintervalles ist wegen der korpuskularen Natur der Ionenemission zunächst eine Funktion von Ort und Zeit. Wir machen jetzt die Annahme, daß die Ionenemission so klein ist, daß ihre Wirkung auf die Entladung durch eine lineare Störungsrechnung mit genügender Genauigkeit erfaßt wird¹⁾. Dann besteht Proportionalität zwischen den Ionenemissionsschwankungen und den von ihnen verursachten Anodenstromschwankungen, und es darf deshalb die Ionenemission über den ganzen Entladungsquerschnitt Q „verschmiert“ werden. Von der Orts- und Zeitabhängigkeit der Ionenemissionsdichte bleibt lediglich die Zeitabhängigkeit übrig, die als Überlagerung eines reinen Schwankungsanteiles über den zeitlichen Mittelwert dargestellt werden kann. Gehen wir wieder zur Emission der ganzen Kathodenoberfläche über, so zerfällt diese also in einen zeitunabhängigen Anteil

$$S_{I_q}^{(0)} = Q \cdot s_{I_q}^{(0)} = Q \cdot s_I \cdot n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q} \quad (3)$$

und einen Schwankungsanteil, dessen mittleres Amplitudenquadrat im Frequenzintervall $[f, f+df]$

$$\overline{\mathfrak{S}_{I_q}^{(1)2}} = \overline{(Q \mathfrak{I}_{I_q}^{(1)})^2} = 4(\lambda e) Q s_{I_q}^{(0)} df = 4(\lambda e) \cdot Q s_I \cdot n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q} \cdot df \quad (4)$$

ist. Hierbei ist als Ionenladung λe mit ganzzahligem λ angesetzt worden. Die folgenden Betrachtungen gelten allgemein für λ -fach positiv oder negativ geladene Ionen. Die harmonische Komponente $\mathfrak{S}_{I_q}^{(1)} e^{j\omega t}$ der Ionenemission ruft durch Beeinflussung der Raumladungsschwelle eine Komponente $\mathfrak{S}_q^{(1)} e^{j\omega t}$ im Anodenstrom hervor. Oberwellen treten in einer linearen Störungsrechnung im Anodenstrom nicht auf. Auch die Wechselwirkung zwischen zwei verschiedenen, nämlich zu verschiedenen Frequenzen gehörigen Schwankungskomponenten führt auf quadratische Effekte, bleibt also hier außer Betracht. Weiter gilt dasselbe für die Wechselwirkung zwischen einer Schwankungskomponente der Ionenemission und einer Schwankungskomponente der Elektronenemission. Schließlich macht sich auch der Unterschied, der entsteht, wenn man bei der Berechnung der Anodenstromschwankung einmal eine Raumladung zugrunde legt, die nur von der stationären Elektronenemission allein gebildet wird, das andere Mal, wenn man zur Bildung der Raumladung auch noch die kleine stationäre Ionenemission mit hinzunimmt, nur in den Gliedern mit $(S_I/S_E)^2$ bemerkbar. Die Berechnung einer Schwankungskomponente $\mathfrak{S}_q^{(1)} e^{j\omega t}$ des Anodenstromes im Rahmen einer linearen Störungsrechnung kann also in der Weise erfolgen, daß außer dem zeitlich konstanten Mittelwert

¹⁾ Diese Annahme ist bei einem Emissionsverhältnis $\frac{S_I}{S_E} \approx 10^{-6}$ und einem Massenverhältnis $\frac{m_I}{m_E} \approx 10^4$ zwischen Ionen und Elektronen sicher noch berechtigt.

$S_E = Q s_E$ des Elektronensättigungsstromes nur eine einzige Schwankungskomponente $\mathfrak{S}_q^{(1)} e^{i\omega t}$ der Ionenemission als Schwankungsursache angesetzt wird.

Durch quadratische Superposition der so berechneten einzelnen inkohärenten Schwankungen $\mathfrak{S}_q^{(1)}$ entsteht das mittlere Anodenstromschwankungsquadrat, soweit es durch die Schrotschwankungen der Ionenemission der Kathode verursacht wird.

$$\begin{aligned} \overline{\mathfrak{S}_{KI}^2} &= \sum_q \overline{|\mathfrak{S}_q^{(1)}|^2} = \sum_q \left| \frac{\mathfrak{S}_q^{(1)}}{\mathfrak{S}_q^{(1)}} \right|^2 \cdot \overline{\mathfrak{S}_q^{(1)2}}, \\ \overline{\mathfrak{S}_{KI}^2} &= 4 \lambda e S_I \cdot \int_{\eta_{0q}=0}^{\eta_{0q}=\infty} \left| \frac{\mathfrak{S}_q^{(1)}}{\mathfrak{S}_q^{(1)}} \right|^2 \cdot n(\eta_{0q}) \cdot d\eta_{0q}. \end{aligned} \quad (5)$$

Der Quotient $\mathfrak{S}_q^{(1)}/\mathfrak{S}_q^{(1)}$ wird im allgemeinen komplex sein. Sein Grenzwert für „tiefe Frequenzen“ ist aber natürlich reell und kann in der Weise ermittelt werden, daß man in der q -ten Anfangsgeschwindigkeitsgruppe der Ionenemission eine beliebig kleine zusätzliche stationäre oder Gleichstromemission $S_{Iq}^{(1)} = Q s_{Iq}^{(1)}$ ansetzt und die dadurch bewirkte kleine Änderung des Anodengleichstromes berechnet. Die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse werden für alle Frequenzen gelten, bei denen der Ionenlaufzeitwinkel $\omega t_q \ll 1$ ist.

Bei den weiteren Entwicklungen werden wir unterscheiden, ob die Ionenemission aus negativ oder positiv geladenen Ionen besteht.

a) Negativ geladene Ionen.

Es handele sich um λ -fach negativ geladene Ionen, deren Ladung also gleich $-\lambda e$ ist ($e = +4,774 \cdot 10^{-10}$ ESE). Derartige Ionen werden durch das Feld zwischen Kathode und Schwelle gebremst und gegebenenfalls zur Umkehr gezwungen. Wenn das der Fall ist, sprechen wir von Rückionen. Reicht dagegen ihre kinetische Anfangsenergie η_{0q} aus, um die Potentialschwelle zu überschreiten, so werden sie durch das Feld zwischen Schwelle und Anode beschleunigt und erreichen auf jeden Fall die Anode. Solche Ionen nennen wir Transionen. Es ist für die Rechnung zweckmäßig, an Stelle der kinetischen Anfangsenergie η_{0q} den Ausdruck

$$\eta_q = \frac{1}{kT} \left(\frac{m_I u_{0q}^2}{2} + \lambda e V_m \right) = \eta_{0q} + \lambda \frac{e}{kT} V_m = \eta_{0q} - \lambda \eta_1 \quad (6)$$

einzuführen. Hierbei ist $V_m (< 0)$ das Potential der Schwelle gegenüber der Kathode, der das Potential 0 beigelegt wird, und $\eta_1 = -\frac{e}{kT} V_m$ der in Voltäquivalent der Kathodentemperatur gemessene Potentialunterschied zwischen Kathode und Schwelle. η_q läßt sich als diejenige kinetische Energie — gemessen in Energieeinheiten kT — auffassen, die die Ionen in der Schwelle haben bzw. haben würden, falls sie die Schwelle erreichen könnten. Es sind also Transionen durch einen positiven η_q -Wert

$$0 < \eta_q < \infty,$$

Rückionen dagegen durch einen negativen η_q -Wert

$$-\lambda \eta_1 < \eta_q < 0$$

gekennzeichnet.

Handelt es sich bei den Ionen des q -ten Anfangsgeschwindigkeitsintervalles um Transionen, so setzt sich die durch eine zusätzliche stationäre Ionenemission $S_{Iq}^{(1)} = Q s_{Iq}^{(1)}$ hervorgerufene Anodenstromänderung aus dem von diesen Ionen selbst

getragenen Strom $S_I^{(1)}$ und dem von ihnen hervorgerufenen, aus Elektronen bestehenden Rückwirkungsstrom $I_{E_q}^{(1)} = Q \cdot i_{E_q}^{(1)}$ zusammen. Es gilt also

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \frac{\mathfrak{S}_I^{(1)}}{\mathfrak{S}_{E_q}^{(1)}} \right| = \frac{S_I^{(1)} + I_{E_q}^{(1)}}{S_{E_q}^{(1)}} = 1 + \frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \quad \text{für } 0 < \eta_q < \infty \text{ (Transionen)}, \quad (7)$$

dagegen erhält man im Falle von Rückionen

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \frac{\mathfrak{S}_I^{(1)}}{\mathfrak{S}_{E_q}^{(1)}} \right| = \frac{I_{E_q}^{(1)}}{S_{E_q}^{(1)}} = \frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}}. \quad (8)$$

Machen wir von (7) und (8) in (5) Gebrauch, und messen wir das Kathodenionenrauschen \mathfrak{S}_{KI}^2 in Vielfachen des ungeschwächten Schroteffektes

$$4eI = 4eS_E \cdot e^{-\eta_1}$$

des Anodenstromes I , so ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{S}_{KI}^2}{4eI} = F_{KI}^2 = \lambda \frac{S_I}{S_E} \cdot e^{+\eta_1} \cdot \left\{ \int_{\eta_q=0}^{\eta_q=\infty} \left(1 + \frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)^2 n(\eta_q) d\eta_q + \int_{\eta_q=-\lambda\eta_1}^{\eta_q=0} \left(\frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)^2 n(\eta_q) d\eta_q \right\}. \quad (9)$$

Über die bisher offen gelassene Verteilung der Ionen auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeitsintervalle machen wir jetzt nacheinander zwei spezielle Annahmen.

1. Es liege der bekannte Maxwell'sche Ansatz

$$n(\eta_q) d\eta_q = e^{-\frac{m_I u_{0q}^2}{2kT}} \cdot d\left(\frac{m_I u_{0q}^2}{2kT}\right) = e^{-\lambda\eta_1} e^{-\eta_q} \cdot d\eta_q \quad (10)$$

vor. Dann ist

$$F_{KI}^2 = \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{-(\lambda-1)\eta_1} \cdot \left\{ \int_{\eta_q=0}^{\eta_q=\infty} \left(1 + \frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)^2 e^{-\eta_q} d\eta_q + \int_{\eta_q=-\lambda\eta_1}^{\eta_q=0} \left(\frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)^2 e^{-\eta_q} d\eta_q \right\}. \quad (11)$$

2. Es sollen alle Ionen einheitliche, und zwar die thermische Anfangsgeschwindigkeit $u_{0q} = \sqrt{\frac{2kT}{m_I}}$ haben. Aus (6) ergibt sich

$$\eta_q = 1 - \lambda\eta_1,$$

und es sind, je nachdem ob $\eta_1 > \frac{1}{\lambda}$ bzw. $< \frac{1}{\lambda}$ ist, entweder alle Ionen Rück- oder alle Ionen Transionen. Für das Kathodenionenrauschen erhält man also in dem Fall einheitlicher thermischer Ionenanfangsgeschwindigkeit

$$F_{KI}^2 = \begin{cases} \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \cdot \left(\frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)_{\eta_q=1-\lambda\eta_1}^2 & \text{für } \eta_1 > \frac{1}{\lambda}, \\ \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \cdot \left(1 + \frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_{E_q}^{(1)}} \right)_{\eta_q=1-\lambda\eta_1}^2 & \text{für } \eta_1 < \frac{1}{\lambda}. \end{cases} \quad (12)$$

b) Positiv geladene Ionen.

Auch hier führen wir als Maß für die Ionenanfangsgeschwindigkeit die kinetische Energie ein, die die λ -fach positiv geladenen Ionen in der Schwelle haben.

$$\eta_q = \frac{1}{kT} \left(\frac{m_I u_{0q}^2}{2} - \lambda e V_m \right) = \eta_{0q} + \lambda\eta_1. \quad (13)$$

Die positiven Ionen werden nach dem Austritt aus der Kathode zunächst beschleunigt und gewinnen dadurch so viel an kinetischer Energie, daß sie nach Passieren der Schwelle das Gegenfeld mindestens bis zur Höhe η_1 erklimmen können. Ist also die Spannung η_2 zwischen Anode und Schwelle kleiner als η_1 , so sind alle positiven Ionen Transionen (Anodenspannung $\eta_2 - \eta_1$ negativ). Bei positiver Anodenspannung $\eta_2 - \eta_1 > 0$ dagegen sind diejenigen Ionen, für die

$$\lambda \eta_1 < \eta_q < \lambda \eta_2 \quad (14)$$

gilt, Rückionen, und diejenigen, für die

$$\lambda \eta_2 < \eta_q < \infty \quad (15)$$

gilt, Transionen. Bei negativer Anodenspannung ergibt sich also für das Kathodenionenrauschen

$$F_{kI}^2 = \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \int_{\eta_q = \lambda \eta_1}^{\eta_q = \infty} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)^2 n(\eta_q) d\eta_q \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1, \quad (16)$$

bei positiver Anodenspannung dagegen

$$F_{kI}^2 = \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \left\{ \int_{\eta_q = \lambda \eta_2}^{\eta_q = \infty} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)^2 n(\eta_q) d\eta_q + \int_{\eta_q = \lambda \eta_1}^{\eta_q = \lambda \eta_2} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} \right)^2 n(\eta_q) d\eta_q \right\} \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1. \quad (17)$$

Für die bisher offen gelassene Verteilung der positiven Ionen auf die einzelnen Anfangsgeschwindigkeitsgruppen machen wir jetzt nacheinander drei spezielle Ansätze.

1. Es liege die Maxwellsche Verteilung der Anfangsgeschwindigkeiten vor. Dann ist

$$F_{kI}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+(\lambda+1)\eta_1} \int_{\eta_q = \lambda \eta_1}^{\eta_q = \infty} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)^2 e^{-\eta_q} d\eta_q \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1, \\ \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+(\lambda+1)\eta_1} \left\{ \int_{\eta_q = \lambda \eta_2}^{\eta_q = \infty} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)^2 e^{-\eta_q} d\eta_q + \int_{\eta_q = \lambda \eta_1}^{\eta_q = \lambda \eta_2} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} \right)^2 e^{-\eta_q} d\eta_q \right\} \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1. \end{array} \right\} \quad (18)$$

2. Alle Ionen haben die Anfangsgeschwindigkeit 0. Dann ist $\eta_q = \lambda \eta_1$, und man erhält für das Kathodenionenrauschen

$$F_{kI}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)_{\eta_q = \lambda \eta_1}^2 \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1, \\ \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} \right)_{\eta_q = \lambda \eta_1}^2 \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1. \end{array} \right\} \quad (19)$$

3. Alle Ionen haben thermische Anfangsgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{2kT}{m_I}}$. Dann ist $\eta_q = 1 + \lambda \eta_1$, und man erhält für das Kathodenionenrauschen

$$F_{kI}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} - 1 \right)_{\eta_q = 1 + \lambda \eta_1}^2 \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1 + \frac{1}{\lambda}, \\ \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{+\eta_1} \left(\frac{v_{E_q}^{(1)}}{s_{I_q}^{(1)}} \right)_{\eta_q = 1 + \lambda \eta_1}^2 \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1 + \frac{1}{\lambda}. \end{array} \right\} \quad (20)$$

III. Berechnung der Rückwirkungskoeffizienten $i_{E_q}^{(1)}/s_q^{(1)}$.

Die Berechnung der Rückwirkungskoeffizienten $i_{E_q}^{(1)}/s_q^{(1)}$ war in Abschnitt II auf die Berechnung derjenigen Änderung $Q i_{E_q}^{(1)}$ des Elektronen-Anodenstromes zurückgeführt worden, die dann auftritt, wenn nur in einem einzigen, dem q -ten Ionenanfangsgeschwindigkeitsintervall eine kleine stationäre Ionenemission $Q s_q^{(1)}$ zu der stationären Elektronenemission $S_E = Q s_E$ hinzugefügt wird. Diese Aufgabe zeigt völlige Analogie zur Berechnung der Rückwirkungskoeffizienten $i_p^{(1)}/s_p^{(1)}$ in der Theorie der Raumladungsschwächung des Schroteffektes¹⁾, nur daß dort die Zusatzemission im q -ten Anfangsgeschwindigkeitsintervall natürlich auch aus Elektronen besteht. Wir geben deshalb im folgenden einfach die Werte²⁾ der Rückwirkungskoeffizienten ohne rechnerische Ableitung wieder und beschränken uns darauf, die gegenüber der Theorie der Raumladungsschwächung des Schroteffektes auftretenden Unterschiede verständlich zu machen.

a) Negative Ionen.

Für die Rückwirkungskoeffizienten ergibt sich in diesem Fall³⁾

$$\frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_q^{(1)}} = -2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\zeta_-\left(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_0\right)}{\frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1)}} + \frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2)}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2}\eta_1}}, \quad \text{für } -\lambda \eta_1 < \eta_q < 0 \quad (\text{Rückionen}), \quad (21)$$

$$\frac{i_{E_q}^{(1)}}{s_q^{(1)}} = - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\zeta_+\left(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_0\right) + \zeta_-\left(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_0\right)}{\frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1)}} + \frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2)}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2}\eta_1}}, \quad \text{für } 0 < \eta_q < \infty \quad (\text{Transionen}). \quad (22)$$

Der wichtigste Unterschied gegenüber den entsprechenden Ausdrücken (2, 13) und (2, 131) in der Theorie der Raumladungsschwächung des Schroteffektes⁴⁾ ist zunächst das Auftreten des Faktors $\sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$. Er rührt von der in Abschnitt I ausführlicher besprochenen Tatsache her, daß die Aufenthaltsdauern der Ionen und damit ihre Wirkungen auf die Raumladung um die Wurzel aus dem Massenverhältnis größer als die von Elektronen sind. Weiter tritt ein Faktor $1/\sqrt{\lambda}$ neu auf, der sich folgendermaßen erklären läßt. Auf λ -fach geladene Ionen werden im Vergleich zu einfach geladenen Ionen λ mal stärkere Kräfte vom Feld ausgeübt. Ihre Geschwindigkeiten sind daher $\sqrt{\lambda}$ mal größer, ihre Aufenthaltsdauern und damit ihre Rückwirkungskoeffizienten $1/\sqrt{\lambda}$ mal kleiner⁵⁾. Der letzte Unterschied besteht schließlich darin, daß

¹⁾ Siehe Raumladungsschwächung II, namentlich Abschnitt 2.

²⁾ Für den Fall, daß in der ganzen Entladungsstrecke das ebene Problem vorliegt (nicht nur in der Strecke Kathode—Schwelle, wie bisher bloß vorausgesetzt zu werden brauchte).

³⁾ Die Definition der Funktionen $f_+(\eta)$ und $f_-(\eta)$ sowie Definition und Verlauf der Funktionen $\zeta_+(\eta; \eta_0)$ und $\zeta_-(\eta; \eta_0)$ und schließlich die Definition von A sind aus den Gleichungen (1, 18), (1, 19), (1, 28), (1, 29), (1, 36) und (2, 02) und aus den Bildern 8 ··· 13 der Arbeit „Raumladungsschwächung II“ zu ersehen.

⁴⁾ Siehe Raumladungsschwächung II.

⁵⁾ Hier liegt folgende fehlerhafte Überlegung nahe: Die Raumladungswirkung von λ -fach geladenen Ionen müßte λ -mal größer als die von einfach geladenen Ionen sein, was mit dem eben erläuterten Faktor $1/\sqrt{\lambda}$ zusammen insgesamt einen Faktor $\sqrt{\lambda}$ gäbe. Man übersieht dabei, daß sich der Rückwirkungskoeffizient $i_{E_q}^{(1)}/s_q^{(1)}$ auf die Ionenemissionsdichte $s_q^{(1)}$ bezieht. Bei gegebenem $s_q^{(1)}$ ist aber die je Zeit- und Querschnittseinheit emittierte Ladungsmenge die gleiche, gleichgültig, ob dieses $s_q^{(1)}$ aus λ - oder 1-fach geladenen Ionen zusammengesetzt wird.

als zweites Argument in die Funktionen ζ_+ und ζ_- jetzt $\frac{1}{\lambda} \eta_q$ anstatt einfach η_q einzusetzen ist. Das wird auf Grund der Tatsache verständlich, daß η_q ein Maß für die Anfangsgeschwindigkeit der Ionen ist. Je stärker die Ionen aber geladen sind, desto größer werden die vom Feld ausgeübten Kräfte und desto unwesentlicher wird demgegenüber die kinetische Anfangsenergie.

b) Positive Ionen.

Für die Rückwirkungskoeffizienten erhalten wir in diesem Fall

$$\frac{i_{E_q}^{(1)}}{i_{I_q}^{(1)}} = +2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_f}{m_E}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\beta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_q) + \beta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_q)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2)} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1)}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1}} \quad \text{für } \eta_1 < \frac{1}{\lambda} \eta_q < \eta_2 \quad (23)$$

(Rückionen)

und

$$\frac{i_{E_q}^{(1)}}{i_{I_q}^{(1)}} = + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_f}{m_E}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\beta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_q) + \beta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_q)}{\frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2)} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1)}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1}} \quad \text{für } \eta_2 < \frac{1}{\lambda} \eta_q < \infty \quad (24)$$

(Transionen).

Die Funktionen $\beta_+(\eta; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ und $\beta_-(\eta; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ sind folgendermaßen definiert:

$$\beta_+(\eta; \frac{1}{\lambda} \eta_q) = \left\{ \begin{array}{l} \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\frac{1}{\lambda} \eta_q - \sqrt{\frac{1}{\lambda} \eta_q - \eta}}{\sqrt{f_+(\eta)}^3}} d\eta \quad \text{für } 0 < \eta < \frac{1}{\lambda} \eta_q, \\ \beta_+(\frac{1}{\lambda} \eta_q; \frac{1}{\lambda} \eta_q) + \int_{\eta=\frac{1}{\lambda} \eta_q}^{\eta} \frac{\sqrt{\frac{1}{\lambda} \eta_q}}{\sqrt{f_+(\eta)}^3} d\eta \quad \text{für } \frac{1}{\lambda} \eta_q < \eta < \infty, \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\beta_-(\eta; \frac{1}{\lambda} \eta_q) = \int_{\eta=0}^{\eta} \frac{\sqrt{\frac{1}{\lambda} \eta_q - \sqrt{\frac{1}{\lambda} \eta_q - \eta}}{\sqrt{f_-(\eta)}^3}} d\eta \quad \text{für } 0 < \eta < \frac{1}{\lambda} \eta_q. \quad (26)$$

Den Verlauf dieser Funktionen zeigen die Bilder 1 und 2 (auf folgender Seite).

Wir beginnen mit einer Erläuterung des für Transionen gültigen Ausdruckes (24). Transionen sind nach (15) durch $\eta_2 < \frac{1}{\lambda} \eta_q$ gekennzeichnet, so daß für $\beta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ der erste Teil der Definitionsgleichung (25) anzuwenden ist. Es ist also mit einigen leichten Umschreibungen

$$\beta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_q) = -\sqrt{\bar{f}} \int_{\eta=0}^{\eta=\eta_2} \frac{\sqrt{\eta + \frac{1}{-\lambda} \eta_q - \sqrt{\frac{1}{-\lambda} \eta_q}}{\sqrt{f_+(\eta)}^3} d\eta = -\sqrt{\bar{f}} \zeta_+(\eta_2, \frac{1}{-\lambda} \eta_q).$$

Entsprechend geht aus (26) hervor, daß

$$\beta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_q) = -\sqrt{\bar{f}} \zeta_-(\eta_1, \frac{1}{-\lambda} \eta_q)$$

ist. Benutzt man diese Beziehungen in (24), so sieht man sofort, daß die Werte der Rückwirkungskoeffizienten für positive Transionen aus denen für negative Transionen durch Vorzeichenwechsel von λ hervorgehen. Damit ist (24) verständlich gemacht.

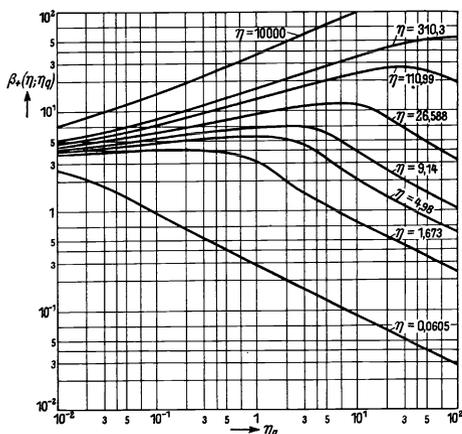


Bild 1. $\beta_+(\eta; \eta_q)$ für verschiedene η -Werte in Funktion von η_q .

Glied $\zeta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ auftritt, während im Zähler des Rückwirkungskoeffizienten (23) von positiven Rückionen neben dem entsprechenden Gliede $\beta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ noch ein

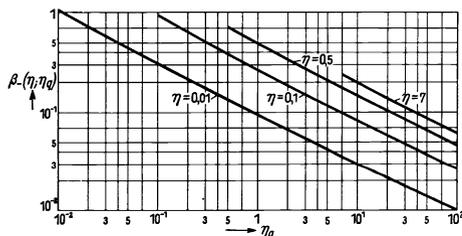


Bild 2. $\beta_-(\eta; \eta_q)$ für verschiedene η -Werte in Funktion von η_q .

Der Fall der Rückionen läßt sich nicht so einfach erledigen. Das ist aber auch von vornherein nicht zu erwarten gewesen; denn negative Rückionen kehren schon vor der Schwelle um und verändern daher nur den Potentialverlauf zwischen Kathode und Schwelle, während positive Rückionen erst hinter der Schwelle umkehren und daher auch den Raum zwischen Schwelle und Anode beeinflussen¹⁾. Auf Grund dieser Bemerkung wird es zwar verständlich, daß im Zähler des Rückwirkungskoeffizienten (21) von negativen Rückionen nur ein auf die Kathode bezügl. Glied $\beta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_q)$ erscheint. Aber der weitere Unterschied in den Definitionen von β_- und ζ_- für Rückionen sowie die Tatsache, daß die Definition von β_+ für Rückionen bei ζ_+ kein Gegenstück hat, lassen sich nur durch Eingehen auf die Rechnung verstehen, was aber im Interesse der Kürze nicht näher ausgeführt werden soll.

IV. Die Endformeln für das Kathodenionengeräusch.

Die im Abschnitt III unter Annahme des ebenen Falls ermittelten Werte der Rückwirkungskoeffizienten werden jetzt in die Gleichungen des Abschnitts II für das Kathodenionengeräusch eingesetzt.

a) Negative Ionen.

