

WERKSTATTBÜCHER

HERAUSGEBER H.HAAKE

HEFT 47

H. TRIER

**DIE ZAHNFORMEN
DER ZAHNRÄDER**



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

WERKSTATTBÜCHER

FÜR BETRIEBSBEAMTE, KONSTRUKTEURE U. FACHARBEITER
HERAUSGEGEBEN VON DR.-ING. H. HAAKE VDI

Jedes Heft 50—70 Seiten stark, mit zahlreichen Textabbildungen

Preis: RM 2.— oder, wenn vor dem 1. Juli 1931 erschienen, RM 1.80 (10% Notnachlaß)

Bei Bezug von wenigstens 25 beliebigen Heften je RM 1.50

Die Werkstattbücher behandeln das Gesamtgebiet der Werkstatttechnik in kurzen selbständigen Einzeldarstellungen; anerkannte Fachleute und tüchtige Praktiker bieten hier das Beste aus ihrem Arbeitsfeld, um ihre Fachgenossen schnell und gründlich in die Betriebspraxis einzuführen.

Die Werkstattbücher stehen wissenschaftlich und betriebstechnisch auf der Höhe, sind dabei aber im besten Sinne gemeinverständlich, so daß alle im Betrieb und auch im Büro Tätigen, vom vorwärtsstrebenden Facharbeiter bis zum leitenden Ingenieur, Nutzen aus ihnen ziehen können.

Indem die Sammlung so den einzelnen zu fördern sucht, wird sie dem Betrieb als Ganzem nutzen und damit auch der deutschen technischen Arbeit im Wettbewerb der Völker.

Einteilung der bisher erschienenen Hefte nach Fachgebieten

I. Werkstoffe, Hilfsstoffe, Hilfsverfahren

	Heft
Das Gußeisen. 2. Aufl. Von Chr. Gilles	19
Einwandfreier Formguß. 2. Aufl. Von E. Kothny	30
Stahl- und Temperguß. Von E. Kothny	24
Die Baustähle für den Maschinen- und Fahrzeugbau. Von K. Krekeler	75
Die Werkzeugstähle. Von H. Herbers	50
Nichteisenmetalle I (Kupfer, Messing, Bronze, Rotguß). Von R. Hinzmann	45
Nichteisenmetalle II (Leichtmetalle). Von R. Hinzmann	53
Härten und Vergüten des Stahles. 4. Aufl. Von H. Herbers	7
Die Praxis der Warmbehandlung des Stahles. 4. Aufl. Von P. Klostermann. (Im Druck)	8
Elektrowärme in der Eisen- und Metallindustrie. Von O. Wundram	69
Die Brennstoffe. Von E. Kothny	32
Öl im Betrieb. Von K. Krekeler	48
Farbspritzen. Von R. Klose	49
Rezepte für die Werkstatt. 3. Aufl. Von F. Spitzer	9
Furnier — Sperrholz — Schichtholz I. Von J. Bittner	76
Furnier — Sperrholz — Schichtholz II. Von L. Klotz. (Im Druck)	77

II. Spangebende Formung

Die Zerspanbarkeit der Werkstoffe. Von K. Krekeler	61
Hartmetalle in der Werkstatt. Von F. W. Leier	62
Gewindeschneiden. 3. Aufl. Von O. M. Müller	1
Wechselrädereberechnung für Drehbänke. 3. Aufl. Von G. Knappe	4
Bohren. 2. Aufl. Von J. Dinnebier und H. J. Stoewer	15
Senken und Reiben. 2. Aufl. Von J. Dinnebier	16
Räumen. Von L. Knoll	26
Das Sägen der Metalle. Von H. Hollaender	40
Die Fräser. 2. Aufl. Von P. Zieting und E. Brödner	22
Das Einrichten von Automaten I (Die Automaten System Spencer und Brown & Sharpe). Von K. Sachse	21
Das Einrichten von Automaten II (Die Automaten System Gridley [Einspindel] und Cleveland und die Offenbacher Automaten). Von Ph. Kelle, E. Gothe, A. Kreil	23
Das Einrichten von Automaten III (Die Mehrspindel-Automaten, Schnittgeschwindigkeiten und Vorschübe). Von E. Gothe, Ph. Kelle, A. Kreil	27
Das Einrichten von Halbautomaten. Von J. v. Himbergen, A. Bleckmann, A. Wassmuth	36
Die wirtschaftliche Verwendung der Mehrspindelautomaten. Von H. Finkelnburg	71

WERKSTATTBÜCHER
FÜR BETRIEBSBEAMTE, KONSTRUKTEURE UND FACH-
ARBEITER. HERAUSGEBER DR.-ING. H. HAAKE VDI

HEFT 47

Die Zahnformen der Zahnräder

Grundlagen, Eingriffsverhältnisse und Entwurf
der Verzahnungen

Von

Professor Dipl.-Ing. H. Trier

Oberstudienrat an der Ingenieurschule
der Hauptstadt der Bewegung München

Mit 90 Abbildungen im Text
und 14 Tabellen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1939

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Grundbegriffe	3
1. Einteilung S. 3. — 2. Verzahnungsgesetz S. 3. — 3. Eingriffslinie S. 4. — 4. Eingriffsbogen S. 5. — 5. Überdeckungsgrad S. 5. — 6. Relative Bahn S. 5. 7. Satzräder S. 6. — 8. Zyklische Kurven S. 6.	
II. Stirnräder mit geraden Zähnen: Geradzahnstirnräder	8
A. Normbezeichnungen	8
9. Teilung S. 8. — 10. Modul und Achsenabstand S. 8. — 11. Zahnform S. 9.	
B. Zykloidenverzahnung	10
12. Eingriffslinie S. 10. — 13. Konstruktion S. 10. — 14. Satzräder S. 11. — 15. Normaldruck S. 11. — 16. Nachteile S. 11.	
C. Evolventenverzahnung (Außenverzahnung)	12
17. Eingriffslinie S. 12. — 18. Konstruktion S. 12. — 19. Eingriffsbogen; Ein- griffslänge S. 13. — 20. Zahnstange S. 13. — 21. Überdeckungsgrad S. 13. — 22. Normaldruck, Zahndruck, Achsdruck, Lagerdruck S. 14. — 23. Unempfind- lichkeit gegen Änderung des Achsenabstandes S. 15. — 24. Satzräder S. 16. — 25. Zahnfußkurve, Zahnunterschnitt S. 16. — 26. Grenzzähnezahl S. 18. — 27. Überdeckungsgrad S. 20.	
D. Evolventen-Innenverzahnung	27
28. Grundsätzliches S. 27. — 29. Eingriffsverhältnisse S. 28.	
E. Sonderfragen der Evolventenverzahnung	30
30. Wahl des Eingriffswinkels S. 30. — 31. Sonderverzahnung mit Profilver- schiebung S. 30. — 32. Nullgetriebe und V-Getriebe S. 33. — 33. Genaue Berechnung des Achsenabstandes S. 34. — 34. Annähernde Berechnung des Achsenabstandes S. 38.	
III. Stirnräder mit schraubenförmigen Zähnen: Schrägzahnstirnräder	39
35. Aufzeichnung S. 39. — 36. Mindestzähnezahl, Profilver-schiebung S. 41. — 37. Kräfte S. 42. — 38. Vorzüge S. 42. — 39. Nachteile S. 43.	
IV. Kegelräder	43
A. Kegelräder mit geraden Zähnen	43
40. Grundsätzliches S. 43. — 41. Mindestzähnezahl S. 44. — 42. Sonderfragen S. 45.	
B. Kegelräder mit Schräg- und Bogenzähnen	47
V. Zahnräder, deren Wellen sich kreuzen: Schraubräder	47
A. Hyperboloidräder	47
B. Zylindrische Schraubräder	48
43. Grundsätzliches S. 48. — 44. Eingriffsverhältnisse S. 49. — 45. Überdeckungs- grad S. 50.	
C. Schnecke und Schneckenrad	50
46. Grundsätzliches S. 50. — 47. Herstellungs- und Bezugsprofil der Schnecken S. 51. — 48. Grenzzähnezahl S. 53. — 49. Eingriffsverhältnisse S. 53.	
VI. Berechnungsbeispiele (1···7)	58

Empfehlenswertes Schrifttum.

- [1.] SCHIEBEL: Zahnräder I, II, III. Berlin: Julius Springer 1930/34.
- [2.] BUCKINGHAM-OLAH: Stirnräder mit geraden Zähnen. Berlin: Julius Springer 1932.
- [3.] PFAUTER: Wälzfräsen. Berlin: Julius Springer 1933.
- [4.] KUTZBACH: Gesichtspunkte für die Normung der Zahnform. Z. Maschinenbau/Gestaltung 1923, S. 839.
- [5.] Technisches Hilfsbuch, KLINGELNBERG, 9. Aufl. Berlin: Julius Springer 1939.
- [6.] GOLLIASCH: Ermittlung der Kegelradabmessungen. Berlin: Julius Springer 1923.
- [7.] DIN 868. Zahnräder, Begriffe, Bezeichnungen, Kurzzeichen.
- [8.] DIN 869, 1/2, Richtlinien für die Bestellung von Stirn- und Kegelrädern.
- [9.] DIN 870. Zahnräder, Profilver-schiebung bei Evolventenverzahnung.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

I. Grundbegriffe.

1. Einteilung. Zwei zusammenarbeitende Zahnräder bilden ein Zahnradgetriebe. Je nach Lage ihrer Wellen entstehen Wälztriebe und Schraubtriebe,

Tabelle 1.

Bezeichnung	Wellen	Grundkörper
Wälztriebe	Stirnradtrieb Kegelradtrieb	laufen parallel schneiden sich
Schraubtriebe	Hyperboloidtrieb Schraubradtrieb Schneckentrieb	kreuzen sich kreuzen sich kreuzen sich
		Zylinder Kegel Hyperboloid Zylinder bzw. Kegel Zylinder und Globoid

je nach Form der Flankenlinien (Abschn. 11) der Planverzahnung d. h. der Verzahnung einer Zahnplatte (Zahnstange) bzw. einer Zahnscheibe (Planrad) unterscheidet man Geradzahnäder, Schräg- und Bogenzahnäder (Abb. 1 a...e). Die Räder der Wälztriebe haben im Gegensatz zu den Rädern der Schraubtriebe längs der Berührungslinie keine Gleitbewegung. Zweckmäßig gibt man dem Kleinrad (Ritzel) den Zeiger 1, dem Großrad den Zeiger 2, falls nicht die Richtung des Kraftflusses die Reihenfolge der Zeigerziffern bestimmt.

2. Verzahnungsgesetz. Das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 oder das Verhältnis der Drehzahlen n_1 und n_2 der Räder 1 bzw. 2 in Richtung des Kraftflusses heißt das Übersetzungsverhältnis i , also $i = \omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$. Die Räder 1 und 2 (Abb. 2) drehen sich um die Mittelpunkte O_1 bzw. O_2 derart, daß sich die Zahnflanken F_1 und F_2 dauernd berühren. Rad 1 dreht sich mit der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit ω_1 und erteilt infolge der Flankenberührung in B dem Rad 2 eine augenblickliche Winkelgeschwindigkeit ω_2 . Bedeuten l_1 bzw. l_2 die Abstände des Punktes B von O_1 bzw. O_2 , TT die gemeinschaftliche Tangente an die Zahnflanken F_1F_2 im Punkte B, NN die senkrecht zu TT verlaufende gemeinschaftliche Berührungsnormale im Punkte B, g_1 bzw. g_2 die von O_1 bzw. O_2 auf NN gefällten Lote, dann ist die augenblickliche Geschwindigkeit des Rades 1 bzw. 2 im Punkte B $v_1 = \omega_1 l_1$ bzw. $v_2 = \omega_2 l_2$. Durch Zerlegung von v in 2 Komponenten w und c in Richtung TT und NN folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ($\sphericalangle \gamma$)

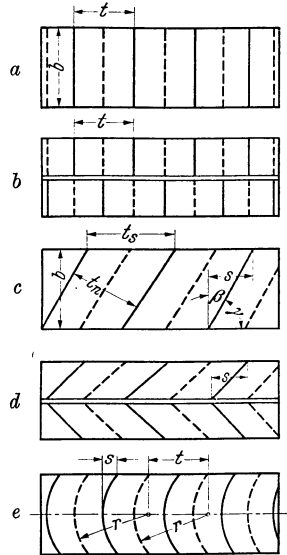


Abb. 1. Form der Flankenlinien der Zahnstange. a = Geradzähne; b = Stufenzähne; c = Schrägzähne (γ = Schrägungswinkel, ϕ = Steigungswinkel, rechtssteigend); d = Pfeilzähne; e = Kreisbogenzähne.

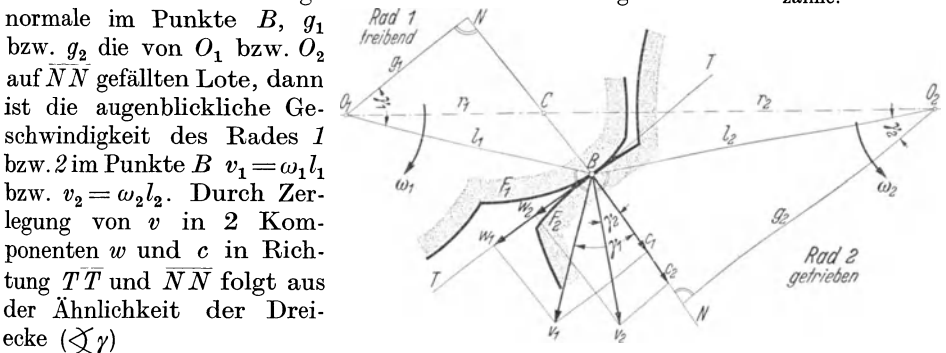


Abb. 2. Geschwindigkeitsverhältnisse am Zahnradhebel.

$$\frac{c_1}{v_1} = \frac{g_1}{l_1}; \quad \frac{c_2}{v_2} = \frac{g_2}{l_2} \quad \text{oder} \quad c_1 = v_1 \frac{g_1}{l_1}; \quad c_2 = v_2 \frac{g_2}{l_2}.$$

Da sich nach Annahme die beiden Räder dauernd berühren sollen, muß $c_1 = c_2$ sein. Wäre $c_1 < c_2$, so bliebe das treibende Rad I hinter dem getriebenen Rad 2 zurück, wäre $c_1 > c_2$, dann dränge Flanke F_1 in Flanke F_2 ein, was bei entsprechend gewähltem Baustoff der Räder unmöglich ist. Die beiden anderen Komponenten w_1 und w_2 sind dagegen im allgemeinen voneinander verschieden und der Unterschied ($w_1 - w_2$) bestimmt die Größe des Gleitens von Flanke F_1 auf F_2 . Wegen $c_1 = c_2$ ist

$$v_1 \frac{g_1}{l_1} = v_2 \frac{g_2}{l_2} \quad \text{oder} \quad \omega_1 l_1 \frac{g_1}{l_1} = \omega_2 l_2 \frac{g_2}{l_2} \quad \text{oder} \quad \omega_1 g_1 = \omega_2 g_2 \quad \text{oder} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{g_2}{g_1}.$$

Da die Berührungsnormale \overline{NN} die Mittellinie O_1O_2 im Punkte C in zwei Abschnitte r_1 und r_2 zerschneidet, folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke, die C als gemeinschaftliche Spitze haben, $r_1/r_2 = g_1/g_2$, demnach augenblickliches Übersetzungsverhältnis $i = \omega_1/\omega_2 = n_1/n_2 = r_2/r_1 = g_2/g_1$, d. h. die Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Abstände r des Punktes C von den Drehpunkten O_1 und O_2 . Soll das Übersetzungsverhältnis i (wie zumeist) unveränderlich sein, dann muß das Verhältnis r_1/r_2 ebenfalls unveränderlich sein, d. h. bei festliegenden Punkten O_1 bzw. O_2 auch Punkt C festliegen. Da $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 =$ Umfangsgeschwindigkeit im Punkte C ist, so folgt: Die durch C mit Radius r_1 um O_1 und mit r_2 um O_2 geschlagenen Kreise haben gleiche Umfangsgeschwindigkeit. Diese Kreise wälzen sich bei der Drehung der beiden Räder ohne zu gleiten aufeinander ab; sie heißen daher allgemein die Wälzkreise. Trägt man auf diesen Kreisen von C aus gleiche Bogenteile genormter Größe ab, dann treffen die einzelnen Teilpunkte stets im Punkt C aufeinander. Jetzt heißen diese besonderen Kreise die Teilkreise. Punkt C heißt Teilrißpunkt (Wälzpunkt). (Soll das Übersetzungsverhältnis periodisch veränderlich sein, dann muß sich auch die Lage des Punktes C periodisch ändern, an Stelle von Kreisen treten unrunde geschlossene Kurven, z. B. Ellipsen; es entstehen unrunde Räder.) Das allgemeine Verzahnungsgesetz für konstantes i heißt somit: 2 Kurven F_1 und F_2 sind als Zahnflanken brauchbar, wenn die gemeinsame Normale \overline{NN} auf beiden

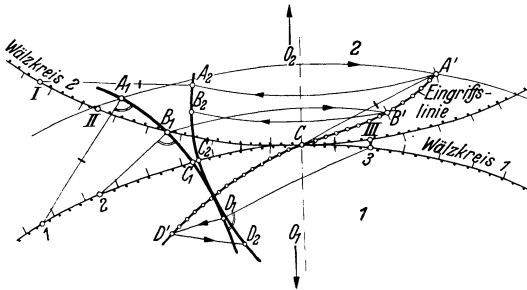


Abb. 3. Bestimmung der Eingriffslinie und des Gegenprofils 2 aus Profil 1 und den Wälzkreisen = Teilkreisen.

Kurven in jedem beliebigen Berührungspunkt B stets durch den Wälzpunkt C geht, der die Mittellinie O_1O_2 im umgekehrten Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten teilt. Von den vielen für Zahnformen brauchbaren Kurven verwendet man als einfachste die zyklischen Kurven (Zykloiden, Evolventen, Gerade).

3. Eingriffslinie. Zu einer gegebenen Zahnkurve $A_1B_1C_1D_1$ (Abb. 3) des Rades I ist die Zahn-

kurve, das Gegenprofil $A_2B_2C_2D_2$ des Rades 2 durch das Verzahnungsgesetz geometrisch festgelegt. Die Normale im Punkte A_1 schneidet den Wälzkreis I im Punkt I . Wird Rad I nach rechts um O_1 gedreht, bis Punkt I mit Wälzpunkt C zusammenfällt, dann ist A_1 nach A' gekommen. Hier muß nach dem Verzahnungsgesetz die Berührung mit Punkt A_2 des Gegenprofils stattfinden, da jetzt die Normale durch C geht. $A', B' \dots$ (die Schnittpunkte der Kreise mit den Radien $1 A_1, 2 B_1 \dots$ um C mit den Kreisen durch $A_1, B_1 \dots$ um O_1) bilden also die Kurve $A'B'CD'$ aller Berührungspunkte, die Eingriffslinie, die stets

durch den Wälzpunkt C geht. Das Gegenprofil $A_2B_2C_2D_2$ ergibt sich aus dieser Eingriffslinie. Man mache Wälzkreisbogen \widehat{CI} , $\widehat{CII} \dots =$ Wälzkreisbogen \widehat{CI} , $\widehat{CII} \dots$, schlage um O_2 Kreise durch A' , $B' \dots$ und schneide auf diesen mit Strecke $\widehat{IA_1}$, $\widehat{2B_1}$ von I , $II \dots$ aus die Schnittpunkte A_2 , $B_2 \dots$ ab. Denn die Wälzkreispunkte $I, 2 \dots I, II \dots$ treffen bei der Räderdrehung in C , die Zahnkurvenpunkte $A_1, B_1 \dots A_2, B_2 \dots$ in A' , $B' \dots$ auf der Eingriffslinie zusammen. Die Eingriffslinie ist also der geometrische Ort aller Berührungspunkte. Die durch die beiden Kopfkreise begrenzte Eingriffslinie E_1E_2 heißt Eingriffsstrecke (Abb. 4). Sie reicht vom Punkt E_1 (Beginn des Eingriffs) bis zum Punkt E_2 (Ende des Eingriffs).

4. Eingriffsbogen. Das Profil des Rades I (Abb. 4) trifft in E_1 auf das Gegenprofil des Rades 2 und schiebt es bei der Drehung bis in die Endlage E_2 . Dabei wandert der Wälzkreispunkt A_1 über C nach B_1 , der Wälzkreispunkt A_2 über C nach B_2 . Da die Eingriffslinie stets durch Wälzpunkt C geht, so treffen hier A_1 und A_2 zusammen und da die beiden Wälzkreise ohne Gleiten aufeinander abrollen sollen,

so muß Wälzbogen $\widehat{A_1C} = \widehat{A_2C}$ bzw. $\widehat{CB_1} = \widehat{CB_2}$ sein. Durch Summieren folgt Eingriffsbogen $e = A_1CB_1 = A_2CB_2$.

5. Überdeckungsgrad. Der Eingriffsbogen e muß größer sein als die Teilung t (Abschn. 9), damit stets ein neues Zahnpaar in Eingriff kommt, ehe noch das vorhergehende außer Eingriff gekommen ist. Man nennt das Verhältnis Eingriffsbogen e : Teilung t den Überdeckungsgrad ε . Also ist $\varepsilon = e/t \geq 1$. Praktisch soll mindestens $\varepsilon = 1,15$ bis $1,2$ sein. Ist $\varepsilon < 1$, dann erfolgt Kanteneingriff, d. h. der Fuß des treibenden Rades 1 trifft nicht im Eingriffsbeginn E_1 auf die Kopfecke des Rades 2 . Diese Kopfecke 2 gleitet zuerst ein Wegstück entgegengesetzt schabend am Fuß 1 entlang, folglich Ungleichförmigkeit, Schwingungen, Erzitterungen, Stöße beim Durchlaufen des Teilungsbogens und große Abnutzung der schabenden Flankenteile.

6. Relative Bahn des Kopfeckpunktes K_1 . Während die ganze Flanke A_1K_1 des Zahnkopfes zum Eingriff kommt, greift vom Zahnfuß nur das Flankenstück A_1E_1 ein. Man nennt E_1K_1 bzw. E_2K_2 die Grifflänge. Trotzdem darf der Zahnfuß nicht mit einem beliebig großen Ausrundungsbogen an den Fußkreis angeschlossen werden, weil der Kopfeckpunkt des Gegenrades genügend Raum beim Durchdrehen haben muß. Den Weg dieser Kopfecken, die relative Kopfbahn der Punkte K_1K_2 kann man aufzeichnen. Man rollt ein Rad auf dem ruhend gedachten zweiten Rad längs der Wälzkreise ab, teilt von C aus beginnend die Wälzkreise in eine Anzahl gleicher Teile, nimmt die Strecken $1K_1$, $2K_1 \dots$ in den Zirkel und schlägt um I' , $2' \dots$ Kreise, welche die Kopfbahn umhüllen. Die Abrundung zwischen Zahnfuß und Fußkreis wird beliebig außerhalb dieser Kopfbahn gezogen.

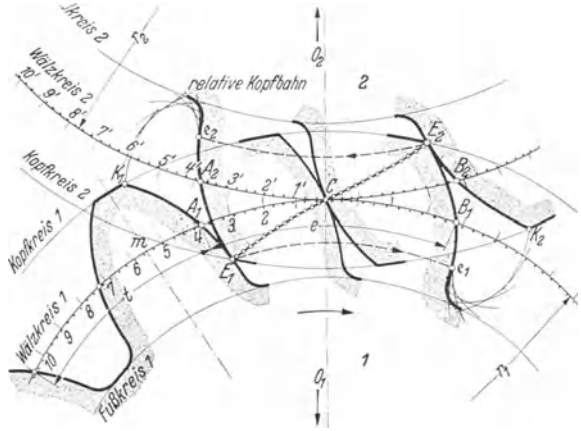


Abb. 4. Eingriffsbegrenzung durch die beiden Kopfkreise. Relative Bahn der Kopfeckpunkte K_1 und K_2 .

Treibt Rad *I* im entgegengesetzten Sinn (Abb. 5), dann liegen die Eingriffsstrecke E_1E_2 und die Eingriffsbögen AB für Rücklauf spiegelbildlich zu denen im

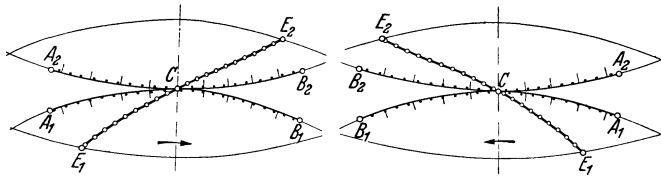


Abb. 5. Lage von Eingriffsstrecke E_1E_2 und Eingriffsbogen ACB bei Vor- und Rücklauf und symmetrischen Zahnflanken.

Vorwärtslauf, wenn die Zahnflanken der Räder symmetrisch zur Zahnmittellinie O_1m (Abb. 4) liegen, was fast immer der Fall ist.

alle unter sich richtig zusammenarbeiten, z. B. Wechselräder. Sie müssen gleiche Wälzkreisteilung, gleiche Zahnabmessungen, symmetrische Zahnform und sich

deckende Eingriffslinien haben, die zum Wälzpunkt C verkehrt symmetrisch verlaufen. Die einfachste Form der Eingriffslinie ist der Kreis und die Gerade; sie entstehen immer, wenn zyklische Kurven als Zahnkurven verwendet werden.

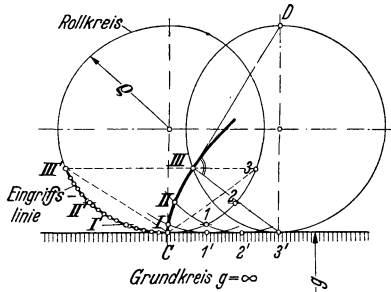


Abb. 6. Gewöhnliche Zykloide (Radlinie).

8. Zyklische Zahnkurven. a) Gewöhnliche Zykloide (Radlinie, Abb. 6). Rollkreis mit Radius ρ rollt ab auf einer Geraden, d. i. einem Grundkreis mit ∞ großem Radius. Punktweise Konstruktion: Vom Berührungspunkte C aus auf Rollkreisumfang und Grund-

kreisgeraden gleiche Wälzstrecken abtragen ($\overline{CI} = \overline{C'I'}$; $\overline{I'2} = \overline{I'2'}$); über den neuen Berührungspunkten $I', 2' \dots$ Rollkreise zeichnen; dann I, II, III Punkte der gewöhnlichen Zykloide. Es ist $\overline{3'III} = \overline{C3}$. Punkte I und $I, 2$ und $II, 3$ und III liegen auf Parallelen zur Grundkreisgeraden. $\overline{3'I'III}$ ist Normale, \overline{IIID}

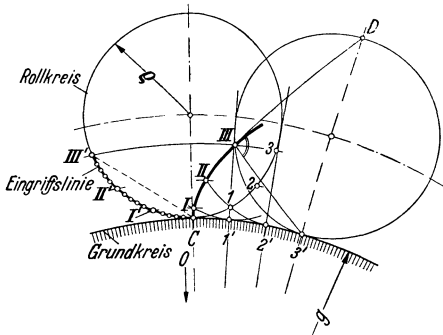


Abb. 7. Epizykloide (Aufradlinie).

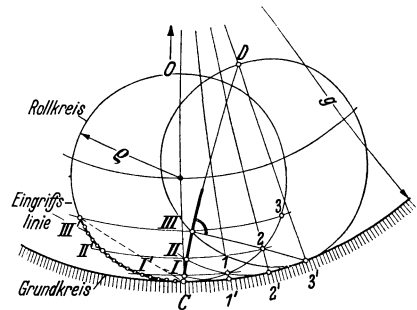


Abb. 8. Hypozykloide (Inradlinie).

Tangente der Zykloide im Punkt III . Punkte $I', II', III' \dots$ sind Punkte der Eingriffslinie, da die Strecken $\overline{CI'}$, $\overline{CII'}$, $\overline{CIII'}$... gleich den Kurvennormalen $\overline{I'I}$, $\overline{2'II}$, $\overline{3'III}$... sind und alle durch den Wälzpunkt C laufen; also Eingriffslinie = Rollkreisbogen.

b) Epizykloide (Aufradlinie, Abb. 7). Rollkreis mit Radius ρ rollt außen auf dem Grundkreis mit Radius g ab. Konstruktion sinngemäß wie bei a. An Stelle der Parallelen treten Kreise um den Grundkreismittelpunkt O , sonst alles wie bei a).

e) Hypozykloide (Inradlinie). Rollkreis mit Radius ρ rollt innen auf dem Grundkreis mit Radius g . Konstruktion usw. sinngemäß wie bei a und b. Je nach der Größe des Rollkreises treten 4 Fälle auf:

1. $2\rho < g$ (Abb. 8).

2. $2\rho = g$ (Abb. 9). Die Hypozykloide ist eine Gerade, die durch den Grundkreismittelpunkt O geht, also bei vollem Umlauf des Rollkreises der Durchmesser des Grundkreises (Geradflanken-, Uhräderverzahnung).

3. $2\rho > g$. Die Hypozykloide ist nach dem der Rollen entgegengesetzten Seite gekrümmt. Diese Annahme möglichst vermeiden, da sie unterschrittene Zähne liefert.

4. $2\rho = 2g$. Die Hypozykloide schrumpft zu einem Punkt zusammen (Punktverzahnung).

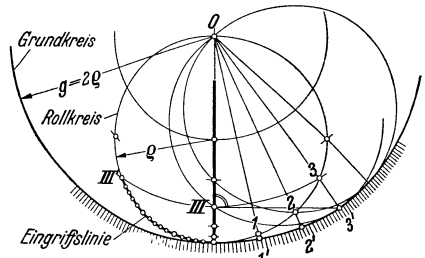


Abb. 9. Hypozykloide, Sonderfall $2\rho = g$.

d) Evolvente (Fadenlinie, Abb. 10). Der Rollkreis mit Radius $\rho = \infty$, d. h. eine Gerade rollt auf dem Grundkreis mit Radius g ab. Punktweise Konstruktion sinngemäß wie oben, nämlich von C aus gleiche Wälzstrecken abtragen, also $\overline{CI} = \overline{C1'}$;

$\overline{I2} = \overline{I'2'}$... Tangente an Grundkreis $I1' = C1$, $II2' = C2$ usw. machen. Die Tangenten an den Grundkreis sind zugleich die Normalen für die jeweiligen Evolventenpunkte, die Berührungspunkte $1', 2', 3'$... sind die Krümmungsmittelpunkte der Evolvente für die Punkte I, II, III . Die Punkte $1, 2, 3$... sind Punkte der Eingriffslinie, da die Strecken $C2, C3$... = den Evolventennormalen $II2', III3'$... sind und alle durch den Wälzpunkt C laufen. Somit Eingriffslinie = Rollkreisgeraden = Evolventenerzeugenden.

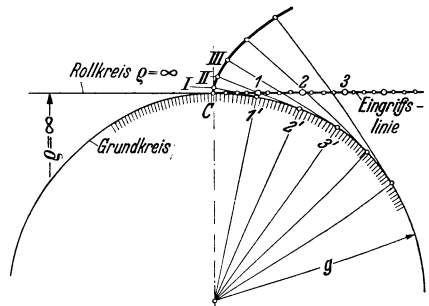


Abb. 10. Evolvente (Fadenlinie).

Die Evolvente wird zur Zeit als Zahnkurve fast ausschließlich gewählt, da Evol-

ventenzahnräder gegenüber Zykloidenzahn-
rädern leichter und genauer herzustellen und einzubauen sind. Wegen der Wichtigkeit der Evolvente folgen noch weitere Angaben, wie diese Kurve in ununterbrochenem Zug (also nicht punktweise) aufgerissen bzw. praktisch hergestellt wird. Die Evolventenkurve ent-

1. als Bahn, Weg (geometrischer Ort) eines Punktes B einer Geraden ρ , die sich ohne zu gleiten auf dem Umfang des Grundkreises mit Radius g abwälzt (Abb. 11). Praktisch verwendet man Faden, Draht oder besser Stahlband, das um Zylinder mit Radius g geschlungen ist, z. B. beim Zahnflankenschleifen;

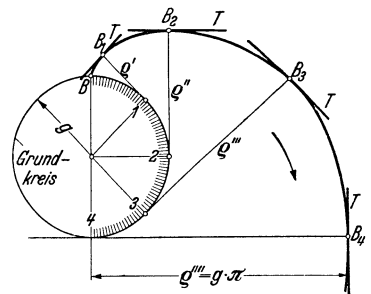


Abb. 11. Evolvente als Bahn des Punktes B oder als Hüllkurve der Tangente T .

2. als eine von einer Schar von Geraden T umhüllte Kurve, also durch alle Tangenten T , die durch die Berührungspunkte $B_1 B_2 B_3$ gehen und auf den Nor-

malen $q', q'', q''' \dots$ senkrecht stehen (Abb. 11). Die Gerade T wird entweder durch die Schneidkante des Hobelstahls (Abb. 11) oder durch mehrere parallel zueinander im gleichen Abstand t_g liegende Schneidkanten der schneidenden Zahnstange (des Hobelkamms) oder des schneidenden Gewindeprofils des Abwälzfräses verkörpert (Abwälzverfahren; Abb. 12 u. 13). Bedingung ist, daß

a) die Kurvennormale NN den Grund-

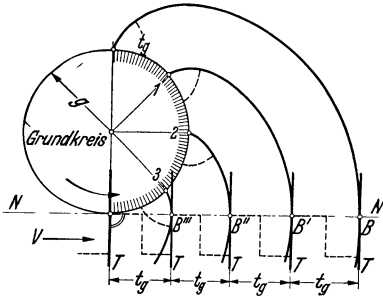


Abb. 12. Evolventenschar als Hüllkurven einer zur Verschiebungsrichtung V senkrechten Tangentenschar T .

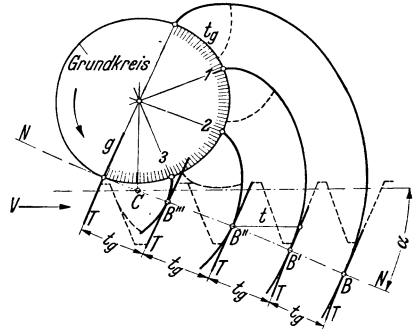


Abb. 13. Evolventenschar als Hüllkurven einer um einen Winkel $(90 - \alpha)$ zur Verschiebungsrichtung V geneigten Tangentenschar T .

kreis berührt und auf ihm ohne zu gleiten abrollt, also gleiche Bogenstücke t_g gleichen Streckenabschnitten $BB', B'B''$ entsprechen;

b) die Schneidkanten T mit einer dem Abrollen entsprechenden Vorschubgeschwindigkeit V parallel verschoben werden. — Die senkrecht zur Verschieberichtung V stehende Tangentenschar T entspricht den Zahnflanken einer Zahnstange mit rechteckigen Zähnen (Abb. 12), die unter Winkel $(90 - \alpha)$ zur V -Richtung geneigte und um $t = t_g / \cos \alpha$ in V -Richtung verschobene Schar T den Flanken einer Zahnstange mit trapezförmigen Zähnen (Abb. 13).

II. Stirnräder mit geraden Zähnen: Geradzahnstirnräder.

A. Normbezeichnungen.

9. Teilung. Der Teilkreisumfang eines Rades wird in z gleiche Teile ohne Rest geteilt. Ein solcher Bogenteil heißt Teilung t . Es ist Teilung $t =$ Zahnstärke s

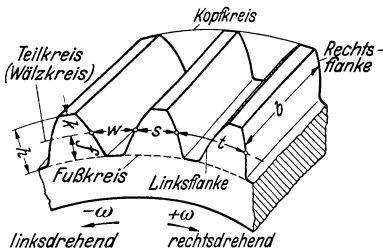


Abb. 14. Bezeichnungen der Stirnradzähne.

