

Geometrische Kristallographie und Kristalloptik

und deren Arbeitsmethoden

Eine Einführung von

Dr. Franz Raaz und **Dr. Hermann Tertsch**

Privatdozent an der Universität Wien

tit. a. o. Professor an der Universität Wien

Mit 280 Textabbildungen



Springer-Verlag Wien GmbH

1939

Geometrische Kristallographie und Kristalloptik

und deren Arbeitsmethoden

Eine Einführung von

Dr. Franz Raaz und **Dr. Hermann Tertsch**

Privatdozent an der Universität Wien

tit. a. o. Professor an der Universität Wien

Mit 260 Textabbildungen



Springer-Verlag Wien GmbH

1939

ISBN 978-3-662-36162-7 ISBN 978-3-662-36992-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-36992-0

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten

Copyright 1939 by Springer-Verlag Wien

Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Vienna 1939

Dem Andenken
Friedrich Becke's
gewidmet

Vorwort.

Langjährige Beobachtungen bei Abhaltung mineralogischer Übungen im Hochschulbetrieb ließen die Verfasser zu der Überzeugung kommen, daß es an einem modernen Lehrbehelf mangle, der zur Einführung gerade in die praktische Arbeit dienen könnte. Die verschiedenen Lehrbücher, die in den letzten Jahren erschienen und zum Teil in ganz hervorragender Weise der Einführung in das theoretisch-mineralogische Wissen dienlich sind, können aus raumtechnischen Gründen nicht auch noch ausreichende Winke zur praktischen Handhabung geben. Die großen Handbücher aber, die im Besonderen der Darstellung der Arbeitsweisen gewidmet sind, schrecken den Anfänger, der seine ersten tastenden Versuche macht, durch ihren Umfang und die dabei unvermeidlich in die Breite gehende Darstellungsweise ab.

Die Verfasser legen nun hier einen Versuch vor, dem Bedürfnis nach einem solchen Lehrbehelf nachzukommen, der neben der knappen Darstellung der theoretischen Grundlagen auch noch praktische Hinweise auf die Verwertung dieser Grundlagen enthält. Sie glauben damit auch das Wagnis rechtfertigen zu können, neben den bestehenden, vielfach ausgezeichneten und bewährten Büchern über kristallographische und kristalloptische Fragen noch einen weiteren Darstellungsversuch herauszugeben.

Die Verfasser sind sich dessen voll bewußt, daß dabei noch viele Wünsche offen bleiben und daß sie mit der vorliegenden Arbeit die großen Handbücher in keiner Weise zu ersetzen vermöchten. Es soll deren Studium nur erleichtert werden, und zwar dadurch, daß hier einmal die wesentlichsten Grundlagen und Methoden kurz dargestellt werden und dann durch fortlaufende Bezugnahme auf besonders ausgewählte, ausführliche Handbücher ersichtlich gemacht wird, wo der Leser gründlichere und weitergehende Unterweisung finden kann.

Mit diesem einführenden Lehrbehelf glauben die Verfasser auch jenen Kreisen zu dienen, für die mineralogische Fragen und Arbeitsweisen nur im Sinne einer Hilfswissenschaft von Bedeutung sind, wie das vielfach bei den Studien und Arbeiten der Physiker, Chemiker und Pharmazeuten der Fall ist.

Es ist uns eine angenehme Pflicht, dem Verlage Julius Springer für das weitgehende Entgegenkommen, das wir bei der Herausgabe dieses Einführungsbüchleins fanden, herzlichst zu danken.

Mag das Büchlein allen jenen, die auf dem schwierigen, aber so überaus reizvollen Gebiet der Kristallographie und Kristalloptik eine erste praktische Übersicht anstreben, ein brauchbarer Behelf werden.

Wien, im Juni 1939.

F. RAAZ, H. TERTSCH.

Inhaltsverzeichnis.

A. Kristallographie.

Von Dr. FRANZ RAAZ.

	Seite
Einleitung	1
I. Die kristallographischen Grundgesetze	4
a) Gesetz von der Konstanz der Flächenwinkel.....	4
Anlegegoniometer	5
b) Das Symmetrieprinzip in der Kristallwelt	6
c) Das Parametergesetz	7
1. Achsenkreuz und Parametergesetz.....	7
2. Charakterisierung der Flächenarten.....	10
3. Erklärung des Parametergesetzes aus dem Feinbau der Kristalle	11
4. Indizierungsmethoden	13
MILLERSche Indices	14
d) Das Zonengesetz	15
Das Zonensymbol	17
Die Zonenregeln	18
e) Kristallmessung mittels Reflexionsgoniometers	20
1. Prinzip des einkreisigen Reflexionsgoniometers.....	20
2. Das einkreisige Goniometer.....	21
3. Das zweikreisige Reflexionsgoniometer. Sphärische Koordi- naten φ und ρ	22
II. Methoden der graphischen Darstellung der Kristalle.....	23
a) Bildhafte Darstellung (Parallelperspektive)	23
b) Schematische Darstellungen	24
1. Stereographische Projektion	25
2. Gnomonische Projektion	26
3. Als Beispiel: Schwefelkristall in stereographischer und gnomonischer Projektion	27
c) Konstruktion des Achsenverhältnisses bei Kristallen mit rechtwinkeligem Achsenkreuz.....	29
III. Die Grundaufgaben der stereographischen Projektion	31
a) Konstruktive Durchführung (mittels Zirkel und Lineal).....	31
b) Die Anwendung des WULFFSchen Netzes	34
IV. Die Symmetriegesetze in der Kristallwelt und ihr Einfluß auf die Verteilung und die Form der Flächen	36
a) Das Symmetriezentrum	36

	Seite
b) Drehungsachsen (Deckachsen), Gyren	37
Über die Möglichkeiten von Deckachsenkombinationen.....	38
c) Spiegelebene (Symmetrieebene) und deren Beziehung zum Symmetriezentrum	39
d) Achsen der zusammengesetzten Symmetrie (Achsen II. Art), Gyroiden: Inversionsachsen und Drehspiegelachsen.....	39
e) Flächensymmetrie	41
V. Entwicklung der Kristallklassen auf Grund der fünf Prinzipien der Formbildung (fünf einfache Stufen der Symmetrie)	42
VI. Die 32 Kristallklassen in ihrer Gruppierung auf sieben Abteilungen (Kristallsysteme)	45
a) Hauptzonenverband: Neunzonensystem	45
b) Die sieben Kristallsysteme	46
c) Kristallklassen mit centrogyroidaler Herleitung	51
VII. Formenbeschreibung für die einzelnen Kristallsysteme mit Beispielen konstruktiver Darstellung in stereographischer Projektion	52
a) Triklines System	52
b) Monoklines System	55
c) Rhombisches System	60
d) Tetragonales System	64
e) Hexagonales System.....	72
f) Rhomboedrisches oder trigonales System	82
g) Kubisches oder tesseractales System	93
VIII. Zwillingsbildungen	107
a) Zwillingsgesetze	107
b) Ausbildung der Zwillingskristalle.....	112
IX. Die Raumgittervorstellung über den Feinbau der Kristalle.....	114
a) Anfänge und Entwicklung der Theorien über die Kristallstruktur	114
b) Die 14 BRAVAISSchen Gitter (Translationsgruppen) und die Weiterentwicklung der Theorie durch L. SOHNCKE	116
c) Zusätzliche Symmetrieelemente des Feinbaues: Schraubachsen und Gleitspiegelebenen.....	120
d) Die Vollendung der Strukturtheorie. Die 230 SCHOENFLIESSchen Raumgruppen.....	121

B. Kristalloptik.

Von Dr. HERMANN TERTSCH.

I. Grundlagen im optischen Verhalten der Kristalle	124
a) Allgemeine Grundlagen	124
b) Farbe, Durchlässigkeit, Glanz	127
1. Farbe 127. — Strich 129. — Interferenzfarben 130.	
2. Brechung (Durchlässigkeit).....	132
Prismenmethode 133. — Einbettungsmethode 133. — Methode der Totalreflexion 134. — BECKESche Lichtlinie	136
3. Glanz	137

	Seite
c) Doppelbrechung und Polarisation	138
1. Doppelbrechung	138
2. Polarisation	141
Spiegelpolarisation 141. — Doppelbrechungspolarisation 143.	
d) Beziehungen zur Kristallsymmetrie	147
1. FLETCHERS Indikatrix	148
2. BECKES Skiodromen	149
3. Optik der niederen Kristallsysteme	149
e) Die Brechungsquotienten doppelbrechender Kristalle.....	154
1. Prismenmethode	154
2. Methode der Totalreflexion	155
II. Das Polarisationsmikroskop	157
a) Beobachtungen im Orthoskop	159
1. Unterscheidung von Einfachbrechung und Doppelbrechung..	159
2. Bestimmung der Auslöschungsrichtungen	159
3. Bestimmung von α' und γ'	161
4. Bestimmung der Brechungsquotienten α' und γ'	164
5. Bestimmung der Doppelbrechung ($\gamma' - \alpha'$)	165
6. Bestimmung des „optischen Charakters“	170
7. Drehtischmethoden	171
b) Beobachtungen im Konoskop	173
1. Beobachtungsgrundlagen	173
2. Achsenbilder einachsiger Kristalle.....	175
3. Einachsiges Achsenbild und optischer Charakter	180
4. Achsenbilder zweiachsiger Kristalle	182
5. Zweiachsiges Achsenbild und optischer Charakter	185
6. Messung des Achsenwinkels	188
7. Achsenwinkeldispersion	190
c) Auswählende Absorption — Pleochroismus	194
III. Kristalle mit optischem Drehvermögen	197
a) Die Grunderscheinungen des optischen Drehvermögens	197
b) Die Arten optisch aktiver Substanzen	200
IV. Beeinflussung des optischen Verhaltens der Kristalle	201
a) Einfluß der Temperatur auf die optischen Eigenschaften.....	201
b) Einfluß des Druckes auf die optischen Eigenschaften	203
c) Optische Anomalien.....	207
Sachverzeichnis	209

A. Kristallographie.

Einleitung.

Kristallographie heißt wörtlich Kristallbeschreibung, und zwar meint man unter Kristallographie schlechthin die *geometrische* Kristallographie, zum Unterschied von der physikalischen und chemischen Kristallographie.

Da die Kristallgestalten vor allem dem Mineralogen in seinen Untersuchungsobjekten — den Mineralien — in oft wundervoller Schönheit entgentreten, wurde die Formenlehre dieser Naturgebilde in erster Linie von Mineralogen gepflegt und entwickelt und ihre beherrschenden Gesetzmäßigkeiten von ihnen studiert. So entstand die Kristallographie als der grundlegende Teil der *allgemeinen Mineralogie*. Gleichwohl hat sich die Kristallographie in der Folgezeit namentlich durch die Erweiterung des Blickfeldes auf die Gesetzmäßigkeiten der Feinstruktur — den atomistischen Innenaufbau der Kristalle — in den letzten Jahrzehnten immer mehr und mehr zu einer selbständigen, mathematisch-physikalischen Wissenschaft entwickelt. Jedenfalls aber ist sie für den wissenschaftlichen Mineralogen nach wie vor eine unentbehrliche Grundlage, ja eigentlich das durchgreifende Element seines gesamten Wissensgebietes. Selbst die früher deskriptiv arbeitende *spezielle Mineralogie* wird durch die Erkenntnisse der röntgenographischen Feinstrukturlehre und ihrer Forschungsergebnisse (Kristallchemie) von gänzlich neuen Gesichtspunkten beherrscht.

Da ist es zunächst nötig, das Wesen des Kristalls eindeutig zu umschreiben. Man könnte sagen: Kristalle sind homogene, anisotrope Naturkörper, d. h. in physikalischem und chemischem Sinne in sich *gleichartige* Körper, die aber hinsichtlich gewisser Eigenschaften richtungsabhängig sind.

Diese physikalische *Richtungsabhängigkeit* tritt auch geometrisch in Erscheinung, wenn man den wachsenden Kristall studiert.

Kristallisation tritt nämlich dann ein, wenn die Materie vom flüssigen (oder gasförmigen) Aggregatzustand in den *festen* übergeht; also beim Erstarren einer Schmelze, beim Ausfällen eines gelösten Stoffes, bzw. beim Ausscheiden von gelöster Substanz aus einer übersättigten Lösung.

Betrachten wir den letztgenannten Fall etwas näher: Aus einer gesättigten Alaunlösung wird durch Verdunsten des Lösungsmittels Übersättigung herbeigeführt. Der überschüssige Anteil ursprünglich gelöster Alaunsubstanz wird sich in Form von Kristallen abscheiden und auf den Boden des Kristallisationsgefäßes niedersinken.

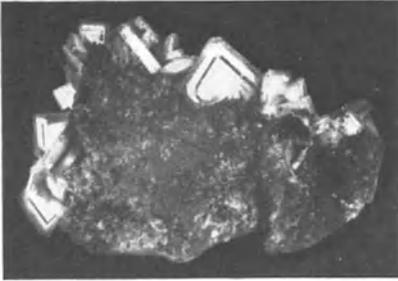


Abb. 1. Geschichtete Barytkristalle, Nassau.
(Nach H. MICHEL.)

Wollen wir den Vorgang der Kristallbildung unter dem Mikroskop verfolgen, dann können wir beobachten, daß schon im ersten Augenblick, da sich ein Kriställchen bildet, dieser Körper von ebenen Flächen begrenzt ist, die sich in Kanten schneiden, die wiederum in Ecken zusammenlaufen.

Setzen wir nun unseren erstgenannten Kristallisationsversuch so an, daß wir einen solchen kleinsten Kristallkörper — einen „Kristallkeim“ — frei an einem Kokonfaden in die übersättigte Lösung hängen, so können wir das Weiterwachsen genauer verfolgen. Wir werden bemerken, daß sich

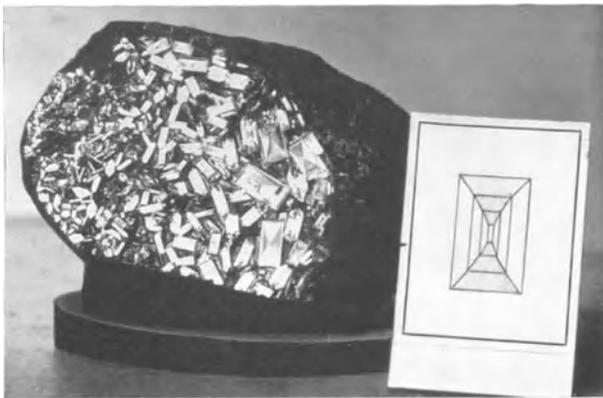


Abb. 2. Anwachspyramiden an Kristallen einer Schlacke (Sanduhrstruktur). (Nach H. MICHEL.)

der Kristall durch Anlagerung weiterer aus der Lösung ausscheidender Substanz vergrößert; *er wächst*, und zwar zum Unterschied von organischem Wachsen bei Zellen, die sich durch Intussusception (Zwischenfügung) vergrößern, wächst der Kristall durch Anlagerung paralleler Schichten, also durch Apposition.

Es läßt sich dieser Wachstumsvorgang sehr schön demonstrieren, wenn man folgenden Kunstgriff zu Hilfe nimmt: Man kennt verschiedene

Alaunkristalle, z. B. Aluminiumalaun und Chromalaun, die beide in der gleichen Gestalt als geometrische Oktaeder (vgl. Abb. 5, erster Kristall oben) kristallisieren; der Aluminiumalaun ist farblos, der Chromalaun tiefdunkelviolet gefärbt.

Läßt man nun ein Chromalaun-oktaeder in einer Lösung von Aluminiumalaun weiterwachsen, so kann man den Ansatz paralleler Schichten vor Augen führen: ein Kern von violetterm Chromalaun ist dann nach Beendigung des Versuches von einer parallel gelagerten Schicht von farblosem Aluminiumalaun umgeben. Freilich handelt es sich in diesem Falle schon um zwei verschiedene Kristallarten, die nur insofern als gleichartig aufgefaßt werden können, als sie sowohl nach ihrer chemischen Konstitution

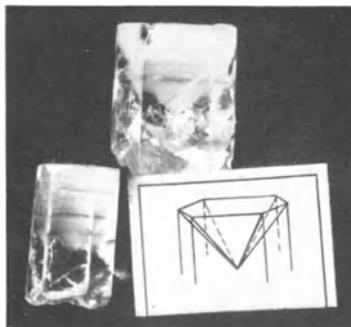


Abb. 3. Anwachspyramiden an Kalkspat-kristallen von Rabenstein. (Nach H. MICHEL.)

als auch in bezug auf ihre Kristallform als analog zu betrachten sind.¹

Die Abb. 1 bis 3 geben Beispiele solchen Schichtenwachstums; Abb. 2 zeigt das Entstehen einer sog. „Sanduhrstruktur“, Abb. 3 stellt ähnliche Anwachspyramiden bei Calcitkristallen dar.

Aus diesen Beobachtungen ist zu schließen, daß sich in gewissen Zeitabständen auf jede Kristallfläche eine parallele Schicht neuer Kristallsubstanz anlagert.

Betrachten wir nun einen Kristall etwas näher, der von verschiedenartigen Flächen begrenzt ist. Dann erkennen wir die beachtenswerte Tatsache, daß die auf verschiedenartigen Flächen, F_1, F_2, F_3 , angelagerten Schichten ungleich dick sind (Abb. 4). Hier haben wir schon die eingangs erwähnte Richtungsabhängigkeit!

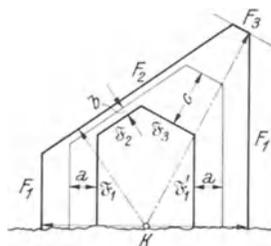


Abb. 4. Parallelschichtige Anlagerung nach verschiedenen Flächen, mit Einzeichnung der zugehörigen Zentral-distanzen.

Geometrisch können wir diesen physikalischen Vorgang des Wachstums am einfachsten vektoriell erfassen.

Ein Vektor ist eine gerichtete Größe. Es ist somit zu seiner Darstellung eine Richtung notwendig, auf der eine bestimmte Strecke abgetragen wird. Die gegebene Richtung für das fortschreitende Wachstum einer Fläche ist offensichtlich die Flächennormale. Der Betrag des Wachstums einer bestimmten Fläche in einer gewissen Zeiteinheit bedeutet die Verschiebungsgeschwindigkeit der Fläche nach außen; sie ist durch die abgetragene Strecke gekennzeichnet.

¹ Man spricht in diesem Falle von isomorpher Schichtung.

Also ergibt sich eine *Flächennormalenfigur* als ein Strahlenbüschel von Vektoren, deren jeder durch seine vom Keimpunkt aus gemessene Länge („Zentraldistanz“) die *Wachstumsgeschwindigkeit* angibt (Abb. 4).

Dadurch ist die *Anisotropie* in der äußeren geometrischen Gestalt des Kristalls — rein morphologisch — erfaßt; denn die Vektoren der verschiedenen Wachstumsrichtungen sind ungleich groß. Die physikalische Anisotropie als das kennzeichnende Merkmal kristallisierter Materie ist damit auch geometrisch dokumentiert.

Wir können also sagen: die geometrische Kristallform an sich ist schon der Ausdruck der dem Kristall zukommenden Anisotropie. Wären nämlich alle Wachstumsrichtungen von gleicher Geschwindigkeit, so gäbe es keinen flächenhaft begrenzten Kristall als ein „konvexes Polyeder“, sondern das Resultat solchen Wachstums wäre eine Kugel.

Ein Kristall ist, sofern er ungestört und ungehindert seiner Wachstumstendenz folgen konnte, ein von *ebenen Flächen begrenzter, homogener und anisotroper Naturkörper*, der ein konvexes Polyeder bildet. Dabei ist es für das Wesen eines Kristalls einerlei, ob die Bedingungen der Kristallisation in der Natur selbst gegeben waren — wie es bei den kristallisierten Mineralien der Fall ist (*natürliche Kristalle*) — oder ob diese Bedingungen bewußt im Laboratorium geschaffen wurden (*künstliche Kristalle*); beide sind in unserem Sinne „Naturkörper“. Den Begriff der Homogenität der Kristalle hingegen müssen wir später (im Schlußabschnitt IX) noch einer genaueren Erörterung unterziehen.

Sind demnach die Kristalle Körper, die von ebenen Flächen gesetzmäßig begrenzt werden, so daß sie Gestalten ergeben, die wir als „konvexe Polyeder“ bezeichnen — ebenflächig begrenzte Gebilde *ohne* einspringende Winkel (sofern es sich um kristallisierte Einzelindividuen handelt) —, so ist es naturgegeben, daß wir trachten werden, sie mit Hilfe geometrischer Methoden zu erfassen und zu beschreiben.

So ist dieser Teil der kristallographischen Wissenschaft in der Tat „*geometrische Kristallographie*“.

I. Die kristallographischen Grundgesetze.

a) Gesetz von der Konstanz der Flächenwinkel.

Das erste Grundgesetz der Kristallographie — das Gesetz von der Konstanz der Flächenwinkel — wurde schon im 17. Jahrhundert von NICOLAUS STENO klar erkannt, nachdem schon im 16. Jahrhundert CONRAD GESSNER und JOHANNES KEPLER auf die charakteristischen Winkelverhältnisse der Kristallgestalten aufmerksam gemacht hatten. Während früher die Kristalle als zufällige „Naturspiele“ angesehen wurden, hat STENO im Jahre 1669 aus Beobachtungen über das Wachstum von Kristallen verschiedener Art sowie besonders durch Wahrnehmungen

am Bergkristall festgestellt, daß die Flächenbegrenzung kein Zufallsergebnis, sondern durch bestimmte Winkelneigungen der einzelnen Flächen für jede Kristallart streng geregelt sei.

Betrachten wir nochmals unseren Kristallisationsversuch mit dem Alaun. Diejenigen Kristalle, die frei in der Lösung schwebend ungehindert wachsen können, werden die Oktaedergestalt ziemlich regelmäßig zur Ausbildung bringen. Jene Kristallkeime aber, die auf den Boden des Kristallisationsgefäßes niedersinken, sind in ihrem freien Wachstum behindert. Denn die Substanzzufuhr durch Konzentrationsströme der Lösung erfolgt hauptsächlich an den Seitenflächen. Es entsteht dadurch als Endprodukt des Wachstums eine abgeplattete Gestalt, die einem Oktaeder zunächst gar nicht ähnlich sieht. Man nennt diese Erscheinung „*Verzerrung*“.

Solche Verzerrungserscheinungen treten uns häufig auch an natürlichen Kristallen entgegen (s. Abb. 5 und 6). Abb. 5 zeigt eine Reihe von Magnetitkristallen, die ebenso wie der Alaun in Oktaedern kristallisieren. Wir bemerken aber in der dargestellten Reihe bei den einzelnen Kristallformen einen verschieden starken Grad von Verzerrung. Abb. 6 stellt einen verzerrten Quarzkristall dar.

Mißt man hingegen die Winkel eines solchen verzerrten Kristalls, so läßt sich feststellen, daß dieselben die gleichen sind wie bei den entsprechenden Winkeln eines ebenmäßig ausgebildeten Kristalls („*Modellkristall*“). Das Gesetz von der Konstanz der Flächenwinkel läßt sich nun allgemeingültig folgendermaßen formulieren: *Die Neigungswinkel entsprechender Flächen eines Kristalls (sowie aller Kristalle derselben Art) sind bei derselben Temperatur¹ an allen Individuen gleich.*

Anlegegoniometer. Um diesen Nachweis einwandfrei zu führen, bedarf es eines Messungsinstruments, des sog. Anlegegoniometers; Abb. 7 zeigt

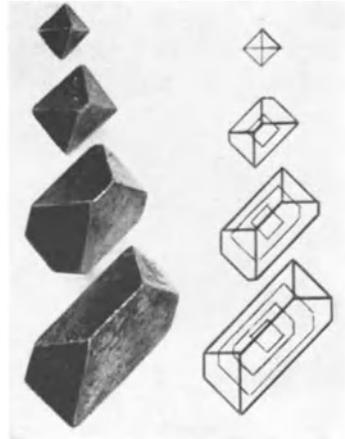


Abb. 5. Magnetit-Oktaeder (Zillertal) in verschiedenem Grade der Verzerrung; vgl. die schematischen Zeichnungen. (Nach H. MICHEL.)

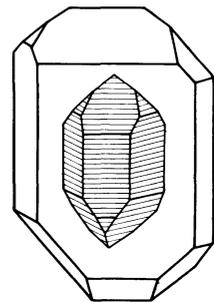


Abb. 6. Verzerrter Quarzkristall mit eingezeichnetem Modellkristall.

¹ Auch bei starken Temperaturänderungen beträgt die Schwankung in der Größe der Flächenwinkel meist nur wenige Minuten.

ein solches. Es besteht aus einem mit Gradeinteilung versehenen Halbkreis, begrenzt durch eine feste Schiene als Kreisdurchmesser. Eine zweite, drehbare Schiene ist im Mittelpunkt des Kreises befestigt. Will man nun einen bestimmten Neigungswinkel zweier Kristallflächen messen, so legt man das Goniometer derart an die beiden Kristallflächen, daß die Kreisebene des Goniometers auf der Schnittkante der zu messenden Flächen senkrecht steht: die eine Kristallfläche wird dabei an die feste Schiene des Goniometers genau angelegt, die bewegliche Schiene so weit gedreht, bis sie die andere Kristallfläche richtig berührt. Es ist somit der Flächenwinkel der eingespannten Kristallflächen als Winkel zwischen den beiden Goniometerschienen festgelegt und kann als Scheitel-

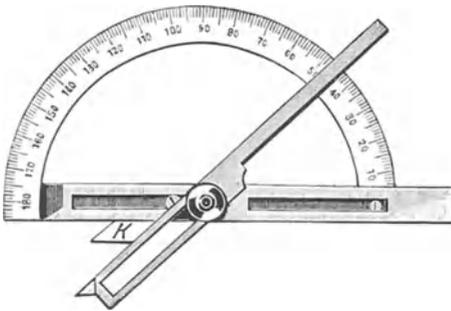


Abb. 7. Anlegegoniometer.

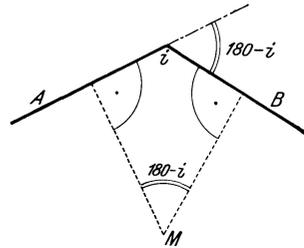


Abb. 8. Flächenwinkel und Normalenwinkel.

winkel an den entgegengesetzt gerichteten Ästen dieser Schienen am Teilkreis direkt abgelesen werden.

Wir werden aber in Hinkunft nicht den eigentlichen Flächenwinkel, den inneren Neigungswinkel i (s. Abb. 8) notieren, sondern seinen Nebenwinkel ($180 - i$) (Supplementärwinkel, gleichzeitig der Winkel der Flächennormalen, der „Normalenwinkel“).

Daher ist es am zweckmäßigsten, nicht den obenerwähnten Scheitelwinkel der beiden Goniometerschienen abzulesen, sondern gleich den an den Kristall grenzenden Nebenwinkel (auf der linken Seite des Teilkreises, Abb. 7), d. h. also von der die Kristallfläche berührenden festen Schiene aus die Winkelzählung vorzunehmen bis zu jener Teilkreisstelle, wo der zweite Ast der beweglichen Schiene die Gradeinteilung trifft. Dabei ist darauf zu achten, daß an jener Kante der beweglichen Schiene abgelesen wird, welche als Linie durch den Kreismittelpunkt geht (in der Abbildung die Kante rechts). Die Anlegegoniometer tragen in den meisten Fällen die Gradzählung von beiden Seiten aus, so daß die Ablesung des Nebenwinkels direkt vorgenommen werden kann.

b) Das Symmetrieprinzip in der Kristallwelt.

Schon bei unserem grundlegenden Kristallisationsversuch mit dem Alaun haben wir erfahren, daß eine Kristallform entsteht — das Oktaeder. Wir haben in diesem Falle eine Kristallgestalt vor uns, wo ein

Begrenzungselement, nämlich die Oktaederfläche, in gleichartiger Weise mehrfach am Kristall in Erscheinung tritt. Das gleiche gilt auch für die Kanten und für die Ecken.

Diese *gesetzmäßige Wiederholung von Begrenzungselementen* (Flächen, Kanten und Ecken) fassen wir unter dem Begriff der „*Symmetrie*“ zusammen. Zwar ist in den meisten anderen Fällen von Kristallgestalten keine so weitgehende Übereinstimmung gleichartiger Flächen, Kanten und Ecken, wie gerade hier beim Oktaeder, doch zeigt sich auch bei den weniger hochsymmetrischen Kristallisationsformen immerhin bezüglich gewisser Begrenzungselemente Übereinstimmung. Es gibt zwar auch Kristalle, die keinerlei Wiederholung ihrer Begrenzungselemente darbieten, wo also jede Fläche in ihrer Art nur einmalig vertreten ist; doch ist dies eine seltene Ausnahme.

Wenn man somit auch nicht sagen kann, daß Symmetrie ein im Wesen des Kristalls gelegenes Grundprinzip bedeutet, so kann doch nicht übersehen werden, daß symmetrische Wiederholung gewisser Flächen in den weitaus meisten Fällen der Kristallisation eine bedeutungsvolle Rolle spielt.

Haben wir es somit bei dem Begriff der Symmetrie nicht mit einem eigentlichen Grundgesetz des Kristallbaues zu tun, so werden wir doch den Erscheinungen der Symmetrie ein erhöhtes Augenmerk zuwenden müssen, wie das im Abschnitt IV geschehen wird.

Wollen wir aber den einen Ausnahmefall der Symmetrielosigkeit mit in den Symmetriebegriff einbeziehen, dann könnten wir wirklich sagen, daß an jedem Kristall eines der später zu behandelnden Symmetriegesetze tatsächlich ausgesprochen ist. Jedenfalls ist die Symmetrie der Kristalle eine so auffallende und für das Wesen der kristallisierten Substanz besonders kennzeichnende Eigentümlichkeit, daß wir sie schon bei diesen einleitenden Betrachtungen entsprechend hervorheben müssen.

c) Das Parametergesetz.

1. Achsenkreuz und Parametergesetz.

Um eine Grundlage zur Beschreibung der Kristallgestalten zu gewinnen, müssen wir eine Methode der analytischen Geometrie zu Hilfe nehmen. Jeder Körper als räumliches Gebilde läßt sich in bezug auf ein dreigliedriges Koordinatensystem eindeutig beschreiben. Wir könnten nach dem gebräuchlichen Vorgange der Geometrie ein rechtwinkeliges Koordinatensystem von drei Achsen, x , y , z , zugrunde legen. Es wird sich jedoch empfehlen, die Wahl der Achsen in Übereinstimmung mit dem Bauplan des betreffenden Kristalls vorzunehmen, d. h. *nicht* unter allen Umständen an dem rechtwinkelligen Koordinatensystem starr festzuhalten, sondern sich von der Eigentümlichkeit des Kristallbaues selbst

leiten zu lassen. Grundsätzlich wählt man drei am Kristall vorkommende (oder bei anderen Flächenkombinationen mögliche) Kantenrichtungen aus, die als Bezugssystem gelten sollen. Oder — was auf das gleiche hinausläuft — drei Flächen des Kristalls, die ein körperliches Eck bilden, werden, durch einen Fixpunkt im Inneren des Kristalls gelegt, drei Schnittlinien liefern, die (den entsprechenden Kristallkanten parallel) das *Achsenkreuz* darstellen. Falls die Bauart des zu beschreibenden Kristalls drei aufeinander senkrechte Richtungen zuläßt, wird man natürlich ein recht-

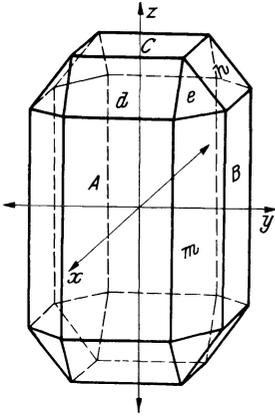


Abb. 9. Olivinkristall mit rechtwinkeligem Achsenkreuz.

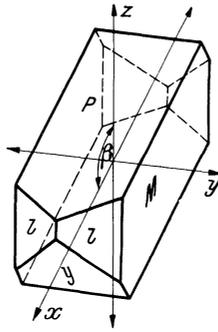


Abb. 10. Orthoklaskristall mit eingezeichnetem Achsenkreuz.

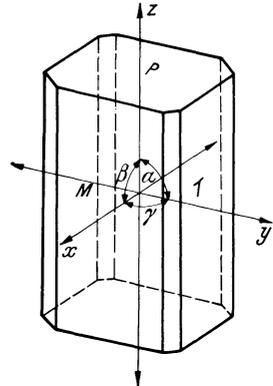


Abb. 11. Disthen-Kristall mit eingezeichnetem, schiefwinkligem Achsenkreuz.

winkeliges Achsenkreuz wählen (s. Abb. 9, Olivinkristall). In dem in Abb. 10 dargestellten Orthoklaskristall ist es jedoch unmöglich, drei aufeinander senkrechte Kantenrichtungen aufzufinden; die aufrechten Kanten und die oben und unten sichtbaren Querkanten stehen aufeinander senkrecht. Diese beiden werden wir jedenfalls für die z - und y -Achse heranziehen. Statt der sonst horizontal nach vorn gerichteten x -Achse müssen wir jedoch eine andere, z. B. die nach vorn abwärts laufende Kante zwischen der P - und M -Fläche auswählen, wie sie sich an dem Kristall deutlich sichtbar darbietet. Es ergibt sich daher — weil die Querkante auf den beiden anderen senkrecht steht — hier ein Achsenkreuz, das nur zwei rechte Winkel aufweist (zwischen y und z sowie zwischen x und y), der dritte Winkel jedoch (zwischen der z und x) ist von 90° verschieden und muß daher in seinem Werte genau bestimmt und angegeben werden.

Im allgemeinsten Fall (Abb. 11), wenn die ausgewählten drei Flächen M , T und P sämtlich von 90° verschiedene Winkel miteinander bilden, sind dann alle Achsenwinkel α , β , γ schiefe Winkel:

$$\alpha \dots \sphericalangle (y : z), \quad \beta \dots \sphericalangle (z : x), \quad \gamma \dots \sphericalangle (x : y).$$

Haben wir uns nun einmal auf ein bestimmtes Achsenkreuz festgelegt, so ist eine außerordentlich merkwürdige Gesetzmäßigkeit des Kristallbaues nachweisbar.

Die verschiedenen, an einem Kristall auftretenden Flächen sind durchaus nicht zufällig oder wahllos angeordnet, sondern stehen in einem ganz bestimmten inneren Zusammenhange zueinander.

Vermerken wir nämlich (nach Auswahl der drei „Achsenflächen“) von einer vierten, willkürlich herausgegriffenen Fläche e (s. Abb. 9), die alle drei Achsen schneidet, diese Achsenabschnitte (die sog. *Parameter*), wie es Abb. 12 darstellt, so zeigt die weitere Untersuchung, daß an diesem Kristall sowie an allen Kristallen derselben Art nur solche Flächen auftreten, deren Achsenabschnitte ganzzahlige Vielfache oder echte Brüche der zum Vergleich herangezogenen Parameterwerte der Ausgangsfläche sind; oder aber die Flächen sind einer der Achsen parallel.

Die Abschnitte der Ausgangsfläche e — wir wollen sie „Einheitsfläche“ nennen — auf den Kristallachsen x, y, z bezeichnen wir mit a, b, c ; diese Strecken werden vom Nullpunkt des Achsenkreuzes aus gemessen (siehe Abb. 12). Wie alle gemessenen Größenwerte, sind es *unvollständige Zahlen*, da es ganz von der Messungsmethode abhängig ist, mit welcher Genauigkeit diese Werte bestimmt werden können.

Da es uns aber nicht auf die absoluten Werte dieser drei auf den Kristallachsen abgeschnittenen Strecken a, b, c ankommt — weil wir doch die Fläche (wie wir beim Wachstumsvorgang gesehen haben) parallel zu sich selbst verschieben können (Abb. 12) —, interessiert uns lediglich das Verhältnis dieser drei Werte $a : b : c$; wir nennen es das *Achsenverhältnis* oder *Parameterverhältnis*. Dieses Zahlenverhältnis ist im allgemeinen ein *irrationales*, sofern sich nicht symmetriebedingt in gewissen Fällen gleiche Achsenabschnitte ergeben.

Wenn wir somit dieses Verhältnis dreier irrationaler Zahlen mit einem beliebigen Faktor multiplizieren oder durch irgendeine Zahl dividieren können, ohne das Parameterverhältnis dadurch zu verändern, so erscheint es am zweckmäßigsten, durch den mittleren der drei Werte — den Parameterwert auf der y -Achse (b) zu dividieren —, mit anderen Worten, den Abschnitt auf der y -Achse $b = 1$ zu setzen.

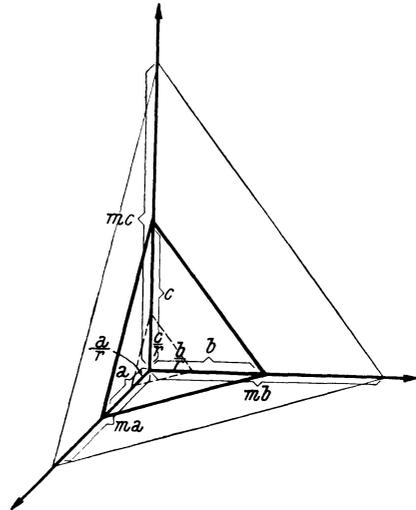


Abb. 12. Achsenabschnitte (Parameter).

Das Achsenverhältnis z. B. von Disthen (s. Abb. 11) lautet: $a : b : c = 0,8991 : 1 : 0,6968$, wobei noch die Winkel α, β, γ der Kristallachsen untereinander anzugeben sind:

$$\alpha = 90^\circ 23', \quad \beta = 100^\circ 18', \quad \gamma = 106^\circ 01'.$$

Die Angabe der Winkel der Achsen und des Achsenverhältnisses der Einheitsfläche bezeichnet man als die „Metrik“ der betreffenden Kristallart. Sie gilt infolge der Winkeländerung bei Temperaturwechsel streng genommen nur für eine bestimmte Temperatur.

Ist die Metrik einmal festgelegt, so stellt sich das Parameterverhältnis aller übrigen an dem Kristall vorkommenden Flächen dar durch das Verhältnis

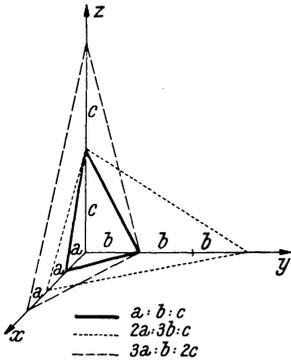


Abb. 13. Parametergesetz.

$$ma : nb : pc,$$

wobei m, n, p ganze, meist einfache Zahlen (einschließlich ∞) oder rationale Brüche sind, z. B.

$$a : \frac{2}{3} b : \frac{1}{2} c$$

oder aber

$$\left. \begin{array}{l} 2a : 3b : c \\ 3a : b : 2c \end{array} \right\} \text{ wie in Abb. 13.}$$

oder

Ein Verhältnis, das echte Brüche als Koeffizienten enthält, werden wir durch Erweitern ganzzahlig gestalten, indem wir mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der Nenner durchmultiplizieren, also statt

$$a : \frac{2}{3} b : \frac{1}{2} c$$

$$(\times 6) \dots\dots\dots 6a : 4b : 3c$$

angeben.

Sind Flächen einer Achse parallel, so erhalten sie bezüglich dieser Achse den Koeffizienten ∞ .

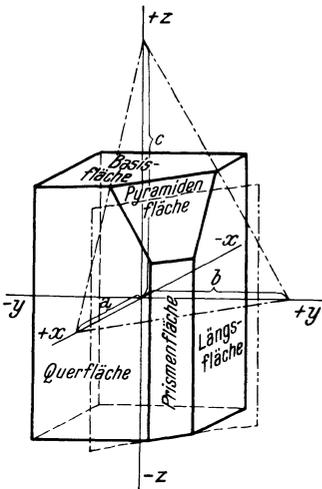


Abb. 14. Flächenarten.