Im Falle einer Maxwell'schen Verteilung der Ionenanfangsgeschwindigkeiten ist die Gleichung (11) zu verwenden. Mit der Abkürzung

$$N = \frac{1}{\sqrt{f_+(\eta_2)}} + \frac{1}{\sqrt{f_-(\eta_1)}} + \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \eta_1} \tag{27}$$

¹⁾ Wichtig für diese Argumentation ist die Tatsache, daß man den Potentialverlauf nicht nur von der Kathode her aufbauen kann, sondern daß dies bei Verwendung der (η, ξ) -Darstellung (s. Raumladungsschwächung II) von der Schwelle her nach beiden Seiten geschehen kann.

ergeben die Ausdrücke (21) und (22)

$$F_{KI}^2 = \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{-(\lambda-1)\eta_1} \left\{ \int_{\eta_2=0}^{\eta_2=\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\zeta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} \eta_1) + \zeta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_2)}{N} \right)^2 e^{-\eta_2} d\eta_2 \right. \\ \left. + \int_{\eta_2=-\lambda\eta_1}^{\eta_2=0} \left(-\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\zeta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} \eta_2)}{N} \right)^2 e^{-\eta_2} d\eta_2 \right\}$$

oder

$$F_{KI}^2 = \left\{ + \frac{\lambda S_I e^{-\lambda\eta_1}}{S_E e^{-\eta_1}} - \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{-(\lambda-1)\eta_1} 2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_I}{m_E}} \frac{\sqrt{\lambda}}{N} \int_{\gamma=0}^{\gamma=\infty} (\zeta_+(\eta_2, \gamma) + \zeta_-(\eta_1, \gamma)) e^{-\lambda\gamma} d\gamma \right. \\ \left. + \lambda \frac{S_I}{S_E} e^{-(\lambda-1)\eta_1} \frac{1}{\pi} \frac{m_I}{m_E} \frac{1}{N^2} \left[\int_{\gamma=0}^{\gamma=\infty} (\zeta_+(\eta_2, \gamma) + \zeta_-(\eta_1, \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma + 4 \int_{\gamma=-\eta_1}^{\gamma=0} (\zeta_-(\eta_1, \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma \right] \right\}.$$

Wegen der Kleinheit der Ionenemission S_I gegenüber der Elektronenemission S_E ($\frac{S_I}{S_E} \approx 10^{-6}$) sind die beiden ersten Summanden unwesentlich. Beobachtbare Effekte entstehen, wie im Abschnitt I ausführlicher gezeigt wurde, erst dann, wenn S_I/S_E mit dem Massenverhältnis m_I/m_E selbst und nicht nur mit der Wurzel daraus multipliziert wird. Das entscheidende Glied ist also der dritte Summand, den wir allein beibehalten wollen¹⁾. Es ergibt sich also im Falle Maxwell'scher Anfangsgeschwindigkeitsverteilung

$$F_{KI}^2 = \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{\lambda e^{-(\lambda-1)\eta_1}}{\pi N^2} \left[\int_{\gamma=0}^{\gamma=\infty} (\zeta_+(\eta_2, \gamma) + \zeta_-(\eta_1, \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma + 4 \int_{\gamma=-\eta_1}^{\gamma=0} (\zeta_-(\eta_1, \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma \right]. \quad (28)$$

Mit den entsprechenden Vernachlässigungen erhalten wir für den Fall einheitlicher Anfangsgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{2kT}{m_I}}$

$$F_{KI}^2 = \left\{ \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{4 e^{+\eta_1}}{\pi N^2} \left[\zeta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} - \eta_1) \right]^2 \quad \text{für } \eta_1 > \frac{1}{\lambda} \text{ (alle Ionen sind Rückionen),} \right. \\ \left. \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{e^{+\eta_1}}{\pi N^2} \left[\zeta_+(\eta_2; \frac{1}{\lambda} - \eta_1) + \zeta_-(\eta_1; \frac{1}{\lambda} - \eta_1) \right]^2 \quad \text{für } \eta_1 < \frac{1}{\lambda} \text{ (alle Ionen sind Transionen).} \right\} \quad (29)$$

b) Positive Ionen.

Hier ergeben die Ausdrücke (23) und (24) im Falle Maxwell'scher Anfangsgeschwindigkeitsverteilung [Gl. (18)]

$$F_{KI}^2 = \left\{ \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{\lambda e^{+(\lambda+1)\eta_1}}{\pi N^2} \int_{\gamma=\eta_1}^{\gamma=\infty} (\beta_+(\eta_2; \gamma) + \beta_-(\eta_1; \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1, \right. \\ \left. \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{\lambda e^{+(\lambda+1)\eta_1}}{\pi N^2} \left[\int_{\gamma=\eta_2}^{\gamma=\infty} (\beta_+(\eta_2; \gamma) + \beta_-(\eta_1; \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma + 4 \int_{\gamma=\eta_1}^{\gamma=\eta_2} (\beta_+(\eta_2; \gamma) + \beta_-(\eta_1; \gamma))^2 e^{-\lambda\gamma} d\gamma \right] \right. \\ \left. \text{für } \eta_2 > \eta_1. \right\} \quad (30)$$

¹⁾ Der Ausdruck für das Kathodenionenrauschen, den wir auf diese Weise erhalten werden, umfaßt also nicht mehr den Schrotteffekt des Ionen-Anodenstromes selbst, der durch den ersten Summanden repräsentiert wird.

Falls alle Ionen die Anfangsgeschwindigkeit 0 haben, sind die Ausdrücke (23) und (24) in Gleichung (19) einzusetzen.

$$F_{KI}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{e^{+\eta_1}}{\pi N^2} (\beta_+(\eta_2; \eta_1) + \beta_-(\eta_1; \eta_1))^2 \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1, \\ \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{4e^{+\eta_1}}{\pi N^2} (\beta_+(\eta_2; \eta_1) + \beta_-(\eta_1; \eta_1))^2 \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1. \end{array} \right\} \quad (31)$$

Schließlich sind im Falle der einheitlichen thermischen Anfangsgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{2kT}{m_I}}$ die Ausdrücke (23) und (24) in Gleichung (20) anzuwenden.

$$F_{KI}^2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{e^{+\eta_1}}{\pi N^2} \left(\beta_+(\eta_2; \eta_1 + \frac{1}{\lambda}) + \beta_-(\eta_1; \eta_1 + \frac{1}{\lambda}) \right)^2 \quad \text{für } \eta_2 < \eta_1 + \frac{1}{\lambda}, \\ \frac{S_I}{S_E} \frac{m_I}{m_E} \frac{4e^{+\eta_1}}{\pi N^2} \left(\beta_+(\eta_2; \eta_1 + \frac{1}{\lambda}) + \beta_-(\eta_1; \eta_1 + \frac{1}{\lambda}) \right)^2 \quad \text{für } \eta_2 > \eta_1 + \frac{1}{\lambda}. \end{array} \right\} \quad (32)$$

V. Ergebnisse.

Bei der Auswertung der Endformeln des Abschnitts IV legen wir die beiden Werte $A=100$ und $A=1000$ zugrunde, die ihrer Größenordnung nach als typisch für Metallkathoden bzw. für Oxydkathoden gelten können. Hiervon überzeugt man sich, indem man die in der Zahlentafel 1 angeführten Werte von Sättigungsstromdichte, Kathodentemperatur und Elektrodenabstand in die Definitionsgleichung

$$A = \frac{(2\pi m)^{\frac{1}{2}}}{(kT)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{e s_E}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad D = 9,180 \cdot 10^5 \left(\frac{T}{\text{Grad K}} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{s_E}{\text{A cm}^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{D}{\text{cm}}$$

oder¹⁾

$$A = 4 \left(\frac{\pi}{2kT} \right)^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} (e s_E)^{\frac{1}{2}} D \quad (\text{Zahlenwertgleichung in elektrostatischen CGS-Einheiten})$$

einsetzt.

Zahlentafel 1.

	s_E	T	D	A
Metallkathode	0,1224 A cm ⁻²	2200° K	0,1 cm	100
Oxydkathode	4,33 A cm ⁻²	1100° K	0,1 cm	1000

a) Negative Ionen.

Wir beginnen mit dem Fall einheitlicher, und zwar thermischer Ionenanfangsgeschwindigkeit. Hier liefert die Gleichung (29) für $A=100$ und $\lambda=1$ bzw. $\lambda=2$ die Kurven des Bildes 3. Aufgetragen ist der Ausdruck $\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E}$ in Abhängigkeit von η_2 , also von der in Voltäquivalent kT/e der Kathodentemperatur T gemessenen Spannung zwischen Schwelle und Gegenelektrode.

Zur anschaulichen Deutung des eigenartigen Kurvenverlaufes sei folgendes bemerkt: Bei kleinen η_2 -Werten ist die Potentialschwelle sehr tief. Die negativen Ionen können deshalb nur ein ganz kleines Stück gegen das starke Bremsfeld zwischen Kathode und Schwelle anlaufen und werden dann schon wieder zur Kathode zurückgetrieben. Ihre Raumladungswirkung auf die Tiefe der Potentialschwelle und deshalb auch das von ihnen verursachte Kathodenionenrauschen ist sehr gering. Mit steigenden η_2 nimmt ihre Wirkung sehr rasch zu, da der sich durch die stärkste

¹⁾ Siehe Raumladungsschwächung II (2, 02).

Raumladungsbeeinflussung auszeichnende Umkehrpunkt immer dichter an die Potentialschwelle heranrückt. Bei einer ganz bestimmten Spannung liegt der „Umkehrpunkt“ gerade in der Schwelle selbst. Die thermische Anfangsenergie läßt dann die Ionen nach zunächst schnellem Anlauf gerade noch in die labile Gleichgewichtslage im Potentialminimum hineinkriechen. Die Aufenthaltsdauer der Ionen, und

damit auch die Raumladungsbeeinflussung, und damit schließlich auch das Kathodenionenrauschen werden unendlich groß. Bei weiterer Steigerung von η_2 passieren alle Ionen die weiter erniedrigte Schwelle, die Aufenthaltsdauer wird wieder endlich, und zwar um so kürzer, je größer η_2 ist, da dann hinter der Schwelle ein immer stärker beschleunigendes Feld zur Verfügung steht. Das Kathodenionenrauschen sinkt also wieder, hat aber viel größere Werte als vor der Unendlichkeitsstelle, da jetzt die ganze Strecke Kathode—Gegenelektrode bestrichen wird. Erreicht η_2 die Sättigungsspannung (bei $A = 100$ hat diese den Wert 313,5), so ist keine Potentialschwelle mehr vorhanden, die von der Ionenraumladung beeinflusst werden kann. Die Schwankungen der Ionenemission setzen sich nicht mehr in Schwankungen des Elektronen-Anodenstromes um, und das Kathodenionenrauschen verschwindet¹⁾.

Wir sind auf den praktisch offensichtlich bedeutungslosen²⁾ Fall der einheitlichen Ionenanfangsgeschwindigkeit deshalb eingegangen, weil uns bereits die Kurven für nur einen A -Wert dieses Falles einige typische Erkenntnisse vermitteln. Man sieht nämlich erstens, daß die Wirkung von Rückionen verschwindend gering ist.

Zweitens haben mehrfach negativ geladene Ionen im größten Teil des in Frage kommenden η_2 -Gebietes eine geringere Wirkung als einfach negativ geladene Ionen. Drittens geht aus der Tatsache, daß Rückionen für das Kathodenionenrauschen praktisch ausfallen, unmittelbar hervor, daß bei negativen Ionen mit verteilten Anfangsgeschwindigkeiten die Abhängigkeit des Effektes von der Art der Anfangsgeschwindigkeitsverteilung sehr stark sein wird.

So kann es nicht verwundern, daß sich im Falle einer Maxwellschen Verteilung der Anfangsgeschwindigkeiten ganz andere Verhältnisse ergeben. Hier führt eine

¹⁾ Genau genommen bleibt im Sättigungsgebiet [übrigens auch im Anlaufgebiet] der Schrotheffekt des Ionen-Anodenstroms selbst übrig. Er ist aber vernachlässigbar klein und wurde deshalb auf S. 105 weggelassen. Siehe die dortige Fußnote 1.

²⁾ Deshalb wurde auf den Fall $A = 1000$ ganz verzichtet und auch bei $A = 100$ keine erhebliche Genauigkeit angestrebt.

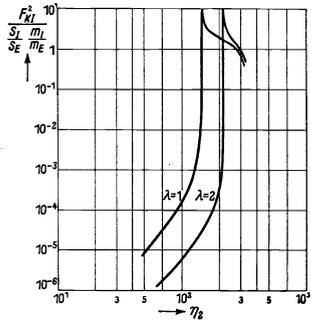


Bild 3. Das Amplitudenquadrat negativ geladener Ionen. (Einheitliche thermische Anfangsgeschwindigkeit.)

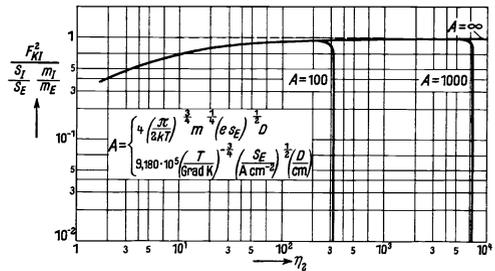


Bild 4a. Das Amplitudenquadrat einfach negativ geladener Ionen. (Maxwellsche Anfangsgeschwindigkeitsverteilung.)

Auswertung von (28) auf Bild 4a und b. Die Kurven für einfach negativ geladene Ionen (Bild 4a) fallen für alle A -Werte praktisch mit der Grenzkurve $A = \infty$ zusammen, die sich ihrerseits wieder sehr rasch der Horizontalen $\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E} = 1$ nähert. Erst kurz vor Erreichen der jeweiligen Sättigungsspannung biegt die Kurve für den betreffenden A -Wert äußerst steil nach Null hin ab. Dieses Verhalten ist auf Grund folgender Überlegungen gut verständlich.

In Abschnitt I hatten wir für das Kathodenionenrauschen F_{KI}^2 den Betrag $\frac{S_I \cdot m_I}{I_E \cdot m_E}$ abgeschätzt. Der Fall einheitlicher Ionenanfangsgeschwindigkeit hat uns aber inzwischen gelehrt, daß negative Rückionen praktisch unwirksam sind. Infolgedessen ist in dieser Abschätzung nicht die gesamte Ionenemission S_I , sondern nur der Ionen-Anodenstrom I_I einzusetzen:

$$F_{KI}^2 \approx \frac{I_I \cdot m_I}{I_E \cdot m_E} \tag{33}$$

Mit den Beziehungen

$$I_I = S_I \cdot e^{-\lambda \eta_1},$$

$$I_E = S_E \cdot e^{-\eta_1}$$

ergibt sich also

$$\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E} \approx e^{-(\lambda-1)\eta_1}.$$

Speziell wird also für $\lambda = 1$

$$\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E} \approx 1$$

und für $\lambda = 2$

$$\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E} \approx e^{-\eta_1}.$$

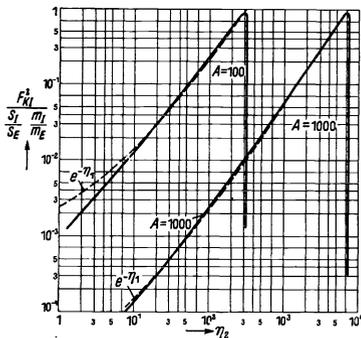


Bild 4 b. Das Amplitudenquadrat doppelt negativ geladener Ionen. (Maxwell'sche Anfangsgeschwindigkeitsverteilung.)

Damit ist also das asymptotische Verhalten der Kurven der Bilder 4a und b verständlich geworden. Weiteren Einblick in die Verhältnisse, namentlich bei einfach negativ geladenen Ionen, gewinnen wir, wenn wir einige aus der Theorie des Schrotteffektes im Raumladungsgebiet bekannte Tatsachen geeignet zusammenstellen und auf das Problem des Kathodenionenrauschens übertragen.

Auch beim Schrotteffekt im Raumladegebiet werden die wesentlichen Teile des Amplitudenquadrates von den Transelektronen geliefert. Der Rückwirkungsstrom eines Transelektrons ist seinem Betrage nach fast ebenso groß wie der vom Transelektron selbst transportierte Strom¹⁾. Bildet man daher das Amplitudenquadrat aller Rückwirkungsströme für sich, so ergibt sich fast dasselbe wie das Schwankungsquadrat der Primärströme. Dieses ist aber $4e \cdot I_E$. Diese Aussagen gelten mit steigendem η_2 immer besser, sie sind weitgehend unabhängig vom A -Wert, und sie verlieren erst kurz vor der jeweiligen Sättigungsspannung, dann aber äußerst rasch, ihre Gültigkeit.

Die Bewegung speziell eines einfach negativ geladenen Ions in der Raumladung erfolgt nun genau so wie die eines Elektrons mit gleicher kinetischer Anfangsenergie, abgesehen von einer Multiplikation des Zeitmaßstabes mit dem Übersetzungsfaktor

¹⁾ Gerade darauf beruht ja die große Intensität der schwächenden Wirkung der Raumladung. Da nämlich Primär- und Rückwirkungsstrom kohärent sind, kompensieren sie sich bei annähernd gleicher Größe fast vollständig.

$\sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$. Infolgedessen ist der Rückwirkungsstrom eines Transions fast genau $\sqrt{\frac{m_I}{m_E}}$ mal größer als der von dem Transion selbst transportierte Strom. Das Amplitudenquadrat aller Rückwirkungsströme für sich, also das Kathodenionenrauschen, ist demnach fast genau m_I/m_E mal größer als das Amplitudenquadrat der von den Transionen selbst transportierten Ströme. Dieses ist aber $4eI_I$. Also ist das Amplitudenquadrat der Rückwirkungsströme fast genau $4eI_I \cdot \frac{m_I}{m_E}$. Dividiert man noch durch $4eI_E$ und bildet dadurch F_{KI}^2 , so gelangt man wieder zu (33).

Man gewinnt auf diese Weise einen Überblick darüber, wie die Güte der Näherung (33) von η_2 und von A abhängt. Es gilt dafür dasselbe wie für die oben erwähnten Tatsachen aus der Theorie des raumladungsgeschwächten Schroteffektes. Wir wollen das im einzelnen nicht wiederholen, sondern statt dessen auf einen jetzt verständlich gewordenen Zusammenhang im Verlauf der Kurven des Bildes 4a und im Verlauf des Schwächungsfaktors F (s. Raumladungsschwächung II, Bild 15) hinweisen. Einer Annäherung der Kurven des Bildes 4a an den Wert 1 entspricht einer Annäherung von F an den Wert 0. Dem scharfen Abbiegen des Kathodenionenrauschens nach 0 kurz vor der Sättigungsspannung entspricht ein ebensolches Abbiegen des Schwächungsfaktors F nach 1. Schließlich fallen in beiden Bildern die Kurven im größten Teil ihres Verlaufes mit der Grenzkurve $A = \infty$ praktisch zusammen.

Wir glauben, daß mit diesen Bemerkungen die in den Bildern 4a und b gezeigten Ergebnisse genügend anschaulich gemacht worden sind, und gehen jetzt dazu über, das der Messung allein zugängliche Gesamtrauschen zu ermitteln, das Schroteffekt und Kathodenionenrauschen zusammen im Raumladegebiet ergeben. Wir legen

dabei die Daten der Zahlentafel 1 und im übrigen eine Ionenemissionsdichte von $s_I = 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ zugrunde. Es handle sich um O_2^- -Ionen, für die

$$\frac{m_I}{m_E} = \frac{32}{1/1830} = 5,86 \cdot 10^{+4}$$

gilt. Dann wird bei Metallkathoden ($A = 100$)

$$\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E} = 4,77 \cdot 10^{-3}$$

und bei Oxydkathoden ($A = 1000$)

$$\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E} = 1,353 \cdot 10^{-4}$$

Mit diesen Angaben können wir aus Bild 4a das Kathodenionenrauschen F_{KI}^2 berechnen, das mit dem Schrottrauschen quadratisch zusammengesetzt werden muß.

$$F_{\text{ges}} = \sqrt{F^2 + F_{KI}^2}$$

Das Ergebnis ist in Bild 5 dargestellt. Die Erhöhung der Rauschamplitude durch die Ionenemission von $10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ beträgt im Falle $A = 100$ bis zu 20% bzw. im Falle $A = 1000$ bis zu 10%. Die Genauigkeit der Rauschmessungen dürfte ausreichen, um eine Amplitudenvergrößerung von 10% gerade noch festzustellen.

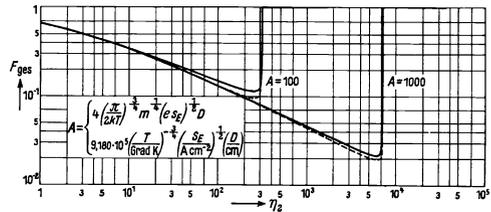


Bild 5. Wirkung einer Emission negativer Ionen. Daten der beiden gezeichneten Beispiele:

$$\text{O}_2^- \text{-Ionen, also } \lambda = 1, \quad \frac{m_I}{m_E} = 5,86 \cdot 10^{+4},$$

$$s_I = 1 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}, \quad D = 0,1 \text{ cm},$$

$$A = 100: \quad s_E = 0,1224 \text{ A cm}^{-2}, \quad T = 2200^\circ \text{ K},$$

$$A = 1000: \quad s_E = 4,33 \text{ A cm}^{-2}, \quad T = 1100^\circ \text{ K}.$$

Dann wäre die „kritische“ Ionenemissionsdichte bei Metallkathoden $5 \cdot 10^{-9} \text{ A cm}^{-2}$ bzw. bei Oxydkathoden $1 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$. Freilich läßt sich bei Oxydkathoden das Gebiet der großen Effekte nicht erreichen, da es zu dicht vor der Sättigung liegt. Die durch die beschränkte Belastbarkeit¹⁾ der Oxydkathoden gegebene Grenze liegt ungefähr bei $\eta_2 = 500$. Damit schon bei dieser Spannung eine Steigerung der Rauschamplitude um 10 % erzielt wird, muß die Ionenemissionsdichte ungefähr $6 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ betragen. Eine merkliche Störung durch O_2^- -Ionen beginnt also für Metallkathoden bei Emissionsdichten von $\approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ A cm}^{-2}$, für Oxydkathoden bei $\approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$. Im übrigen erinnert die von negativen Ionen hervorgebrachte Kurvendeformation an die Messungen von H. Jacoby und L. Kirchgeßner²⁾. Der von diesen Autoren festgestellte Unterschied zwischen Experiment und Theorie könnte durch eine Emission von $0,7$ bis $1 \cdot 10^{-7} \text{ A cm}^{-2}$, bestehend aus O_2^- -Ionen, erklärt werden. Eine Abschätzung der Laufzeiten von O_2^- -Ionen in der Jacoby-Kirchgeßnerschen Anordnung besagt, daß der Einfluß von derartigen Kathodenionen erst bei 1,3 MHz abzufallen beginnt, während die Messungen bei 1 MHz gemacht worden sind, so daß von dieser Seite aus der Erklärung durch negative Kathodenionen nichts im Wege stünde. Freilich würde eine negative Ionenemission bei Ta, das von H. Jacoby und L. Kirchgeßner als Kathodenbaustoff verwendet wurde, eine gewisse Überraschung bedeuten.

b) Positive Ionen.

Die Formeln (30), (31) und (32) werden zunächst für einfach positiv geladene Ionen ($\lambda = 1$) und für die beiden Werte $A = 100$ und $A = 1000$ ausgewertet. Das Ergebnis ist im Bild 6 dargestellt. Wir wollen uns zunächst mit den eigenartigen Sprungstellen in der Nähe der Maxima der Kurven beschäftigen. Haben die Ionen z. B. die einheitliche Anfangsgeschwindigkeit 0, so verwandeln sich bei der Anodenspannung 0 ($\eta_2 = \eta_1$) alle Ionen gleichzeitig aus Trans- in Rückionen. Es findet also bei dieser Spannung auf einen Schlag eine Verdopplung der Aufenthaltsdauern sämtlicher Ionen statt. Damit vervierfacht sich aber das Schwankungsquadrat des Anodenstromes. Entsprechend springt die Kurve für einheitliche thermische Anfangsgeschwindigkeit bei $\eta_2 = \eta_1 + \frac{1}{\lambda}$ um den Faktor 4. Bemerkenswert ist, daß der Sprung auch bei verteilter Anfangsgeschwindigkeit nicht sehr stark verwaschen wird. Solange nämlich alle Ionen zur Anode gelangen ($\eta_2 < \eta_1$), verkürzt eine von 0 verschiedene Anfangsgeschwindigkeit eines Ions seine Aufenthaltsdauer in der Raumladung und vermindert dadurch seine Wirkung. Vor der Sprungstelle $\eta_2 = \eta_1$ müssen daher die Kurven für irgendwelche Anfangsgeschwindigkeitsverteilungen stets unter der Kurve für die einheitliche Anfangsgeschwindigkeit 0 liegen. Es wurde nun dicht hinter der Sprungstelle im Falle $A = 100$ ein Punkt der Kurve für Maxwell'sche Anfangsgeschwindigkeitsverteilung berechnet. Aus seiner Lage³⁾ ersieht man die Richtigkeit der eben aufgestellten Behauptung, daß nämlich auch bei verteilten Anfangsgeschwindigkeiten der Sprung nicht wesentlich verwaschen wird⁴⁾.

¹⁾ Ohne erhebliche Herabsetzung der Lebensdauern wird man die Anodenstromdichte kaum über $8 \cdot 10^{-2} \text{ A cm}^{-2}$ steigern dürfen. Das entspricht mit $D = 0,1 \text{ cm}$ einer „Anodenspannung“ von $\approx 50 \text{ V}$ oder $\eta_2 \approx 500$.

²⁾ H. Jacoby u. L. Kirchgeßner: *Wiss. Veröff. Siemens XVI*, 2 (1937) S. 42.

³⁾ In Bild 6 durch einen kleinen Pfeil hervorgehoben.

⁴⁾ Bei diesen Betrachtungen — und übrigens in der ganzen Arbeit — ist angenommen worden, daß Ionen, die auf die Anode auftreffen, dort auch absorbiert werden. Etwaige Ionenreflexionen würden

Aus diesen Betrachtungen erklärt sich auch, daß vor der Sprungstelle $\eta_2 = \eta_1$ die Kurven für einheitliche thermische Anfangsgeschwindigkeit unter denen für die Anfangsgeschwindigkeit 0 liegen. Hinter der Sprungstelle ist dagegen die von einem Ion in der Raumladung zurückgelegte Strecke keineswegs mehr ohne weiteres mit der Entfernung Kathode—Gegenelektrode identisch, sondern hängt von der Anfangsgeschwindigkeit ab, und zwar in dem Sinne, daß mit steigender Anfangsgeschwindigkeit größere Strecken in der Raumladung zurückgelegt werden, die dann allerdings auch mit etwas vergrößerter Geschwindigkeit durchlaufen werden. Vergleichen wir also auch im Spannungsgebiet dicht hinter der Sprungstelle $\eta_2 = \eta_1 + \frac{1}{\lambda}$

die Wirkung von positiven Ionen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit mit der Wirkung von Ionen mit der Anfangsgeschwindigkeit 0, so wird zunächst noch die etwas vergrößerte Geschwindigkeit der Ionen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit wirksamer sein als die Tatsache, daß die Laufstrecke der Ionen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit etwas größer ist als die von Ionen mit der Anfangsgeschwindigkeit 0. Der Unterschied in den Laufstrecken ist nämlich prozentual zunächst noch sehr gering. Außerdem liegt der Laufstreckenüberschuß der Ionen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit noch dicht vor der Anode, also weit entfernt von der Potential-

schwelle, und ist infolgedessen nicht sehr wirksam. Die Kurven für thermische Anfangsgeschwindigkeit liegen demgemäß noch unter denen für die Anfangsgeschwindigkeit 0. Bei hohen Anodenspannungen ($\eta_2 \gg \eta_1$) sind aber die von den Ionen in der Entladung zurückgelegten Strecken im allgemeinen sehr klein, und eine Erhöhung der Anfangsgeschwindigkeit macht sich deshalb jetzt in der Laufstrecke prozentual so stark bemerkbar, daß die etwas vergrößerte Geschwindigkeit dagegen nicht mehr ins Gewicht fällt. Es kommt hinzu, daß jetzt der Laufstreckenüberschuß der Ionen mit thermischer Anfangsgeschwindigkeit näher an die

natürlich zu einer Verwaschung des Sprunges führen, im übrigen aber das Kathodenionenrauschen auf jeden Fall verstärken. Die Kurve für Maxwell'sche Anfangsgeschwindigkeitsverteilung wurde übrigens für $A = 100$ auch noch für eine Reihe anderer Punkte berechnet. Sie fällt meistens mit der Kurve für einheitlich thermische Anfangsgeschwindigkeit praktisch zusammen.