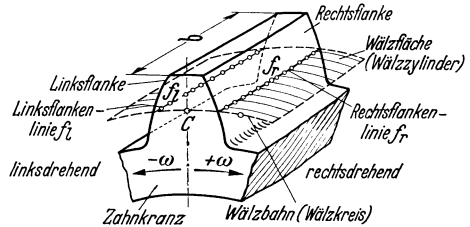


Abb. 15. Bezeichnungen der Stirnradzähne.

+ Zahnweite w (Abb. 14 u. 15). Außerdem $z =$ Zähnezahl am Kreisumfang, $r =$ Teilkreisradius, $d =$ Teilkreisdurchmesser, daher allgemein $d\pi = 2r\pi = zt$ oder für

$$\begin{aligned} \text{Rad 1: } d_1\pi &= 2r_1\pi = z_1 t; & d_1 &= 2r_1 = z_1 t/\pi = z_1 m; \\ \text{Rad 2: } d_2\pi &= 2r_2\pi = z_2 t; & d_2 &= 2r_2 = z_2 t/\pi = z_2 m. \end{aligned}$$

10. Modul- und Achsenabstand. Es ist $m = t/\pi = d/z =$ Durchmesserenteilung = Modul. Damit die Maßzahlen der Teilkreisdurchmesser d_1 bzw. d_2 , sowie des

Flankenspiel S_f . Theoretisch wäre bei normalen Zahnabmessungen $s = w = t/2$. Mit Rücksicht auf Form- und Teilungsfehler, exzentrischen Lauf, Einbau- und Achsenabstandsfehler, Schmierung und Erwärmung wird $s < w$ gemacht. Um die Räder beliebig vertauschen zu können, soll daher jedes Rad eine Zahnstärke

$s = 0,5 t - 0,5 S_f$, eine Zahnstärke $w = 0,5 t + 0,5 S_f$ erhalten. Unbearbeitete Zähne haben $S_f \approx (0,15 \dots 0,16) m$, bearbeitete Zähne haben $S_f \approx (0,08 \dots 0,04) m$. Kopfkreisdurchmesser = Außendurchmesser $d_k = z m + 2k = z m + 2m = (z + 2)m$. Abweichungen von diesen normalen Zahnabmessungen treten auf

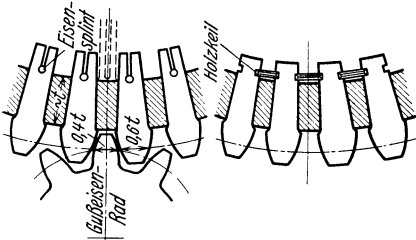


Abb. 18. Weißbuchenkämme.

1. wenn die Zähne des einen (großen) Rades aus Holz (Weißbuche), des anderen aus Gußeisen sind; hier $s_{\text{Holz}} = 0,6t$; $s_{\text{Eisen}} = 0,4t$ (Abb. 18),

2. bei Rädern mit kleinen Zähnezahlen. Hier muß f und k anders bemessen werden, um günstigere Zahnformen und Eingriffsverhältnisse zu bekommen (Stumpfverzahnung, Profilverchiebung).

B. Zykloidenverzahnung.

12. Die Eingriffslinie besteht aus Kreisen (Rollkreisbogenstücken). Die Zykloidenzahnflanken entstehen durch Abwälzen der Rollkreise auf beiden Wälzkreisen mit den Halbmessern $r_1 = \frac{z_1 m}{2}$ bzw. $r_2 = \frac{z_2 m}{2}$. Die Rollkreisradius sind zwar beliebig, doch zweckmäßig $\rho_1 \approx \frac{1}{3} r_1$ bzw. $\rho_2 \approx \frac{1}{3} r_2$ zu wählen. Nach dem

Verzahnungsgesetz müssen zwei zusammenarbeitende Zahnflanken (also Zahnkopfflanke des Rades 1 und Zahnfußflanke des Gegenrades 2) eine gemeinsame durch C gehende Normale haben, d. h. durch den gleichen Rollkreis erzeugt werden, weil, wie aus Abb. 6...8 folgt, nur dann die beiden Normalen $CIII'$ sich decken können.

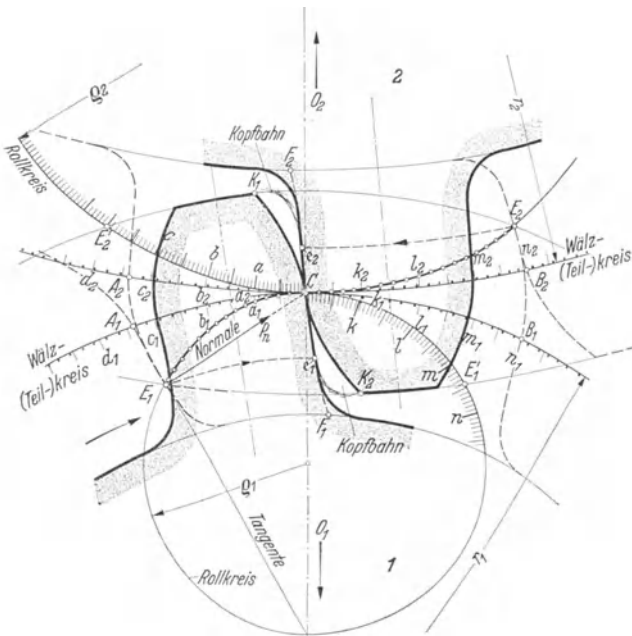


Abb. 19. Konstruktion der Zykloidenverzahnung.

13. Konstruktion. Vom Wälzpunkt C (Abb. 19) ausgehend Roll- und Wälzkreise in gleiche, möglichst kleine Bogenstücke (damit Sehne \approx Bogen) teilen ($Ca = Ca_1 = Ca_2 = Ck = Ck_1 = Ck_2 \dots$). Mit Zirkel von C aus die Rollkreis-

sehnen $Ca, Cb \dots$ abgreifen und damit um die betreffenden Wälzkreispunkte $a_1, b_1 \dots a_2, b_2 \dots$ Hilfsbögen schlagen, welche die Zykloiden einhüllen. Nach Tabelle 4

lassen sich so die 4 Zykloiden CK_1, CF_2, CK_2, CF_1 aufzeichnen. Ihr Spiegelbild symmetrisch zur Zahnmittellinie ergibt die durch Fuß- und Kopfkreis begrenzte Zahnform, die in Abb. 19

Tabelle 4.

Kreis mit	um	gibt	um	gibt
Ca	a_1	Epizykloide CK_1 = Kopfflanke Rad 1	a_2	Hypozykloide CF_2 = Fußflanke Rad 2
Cb	b_1		b_2	
...	
Ck	k_1	Hypozykloide CF_1 = Fußflanke Rad 1	k_2	Epizykloide CK_2 = Kopfflanke Rad 2
Cl	l_1		l_2	
...	

durch Staubkorn hervor-gehoben ist. Die Eingriffsstrecke E_1CE_2 wird durch die Rollkreisbögen gebildet, die durch die Kopfkreise abgeschnitten werden. Denkt man sich die Zahnflanken K_1CF_1 und K_2CF_2 nach links und nach rechts verdreht, bis sie genau im Eingriffsbogen E_1 bzw. Eingriffsende E_2 stehen, dann ist C nach A_1, A_2 bzw. B_1, B_2 gekommen. Es ist Eingriffsbogen $e = A_1CB_1 = A_2CB_2$ und Rollkreisbogen $CE_1 = CA_1$, da die Hypozykloide $Ce_1 = A_1E_1$ durch Abwälzen des Rollkreisbogens CE_1' auf dem Wälzkreis 1 entstand und $CE_1' = CE_1$ ist. Sinngemäß wird Rollkreisbogen $CE_2 = CB_2$; also folgt Eingriffsstrecke $E_1CE_2 =$ Eingriffsbogen $e = A_1CB_1 = A_2CB_2$. Von der Hypozykloide CF_1 bzw. CF_2 kommt wegen der gegebenen Lage der Eingriffsendpunkte E_1, E_2 nur das Stück Ce_1 bzw. Ce_2 in Eingriff. Daher wirksame Zahnflanke = K_1Ce_1 bzw. K_2Ce_2 . Die aus Festigkeitsgründen empfehlenswerte Abrundungskurve zwischen Zahnfuß und Fußkreis kann also schon in den Punkten e_1 bzw. e_2 anschließen, sofern sie nur zwischen der Hypozykloide und der relativen Kopfbahn des Gegenrades verläuft.

$$\text{Überdeckungsgrad } \varepsilon = \frac{e}{t} = \frac{A_1CB_1}{t} = \frac{A_2CB_2}{t} = \frac{E_1CE_2}{t}.$$

14. Satzräder. Während Einzelräder (d. s. zwei in einem Getriebe gepaarte und stets zusammen bleibende Räder) zwei verschieden große Rollkreise haben können, wobei zweckmäßig $q \approx \frac{1}{3}r$ ist, müssen Satzräder einen verkehrt symmetrischen Verlauf der Eingriffslinie, also sämtlich gleichen Rollkreishalbmesser haben. Man wählt für alle Räder eines Satzes Rollkreisradius = $\frac{1}{2}$ Teilkreisradius des kleinsten Rades. Die Fußflanken dieses Rades verlaufen also radial. Die Zähne sind am Fußkreis schwächer als am Teilkreis. Diese Einschnürung am Zahnfuß ist nicht zu verwechseln mit dem Unterschnitt, der bei kleinen Zähnezahlen der Evolventenverzahnung auftritt.

15. Normaldruck. Die Richtung des Normaldruckes P_n steht senkrecht zum Zahnprofil, verläuft also in Richtung der Normalen durch C . Die Abnutzung der Zykloidenflanken infolge des Gleitens ist an den Zahnfüßen stärker als an den Zahnköpfen, weil kürzere Fußstrecken auf längeren Kopfstrecken abgleiten, sie verläuft aber gleichmäßiger als bei den Evolventenflanken.

16. Nachteile der Zykloidenverzahnung. Dem kleinen Vorteil der Zykloiden (geringere und gleichmäßigere Abnutzung der Zahnflanken wegen Zusammenarbeitens von erhabener Kopf- mit hohler Fußflanke) stehen eben deshalb schwere Nachteile entgegen. Diese hohlen Zahnkurventeile erschweren jede genaue Werkzeug- und Radherstellung und eine Änderung des Achsenabstandes. Da die Betriebswälzkreise gleich den Erzeugungswälzkreisen sein müssen, so bewirken schon geringfügige Abweichungen fühlbare Gangunregelmäßigkeiten (periodische Übersetzungsfehler je Teilwinkel). Daher Anwendung der Zykloiden beschränkt auf unbearbeitete Zahnflanken, Uhrenzahnräder, Kapselpumpenräder, Zapfenzahnräder (z. B. Malteserkreuz), Handwindenritzel.

C. Evolventenverzahnung (Außenverzahnung).

17. Die Eingriffslinie ist eine Gerade. Die Evolventen-Zahnflanken werden erzeugt durch Abwälzen der Geraden NC auf den beiden Grundkreisen (Abb. 20). Die Größe dieser Grundkreise folgt aus der Bedingung des Verzahnungsgesetzes, daß die zusammenarbeitenden Evolventen stets eine gemeinsame durch den Wälzpunkt C gehende Normale haben müssen. Da die Normale der Evolvente die Tangente an ihren Grundkreis ist, so ist die Gerade NCN als gemeinschaftliche Tangente an die Grundkreise die gemeinsame Normale an die beiden Evolventen und daher der geometrische Ort aller möglichen Berührungspunkte, d. h. die Eingriffslinie. Sie schließt mit der Mittellinie O_1O_2 den Winkel $(90 - \alpha)$ ein. Winkel α heißt Eingriffswinkel. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ONC folgt $g_1/r_1 = g_2/r_2 = \cos \alpha$, somit sind die Halbmesser der Grundkreise $g_1 = r_1 \cos \alpha$; $g_2 = r_2 \cos \alpha$. Der

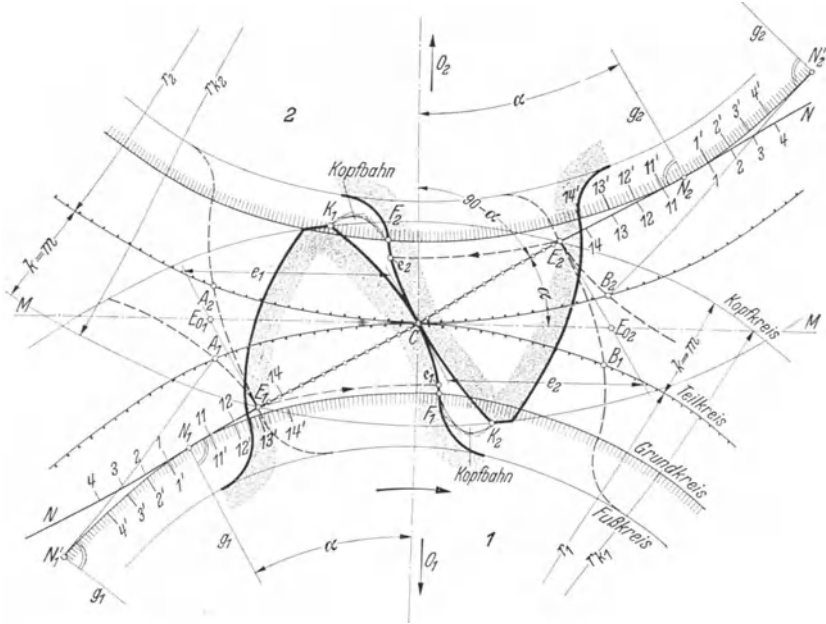


Abb. 20. Konstruktion der Evolventenverzahnung.

Winkel α kann zwar in Sonderfällen in gewissen Grenzen beliebig gewählt werden; für Normalfälle ist der genormte Winkel $\alpha = 20^\circ$ einzuhalten. Hier wird $g = 0,94 r$.

18. **Konstruktion.** Aufzeichnen der Teilkreise mit den Radien $r_1 = \frac{z_1 m}{2}$; $r_2 = \frac{z_2 m}{2}$, dann der Grundkreise mit den Radien g_1, g_2 , Ziehen der gemeinsamen Tangente N_1CN_2 und Bestimmen der Tangentenpunkte N_1N_2 an den Grundkreisen. Zu beiden Seiten der Punkte N_1N_2 gleich große, möglichst kleine Teilstrecken sowohl auf der Normalen NC als auch auf den Grundkreisen auftragen. Hilfskreise mit $1C$ um $1'$, mit $2C$ um $2' \dots$ hüllen die Evolventenkopfflanke K_1C des Rades 1, Hilfskreise mit $11C$ um $11'$, $12C$ um $12' \dots$ hüllen die Evolventenfußflanke CF_1 des Rades 1 ein. Ähnlich ergeben sich die Flanken K_2C und CF_2 des Rades 2. Die Evolvente reicht vom Kopfkreis (normal $r_k = r + m$) bis zum Grundkreis. Ist Grundkreisradius $g >$ Fußkreisradius r_f , dann ist noch eine Anschlußkurve zwischen Evolvente und Fußkreis nötig, die außerhalb der Kopfbahnkurve verlaufen muß, weil sie nie zum Eingriff kommen und daher höchstens in

den Punkten $e_1 e_2$ tangierend an die Evolvente anschließen darf. Denn $e_1 e_2$ treffen noch auf die Kopfeckpunkte $K_2 K_1$. Die Kopfkreise müssen die Eingriffslinie noch innerhalb der Punkte $N_1 N_2$ schneiden, es muß Eingriffsstrecke $E_1 C E_2 \cong N_1 C N_2$ sein, sonst entsteht fehlerhafter Eingriff (Abschn: 25).

19. Eingriffsbogen; Eingriffslänge. Treibt Rad 1 nach rechts, bis Kopfeckpunkt K_1 nach E_2 (Eingriffsende) rückt, dann ist Rad 2 linksherum verdreht worden und auf den beiden Teilkreisen wurden gleiche Bögen $C B_1 = C B_2$ zurückgelegt. Treibt Rad 2 rechtsherum, bis Kopfeckpunkt K_2 auf E_1 (Eingriffsbeginn) fällt, dann ist Rad 1 nach links verdreht worden und auf den Teilkreisen wurden gleiche Bogen $C A_1 = C A_2$ zurückgelegt. Aus Abb. 20 folgt: $N_1 C = N_1' A_1 = N_1' N_1 E_1$ (wegen Evolvente), somit $E_1 C = N_1' N_1$; weil $N_1' N_1 : A_1 C = g_1 : r_1$, so

$$A_1 C = A_2 C = N_1' N_1 \frac{r_1}{g_1} = E_1 C \frac{r_1}{g_1} = \frac{E_1 C}{\cos \alpha} = E_{o_1} C = e_1$$

$$B_1 C = B_2 C = E_2 C \frac{r_2}{g_2} = \frac{E_2 C}{\cos \alpha} = E_{o_2} C = e_2 .$$

Durch Summieren folgt Eingriffsbogen

$$A_1 C B_1 = A_2 C B_2 = \frac{\text{Eingriffsstrecke } E_1 C E_2}{\cos \alpha} = E_{o_1} C E_{o_2} = e_1 + e_2 = \text{Eingriffslänge } e .$$

(Die Eingriffslänge e wird also gemessen in Richtung der zur Mittellinie $O_1 O_2$ senkrechten Geraden $M M$ als die Summe der Hypotenusen $= E_{o_1} C + E_{o_2} C$.)

20. Die Zahnstange (Abb. 21) ist ein Zahnrad mit ∞ großem Radius, d. h. $r_2 = \infty$; $g_2 = r_2 \cos \alpha = \infty$; $z_2 = \infty$. Da der Berührungspunkt N_2 der unter α geneigten Eingriffsgeraden mit dem ∞ großen Grundkreis ebenfalls im ∞ liegt, geht die Zahnstangenevolvente in eine senkrecht zur Eingriffsgeraden geneigte Gerade über, die Zahnflanken werden Ebenen. Wegen dieser geradlinigen, leicht und genau herstellbaren Zahnkurven dient das Evolverten-Zahnstangen-Profil als Ausgangsprofil, als Bezugsprofil für alle Werkzeuge und ist daher genormt (Abb. 22).

21. Überdeckungsgrad

$$\varepsilon = \frac{\text{Eingriffslänge}}{t} = \frac{e_1 + e_2}{t} = \frac{e}{t} = \frac{E_1 E_2}{t \cos \alpha} .$$

Trägt man die Teilkreisteilung t (Abb. 24) vom Punkt E_{o_1} auf $M M$ ab und projiziert t auf die Eingriffsstrecke $E_1 E_2$, dann heißt $t \cdot \cos \alpha =$ Eingriffsteilung t_i . Weil Grundkreisteilung t_g : Teilkreisteilung $t = g : r = \cos \alpha : 1$, so auch

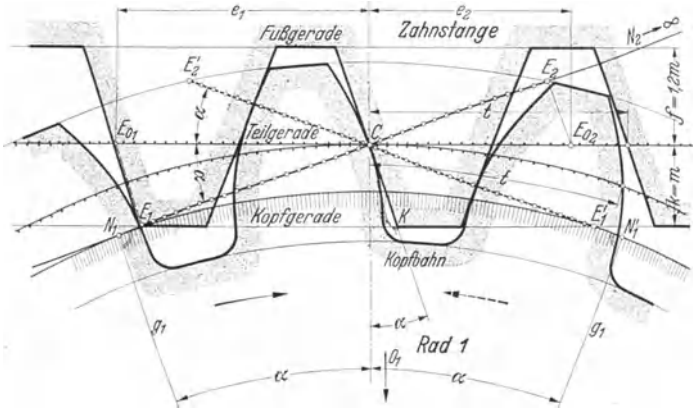


Abb. 21. Zahnstange und Rad.

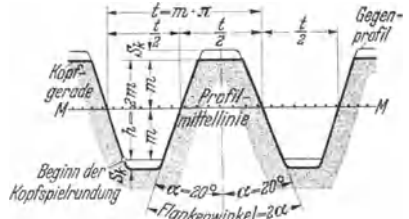


Abb. 22. Zahnform für Stirn- und Kegelräder, genormt nach DIN 867 durch das Bezugsprofil bzw. Gegenprofil der Zahnstange.

Im Profil sind die Flanken Geraden, im Raume Ebenen. Eingriffswinkel $\alpha = 20^\circ =$ halber Flankenwinkel.

Gemeinsame Zahnhöhe $h = 2 m$ ($m =$ Modul). In der Profilmittellinie $M M$ (bei Flankenspiel $S_f = 0$) ist Zahndicke = Zahnlücke = $t/2$ ($t =$ Umfängsteilung).

Die Kopfspielrundung beginnt dort, wo das Gegenprofil aufhört (Form der Rundung abhängig vom Herstellungsverfahren).

Kopfspiel $S_k = 0,1 m \dots 0,3 m$ (abhängig vom Herstellungsverfahren und von Sonderbedürfnissen).

$$t \cos \alpha = \text{Grundkreisteilung } t_g \text{ d. h. } t_e = t_g, \text{ somit Überdeckungsgrad } \varepsilon = \frac{e}{t} = \frac{E_1 E_2}{t \cos \alpha} = \frac{E_1 E_2}{t_e} = \frac{E_1 E_2}{t_g}$$

22. Normaldruck, Zahndruck, Achsdruck, Lagerdruck. Der auf die Zahnflanke wirkende Normaldruck P_n verläuft bei der Evolventenverzahnung stets in Richtung der Normalen d. h. der Eingriffsgeraden.

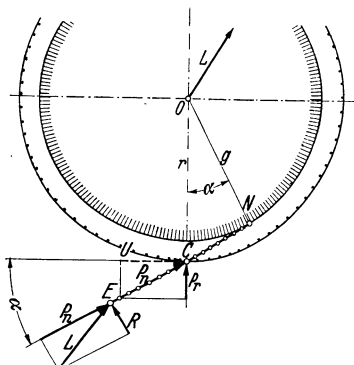


Abb. 23. Normaldruck P_n ; Reibungskraft R ; Lagerdruck L ; Umfangskraft $U = P_n \cos \alpha$; Radialdruck $P_r = P_n \sin \alpha$.

Hauptsächlich infolge des Gleitens der Flanken senkrecht zur Eingriffsgeraden entstehen noch Reibungskräfte R , deren Größe von dem Zustand der Flankenoberflächen (Werkstoff, Rauheit, Schmierung) usw. abhängt, deren Richtung je nach Lage des Eingriffspunktes E zum Wälzkreis C (Abb. 23) sich umkehrt. Die Resultierende aus P_n und R gibt nach Richtung und Größe den auf Zahn, Achse bzw. Lager eines Rades treffenden Gesamtdruck L an. Es ist $L = \sqrt{P_n^2 + R^2}$ = gesamter Zahndruck = Achsdruck = Lagerdruck. Da R im Vergleich zu P_n klein ist, wird einfach $L = P_n$ angenommen. Der Normaldruck P_n wird durch die zu übertragende Leistung N [PS] oder durch das Drehmoment M_d [kgm] = $71620 N/n = P_n g = P_n r \cos \alpha = U r$ hervorgerufen

(U = Umfangskraft am Wälzkreis in kg; Abb. 23). Der Radialdruck P_r sucht die Räder auseinander zu drücken. Im Augenblick des Eingriffsbeginns in E_1

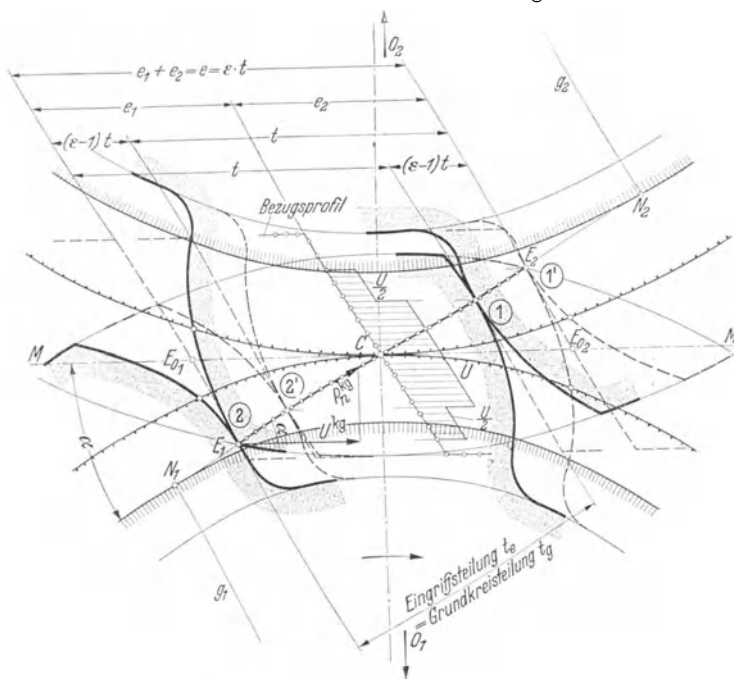


Abb. 24. Theoretische Flankenbelastung durch Umfangskraft U bei $\varepsilon > 1$, dargestellt im Bezugsprofil.

berühren sich zwei benachbarte, um eine Teilung entfernte Zahnflankenpaare 1 und 2 (Abb. 24). Sie bleiben so lange in Berührung, bis treibendes Rad 1 das Flankenpaar 1 in das Eingriffsende bei E_2 in Stellung 1', das Flankenpaar 2 in Stellung 2' (==) geschoben hat. Beim Weitertreiben, also von Stellung 2' nach 1 berührt sich nur mehr das eine Flankenpaar 2, von Stellung 1 ab käme bereits das nächstfolgende Flankenpaar 3 (nicht gezeichnet)

zum Anliegen, d. h. es berühren sich wieder zwei Flankenpaare usw. Im Eingriffsstreckenteil 2'...1 trifft auf ein Flankenpaar also der ganze treibende Normal-

druck P_n , in den übrigen Strecken $2 \cdots 2'$ und $1 \cdots 1'$ nehmen zwei Flankenpaare die Kraft P_n , bei gleichmäßigem Tragen also ein Flankenpaar $P_n/2$ auf; daher stetiger Kraftwechsel zwischen P_n und $P_n/2$ während der Dauer einer Drehung von E_1 bis E_2 . Abb. 24 zeigt das eingezeichnete Bezugsprofil einer getriebenen Zahnstange, auf dessen einer durch C gelegten Geradflanke diese Kraftverteilung durch Auftragen der Umfangskomponente U des Normaldruckes dargestellt ist.

23. Unempfindlichkeit der Evolvertenverzahnung gegen Änderung des Achsenabstandes. Die Evolvertengestalt hängt nur vom Grundkreishalbmesser g ab und nicht von der zufälligen Lage der Erzeugenden NCN . Man kann also die Mittelpunkte O_1O_2 zweier Räder mit richtig geformten, noch nicht abgenutzten Evolverten etwas auseinander oder zusammenrücken, wobei sich die Lage des innersten zum Eingriff kommenden Fußpunktes e_1, e_2 (Abb. 20) etwas verschiebt. Denn ein Evolvertenrad hat weder einen bestimmten Wälzkreis noch einen bestimmten Eingriffswinkel α . Erst bei der Paarung zweier Evolvertenräder werden durch

den endgültigen Achsenabstand O_1O_2 die Wälzkreise und der Eingriffswinkel festgelegt. Die Wälzkreise ergeben sich durch den Schnittpunkt C der gemeinsamen Tangente an die Grundkreise, d. h. der Eingriffsgeraden mit der Mittellinie O_1O_2 , der Eingriffswinkel α aus dem Neigungswinkel $(90 - \alpha)$ dieser beiden Geraden zueinander. Bei der Paarung eines Evolvertenrades mit der Evolvertenzahnstange, deren Bewegungsrichtung V bekannt ist (Abb. 13), folgt der Eingriffswinkel α aus der Neigung der Eingriffsgeraden zur Bewegungsrichtung V , der Wälzkreis des Rades bzw. die Wälzgerade der Zahnstange durch den Schnittpunkt C der Eingriffsgeraden mit dem Lot vom Radmittelpunkt O_1 auf die Bewegungsrichtung V . Fest liegt allein der Eingriffswinkel α der Zahnstange, d. h. die

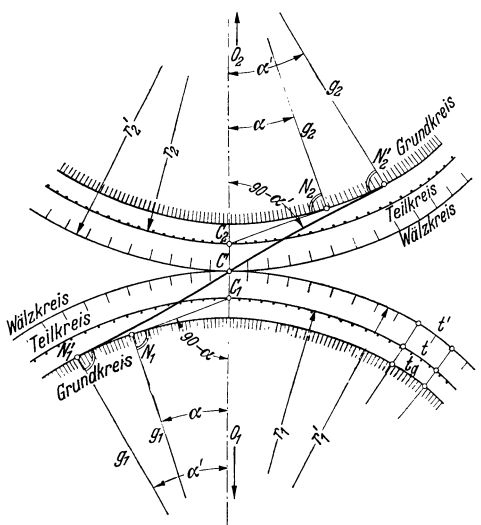


Abb. 25. Einfluss der Achsenabstandsänderung auf Wälzkreis und Eingriffswinkel.

Richtung ihrer Eingriffsgeraden, die auf den geraden, unter $(90 - \alpha)$ zur Bewegungsrichtung V geneigten Flanken senkrecht steht, also der Werkzeugeingriffswinkel α eines Zahnstangenwerkzeugs. Bei der Herstellung der Evolvertenräder im Abwälzverfahren werden daher Erzeugungswälzkreis und Grundkreis festgelegt. Diese Erzeugungswälzkreise können ungewollt oder bewußt andere sein als die Teilkreise, die nur Rechengrößen sind. Beim Einbau der Räder brauchen sich also diese Erzeugungswälzkreise nicht im Teilkreiswälzpunkt C zu berühren. Es kann die gemeinsame Grundkreistangente $N_1' C' N_2'$ (Abb. 25) mit neuer Neigung α' durch den neuen Betriebspunkt C' laufen, durch den jetzt auch die neuen Betriebspunktswälzkreise gehen. Da jetzt diese nach dem Verzahnungsgesetz gleiche Umfangsgeschwindigkeit v' haben müssen, so ist $v' = \frac{r_1' \pi n_1}{30} = \frac{r_2' \pi n_2}{30}$. Da $g = r \cos \alpha = r' \cos \alpha'$, so $g_1 n_1 = g_2 n_2$ und $r_1 n_1 = r_2 n_2$, d. h. die Rechenteilkreise und die Grundkreise behalten gleiche Umfangsgeschwindigkeit, das Übersetzungsverhältnis bleibt unverändert. Geändert haben sich Wälzpunkt, Achsenabstand O_1O_2 , Neigung der Geraden $N_1' C' N_2'$ und Länge der Eingriffsstrecke. Bei wachsendem

Achsenabstand O_1O_2 wird $\alpha' > \alpha$, Eingriffsstrecke, Eingriffslänge e und Überdeckungsgrad ε bei gleich bleibenden Kopfkreisen kleiner.

24. Satzräder müssen

1. Geradzahnräder sein, d. h. achsenparallele Flankenlinien haben,
2. gleiche Grundkreisteilung $t_g = t \cos \alpha$,
3. gleiche Zahnabmessungen (Lückenweite, Zahnhöhe),
4. symmetrische Zahnform,
5. eine durch Wälzpunkt C gehende Profilmittellinie MM haben.

Geht man vom größten Zahnrad, d. i. der Zahnstange aus, die nach DIN 867 (Abb. 22) als Bezugsprofil genormt wurde und mit der alle anderen Satzräder zusammenarbeiten müssen, dann läßt sich der Begriff Satzräder noch einfacher festlegen: Satzräder (Austauschräder) haben

1. achsenparallele Flankenlinien (Geradzahnräder),
2. gleiches Bezugsprofil,
3. eine mit der Wälzbahn zusammenfallende Profilmittellinie als Symmetrielinie.

Der durch eine Achsenabstandsvergrößerung fertiger Satzräder von α auf α' vergrößerte Eingriffswinkel beeinflusst die Satzradereigenschaften nicht, da die Grundkreisteilung t_g unverändert bleibt. Es wird wegen $t_g = t \cos \alpha = t' \cos \alpha' = t' g/r'$ mit dem neuen α' nur eine neue Wälzkreisteilung t' und Flankenspiel am Wälzkreis mit Halbmesser r' entstehen. Enthält ein Wechslerädersatz Räder mit vielen und Räder mit wenig Zähnen, die unter einer gewissen Grenzzähnezahl (s. Abschn. 26) liegen, dann müssen die Zahnköpfe der großen Räder gekürzt werden, also eine kleinere Kopfhöhe als m bekommen.

Die Unempfindlichkeit gegen Achsenabstands- (Einbau-) Fehler und der geradlinige Verlauf der Zahnstangenflanke bedingen allein schon die Überlegenheit der Evolvente über alle anderen Zahnkurven; die geraden, trapezförmigen und daher genau schleifbaren Schneidkanten der Zahnstangenwerkzeuge (Hobelstähle, Abwälzfräser, Schleifscheiben) und die von diesen hergestellten Stoßräder arbeiten im Abwälzverfahren (d. h. durch Abrollen der Wälzlinie ihres Bezugsprofils auf den Erzeugungswälzkreisen) die Zahnlücken einwandfrei heraus. Durch Profilverziehung können noch weitere bedeutende Vorteile erreicht werden (Abschn. 31).

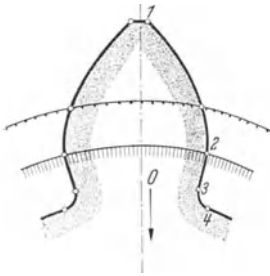


Abb. 26. Zahnfußkurve.