2. Charakterisierung der Flächenarten.

Von den drei ausgewählten Flächen, die das Achsenkreuz lieferten, ist jede von ihnen naturgemäß zwei Achsen parallel; wir nennen

sie „Endflächen“, und zwar heißt (s. Abb. 14)

$$a : \infty b : \infty c \dots \text{ Querfläche,}$$

$$\infty a : b : \infty c \dots \text{ Längsfläche,}$$

$$\infty a : \infty b : c \dots \text{ Endfläche (im engeren Sinn) oder Basisfläche.}$$

Die kantenabstumpfenden Flächen der Grundform sind jeweils *einer* Achse parallel, schneiden jedoch die beiden anderen; sie heißen „*Prismenflächen*“, und zwar ist (Abb. 9)

- m . . . das „aufrechte Prisma“, parallel der aufrechten Achse z ,
- d . . . das „Querprisma“, parallel der Querachse y ,
- h . . . das „Längsprisma“, parallel der Längsachse x .

Schließlich gibt es noch Flächen (e an unserem Olivinkristall, Abb. 9), welche alle drei Achsen schneiden, das sind „*Pyramidenflächen*“ (Abb. 14); sie liefern das Achsenverhältnis $a : b : c$.

Hätten wir diese die Ecken der Grundform abstumpfenden Flächen als Kristallform allein vor uns, so ergäbe sich im Falle Abb. 9 eine vierseitige Doppelpyramide (s. Abb. 15). Unsere Ausgangsfläche e zur Bestimmung des Grundparameterverhältnisses ist demnach unsere „*Einheitspyramide*“.

Um jede einzelne der acht Pyramidenflächen festzulegen, muß man beachten, in welchem Oktanten des Koordinatensystems die betreffende Fläche liegt, und dies durch ein Minuszeichen zum Ausdruck bringen, falls der negative Ast einer Achse geschnitten wird. Ein für allemal gelten als *positive* Äste unserer Koordinatenachse (Kristallachsen)

- x . . . nach vorn,
- y . . . nach rechts,
- z . . . nach oben;

die entgegengesetzt gerichteten sind als negativ zu bezeichnen.

Zusammenfassend läßt sich sagen: *ausgehend von den genannten vier Flächen* (drei Achsenflächen und die Einheitspyramide), *lassen sich auf Grund des Gesetzes der rationalen Parameterkoeffizienten alle übrigen am Kristall vorkommenden oder an ihm möglichen Flächen bestimmen.*

3. Erklärung des Parametergesetzes aus dem Feinbau der Kristalle.

Wie im letzten Abschnitt (IX) des näheren auseinandergesetzt werden soll, ist der Kristall in Wirklichkeit nicht lückenlos von Materie erfüllt, sondern die Substanz ist in bestimmten Massenzentren lokalisiert. Diese Massenpunkte bilden ein sog. Raumgitter, wo in dreidimensionaler Anordnung die Massenpunkte in jeweils gleichen Abständen a , b und c längs der betreffenden Gitterlinien aufeinanderfolgen. Abb. 16 stelle ein Raum-

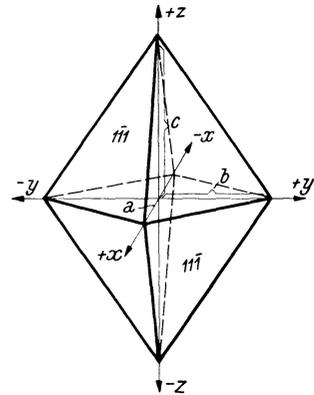


Abb. 15. Vierseitige Doppelpyramide.

gitter eines Kristalls dar, den wir auf ein rechtwinkeliges Achsenkreuz beziehen können, wie beispielsweise Abb. 9 und 15; die Achsenrichtungen erscheinen hier als Scharen von Gitterlinien. In der Richtung der x -Achse folgen die Massenpunkte im Abstand a aufeinander, in der Richtung der y -Achse im Abstand b , in der z -Richtung im Abstand c . Es ist ersichtlich, daß nur dort Flächen möglich sind, wo die betreffende Ebene mit Gitterpunkten besetzt ist. Um z. B. eine Pyramidenfläche zu erhalten, muß die betreffende Ebene durch drei Gitterpunkte gelegt werden, die bzw. der x -, y - und z -Gitterlinie angehören; also sind ihre Abstände auf diesen Achsen notwendig $1a$, $1b$, $1c$ oder aber ganze Vielfache dieser Grundabstände.

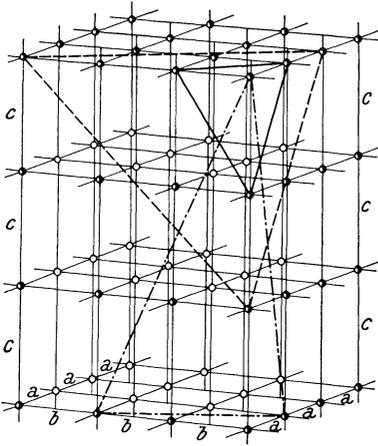


Abb. 16. Raumgitter und Parametergesetz.

Geht eine Ebene durch drei solcher Punkte hindurch, dann liegen in dem unendlich ausgedehnt gedachten Raumgitter (wovon das in Abb. 16 dargestellte Gitter nur einen kleinen Ausschnitt darstellt) immer neue Massenpunkte in ihr. Geht hingegen eine Ebene in irrationalen Multiplen der Grundabstände a , b , c an den nächstgelegenen Gitterpunkten vorbei, so trifft eine solche Ebene im ganzen unendlichen Ausdehnungsbereich nie mehr auf einen Gitterpunkt. Also ist diese Ebene als Kristallfläche unmöglich.

Daraus geht hervor, daß es nur Flächen geben kann, deren Parameterkoeffizienten ganzzahlige Vielfache des Grundparameterverhältnisses sind. Das am Kristall festgelegte Achsenverhältnis $a : b : c$ ist in seinen Werten gleich den Gitterabständen a , b und c des Raumgitters, oder es ist bezüglich der einen oder anderen Achse das 2-, 3-, . . . fache dieser Werte, falls man als Einheitspyramide zufällig eine Fläche herausgegriffen hatte, die statt mit $(a : b : c)$ richtiger mit beispielsweise $(2a : 3b : 2c)$ zu bezeichnen gewesen wäre.

Aus den gleichen Gründen (wonach nur Flächen mit rationalen Vielfachen der Parameterwerte denkbar sind) ist auch ein einheitliches Kristallprisma, dessen Querschnitt ein regelmäßiges Achteck bildet, unmöglich.¹ Wie die beigegebene Abb. 17 zeigt, würde die Achteckseite, die die Spur einer aufrechten Prismenfläche darstellt, auf der y -Achse in S einschneiden. Die Strecke \overline{BS} ist $a\sqrt{2}$, denn $\triangle ASB$ ist ein gleichschenkeliges,² dessen anderer Schenkel AB — wie

¹ Hingegen wäre unter Umständen eine prismatische Form mit regelmäßigem achteckigen Querschnitt möglich, wenn es sich um eine Kombination von Prisma I. und II. Art handelt (siehe S. 65).

² Beweis, daß $\triangle ASB$ gleichschenkelig ist: Der \sphericalangle bei A ist $22\frac{1}{2}^\circ$, wie

ersichtlich — $a\sqrt{2}$ ist. Der Achsenabschnitt auf der y -Achse ist gleich der Entfernung $OB + BS$, d. i. $a + a\sqrt{2} = a(1 + \sqrt{2})$. Der Klammerausdruck als Koeffizient des Grundparameterwertes ist irrational, demgemäß ist eine solche

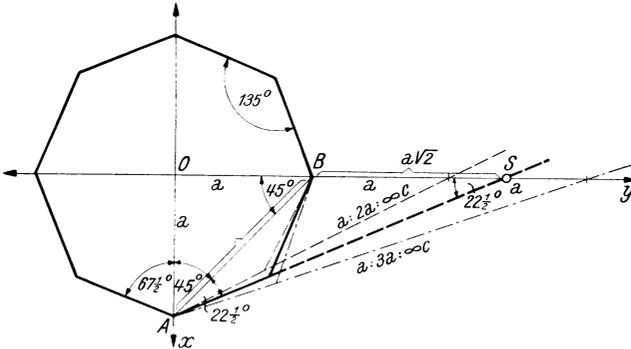


Abb. 17. Regelmäßiges Achteck ist mit dem Parametergesetz in Widerspruch.

Fläche kristallographisch unmöglich. Möglich hingegen sind gewisse halbregelmäßige Achtecke (Di-Tetragone) als Querschnitt der Kristallform, wenn sie rationale Parameterkoeffizienten ergeben, wie z. B.

$$a : 2 a : \infty c$$

oder

$$a : 3 a : \infty c \text{ (s. Abb. 17).}$$

4. Indizierungsmethoden.

Ist es uns nun gelungen, durch die Auswahl eines Achsenkreuzes jede vorkommende Kristallfläche durch das Verhältnis ihrer Achsenabschnitte eindeutig festzulegen, so bedarf es noch einer kurzen *Bezeichnungsweise*, um die soeben besprochene Gesetzmäßigkeit der rationalen Parameterkoeffizienten klar und übersichtlich zum Ausdruck zu bringen.

An sich würde es zwar genügen, das Verhältnis der Achsenabschnitte — wie dies oben geschehen ist — zu notieren (Bezeichnungsweise nach WEISS), doch würde diese Art von Symbolik viel zu schleppend sein. Auch ist es überflüssig, das Achsenverhältnis $a : b : c$ immer zu wiederholen, da doch — nachdem die Metrik einmal festgelegt — lediglich die Parameterkoeffizienten von Interesse sind.

NAUMANN hat eine solche Art der Bezeichnung eingeführt, die in älteren Lehrbüchern noch manchmal auftaucht (namentlich auch in Schulbüchern oft gebraucht wurde). NAUMANN bezeichnete die Grundpyramide mit P

aus den Eintragungen ohne weiteres hervorgeht (der ganze Innenwinkel bei A ist 135°). Der \sphericalangle bei S ist gleichfalls $22\frac{1}{2}^\circ$, denn der Außenwinkel des $\triangle ASB$ bei B (45°) ist gleich der Summe der beiden nichtanliegenden Innenwinkel; also ist das $\triangle ASB$ gleichschenkelig mit den Schenkeln $a\sqrt{2}$.

und kennzeichnete die Achsenabschnitte weiterer Flächen durch Angabe des betreffenden Parameterkoeffizienten, so z. B.:

die Einheitspyramide: nach WEISS¹ ... $(a : b : c) = P$ nach NAUMANN,
 eine abgeleitete Pyramide: „ „ ... $(a : b : 3c) = 3P$ „ „ „
 ein aufrechtes Prisma: „ „ ... $(a : b : \infty c) = \infty P$ „ „ „

Wie ersichtlich, bezieht sich der vor dem P stehende Koeffizient immer auf die z -Achse. Koeffizienten, die die x - oder y -Achse betreffen, wurden hinter das P gesetzt, wobei diese Achsen durch besondere Zeichen (z. B. Kürze- und Längenzeichen: \smile und — über dem betreffenden Koeffizienten unterschieden werden mußten.

Die NAUMANNschen Symbole werden in der modernen Fachliteratur nicht mehr gebraucht. Sie haben den Nachteil, daß sich dieses Bezeichnungsprinzip nicht konsequent durchführen läßt.

MILLERSche Indices. Wir müssen nun eine andere Bezeichnungsweise besprechen, die zwar auf den ersten Blick umständlich oder unanschaulich erscheinen mag, die sich aber für die Zwecke der Kristallbeschreibung und Kristallberechnung als sehr vorteilhaft erweisen wird. Statt der Parameterkoeffizienten eines WEISSschen Flächenzeichens

$$ma : nb : pc$$

bilden wir das Verhältnis der *reziproken* Werte der Koeffizienten m, n, p (ohne das Achsenverhältnis zu wiederholen):

$$\frac{1}{m} : \frac{1}{n} : \frac{1}{p}.$$

Dieses neue Zahlenverhältnis bringen wir auf ganze (und zwar teilerfremde) Zahlen hkl . Diese Zahlenwerte, in runde Klammern gesetzt — (hkl) — sind die MILLERSchen Indices, benannt nach dem englischen Kristallographen MILLER, der diese Bezeichnungsweise in die kristallographische Praxis eingeführt hat, obwohl sie eigentlich auf WHEWELL und GRASSMANN zurückgeht.

Ein Beispiel: Die Fläche

$$2a : 1b : 3c.$$

Das Zahlenverhältnis der reziproken Parameterkoeffizienten lautet:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{1} : \frac{1}{3}$$

oder, durch Erweitern auf ganze Zahlen gebracht:

$$\times 6 \dots\dots\dots 3 : 6 : 2.$$

Das MILLERSche Symbol ist (362).

¹ Wenn das Flächensymbol in runde Klammern gesetzt ist, bedeutet es nicht nur die Fläche im ersten Oktanten (mit positiven Achsenabschnitten), sondern die ganze Form aller gleichwertigen Flächen (vierseitige Doppelpyramide).

Das gleiche ist zu erreichen, wenn wir die Glieder des Koeffizientenverhältnisses auf die Form $\frac{1}{x}$ bringen, und dann an Stelle dieser Werte ihre reziproken, das sind die Nenner, notieren.

Unser obiges Parameterzeichen:

$$2 a : 1 b : 3 c$$

$$: 6 \dots\dots\dots \frac{1}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{2}.$$

MILLERSches Symbol (362).

Ist eine Fläche zu einer Achse parallel (Koeffizient ∞), dann ist der MILLERSche Index für diese Achse sein reziproker Wert, nämlich Null. Z. B. Querfläche (100), Längsfläche (010), Basisfläche (001). Prismenformen: (110), (101), (011); (210) usw.

Soll eine einzelne Fläche besonders herausgegriffen werden, dann bleibt die runde Klammer (als Symbol der ganzen Form) weg, und das entsprechende Vorzeichen (—) wird über den betreffenden Index gesetzt, z. B. $\bar{1}11$ bzw. allgemein $\bar{h}kl$ für die linke vordere Pyramidenfläche oben.

d) Zonengesetz.

Wenn wir die Kristallgestalten aufmerksam betrachten, fällt uns eine bezeichnende Eigentümlichkeit auf, nämlich die, daß wir an den Kristallen des öfteren ganze Scharen von parallelen Kanten aufzufinden vermögen. Schon bei unserem eingangs erwähnten Alaunwachstumsversuch können wir diese Feststellung machen. Lassen wir zu diesem Zweck unser Alaunoktaeder längere Zeit in der Lösung weiterwachsen, dann können wir die Wahrnehmung machen, daß an den Ecken und Kanten der ursprünglichen Oktaeder neue Flächen auftreten: an den sechs Ecken stellen sich Flächen ein, die genau die Lage von Würfelflächen haben, und die zwölf Oktaederkanten werden durch weitere leistenförmige Flächen abgestumpft (siehe Abb. 18), die in ihrer rechteckigen Gestalt zwei Paare paralleler Kanten darbieten. Hier können wir sehr schön sehen, wie beispielsweise, von der nach vorn gerichteten Eckenabstumpfung ausgehend zwei „Gürtel“ von Flächenverbänden den ganzen Kristall umziehen, deren Flächen sich in parallelen Kanten schneiden; insgesamt haben wir an diesem Kristall drei solcher Flächen-gürtel. Über die Längsseiten unserer rechteckigen Kantenabstumpfungen hinweg finden wir noch weitere sechs Flächenverbände vor, die sich

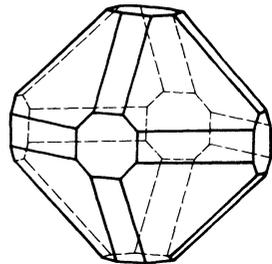


Abb. 18. Flächenreicher Alaunkristall.

mit parallelen Schnittkanten um den ganzen Kristall verfolgen lassen. Einen solchen *Verband von Flächen*, die sich in *parallelen Kanten* schneiden, nennen wir eine „Zone“.

In ähnlicher Weise können wir auch an der Hand der in Abb. 19 dargestellten Topaskristalle — von einfachen bis flächenreichen Formen entwickelt — die Tatsache feststellen, daß *die Flächen eines Kristalls untereinander im Zonenverbande* stehen.

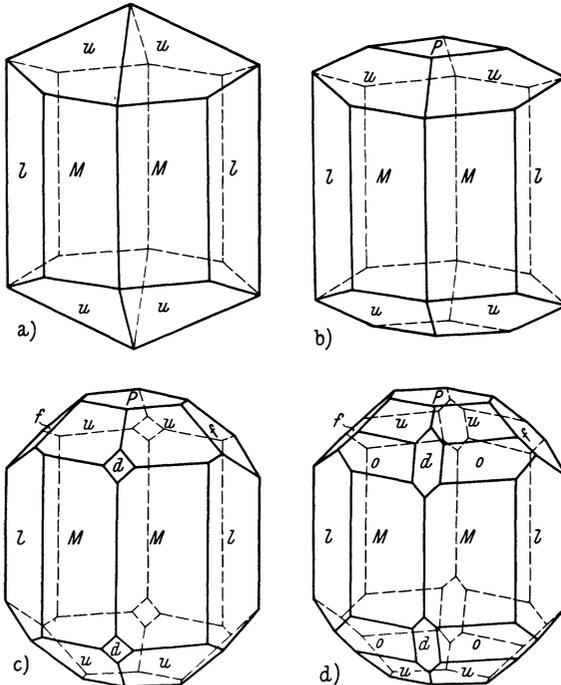


Abb. 19a bis d. Zonenentwicklung am Topas.

An den flächenarmen Kristallen wird dieser Zusammenhang nicht überall ohne weiteres ersichtlich sein. Ist hingegen der Kristall genügend flächenreich entwickelt, dann tritt diese Gesetzmäßigkeit des Zonenverbandes deutlich vor Augen. Trotzdem wird man auch hier noch immer Kanten vorfinden, für die keine parallelen Kanten in Erscheinung treten: man spricht in diesem Falle von „versteckten Zonen“.

Oftmals aber wird es möglich sein, zu einer vorkommenden Kante am Kristall eine weitere Fläche zu finden, die zu dieser Kante parallel ist. Dann gehört diese Fläche gleichfalls der durch die Kante bezeichneten Zone an; denn die parallele Fläche würde, entsprechend parallel verlagert, in die Nachbarflächen der betreffenden Kante mit parallelen Kanten einschneiden.

Die beigegebene Abb. 20 möge das Gesagte erläutern: Die Flächen F_1 und F_2 haben KK als Schnittkante. Die Fläche F_3 , die zur gegebenen Kante KK parallel ist, kommt zwar mit F_2 nicht mehr zum Schnitt, sondern berührt sie gerade noch in einem Eck. $K'K'$ wäre ihre Schnittlinie, wenn wir die Flächen F_2 und F_3 über ihre derzeitige Begrenzung hinaus entsprechend erweitern. Würden wir F_3 entsprechend der beim Wachstumsversuch gewonnenen Erkenntnis parallel mit sich selbst zurückverschieben (in der Richtung gegen das Kristallinnere), dann würde F_3 in F_2 mit einer Kante einschneiden, die zu $K'K'$ und damit auch zur Ausgangskante KK (zwischen F_1 und F_2) parallel ist.

Auf diese Art können wir auch bei versteckten Zonen weitere der Zone angehörige Flächen feststellen, falls sich überhaupt noch eine zu der in Betracht gezogenen Schnittkante parallele Fläche am Kristall vorfindet. Sollte auch das nicht der Fall sein, so ist es gleichwohl möglich, Kantenabstumpfung für diese Betrachtungsweise heranzuziehen, wenngleich dieselben als Ergebnis des Wachstums nicht mehr in Erscheinung getreten sind. Solche Flächen, die zwar am vorliegenden Kristall nicht auftreten, jedoch nach Lage des Falls beim Wachstum unter anderen Umständen hätten erzielt werden können, bezeichnen wir als „mögliche Flächen“.

Durch die vorliegende Betrachtung ist es klar geworden, daß das ausschlaggebende Merkmal einer Zone die Schar paralleler Kanten ist. Da es aber lediglich auf ihre Richtung ankommt, brauchen wir zur Kennzeichnung nicht sämtliche Schnittkanten der betreffenden Zone heranzuziehen, sondern denken uns die Kanten des Zonengürtels als eine einzige Gerade durch den Mittelpunkt des Kristalls gelegt (durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes): das ist die „Zonenachse“ (s. Abb. 20). Sie allein wird uns zur mathematischen Erfassung der Zone Hilfsmittel sein.

Das erkannte Grundgesetz — das Zonengesetz — lautet: *an einem Kristall und allen Kristallen derselben Art können nur solche Flächen auftreten, die miteinander in Zonenzusammenhang stehen.*

Ein ganz analog formuliertes Grundgesetz haben wir bereits in dem Gesetz der *rationalen Parameterkoeffizienten* kennengelernt. Sollten etwa diese beiden Gesetze in einem inneren Zusammenhang stehen? Wir werden mathematisch nachweisen können, daß dies in der Tat der Fall ist.

Das Zonensymbol. Wie wir im vorhergehenden Unterabschnitt I c zur prägnanten Bezeichnung der Kristallflächen die MILLERSchen Indices eingeführt haben, so bedarf es nun auch eines entsprechenden kurzen Symbols für die Zone.

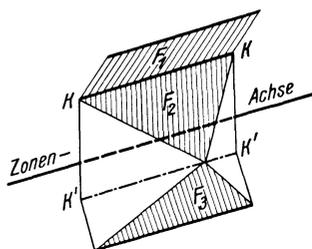


Abb. 20. Zonenverband.

Der Begriff der Zonenachse ist dazu wie geschaffen. Die Zonenachse ist — wie wir soeben gehört haben — eine Gerade durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes, die der Kantenschar der betreffenden Zone parallel ist. Zur eindeutigen Festlegung einer Geraden genügen zwei ihrer Punkte. Den einen haben wir bereits: es ist der Schnittpunkt der Kristallachsen (der Nullpunkt unseres Koordinatensystems). Also brauchen wir nur irgendeinen anderen Punkt der Zonenachse durch seine räumlichen Koordinaten zu bestimmen. Die auf die drei Kristallachsen bezüglichen Koordinaten messen wir wieder — wie bei den Achsenabschnitten einer Kristallfläche — mit verschiedenen Einheitsmaßstäben, deren Verhältnis dem Achsenverhältnis $a : b : c$ entspricht.

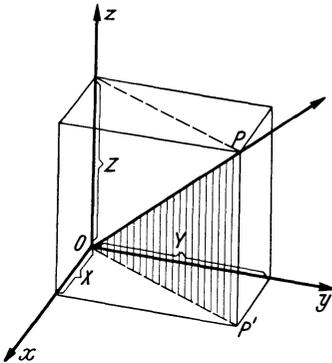


Abb. 21. Zonensymbol, gegeben durch die Koordinaten eines Punktes der Zonenachse.

Das für den Punkt P der Zonenachse kennzeichnende Koordinatenverhältnis sei $X : Y : Z$ (s. Abb. 21) oder, ausgedrückt im Maßstab des Achsenverhältnisses,

$$ua : vb : wc.$$

Die Koeffizienten, durch Erweitern oder Kürzen ganzzahlig und teilerfremd gemacht, setzen wir in eckige Klammer: $[uvw]$. Das ist das *Zonensymbol*.

Trotz äußerlicher Ähnlichkeit des Zonensymbols mit dem in runder Klammer geschriebenen Flächensymbol (hkl) ist darauf zu achten, daß die Werte uvw des Zonensymbols tatsächlich den Koordinatenkoeffizienten entsprechen, während sich die MILLERSchen Flächenindices zu den Parameterkoeffizienten m, n, p reziprok verhalten.

Demnach ist

$$\begin{aligned} [100] & \dots \text{ das Symbol der } a\text{-Achse,} \\ [010] & \dots \text{ ,, ,, ,, } b\text{-Achse,} \\ [001] & \dots \text{ ,, ,, ,, } c\text{-Achse.} \end{aligned}$$

Eine Zonenachse

$[u\ v\ 0]$ geht (bei im übrigen beliebiger Richtung) der Basisfläche $(001) \parallel$,
 $[u\ 0\ w]$ „ („ „ „ „ „) „ Längsfläche $(010) \parallel$,
 $[0\ v\ w]$ „ („ „ „ „ „) „ Querfläche $(100) \parallel$.

Die Zonenregeln. Mit Hilfe der Flächen- und Zonenindices lassen sich nun auf Grund einer Mindestannahme von vier Flächen (s. S. 11) alle weiteren Flächen eines Kristalls berechnen, soweit der Zonenverband erkennbar ist. Denn zwischen den Indices einer Fläche und einer in ihr liegenden (oder zu ihr parallelen) Geraden (Kante, Zonenachse) besteht eine bestimmte Beziehung.

I. Wann liegt eine Gerade $[uvw]$ in einer Ebene (hkl) ? Die analytisch-geometrische Betrachtung ergibt, daß dies dann der Fall sein wird, wenn

$$hu + kv + lw = 0.$$

In diesem Falle wird also die Ebene (hkl) der Zone $[uvw]$ angehören, denn die Zonenachse ist ihr parallel.

II. Eine Gerade $[uvw]$ liegt gleichzeitig in zwei Ebenen $(h_1k_1l_1)$ und $(h_2k_2l_2)$, ist also deren Schnittkante, wenn die obige Forderung für beide Ebenen gleichzeitig erfüllt ist:

$$h_1u + k_1v + l_1w = 0,$$

$$h_2u + k_2v + l_2w = 0.$$

Das ergibt folgende notwendige und hinreichende Bedingung für die Zonenindices uvw :

$$u : v : w = (k_1l_2 - k_2l_1) : (l_1h_2 - l_2h_1) : (h_1k_2 - h_2k_1).$$

Übersichtlicher stellt sich das in der Determinantenform dar: Man schreibt die Flächenindices der beiden die Schnittkante bestimmenden Ebenen $(h_1k_1l_1)$ und $(h_2k_2l_2)$ in doppelter Folge untereinander. Die ersten und letzten Ziffern werden abgetrennt und dann durch kreuzweise Multiplikation der übereinanderstehenden Zahlen obige Klammerausdrücke berechnet (vom ersten Produkt in der Pfeilrichtung \searrow wird das zweite Produkt in der Pfeilrichtung \nearrow subtrahiert):

$$\begin{array}{c|ccc|c} h_1 & k_1 & l_1 & & h_1 & k_1 & l_1 \\ h_2 & k_2 & l_2 & & h_2 & k_2 & l_2 \\ \hline & u & v & w & & & \end{array}$$

III. Andererseits ist eine Ebene durch zwei in ihr liegenden Geraden, also durch zwei ihrer Kanten (Zonenachsen) bestimmt. Die durch zwei Schnittkanten (Zonen) $[u_1v_1w_1]$ und $[u_2v_2w_2]$ bestimmte Ebene (hkl) läßt sich in analoger Weise berechnen. Sowohl die eine als auch die andere Kante muß in ihr liegen, also müssen gleichzeitig die Bedingungen erfüllt sein:

$$hu_1 + kv_1 + lw_1 = 0,$$

$$hu_2 + kv_2 + lw_2 = 0.$$

Dann verhält sich

$$h : k : l = (v_1w_2 - v_2w_1) : (w_1u_2 - w_2u_1) : (u_1v_2 - u_2v_1)$$

in Determinantenform:

$$\begin{array}{c|ccc|c} u_1 & v_1 & w_1 & & u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 & & u_2 & v_2 & w_2 \\ \hline & h & k & l & & & \end{array}$$

Die Zonenregeln II und III besagen demnach: *Zwei Flächen bestimmen immer eine Zone (ihre Schnittkante) und zwei Zonen ihrerseits ergeben die den beiden Zonen angehörende, in deren Schnitt liegende Fläche.*

Da aber bei dieser Rechnungsart — wie ersichtlich — sowohl bei der Berechnung des Zonenzeichens (nach II) als auch eines weiteren Flächen-

symbols (nach III) immer nur *ganzzahlige* Werte resultieren, ist damit der Beweis erbracht, daß den aus dem Zonenverband erhaltenen Flächen rationale Indices und daher auch *rationale Parameterkoeffizienten* zukommen.

So ist dadurch bewiesen, daß das Zonengesetz in seinem Grundgedanken mit dem Parametergesetz identisch ist: Beide stellen nur eine verschiedene Ausdrucksform ein und derselben Gesetzmäßigkeit dar.

Ja, selbst das eingangs erwähnte Gesetz von der Winkelkonstanz ist in dieser Grundgesetzmäßigkeit schon inbegriffen. Denn die Flächen sind in ihrer Lage durch das Parametergesetz bzw. durch das Zonengesetz streng geregelt und reihen sich *ohne* kontinuierliche Übergänge sprunghaft dem Zonenverbände ein, so daß die Neigungswinkel der Flächen zueinander dadurch genau bestimmt und bei gegebenen äußeren Bedingungen (gleiche Temperatur und gleicher Druck vorausgesetzt) keiner Schwankung mehr fähig sind.

e) Kristallmessung mittels Reflexionsgoniometers.

Im Unterabschnitt Ia wurde als Hilfsmittel der Winkelmessung an Kristallen das Anlegegoniometer beschrieben, das natürlich nur eine beschränkte Genauigkeit gewährleistet und daher nur bei größeren Kristallindividuen verwendbar ist. Im übrigen wird es bei elementaren kristallographischen Übungen vielfach gebraucht; für Präzisionsmessungen ist es jedoch unzureichend.

Für wissenschaftliche Messungen wurde eine genauere Methode in die kristallographische Praxis eingeführt durch Zuhilfenahme der Reflexion des Lichts an spiegelglatten Kristallflächen.

1. Prinzip des einkreisigen Reflexionsgoniometers.

Das Prinzip ist durch die beigegebene Abb. 22 erläutert: Soll an einem Kristall der Winkel i zweier Flächen festgestellt werden, dann läßt man ein durch ein Kollimatorrohr ausgeblendetes paralleles Strahlenbündel von der Lichtquelle L auf die spiegelnde Kristallfläche einfallen, das nach den elementaren Reflexionsgesetzen nach A (Auge) durch ein Beobachtungsfernrohr gelangt. Einfallender und reflektierter Strahl bilden die Einfallsebene; sie ist durch die beiden Fernrohre in ihrer Lage ein für allemal festgehalten. Also müssen die zur Spiegelung gelangenden Flächen zu dieser Ebene senkrecht sein; es wird daher die Kante zwischen F_1 und F_2 als Drehungsachse senkrecht dazu justiert (in unserem

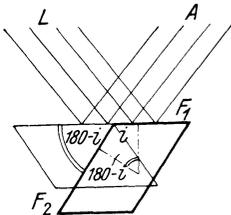


Abb. 22. Prinzip des einkreisigen Reflexionsgoniometers.

Falle \perp zur Bildebene). F_1 wird in dem Augenblick zur Spiegelung kommen, wenn ihre Flächennormale mit dem Einfallslot (der Winkel-

halbierenden des Strahlenganges) zusammenfällt. Dann sieht man im Beobachtungsfernrohr A das Lichtsignal des Kollimatorrohrs. Sodann dreht man den Kristall um die Schnittkante so weit, bis die zweite Fläche F_2 in die Lage von F_1 kommt, also um den Winkel $(180 - i)$. Oder mit anderen Worten, bis die Flächennormale von F_2 wieder das Einfallslot darstellt. Somit haben wir um den *Winkel der Flächennormalen* gedreht, das ist aber (s. auch Abb. 8) der Supplementärwinkel $(180 - i)$.

Wie schon bei der Anwendung des Anlegegoniometers hervorgehoben wurde, werden wir für den weiteren Gebrauch nicht den eigentlichen Flächenwinkel i , sondern immer seinen „Normalenwinkel“ verwenden, wie im nächsten Abschnitt II b begründet werden soll.

2. Das einkreisige Goniometer.

Das erste Reflexionsgoniometer dieser Art wurde 1809 von WOLLASTON konstruiert, damals mit vertikal stehender Einfallsebene. Abb. 23 stellt ein jetzt vielfach gebrauchtes Modell dar, mit horizontal gelagerten Be-

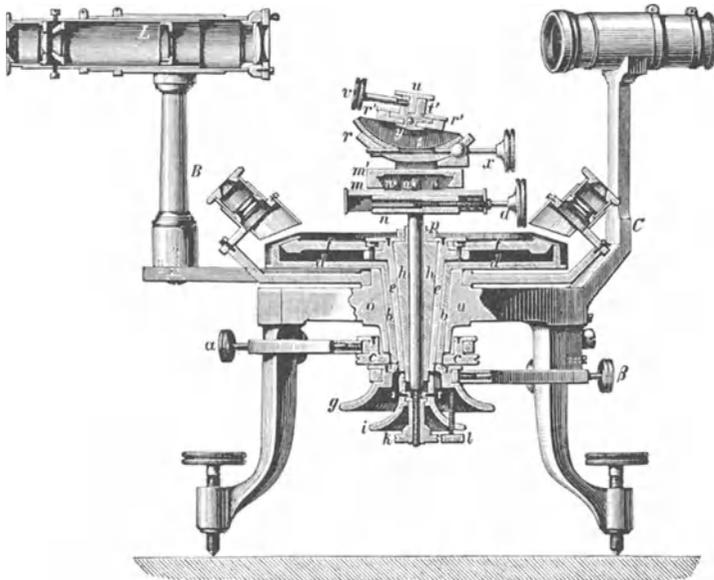


Abb. 23. Einkreisiges Reflexionsgoniometer. (R. Fuess, Berlin-Steglitz.)

obachtungsrohren (auf den Trägern B und C), entsprechend unserer schematischen Abb. 22. Wir sehen einen graduierten horizontalen Teilkreis f (parallel der Einfallsebene), in dessen Drehungsachse die betreffende Kristallkante auf dem Tischchen u einjustiert wird. Dazu dienen zwei Bogenschlitten r und r' zum *Justieren* (Senkrechtstellen

der Kante) sowie zwei aufeinander senkrecht wirkende Parallelverschiebungsschlitten mit den Schrauben a und a' zum genauen Einstellen der justierten Kante in die Lage der Drehungsachse (*Zentrieren*). Zur Vornahme des Justierens und Zentrierens dient das im Beobachtungsfernrohr B angebrachte Fadenkreuz.

Um den Kristall zur Durchführung der notwendigen Einstellung zu sehen, dient eine vor dem Beobachtungsfernrohr angebrachte Vorschlaglupe. Für die Beobachtung des Lichtsignals wird die Vorschlaglupe ausgeschaltet und dann das Lichtsignal¹ genau in die Mitte des Fadenkreuzes gebracht. Die Reflexionsstellungen der beiden Kristallflächen werden am feststehenden Teilkreis d bei der Nullmarke (mit Noniusteilung) abgelesen. Die Differenz beider Ablesungen bildet den Drehungswinkel, also den Winkel der betreffenden Flächennormalen.

Durch diese Art der Winkelmessung am einkreisigen Reflexionsgoniometer ist es möglich, nach Einstellung einer Kante als Zonenachse *alle* Flächen der betreffenden Zone der Reihe nach aufzusuchen, auch wenn der Zonenverband unterbrochen ist (vgl. Abb. 20). Näheres über Einrichtung und Gebrauch des Reflexionsgoniometers s. GROTH: Physikalische Kristallographie, 4. Aufl. (1905), S. 641, 649 und 662.

3. Das zweikreisige Reflexionsgoniometer. Sphärische Koordinaten φ und ϱ .

Ein anderes Prinzip der Vermessung von Kristallen mit Hilfe des *zweikreisigen* Reflexionsgoniometers beruht auf dem Gedanken der Festlegung der Flächennormalen auf der Oberfläche einer Kugel durch zwei sphärische Koordinaten φ und ϱ , analog der Ortsbestimmung von Punkten auf der Erdkugel durch geographische Länge und Breite. φ bedeutet demnach das *Azimuth* des durch den zu bestimmenden Punkt gelegten Meridiankreises; ϱ ist die *Polarabstand* (gezählt vom Nordpol aus), während in der Geographie der komplementäre Winkelabstand vom Äquator als „geographische Breite“ vermerkt wird.

Diese *Theodolitmethode* der Kristallmessung mittels zweier zueinander senkrechter Teilkreise wurde erstmalig von MILLER im Jahre 1874 versucht, später wurden entsprechende zweikreisige Instrumente unabhängig voneinander von FEDOROW, CZAPSKI und V. GOLDSCHMIDT konstruiert.

Abb. 24 stellt ein solches zweikreisiges Reflexionsgoniometer nach V. GOLDSCHMIDT dar, wie er es in seiner ersten Originalmitteilung im Jahre 1893 in der Zeitschrift für Kristallographie, Bd. XXI, S. 210f. beschreibt.

¹ Es werden verschiedenartige, im Kollimatorrohr C angeordnete Signalausblendungen verwendet: Punktsignale, Sternsignale (Kreuzspalt nach SCHRAUF) und vielfach auch der sog. WEBSKYSche Spalt.

Das aufmontierte Goniometer mit vertikalem Teilkreis dient zur Festlegung des Azimutwertes φ , der horizontale Teilkreis dient zur Bestimmung der Polardistanz ϱ von einem willkürlich festgelegten Nullmeridian aus

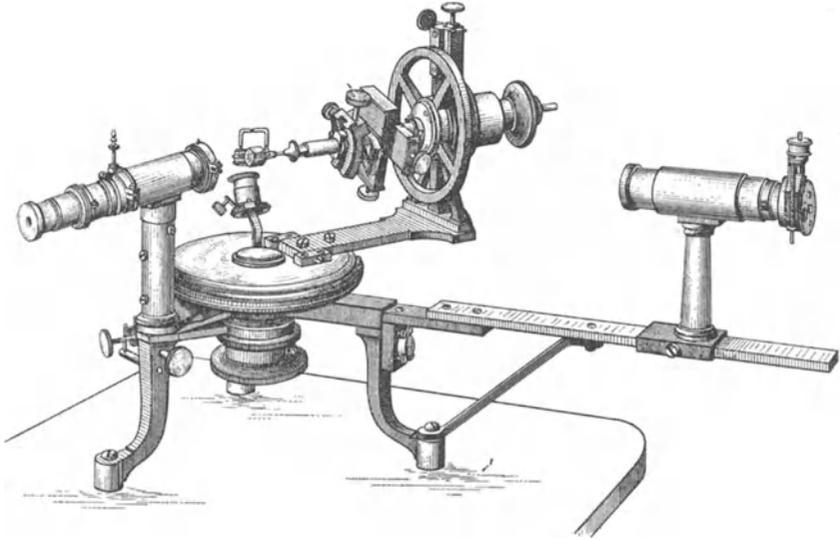


Abb. 24. Goniometer mit zwei Teilkreisen. (Aus Z. Kristallogr. XXI, 1893.)

(Näheres siehe zitierte Originalabhandlung sowie GROTH: Physikalische Kristallographie, 4. Aufl., S. 677 f.).

Wir werden in den nächsten beiden Abschnitten (II b, Punkt 3 und III b) eine Methode der Kristallprojektion kennenlernen, die die Verwendung der am zweikreisigen Goniometer ermittelten Werte φ und ϱ unmittelbar gestattet.

II. Methoden der graphischen Darstellung der Kristalle.

a) Bildhafte Darstellung (Parallelperspektive).

Um brauchbare Abbildungen der Kristallformen zu erzielen, die die Grundgesetzmäßigkeit des Zonenverbandes durch parallele Kantenscharen zum Ausdruck bringen, verwendet man die sog. Parallelperspektive, bei der die Sehstrahlen parallel einfallen, also gleichsam von einem unendlich fern gelegenen Augpunkt (Projektionszentrum) herkommen; die normale Perspektive mit zum Augpunkt konvergierenden Projektionsstrahlen würden parallele Gerade im allgemeinen in einem „Fluchtpunkt“ zusammenlaufend erscheinen lassen (vgl. die Betrachtung eines parallelen Schienenstranges, der konvergent erscheint!). Solche parallelperspektivische Kristallbilder zeigt z. B. die Abb. 19.

Wir verwenden dazu den Gedanken der Ortsbestimmung der Flächennormalen als Durchstoßpunkt auf einer umschriebenen Kugel, den wir bereits bei der Besprechung des zweikreisigen Goniometers eingeführt haben.

1. Stereographische Projektion.

Der Vorgang bei der stereographischen Projektion ist folgender:

Man denkt sich den Kristall konzentrisch von einer Kugel umschrieben und fällt aus dem Mittelpunkt derselben Lote auf die Kristallflächen: die Durchstichpunkte der Lote auf der Kugel bilden die Flächenpole. Es ist also der gleiche Vorgang, als ob man die betreffende Kristallfläche parallel nach außen verschieben würde, bis sie die Kugel als Tangentialebene berührt: der Berührungspunkt kann als die bis zum nulldimensionalen Punkt zusammengeschrunppte Kristallfläche angesehen werden.