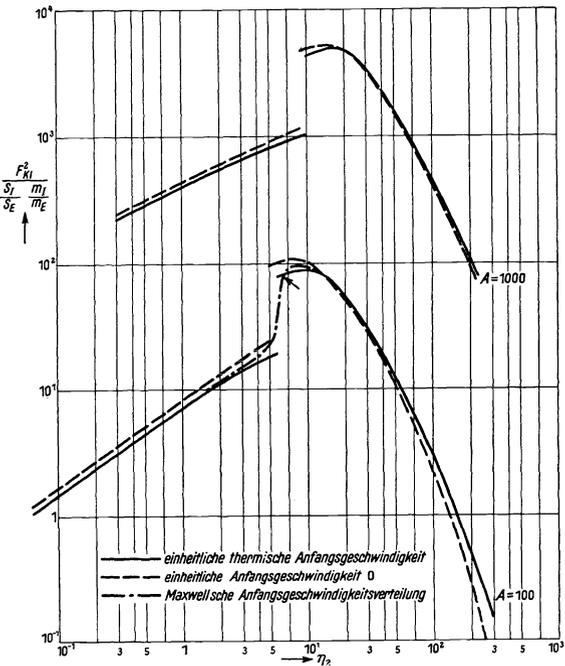


Bild 6. Das Amplitudenquadrat positiv geladener Ionen.

Schwelle herangerückt und infolgedessen wirksamer geworden ist. Die Kurven für thermische Anfangsgeschwindigkeit liegen also bei hohen η_2 -Werten über den Kurven für die Anfangsgeschwindigkeit 0. Vor allem ist aber bemerkenswert, daß bei positiven Ionen im Gegensatz zu den negativen Ionen die Größe der Anfangsgeschwindigkeit und damit auch die Art ihrer Verteilung nur einen kleinen Einfluß hat. Das erklärt sich eben aus der schon mehrfach erwähnten Tatsache, daß positive Ionen unabhängig von ihrer Anfangsgeschwindigkeit zunächst einmal die Schwelle passieren und erst frühestens bei Wiedererreichung des Kathodenpotentials hinter der Schwelle wieder umkehren. Das für die Raumladungsbeeinflussung wichtigste Gebiet der Umgebung der Schwelle wird also von positiven Ionen auf jeden Fall bestrichen.

Die Wirkungen mehrfach positiv geladener Ionen ($\lambda > 1$) lassen sich jetzt leicht übersehen. Werden die Ionen z. B. mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 emittiert, so hat die Vielheit der Ionenladung gar keinen Einfluß. Denn in (31) kommt λ gar nicht vor. Dieses merkwürdige Ergebnis erklärt sich dadurch, daß z. B. bei einer Verdoppelung der Ladung sich zwar zunächst der Schrotoeffekt der Ionenemission S_I verdoppelt, ebenso aber die vom Feld auf die Ionen ausgeübten Kräfte. Nun werden beim Fehlen einer Anfangsgeschwindigkeit die Aufenthaltsdauern der Ionen ausschließlich durch das Feld bestimmt, und zwar werden sie um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner, wenn die vom Feld auf die Ionen ausgeübten Kräfte sich verdoppeln. Da die Aufenthaltsdauern in das Schwankungsquadrat des Anodenstromes quadratisch eingehen, heben sich die Verkleinerung der Aufenthaltsdauern um den Faktor $\sqrt{2}$ und die Verdoppelung des Schrotoeffektes der Ionenemission S_I gerade gegenseitig auf. Bei einheitlicher thermischer Ionenanfangsgeschwindigkeit gilt (30). Hier ist zwar ein Einfluß von λ vorhanden, aber er ist sehr gering. Man sieht das am einfachsten daran, daß in der Grenze $\lambda \rightarrow \infty$ die Gleichung (30) in (31) übergeführt wird. Bei $\lambda = 1$ sind also die größten Unterschiede zwischen (30) und (31) vorhanden, und schon diese sind nach Bild 6 nicht erheblich. Eine Veränderung der Vielheit der Ionenladung ist also bei positiven Ionen mit einheitlicher thermischer Anfangsgeschwindigkeit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeitsänderung äquivalent und daher genau wie diese praktisch ohne wesentlichen Einfluß.

Wir wollen jetzt wieder das gesamte Rauschen, wie es vom Schrotoeffekt und vom Kathodenionenrauschen zusammen geliefert wird, in zwei konkreten Fällen berechnen, und zwar legen wir dabei eine Emission von Na^+ -Ionen im Betrage von $1 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ und im übrigen die Daten der Zahlentafel 1 zugrunde. Es wird dann

$$\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E} = 3,44 \cdot 10^{-3} \quad (A = 100 \text{ Metallkathoden})$$

bzw.

$$\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E} = 0,972 \cdot 10^{-4} \quad (A = 1000 \text{ Oxydkathoden}).$$

Aus Bild 6 ergibt sich dann das Kathodenionenrauschen F_{KI}^2 , das mit dem Schrotoeffekt (Bild 15, Raumladungsschwächung II) quadratisch zusammengesetzt wird,

$$F_{\text{ges}} = \sqrt{F^2 + F_{KI}^2}.$$

Das Ergebnis zeigt Bild 7. Die maximalen Effekte liegen bei niedrigen η_2 -Werten, während im Gebiet dicht vor der Sättigung, wo die wirksamsten Schwächungsfaktoren ($F \ll 1$) erreicht werden, das Kathodenionenrauschen praktisch keinen Einfluß mehr hat. Man könnte deshalb geneigt sein, das Kathodenionenrauschen positiver

Ionen für ungefährlich zu halten. Beachtet man aber die beiden Abszissenteilungen, die die zu den beiden Fällen ($A = 100$ $T = 2200^\circ \text{K}$ bzw. $A = 1000$ $T = 1100^\circ \text{K}$) gehörigen Anodenspannungen¹⁾ U anzeigen, so sieht man, daß gerade bei den in der Praxis meist vorliegenden Steuer Spannungen von 3 bis 4 V das Kathodenionenrauschen die Schwankungsamplitude erheblich vergrößert. Eine merkliche Störung — eine Erhöhung der Rauschamplitude um maximal 10% — durch Na^+ -Ionen beginnt für Metallkathoden bei $8 \cdot 10^{-10} \text{Acm}^{-2}$ und für Oxydkathoden bei $3,5 \cdot 10^{-10} \text{Acm}^{-2}$.

Bei der Auswertung des Bildes 6 und dem Übergang zu Bild 7 wird die Sättigungsstromdichte s_E zweimal gebraucht, erstens bei der Berechnung des in Frage kommenden A -Wertes und zweitens bei der Berechnung des Faktors $\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E} = \frac{s_I \cdot m_I}{s_E \cdot m_E}$. Dies scheint zunächst unangenehm zu sein, denn bei Oxydkathoden sind bekanntlich die Werte der Sättigungsstromdichte s_E mit erheblichen Unsicherheiten behaftet.

Es ist also bemerkenswert, daß diese Unsicherheiten auf die Größe der kritischen Ionenemissionsdichte keinen wesentlichen Einfluß haben. Würde man in dem als typisch für Oxydkathoden gewählten Beispiel die

Sättigungsstromdichte um zwei Zehnerpotenzen kleiner annehmen, so würde man nicht $A = 1000$, sondern $A = 100$ erhalten und beim Übergang von der einen zur anderen Kurve des Bildes 6 rund

50mal kleinere $\left(\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E}\right)$ -Werte erhalten. Dafür wird aber der Faktor $\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E}$ 100mal größer als vorher, so daß das Kathodenionenrauschen F_{KI}^2 ungefähr doppelt so groß wie vorher wird, jedenfalls seine Größenordnung nicht ändert. Eine genauere Nachprüfung ergibt an Stelle von $3,5 \cdot 10^{-10} \text{Acm}^{-2}$ als neue kritische Ionenemissionsdichte $2,97 \cdot 10^{-10} \text{Acm}^{-2}$. Eine Änderung in der ungenau bekannten Sättigungsstromdichte s_E um den Faktor 100 hat also die eben störende Emissionsdichte von Na^+ -Ionen nur um den Faktor 1,188 geändert²⁾.

¹⁾ Alle unsere Überlegungen beziehen sich zunächst nur auf Dioden. Überträgt man die Ergebnisse auf Trioden, so ist die Gegenelektrode die Gitterebene, und als Anodenspannung U ist die Steuer spannung einzusetzen. Ausführlicheres siehe Raumladungsschwächung I, Abschnitt 3 Anfang.

²⁾ Bei negativen Ionen ist dagegen der $\left(\frac{F_{KI}^2}{S_I \cdot m_I / S_E \cdot m_E}\right)$ -Wert von A im wesentlichen unabhängig (≈ 1). Eine Änderung von s_E macht sich daher über den Faktor $\frac{S_I \cdot m_I}{S_E \cdot m_E}$ in vollem Betrage bemerkbar. Allerdings sahen wir ja oben, daß die von negativen Ionen herrührende Gefahr gerade bei Oxydkathoden, wo die genaue Kenntnis von s_E fehlt, nicht sehr groß ist, weil die Haupteffekte der negativen Ionen in dem Gebiet dicht vor der Sättigung liegen, das für die Praxis bei Oxydkathoden sowieso nicht in Frage kommt.

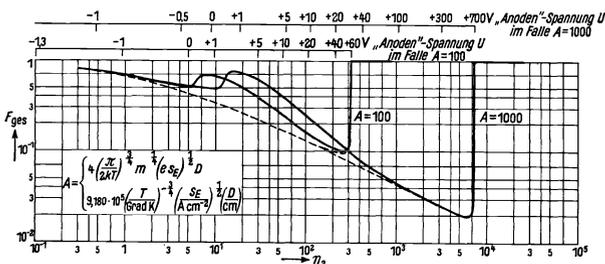


Bild 7. Wirkung einer Emission positiver Ionen. Daten der beiden gezeichneten Beispiele:

$$\begin{aligned} \text{Na}^+ \text{-Ionen, also } \lambda &= 1, & \frac{m_I}{m_E} &= 4,21 \cdot 10^{+4}, \\ s_I &= 1 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}, & D &= 0,1 \text{ cm}, \\ A = 100: & s_E = 0,1224 \text{ A cm}^{-2}, & T &= 2200^\circ \text{K}, \\ A = 1000: & s_E = 4,33 \text{ A cm}^{-2}, & T &= 1100^\circ \text{K}. \end{aligned}$$

Ich habe den Herren Prof. Dr. W. Schottky und Dr. M. Steenbeck für viele wertvolle Diskussionen und den Herren cand. ing. W. Fiedler und Dr. W. Fender für Hilfe bei den numerischen Auswertungsarbeiten zu danken.

Zusammenfassung.

Verschiedene Metalle und wahrscheinlich auch technische Oxydkathoden zeigen, wie bekannt, neben der Elektronenemission eine geringe Emission positiver und vielleicht auch negativer Ionen, deren Größenordnung etwa $10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ beträgt, und die sich daher durch den eigenen Stromtransport neben der 7 bis 8 Zehnerpotenzen größeren Elektronenemission natürlich nicht bemerkbar macht. Auch die durch die Ionenraumladung hervorgerufene Änderung des stationären Elektronen-Anodenstromes dürfte sich noch der Messung entziehen; aber auf das Rauschen des Elektronen-Anodenstromes müssen Ionenemissionen dieser Größenordnung einen unter Umständen schon recht erheblichen Einfluß haben, der deshalb einer genaueren Diskussion unterzogen wird. Die hauptsächlichsten Ergebnisse sind:

1. Das „Kathodenionenrauschen“ ist von der Lage des Arbeitspunktes auf der stationären Kennlinie abhängig, und zwar in folgender Weise: Positive Ionen wirken am stärksten bei schwach positiven Anodenspannungen, negative Ionen dagegen am stärksten kurz vor Erreichen der Sättigung.

2. Die eben störende Größe der Ionenemission, das ist diejenige Emissionsdichte, die an der Stelle ihrer maximalen Wirkung zu einer Vergrößerung der Rauschamplitude um 10 % führt, beträgt

bei Na^+ -Ionen $8 \cdot 10^{-10} \text{ A cm}^{-2}$ (Metallkathoden) bzw. $3,5 \cdot 10^{-10} \text{ A cm}^{-2}$ (Oxydkathoden),
bei O_2^- -Ionen $5 \cdot 10^{-9} \text{ A cm}^{-2}$ (Metallkathoden) bzw. $6 \cdot 10^{-8} \text{ A cm}^{-2}$ (Oxydkathoden).

3. Das Kathodenionenrauschen einfach negativ geladener Ionen ist mit großer Annäherung gleich dem Schroteffekt des Ionen-Anodenstromes multipliziert mit dem Massenverhältnis m_I/m_E .

4. Das Kathodenionenrauschen positiver Ionen hängt von der Art der Anfangsgeschwindigkeitsverteilung der positiven Ionen nur wenig ab. Ebenso hat die Vielheit der Ionenladung keinen großen Einfluß — bei konstant gehaltener Ionenemissionsstromdichte.

5. Der eben störende Wert der Emissionsdichte positiver Ionen hängt nur wenig von der Elektronensättigungsstromdichte ab, sondern hauptsächlich von der Kathodentemperatur und dem Elektrodenabstand der betrachteten Diodenanordnung.

Über den Entladungsvorgang und die Ionenausbeute der Kanalstrahlentladung¹⁾.

Von Curt Hailer.

Mit 23 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 25. Februar 1938.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|---|
| I. Einleitung. | IV. Die Konzentrierung des Ionenstrahls. |
| II. Kanalstrahlrohre mit emittierender Kathode. | V. Kanalstrahlrohr mit Blende in stärkerer Ausführung. |
| III. Über den Entladungsmechanismus einer Kanalstrahlentladung. | VI. Das Massenspektrum des Ionenstrahls. Zusammenfassung. |

I. Einleitung.

Jede Versuchsanordnung zur Atomumwandlung nach der zuerst von J. D. Cockcroft und E. T. S. Walton [1] angegebenen Methode besteht grundsätzlich aus zwei Teilen: der Ionenquelle, in welcher die Wasserstoffionen erzeugt werden, und dem Nachbeschleunigungsrohr nach W. Wien, in welchem die entstandenen Ionen durch hohe Spannungen auf große Geschwindigkeiten nachbeschleunigt werden. Da bei diesen Versuchen die zu beschießende Scheibe sich am geeignetsten auf Erdpotential befindet, muß die Ionenquelle auf hoher Spannung gegen Erde sein. Aus diesem Grunde ist eine Ionenquelle erwünscht, die bei einer einfachen Konstruktion einen möglichst großen Ionenstrom liefert und dazu eine möglichst geringe elektrische Leistung benötigt. Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit war, eine solche Ionenquelle zu entwickeln.

Als Ionenquellen, welche für Atomumwandlungsversuche geeignet sind, sind der Niedervoltbogen und die Kanalstrahlentladung in Gebrauch. Unter dem Niedervoltbogen wird eine Bogenentladung mit fremdgeheizter Glühkathode verstanden. Typische Ausführungsformen desselben sind von E. S. Lamar und O. Luhr [2], von M. A. Tuve, O. Dahl und L. R. Hafstad [3] und von W. H. Zinn [4] angegeben. Eine Kanalstrahlentladung als Ionenquelle benutzen z. B. M. L. E. Oliphant und E. Rutherford [5], A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6], sowie E. Baldinger, P. Huber und H. Staub [7]. Vergleichende Vorversuche zwischen den beiden Arten einer Ionenquelle, dem Niedervoltbogen und der Kanalstrahlentladung, ließen die letztere als erfolgversprechender erscheinen. Um einer

¹⁾ Dissertation T. H. Berlin, D 83.

Kanalstrahlentladung möglichst große Ionenströme entziehen zu können, war es dabei auch notwendig, den Entladungsmechanismus dieser Form einer Gasentladung aufzuklären.

II. Kanalstrahlrohre mit emittierender Kathode.

Wird an einem zylinderförmigen Entladungsrohr mit zwei flachen Scheiben als Elektroden (Bild 1), das mit Wasserstoff gefüllt ist, der Gasdruck allmählich erniedrigt und dadurch die zur Aufrechterhaltung einer Entladung nötige Spannung bis auf einige kV gesteigert, so lassen sich folgende äußere Erscheinungen beobachten:

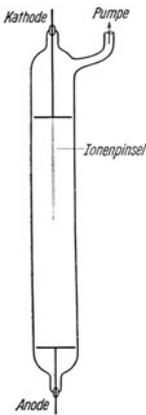


Bild 1.
Entladungsrohr.

Bei einem Gasdruck von 1 Torr ist der Kathodendunkelraum etwa 10 mm tief. Eine Erniedrigung des Gasdruckes auf die Hälfte ergibt eine ungefähre Verdoppelung dieses Dunkelraumes. Bei weiterer Verkleinerung des Druckes wandert das Glimmlicht immer mehr auf die Anode zu. Der Glimmsaum verliert dabei aber seine Schärfe, und die Lichtstärke wird geringer, so daß, wenn das Glimmlicht sich in der Nähe der Anode befindet, es kaum noch zu beobachten ist und allmählich ganz verschwindet. Die erste Kathodenschicht, die bei dem hohen Gasdruck die ganze Vorderfläche der Kathode bedeckte, zieht sich dabei auf die Mitte zusammen und dehnt sich zugleich in Achsenrichtung auf eine Strecke von einigen Zentimetern aus, so daß sich schließlich ein scharfer Ionenstrahl ergibt, der im Sichtbaren hauptsächlich die H_{α} -Linie emittiert. Er stellt den einzigen noch leuchtenden Teil dieser Form einer Gasentladung dar, welche auch die Kanalstrahlentladung genannt wird.

Trägt die Kathodenscheibe in ihrer Mitte eine Bohrung, so gehen die Ionen durch diese hindurch und fliegen geradlinig weiter. Wenn die Kanalstrahlentladung als Ionenquelle für Versuche zu Atomumwandlungen dient, so werden diese austretenden Ionen noch nachbeschleunigt.

Man nahm bisher für die Kanalstrahlentladung einen der Glimmentladung ähnlichen Mechanismus an. Nach J. S. Townsend definiert man folgende Größen:

α = mittlere Zahl der Ionenpaare, die ein Elektron auf 1 cm Weg im Gasraum erzeugt.

β = mittlere Zahl der Ionenpaare, die ein positives Ion auf 1 cm Weg im Gasraum erzeugt.

γ = mittlere Zahl der Elektronen, die ein positives Ion an der Kathode auslöst.

Bei einer Glimmentladung durchlaufen die Ionen auf einer freien Weglänge eine so kleine Spannung, daß sie noch nicht genügend Energie besitzen, um im Gasraum ionisieren zu können. Es bildet sich also dadurch in der Entladung ein stationäres Gleichgewicht aus, daß ein Elektron im Gasraum soviel Ionen erzeugt, wie im Mittel nötig sind, um beim Auftreffen auf die Kathode wieder ein Elektron auszulösen. Auf die gleiche Weise wurde auch z. B. von H. Seemann und G. Orbán [8] der Mechanismus einer Kanalstrahlentladung erklärt.

Die durch den Kanal in der Mitte der Kathode hindurchfliegenden Ionen können an dieser keine Elektronen mehr auslösen. Im Vergleich zu dem Fall, in dem die Kathode kein Loch hat, stehen also der Entladung bei gleicher Ionenstromgröße weniger von der Kathode ausgehende Elektronen zur Verfügung. Nach obiger Auffassung wird infolgedessen die Entladungsstromstärke kleiner, wenn die Entladung

nicht sogar ganz erlischt. Ebenso war zu erwarten, daß man die Entladungsbedingungen günstig beeinflussen könnte, indem man die fehlenden Elektronen anderweitig ersetzt.

Das wurde in einem Entladungsrohr ausgeführt, bei welchem nach H. Lukanow und W. Schütze [9] der Entladungsraum ganzmetallisch ausgebildet war. Bild 2 zeigt den Aufbau des Anodenzylinders aus Eisendrahtnetz. Dadurch befand sich die ganze umgebende Wand auf einem genau bestimmten Potential, und es war außerdem noch möglich, den Ionenstrahl zu beobachten. Der Anodenzylinder war oben durch eine Blechscheibe abgeschlossen. Die wassergekühlte Kathodenscheibe trug in ihrer Mitte einen Zapfen aus Eisen, welcher in den Entladungsraum hineinragte. Er hatte in seiner Symmetrieachse eine kanalartige Bohrung von 30 mm Länge und 4 mm Durchmesser. Der Kanal war in der Mitte auf einen Durchmesser von 7 mm erweitert. Hierin befanden sich die Windungen einer Wolframspirale, deren eines Ende mit der geerdeten Kathode verbunden war, und deren anderes Ende durch eine weitere seitliche Bohrung mittels Porzellanrohren isoliert herausgeführt wurde.

Der Wasserstoff wurde durch einen Rohransatzstutzen der Kathodenscheibe in den Entladungsraum eingeleitet. Er wurde elektrolytisch hergestellt und zur Reinigung durch ein glühendes Palladiumrohr geleitet. Der Gasdruck der Entladung wurde an einem weiteren, bei diesem Rohr in Bild 2 nicht gezeichneten Ansatzstutzen mit einem McLeod gemessen, welches über eine Kühlfalle angeschlossen war. Unterhalb der Kathode war der Meßraum, welcher durch eine unmittelbar sich anschließende Öldiffusionspumpe (E. Leybold, Modell Q) auf Hochvakuum gehalten wurde, und welcher zur Messung der Ionenausbeute einen Faraday-Käfig mit Schutzblende enthielt.

Bei der Messung von Ionenströmen ist die hohe Sekundärelektronenemission zu beachten, welche von schnellen Ionen und Neutralteilchen beim Auftreffen auf eine Metallfläche hervorgerufen wird. Hierdurch können die Meßergebnisse sehr gefälscht werden, wobei die Sekundärelektronen an der Kanalwandung, an dem zum Auffangen dienenden Faraday-Käfig und auch an einer zwischengeschalteten Schutzblende ausgelöst werden können.

Die Ionenstrahlmessung mit einem Faraday-Käfig allein ohne angelegte Bremsspannungen führte nicht zu genauen Ergebnissen. Benutzt man nämlich hohe Nachbeschleunigungsspannungen, so kann das Feld zu einem geringen Teil noch in den Faraday-Käfig hineingreifen, und ferner besitzen die Sekundärelektronen schon selbst eine gewisse Austrittsgeschwindigkeit.

Es wurde deshalb zwischen den Faraday-Käfig und den Kanal noch eine Schutzblende eingeschaltet, um die nötigen Gegenspannungen anlegen zu können. Die Schutzblende umgab zylinderförmig den ganzen Auffangkäfig und schützte ihn so auch vor den an den Seitenwänden auftreffenden gestreuten und rückdiffundierenden

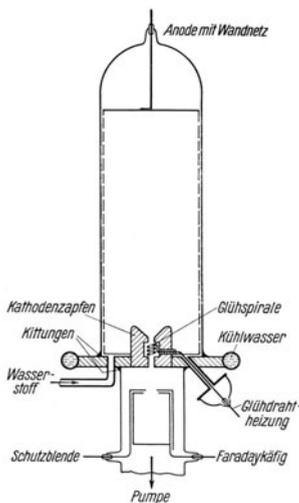


Bild 2. Kathode mit emittierender Kanalwandung.

Teilchen. Zwischen der Kathode des Kanalstrahlrohres und der Schutzblende lag eine Spannung $U_{Be} = 3 \text{ kV}$ zur Beschleunigung der Ionen, zwischen der Schutzblende und dem Faraday-Käfig eine Bremsspannung $U_{Br} = 400 \text{ V}$.

Ob diese Gegenspannung genügend groß war, wurde durch Messen des Faraday-Käfig-Stromes in Abhängigkeit von der Bremsspannung geprüft: Eine weitere Vergrößerung der Bremsspannung ergab keine Verminderung des Käfig-Stromes mehr (Bild 3). Bei ihrer Verkleinerung stieg dagegen der Strom an und erreichte, waren Faraday-Käfig und Schutzblende auf dem gleichen Potential, den etwa dreifachen Betrag desjenigen Stromwertes, der sich für Bremsspannungen $U_{Br} = 400 \text{ V}$ eingestellt hatte. Dieser Stromanstieg stammt von den Sekundärelektronen her, welche aus dem Faraday-Käfig austreten und von der Kathodenscheibe angezogen werden.

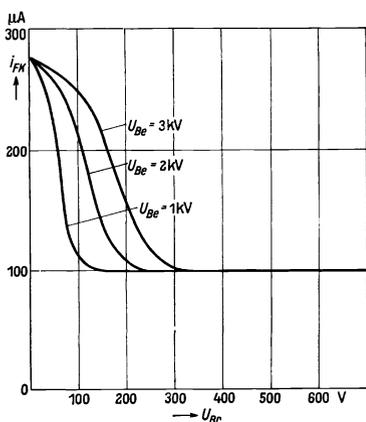


Bild 3. Abhängigkeit des Faraday-Käfig-Stromes von der Bremsspannung.

Betrag die Beschleunigungsspannung nur 1 bzw. 2 kV, so genügte schon eine Bremsspannung von 135 bzw. 270 V.

Das Hineingreifen des Nachbeschleunigungsfeldes durch die Schutzblende hindurch in den Faraday-Käfig hinein ist ähnlich wie der Durchgriff in einem Elektronenrohr mit drei Elektroden zu verstehen. Die Kathodenscheibe entspricht der Anode des Elektronenrohres, die Schutzblende dem Gitter und der Faraday-Käfig der Glühkathode. Bezeichnet U_a die Anodenspannung, U_g die negative Gitterspannung und D den Durchgriff, so ist diejenige negative Gitterspannung, bei der für eine bestimmte Anodenspannung der Anodenstrom gleich Null ist, gegeben durch:

$$U_g = D \cdot U_a.$$

Eine Verdoppelung der Anodenspannung z. B. bedingt also auch eine doppelt so hohe negative Gitterspannung. Genau so verlangte eine Erhöhung der Beschleunigungsspannung eine proportionale Steigerung der notwendigen Bremsspannung.

Es wurde hier eine Beschleunigungsspannung von 3 kV angelegt, um auch noch die mit kleiner Geschwindigkeit aus dem Kanal kommenden Ionen zu erfassen. Noch ein weiterer Vorteil einer so hohen Spannung U_{Be} ergab sich. Ist nämlich der Käfig mit der Kathode auf gleichem Potential, und wird dazu die Blende um nur $U_{Be} = U_{Br} = 100 \text{ V}$ negativ gemacht, so werden damit wohl die Sekundärelektronen der Kanalwandung und des Käfigs zurückgelenkt, die Blende selbst wird aber von schnellen Ionen und Neutralteilchen getroffen und emittiert besonders am Blendenrand ebenfalls Elektronen. Diese werden zum Teil auf den Faraday-Käfig hingezogen und verkleinern so den positiven Käfig-Strom. Ist dagegen die Beschleunigungsspannung beträchtlich höher als die Bremsspannung, so wird der größte Teil der am Blendenrand ausgelösten Elektronen von der Kathode angezogen und der gemessene Faraday-Käfig-Stromwert liegt nur noch sehr wenig unter dem wahren Wert des Ionenstromes.