25. Zahnfußkurve; Zahnunterschnitt. Der innerhalb des Grundkreises liegende Teil der Fußflanke $2 \dots 4$ (Abb. 26) darf nie zum Eingriff kommen. Kurve $2 \dots 3$ kann bei Rädern mit großen Zähnezahlen geradlinig radial verlaufen und mit Kreisbogen $3 \dots 4$ zum Fußkreis anschließen. Die Zähne sind aber am Fußkreisanschluß eingeschnürt und daher geschwächt. Besser ist eine Kurve $2 \dots 3 \dots 4$, die sich in 2 und 4 tangierend an

Evolvente bzw. Fußkreis anschließt und außerhalb der relativen Kopfbahn des Gegenrades verläuft. Die zeichnerische Ermittlung dieser Fußanschlußkurve ist nötig, wenn z. B. ein Zahnmodell zum Einformen roh bleibender Zähne oder ein Teilformfräser herzustellen ist, der die Zahnlücken ausarbeitet. Das Zahnmodell sowie der Teilformfräser sind ein getreues Bild des Zahnes bzw. der Lücke. Überall dort aber, wo genaue Zahnflanken und große Wirtschaftlichkeit (z. B. bei großen Stückzahlen) verlangt werden, wird die Zahnlücke im Abwälzverfahren durch Zahnstangenwerkzeuge herausgeschnitten. Dieses Werkzeug ist kein getreues Bild der Lücke, es schafft sich durch seine Wälzbewegung von selbst den nötigen Raum. Die von einem scharfkantigen Zahnstangenkopf S' herausgeschnittene Kurve, die relative Kopfbahn (Abb. 27) ist eine verlängerte

Evolute. Ist die Zähnezah des Werkstückes klein, dann höhlt diese Kopf- kante S' nicht nur den Fuß des Zahnes aus, sondern schneidet auch ein Stück $P'G$ der Evolvente am Grundkreis weg, so daß die Evolvente nur mehr von K bis P' reicht. Dreht man die so gefundene Zahnflanke $KCP'F'$ samt der Zahn- stangenflanke genau um eine Teilung nach links, also in die Lage der benachbarten Zähne, dann ergibt sich, daß der Beginn des Eingriffs zwischen Zahnstange und Zahnradflanke nicht wie erwartet in E'_∞ , dem Schnittpunkt zwischen Eingriffs- geraden und Zahnstangenkopfgeraden liegen kann, weil sich dort die Flanken gar

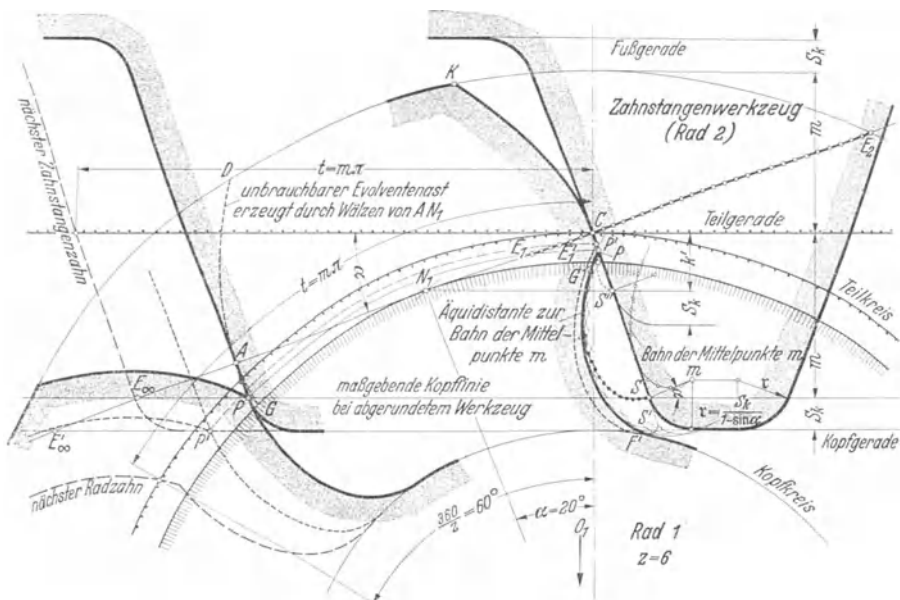


Abb. 27. Unterschnitt durch Zahnstangenwerkzeug mit Kopfhöhe $k = m + S_k = 1,2 m$.
 - - - - - Unterschnittskurve des scharfkantigen Werkzeugs (mit Ecke S').
 ————— Unterschnittskurve des mit Radius r abgerundeten Werkzeugs.
 Kopfbahn der eingreifenden Zahnstange mit normaler Kopfhöhe $k = m$ (deckt sich im oberen Teil mit der ———— Kurve).
 Kopfbahn der eingreifenden Zahnstange mit Kopfhöhe k' .

nicht berühren. Erst im Punkt P' (Schnittpunkt der Kopfgeraden mit Kreisbogen O_1P') berühren sich zum erstenmal Zahnstangeneckpunkt S' und Zahnradflanke, d. h. P' wird als erster Punkt der fertigen Zahnflanke ausgeschnitten, er ist zugleich Evolventenend- und Fußkurvenanfangspunkt. Beim Weiterwälzen nach rechts beginnt das Aushöhlen, Unterschneiden des Fußes (von P' bis F'), dem sich viel später (von E'_1 an) das Ausschneiden der Evolvente von P' bis K anschließt. (Die Evolvente GAD ist ein Spiegelbild der später wirklich entstehenden Evolvente $(G)P'K$, das im Innern der Lücke verlaufend nur durch eine körperlose Schneidenlinie $S'C$ entstehen könnte, vom Werkzeug aber stets weggeschnitten wird. Der Unterschnitt ist schädlich, wenn Evolvententeile, die den Eingriff verbessern könnten, weggeschnitten werden, wenn also die Eingriffsstrecke verkürzt wird. Hier liegt der Eingriffsbeginn wegen der nur bis P' reichenden Evolvente im Punkt E'_1 , das Ende in E_2 . Der Überdeckungsgrad $\epsilon' = \frac{E'_1E_2}{t \cos \alpha} = 0,69$ ist also ungenügend. Gibt man dem Zahnstangenwerkzeug, wie stets üblich, eine Kopfabrundung mit Radius $r = \frac{S_k}{1 - \sin \alpha}$, die sich in S tangierend an die gerade

Flanke anschließt, dann ist S der letzte Punkt der Zahnstangen-Geradflanke, der noch Evolventen schneiden kann. An Stelle der Kopfgeraden bei scharfem Eck S' tritt die maßgebende Kopflinie durch S . Sie räumt den Zahnfuß entsprechend der Kopfbahn des Abrundungsbogens weniger tief aus, der Unterschnitt wird geringer, P Evolventenendpunkt, E_1 Eingriffsbeginn und Überdeckungsgrad $\epsilon = \frac{E_1 E_2}{t \cos \alpha} = 0,74$. Hätte das Zahnstangenwerkzeug nur eine Kopfhöhe k' , deren maßgebende Kopflinie durch den Grundkreisberührungspunkt N_1 durchginge, dann verlief die Fußkurve von S'' nach G ohne jeden Unterschnitt und schlosse sich in G tangierend an die Evolvente an. Der Überdeckungsgrad ist jedoch trotzdem ungenügend, nämlich $\epsilon'' = \frac{N_1 E_2}{t \cos \alpha} = 0,96$.

26. Grenzzähnezahl. Der Unterschnitt bzw. ungenügender Überdeckungsgrad verschwindet trotz Verwendung eines Zahnstangenwerkzeugs mit normaler Kopfhöhe $(m + S_k)$ sofort, wenn beim Werkzeug mit scharfem Eck S' der Punkt N_1 nach E'_∞ , beim Werkzeug mit Kopfabrundung der Punkt N_1 nach E_∞ rückt (Abb. 27), wenn also der Grundkreis in E'_∞ bzw. E_∞ tangiert. Ist allgemein die Kopfhöhe $k = ym$, dann folgt aus Abb. 28 mit

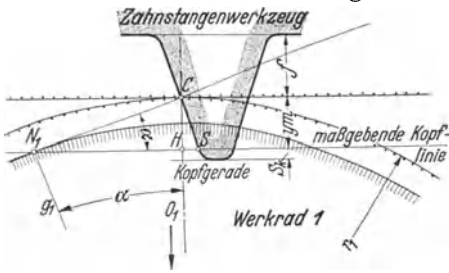


Abb. 28. Grenzzähnezahl eines Werkrades 1, bestimmt durch Punkt N_1 bei Herstellung mit Zahnstangenwerkzeug.

Man heißt diese Zähnezahl die Grenzzähnezahl z_g , das Rad selbst ein Grenzrad, weil bei jeder kleineren Zähnezahl unbedingt Unterschnitt auftritt. Ob dieser schädlich auf den Eingriff wirkt, zeigt erst die Bestimmung von ϵ für ein ge-

Stoßrad mit Kopfhöhe $k_s = m + S_k = 1,25m$ und Kopfabrundung mit Kreisbogen. Die Zahnstange hat eine scharfe Ecke S' und eine abgerundete Ecke S . Die maßgebende Kopflinie verläuft durch den Punkt S . Die Zahnstange ist um einen Winkel α geneigt. Die Zahnstange hat eine Kopfhöhe k . Die Zahnstange ist um einen Abstand g_1 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_2 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_3 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_4 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_5 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_6 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_7 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_8 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_9 von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{10} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{11} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{12} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{13} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{14} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{15} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{16} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{17} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{18} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{19} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{20} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{21} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{22} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{23} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{24} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{25} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{26} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{27} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{28} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{29} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{30} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{31} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{32} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{33} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{34} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{35} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{36} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{37} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{38} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{39} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{40} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{41} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{42} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{43} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{44} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{45} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{46} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{47} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{48} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{49} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{50} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{51} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{52} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{53} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{54} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{55} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{56} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{57} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{58} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{59} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{60} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{61} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{62} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{63} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{64} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{65} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{66} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{67} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{68} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{69} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{70} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{71} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{72} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{73} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{74} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{75} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{76} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{77} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{78} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{79} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{80} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{81} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{82} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{83} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{84} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{85} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{86} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{87} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{88} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{89} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{90} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{91} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{92} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{93} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{94} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{95} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{96} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{97} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{98} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{99} von der Zahnstange entfernt. Die Zahnstange ist um einen Abstand g_{100} von der Zahnstange entfernt.

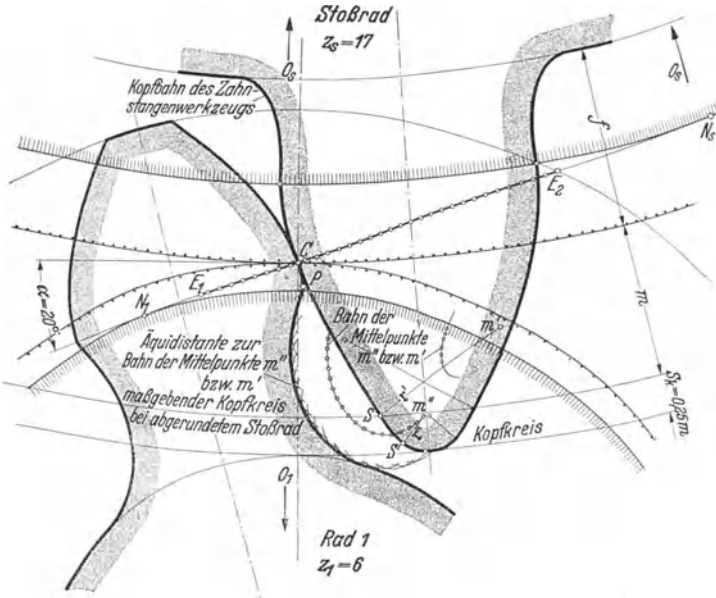


Abb. 29. Unterschnitt durch Stoßrad mit Kopfhöhe $k_s = m + S_k = 1,25m$ und Kopfabrundung mit Kreisbogen.

gegebenes Getriebe. Für die genormten Satzräder, d. h. für Normalzähne ist $y = 1$; hier ist bei $\alpha = 20^\circ$ die Grenzzähnezahl $z_g = \frac{2}{\sin^2 20} = 17,097 \approx 17$,
 $\alpha = 15^\circ$ die Grenzzähnezahl $z_g = \frac{2}{\sin^2 15} = 29,856 \approx 30$.

Werden die Lücken durch ein Zahnradwerkzeug (Stoßrad, Abb. 29) im Abwälzverfahren herausgeschnitten, dann tritt Unterschnitt erst bei kleineren Zähnezahlen auf, weil an Stelle der maßgebenden Kopflinie des Zahnstangenwerkzeugs der maßgebende Kopfkreis des Stoßrades tritt. Die Grenzzähnezahl z_{gs} der mit Stoßrädern verzahnten Werkräder hängt ab von der Zähnezahl z_s und vom Eingriffswinkel α des Stoßrades. Mit Stoßrad verzahnte Räder (z_1) können nicht mit Normalzahnstangen, sondern nur mit Gegenrädern (z_2) richtig kämmen, deren Zähnezahl beschränkt ist. Ursache ist der Unterschied der aus z_1 durch Stoßradkopf herausgeschnittenen Fußkurve (1) gegenüber der Kopfbahn (2) eines eingreifenden normalen Rades (z_2). Damit Kurve 2 noch innerhalb 1 verläuft, gibt man den Stoßrädern längere Köpfe ($k = 1,25 m$), räumt also eine tiefere Lücke ($S_k = 0,25 m$) aus und erreicht, daß alle mit $\alpha = 20^\circ$ gestoßenen Normalräder bis etwa $z_2 = 150$ fehlerfrei untereinander kämmen. Bei Rädern mit $z_2 > 150$ müssen die Zahnköpfe entsprechend gerundet oder gekürzt werden. Bei $\alpha = 15^\circ$ liegt die Grenze für z_2 bedeutend niedriger. Für Außenverzahnung folgt aus Abb. 30 die Grenzzähnezahl z_{gs} der gestoßenen Räder. Es ist

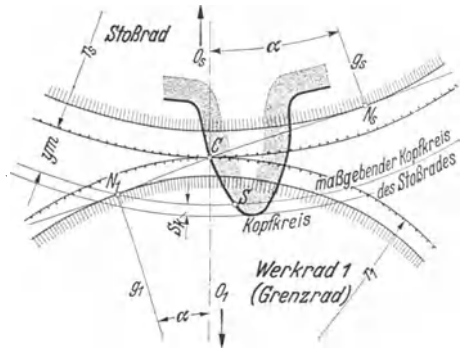


Abb. 30. Grenzzähnezahl eines Werkrades 1, bestimmt durch Punkt N_1 bei Herstellung mit Stoßrad.

$$N_1 C = N_1 N_s - C N_s; \text{ oder } r_1 \sin \alpha = \sqrt{(r_s + y m)^2 - g_s^2} - r_s \sin \alpha;$$

$$\frac{z_{gs}}{2} m \sin \alpha = \sqrt{\left(\frac{z_s}{2} m + y m\right)^2 - \left(\frac{z_s}{2} m \cos \alpha\right)^2} - \frac{z_s}{2} m \sin \alpha;$$

$$z_{gs} = \frac{2}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{z_s^2}{4} \sin^2 \alpha + z_s y + y^2} - z_s = \sqrt{z_s^2 + \frac{4y}{\sin^2 \alpha} (z_s + y)} - z_s.$$

Nimmt man die maßgebende Kopfhöhe des Stoßrades $k = m$, also $y = 1$ an, dann folgt

$$z_{gs} = \sqrt{z_s^2 + \frac{4}{\sin^2 \alpha} (z_s + 1)} - z_s.$$

Tabelle 5.

Grenzzähnezahl des Werkrades $z_{gs} =$	13	14	15	16
Stoßradzähnezahl $z_s =$	16	26	45	101
(genau)	16,5	26,1	45,5	101

Tabelle 5 gibt für $\alpha = 20^\circ$ und einige Grenzzähnezahlen z_{gs} die möglichen Höchstwerte der Stoßradzähnezahlen z_s an. Werden schließlich die Lücken durch einen Formfräser im Teilverfahren geschnitten, dann muß bei allen Zähnezahlen $z < z_g$ (< 17 bzw. < 30) der Fräser vom Evolutenfußpunkt so viel wegnehmen, daß 1. eine Zahnstange ungehindert eingreifen, 2. die Zahnücke sauber ausgeschnitten wird. An die Evolvente und an die wegen des gewünschten Zahnstangeneingriffs erforderliche Kopfbahn wird eine Übergangskurve angeschlossen, welche die Evolvente meist noch mehr verkürzt; dadurch und weil man nicht für jede Zähnezahl

einen besonderen Fräser anschaffen will, entstehen Abweichungen von der reinen Evolventenverzahnung, die bewirken, daß formgefräste und abgewälzte Räder kleiner Zähnezahlen schlecht zusammenpassen. Das Formfräsverfahren ist heute nur mehr in Kleinbetriebe, in der Uhrenindustrie, beim Vorfräsen großer und Fertigfräsen größter Teilungen und schließlich beim Fräsen der Schneckenwinde üblich.

27. Der Überdeckungsgrad ε (Abschn. 21, Abb. 20) wird für alle Getriebe mit Außenverzahnung und unterschnittfreien Zähnen ($z > z_g$) am schnellsten durch Aufzeichnen der Eingriffsstrecke oder auch durch Berechnung folgender Beziehung bestimmt:

$$\varepsilon = \frac{E_1 E_2}{t_e} = \frac{N_1 E_2 + N_2 E_1 - N_1 N_2}{t_e} = \frac{\sqrt{r_{k_1}^2 - g_1^2} + \sqrt{r_{k_2}^2 - g_2^2} - (r_1 + r_2) \sin \alpha}{t \cos \alpha}.$$

Bei Getrieben mit Zähnezahlen $z < z_g$, besonders bei kleinen Zähnezahlen, wird wegen des auftretenden Unterschnitts die Zeichnung umständlich (Kopfbahnkurve) und ungenau, weshalb Berechnung von ε vorzuziehen ist. Da bei der Evolventenverzahnung der Wert ε hauptsächlich abhängt von der Übersetzung i , d. h. von beiden Zähnezahlen des Getriebes, von α , von der maßgebenden Kopfhöhe k und vom Herstellungsverfahren, so soll für alle folgenden Angaben gelten, daß die Evolventen nur im Abwälzverfahren mit genauem

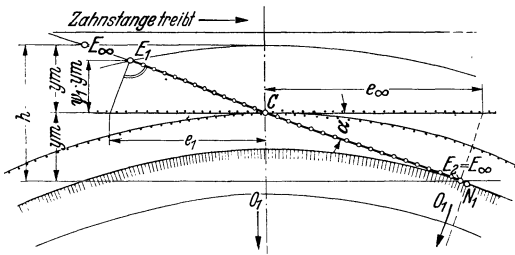


Abb. 31. Zahnstange und Rad ohne Unterschnitt.

Zahnstangenwerkzeug geschnitten werden, das ein Bezugsprofil nach DIN 867 (Abb. 22) und eine Kopfspielrundung $S_k = 0,2m$ besitzt.

a) Zahnstange und Rad ohne Unterschnitt (Abb. 31). Die Eingriffsstrecke $E_1 C E_2$ setzt sich zusammen aus den auf Zahnkopf und Zahnfuß treffenden Teilstrecken $E_1 C$ und $C E_2$. Die Fußflankeneingriffsstrecke $C E_2$ des Rades ist ein Höchstwert, da sie von der Kopfplanke der Zahnstange gebildet wird. Ist h die gemeinsame maßgebende Zahnhöhe und allgemein $h/2 = ym$ die Zahnkopfhöhe der geradflankigen Werkzeugzahnstange, dann ist größte Teileingriffslänge

$e_\infty = \frac{C E_2}{\cos \alpha} = \frac{ym}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2m}{\sin 2\alpha} y$ und der auf Zahnradfußflanke treffende (durch die Zahnstangenkopfflanke von ym Höhe gebildete) Teil des Überdeckungsgrades

$\varepsilon_\infty = \frac{e_\infty}{t} = \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} y$ (Index ∞ bedeutet, daß der betreffende Wert durch die maßgebende Kopflinie der Zahnstange gebildet wird). Bei normgemäßer Zahnhöhe ist $y = 1$ und es wird

$$\text{bei } \alpha = 20^\circ \quad \varepsilon_\infty = \frac{2}{\pi \sin 40^\circ} = 0,99; \quad \text{bei } \alpha = 15^\circ \quad \varepsilon_\infty = \frac{2}{\pi \sin 30^\circ} = 1,273.$$

Die Kopfplankeingriffsstrecke $E_1 C$ des Rades ist infolge der Radkrümmung immer kleiner als $E_\infty C = E_2 C$. Weil $e_1 : e_\infty = \psi ym : ym$, so Teileingriffslänge $e_1 = e_\infty \psi$ und der auf Zahnradkopfflanke von ym Höhe treffende Teil des Überdeckungsgrades $\varepsilon_1 = \frac{e_1}{t} = \frac{e_\infty \psi}{t} = \varepsilon_\infty \psi = \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} \psi y$. Der Einflußwert ψ der Radkrümmung kann entweder durch Aufzeichnen der Kopfkreise aller Räder mit den Zähnezahlen zwischen z_{\min} bis z_∞ bestimmt oder besser berechnet werden.

In Abb. 32 ist O_1 der Mittelpunkt eines Rades mit Teilkreishalbmesser r_1 ; der Kopfkreis K_1 geht durch H , der Eingriffsbeginn liegt in E_1 . O_g ist der Mittelpunkt eines Hilfsrades mit

Teilkreisradius r_g , dessen Grundkreisradius $r_g \cos \alpha$ gerade in E_∞ berührt und das deshalb wie bekannt als Grenzrad mit $z = \frac{2y}{\sin^2 \alpha} = y z_g (\approx 17 \text{ bei } \alpha = 20^\circ \text{ nach Abschn. 26})$

bezeichnet wird. Aus $\triangle O_1 E_1 H_1$ folgt mit Pythagoras $(r_1 + r_g \sin^2 \alpha)^2 = (\psi r_g \sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha)^2 + (r_1 + \psi r_g \sin^2 \alpha)^2$ oder $2r_1 r_g + r_g^2 \sin^2 \alpha = \psi^2 r_g^2 \cos^2 \alpha + 2r_1 \psi r_g + \psi^2 r_g^2 \sin^2 \alpha$ oder

$$\psi = -\frac{r_1}{r_g} + \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_g}\right)^2 + \frac{2r_1}{r_g} + \sin^2 \alpha}$$

aus $y m = r_g \sin^2 \alpha$ wird $r_g = \frac{y m}{\sin^2 \alpha}$ und mit $r_1 = \frac{z_1 m}{2}$ folgt

$$\frac{r_1}{r_g} = \frac{z_1 m \sin^2 \alpha}{2 y m} = \frac{z_1 \sin^2 \alpha}{2 y} = \frac{z_1}{z_g}$$

somit allgemein

$$\psi = -\frac{z}{y z_g} + \sqrt{\left(\frac{z}{y z_g}\right)^2 + 2 \frac{z}{y z_g} + \sin^2 \alpha}$$

Bei normgemäßer Verzahnung ($y=1$) wird:

$$\psi_{(y=1)} = -\frac{z}{z_g} + \sqrt{\left(\frac{z}{z_g}\right)^2 + 2 \frac{z}{z_g} + \sin^2 \alpha}$$

Bei $z=0$, also $r_1=0$, rückt O_1 nach C , also $\psi = \sin \alpha$, bei $z = \infty$, also $r_1 = \infty$, folgt aus Ausgangsgleichung nach Division mit r_1 und Einsetzen von $r_1 = \infty$ $2r_g = 2\psi r_g$, also $\psi = 1 =$ obere Grenze des Einflußwertes ψ eines außen verzahnten Rades mit $z = \infty$.

Der Größtwert von ψ_{\max} ist aber damit noch nicht erreicht. Denn geht man durch den im ∞ liegenden Mittelpunkt O_∞ durch, dann kommt man zu O -Punkten, die auf der anderen Seite von C liegen und zu Hohlrädern mit Teilkreisradius $-r_2$ gehören. ψ_{\max} wird auftreten, wenn der ebenfalls durch H gehende Kopfkreis $K_2 =$ Grundkreis G_2 des Hohlrades die Eingriffslinie in E_{\max} berührt. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt

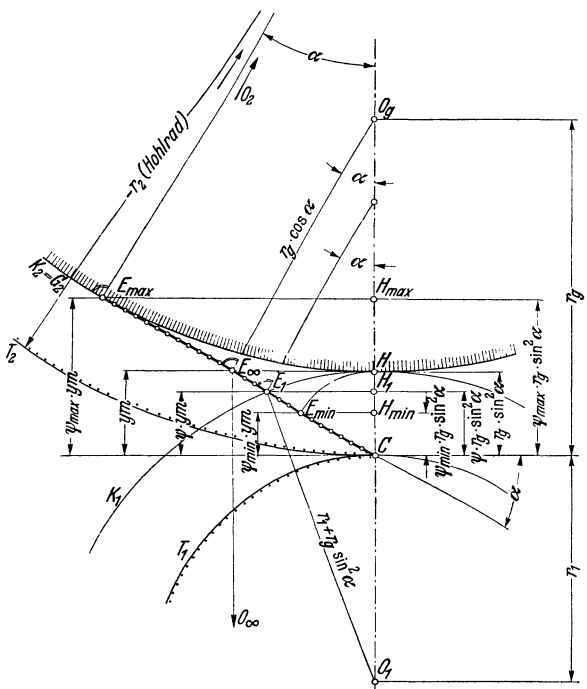


Abb. 32. Geometrischer Zusammenhang der Einflußwerte ψ der Radkrümmung.

$$-\frac{r_2}{r_g} = \frac{E_{\max} C}{E_\infty C} = \frac{\psi_{\max} y m}{y m} = \psi_{\max};$$

$$\cos \alpha = \frac{H_{\max} O_2}{E_{\max} O_2} = \frac{-r_2 - \psi_{\max} r_g \sin^2 \alpha}{-r_2 - r_g \sin^2 \alpha} = \frac{-r_2/r_g - \psi_{\max} \sin^2 \alpha}{-r_2/r_g - \sin^2 \alpha} = \frac{\psi_{\max} - \psi_{\max} \sin^2 \alpha}{\psi_{\max} - \sin^2 \alpha} = \frac{\psi_{\max} \cos^2 \alpha}{\psi_{\max} - \sin^2 \alpha}$$

$$\psi_{\max} - \sin^2 \alpha = \psi_{\max} \cos \alpha; \quad \psi_{\max} = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = 1 + \cos \alpha$$

= obere Grenze des Einflußwertes eines innen verzahnten Rades (Hohlrades). Die zugehörige Hohlradzahnzahl ergibt sich aus

$$\psi_{\max} = 1 + \cos \alpha = \frac{-r_2}{r_g} = \frac{-z_2 m \sin^2 \alpha}{2 y m} = \frac{-z_2}{y z_g} \text{ zu } z_2 = z_g (1 + \cos \alpha) y.$$

Bei $y = 1$ und $\alpha = 20^\circ$ also zu

$$z_2 = 17,097 \cdot 1,9397 \approx 33,2.$$

Die untere Grenze des Einflußwertes ψ eines Hohlrades ist $\psi = 1$ und liegt wieder bei $z = \infty$, denn die Zahnstange bildet den Übergang zwischen Außen- und Innenverzahnung. Diese

hohen ψ -Werte sind leider ohne Bedeutung, denn der Wert ε hängt bei Hohlradgetrieben meist vom Wert ψ_s der Radkrümmung des Stoßrades ab, welches Hohl- und Kleinrad verzahnt. Näheres Abschn. 29.

b) Zahnstange und Rad mit Unterschnitt (Abb. 33). Der Höchstwert des auf die Zahnradfußflanke treffenden Teils des Überdeckungsgrades ε_∞ wird unterschritten, wenn die Zähnezahzahl des Rades $z < z_g$ ist, weil jetzt durch Unterschnitt die am Grundkreis angrenzenden Evolvententeile weggeschnitten werden. Ist $u = \frac{CE_2}{CE_\infty} = \frac{e_2}{e_\infty} = \frac{E_2 L}{E_\infty K}$, dann wird Teileingriffslänge $e_2 = u e_\infty$ und der auf die Zahnradfußflanke treffende Teil des Überdeckungsgrades $\varepsilon_2 = \frac{e_2}{t} = \frac{e_\infty u}{t} = \varepsilon_\infty u = \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} y u$. Rückt N_1 nach E_∞ , dann fällt E_2 mit E_∞ zusammen, es wird $u = 1$ und kein Unterschnitt entstehen. Der Gesamtüberdeckungsgrad

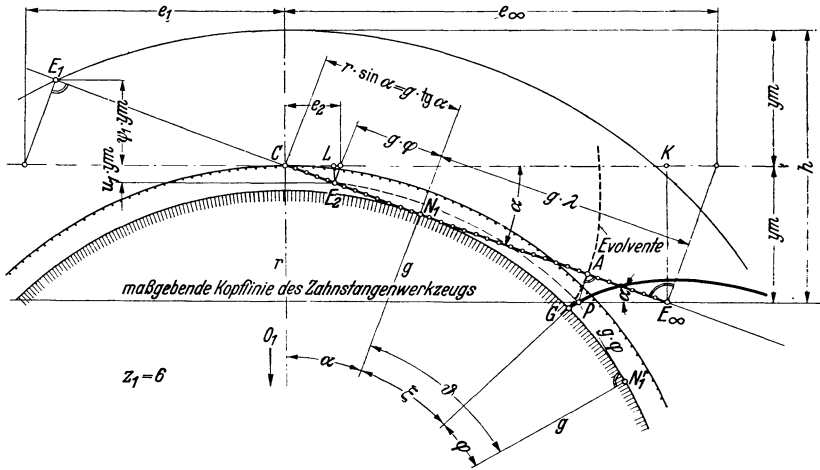


Abb. 33. Zahnstange und Rad mit Unterschnitt.

eines aus Zahnstange und Rad bestehenden Getriebes mit der gemeinsamen Zahnhöhe $h = 2ym$ ist, wenn Unterschnitt auftritt, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} y (\psi + u)$, wenn kein Unterschnitt auftritt, $= \frac{2}{\pi \sin 2\alpha} y (\psi + 1)$. Der Einflußwert u ist ebenfalls berechenbar. Nach Abb. 33 ist

$$\begin{aligned} u &= \frac{CE_2}{CE_\infty} = \frac{CE_\infty - g(\lambda + \varphi)}{CE_\infty} = 1 - \frac{g(\lambda + \varphi) \sin \alpha}{ym} \\ &= 1 - \frac{\frac{zm}{2} \cos \alpha \sin \alpha (\lambda + \varphi)}{ym} = 1 - \frac{z \sin 2\alpha (\lambda + \varphi)}{4y}. \end{aligned}$$

$u = 1$, also kein Unterschnitt, wenn $(\lambda + \varphi) = 0$ wird, d. h. wenn $\lambda = 0$ und $\varphi = 0$ ist, d. h. $N_1 \equiv E_\infty$ (also wenn Grenzrad z_g vorhanden ist), oder $\varphi = -\lambda$ wird, d. h. N_1 über E_∞ hinausrückt (alle Räder mit $z > z_g$).

Weil

$$\sin \alpha = \frac{ym}{g(\operatorname{tg} \alpha + \lambda)}, \quad \text{so außerdem } \lambda = \frac{ym}{g \sin \alpha} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{z} \frac{4}{\sin 2\alpha} - \operatorname{tg} \alpha$$

und

$$u = \frac{z \sin 2\alpha}{4y} (\operatorname{tg} \alpha - \varphi).$$

Der Einflußwert u kann nur berechnet werden, wenn der Winkel φ bekannt ist, den der Strahl O_1G mit O_1N_1' einschließt. Es ist $N_1'G = N_1'P = N_1E_2$. Durch senkrechte Projektion des Linienzugs $O_1N_1'PA$ auf CA und O_1N_1 folgen die Ausgangsgleichungen

$$\sin(\xi + \varphi) - \varphi \cos(\xi + \varphi) = \xi; \quad \cos(\xi + \varphi) + \varphi \sin(\xi + \varphi) + (\lambda - \xi) \operatorname{tg} \alpha = 1.$$

Tabelle 6. Verhältniswerte φ und λ der Eingriffsminderung bzw. des Zahnstangenabschnitts.

z/y	$\alpha = 20^\circ$		$\alpha = 15^\circ$		$(y = 1)$
	φ	λ	φ	λ	
3	0,47471	1,71033			
4	0,36126	1,19175			
5	0,28684	0,88061	0,35312	1,33205	5
6	0,23294	0,67318	0,30063	1,06538	6
7	0,19132	0,52501	0,26038	0,87491	7
8	0,15788	0,41389	0,22831	0,73205	8
9	0,13007	0,32746	0,20188	0,62094	9
10	0,10646	0,25832	0,17953	0,53205	10
11	0,08596	0,20175	0,16030	0,45932	11
12	0,06794	0,15460	0,14350	0,39872	12
13	0,05188	0,11471	0,12864	0,34744	13
14	0,03739	0,08052	0,11536	0,30348	14
15	0,02423	0,05089	0,10337	0,26538	15
16	0,01217	0,02496	0,09248	0,23205	16
17	0,00103	0,00208	0,08250	0,20264	17
17,097	0,00000	0,00000	0,07334	0,17649	18
			0,06487	0,15310	19
			0,05700	0,13205	20
			0,04966	0,11300	21
			0,04276	0,09569	22
			0,03626	0,07988	23
			0,03014	0,06538	24
			0,02433	0,05205	25
			0,01883	0,03974	26
			0,01362	0,02835	27
			0,00865	0,01776	28
			0,00391	0,00791	29
			0,00000	0,00000	29,856
			+ 0,00128	- 0,00128	30

Da eine unmittelbare Berechnung von φ und ξ hieraus unmöglich ist, so wählt man passende Hilfswinkel $\vartheta = (\xi + \varphi)$ und rechnet die zusammengehörigen Werte von ξ , φ und λ aus folgenden Gleichungen:

$$\xi = \frac{\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta}{1 - \cos \vartheta};$$

$$\lambda = \frac{1 - \cos \vartheta - \varphi \sin \vartheta}{\operatorname{tg} \alpha} + \xi;$$

$$\varphi = \vartheta - \xi.$$

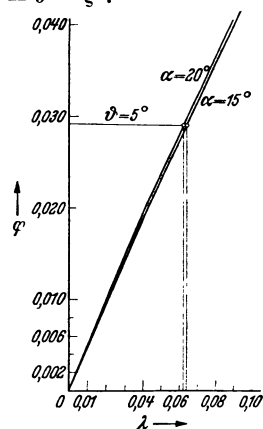


Abb. 34. Zusammenhang zwischen Verhältniswert φ der Eingriffsminderung mit Verhältniswert λ des Zahnstangenabschnitts.

Trägt man (Abb. 34) die zu den gewählten ϑ gefundenen λ - und φ -Werte maßstäblich auf, dann entstehen für $\alpha = 20^\circ$ und $\alpha = 15^\circ$ zwei Kurven. Der zu einer bestimmten Zähnezah z/y gehörige Wert φ folgt dann rückwärts aus diesen Kurven, wenn man von dem durch z/y und α festliegenden Wert $\lambda = \frac{y}{z} \frac{4}{\sin 2\alpha} - \operatorname{tg} \alpha$ ausgeht.

Tabelle 6 enthält für $\alpha = 20^\circ$ bzw. 15° und für die einzelnen Zähnezahlen z/y bzw. z (bei $y = 1$) die Werte φ und λ , Tabelle 7 die Einflußwerte ψ und u . Zeichnet man über der z/y -Achse bzw. z -Achse (bei $y = 1$) diese ψ - und u -Werte maßstäblich auf und trägt außerdem den ε -Maßstab an (bei $\psi = 1$ muß $\varepsilon_{\alpha=20^\circ} = 0,99$ bzw. $\varepsilon_{\alpha=15^\circ} = 1,273$ sein), dann entsteht Diagramm Abb. 35, das die Eingriffverhältnisse zwischen Rad und Zahnstange zeigt. Aus ihm kann für beliebige Zähnezahlen z/y bzw. z ($y = 1$) über der z/y -Achse die Ordinate ψ und ε_1 , unter der z/y -Achse die Ordinate u und ε_2 entnommen und der Gesamtüberdeckungsgrad $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ gerechnet werden. Für $y = 1$; $\alpha = 20^\circ$; $z_1 \geq 17$; $z_2 = \infty$ ist $u = 1$. Die u -Kurve verläuft hier parallel zur z/y -Achse im Abstand $u = 1$; ε wird nur mehr von der ψ -Kurve beeinflusst. Die kleinste theoretisch noch mög-

liche Zähnezah (Mindestzähnezah) eines Rades, das mit einer Zahnstange noch zusammenarbeiten kann, ist für normgemäße Zähne ($y = 1$)

bei $\varepsilon = 1,0$ und $\alpha = 20^\circ$ $z_{\min} \approx 9$ (genau 8,95),

bei $\varepsilon = 1,0$ und $\alpha = 15^\circ$ $z_{\min} \approx 12$ (genau 11,72).