Bei der stereographischen Projektion werden nun diese Kugelpunkte, die die Flächenpole darstellen, auf die Äquatorebene (oder eine zu ihr

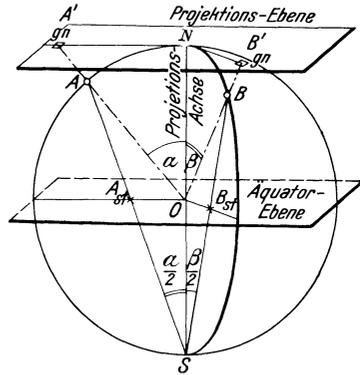


Abb. 26. Prinzip der stereographischen und gnomonischen Projektion.

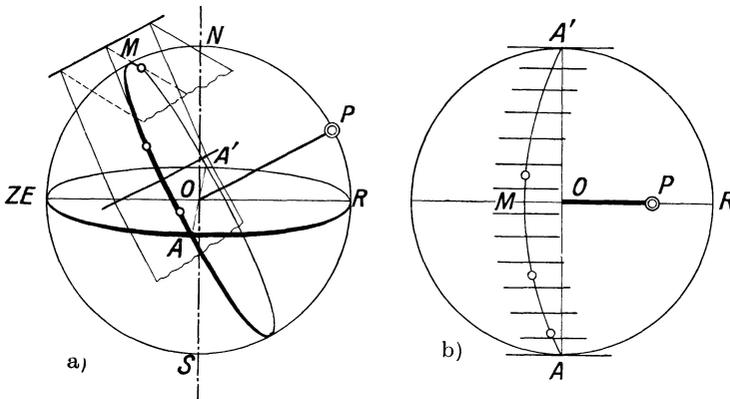


Abb. 27. Stereographische Projektion einer Zone.

parallele Ebene) perspektivisch projiziert, indem man als Projektionszentrum — sog. Augpunkt — den unteren Kugelpol (den Südpol der Erdkugel) wählt. Abb. 26 soll diesen Projektionsvorgang für die Flächenpole A und B verdeutlichen.

Eines wird uns bei dieser Art von „Kugelprojektion“ sofort klar: Wie Abb. 27 a erkennen läßt, liegen die Flächenpole einer Zone auf einem Großkreis der Kugel, denn die betreffenden Flächennormalen (aus dem

Kugelmittelpunkt gefällt) liegen in einer Ebene; der zentrale ebene Schnitt einer Kugel ist aber ein Großkreis (Meridian). Somit ergibt sich die Schlußfolgerung, daß sich die *Zonenverbände* der Kristallflächen bei der Kugelprojektion als *Großkreise* darstellen.

Diese wichtige Tatsache, daß die Zonen durch Kreise zum Ausdruck kommen, möchten wir auch in der ebenen Abbildung der Kugelkreise beizubehalten versuchen. Aus diesem Grunde werden wir die obere Halbkugel nicht etwa durch Orthogonalprojektion auf die Äquatorebene abbilden (dann würden sich Kreise im allgemeinen zu Ellipsen verzerren), sondern durch den oben beschriebenen Vorgang der *Zentralprojektion* aus dem Südpol heraus. Dann nämlich werden alle Kugelkreise als Kreise erhalten bleiben (s. Abb. 27 b).¹ Hier erkennt man auch den Verlauf der Kantenschar für die Zone AMA' ; P ist der Pol der Zoneebene AMA' , M der Scheitelpunkt des Zonenkreises.

Die *stereographische* Projektion besitzt *zwei wichtige Eigenschaften*: 1. Alle Kreise auf der Kugel, sowohl Groß- als auch Kleinkreise, projizieren sich wieder als Kreise (oder als Gerade), und 2. die Projektion ist winkeltreu, d. h. die Projektionen zweier beliebiger Richtungen auf der Kugel schließen denselben Winkel ein wie diese Richtungen auf der Kugel selbst.² Z. B. der Winkel zwischen zwei Zonenkreisen (der durch den Winkel der Tangenten im Schnittpunkt der Zonenkreise gemessen wird) bleibt unverzerrt in der Projektion erhalten: Treue hinsichtlich der Winkel sphärischer Dreiecke, hingegen *nicht* bezüglich ihrer Seiten (nämlich der Bogenstücke der sphärischen Dreiecke).

Man begnügt sich im allgemeinen bei kristallographischen Untersuchungen mit der Abbildung der oberen Halbkugel, so daß das Projektionsbild durch den Äquator, *Grundkreis* genannt, begrenzt wird; ein Flächenpol der unteren Halbkugel würde in der stereographischen Projektion offensichtlich auf der Äquatorebene außerhalb des Grundkreises fallen. Bezüglich der Verwendung der stereographischen Projektion für Aufgaben des Kristallzeichnens vgl. H. TERTSCH.³

2. Gnomonische Projektion.

Auch die gnomonische Projektion (s. Abb. 26) ist eine Zentralprojektion. Doch liegt hier der Augpunkt im Kugelmittelpunkt und als Projektionsebene wird die im Nordpol berührende Tangentialebene an-

¹ Beweis, daß ein Kreis auf der Kugel sich als Kreis projiziert, s. H. E. BOEKE: Die Anwendung der stereographischen Projektion bei kristallographischen Untersuchungen, S. 3. Berlin: Gebrüder Borntraeger, 1911.

Anmerkung: In der Folge wird dieses Hilfsbuch kurz mit Bo. bezeichnet.
² Beweis, s. Bo., S. 4.

³ H. TERTSCH: Das Kristallzeichnen auf der Grundlage der stereographischen Projektion. Wien: Julius Springer, 1935.

genommen. Somit sind bei der gnomonischen Projektion die Flächennormalen gleichzeitig die Projektionsstrahlen, die über den Durchstoßpunkt mit der Kugel hinaus bis zum Einstich in die Projektionsebene zu verlängern sind; demnach verliert hier die Projektionskugel als primäre Form der schematischen Darstellung ihre Bedeutung, da man lediglich die Strahlen der „Flächennormalenfigur“ mit der Projektionsebene zum Einstich zu bringen braucht.

In der gnomonischen Projektion stellt sich dann eine Zone als gerade Linie dar; denn sie ist die Schnittlinie der Zonenebene mit der Projektionsebene (NA' und NB') in Abb. 26.

Eine einfache mathematische Beziehung zwischen gnomonischer und stereographischer Projektion ist sofort ersichtlich. Der Abstand eines Projektionspunktes in der gnomonischen Projektion vom Mittelpunkt der Projektionsebene (N) ist aus dem rechtwinkligen Dreieck ONA' gegeben durch

$$\overline{NA'} = R \tan \alpha,$$

wenn R der Radius der Projektionskugel und α die Polardistanz des Punktes A ist.

In der stereographischen Projektion hingegen ist der entsprechende Abstand (aus dem rechtwinkligen $\triangle SOA_{st}$):

$$\overline{OA_{st}} = R \tan \frac{\alpha}{2};$$

denn der Winkel $A_{st}SO$ ist als Peripheriewinkel die Hälfte des Zentriwinkels α .

Gleichermaßen gilt die entsprechende Beziehung für den Punkt B mit der Polardistanz β und so für jeden anderen Flächenpol.

Setzen wir den Radius der Projektionskugel $R = 1$, so stellt sich bei gegebenem Azimutwert φ und Polardistanz ϱ eines Flächenpoles seine Projektion dar:

in der gnomonischen Projektion durch $\tan \varrho$,

in der stereographischen Projektion durch $\tan \frac{\varrho}{2}$.

Hier erkennen wir also, daß sich die am zweikreisigen Goniometer gewonnenen Werte φ und ϱ ohne weiteres für die Übertragung in die gnomonische und stereographische Projektion verwenden lassen.

3. Als Beispiel: Schwefelkristall in stereographischer und gnomonischer Projektion.

Ein Beispiel möge das Gesagte veranschaulichen: Vermessen wurde am zweikreisigen Reflexionsgoniometer ein Schwefelkristall, dessen Kopfbild in Abb. 28a dargestellt ist. Ermittelt wurden folgende sphärische Koordinaten:

		tang ϱ	tang $\frac{\varrho}{2}$
aufrechtes Prisma m_1	$\varphi = 50^\circ 51' \dots^1$		
Querprisma e	$\varrho = 66^\circ 52' \dots$	2,3414 (p_0)	0,6602
Längsprisma r	$\varrho = 62^\circ 18' \dots$	1,9055 (q_0)	0,6044
Einheitspyramide p	$\varrho = 71^\circ 40' \dots$	3,0178	0,7221
Abgeleitete Pyramide s	$\varrho = 45^\circ 10' \dots$	1,0058	0,4159

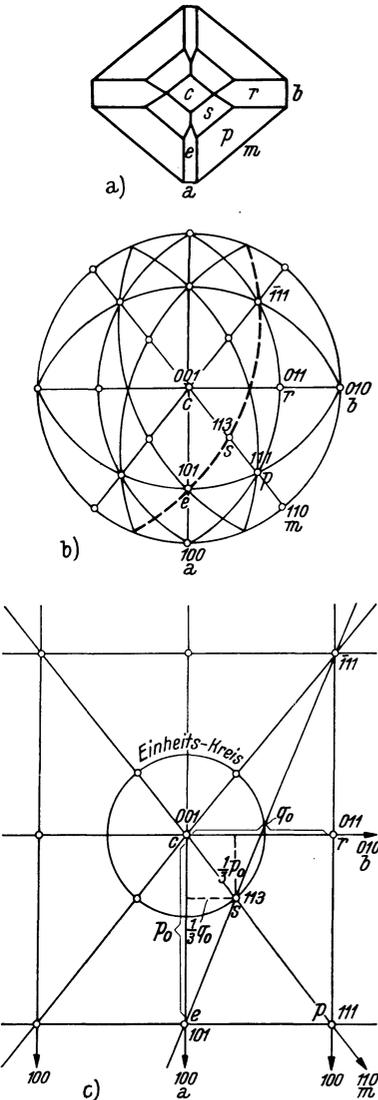


Abb. 28. Schwefelkristall. a) Kopfbild; b) stereographische Projektion; c) gnomonische Projektion.

Abb. 28 b stellt die zugehörige stereographische Projektion dar. Die Fläche m kann ohne weiteres am Grundkreis mit dem $\sphericalangle \varphi = 50^\circ 51'$ eingetragen werden; e und r auf den beiden geradlinigen (Achsen-) Zonen auf Grund ihrer ϱ -Werte ($R. \text{tang} \frac{\varrho}{2}$). Der Zonenverband, wie er sich aus der Parallelität der Kanten ergibt, ist in der Zeichnung durch die ausgezogenen Kreisbogen ersichtlich gemacht; nur die Pyramide s liegt nach visueller Betrachtung zunächst nur in einem einzigen Zonenverband, nämlich in der Zone von 110 nach 001 . Diese Zone stellt sich in der Projektion nicht als Kreisbogen, sondern als gerade Linie dar, weil die Zonenebene auf der Bildebene (Äquatorebene) senkrecht steht; die betreffende Gerade geht durch den Mittelpunkt des Grundkreises.

Da für die Fläche s nur eine einzige Zone zur Verfügung steht, kann die Position des Flächenpoles s nicht durch Zonenschnitt ermittelt werden (wie dies für p möglich ist), sondern es muß die Strecke $R. \text{tang} \frac{\varrho}{2}$ vom Mittelpunkt aus abgetragen werden.

Ganz analog wird auch die gnomonische Projektion (Abb. 28 c) angefertigt, indem $R. \text{tang} \varrho$ für s (und eventuell auch für p) unter dem

¹ Als Nullmeridian (Ausgangspunkt der Azimutzählung) wird die Fläche 010 , d. i. der rechtsliegende Punkt am Grundkreis, angenommen.

Azimutwinkel für m abgetragen wird, nachdem die Flächen e und r auf den entsprechenden Achsenzonen eingetragen wurden. [V. GOLDSCHMIDT bezeichnet diese Einheiten auf den Konstruktionsachsen für (101) und (011) mit p_0 und q_0 .]

Nun zeigt sich, daß der Wert $R \cdot \text{tang } \varrho$ für s gerade ein Drittel des Abstandes für p ist:

$$\text{tang } \varrho_s = \frac{1}{3} \text{ tang } \varrho_p.$$

Außerdem ergibt die Konstruktion, daß s auf der Verbindungslinie von 101 zu $\bar{1}11$ liegt, also der Zone vom Querprisma zur rechts rückwärts liegenden Pyramidenfläche p angehört. (Diese Zone kann nun auch in der stereographischen Projektion eingezeichnet werden; sie ist dort strichliert hervorgehoben.)

Durch Anwendung der Zonenregeln läßt sich daher s berechnen: es ergibt sich das Symbol (113).

Die Pyramide (113) liegt also in der gnomonischen Projektion genau in einem Drittel des Abstandes für (111) entsprechend dem Verhältnis ihrer z -Achsenabschnitte.

So ist ersichtlich, daß die Abstände der Flächenpole in der gnomonischen Projektion eine unmittelbare Indizierung ermöglichen. Der Nachteil der gnomonischen Projektion liegt aber darin, daß die Flächen der aufrechten Zone (100), (110), (010) im Unendlichen liegen. Steil liegende Flächen sind also auf dem Zeichenblatt kaum mehr zu erreichen, so daß nur ein beschränkter Teil der Oberseite eines Kristalls zur Abbildung gelangt.

Die stereographische Projektion hingegen bietet den Vorteil, eine vollkommene Übersicht der ganzen Oberseite einschließlich der aufrechten Zone (im Grundkreis) zu gewähren.

Daher werden wir in unserer Darstellung in Hinkunft nur von der stereographischen Projektion Gebrauch machen.

c) Konstruktion des Achsenverhältnisses bei Kristallen mit rechtwinkeligem Achsenkreuz.

Das Achsenverhältnis wird durch die Einheitspyramide (111) bestimmt und lautet allgemein $a : b : c$, bzw. $a : 1 : c$.

Für die Konstruktion wird man zweckmäßigerweise statt der Pyramide zwei Prismen verwenden, z. B. das aufrechte Prisma 110 für das Verhältnis $a : b$ und das Längsprisma 011 für $b : c$.

Die Durchführung in stereographischer Projektion ist sehr einfach (s. Abb. 29).

Die Spur der Fläche 110 (Tangente in diesem Punkte an den Grundkreis) schneidet auf der x - und y -Achse bereits die wahren Achsenlängen ab. Doch legen wir parallel zu unserer Tangente eine Linie durch $b = 1$,

damit wir gleich den nach dieser Festsetzung reduzierten Wert für a erhalten ($a : 1$).

Zur Bestimmung von $b : c$ (bzw. $1 : c$) ziehen wir das Längsprisma 011 heran. Es liegt in einer Zonenebene, die senkrecht auf der Grundkreisebene steht, und deren Zonenkreis durch die Gerade (in der Richtung der y -Achse) dargestellt wird. Wir hätten hier ebenso die Spur der Fläche 011 mit ihrer vertikal stehenden Zonenebene zu bestimmen, genau so wie wir das im Grundkreis mit der 110 getan haben.

Um aber in der Bildebene diese Konstruktion durchführen zu können, klappen wir die besagte (vertikale) Zone ($010, 011, 001, \dots$) um 90° in den Grundkreis um (beispielsweise nach rückwärts). Bei dieser Umklappung ist die y -Achse Drehungsachse, bleibt also während der Drehung in Ruhe, d. h. in ihrer Lage.

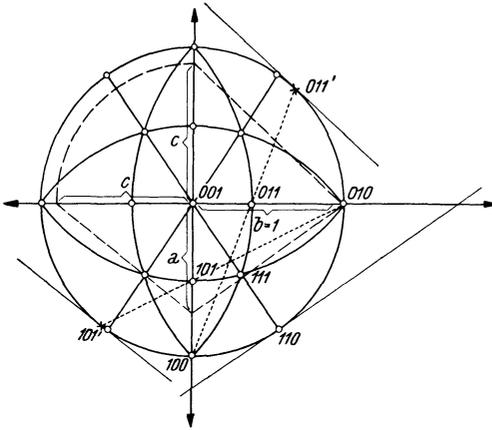


Abb. 29. Konstruktion des Achsenverhältnisses bei rechtwinkeligem Achsenkreuz.

Der S -Pol der Projektionskugel (zu welchem alle Projektionsstrahlen konvergieren) ist ebenfalls ein Punkt unserer vertikalen Zonenebene, und zwar der tiefstgelegene Punkt unseres Zonenkreises. S wird also bei der Drehung der Zonenebene in die Äquatorebene (um die Drehungsachse y) gleichfalls in die Äquatorebene gelangen; und zwar, wenn der obere (Zonen-) Halbkreis nach rückwärts umgelegt wird, gelangt

der untere Halbkreis mit dem S -Pol von unten nach vorn (in den Punkt 100). Der Grundkreis (und die Äquatorebene) ist jetzt nichts anderes als unsere vertikale Zonenkreisebene. Wir können also ruhig den Vorgang der stereographischen Abbildung in unserer Projektionsebene vollziehen.

Ziehen wir den Projektionsstrahl (in der Zeichnung punktiert) vom umgelegten S -Pol durch die stereographische Projektion von 011 (auf der Äquatorebene, und zwar auf der Drehungsachse y gelegen), so finden wir auf dem umgelegten Zonenkreis den Flächenpol $011'$ auf der Projektionskugel.

Die dort gezeichnete Tangente ist die Spur der 011 -Fläche. Diese muß nun (analog wie oben beim aufrechten Prisma begründet) parallel durch $b = 1$ gelegt werden, um auf der umgelegten z -Achse (die in die Richtung von $-x$ gelangt ist) den c -Parameterabstand zu finden.

Bemerkung: Natürlich ließe sich dieser c -Wert auch durch das Querprisma 101 bestimmen (s. Abb. 29). Hier wurde die entsprechende Zonenebene nach links hinüber umgeklappt, wodurch der S -Pol nach 010

gelangte. Der (punktierter) Projektionsstrahl liefert die umgelegte Fläche $101'$. Die Tangente in diesem Punkte ist nun aber, nicht etwa durch $a = 1$, sondern durch den vorher konstruierten Parameterwert — die Einheit von \bar{a} — zu legen, wodurch sich auch hier c ergibt (auf der umgelegten z -Achse, die jetzt mit der $-y$ zusammenfällt). Die beiden so konstruierten c -Werte müssen sich übereinstimmend ergeben (wie die strichlierte Kreislinie andeuten soll).

III. Die Grundaufgaben der stereographischen Projektion.

a) Konstruktive Durchführung (mittels Zirkel und Lineal).

Zur Durchführung einiger häufig vorkommender Konstruktionen bei Anwendung der stereographischen Projektion sollen folgende Grundaufgaben besprochen werden:

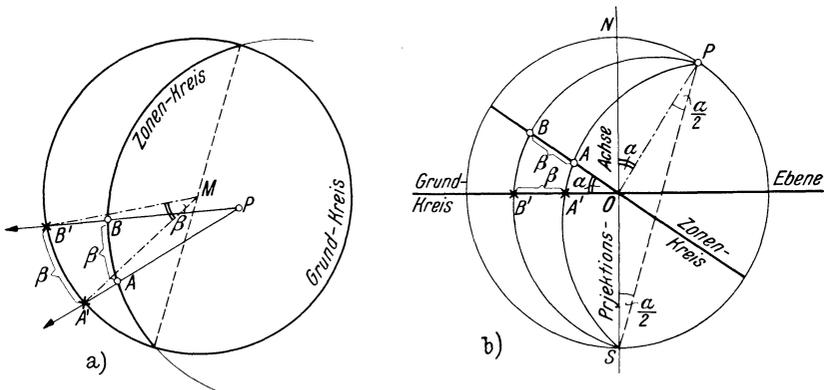


Abb. 30. Winkelentfernung zweier Flächenpole.

1. *Winkelentfernung* zweier Punkte A und B auf dem zugehörigen Zonenkreis (Abb. 30a).

P sei der Pol dieses Zonenkreises (Konstruktion siehe unter Punkt 4).

Konstruktion: Man zieht von P aus gerade Linien durch A und B ; diese schneiden auf dem Grundkreis den Bogen $\widehat{A'B}$ ab. Dieser stellt bereits die wahre Winkelentfernung β des Bogens $\widehat{A'B}$ dar.

Zur Erklärung diene Abb. 30b.

Die geraden Linien PA und PB (in Abb. 30a) sind die Projektionen von Kleinkreisen, die durch den Pol P und den Augpunkt S gehen. Es ist also der Zonenkreis durch AB um seine (in Abb. 30a strichlierte) Achse in den Grundkreis gedreht worden, wobei sich A und B längs der erwähnten Kleinkreise bewegen.

Den Beweis, daß sich diese Kleinkreise in der stereographischen Projektion als gerade Linien darstellen, liefert folgende einfache Überlegung: Da diese Kleinkreise durch den S -Pol gehen, liegen auch sämtliche Projektionsstrahlen von den Kreispunkten zu S in der Ebene des betreffenden Kleinkreises. Somit stellt sich die Projektion der Kreisbogen als Schnittlinie dieser Ebene mit der Projektionsebene dar, ist also eine Gerade. Bezüglich der Richtigkeit dieser Konstruktion s. Bo., S. 14, unten.

2. Im Besitze dieses Konstruktionsbehelfes finden wir auch die Projektion Q des *Gegenpols* (zu P) auf der unteren Halbkugel (Abb. 31).

Der gesuchte Gegenpol Q muß jedenfalls auf dem Poldurchmesser (durch den Kugelmittelpunkt M) liegen. Im übrigen muß er von P den

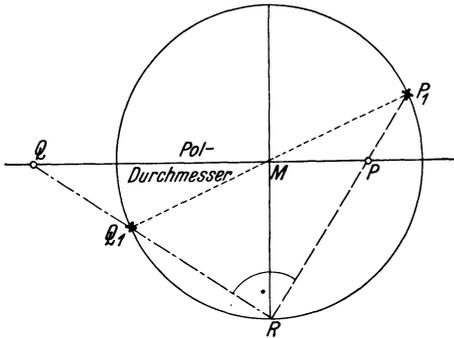


Abb. 31. Konstruktion des Gegenpols zum Flächenpol P .

Winkelabstand 180° haben. Also legen wir den zur Bildebene senkrecht stehenden Großkreis (d. i. die Gerade durch P und M) in den Grundkreis um, unter Anwendung der soeben besprochenen Konstruktion 1. In diesem Fall ist R der Pol dieses Großkreises. Wir ziehen die Gerade RP als Projektion des Drehungskleinkreises und finden den in den Grundkreis gedrehten Pol P_1 .¹ Von hier aus haben wir 180° auf dem Grundkreis abzutragen (das geschieht durch den Durchmesser P_1MQ_1), um den in den Grundkreis hineingedrehten Gegenpol Q_1 zu erhalten. Jetzt können wir Q_1 mit Hilfe der Geraden RQ_1 (Projektion des Drehungskleinkreises) nach Q auf den Poldurchmesser zurückdrehen. (Beachte, daß der Winkel Q_1RP_1 als Peripheriewinkel über dem Durchmesser P_1Q_1 gleich 90° ist!)

3. Wie kann man durch zwei gegebene Flächenpole einen Zonenkreis legen?

Zwei Flächen bestimmen durch ihre Schnittkante eindeutig die Zone, also muß sie in der stereographischen Projektion schon durch zwei Flächenpole festgelegt sein. Planimetrisch ist jedoch ein Kreis erst durch drei seiner Punkte bestimmt. Es ist daher notwendig, einen dritten Punkt zu beschaffen. Das ist leicht möglich durch Anwendung der Konstruktion 2. Wir konstruieren einfach zu einem der beiden Flächenpole seinen Gegenpol. Abb. 32 stellt die Durchführung dieser Aufgabe mit wenigen

¹ In der Linienführung ist diese Konstruktion identisch mit jener, die wir im Abschnitt IIc als Umklappung der projizierenden Ebene kennengelernt haben.

Linien dar: Es ist gar nicht notwendig, die in den Grundkreis gedrehten Punkte P_1 und Q_1 einzutragen, da wir wissen, daß der Winkel bei R 90° sein muß.

Der Zonenkreis ist nun bestimmt durch drei Punkte, P , P' und Q (Konstruktion seines Mittelpunktes durch die Streckensymmetralen zweier Sehnen).

4. Wie findet man den *Pol* zu einer gegebenen Großkreisprojektion (bzw. den Durchstichpunkt der betreffenden Zonenachse)?

Abb. 33 zeigt die Durchführung. Der gesuchte Pol P zu dem eingezeichneten Zonenkreis¹ liegt naturgemäß auf dem Poldurchmesser;

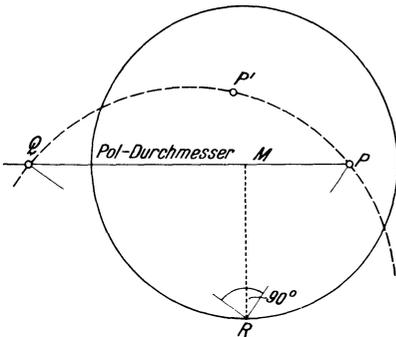


Abb. 32. Zonenkreis durch zwei gegebene Flächenpole.

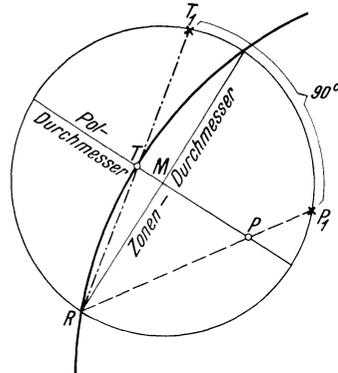


Abb. 33. Pol zu einer gegebenen Großkreisprojektion.

dieser aber ist \perp zum Zonendurchmesser, der sich als Sehne des Zonenbogens in der Projektion darstellt. T ist der höchstgelegene Punkt des Zonenkreises, sein „Scheitelpunkt“. P als Pol muß von jedem Punkt des Zonenkreises 90° entfernt sein, also auch von T . Wir klappen daher, wie bei Aufgabe 2, den \perp stehenden Großkreis (mit R als Pol) in den Grundkreis um, und finden so den in den Grundkreis gedrehten Scheitelpunkt T_1 ; 90° davon entfernt muß der umgeklappte Pol P_1 liegen. Dieser ist durch die Linie P_1R nach P zurückzuführen.

Diese Aufgabe ist natürlich auch der Umkehrung fähig:

5. Gegeben ist ein Pol P . Sein *zugehöriger Großkreis* (Äquator) ist zu konstruieren.

Man zeichnet die Linie PM als Poldurchmesser; der Zonendurchmesser liegt dann senkrecht darauf. Sodann ist in der Umklappung von P_1 aus T_1 aufzusuchen und nach T zurückzuführen. Dann sind drei Punkte des gesuchten Zonenkreises gegeben.

¹ Der Zonenkreis ist hier mit Absicht über den Grundkreis hinausgezeichnet worden, um anzudeuten, daß die Zone auf der Unterseite des Kristalls ihre Fortsetzung findet.

b) Die Anwendung des WULFFSchen Netzes.

Zur schablonenmäßigen Durchführung kristallographischer Aufgaben in der stereographischen Projektion dient das stereographische Netz, das 1902 in Gebrauch kam (*WULFFsches Netz*). Das WULFFsche Netz (Abb. 34) ist die stereographische Projektion von Großkreisen, die in

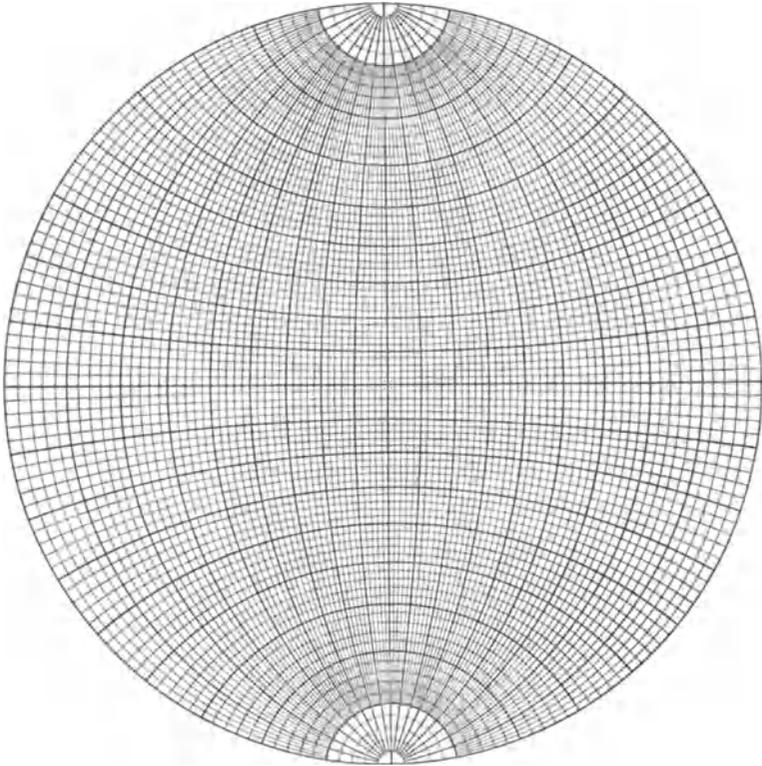


Abb. 34. WULFFsches Netz.

regelmäßigem Abstand (von 2° zu 2°) einen in die Bildebene gelegten Kugeldurchmesser umziehen, wie es die Meridiane der Erdkugel um den Nord- und Südpol tun. Diese Großkreisprojektionen, die nur für die obere Halbkugel (durch den Grundkreis begrenzt) wiedergegeben sind, sind wieder von 2 zu 2° eingeteilt. Diese Gradeinteilungen bilden ein zweites System von Kreisen, in diesem Fall von Kleinkreisen, deren Ebenen alle auf der bezeichneten horizontalen Kugelachse (also auch auf der Bildebene) senkrecht stehen, ebenso wie die Parallelkreise der Erdkugel (die die Breitengrade angeben) senkrecht auf der Erdachse sind.

Diese auf der Bildebene senkrecht stehenden parallelen Kleinkreise stellen sich jedoch in der stereographischen Projektion als (nicht konzentrisch verlaufende) Kreisbogen dar, und nicht etwa als gerade Linien wie jene Kleinkreise, die durch den S -Pol gehen (s. Konstruktion unter Punkt 1 im vorhergehenden Kapitel). Meridiankreise und Parallelkreise schneiden sich gegenseitig stets unter 90° .

Näheres über Konstruktion des WULFFSchen Netzes s. Bo., S. 10. Dieses WULFFSche Netz wird nun beim kristallographischen Zeichnen als *drehbare* Schablone benutzt, da die bei der stereographischen Projektion zur Verwendung kommenden Großkreise ihre Netzpole nicht gerade in der Lage eines bestimmten, für die Netzkonstruktion herausgegriffenen Kugeldurchmessers der Äquatorebene (etwa WO- oder NS-Richtung) haben, sondern in verschiedenartigen Richtungen die Äquatorebene schneiden.

Zum Zeichnen verwendet man ein Blatt durchsichtigen Papiers (Pauspapier), das mit dem Netzmittelpunkt durch eine Nadel drehbar verbunden wird.

Die Großkreisprojektionen des WULFFSchen Netzes werden in der Folge als „Meridiankreise“, die Kleinkreisprojektionen als „Parallelkreise“ bezeichnet.

Zu beachten ist beim Gebrauch des WULFFSchen Netzes, daß Winkelentfernungen grundsätzlich nur auf *Großkreisen* aufgetragen und abgelesen werden dürfen; von dem System der Parallelkreise ist dazu nur der mittlere, geradlinige verwendbar, der ja kein Kleinkreis, sondern (wie der Äquator der Erdkugel) selbst ein Großkreis ist. Somit sind gemessene Flächenwinkel (ihre Normalenwinkel) als Bogenabstand zweier Flächenpole auf ihrem Zonenkreis, jedoch niemals auf einem Kleinkreis abzuzählen.

In Fällen, wo der betreffende Zonenkreis von vornherein nicht bekannt ist, ist jene Überlegung von Wichtigkeit, wie sie sich aus folgender Aufgabe ergibt:

Es sei ein Flächenpol P mit Hilfe des WULFFSchen Netzes einzutragen (Abb. 35). Durch Messung bekannt seien nur die Flächenwinkel δ und ϵ dieser Fläche gegenüber zwei anderen Flächen A und B , die im Grundkreis liegen.

Wir legen die Netzpole des WULFFSchen Netzes in den Punkt A (und seinen Gegenpol), so daß nun sämtliche Meridiane zur Verfügung stehen, wovon einer auch der gesuchte Zonenkreis ist. Da wir diesen noch nicht kennen, müssen wir den Winkelbetrag zunächst auf sämtlichen Groß-

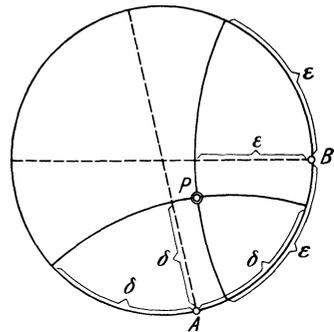


Abb. 35. Eintragung eines Flächenpols auf Grund einkreisiger Messung mit Hilfe des WULFFSchen Netzes.

kreisprojektionen eintragen, mit anderen Worten: wir suchen jenen Parallelkreis auf, der von A den Winkelabstand δ hat. Dieser Parallelkreis ist ja der geometrische Ort aller Punkte mit dem gewünschten Winkelabstand. Das gleiche machen wir bezüglich des Winkelabstandes ε vom Flächenpol B aus. Wo sich die beiden Parallelkreise schneiden, liegt der gesuchte Flächenpol P . Jetzt können wir auch die Zonenkreise \widehat{AP} und \widehat{BP} einzeichnen (in der Abb. 35 nicht durchgeführt).

Ist einer der gemessenen Winkelabstände von der im *Projektionsmittelpunkt* liegenden Basisfläche aus vermessen worden oder sonstwie bekannt, so ist der geometrische Ort aller Punkte, die von dort den gegebenen Abstand haben, ein konzentrischer Kreis; sein Radius ergibt sich durch Abzählen der gemessenen Winkelgrade auf einem der geradlinigen Netzdurchmesser.

Denn in diesem Falle sind die noch unbekanntes Zonenkreise sämtlich Radialstrahlen durch den Projektionsmittelpunkt. Folglich müssen wir nach Abzählung der Winkelgrade auf einem willkürlich herausgegriffenen geradlinigen Zonenkreis (Netzdurchmesser) diesen um den Mittelpunkt rotieren lassen, wobei der abgezählte Punkt besagten konzentrischen Kreis beschreibt. (Dieser konzentrische Kreis ist ja nichts anderes als ein Kleinkreis, der vom N -Pol der Projektionskugel die gewünschte Polardistanz hat.)

Bei der *Eintragung von Flächenpolen auf Grund zweikreisiger Goniometermessung* wird der Azimutwert φ auf dem Grundkreise abgetragen; sodann wird einer der geradlinigen Meridiane (Netzdurchmesser) bei diesem Punkte angelegt und die Polardistanz ρ vom Netzmittelpunkte aus abgezählt.

IV. Die Symmetriegesetze in der Kristallwelt und ihr Einfluß auf die Verteilung und die Form der Flächen.

Das im Bau der Kristalle zum Ausdruck kommende Symmetrieprinzip wurde bereits im Kapitel Ib erwähnt. Jetzt handelt es sich darum, die verschiedenen Symmetrieprinzipie im einzelnen zu besprechen.

a) Das Symmetriezentrum.

In vielen Fällen ist bei Kristallen die Gesetzmäßigkeit zu erkennen, daß zu jeder Fläche eine gleichartige parallele Gegenfläche auftritt. Dies erkennt man am einfachsten daran, daß beim Auflegen einer bestimmten Fläche auf eine ebene Unterlage eine gleichwertige Fläche oben in paralleler Lage erscheint. Man spricht in diesem Falle vom Vorhandensein eines Symmetriezentrums (Zeichen Z) als von einem Punkt im Inneren des Kristalls, von dem aus in Richtung und Gegenrichtung in gleichen Abständen gleichwertige Begrenzungselemente (Ecken, Kanten, Flächen)

angetroffen werden. Solche zentrisch-symmetrische Flächen sind jedoch nur *spiegelbildlich gleich*. Ein Beispiel für einen Kristall mit Symmetriezentrum (und ohne jede anderweitige Wiederholung von Flächen) bietet der Anorthitkristall in Abb. 46 (S. 53).

b) Drehungsachsen (Deckachsen), Gyren.

Unter Drehungsachsen oder Deckachsen verstehen wir eine durch die Mitte des Kristalls gedachte Linie, die die Eigenschaft hat, daß die Kristallgestalt bei Drehung um diese in den Kristall hineingelegte Achse nach gewissen Winkelbeträgen mit der Ausgangsstellung völlig zur Deckung gelangt, so daß ihr Anblick von jenem der Ausgangsstellung in keiner Weise zu unterscheiden ist (Flächen, Kanten und Ecken sind in gleicher Lage wie vordem).

Die Anzahl der möglichen Deckstellungen innerhalb einer Volldrehung von 360° bestimmt die „Zähligkeit“ der Deckachse.

Es hängt mit den Grundtatsachen des Kristallbaues zusammen, daß nur zwei-, drei-, vier- und sechszählige Drehungsachsen vorkommen können, nicht aber fünfzählige, auch keine höher als sechszähligen (A^n bedeutet n -zählige Deckachse).

Bei Vorhandensein einer zweizähligen Deckachse („Digyre“) wird man den Kristall *zweimal* innerhalb 360° (Volldrehung zur Ausgangsstellung) zur Deckung bringen können ($2 \times 180^\circ$), bei einer dreizähligen Achse dreimal ($3 \times 120^\circ$), bei einer vierzähligen viermal ($4 \times 90^\circ$) und bei einer sechszähligen Achse sechsmal ($6 \times 60^\circ$).

Deckachsen können einseitig (polar) oder zweiseitig (bipolar) sein, je nachdem der Anblick des Kristalls an den beiden Austrittspunkten verschiedenartig oder gleichartig ist. Ein Beispiel für eine polare vierzählige Achse gibt Abb. 36. Zeichen für polare Achsen $\uparrow A$. Abb. 62 zeigt einen Kristall mit einer polaren zweizähligen Achse, Abb. 38 einen solchen mit einer einzelnen bipolaren zweizähligen Deckachse; die zweizählige Deckachse verläuft hier in horizontaler Richtung links-rechts (\perp auf der schraffierten Ebene) wie die y -Achse in Abb. 10.

Drei bipolare Deckachsen kommen dem Topaskristall (Abb. 19 und 25) zu; sie fallen mit den kristallographischen Achsen zusammen. Das gleiche gilt für den Schwefelkristall (Kopfbild in Abb. 28a).

Beispiele für drei-, vier- und sechszählige Deckachsen („Trigyren“, „Tetragyren“ und „Hexagyren“) bieten die Abb. 114a, 73a und 95a.

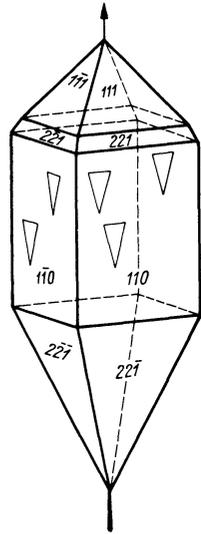


Abb. 36. Kristall mit vierzähliger polarer Deckachse. (Von den eingezeichneten Ätzfiguren ist hier abzusehen.)

Beweis für die Beschränkung der Zähligkeit von Deckachsen nach H. TERTSCH¹
(s. Abb. 37).

„Wir wählen die Kantenrichtung K_1 (gleichzeitig Spur einer zu A^n parallelen Kristallfläche) als Bezugsachse und legen sie parallel durch den Punkt A ($AB = a_1$). Entsprechend dem Drehungswinkel α der A^n bringen wir K_1 in die Lage K_2 bzw. a_1 nach a_2 und AB nach AC . Damit stellen a_1 und a_2 zwei Koordinatenrichtungen innerhalb der Zeichenebene dar. Als dritte Bezugsachse wählen wir die A^n selbst. Alle möglichen Flächenlagen innerhalb der Zone der A^n bzw. alle Kantenrichtungen in der Zeichenebene müssen sich nun durch *rationale* Vielfache der gegebenen Grundabstände ($a_1 = a_2$) auf den gewählten Achsen darstellen lassen.