Vor Beginn der Messungen wurde das Entladungsrohr, das sich ja wegen der Kittungen nicht ausheizen ließ, dadurch gereinigt, daß es einige Stunden lang mit

einer hohen Entladungsspannung und einer großen Stromstärke betrieben wurde. Bei der Aufnahme einer Meßreihe wurde die Entladungsspannung U_e konstant gelassen und die Entladungsstromstärke I_e durch Erhöhung bzw. Erniedrigung des Gasdruckes vergrößert bzw. verkleinert. Man kommt so zu besser reproduzierbaren Ergebnissen, als wenn man, wie es zuerst versucht wurde, während einer Meßreihe die durchströmende Wasserstoffmenge und damit den Druck unverändert läßt. Der für eine bestimmte Elektrodenanordnung und zu gegebenen Werten von U_e und I_e gehörende Gasdruck hängt nämlich äußerst empfindlich von der Reinheit der Elektroden und des Gases, sowie von der Temperatur des ganzen Entladungsraumes ab. Um den Strom, den man als Ionenausbeute der mit der Stromstärke I_e brennenden Kanalstrahlentladung entzog, unter verschiedenen Betriebsbedingungen zu bestimmen, war es also zwecks Erreichung miteinander vergleichbarer Messungen besser, die Entladungsspannung statt des Gasdruckes als Parameter zu wählen. Unter Ausbeute ist dabei im folgenden immer der Absolutwert des im Faraday-Käfig gemessenen Stromes von positiven Ionen verstanden.

Bild 4 zeigt die Ausbeute i_{FK} an positiven Ionen in Abhängigkeit von der Entladungsstromstärke I_e bei einer Anodenspannung von 12 kV, und zwar ohne und mit Heizung der Wolframdrahtspirale, welche bis kurz unterhalb des Schmelzpunktes erhitzt wurde. Die Kurve für die Ausbeute mit Heizung geht nicht durch den Nullpunkt, da in diesem Falle bei den kleinen Stromstärken der Gasdruck so niedrig war, daß der Entladungsstrom nur aus dem durch sehr wenige Gasstöße verstärkten Elektronenstrom bestand. Bei den größeren Stromstärken wurde der Gasdruck durch die zusätzliche Heizung nur um etwa 2% herabgesetzt, die Ausbeute stieg aber auch hier nur um 8%. Dieser Versuch zeigt, daß durch eine künstliche Verstärkung des Stromes der von der Kathode ausgehenden Elektronen die Intensität des Ionenstrahls nur unbedeutend erhöht wird.

Wenn überhaupt die von der Kathode ausgehenden Elektronen maßgebend an der Ausbildung des Ionenstrahls beteiligt sein sollen, so müßte, wenn man eine zusätzliche Elektronenquelle außerhalb der Mitte an der Kathode anbringt, das Kanalstrahlrohr an dieser Stelle einen exzentrischen Strahl zeigen, welcher unter Umständen neben dem in der Symmetrieachse des Rohres liegenden bestehen könnte. Um dies zu prüfen, wurde ein weiteres Entladungsrohr mit einer großen Metallgrundplatte als Kathode gebaut. Außerhalb der Mitte der Platte wurde der vorher beschriebene Kathodenzapfen samt seiner Glühspirale und der isoliert durchgeleiteten Heizstromzuführung befestigt (Bild 5). Eine vakuumdicht aufgesetzte Glasglocke trug die Anode, welche wieder aus einem Drahtnetzzyylinder mit oben abschließender Blechscheibe bestand.

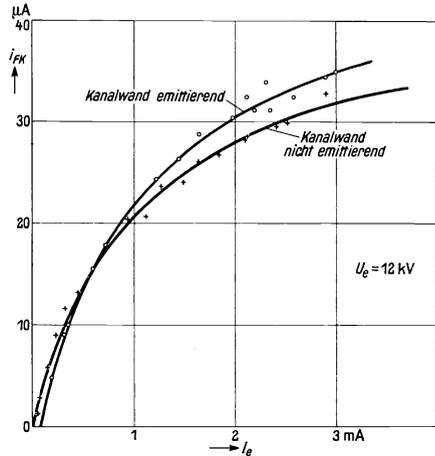


Bild 4. Abhängigkeit der Ausbeute von der Entladungsstromstärke.

Bei einem Gasdruck von etwa 10^{-2} Torr, einer Stromstärke von 1 mA und einer Anodenspannung von 10 kV sah man den gewöhnlichen Ionenstrahl, welcher allerdings nicht in der Symmetrieachse des Rohres lag, sondern etwas schräg in den von dem Zapfen und der Grundplatte gebildeten Winkel hineinzeigte. Obwohl nun die Wolframspirale sehr hoch erhitzt wurde, und die Entladung dadurch stromstärker wurde, änderte sich an dem Erscheinungsbild des Ionenstrahls nichts. Es war insbesondere über dem Kathodenzapfen kein Ionenstrahl oder ein rotes Glimmen zu sehen, sondern nur ein schwaches, durch ein kleines Magnetfeld leicht beeinflussbares Kathodenstrahlleuchten.

Gegen die letzten beiden Versuche läßt sich einwenden, daß das Feld der Entladungsspannung nur sehr wenig in das Innere des Kanals, wo die Glühspirale saß,

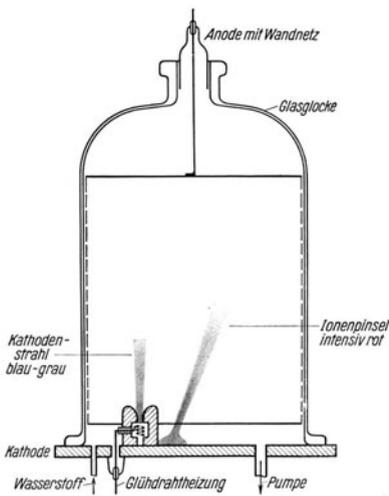


Bild 5. Kathode mit exzentrischem emittierendem Kanal.

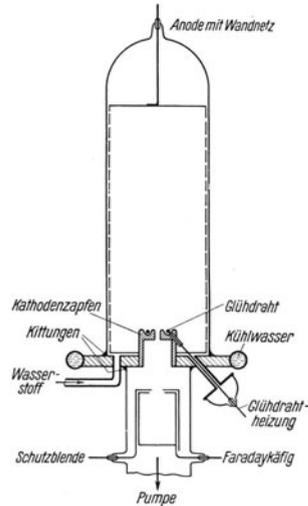


Bild 6. Kathode mit emittierender Oberfläche.

hineingreifen kann. Möglicherweise wurden nicht genügend Elektronen in den Entladungsraum hineingeliefert. Um sicher zu gehen, wurde deshalb bei einem neuen Entladungsrohr ein Glühdraht an der Oberfläche der Kathode angebracht (Bild 6). Der Kathodenzapfen trug in einiger Entfernung von dem Kanal eine Eindrehung, in welcher der Glühdraht, gehalten von kleinen Porzellanstückchen, lag. Auch hier wurde der zu einer bestimmten Entladungsspannung gehörende Gasdruck ein wenig erniedrigt, aber die Ionenausbeute stieg auch bei günstigster eingestellter Heizung nur um wenige vH. Sandte der Glühdraht zu viel Elektronen aus, so bestand beinahe der ganze Entladungsstrom aus den von der Glühemission gelieferten Kathodenstrahlen, und der Ionenstrahl wurde sogar bei konstant gehaltener Spannung schwächer.

III. Über den Entladungsmechanismus einer Kanalstrahlentladung.

Die Versuche mit emittierender Kathode deuten darauf hin, daß die für die Kanalstrahlentladung maßgeblichen Elektronen nicht durch den Aufprall positiver

Ionen an der Kathode ausgelöst werden, sondern daß die Elektronen schon im Gasraum durch einen anderen Prozeß entstehen, nämlich durch die Ionisierung des Gases mittels positiver Ionen. Dieser sog. β -Mechanismus findet bei einer gewöhnlichen Glimmentladung wegen der zu geringen Energie der Ionen nicht statt. Daß er dagegen unter den in einer Kanalstrahlentladung vorliegenden Verhältnissen möglich ist, zeigt Bild 7, in welchem die verschiedenen Wirkungsquerschnitte von Elektronen und Protonen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Teilchen eingetragen sind.

Chr. Gerthsen [10] hat die Ionisationsquerschnitte schneller Protonen für Geschwindigkeiten zwischen 19 und 35 kV gemessen. F. Goldmann [11] fand bis 4 kV keine Ionisation, sondern nur Umladung. Ungefähr anschließend sind die von H. Bartels [12] ausgeführten Messungen der Umladungsquerschnitte, welche von H. Meyer [13]

bis zu einer Protonengeschwindigkeit von 150 kV fortgesetzt wurden. Bei 7 kV hat der Umladungsquerschnitt ein Maximum. G. Joos und H. Kulenkampff [14] berechnen, daß erst etwa von dieser Protonengeschwindigkeit an Ionisation eintreten kann. Sie setzen dabei voraus, daß beim Stoß des schnellen Protons auf die neutrale Wasserstoffmolekel nur ein Elektron als Stoßpartner anzusehen ist, und berechnen nach den Gesetzen des elastischen Stoßes diejenige Protonengeschwindigkeit, bei der gerade die Ionisationsenergie auf das Elektron übertragen wird. Die Gerthsensche Kurve dürfte also ungefähr wie gestrichelt fortzusetzen sein. Nach höheren Spannungen hin verläuft sie sicher noch ansteigend und erreicht ihr Maximum, das sie analog der Bragg'schen Ionisationskurve von α -Strahlen hat, erst bei Spannungen in der Gegend von 300 kV.

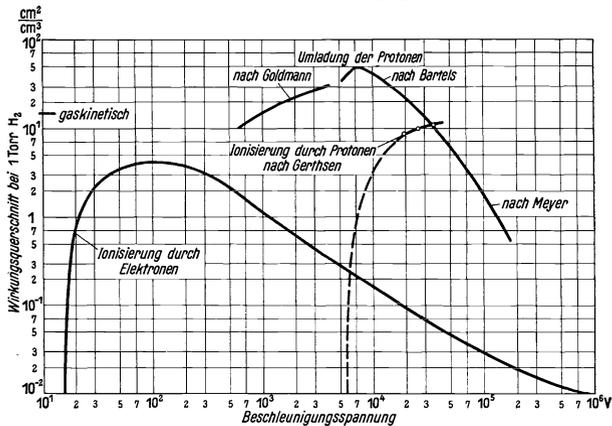


Bild 7. Wirkungsquerschnitte.

Auch ein schnelles neutrales H-Atom kann bei einem Zusammenstoß mit einer Gasmolekel sein Elektron verlieren. Die Wirkungsquerschnitte dieser sog. Selbstionisation liegen nach H. Bartels [15] und H. Meyer [13] etwas unterhalb der Ionierungsquerschnitte, welche von Gerthsen für Protonen bestimmt wurden.

Betrachten wir nun z. B. das Entladungsrohr mit emittierender Kanalwandung bei dem Versuch, wo die Entladungsspannung 12 kV betrug, und wo die Glühspirale nicht erhitzt wurde. Bei kleinen Stromstärken haben wir einen Gasdruck von ungefähr $5 \cdot 10^{-2}$ Torr. Die mittlere Weglänge von Elektronen und von rasch fliegenden Protonen beträgt dabei etwa 10 mm. Der genaue Potentialverlauf vor dem Kathodenzapfen ist nicht bekannt, doch läßt sich abschätzen, daß diese Strecke näherungsweise einem Potentialunterschied von ungefähr 5 kV entspricht. Wegen

der statistischen Verteilung der Weglängen wird ein beträchtlicher Anteil der positiven Ionen auch Spannungsunterschiede in der Größe von 5 bis 10 kV ohne Zusammenstoß durchlaufen. Für diese Geschwindigkeiten ist die Ionisierung des Wasserstoffes durch Protonen (β -Mechanismus) in derselben Größenordnung wie die Ionisierung durch Elektronen (α -Mechanismus).

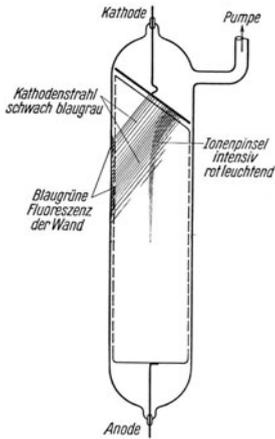


Bild 8. Entladungsröhre mit geneigter Kathode.

Bild 8 skizzierte Form des Ionenstrahls. Der Ionenstrahl entsteht in der Achse, biegt dann aber entsprechend dem Feldverlauf um und trifft exzentrisch auf die Kathode auf. Die auf dem Wege des Ionenstrahls durch Umladung entstehenden schnellen Neutralteilchen fliegen von dem Umladungsort an geradeaus und bombardieren die Kathode auf einer größeren Fläche, die sich vom Auftreffpunkt des Ionenstrahls bis zur geometrischen Kathodenmitte erstreckt. Die dadurch ausgelösten Sekundärelektronen werden im Feld vor der Kathode beschleunigt und treffen auf die gegenüberliegende Anodenwandung auf, welche erhitzt wird und blaugrün fluoresziert. Diese Sekundärelektronen legen also im Gasraum einen ganz anderen Weg als der Ionenstrahl zurück, spielen also für dessen Entstehungsmechanismus keine Rolle.

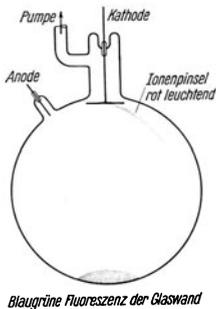


Bild 9. Kugelförmiges Entladungsröhre mit seitlicher Anode.

Ionenstrahl aus. Er folgt also nicht den kürzesten Feldlinien, da die Entladung auf diesem Wege zu sehr behindert ist, sondern liegt ungefähr in der Richtung der längsten im Entladungsröhre vorhandenen Feldlinien.

Die an der Kathode ausgelösten Elektronen treffen auf der gegenüberliegenden Glaswand auf. Der Ionenstrahl durchläuft also im Gasraum eine Strecke, welche in keinem Zusammenhang mit dem Weg der durch Ionenaufprall ausgelösten Elektronen steht.

Die Kanalstrahlentladung stellt also eine besondere Form einer Gasentladung dar. Von einer gewöhnlichen Glimmentladung unterscheidet sie sich grundsätzlich, indem sich bei ihr nicht ein stationäres Gleichgewicht zwischen dem α - und γ -Mechanismus, sondern zwischen dem α - und β -Mechanismus ausbildet.

Daß der Ionenstrahl der Kanalstrahlentladung unabhängig von den an der Kathode ausgelösten Sekundärelektronen entsteht, zeigen in anschaulicher Weise noch folgende Versuche:

1. Entladungsröhre mit geneigter Kathode.

Steht die Kathode nicht senkrecht zu der Achse des Anodenzylinders, sondern bildet sie mit dieser einen Winkel von etwa 45° , besteht sie also aus einer ellipsenförmig ausgeschnittenen Scheibe, so ergibt sich die in Bild 8 skizzierte Form des Ionenstrahls. Der Ionenstrahl entsteht in der Achse, biegt dann aber entsprechend dem Feldverlauf um und trifft exzentrisch auf die Kathode auf. Die auf dem Wege des Ionenstrahls durch Umladung entstehenden schnellen Neutralteilchen fliegen von dem Umladungsort an geradeaus und bombardieren die Kathode auf einer größeren Fläche, die sich vom Auftreffpunkt des Ionenstrahls bis zur geometrischen Kathodenmitte erstreckt. Die dadurch ausgelösten Sekundärelektronen werden im Feld vor der Kathode beschleunigt und treffen auf die gegenüberliegende Anodenwandung auf, welche erhitzt wird und blaugrün fluoresziert. Diese Sekundärelektronen legen also im Gasraum einen ganz anderen Weg als der Ionenstrahl zurück, spielen also für dessen Entstehungsmechanismus keine Rolle.

2. Kugelförmiges Entladungsröhre mit seitlicher Anode.

In einer von jedem Wandbeschlag sorgfältig gereinigten Kugel sitzt die Anode, dargestellt durch einen einfachen Draht, schräg oben seitwärts. Es bildet sich der in Bild 9 gezeichnete

Dieses Erscheinungsbild gilt für eine Stromstärke von $1 \mu\text{A}$ bei einer Entladungsspannung von 10 kV und einem Gasdruck von $1 \cdot 10^{-2}$ Torr. Wird durch Erhöhen des Gasdrucks die Stromstärke gesteigert, so springt die Entladung in eine andere Form über, welche wie eine Glimmentladung eine Anodenglimmhaut, ein negatives Glimmlicht und eine Kathodenglimmhaut zeigt.

3. Kathode mit weitem Kanal.

Die Kathode besteht aus einem weiten Rohr. Hinter diesem schließt sich eine große Hohlkugel an. In diese reicht, wie in Bild 10 skizziert, der Kanalstrahl hinein. Am Ende wird er diffuser, da Verluste durch Umladung und Streuung eintreten. Die Kugel wurde deshalb so groß gemacht, um zu zeigen, daß die durch Auftreffen des Ionenstrahls auf die hintere Glaswand ausgelösten Elektronen die zwischen Anode und Kathode brennende Kanalstrahlentladung nicht mehr beeinflussen können. Diese Elektronen konnten auch durch einen kleinen Magneten leicht wieder zurückgebogen werden, ohne daß die Erscheinung des Kanalstrahls sich irgendwie änderte.

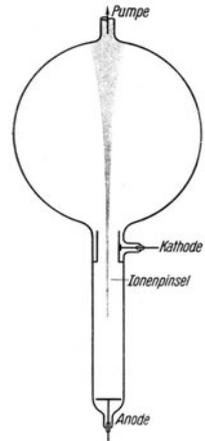


Bild 10. Kathode mit weitem Kanal.

4. Entladung zwischen nahen Scheiben.

Die Elektroden sind flache Kreisscheiben mit einer großen Öffnung in der Mitte. Sie stehen sich nahe gegenüber und zwischen ihnen befindet sich ein Porzellanring, welcher jede Entladung auf dem direkten und kürzesten Wege zwischen Anode und Kathode verhindert. Bei einem Gasdruck von $3 \cdot 10^{-2}$ Torr zündet mit 20 kV eine Entladung, welche bei einer Stromstärke von 10 mA und einer Brennspannung von 10 kV die in Bild 11 skizzierten einzelnen Entladungsteile zeigt, nämlich das negative Glimmlicht, den Kathodendunkelraum und die Kathodenglimmhaut. Sie ähnelt also ihrer äußeren Erscheinung nach der gewöhnlichen Glimmentladung bei hohem Druck.

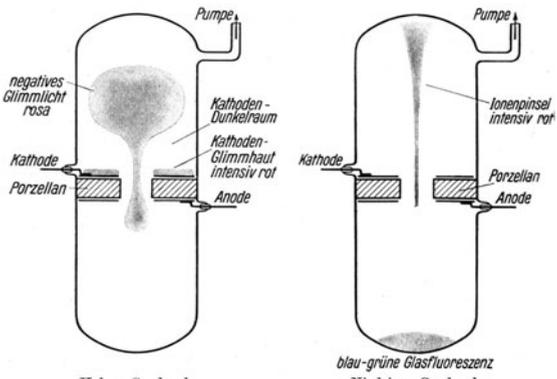


Bild 11. Entladung zwischen nahen Scheiben.

Ist dagegen der Gasdruck niedriger, nur noch $1,5 \cdot 10^{-2}$ Torr, so zündet

erst bei 25 kV eine ganz anders geartete Entladung, welche wie das vorige Kanalstrahlentladungsröhr in der Achsenmitte einen rot leuchtenden Ionenstrahl zeigt. Er ist der einzige leuchtende Teil in dem ganzen Entladungsraum. Das Glas wird an der Stelle seines Aufprallens leicht erwärmt, während die gegenüberliegende Glaswand unter der Einwirkung der auftreffenden schnellen Elektronen fluoresziert. Von der

Zündspannung, hier gleich 25 kV, steigt die Brennspannung nach oben an, ohne wie im Falle des höheren Gasdruckes auf einen sehr viel niedrigeren Brennspannungswert abzusinken. Auch dies zeigt, daß die bei dem niedrigeren Gasdruck brennende Kanalstrahlentladung sich grundsätzlich von der Glimmentladung unterscheidet.

Ähnliche Versuche sind schon seit langem bekannt und unter anderem schon von E. Goldstein [16] beschrieben, ohne daß der Grund für die Ausbildung des Ionenstrahls bei hohen Entladungsspannungen hätte angegeben werden können.

IV. Die Konzentrierung des Ionenstrahls.

Die vorhergehenden Versuche haben gezeigt, daß es bei einem Kanalstrahlrohr nicht notwendig ist, daß der Ionenstrahl auf die Oberfläche der Kathode auftrifft. Das bedeutet, daß man ohne Rücksicht auf die Kanalstrahlentladung den Kanal so groß wie möglich machen kann. Werden für Atomumwandlungsversuche die austretenden Ionen durch ein hohes elektrisches Feld nachbeschleunigt, so muß in dem Nachbeschleunigungsrohr der Gasdruck durch Pumpen so niedrig gehalten werden, daß zwischen seinen Elektroden keine weitere Gasentladung mehr zündet. Die Abmessungen des Kanals sind also der Bedingung unterworfen, daß zwischen dem Entladungsraum und dem Nachbeschleunigungsraum ein bestimmter Druckunterschied aufrechterhalten werden kann.

Damit nun durch einen gegebenen Kanal ein großer Ionenstrom fließt, ist es am besten, den Ionenstrahl so stark wie möglich einzuschnüren. Im folgenden sind die Versuche beschrieben, die zur Verwirklichung einer solchen Strahlkonzentrierung geführt haben.

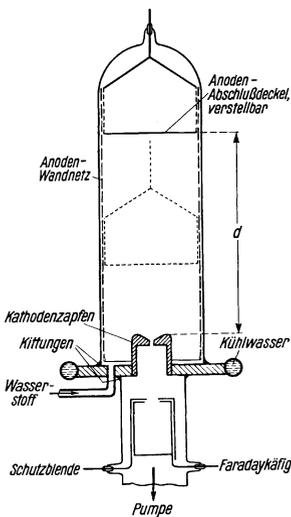


Bild 12. Entladungsrohr mit veränderlichem Elektrodenabstand.

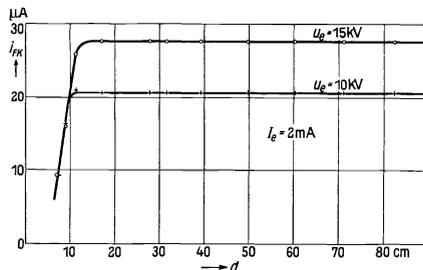


Bild 13. Abhängigkeit der Ausbeute von dem Elektrodenabstand.

1. Entladungsrohr mit veränderlichem Elektrodenabstand.

Anfänglich wurden Kanalstrahlrohre benutzt, welche wie dasjenige von M. L. E. Oliphant und E. Rutherford [5] einen im Verhältnis zum Durchmesser sehr langen Anodenzyylinder hatten. Welche Höhe des Anodenzyinders wirklich notwendig ist, wurde an einem Entladungsrohr mit veränderlichem Elektrodenabstand d untersucht (Bild 12).

Der Anodenzyylinder hatte einen gleichbleibenden Durchmesser von 8 cm, und der Abstand d wurde von 82 cm bis auf 7 cm schrittweise verkleinert. Für jeden

einzelnen Abstand wurde die Kurve, welche die Abhängigkeit der Ausbeute von der Entladungsstromstärke angibt, für eine Entladungsspannung von 10 und 15 kV

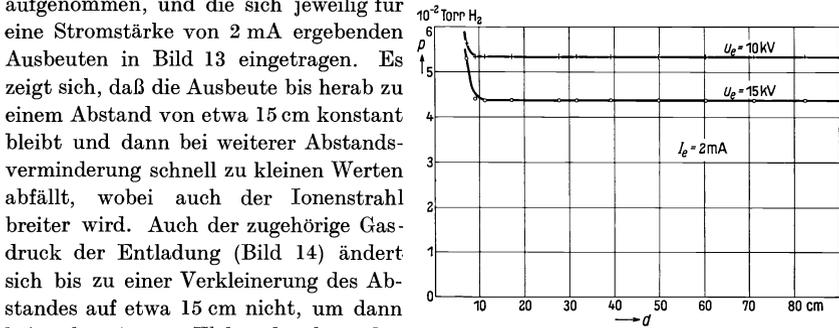


Bild 14. Abhängigkeit des Gasdrucks von dem Elektrodenabstand.

2. Entladungsrohr mit unterteiltem Anodenzylinder.

Im vorigen Versuch war der lange Anodenzylinder zu seinem größten Teil ohne irgendwelchen Einfluß auf die Ausbildung des Ionenstrahls und damit auf die Ausbeute an positiven Ionen. Der Anodendrahtnetzzyylinder wurde bei einem neuen Entladungsrohr in einzelne Ringe unterteilt, von denen jeder durch einen seitlich eingeschmolzenen Chromeisenstab gehalten wurde (Bild 15). Es war beabsichtigt, die in dem oberen, bisher nicht ausgenützten Teil des Anodenraumes gebildeten Ionen durch geeignete Spannungen, welche zwischen den einzelnen Ringen angelegt waren, nach unten auf die Kathode hin zu beschleunigen.

Wurde bei den Betriebsdaten des Rohres von $U_e = 10$ kV und $I_e = 0,4$ mA der Zylinderdeckel um einige hundert Volt positiver als die gesamte Zylinderwandung geschaltet, so ergab sich keine Änderung der Entladung, sowohl in dem äußeren Erscheinungsbild des Ionenstrahls als auch in der im Faraday-Käfig gemessenen Ausbeute. Wurden außer dem Deckel auch noch die oberen Zylinderringe 4, 5 und 6 positiver als die unteren Ringe 1, 2 und 3 gemacht, so änderte sich ebenfalls nichts. Erst als die beiden untersten Ringe 1 und 2 allein noch negativer als der gesamte obere Raum waren, konnte die Entladung merklich beeinflusst werden. Die Ausbeute wurde aber geringer, und gleichzeitig wurde eine Verbreiterung des Ionenstrahls beobachtet.

Es wurde jetzt der zwischen den ersten beiden Ringen und der übrigen Anodenwandung liegende

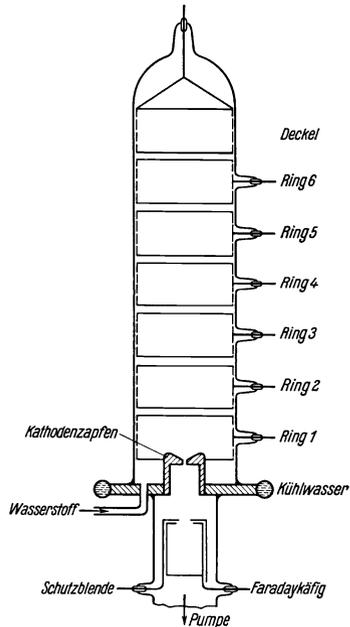


Bild 15. Entladungsrohr mit unterteiltem Anodenzylinder.

Spannungsunterschied umgepolt, d. h. es wurden die Ringe 1 und 2 positiver als die Ringe 3 bis 6 und der Deckel gemacht. Stieg der Spannungsunterschied von 0 bis auf 500 V, so nahm die Ausbeute an positiven Ionen kontinuierlich zu. Bei 500 V betrug die Steigerung des Ionenstroms 15%. Es konnte dabei auch beobachtet werden, daß der Ionenstrahl sich auf einen kleineren Querschnitt zusammenzog.

Über etwa 500 V hinaus konnte der Spannungsunterschied nicht gesteigert werden, da sonst die auf einem negativeren Potential sich befindenden Hohlräume des Anodenzyinders als Hohlkathode für eine zweite Entladung in dem Rohr wirkten. Bei den hier vorliegenden Gasdrücken können nämlich Entladungen, wenn sie eine Hohlkathode besitzen, schon bei Spannungen brennen, welche im Verhältnis

zur Spannung einer Kanalstrahlentladung klein sind (s. auch Abschnitt V).