Tabelle 7. Einflußwerte ψ und u für Überdeckungsgrad ε der außenverzahnten Stirnrädernullgetriebe.

z/y	$\alpha = 20^\circ$		$\alpha = 15^\circ$		z ($y = 1$)
	ψ	u	ψ	u	
—1	0,00000		0,00000		—1
0	0,34202		0,25882		0
1	0,42872		0,33406		1
2	0,48686		0,38628		2
3	0,53072	—0,05339	0,42682		3
4	0,56581	0,00175	0,46007		4
5	0,59491	0,06197	0,48826	—0,05323	5
6	0,61963	0,12634	0,51269	—0,02451	6
7	0,64103	0,19421	0,53422	0,00663	7
8	0,65980	0,26494	0,55344	0,03964	8
9	0,67646	0,33828	0,57076	0,07433	9
10	0,69138	0,41382	0,58650	0,11052	10
11	0,70483	0,49143	0,60089	0,14801	11
12	0,71705	0,57085	0,61414	0,18667	12
13	0,72821	0,65198	0,62638	0,22637	13
14	0,73845	0,73473	0,63774	0,26703	14
15	0,74789	0,81892	0,64834	0,30859	15
16	0,75663	0,90453	0,65825	0,35094	16
17	0,76474	0,99150	0,66753	0,39407	17
18	0,77229		0,67627	0,43786	18
19	0,77935		0,68450	0,48231	19
20	0,78596	bei	0,69228	0,52738	20
21	0,79217	$z = 3,97$	0,69965	0,57305	21
22	0,79801	ist	0,70663	0,61929	22
23	0,80351	$u = 0,00$	0,71327	0,66607	23
24	0,80871	bei	0,71959	0,71339	24
25	0,81363	$z = z_g$	0,72561	0,76120	25
26	0,81830	$= 17,097$	0,73135	0,80950	26
27	0,82273	ist	0,73685	0,85827	27
28	0,82694	$u = 1,00$	0,74210	0,90749	28
29	0,83095		0,74714	0,95714	29
30	0,83477		0,75196	bei	30
31	0,83841		0,75660	$z = 6,78$	31
32	0,84190		0,76105	ist	32
33	0,84523		0,76533	$u = 0,00$	33
34	0,84843		0,76946	bei	34
35	0,85149		0,77343	$z = z_g$	35
38	0,85995		0,78453	$= 29,856$	38
40	0,86507		0,79131	ist	40
43	0,87207		0,80069	$u = 1,00$	43
45	0,87634		0,80647		45
50	0,88584		0,81949		50
55	0,89397		0,83083		55
60	0,90100		0,84078		60
65	0,90715		0,84961		65
70	0,91258		0,85748		70
75	0,91740		0,86456		75
100	0,93523		0,89138		100
150	0,95472		0,92205		150
300	0,97617		0,95769		300
∞	1,00000		1,00000		∞

Diese Räder besitzen natürlich großen schädlichen Unterschnitt, d. h. das Zahnstangenwerkzeug hat Evolvententeile am Grundkreis weggeschnitten und so die brauchbare Eingriffslänge auf das theoretische Mindestmaß $e_1 + e_2 = \varepsilon t = t$ verkürzt. Für $y \leq 1$ kann ebenso ψ , u und ε , aber nur über z/y abgelesen werden.

Beispiel. Stumpfzähne mit $y = 0,8$; $\alpha = 15^\circ$; $z = 20$; $z_2 = \infty$. Für $z/y = 20/0,8 = 25$ folgt aus Tabelle 7 ein Einflußwert $\psi_{25} = 0,726$; $u_{25} = 0,761$; daraus durch Rechnung

$$\varepsilon_1 = \psi y \varepsilon_\infty = 0,726 \cdot 0,8 \cdot 1,273 = 0,739$$

$$\varepsilon_2 = u y \varepsilon_\infty = 0,761 \cdot 0,8 \cdot 1,273 = 0,775$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1,514$$

oder direkt aus Diagramm Abb. 35

$$\varepsilon_1/y + \varepsilon_2/y = 0,925 + 0,97 = 1,895;$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1,895 y = 1,895 \cdot 0,8 = 1,516.$$

c) Rad und Gegenrad. Greift ein mit Zahnstangenwerkzeug im Abwälzverfahren verzahntes Rad 1 in ein zweites ebenso verzahntes Gegenrad 2 ein, dann wird der Überdeckungsgrad entweder durch die Radkrümmungen der beiden Räder oder durch die beim Werkzeugzahnstangeneingriff erhaltenen Unterschnitte eines oder beider Räder beeinflußt. Es entsteht somit ein Diagramm mit je zwei ψ - und u -Kurven. Haben z. B. beide Räder gleiche Zähnezahlen ($i = 1 : 1$), dann wird aus Diagramm Abb. 35 durch Spiegelung um die z/y -Achse das symmetrische Diagramm Abb. 36.

Für $y = 1$; $\alpha = 20^\circ$; $z_1 = z_2 = 17$ tritt überhaupt kein Unterschnitt auf, da $u = 1$, denn $z_1 = z_2 = z_g$. Der Überdeckungsgrad $\varepsilon = 1,514$ folgt aus der Summe der Ordinaten $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$, die von der z/y -Achse bis zu den ψ_1 - und ψ_2 -Kurven reichen.

Für $y = 1$; $\alpha = 20^\circ$; $z_1 = z_2 = 14$ tritt bereits Unterschnitt auf, wie die u -Kurven zeigen, der aber bei $i = 1:1$ praktisch noch unschädlich ist, da er den ε -Wert noch nicht beein-

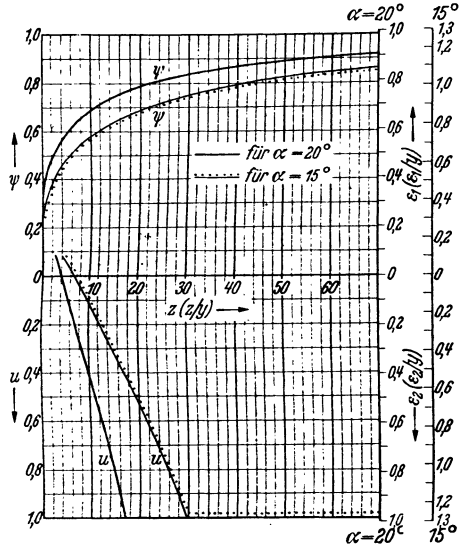


Abb. 35. Überdeckungsgrad der Zahnstangengetriebe mit $\alpha = 20^\circ$ und $\alpha = 15^\circ$.

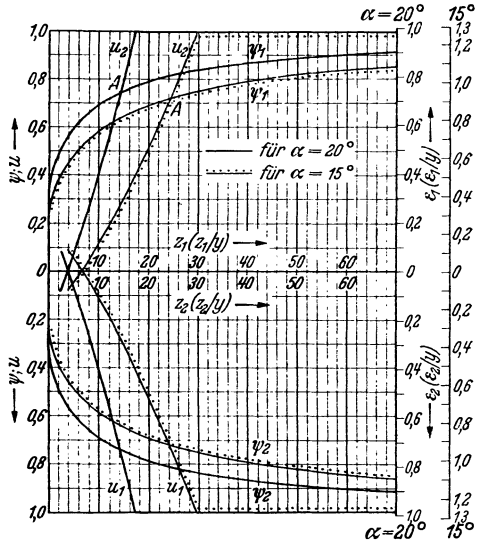


Abb. 36. Überdeckungsgrad der Zahnradgetriebe mit Übersetzung $i = 1:1$ und mit $\alpha = 20^\circ$ und $\alpha = 15^\circ$.

flußt, denn $z = 14$ und der Schnittpunkt A der ψ - und u -Kurve liegen ungefähr auf gleicher Ordinate. Daher kann ε als Summe der Ordinaten $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ sowohl zwischen ψ als u -Kurve gefunden werden. Tabelle 7 gibt genauer Aufschluß über den Unterschied dieser beiden Werte ($\psi_{14} = 0,738$; $u_{14} = 0,735$). Man heißt daher $z_g' = 14$ die praktische Grenzzähnezahl.

Für $y = 1$; $\alpha = 20^\circ$; $z_1 = z_2 < 14$ wird der Unterschnitt auch bei $i = 1:1$ schädlich

(Abb. 37), da jetzt allein die u -Kurven den Wert ε bestimmen. Kleinste theoretisch noch mögliche Zähnezahl für $i = 1:1$; $y = 1$; $\alpha = 20^\circ$ ist $z_{\min} \approx 11$ (genau 11,18), wobei $\varepsilon = 1,0$ und die Zahnfüße beider Räder schädlich unterschritten sind. Sinngemäß treten bei $\alpha = 15^\circ$ und bei den Grenzzähnezahlen $z_g = 30$ bzw. $z_g' = 25$ (genau $z_g' = 24,2$) und bei $z \leq 24$ die gleichen oben erwähnten Beschränkungen auf. Kleinste theoretisch noch mögliche Zähnezahl für $i = 1:1$; $y = 1$; $\alpha = 15^\circ$ ist $z_{\min} \approx 17$, wobei $\varepsilon = 1,0$ ist. Ist allgemein $i \geq 1$, die Zähnezahlen beider Räder verschieden, dann ergeben sich Diagramme, die wegen der verschiedenen Bezifferung der z/y -Achse unsymmetrisch werden. Entnimmt man aus allen diesen Diagrammen die für die einzelnen Zähnezahlen z/y gefundenen ε -Werte und trägt sie über den z/y -Achsen der Räder 1 und 2 auf, dann entstehen die Hauptdiagramme für $\alpha = 20^\circ$ bzw. $\alpha = 15^\circ$ (Abb. 38 u. 39). Sie lassen für verschiedene Zähnezahlen z_1/y bzw. z_2/y (oder bei $y = 1$ für z_1 bzw. z_2) und für verschiedene Übersetzungen $i \geq 1$ schnell den Gesamtüberdeckungsgrad ε ablesen; sie zeigen vor allem sofort, wann eine gewählte Übersetzung schädlichen Unterschnitt besitzt, daß also hier der Überdeckungsgrad ε eine Einbuße erhält; sie lassen schließlich den Einfluß von y auf den Überdeckungsgrad z. B. bei Stumpfzähnen leicht ermitteln.

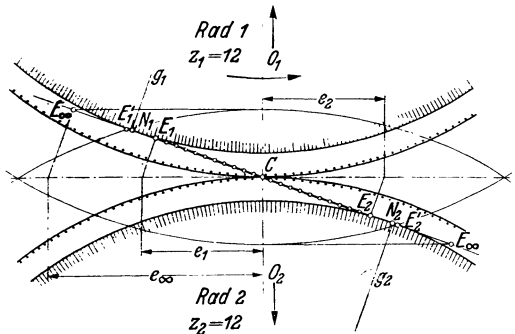


Abb. 37. Rad und Gegenrad, beide mit Unterschnitt.

Beispiel. Gegeben $\alpha = 20^\circ$; $z_1 = 11$; $z_2 = 12$.

1. Annahme: Normgemäße Zähne ($y = 1$). Aus Abb. 38 ergibt sich $\varepsilon = 1,05$; beide Räder schädlich unterschritten.

2. Annahme: Stumpfzähne $y = ?$. Unterschritt soll ganz vermieden werden, d. h. das kleinere Rad 1 muß durch passende Wahl von y ein Grenzrad werden, also

$$\frac{z_1}{y} \geq z_g \geq 17 \text{ sein. Demnach } y \leq \frac{z_1}{17} \leq \frac{11}{17} \leq 0,65 \approx 0,64;$$

hieraus folgen die theoretischen Grenzräder:

$$\frac{z_1}{y} = \frac{11}{0,64} = 17,2; \quad \frac{z_2}{y} = \frac{12}{0,64} = 18,75.$$

Diese Zahlen brauchen als Rechengrößen keine ganzen Zahlen zu sein. Abb. 38 ergibt für diese Zahlen $\varepsilon/y \approx 1,53$; somit $\varepsilon = 1,53 \cdot y = 1,53 \cdot 0,64 = 0,98$; das ist ungenügend. Der

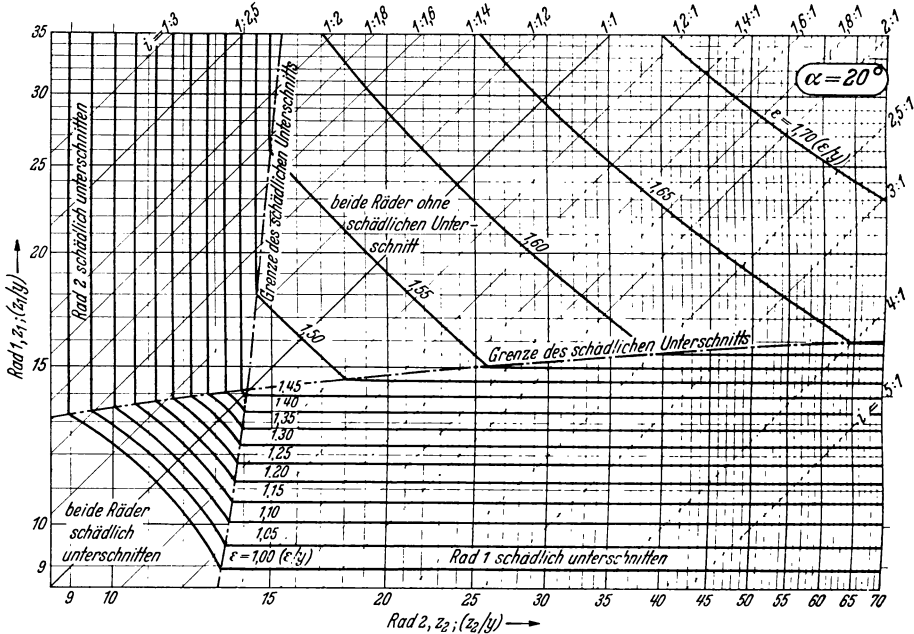


Abb. 38. Überdeckungsgrad der Zahnradgetriebe mit verschiedenen Übersetzungen und mit $\alpha = 20^\circ$.

Wert ε kann nur vergrößert werden, wenn y wächst. Zwar tritt dann wieder Unterschritt auf. Wenn dieser aber nur so weit zugestanden wird, als er unschädlich ist, also ε dadurch nicht verkleinert wird, wenn also der Schnittpunkt A der ψ - und u -Kurve (ähnlich wie bei Abb. 36) für die Bestimmung von ε benützt wird, dann gilt wieder die praktische Grenzzähnezahl $z'_g = 14$. Mit ihr ist y berechenbar.

3. Annahme: Stumpfzähne $y' = ?$

$$\frac{z_1}{y'} \geq z'_g \geq 14; \quad \text{also} \quad y' \leq \frac{z_1}{z'_g} = \frac{11}{14} \leq 0,786 \approx 0,77;$$

hieraus die praktischen Grenzräder

$$\frac{z_1}{y'} = \frac{11}{0,77} = 14,3; \quad \frac{z_2}{y'} = \frac{12}{0,77} = 15,6.$$

Der Schnittpunkt der Koordinaten dieser praktischen Grenzräder liegt in Abb. 38 auf der Grenzkurve des schädlichen Unterschritts, d. h. ε -Wert ist nicht verkleinert worden. Es ist

$$\varepsilon/y' \approx 1,475; \quad \varepsilon = 1,475 \cdot y' = 1,475 \cdot 0,77 = 1,13.$$

Die Abb. 38 und 39 zeigen weiter deutlich, daß ε für Getriebe mit $i \geq 1$ bei $z_1 \leq z'_g \leq 14$ und $z_2 > z'_g > 14$ einzig und allein von der Zähnezahl z_1 des kleineren Rades abhängt. Es ist bei $i = 15 : 14$; $16 : 14$; $20 : 14$ usw. stets $\varepsilon = 1,452$, weil ε hier nur vom Wert ψ_1 und u_1

29. Eingriffsverhältnisse (Abb. 40). Die Lage der Punkte E_1 bzw. E_2 , also Beginn und Ende des Eingriffs sowie Überdeckungsgrad ε hängen ganz vom Herstellungsverfahren ab. Theoretisch läge der Beginn nur in E_1 (Schnittpunkt des Hohlradkopfkreises K_2 mit CN_1N_2), wenn das Kleinrad mit einem hohlradähnlichen Stoßwerkzeug (von gleicher Größe wie das Hohlrad selbst) im Abwälzverfahren geschnitten werden könnte, dieses innenverzahnte Werkzeug und das Hohlrad dagegen durch einen Formfräser mit theoretisch richtigen Evolventen im Teilverfahren versehen würde. Wählt man wie üblich das Abwälzverfahren für beide Räder, dann kann das Hohlrad nur mit dem FELLOWS-Stoßrad, das Kleinrad entweder mit einem Zahnstangenwerkzeug oder mit dem gleichen Stoßrad verzahnt werden.

a) Hohlrad mit Stoßrad, Kleinrad mit Zahnstangenwerkzeug abgewälzt (Abb. 40). Da das Stoßrad bei seiner eigenen Herstellung im Eingriff mit einer Zahnstange gestanden hat, so kann die Fußflankeneingriffsstrecke dieses Stoßrades

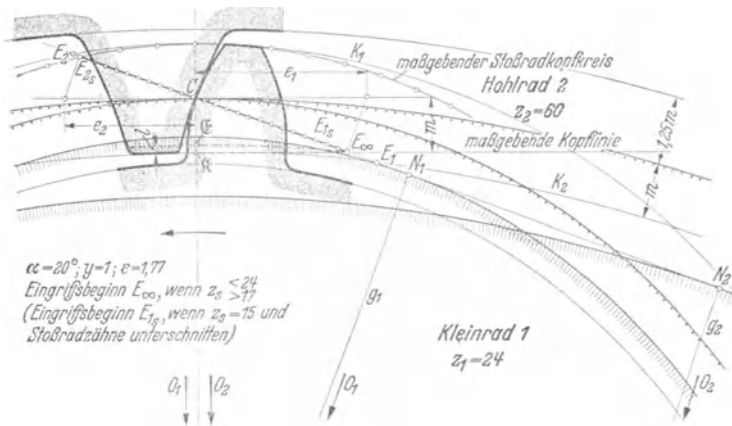


Abb. 40. Innenverzahnung: Hohlrad mit Stoßrad, Kleinrad mit Zahnstangenwerkzeug abgewälzt.

nur CE_∞ sein (E_∞ Schnittpunkt der maßgebenden Zahnstangenkopfflinie mit der Eingriffsgeraden), wenn die Zähnezahlszahl des Stoßrades $z_s \geq z_g$ ist. Dieses Stoßrad kann im Hohlrad auch nur höchstens eine Kopfflankeneingriffsstrecke CE_∞ erzeugen, d. h. Evolventen nur außerhalb des Kreises mit Halbmesser O_2E_∞ schneiden, das innerhalb des Kreises mit Halbmesser O_2E_∞ liegende Kopfende \mathcal{C} und \mathcal{R} des Hohlrades nur mit Kopfabrundung versehen, die keine Evolvente ist. Der Hohlradkopfkreis K_2 kann also ohne Eingriffsverlust um dieses Stück l größer ausgedreht werden. Ist $z_s < z_g$, dann bekam das Stoßrad durch den Werkzeugzahnstangeneingriff einen Unterschnitt und es verkürzte sich seine Fußflankeneingriffsstrecke auf CE_{1s} , d. h. die von diesem Stoßrad geschnittenen Evolventen des Hohlrades reichen nur höchstens bis zum Kreis mit dem Halbmesser O_2E_{1s} . Innerhalb dieses Kreises haben die Hohlradköpfe wieder Kopfabrundung, also keine Evolventen. Der Getriebeeingriff zwischen diesem Hohlrad z_2 und Kleinrad z_1 ist hier trotzdem störungsfrei, wenn z_1 nur mit Zahnstangenwerkzeug von gleichem Bezugsprofil abgewälzt und wenn $z_s < z_1$ gewählt wurde. Denn das größere Kleinrad erhält eine kürzere Fußrundung als das Stoßrad und geht demnach frei an den gerundeten Hohlradköpfen vorbei. Das Eingriffsende liegt nur in E_2 , wenn der maßgebende Stoßradkopfkreis durch E_2 (Schnittpunkt des Kleinradkopfkreises K_1 mit der Eingriffsgeraden CN_1N_2) geht. Ist $y_s = 1$ und $z_s < z_1$, dann rückt das Eingriffsende nach E_{2s} . Zur Bestimmung von $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ gelten also die Ein-

griffsverhältnisse von Zahnstange und Rad bzw. Stoßrad (Abb. 35). ψ - und u -Werte aus Tabelle 7.

Beispiel: $z_2 = 60$; $z_1 = 24$; $z_s = 20$; $\alpha = 20^\circ$; $y = 1$, $y_s = 1$.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_\infty + \psi_s \varepsilon_\infty = \varepsilon_\infty (1 + \psi_s) = 0,99 \cdot 1,786 = 1,77.$$

Wenn $z_s < z_g$ und das Stoßrad aus Festigkeits- oder anderen Gründen radiale Fußflanken besitzt, dann ist ε_1 aus der Lage des innersten letzten Evolventenpunktes zu bestimmen. Der ε -Wert wird kleiner.

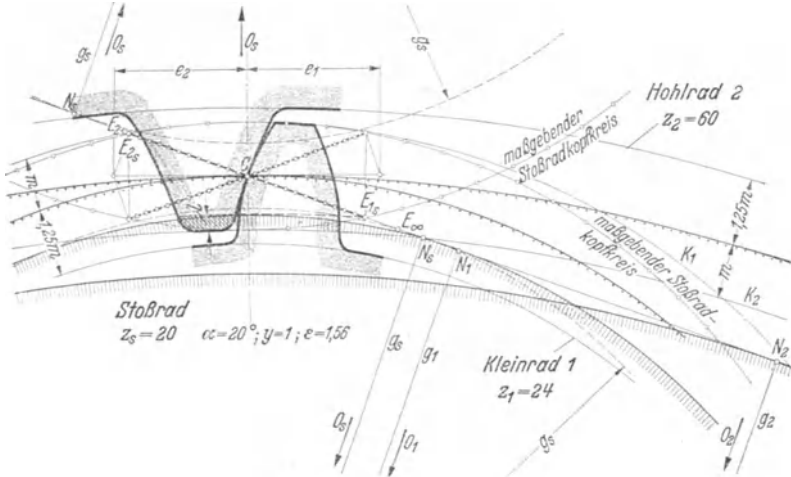


Abb. 41. Innenverzahnung: Hohlrad und Kleinrad mit gleichem Stoßrad abgewälzt.

b) Hohlrad und Kleinrad mit gleichem Stoßrad abgewälzt (Abb. 41). Das Stoßen des Kleinrades gleicht dem Eingriff zweier außen verzahnter Räder.

Punkt E_{1s} entsteht als Schnittpunkt des maßgebenden Kopfkreises des Stoßrades z_s mit der Eingriffslinie. Es gilt also nur die beim Kleinradstoßen entstehende kürzere Fußflankenstrecke CE_{1s} , und nicht die beim Hohlradstoßen entstehende längere CE_∞ . Punkt E_{2s} entsteht beim Hohlradstoßen durch den

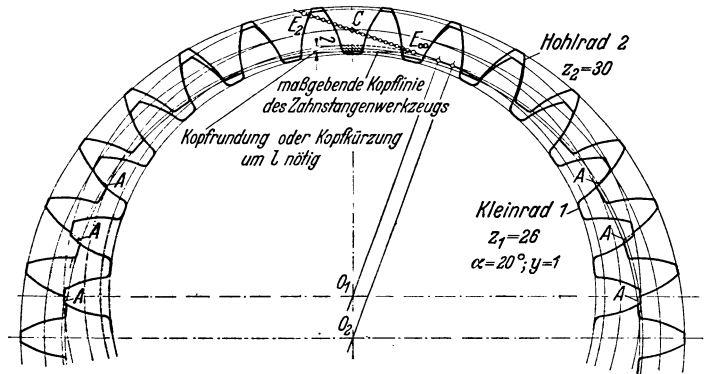


Abb. 42. Eingriffsstörungen bei Innenverzahnung mit Übersetzungen nahe 1:1.

maßgebenden Kopfkreis des gleichen Stoßrades z_s , Punkt E_2 durch den Kopfkreis des eingreifenden Kleinrades z_1 . Ist, wie es sein soll, $z_s < z_1$, dann ist auch hier die kürzere durch z_s entstandene Kopfeingriffsstrecke CE_{2s} maßgebend. Da $CE_{1s} = CE_{2s}$, so $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2 \psi_s \cdot \varepsilon_\infty$, d. h. alle mit dem gleichen Stoßrad gestoßenen Innengetriebe haben gleichen Überdeckungsgrad. Hohlradkopfstück l kommt nicht mehr zum Eingriff. Hohlradkopfkreis K_2 kann um l größer ausgedreht werden.

Beispiel: $z_2 = 60$; $z_1 = 24$; $z_s = 20$; $\alpha = 20^\circ$; $y = 1$, $y_s = 1$.
 $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2 \psi_s \cdot 0,99 = 2 \cdot 0,786 \cdot 0,99 = 1,56$.

Die Zähnezahzahl z_1 des Kleinrades darf im Vergleich zur Zähnezahzahl z_2 des Hohlrades nicht zu groß werden, sonst stoßen die Zahnköpfe von 1 an den Stellen A an die Zahnköpfe von 2 (Abb. 42). Bei $\alpha = 20^\circ$; $y = 1$ und bei Zähnezahlen $z_2 = 40 \cdots 60$ muß mindestens $(z_2 - z_1) \approx 8$ sein. Beim Einbau ist zu beachten, daß bei nahezu gleich großen Rädern, also bei kleinen Übersetzungen, die beiden Räder nicht mehr radial zusammengesteckt, sondern axial ineinandergeschoben werden müssen. Bei Wahl von Stumpfverzahnung ($y < 1$) und großem Eingriffswinkel α sind noch Hohlradgetriebe möglich, bei denen $(z_2 - z_1) = 2 \cdots 1$ sein kann.

E. Sonderfragen der Evolventenverzahnung.

30. Wahl des Eingriffswinkels. Mit steigendem Eingriffswinkel α vergrößert sich bei gleicher Umfangskraft U der Normaldruck P_n (Abb. 23); die Zähne werden spitziger, der Überdeckungsgrad, die Grenzzähnezahl und die Biegungsbeanspruchung des Zahns kleiner. Mit DIN 867 (Abb. 22) wurde $\alpha = 20^\circ$ genormt. Aus früherer Zeit sind noch Werkzeuge vorhanden mit $\alpha = 14\frac{1}{2}^\circ$ und 15° . Für sehr kleine Zähnezahlen werden Eingriffswinkel $\alpha = 22\frac{1}{2}^\circ$, selbst $\alpha = 30^\circ$ gewählt. Bei noch höheren Werten von α überwiegen die Nachteile. Unterscheide: Werkzeugeingriffswinkel, Erzeugungs- und Betriebseingriffswinkel. D. h. ein FELLOWS-Stoßrad, hergestellt mit 20° Werkzeugeingriffswinkel, kann Räder mit z. B. $19 \cdots 21^\circ$ Erzeugungswinkel stoßen, diese Räder können bei wieder anderem Betriebseingriffswinkel kämmen. Konstant bleibt allein die Grundkreisteilung $t_g = t \cos \alpha$.

31. Sonderverzahnung mit Profilverschiebung. Forderungen: 1. Unterschnitt soll vermieden werden oder doch erst bei Zähnezahlen auftreten, die wesentlich kleiner sind als die Grenzzähnezahlen z_g ; 2. Ein Räderpaar mit gegebenem Modul m und bekannten Zähnezahlen z_1 und z_2 soll statt im normalen Achsenabstand $a_o = \left(\frac{z_2 \pm z_1}{2}\right)m$ in einem anderen Achsenabstand a_v ohne jeden Flankenspielraum kämmen.

Da die erste Forderung durch Vergrößerung des Werkzeugeingriffswinkels α , durch Verkleinerung des Zahnhöhenkennwerts (Faktor y) des Rades bzw. des Werkzeugs oder durch Profilverschiebung (Faktor x) des Abwälzwerkzeugs, die zweite Forderung nur durch Änderung der Zahnstärken oder durch Profilverschiebung erfüllt werden kann, so steht das Verfahren der Profilverschiebung an erster Stelle, zumal es vielseitig und mit normalen Wälzwerkzeugen ohne Mehrkosten anwendbar ist. Das Verfahren baut sich auf der Unempfindlichkeit aller Evolventenräder gegen Achsenabstandsänderung auf.

Zwei Räder arbeiten richtig zusammen, wenn sie ein gemeinsames Bezugsprofil haben. Als Bezugsprofil gilt im folgenden DIN 867 mit Eingriffswinkel α und mit einer allgemeinen Kopfhöhe des Zahnstangenwerkzeugs $k = h/2 + S_k = m y + 0,2 m = (y + 0,2)m$. Bei normgemäßer Verzahnung ist $y = 1$, also $k = 1,2m$. Während bei der genormten Satzräderverzahnung die Mittellinie MM des Bezugsprofils den Teilkreis des Rades im Wälzpunkt C berührt, verläuft bei der Sonderverzahnung MM im Abstand $\pm x m$ von C . Man nennt $\pm x$ den Profilverschiebungsfaktor und bezeichnet als Nullräder (0-Räder) alle bisher besprochenen normalen Evolventenräder, bei denen die Mittellinie MM des Bezugsprofils den Wälzpunkt C berührt, bei denen also die Profilverschiebung $\pm x m = 0$, d. h. $x = 0$, als Verschiebungsräder (V-Räder) solche Räder, bei denen $x \geq 0$ ist. Beim V_{plus} -Rad ist die Mittellinie MM des Bezugsprofils gegenüber dem Teilkreiswälzpunkt C um $CM = + x m$ radial nach außen (von 0 weg) verschoben, beim V_{minus} -Rad um

$CM = -xm$ radial nach innen (nach 0 zu). Der Profilverschiebungsfaktor x beeinflusst die Zahngestalt. Bei Außenverzahnung nimmt bei $+x$ die Zahnstärke zu, die Fußhöhe ab, bei $-x$ umgekehrt. Der Querschnitt (Abb. 45) kann gemildert oder vermieden werden, allerdings nur so weit, bis bei zu großem x -Wert bzw. bei zu kleiner Zähnezahl die Zahnform spitzig zu werden beginnt. Nullräder werden Grenzräder, wenn die im Abstand ym von MM (Abb. 43) verlaufende maßgebende Kopflinie des Bezugsprofils den Grundkreisberührungspunkt N_1 trifft, also wenn $ym = CH = MH$ ist, dagegen Räder mit Unterschnitt, wenn $ym > CH = MH$, Räder ohne Unterschnitt, wenn $ym < CH = MH$ ist. V-Räder werden Grenzräder, wenn (Abb. 44) $ym = MH = CH + CM = N_1C \sin \alpha + xm = O_1C \sin^2 \alpha + xm = \frac{zm}{2} \sin^2 \alpha + xm = \frac{zm}{z_g} + xm$; also entstehen

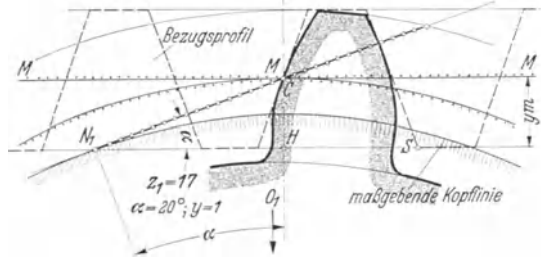


Abb. 43. Null-Grenzrad.

V-Grenzräder, wenn $y = z/z_g + x$; $x = y - z/z_g$
 V-Räder mit Unterschnitt, wenn $y > z/z_g + x$; $x < y - z/z_g$
 V-Räder ohne „ „ „ „ $y < z/z_g + x$; $x > y - z/z_g$

Mit dieser Gleichung läßt sich jedes Nicht-Grenzrad zum Grenzrad umbilden bei entsprechender Berechnung von x bzw. y .

Beispiel: $\alpha=20^\circ$; $z=10$; $y=0,9$; dann $x = 0,9 - 10/17 = 0,9 - 0,588 = +0,312$, d. h. V_{plus} -Rad mit Stumpfzahn und $0,312 m$ Profilverschiebung als Grenzrad.

Bei normgemäßer Verzahnung ($y = 1$) ergibt sich für V-Grenzräder ein Profilverschiebungsfaktor $x = 1 - \frac{z}{z_g} = \frac{z_g - z}{z_g}$.

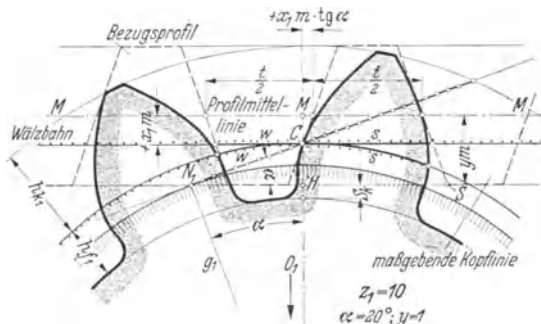


Abb. 44. V-Grenzrad.

Durch Einsetzen der rechnerischen Grenzzähnezahlen folgt für

$$\alpha = 20^\circ \text{ der rechnerische Profilverschiebungsfaktor } x = \frac{17 - z}{17}$$

$$\alpha = 15^\circ \text{ „ „ „ „ } x = \frac{30 - z}{30}$$

Volle Unterschnittfreiheit ist nur zu erreichen, wenn die Räder mit einem Profilverschiebungsfaktor $x \geq \frac{z_g - z}{z_g}$ abgewälzt werden. Man erreicht so kräftige Zahnformen und günstige Gleitverhältnisse im Getriebeeingriff, muß aber mit wachsendem x spitzig werdende Zähne, zunehmenden Achsdruck, wachsende Herstellungsfehler und bei kleinen Übersetzungen ($i \approx 1:1$) abnehmenden Überdeckungsgrad ε in Kauf nehmen. Im allgemeinen ist besser $x < \frac{z_g - z}{z_g}$ zu nehmen, weil dadurch bei kleinen Übersetzungen ε anwächst. Der eintretende Unterschnitt wird so lange unschädlich sein, als diese Zahnstellen nicht zum Eingriff kommen. Diese zweite Annahme liegt dem DIN-870-System zugrunde. Man nimmt hier

einen Zahnhöhenkennwert $y = \frac{5}{6}$ an (ohne ihn tatsächlich auszuführen) und erhält jetzt

$$x = \frac{5}{6} \frac{z}{z_g} = \frac{5}{6} \frac{z_g - z}{z_g}$$

Aus den rechnerischen Grenzzähnezahlen $z_g = 17$ bzw. $z_g = 30$ werden wieder die praktischen $z_g' = \frac{5}{6} \cdot 17 \approx 14$, bzw. $z_g' = \frac{5}{6} \cdot 30 = 25$ und es wird bei

$$\alpha = 20^\circ \text{ der praktische Profilverschiebungsfaktor } x = \frac{14 - z}{17},$$

$$\alpha = 15^\circ \text{ ,, ,, ,, ,, } x = \frac{25 - z}{30}.$$

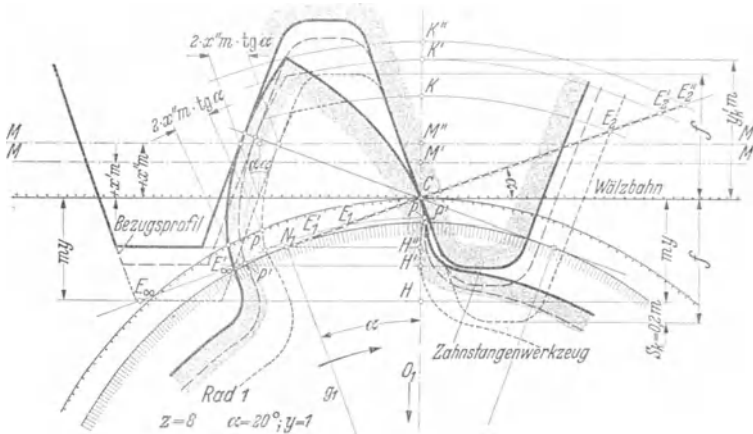


Abb. 45. Einfluß der Profilverschiebung auf Zahnform.

Abb. 45 zeigt verschiedene Zahnformen je nach Wahl von x :

..... Zahnform als Normalzahn ohne Profilverschiebung entwickelt ($x = 0$). Großer Unterschnitt. $\epsilon = \frac{E_1 E_2}{t \cos \alpha} = 0,915$ (ungenügend).

--- Zahnform mit Profilverschiebung $+x'm = \left(\frac{14 - 8}{17}\right)m$; wesentlich kleinerer Unterschnitt; stärkerer Zahn, kürzerer Fuß, längerer Kopf. $\epsilon = \frac{E_1' E_2'}{t \cos \alpha} = 1,21$.

— Zahnform mit Profilverschiebung $+x'm = \left(\frac{17 - 8}{17}\right)m$; maßgebende Kopflinie des Bezugsprofils geht durch N_1 , daher Unterschnitt verschwunden; V-Grenzrad, starker Zahn, Kopfteil zeigt stark spitzige Form. $\epsilon = \frac{N_1 E_2''}{t \cos \alpha} = 1,37$.