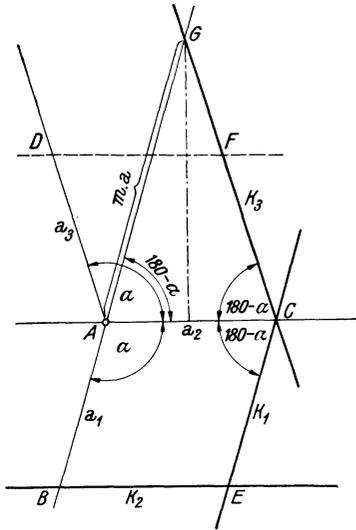


Abb. 37.

Eine weitere Drehung um den $\sphericalangle \alpha$ bringt das Parallelogramm $ABEC$ in die Lage $ACFD$ und führt zu der neuen, gleichwertigen Kante (Fläche) K_3 . Soll nun diese Kante (Fläche) kristallographisch möglich sein, so muß sie entsprechend dem Rationalitätsgesetz aus den gegebenen Achsen ableitbar sein. Die Parameterverhältnisse sind: $K_1 = \infty a_1 : a_2 : \infty c$, $K_2 = a_1 : \infty a_2 : \infty c$, $K_3 = m \cdot a_1 : a_2 : \infty c$. Der Drehungswinkel α muß also so beschaffen sein, daß m eine rationale Zahl wird.

Der spitze Parallelogrammwinkel ist jeweils $(180 - \alpha)$, der $\sphericalangle CAG$ ist als Nebenwinkel zu α ebenfalls $(180 - \alpha)$, also $\triangle ACG$ gleichschenkelig. Daraus gewinnt man $m \cdot a = \frac{a}{2} : \cos(180 - \alpha)$ und daher

$$m = \frac{1}{-2 \cos \alpha}.$$

m kann nur rational sein, wenn der \cos rational ist, was nur für die Winkel $0^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ und deren Vielfache ($120^\circ, 360^\circ$) gilt.

Daher sind nur sechs-, vier-, drei-, zwei- und einzählige Achsen möglich.“

Über die Möglichkeiten von Deckachsenkombinationen bzw. das Auftreten neuer Achsen. Zwei unter einem Winkel α stehende verschiedene zweizählige Deckachsen bedingen eine auf ihnen senkrecht stehende n -zählige Achse. Gleichzeitig entstehen n zweizählige gleichwertige Achsen unter dem Winkel 2α , die alle auf der n -zähligen Achse senkrecht stehen; die A^n wird zwei-, drei-, vier- oder sechszählig sein, je nachdem der $\sphericalangle 2\alpha$ $180^\circ, 120^\circ, 90^\circ$ oder 60° ist. (Der Winkel zwischen den verschiedenartigen zweizähligen Achsen dementsprechend $90^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ oder 30°) (s. NIGGLI: Lehrbuch der Mineralogie, I, S. 35).²

¹ Z. Kristallogr. (A), 98, 275—278 (1937).

² Das NIGGLISCHE Lehrbuch (2. Aufl.). Berlin: Gebr. Borntraeger, 1924, wird später kurz durch NI zitiert.

c) Spiegelebene (Symmetrieebene) und deren Beziehung zum Symmetriezentrum.

Zwei Kristallflächen nennen wir dann spiegelbildlich gleich, wenn sie sich in bezug auf eine angenommene Hilfsebene wie Gegenstand zum Spiegelbild verhalten (s. Abb. 38 bezüglich der aufrechten Prismen, links und rechts von der schraffierten Ebene). Eine solche Ebene bezeichnen wir als Spiegelebene oder Symmetrieebene (Zeichen *E*).

Spiegelbildlich gleiche Flächen (durch Spiegelung an einer Symmetrieebene oder infolge der Wirksamkeit des Symmetriezentrums) sind zwar kristallographisch gleichwertig, sie sind jedoch nur spiegelbildlich gleich und nicht deckbar gleich.

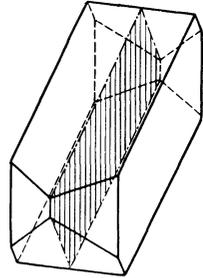


Abb. 38. Spiegelebene.

Um das Auftreten zusätzlicher Symmetrieelemente zu erkennen, ist folgende Gesetzmäßigkeit wichtig: von den drei Symmetrieelementen: Symmetrieebene, senkrecht daraufstehende zweizählige (allgemein geradzählige) Deckachse und Symmetriezentrum, bedingen je zwei automatisch das Auftreten des dritten Symmetrieelements, wie Abb. 39 für einen figurativen Punkt ohne weiteres erkennen läßt.

d) Achsen der zusammengesetzten Symmetrie (Achsen II. Art), Gyroiden: Inversionsachsen und Drehspiegelachsen.

Außer den Achsen einfacher Symmetrie, die wir unter Punkt b kennengelernt haben, gibt es noch solche *zusammengesetzter* Symmetrie, wo die Drehung außerdem mit einer Spiegelung verbunden ist; die Fläche ist nach erfolgter Drehung nicht in dieser Lage, sondern in einer spiegelbildlichen realisiert.

Diese Spiegelung erfolgt entweder durch die Wirksamkeit eines Symmetriezentrums (*Inversionsachsen*) oder an einer Spiegelebene senkrecht zur Drehungsachse (*Drehspiegelachsen*).

Da sich die Wirksamkeit der Drehspiegelachsen ebensogut durch Inversionsachsen erreichen läßt, diese aber aus kristallphysikalischen Gründen den Vorzug verdienen, wollen wir nur letztere Art von Achsen zusammengesetzter Symmetrie hier einführen.¹

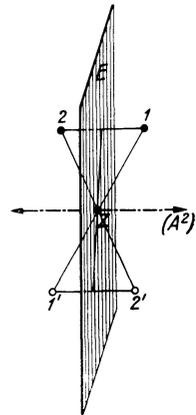


Abb. 39. Beziehung zwischen Spiegelebene, senkrechter geradzähliger Deckachse und Zentrum.

¹ Näheres darüber siehe RAAZ: Zur Frage der Systematik und Herleitung hexagonaler und trigonaler Kristallklassen. Zugleich ein Wort für die Inversionsachse. Zbl. Mineral., Geol., Paläont. (A), 179f. (1938).

Der Vorgang der Inversionsdrehung sei durch die Abb. 40 für den Fall einer vierzähligen Inversionsachse verdeutlicht, wo an Stelle der Fläche ihr figurativer Punkt auf der Projektionskugel angegeben ist:

Flächenpol 1 bedeute die Ausgangsstellung. Nach einer Vierteldrehung im Uhrzeigersinne käme dieser Flächenpol in die Lage von (2), ist dort aber nicht realisiert, sondern zentrisch-symmetrisch auf dem unteren Polkreis in 2.

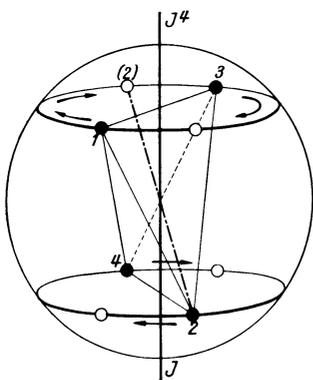


Abb. 40. Wirkungsweise einer vierzähligen Inversionsachse.

Die Weiterdrehung von 2 um 90° im selben Drehungssinn brächte den Punkt in die angedeutete Lage auf dem unteren Polkreis, doch ist die Fläche wieder erst nach Spiegelung durch das Symmetriezentrum in 3 auf dem oberen Polkreis vorhanden. In gleicher Weise geht der Punkt 3 nach Drehung und Inversion in den Punkt 4 über, und nach der vierten Vierteldrehung bringt ihn die vierzählige Inversionsachse in die Ausgangslage 1 zurück.

Das Schema Abb. 41 gibt in stereographischer Projektion eine Übersicht über die Wirkungsweise verschiedenanzahliger Inversionsachsen (J^n) und ihre allfällige Ersetzbarkeit durch einfache Symmetrieelemente.

Eine zweizählige Inversionsachse J^2 (hier horizontal gelagert) würde eine Flächenverteilung liefern, die der Wirksamkeit einer Symmetrieebene entspricht; J^2 kann daher hier außer Betracht bleiben.

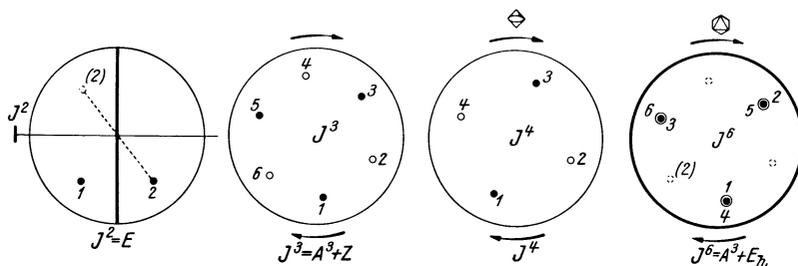


Abb. 41. Die Wirkungsweise der Inversionsachsen und ihre allfällige Ersetzbarkeit bei J^2 , J^3 und J^6 .

Eine dreizählige Inversionsachse J^3 liefert als Resultat eine Flächenverteilung, die durch eine dreizählige Deckachse $A^3 + \text{Zentrum } Z$ erzielt werden kann. (Zum gleichen Ergebnis führt eine sechszählige Drehspiegelachse.)

Eine vierzählige Inversionsachse J^4 , wie sie oben in perspektivischer Darstellung gegeben wurde, läßt sich in ihrer Wirkungsweise durch keine

andere Kombination von Symmetrieelementen ersetzen; sie liefert im übrigen dasselbe Resultat wie eine vierzählige Drehspiegelachse.

Die sechszählige Inversionsachse J^6 liefert (in Übereinstimmung mit einer dreizähligen Drehspiegelachse) als Ergebnis eine dreizählige Deckachse A^3 + dazu senkrechte Spiegelebene E_h .¹

Folglich wäre lediglich die *vierzählige Inversionsachse* für die weitere Untersuchung notwendig, da sie allein eine neue Flächenkonfiguration liefert, die durch einfache Symmetrieelemente *nicht* erreichbar ist.

Aus Analogiegründen werden wir jedoch neben der vierzähligen Inversionsachse auch die sechszählige Inversionsachse späterhin verwenden, da sie für die Ableitung gewisser Klassen im hexagonalen System zweckmäßig erscheint (vgl. Abschnitt VI c).

e) Flächensymmetrie.

Die im Kristallbau zum Ausdruck kommenden Symmetrieelemente wirken vervielfältigend in bezug auf eine angenommene Flächenform, die wir als figurativen Punkt im Projektionsschema festlegen. Liegt der betreffende Flächenpol weder auf einer Symmetrieebene noch auf einer Deckachse, d. h. wird die Fläche weder von einer Symmetrieebene noch von einer Deckachse senkrecht getroffen, dann ist eine solche Fläche ihrer Gestalt nach *asymmetrisch*. In jeder anderen Position weisen die Flächen in ihrer äußeren Form irgendeinen Grad von Symmetrie auf: *Flächensymmetrie*:

Steht eine Fläche senkrecht zu einer Symmetrieebene, dann ist die Einschnittlinie eine Symmetrielinie der Fläche; die beiden Hälften einer solchen Fläche sind zueinander spiegelbildlich, die Fläche ist *monosymmetrisch*. Liegt jedoch ein Flächenpol abseits der Symmetrieebene (d. h. die Fläche besitzt gegen die Symmetrieebene eine Winkelneigung), dann wiederholt sich die Fläche jenseits der Symmetrieebene in spiegelbildlicher Lage.

Wird eine Fläche von zwei Symmetrieebenen senkrecht geschnitten, dann ist sie *disymmetrisch* (sie besitzt zwei Symmetrielinien), bei drei Symmetrieebenen *trisymmetrisch*, bei vier Symmetrieebenen *tetrasymmetrisch* und schließlich von sechs Symmetrieebenen senkrecht getroffen *hexasymmetrisch*. Liegt sie jedoch zu keiner dieser Symmetrieebenen senkrecht, dann ist sie asymmetrisch, dafür aber wird sie durch die vorhandenen Spiegelebenen mehrfach wiederholt. Daraus ist ersichtlich, daß der Verminderung der Flächenzahl (Zähligkeit) eine Erhöhung der Flächensymmetrie (Eigensymmetrie) entspricht.

Flächen, die auf einer zweizähligen Deckachse senkrecht stehen, zeigen eine Begrenzungsform, in welcher sich nach einer Winkeldrehung

¹ Der Index h bedeutet horizontal.

von 180° der gleiche Kantenverlauf ergibt: sie werden als „*dimetrisch*“ bezeichnet.

Auf einer dreizähligen Achse senkrecht stehende Flächen sind *trimetrisch*. Und im gleichen Sinne gibt es *tetrametrische* und *hexametrische* Flächen.

Beispiele für diesen hier nur angedeuteten, gesetzmäßigen Zusammenhang von Flächensymmetrie mit dem Symmetriegerüst des Kristalls werden wir bei der systemmäßigen Besprechung im Abschnitt VII zur Genüge kennenlernen.

V. Entwicklung der Kristallklassen auf Grund der fünf Prinzipien der Formbildung (fünf einfache Stufen der Symmetrie).

Es ist nun die Frage zu untersuchen, in welcher Art und Weise die besprochenen Symmetrieelemente kombiniert auftreten können. Schon gelegentlich der Erläuterung der Deckachsen wurde auf die Möglichkeit der Kombination mehrerer solcher Drehungsachsen verwiesen. Die mathematische Untersuchung lehrt, daß gleichwertige Achsen nur unter folgenden Winkelwerten auftreten können:

Gleichwertige zweizählige Achsen: unter 60° , 90° , 120° und 180° (die Kombination zweier polarer Achsen unter 180° bedeutet, daß die Achse dann bipolar ist).

Gleichwertige dreizählige Achsen: unter $70^\circ 31' 44''$ bzw. $109^\circ 28' 16''$ (das sind die Richtungen der Raumdiagonalen eines Würfels) und 180° .

Gleichwertige vierzählige Achsen: unter 90° und 180° .

Gleichwertige sechszählige Achsen: nur unter 180° (d. h. immer in der Einzahl, eventuell bipolar).

Es könnte den Anschein erwecken, als ob die Kombinationsbildung unter Heranziehung der weiteren Symmetrieelemente (Symmetrieebene und Zentrum) noch immer eine ungeheure Zahl von Möglichkeiten liefere; dem ist aber nicht so.

Im ganzen lassen sich nur **32** solche Möglichkeiten finden, sofern die Grundgesetze der Kristallographie beachtet werden. Diese 32 Kombinationsmöglichkeiten nennen wir die *Klassen der Symmetrie*.

Jede dieser Symmetrieklassen bedeutet also ein wohldefiniertes Symmetriegerüst, das dem Formenreichtum der Kristallwelt der betreffenden Gruppe zugrunde liegt und dessen Symmetrieverhältnisse beherrscht.

G. TSCHERMAK hat ein einfaches, ordnendes Prinzip für die Entwicklung der 32 Symmetrieklassen angegeben, das wir hier zur Anwendung bringen wollen. Es sind dies die fünf einfachen *Stufen der Symmetrie*; ihnen entsprechen in der Flächenanlage die fünf kristallographischen „Urformen“ (nach RINNE), s. Abb. 42.

Stufe I. Kein Symmetrieelement. Jede Fläche ist in ihrer Art nur einmal am Kristall vertreten (das *Pedion*).

Stufe II. Wirksamkeit des Symmetriezentrums. Zu jeder Fläche muß eine parallele Gegenfläche vorhanden sein (das *Pinakoid*).

Stufe III. Wirksamkeit einer A^2 (polar). Die Fläche wird durch die zweizählige Deckachse in eine um 180° gedrehte Lage übergeführt, so daß der Form nach ein Keil entsteht (das *Sphenoid*).

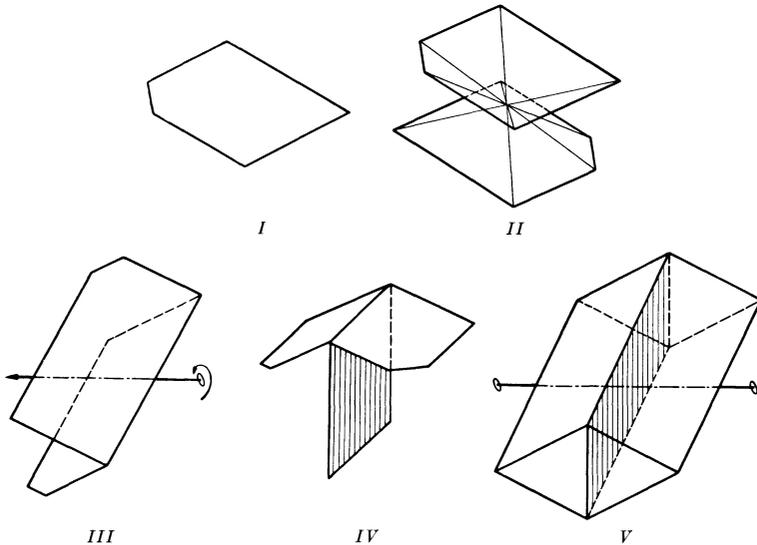


Abb. 42. Die fünf kristallographischen Urformen. (Nach F. RINNE.) I Pedion; II Pinakoid; III Sphenoid; IV Doma; V Prisma.

Stufe IV. Die Symmetrieebene wirkt: Die Fläche wird an ihr gespiegelt; es entsteht ein zweiflächiges Dach spiegelbildlich gleicher Flächen (das *Doma*).

Stufe V. Zwei der vorgenannten Prinzipien II, III, IV kommen zur Wirkung, beispielsweise IV und II: Zu den beiden Flächen des Domas ergeben sich durch das Symmetriezentrum noch ihre parallelen Gegenflächen. Eine vierflächige Form entsteht (das *Prisma*).

Die Herleitung nach diesen fünf Prinzipien der Formbildung der Kristalle könnte man im Anschluß an BECKE-BOLDYREW (vgl. H. TERTSCH¹) bezeichnen als Stufen:

I	II	III	IV	V
polar	zentrisch	axial	planal	planaxial ²

¹ TERTSCH: Zbl. Mineral., Geol., Paläont. (A), 165 (1936).

² Durch Vereinigung der Prinzipie IV und III.

Diese fünf einfachen Stufen treten im Bau höher symmetrischer Kristalle immer wieder auf, z. B. in Kombination mit einer dreizähligen Deckachse, die wir als beherrschendes Symmetrieelement vertikal stellen wollen (Hauptachse).

Abb. 43 gibt das Entwicklungsschema in stereographischer Projektion wieder:

Ausgegangen wird zunächst von einer polaren A^3 (Stufe I).

Bei Stufe II kommt das Zentrum zur Anwendung, wodurch die polare A^3 ihre Polarität verliert und sich drei parallele Gegenflächen auf der Unterseite des Kristalls ergeben. Sie sind in dieser schematischen Darstellung vom N -Pol aus auf die Äquatorebene projiziert, da sie sonst außerhalb des Grundkreises zu liegen kämen; es sind also hier gleichsam zwei Projektionsbilder (vom S -Pol und vom N -Pol aus) übereinandergelegt.

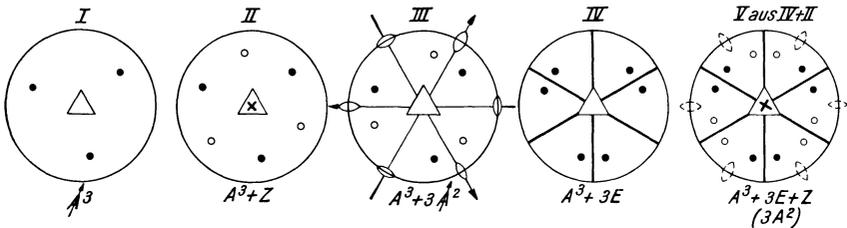


Abb. 43. Die Symmetrieklassen des *trigonalen* (rhomboëdrischen) Systems nach den fünf Stufen TSCHERMAKS abgeleitet.

In Stufe III wird die Kombination von Stufe I mit einer zweizähligen polaren Deckachse angewendet, die senkrecht zur Hauptachse angenommen wird; sie muß sich infolge der dreizähligen Hauptachse dreimal wiederholen.

Stufe IV zeigt die Kombination mit der Symmetrieebene, die vertikal verläuft (durch die Hauptachse gelegt); auch sie kann nicht allein bestehen bleiben, sondern wiederholt sich entsprechend dem dreizähligen Rhythmus, den die Hauptachse bestimmt.

Stufe V: Die Konfiguration der Flächenpole nach IV wird durch Hinzutreten des Symmetriezentrums auf die Unterseite des Kristalls gespiegelt. Auf Grund der Regel Abschnitt IV c (Schlußabsatz) muß senkrecht zu jeder der drei Symmetrieebenen infolge des Zentrums eine zweizählige Deckachse als zusätzliches Symmetrieelement auftreten.

Ganz analog läßt sich nun die Entwicklung auch für eine vier- und sechszählige Hauptachse durchführen.

Was die zweizählige Achse als vertikale (Haupt-) Achse anbelangt, so zeigt sich, daß Stufe I diese zunächst polar angenommene Achse ($\uparrow A^2$) allein bestehen läßt. Das gibt also nichts Neues, denn es entspricht dem Prinzip III der Urformen (wo diese $\uparrow A^2$ horizontal verläuft).

Die Entwicklung nach Stufe II läßt das Zentrum hinzutreten, also stellt sich automatisch auch eine horizontale Symmetrieebene ein ($\uparrow A^2 + Z = A^2 + Z + E$). Das ist aber bereits im Prinzip V der Urformen verwirklicht (wo die Symmetrieebene vertikal gestellt ist).

Somit fallen für eine vertikale A^2 die Stufen I und II weg und die Entwicklung fängt erst bei Stufe III an (III, IV und V).

VI. Die 32 Kristallklassen in ihrer Gruppierung auf sieben Abteilungen (Kristallsysteme).

Die 32 Kristallklassen lassen sich nach der Art ihres Zonenverbandes und — dadurch bedingt — nach dem Typus ihres Achsensystems übersichtlich in sieben Abteilungen gruppieren: Wir nennen sie „*Kristallsysteme*“.

a) Hauptzonenverband: Neunzonensystem.

Der Zusammenhang von Zonenverband und Achsenkreuz wird ohne weiteres verständlich, wenn wir uns erinnern, daß drei ausgewählte Flächen am Kristall, die somit drei Zonen bestimmen, als Endflächen angenommen werden; die Zonenachsen (als Richtung der Schnittkante) stellen das Achsenkreuz dar.

Nehmen wir den allgemeinsten Fall, wo keine senkrecht aufeinander stehenden Flächen zur Verfügung stehen, als Grundlage unserer Betrachtung (s. Abb. 44).

Zwei dieser ausgewählten „Achsenflächen“ legen wir in den Grundkreis der stereographischen Projektion: Längsfläche L in den Ausgangspunkt der Azimutzählung (rechts am Grundkreis: Nullmeridian!), die Querfläche Q unter dem Azimutwinkel φ (der von 90° verschieden ist).

Die Basisfläche B wird (eventuell nach Konstruktionsangabe im Abschnitt III b, S. 35) eingetragen.

Die durch die drei Endflächen Q , L , B bestimmten Zonen (in der Zeichnung stark ausgezogen) stellen die *Achsenzonen* dar: hierdurch ist in unserem Falle ein schiefwinkeliges Achsenkreuz festgelegt, mit den Achsenwinkeln α , β , γ (vgl. Abschnitt I c, S. 8).

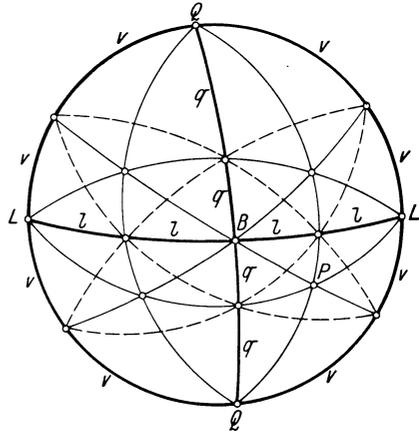


Abb. 44. Das Hauptzonensystem (Neunzonensystem): — Achsenzonen, — primäre Radialzonen. - - - Dreiprismenzonen. B Basis; Q Querfläche; L Längsfläche; P Pyramidenfläche; v Zone der Vertikalprismen (aufrechte Prismen); q Zone der Querprismen; l Zone der Längsprismen.

Zur Bestimmung des Grundparameterverhältnisses $a : b : c$ ist noch eine vierte Fläche P erforderlich, die alle drei Achsen schneidet (Pyramidenfläche), also auf keiner der drei Achsenzonen liegen darf; denn Flächen dieser Zonen (v, q, l in Abb. 44) sind Prismenflächen, die nur jeweils zwei Parameterwerte liefern. Nach Eintragung von P können wir eine Reihe anderer Zonen einzeichnen (s. Abb. 44).

Durch die Einheitspyramide P gehen drei weitere ausgezeichnete Zonen. Sie verbinden jeweils die Einheitspyramide mit einer Endfläche (im Schnitt zweier Achsenzonen) und liefern im Schnittpunkt mit der dritten Achsenzone ein primäres Prisma: (110), (101) oder (011). ·

Diese Zonen, welche von einer Endfläche über die Einheitspyramide zu einem primären Prisma führen, nennen wir *primäre Radialzonen*.

Im ganzen sind sechs solcher primärer Radialzonen am Kristall vorhanden. Die drei Achsenzonen mit den sechs primären Radialzonen bilden das charakteristische „*Neunzonensystem*“.

Außerdem sind die sog. „Dreiprismenzonen“ von Bedeutung. Die drei Arten von primären Prismen — aufrechtes, Quer- und Längsprisma (des benachbarten Quadranten) — liegen in einer Zone (in der Abbildung strichliert gezeichnet).

Erkennen wir demnach an einem Kristall das Vorhandensein dieses Zonenverbandes, so läßt sich das dritte Prisma sofort als primär indizieren, wenn die beiden anderen als primär angenommen wurden oder als solche mit Hilfe der primären Radialzonen bestimmt sind.

Die durchgeführte Zonenrechnung bestätigt die Richtigkeit dieser Behauptung.

b) Die sieben Kristallsysteme.

In dem vorliegenden Beispiel (Abb. 44) handelt es sich um das *trikline* Kristallsystem, mit einem schiefwinkligen Achsenkreuz verschieden langer Grundparameter a, b und c .

Dieses trikline System wird gebildet von den beiden TSCHERMAKSchen Stufen I und II, siehe Tab. I (oberste Horizontalreihe); sie liefern (für sich allein, ohne Kombination mit anderen Symmetrieelementen) ein Zonenschema nach Abb. 44.

Die Stufe III ist durch die zweizählige (polare) Deckachse $\uparrow A^2$ charakterisiert. Sie ist an sich auch eine mögliche Zonenachse. Der Zonenkreis, dessen Ebene auf dieser Achse senkrecht steht, verläuft in der Projektion geradlinig durch den Mittelpunkt des Projektionsbildes (genau so wie im Nebenbilde Stufe IV die dort eingezeichnete Symmetrieebene). Wir bezeichnen eine solche Zone als *Medianzone*. Die $\uparrow A^2$ ist gleichzeitig ihre Zonenachse: alle Kanten der Medianzone sind ihr parallel (vgl. die Abb. 55 von Rohrzucker).

Für die Stufe IV ist die Symmetrieebene (in der Lage der Medianzonenebene) das kennzeichnende Merkmal.

Die Stufe V enthält alle drei Symmetrieelemente kombiniert, da — wie S. 39 ausgeführt — entsprechend der Herleitung „planaxial“ die Verbindung der zweizähligen Deckachse (Prinzip III) mit der Symmetrieebene (Prinzip IV) automatisch ein Symmetriezentrum hinzutreten läßt.

Diese drei Stufen — III, IV und V — weisen das gemeinsame Merkmal auf, daß ihre Zonenschemata durch das Auftreten einer Medianzone ausgezeichnet sind, deren Ebene in Stufe IV und V Symmetrieebene ist.

Die einfachen Symmetriestufen III bis V werden als eigenes Kristallsystem zusammengefaßt: das *monokline* System. Denn die durch den Zonenverband bedingten Kristallachsen weisen einen schiefen Winkel β auf, wie das bereits im einleitenden Abschnitt I c, S. 8, für den Orthoklaskristall erläutert wurde: die y -Achse wird in der Richtung der zweizähligen Deckachse angenommen (bzw. in Stufe IV senkrecht zur Symmetrieebene); die beiden anderen Achsen aber in der Ebene der Medianzone (in Stufe IV und V gleichzeitig Symmetrieebene). Dabei stellt man eine ausgeprägte Zone vertikal (Querfläche im Schnittpunkt von Medianzone mit dem Grundkreis), damit die z -Achse im Mittelpunkt des Projektionsbildes aussticht. Schließlich wird durch die Auswahl einer Basisfläche in der Medianzone (die in diesem System gegenüber der Horizontalebene naturgemäß einen Winkel bilden wird) die Lage der geneigten x -Achse bestimmt, die mit der z -Achse den Winkel β bildet.

So haben wir gezeigt, daß die fünf einfachen Stufen der Symmetrie an sich schon zwei Kristallsysteme ergeben: das *trikline* und das *monokline* System.

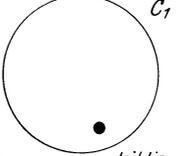
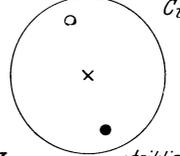
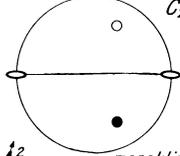
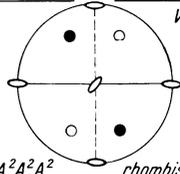
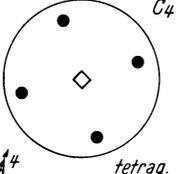
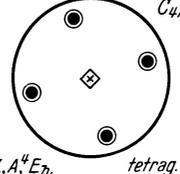
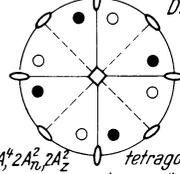
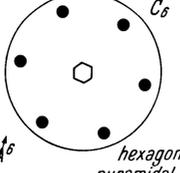
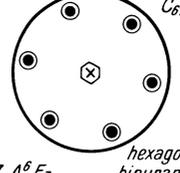
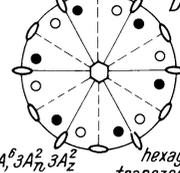
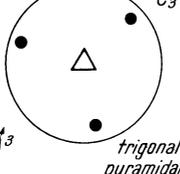
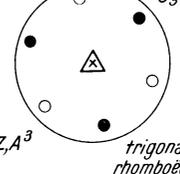
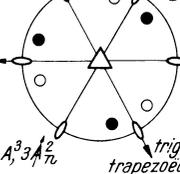
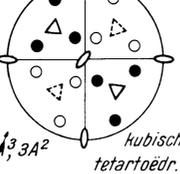
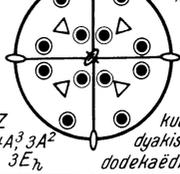
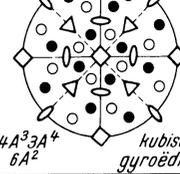
Nun gehen wir über zur Kombination von zwei-, drei-, vier- und sechszähligen Deckachsen (die wir vertikal stellen) mit den Symmetrieprinzipien der Stufen I bis V, wie das bereits im vorhergehenden Abschnitt für die dreizählige Hauptachse entwickelt wurde. Dort haben wir auch bereits vermerkt, daß die Kombination einer (aufrechten) zweizähligen Deckachse nach dem Prinzip I und II keine neuen Ergebnisse liefern würde, sondern daß die polare Herleitung zu monoklin III und die zentrische Herleitung zu monoklin V führt (wobei dort die zweizählige Deckachse als Achse der vertikal stehenden Medianzone *horizontal* verläuft).

Erst die Stufen III, IV und V liefern neue Symmetriegerüste (s. Tab. I, zweite Horizontalreihe von oben):

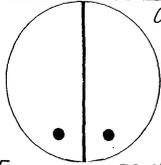
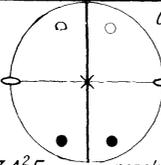
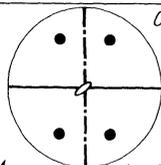
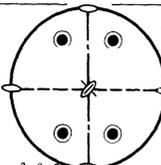
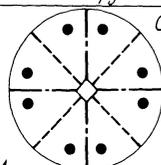
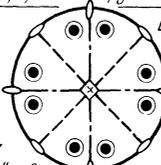
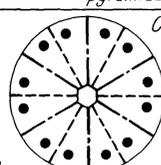
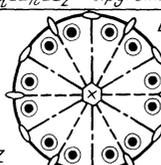
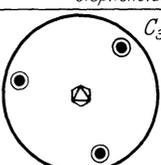
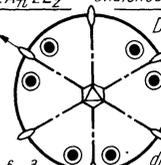
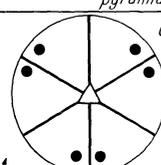
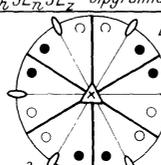
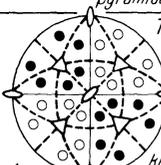
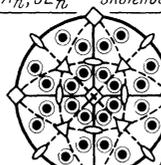
Stufe III ergibt durch Annahme einer zweiten (horizontalen) Deckachse entsprechend der Regel über die Kombination von Deckachsen (S. 38) drei senkrecht aufeinanderstehende zweizählige Drehungsachsen, die gleichzeitig Zonenachsen sind; wir wählen sie als rechtwinkeliges Achsenkreuz.

Nach Prinzip Stufe IV (s. Abb. 62) tritt zur bestimmenden vertikalen $\uparrow A^2$ eine durch sie hindurchgelegte vertikale Symmetrieebene hinzu; eine auf dieser senkrecht stehende zweite vertikale Symmetrieebene stellt

Tabelle 1. Die Symmetrie

Kristall-Systeme	Stufen der Symmetrie		
	I polar	II zentrisch	III axial
<p><i>Triklin</i> („Stufen“ I u. II)</p> <p><i>Monoklin</i> („Stufen“ III, IV, V)</p>	 <p>C_1 triklin pedial</p>	 <p>C_i triklin pinakoidal</p>	 <p>C_2 monoklin sphenoidisch</p>
<p><i>Rhombisch</i></p>	<p>für A^2 übereinstimmend mit</p> <p>monoklin sphenoidisch</p> <p>monoklin prismatisch</p>		 <p>A^2, A^2, A^2 rhombisch bisphenoid.</p>
<p><i>Tetragonal</i></p>	 <p>C_4 tetrag. pyramidal</p>	 <p>C_{4h} tetrag. bipyram.</p>	 <p>D_4 tetragon. trapezoedr.</p>
<p><i>Hexagonal</i></p>	 <p>C_6 hexagon. pyramidal</p>	 <p>C_{6h} hexagon. bipyram.</p>	 <p>D_6 hexag. trapezoedr.</p>
<p><i>Rhombödrisch</i> (Trigonal)</p>	 <p>C_3 trigonal pyramidal</p>	 <p>C_{3i} trigonal rhomboedr.</p>	 <p>D_3 trigon. trapezoedr.</p>
<p><i>Kubisch</i></p>	 <p>T kubisch tetartoedr.</p>	 <p>T_h kub. dodekaedr.</p>	 <p>O kubisch gyroedr.</p>

der 32 Kristallklassen.

Stufen der Symmetrie			
IV planal	V planaxial	Ia invert	IVa planinvert
 <p>C_2 E monoklin domatisch</p>	 <p>C_{2h} Z, A_2^2, E monoklin prismatisch</p>	<p>Zeichenerklärung:</p> <p>\times = Symmetriezentrum (Z)</p> <p>--- } = Symmetrieebene (E)</p> <p>0 = zweizählige Deckachse (A^2)</p> <p>Δ = dreizählige " (A^3)</p> <p>\diamond = vierzählige " (A^4)</p> <p>\circ = sechszählige " (A^6)</p> <p>\diamond = vierzählige Inversionsachse (J^4)</p> <p>\circ = sechszählige " ($J^6 = A^3 + E_h$)</p>	
 <p>C_{2v} A_2^2, E, E rhombisch pyramidal</p>	 <p>V_h Z, A_2^2, A_2^2, E, E, E rhombisch bipyramidal</p>	<p>S_4 J^4 tetrag. bisphenoid.</p>	
 <p>C_{4v} $A_4^4, 2E_h, 2E_z$ ditetrag. pyramidal</p>	 <p>D_{4h} $Z, A_4^4, 2A_2^2, 2A_2^2, E_h, 2E_h, 2E_z$ ditetrag. bipyramidal</p>		
 <p>C_{6v} $A_6^6, 3E_h, 3E_z$ dihexag. pyramidal</p>	 <p>D_{6h} $Z, A_6^6, 3A_2^2, 3A_2^2, E_h, 3E_h, 3E_z$ dihexag. bipyramidal</p>	 <p>C_{3h} $J^6 = A^3 + E_h$ trigonotyp bipyramidal</p>	 <p>D_{3h} $J^6 = A^3 + E_h, 3A_2^2, 3E_h$ ditri-gonotyp bipyramid.</p>
 <p>C_{3v} $A_3^3, 3E_h$ ditri-gon. pyramidal</p>	 <p>D_{3d} $Z, A_3^3, 3A_2^2, 3E_h$ ditri-gon. skalenoëdr.</p>	<p>Zeichenerklärung:</p> <p>Polare Deckachsen sind durch einen Pfeil (\uparrow) gekennzeichnet</p> <p>Index: h = horizontal (E), bzw. Haupt-(E) τ = Neben-(A oder E) z = Zwischen-(A oder E) \bullet = Flächenpol d. Oberseite \circ = " " d. Unterseite C_2, D_6, \dots = Schoenflies'sches Symbol der Kristallklassen.</p>	
 <p>T_d $4A_3^3, 3A_2^2, 6E_h$ kub. hexakis-tetraëdr.</p>	 <p>O_h $4A_3^3, 3A_2^2, 6A_2^2, Z, 3E_h, 6E_h$ kub. hexakis-oktaëdr.</p>		

sich automatisch ein. Auch hier ist die Auswahl eines rechtwinkligen Achsenkreuzes möglich ($\uparrow A^2$ gilt als z -Achse, die beiden Normalen auf den Symmetrieebenen liefern als prädestinierte Zonenachsen die x - und y -Achse).

Und ebenso ist es in Stufe V, wo die drei aufeinander senkrecht stehenden Deckachsen (wie in Stufe III) das Achsenkreuz festlegen. Somit haben diese drei Stufen, III, IV und V, das Gemeinsame an sich, drei senkrecht aufeinanderstehende Zonen zu besitzen, die das rechtwinkelige Achsenkreuz ergeben: mit drei verschiedenen Grundparameterwerten a , b und c . Diese drei Stufen bilden zusammen das *rhombische* Kristallsystem. „Rhombisch“ heißt es, weil die in diesem System auftretende Einheitspyramide einen rhombischen Querschnitt liefert; siehe die rhombische Doppelpyramide Abb. 15 (vgl. ebenso in Stufe III den rhombischen Querschnitt der rhombischen Bisphenoide, Abb. 63).

Dieses rhombische System hatten wir bereits in unseren einleitenden Betrachtungen bei der Entwicklung des Parametergesetzes und der Charakterisierung der Flächenarten als besonders einfachen Fall als Beispiel herangezogen.

Das *trikline System* hat, wie wir gesehen, ein Achsenkreuz mit drei schiefen Winkeln α , β , γ , das *monokline System* ein solches mit nur einem schiefen Winkel β und das *rhombische System* hat gar keinen schiefen Winkel mehr, sondern alle drei Achsen stehen aufeinander senkrecht.

In allen drei Systemen aber liefert die Einheitspyramide drei verschieden lange Grundparameterwerte auf den Kristallachsen: ihr Achsenverhältnis ist daher $a : b : c$ bzw. $a : 1 : c$.

Soweit die drei niedrigsymmetrischen Kristallsysteme. Die folgenden drei Systeme (s. Tab. 1) sind ausgezeichnet durch eine höherzählige Deckachse (drei-, vier- und sechszählig) und werden entsprechend dieser Hauptachse als *trigonales*, *tetragonales* und *hexagonales System* bezeichnet.

Über die besondere Wahl des Achsenkreuzes im trigonalen und hexagonalen System siehe die Einzelbesprechung im folgenden Abschnitt VII; ebenso wird dort das kennzeichnende Zonenschema besprochen werden. Diese drei Systeme werden infolge ihres durch die Hauptachse bestimmten Symmetrierhythmus als „*wirtelige*“ Systeme bezeichnet.