Die Ursache der Ausbeutesteigerung liegt offenbar nicht in einem Einwirken auf die Entladung in den von der Kathode entfernter liegenden Teilen des Anodenhohlraumes, sondern in einer verstärkten Konzentrierung des Strahls unmittelbar vor der Kathode. Hier wurde diese erreicht durch die Erhöhung des Anodenpotentials der untersten Ringe. Wie Bild 16b im Vergleich zu Bild 16a zeigt, wurden dadurch die Potentialflächen

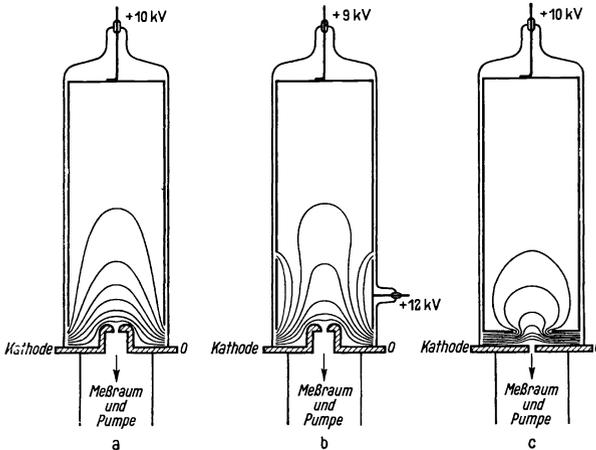


Bild 16. Potentialbilder.

a) Einfacher Anodenzyylinder, b) Unterteilter Anodenzyylinder, c) Anodenzyylinder mit Blende.

so verändert, daß sie vor der Kathode stärker gekrümmt und mehr gebündelt sind. Dadurch gelang es also, den Ionenstrahl innerhalb des Entladungsraumes ionenoptisch zu konzentrieren. Es wurde nun ein Entladungsrohr gebaut, bei welchem diese Konzentrierung allein durch die Form der Anode ohne die Benutzung einer Hilfsspannung erreicht wurde. Die Form des Rohres ist zugleich mit dem Potentialflächenverlauf in Bild 16c dargestellt. Die an dem üblichen Anodenzyylinder angesetzte Blende bildet hier eine elektrostatische Linse, welche die Konzentrierung bewirkt. Einen weiteren Vorteil bietet auch die Feldstärkeerhöhung vor der Kathode.

Nachdem an einem kleinen Versuchsrohr eine beträchtliche Ausbeutesteigerung durch die eingesetzte Blende beobachtet worden war, wurde ein Entladungsrohr in stärkerer Ausführung gebaut.

V. Kanalstrahlrohr mit Blende in stärkerer Ausführung.

Um die in Abschnitt IV gezeigte Konzentrierung des Ionenstrahls durch die Blende im Entladungsraum mit höheren Entladungsspannungen und mit größeren Entladungsstromstärken untersuchen zu können, wurde das in Bild 17 skizzierte Rohr als stärkere, technische Konstruktion gebaut. Der äußere Anodenzyylinder

bestand aus zwei Teilen. Die obere Hälfte trug einen Flansch, welcher mittels Schrauben an dem Flansch des Unterteils befestigt war. Ein dazwischen liegender Gummiring sorgte für hochvakuumdichte Abdichtung. Das Unterteil des Anodenzylinders hatte an seinem unteren Ende ein Innengewinde, in welches die Blende eingeschraubt war.

Die Außenwand des Entladungsraumes bestand zuerst aus Hartglas, später auch aus geschmolzenem Quarz oder Porzellan. Um die Glaswand gegen den metallischen, leitenden Beschlag zu schützen, der während langer Betriebszeiten durch Kathodenzerstäubung entsteht, wurde die Kathode an der Innenseite der Wand hochgezogen in Form eines 2 mm dicken Rohres. Dieses Rohr schützte auch die untere Einkittung. War die Glas- oder Quarzwandung nämlich nicht vollkommen kreisrund, so daß sie nur mit etwas Spiel in die Kathode eingesetzt werden konnte, so entstanden Hohlräume, deren Begrenzungsflächen auf Kathodenpotential waren. Solche Stellen wirken als Hohlkathode, und hier brennen mit einer niedrigeren Spannung schon leicht unerwünschte Nebenentladungen (s. Abschnitt IV). Das Schutzrohr umgab die Glaswand beinahe herauf bis zur Anode, sein gut abgerundetes Ende war nur noch 5 mm entfernt. Hier und in dem engen Zwischenraum zwischen Kathodenrohr und Anodenzyylinder bestand eine so große Behinderung, daß keine Entladung brennen konnte.

Eine in die Kathode eingesetzte kleine Scheibe aus Molybdän trug die Kanalbohrung. Es mußte Molybdän genommen werden, da bei hohen Spannungen und großen Stromstärken der Ionenstrahl so stark war, daß die Ränder des Kanals auf Weißglut erhitzt wurden und wegschmolzen, wenn die Scheibe aus Eisen war. Die Kathode hatte noch zwei große seitliche Bohrungen. Durch die eine wurde der Wasserstoff zugeführt, die andere war über eine Kühlfalle an ein McLeod-Manometer angeschlossen. Der Meßraum, welcher durch eine unmittelbar sich anschließende Öldiffusionspumpe (E. Leybold, Modell Q) gepumpt wurde, trug den Faraday-Käfig mit seiner Schutzblende.

Die Kathode war, wie in Bild 17 skizziert, von Kühlwasser durchflossen, ebenso mußte die obere Hälfte des Anodenzylinders durch Wasser gekühlt werden, da der Anodendeckel immer am stärksten von allen auf Anodenpotential befindlichen Teilen des Entladungsrohres erhitzt wurde. Beim Zusammenbau muß noch darauf geachtet werden, daß das Kreisloch der Blende sich genau konzentrisch über der Kanalbohrung befindet. War dies nicht der Fall, so traf der Ionenstrahl an dem Rande des Kanals auf, und die gemessene Ausbeute war viel geringer. Die Zweiteilung der Anode ermöglichte es, den Abstand der Blende von der Kathode zu verändern oder die Blende durch eine zweite mit einem anderen Lochdurchmesser zu ersetzen oder

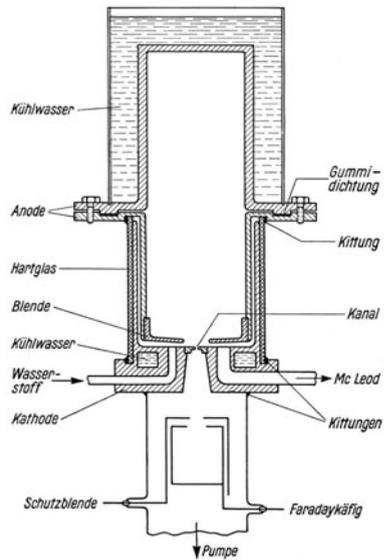


Bild 17. Entladungsrohr mit Blende.

die Molybdänscheibe, welche den Kanal trägt, auszuwechseln, ohne daß dabei irgendwelche Kittungen aufgemacht werden mußten, sondern indem einfach das Anodenoberteil abgeschraubt wurde.

Untersucht wurde die Abhängigkeit der Ionenausbeute i_{FK} von der Entladungsstromstärke I_e , von der Entladungsspannung U_e , von der Lage und dem Durchmesser der Blende, sowie von der Länge und dem Durchmesser des Kanals. Ferner wurde der zugehörige Gasdruck p der Entladung gemessen.

Wie Bild 18 zeigt, nimmt sowohl bei Rohren mit wie ohne Blende die Ausbeute mit der Entladungsspannung zu. Bei einer gegebenen Spannung steigt zunächst die Ausbeutekurve mit wachsender Stromstärke steil an, um bei größeren Stromstärken eine immer geringer werdende Neigung zu bekommen. Es sinkt also mit wachsendem Strom I_e der v.H.-Satz, welcher sich der Entladungsstromstärke als positiver Ionenstrom entziehen läßt. Der Ionenstrahl wird breiter und trifft mit

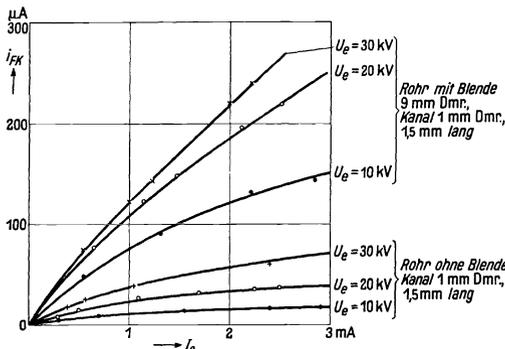


Bild 18. Abhängigkeit der Ausbeute von der Entladungsstromstärke.

einem immer größer werdenden Anteil auf die Kathode auf, ohne daß dabei die Stromdichte in seiner Mitte noch stark zunimmt.

Besonders für die Entladungsröhre ohne Blende verläuft bei hohen Stromstärken die Ausbeutekurve als Funktion der Entladungsstromstärke beinahe horizontal, siehe z. B. in Bild 20 die Ausbeutekurve des Rohres ohne Blende mit 30 kV Entladungsspannung. E. Baldinger, P. Huber und H. Staub [7] finden nun, daß es für eine bestimmte Spannung im Ent-

ladungsraum einen günstigsten Druck, also auch eine günstigste Entladungsstromstärke zur Erzielung eines maximalen Kanalstromes gibt. Dieser Widerspruch mit unseren Messungen dürfte sich wohl unter der Annahme erklären lassen, daß ihre am Rohr liegende Spannung nicht genau konstant gehalten wurde. Vergrößert man nämlich an dem vorher angeführten Rohr (Bild 20) ohne Blende bei 30 kV Entladungsspannung die Stromstärke noch um weitere 10 mA, und wird dadurch die von der elektrischen Hochspannungsanlage gelieferte Spannung nur um etwa 2 kV sinken, so daß man sich also auf der Kurve mit dem Parameter $U_e = 28$ kV befände, so ergibt sich schon eine Ausbeuteverminderung.

Hat man also eine gewisse elektrische Leistung zur Verfügung, so empfiehlt es sich, hinsichtlich einer möglichst hohen Ionenausbeute die Entladungsspannung so hoch als technisch möglich zu wählen.

Es wurden drei Blenden mit 9, 13 und 17 mm Durchmesser untersucht. Der Abstand der unteren Fläche der Blende von der Kathodenoberfläche betrug 2 mm. Eine Vergrößerung dieses Abstandes ergab bei einer nur geringen Ausbeutesteigerung eine wesentliche Gasdruckerhöhung, war also nicht von Vorteil. Ein weiteres Verkürzen dieser Entfernung brachte aber so hohe Feldstärken, daß durch Feldelektronenemission dieser nicht vorher ausgeheizten Metallteile Nebenentladungen

gezündet wurden, welche bei der zur Verfügung stehenden großen Leistung zur Zerstörung der auf Hochglanz polierten Kathodenoberfläche führten.

Wenn, wie es bei Atomumwandlungsversuchen nach dem Prinzip von I. D. Cockcroft und E. T. S. Walton [1] der Fall ist, die aus dem Kanal austretenden Ionen nachbeschleunigt werden, so muß das Nachbeschleunigungsrohr durch Pumpen auf Hochvakuum evakuiert werden. Es darf also die durch den Kanal strömende Gasmenge nicht über ein gewisses Maß hinausgehen.

Messungen des im Faraday-Käfig aufgefangenen Ionenstromes sowie des Gasdruckes im Entladungsraum ergaben, daß durch die eingesetzte Blende zwar bei gleichbleibendem Kanal die Ausbeute gesteigert, dafür aber auch der Gasdruck und damit die Gasdurchströmung erhöht werden. Für die Rohre mit Blende müssen also Kanäle mit größerem Strömungswiderstand als für die Rohre ohne Blende verwandt werden. Unsere Kanalabmessungen sind in der Größenordnung von 1 mm

und die mittlere freie Weglänge einer Wasserstoffmolekel ist bei 20°C und 10^{-1} Torr gleich 0,86 mm. P. Clausing [17] hat die Strömung von Gasen durch Röhren von beliebiger Länge berechnet. Seine Formeln gelten allerdings nur für sehr niedrige Gasdrucke, d. h. für ein Gebiet, wo die mittlere freie Weglänge groß gegen die Kanalabmessungen ist. Sie sind für das hier vorliegende Druckgebiet nicht mehr von strenger Richtigkeit, sondern geben eine zu große Gasdurchströmung an. Ebenso wie die Gasdruckmessungen keinen Anspruch auf große Absolutgenauigkeit erheben, kommt es hier auch nicht auf den Absolutwert des Strömungswiderstandes an, sondern nur auf den Vergleich von Kanälen mit verschiedenen Abmessungen untereinander.

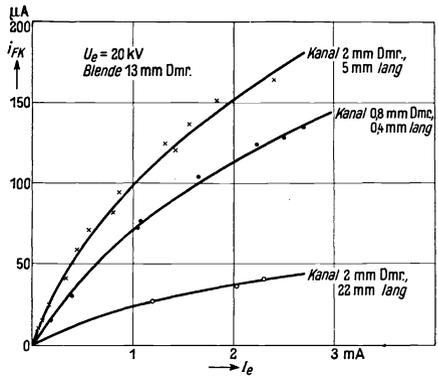


Bild 19. Abhängigkeit der Ausbeute von der Entladungsstromstärke.

Die Kanäle mit dem höheren Widerstand haben, wenn man sie nach P. Clausing berechnet, eher den Fehler einer im Vergleich zur Wirklichkeit zu großen Länge, d. h. unsere Vergleichsangaben sind für die Rohre mit Blende höchstens zu ungünstig angesetzt.

Um für die Rohre mit Blende die geeignete Form eines Kanals mit höherem Strömungswiderstand zu finden, wurden folgende Versuche gemacht (s. Bild 19):

Zuerst wurde bei einer Spannung von 20 kV und einem Blendendurchmesser von 13 mm die Ausbeute für einen Kanal von 2 mm Durchmesser und 5 mm Länge bestimmt. Um den Widerstand des Kanals auf das Dreifache zu erhöhen, wurde der Kanaldurchmesser beibehalten, und der Kanal 22 mm lang gemacht. Dabei war von dem Gedanken ausgegangen worden, daß der Ionenstrahl, der auf eine solche Länge keine merkbare Verbreiterung seines Querschnittes zeigte, durch diesen Kanal keine zu große Schwächung erfahren dürfte. Die Ausbeute wurde aber bedeutend herabgesetzt, was wohl daher rührt, daß sehr viele Ionen durch Umladung in dem auf einem mittleren Druck befindlichen Kanalraum verloren gehen. Da der lange Kanal sich nicht bewährt hatte, wurde ein sehr kurzer von nur 0,4 mm Länge gewählt. Damit er den dreifachen Strömungswiderstand wie der ursprüngliche Kanal

(2 mm Dmr., 5 mm lang) hatte, mußte sein Durchmesser 0,8 mm betragen. Durch diesen Kanal wurde die Ausbeute wieder vergrößert, lag natürlich aber noch unter der mit dem großen Kanal (2 mm Dmr., 5 mm lang) gemessenen. Es wurden noch Kanalformen, die zwischen diesen beiden Extremfällen lagen, ausprobiert, ohne

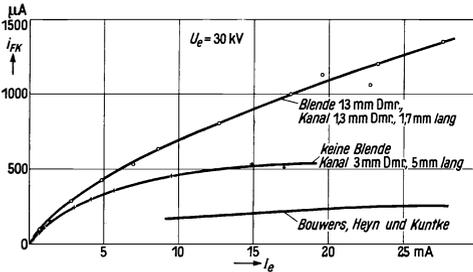


Bild 20. Abhängigkeit der Ausbeute von der Entladungsstromstärke.

daß ein größerer Ionenstrom erreicht wurde. Bei hohen Belastungen des Rohres war aber eine so kleine Kanallänge wie 0,4 mm nicht brauchbar, da die in der Nähe des Kanals sehr dünne Wandstärke die große Wärmeenergie, die durch den Ionenauprall entstand, nicht genügend ableiten konnte. Deshalb wurde für die späteren Messungen (Bild 20 und 21) eine Kanallänge von 1,7 mm verwandt.

Unter den verschiedenen möglichen Formen eines Kanals mit einem bestimmten Strömungswiderstand ist also diejenige mit der kleinsten Kanallänge am günstigsten, wobei die untere Grenze technisch durch die Bedingung einer ausreichenden Wärmeableitung gegeben ist.

Versuche mit den verschiedenen Blendendurchmessern ergaben, daß die Blende mit 13 mm Durchmesser am günstigsten ist. Bei einer Blende mit 17 mm Durchmesser war die Konzentrierung des Ionenstrahls zu gering, während bei einer Blende mit 9 mm Durchmesser der Gasdruck zu stark erhöht wurde.

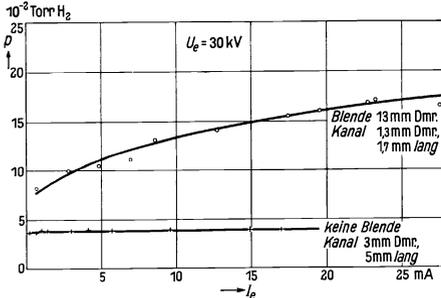


Bild 21. Abhängigkeit des Gasdrucks von der Entladungsstromstärke.

In Bild 20 und 21 sind für ein Rohr mit und ohne Blende die Ausbeute und der Gasdruck in Abhängigkeit von der Entladungsstromstärke dargestellt, wie sie sich bei 30 kV Entladungsspannung für große Entladungsströme ergeben. Das Rohr ohne Blende hatte einen Kanal von 3 mm Durchmesser und 5 mm Länge. Die durch diesen Kanalwiderstand und

durch den gemessenen Gasdruck gegebene Gasströmung erwies sich an einem kleineren Hochspannungsrohr, das eine Nachbeschleunigung der Ionen bis auf 500 kV ermöglichte und das mit zwei Leybold-Pumpen Modell Q gepumpt war, als noch nicht zu groß. Auch A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] verwenden einen Kanal von denselben Abmessungen. Für das Rohr mit Blende wurde ein Kanal von 1,3 mm Durchmesser und 1,7 mm Länge eingesetzt, welcher im Vergleich zum vorigen Kanal (3 mm Dmr., 5 mm lang) einen 4,7-fach größeren Strömungswiderstand hatte. Damit die Größe der Gasdurchströmung nicht diejenige des Rohres ohne Blende überschreitet, sind Gasdrucke bis $1,8 \cdot 10^{-1}$ Torr zugelassen. Bei einer Blende von 13 mm Durchmesser erreichte der Gasdruck diesen Grenzwert

von $1,8 \cdot 10^{-1}$ Torr bei einer Stromstärke von 28 mA. Mit einem so großen Entladungsstrom und einer Entladungsspannung von 30 kV ergab sich ein Ionenstrom von nicht ganz 1,5 mA.

Das Verhältnis der Entladungsstromstärken und der durch den Kanal strömenden Gasmengen für die Rohre ohne und mit Blende zeigt in Abhängigkeit von der Ionenausbeute Bild 22. Um z. B. $500 \mu\text{A}$ zu erreichen, braucht man für das Rohr ohne Blende mehr als den doppelten Entladungsstrom bei einer 1,5mal stärkeren Gasdurchströmung. Das Stromstärkeverhältnis nimmt, wenn man größere Ionenströme erlangen will, rasch zu. Während bei dem Rohr mit Blende Ausbeuten von mehr als 1 mA gemessen wurden, konnten so hohe Ionenströme mit den Rohren ohne Blende bei nur 30 kV Entladungsspannung auch nicht mit den größten Entladungsstromstärken erreicht werden.

In Bild 20 ist auch noch die von A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] gemessene Ausbeute eingetragen, wie sie von ihnen für 30 kV Entladungsspannung bestimmt wurde. Sie liegt unterhalb der von uns für das Rohr ohne Blende angegebenen, da von ihnen eine ungünstige weite Form des Anodenzylinders benutzt wird, welche einen breiten Ionenstrahl ergibt.

Folgende Daten ermöglichen einen Vergleich der verbrauchten elektrischen Leistung, wie sie das Entladungsrohr von A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] gegenüber dem Rohr mit Blende benötigt:

	Bouwers, Heyn, Kuntke	Rohr mit Blende
Ionenausbeute	620 μA	620 μA
Entladungsspannung	50 kV	30 kV
Entladungsstromstärke	40 mA	8,6 mA
Elektrische Leistung am Entladungsrohr	2 kW	0,26 kW.

Ähnliche Ausbeuten wie A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke geben E. Baldinger, P. Huber und H. Staub [7] an, welche bei einer Spannung von 50 kV nach magnetischer Zerlegung des Ionenstrahls einen Protonenstrom von $300 \mu\text{A}$ messen.

Diese Messungen stehen im Widerspruch mit denen von M. L. E. Oliphant und E. Rutherford [5], die bei nur 20 kV Spannung und 20 mA Entladungsstrom Ionenausbeuten von 1 mA angeben, und besonders mit denen von H. Seemann und G. Orbán [8], die sogar mit der geringen Entladungsstromstärke von nur 1 mA Ionenströme von 0,5 mA bei 60 kV Spannung erreicht haben wollen. Diese Ausbeuten dürften sich unserer Ansicht nach aus dem Grunde zu hoch ergeben haben, daß außer dem Strom der positiven Ionen auch noch ausgelöste Sekundärelektronen mitgemessen worden sind. Außerdem erzielten H. Seemann und G. Orbán [8] diese hohen Ausbeuten mit einem Kanal von 5 mm Durchmesser und 6 mm Länge. Bei einer so großen Kanalöffnung erscheint es uns unmöglich, im Meßraum, in dem sich der Auffänger befindet, den Gasdruck so niedrig zu halten, wie es für eine

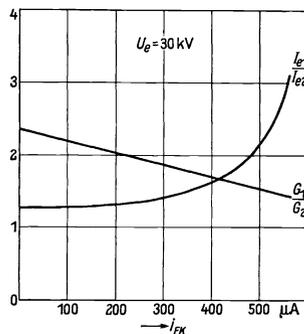


Bild 22. Verhältnis der Entladungsstromstärken I_e und der Gasdurchströmungen G der Rohre 1 und 2 in Abhängigkeit von der Ionenausbeute.

(Rohr 1: Keine Blende, Kanal 3 mm Dmr., 5 mm lang. Rohr 2: Blende 13 mm Dmr., Kanal 1,3 mm Dmr., 1,7 mm lang.)

einwandfreie Messung notwendig ist. Aus demselben Grunde dürften diese Kanalabmessungen für Atomumwandlungsversuche, bei denen die Ionen im Hochvakuum nachbeschleunigt werden sollen, ungeeignet sein.

Das hier beschriebene Entladungsrohr mit Blende hat außer der Ausbeutesteigerung im praktischen Gebrauch auch noch den Vorteil einer größeren Stabilität der brennenden Entladung. A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] finden, daß bei einem zu niedrigen Gasdruck die Entladung instabil wird. Schon bei der Aufnahme der Ausbeutekurven bei dem Rohr mit dem veränderlichen Elektrodenabstand (Bild 12) wurde gefunden, daß bei den kleinen Abständen von 7,0 und 9,1 cm der Entladungsstrom I_e sich nicht kontinuierlich bis auf Null verkleinern ließ, sondern daß bei $I_e \approx 0,5$ mA die Entladung abriß.

Auch bei einem kleinen Versuchsrohr, bestehend aus zwei kreisförmigen Elektrodenplatten von 8 cm Durchmesser, welche sich planparallel in einem Abstand von nur 3 cm gegenüberstanden, gelang es nicht, bei einer festgelegten Spannung von 20 kV durch langsame Erniedrigung des Gasdrucks die Entladung mit einem immer kleiner werdenden Entladungsstrom brennen zu lassen, sondern sie riß bei einem bestimmten Gasdruck plötzlich ab. Der rot leuchtende Ionenstrahl reichte dabei bis zur Anode und war sehr breit, er bedeckte auch kurz vor dem Abreißen noch ungefähr die Hälfte der Kathodenoberfläche.

Im Gegensatz hierzu brennen die Rohre mit einem langen Entladungsraum auch noch mit den kleinsten Stromstärken, wobei der Ionenstrahl immer dünner und feiner wird. Für das Entladungsrohr, bei welchem die sechs Anodenringe und der Anodendeckel getrennte Zuführungen hatten (Bild 15), wurde für verschiedene Entladungsspannungen auch die Verteilung des Stromes auf die einzelnen Anodenteile gemessen und gefunden, daß mit zunehmender Spannung der auf den Anodendeckel auftreffende %-Stromanteil wächst. Sitzt nun der Anodendeckel zu nahe an der Kathode, so kann bei einer niedrigen Entladungsspannung und einem hohen Gasdruck der Deckel noch nicht störend auf die Ausbildung des Ionenstrahls einwirken, dagegen aber bei einer höheren Entladungsspannung und einem entsprechend niedrigeren Gasdruck, wo der Ionenstrahl länger ausgezogen ist. Damit dürfte sich vielleicht die von A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] gefundene Instabilität erklären lassen und auch die Tatsache, daß H. Seemann und G. Orbán [8] bei ihren Entladungsrohren von 40 cm Durchmesser und 15 cm Höhe bei hohen Spannungen „Sperrcharakteristik“ (abnehmender Strom mit zunehmender Spannung) beobachten und keine Entladung mit Spannungen höher als $70 \cdots 100$ kV betreiben können.

VI. Das Massenspektrum des Ionenstrahls.

Um den aus dem Kanal austretenden Ionenstrahl auch massenspektrographisch untersuchen zu können, wurde ein weiteres Kanalstrahlrohr mit Blende gebaut und an den von W. Schütze [18] beschriebenen Massenspektrographen angeschraubt. An Stelle des früheren Kathodenzapfens, der in den Entladungsraum hineinragte, wurde wie in dem in Abschnitt V beschriebenen Entladungsrohr eine Molybdänplatte eingesetzt, welche den 5 mm langen Kanal von 0,5 mm Durchmesser trug. Die Blende hatte ein 13 mm weites Loch und war 2 mm von der Kathodenoberfläche entfernt. Mit einer Entladungsspannung von 30 kV wurde die Aufnahme Bild 23 gemacht.

Eine rohe Abschätzung der gemachten Aufnahmen ergab, daß etwa 30% des Gesamtionenstromes aus Protonen besteht. Auch A. Bouwers, F. A. Heyn und A. A. Kuntke [6] finden ein ähnliches Verhältnis zwischen Molekelionen und Protonen. Die durch die Blende erreichte Ausbeuteverbesserung ist also nicht dadurch wieder hinfällig geworden, daß der Protonen-v.H.-Satz beträchtlich gesunken ist; denn die Molekelionen sind wegen ihrer $\sqrt{2}$ mal kleineren Lineargeschwindigkeit für Atomumwandlungsversuche viel weniger geeignet als Protonen von gleicher durchlaufener Beschleunigungsspannung.

Bemerkenswert ist noch die Intensitätsverteilung längs der einzelnen Parabeln. Die H_2^+ -Parabel hat in der Nähe des Parabelkopfes ein starkes Intensitätsmaximum. Dieses stammt von Teilchen, deren Geschwindigkeit etwa 70% der angelegten Entladungsspannung entspricht. Die Parabel unterscheidet sich dadurch wesentlich von den früheren, mit dem gleichen Spektrographen aufgenommenen Parabeln, welche zu Entladungsröhren ohne Blende gehörten, und bei denen eine gleichmäßigere Intensitätsverteilung längs der ganzen Parabel vorhanden war. Das Intensitätsmaximum weist darauf hin, daß der Hauptentstehungs-ort der Kanalstrahlen in der Nähe der Blende liegt, wo eine große elektrische Feldstärke vorhanden ist. Auch die H_3^+ -Parabel zeigt dieses Intensitätsmaximum, sowie noch den punktförmig ausgebildeten Parabelkopf, für dessen Entstehungsmöglichkeit schon W. Schütze eine Erklärung zu geben versucht hat.