Die mit dem praktischen Profilverschiebungsfaktor abgewälzten V-Räder haben bei kleinen Übersetzungen ($i \approx 1 : 1$) besseres ϵ als die mit dem rechnerischen x -Wert hergestellten. Bei größeren Übersetzungen wird allerdings ϵ wieder ungünstiger. Aber selbst das nur um $\left(\frac{z_g' - z}{z_g}\right)m$ abgerückte Zahnstangenwerkzeug ($i = \infty : 1$) schneidet gegenüber dem um $\left(\frac{z_g - z}{z_g}\right)m$ abgerückten ver-

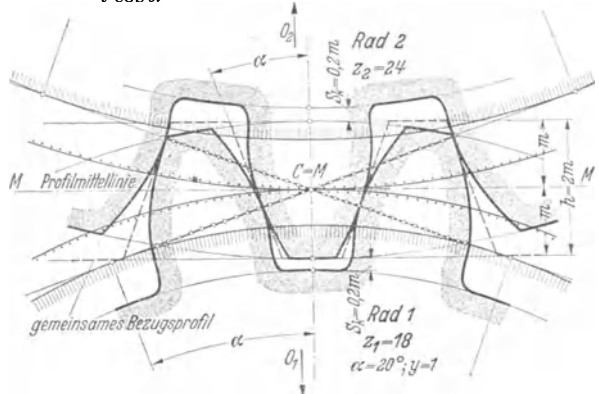


Abb. 46. Nullgetriebe. 2 Nullräder mit gemeinsamem, sich deckendem Bezugsprofil.

hältnismäßig wenig vom Zahnfuß weg. Diese Verkürzung des Fußeingriffsstreckenteils um $N_1 E_1'$ (Abb. 45) kann berechnet werden (s. VI. Beispiel 1).

Kleinste mit dem praktischen Profilverschiebungsfaktor $x = \frac{z_g' - z}{z_g}$ herstellbare Zähnezahl

bei $\alpha = 20^\circ; z_{\min} = 7;$
 „ $\alpha = 15^\circ; z_{\min} = 8.$

32. Nullgetriebe und V-Getriebe. Beim Nullgetriebe (Abb. 46) berühren sich die Teilkreise zweier Räder, deren beide Bezugsprofile sich genau decken, im Wälzpunkt C, so daß:

Achsenabstand bei Außenverzahnung $a_o = \left(\frac{z_2 + z_1}{2}\right) m$

Achsenabstand bei Innenverzahnung $a_o = \left(\frac{z_2 - z_1}{2}\right) m$

($z_2 =$ Großrad bzw. Hohlrad; $z_1 =$ Kleinrad).

Beim V-Getriebe (Abb. 47) berühren sich die Teilkreise zweier Räder mit genau sich deckenden Bezugsprofilen nicht, so daß ein zeichnerischer Achsenabstand a_p bzw. ein wirklicher Achsenabstand a_v bei flankenspielfreiem Eingriff entsteht. Bei sich deckendem Bezugsprofil wird z. B. bei V_{plus} -Rädern (+ x) bei Außenverzahnung (Abb. 48)

$$a_p^a = (r_2 + r_1) + (x_2 + x_1) m$$

$$= a_o^a + (x_2 + x_1) m$$

Innenverzahnung (Abb. 49)

$$a_p^i = (r_2 + x_2 m) - (r_1 + x_1 m)$$

$$= (r_2 - r_1) + (x_2 - x_1) m$$

$$= a_o^i + (x_2 - x_1) m$$

Bei Ausführung dieses Achsenabstandes a_p würden die beiden V-Räder im Betriebe

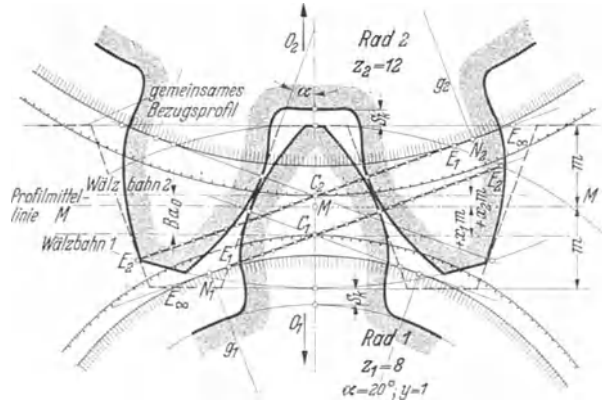


Abb. 47. V-Getriebe. 2 V_{plus} -Räder mit gemeinsamem, sich deckendem Bezugsprofil. $E_1 E_2$ Eingriffsstrecke zwischen Rad und Bezugsprofil. $+x_1 m$ bzw. $+x_2 m =$ Profilverschiebungen.

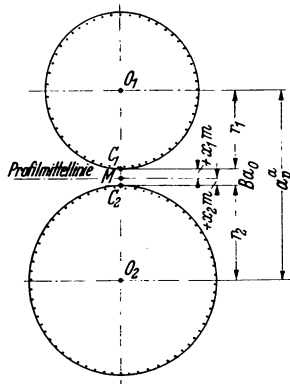


Abb. 48. Achsenabstand a_p^a zweier außenverzählter V_{plus} -Räder bei Deckung ihrer Bezugsprofile.

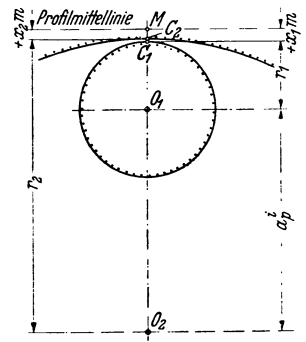


Abb. 49. Achsenabstand a_p^i zwischen V_{plus} -Hohlrad und V_{plus} -Kleinrad bei Deckung ihrer Bezugsprofile.

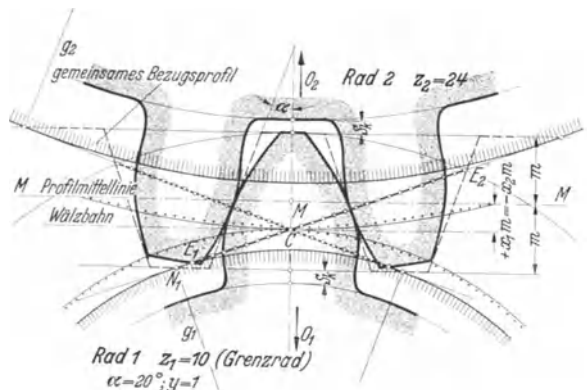


Abb. 50. V-Nullgetriebe (Außengetriebe); $+x_1 m = -x_2 m.$

einen unzulässigen Flankenspielraum zeigen; erst

Zahnstärke des Zahnstangenzahns auf der Profilmittellinie $MM = t/2$
 Zahnstärke des Zahnstangenzahns auf der Geraden durch $C = w =$ Lückenweite
 des Radzahns auf dem Teilkreis durch C .
 Zahnstärke des Radzahns auf dem Teilkreis durch $C = s =$ Lückenweite des Zahn-
 stangenzahns auf der Geraden durch C .

Es muß sein $t = s + w$ und Zahnstärke des Radzahns auf dem Teilkreis durch C

$$s = \frac{t}{2} + 2 x m \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \pi}{2} + 2 x m \operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{\pi}{2} + 2 x \operatorname{tg} \alpha \right) m$$

Zahnstärke (s_v) des Radzahns auf dem Betriebswälzkreis durch C_b (Abb. 53).
 Weil $N_v C_b = g \operatorname{tg} \alpha_v = N_v F$ (Evolventenkonstruktion) und $N_v G = g \alpha_v$ (α_v im
 Bogenmaß), so ist

$$BC_b = s_v/2 = AG r_v/g = (AF - GF) r_v/g = g[(\operatorname{tg} \gamma - \gamma) - (\operatorname{tg} \alpha_v - \alpha_v)] r_v/g.$$

Man heißt die Bogengröße $(\operatorname{tg} \gamma - \gamma)$
 bzw. $(\operatorname{tg} \alpha_v - \alpha_v)$ die Evolventen-
 funktion $Ev \gamma$ bzw. $Ev \alpha_v$. Sie kann
 für verschiedene Winkel der Tabelle 9
 entnommen werden.

Somit ist $s_v = 2 r_v (Ev \gamma - Ev \alpha_v)$,
 und weil

$$r_v = \frac{g}{\cos \alpha_v} = \frac{r \cos \alpha}{\cos \alpha_v} = \frac{z m \cos \alpha}{2 \cos \alpha_v},$$

so wird Zahnstärke

$$s_v = z m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} (Ev \gamma - Ev \alpha_v)$$

(gültig für jeden beliebigen zu α_v
 gehörigen Radius r_v).

Diese Gleichung geht für den Teil-
 kreis durch C , weil hier $\alpha_v = \alpha$ ist,
 über in

$$\begin{aligned} s &= z m (Ev \gamma - Ev \alpha) \\ &= (\pi/2 + 2 x \operatorname{tg} \alpha) m, \end{aligned}$$

woraus die Bogengröße des spitzigen Zahns am Grundkreis folgt zu

$$Ev \gamma = \frac{\pi/2 + 2 x \operatorname{tg} \alpha}{z} + Ev \alpha.$$

Aus dem spielfreien Eingriff der beiden Zahnräder folgt, daß die Summen
 aus Zahnstärke und Lücke jeden Rades am Betriebswälzkreis gleich der Summe
 der Zahnstärken beider Räder, gleich der Betriebswälzkreisteilung t_w sind, also
 $s_{v_1} + w_{v_1} = s_{v_2} + w_{v_2} = s_{v_1} + s_{v_2} = t_w$. Da

$$t_w : t = r_v : r = \frac{g}{\cos \alpha_v} : \frac{g}{\cos \alpha}, \text{ so } t_w = t \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} \text{ und } s_{v_1} + s_{v_2} = t \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v}.$$

Führt man in diese Gleichung die vorher gefundene Gleichung für die Zahnstärke s_v
 ein, dann folgt

$$z_1 m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} (Ev \gamma_1 - Ev \alpha_v) + z_2 m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} (Ev \gamma_2 - Ev \alpha_v) = t \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v},$$

oder

$$z_1 Ev \gamma_1 + z_2 Ev \gamma_2 - Ev \alpha_v (z_1 + z_2) = \pi,$$

oder

$$z_1 \left(\frac{\pi/2 + 2 x_1 \operatorname{tg} \alpha}{z_1} + Ev \alpha \right) + z_2 \left(\frac{\pi/2 + 2 x_2 \operatorname{tg} \alpha}{z_2} + Ev \alpha \right) = \pi + Ev \alpha_v (z_1 + z_2),$$

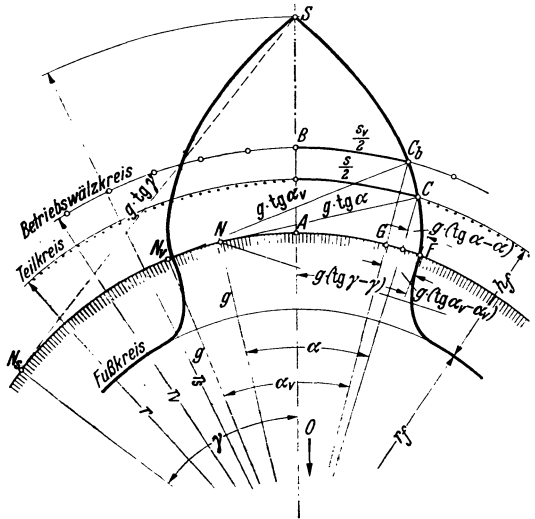


Abb. 53. Bezeichnung für Zahnstärkenberechnung.

schließlich

$$Ev\alpha_v = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha (x_1 + x_2)}{(z_1 + z_2)} + Ev\alpha,$$

die Gleichung für den neuen Betriebseingriffswinkel α_v . Sie zeigt, daß die Bogengröße $Ev\alpha_v$ und somit α_v nur von der Summe $(x_1 + x_2)$ bzw. $(z_1 + z_2)$ abhängt, also nicht von der Größe der Einzelwerte x bzw. z , also z. B. nicht vom Übersetzungsverhältnis z_2/z_1 .

Ist

$$\alpha = 20^\circ, \text{ dann } \operatorname{tg} \alpha = 0,363970 \\ \hat{\alpha} = 0,349066 \text{ (Bogenmaß)}$$

also

$$Ev\alpha = (\operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha}) = 0,014904$$

Tabelle 9. Evolventenfunktion.

α°	$Ev\alpha = (\operatorname{tg} \alpha - \alpha)$					
	0'	10'	20'	30'	40'	50'
12	0,003117	0,003250	0,003387	0,003528	0,003673	0,003822
13	0,003975	4132	4294	4459	4629	4803
14	0,004982	5165	5353	5545	5742	5943
15	0,006150	6361	6577	6798	7025	7256
16	0,007493	7735	7982	8234	8492	8756
17	0,009025	9299	9580	9866	10158	10456
18	0,010760	11071	11387	11709	12038	12373
19	0,012715	13063	13418	13779	14148	14523
20	0,014904	0,015293	0,015689	0,016092	0,016502	0,016920
21	0,017345	17777	18217	18665	19120	19583
22	0,020054	20533	21019	21514	22018	22529
23	0,023049	23577	24114	24660	25214	25777
24	0,026350	26931	27521	28121	28729	29348
25	0,029975	30613	31260	31917	32583	33260
26	0,033947	34644	35352	36069	36798	37537
27	0,038287	39047	39819	40602	41395	42201
28	0,043017	43845	44685	45537	46400	47276
29	0,048164	49064	49976	50901	51838	52788
30	0,053751	0,054728	0,055717	0,056720	0,057736	0,058765
31	0,059809	60866	61937	63022	64122	65236
32	0,066364	67507	68665	69838	71026	72230
33	0,073449	74684	75934	77203	78483	79781
34	0,081097	82428	83777	85142	86525	87925
35	0,089342	90777	92230	93701	95190	96698
36	0,098224	9977	10133	10292	10452	10614
37	0,10778	10944	11113	11283	11455	11630
38	0,11806	11985	12165	12348	12534	12721
39	0,12911	13102	13297	13493	13692	13893
40	0,14097	0,14303	0,14511	0,14722	0,14936	0,15152
41	0,15370	15591	15815	16041	16270	16502
42	0,16737	16974	17214	17457	17702	17951
43	0,18202	18457	18714	18975	19238	19505
44	0,19774	20047	20323	20603	20885	21171
45	0,21460	21753	22049	22348	22651	22958
46	0,23268	23582	23899	24220	24545	24874
47	0,25206	25543	25883	26228	26576	26929
48	0,27285	27646	28012	28381	28755	29133
49	0,29516	29903	30295	30691	31092	31498
50	0,31909	0,32324	0,32745	0,33171	0,33601	0,34037
51	0,34478	34924	35376	35833	36295	36763
52	0,37237	37716	38202	38693	39190	39693
53	0,40202	40717	41239	41767	42302	42843
54	0,43390	43945	44506	45047	45650	46232
55	0,46822	0,47419	0,48023	0,48635	0,49255	0,49882

Für ein gegebenes Getriebe (z_1, z_2) und für gegebene oder gewählte Profilverschiebungsfaktoren (x_1, x_2) kann die Evolventenfunktion $Ev\alpha_v$ berechnet und aus Tabelle 9 der Betriebseingriffswinkel α_v bestimmt werden. Der genaue Achsenabstand a_v wird

$$a_v = r_{v_1} + r_{v_2} = \frac{g_1}{\cos \alpha_v} + \frac{g_2}{\cos \alpha_v} = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} = a_0 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} = \left(\frac{z_1 + z_2}{2}\right) m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v}.$$

Die Teilkreispunkte C_1 und C_2' der beiden Räder stehen im Abstand von

$$v = a_v - a_0 = a_0 \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} - 1 \right) = B_v a_0, \text{ wobei } B_v = \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_v}{\cos \alpha_v} \text{ (Abb. 52).}$$

Fußtiefe h_f der Zähne gemessen vom Teilkreis bis zum Fußkreis. Sie wird vom Zahnstangenwerkzeug mit der normalen Kopfhöhe $(m + S_k) = 1,2m$ ausgeschnitten, das um $\pm x_1 m$ bzw. $\pm x_2 m$ abgerückt ist. Bei positivem x -Wert, also V_{plus} -Rad folgt

$$\begin{aligned} h_{f_1} &= 1,2m - x_1 m = (1,2 - x_1) m \\ h_{f_2} &= \quad \quad \quad = (1,2 \mp x_2) m \end{aligned}$$

(unteres Vorzeichen für Hohlräder).

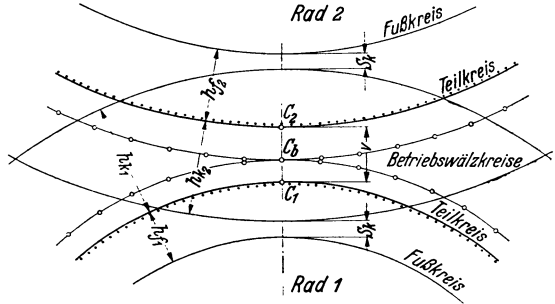


Abb. 54. Kopf- und Fußhöhen der V-Räder.

Kopfhöhe h_k der Zähne gemessen vom Teilkreis bis zum Kopfkreis. Zwischen Kopfkreis des einen und Fußkreis des andern Rades soll ein Kopfspielraum von $S_k = 0,2m$ entstehen (Abb. 54).

$$\begin{aligned} h_{k_1} &= h_{f_2} + v - S_k = (1,2 \mp x_2 - 0,2) m + v = (1 \mp x_2) m + v \\ h_{k_2} &= h_{f_1} + v - S_k = \quad \quad \quad = (1 - x_1) m + v \end{aligned}$$

daher ganze Zahnhöhe = Lückentiefe = Fräs- oder Stoßtiefe

$$\begin{aligned} h_{f_1} + h_{k_1} &= (1,2 - x_1) m \\ &+ (1 \mp x_2) m + v \\ &= 2,2m + v \\ &- (x_1 \pm x_2) m. \end{aligned}$$

Bei Null- und V-Nullgetrieben ist $(x_1 \pm x_2) = 0$, somit, weil $\cos \alpha = \cos \alpha_v$, auch $v = 0$: bei V-Getrieben wird $v < (x_1 + x_2)m$, d. h. die Zahnhöhe wird kleiner als die normale mit $(h + S_k) = 2,2m$ Kopfkreis- oder Außendurchmesser

$$\begin{aligned} d_{a_1} &= z_1 m + 2h_{k_1}; \\ d_{a_2} &= z_2 m \pm 2h_{k_2} \end{aligned}$$

(untere Vorzeichen für Hohlräder).

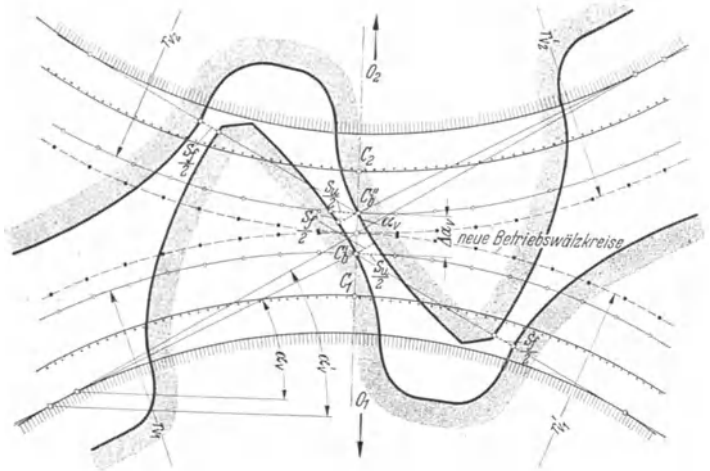


Abb. 55. Einfluß des Flankenspielraums S_f auf Achsenabstand a_v und Betriebseingriffswinkel α_v .

Ungenauigkeiten bei der Herstellung z. B. Exzentrizitätsfehler zwingen meist, einen kleinen Flankenspielraum zuzugestehen; man vergrößert also den für flanken-

spielfreien Gang berechneten genauen Achsenabstand a_v um einen Betrag Δa_v . Nach Abb. 55 verteilt sich der dadurch entstehende gesamte Flankenspielraum S_f zur Hälfte auf linke und rechte Zahnflanke, gemessen in Richtung der Eingriffsgersten. Es ist $S_f/2 \approx \Delta a_v \sin \alpha_v$ ($\alpha_v =$ Eingriffswinkel des spielfreien Getriebes). In Richtung des Umfangs tritt ein Spiel von $S_u/2 = \Delta a_v \operatorname{tg} \alpha_v$ auf. Es entstehen zwei neue Wälzkreisradien r_{v_1}' und r_{v_2}' , ein neuer Achsenabstand a_v' und ein neuer Betriebseingriffswinkel α_v' .

$$\text{Neuer Achsenabstand } a_v' = a_v + \Delta a_v \approx a_v + \frac{S_f}{2 \sin \alpha_v}.$$

$$\text{Neuer Betriebseingriffswinkel } \alpha_v' \text{ aus } \cos \alpha_v' = a_0 \frac{\cos \alpha}{a_v'}.$$

34. Annähernde Berechnung des Achsenabstandes a_v und der bei verlangtem normalen Kopfspiel $S_k = 0,2m$ nötigen Kopfkürzung xm der vorläufigen Kopfkreisdurchmesser d_k nach DIN 870.

Es ist Teilkreisabstand zweier V-Räder mit Achsenabstand a_v bei spielfreiem Eingriff

$$v = a_v - a_0 = a_0 \left(\frac{\cos \alpha - \cos \alpha_v}{\cos \alpha_v} \right) = B_v a_0,$$

Teilkreisabstand zweier V-Räder mit Achsenabstand $a_p (> a_v)$, die bei sich deckendem Bezugsprofil mit großem meist unzulässigem Flankenspielraum zusammenarbeiten (Abb. 47): $(x_1 + x_2)m = B a_0$.

Die genaue durch die vorausgehende Bestimmung von α_v etwas zeitraubende Berechnung von B_v kann durch Ermittlung von B_v bzw. B aus den Näherungsgleichungen der Tabelle 10 ersetzt werden.

Vermeht man die Gleichung $B a_0 = (x_1 + x_2)m$ mit B_v/B , so erhält man eine Ersatzgleichung für v , nämlich

$$B_v a_0 = \frac{(x_1 + x_2)m}{B/B_v} = v$$

und somit die Gleichung für den Achsenabstand

$$a_v = a_0 + v = a_0 + B_v a_0 = a_0 (1 + B_v).$$

Durch die Verringerung des Teilkreisabstandes bei V-Getrieben von $B a_0$ auf $B_v a_0$ entsteht eine Minderung des Kopfspielraums. Will man, was zu empfehlen ist, ein gleichbleibendes Kopfspiel $S_k = 0,2m$ einhalten, dann dürfen die vorläufigen Kopfkreisdurchmesser

$$d_{k_1} = (z_1 + 2)m + 2x_1m \text{ bzw. } d_{k_2} = (z_2 + 2)m + 2x_2m$$

nicht ausgeführt, sondern müssen gekürzt werden. Die Größe dieser Kopfkürzung ist $xm = (a_p - a_v) = (B - B_v)a_0$. Da an beiden Enden der Durchmesser zu kürzen ist, so sind die richtigen Außendurchmesser

$$\begin{aligned} d_{a_1} &= (z_1 + 2)m + 2x_1m - 2xm = (z_1 + 2 + 2x_1 - 2x)m, \\ d_{a_2} &= (z_2 + 2)m + 2x_2m - 2xm = (z_2 + 2 + 2x_2 - 2x)m. \end{aligned}$$

Bei Hohlrädern wird $d_{k_2} = d_{a_2} = (z_2 - 2)m + 2x_2m$, da hier V-Nullgetriebe ausgeführt werden, also $x_1 = x_2$, $v = 0$, $B = B_v = 0$ und $x = 0$ ist.

Übersichtsdiagramme der V- und Nullgetriebe, Zahlentafeln über B -, B_v - und x -Werte, sowie eine Reihe von Rechnungsbeispielen finden sich in [9] oder Maschinenbau DIN-Mitteilungen Bd. 12 (1929), Heft 13, S. 456.

Schließlich ist nochmals zu wiederholen, daß die berechneten x_1, x_2 -Werte Mindestwerte sind, die bei $\alpha = 20^\circ$ mit $x = \frac{17-z}{17}$ V-Grensräder ohne jeden Unterschnitt, mit $x = \frac{14-z}{17}$ V-Räder mit ganz geringem Unterschnitt geben, der aber bei kleinen, in der Nähe von $i = 1:1$ liegenden Übersetzungen noch un-
schädlich ist. Die x_1, x_2 -Werte dürfen nach der Gleichung

$$x \geq \frac{z_g - z}{z_g} \quad \text{bzw.} \quad x \geq \frac{z_g' - z}{z_g}$$

um geringe Beträge erhöht werden.

Man wird das tun, wenn man einen bestimmten Achsenabstand einhalten muß oder wenn man für einen bestimmten Betriebsfall und für eine gegebene Übersetzung die bestmögliche Getriebeausführung finden will. Man verläßt dann bewußt die starre Berechnung des DIN 870-Systems und sucht zu vermitteln zwischen den bei höherem x -Wert auftretenden Vorteilen (bessere Belastbarkeit wegen günstigerer Zahnformen und bessere Gleitverhältnisse) und den Nachteilen (kleinerer Überdeckungsgrad, spitzigerer Zahnkopf und größerer Achsdruck).

III. Stirnräder mit schraubenförmigen Zähnen: Schrägzahnstirnräder.

35. Aufzeichnung. Die Flankenlinien der Planverzahnung (Schrägzahnstange, -zahnplatte) sind unter dem Schrägungswinkel β rechtssteigende (Abb. 1c) oder linkssteigende Geraden. Die Flankenlinien des dieser Planverzahnung als größtem Satzrade zugeordneten Schrägstirnrades werden daher auf dem Wälzzylindermantel links- bzw. rechtssteigende Schraubenlinien. Die Tangenten an diese Schraubenlinien bilden mit der parallel zur Radachse verlaufenden Zylinder-Erzeugenden den Schrägungswinkel β , mit der Kreistangente den Steigungswinkel γ . Es ist $\gamma + \beta = 90^\circ$. Außengetriebe haben entgegengesetzten, Innengetriebe (wie Schraube und Mutter) gleichgerichteten Steigungssinn. Die Größe der Zahnschrägung gibt bei bekannter Zahnbreite b auch das Maß s an. Man nennt $s = \text{Sprung}$, $t_s = \text{Stirn-}$
teilung (Umfangsteilung), $t_n = \text{Normalteilung} = \text{Abstand zweier benachbarter Rechtsflankenlinien in der Planverzahnung}$, daher $\text{tg } \beta = s/b$; $\cos \beta = t_n/t_s$.

Man unterscheidet zwischen Stirnprofil und Normalprofil, d. h. zwischen Profilbild der Planverzahnung in Richtung Stirnteilung t_s bzw. Normalteilung t_n . Das Stirnprofil ist für den Überdeckungsgrad, das Normalprofil für Herstellung und Werkzeug maßgebend. Der Überdeckungsgrad ε' der Schrägverzahnung in Richtung des Umfangs setzt sich zusammen aus der Profilüberdeckung ε der Stirnverzahnung mit den Maßen des Stirnprofils und aus der Sprungüberdeckung ε_s der Flankenlinien (Abb. 56), es ist also

$$\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_s = \frac{E_1' E_2'}{\cos \alpha_s t_s} + \frac{s}{t_s} = \frac{\varepsilon' + s}{t_s}.$$

Wählt man $s > t_s$, dann greift immer der folgende Zahn schon ein, ehe der vorausgehende außer Eingriff ist und es kann, weil jetzt $s/t_s > 1$ ist, der Überdeckungsgrad ε der Stirnverzahnung beliebig klein werden. Die Lotebene $n - n$ (Abb. 57) zur Tangente an die Flankenlinie im Punkt C schneidet den Wälzzyylinder in einer Ellipse, deren große Achse $A = r/\cos \beta$, deren kleine $B = r$ ist. Dieser ebene Normalschnitt zeigt das Normalprofil des Schraubenzahns, genau allerdings nur im Punkt C , in allen benachbarten Punkten um so ungenauer, je weiter sie von C abliegen und je kleiner die Zähnezahlszahl des Schraubenrades ist. Da der Krümmungs-

radius der Ellipse im Punkt C gegeben ist durch $r_n = \frac{A^2}{B} = \frac{r^2}{\cos^2 \beta} = \frac{r}{\cos^2 \beta}$ (Aufzeichnen möglich aus der Konstruktion der mittleren Proportionale $r_n/A = A/B$), so kann im Punkt C die Ellipse genau durch einen Kreis mit Radius r_n und das Profil der Schrägverzahnung angenähert durch das der Geradverzahnung eines Stirnrads mit Wälzkreisradius r_n ersetzt werden. Legt man für diesen Normal-

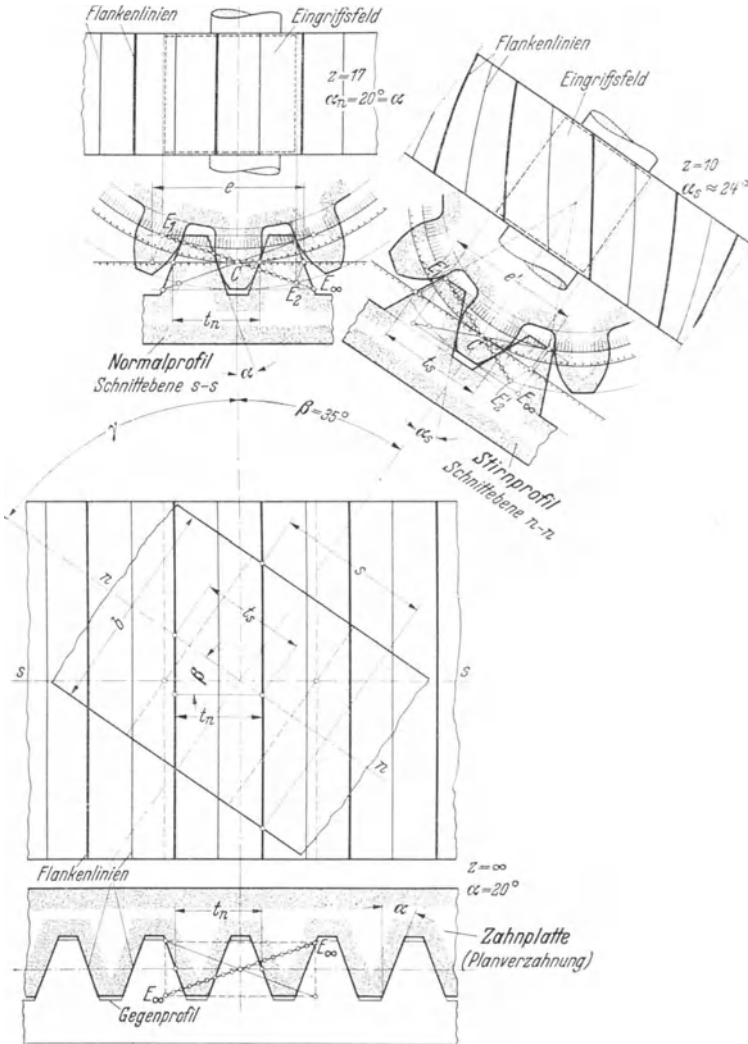


Abb. 56. Stirnrad und Schräg Zahnstirnrad aus der Zahnplatte (Planverzahnung) durch Abwälzen entwickelt.

schnitt das Evolventenbezugsprofil mit der Normalteilung $t_n = m_n \pi$ und dem Eingriffswinkel $\alpha_n = 20^\circ$ (15°) fest und wählt für den Normalmodul m_n einen genormten Modul der Reihe nach DIN 780, so können die Schräg Zahn- (Schraubenzahn-) Flanken mit den beim Schneiden gerader Zähne üblichen Schneidwerkzeugen bearbeitet werden. Sind also $t_n = m_n \pi$, r_n und z_n die Bestimmungsgrößen des Ersatzstirnrads mit geraden Zähnen in Normalschnittebene, dann folgt

$$2 r_n \pi = z_n t_n \quad \text{und} \quad z_n = \frac{2 r_n \pi}{t_n} = \frac{2 r \pi}{\cos^2 \beta t_s \cos \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (\text{da } 2 r \pi = t_s z).$$

Teilkreishalbmesser des Schrägzahn- (Schraubenzahn-) Rades $r = \frac{z t_n}{2 \pi \cos \beta} = \frac{z m_n}{2 \cos \beta}$,

Teilkreisdurchmesser

$$d = \frac{z m_n}{\cos \beta},$$

Achsenabstand (— Zeichen für Innenverzahnung)

$$a = (z_2 \pm z_1) \frac{m_n}{2 \cos \beta}.$$

Außendurchmesser

$$d_k = d + 2 m_n.$$

Die Halbmesser r und der Achsenabstand a sind meist gebrochene Zahlen. Der Stirnschnitt in Ebene $s - s$ ergibt ein Bezugsprofil, das gleiche Höhenmaße aber entsprechend der größeren Stirnteilung t_s einen größeren Eingriffswinkel α_s besitzt. Weil $\operatorname{tg} \alpha_n = t_n/4l$ und $\operatorname{tg} \alpha_s = t_s/4l$, so $\operatorname{tg} \alpha_n / \operatorname{tg} \alpha_s = t_n/t_s = \cos \beta$.

36. Mindestzähnezahl, Profilverziehung.

Aus Gleichung $z = z_n \cos^3 \beta$ folgt zu einem gegebenen Winkel β die kleinste Zähnezahl z_{\min} bzw. z'_{\min} , die keinen oder keinen schädlichen Unterschnitt besitzt, wenn für die Zähnezahl z_n des Ersatzstirnrades die rechnerische Grenzzähnezahl $z_g = 17$ (30) bzw. die praktische Grenzzähnezahl $z_g' = 14$ (25) gesetzt wird, aus Gleichung $\operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$ der im Stirnschnitt des Bezugsprofils auftretende Eingriffswinkel α_s . Da die Schrägungswinkel β_a, β_i am Kopf- bzw. Fußkreiszyylinder nicht mit dem Schrägungswinkel β am Teilzylinder übereinstimmen, mit dem die Fräser eingestellt werden, so schneiden diese nicht nur in Normalprofilebene, sondern greifen auch wechselseitig weiter vorn und hinten die Zahnflanken an. Es treten die geschnittenen Zahnkurven besonders in den Kopf- und Fußteilen um so mehr gegen die theoretische Zahnform zurück, je weiter jene vom Punkt C abliegen, je kleiner die Zähnezahl, je größer β ist. Abb. 58 läßt die angenäherten Winkel β ablesen und außerdem erkennen, wann die Zähne spitzig werden. Richtig geformte Lücken liefert nur das Abwälzverfahren mit Hobelstahl, was besonders bei kleinen Zähnezahlen zu beachten ist. Für die Wahl des passenden Formfräasers ist die Zähnezahl des Ersatzstirnrades $z_n = z / \cos^3 \beta$ und der Normalmodul m_n maßgebend.