Das tetragonale System läßt sich am einfachsten vom rhombischen System ableiten, indem die Achsenabschnitte auf dem hier sich ergebenden ebenfalls rechtwinkligen Achsenkreuz ein Grundparameterverhältnis $a : a : c$ (oder kurz $a : c$ bzw. $1 : c$) liefern: die x - und y -Achsen sind also entsprechend dem vierzähligen Drehungsrhythmus der Hauptachse gleichwertig und ihre Einheitsabstände gleich lang geworden.

Schließlich gibt es noch ein siebentes Kristallsystem (unterste Horizontalreihe der Tabelle 1), das *kubische* oder *tesserale System*. Dieses ist charakterisiert durch das Auftreten mehrerer dreizähliger Deckachsen,

die entsprechend der Kombinationsmöglichkeit solcher Achsen (s. S. 42) wie die vier Raumdiagonalen eines Würfels verlaufen (oktantenweise dreizähliger Baurhythmus!); in Stufe III und V dieses Systems treten in den Würfelflächennormalen auch drei vierzählige Deckachsen auf (die in den anderen Stufen dieses Systems nur zweizählig sind).

c) Kristallklassen mit centrogyroidaler Herleitung.

Bis jetzt haben wir lediglich Achsen der einfachen Symmetrie zur Erzeugung von Symmetrieklassen herangezogen. Es bleibt noch zu untersuchen, inwieweit auch die in Abschnitt IVd besprochenen *Inversionsachsen* zu neuen Ergebnissen führen. Schon an dortiger Stelle wurde hervorgehoben, daß als einzige dieser Achsen zweiter Art die vierzählige Inversionsachse zu einer neuen Flächenverteilung führt, die mit Hilfe der einfachen Symmetrieelemente nicht erreicht werden kann.

Betrachten wir also jene I^4 und versuchen wir, auch diese in der üblichen Weise mit den TSCHERMAKSchen Symmetrieprinzipien der Stufen I bis V zu kombinieren. Diese „centrogyroidale“ Herleitung führt in der Tat in einzelnen Fällen zu neuartigen Symmetrieklassen, die wir zum Unterschied von jenen der einfachen Drehsymmetrie als Ia usw. bezeichnen wollen.

Stufe Ia. Die I^4 allein ist wirksam: die Flächenverteilung haben wir bereits kennengelernt (Entwicklungsschema Abb. 40: es entsteht ein Doppelkeil, ein *tetragonales Bisphenoid*, analog dem rhombischen Bisphenoid Abb. 63).

Stufe IIa. Die I^4 ist außerdem noch mit einem Symmetriezentrum zu kombinieren: dadurch tritt zu jeder Fläche des Bisphenoids eine parallele Gegenfläche; es entsteht die Flächenverteilung wie in Stufe II des tetragonalen Systems (s. Tab. 1). Diese Herleitung liefert also *nichts Neues*.

Stufe IIIa. Das Projektionsschema von Ia ist mit einer horizontalen zweizähligen Deckachse zu kombinieren. Legen wir sie beispielsweise in die Richtung der kristallographischen y -Achse. Da nach einer Vierteldrehung bereits Deckstellung erzielt werden muß, tritt die A^2 in der Zweizahl (unter dem Winkel 90°) auf; außerdem haben sich winkelhalbierend zwei diagonal verlaufende vertikale Symmetrieebenen eingestellt (s. Tab. 1, bei IV a).

Stufe IVa. Legen wir durch die I^4 eine (vertikale) Symmetrieebene, beispielsweise diagonal. Sie muß infolge der I^4 nach 90° -Drehung nochmals auftreten. Überdies haben sich in der Richtung der horizontalen kristallographischen Achsen zwei digonale Achsen (Digyren) eingestellt: es ergibt sich somit dasselbe Resultat, das wir unter IIIa erhielten.

Stufe Va. Fügen wir zu dem Ergebnis von IVa noch das Symmetriezentrum hinzu, so erhalten wir das Symmetrieschema der Stufe V, also *nichts Neues*.

Als Ergebnis unserer Untersuchung haben wir somit zwei neue Kristallklassen gewonnen: Ia und IVa (letztere mit IIIa identisch).

Die Herleitung von Ia wollen wir (nach TERTSCH, l. c.) als tetragyrisch-„invert“ und jene von IVa als -„planinvert“ bezeichnen.

Nun versuchen wir noch die Entwicklung mit einer sechszähligen Inversionsachse, obgleich eine solche auch durch $A^3 + E$ ersetzt werden kann (s. Abschnitt IVd, S. 41).

Auch hier führt nur die Herleitung nach Prinzip Ia (hexagyrisch-invert) und nach IVa (hexagyrisch-planinvert) zu analogen neuen Kristallklassen (IIIa ist wieder gleichbedeutend mit IVa).

Es erhebt sich noch die Frage, warum wir diese zwei Symmetrieklassen hexagonal Ia und IVa nicht besser als „trigonal“ bezeichnen, da sie doch eine dreizählige Hauptachse besitzen.

Manche Autoren (z. B. GROTH: Physikalische Kristallographie) rechnen sie auch tatsächlich zum trigonalen System.

Strukturtheoretische Gründe sowie die Symmetrieergebnisse bei Röntgendurchstrahlungen (LAUE-Aufnahmen) sprechen jedoch für die Zuteilung dieser zwei Symmetrieklassen zum hexagonalen System,¹ wie dies schon TSCHERMAK, BECKE und RINNE vorschlugen und eingeführt haben.

So haben wir also zu den 28 Kristallklassen auf Grund „gyrischer“ Herleitung noch weitere vier Klassen durch *centrogyroidale* Entwicklung gewonnen: zwei tetragonale Klassen Ia und IVa und in völliger Analogie dazu zwei hexagonale Klassen Ia und IVa (s. Tab. 1).

Weitere Kombinationen sind geometrisch und kristallographisch undenkbar: es gibt somit nur *32 mögliche Kristallklassen*, die schon von J. F. C. HESSEL 1830 erkannt wurden.

VII. Formenbeschreibung für die einzelnen Kristallsysteme mit Beispielen konstruktiver Darstellung in stereographischer Projektion.

Nun haben wir das notwendige Rüstzeug gewonnen, um zur systematischen Besprechung der Kristallformen in den einzelnen Systemen überzugehen.

a) Triklines System.

Dieses wird durch die TSCHERMAKSchen Stufen I und II gebildet. Der charakteristische Zonenverband wurde bereits im vorhergehenden Abschnitt, S. 45 (Abb. 44) besprochen. Das Achsenkreuz ist schiefwinkelig (s. Abb. 11). Die Metrik ist bestimmt durch: α , β , γ und das Achsenverhältnis $a : 1 : c$ (gewonnen aus *fünf* voneinander unabhängigen Winkelmessungen).

¹ Siehe RAAZ: Zur Frage der Systematik und Herleitung hexagonaler und trigonaler Kristallklassen, l. c. 173—185.

Formenbeschreibung.

Wir wollen immer mit der höchstsymmetrischen Stufe des betreffenden Systems, der sog. „Vollform“ (*holoedrische Klasse*) beginnen; in diesem Fall also mit

Triklin, Stufe II. Kennzeichnend ist hier — als einziges Symmetrieelement — das Zentrum *Z*. Zu jeder Fläche ist eine parallele Gegenfläche vorhanden. Dementsprechend gibt es folgende sieben Arten von einfachen Flächenformen, die sämtlich asymmetrisch sind:

1. Drei Endflächenpaare: Endflächenpaar, Längs- und Querflächenpaar.
2. Dreierlei Prismenflächenpaare: Längs-
prismen- und Querprismenpaar sowie aufrechtes
Prismenpaar.
3. Pyramidenpaar (s. Abb. 45).

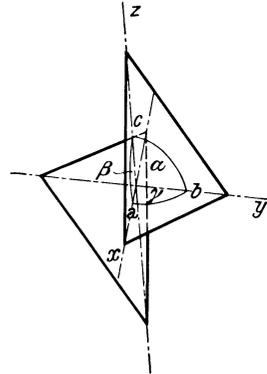


Abb. 45. Triklines Pyramidenpaar mit eingezeichnetem Achsenkreuz.

Auch diese Flächenform tritt nur paarweise auf (als Pinakoid) und bildet somit noch keine geschlossene Form, wie etwa die vierseitige Doppelpyramide im rhombischen System.

Die Bezeichnung der Kristallklassen nach GROTH verwendet den Namen der allgemeinsten Flächenform, in unserem Falle das Pyramidenpinakoid; diese Symmetrieklasse heißt somit *triklin-pinakoidale* Klasse.

Ein Beispiel bietet der Anorthitkristall (trikliner Feldspat), Abb. 46; Kopfbild und stereographische Projektion ist in Abb. 47 a und b wiedergegeben.

Die Winkel der kristallographischen Achsen ergeben sich durch Auflösung des sphärischen Dreiecks, das durch die drei Achsenzonen gebildet wird mit den Eckpunkten 100, 010, 001; denn die Winkel des sphärischen Dreiecks in der stereographischen Projektion stellen die Supplemente der Kantenwinkel dar, wie andererseits die Seiten des sphärischen Dreiecks die betreffenden Flächenwinkel bedeuten (und zwar ebenfalls ihre Supplemente: die Normalenwinkel, s. S. 35).

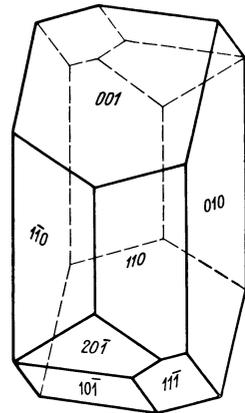


Abb. 46. Anorthitkristall (triklin-pinakoidal).

Beispielsweise ist der Winkel bei 001 (Abb. 47 b) im angegebenen Endflächendreieck der Kantenwinkel (Supplement) in der Basisfläche 001, gebildet von der Kante parallel der *x*-Achse (Zonenbogen 001 zu 010) und der Kante parallel der *y*-Achse (Zonenbogen 001 zu 100): somit der

Achsenwinkel γ . Wenn die drei Seiten dieses sphärischen Dreiecks — die Flächenwinkel der drei Endflächen untereinander — bekannt sind,¹ lassen sich die Winkel des sphärischen Dreiecks berechnen: es sind die

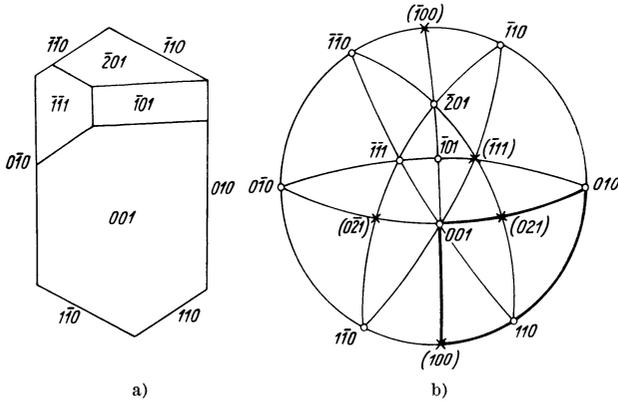


Abb. 47. Anorthit. a) Kopfbild, b) stereographische Projektion.

Winkel der kristallographischen Achsen α , β , γ . Bezüglich der Durchführung sowie über Berechnung des Achsenverhältnisses $a : b : c$, siehe RAAZ: Auflösung sphärischer Dreiecke und Anwendungen in der Kristallberechnung,² S. 52, 60, 62 und 63.

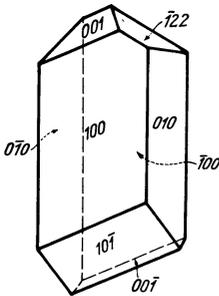


Abb. 48. Saurer rechtsweinsaurer Strontium (triklin-pedial).

Hinsichtlich der graphischen Bestimmung der Achsenabschnitte siehe RINNE: Kristallographische Formenlehre usw., S. 25. Leipzig, 1922.

Stufe I. Da in dieser Stufe das Zentrum wegfällt und somit gar kein Symmetrieelement vorhanden ist, kommt jede Fläche in ihrer Art und Lage nur einmal vor: das Pedion.

Die Klassenbezeichnung nach GROTH ist demnach: *triklin-pediale Klasse*.

Ein Beispiel unter den natürlichen Mineralien ist bisher nicht bekannt, jedoch Laboratoriumsprodukte, z. B. die Kristalle des sauren rechtsweinsaurer Strontiums (Abb. 48). Hier sehen wir zwar zu einzelnen Flächen auch parallele Gegenflächen, so z. B. zur Längsfläche 010 eine

¹ Im vorliegenden Falle, wo die Querfläche 100 nur virtuell ist, d. h. am Kristall nur durch die Kante zwischen 110 und 110-bar (als unendlich schmale Leiste) zum Ausdruck kommt, können zwei der notwendigen Flächenwinkel von hier aus nicht vermessen werden, sind daher erst aus anderen Flächenwinkeln zu berechnen.

² RAAZ: Sphärische Trigonometrie für Naturwissenschaft und Technik. Dresden und Leipzig: Th. Steinkopff, 1928.

parallele Gegenfläche $\bar{0}10$, doch ist diese trotzdem nicht zentrisch-symmetrisch, wie die Betrachtung der Flächenform sofort erweist; solche Flächen sind daher auch physikalisch ungleichwertig.

b) Monoklines System.

Die TSCHERMAKschen Stufen III, IV und V bilden zusammen das monokline Kristallsystem. Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt ausgeführt wurde, ist es durch das Auftreten einer Medianzone charakterisiert. Im übrigen gibt es hier zur Medianzone senkrecht stehende Zonen, die in der Einzahl auftreten (auch der Grundkreis ist eine solche Zone), und ferner zur Medianzone geneigte Zonenebenen, die paarweise auftreten, vgl. Abb. 52 b.

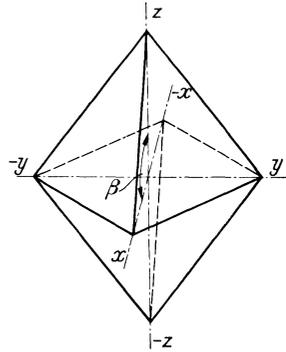


Abb. 49. Monokline vierflächige Pyramidenform („geneigtes Prisma“).

Was das Achsenkreuz des monoklinen Systems anbelangt, so wurde dieses bereits im letzten Abschnitt VI b und früher auf S. 8 (Abb. 10) diskutiert. In Abb. 49 ist es eingezeichnet: die y -Achse steht auf den beiden in der Medianebene gelegenen Achsen x und z senkrecht, letztere jedoch schließen miteinander den Winkel β ein. Demnach ist die Metrik auszudrücken durch den Winkel β und das Achsenverhältnis $a : 1 : c$ (gewonnen aus drei voneinander unabhängigen Winkelmessungen).

Monoklin, Stufe V. Symmetrieelemente (s. Tab. 1): eine Symmetrieebene E , darauf senkrecht stehende A^2 und das Symmetriezentrum Z .

Flächenformen (s. Abb. 50 u. 52).

1. Drei Endflächenpaare. Davon ist das Endflächenpaar (001) und das Querflächenpaar (100) monosymmetrisch (senkrecht auf der Symmetrieebene); das Längsflächenpaar (010) aber dimetrisch (senkrecht auf der zweizähligen Deckachse).

2. Zwei der Prismenformen sind vierflächig, nämlich die aufrechten Prismen und die Längsprismen; denn sie werden durch die Symmetrieebene gespiegelt und zentrisch symmetrisch (infolge Z) wiederholt. Sie sind asymmetrisch.

Querprismen hingegen sind nur zweiflächig, dafür aber monosymmetrisch (senkrecht auf der Symmetrieebene).

3. Die Pyramidenformen sind wieder vierflächig und asymmetrisch (werden daher auch zuweilen als „geneigte Prismen“ bezeichnet).

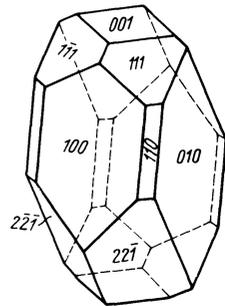


Abb. 50. Diopsidkristall (monoklin-prismatisch).

Die GROTTHSCHE Bezeichnung für diese Klasse ist nach der prismatischen Form, die vier Pyramidenflächen zusammen bilden: *monoklin-prismatisch*.

Ein Beispiel für diese Klasse ist der Augit, Abb. 51.

Zur Übung wollen wir die Projektion eines Orthoklaskristalls (monokliner Kalifeldspat) durchführen, dessen Kopfbild in Abb. 52a wieder-

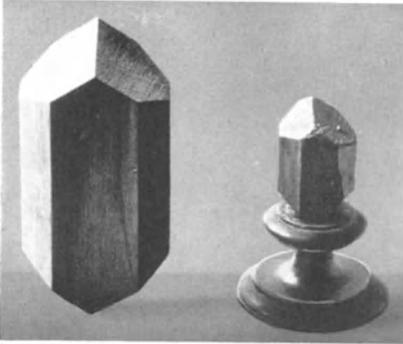


Abb. 51. Augit von Wolfsberg, mit gleichartigem Kristallmodell. (Nach H. MICHEL.)

gegeben ist. Es ist dies eine Ausbildungsform, wie sie Abb. 10 darstellt, nur entsprechend flächenreicher.

Wenn wir dieses Kopfbild des Orthoklaskristalls aufmerksam betrachten, so erkennen wir mehrfach Scharen paralleler Kanten (die also ausgeprägte Zonen bilden), so z. B. zwischen den Flächen M_1, n_1, P, n_2, M_2 und das geht auf der Unterseite des Kristalls so weiter bis zurück nach M_1 .

Auch alle die Flächen $M_1, z_1, l_1, k_1, l_4, z_4, M_2, z_3, l_3, k_2, l_2, z_2$,

welche an unserem Kristall vertikal stehen (vgl. auch Abb. 10) und sich daher im Kopfbild zu Linien verkürzen, bilden zusammen eine Zone, deren Kanten aufrecht (vertikal) stehen und im Kopfbild nur durch die Schnitt-

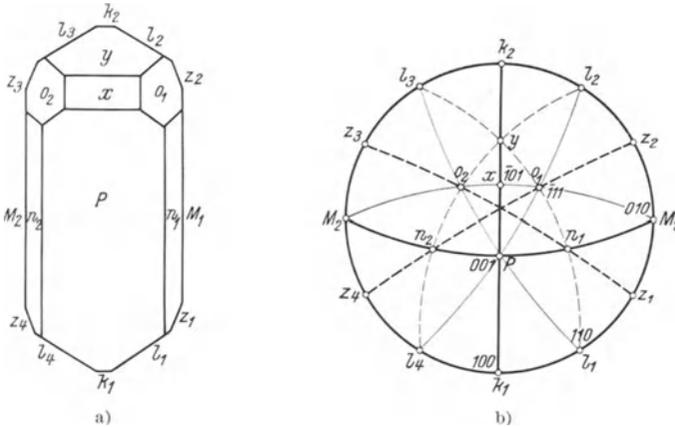


Abb. 52. Orthoklas. a) Kopfbild; b) stereographische Projektion.

punkte der Konturlinien zum Ausdruck kommen: es ist die Zone der *aufrechten* Achse (z -Achse), so genannt, weil sämtliche Kanten dieser Zone der kristallographischen z -Achse parallel sind. Desgleichen geht eine Zone über k_1, P, x, y, k_2 (Medianzone).

Wir bemerken aber noch eine Reihe weiterer Zonen: so stehen die Flächen M_1, o_1, x, o_2, M_2 miteinander im Zonenverban­de; weiter geht eine Zone von l_1 über P, o_2, l_3 und entsprechend die symmetrische über l_4, P, o_1, l_2 , ferner von l_1 über n_1, o_1, y, l_3 und von l_4 über n_2, o_2, y, l_2 .

Sämtliche Flächen stehen demnach miteinander im Zonenverban­de, und zwar liegt jede Fläche mindestens in zwei Zonen, bildet also den Kreuzungs­ort („Schnittpunkt“) zweier Zonengürtel. Nur die z -Flächen liegen augen­scheinlich nur in einer einzigen, nämlich der aufrechten Zone. Aber auch für diese Fläche würden sich weitere Zonen finden, wenn der Kristall noch flächenreicher ausgebildet wäre. So bemerken wir, daß z. B. zwischen z_2 und o_1 eine Kante existiert, zu der wir sofort eine parallele Kante erreichen würden, wenn zwischen P und x noch eine Zwischenfläche (q) von ent­sprechender Neigung eingeschaltet wäre, die mit o_1 eine parallele Kante liefern würde; diese Zone würde sich dann über n_2 (die mit q zum Schnitt gebracht gleichfalls eine parallele Kante ergäbe) zu z_4 fortsetzen: also liegt auch für z noch eine Zone vor, nämlich $z_2, o_1, (q), n_2, z_4$. Diese „versteckte“ Zone kommt nur deshalb nicht so klar zum Ausdruck, da sie zwischen o_1 und n_2 unterbrochen ist; würden wir aber die Flächen o_1 und n_2 über ihre derzeitige Begrenzung hinaus bis zum Schnitt (mit wiederum paralleler Schnittkante!) erweitern, so wäre die Zone z_2, o_1, n_2, z_4 auch ohne Zuhilfe­nahme von q offensichtlich (in Abb. 52 b stark strichliert eingezeichnet).¹

Wir gehen nunmehr an die Durchführung der stereographischen Pro­jektion (s. Abb. 52 b).

Die Fläche M wählen wir als Längsfläche (010), die k als Querfläche (100); als Basisfläche soll P dienen: (001).

Nun brauchen wir (nach Auswahl der drei Endflächen) eine vierte Fläche — eine Pyramidenfläche —, um das Achsenverhältnis zu bestimmen. Als solche bietet sich (als einzige vorhandene Pyramidenform) die Fläche o dar. Da eine solche Pyramidenfläche aber in der Konstruktion nicht so einfach festzulegen ist, empfiehlt es sich, an ihrer Stelle zwei Prismen an­zunehmen, die sie mit Hilfe der primären Radialzonen bestimmen. Die Pyramide kann also durch zwei Prismen ersetzt werden, z. B. durch das aufrechte Prisma l (das wir mithin als primär annehmen: 110) und durch das (nach rückwärts geneigte) Querprisma $x \bar{1}01$. Denn das aufrechte Prisma liefert das Parameterverhältnis $a : b$ und das Querprisma $a : c$, womit die Einheitspyramide $a : b : c$ festgelegt ist.

Wir notieren den Gang der Durchführung:

Annahme: M (010), k (100), P (001) — l (110), x ($\bar{1}01$)

Folgerung: o ($\bar{1}11$)

(Aus dem Zonenverban­de) berechnet: n (021), y (201); z (130).

¹ Die mögliche Fläche q liegt im Schnittpunkt der stark strichlierten Zonen, der sich in der Medianzone ergibt.

Dieses Schema besagt:

1. Durch die getroffene Annahme ist die Fläche $o(\bar{1}11)$ ohne weiteres als Einheitspyramide bestimmt; denn sie liegt (nach rückwärts geneigt) im Schnitt zweier primärer Radialzonen: $[M_1x]$ und $[Pl_2]$.¹

2. Nun ergibt sich — deutlich erkennbar — die Zone $[l_3y o_1 n_1 l_1]$ und dazu symmetrisch die Zone $[l_2y o_2 n_2 l_4]$, strichliert eingetragen; wodurch die beiden abgeleiteten Prismenflächen, nämlich das Querprisma $y(\bar{2}01)$ und das Längsprisma $n(021)$, gefunden werden.

3. Schließlich wird noch als letzte Fläche — wie oben ausgeführt — das abgeleitete aufrechte Prisma z aus dem erwähnten „versteckten Zonenverbände“ (stark strichliert eingezeichnet) berechnet.

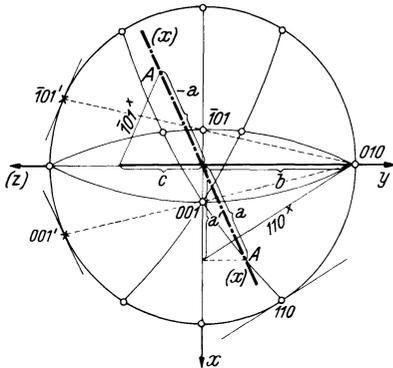


Abb. 53. Parameterkonstruktion im monoklinen System.

Nun wollen wir noch den Winkel β und das Achsenverhältnis graphisch ermitteln, was sich im monoklinen System (infolge der höheren Symmetrie) im Gegensatz zum triklinen System schon vereinfacht durchführen läßt. Dieser Winkel ist durch die Neigung der Endfläche $P(001)$ festgelegt. Wir legen daher (Abb. 53) die Medianebene (in welcher P gelegen) in die Bildebene (z. B. nach links hinüber) um. Die Konstruktion ist im Abschnitt IIc oder

in IIIa unter Punkt 2 angegeben. Bei dieser Umlegung kommt der Flächenpol P in die Position $001'$ im Grundkreis zu liegen; mit dieser Ebene ist auch die z -Achse in die Bildebene nach (z) gedreht worden.

Der Winkel zwischen z -Achse und der Spur der Fläche $001'$ ist aber der gesuchte Winkel β , so daß wir die ebenfalls umgelegte x -Achse parallel zur Tangente im Punkte $001'$ ohne weiteres einzeichnen können: $(x) \dots (x)$ stark strichpunktirt durch den Kugelmittelpunkt.

Jetzt bestimmen wir das Achsenverhältnis $a : 1 : c$. Zur Bestimmung von $a : b$ dient das aufrechte Prisma 110 . Seine Spur als Tangente im Punkt 110 legen wir parallel durch $b = 1$. Durch diese Spur 110^\times erhalten wir auf einer horizontalen Pseudoachse x' den Achsenabschnitt a' . Der wahre Abschnitt auf der hinuntergeneigten x -Achse [in der Umlegung (x) , hier nach rechts-vorn geneigt] wird durch das punktierte Lot (\perp auf x') gefunden; damit ist der wahre Wert von a bestimmt (in bezug auf $b = 1$).

Um den Abschnitt auf der z -Achse zu ermitteln, verwenden wir das Querprisma $x\bar{1}01$.

¹ Die drei Achsenzonen sind stark ausgezogen gezeichnet, die primären Radialzonen mit schwachen Linien ausgezogen.

In gleicher Weise drehen wir jetzt die Fläche $x\bar{1}01$ in den Grundkreis; sie gelangt nach $\bar{1}01'$. Die Tangentiallinie als Spur der Fläche in der Zonenebene ist dann schon die Neigung der Fläche gegenüber den umgelegten Kristallachsen (z) und (x). Also brauchen wir nur diese Tangente als $\bar{1}01 \times$ durch A in den Einheitsabschnitt auf (x), d. i. $-a$, parallel verschieben; dann schneidet die Spur dieser Fläche $\bar{1}01$ auf der (z)-Achse den Grundparameterwert c ab.

Das Achsenverhältnis $a : 1 : c$ ist damit gefunden.

Stufe IV. Als einziges Symmetrieelement tritt die Spiegelebene auf: E .

1. Basisfläche, Querfläche und Querprisma (die alle auf E senkrecht sind) erscheinen als monosymmetrische Einzelflächen.

2. Die Längsfläche hingegen tritt als Flächenpaar von zwei spiegelbildlich gleichen, asymmetrischen Flächen auf.

3. Die übrigen drei einfachen Formen: aufrechtes Prisma, Längsprisma und Pyramide, bestehen aus je zwei zur Symmetrieebene geneigten spiegelbildlich gleichen, asymmetrischen Flächen; GROTH bezeichnet solche

Flächen als „Doma“: aufrechtes Doma, Längsdoma und für die Pyramidenfläche „Pyramidendoma“.

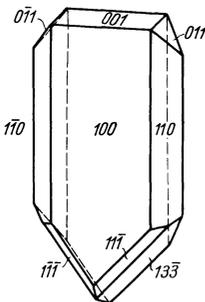


Abb. 54. Kristall von tetrathionsaurem Kalium (monoklin-domatisch).

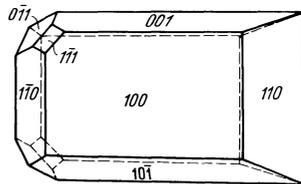


Abb. 55. Rohrzucker, monoklin-sphenoidisch.

Die Klasse heißt daher *monoklin-domatisch*.

Das Zeolithmineral Skolezit kristallisiert in Formen dieser Klasse. Abb. 54 stellt einen Kristall von tetrathionsaurem Kalium dar, dessen Zugehörigkeit zur domatischen Klasse deutlich in Erscheinung tritt.

Stufe III. gekennzeichnet durch die polare zweizählige Deckachse $\uparrow A^2$.

1. Die Längsfläche (die auf der $\uparrow A^2$ senkrecht steht) ist dimetrisch, mit ihrer Gegenfläche jedoch nicht gleichwertig; sie kommt also nur in der Einzahl vor.

2. Alle übrigen Flächen sind jedoch zu zweien deckbar gleich, asymmetrisch und „hemitrop“ in bezug auf die $\uparrow A^2$ angeordnet (d. h. nach 180° -Drehung sich wiederholend):

So bilden die parallel zur y -Achse liegenden Flächen der Medianzone *Flächenpaare* (Endflächenpaar, Querflächenpaar und Querprismenpaar);

zwei gegen die y -Achse geneigte Flächen bilden „*Sphenoide*“: aufrechtes Sphenoid (statt aufrechtem Prisma), Längssphenoid (statt Längsprisma), und die Pyramidenfläche bildet ein Pyramidensphenoid. Daher heißt die Klasse *monoklin-sphenoidische* Klasse. Beispiele dafür sind die Kristalle des Rohrzuckers, Abb. 55.

Auf Grund der Symmetrieverhältnisse dieser Klasse besteht die Möglichkeit, auch Formen zu bilden, die sich zu der in Abb. 55 dargestellten spiegelbildlich verhalten (wie rechte Hand zu linker Hand); diese Erscheinung nennt man „*Enantiomorphie*“. So kristallisiert z. B. die Weinsäure in korrelierten Rechts- und Linksformen.

c) Rhombisches System.

Dieses ist charakterisiert durch drei ungleichwertige, aufeinander senkrecht stehende Zonen. Dementsprechend beziehen wir solche Kristalle

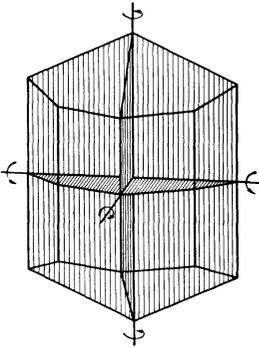


Abb. 56. Symmetriegerüst von Rhombisch-Stufe V.

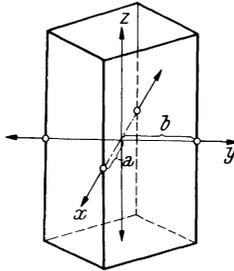


Abb. 57. Aufrechtes rhombisches Prisma.

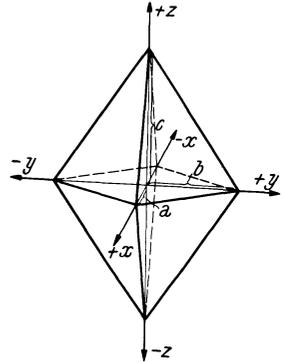


Abb. 58. Rhombische Doppelpyramide.

auf ein rechtwinkeliges Achsenkreuz, auf welchem die Grundparameterwerte a , b , c ungleich lang sind.

Da alle Winkel der Achsen 90° sind, ist für die Metrik lediglich das Achsenverhältnis $a : 1 : c$ anzugeben. Somit ist der Kristall durch *zwei* Messungswerte bestimmt.

Rhombisch, Stufe V. An Symmetrieelementen sind vorhanden (siehe Tab. 1): drei ungleichwertige Symmetrieebenen E_1 , E_2 , E_3 , drei ungleichwertige zweizählige Deckachsen A_1^2 , A_2^2 , A_3^2 (als Schnittlinien der drei Symmetrieebenen) und das Symmetriezentrum Z (Symmetriegerüst s. Abb. 56).

Flächenformen.

Die Endflächen liegen parallel den Symmetrieebenen (bzw. senkrecht auf den entsprechenden Deckachsen), sind also in jedem Falle von vornherein gegeben.

1. Alle drei Endflächenarten treten als Flächenpaare auf; sie sind disymmetrisch (senkrecht auf zwei Symmetrieebenen).

2. Die Prismenformen sind vierflächig und monosymmetrisch, da sie jeweils nur auf einer der Symmetrieebenen senkrecht stehen. Abb. 57 stellt ein aufrechtes rhombisches Prisma dar.

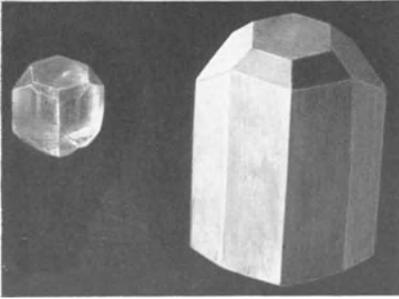


Abb. 59. Topas von Schneckenstein mit gleichartigem Kristallmodell, entsprechend Abb. 19 e, doch ohne Querprisma *d*. (Nach H. MICHEL.)

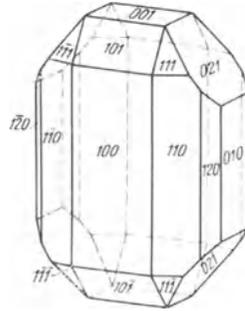


Abb. 60. Olivinkristall (rhombisch-bipyramidal).

3. Die Pyramidenflächen bilden in diesem System erstmalig eine geschlossene Form: die vierseitige Doppelpyramide mit acht asymmetrischen Flächen (s. Abb. 58). Daher die GROTHSche Klassenbezeichnung *rhombisch-bipyramidal*.

Beispiele bieten eine Reihe bekannter Minerale, z. B. Topas (Abb. 59), Olivin (Abb. 60), Schwefel, dar.

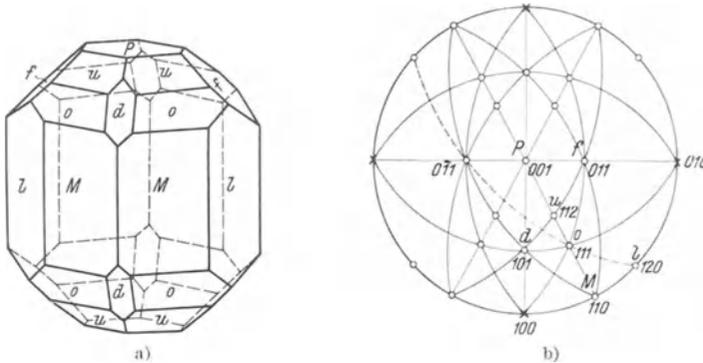


Abb. 61. Topas. a) Parallelperspektives Kristallbild; b) stereographische Projektion.

Die stereographische und gnomonische Projektion von Schwefel wurde bereits im Abschnitt II b, Punkt 3 durchgeführt.

Hier wird die stereographische Projektion eines Topaskristalls wiedergegeben (Abb. 61 a und b); das Kopfbild dieses Kristalls wurde bereits in Abb. 25 dargestellt.

Als Einheitsprismen werden $M(110)$ und $d(101)$ angenommen; daraus ergibt sich o als Einheitspyramide (111) und f ist Längsprisma (011) .

Die zweite Pyramide u liegt ersichtlicherweise in der Dreiprismenzone; die Rechnung ergibt die Indices (112) .

Noch unbestimmt erscheint das zweite aufrechte Prisma l . Fassen wir die Kante zwischen l und o ins Auge, so läßt sich leicht feststellen, daß diese Kante zu dem links liegenden Längsprisma $0\bar{1}1$ parallel ist.¹ Also ist die gesuchte Zone, in der l liegt, durch die Flächen $0\bar{1}1$ und 111 bestimmt (strichliert eingezeichnet). Die Fläche l kann demnach berechnet werden; sie erhält das Symbol (120) .

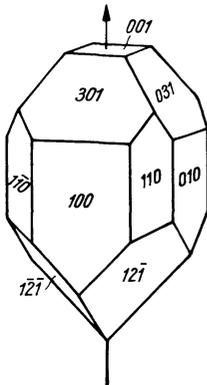


Abb. 62. Kieselzinkerz, hemimorpher Kristall (rhombisch-pyramidal).

Die Konstruktion des Achsenverhältnisses im rhombischen System wurde bereits im Abschnitt IIc ausführlich erläutert² und braucht daher nicht mehr wiederholt zu werden. Betont sei hier nur, daß die Behandlung der Parameterkonstruktion dort vorweggenommen wurde, um für den schon etwas komplizierteren Vorgang im monoklinen System (vorheriges Kapitel) die erforderliche Vorbereitung zu besitzen. In dem Maße, wie sich die Symmetrie des Systems erhöht, vereinfacht sich die Konstruktion (und konform auch die Berechnung).

Stufe IV. Da hier das Zentrum Z wegfällt, ist die aufrecht stehende zweizählige Achse polar, $\uparrow A^2$; auch fehlen die beiden horizontalen Deckachsen. Vorhanden sind aber die zwei senkrecht aufeinanderstehenden, vertikalen Symmetrieebenen, die unter sich ungleichwertig sind, E_1 und E_2 ; vgl. Tab. 1.

Flächenformen.

1. Endfläche (disymmetrisch) als Einzelfläche.
2. Zweiflächige, und zwar monosymmetrische Formen: das Quer- und Längsflächenpaar sowie das Quer- und Längs-, „Doma“ (statt Prisma).
3. Vierflächig, aber asymmetrisch, sind: das aufrechte Prisma und die Pyramidenform (Ober- und Unterseite voneinander unabhängig).

GROTHSche Bezeichnung: *rhombisch-pyramidal*.

Ein Beispiel bieten die Kristalle des Kieselzinkerzes dar (Abb. 62). Solche Kristallformen bezeichnet man als „*hemimorph*“ (halbgestaltig).

¹ Um das zu konstatieren, wird der Kristall so weit gedreht, bis sich die Fläche zur Linie verschmälert darstellt, so daß die Parallelität mit der in Betracht gezogenen Kante offensichtlich wird.

² Da in jenen vorbereitenden Abschnitten die Kristallsysteme noch nicht charakterisiert worden waren, ist dort nur allgemein bemerkt worden, daß diese Parameterkonstruktion bei Kristallen mit *rechtwinkeligem* Achsenkreuz gilt (also zunächst für das rhombische System); im tetragonalen System ist noch eine weitere Vereinfachung zu erwarten.

Stufe III. Drei senkrecht aufeinanderstehende bipolare zweizählige Deckachsen: A_1^2, A_2^2, A_3^2 .

Flächenformen.

1. Zweiflächig sind die drei Endflächenpaare (dimetrisch).
2. Vierflächig, aber asymmetrisch sind alle übrigen Formen. Die vier gleichwertigen Pyramidenflächen für sich allein gedacht, ergeben eine

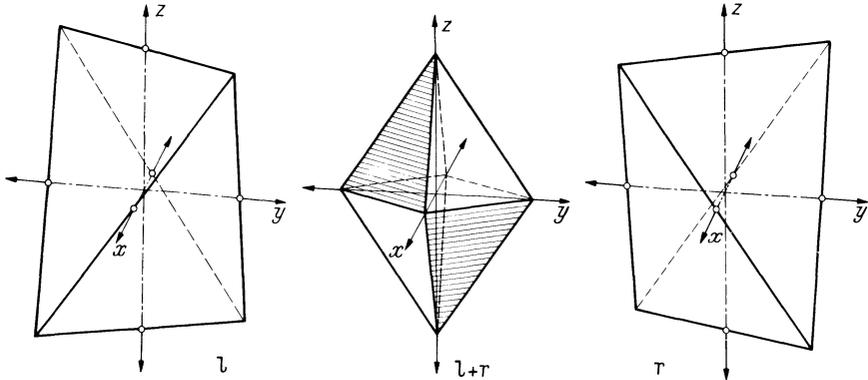


Abb. 63. Rhombische Bisphenoide. l Linksform; r Rechtsform; $(l + r)$ Kombination beider Bisphenoide.

geschlossene Form: das *rhombische Doppelsphenoid* (s. Abb. 63) mit drei Paaren gleicher Kanten (obere und untere Kante sind gleich lang, ebenso vordere und rückwärtige, sowie linke und rechte).