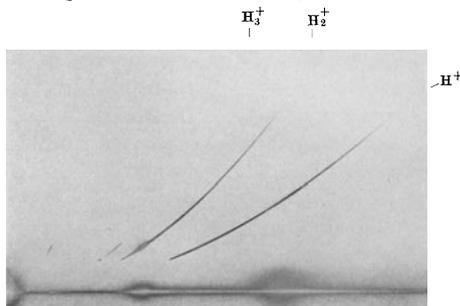


Bild 23. Massenspektrographische Aufnahme.

Die Parabel der Protonen hat zwei Intensitätsmaxima: das erste stammt von Teilchen, deren Geschwindigkeit etwa 70% der Gesamtspannung am Entladungsrrohr entspricht, das zweite rührt von solchen Teilchen her, deren Geschwindigkeit etwa 35% der Entladungsspannung beträgt. Diese Erscheinung läßt sich folgendermaßen erklären:

Die Protonen entstehen in der Entladung auf drei Arten: 1. durch Ionisation von Wasserstoffatomen, 2. durch gleichzeitige Ionisation und Dissoziation von Wasserstoffmolekeln und 3. durch Zerfall von schnellen Wasserstoffmolekelionen bei Gasstößen. Die auf die beiden ersten Arten entstandenen Protonen haben die gleiche Lineargeschwindigkeit und ergeben das erste Intensitätsmaximum. Die auf die dritte Art entstandenen Protonen besitzen eine um $\sqrt{2}$ kleinere Lineargeschwindigkeit und ergeben das zweite Maximum der Protonenparabel. Dieses liegt auch in der massenspektrographischen Aufnahme mit dem Maximum der H_2^+ -Parabel auf einer Nullpunktgeraden. —

Die vorliegende Arbeit wurde im Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke ausgeführt. Herrn Professor Dr. G. Hertz danke ich bestens für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes, förderndes Interesse.

Zusammenfassung.

In der Kanalstrahlentladung werden die Elektronen durch die Stöße von positiven Ionen und von Elektronen im Gasraum erzeugt. Die außerdem noch vorhandenen Sekundärelektronen, welche durch das Auftreffen positiver Ionen an der Kathode ausgelöst werden, spielen für das Zustandekommen des Ionenstrahls keine Rolle.

Durch die ionenoptische Wirkung einer Blende im Entladungsraum kann der Ionenstrahl stark konzentriert werden. Hierdurch wird die Ionenausbeute des Kanalstrahlrohres bedeutend erhöht, obgleich infolge des notwendigen höheren Gasdrucks ein Kanal von größerem Strömungswiderstand benutzt werden muß.

Es wird ein nach diesem Gesichtspunkt gebautes Kanalstrahlrohr angegeben, welches sich als Ionenquelle für Atomumwandlungsversuche eignet und bei einer Entladungsspannung von 30 kV und einer Entladungsstromstärke von 20 mA Ionenströme von mehr als 1 mA liefert.

Eine massenspektrographische Aufnahme zeigt, daß bei einem derartigen Rohr etwa 30 % der gesamten Ionen aus Protonen bestehen, und daß der Hauptbildungs-ort der Ionen in der Nähe der Blende liegt.

Schrifttum.

1. I. D. Cockcroft u. E. T. S. Walton: Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **129** (1930) S. 477.
2. E. S. Lamar u. O. Luhr: Physic. Rev. **46** (1934) S. 87.
3. M. A. Tuve, O. Dahl u. L. R. Hafstad: Physic. Rev. **48** (1935) S. 241.
4. W. H. Zinn: Physic. Rev. **52** (1937) S. 655.
5. M. L. E. Oliphant u. E. Lord Rutherford: Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **141** (1933) S. 259.
6. A. Bouwers, F. A. Heyn u. A. A. Kuntke: Physica **4** (1937) S. 153.
7. E. Baldinger, P. Huber u. H. Staub: Helv. Phys. Acta **10** (1937) S. 254.
8. H. Seemann u. G. Orbán: Ann. Physik (5) **23** (1935) S. 137.
9. H. Lukanow u. W. Schütze: Z. Physik **82** (1933) S. 610.
10. Chr. Gerthsen: Ann. Physik (5) **5** (1930) S. 657.
11. F. Goldmann: Ann. Physik (5) **10** (1931) S. 460.
12. H. Bartels: Ann. Physik (5) **13** (1932) S. 373.
13. H. Meyer: Ann. Physik (5) **30** (1937) S. 635.
14. G. Joos u. H. Kulenkampff: Physik. Z. **25** (1924) S. 257.
15. H. Bartels: Ann. Physik (5) **6** (1930) S. 957.
16. E. Goldstein: Canalstrahlen. Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften Nr 231. Leipzig (1930).
17. P. Clausing: Ann. Physik (5) **12** (1932) S. 961.
18. W. Schütze: Wiss. Veröff. Siemens **XVI, 3** (1937) S. 89.

Massenspektroskopische Untersuchungen von Wasserstoff- und Helium-Kanalstrahlen¹⁾.

Von Werner Schütze.

Mit 16 Bildern.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 25. Februar 1938.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. Einleitung. | 3. Meßverfahren. |
| 2. Beschreibung der
Apparatur. | 4. Ergebnisse.
Zusammenfassung. |

1. Einleitung.

Jede Ionenquelle für Kernumwandlungsversuche emittiert im allgemeinen außer den für Umwandlungen wichtigen Ionen noch andere Ionenarten. Bei der Nachbeschleunigung belasten diese Ionen die Hochspannungsanlage unnötig oder geben zu Störungen Anlaß. Es ist deswegen wichtig, die relativen Ionenausbeuten von verschiedenen Ionenquellen unter den für sie in Betracht kommenden Betriebsbedingungen zu kennen, um sie beeinflussen zu können. Von E. S. Lamar und O. Luhr [1] ist eine bestimmte Form der Kapillarbogenentladung als Ionenquelle für Protonen und Deuteronen vorgeschlagen und massenspektrographisch untersucht worden. In der vorliegenden Arbeit soll über eine massenspektrometrische Untersuchung der relativen Ionenausbeute von Wasserstoffionen aus Kanalstrahlrohren berichtet werden.

Kanalstrahlen im eigentlichen Sinn, also Ionenstrahlen aus einem Gasentladungsrohr mit kalter Kathode und kalter Anode, haben bekanntlich keine einheitliche Zusammensetzung bezüglich ihrer Geschwindigkeit. Es kommen alle Geschwindigkeiten von $v = 0$ bis zu einer oberen Grenze v_{\max} , die durch die an das Entladungsrohr angelegte Spannung gegeben ist, mit verschiedener Häufigkeit vor. Deswegen ist eine quantitative Analyse der Kanalstrahlen gegenüber anderen Ionenstrahlen sehr erschwert. Von W. Wien [2], R. Retschinsky [3] und R. Döpel [4] ist diese sog. Geschwindigkeitsverteilung allein mit Hilfe magnetischer Ablenkung und einer durch das magnetische Spektrum geführten linearen Thermosäule gemessen worden. Im magnetischen Spektrum überlagern sich aber die Geschwindigkeitsverteilungen aller Ionen, so daß eine Geschwindigkeitsverteilungskurve für eine Ionenart allein gar nicht aufgenommen werden kann. Es bleibt nur die gleichzeitige Anwendung der elektrischen und magnetischen Ablenkung z. B. in Form der Parabel-Methode zur Aufnahme der Geschwindigkeitsverteilungskurven übrig. Eine genaue Analyse

¹⁾ Dissertation T. H. Berlin, D 83.

von Kanalstrahlen nach der Parabel-Methode ist aber bisher aus Intensitätsgründen unterblieben, außerdem erschwert die parabolische Linienform die Ausmessung der einzelnen Linien sehr. Beide Schwierigkeiten gelang es infolge Verwendung eines Kanalstrahlrohres mit sehr hoher Kanalstrahlausbeute und eines richtig angebrachten parabelförmigen Auffängers zu überwinden. Es sei noch bemerkt, daß mit Hilfe photographischer Methoden wegen der unbekanntenen Abhängigkeit der Schwärzung von der Geschwindigkeit keine quantitativen Ergebnisse erzielt werden können.

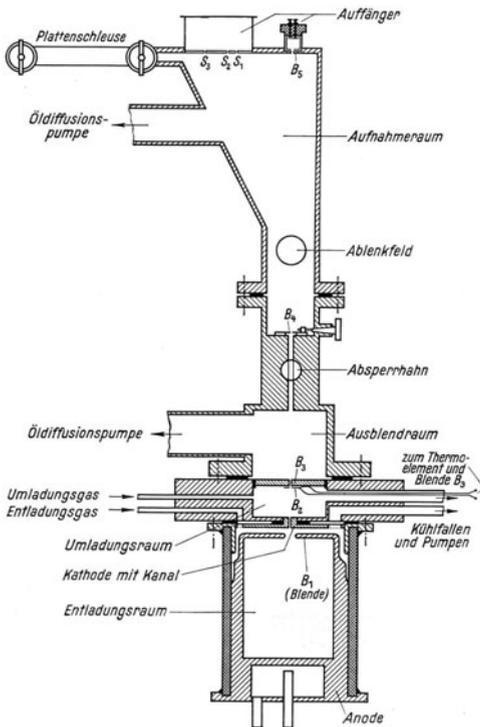


Bild 1. Schema des Massenspektrometers.

folgenden sehen, daß beide Prozesse in einem Kanalstrahlrohr bei verschiedenen Ionenarten vorkommen. Aufgabe der folgenden Arbeit ist, die Intensitätsverteilung und relative Ionenausbeute von Kanalstrahlen zu untersuchen, um auf die im Entladungsrohr stattfindenden Ionisierungsprozesse schließen zu können.

2. Beschreibung der Apparatur.

Zur Analyse der Kanalstrahlen wurde ein nach der von W. Wien und J. J. Thomson angegebenen Parabel-Methode arbeitender Massenspektrograph und Massenspektrometer verwendet. Ein Teil des Massenspektrographen ist bereits

Die Geschwindigkeitsverteilung zeigt je nach Form des Entladungsrohres einen anderen Verlauf und hat meist ein Maximum bei 50 bis 70 % der größten Geschwindigkeit. Das Maximum ist z. B. bei einem kugelförmigen Thomsonschen Entladungsrohr stärker ausgeprägt als bei einem zylinderförmigen Wienschen Entladungsrohr. Ganz besonders tritt in dem von C. Hailer [5] angegebenen neuen Kanalstrahlrohr ein solches Maximum hervor. Bei diesem Maximum handelt es sich um die primär im Kanalstrahl entstandenen Ionen.

Außerdem treten bei einigen Ionenarten noch andere Maxima hervor, die von J. J. Thomson [6] an anderen Stellen besonders starker Ionisation im Entladungsrohr zugeschrieben werden. E. Gehrcke und O. Reichenheim [7] erklären sie als Maxima von Ionen, die durch Zerfall von Molekeln gebildet werden. Wir werden im

früher vom Verfasser beschrieben worden [8]. Seine Konstruktion wollen wir an Hand des ersten Bildes betrachten.

Der Kanalstrahl wird in einem ganzmetallischen Kanalstrahlrohr nach C. Hailer mit der wassergekühlten Anode A , der Blende B_1 und der Kathode K mit dem Kanal (Länge 0,5 cm, Dmr. 0,04 cm) erzeugt. Als Werkstoff für die Anode und für die Blende B_1 wurde Eisen verwandt, während als Werkstoff für die Kathode wegen der hohen thermischen Beanspruchung Molybdän verwandt werden mußte. Als Außenwand des Kanalstrahlrohres diente ein besonders ausgesuchtes zylindrisches Porzellanrohr, das an beiden Enden platinirt und in Kathode und Anode eingelötet wurde. Es wurde besonders darauf geachtet, daß der Kanal möglichst gut zentrisch zur kreisförmigen Anodenblende saß, um auch bei ganz schwachen Entladungsströmen, bei denen der Kanalstrahl sehr eng gebündelt ist, hinter dem Kanal eine möglichst große Intensität zu bekommen. Durch das Entladungsrohr kann mit Hilfe von dazu angebrachten Bohrungen in der Kathode das Entladungsgas dauernd zirkuliert werden. Um dabei zu verhindern, daß die Entladung in die Bohrungen hineinzündet, wurden sie mit einem engmaschigen Drahtnetz verschlossen. Hinter dem Kanal treten die Kanalstrahlen in einen 3 cm langen Raum ein, der unabhängig vom Entladungsrohr und den übrigen Räumen des Massenspektrometers evakuiert oder mit Gasen gefüllt werden kann. Die Kanalstrahlen verlassen diesen sog. Umladungsraum durch zwei eng benachbarte isoliert angebrachte Blenden. Die erste dieser Blenden B_2 besteht aus einem scheibenförmigen Platin-Platinrhodium-Normalthermoelement, mit dem die Energie der auftreffenden Kanalstrahlen gemessen werden kann.

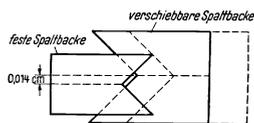


Bild 2. Schema des Kreuzspaltes.

Die zweite Blende B_3 , ein Kanal von 0,5 cm Länge und 0,05 cm Dmr., wird gleichzeitig als Auffänger der elektrischen Ladung der Kanalstrahlen benutzt, wobei allerdings die Ströme zur Blende nicht die Intensität der positiven Ionen wiedergeben, sondern durch Sekundärelektronenemission (auch durch die der schnellen Neutralteilchen) gefälscht werden. Hinter der Blende B_3 , die für Gase niedrigen Druckes einen großen Strömungswiderstand darstellt, tritt der Kanalstrahl in einen Raum ein, der durch eine mit kurzer weiter Pumpleitung angeschlossene Öldiffusionspumpe (E. Leybold: Modell Q) möglichst hoch evakuiert wird. Die Wände dieses Raumes bestehen aus einem starkwandigen Rohr aus weichem Eisen, um den Kanalstrahl gegen das Streufeld des Ablenkmagneten zu schützen. Gleichzeitig durchläuft der Kanalstrahl noch das Küken eines Hahnes, der es gestattet, die Apparatur in zwei Teile zu zerlegen, die unabhängig voneinander gepumpt werden können. Hinter dem Hahn trifft der Kanalstrahl auf eine Blende B_4 , mit der aus dem Kanalstrahl ein sehr enges Bündel ausgeblendet werden kann. Sie besteht aus einem Kreuzspalt, der von außen mit Hilfe einer Differentialschraube von 0,01 cm Vorschub je Umdrehung und eines vakuumdichten Konusschliffs eingestellt werden kann (Bild 2). Das Loch in der Blende wird bei dem Zusammendrehen des Spaltes nicht auf ein quadratisches Loch, sondern zu einem Rechteck von der Seitenlänge 0,02 cm verengt. Dieser Spalt steht unter 45° gegen die aufeinander senkrechten Richtungen der elektrischen (y) und der magnetischen (x) Ablenkung geneigt. Damit wird bezweckt, daß an den Stellen, an denen die Parabeltangente unter 45° gegen die Achsenrichtung geneigt sind (geometrischer Ort dieser Stellen ist die Gerade $y = \frac{1}{2}x$), eine Erhöhung der Intensität ohne Einbuße des Auflösungsver-

mögens stattfindet. Das Ablenkkfeld besteht aus zwei isoliert und hochvakuumdicht in das Gehäuse eingekitteten Magnetpolen aus Fe_2Co , an die von außen die gegen Erde symmetrische Ablenkspannung angelegt werden kann. Die Pole befinden sich isoliert zwischen den Schenkeln eines wassergekühlten Elektromagneten. Der Raum hinter den Ablenkkfeldern ist trichterförmig erweitert und wird durch eine weitere Öldiffusionspumpe desselben Modells wie vorhin evakuiert. Zur photographischen Aufnahme der Massenspektren kann durch eine Plattenschleuse nach E. G. Andresen [9] eine photographische Platte eingeführt werden, ohne daß Luft in den Aufnahmeraum gelangt.

Zur Messung des Gasdrucks im Umladungsraum, dem Zwischenraum und dem Aufnahmeraum dienten drei Ionisationsmanometer, die mit Wasserstoff geeicht sind. Die beobachteten Ionenströme lassen natürlich keinen absolut richtigen Schluß auf die Höhe des Vakuums im Zwischenraum und dem Aufnahmeraum zu, da beide durch Öldiffusionspumpen evakuiert werden, und die Ionisationsmanometer nicht mit Öldampf geeicht werden können. Es wurde aber folgendes beobachtet. Waren die Ionisationsmanometer, die selbstverständlich sorgfältig ausgeheizt wurden, in Betrieb, so flossen in den beiden Manometern vom Zwischenraum und vom Aufnahmeraum Ionenströme wie bei einem Wasserstoffdruck von 1,2 bis $1,3 \cdot 10^{-5}$ Torr. Das Ionisationsmanometer im Umladungsraum, der durch eine Quecksilberdiffusionspumpe evakuiert wird, zeigt nur $5 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 10^{-6}$ Torr. Während des Glühens der Wolframfäden der Ionisationsmanometer fingen die beiden Öldiffusionspumpen an, Gas zu fördern, was aus der Zunahme des Gasdrucks im Vorvakuum von $3 \cdot 10^{-6}$ Torr auf $2 \cdot \dots \cdot 4 \cdot 10^{-5}$ Torr geschlossen wurde. Wir glauben daher, daß der Öldampf an den glühenden Fäden des Ionisationsmanometers zersetzt wird, wobei je Ölmolekel eine ganze Anzahl Wasserstoffmolekeln gebildet werden, die den Druck im Ionisationsmanometer erhöhen. Es ist daher wohl wahrscheinlich, daß die wirklichen Gasdrucke in den beiden Räumen noch niedriger sind. Auf jeden Fall sind die gemessenen Gasdrucke für die später zu beschreibenden Versuche ausreichend.

Zur elektrischen Messung des neutralen Teils der Kanalstrahlen dient ein Auffänger hinter einer Kreisblende B_5 (0,01 cm Dmr.), dessen Sekundäremissionsstrom mit Hilfe eines Galvanometers (Lichtzeigergalvanometer $2,4 \cdot 10^{-8}$ A/Skt) gemessen wird. Zur Messung der Ladung der abgelenkten Kanalstrahlen dienen außerdem drei parabelförmige Schlitze, hinter denen sich ebenfalls Auffänger befinden. Die Lage und Gestalt dieser Schlitze, die genau der Parabelform der „Linien“ des Massenspektrums angepaßt sein müssen, wurde zuerst durch photographische Übertragung eines Massenspektrums auf die Deckplatte festgestellt. Trotz größter Vorsicht bei der Übertragung waren die Ergebnisse doch recht unbefriedigend, da die Schlitze nicht parallel zu den Parabeln liefen. Durch einen Zufall gelang es aber, ein besseres Verfahren zur Feststellung der Lage der Parabeln auf der Deckplatte zu finden. Bei der Beobachtung der zeitlichen Konstanz der Ionenströme eines Kanalstrahlrohres war eine Parabel, deren Intensität beobachtet werden sollte, tagelang auf den Schlitz eingestellt. Als bei einer Änderung die Deckplatte entfernt wurde, zeigte sich ein Massenspektrum in brauner bis schwarzer Farbe auf der polierten Deckplatte, wobei deutlich zu sehen war, daß, wie vermutet, die Schlitze nicht parallel zu den Parabeln lagen. Es war nun leicht, die Fehler richtigzustellen. Wir glauben nicht, daß es sich bei der Abzeichnung der Parabel auf die polierte Messingplatte um eine Zerstäubung des Messings handelt, denn dazu ist die Stromdichte in der Parabel

zu klein. Es ist viel eher möglich, daß es sich um eine Zerstörung und Kohleabscheidung des dünnen Ölfilms, der wegen der Verwendung von Öldiffusionspumpen auf allen Teilen der Apparatur sitzt, und der dauernd erneuert wird, handelt. Wir haben früher schon einmal bei einer anderen Gelegenheit in einem Faraday-Käfig aus Kupfer eine solche Ablagerung gefunden, die sich nach Ablösen des Kupfers chemisch als Kohlenstoff erwies. Auch in diesem Falle wurde mit einer Öldiffusionspumpe evakuiert. Die Form und Lage der Schlitze ist in Bild 3 dargestellt. Schlitz 1 und 2 haben je eine Länge Δy_1 von 1 cm in der y -Richtung gemessen und eine Breite von 0,05 cm. Schlitz 3 hat nur eine Länge $\Delta y_2 = 0,2$ cm. (Wir werden später sehen, daß es bei den Messungen der Energieverteilung nur auf die Projektion des Schlitzes auf die y -Achse ankommt.) Die Größen y_1 , y_2 und y_3 sind zu 2,75 cm, 2,95 cm und 3,75 cm gewählt worden. Die x -Komponenten, sowie die Breite der Schlitze, beeinflussen nur das Massenauflosungsvermögen des Apparates, das für Schlitz 3 $\frac{\Delta m}{m} = \frac{1}{75}$ beträgt. Da in der vorliegenden Arbeit nur die Massen 1 bis 5

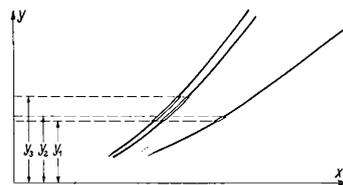


Bild 3. Lage der Auffängerschlitze.

gemessen wurden, ist das Auflösungsvermögen hinreichend groß genug. Hinter den Schlitzen 1 und 2 befinden sich als Auffänger zwei Nickelscheiben in je einem Abschirmkästchen. Bild 4 zeigt die Konstruktion. Die Scheiben werden von einem an die Deckplatte aufgeschraubten Bernsteinstäbchen getragen und erhalten ihre Stromzuführung durch zwei in Bernstein vakuumdicht eingekittete Drähte. Hinter den Schlitzen 1 und 2 kann also kein reiner Ionenstrom gemessen werden, sondern sie werden gerade dazu benutzt, sehr schwache Linien zu messen, wobei zu dem Ionenstrom noch der Strom der Sekundärelektronen als Verstärkung hinzukommt. Hinter dem Schlitz 3 befindet sich ein Faraday-Käfig mit einer Schlitze und einer Elektrode zur Messung der Sekundäremission der Teilchen.

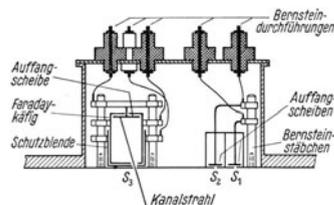


Bild 4. Konstruktion der Auffänger.

Da der abgelenkte Kanalstrahl schief durch die Blende fällt, war es nötig, die Schutzblende, den Faraday-Käfig und die Auffangelektrode 3 entsprechend Bild 4 ebenfalls schief anzuordnen. Schutzblende, Faraday-Käfig und Auffangscheibe werden wieder durch zwei Bernsteinstäbchen, an denen sie mit Nickelschellen befestigt sind, getragen. Da die Bernsteinstäbchen sich im Hochvakuum befinden, war es nicht nötig, zwischen den einzelnen Schellen geerdete Kriechstromringe anzubringen. Nach einiger Zeit sind von den Bernsteinisolatoren alle leitenden Fremdschichten so weit verschwunden, daß zwischen zwei benachbarten Elektroden Spannungen bis zu 100 V angelegt werden konnten, ohne daß ein Strom meßbar war, obwohl noch 10^{-14} A hätten nachgewiesen werden können. Die Zuleitungen zu den Elektroden wurden wieder mit Hilfe von vakuumdicht verkitteten Bernsteinpfropfen ausgeführt. Zum Messen der Ionenströme dient ein Lindemann-Elektrometer (von Spindler & Hoyer, Göttingen), das den Spannungsabfall an von den Ionenströmen durchflossenen Widerständen anzeigt. Bild 5 zeigt die Schaltung der Meß-

anordnung. Das Elektrometer befindet sich zusammen mit den Meßwiderständen in einem geerdeten, mit Phosphorpentoxyd getrockneten Abschirmkasten, und die Hilfsspannungen werden ihm durch abgeschirmte Kabel zugeführt. Es wurden fünf Meßwiderstände R_1 bis R_5 der Größen $1,0 \cdot 10^6$, $1,0 \cdot 10^7$, $1,0 \cdot 10^8$, $1,0 \cdot 10^9$ und $1,0 \cdot 10^{10} \Omega$ verwandt, die besonders ausgesucht und genau abgeglichen wurden. Die Meßwiderstände sind an einem Ende an Bronzefedern aufgehängt und tragen am anderen Ende einen kleinen eisernen Anker und einen Platinkontakt. Die Federn drücken den Platinkontakt der Widerstände für gewöhnlich gegen einen geerdeten Platindraht.

Mit Hilfe eines vor jeden Widerstand angeordneten Elektromagneten lassen sich jedoch die Widerstände nacheinander von dem geerdeten Draht abbiegen und gegen einen anderen Platindraht legen. Dieser ist zwischen der Nadelklemme des Elektrometers und der Auffangelektrode ausgespannt. Dadurch wird die Elektrometernadel über dem betreffenden Widerstand geerdet, und der durch den Ionenstrom an dem Widerstand entstehende Spannungsabfall meßbar; natürlich ist dafür Sorge zu tragen, daß der Widerstand und der Eisenanker frei in der Luft schweben.

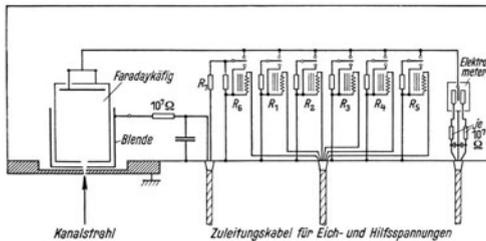


Bild 5. Schaltung der Meßanordnung.

quellen auf ein Minimum beschränkt sind. Der Isolationswiderstand wurde bei abgeschalteten Widerständen und 0,1 V Spannung an der Elektrometernadel zu $> 10^{15} \Omega$ aus dem zeitlichen Spannungsabfall bestimmt. Die größte Empfindlichkeit des Elektrometers betrug etwa 10^{-3} V je Skalenteil, so daß mit $R = 1,0 \cdot 10^{10} \Omega$ noch Ionenströme von 10^{-13} A beobachtet werden konnten. Zur Eichung des Elektrometers konnte ebenfalls mit Hilfe eines elektromagnetischen Schalters eine Eichspannung über einen Spannungsteiler R_6 und R_7 an die Nadel angelegt werden.

3. Meßverfahren.

Durch Veränderung der Blende B_4 wurde die Breite der Masselinien so einreguliert, daß sie an der intensivsten Stelle etwa $\frac{1}{3}$ so breit war wie der Spalt. Die Form der Linie sieht dann wie Bild 6 aus. Abszisse ist ein Hilfsstrom, der dem magnetischen Ablenkkfeld proportional ist, und Ordinate der Strom zum Faraday-Käfig. Wie man sieht, ist der Kopf der Kurve flach, und die Kurve symmetrisch, so daß man aus der Höhe der Kurven direkt die Intensität des Ionenstromes entnehmen kann. Es wurde bei den folgenden Messungen immer nur auf den waagerechten Teil der Linien eingestellt. Da alle Linien länger als der Spalt sind, treffen stets Ionen auf die Ränder des Spaltes. Sie geben dort Anlaß zu einer Sekundäremission. Ebenso ist es möglich, daß aus der Öffnung des Faraday-Käfigs Sekundärelektronen austreten. Beide Elektronenströme würden das Ergebnis fälschen.

Es wurde daher zwischen dem Spalt und dem Faraday-Käfig eine Schutzblende angeordnet, die sich auf negativem Potential gegen den Spalt sowie gegen den Faraday-Käfig, der nahezu dasselbe Potential wie der Spalt hat, befindet. Diese

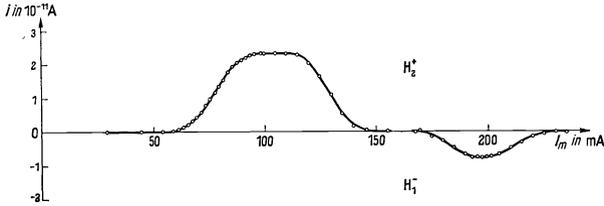


Bild 6. Linienform von H_2^+ und H_1^- .