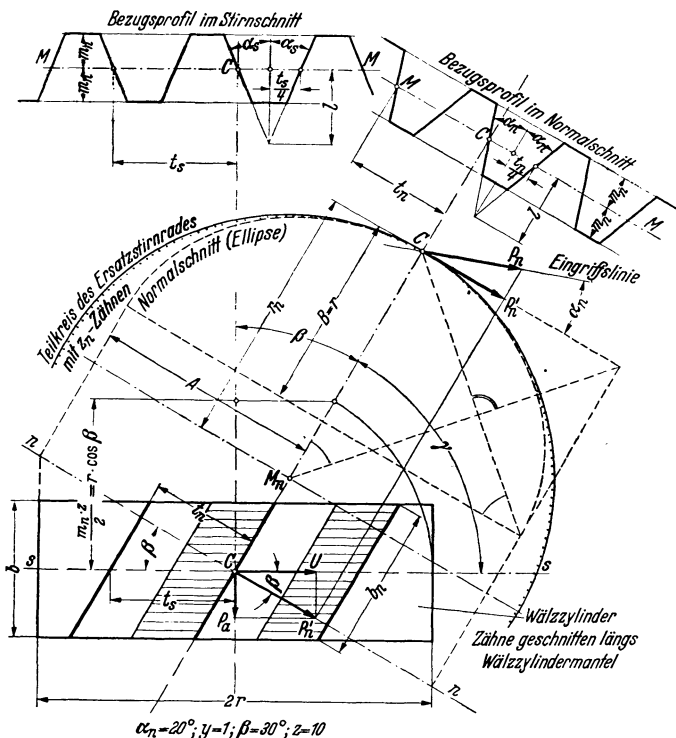


Abb. 57. Wälzkreishalbmesser r und Krümmungshalbmesser r_n des Schrägzahnstirnrades.

Müssen die aus Diagramm ersichtlichen z_{\min} -Werte noch mehr erniedrigt werden, dann ist Unterschnitt nur mehr durch Profilverziehung vermeidbar, wobei der Profilverziehungsfaktor bei normgemäßer Zahnhöhe ($y = 1; h = 2 m_n$)

$x = \frac{z_g' - z_n}{z_g}$ zu wählen ist (Tabelle 11). Um den Betrag $\pm x m_n$ wird das Wälz-

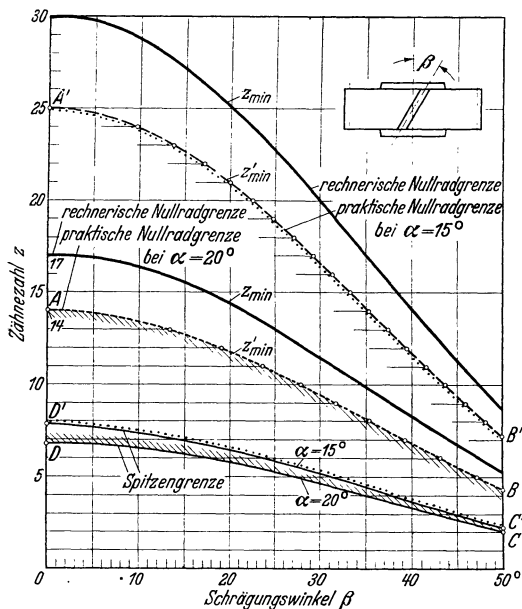


Abb. 58. Einfluß des Schrägungswinkels β auf die (rechnerisch bzw. praktisch) kleinsten Zähnezahlen (z_{\min} bzw. z'_{\min}) der Nullräder. AB = praktische Grenze zwischen Nullrädern und V-Rädern. DC = Spitzengrenze der Zahnköpfe. (Die Punkte A' bis D' beziehen sich auf $\alpha = 15^\circ$.)

Tabelle 11.

α	20°	15°
x	$\frac{14 - \frac{z}{\cos^3 \beta}}{17}$	$\frac{25 - \frac{z}{\cos^3 \beta}}{30}$

werkzeug vom Wälzzylinder abgerückt. Derartige Räder können genau wie Geradzahnstirnräder zu V-Null- oder V-Getrieben zusammengesetzt werden, unter Verwendung der dort angegebenen Gleichungen. Profilabrückungen sollen im Abwälzverfahren mit Hobelstahl vorgenommen werden, da die Ungenauigkeiten um so mehr wachsen, je länger die Zahnköpfe werden (s. auch [9] Beispiel 9).

37. Kräfte. Die Projektion P_n' des senkrecht zur Zahnflanke im Punkt C wirkenden resultierenden Normaldrucks P_n kann zerlegt werden in eine Umfangskraft U in Radebene $s-s$, und in eine

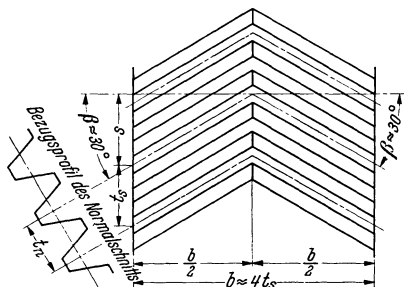


Abb. 59. Pfeilzähne.

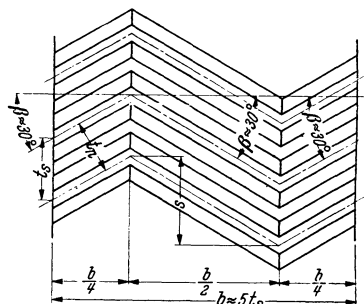


Abb. 60. Doppelpfeilzähne.

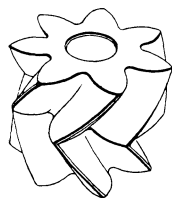


Abb. 61. Pfeilzahnritzel.

Axialkraft P_a : es ist $P_a = U \operatorname{tg} \beta$; $P_n' = U / \cos \beta$; d. h. mit zunehmendem Schrägungswinkel β wächst die Axialkraft P_a , die von den Lagerbündeln aufgenommen werden muß. Daher haben einfache Schraubenzähne nur einen Schrägungswinkel $\beta = 10$ bis 30° , gewöhnlich $\beta = 20^\circ$. Schrägungswinkel β bis 45° und mehr nur bei doppelten Schraubenzähnen (Abb. 59, 60, 61), deren gleich große aber entgegengesetzt gerichtete Zahnschrägen die Axialkraft bereits im Radkörper auffangen. Die Umfangskraft verteilt sich von selbst zu gleichen Teilen auf die beiden Zahnschrägen, wenn ein Rad sich axial einstellen kann.

38. Vorzüge der Schrägverzahnung gegenüber der Geradverzahnung. Allmählich auf die ganze Breite des Zahns wirkende Belastung und ebenso allmähliche

Entlastung. Daher weicher Eingriff und fast geräuschloser Lauf, besonders bei geschliffenen Flanken. Eine Schrägverzahnung ist immer bedeutend widerstandsfähiger als eine Geradzahnverzahnung mit gleicher Normalteilung t_n . Kleine Zahnform- und Teilungsfehler und Durchbiegungen der Zähne verursachen wesentlich geringere Stoßwirkungen als bei geraden Zähnen. Unterschnittfreie Verzahnungen bis zu den kleinsten Zähnezahlen. Anwendung bei Hochleistungsgetrieben und großen Übersetzungen (z. B. Dampfturbinen-, Walzwerks-, Werkzeugmaschinen-, Kraftwagen-Getriebe).

39. Nachteile. Schwierigere Herstellung; größerer Zahnreibungsverlust, da $P_n' > U$; Axialkräfte bei der einfachen Schrägverzahnung.

IV. Kegelräder.

A. Kegelräder mit geraden Zähnen.

40. Grundsätzliches. Hier rollen die Mantelflächen zweier Kreiskegel, der Wälzkegel aufeinander ab (Abb. 62). Die Berührung erfolgt längs der gemeinsamen Kegelerzeugenden MC . Dar-

aus folgt, daß sich die beiden Achsen der Wälzkegel in M schneiden müssen. Die Evolventenzahnflanken entstehen dadurch, daß sich die an die beiden Grundkreiskegelgelegte Tangentialfläche auf dem Grundkreiskegelmantel abwälzt. Die Zahnflankenflächen sind Geradenflächen, deren Erzeugende stets durch die gemeinsame Kegelspitze M gehen (Pyramiden). Die genaue Zahnform der (sphärischen) Evolvente erscheint nur auf Kugel-flächen, die äußere Stirnbegrenzung dieser Zähne müßte also eine Kugelzone mit Radius MC sein. Will man die Eingriffsverhältnisse zeich-

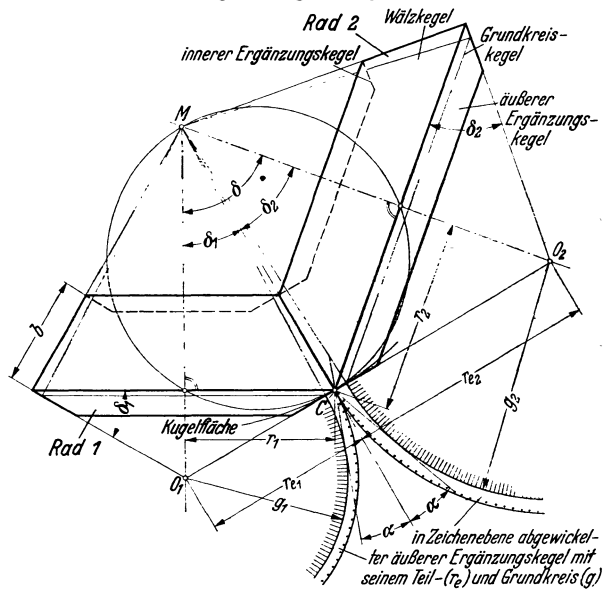


Abb. 62. Wälz- und Ergänzungskegel der Kegelräder.

nerisch untersuchen, dann muß man statt der nicht abwickelbaren Kugeloberfläche die Mantelfläche eines Kegels als Zahnbegrenzung wählen. Diese Ergänzungskegel-Mantelflächen werden als Kreissektoren in die Zeichenebene ausgebreitet und ihre Radien $r_{e1} = O_1C$ bzw. $r_{e2} = O_2C$, die senkrecht zur Kegelerzeugenden MC stehen, stellen die Teilkreise einer angenäherten Verzahnung vor, für die wieder alle bei der Stirnradverzahnung gemachten Angaben gelten.

Es ist δ_1 bzw. $\delta_2 =$ Wälzkegelwinkel des Rades 1 bzw. 2,

$\delta = \delta_1 + \delta_2 =$ Achsenwinkel,

r_1 bzw. $r_2 =$ Teilkreishalbmesser der größten Wälzkreise,

z_1 bzw. $z_2 =$ Zähnezahlen der Kegelräder,

n_1 bzw. $n_2 =$ Drehzahlen der Kegelräder,

ω_1 bzw. $\omega_2 =$ Winkelgeschwindigkeiten,

$\alpha = 20^\circ$ (15°) = Eingriffswinkel,

$m = t/\pi =$ Modul, gemessen auf den Teilkreisen r_1 bzw. r_2
(bei Geradzahnradern nicht genormt).

Jeder Punkt der größten Wälzkegelkreise hat gleiche Umfangsgeschwindigkeit, also $2r_1\pi n_1 = 2r_2\pi n_2$ oder $r_1\omega_1 = r_2\omega_2$, somit

Übersetzungsverhältnis

$$i = \omega_1/\omega_2 = n_1/n_2 = r_2/r_1 = z_2/z_1 = \sin \delta_2/\sin \delta_1.$$

Da $\delta_2 = \delta - \delta_1$ und $\delta_1 = \delta - \delta_2$, so

$$z_1 = \frac{\sin(\delta - \delta_2)}{\sin \delta_2} = \sin \delta \operatorname{ctg} \delta_2 - \cos \delta \text{ und}$$

$$\operatorname{ctg} \delta_2 = \frac{z_1/z_2 + \cos \delta}{\sin \delta}; \operatorname{ctg} \delta_1 = \frac{z_2/z_1 + \cos \delta}{\sin \delta}.$$

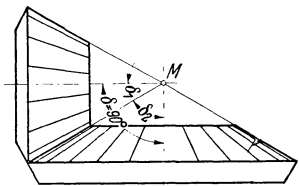


Abb. 63. Winkelradgetriebe.

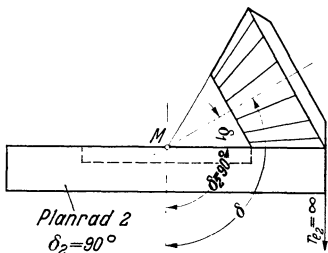


Abb. 64. Planradgetriebe.

Sonderfälle: 1. $\delta = 90^\circ$; Winkelräder (Abb. 63): hier $\cos 90^\circ = 0$; $\sin 90^\circ = 1$, also

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = z_2/z_1 \text{ oder } \operatorname{tg} \delta_1 = z_1/z_2;$$

$$\operatorname{ctg} \delta_2 = z_1/z_2 \text{ oder } \operatorname{tg} \delta_2 = z_2/z_1;$$

2. $\delta = 0$; Stirnräder;

3. $\delta_2 = 90^\circ$; Wälzkegel 2 (Abb. 64) wird zu einer radial verzahnten Planscheibe: Plankegelrad.

Länge der Ergänzungskegelkante = Teilkreisradius der Ersatzverzahnung: $r_{e1} = r_1/\cos \delta_1$;

$r_{e2} = r_2/\cos \delta_2$ (Abb. 62),

Grenzkreisradius $g_1 = r_{e1} \cos \alpha$; $g_2 = r_{e2} \cos \alpha$ ($\alpha = 20^\circ; 15^\circ \dots$).

Zähnezahl z_e des Ersatzstirnrades:

Teilkreisumfang des Kegelrades

$$2r_1\pi = z_1 t; \quad 2r_2\pi = z_2 t;$$

Voller Umfang des zum Kreis ergänzten abgewickelten Ergänzungskegelmantels, des Ersatzstirnrades $2r_{e1}\pi = z_{e1} t$;

$$2r_{e2}\pi = z_{e2} t; \text{ hieraus}$$

$$z_{e1}/z_1 = r_{e1}/r_1 = 1/\cos \delta_1.$$

Vollzähnezahl des Ersatzstirnrades

$$z_{e1} = z_1/\cos \delta_1; \quad z_{e2} = z_2/\cos \delta_2.$$

Diese z_e -Werte sind meist keine

ganzen Zahlen und sind maßgebend

1. zur Ermittlung der kleinsten unternschnittsfreien Zähnezahl des Kegelrades,

2. zur Bestimmung des Überdeckungsgrades ϵ ,

3. zur Bestimmung des Profilverschiebungsfaktors x ,

4. zur Berechnung der Kegelradzähne auf Festigkeit.

41. Mindestzähnezahl. Aus $z_1 = z_{e1} \cos \delta_1$ folgt das kleinste unternschnittsfreie Kegelrad z_{\min} , wenn für z_{e1} die rechnerische oder praktische Grenzzähnezahl eingesetzt wird. Bei $\alpha = 20^\circ$ ist $z_g = 17$; $z_g' = 14$; also

$$z_{\min} = 17 \cos \delta_1; \quad z'_{\min} = 14 \cos \delta_1.$$

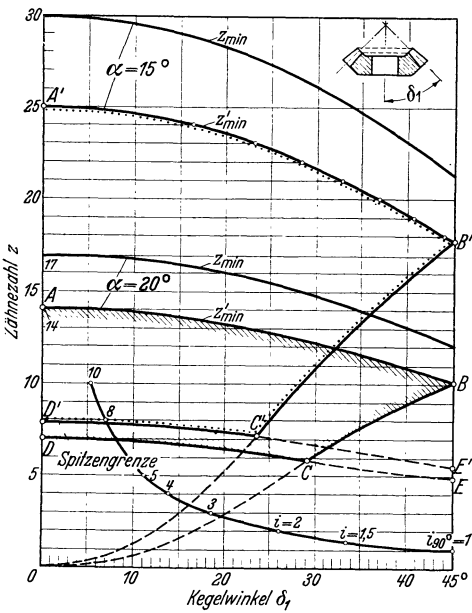


Abb. 65. Einfluß des Kegelwinkels δ_1 auf die (rechnerisch bzw. praktisch) kleinsten Zähnezahlen (z_{\min} bzw. z'_{\min}) der Nullräder.

AB = praktische Grenze zwischen Nullrädern und V-Rädern. DE = Spitzengrenze der Zahnköpfe. Außerdem für rechtwinklige Kegelradtriebe ($\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$) Angabe der zugehörigen Übersetzung i und Angabe der Grenze BC zwischen V-Nullgetrieben und V-Getrieben. Fläche $ABCD$ = V-Nullgetriebe, Fläche BCE = V-Getriebe. (Die Punkte A' bis E' beziehen sich auf $\alpha = 15^\circ$).

Beispiel: $\alpha = 20^\circ$; $\delta_1 = 45^\circ$; $z_g' = 14$. Dann $z'_{\min} = 14 \cdot 0,70711 = 9,9 \approx 10$.

Weitere kleinste unterschneidungsfreie Kegelzähnezahlen sind aus Abb. 65 zu entnehmen. Bei Übersetzung 1 : 1 und in deren Nähe soll $z_1 > z'_{\min}$ werden; ist dies bei normgemäßer Zahnhöhe ($y = 1$) und $\alpha = 20^\circ$ nicht möglich, dann kann nach Gleichung $z_g = 2y/\sin^2\alpha$ die Grenzzähnezahl durch Stumpfzähne ($y < 1$) oder durch größeres α heruntergedrückt und somit z_g bzw. $z'_g = 5/6 z_g$ verkleinert werden. Bei größeren Übersetzungen ist es einfacher, durch Profilverschiebung ein V-Nullgetriebe auszuführen, das stets möglich ist, wenn

$$z_{e1} + z_{e2} = z_1/\cos\delta_1 + z_2/\cos\delta_2 \geq 2z'_g \geq 28 \quad (\text{bei } \alpha = 20^\circ).$$

Tabelle 12.

α	20°	15°
x	$14 - \frac{z_1}{\cos\delta_1}$ 17	$25 - \frac{z_1}{\cos\delta_1}$ 30

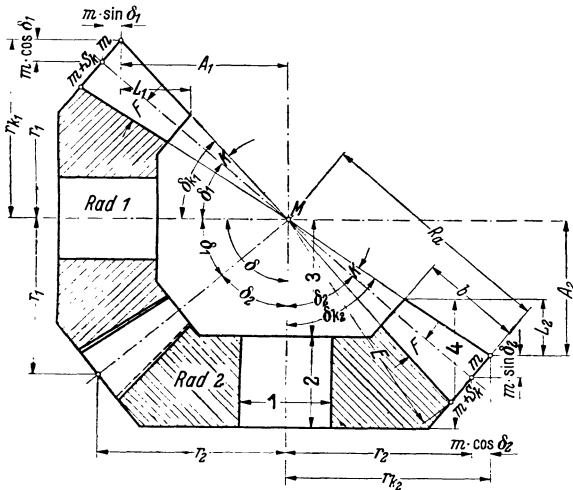


Abb. 66. Zahnwinkel, Zahnhöhen, Haupt- und Einstellmaße der Kegelräder.

Der Profilverschiebungsfaktor x bei normgemäßer Zahnhöhe ($y = 1$) folgt aus Tabelle 12.

Abb. 65 gibt für Winkelgetriebe ($\delta = 90^\circ$) die Grenze zwischen V-Null- und V-Getrieben, sowie die zugehörige Übersetzung i an¹.

42. Sonderfragen. Kegelsatzräder kommen praktisch nicht vor. Jedem Kegelrad entspricht bei gegebener Übersetzung und gegebener Länge $MC = R_a$ der Teilkegelerzeugenden nur ein ganz bestimmtes zweites Kegelrad. Das jedem Kegelrad zugeordnete Planrad hat wegen der gegebenen Länge R_a eine bestimmte, meist gebrochene Zähnezahl $z_p = z_1/\sin\delta_1$.

Das Planrad bildet ähnlich wie die Zahnstange bei den Stirnrädern die Grundlage der Kegelradherstellung. Es ist maßgebend für die Form der Flankenlinien (Abb. 67; f bis l) und für das Zahnprofil. Bei Geradzähnen sind die Flankenlinien des Planrades Geraden (sie gehen durch den Planradmittelpunkt (Abb. 67f)),

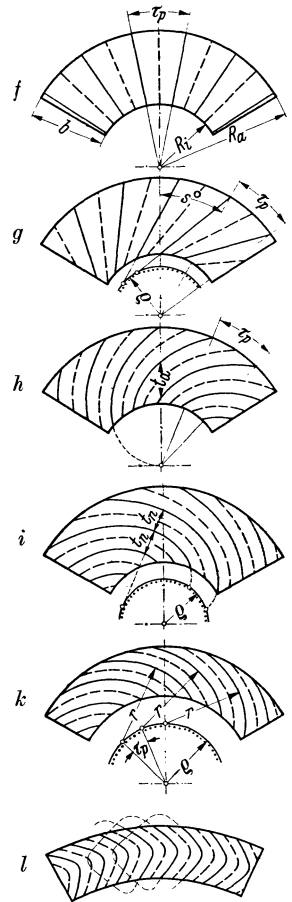


Abb. 67. Form der Flankenlinien der Zahnscheibe (Planrad). f = Geradzähne; g = Schrägzähne (rechtssteigend); h = Schrägzähne (linkssteigend); i = Evolventenzähne (rechtssteigend); k = Kreisbogenzähne (linkssteigend); l = Pfeilzähne.

¹ Näheres über Aufzeichnung und Berechnung eines V-Nullgetriebes in [9] S. 9/10.

Tabelle 13. Bezeichnungen und Abmessungen der Kegelräder.

Bezeichnung	Ritzel	Rad
a) Kegelräder ohne Profilverschiebung. Zahnkopf $k = m$; Zahnfuß $f = m + S_K$.		
Zähnezahl	z_1	z_2
Modul		m
Eingriffswinkel		α
Zahnbreite		b
Teilkegelwinkel δ_1 aus	$\text{ctg } \delta_1 = \frac{z_2/z_1 + \cos \delta}{\sin \delta}$	$\text{ctg } \delta_2 = \frac{z_1/z_2 + \cos \delta}{\sin \delta}$
bei Winkelrädern ($\delta = 90^\circ$)		
Äußerer Teilkreisdurchmesser	$\text{tg } \delta_1 = z_1/z_2$	$\text{tg } \delta_2 = z_2/z_1$
Äußerer Kopfkreisdurchmesser	$d_1 = m z_1$	$d_2 = m z_2$
Spitzenentfernung	$d_{k_1} = d_1 + 2 m \cos \delta_1$	$d_{k_2} = d_2 + 2 m \cos \delta_2$
Höhe des Kopfkegels	$R_a = d_1/2 \sin \delta_1$	$R_a = d_2/2 \sin \delta_2$
Höhe des Fußkegels	$A_1 = r_2 - m \sin \delta_1$	$A_2 = r_1 - m \sin \delta_2$
Zahnkopfwinkel K aus	$\text{tg } K = \frac{m}{R_a}$	
Zahnfußwinkel F aus	$\text{tg } F = \frac{m + S_K}{R_a}$	
Kopfkegelwinkel	$\delta_{k_1} = \delta_1 + K$	$\delta_{k_2} = \delta_2 + K$
Zahnlänge	$L_1 = \frac{b \cos \delta_{K_1}}{\cos K}$	$L_2 = \frac{b \cos \delta_{K_2}}{\cos K}$
Fußpunkt Abstand	$E = \frac{m + S_K}{\sin F} = \frac{R_a}{\cos F}$	
Planradzähnezahl		$z_p = \frac{z_1}{\sin \delta_1}$
Planradteilwinkel		$\tau_p = \frac{360^\circ}{z_p}$
b) Kegelräder mit Profilverschiebung $+ x_1 m, - x_2 m$; es ändern sich		
Äußerer Kopfkreisdurchmesser	$d_{k_{v_1}} = d_1 + 2 m \cos \delta_1 (1 + x)$	$d_{k_{v_2}} = d_2 + 2 m \cos \delta_2 (1 - x)$
Zahnkopfwinkel K_v aus	$\text{tg } K_{v_1} = \frac{m(1+x)}{R_a}$	$\text{tg } K_{v_2} = \frac{m(1-x)}{R_a}$
Zahnfußwinkel F_v aus	$\text{tg } F_{v_1} = \frac{m(1-x) + S_K}{R_a}$	$\text{tg } F_{v_2} = \frac{m(1+x) + S_K}{R_a}$
Kopfkegelwinkel	$\delta_{k_{v_1}} = \delta_1 + K_{v_1}$	$\delta_{k_{v_2}} = \delta_2 + K_{v_2}$

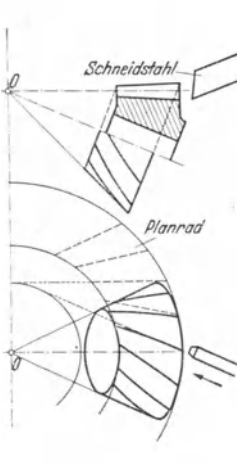


Abb. 68. Entstehen der Schrägzähne (Tangentenzähne) eines Kegelrades (Bilgram-Reinecker-Verfahren).

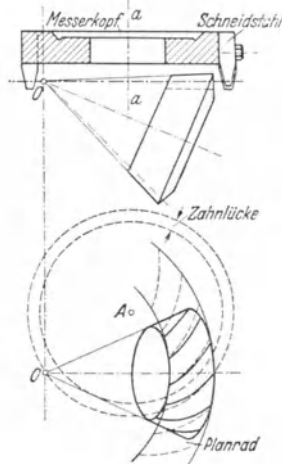


Abb. 69. Entstehen der Kreisbogenzähne eines Kegelrades (Böttcher-Gleason-Verfahren).

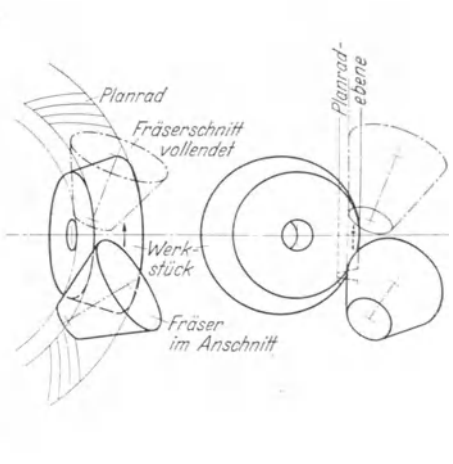


Abb. 70. Entstehen der Palloidzähne eines Kegelrades (Schicht-Preis-Klingenberg-Verfahren).

die Zahnflanken aber Ebenen, die zur Planradachse um Eingriffswinkel α geneigt sind.

Zur genauen Bearbeitung des Kegelradkörpers (Abb. 66) und zum Ausrichten auf der Verzahnungsmaschine sind noch eine Reihe von Maßen (1...4) und Angaben nötig. Eine Zusammenstellung zeigt Tabelle 13.

B. Kegelräder mit Schräg- und Bogenzähnen.

Durch schräg- oder bogenförmig verlaufende Planradflankenlinien (Abb. 67, g bis l) erzielt man die gleichen Vorteile gegenüber der Geradverzahnung wie bei den Stirnrädern, nämlich ruhigeren Lauf, größeren Überdeckungsgrad und größere Festigkeit. Die Wahl der Flankenlinienform hängt vom Herstellungsverfahren ab¹ (Beispiele Abb. 68, 69 u. 70).

V. Zahnräder, deren Wellen sich kreuzen: Schraubräder.

A. Hyperboloidräder.

Kreist eine zur Drehachse I windschiefe Gerade, die Erzeugende (Abb. 71), um diese Achse, dann entsteht ein Umdrehungshyperboloid 1 . Diese Erzeugende kann zugleich auch die Erzeugende eines Hyperboloids 2 sein, dessen Achse II windschief zur Achse I steht. Diese beiden Hyperboloide können als Grundformen für zwei Zahnräder dienen, deren Flankenlinien gerade und in Richtung der Erzeugenden verlaufen. Senkrecht zur Flankenlinie d. h. zur Erzeugenden tritt nur Abwälzen, in Richtung der Flankenlinien stets Gleiten ein. Die Hyperboloide stellen die allgemeinste Grundform aller

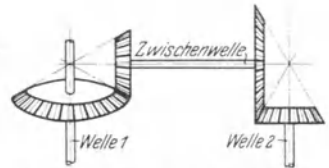
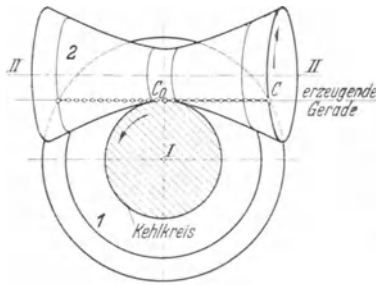


Abb. 72. Ersatz des Hyperboloids durch Zwischenwelle und Kegelräder.

Zahnräder vor; verläuft die Erzeugende parallel zur Achse, dann entstehen Zylinder (Stirnräder), schneidet die Erzeugende die Achse, dann entstehen Kegel (Kegelräder), bei windschiefer Lage der Erzeugenden aber stets Schraubtriebe. Weil die Verzahnung der Hyperboloide nur näherungsweise richtig ausgeführt werden kann, umgeht man Hyperboloidgetriebe entweder durch Einbau einer Zwischenwelle (Abb. 72) oder ersetzt die Hyperboloide im Kehlkreis durch zylindrische Schraubräder und Schneckengetriebe, sonst durch kegelige Schraubräder (Abb. 73)².

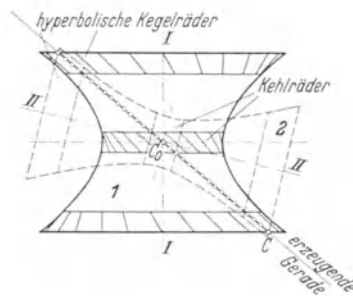


Abb. 71. Umdrehungshyperboloide.

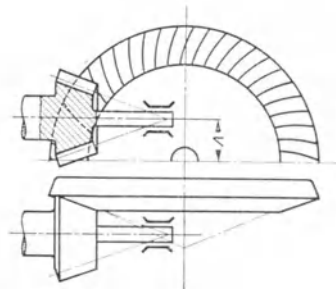


Abb. 73. Kegelschraubtrieb mit versetzten Achsen und Palloidverzahnung.

¹ s. neueres Schrifttum [1] S. 29 ff.; [5] S. 431 ff.

² s. Schrifttum [5] S. 441.

B. Zylindrische Schraubräder.

43. Grundsätzliches. Die Zahnformen der einzelnen Schraubräder und daher auch ihre Herstellung gleichen genau denen der schrägverzahnten Stirnräder. Im Getriebeeingriff ergeben sich aber folgende wesentlichen Unterschiede:

Schrägstirnrädertriebe
 Beide Räder haben parallele Achsen,
 nur Wälzreibung,
 ungleichen Windungssinn und
 Linienberührung der Flanken.

Schraubrädertriebe (Abb. 74)
 windschiefe Achsen,
 Wälz- und Schraubreibung,
 gleichen Windungssinn und
 nur Punktberührung der Flanken.

Es ist (Abb. 75)

- β_1 bzw. β_2 = Schrägungswinkel für Rad 1 bzw. 2
- γ_1 „ γ_2 = Steigungswinkel, wobei $\gamma_1 + \beta_1 = \gamma_2 + \beta_2 = 90^\circ$
- δ = Kreuzungswinkel der Radachsen
- r_1 „ r_2 = Teilkreisradius
- z_1 „ z_2 = Zähnezahlen
- v_1 „ v_2 = Umfangsgeschwindigkeiten der Teilkreise
- ω_1 „ ω_2 = Winkelgeschwindigkeiten
- t_{s_1} „ t_{s_2} = Umfangsteilung, Stirnteilung
- $t_n = m_n \pi$ = Normaleilung;

außerdem ist $\beta_1 + \beta_2 = \delta$ und Achsenabstand $a = r_1 + r_2$.

Die Umfangsgeschwindigkeit v_1 des Rades 1 zerlegt sich in eine Normal-

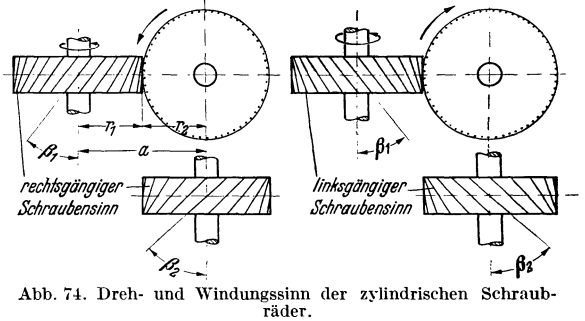


Abb. 74. Dreh- und Windungssinn der zylindrischen Schraubräder.

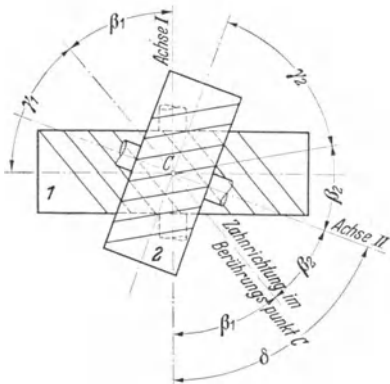
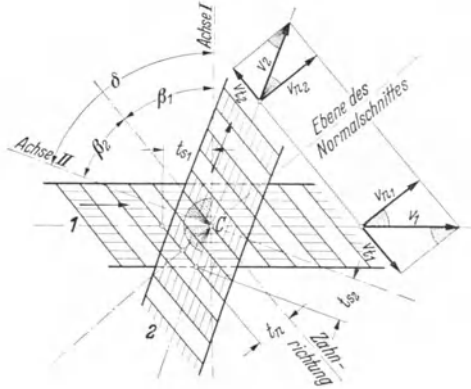


Abb. 75. Bezeichnungen der zylindrischen Schraubräder ($\delta < 90^\circ$).



geschwindigkeit $v_{n_1} = v_1 \cos \beta_1$ und in eine Tangentialgeschwindigkeit $v_t = v_1 \sin \beta_1$, ebenso die Umfangsgeschwindigkeit v_2 des Rades 2 in

$$v_{n_2} = v_2 \cos \beta_2 \text{ bzw. } v_{t_2} = v_2 \sin \beta_2.$$

Wegen dauernder Berührung der Zahnflanken muß sein:

$$v_{n_1} = v_{n_2} \text{ oder } v_1 \cos \beta_1 = v_2 \cos \beta_2 = r_1 \omega_1 \cos \beta_1 = r_2 \omega_2 \cos \beta_2.$$

Weil $\cos \beta_1 = \frac{t_n}{t_{s_1}}$; $\cos \beta_2 = \frac{t_n}{t_{s_2}}$ und $r_1 = \frac{t_{s_1} z_1}{2 \pi}$; $r_2 = \frac{t_{s_2} z_2}{2 \pi}$, so

Übersetzungsverhältnis $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2 \cos \beta_2}{r_1 \cos \beta_1} = \frac{t_{s_2} z_2 \cos \beta_2}{t_{s_1} z_1 \cos \beta_1} = \frac{z_2}{z_1}$.

Teilkreisdurchmesser $d_1 = 2 r_1 = \frac{t_{s_1} z_1}{\pi} = \frac{m_n z_1}{\cos \beta_1}$; $d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta_2}$,

d. h. bei Schraubrädern ist das Übersetzungsverhältnis eindeutig entweder durch das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten oder Drehzahlen oder Zähnezahlen gegeben, durch das Verhältnis r_1/r_2 aber nur, wenn $\beta_1 = \beta_2$, weshalb zur Berechnung entweder die beiden Schrägungswinkel β oder die beiden Halbmesser r oder der Achsenabstand a anzunehmen sind. Die Teilkreishalbmesser und der Achsenabstand sind meist gebrochene Zahlen. Fertige Schraubräder können (im neuen Zustand) nur in Achsenrichtung verschoben, dagegen kann ihr Achsenabstand nicht geändert werden. Denn aus $a = r_1 + r_2 = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right)$ folgt für jeden größeren Halbmesser ein größerer Schrägungswinkel β .

4.1. Die Eingriffsverhältnisse erklärt das Bezugsprofil mit geraden Zähnen, das in Richtung der Normalschnittebene verschoben, die Schraubräder antreibt.