Da in der Stufe III (hier wie in allen übrigen Systemen) lediglich Deckachsen miteinander kombiniert sind, jedoch Symmetrieebenen fehlen, ergibt sich die Möglichkeit, Links- und Rechtsformen zu bilden, die sich zueinander wie Bild zum Spiegelbilde verhalten: die Erscheinung der „*Enantiomorphie*“.

Abb. 63 (mittlere Zeichnung) zeigt, wie aus einer rhombischen Doppelpyramide der Vollform durch Wegfall abwechselnder Flächen entweder die Links- oder die Rechtsform des Doppelsphenoids entsteht. Das Verhältnis dieser Halbformen zu den holoedrischen wird als *Hemiedrie* bezeichnet. Würden beide enantiomorphe Formen gleichzeitig auftreten, dann sind sie jedenfalls kristallographisch und physikalisch ungleichwertig; also wäre eine solche Gestalt als Kombination eines Links- und Rechtssphenoids aufzufassen (s. Abb. 63, Mitte).

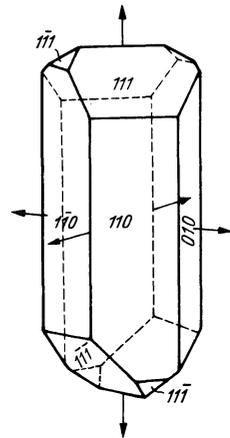


Abb. 64. Bittersalz, rhombisch-bisphenoidisch.

Die GROTHSche Klassenbezeichnung ist mit Bezug auf das rhombische Doppelsphenoid: *rhombisch-bisphenoidische Klasse*.

Beispiele bieten die Kristalle des Bittersalzes (Abb. 64).

d) Tetragonales System.

An das rhombische System anschließend wollen wir hier zunächst das tetragonale System behandeln; denn es ergibt sich am einfachsten aus jenem, wenn die Parameterwerte der Einheitspyramide auf der x - und y -Achse gleich lang werden ($a = b$).

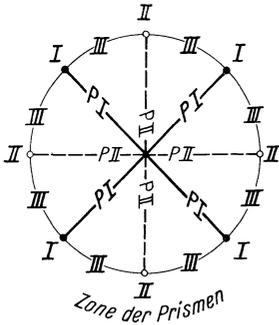


Abb. 65. Die Prismen- und Pyramidenarten des tetragonalen Systems. (Die Pyramiden dritter Art liegen in den Feldern zwischen den gezeichneten Zonen.)

Die primäre Radialzone, die von der Basisfläche (001) zum aufrechten Prisma (110) führt, verläuft daher notwendigerweise unter 45° (s. Abb. 65, Zonenstück PI). Die drei Achsenzonen stehen (wie im rhombischen System) aufeinander senkrecht, so daß sich hier wie dort ein rechtwinkeliges Achsenkreuz ergibt mit den Achsenabschnitten $a : a : c$ oder kurz $a : c$, bzw. $1 : \frac{c}{a}$.

Die Metrik ist somit durch einen einzigen Zahlenwert $\frac{c}{a}$ bestimmt, so daß nur *eine* Winkelmessung erforderlich ist (Festlegung der 101 oder der 111).

Der Zonenverband ist demnach charakterisiert durch zwei gleiche, zueinander senkrechte Zonen (die Zonen der x - und y -Achse) und zwei weitere unter sich wieder gleichwertige Zonen, die unter 45° gegen die vorigen geneigt sind. Auf diesen vier Zonen steht die horizontale Zonenebene des Grundkreises (Zone der z -Achse) senkrecht.

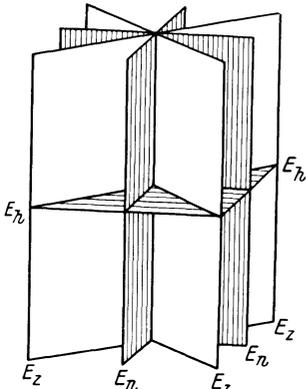


Abb. 66. Symmetrieebenen im tetragonalen System, Stufe V.

Es gibt bei tetragonalen Kristallen *zwei* Aufstellungsmöglichkeiten, die um 45° gegeneinander verwendet sind, je nachdem man die eine oder die andere Art zweier gleichwertiger Zonen als Achsenzonen (der horizontalen Achsen) wählt.

Tetragonal, Stufe V. Symmetrieelemente, s. Projektionsschema Tab. 1: Eine vierzählige Hauptachse A^4 , darauf senkrecht zwei zweizählige Achsen $2 A_n^2$ (Nebendeckachsen, mit den kristallographischen Achsen zusammenfallend) sowie winkelhalbierend zwei weitere zweizählige Achsen $2 A_z^2$ (Zwischendeckachsen). Eine horizontale Hauptsymmetrieebene E_h ; ferner, vertikal verlaufend (durch die Hauptachse), zwei Neben- und zwei Zwischensymmetrieebenen $2 E_n$, $2 E_z$, die sich unter 45° schneiden (s. Abb. 66). Schließlich das Symmetriezentrum Z .

Flächenformen.

1. Das Endflächenpaar (001); tetrasymmetrisch.
2. Das aufrechte Prisma (110) oder Prisma I. Art, eine vierflächige Form; disymmetrisch (Abb. 67).

3. Das verwendete Prisma (100) oder Prisma II. Art, dieselbe Form um 45° gegen die vorige verwendet; ebenfalls disymmetrisch (Abb. 68).

Dieses verwendete „Prisma“ besteht in Wirklichkeit nicht aus Prismenflächen, sondern aus dem kristallographisch gleichwertigen Quer- und Längsflächenpaar.

Achtflächig mit monosymmetrischen Flächen sind:

4. Die vierseitige Doppelpyramide (hhl) oder Pyramide I. Art (Abb. 69).
5. Die verwendete vierseitige Doppelpyramide ($h0l$) oder Pyramide

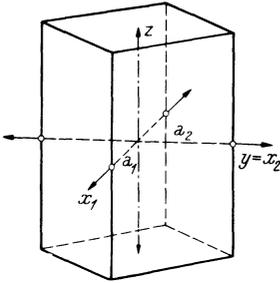


Abb. 67. Tetragonales Prisma I. Art.

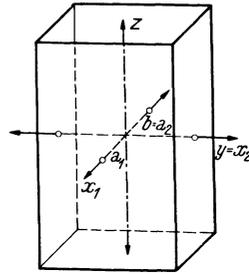


Abb. 68. Verwendetes tetragonales Prisma (Prisma II. Art.)

II. Art, die in Wirklichkeit aus den Quer- und Längsprismenformen besteht, also gegen die vorige Gestalt (Abb. 69) um 45° gedreht aufzustellen ist.

Die Pyramiden I. und II. Art sind monosymmetrisch infolge der vertikalen Symmetrieebenen E_z bzw. E_n .

6. Das achtseitige oder ditetragonale Prisma mit nur abwechselnd gleichen Vertikalkanten (flache und etwas schärfere Keilschnitten bildend) ($hk0$), Abb. 70; monosymmetrisch infolge der horizontalen Symmetrieebene E_n .

Sechzehnflächig ist:

7. Die achtseitige Doppelpyramide (hkl) oder ditetragonale Bipyramide, als *Flächenform allgemeinsten Lage*¹ asymmetrisch; sie kann auch als Pyramide III. Art bezeichnet werden (Abb. 71). Die von der Hauptachse auslaufenden Kanten dieser Form sind nur abwechselnd gleich, während die horizontalen Kanten (entsprechend dem Querschnitt des achtseitigen Prismas) durchwegs gleich sind. Letztere bilden jedoch kein

¹ Die Punktlagen 1 bis 6 der Flächenpole werden als *spezielle Lagen* bezeichnet.

regelmäßiges Achteck, sondern (wie S. 13 mit Abb. 17 ausführlich begründet) nur ein halbbregelmäßiges Achteck, das aber tetrasymmetrisch ist.

Die Abb. 65 zeigt die Lage der Prismen und Pyramidenarten des tetragonalen Systems im schematischen Zonenbilde; dabei bedeutet:

- I* Prisma I. Art;
- PI* Pyramide I. Art (innerhalb der stark gezeichneten Zonen);
- II* Prisma II. Art;
- PII* Pyramide II. Art (innerhalb der strichlierten Zonen);
- III* achtseitiges oder ditetragonales Prisma (auf den Bogenstücken zwischen *I* und *II*).

Die achtseitige oder ditetragonale Bipyramide (Pyramide III. Art) liegt in den Feldern zwischen den gezeichneten Zonen.

Die GROTHsche Klassenbezeichnung ist nach der allgemeinsten Form: *ditetragonal-bipyramidale Klasse*.

Beispiele bieten die Minerale Zinnstein (Abb. 72) und Zirkon.

Letztere Kristallart möge als Musterbeispiel für die Durchführung der stereographischen Projektion dienen (Abb. 73a und b). Da die Endflächenformen (100), (010), (001) in ihrer Lage vorbestimmt sind und ebenso das aufrechte Prisma (110) (Prisma I. Art) symmetriebedingt unter 45° liegt, genügt eine einzige Winkelmessung, um die primäre Pyramide (111) (Pyramide I. Art) oder jene II. Art (101) auf dem vorbestimmten Zonenstück festzulegen.

Durchführungsschema.

Festlegend die Endflächen (100), (010), (001).

Annahme: Pyramide I. Art (111).

Folgerung: Die mögliche Pyramide II. Art (101) ergibt sich aus dem primären Zonenverbande.

Aus dem Zonenverbande sind die übrigen Flächen *zu bestimmen*:

- a) die achtseitige Doppelpyramide, die sich als (311) ergibt;
- b) die abgeleitete Pyramide I. Art (331).

Ad a: Diese achtseitige Doppelpyramide liegt ersichtlicherweise in der primären Radialzone zwischen 111 und 100. Noch eine zweite Zone muß gefunden werden!

In gleicher Weise wie beim Beispiel Topas (Abb. 61a und b) suchen wir nach einer versteckten Zone. Bei Vorliegen des Kristallmodells (oder eines natürlichen Kristalls) läßt sich feststellen, daß die Kante zwischen 110 und der gesuchten Fläche 311 zur Pyramidenfläche $\bar{1}\bar{1}1$ (im vierten Quadranten) parallel ist.

Es ist dies hier der nämliche Fall, wie er in Abb. 20 schematisch angedeutet wurde: Dort stößt die Fläche F_2 mit F_3 nur noch mit einer Ecke zusammen, wie das im vorliegenden Beispiel bezüglich der $\bar{1}\bar{1}1$ und der gesuchten 311 der Fall ist. Würde die $\bar{1}\bar{1}1$ ein wenig nach innen parallel

verlagert werden, so ergäbe sich als Schnitt mit der Fläche 311 eine Kante, welche zur Ausgangskante zwischen 110 und $\bar{3}\bar{1}\bar{1}$ parallel ist.

Somit liegt die fragliche Fläche auch in der Zone $[110, \bar{1}\bar{1}\bar{1}]$, so daß die Fläche als Schnittpunkt zweier bekannter Zonen berechnet werden kann: es ergibt sich das Symbol (311).

Ad b: Schließlich ist noch als letzte Fläche die abgeleitete Pyramide I. Art durch den Zonenverband über 311 und $\bar{3}\bar{1}\bar{1}$ zu bestimmen; Ergebnis (331).

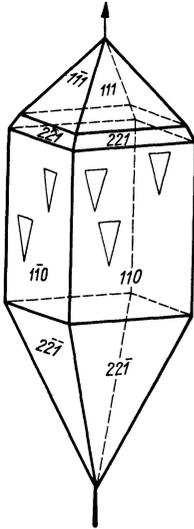


Abb. 74. Succinjudimid, ditetragonal-pyramidal.

Bestimmung des Achsenverhältnisses $a : c$.

Wie bei rhombischen Kristallen (Abschnitt II c) können wir mit (101) bzw. (011), die im tetragonalen System gleichwertig sind, den Parameterwert auf der z-Achse c konstruieren und dadurch das Achsenverhältnis $a : c$ bzw. $1 : \frac{c}{a}$ bestimmen.

Stufe IV. Infolge der polaren Hauptachse ist Ober- und Unterseite der hierhergehörenden Kristalle voneinander unabhängig. Dieses Auftreten von halbgestaltigen Formen, bedingt durch die Polarität der Hauptachse, wird — wie wir es schon bei rhombisch IV kennengelernt haben — als „Hemimorphie“ bezeichnet.

Symmetrieelemente. $\uparrow A^4$; $2 E_n$ und $2 E_z$. Dementsprechend tritt die Basisfläche als Einzelfläche auf, die Pyramidenformen sind einseitige Halbformen; die Prismenformen sind zwar in ihrer Ausbildung gleichartig wie in der holoedrischen Klasse erhalten, jedoch infolge Wegfalls der horizontalen Symmetrieebene in ihrer Flächensymmetrie vermindert (Prisma I. und II. Art nur monosymmetrisch, das achtseitige Prisma aber asymmetrisch). GROTHsche Bezeichnung: *ditetragonal-pyramidale* Klasse.

Kristalle dieser Art sind an Mineralien bisher noch nicht sichergestellt worden, hingegen an Laboratoriumsprodukten. Das Succinjudimid $C_4H_4O_2NJ$ zeigt solche Formen (s. Abb. 74).¹

¹ Die auf den Flächen des Prismas I. Art eingezeichneten dreieckigen Formen bedeuten sog. Ätzfiguren; d. s. Lösungserscheinungen, hervorgerufen durch künstlich herbeigeführten Angriff eines Lösungsmittels. Wenn die äußere Gestalt der Fläche infolge des Fehlens von entsprechenden Nachbarflächen allgemeinsten Lage den eventuell verminderten Grad der Flächensymmetrie geometrisch nicht zu beurteilen gestattet, kann die Symmetrie der Ätzfiguren Aufschluß über den Symmetriegrad der Fläche geben. In unserem Falle ist das Fehlen der horizontalen Symmetrielinie ohne weiteres ersichtlich. Solche Ätzfiguren besitzen in allen Fällen die Symmetrie der angeätzten Fläche.

Stufe III. Symmetrieelemente (lediglich Kombination von Deckachsen) A^4 , $2 A_n$, $2 A_z$.

Die Flächenformen sind infolge des Mangels an Symmetrieebenen nicht mehr symmetrisch, sondern im Falle des Ausstechens senkrecht stehender Deckachsen entweder tetrametrisch (Basisfläche) oder dimetrisch (die Prismen I. und II. Art); alle anderen sind asymmetrisch.

Statt der achtseitigen Doppelpyramide der Vollform erscheinen die tetragonalen „Trapezoeder“, die wieder (wie immer beim Fehlen von Symmetrieebenen) enantiomorphe Gestalten liefern: durch Wegfall abwechselnder Flächen der ditetragonalen Bipyramide entweder eine Links- oder eine Rechtsform in spiegelbildlicher Stellung (s. Abb. 75). Bezeichnung: *tetragonal-trapezoedrische* Klasse.

Das Monokaliumtrichloracetat gibt ein Beispiel solcher Formen (Abb. 76). Die Fläche 311 ist eine solche Fläche allgemeinsten Lage, und zwar ein Rechtstrapezoeder (vgl. den Kantenverlauf zwischen 311 und $\bar{3}\bar{1}\bar{1}$ mit Abb. 75).

Stufe II. Symmetrieelemente. Infolge des Zentrums, das für die Stufe II charakteristisch ist, treten hier paralleleflächige Formen auf. Die horizontale Symmetrieebene stellt sich nach Regel S. 38 automatisch ein: $\uparrow A^4 + Z = A^4 + Z + E_h$.

Flächenformen.

1. Endflächenpaar (001), tetrametrisch infolge der A^4 . Die Positionen 2, 3 und 6 sind monosymmetrisch (infolge der E_h) mit horizontaler Symmetrielinie:

2. das Prisma (110) und

3. das verwendete Prisma (100),

6. das gewendete Prisma oder Prisma III. Art, das in zwei Stellungen möglich ist ($hk0$) oder ($h\bar{k}0$). Es ist eine Hemiedrie des achtseitigen Prismas der Vollform infolge Wegfalls der vertikalen Symmetrieebenen. Im übrigen ist es der gleiche Körper wie das vierseitige Prisma I. oder II. Art (mit quadratischem Querschnitt), erscheint jedoch gegen die Stellung dieser um einen gewissen Winkelbetrag herausgedreht (zwischen 0° und 45° gelegen, und zwar nach Maßgabe des Rationalitätsgesetzes); daher die Bezeichnung „gewendet“.

Die Positionen 4, 5 und 7 liefern Formen mit asymmetrischen Flächen:

4. die vierseitige Doppelpyramide (hhl),

5. die verwendete vierseitige Doppelpyramide ($h0l$),

7. die gewendeten vierseitigen Doppelpyramiden (III. Art) (hkl) oder ($h\bar{k}l$), entsprechend den Stellungen der gewendeten Prismen.

GROTHSche Klassenbezeichnung: *tetragonal-bipyramidale* Klasse.

Der Scheelitkristall (Abb. 77) diene als Beispiel für Stufe II. Vorherrschend ist die verwendete Doppelpyramide (101); untergeordnet die

Pyramide I. Art (111). Ferner treten als für diese Klasse charakteristische Flächen zwei verschiedenartige „gewendete“ Doppelpyramiden auf: die $(\bar{3}11)$, von der Stellung der 101 nach links gedreht und die (313) entsprechend nach rechts gewendet.

Stufe I. Hier ist nur noch die $\uparrow A^4$ als einziges Symmetrieelement vorhanden. Dementsprechend sind die Formen hemimorph in bezug auf jene der Stufe II.

Flächenformen.

1. Die Endfläche, tetrametrisch, als Einzelfläche.
2. bis 7. Alle übrigen einfachen Formen sind vierflächig, aber asymmetrisch.

ГРОТШЕ Bezeichnung: *tetragonal-pyramidal*.

Die Kristalle des Wulfenits scheinen dieser Symmetrieklasse anzugehören (s. Abb. 78). Die Oberseite ist von der Pyramide I. Art (111) gebildet, während die Unterseite eine $(1\bar{1}\bar{1})$ untergeordnet aufweist, hingegen stärker hervortretend die Pyramide II. Art $(10\bar{1})$ zeigt. Die Oberseite führt noch eine gewendete Pyramide (432), während auf der Unterseite die gewendete Pyramide $(\bar{3}1\bar{1})$ auftritt.

Nun haben wir noch die beiden Klassen zu besprechen, die mit Hilfe einer vierzähligen Inversionsachse abzuleiten sind: Stufe IVa und Ia.

Stufe IVa. Symmetrieelemente: J^4 , die zugleich die Wirksamkeit einer A^2 ausübt; zwei Symmetrieebenen, die man in diagonaler Lage aufzustellen pflegt ($2 E_z$), damit die automatisch hinzutretenden zwei horizontalen Deckachsen $2 A_n^2$ in die Richtung der kristallographischen Achsen gelangen. So hatten wir auch schon bei Entwicklung der Klassensymmetrie Tab. 1 die vertikalen Symmetrieebenen angenommen.

Flächenformen.

1. Das Endflächenpaar (001) ist disymmetrisch.
2. Das Prisma (110) nur monosymmetrisch (da die horizontale Symmetrieebene fehlt).
3. Das verwendete Prisma (100) ist dimetrisch (senkrecht auf den A_n^2).
4. Die beiden Doppelsphenoiden $(h\bar{h}l)$ und $(h\bar{h}\bar{l})$, monosymmetrisch. Diese entstehen als Halbformen aus der tetragonalen Doppelpyramide, ganz analog wie wir das bezüglich der rhombischen Doppelsphenoiden (Abb. 63) als Hemiedrie der rhombischen Doppelpyramiden besprochen haben; vgl. auch Abb. 40, wo ein tetragonales Bisphenoid eingezeichnet ist.

Bei den tetragonalen Bisphenoiden ist die obere und untere Kante gleichartig und zudem senkrecht aufeinander gekreuzt, alle vier Seitenkanten sind untereinander ebenfalls gleich (zum Unterschied von den rhombischen Doppelsphenoiden, wo sie nur paarweise gleich waren).

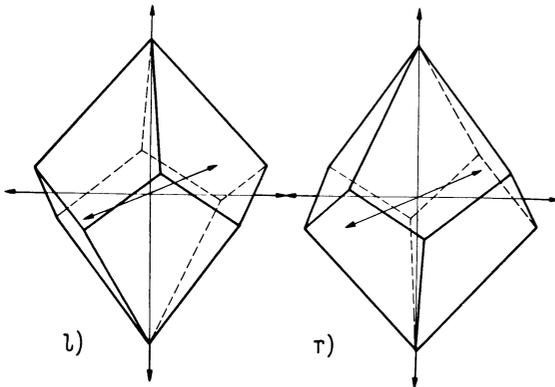


Abb. 75. Linkes (l) und rechtes (r) tetragonales Trapezoeder.

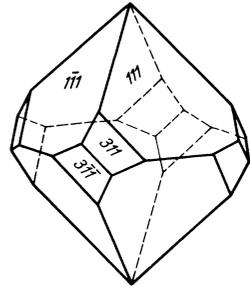


Abb. 76. Monokaliumtrichloracetat, tetragonal-trapezoedrisch.

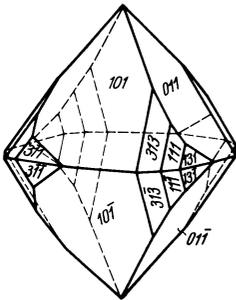


Abb. 77. Scheelitkristall, tetragonal-bipyramidal.

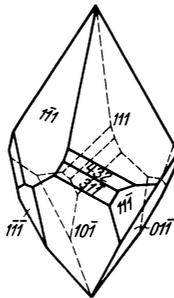


Abb. 78. Wulfenitkristall.

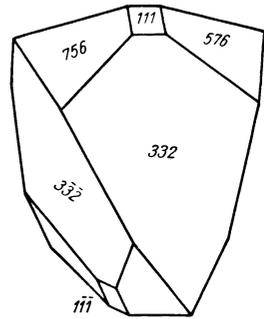


Abb. 80. Kupferkies, tetragonal-scalenoedrisch.

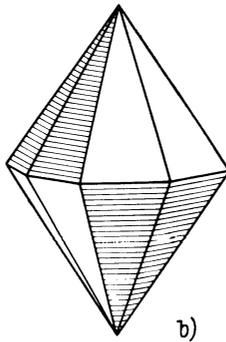
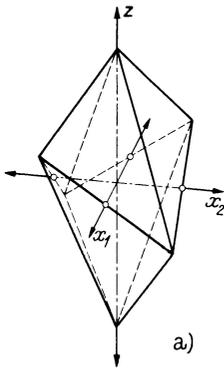


Abb. 79. Tetragonales Sklenoeder. a) positive Form; b) Kombination des positiven und negativen Sklenoeders.

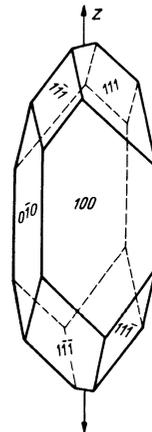


Abb. 81. Pentaerythritkristall, tetragonal-bisphenoidisch.

Die beiden Stellungen der tetragonalen Doppelsphenoide (hhl) und ($\bar{h}\bar{h}l$) bezeichnet man oft auch als positiv und negativ. Doch sind die beiden Formen, geometrisch betrachtet, kongruente Körper und nur in der Aufstellung verschieden. Es handelt sich also nicht um enantiomorphe Gestalten, wiewohl auch positives und negatives Bisphenoid gegeneinander spiegelbildlich liegen (in bezug auf Spiegelebenen, die am Kristall *nicht* vorhanden sind; denn die $2 E_n$ fehlen!).

5. Die verwendeten vierseitigen Doppelpyramiden ($h0l$) sind asymmetrisch.

Während aus der Pyramide I. Art als Halbform ein tetragonales Bisphenoid (Position 4) entstand, bleibt die verwendete Pyramide (oder Pyramide II. Art) als Form erhalten, da die diagonal verlaufenden Symmetrieebenen die Flächen spiegelbildlich wiederholen; dafür aber sind sie der Flächensymmetrie nach asymmetrisch, während die hemiedrischen Formen der Doppelsphenoide monosymmetrisch sind.

6. Das achtseitige Prisma ($hkl0$), asymmetrisch.

7. Die tetragonalen Skalenoeder (hkl), asymmetrisch.

Sie sind als Halbformen der achtseitigen Doppelpyramide aufzufassen und daher (wie das Bisphenoid) in zwei Stellungen möglich: positiv und negativ (s. Abb. 79).

Die Klasse heißt nach der allgemeinsten Form *tetragonal-skalenoedrische* Klasse.

Das Mineral Kupferkies kristallisiert in Formen dieser Klasse (siehe Abb. 80). An dem dargestellten Kristall treten zwei tetragonale Bisphenoide (111) und (332), beide in positiver Stellung, auf, ferner die Skalenoederform (756).

Stufe Ia. Hier ist die J^4 allein vorhanden. Daher ist die allgemeinste Form (hkl) nur noch ein tetragonales Bisphenoid, gewissermaßen jetzt die Halbform des Skalenoeders; der figurative Punkt liegt als Position 7 in allgemeinsten Lage in den Feldern zwischen den in Abb. 65 eingezeichneten Zonen.

Die Klassenbezeichnung ist: *tetragonal-bisphenoidische* Klasse.

Ein organisches Laboratoriumsprodukt, der Pentaerythrit $C(CH_2 \cdot OH)_4$, soll nach neueren Untersuchungen dieser Klasse zugehören. Abb. 81 zeigt eine solche Kristallform. Wir bemerken das Prisma II. Art (100) und zwei Bisphenoide (111) und ($\bar{1}\bar{1}1$) in positiver und negativer Stellung; es sind dies allerdings Flächenformen der Position 4 (Halbformen der tetragonalen Pyramide I. Art) und nicht solche allgemeinsten Lage.

e) Hexagonales System.

In durchgreifender Analogie mit dem tetragonalen System behandeln wir jetzt das hexagonale, das durch eine sechszählige Hauptachse

charakterisiert ist. Die Symmetrieelemente und Flächenpositionen der allgemeinsten Form in den einzelnen Klassen sind uns bereits aus Tabelle I bekannt. Da hier die sechszählige Achse den Symmetrierhythmus beherrscht, ist das Zonenschema durch die Aufteilung in Sextanten gekennzeichnet (vgl. Abb. 82).

Wir bemerken drei Zonen I. Art (mit vertikal stehender Zonenebene), die sich unter 60° schneiden, und auf jeder dieser senkrecht drei weitere unter sich gleichartige Zonen, die somit den Winkel der vorigen halbieren. Auf diesen sechs Zonen steht die horizontale Zonenebene des Grundkreises senkrecht.

Entgegen der Bezeichnungsweise im tetragonalen System ist hier zu bemerken, daß im hexagonalen System eine Fläche des sechsseitigen Prismas I. Art (Abb. 83) bzw. der sechsseitigen Doppelpyramide I. Art (Abb. 84) dem vorn zu denkenden Beschauer zugekehrt ist; im tetragonalen System hingegen wurden solche nach vorn orientierte Flächen des Prismas und der Pyramide als verwendete oder II. Art bezeichnet. Die sechsseitigen Prismen und Pyramiden II. Art zeigen nach vorn gewendet eine Kante (Abb. 85 und 86).

Im schematischen Zonenbild (s. Abb. 82) sehen wir daher die stark ausgezogenen Zonen I. Art nach vorn zu laufend und davon ausgehend unter Winkelabständen von 60° orientiert, während die strichlierten Zonen II. Art (welche die verwendeten Formen enthalten) winkelhalbierend unter 30° liegen.

Die Position des zwölfseitigen Prismas (Abb. 87) ist im Zonenschema (analog dem tetragonalen Schema) wieder mit III bezeichnet und die figurativen Punkte der zwölfseitigen Doppelpyramide oder auch Pyramide III. Art (Abb. 88) liegen in den Feldern zwischen den gezeichneten Zonen. Die Basisfläche liegt naturgemäß wieder im Mittelpunkt des Projektionsbildes.

Was nun die kristallographischen Bezugsachsen anbelangt, so würden — wie immer — drei Koordinatenachsen genügen: die Hauptachse und zwei horizontale Zonenachsen, z. B. jene in der Lage der y -Achse und eine weitere, die mit dieser den Winkel von 120° (bzw. 60°) einschließt.

Es würde aber dem Symmetriecharakter des hexagonalen Systems widersprechen, nur diese zwei horizontalen Achsen zu verwenden. Wir wählen daher auch noch eine dritte Horizontalachse, d. h. alle drei Zonenachsen jener drei gleichen Zonen I. Art, die in unserem Schema stark ausgezogen sind; diese drei Horizontalachsen verlaufen daher in der Richtung, die durch die drei strichliert gezeichneten Zonen gegeben ist: sie sind die Diagonalen eines regelmäßigen Sechseckes (vgl. Abb. 89 und 90).

Diese Horizontalachsen wollen wir (da sie untereinander gleichwertig sind) mit dem gleichen Buchstaben x bezeichnen: also x_1 , x_2 und x_3 . Die positiven Äste dieser drei x -Achsen liegen im Winkelabstand von 120° ,

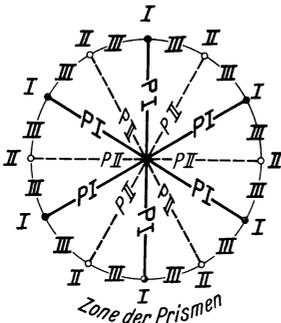


Abb. 82. Die Prismen- und Pyramidenarten des hexagonalen Systems (die Pyramiden III. Art liegen in den Feldern zwischen den gezeichneten Zonen).

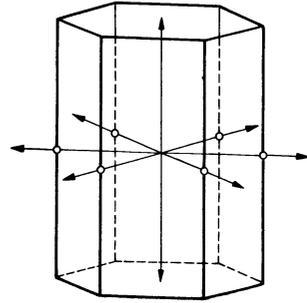


Abb. 83. Sechsheitiges Prisma I. Art.

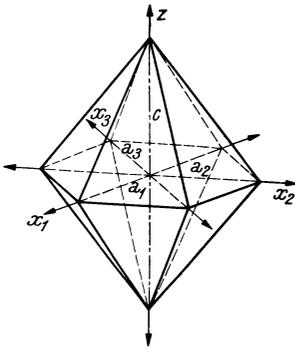


Abb. 84. Sechsheitige Doppelpyramide I. Art.

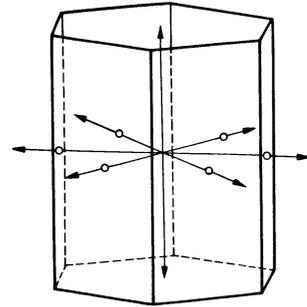


Abb. 85. Sechsheitiges Prisma II. Art.

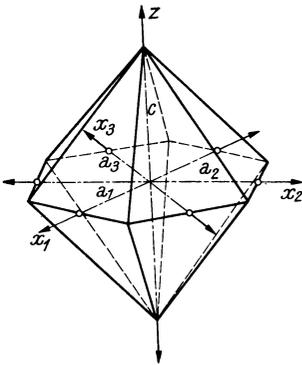


Abb. 86. Sechsheitige Doppelpyramide II. Art.

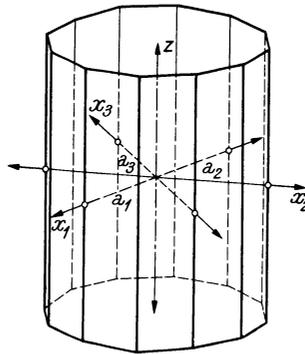


Abb. 87. Zwölfseitiges Prisma.

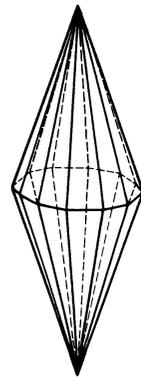


Abb. 88. Zwölfseitige Doppelpyramide.

so daß zwischen $+x_1$ und $+x_2$ winkelhalbierend unter 60° der negative Ast der x_3 nach vorn ragt. Die Hauptachse sei — wie bisher — mit z bezeichnet.

Wenn wir zunächst von der überzähligen x_3 -Achse absehen, so würde die Einheitspyramide (die auf der Zone PII der Abb. 82 liegt), hier Pyramide II. Art, auf der x_1 - und x_2 -Achse den Einheitsabschnitt a_1 und a_2 ergeben, die — wie im tetragonalen System — einander gleich sein müssen (s. Abb. 90: der Abschnitt auf der z -Achse heißt wie bisher c).

Also ist das Achsenverhältnis auch im hexagonalen System (ganz analog dem tetragonalen) $a : a : c$ oder $a : c$ bzw. $1 : \frac{c}{a}$. Daher ist auch die Metrik durch einen einzigen Zahlwert $\frac{c}{a}$ bestimmt und nur *eine* Winkelmessung ist zu ihrer Festlegung erforderlich.

Wie im tetragonalen System gibt es auch hier *zwei Aufstellungsmöglichkeiten*, je nachdem, ob man die mit PI oder jene mit PII bezeichneten Zonen (Abb. 82) als Zonen I. Art auffaßt; demgemäß sind die beiden Stellungen um 30° gegeneinander verwendet.

Wenn die dritte Horizontalachse für die Festlegung einer Fläche durch ihre Achsenabschnitte nicht Bedingung ist, dann muß sich der Abschnitt auf dieser überzähligen Koordinatenachse aus den beiden anderen Achsenabschnitten auf x_1 und x_2 ableiten lassen.

Das soll durch folgende Überlegung geschehen:

Abb. 91 zeigt den Verlauf der drei Horizontalachsen x_1 , x_2 und x_3 in ihrer Ebene (d. i. hier die Bildebene; die z -Achse steht auf dieser Ebene senkrecht).

Wir nehmen eine Fläche an, die zur z -Achse parallel ist, im übrigen aber von beliebiger Lage. Die Gerade DEF sei ihre Spur in der Bildebene.

Die Achsenabschnitte auf den drei Horizontalachsen sind demnach:

$$a_1 = CD, \quad a_2 = CF, \quad a_3 = CE.$$

Wir ziehen die Hilfslinie EG parallel CF ; dadurch ergibt sich ein gleichseitiges Dreieck GEC , dessen Seiten gleich a_3 sind. Nun ist aber das schraffierte $\triangle GDE$ ähnlich dem $\triangle CDF$. Also verhält sich

$$CD : GD = CF : GE$$

oder

$$a_1 : (a_1 - a_3) = a_2 : a_3.$$

Wir bilden die Produkte der Außen- und Innenglieder

$$a_1 a_3 = a_1 a_2 - a_2 a_3$$

und berechnen daraus a_3 :

$$a_3 (a_1 + a_2) = a_1 a_2,$$

$$a_3 = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}.$$

Nun setzen wir statt der Achsenabschnitte die reziproken Werte der MILLER'schen Indices hkl .

$$i = \frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{1}{k}}.$$

Daraus erhält man

$$i = h + k;$$

dieser Index i für den negativen Ast der a_3 ist daher negativ zu nehmen: also

$$i = -(h + k),$$

d. h. *der dritte Index ist gleich der negativen Summe der beiden ersten Indices* (die Summe der drei auf die Horizontalachsen bezüglichen Indices ist Null).

So erhält die Einheitspyramide 111 , auf das hexagonale Achsenkreuz bezogen, die Indices $1\bar{1}21$. Abb. 90 läßt die Richtigkeit dieser Indizierung für die gezeichnete Spur eines Prismas II. Art erkennen: der Abschnitt auf der x_3 ist $-\frac{1}{2}a$. Der Grundriß des hexagonalen Prismas I. Art (das gezeichnete Sechseck) mit den Horizontalachsen gibt somit das Schema für die Indizierung des hexagonalen Prismas I. Art. Abb. 92 zeigt eine Kombination der beiden Prismen, I. und II. Art, abgeschlossen durch die Basisfläche (0001).

Die Symmetrieelemente des hexagonalen Systems sind aus der Tab. 1, S. 48 u. 49, für alle sieben Stufen zu entnehmen.

Abb. 93 zeigt das Schema der Symmetrieebenen im hexagonalen System für die

Stufe V. Entsprechend der allgemeinsten Flächenform heißt sie nach GROTH: *dihexagonal-bipyramidale* Klasse.

Ein Beispiel dafür bietet der Beryll. Ein flächenreicher Kristall dieses Minerals ist in Abb. 94 dargestellt. Als Träger der Kombination sehen wir das sechsseitige Prisma (1010) mit der Basis (0001). Ferner treten auf zwei sechsseitige Doppelpyramiden I. Art (1011) und (2021) sowie eine verwendete sechsseitige Doppelpyramide (1121), schließlich eine zwölfseitige Doppelpyramide (2131).

Die Abb. 95a und b stellt das Kopfbild und die zugehörige stereographische Projektion dieses Kristalls dar. Für die Anwendung der Zonenregeln läßt man den auf die x_3 bezüglichen überzähligen Index weg und rechnet (wie in den Systemen mit dreigliedrigem Achsenkreuz) nur mit drei Indices. Erst im Ergebnis einer neu berechneten Fläche wird nachträglich der fehlende dritte Index (als *negative Summe der ersten beiden*) ergänzt.

Angenommen wurde in unserem Beryllbeispiel die Fläche (1011). Der primäre Zonenverband ergibt die verwendete Pyramide (1121). Nach Festlegung dieser liefert der weitere Zonenverband die abgeleitete Pyramide I. Art (2021) und schließlich die zwölfseitige Doppelpyramide (2131).

Konstruktion des Achsenverhältnisses $a:c$ im hexagonalen System. Dazu verwenden wir die Fläche (1011). Abb. 96a zeigt den Vorgang in perspektivischer Darstellung. Wir legen die Fläche 1011 (die bei

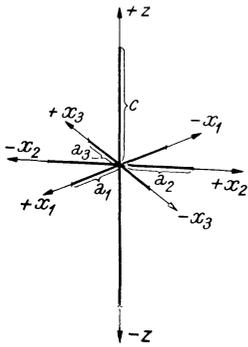


Abb. 89. Hexagonales Achsenkreuz.

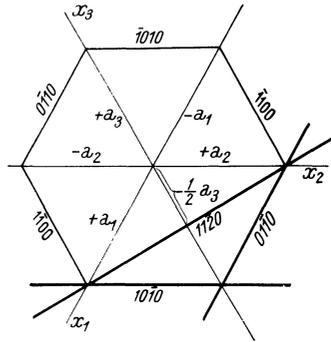


Abb. 90. Schema für die Indizierung der hexagonalen Prismen (I. und II. Art).

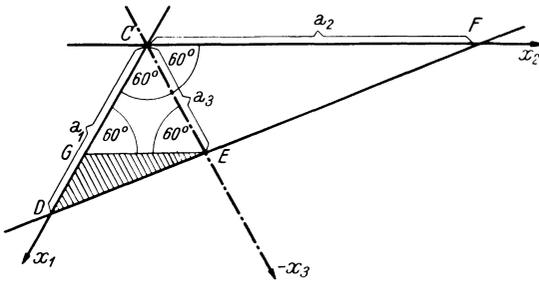


Abb. 91.

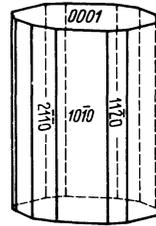


Abb. 92. Kombination von Prisma I. und II. Art, mit Basisfläche.

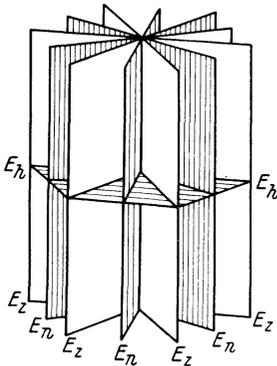


Abb. 93. Symmetrieebenen im hexagonalen System, Stufe V.

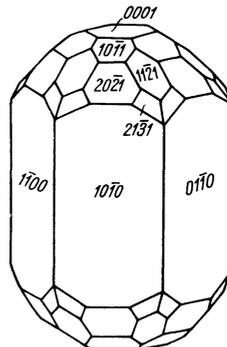


Abb. 94. Beryllkristall, dihexagonal-bipyramidal.

Außerachtlassung des dritten Index einem Querprisma entspricht) durch den Punkt A auf der x_1 im Einheitsabstand a ; auch die negative x_3 wird im gleichen Abstand in B getroffen. Dann ist der Abschnitt auf der z -Achse der gesuchte c -Wert.

Durchführung der Konstruktion (s. Abb. 96 b).