Blende wirkt daher wie ein negativ vorgespanntes Gitter, indem es die Elektronenemission der Spaltränder sowie des Faraday-Käfigs verhindert. Ihre Wirkung sei an folgendem Bild 7 erläutert.

Als Abszisse ist die „Gittervorspannung“ und als Ordinaten sind die Intensitäten der Ionen H_2^+ und H_1^- aufgetragen. Man sieht, daß der Ionenstrom erst bei einer Gittervorspannung von -20 V konstant wird. In beiden Fällen kann man

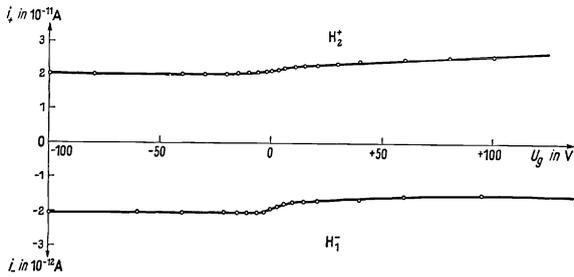
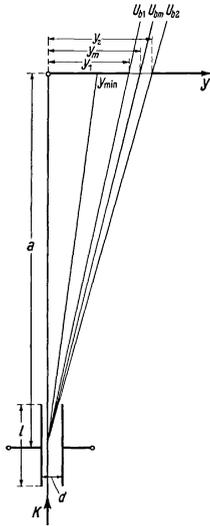


Bild 7. Einfluß des Blendenpotentials U_g auf den Strom zum Faraday-Käfig.

den Anstieg bzw. den Abfall des Stromes bei positiver werdender Blenden-spannung dadurch erklären, daß man annimmt, daß Sekundärelektronen den Faraday-Käfig verlassen. Im Falle der positiven Ionen vergrößern und im Falle der negativen Ionen verkleinern sie den Ausschlag des Elektrometers. Um diese Fälschung zu vermeiden, wurde daher immer mit einer „Gittervorspannung“ der Blende von -100 V gearbeitet.

Durch Änderung des elektrischen und des magnetischen Feldes wurde die zu untersuchende Massenparabel an dem Meßspalt (als solcher wurde immer, wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt, der Spalt 3 mit Faraday-Käfig und Schutzblende verwendet) vorbeibewegt, und die Intensität punktweise aufgenommen. Technisch wurde dabei so vorgegangen, daß nacheinander in kleinen Abschnitten verschiedene Werte der elektrischen Felder durch Änderung der Ablenkspannung U^a eingestellt wurden. Dann wurde durch Änderung des magnetischen Feldes die Parabel im Meßspalt aufgesucht und auf maximale Intensität mit Hilfe eines fein regulierbaren Hilfsstromes eingestellt.

Wir wollen in folgendem, um Ionen verschiedener Massen besser vergleichen zu können, statt der Geschwindigkeit v der Ionen die Beschleunigungsspannung $U_b = \frac{m}{2e} \cdot v^2$ auftragen, wobei m die Masse und e die Ladung der Ionen bedeuten. Dadurch können die Intensitätsverteilungen aller Ionenarten über den gleichen Abszissenwerten aufgetragen werden. Unter der Intensität J wollen wir das Produkt aus Anzahl der Ionen, die in einem Geschwindigkeitsintervall von 1 kV Breite liegen, und Ladung eines Stromes verstehen. Beide Größen U_b wie J können aber nicht direkt gemessen werden, sondern müssen aus den Messungen umgerechnet werden. Es genügt hierfür, die elektrische Ablenkung allein zu betrachten (Bild 8). Der Kanalstrahl K wird in einem Ablenkkondensator der Länge l und der Dicke d , an den die Ablenkspannung U_a angelegt ist, nach einer Entfernung a um die Strecke y abgelenkt; y errechnet sich dann zu



$$y = \frac{al}{2d} \frac{U_a}{U_b} = A \cdot \frac{U_a}{U_b}. \quad (1)$$

Da im Kanalstrahl Ionen mit Werten von $U_b = U_e$ (wobei U_e die an das Entladungsrohr gelegte Spannung ist) und $U_b = 0$ vorkommen, wird der Kanalstrahl zu einem Fächer mit den Koordinaten $y_{\min} = A \cdot \frac{U_a}{U_e}$ und $y = \infty$ auseinandergezogen. Denken wir uns durch die Gerade y senkrecht zur Richtung K eine Ebene gelegt, in der sich in der y -Richtung mit den Koordinaten y_1 und y_2 ein Spalt befindet, so fällt ein Ausschnitt zwischen $U_{b1} = A \cdot \frac{U_a}{y_1}$ und $U_{b2} = A \cdot \frac{U_a}{y_2}$ aus dem zu einem Fächer ausgezogenen Kanalstrahl durch diesen Spalt hindurch. Wir definieren nun die mittlere Beschleunigungsspannung der hindurchfallenden Ionenstrahlen zu $U_{bm} = \frac{U_{b1} + U_{b2}}{2}$. Durch Einsetzen dieser Gleichung in Gl. (1) erhalten wir also

Bild 8. Schema der elektrischen Ablenkung.

$$U_{bm} = \frac{al}{4d} \cdot \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right) \cdot U_a = C_1 \cdot U_a. \quad (2)$$

Die Breite des durchgelassenen Geschwindigkeitsintervalls $\Delta U_b = U_{b1} - U_{b2}$ ermitteln wir nach dem gleichen Verfahren zu

$$\Delta U_b = \frac{al}{2d} \cdot \left(\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \right) \cdot U_a = C_2 \cdot U_a. \quad (3)$$

Die Größen C_1 und C_2 sind Apparatkonstanten, die durch Ausmessung der Dimensionen a , d , l , y_1 und y_2 bestimmt werden müssen. Sie ergeben sich für Spalt 3 zu $C_1 = 12,35$ und $C_2 = 0,932$. Die Gleichungen (2) und (3) gelten aber nur dann, wenn der Ionenstrahl den ganzen Spalt seiner Länge nach bedeckt. Da die Parabel aber bei $U_b = U_e$ ihr Ende erreicht, müssen in dem Moment, wie das Ende in den Spalt eindringt, die Gleichungen (2) und (3) versagen. Es lassen sich hier aber leicht Korrekturen anbringen, die die Definition von ΔU_b und U_{bm} aufrechterhalten. Die Intensität J der Kanalstrahlen erhält man dann durch Division des Auffängerstromes i durch die „Spaltbreite“ ΔU_b . Die Intensität wird in folgendem in A/kV angegeben.

Bevor die eigentlichen Messungen begonnen werden konnten, mußte jedesmal das Entladungsrohr sorgfältig entgast und von über Nacht hindiffundiertem Öldampf gereinigt werden. Dies geschah dadurch, daß die Gasentladung im Kanalstrahlrohr $1/2$ bis 1 Stunde lang mit $30 \cdots 40$ kV und $20 \cdots 30$ mA betrieben wurde. Dabei wurden die Elektroden durch Ionenbombardement gut entgast. Die Kanalstrahlintensität war so groß, daß die Blende B_2 , die als Thermoelement ausgebildet ist, Temperaturen bis zu 1500°C annahm. Die Ströme zur Blende B_3 betragen bis zu 2 mA. Durch Auffängermessungen wurde festgestellt, daß bei Betrieb mit reinem durch ein Pd-Rohr eingelassenem Wasserstoff die Intensität der Linien C^+ , CH^+ , CH_2^+ , CH_3^+ und CH_4^+ zu Anfang der Reinigung $5 \cdots 10\%$ der Intensität von H_2^+ betrug. Nach $1/2$ Stunde, bei den obenerwähnten Betriebsbedingungen, war die Intensität der Linien C^+ usw. auf etwa $1/2 \cdots 1^0/_{00}$ abgesunken und nahm dann nur sehr langsam weiter ab. Nachdem die Intensität auf etwa $1/2^0/_{00}$ abgesunken war, wurde die Reinigung als beendet angesehen. Die zur Messung vorgesehenen Betriebsbedingungen wurden eingestellt, und das Rohr unter diesen Bedingungen etwa 1 Stunde gebrannt. Nach dieser Zeit waren die Entladungsspannung, der Entladungsstrom, die Temperatur der Blende B_3 und der Strom zur Blende B_3 auf $1/2\%$ konstant, wenn keine größeren Schwankungen in dem speisenden Drehstromnetz vorkamen.

Bei Verwendung von Wasserstoff als Entladungsgas wurde dauernd Elektrolytwasserstoff aus einer Bombe durch ein elektrisch geheiztes Palladiumrohr in das Entladungsrohr eingelassen und über eine Kühlfalle mit flüssigem Sauerstoff und eine dreistufige Quecksilberdiffusionspumpe abgepumpt. Im Falle von He wurde spektralreines He aus einem Vorratsvolumen über eine Falle mit Absorptionskohle in flüssigem Sauerstoff in das Entladungsrohr eingelassen und durch die Diffusionspumpe wieder in das Vorratsvolumen zurückgepumpt. Da in diesem Fall die Diffusionspumpe nicht gegen ein gutes Vorvakuum arbeitet, sondern gegen den Vorratsbehälter, in dem ein Druck von 3 bis 6 Torr herrscht, pumpt sie nicht mehr regelmäßig genug, um die nötigen konstanten Bedingungen zu geben. Es wurde aus dem Anstieg des Entladungsstromes beobachtet, daß jedesmal, wenn ein Quecksilbertropfen vom Dampfstrahl durch die Düsen geschleudert wurde, der Druck im Entladungsrohr meßbar anstieg, so daß keine sehr konstanten Ionenströme erreicht werden konnten. Die Schwankungen des Heliumionenstromes betragen etwa $2 \cdots 4\%$.

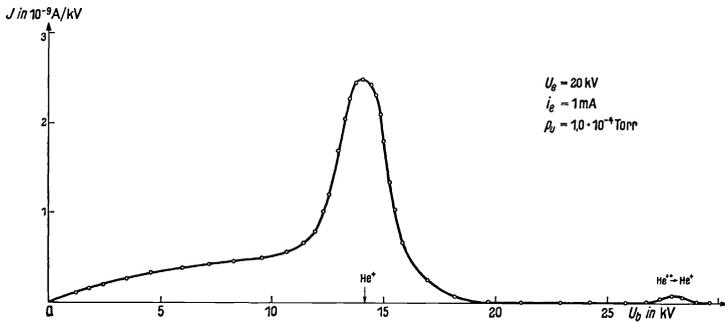
4. Meßergebnisse.

Um die Intensitätsverteilungskurven aller Ionen gut vergleichen zu können, seien hier nur Meßkurven mit einer Entladungsspannung $U_e = 20$ kV gezeigt. Wir haben uns aber überzeugt, daß auch bei anderen Spannungen, z. B. $U_e = 10$ kV und $U_e = 30$ kV, die Kurven den gleichen Charakter behalten.

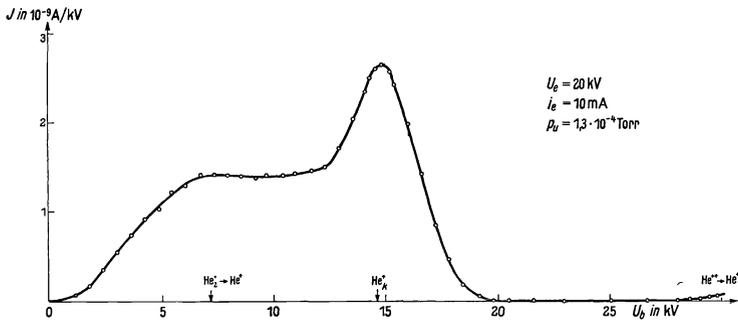
a) Helium.

Die Intensitätsverteilungskurven für die Heliumionen aus einem Heliumkanalstrahl mit $U_e = 20$ kV und $i_e = 1$ mA und $i_e = 10$ mA sind im nächsten Bild 9 dargestellt. Beide Kurven zeigen ein deutlich ausgeprägtes Intensitätsmaximum bei etwas voneinander verschiedenen Beschleunigungsspannungen. Dieses Maximum liegt bei allen anderen Ionen bei gleichem Entladungsstrom an der gleichen Stelle,

wie wir später sehen werden. Für einen Entladungsstrom $i_e = 1$ mA liegt das Maximum bei 70 % der an das Entladungsrohr angelegten Spannung (ohne Spannungsabfall am Vorwiderstand gemessen) und für $i_e = 10$ mA liegt es bei 75 % der Anodenspannung. Außerdem tritt bei beiden Kurven noch ein schwaches Nebenmaximum an der Stelle der doppelten Beschleunigungsspannung auf, das, wie bereits bekannt,

Bild 9a. Intensitätsverteilung der Linie ${}^4\text{He}^+$.

von Heliumionen herrührt, die als doppelt geladene Ionen im Kanalstrahlrohr beschleunigt worden sind und auf dem Wege zu den Ablenkefeldern ein Elektron eingefangen haben. Der Kopf der Parabel, d. h. die Gegend in der Nähe von $U_b = U_e = 20$ kV, zeigt keine Besonderheit. Lediglich der Abfall des Maximums nach kleinen Geschwindigkeiten zeigt bei den Kurven einen Unterschied. Bei der Kurve $U_e = 20$ kV $i_e = 10$ mA fällt die Intensität mit abnehmender Beschleunigungsspannung nicht

Bild 9b. Intensitätsverteilung der Linie ${}^4\text{He}^+$.

kontinuierlich nach Null ab, sondern zeigt bei ungefähr $U_b = 7$ kV eine deutliche Stufe. Wir möchten diese Stufe nach R. Döpel [4] einem zweiten Maximum zuschreiben, das von langsamen Heliumionen herrührt, die im Entladungsrohr als Molekelionen des Heliums He_2^+ in ähnlicher Weise wie die normalen He^+ -Ionen, also auch mit einem Intensitätsmaximum bei $U_b = 14,8$ kV, beschleunigt werden. Die Molekelionen sind sehr instabil und zerfallen im Kanal oder sonst irgendwo auf ihrem Wege zwischen dem Entladungsrohr und den analysierenden Ablenkefeldern

in langsame He^+ -Ionen, deren Intensitätsmaximum bei etwa 7,4 kV liegen müßte, was mit unserer Kurve gut zu vereinbaren ist.

Edelgasmolekelionen sind in Kanalstrahlröhren bei Ar von P. Zeeman und J. de Gier [10] direkt beobachtet worden, und der Verfasser [3] konnte mit Hilfe von Isotopengemischen des Argons, in dem das leichte Isotop angereichert war, zu den von Zeeman und de Gier gefundenen Ionen der Masse $80 = {}^{40}\text{Ar}_2^+$ auch noch die Masse $72 = {}^{36}\text{Ar}_2^+$ und $76 = {}^{40}\text{Ar} {}^{36}\text{Ar}^+$ finden. Inzwischen gelang es auch bei

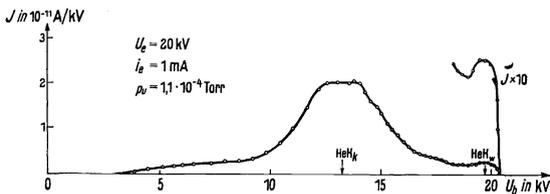


Bild 10a. Intensitätsverteilung der Linie HeH^+ .

einer Entladung mit reinem Ne die Molekeln $40 = {}^{20}\text{Ne}_2^+$ und $42 = {}^{20}\text{Ne} {}^{22}\text{Ne}^+$ nachzuweisen. Ein direkter Nachweis des Ions He_2^+ ist bisher noch nicht gelungen, da die Linie mit $m/e = 8$ durch das fast immer sehr schwach anwesende Ion ${}^{16}\text{O}^{++}$ überlagert wird.

Die zu dem Ion ${}^4\text{He}^{++}$ gehörige Parabel konnte ebenfalls nicht aufgenommen werden, da es nicht gelingt, die Metallteile des Entladungsraumes so zu entgasen, daß die Parabel H_2^+ die Parabel ${}^4\text{He}^{++}$ nicht mehr überdeckt. Photographisch gelang es leicht, die Parabeln der Ionen ${}^4\text{He}^{++}$ und H_2^+ zu trennen, aber das Auflösungs-

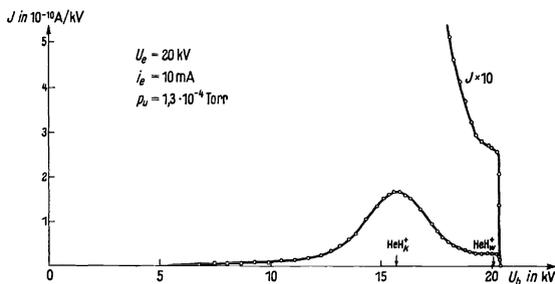


Bild 10b. Intensitätsverteilung der Linie HeH^+ .

vermögen des Massenspektrometers reicht dazu nicht aus. Da sich der Wasserstoff nicht aus der Gasentladung fernhalten läßt, erscheint bei Betrieb des Entladungsrohres mit He eine Parabel, die dem Ion HeH^+ zuzuordnen ist. Wir haben die Intensitätsverteilung dieser Parabel ebenfalls bei den Entladungsströmen $i_e = 1$ mA und $i_e = 10$ mA aufgenommen. Um die Parabel möglichst stark zu erhalten, haben wir dem Helium etwa 5% Wasserstoff, der durch ein Palladiumrohr eingelassen wurde, hinzugesetzt.

Bei dem Betrieb der Gasentladung zeigte sich aber, daß die Intensität der Linie HeH^+ sehr stark zeitlich veränderlich war. Wir führen diese Erscheinung auf starke

Okklusion des Wasserstoffs in dem durch Heliumentladung gereinigten Entladungsröhr zurück. Indessen gelang es doch, nach einigen Stunden zwei Intensitätsverteilungen der Linie HeH^+ aufzunehmen (Bild 10), nur können wir über den Wasserstoffgehalt des Heliums keine Angaben mehr machen.

Bei der Betrachtung der beiden Kurven sieht man, daß in beiden Fällen an etwa der gleichen Stelle ein Hauptmaximum auftritt, das ebenfalls wie bei der He^+ -

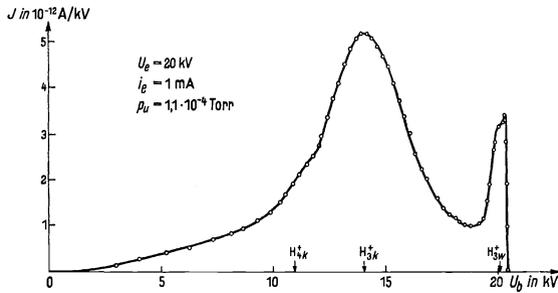


Bild 11 a. Intensitätsverteilung der Linie H_3^+ .

Parabel bei kleineren Entladungsströmen zu kleineren Beschleunigungsspannungen verschoben ist. Von dort aus fällt in beiden Fällen die Intensität nach kleinen Beschleunigungsspannungen gleichmäßig ab. Dagegen finden wir am Kopf der Parabel einen grundlegenden Unterschied von den entsprechenden He^+ -Parabeln. Die Intensitätskurve mit $i_e = 10$ mA zeigt am Ende des gleichmäßigen Abfalls mit größer werdendem U_b eine Stufe und dann einen sehr schroffen Abfall. Die andere Intensitätskurve geht sogar über ein Minimum in ein zweites Maximum über, das dann

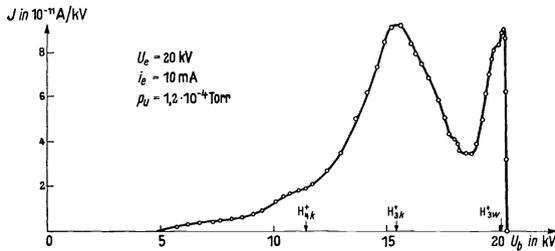


Bild 11 b. Intensitätsverteilung der Linie H_3^+ .

sehr steil abfällt. Es tritt also am Kopf der Parabel ein zweites Intensitätsmaximum auf, dessen Ionen die ganze Entladungsspannung oder zum mindesten einen sehr großen Teil derselben durchlaufen haben.

Ähnliche sehr ausgeprägte Intensitätsmaxima wurden früher schon vom Verfasser [3] bei den Ionen H_3^+ , H_2D^+ , D_2H^+ , D_3^+ , OH_3^+ , COH^+ und ArH^+ mit anderen Entladungsröhren beobachtet. Es fällt auf, daß dieses alles Ionen von Molekeln sind, die in neutralem Zustand nicht oder sehr unbeständig sind. Weiter ist von H_3^+ nachgewiesen, daß es durch Ionenstoß von Wasserstoffmolekelionen mit Wasserstoffmolekeln nach der Gleichung $\text{H}_2^+ + \text{H}_2 \rightarrow \text{H}_3^+ + \text{H}$ entsteht. Da in der vorliegenden

Arbeit die Maxima auch bei H_3^+ beobachtet werden, wollen wir die Diskussion hierüber auf später verschieben.

b) Wasserstoff.

Im Wasserstoffkanalstrahl kommen fünf Ionenarten vor. Erstens die positiven Ionen H_1^+ , H_2^+ und H_3^+ und zweitens die negativen Atomionen H_1^- und D_1^- . Die positiven Ionen von Molekeln, die schweren Wasserstoff enthalten, sind in gewöhn-

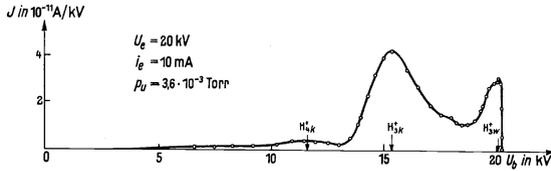


Bild 11c. Intensitätsverteilung der Linie H_3^+ .

lichem Wasserstoff so selten, daß sie von den oben angegebenen Ionen vollständig verdeckt werden. Von den Ionen H_1^- , H_1^+ , H_2^+ und H_3^+ wurden die Intensitätsverteilungen bei $U_e = 20$ kV und $i_e = 1$ und 10 mA aufgenommen. Außerdem wurde eine dritte Meßreihe aufgenommen, bei der im Umladungsraum ein Wasserstoffdruck von $p_w = 3,6 \cdot 10^{-3}$ Torr herrschte. Für gewöhnlich wurde der Umladungsraum durch eine Diffusionspumpe evakuiert, so daß nur ein Gasdruck von $1,1 \dots 1,2 \cdot 10^{-4}$ Torr

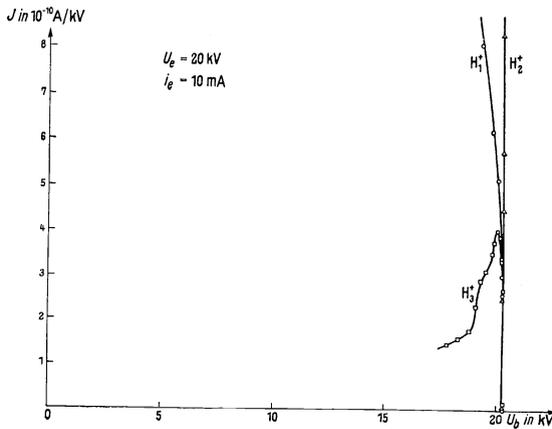


Bild 12. Köpfe der Parabeln H^+ , H_2^+ und H_3^+ .

zu messen war. Die Meßergebnisse sind in den Bildern 11 bis 15 dargestellt. Beginnen wir zuerst mit der Intensitätsverteilung der Ionen H_3^+ . Auf allen drei Aufnahmen sehen wir zwei deutlich ausgeprägte Maxima, von denen das eine wieder bei 70 ... 75 % der Entladungsspannung U_e liegt, und das andere den Kopf der Parabel bildet. Die Maxima am Kopf der Parabel sind bei H_3^+ besonders gut ausgeprägt. Die breiten Hauptmaxima zeigen genau die gleiche Verschiebung mit dem Entladungsstrom wie die entsprechenden Maxima in der Intensitätsverteilung der

Ionen He^+ und HeH^+ . Die Köpfe der Parabeln zeigen mit wachsendem U_b einen sehr steilen Abfall, so daß wir glauben möchten, daß die Ionen alle die Geschwindigkeit U_b haben. In Bild 12 sind die Köpfe der drei Parabeln H_1^+ , H_2^+ und H_3^+ zusammengefaßt. Wir sehen, daß alle drei Parabeln die gleiche obere Grenzggeschwindigkeit haben und glauben daher schließen zu können, daß das Maximum der H_3^+ -Parabeln aus Ionen besteht, die alle die gesamte Entladungsspannung durchlaufen haben. Diese Ansicht wird auch durch Ausmessen photographischer Aufnahmen, auf denen die Ionen H_3^+ sowie die Ionen H_2D^+ , D_2H^+ und D_3^+ auftreten, bestätigt. Ist dies der Fall, so müssen wir annehmen, daß die Ionen vom Typus H_3^+ nicht nur im Gasraum entstehen können, sondern auch an der Wand des Entladungsröhres, in diesem Fall also an der Anode, gebildet werden können. Wir hätten es demnach bei den beiden Hauptmaximis der Parabeln H_3^+ mit Ionen zu tun, die an zwei verschiedenen Ionisationsstellen des Entladungsröhres gebildet werden. Außer diesen

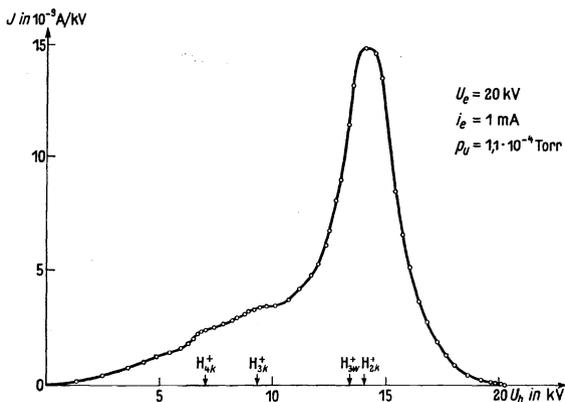


Bild 13a. Intensitätsverteilung der Linie H_3^+ .

beiden starken Maximis tritt im Bild 11c noch deutlich ein schwaches Nebenmaximum auf, das langsamen H_3^+ -Ionen angehört. An den entsprechenden Stellen des Bildes 11a und b treten nur ganz leichte Andeutungen dieser Maxima auf. Sie lassen sich durch Zerfall von H_4^+ -Ionen deuten, die im Entladungsröhre mit einer Spannung beschleunigt werden, die dem Hauptmaximum der zugehörigen H_3^+ -Parabel entspricht.

In dem von C. Hailer angegebenen Kanalstrahlrohr wäre es auch möglich, daß die Ionen vom Typus H_3^+ , die den Kopf der Parabel bilden, nicht durch eine Reaktion an der Wand, sondern durch die gewöhnliche Gasreaktion in dem nahezu äquipotentialen Raum der Hohlanode gebildet würden. Dem widerspricht aber die Tatsache, daß diese Ionen auch in dem von H. Lukanow und W. Schütze [11] angegebenen Kanalstrahlrohr auch bei Verwendung einer ganz kurzen Anode, wobei sicherlich kein großer äquipotentialer Raum vorhanden ist, auftreten. Daß dieses Maximum am Kopf der Parabel so scharf erscheint und nicht durch Geschwindigkeitsverluste infolge von Gasstößen auf dem langen Weg von der Anode zur Kathode verbreitert wird, glauben wir folgendermaßen erklären zu können. Das Ion H_3^+ ist so instabil, daß es bei Gasstößen oder vielleicht auch schon bei der Umladung

zerfällt. Die Zerfallsprodukte sind entweder H_2^+ - oder H_1^+ -Ionen und kommen auf die H_2^+ - oder H_1^+ -Parabel, können also nie das H_3^+ -Maximum verbreitern. Um die beiden Hauptmaxima der H_3 -Parabel unterscheiden zu können, wollen wir die an der Wand entstandenen H_3 -Ionen für die Folge mit H_{3w}^+ und die in der Kanalstrahl-entladung gebildeten H_3 -Ionen mit H_{3k}^+ bezeichnen.