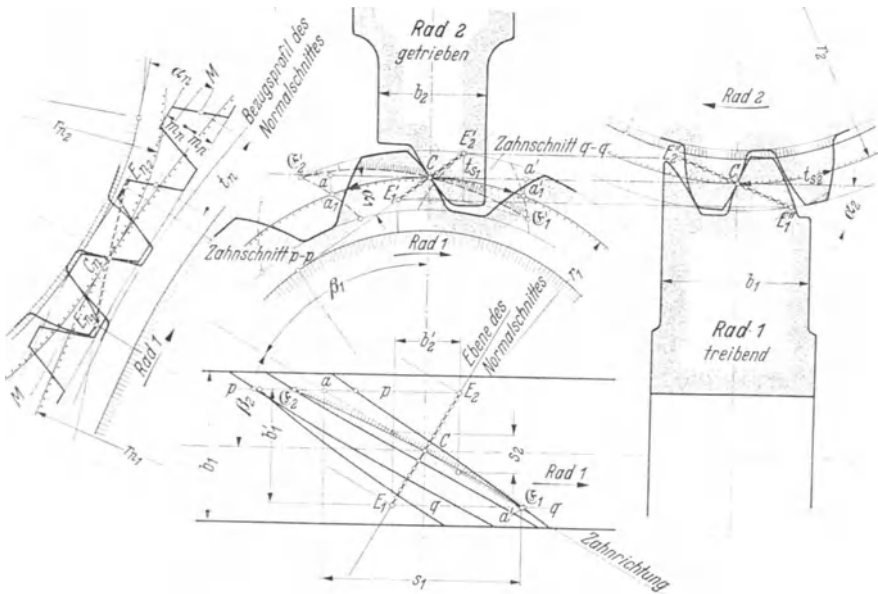


Abb. 76. Eingriffsbild der zylindrischen Schraubräder ($\delta = 90^\circ$).

Man zeichnet (wie in Abb. 57 geschehen) das Verzahnungsbild der beiden Ersatzstirnräder im Normalschnitt mit Eingriffswinkel α_n , Normalmodul m_n und Krümmungsradien $r_{n_1} = r_1/\cos^2 \beta_1$ bzw. $r_{n_2} = r_2/\cos^2 \beta_2$ und findet innerhalb der beiden Kopfkreise die Eingriffsstrecke $E_{n_1} E_{n_2}$ (Abb. 76). Ihre Projektion im Grundriß ist die Strecke $E_1 E_2$, aus der weiter sich im Aufriß die unter α_1 geneigte Strecke $E_1' E_2'$, im Seitenriß die unter α_2 geneigte Strecke $E_1'' E_2''$ ergibt. Dabei muß $\cos \beta_1 = t_n/t_{s_1} = \text{tg } \alpha_n/\text{tg } \alpha_1$ bzw. $\cos \beta_2 = t_n/t_{s_2} = \text{tg } \alpha_n/\text{tg } \alpha_2$ sein. Da die Zähne statt auf dem Grundkörper eines Hyperboloids auf zwei tangierenden Kreiszyklindern aufgeschnitten sind, die gegen die theoretisch richtige Gestalt zurücktreten, so greifen hier nicht Flankenlinien wie bisher ein, sondern es treffen augenblicklich nur Einzelpunkte der Strecke $E_{n_1} E_{n_2}$ aufeinander. Die Kurve $\mathcal{C}_1 C \mathcal{C}_2$ bzw. $\mathcal{C}_1' C \mathcal{C}_2'$ verbindet die nacheinander eingreifenden Punkte der Radflanke l . Sie verbreitert

sich infolge starker Abnutzung bald auf einen schmalen gewundenen Streifen. Konstruktion der $\mathcal{C}\mathcal{C}$ -Kurve z. B. des Punktes \mathcal{C}_2' : Schnitt $p-p$ durch E_2 trifft die in Bezugsprofilmittelebene MM liegende Zahnrichtungstangente in a und schneidet den Zahn des Rades 1 längs einer Profillinie, die den gleichen Eingriffsbogen haben muß, also $\overline{aC} = \overline{a_1C}$. Der Schnitt des Kopfkreisbogens durch E_2' mit diesem Zahnprofil gibt Punkt \mathcal{C}_2' . Schnitt $q-q$ durch E_1 gibt \mathcal{C}_1' .

45. Der Überdeckungsgrad ε' des Schraubgetriebes setzt sich wie bei Schrägzahnstirnrädern zusammen aus der Profilüberdeckung ε der Stirnverzahnung und aus der Sprungüberdeckung ε_s . Für Rad 1 (bzw. sinngemäß Rad 2) folgt aus Aufriß die Eingriffslänge der Stirnverzahnung $e_1 = \frac{E_1'E_2'}{\cos \alpha_1}$ und aus Grundriß der Sprung s_1 , welcher der eingreifenden „wirksamen“ Radbreite b_1' entspricht. Also

$$\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_s = \left(\frac{E_1'E_2'}{\cos \alpha_1} + s_1 \right) \frac{1}{t_{s_1}}.$$

Eine wesentliche Vergrößerung der Zahnbreite b_1 über b_1' hinaus ist zwecklos. (S. VI. Beispiel 6.)

C. Schnecke und Schneckenrad.

46. Grundsätzliches. Grundkörper sind ein Zylinder (Schnecke) und ein Globoid (Schneckenrad, Mutterrad), das den Zylinder im Kehlkreis an der Kreuzungsstelle längs eines Kreisbogens berührt. Die Flankenlinien verlaufen auf dem Zylinder als mehrfach gewundene nicht unterbrochene Schraubenlinien, auf dem Globoidkörper als Teile einer um einen zylindrischen Ring laufenden Schraubenlinie. Jeder Schraubengang der Schnecke bedeutet einen Zahn.

Ist z_1 = Zähnezahl, Gangzahl der Schnecke,

z_2 = „ des Schneckenrads,

n_1 = Drehzahl der Schnecke,

n_2 = „ des Rades, dann ist das Übersetzungsverhältnis $i = n_1/n_2 = z_2/z_1$.

Günstigste Werte i zwischen 8 und 20.

Kreuzungswinkel δ der Wellen beliebig, doch meist $\delta = 90^\circ$.

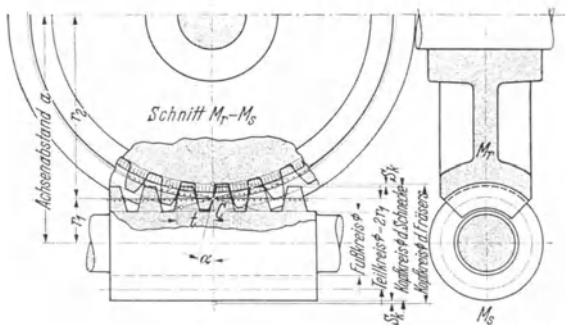


Abb. 77. Zylindrische Schnecke und Schneckenrad im Achsenschnitt.

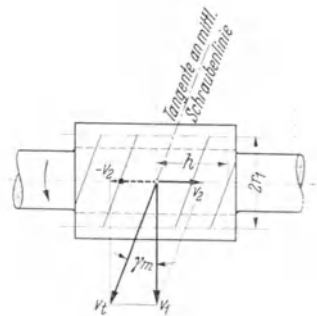


Abb. 78. Relative Gleitgeschwindigkeit v_1 der Schnecke.

In Abb. 77 ($\delta = 90^\circ$) zeigt die Schnittebene durch Radmittelebene und Schneckenachse (Achsenschnitt) das Eingriffsbild einer Zahnstange und eines Stirnrads, die sich im Wälzpunkt C berühren. Es ist

r_1 = Halbmesser des Wälz- (Teil-) Zylinders der Schnecke,

r_2 = „ „ „ „ „ des Rades.

Da $2r_2\pi = z_2 t$, so Radteilung $t = 2r_2\pi/z_2$ und Modul $m = t/\pi = 2r_2/z_2$.
 Ganghöhe der Schnecke $h = z_1 t$.

Mittlerer Steigungswinkel γ_m aus $\text{tg}\gamma_m = h/2r_1\pi$; gewöhnlich $\gamma_m 5^\circ \dots 30^\circ$.

Umfangsgeschwindigkeit der Schnecke am Wälzkreis $v_1^{m/s} = \frac{2r_1\pi n_1}{60}$.

Relative Gleitgeschwindigkeit der Schnecke am Wälzkreis bei ruhend gedachtem Schneckenrad (Abb. 78): $v_t^{m/s} = v_1/\cos\gamma_m$.

Umfangsgeschwindigkeit des Rades am Wälzkreis

$$v_2^{m/s} = \frac{2r_2\pi n_2}{60} = \frac{2r_2\pi}{60} \cdot \frac{n_1 z_1}{z_2} = t \frac{n_1 z_1}{60} = \frac{n_1 h}{60};$$

Achsenabstand $a = r_1 + r_2$.

47. Herstellung und Bezugsprofil der Schnecken. Der Schneckenzyylinder wird als Schraube durch Drehen, Fräsen oder Schleifen verzahnt, eine genau gleiche Schraube, die nur wegen des erforderlichen Kopfspiels größeren Außendurchmesser hat, als Schneckenradfräser zum Verzahnen des Schneckenrads benutzt. Werkzeug und Rad müssen beim Fräsen der Radzähne gegenseitig genau die gleiche Lage besitzen und die gleiche Bewegung machen, wie später im Schraubgetriebe Schnecke und Rad. Daher darf sich weder der Achsenabstand a ändern, noch die

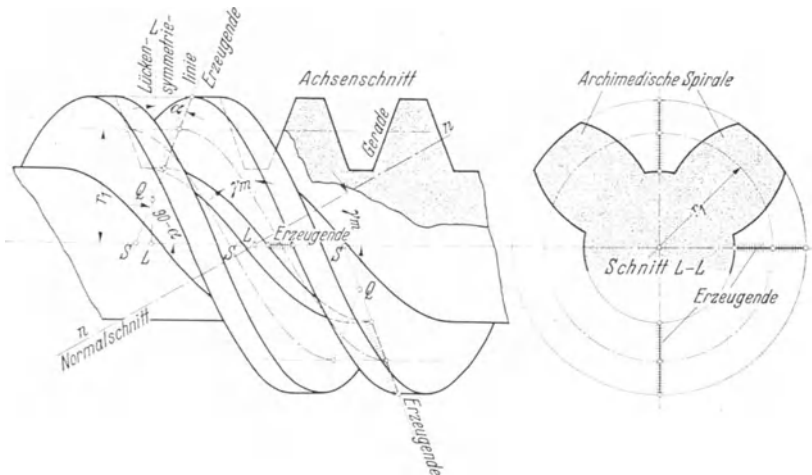


Abb. 79. Reine Spiralschnecke.

Radmittelebene M_r aus der Achsenschnittebene M_s der Schnecke verschieben (Abb. 77), was beim Einbau und Betrieb sehr zu beachten ist. In Achsenrichtung darf sich die Schnecke verschieben, aber nur, wenn sie zylindrische Form besitzt. Zylinderhalbmesser r_1 , Steigung der Flankenlinien und Bezugsprofil der Schnecke im Achsenschnitt sind also gegeben durch die vorrätigen, noch nicht genormten Schneckenradfräser. Ein billiger Ersatz dieser Fräser ist das Schlagmesser, das durch Drehung und axiale Verschiebung gleichfalls die Radzähne genau, nur langsamer schneidet. Die Radzähne entstanden ebenfalls genau so, wenn die genügend lang zu denkende Schnecke auf der Wälzbahn sich abwälzend die Zahn-lücken des plastischen Rades verdrängte (Eingriff zwischen Zahnstange und Stirnrad). Als wichtigste Schneckenformen gelten:

a) Die reine Spiralschnecke (Abb. 79). Sie gleicht genau dem Trapez-gewinde. Erzeugende der Schraubenfläche ist eine die Schneckenachse unter

$(90^\circ - \alpha)$ schneidende Gerade, also die Seite eines Trapezes, in dessen Ebene die Schneckenachse liegt.

Schnecken-Achsenschnitt; Zahnprofil: geradlinig.

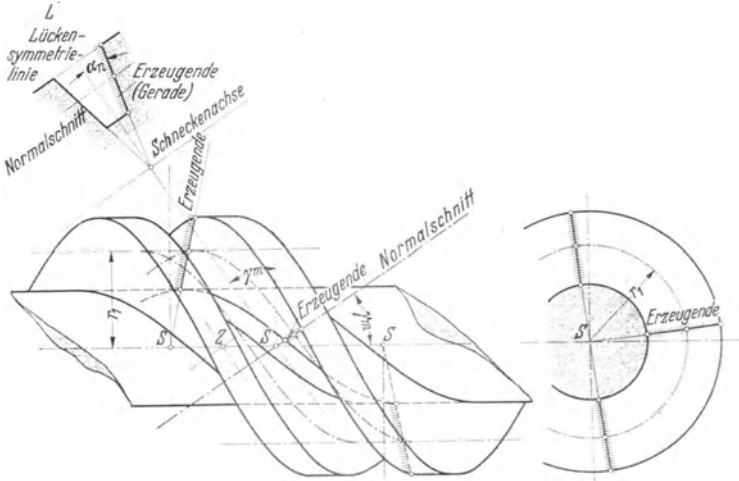


Abb. 80. Angenäherte Spiralschnecke.

Normalschnitt $n-n$ durch die Lückensymmetrielinie $L-L$; Zahnprofil: gekrümmt, Zahnform bauchig.

Querschnitt (Stirnschnitt); Zahnprofil: Archimedische Spirale.

Rad-Mittelschnitt; Zahnprofil: Evolvente.

Ausführung selten, da Herstellung bei größerem Steigungswinkel γ_m schwierig.

b) Die angenäherte Spiralschnecke (Abb. 80). Erzeugende der Schraubenfläche eine Gerade, die Seite eines Trapezes, dessen Ebene mit der Normalschnittebene durch die Lücke, also mit der Lückensymmetrielinie LS zusammenfällt.

Schnecken-Achsenschnitt; Zahnprofil: gekrümmt. Zahnform hohl.

Normalschnitt durch Zahnsymmetrielinie Z ; Zahnprofil sehr schwach gekrümmt, Zahnform bauchig.

Verbreitetste Ausführung, da Fräserherstellung am einfachsten.

c) Die Evolventenschnecke (Abb. 81). Erzeugende der Schraubenfläche ist eine Gerade T , welche im Abstand g_1 die Schneckenachse kreuzt, d. h. einen zur Schneckenachse konzentrischen Grundzylinder mit Halbmesser g_1 berührt. Deckt sich die Kathete s eines rechtwinkligen Dreiecks F mit der Zylindererzeugenden, dann beschreibt die Hypotenuse T beim Aufwickeln des Dreiecks auf dem Grundzylinder eine Evolventenfläche, der Eck-

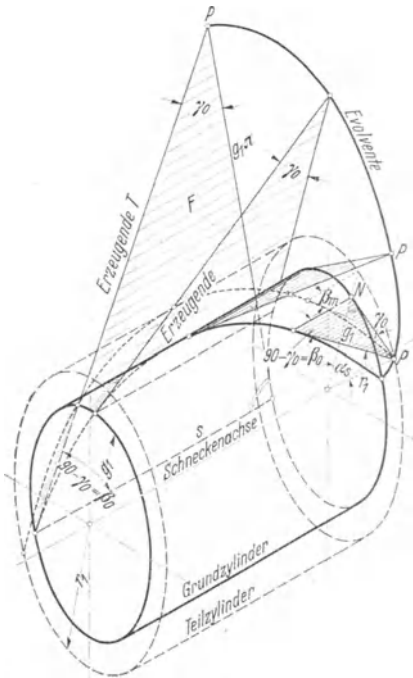


Abb. 81. Erzeugung der Evolventenschraube.

Aufwickeln des Dreiecks auf dem Grundzylinder eine Evolventenfläche, der Eck-

punkt P in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene (Stirnschnitt) eine Evolvente. Auf dem Grundzylinder hat die Schraubenlinie einen Steigungswinkel γ_0 , auf dem Teilzylinder den Steigungswinkel γ_m oder den Schrägungswinkel $\beta_m = (90^\circ - \gamma_m)$. Daher

$$\frac{\operatorname{tg} \gamma_0}{\operatorname{tg} \gamma_m} = \frac{s/g_1 \pi}{s/r_1 \pi} = \frac{r_1}{g_1} = \frac{1}{\cos \alpha_s} = \frac{\operatorname{tg} \beta_m}{\operatorname{tg} \beta_0}.$$

Schnecken-Achsenschnitt; Zahnprofil: Hyperbel, Zahnform bauchig.

Normalschnitt durch Lückensymmetrielinie; Zahnform: bauchig.

Querschnitt (Stirnschnitt); Zahnprofil: Evolventen.

Rad-Mittelschnitt; Zahnform hohl.

Jedes Schraubrad mit Evolventenzähnen im Stirnschnitt, das also geradflankiges Zahnstangen-Bezugsprofil hat, ist eine Evolventenschraube.

d) Die Globoidschnecke (Abb. 82). Ihr Achsenschnitt hat eine zum Radmittelpunkt konzentrische Begrenzung und ein bauchiges Zahnprofil. Der Steigungswinkel ist veränderlich. Hoher Wirkungsgrad¹.

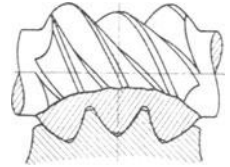


Abb. 82. Globoidschnecke.

48. Grenzzähnezahl. Die Radzähne können beim Eingriff mit Spiralschnecken von mittlerer Steigung schon bei $\alpha = 15^\circ$ und $z_2 < 36$ und bei $\alpha = 20^\circ$ und $z_2 < 20$ einen Unterschnitt zeigen, der mit abnehmender Zähnezahl z_2 und mit zunehmender Steigung wächst. Macht man die Schneckenzahnköpfe k nicht gleich dem Modul $m = t/\pi$ (wobei t Radteilung im Achsenschnitt), sondern wie bei Schrauberrädern gleich dem Modul m_n einer Schrägzahnplatte im Normalschnitt, also $k = m \cos \gamma_m$, so sinkt die Grenzzähnezahl. Weitere Mittel, den Unterschnitt zu vermeiden, sind Profilverschiebung und Vergrößerung des Eingriffswinkels².

49. Eingriffsverhältnisse. Die folgenden Angaben gelten nur für reine Spiralschnecken mit Kreuzungswinkel $\delta = 90^\circ$. Nur die mit Schneckenachse und Radmittelebene zusammenfallende Schnittebene, der Achsenschnitt, zeigt eine normale Evolventenverzahnung (gerade Zahnstangenflanken im Eingriff mit einem Stirnrad), alle anderen parallel zur Radmittelebene gelegten Schnittebenen schneiden die Schnecke in Zahnstangenprofilen mit gekrümmten Flanken. Da alle diese Zahnstangenprofile als Teile der Schnecke nur eine gleich große fortschreitende Bewegung machen und sämtliche Radschnitte als Teile des Schneckenrades auch nur um gleiche Wälzbogen und Winkel verdrehen können, so müssen alle Radschnitte den gleichen Wälzkreis halbmesser haben, der gleich dem Teilkreis halbmesser r_2 im Radmittelschnitt ist. Die Wälzflächen des Rades und der Schnecke, d. s. Zylinder und Ebene berühren sich in der durch den Wälzpunkt C des Mittelschnitts gehenden, parallel zur Radachse verlaufenden Wälzachse. Die durch den beliebigen Schneckenpunkt P' (Abb. 83 Seitenriß) gehende, im Abstand y' zur Radmittelebene verlaufende Schnittebene schneidet ein Zahnstangenprofil (Aufriß) mit gekrümmter Flanke heraus. Soll P' im Eingriff stehen, dann muß nach dem Verzahnungsgesetz die Profilmale im Aufriß durch den Wälzpunkt C gehen, ebenso die Flächennormale N' auf die Schneckenschraubenfläche im Punkte P' , da sie sich auf die Profilmale projiziert. Im Seitenriß schneidet die Projektion der Flächennormalen N' die Wälzachse in c' , d. h. ein Punkt der Schneckenfläche tritt dann in Eingriff, wenn seine Flächennormale die Wälzachse schneidet.

¹ Näheres [I] III, S. 109/117. Dort weitere Quellenangaben.

² Näheres [I] III, S. 88.

Der kürzeste Abstand zwischen N' und Schneckenachse sei $\rho = A'O_1$ und A' (Aufriß) um e von O_1O_2 entfernt. Aus Hilfsriß folgt die wahre Länge Ac der Normalen N , ihr wahrer Kreuzungswinkel ζ mit der Schneckenachse, $A'c' = e \operatorname{tg} \zeta$ und $\rho \cos \mu' + e \operatorname{tg} \zeta \sin \mu' = r_1$. Dadurch ist die Lage der Flächennormalen in

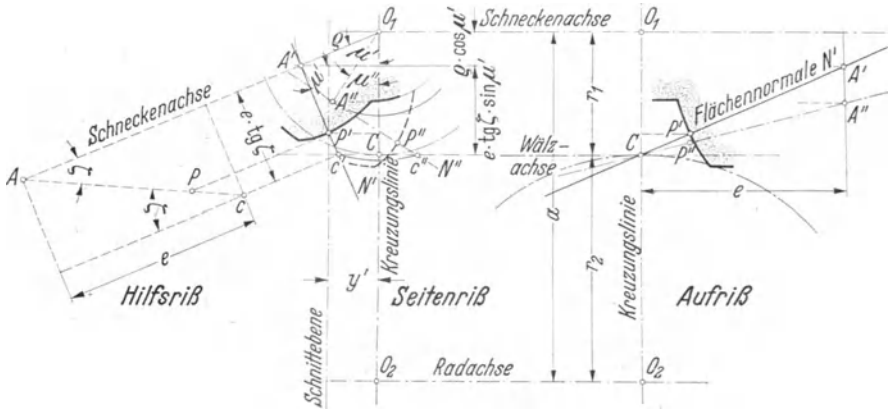


Abb. 83. Eingriffslagen der Flächennormalen N' (N'') eines beliebigen Punktes P' (P'').

P' durch die Größen e , ρ und ζ festgelegt. Zeichnerisch ist N bestimmbar durch einen rechten Winkel, dessen Schenkel längen ρ und $e \operatorname{tg} \zeta$ in O_1 und auf der Wälzachse in c endigen. Die gleiche Bedingung erfüllen auch die gleich langen Schenkel $A''O_1$ und $A''c''$ eines zweiten rechten Winkels; d. h. jeder Punkt P einer Schneckenfläche kann im allgemeinen zweimal zum Eingriff kommen, also in P' und P'' .

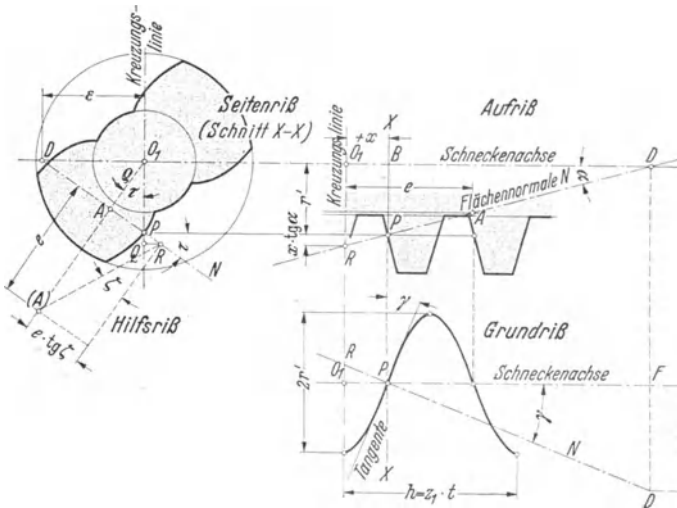


Abb. 84. Flächennormale N eines im Achsenschnitt liegenden Punktes P . Bestimmen der Größen ε , ρ , τ und $e \operatorname{tg} \zeta$ aus den gegebenen Werten h , γ , α , r' und x .

Für einen im Achsenschnitt liegenden beliebigen Punkt P (Abb. 84) einer Schneckenfläche ist seine Flächennormale leichter zu ermitteln. Ihre Projektion N schließt im Aufriß mit der Schneckenachse den Eingriffswinkel α , im Grundriß den Steigungswinkel γ ein. Ist r' die radiale, $+x$ die axiale Entfernung des Punktes P von O_1 , h die Ganghöhe und γ (aus $\operatorname{tg} \gamma = h/2r' \pi$) der Steigungswinkel der Schnecke, dann wird $BD = PF = r' \operatorname{ctg} \alpha = \varepsilon \operatorname{ctg} \gamma$ oder $\varepsilon = r' \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \gamma = h \operatorname{ctg} \alpha / 2\pi$. Mit dieser für alle Schneckenpunkte konstanten Hilfsgröße kann schließlich auch im Seitenriß die Projektion N gezeichnet werden. Die Senkrechte von O_1 auf N ist ihr Abstand ρ von O_1 . Im Punkte R durchstößt N die Schneckenquerschnittsebene durch O_1 . N trifft die Wälzachse nur dann, wenn P im Aufriß auf der Ein-

griffsgeraden durch Wälzpunkt C liegt, wenn also P am Eingriff teilnimmt. Aus Abb. 84 folgt

$$\rho = r' \cos \tau; \quad AR = AP + PR = e \operatorname{tg} \zeta = r' \sin \tau + x \operatorname{tg} \alpha / \sin \tau.$$

Für einen beliebigen Schneckenlängsschnitt im Abstand y' fanden wir früher die allgemeine Beziehung $\rho \cos \mu' + e \operatorname{tg} \zeta \sin \mu' = r_1$. Durch Einsetzen der für ρ und $e \operatorname{tg} \zeta$ gefundenen Werte in diese Gleichung entsteht

$$r' \cos \tau \cos \mu' + \left(r' \sin \tau + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \right) \sin \mu' = r_1 \text{ oder } r' \cos (\mu' - \tau) + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \sin \mu' = r_1, \text{ d. h.}$$

die Eingriffsgleichung des Spiralschneckentriebs. Sie bildet die Unterlage zur Aufzeichnung der einzelnen Eingriffspunkte P', P'' , die sich zu Eingriffslinien EE und schließlich zur Eingriffsfläche erweitern lassen.

a) Aufzeichnen der Eingriffspunkte $P' P''$ (Abb. 85). Die Eingriffslagen des Schneckenpunktes P , der einen Halbmesser r' besitzt und in einer Querschnittsebene im Abstand $+x$ von der Kreuzungslinie liegt, ergeben sich wie folgt. Man berechnet die Hilfsgröße $\varepsilon = h \operatorname{ctg} \alpha / 2\pi$ und zieht für einen im Achsenschnitt, also im Seitenriß auf der Kreuzungslinie liegenden Punkt P die Normale N durch DP . Von P aus ist in Richtung der Kreuzungslinie die Strecke $PQ = x \operatorname{tg} \alpha$ aufzutragen, und zwar nach außen, wenn x positiv d. h. P rechts der Kreuzungslinie (Abb. 84) liegt, bzw. nach innen, wenn x negativ, also P links ist. Das in Q errichtete Lot bestimmt den Durchstoßpunkt R der Normalen N durch die Schneckenquerschnittsebene. Mit $O_1 A = \rho$ ist die Länge des einen, mit AR die Länge des anderen Schenkels des rechten Winkels gefunden worden, der in die Lage der Abb. 83 so einzuschwenken und umzuklappen ist, daß R auf die Wälzachse zu liegen kommt. Kreis durch R um O_1 schneidet auf der senkrecht zur Kreuzungslinie durch Wälzpunkt C gehenden Wälzachse die beiden Durchstoßpunkte c' und c'' ab. Die Richtung der Flächennormalen N' bzw. N'' in den beiden Eingriffslagen P' bzw. P'' des Punktes P folgt durch Einschneiden der Strecke DR von c' bzw. c'' aus auf ε -Kreis. Die Punkte P' bzw. P'' liegen auf Kreis durch P um O_1 . Schneller führt die --- gezeichnete Konstruktion zum Ziel. Man braucht bloß von R aus mit Zeichendreieck 2 Tangenten an den Teilkreis und durch die Berührungspunkte S' bzw. S'' Radien bis zum Schnittpunkt mit Kreis durch P zu ziehen (Viereck $O_1 P R S'$ und $O_1 P' c' C$, bzw. $O_1 P R S''$ und $O_1 P'' c'' C$ spiegelbildlich gleich). Aus Abb. 85 folgt

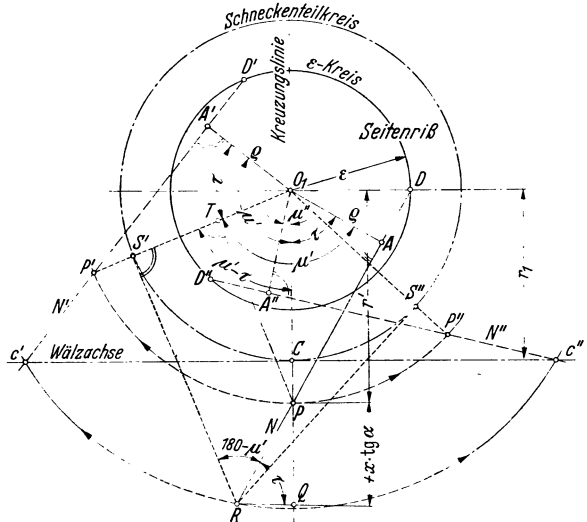


Abb. 85. Bestimmen der Eingriffspunkte P', P'' .

$O_1 T = r' \cos (\mu' - \tau)$ und $T S' = P R \sin (180 - \mu') = \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \sin \mu'$,

z. B. h und v im Aufriß eingetragen. Werden diese auf den $\pm I, \pm II$ Eingriffslinien des Aufrisses bestimmten Punkte in den Seitenriß zurückprojiziert, dann entsteht die Begrenzungslinie vVm_1dHh , die mit dem Kopfkreis der Schnecke durch vm_2h die Eingriffsfläche, das Eingriffsfeld im Seitenriß darstellt.

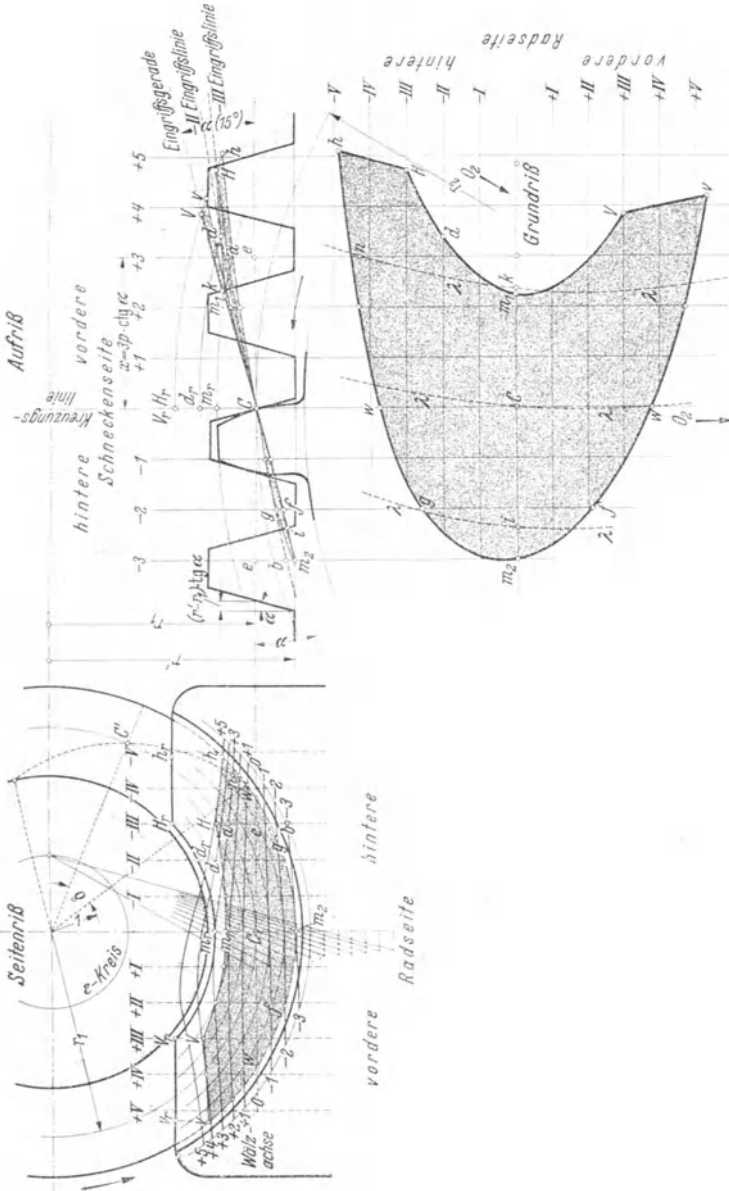


Abb. 87. Eingriffsfeld des Spiralschneckenrades. $z_1 = 1$; $z_2 = 30$; $\gamma_m = 5^\circ 43'$.

In diesem Eingriffsfeld liegen alle wirklich zum Eingriff kommenden Zahnpunkte $P', P'' \dots$. Durch Übertragen der noch fehlenden Punkte der Begrenzungslinien des Eingriffsfeldes aus Seitenriß in den Aufriß und schließlich in den Grundriß entsteht das in drei Rissen projizierte Eingriffsfeld, das eine gekrümmte Fläche

ist und zwei Geraden enthält, die Wälzgerade wCw und die Eingriffsgerade des Achsenschnitts m_2Cm_1 . Besonders aufschlußreich ist der hufeisenförmige Feldgrundriß. Der Eingriff beginnt bei den Schenkeln v und h . Der Feldteil der vorderen Schneckenhälfte ist länger und breiter als der der hinteren.

d) Linien $\lambda\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes. Die Eingriffsgerade zeigt, daß sich im Achsenschnitt die Flanken von Schnecke und Rad außer im Wälzpunkt C auch in den Punkten i und k berühren. Die zu gleicher Zeit in den Nachbarschnitt-ebenen sich berührenden Punkte sollen bestimmt werden. Jeder Spiralschneckenquerschnitt schneidet die Schraubenfläche längs einer Archimedischen Spirale, deren Punkte gegeben sind durch die Proportion $\frac{\delta}{2\pi} = \frac{(r' - r_1) \operatorname{tg} \alpha}{h}$. Für eine beliebige Ebene $+3$ im Abstand $x = 3p \operatorname{ctg} \alpha$ ist die Stellung des C_1 -Punktes der Spirale bekannt durch $x/h = \widehat{C'}/2r_1\pi$. Die Profilkurve der Spirale ist in dieser Stellung (Abb. 87) eingezeichnet. Sie

schneidet die Eingriffslinie $+3$ im Punkt n , der in den Feldgrundriß übertragen wird. Bestimmt man für Zwischenstellungen $x'' \dots$ die zugehörigen Lagen der $C'' \dots$ Punkte, bringt den C' -Punkt der auf Pauspapier gezeichneten Spirale mit diesen $C'' \dots$ -Punkt in Deckung, dann folgt ein weiterer Schnittpunkt $n'' \dots$ der Spirale mit der zugehörigen $x'' \dots$ -Eingriffslinie. Die Übertragung dieser $n'' \dots$ -Punkte in den Grundriß führt zu den λ -Kurven. Alle auf diesen λ -Linien liegenden Punkte des Feldgrundrisses berühren sich gleichzeitig. Die λ -Linien schreiten entsprechend dem Drehungssinn durch den ganzen Feldgrundriß. Sie lassen erkennen, daß bei Schneckengetrieben mindestens 2 Zähne (hier sogar 3) gleichzeitig eingreifen. Die schematische Abb. 88 erklärt nochmals die Eingriffsverhältnisse.

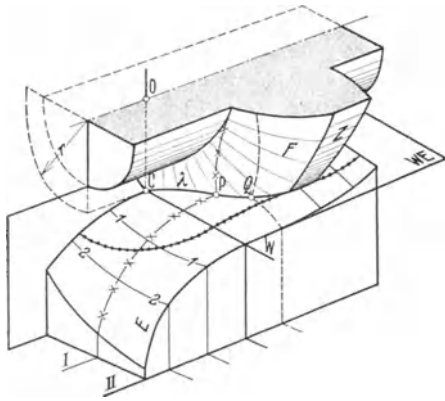


Abb. 88. Eingriffsfläche, schematisch.

OC = Kreuzungslinie, CW = Wälzachse, WE = Wälzebene, F = beliebige Flankenfläche, E = Eingriffsfläche rechte Hälfte.