Die Punkte A und B sind durch eine Hilfslinie zu verbinden; so erhalten wir den Punkt C auf der nach vorn gerichteten *Hilfsachse*. Wenn wir die Einheitsfläche $10\bar{1}1$ durch diesen Punkt C legen, dann sind wir sicher, daß die Fläche die seitlich von der Hilfsachse ausstrahlenden kristallographischen Achsen x_1 und \bar{x}_3 im Einheitsabstand a treffen. Im übrigen ist die Konstruktion die gleiche wie im tetragonalen System (bzw. wie im rhombischen bezüglich $a : c$).

Wir klappen also die in Abb. 96 a schraffiert gezeichnete projizierende Ebene, die den Flächenpol $10\bar{1}1$ enthält, seitlich um (in unserem Falle nach links). Dadurch gelangt der Flächenpol $10\bar{1}1$ nach $10\bar{1}1'$ in den Grundkreis. Jetzt ist die Tangente in diesem Punkte parallel durch C zu legen, um den Einheitsabschnitt c auf der umgelegten z -Achse (z) zu finden.

Stufe IV. Diese ist wieder hemimorph infolge der polaren A^6 . Die GROTHSche Bezeichnung ist: *dihexagonal-pyramidale* Klasse. Abb. 97 zeigt eine solche Kristallgestalt von dem Mineral Greenockit.

In der **Stufe III** treten als allgemeinste Form die enantiomorphen Trapezoeder auf; in diesem Falle sind es hexagonale Trapezoeder (siehe Abb. 98). Die Klassenbezeichnung ist daher *hexagonal-trapezoedrisch*.

Die Kristalle des Hochtemperaturquarzes (die über 575° gebildet wurden) gehören hierher (s. Abb. 99). Träger der Kombination sind das sechsseitige Prisma I. Art und die sechsseitige Doppelpyramide I. Art. Untergeordnet bemerken wir die Flächen der verwendeten sechsseitigen Doppelpyramide (in dieser Kombination Parallelogrammformen bildend) und ein rechtes Trapezoeder.

In der **Stufe II** (*hexagonal-bipyramidal*) finden wir wieder die „gewendeten“ Gestalten der sechsseitigen Prismen und Pyramiden III. Art (ganz analog dem tetragonalen System). Apatitkristalle liefern uns für diese Mindersymmetrie schöne Beispiele. Abb. 100 stellt einen solchen Kristall dar, an welchem wir die verminderte Symmetrie deutlich erkennen können: auch hier ist — wie bei unserem Beryll — das sechsseitige Prisma I. Art und die Basis Träger der Kombination. Ferner sind vorhanden eine sechsseitige Doppelpyramide ($10\bar{1}1$) und die verwendete Doppelpyramide ($11\bar{2}1$) (beide jedoch nur asymmetrisch), schließlich die Pyramide III. Art ($21\bar{3}1$), genau so wie beim Beryll (s. Abb. 94).

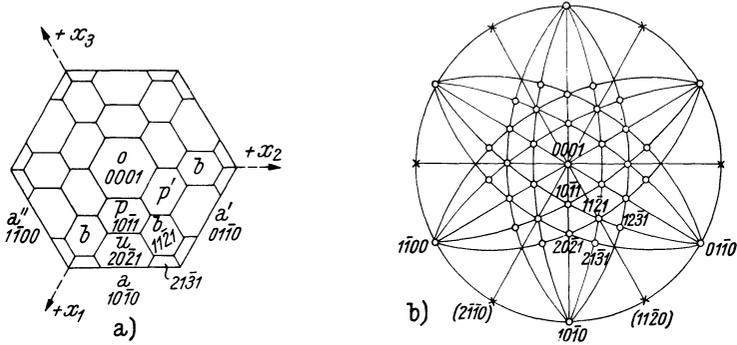


Abb. 95. Beryll. a) Kopfbild; b) stereographische Projektion.

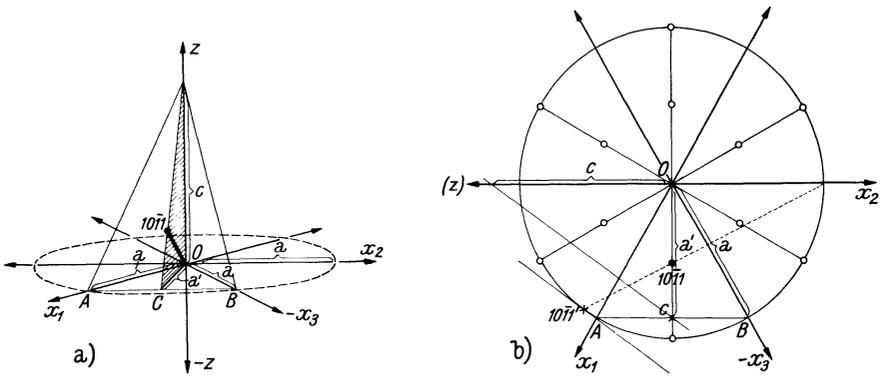


Abb. 96. Parameterkonstruktion im hexagonalen (und trigonalen) System.

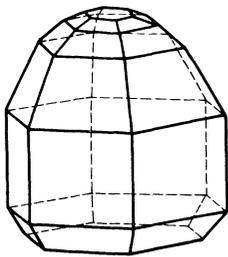


Abb. 97. Greenockitkristall, dihexagonal-pyramidal.

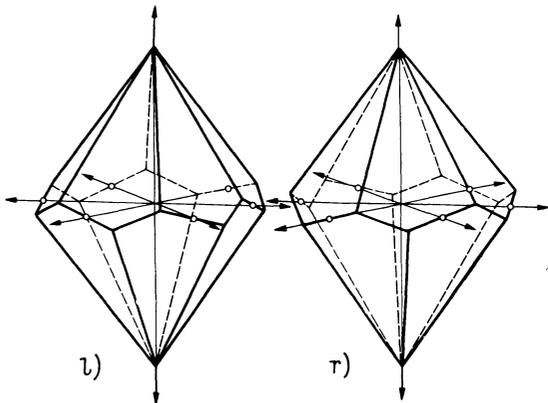


Abb. 98. Linkes (l) und rechtes (r) hexagonales Trapezoeder, mit Einzeichnung der Bezugsachsen. (Die Zwischendeckachsen gehen durch die Mitten der nicht bezeichneten Randkanten.)

Es ist zu beachten, daß diese „gewendete“ Doppelpyramide beim Apatit als Hemiedrie der zwölfseitigen Doppelpyramide nur einseitig auftritt, also nur sechsmal oben und unten.

Die Stufe I ist wieder hemimorph in bezug auf Stufe II; es fehlt außer dem Zentrum auch die horizontale Symmetrieebene.

Die allgemeinste Form ist eine polare sechsseitige Doppelpyramide III. Art. Klassenbezeichnung: *hexagonal-pyramidal*.

Nephelinkristalle (Abb. 101) gehören dieser Klasse an. Da jedoch die vorkommenden Kristalle nur die Kombination von sechsseitigem Prisma mit Basis darstellen, können erst hervorgerufene Ätzfiguren (s. S. 68, Anm.) den verminderten Grad der Symmetrie nachweisen.

Und nun noch die beiden Klassen mit sechsähliger Inversionsachse:

Stufe IV a. Symmetrieelemente: J^6 (gleichzeitig A^3), E_h , $3E$, $3\uparrow A^2$ (in den Schnittlinien der $3E$ mit E_h), s. Tab. 1, S. 48 u. 49. Die Symmetrieebenen werden hier jedoch in der Lage der E_n aufgestellt, so daß die in diesen Ebenen liegenden $3\uparrow A_z^2$ den Winkel der kristallographischen Achsen halbieren.

Flächenformen.

Statt des sechsseitigen Prismas I. Art tritt hier nur ein dreiseitiges Prisma auf (Abb. 102a), das in zwei Stellungen möglich ist: $(10\bar{1}0)$ oder $(0\bar{1}10)$. Diese Formen sind disymmetrisch, denn sie werden sowohl von der E_h als auch von je einer der vertikalen Symmetrieebenen senkrecht geschnitten.

Das verwendete sechsseitige Prisma hingegen ist sechsflächig; denn es liegt seitlich von den Spiegelebenen. Dafür ist es aber nur monosymmetrisch (in bezug auf E_h). Ebenso verhält es sich mit den Pyramiden I. und II. Art: an Stelle der sechsseitigen Doppelpyramide I. Art sind nur dreiseitige Doppelpyramiden in zwei Stellungen ($h0\bar{h}l$) und $(0h\bar{h}l)$ vorhanden (monosymmetrisch). In der verwendeten Lage jedoch ist die Form wieder eine sechsseitige Doppelpyramide, aber asymmetrisch. Statt der zwölfseitigen Prismen und der zwölfseitigen Doppelpyramiden treten hier nur die zweimal dreiseitigen Prismen und ebensolche Doppelpyramiden auf (vgl. Abb. 102b und c). Die Flächen liegen symmetrisch in bezug auf die vertikalen Symmetrieebenen, doch gehen die parallelen Gegenflächen verloren; denn das Zentrum fehlt. Nach GROTH heißt diese Klasse *ditrigoal-bipyramidal*. Da wir sie aber aus strukturtheoretischen Gründen zum hexagonalen System, statt zum trigonalen stellen (s. S. 52), wäre es vielleicht günstiger, die Bezeichnung trigonal durch „*trigontyp*“ zu ersetzen, also: *ditrigoalotyp-bipyramidal* (bei TSCHERMAK heißt sie *trigontyp-hemiedrisch*).

Das Mineral Benitoit kristallisiert in dieser Klasse (s. Abb. 103). Träger der Kombination ist die dreiseitige Doppelpyramide $10\bar{1}1$; auch das

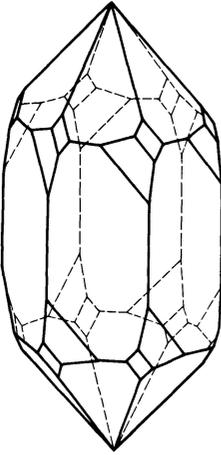


Abb. 99. Hochtemperaturquarz, hexagonal-trapezoedrisch.

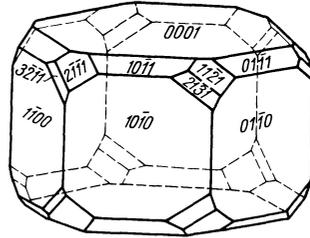


Abb. 100. Apatitkristall, hexagonal-bipyramidal.

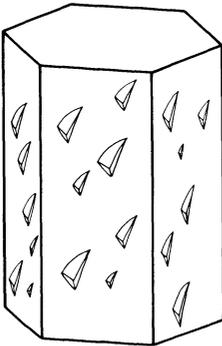


Abb. 101. Nephelinkristall (mit Ätzfiguren), hexagonal-pyramidal.

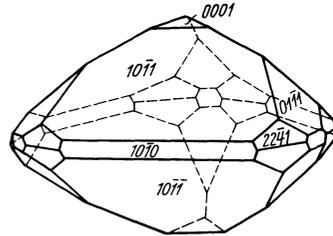
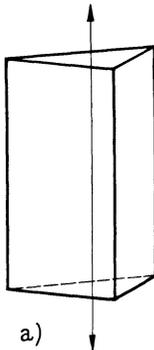
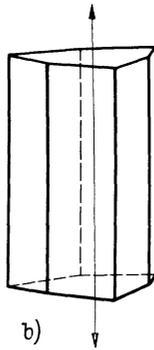


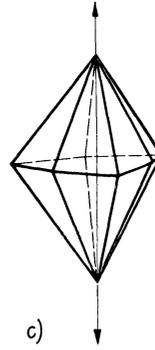
Abb. 103. Benitoitkristall, ditrigonotyp-bipyramidal.



a)



b)



c)

Abb. 102. Prismen- und Pyramidenformen in Hexagonal-Stufe IV a. a) dreiseitiges Prisma; b) zweimal-dreiseitiges Prisma; c) zweimal-dreiseitige Doppelpyramide.

dreiseitige Prisma $10\bar{1}0$ und die Basis treten auf. Aber auch die Flächen der zweiten dreiseitigen Pyramide $01\bar{1}1$ sind vorhanden. Schließlich ist noch eine verwendete sechsseitige Doppelpyramide $2\bar{2}41$ entwickelt, hingegen keine zweimal dreiseitigen Pyramiden oder solche Prismen.

In der **Stufe Ia** herrscht allein die J^6 , d. i. $A^3 + E_h$. Folglich gibt es hier außer dem Endflächenpaar nur dreiseitige Prismen und dreiseitige Doppelpyramiden. Die Klassenbezeichnung nach GROTH wäre *trigonal-bipyramidal*, nach unserem Vorschlage (bei Verwendung des TSCHERMAK'schen Ausdrucks) *trigonotyp-bipyramidal*.

Ein Beispiel ist bisher weder unter den Mineralien noch bei Kunstprodukten bekannt geworden.

f) Rhomboedrisches oder trigonales System.

An das hexagonale System schließen wir nun das rhomboedrische oder trigonale System an, das enge Zusammenhänge mit dem hexagonalen aufweist. Außer den sechsseitigen Prismen analog dem hexagonalen System sind hier vor allem charakteristisch die Formen des Rhomboeders und des um 60° verwendeten Rhomboeders, ferner des Skalenoeders als Flächenform allgemeinsten Lage.

Der Zonenverband ist entsprechend jenem des hexagonalen Systems. Wir haben drei gleiche im Wirtel gestellte einfache Zonen (wie die Zonen I. Art im hexagonalen System), die jedoch hier mit ihren gleichsinnigen Ästen erst im Winkelabstand von 120° aufeinanderfolgen; zwischen diese sind drei weitere, auf den vorigen senkrecht stehende Zonen eingeschaltet. Schließlich die Zone des Grundkreises, die auf allen diesen im Wirtel angeordneten Zonen senkrecht steht.

Die Symmetrieelemente für die fünf Klassen des trigonalen Systems und das Schema der allgemeinsten Flächenform haben wir schon in Abb. 43 (S. 44) entwickelt. Symmetrieherrschend ist die dreizählige Hauptachse. Als Bezugsachsensystem verwenden wir wieder das im hexagonalen System eingeführte viergliedrige Achsenkreuz; die drei horizontalen Kristallachsen sind die Zonenachsen der vorerwähnten drei gleichen Zonen I. Art. Das Achsenverhältnis ist wieder $a : c$ bzw. $\frac{c}{a}$.

Stufe V. Symmetrieelemente: $A^3, 3E, Z, 3A^2$.

Die Ebenen der drei Zonen I. Art sind hier gleichzeitig Symmetrieebenen; sie befinden sich in der Lage wie die Nebensymmetrieebenen des hexagonalen Systems (s. Abb. 93, schraffiert hervorgehoben). Die Zwischensymmetrieebenen sind im trigonalen System nicht vorhanden. Ebenso fehlt die horizontale Symmetrieebene im rhomboedrischen System durchwegs in allen seinen Klassen. Dieses *Fehlen der horizontalen Hauptsymmetrieebene* ist für das rhomboedrische System besonders charakteristisch.

Ein Ausschnitt des Zonenschemas sei hier nochmals wiedergegeben (Abb. 104). Die stark gezeichneten drei Zonenebenen, die aber erst im Winkelabstand von 120° mit gleichwertigen Flächen besetzt sind, sind in Stufe V und IV zugleich Symmetrieebenen; senkrecht zu jeder dieser drei Vertikalsymmetrieebenen liegt in Stufe V infolge des dort vorhandenen Zentrums eine zweizählige, horizontale Deckachse. Sie sind gleichzeitig kristallographische Achsen.

An Hand dieses Zonenschemas wollen wir die einfachen Formen des rhomboedrischen Systems besprechen. Zu diesem Zweck sind die Punktpositionen numeriert. Es ist ersichtlich, daß hier *zwei Aufstellungen*, die voneinander um 60° abweichen, möglich sein werden.

Flächenformen.

1. Das Endflächenpaar (0001), trisymmetrisch.
2. Das sechsstufige Prisma ($10\bar{1}0$), monosymmetrisch (s. Abb. 83).
3. Das verwendete sechsstufige Prisma (1120), dimetrisch (s. Abb. 85).
Beide sechsstufigen Prismen (I. und II. Art) wären zunächst gemäß der Wirkungsweise der A^3 nur als dreiflächige Formen vorhanden; infolge des Zentrums jedoch treten auch ihre parallelen Gegenflächen auf.
4. Das Rhomboeder ($h0\bar{h}l$), monosymmetrisch.
 - 4a. Das verwendete Rhomboeder ($0h\bar{h}l$), ebenfalls monosymmetrisch; sie werden auch als positives und negatives Rhomboeder unterschieden (s. Abb. 105 a und b). Das positive Rhomboeder wendet eine Fläche der Oberseite nach vorn, während das negative Rhomboeder vorn oben eine Kante zeigt. Die Rhomboeder sind als Halbformen der sechsstufigen Pyramide I. Art zu betrachten: drei Flächen oben mit drei parallelen Gegenflächen auf der Unterseite. Die Flächen liegen senkrecht je einer Symmetrieebene (monosymmetrisch), können daher durch dieselben nicht spiegelbildlich wiederholt werden. Anders bei der verwendeten Pyramide, die erhalten bleibt:
5. Die sechsstufige Doppelpyramide ($hh2\bar{h}l$); an den Symmetrieebenen gespiegelte Flächen, die an sich asymmetrisch sind. Für sich allein bietet sich geometrisch natürlich dieselbe Gestalt wie Abb. 86 dar; der asymmetrische Charakter der Kristallflächen würde erst in der Kombination mit anderen Flächen in Erscheinung treten, bzw. könnte er durch Ätzfiguren nachgewiesen werden.
6. Das zwölfseitige Prisma ($hk\bar{i}0$), wie Abb. 87, aber asymmetrisch; durch die drei Symmetrieebenen würde zunächst ein zweimal dreiseitiges Prisma entstehen, das durch das Zentrum parallelläufig wiederholt wird. Ebenfalls zwölfllächig sind:
7. Das trigonale Skalenoeder ($hk\bar{i}l$) mit sechs Pyramidenflächen oben und sechs parallelen Gegenflächen auf der Unterseite; die Flächen sind

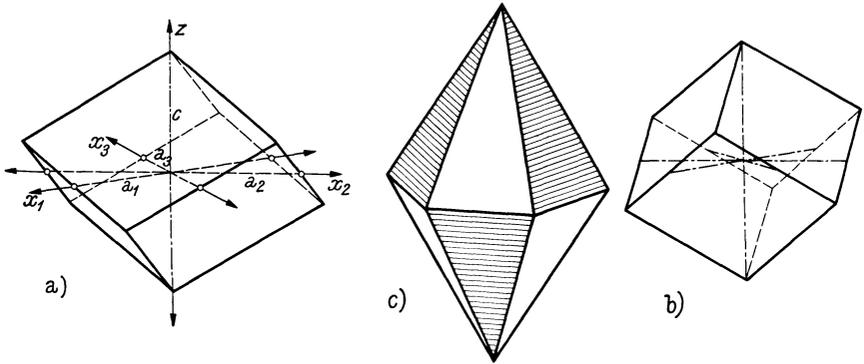


Abb. 105. Rhomboeder als Halbformen der sechsseitigen Doppelpyramide I. Art. a) positives Rhomboeder; b) negatives Rhomboeder; c) Kombination von positivem und negativem Rhomboeder.

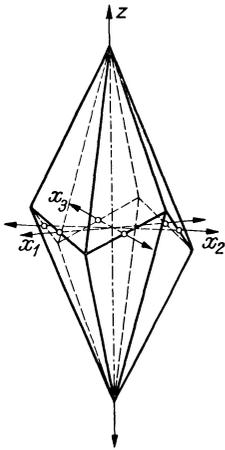


Abb. 106. Trigonaies Skalen-oeder in positiver Stellung.

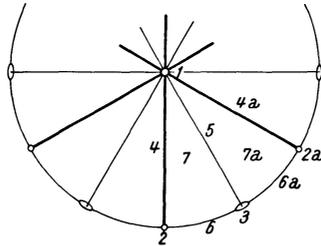


Abb. 104. Zonenschema des rhomboedrischen Systems.

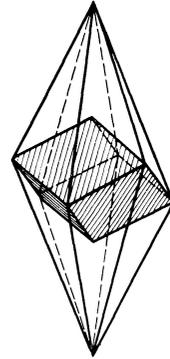
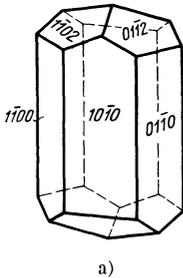
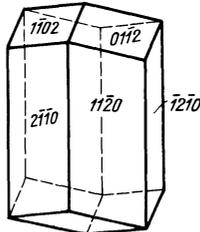


Abb. 107. Positives Skalen-oeder, mit eingezeichnetem Rhomboeder.



a)



b)

Abb. 108. Trigonale Kombinationen bei Kalkspat-kristallen.

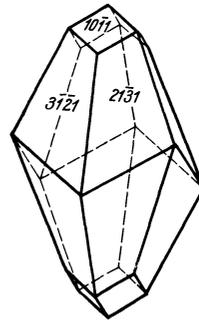


Abb. 109. Trigonale Kombinationen bei Kalkspatkristallen.

asymmetrisch (s. Abb. 106). In dieser Stellung entspricht die Form einem positiven Rhomboeder, wobei jede Rhomboederfläche in eine zweiflächige Form aufgelöst ist; die flachere Keilschneide der herablaufenden Kanten ist oben nach vorn gerichtet. Die zickzack verlaufenden Kanten entsprechen jenen eines positiven Rhomboeders (s. Abb. 107).

7a. Das verwendete trigonale Skalenoeder (negative Skalenoeder) ($kh\bar{i}l$) entsprechend dem verwendeten Rhomboeder; die schärfere Kante oben nach vorn gewendet.

Mit Rücksicht auf die Verdoppelung der Fläche allgemeinsten Lage durch die vertikalen Symmetrieebenen wird die Klasse als *ditrigonal* gekennzeichnet unter Beifügung des Namens der allgemeinsten Form: *ditrigonal-skalenoedrisch*.

Beispiele bieten eine Reihe bekannter Minerale, besonders der Calcit in seinen verschiedenartigen Ausbildungsformen:

Abb. 108a zeigt das monosymmetrische Prisma I. Art mit dem verwendeten Rhomboeder ($01\bar{1}2$); Abb. 108b dasselbe negative Rhomboeder mit dem Prisma II. Art, welches dimetrisch ist. Abb. 109 zeigt die am Calcit häufig auftretende Kombination eines Skalenoeders ($21\bar{3}1$) mit dem Grundrhomboeder ($10\bar{1}1$). In Abb. 110 ist eine Mineralstufe von Calcit abgebildet, deren Kristalle diese Ausbildung aufweisen (s. auch nebenstehendes Kristallmodell). Abb. 111 ist eine Kombination des Grundrhomboeders ($10\bar{1}1$) mit dem kantenabstumpfenden verwendeten Rhomboeder ($01\bar{1}2$). In Abb. 112 sehen wir vorherrschend das steile Rhomboeder ($40\bar{4}1$) mit den Flächen des Skalenoeders ($21\bar{3}1$).

Abb. 113 stellt eine Kombination dar von Prisma I. Art mit dem Grundrhomboeder und dem kantenabstumpfenden negativen Rhomboeder, sowie Flächen eines Skalenoeders.

Diese Kombination wollen wir als Übungsbeispiel in stereographischer Projektion darstellen. Abb. 114a gibt das zugehörige Kopfbild, Abb. 114b die Durchführung der Projektion wieder.

Als Einheitsfläche wurde das positive Rhomboeder r ($10\bar{1}1$) gewählt.¹ Das kantenabstumpfende verwendete Rhomboeder e kann ohne weiteres aus dem Zonenverband berechnet werden. Die Indices ergeben sich aber auch sogleich durch Addition der Indices der beiden benachbarten Rhomboederflächen $10\bar{1}1$ und $\bar{1}101$ als $01\bar{1}2$. Ein solcher Vorgang der Indicesbestimmung einer kantenabstumpfenden Fläche ist immer dann möglich, wenn es sich um eine sog. „gerade Kantenabstumpfung“

¹ Es wäre ebensogut möglich, die Fläche e als positives Rhomboeder aufzufassen, d. h. den Kristall um 60° gedreht aufzustellen.

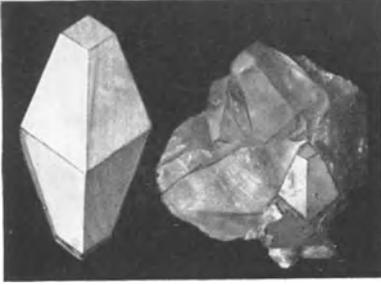


Abb. 110. Kalkspat von Rabenstein mit gleichartigem Kristallmodell (nach H. MICHEL).

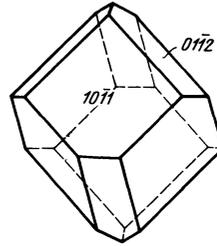


Abb. 111. Grundrhomboeder mit kantenabstumpfendem verwendeten Rhomboeder.

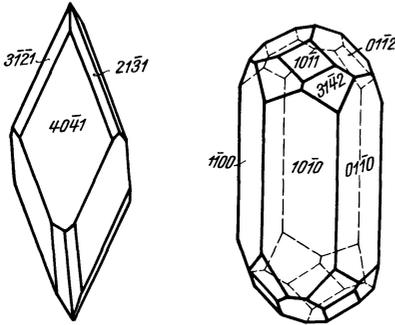


Abb. 112 und 113. Kristallformen von Kalkspatkristallen.

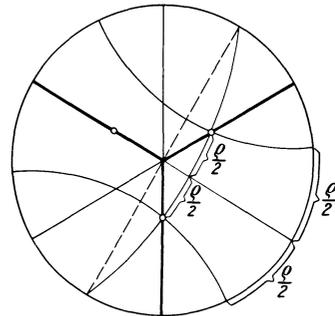


Abb. 115.

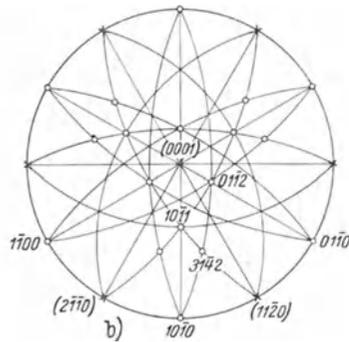
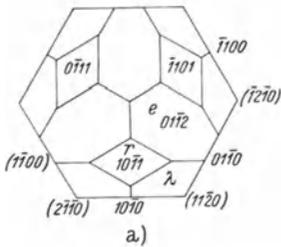


Abb. 114. Calcitkristall (s. Abb. 113). a) Kopfbild; b) stereographische Projektion.

handelt, wo die betreffende Fläche gegen zwei gleichwertige Nachbarflächen gleich geneigt ist.¹

Schließlich ist noch das auftretende Skalenoeeder λ aus zwei bekannten Zonen zu berechnen; es erhält die Indices (3142).

Die Konstruktion des Achsenverhältnisses $a : c$ geschieht in gleicher Weise wie im hexagonalen System (s. S. 78) mit Hilfe der Fläche 1011 (hier das Grundrhomboeder).

Außer der Indizierung in bezug auf ein viergliedriges Achsenkreuz (nach BRAVAIS) gibt es noch die MILLERSche Indizierung, indem ein dreigliedriges Achsenkreuz zugrunde gelegt wird. Als Achsen werden die Rhomboederkanten gewählt, so daß das Grundrhomboeder mit (100), also 100, 010, 001 bezeichnet wird. Die Basis (0001) wird zur Einheitspyramide (111), die auf den drei Kristallachsen gleiche Parameterwerte ergibt, so daß kein Achsenverhältnis anzugeben ist; dafür aber der Winkel α , unter dem die drei Achsen gegeneinander geneigt sind.

Es sei noch eine Bemerkung hier eingeschaltet über die Eintragung der Rhomboederflächen beim Arbeiten mit WULFFSchem Netz, wenn lediglich der Rhomboederwinkel gemessen werden konnte. Gemäß der trigonalen Symmetrie liegen die Rhomboederflächen auf ihren vorbezeichneten fixen Zonen (s. Abb. 115).

Auch hier liegt nun ein Fall vor (wie S. 35), wo der durch zwei Rhomboederflächen gehende Zonenkreis — auf welchem der Flächenwinkel abzutragen wäre — noch nicht bekannt ist. Wir legen nun das WULFFSche Netz in der Weise an, daß seine Äquatorebene in die Symmetrieebene zwischen den zwei in Betracht gezogenen Rhomboederflächen zu liegen kommt. Jeder der beiden Flächenpole hat von der Symmetrieebene aus gerechnet den halben Winkelabstand des Rhomboederflächenwinkels.

Der geometrische Ort aller Punkte mit einem gewissen Winkelabstand vom Äquator ist aber der betreffende Parallelkreis auf den beiden Hemisphären. Man sucht also jenen Parallelkreis (mit dem Betrag des halben Rhomboederwinkels) auf; sein Einschnitt in die vorbezeichneten Zonen liefert die gesuchten Flächenpole.

Stufe IV. Symmetrieelemente. Durch den Wegfall des Zentrums fallen auch die drei senkrecht zu den Symmetrieebenen verlaufenden zweizähligen Deckachsen fort. Es bleibt also nur $\uparrow A^3, 3 E$.

¹ Die Addition der Indices zweier Flächen liefert ganz allgemein immer die *nächsteinfache* kantenabstumpfende Fläche. Bei den niedrigsymmetrischen Systemen, wo es sich um ungleichwertige Nachbarflächen handelt, wird von dieser Regel nur mit Vorsicht Gebrauch gemacht werden können. Zur Kontrolle ist in solchen Fällen immer noch die Kantenabstumpfungregel nach einer zweiten (gekrenzten) Zone zu überprüfen.

Flächenformen.

Die pyramidenartigen Formen — Rhomboeder, sechsseitige Pyramide und Skalenoeder — sind hier nur noch als polare Halbformen entwickelt. Bezüglich der Prismenformen liegen die Verhältnisse ganz analog jenen von hexagonal IV a, wo ebenfalls eine dreizählige Hauptachse mit drei vertikalen Symmetrieebenen wirksam ist; die horizontale Hauptsymmetrieebene fällt allerdings hier weg (ebenso die $3 \uparrow A^2$).

Demgemäß tritt auch hier als Prisma I. Art nur das dreiseitige Prisma ($10\bar{1}0$) oder ($01\bar{1}0$) auf (s. Abb. 102 a), während das verwendete Prisma wieder sechsseitig ist. Statt des zwölfseitigen Prismas gibt es auch hier wieder die zweimal dreiseitigen Prismen (vgl. Abb. 102 b). Klassenbezeichnung: *ditrigonal-pyramidal*.

Turmalinkristalle geben schöne Beispiele für diese Symmetrieklasse (Abb. 116).

Der polare Charakter dieser hemimorphen Kristalle tritt klar hervor. Wir sehen hier ein dreiseitiges Prisma ($01\bar{1}0$), während das verwendete sechsseitige Prisma ($11\bar{2}0$) schmälere Flächen zeigt.¹ Auf der Oberseite herrscht das polare Rhomboeder ($10\bar{1}1$), untergeordnet tritt noch ein verwendetes Rhomboeder auf. Auf der Unterseite ist auch die Basisfläche vorhanden.

In der Stufe III sind wieder nur Deckachsen als einzige Symmetrieelemente vorhanden: A^3 und $3 \uparrow A^2$ (statt der bipolaren von Stufe V). Auch in dieser Klasse gibt es dreiseitige Prismen und zweimal dreiseitige Prismen (Position 6). Doch ist es hier das Prisma II. Art (Position 3), welches zum dreiseitigen reduziert wird; es ist infolge der senkrecht austechenden zweizähligen Achsen dimetrisch. Das Prisma I. Art hingegen bleibt als sechsseitiges Prisma erhalten (dafür nur asymmetrisch).

So wie das Prisma in der verwendeten Stellung (Position 3) nur dreiseitig ist, wird auch aus der sechsseitigen Doppelpyramide der Vollform (Position 5) hier eine dreiseitige Doppelpyramide ($h\bar{h}2\bar{h}l$) rechts bzw. ($2h\bar{h}\bar{h}l$) links mit asymmetrischen Flächen (Abb. 117 a und b).

Geometrisch betrachtet sind es die gleichen Gestalten, die wir schon in der Klasse hexagonal IV a als Form der Flächenlage ($h0\bar{h}l$) bzw. ($0h\bar{h}l$) angetroffen hatten (s. Benitoitkristall, Abb. 103), während die verwendete Pyramide der Position 5 dort eine sechsseitige Doppelpyramide war.²

¹ Daß es sich hierbei um das sechsseitige verwendete Prisma und nicht etwa um das zweimal dreiseitige Prisma handelt, ergibt die Flächenlage als Position 5 unter 30° zwischen $10\bar{1}0$ und $01\bar{1}0$. Der Winkel der beiden nach vorn gerichteten Flächen, wie überhaupt aller Flächen dieses sechsseitigen Prismas ist nämlich 60° .

² In Stufe hexagonal Ia waren bereits alle Pyramidenformen I., II. und III. Art nur dreiseitige Doppelpyramiden.

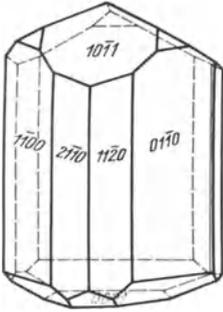


Abb. 116. Turmalin, ditrigonal-pyramidal.

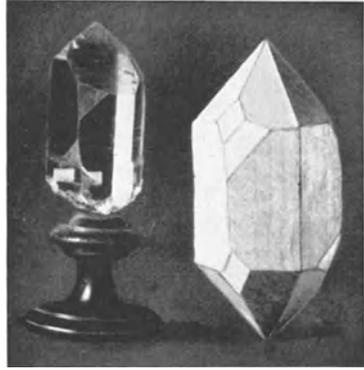
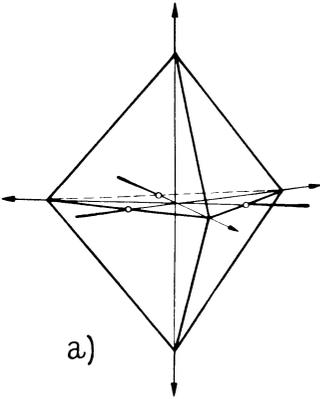
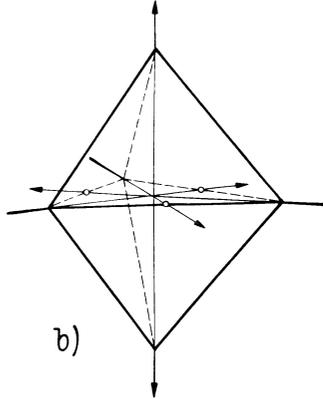


Abb. 119. Quarz von Uri mit gleichartigem Kristallmodell (nach H. MICHEL).

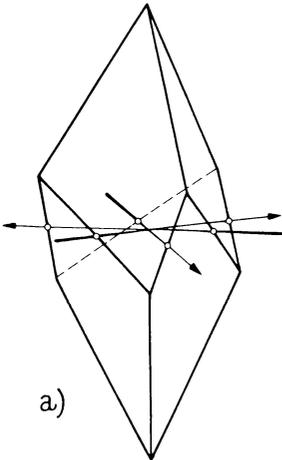


a.)

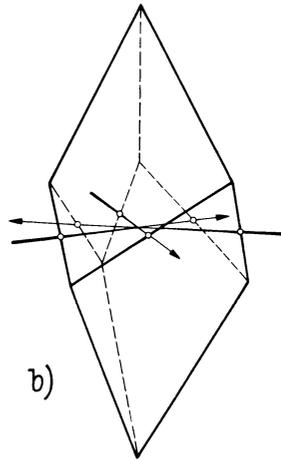


b.)

Abb. 117. Dreiseitige Doppelpyramiden. a) Linksform; b) Rechtsform.



a.)



b.)

Abb. 118. Trigonale Trapezoeder. a) Linksform; b) Rechtsform.

Als Flächenform allgemeinsten Lage (dem Skalenoeder der Vollform entsprechend) treten in der Klasse trigonal III die trigonalen Trapezoeder auf (Abb. 118), die wieder als enantiomorphe Gestalten eine Links- und Rechtsform ermöglichen, wie dies ebenso bei den tetragonalen und hexagonalen Trapezoedern der Fall war. Entsprechend der allgemeinsten Form heißt die Klasse *trigonal-trapezoedrisch* (ГРОТН).

Beide Flächenformen, sowohl Trapezoeder als auch dreiseitige Doppelpyramiden, treten als charakteristische Flächen an Quarzkristallen (Bergkristallen und Rauchquarzen) auf und verraten dadurch die Zugehörigkeit dieser Kristalle zu der mindersymmetrischen Klasse III des trigonalen Systems.

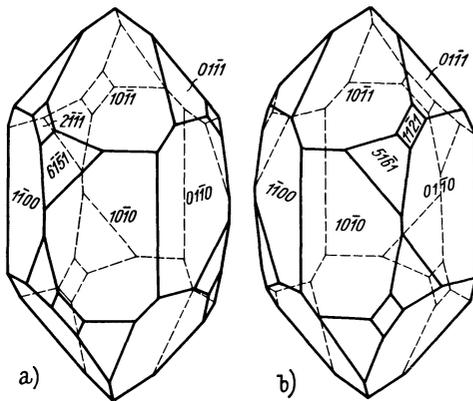


Abb. 120. Quarzkristalle. a) Linksquarz; b) Rechtsquarz.

Bei diesen Kristallen handelt es sich um den sog. Tieftemperaturquarz (unter 575° gebildet). Abb. 119 zeigt einen natürlichen Quarzkristall dieser Ausbildung mit nebenstehendem gleichartigem Kristallmodell. Es handelt sich hier um einen Linksquarz. In Abb. 120a und b ist zum Vergleich nebeneinander ein Links- und ein Rechtsquarz dargestellt. Beide zeigen die analoge Flächenkombination.

Man sieht hier sehr schön den asymmetrischen Charakter des sechsseitigen Prismas I. Art ($10\bar{1}0$) (ein dreiseitiges Prisma in der verwendeten Stellung ist nicht vorhanden).

Außer dem sechsseitigen Prisma herrscht das Rhomboeder I. Art ($10\bar{1}1$), während das verwendete Rhomboeder ($01\bar{1}1$) schon durch die Formausbildung (im allgemeinen auch kleinere Flächen!) seine Unabhängigkeit vom positiven Rhomboeder zu erkennen gibt. Ferner tritt die dreiseitige Pyramidenform und ein Trapezoeder auf. In dem einen Falle sind es die Rechtsformen ($11\bar{2}1$) der Pyramide und ($51\bar{6}1$) des Trapezoeders; beim Linksquarz sind es die entsprechenden Linksformen: ($2\bar{1}11$) für die Pyramide und ($6\bar{1}51$) als Trapezoeder.

Der Linksquarz zeigt die beiden Leitformen im Zonenverband von der Fläche $10\bar{1}0$ nach links oben zum verwendeten Rhomboeder aufsteigend, der Rechtsquarz bietet diese Formen im Flächenverband von $10\bar{1}0$ nach rechts aufsteigend dar.

In der Stufe II des trigonalen Systems gibt es außer der dreizähligen Hauptachse A^3 nur das Symmetriezentrum Z.

Die Basis tritt als trimetrisches Flächenpaar auf, sämtliche übrigen Formen sind asymmetrisch.

Alle drei Prismenformen I., II. und III. Art sind durchwegs sechsflächige Formen (dreiflächig zunächst auf Grund der Wirksamkeit der A^3 und parallelfächig wiederholt infolge des Zentrums). Das Prisma III. Art (hier also die Halbform des zwölfseitigen Prismas der Stufe V) wird wieder — wie immer in der Stufe II der wirteligen Systeme — als „gewendetes“ Prisma bezeichnet.

Alle pyramidenartigen Formen erscheinen in dieser Klasse als Rhomboeder:¹

Die Rhomboeder I. Art (in positiver und negativer Stellung) sind natürlich gleichfalls hier vorhanden. Aus den sechsseitigen Doppelpyramiden der Stufe V, die in Stufe III bereits zu dreiseitigen Doppelpyramiden reduziert waren, werden nun *Rhomboeder II. Art*: $(hh2\bar{h}l)$ rechts und $(2\bar{h}\bar{h}hl)$ links. Und die allgemeinste Form — in Stufe V ein Skalenoeder, das in Stufe III zum Trapezoeder wurde — wird in Stufe II ebenfalls zur Rhomboederform: als Position 7 sind es die *Rhomboeder III. Art* rechts und links; als Position 7a die verwendeten Rhomboeder III. Art in Rechts- und Linksstellung. Die Rhomboeder II. und III. Art sind gestaltlich formgleich mit den Rhomboedern I. Art (auch sind alle drei Arten in dieser Klasse asymmetrisch); doch sind sie in ihrer Lage von der Stellung jener herausgedreht, und zwar in Übereinstimmung mit den analogen Flächen der Doppelpyramiden bzw. der Trapezoeder.