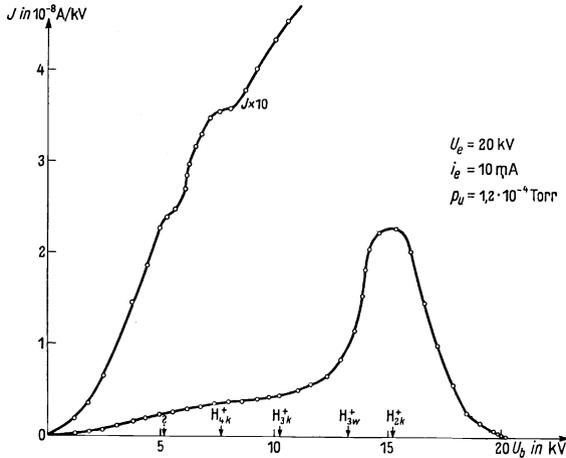


Bild 13b. Intensitätsverteilung der Linie H_2^+ .

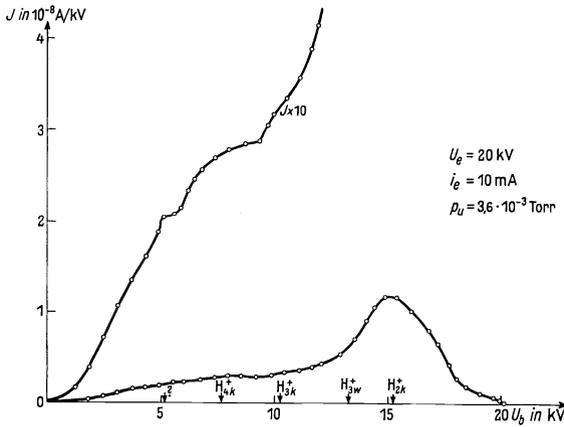


Bild 13c. Intensitätsverteilung der Linie H_2^+ .

Im Bilde 13a ··· c sind für die gleichen drei Entladungsbedingungen die Intensitätsverteilungen der Linien H_2^+ gezeichnet. Die Linie H_2^+ zeigt nur ein sehr ausgeprägtes Intensitätsmaximum, und zwar für $i_e = 1$ mA bei $U_b = 14$ kV und für $i_e = 10$ mA bei $U_e = 15$ kV, genau wie die entsprechenden Heliumlinien. Ein zweites Intensitätsmaximum am Kopf der Parabel fehlt vollständig. In Bild 13a und c

sind dagegen noch zwei schwache Nebenmaxima angedeutet, die sich durch den Zerfall von $H_{4k}^+ \rightarrow H_2^+$ und $H_{3k}^+ \rightarrow H_2^+$ deuten lassen. Das Maximum eines eventuellen Zerfalls von $H_{3w}^+ \rightarrow H_2^+$ liegt zu nahe dem Hauptmaximum der Parabel, so daß es nicht mehr aufgelöst ist. Die Zerfallsmaxima sind am stärksten, wenn der Kanalstrahl hinter dem Kanal Gelegenheit hat, mit Gasmolekeln zusammenzu-

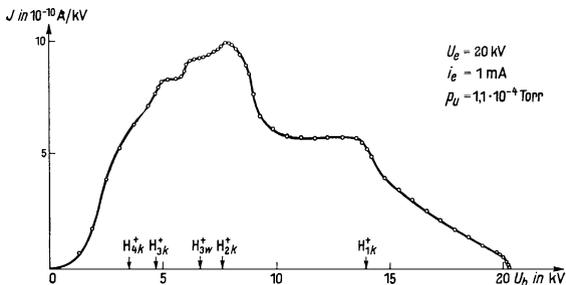


Bild 14a. Intensitätsverteilung der Linie H_1^+ .

stoßen. Bei $U_e = 5,0$ kV ist in der H_2^+ -Kurve noch ein schwaches Maximum zu finden, das bisher nicht erklärt werden konnte. Es beruht sicher nicht auf einem Meßfehler oder einer zufälligen Schwankung der Kanalstrahlintensität während der Messung, sondern erwies sich als durchaus reproduzierbar.

Die Intensitätsverteilung der Parabel der Ionen H_1^+ zeigt einen von den bisher beobachteten Kurven gänzlich verschiedenen Verlauf (Bild 14). An der Stelle, an

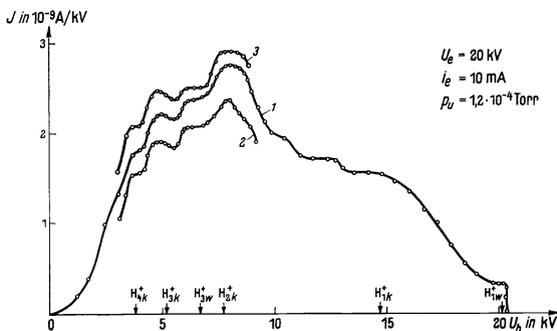


Bild 14b. Intensitätsverteilung der Linie H_1^+ .

der bei den bisher besprochenen Parabeln das Hauptmaximum liegt, treten nur ganz undeutliche Maxima auf. Dagegen liegen an den Stellen, an denen die Ionen folgender vier Zerfallsprozesse $H_{2k}^+ \rightarrow H_1^+$, $H_{3w}^+ \rightarrow H_1^+$, $H_{3k}^+ \rightarrow H_1^+$ und $H_{4k}^+ \rightarrow H_1^+$ vermutet werden, eine breite Gruppe von Maximis. Diese Gruppe zeigt deutlich kleine Nebenmaxima ungefähr an den Stellen, an denen die obigen vier Zerfallsmaxima liegen müssen. Wir haben uns durch Wiederholung der Messung an verschiedenen Tagen davon überzeugt, daß diese Maxima reell sind und nicht durch Schwankungen der

Intensität des Kanalstrahls vorgetäuscht werden. In Bild 14 b sind drei verschiedene Intensitätskurven der Linie H_1^+ übereinander gezeichnet. Die Ordinatenmaßstäbe sind etwas verschoben worden, weil sonst die Kurven durcheinander gehen würden. Kurve 2 ist 3 Stunden später als Kurve 1 aufgenommen, wobei sich das Entladungsröhre noch in demselben Betriebszustand befand. Kurve 3 wurde einen Tag später

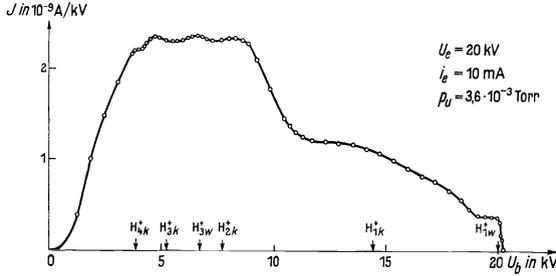


Bild 14 c. Intensitätsverteilung der Linie H_1^+ .

aufgenommen. Die relative Intensität der Zerfallsmaxima ändert sich bei Variation des Entladungsstromes von 1 auf 10 mA sehr wenig, wie an den Bildern 13 a und 13 b zu sehen ist. Bei Änderung der Umladungsbedingungen hinter dem Kanal ist jedoch eine deutliche Intensitätsverschiebung der Zerfallsmaxima wahrzunehmen. Die Intensität ändert sich in dem Sinne, daß die Zerfallsmaxima, die den Prozessen $H_{4k}^+ \rightarrow H_1^+$, $H_{3k}^+ \rightarrow H_1^+$ und $H_{3w}^+ \rightarrow H_1^+$ zuzuordnen sind, gegenüber dem Zerfall

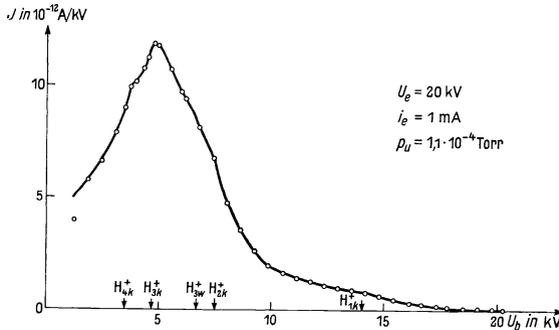


Bild 15 a. Intensitätsverteilung der Linie H^- .

$H_{2k}^+ \rightarrow H_1^+$ bei Steigerung des Gasdruckes im Umladungsraum zunehmen. Daraus ist zu schließen, daß die Molekelionen H_4^+ und H_3^+ instabiler gegen Gasstöße sind als das H_2^+ -Ion. Auf den Bildern 14 b und c ist bei $U_b = 20$ kV eine Andeutung eines Kopfmaximums vorhanden, so daß es möglich ist, daß auch Protonen durch Ionisation an der Wand gebildet werden. Außer diesen treten noch einige andere schwache, aber reproduzierbare Maxima auf, z. B. in Bild 13 b bei 10,5 kV und bei 13,5 kV, die sich keinem bekannten Zerfallsprozeß zuordnen lassen. Wir haben

analog der Bildung der Ionen H_{31c}^+ an der Wand der Anode nach einem dort gebildeten H_{4w}^+ -Ion gesucht, das sich dort durch den Prozeß $H_2^+ + H_2 = H_4^+$ durch Einfangung bilden könnte. Dieser Prozeß ist deswegen möglich, weil die Wand den Rückstoßimpuls aufnehmen kann. Die Zerfallsmaxima eines solchen Prozesses sind aber nicht zu beobachten, weil sie für unsere Entladungsbedingungen zufällig nahezu

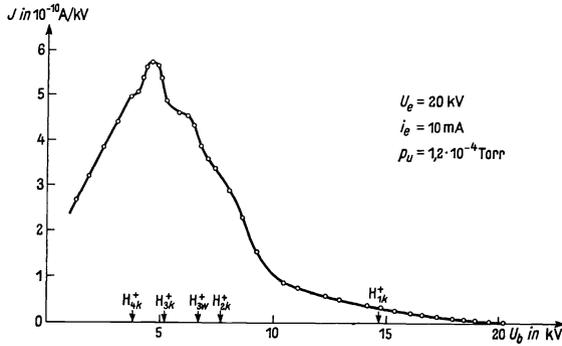


Bild 15b. Intensitätsverteilung der Linie H_1^- .

mit denen des Ions H_{3k}^+ zusammenfallen. Eine ganz ähnliche Struktur wie die H_1^- -Parabel hat auch die H_1^- -Parabel des negativen Atomions, die für die drei üblichen Entladungsfälle in Bild 15a · · · c dargestellt ist.

Zur Herstellung der H_1^- -Ionen wurde nicht das Entladungsrohr umgepolt und die sog. „retrograde rays“ beobachtet, sondern es wurden die normalen positiven

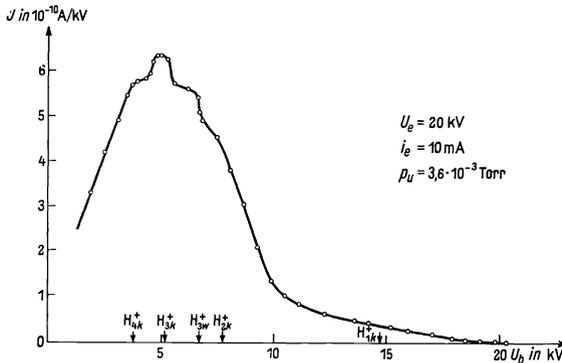


Bild 15c. Intensitätsverteilung der Linie H_1^- .

Kanalstrahlen erzeugt, und die aus ihnen entstandenen negativen Ionen durch Umpolung beider Ablenkfelder gemessen. Das intensive Hauptmaximum im Sinne der Umladung $H_{1k}^+ \rightarrow H_1^-$ fehlt vollkommen. Dagegen sind die vier Maxima, die den obigen vier Zerfallsprozessen unter Bildung eines negativen Atomions zuzuordnen sind, stark ausgeprägt. Dieses Ergebnis dürfte so zu deuten sein, daß aus schnellen

H_1^- -Ionen und aus schnellen H-Atomen nur sehr selten ein H_1^- -Ion durch Umladung gebildet wird. Dagegen entstehen beim Zerfall von H_2^+ , H_3^+ - und auch von H_4^+ -Ionen H_1^- -Ionen in großer Anzahl. Die relative Intensität der einzelnen Maxima ist gegenüber den entsprechenden Maximis der H^+ -Linien verändert. Es entstehen mehr H_1^- -Ionen aus den Molekeln H_3^+ und H_4^+ als aus dem Molekelion H_2^+ . Wir vermuten, daß diese H_1^- -Ionen bei der Neutralisation der Ionen H_3^+ und H_4^+ entstehen, wobei eine sehr instabile oder überhaupt nicht stabile Molekel entsteht, die in ein positives und ein negatives Ion nach dem Schema $H_3 \rightarrow H_2^+ + H_1^-$ oder $H_4 \rightarrow H_3^+ + H_1^-$ zerfällt. Wenn ein H_2^+ -Ion neutralisiert wird, so entsteht eine gewöhnliche, sehr stabile Wasserstoffmolekel, die nur sehr selten, z. B. infolge hoher Anregung, in $H_1^+ + H_1^-$ zerfallen kann.

Außer der Linie H_1^- existiert im Massenspektrum des gewöhnlichen Wasserstoffs im negativen Spektrum noch eine sehr schwache Linie der Masse 2. Von H. Luknow und W. Schütze [11] wurde vermutet, daß es sich bei dieser Linie um negative Ionen des schweren Wasserstoffs handelt. Diese Linie ist in gewöhnlichem und besonders in elektrolytisch hergestelltem Wasserstoff so schwach, daß mit ihrer Hilfe sehr leicht auch schwach am schweren Wasserstoffisotop angereicherte Proben untersucht werden konnten. Wir haben uns bemüht, auch die Intensitätsverteilung dieser Linie aufzunehmen. Die

Intensität war jedoch so klein, daß nicht, wie in allen anderen Fällen, der Meßspalt 3, sondern der Spalt 2 verwendet werden mußte. Die dort gemessenen Ströme sind keine reinen Ionenströme, sondern durch Sekundäremission der Auf-

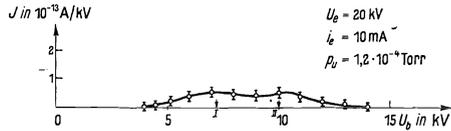


Bild 16. Intensitätsverteilung der Linie D_1^- .

fängerplatte gefälscht. Da das Sekundäremissionsvermögen größer als 1 war, waren die Ströme positiv. Außerdem ist das Geschwindigkeitsauflösungsvermögen um einen Faktor ≈ 5 kleiner als das des Spaltes 3. Die erhaltene Intensitätsverteilung zeigt Bild 16. Die Linie zeigt ein breites Intensitätsmaximum zwischen $U_b = 7$ kV und $U_b = 12$ kV. (Die eingezeichneten Fehlergrenzen sind die maximalen Fehler je fünf aufeinander folgender Elektrometerablesungen.) Da, wie wir oben gesehen haben, die meisten H_1^- -Ionen durch Zerfall der Molekelionen H_3^+ und H_4^+ entstehen, kann man vermuten, daß die Ionen D^- in der Hauptsache durch Zerfall der Isotopenmolekeln $H_2D_w^+$ und $H_2D_k^+$ gebildet werden. Die Linie D^- müßte dann bei $U_b = 7,2$ kV und $U_b = 10,0$ kV (Stellen I und II Bild 16) Maxima aufweisen. In der Tat wäre eine Auflösung der beobachteten Struktur der Linie D^- in diese zwei Maxima möglich. Das Gesamtintensitätsverhältnis der Parabeln H^- und D^- ließ sich zu $H^- : D^- = (3 \pm 1) \cdot 10^4$ abschätzen, unter der Voraussetzung, daß H^- und D^- dieselbe Sekundäremission haben. Da dies sicher nicht zutrifft, ist das Ergebnis sehr unsicher. Als Entladungsgas wurde elektrolytisch hergestellter Wasserstoff verwendet, infolgedessen ist ein Verhältnis D:H zwischen 1:10 000 und 1:100 000 zu erwarten.

Da die gemessene Verhältniszahl zwischen diesen beiden Werten liegt, möchten wir annehmen, daß es sich wirklich um das negative Ion D^- handelt. Die Überlagerung durch ein Molekelion H_2^- können wir trotz allem nicht ausschließen, weil wir seinen Entstehungsprozeß nicht kennen. Die Umladung von H_2^+ in H_2^- kommt

als solcher Prozeß sicher nicht in Frage, da sie mit einem Maximum bei 15 kV verknüpft wäre. Die Prozesse $H_{4k} \rightarrow H_2^+ + H_2^-$, $H_{3k} \rightarrow H_2^- + H_1^+$ und $H_{3w} \rightarrow H_2^- + H_1^+$ würden drei Maxima bei $U_b = 7,5, 10,0$ und $13,4$ kV ergeben. Diese Maxima sind zum Teil identisch mit denen des Zerfalls der Isotopenmolekeln H_2D , so daß wir auf Grund dieser Messungen nicht zwischen beiden Deutungsmöglichkeiten entscheiden können.

Da die Meßergebnisse sämtlicher Wasserstofflinien unter gleichen Verhältnissen gewonnen wurden, läßt sich auch ein Vergleich der Gesamtintensität der einzelnen Ionenarten durchführen. Die Gesamtintensität wurde als Fläche der Intensitätsverteilungskurve durch Ausplanimetrieren bestimmt. Die erhaltenen Ergebnisse zeigt die Zahlentafel 1. Es sind dort außerdem die prozentischen Anteile der Gesamt-

Zahlentafel 1. Ionenausbeuten bei verschiedenen Entladungsbedingungen.

Entladungsbedingungen bei $U_e = 20$ kV	H_3^+	H_2^+	H_1^+	H_1^-	${}^2D_1^-$
$i_e = 1,0$ mA, $p_e = 8,0 \cdot 10^{-2}$ Torr	$3,3 \cdot 10^{-11}$ A	$7,0 \cdot 10^{-8}$ A	$9,8 \cdot 10^{-10}$ A	$7,1 \cdot 10^{-11}$ A	
$p_u = 1,1 \cdot 10^{-4}$ Torr	0,04 %	98,5 %	1,4 %	0,1 %	
$i_e = 10$ mA, $p_e = 9,6 \cdot 10^{-2}$ Torr	$5,6 \cdot 10^{-10}$ A	$1,2 \cdot 10^{-7}$ A	$2,8 \cdot 10^{-8}$ A	$1,8 \cdot 10^{-9}$ A	($\approx 6 \cdot 10^{-16}$ A) umgerechnet
$p_u = 1,2 \cdot 10^{-4}$ Torr	0,35 %	80,0 %	18,5 %	1,15 %	
$i_e = 10$ mA, $p_e = 9,6 \cdot 10^{-2}$ Torr	$1,6 \cdot 10^{-10}$ A	$7,6 \cdot 10^{-8}$ A	$2,7 \cdot 10^{-8}$ A	$2,2 \cdot 10^{-9}$ A	
$p_u = 3,6 \cdot 10^{-3}$ Torr	0,15 %	72,1 %	25,65 %	2,1 %	

ionenströme einzelner Ionen an der Summe aller Ionenströme eingetragen. Man sieht, daß bei kleinen Entladungsströmen in der Hauptsache Molekelionen H_2^+ gebildet werden. Bei großen Entladungsströmen nimmt der prozentische Anteil der H_2^+ -Ionen im wesentlichen zugunsten der H_1^+ -Ionen ab. Auch die Intensität der H_1^- -Ionen nimmt um mehr als einen Faktor 10 zu. Es werden immer mehr H_1^- -Ionen als H_3^+ -Ionen gebildet. Durchläuft der Kanalstrahl hinter dem Kanal einen gasgefüllten Umladungsraum, so verschiebt sich das Intensitätsverhältnis der Molekelionen zu den positiven Atomionen H_1^+ noch mehr zugunsten der letzteren, ohne daß deren absolute Intensität erheblich abnimmt. Der Anteil der negativen Atomionen nimmt weiter zu, während der Anteil der H_3^+ -Ionen abnimmt. Aus den Intensitätsverteilungen ebenso wie aus den Gesamtstrommessungen ist also zu schließen, daß das primär im Kanalstrahl gebildete Ion fast allein das Molekelion H_2^+ ist. Die übrigen Ionen, also auch H_1^- - und der größte Teil der H_1^+ -Ionen, entstehen erst durch Zerfall von H_2^+ -Ionen.

Das hier untersuchte Kanalstrahlrohr wurde von C. Hailer [5] als Ionenquelle für Atomumwandlungsversuche entwickelt. Die für diese Versuche wichtigen Ionen sind im Falle des Wasserstoffs die Atomionen, da die Molekelionen je Atom bei der gleichen Beschleunigungsspannung die halbe Energie erhalten, also für eine Umwandlung viel weniger wirksam sind. Eine Ionenquelle muß also möglichst viel Atomionen emittieren. Das von C. Hailer angegebene Rohr wurde so dimensioniert, daß möglichst große Ionenströme der Kanalstrahlentladung durch den Kanal entzogen werden können. C. Hailer [5] kommt zu dem Ergebnis, daß dazu ein sehr kurzer enger Kanal geeigneter ist als ein weiter langer von gleichem Strömungswiderstand. Das Ergebnis ist so zu deuten, daß der Druckabfall im kurzen engen Kanal so groß ist, daß die Ionen auf ihrem Wege nur sehr wenig Gasmolekeln treffen. Sie erleiden also wenig Umladungen und werden wenig gestreut. Der Hauptanteil

der primär im Kanalstrahl gebildeten Ionen besteht aber aus Molekelionen, wie wir eben gesehen haben. Die Atomionen entstehen zum größten Teil durch Zerfall von Molekelionen bei der Umladung und bei Gasstößen. Im kurzen engen Kanal (entsprechend den Experimenten mit niedrigem Gasdruck im Umladungsraum) haben die Molekelionen nicht genügend Gelegenheit, umzuladen und zu dissoziieren. Wählt man einen längeren weiteren Kanal, so durchlaufen die aus der Entladung kommenden Kanalstrahlen eine längere Strecke in einem Gas höheren Druckes und haben mehr Gelegenheit zu dissoziieren, aber sich auch umzuladen oder an die Wände zu gelangen. Deswegen ist der gesamte aus dem Kanal kommende Ionenstrom kleiner, der Anteil an Protonen jedoch größer geworden. Will man das Kanalstrahlrohr als Protonenquelle benutzen, so ist nicht ein kurzer enger Kanal der günstigste, sondern es existiert ein weiterer längerer Kanal, der optimale Ausbeute liefert.

Zum Schluß muß aber noch auf eine Fehlermöglichkeit hingewiesen werden, die die relativen Ionenintensitäten verändern kann. Der Kanalstrahl muß durch eine Reihe von Blenden sehr scharf ausgeblendet werden, damit das Auflösungsvermögen des Massenspektrometers nicht zu klein wird. Es wird also nur ein sehr kleines Bündel (etwa der 10^4 bis 10^5 te Teil!) des Kanalstrahls untersucht. Durch sorgfältige Justierung des Kanals in der Kathode des Entladungsrohres und der Blenden B_2 , B_3 und B_4 wurde ein Bündel aus der Mitte des Kanalstrahls ausgewählt, weil es am intensivsten ist. Dadurch wird bewirkt, daß die Mehrzahl aller Ionen, die unter kleinen Winkeln aus dem Kanalstrahl gestreut werden, für die Messung verloren sind. Es ist aber anzunehmen, daß bei der Streuung nicht nur eine Richtungsänderung, sondern auch eine Umladung oder Dissoziation eintreten kann, so daß die Zusammensetzung des Kanalstrahls in verschiedenen Zonen durchaus von der hier gemessenen verschieden sein kann. Der Anteil der Protonenausbeute am Gesamtstrom könnte dadurch noch erhöht werden.

Die vorliegende Arbeit wurde im Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke ausgeführt. Herrn Professor Dr. G. Hertz bin ich für sein stetes und förderndes Interesse an dieser Arbeit zu bestem Dank verpflichtet.

Zusammenfassung.

Es wird ein Massenspektrograph und Massenspektrometer nach der Parabel-Methode beschrieben. Der Kanalstrahl wird in einem ganzmetallischen Kanalstrahlrohr nach C. Hailer erzeugt. Er durchläuft einen Umladungsraum und wird an einer Reihe von Blenden, deren eine von außen sehr fein einstellbar ist, ausgeblendet. Er wird weiter zwischen den Polen eines Elektromagneten, die gleichzeitig Pole eines Kondensators sind, abgelenkt und entweder auf einer photographischen Platte oder einem Faraday-Käfig aufgefangen und gemessen.

Mit diesem Massenspektrometer werden die Intensitätsverteilungen der Ionen von Wasserstoff- und Helium-Kanalstrahlen untersucht. Hierbei wird festgestellt, daß die primär im Kanalstrahl entstandenen Ionen H_2^+ - und He^+ -Ionen sind und 70 bis 75 % der Entladungsspannung durchlaufen haben. Im Falle von Wasserstoff entstehen die übrigen Ionenarten zum größten Teil durch Aufbau oder Zerfall aus den primären H_2^+ -Ionen. Die von R. Döpel vermutete Existenz des Ions He_2^+ wird bestätigt. Ebenso wird die Existenz eines H_4^+ -Ions, das auch von R. Döpel

aus dem Zerfall $H_4^+ \rightarrow H_2^+$ vermutet wurde, auch an diesem sowie an den anderen Zerfallsprozessen $H_4^+ \rightarrow H_3^+$, $H_4^+ \rightarrow H_1^+$ und $H_4^+ \rightarrow H_1^-$ bestätigt. Die Ionen H_4^+ und He_2^+ sind so instabil, daß sie nicht direkt als Parabeln beobachtet werden können. Es wurde außerdem gefunden, daß H_3^+ -Ionen außer dem normalen Prozeß $H_2^+ + H_2 \rightarrow H_3^+ + H$ im Gas auch noch an der Wand des Entladungsrohres entstehen können.

Schrifttum.

1. O. Luhr: *Physic. Rev.* **44** (1933) S. 459. — E. S. Lamar u. O. Luhr: *Physic. Rev.* **46** (1934) S. 87. — E. S. Lamar, E. W. Samson u. K. T. Compton: *Physic. Rev.* **48** (1935) S. 886.
2. W. Wien: *Ann. Physik* **33** (1910) S. 871; **39** (1912) S. 519.
3. R. Retschinsky: *Ann. Physik* **47** (1915) S. 525.
4. R. Döpel: *Ann. Physik* **76** (1925) S. 1.
5. C. Hailer: *Wiss. Veröff. Siemens* **XVII**, 3 (1938) S. 115.
6. J. J. Thomson: *Rays of positive Electricity*. London (1921).
7. E. Gehrcke u. O. Reichenheim: *Verh. deutsch. physik. Ges.* **12** (1910) S. 414.
8. W. Schütze: *Wiss. Veröff. Siemens* **XVI**, 3 (1937) S. 89.
9. E. G. Andresen: *Physik. Z.* **33** (1932) S. 771.
10. P. Zeeman u. J. de Gier: *Proc. Acad. Amsterd.* **37** (1934) S. 127.
11. H. Lukanow u. W. Schütze: *Z. Physik* **82** (1933) S. 610.