..... Grenze des Eingriffsfeldes (Schnitt von E mit Z).
 $\times \times \times \times \times$ (durch P): Schnitt einer Längsebene mit E und F .
 $- - - - -$ (durch Q): Schnitt einer Querebene mit E und F .

$CPQ = \lambda$ = Linie gleichzeitigen Eingriffes.

Zur weiteren eingehenderen Untersuchung der Eingriffsverhältnisse der Spiralschnecken, besonders der Evolventenschnecken muß auf Schrifttum verwiesen werden ([1] III, S. 66 ff.).

VI. Berechnungsbeispiele.

1. Beispiel. Berechnung der Lage der Eingriffsendpunkte E (Abb. 45) bei unterbrochenen Null- und V_{plus} -Rädern mit Profilverchiebung $+x'm = \left(\frac{14-z}{17}\right)m$.

1. Nullrad. $z = 8$; $\alpha = 20^\circ$; $y = 1$; $x = 0$.

Lage von E_1 : Aus Tabelle 7: $u = 0,265 = \frac{E_1C}{E_\infty C} = \frac{E_1C \sin 20}{m}$, also $E_1C = 0,774 m$.

Lage von E_2 : Aus Tabelle 7: $\psi = 0,66 = \frac{E_2C}{E_\infty C} = \frac{E_2C \sin 20}{m}$, also $E_2C = 1,927 m$.

2. V_{plus} -Rad; $x' = \frac{14-8}{17} = \frac{6}{17}$. Die Zahnkopfhöhe sei $y_k'm > m$. Ihr Kennwert y_k' folgt aus $K'C = m + x'm = m(1 + x') = m y_k'$ zu $y_k' = 1 + x' = 1 + 6/17 = 23/17$. Die Zahnfußhöhe sei $y_f'm < m$. Ihr Kennwert y_f' folgt aus $H'C = m - x'm = m(1 - x') = m y_f'$ zu $y_f' = 1 - x' = 1 - 6/17 = 11/17$.

Lage von E_1' : Für $\frac{z}{y'} = \frac{8 \cdot 17}{11} = 12,36$ aus Tabelle 7 oder Abb. 35

$$u' = 0,6 = \frac{E_1' C}{E_2' C} = \frac{E_1' C \sin 20^\circ}{H' C} = \frac{E_1' C \sin 20^\circ}{m y'}; \text{ also } E_1' C = \frac{0,6 \cdot 11}{17 \sin 20^\circ} m = 1,133 m.$$

(oder sinngemäß nach Abb. 33 mit Verhältniswert aus Tabelle 6. Für $z/y' = 12,36$ ist $q' = 0,06794$ — Tafeldifferenz $\cdot 0,36 = 0,06216$, und $N_1 E_1' = g q' = \frac{z m}{2} \cos 20^\circ \cdot 0,06216 = 0,2347 m$).

Lage von E_2' : Für $\frac{z}{y_k'} = \frac{8 \cdot 17}{23} = 5,91$ aus Tabelle 7 oder Abb. 35

$$\psi' = 0,617 = \frac{E_2' C \sin 20}{K' C} = \frac{E_2' C \sin 20}{m y_k'}; \text{ also } E_2' C = \frac{0,617 \cdot 23}{17 \sin 20} m = 2,44 m.$$

Vorstehende Rechnung sinngemäß auf V_{plus} -Räder mit $z = 6 \cdot 14$ Zähnen angewandt gibt Tabelle 14.

Tabelle 14. Eingriffsstrecken-Abschnitt $E_1' C$ und Eingriffsstrecken-Verkürzung $N_1 E_1'$ (Abb. 45) der V_{plus} -Räder bei $\alpha = 20^\circ$; $+x = \frac{14 - z}{17}$; $y = 1$; $m = 10$ mm.

$z =$	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\{N_1 C = \frac{z m}{2} \sin \alpha$ mm	10,261	11,971	13,681	15,391	17,101	18,811	20,521	22,231	23,941
$E_1' C = \frac{u m (y - x)}{\sin \alpha}$ mm	7,987	9,656	11,334	13,019	14,703	16,398	18,092	19,787	21,482
$N_1 E_1' = N_1 C - E_1' C$ mm	2,274	2,315	2,347	2,372	2,398	2,413	2,429	2,444	2,459
$g = \frac{z m}{2} \cos \alpha$ mm	28,191	32,889	37,588	42,286	46,985	51,683	56,382	61,080	65,778

2. Beispiel. Welche Profilverchiebung ist einem unterschneidfreien 6zähligen Ritzel eines Motoranlassers mit $\alpha = 22^\circ 30'$; $m = 3$ mm; $y = 1$ zu geben? Bei welchem Außendurchmesser wird der Zahn spitzig?

$$z_{g1} = \frac{2}{\sin^2 \alpha} y = \frac{2}{0,38268^2} = 13,657;$$

$$x_1 = \frac{z_g - z_1}{z_g} = \frac{13,66 - 6}{13,66} \approx 0,56; \quad x_1 m = 0,56 \cdot 3 = 1,68 \text{ mm.}$$

$$E v_{v'1} = \frac{\pi/2 + 2 x_1 \operatorname{tg} 22^\circ 30'}{z_1} + E v 22^\circ 30' = \frac{1,570796 + 1,12 \cdot 0,414213}{6} + 0,021514 = \frac{0,360633}{0,9135} \text{ aus Tabelle 9 (S. 36)}$$

$$;_1 = 51^\circ 35'. \text{ Nach Abb. 53 ist } 230 : 46,2 = 5'$$

$$r_{s1} = \frac{g_1}{\cos ;_1} = \frac{r_1 \cos 22^\circ 30'}{\cos 51^\circ 35'} = \frac{9 \cdot 0,9239}{0,6214} = 13,36 \text{ mm; } d_s = 26,7 \text{ mm.}$$

Bei $z_2 = 90$ (Zahnkranz) folgt bei $x_2 = 0$, α_v aus

$$E v \alpha_v = \frac{2 \operatorname{tg} 22^\circ 30' \cdot x_1}{z_1 + z_2} + E v 22^\circ 30' = \frac{2 \cdot 0,41421 \cdot 0,56}{96} + 0,021514 = 0,026346,$$

$$\alpha_v \approx 24^\circ; \quad a_v = a_o \frac{\cos 22^\circ 30'}{\cos 24^\circ} = 144 \cdot \frac{0,9239}{0,9135} = 145,5 \text{ mm,}$$

$$v = a_v - a_o = 1,5 \text{ mm; } h_{k1} = (1 - x_2) m + v = m + v = 4,5 \text{ mm,}$$

$$d_{a1} = z_1 m + 2 h_{k1} = 18 + 9 = 27 \text{ mm;}$$

weil bereits bei $d_s = 26,7$ mm die Zähne spitzig werden, müssen die Annahmen geändert werden. Entweder $\alpha = 22^\circ 30'$ oder besser z_1 erhöhen.

3. Beispiel. V-Getriebe. $z_1 = 8$; $z_2 = 12$; $\alpha = 20^\circ$; $m = 10$ mm; $z_1 + z_2 = 20 < 2 z_g' = 28$, daher V-Getriebe nötig.

$$x_1 = \frac{14 - 8}{17} = 0,353; \quad x_2 = \frac{14 - 12}{17} = 0,118; \quad x_1 + x_2 = 0,4706.$$

Genauere Berechnung von α_v und a_v .

$$Ev \alpha_v = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha (x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} + Ev \alpha = \frac{0,363970 \cdot 0,4706}{10} + 0,014904$$

$$= 0,032032$$

31917 aus Tabelle 9 (S. 36)

$$115 : 66,6 = 1,73'. \quad \alpha_v = 25^\circ 31' 44''$$

$$r_{v1} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha_v} = \frac{z_1 m}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v} = 40 \cdot 1,0414 = 41,656 \text{ mm},$$

$$r_{v2} = 60 \cdot 1,0414 = 62,484 \text{ mm}.$$

$$a_v = r_{v1} + r_{v2} = 104,14 \text{ mm}.$$

Annähernde Berechnung nach [9] (dort $B_v = 0,0412$ aus Zahlentafel 1)

$$a_v = a_o + a_o B_v = a_o (1 + B_v) = 100 \cdot (1 + 0,0412) = 104,12 \text{ mm}$$

oder nach Gleichung

$$B = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} = 2 \cdot \frac{0,4706}{20} = 0,04706 \text{ und}$$

$$\frac{B}{B_v} = \sqrt[4]{1 + 13 B} = \sqrt[4]{1 + 13 \cdot 0,04706} = 1,12675.$$

$$B_v = \frac{B}{1,12675} = \frac{0,04706}{1,12675} = 0,0418.$$

Hier wird $a_v = a_o (1 + B_v) = 104,18 \text{ mm}$.

Der wirkliche Achsenabstand im Getriebekasten soll $a = 105,0 \text{ mm}$ sein. Daher Achsenabstandsänderung $\Delta a_v = 105 - 104,14 = 0,86 \text{ mm}$ und Flankenspielraum $S_f = 2 \Delta a_v \sin \alpha_v = 0,74 \text{ mm}$ (Abb. 55). Weil dieser zu groß ist, so $S_f = 0,4 \text{ mm}$ angenommen. Aus

$$a = 105 = a_v' + \Delta a_v' = a_v' + \frac{S_f}{2 \sin \alpha_v} = a_v' + \frac{0,4}{2 \cdot 0,43097}$$

folgt $a_v' = 105 - 0,464 = 104,536 \text{ mm}$.

Dadurch ändern sich alle bisherigen Werte, sie müssen rückwärts berechnet werden; aus

$$a_v' = a_o \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v'} \text{ folgt } \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v'} = 1,04536;$$

$$\alpha_v' = 25^\circ 59'; \quad Ev \alpha_v' = 0,033878;$$

$$x_1' + x_2' = (Ev \alpha_v' - Ev \alpha) \frac{z_1 + z_2}{2 \operatorname{tg} \alpha} = (0,033878 - 0,014904) \frac{10}{0,363970} = 0,5213.$$

Der Unterschied gegen den früheren Wert $x_1 + x_2$ wird zu gleichen Teilen auf die alten x -Werte verteilt; also

$$\frac{0,5213 - 0,4706}{2} = 0,0253; \quad x_1' = 0,353 + 0,025 = 0,378; \quad x_2' = 0,118 + 0,025 = 0,143;$$

Profilabrückung $x_1' m = 3,78 \text{ mm}; \quad x_2' m = 1,43 \text{ mm};$

$$r_{v1}' = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v'} = 40 \cdot 1,04536 = 41,814 \text{ mm};$$

$$r_{v2}' = 60 \cdot 1,04536 = 62,722 \text{ mm};$$

Kontrolle: $a_v' = r_{v1}' + r_{v2}' = 104,536 \text{ mm};$

$$t_{v1}' = t \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v'} = 10 \pi \cdot 1,04536 = 32,841 \text{ mm}; \quad s_{v1}' = z_1 m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_v'} [Ev \gamma_1 - Ev \alpha_v'].$$

$$Ev \gamma_1 = \frac{\pi/2 + 2 x_1' \operatorname{tg} \alpha}{z_1} + Ev \alpha = \frac{1,570796 + 0,756 \cdot 0,363970}{8} + 0,014904 = 0,245649.$$

$$Ev \gamma_2 = \frac{\pi/2 + 2 x_2' \operatorname{tg} \alpha}{z_2} + Ev \alpha = 0,154478.$$

$$s_{v1}' = 80 \cdot 1,04536 (0,245649 - 0,033878) = 17,71 \text{ mm};$$

$$s_{v2}' = 120 \cdot 1,04536 (0,154478 - 0,033878) = 15,13 \text{ mm};$$

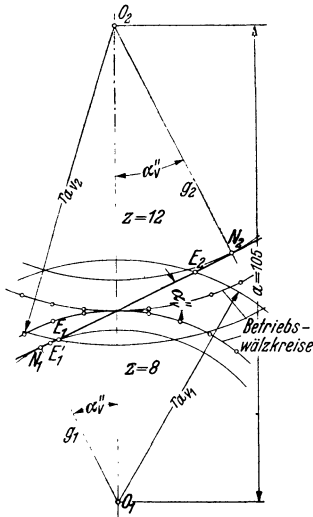


Abb. 89. V-Getriebe $z_1 = 8; z_2 = 12$.

Kontrolle: $s_{v_1}' + s_{v_2}' = t_{v'} \approx 32,84 \text{ mm}$;

$$h_{f_1} = (1,2 - x_1') m = 8,22 \text{ mm}; \quad h_{f_2} = (1,2 - x_2') m = 10,57 \text{ mm};$$

$$v' = a - a_0 = 105 - 100 = 5,0 \text{ mm}.$$

$$h_{k_1} = (1 - x_2') m + v' = (1 - 0,143) 10 + 5 = 13,57 \text{ mm}.$$

$$h_{k_2} = (1 - x_1') m + v' = 11,22 \text{ mm};$$

Kontrolle: $h_{k_1} + h_{f_1} = h_{k_2} + h_{f_2} = 21,79 \text{ mm}$;

$$d_{a_1}' = z_1 m + 2h_{k_1} = 80 + 27,14 = 107,14 \text{ mm};$$

$$d_{a_2}' = z_2 m + 2h_{k_2} = 120 + 22,44 = 142,44 \text{ mm}.$$

[Nach DIN 870 folgen zuerst die vorläufigen Außendurchmesser

$$d_{k_1} = (z_1 + 2)m + 2x_1' m = 100 + 7,56 = 107,56 \text{ mm};$$

$$d_{k_2} = (z_2 + 2)m + 2x_2' m = \quad \quad \quad = 142,86 \text{ mm};$$

Kopfspiel $S_k = 0,2 m$ nur dann, wenn diese Durchmesser verkleinert werden um

$$2x m = 2(a_p - a) = 2(a_0 + Ba_0 - a) = 2(100 + 5,21 - 105) = 0,42 \text{ mm},$$

$$\text{da } B = 2 \frac{x_1' + x_2'}{z_1 + z_2} = 0,0521.]$$

Betriebseingriffswinkel α_v'' für Abstand $a = 105 \text{ mm}$ (Abb. 89) aus

$$105 \cos \alpha_v'' = g_1 + g_2 = a_0 \cos \alpha; \quad \cos \alpha_v'' = \frac{100 \cos 20}{105}; \quad \alpha_v'' = 26^\circ 29' 55''.$$

Überdeckungsgrad ε . Zuerst ist zu prüfen, ob der mit der Wahl von $x = \frac{14}{17} z_1$ entstehende Unterschnitt des kleinen Rades den Getriebeeingriff schädigt (Abb. 89). Nach Tabelle 14 (S. 59) ist $N_1 E_1' = 2,347 \text{ mm}$.

$$N_2 E_1 = \sqrt{r_{av_2}^2 - g_2^2} = \sqrt{71,22^2 - 56,38^2} = 43,515 \text{ mm};$$

$$N_1 N_2 = a \sin \alpha_v'' = 105 \sin 26^\circ 29' 55'' = 46,848 \text{ mm}.$$

Da $N_1 E_1' + N_2 E_1 = 2,347 + 43,515 = 45,86 < 46,85 = N_1 N_2$, so kein schädlicher Unterschnitt. Am einfachsten bestimmt man jetzt ε aus Zeichnung oder auch aus

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{av_1}^2 - g_1^2} + \sqrt{r_{av_2}^2 - g_2^2} - a \sin \alpha_v''}{t \cos \alpha} = \frac{\sqrt{53,57^2 - 37,59^2} + 43,515 - 46,848}{10 \pi \cos 20} = 1,18.$$

4. Beispiel. Schräg Zahn-Stirnräder-Getriebe für $i = 4 : 1$; $\alpha_n = 20^\circ$; $m_n = 10 \text{ mm}$; $\beta = 20^\circ$; $b \approx 3t_s$. Kleines Rad mit z_1 soll unterschnittfrei sein. $z_{1\min} = z_g \cos^3 \beta = 17 \cdot 0,94^3 \approx 14$ (das Gleiche zeigt Abb. 58). Also $z_1 = 14$; $z_2 = 4 \cdot 14 = 56$;

$$t_s = t_n / \cos \beta = 31,4 / 0,94 = 33,4 \text{ mm}; \quad b \approx 3t_s = 100 \text{ mm};$$

$$s = b \operatorname{tg} \beta = 100 \cdot 0,364 = 36,4 > t_s = 33,4 \text{ mm};$$

$$r_1 = \frac{z_1 m_n}{2 \cos \beta} = \frac{14 \cdot 10}{2 \cdot 0,94} = 74,492 \text{ mm}; \quad r_2 = \frac{z_2 m_n}{2 \cos \beta} = 297,970 \text{ mm};$$

$$a = r_1 + r_2 = 372,46 \text{ mm}; \quad \text{Zahnkopfhöhe } k = m_n = 10 \text{ mm}.$$

Soll der Achsenabstand ganzzahlig, nämlich $a' = 380,0 \text{ mm}$ sein, dann ist β rückwärts zu berechnen aus:

$$a' = 380 = r_1' + r_2' = \frac{z_1 m_n + z_2 m_n}{2 \cos \beta'} = \frac{70 + 280}{\cos \beta'};$$

$$\cos \beta' = 35/38 = 0,92105; \quad \beta' = 22^\circ 55' 10'';$$

$$r_1' = \frac{70}{\cos \beta'} = \frac{70 \cdot 38}{35} = 76,0 \text{ mm}; \quad r_2' = \frac{280}{\cos \beta'} = 304,0 \text{ mm};$$

$$d_{k_1}' = 2(r_1' + m_n) = 172,0 \text{ mm}; \quad d_{k_2}' = 2(r_2' + m_n) = 628,0 \text{ mm};$$

$$z_{n_1} = z_1 / \cos^3 \beta' = 14 / 0,921^3 = 17,9; \quad z_{n_2} = z_2 / \cos^3 \beta' = 56 / 0,921^3 = 71,6;$$

d. h. das kleine Rad bleibt frei vom Unterschnitt.

$$\varepsilon = \frac{E_1 E_2}{\cos \alpha_s t_s} + \frac{s}{t_s} = \frac{\sqrt{r_{k_1}^2 - g_1^2} + \sqrt{r_{k_2}^2 - g_2^2} - a \sin \alpha_s}{\cos \alpha_s t_s} + \frac{s'}{t_s'};$$

$$\alpha_s \text{ aus } \operatorname{tg} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta' = \operatorname{tg} 20 / \cos 22^\circ 55'; \quad \alpha_s = 21^\circ 33' 44''; \quad \cos \alpha_s = 0,93003;$$

$$\sin \alpha_s = 0,36751; \quad s' = b \operatorname{tg} \beta' = 42,28; \quad t_s' = 31,4 / \cos \beta' = 34,11 \text{ mm};$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{86^2 - (76 \cdot 0,93)^2} + \sqrt{314^2 - (304 \cdot 0,93)^2} - 380 \cdot 0,3675}{0,93 \cdot 34,11} + \frac{42,28}{34,11} = 1,449 + 1,239 = 2,69.$$

5. Beispiel. Schraubrädergetriebe. $\delta = 90^\circ$; $i = 2:1$; $t_n = 5\pi$; $\alpha_n = 15^\circ$; $z_1 = 20$; $z_2 = 40$. Nach Abb. 58 bleibt $z_1 = 20$ unterschneidungsfrei, wenn $\beta_1 > 30^\circ$.

1. Annahme: $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$. Dann $t_{s_1} = t_n / \cos \beta_1 = 5\pi / 0,70711 = 22,21$ mm;

$$r_1 = \frac{t_{s_1} z_1}{2\pi} = 70,711 \text{ mm}; \quad r_2 = 2r_1 = 141,422 \text{ mm}; \quad a = r_1 + r_2 = 212,133 \text{ mm}.$$

2. Annahme: $r_1 = r_2$; $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$; $\beta_2 = 90^\circ - \beta_1$;

$$i = \frac{2}{1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2 \cos \beta_2}{r_1 \cos \beta_1} = \frac{\sin \beta_1}{\cos \beta_1} = \operatorname{tg} \beta_1 = \operatorname{ctg} \beta_2;$$

$\beta_1 = 63^\circ 26' 6''$; $\beta_2 = 26^\circ 33' 54''$, d. h. das sich doppelt so schnell drehende Rad 1 erhält den größeren Schrägungswinkel.

$$t_{s_1} = t_n / \cos \beta_1 = 5\pi / 0,4472 = 35,12 \text{ mm}; \quad t_{s_2} = t_n / \cos \beta_2 = 5\pi / 0,8944 = 17,56 \text{ mm};$$

$$r_1 = r_2 = \frac{t_{s_1} z_1}{2\pi} = \frac{5 \cdot 10}{0,4472} = 111,8 = \frac{t_{s_2} z_2}{2\pi}; \quad a = 223,6 \text{ mm}.$$

3. Annahme: Achsenabstand $a = 300,0$ mm;

$$r_1 + r_2 = \frac{t_n z_1}{2\pi \cos \beta_1} + \frac{t_n z_2}{2\pi \cos \beta_2} = \frac{5 \cdot 20}{2 \cos \beta_1} + \frac{5 \cdot 40}{2 \cos \beta_2} = 300;$$

$$1/\cos \beta_1 + 2/\cos \beta_2 = 6; \quad \text{da } \beta_2 = 90^\circ - \beta_1,$$

$$\text{so } 1/\cos \beta_1 + 2/\sin \beta_1 = 6;$$

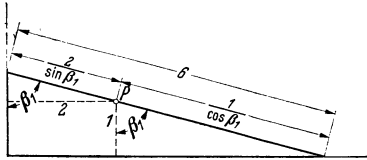


Abb. 90. Zeichnerische Lösung der Gleichung

$$\frac{1}{\cos \beta_1} + \frac{2}{\sin \beta_1} = 6.$$

Lösung durch Zeichnung (Abb. 90). Punkt P im Schnittpunkt der Koordinaten 1 und 2. Strecke von der Länge δ so durch P legen, daß ihre Enden auf den beiden Achsen liegen. Durch Ausmessen folgt $\beta_1 = 75^\circ 16'$; $\beta_2 = 14^\circ 44'$.

6. Beispiel. Schraubrädergetriebe (Abb. 76)

$$z_1 = 10; \quad z_2 = 20; \quad \delta = 90^\circ; \quad m_n = 10;$$

$$\alpha_n = 20^\circ; \quad \beta_1 = 60^\circ; \quad \beta_2 = 30^\circ; \quad \varepsilon = ?$$

$$\text{Rad 1: } m_{s_1} = \frac{m_n}{\cos \beta_1} = 20 \text{ mm}; \quad r_1 = \frac{m_{s_1} z_1}{2} = 100 \text{ mm}; \quad r_{n_1} = \frac{r_1}{\cos^2 \beta_1} = 400 \text{ mm};$$

$$\alpha_1 \text{ aus } \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta_1 = 0,72794; \quad \alpha_1 = 36^\circ 3' 9''; \quad t_{s_1} = m_{s_1} \pi = 62,8 \text{ mm}.$$

$$\text{Rad 2: } m_{s_2} = \frac{m_n}{\cos \beta_2} = 11,547 \text{ mm}; \quad r_2 = \frac{m_{s_2} z_2}{2} = 115,47 \text{ mm}; \quad r_{n_2} = \frac{r_2}{\cos^2 \beta_2} = 153,96 \text{ mm};$$

$$\alpha_2 \text{ aus } \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta_2 = 0,42028; \quad \alpha_2 = 22^\circ 47' 45'';$$

$$t_{s_2} = m_{s_2} \pi = 36,3 \text{ mm}; \quad a = r_1 + r_2 = 215,47 \text{ mm};$$

$$\text{Überdeckungsgrad } \varepsilon = \left(\frac{E_1' E_2'}{\cos \alpha_1} + s_1 \right) \frac{1}{t_{s_1}} = \left(\frac{E_1'' E_2''}{\cos \alpha_2} + s_2 \right) \frac{1}{t_{s_2}}.$$

Entweder die Strecken $E_1' E_2'$ und s_1 bzw. $E_1'' E_2''$ und s_2 aus maßstäblicher Zeichnung entnehmen oder aus den Größen des Normalschnitts berechnen. Es ist

$$E_1' E_2' = \frac{E_{n_1} E_{n_2} \cos \alpha_n \cos \beta_1}{\cos \alpha_1} = \frac{E_{n_1} E_{n_2} \sin \alpha_n}{\sin \alpha_1}; \quad E_1'' E_2'' = \frac{E_{n_1} E_{n_2} \sin \alpha_n}{\sin \alpha_2}.$$

$$E_{n_1} E_{n_2} = \sqrt{r_{kn_1}^2 - g_{n_1}^2} + \sqrt{r_{kn_2}^2 - g_{n_2}^2} - a_n \sin \alpha_n$$

$$= \sqrt{410^2 - (400 \cos 20^\circ)^2} + \sqrt{164^2 - (154 \cos 20^\circ)^2} - 554 \sin 20^\circ = 51 \text{ mm}.$$

$$\text{Sprung } s_1 = \frac{E_{n_1} E_{n_2} \cos \alpha_n \cos \beta_2}{\operatorname{tg} \beta_2} = 72 \text{ mm}; \quad \text{Sprung } s_2 = E_{n_1} E_{n_2} \cos \alpha_n \operatorname{tg} \beta_2 \sin^2 \beta_2 = 13,85 \text{ mm};$$

also

$$\varepsilon = \left(\frac{51 \sin \alpha_n}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_1} + s_1 \right) \frac{1}{t_{s_1}} = \frac{36,7 + 72}{62,8} = 1,73$$

$$= \left(\frac{51 \sin \alpha_n}{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2} + s_2 \right) \frac{1}{t_{s_2}} = \frac{48,9 + 13,85}{36,3} = 1,73.$$

7. Beispiel. Aufzeichnen des Eingriffsfeldes des Spiralschneckengetriebes (Abb. 87).

Angaben: Rechtsgängige, eingängige Schnecke, also $z_1 = 1$; Ganghöhe $h = z_1 t = 15\pi = 47,124$ mm; Neigung der Erzeugenden im Achsenschnitt = halber Flankenwinkel $\alpha = 15^\circ$; Teilkreisdurchmesser $2 r_1 = 150$ mm; Kopfkreisdurchmesser $2 r_k = 180$ mm; Fußkreisdurchmesser $2 r'_1 = 115$ mm; Schneckenradzähnezahl $z_2 = 30$; Teilkreisdurchmesser $2 r_2 = z_2 m = 30 \cdot 15 = 450$ mm (Maßstab der Abb. 87 $\approx 1 : 2,78$). Mittlerer Steigungswinkel γ_m der Schraubenlinie am Schneckenkeilzylinder aus $\operatorname{tg} \gamma_m = \frac{h}{2 r_1 \pi} = \frac{15\pi}{150\pi} = 0,1$; $\gamma_m = 5^\circ 43'$.

$$\epsilon = \frac{h}{2\pi} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{15\pi}{2\pi} \operatorname{ctg} 15 = 7,5 \cdot 3,73205 \approx 28 \text{ mm.}$$

Die gemeinsame Zahnhöhe (30 mm) der Schnecke und des Schneckenrades (Seitenriß) wurde in $n = 6$ gleiche Teile geteilt, also $p = 30/6 = 5$ mm angenommen.

Aufzeichnen der Eingriffslinie EE aller Punkte P , die in dem im Abstand $x = +3p \operatorname{ctg} \alpha = +3 \cdot 5 \cdot 3,73205 = 55,981$ mm rechts von der Kreuzungslinie geführten Schneckenquerschnitt ($XX = +3$, Abb. 87, Aufriß) liegen.

Um O_1 (Abb. 86 u. 87) konzentrische Kreise mit den Radien $r' = r_1 \pm 1p$; $r'' = r_1 \pm 2p$; $r''' = r_1 \pm 3p \dots$ je nach Bedarf zeichnen; durch die Schnittpunkte P dieser Kreise mit der Kreuzungslinie die Geradenstrahlen $DP R$ ziehen; in den ebenfalls auf der Kreuzungslinie und den entsprechenden r' -Kreisen stets im Abstand $+3p$ von den einzelnen P -Punkten nach außen (weil $x = +$) liegenden Punkten Q Lote zur Kreuzungslinie errichten und ihre Schnittpunkte R mit den Strahlen $DP R$ bestimmen; von diesen auf einer Kurve liegenden R -Punkten jeweils zwei Tangenten an den Teilkreis ziehen; die beiden Berührungspunkte radial auf den durch P gehenden r' -Kreis projizieren. Es folgen für P -Punkt auf Kreis $r' = r_1 + 3p$ die Punkte P' und P'' der EE -Linie des Schneckenquerschnitts $+3$.

Aufzeichnen der $\lambda\lambda$ -Linien. Die Schnittebene XX im Abstand $x = +3p \operatorname{ctg} 15^\circ$ schneidet die Schraubengangfläche der Schnecke längs der im Seitenriß Abb. 87 einpunktierten Archimedischen Spirale, deren Teilkreisepunkt C' vom Wälzpunkt C im Bogenabstand $\widehat{CC'} = 2 r_1 \pi x/h = \frac{150\pi}{15\pi} \cdot 55,981 = 559,81$ mm liegt. Der entsprechende Winkel ist

$$\varphi = \frac{\widehat{CC'}}{2 r_1 \pi} \cdot 360^\circ = \frac{559,81 \cdot 360}{150\pi} = 427^\circ 39' 42'' = 360^\circ + 67^\circ 39' 42'',$$

d. h. bei rechtsgängiger Schnecke ist Punkt C' gegen Punkt C um eine volle Drehung $+67^\circ 39' 42''$ entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn verdreht, weil ja $x = +3p \cdot \operatorname{ctg} 15^\circ > h = 15\pi$ ist. Bei $x = -2p \operatorname{ctg} 15^\circ$ wird $\widehat{CC'}_{-2} = 2 r_1 \pi x/h$

$$= \frac{-2 r_1 \pi \cdot 2p \operatorname{ctg} 15^\circ}{15\pi} = \frac{-150\pi \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3,73205}{15\pi} = -373,205,$$

der entsprechende Winkel ist

$$\varphi = \frac{373,205 \cdot 360}{150\pi} \doteq -285,1077 \dots^\circ = -285^\circ 6' 27'',$$

d. h. C'_{-2} ist gegen Wälzpunkt C um $285^\circ \dots$ im Uhrzeigersinn verdreht.

Die Spirale trifft den Schneckenfußkreis in einem Punkt, dessen Radius mit dem Radius durch C' den Winkel δ_f einschließt. Es ist

$$\widehat{\delta}_f = \frac{(r_1 - r_{f1}) \operatorname{tg} \alpha}{h} \cdot 2\pi = \frac{17,5 \cdot 0,26795 \cdot 2\pi}{15\pi} = 0,62524$$

$$\delta_f^0 = 35^\circ 49' 25''.$$

Der Schnittpunkt der Spirale mit dem Schneckenkopfkreis folgt aus:

$$\widehat{\delta} = \frac{(r_{k1} - r_1) \operatorname{tg} \alpha}{h} \cdot 2\pi = \frac{15 \cdot 0,26795 \cdot 2\pi}{15\pi} = 0,53590$$

$$\delta^0 = 30^\circ 42' 17''.$$

Zur Aufzeichnung der $\lambda\lambda$ -Kurven sind noch für Zwischenpunkte, z. B. für $x' = +0,5p \operatorname{ctg} \alpha$, $x'' = +2,5p \operatorname{ctg} \alpha \dots$ die zugehörigen Winkel φ' , $\varphi'' \dots$ zu berechnen und die Schnittpunkte n' , $n'' \dots$ der Archimedischen Spirale mit den entsprechenden Zwischeneingriffslinien $EE_{+0,5}$, $EE_{+2,5} \dots$ zu bestimmen.

Einteilung der bisher erschienenen Hefte nach Fachgebieten (Fortsetzung)

III. Spanlose Formung

	Heft
Freiformschmiede I (Grundlagen, Werkstoff der Schmiede, Technologie des Schmiedens). 2. Aufl. Von F. W. Duesing und A. Stodt	11
Freiformschmiede II (Schmiedebeispiele). 2. Aufl. Von B. Preuss und A. Stodt	12
Freiformschmiede III (Einrichtung und Werkzeuge der Schmiede). 2. Aufl. Von A. Stodt	56
Gesensschmiede I (Gestaltung und Verwendung der Werkzeuge). 2. Aufl. Von H. Kaessberg	31
Gesensschmiede II (Herstellung und Behandlung der Werkzeuge). Von H. Kaessberg	58
Das Pressen der Metalle (Nichteisenmetalle). Von A. Peter	41
Die Herstellung roher Schrauben I (Anstauchen der Köpfe). Von J. Berger	39
Stanztechnik I (Schnitttechnik). Von E. Krabbe	44
Stanztechnik II (Die Bauteile des Schnittes). Von E. Krabbe	57
Stanztechnik III (Grundsätze für den Aufbau von Schnittwerkzeugen). Von E. Krabbe	59
Stanztechnik IV (Formstanzen). Von W. Sellin	60
Die Ziehtechnik in der Blechbearbeitung. 2. Aufl. Von W. Sellin	25

IV. Schweißen, Löten, Gießerei

Die neueren Schweißverfahren. 3. Aufl. Von P. Schimpke	13
Das Lichtbogenschweißen. 2. Aufl. Von E. Klosse	43
Praktische Regeln für den Elektroschweißer. Von Rud. Hesse	74
Widerstandsschweißen. Von Wolfgang Fahrenbach	73
Das Löten. 2. Aufl. Von W. Burstyn. (Im Druck)	28
Das ABC für den Modellbau. Von E. Kadlec	72
Modelltischlerei I (Allgemeines, einfachere Modelle). 2. Aufl. Von R. Löwer	14
Modelltischlerei II (Beispiele von Modellen und Schablonen zum Formen). 2. Aufl. Von R. Löwer	17
Modell- und Modellplattenherstellung für die Maschinenformerei. Von Fr. und Fe. Brobeck	37
Kupolofenbetrieb. 2. Aufl. Von C. Irresberger. (Vergriffen)	10
Handformerei. Von F. Naumann	70
Maschinenformerei. Von U. Lohse	66
Formsandaufbereitung und Gußputzerei. Von U. Lohse	68

V. Antriebe, Getriebe, Vorrichtungen

Der Elektromotor für die Werkzeugmaschine. Von O. Weidling	54
Die Getriebe der Werkzeugmaschinen I (Aufbau der Getriebe für Drehbewegungen). Von H. Rögnitz	55
Die Zahnformen der Zahnräder. Von H. Trier	47
Einbau und Wartung der Wälzlager. Von W. Jürgensmeyer	29
Teilkopfarbeiten. 2. Aufl. Von W. Pockrandt	6
Spannen im Maschinenbau. Von Fr. Klautke	51
Der Vorrichtungsbau I (Einteilung, Einzelheiten und konstruktive Grundsätze). 3. Aufl. Von F. Grünhagen	33
Der Vorrichtungsbau II (Typische Einzelvorrichtungen, Bearbeitungsbeispiele mit Reihen planmäßig konstruierter Vorrichtungen). 2. Aufl. Von F. Grünhagen	35
Der Vorrichtungsbau III (Wirtschaftliche Herstellung und Ausnutzung der Vorrichtungen). Von F. Grünhagen	42

VI. Prüfen, Messen, Anreißen, Rechnen

Werkstoffprüfung (Metalle). 2. Aufl. Von P. Riebensahm	34
Metallographie. Von O. Mies	64
Technische Winkelmessungen. 2. Aufl. Von G. Berndt	18
Messen und Prüfen von Gewinden. Von K. Kress	65
Das Anreißen in Maschinenbau-Werkstätten. 2. Aufl. Von F. Klautke	3
Das Vorzeichnen im Kessel- und Apparatebau. Von A. Dorl	38
Technisches Rechnen I. 2. Aufl. Von V. Happach	52
Der Dreher als Rechner. 2. Aufl. Von E. Busch	63
Prüfen und Instandhalten von Werkzeugen und anderen Betriebsmitteln. Von P. Heinze	67