Die Abb. 121a bis 121c gibt einen Überblick über die drei Arten von Rhomboedern in ihrer Stellung in bezug auf das Achsensystem. Die Formen sind zur besseren Orientierung sowohl in perspektivischer Ansicht gezeichnet als auch im Grundriß dargestellt.

Nach der allgemeinsten Flächenform, dem Rhomboeder III. Art, wird die Klasse von GROTH als *trigonal-rhomboedrische* Klasse bezeichnet.

Ein Beispiel dafür bieten Kristalle des Dolomits (s. Abb. 122). Trachtbestimmend ist das steile Rhomboeder $(40\bar{1})$; untergeordnet tritt das Rhomboeder $(10\bar{1}1)$ und die Basisfläche auf. Als für Stufe II charakteristische Fläche ist ein linkes Rhomboeder II. Art $(22, 11, \bar{1}1, 4)$ entwickelt.

Die Stufe I ist hemimorph in bezug auf die rhomboedrische Klasse; sie besitzt als einziges Symmetrieelement eine polare A^3 . Demgemäß ist die trimetrische Basis als Einzelfläche vorhanden.

¹ Bezüglich der Klasse hexagonal Ia (Symmetrieelemente A^3 und E_h) hörten wir, daß alle Pyramidenformen dreiseitige Doppelpyramiden waren (s. S. 82), da die drei Flächen der Oberseite an der horizontalen Symmetrieebene gespiegelt werden. Im Gegensatz dazu wird in der Kristallklasse trigonal II (A^3 und Z) der dreiflächige Aufbau der Oberseite durch das Zentrum parallelfächig auf der Unterseite wiederholt, also zum *Rhomboeder* ergänzt.

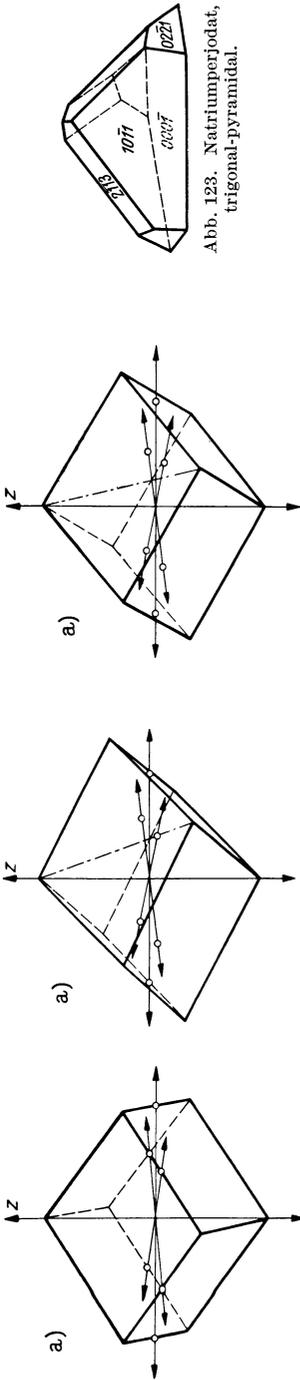


Abb. 121a. Rhomboeder I. Art ($10\bar{0}1$); a) perspektivisch; b) Grundriß.

Abb. 121b. Rhomboeder II. Art ($hh2\bar{h}$); a) perspektivisch; b) Grundriß.

Abb. 121c. Rhomboeder III. Art ($hk\bar{h}l$); a) perspektivisch; b) Grundriß.

Abb. 121a—c. Die Rhomboeder I., II. und III. Art der Kristallklasse trigonal-Stufe II, mit Einzelzeichnung der Achsen und ihrer Durchstoßpunkte.

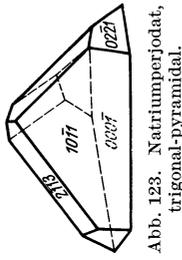


Abb. 123. Natriumperjodat, trigonal-pyramidal.

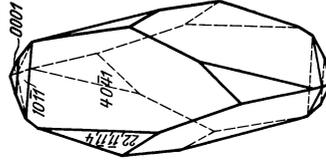


Abb. 122. Dolomitekristall, trigonal-rhomboedrisch.

Die Prismen aller drei Arten sind infolge Wegfalls des Zentrums nur dreiflächige Formen. Die Pyramidenformen (bzw. Rhomboeder I., II. und III. Art) sind nur polare dreiseitige Pyramiden. Die Klasse heißt daher *trigonal-pyramidal*.

Ein Mineral dieser Symmetriegruppe ist nicht bekannt. Als Laboratoriumsprodukt zeigt das Natriumperjodat Kristalle, die der Stufe I angehören (s. Abb. 123). Vorherrschend ist das positive polare Rhomboeder I. Art (1011) mit der Basisfläche der Unterseite $000\bar{1}$. Ferner sehen wir ein negatives polares Rhomboeder I. Art (0221) sowie ein linkes polares Rhomboeder II. Art ($2\bar{1}1\bar{3}$), das ebensogut als halbgestaltige Form der linken dreiseitigen Doppelpyramide (Abb. 117a) aufgefaßt werden kann.

g) Kubisches oder tesserales System.

An das rhomboedrische System, das durch *eine* dreizählige Hauptachse charakterisiert war, schließen wir als letztes das kubische oder tesserale System an, das — wie wir schon am Schluß des Abschnittes VI b gehört haben — durch die Kombination von vier dreizähligen Deckachsen gekennzeichnet ist, die wie die Raumdiagonalen eines Würfels verlaufen.

Wir können auch das kubische System als eine Art Grenzfall des rhomboedrischen Systems auffassen, wenn wir bedenken, daß beim Übergang von einem flachen Rhomboeder (Rhomboederwinkel $< 90^\circ$) zu einem steilen Rhomboeder (Rhomboederwinkel $> 90^\circ$) einmal ein Wert durchschritten werden muß, wo der Flächenwinkel der Rhomboederflächen gerade 90° ist; das ist dann ein Würfel, mit einer Raumdiagonale vertikal gestellt.

Nun stellen wir allerdings den charakteristischen Grundkörper für das kubische System — den Würfel — in der Weise auf, daß seine drei Flächenpaare als Endflächenpaare entsprechend dem rhombischen oder tetragonalen System anzusprechen sind, die Würfelkanten werden demnach als rechtwinkeliges Achsenkreuz angenommen (in völliger Analogie mit dem MILLERSchen Achsenkreuz des rhomboedrischen Systems). War somit im rhomboedrischen System ein einfach dreizähliger Symmetrierhythmus festzustellen, so ist das kubische System durch einen *oktantenweise dreizähligen Baurhythmus* charakterisiert.

Im übrigen können wir auch im kubischen System, wie in allen anderen Systemen, auf Grund der fünf einfachen TSCHERMAKSchen Symmetriestufen die Klasseneinteilung vornehmen.

Haben wir einmal das Symmetriegerüst der Stufe I festgelegt, so ergibt sich daraus ohne weiteres Stufe II durch Hinzunahme des Zentrums und Stufe IV durch Hinzutritt von Symmetrieebenen, die durch die dreizähligen Achsen zu legen sind (entsprechend den durch die dreizählige Hauptachse gelegten Symmetrieebenen von Trigonal IV).

Bei Stufe III (der Deckachsenkombination) wird es sich darum handeln, festzustellen, in welcher Lage die zusätzlichen zweizähligen Achsen anzunehmen sind. Die holoedrische Klasse der Stufe V ergibt sich dann ohne weiteres aus Stufe III wieder durch Hinzunahme des Zentrums.

Es ist daher zunächst unsere Aufgabe, das Symmetriegerüst für Stufe I und III zu entwickeln.

Wir gehen von der Feststellung aus (s. S. 42), daß gleichwertige dreizählige Achsen nur unter dem Winkel $109^{\circ} 28' 16''$ bzw. $70^{\circ} 31' 44''$ kom-

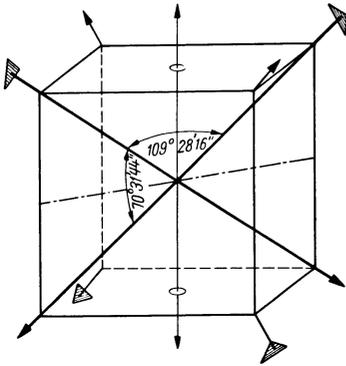


Abb. 124.

biniert werden können, d. h. in der Richtung der Raumdiagonalen eines Würfels.

Abb. 124 zeigt einen Würfel mit seinen Raumdiagonalen. Zwei davon werden fürs erste herausgegriffen (in der Zeichnung voll durchgezeichnet). Das Primäre ist (wie immer in der Stufe I), daß die symmetriebeherrschenden Ausgangsachsen polar angenommen werden; sie liegen unter dem Winkel von $109^{\circ} 28' 16''$ gegeneinander geneigt.

Die Gleichwertigkeit der polaren A^3 in den beiden Lagen bedingt das Auftreten einer zweizähligen Deckachse in der Richtung der Winkelhalbierenden des Winkels $109^{\circ} 28' 16''$. Diese Winkelhalbierende ist aber die Würfelflächennormale. Wenn sich demnach in dieser Richtung eine zweizählige Deckachse einstellt, so kann sie vermöge der Wirksamkeit der dreizähligen Achse nicht einzeln bleiben, sondern muß sich wirtelförmig gruppiert um die A^3 wiederholen; mit anderen Worten: alle drei Würfelflächennormalen sind zweizählige Deckachsen. Wenn das aber der Fall ist, dann können auch die zwei dreizähligen Achsen nicht für sich allein bestehen bleiben, sondern werden durch die Wirksamkeit der zweiten bzw. dritten A^2 in allen vier Raumdiagonalrichtungen wiederholt (sie sind in der Zeichnung unterbrochen angedeutet). Ersichtlicherweise sind die zweizähligen Achsen bipolar; denn beide Enden zeigen in bezug auf die Verteilung der polaren A^3 die gleichartige Konfiguration.

Wir stellen als Ergebnis unserer Überlegung fest, daß wir ein Symmetriegerüst erhalten haben, bestehend aus $4 \uparrow A^3$ und $3 A^2$. Das sind die Symmetrieelemente der Klasse „Symmetriestufe I“.

Nun ist die zweite Frage zu beantworten. In welcher Lage sind die A^2 anzunehmen, um das Symmetriegerüst nach dem Prinzip III zu gewinnen? Die Richtungen der Würfelflächennormalen scheiden bereits aus, denn sie sind ja in Stufe I bereits vorhanden.

In Stufe III wurde in allen Systemen die charakteristische Achse durch die Tätigkeit der zusätzlichen zweizähligen Achsen bipolar. Also verschiebt sich unsere Fragestellung zur Beantwortung folgender Frage: Auf welche Weise werden unsere vier $\uparrow A^3$ bipolar? Abb. 124 läßt ohne weiteres erkennen: die Gleichwertigkeit der beiden Raumdiagonalrichtungen würde sich ergeben, wenn die Winkelhalbierende des Supplementärwinkels $70^\circ 31' 44''$ eine zweizählige Deckachse ist (in der Zeichnung strichpunktiert eingetragen); das ist aber eine Richtung parallel den Flächendiagonalen des Würfels. Somit gibt es sechs solcher Richtungen. Wir hätten dann $4 A^3$ und $6 A^2$. Da aber die dreizähligen Achsen jetzt bipolar sind, sind die Würfelflächennormalen keine zweizähligen Deckachsen mehr, sondern sie sind zu vierzähligen geworden.

Wir sind somit zu dem Ergebnis gelangt: In Stufe III des kubischen Systems besteht das Symmetriegerüst aus $4 A^3$, $3 A^4$ und $6 A^2$ (s. Abb. 125).

Jetzt können wir — im Besitze der Symmetrieschemata für Stufe I und III — die fünf Stufen des kubischen Systems im einzelnen entwickeln (vgl. dazu Tab. I, unterste Horizontalreihe).

Stufe II (zentrische Herleitung). Als Grundlage dient die Stufe I: $4 \uparrow A^3$, $3 A^2$. Das Zentrum Z kommt hinzu, infolgedessen verschwindet die Polarität der $4 A^3$. Außerdem stellen sich senkrecht zu den $3 A^2$ drei Symmetrieebenen ein, die parallel den Würfelflächen liegen (Hauptsymmetrieebenen E_n). Es resultiert als Symmetriegerüst: $4 A^3$, $3 A^2$, Z , $3 E_n$.

Stufe IV (planale Herleitung). Die Annahme von Symmetrieebenen parallel den Würfelflächen würde nichts Neues ergeben, da solche schon in Stufe II als Hauptsymmetrieebenen auftraten.

Wir legen daher die Symmetrieebenen, wie schon oben angedeutet wurde, in diagonaler Richtung senkrecht auf den Würfelflächenpaaren, so daß sie die $4 \uparrow A^3$ in sich enthalten; wir erhalten so sechs Nebensymmetrieebenen E_n . Das Symmetriegerüst der Stufe IV ist demnach folgendes: $4 \uparrow A^3$, $3 A^2$, $6 E_n$.

Stufe V (planaxiale Herleitung). Die Kombination von zweien der vorgenannten Symmetrieprinzipien der Stufen II bis IV liefert als Resultat das Auftreten sämtlicher in den einzelnen Unterklassen enthaltenen Symmetrieelemente, also: $4 A^3$, $3 A^4$, $6 A^2$, Z , $3 E_n$, $6 E_n$.

Die Lage der Haupt- und Nebensymmetrieebenen ist in Abb. 126 dargestellt; die sechs Nebensymmetrieebenen sind schraffiert hervorgehoben, die Hauptsymmetrieebenen sind leergelassen.

In Stufe V sind sowohl alle neun Symmetrieebenen (Abb. 126) als auch sämtliche Deckachsen (Abb. 125) vorhanden; außerdem das Zentrum.

Was den Zonenverband im kubischen System anbelangt, so haben wir drei zueinander senkrechte, gleichwertige Zonen (Achsenzonen), deren Zonenachsen die $3 A^2$ bzw. $3 A^4$ sind. Ferner gibt es sechs primäre

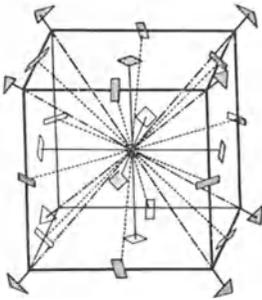


Abb. 125. $A^2 = \square$, $A^3 = \triangle$, $A^4 = \diamond$.

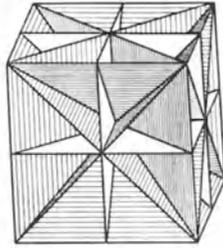


Abb. 126. Symmetrieebenen in Kubisch-Stufe V.

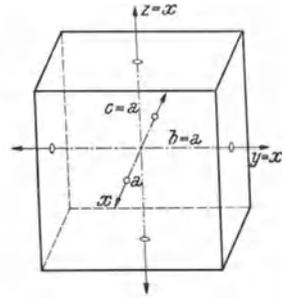


Abb. 128. Würfel (Hexaeder) mit eingezeichnetem Achsenkreuz.

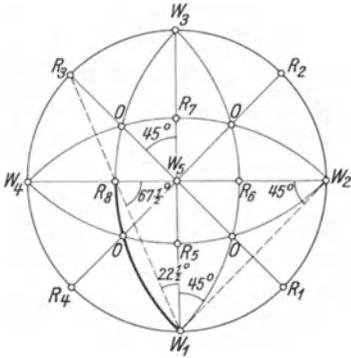


Abb. 127. Die Hauptzonen des kubischen Systems. W = Würfel, R = Rhombendodekaeder, O = Oktaeder.

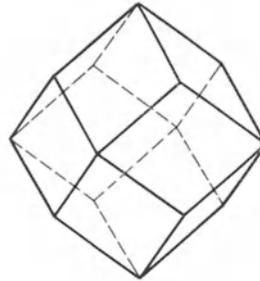


Abb. 129. Rhombendodekaeder.

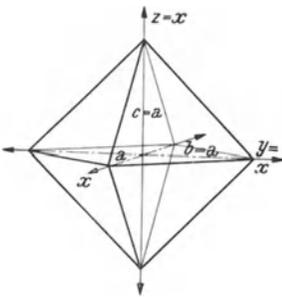


Abb. 130. Oktaeder mit eingezeichnetem Achsenkreuz.

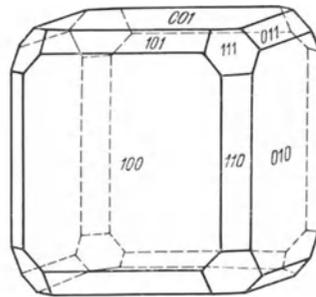


Abb. 131. Kombination von Würfel mit Rhombendodekaeder und Oktaeder.

Radialzonen diagonal unter 45° verlaufend (Zonenachsen in der Lage der $6 A^2$ von Stufe III und V), die unter sich wieder gleichwertig sind (s. Abb. 127).

Als kristallographische Achsen wählen wir die $3 A^2$ (bzw. $3 A^4$), d. s. die Richtungen der Würfelkanten (Abb. 128), wie wir schon (S. 93 u. 87) im Hinblick auf die MILLERSche Indizierung des Rhomboedrigen Systems angedeutet haben.

Demgemäß steht nicht nur — wie im tetragonalen System — die (110) unter 45° (wodurch $a = b$), sondern auch (101) und (011) liegen unter 45° gegen die z -Achse geneigt. Es sind somit auch alle drei Achsenabschnitte der primären Pyramide (111) gleich groß: $a, b = a, c = a$ (s. Abb. 130).

Ein Achsenverhältnis ist demnach nicht anzugeben; ebenso keine Winkel der kristallographischen Achsen, da diese sämtlich 90° sind.

Das Neunzonensystem bei kubischen Kristallen ist ein für allemal ein feststehendes Schema, das keiner Veränderung fähig ist.

Die Konstruktion der primären Radialzonen ist eine überaus einfache Angelegenheit (s. Abb. 127). Die zwei Radialzonen durch den Projektionsmittelpunkt sind von vornherein unter 45° festgelegt; die Flächenpole R im Grundkreis bedeuten somit die Form (110). Nun handelt es sich um die Eintragung der (101)- und (011)-Flächen, die symmetriebedingt mit den R -Flächen im Grundkreis gleichwertig sind, also in ihren Achsenzonen ebenfalls unter 45° liegen. Legen wir nun beispielsweise die Zone der x -Achse mit den Flächen (011) in den Grundkreis um, so kommt (s. Abb. 127) die Fläche R_8 natürlich nach R_3 in den Grundkreis zu liegen. Der Zentriwinkel $R_3W_5W_3$ ist also 45° , demnach sein Peripheriewinkel bei W_1 $22\frac{1}{2}^\circ$.

Nun ist sofort ersichtlich, daß das $\triangle R_8W_1W_2$ ein gleichschenkeliges ist mit dem Schenkel $W_1W_2 = r \sqrt{2}$; denn der Winkel bei R_8 ist $67\frac{1}{2}^\circ$ (komplementär zu $22\frac{1}{2}^\circ$) und der Winkel bei W_1 ist $22\frac{1}{2}^\circ + 45^\circ$, also ebenfalls $67\frac{1}{2}^\circ$. Die Konstruktion der Zonenbogen der primären Radialzonen im Neunzonensystem kubischer Kristalle erfordert mithin nur das Einsetzen des Zirkels mit dem Radius $r \sqrt{2}$ in die vier Würfelflächenpositionen des Grundkreises.

Kristallformen im kubischen System.

Stufe V. In *allen* Stufen des kubischen Systems gibt es *nur geschlossene* Körperformen. Zunächst die drei primären Flächenformen:

1. Der *Würfel* oder das *Hexaeder* (= Sechsfächner) (100), Abb. 128, sechsfächig, bestehend aus drei Paaren von Endflächen, die hier vermöge der Gleichwertigkeit der drei Achsen ebenfalls gleichwertig sind. Der Würfel ist eine häufig vorkommende Kristallform bei tesserale Kristallen (Bleiglanz, Fluorit, Steinsalz).

2. Das *Rhombendodekaeder* (= Rhombenzwölfflächner) (Abb. 129), bestehend aus zwölf gleichwertigen Flächen, die Rhomben sind, und deren jede einer Kristallachse parallel ist, die beiden anderen aber im gleichen Abstand schneidet: primäre Prismenformen, wobei aufrechtes, Quer- und Längsprisma einander gleichwertig sind; daher die allgemeine

Bezeichnung als (110). Man erhält die Form, wenn man jede der zwölf Würfelkanten durch eine Fläche unter 45° Neigung gegen die betreffenden Würfel­flächen abstumpft. Das Rhombendodekaeder tritt für sich allein am Granat auf, wurde daher auch „Granatoeder“ genannt; weitere Beispiele sind Magnetit und Rotkupfererz.

3. Die Pyramidenform (111), das *Oktaeder* (= Achtflächner) (Abb. 130), eine vierseitige Doppelpyramide, bestehend aus acht gleichwertigen Flächen, die gleichseitige Dreiecke sind, deren jede auf den drei Kristallachsen gleiche Abschnitte liefert. Die Form entsteht, wenn die acht Ecken des Würfels gleichmäßig abgestumpft werden. Magnetit, Spinell, Gold kristallisieren häufig in Oktaederform.

Abb. 131 zeigt eine Kombination von Würfel, Rhombendodekaeder und Oktaeder; an Abb. 132 sieht man die Kanten des Oktaeders durch Rhombendodekaederflächen abgestumpft.

4. Als abgeleitete Pyramidenform ($hk0$) der *Pyramidenwürfel* oder das *Tetrakishexaeder* (= Viermal-Sechsfächner) (Abb. 133), ein Vierundzwanzigflächner. Die Form sieht so aus, als ob auf jede Würfel­fläche eine vierseitige Pyramide aufgesetzt wäre. Die Neigungswinkel gegenüber den kristallographischen Achsen sind naturgemäß von 45° abweichend. Die Rhombendodekaederflächen (unter 45°) stellen gewissermaßen jenen Grenzfall dar, wo zwei Tetrakishexaederflächen in *eine* Ebene zusammenfallen würden.

Und nun die abgeleiteten Pyramidenformen:

5. Das *Ikositetraeder* (= Vierundzwanzigflächner) (hkk), wobei $h > k$ (Abb. 134), ebenfalls ein Vierundzwanzigflächner, bestehend aus 24 kongruenten Deltoiden. Das „Deltoidikositetraeder“ kommt als selbständige Form am Granat und Analcim vor.

6. Das *Triakisoktaeder* (= Dreimal-Achtflächner) (hkk), wieder $h > k$ (Abb. 135), dessen 24 Flächen gleichschenkelige Dreiecke darstellen. Diese Form kommt hauptsächlich nur in Kombination mit anderen Flächen (Würfel) vor, so z. B. am Fluorit, Bleiglanz.

Sowohl das Ikositetraeder als auch das Triakisoktaeder sind Pyramiden­flächen von spezieller Lage, indem sie jeweils nach zwei Seiten hin gleiche Achsenabschnitte liefern und nur auf der dritten Achse einen davon verschiedenen Abstand ergeben.

Man kann sich diese Formen entstanden denken, indem auf der Oktaederfläche ein dreiseitiger Pyramidenaufbau vorgenommen wird, entweder mit den drei Kanten zu den Eckpunkten (Triakisoktaeder) oder gegen die drei Kanten des Oktaeders ausstrahlend, wodurch letztere gebrochen erscheinen (Ikositetraeder). An Kombinationen verschiedener Flächenformen erkennt man die beiden letztgenannten Formen am einfachsten an ihrem charakteristischen Kantenverlauf (s. Abb. 136 und 137, in Kombination mit dem Würfel).

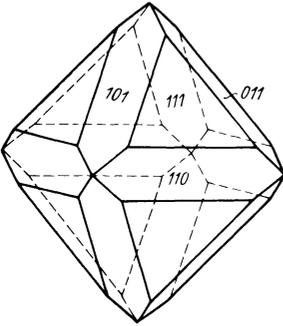


Abb. 132. Oktaeder mit Rhombendodekaeder.

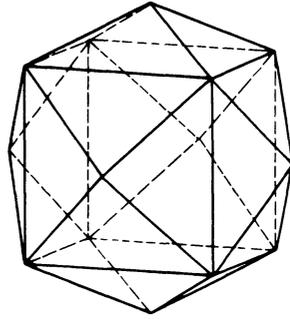


Abb. 133. Pyramidenwürfel (Tetrakis hexaeder).

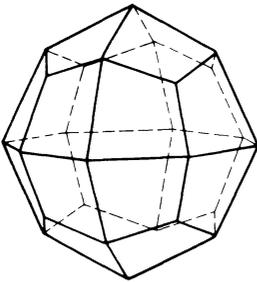


Abb. 134. Ikositetraeder.

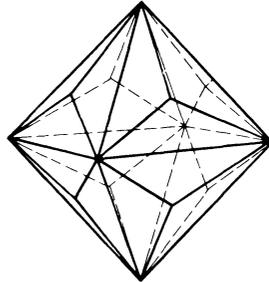


Abb. 135. Triakisoktaeder.

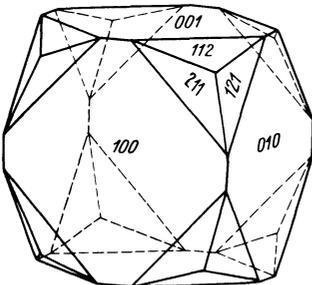


Abb. 136. Würfel mit Ikositetraeder.

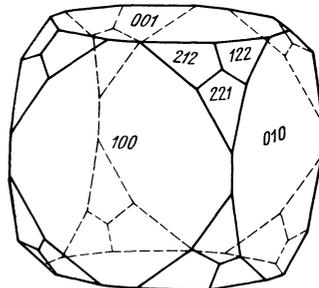


Abb. 137. Würfel mit Triakisoktaeder.

Wird die Lage der Oktaederfläche durch einen dreiseitigen Flächen-
aufbau ersetzt, wobei die Y-Form der Kanten entsteht (gegen die Oktaeder-
spitze zu liegt also Fläche!), dann handelt es sich um das Ikositetraeder
(vgl. Abb. 134); ist der Kantenverlauf umgekehrt, so daß in der
Richtung nach den Oktaederecken je eine Kante läuft, so liegt das
Triakisoktaeder vor (vgl. Abb. 135).

Nun gibt es schließlich noch eine 48flächige Form:

7. Als Pyramidenform allgemeinsten Lage (hkl) das *Hexakisoktaeder*
(= Sechsmal-Achtflächner) (Abb. 138), aus 48 ungleichseitigen Drei-
ecken bestehend. Der Aufbau ist analog dem des Triakisoktaeders, nur
kommt an Stelle einer dreiseitigen Pyramide hier ein sechsflächiger
pyramidaler Aufbau auf jeder Oktaederfläche zustande. Am Fluorit
kommt die Form für sich allein vor.

Die Stufe V des kubischen Systems ist nach der allgemeinsten Form
als *hexakisoktaedrische* Klasse zu benennen (GROTH).

Abb. 139 stellt einen natürlichen Bleiglanzkristall dar, mit neben-
stehendem Kristallmodell: Wir bemerken die Würfel-, Oktaeder- und
Rhombendodekaederflächen, ferner noch Flächen eines Triakisoktaeders.

Abb. 140 zeigt einen Granatkristall, vorherrschend das Rhombendodeka-
eder, dessen Kanten durch Flächen eines Ikositetraeders abgestumpft sind.

Diese Kombination wollen wir jetzt in stereographischer Projektion
darstellen (s. Abb. 141).

Das an sich feststehende Neunzonensystem der kubischen Kristalle
liefert auch sofort die Position der Rhombendodekaederflächen. Die
Ikositetraederflächen liegen in ihrem vorbestimmten Zonenwinkel um
die Position der Oktaederfläche gruppiert, jeweils in einem Zonenstück
zwischen Oktaeder und einer Würfelfläche.

Das hier auftretende Ikositetraeder ist jenes, welches die Kanten des
Rhombendodekaeders *gerade* abstumpft, also durch Addition der Indices
der benachbarten Rhombendodekaederflächen zu bestimmen ist (s. S. 85).
Es erhält demnach die Indices (211), und zwar bzw. 211, 121, 112.

Die mindersymmetrischen Klassen des kubischen Systems mit ihren
auftretenden Flächenformen können wir am besten in beigegebener
Tab. 2 überblicken.

Auf der linken Seite sind die Symmetrieelemente für die einzelnen
Klassen verzeichnet. Die Tabelle gibt Aufschluß darüber, welche Formen
in den betreffenden Klassen erhalten geblieben sind und welche in einer
*Hemiedrie*¹ bzw. *Tetartoedrie* auftreten, d. h. als Halbflächner oder
Viertelflächner.

Außerdem ist für alle Symmetriestufen die Flächensymmetrie der
einzelnen Formen angegeben.

¹ Siehe S. 63: rhombisch-Stufe III.

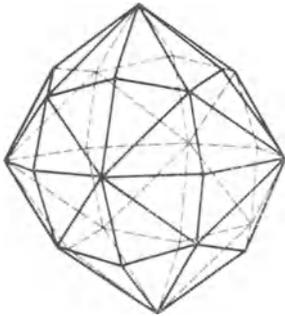


Abb. 138. Hexakisoktaeder.

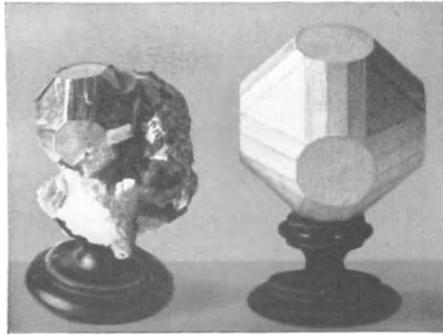


Abb. 139. Bleiglanz von Neudorf mit gleichartigem Kristallmodell (nach H. MICHEL).

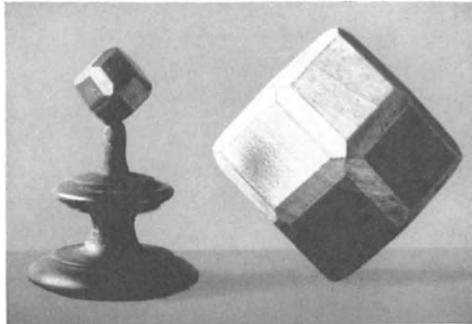


Abb. 140. Granat mit gleichartigem Kristallmodell (nach H. MICHEL).

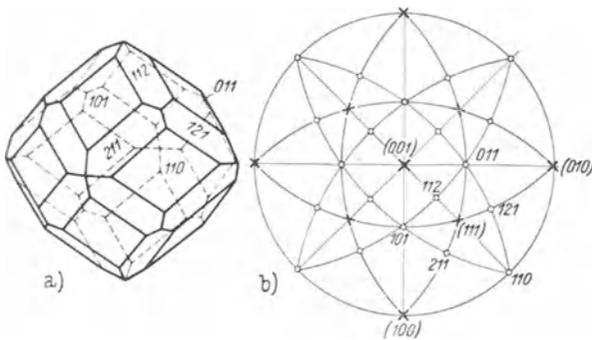


Abb. 141. Granatkristall. a) Parallelperspektive; b) stereographische Projektion.

Tabelle 2. Kubische Kristallformen.

Stufe	Symm.-Elemente	(100)	(110)	(111)	(h k 0)	(h k k) ¹	(h h k) ¹	(h k l)
V	$3 A^4, 4 A^3,$ $6 A^2, 3 E_h,$ $6 E_n, Z$	Hexaeder <i>tetrasymmetr.</i>	Rhomben- dodekaeder <i>disymmetr.</i>	Oktaeder <i>trisympmetr.</i>	Tetrakis- hexaeder <i>monosymmetr.</i>	Ikosi- tetraeder <i>monosymmetr.</i>	Triakis- oktaeder <i>monosymmetr.</i>	Hexakis- oktaeder <i>asymmetr.</i>
IV	$3 A^2, 4 \uparrow A^3,$ $6 E_n$	Hexaeder <i>disymmetr.</i>	Rhomben- dodekaeder <i>monosymmetr.</i>	Tetraeder <i>trisympmetr.</i>	Tetrakis- hexaeder <i>asymmetr.</i>	Trigon- dodekaeder <i>monosymmetr.</i>	Deltoid- dodekaeder <i>monosymmetr.</i>	Hexakis- tetraeder <i>asymmetr.</i>
III	$3 A^4, 4 A^3,$ $6 A^2$	Hexaeder <i>tetrametrisch</i>	Rhomben- dodekaeder <i>dimetrisch</i>	Oktaeder <i>trimetrisch</i>	Tetrakis- hexaeder <i>asymmetr.</i>	Ikosi- tetraeder <i>asymmetr.</i>	Triakis- oktaeder <i>asymmetr.</i>	Gyroeder <i>asymmetr.</i>
II	$3 A^2, 4 A^3,$ $3 E_h, Z$	Hexaeder <i>disymmetr.</i>	Rhomben- dodekaeder <i>monosymmetr.</i>	Oktaeder <i>trimetrisch</i>	Pentagon- dodekaeder <i>monosymmetr.</i>	Ikosi- tetraeder <i>asymmetr.</i>	Triakis- oktaeder <i>asymmetr.</i>	Dyakis- dodekaeder <i>asymmetr.</i>
I	$3 A^2, 4 \uparrow A^3$	Hexaeder <i>dimetrisch</i>	Rhomben- dodekaeder <i>asymmetr.</i>	Tetraeder <i>trimetrisch</i>	Pentagon- dodekaeder <i>asymmetr.</i>	Trigon- dodekaeder <i>asymmetr.</i>	Deltoid- dodekaeder <i>asymmetr.</i>	Tetartoeder <i>asymmetr.</i>

¹ Wobei $h > k$.

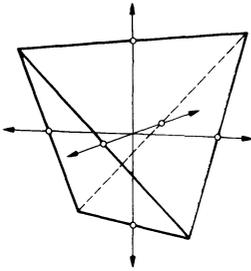


Abb. 142. Tetraeder in positiver Stellung.

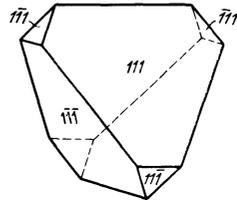
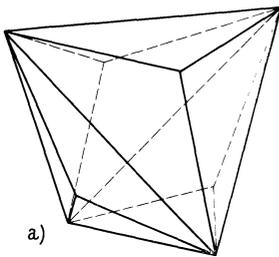
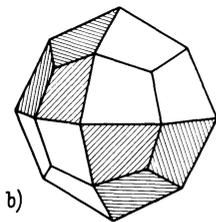


Abb. 143. Positives Tetraeder in Kombination mit negativem Tetraeder.

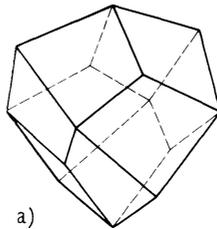


a)

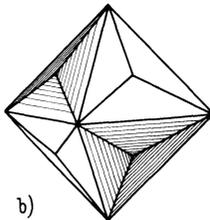


b)

Abb. 144. Trigonododekaeder (a) als Halbform des Icositetraeders (b).

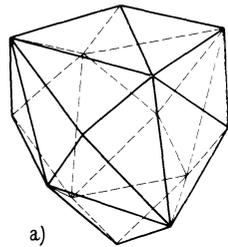


a)

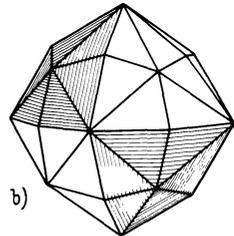


b)

Abb. 145. Deltoiddodekaeder (a) als Halbform des Triakisoktaeders (b).



a)



b)

Abb. 146. Hexakistetraeder (a) als Halbform des Hexakisoktaeders (b).

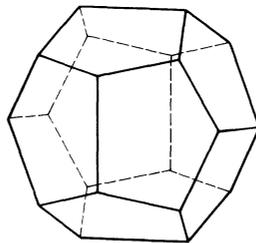


Abb. 147. Pentagondodekaeder in positiver Stellung.

Zunächst fällt uns auf, daß in der Stufe IV und I statt des Oktaeders als hemiedrische (halbflächige) Form die *Tetraeder* (= Vierflächner) in positiver oder negativer Stellung auftreten. Abb. 142 zeigt ein Tetraeder in positiver Stellung, Abb. 143 ist eine Kombination von positivem und negativem Tetraeder. In den beiden Klassen mit tetraedrischem Bautypus (I und IV) treten uns ferner an Stelle der Ikositetraeder und Triakisoktaederflächen (die auf der Oktaederfläche aufbauen) entsprechende Aufbauformen auf den Tetraederflächen entgegen: das *Trigondodekaeder* (= Dreieck-Zwölflächner) oder *Triakistetraeder* (= Dreimal-Vierflächner) (an Stelle der Ikositetraeder) und das *Deltoiddodekaeder* (= Deltoid-Zwölflächner) (an Stelle des Triakisoktaeders). Die Abb. 144 und 145 (a und b) zeigen ihre Entstehung als Halbformen der entsprechenden holoedrischen Gestalten.

Auf folgenden Umstand möge hier noch ausdrücklich aufmerksam gemacht werden.

In Stufe IV ist die Würfelächsennormale nur eine zweizählige Deckachse. Es wäre demgemäß zu erwarten, daß der Pyramidenwürfel der Stufe V jetzt zu einem zweiflächigen Dach über jeder Würfeläche reduziert würde. Wir sehen aber, daß das vierflächige Dach des Tetrakishexaeders erhalten bleibt, und zwar infolge der Wirksamkeit der diagonal verlaufenden sechs Nebensymmetrieebenen.

In Stufe II und I hingegen, wo ebenfalls die zweizählige Deckachse in der Würfelächsennormalen herrscht, ist aus dem Pyramidenwürfel tatsächlich die Halbform — das *Pentagondodekaeder* (= Fünfeck-Zwölflächner) in positiver oder negativer Stellung — entstanden (Abb. 147); denn hier fehlen die 6 E_n (in Stufe II sind nur die drei Hauptsymmetrieebenen vorhanden, die die Form des Pentagondodekaeders dort monosymmetrisch machen).

Daß in der Stufe II trotz der $3A^2$ (wie in Stufe IV und I) doch das Oktaeder statt des Tetraeders auftritt, ist durch das Symmetriezentrum bedingt; natürlich treten dann auch Ikositetraeder und Triakisoktaeder auf.

Die letzte Vertikalreihe rechts enthält die Körperformen der Flächen allgemeinsten Lage verzeichnet, die in jeder Klasse naturgemäß eine eigene Form ergeben; nach dieser ist dann die betreffende Symmetrieklasse (nach GROTH) benannt.

So haben wir in Stufe IV ein *Hexakistetraeder* (= Sechsmal-Vierflächner) als Halbform des Hexakisoktaeders der Stufe V, s. Abb. 146.

In Stufe III sind es die enantiomorphen Gestalten des *Pentagon-Ikositetraeders* (= Fünfeck-Vierundzwanzigflächner) oder kurz *Gyroeders* („Schraubenflächner“), so genannt wegen der eigentümlich verdrehten Lage der Flächen, s. Abb. 148.

In Stufe II ist es das *Dyakisdodekaeder* (= Zweimal-Zwölflächner), wieder eine Hemiedrie des Hexakisoktaeders (s. Abb. 149 a und b).

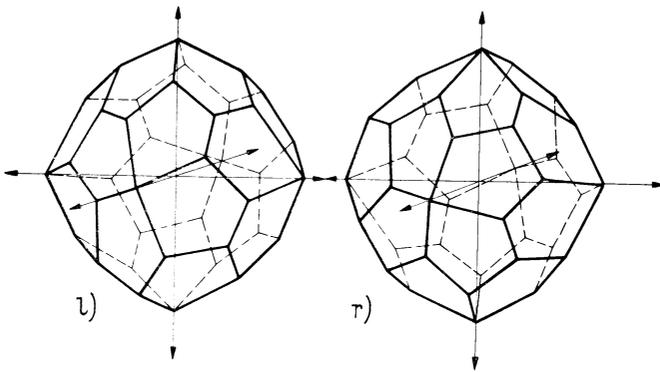


Abb. 148. Linkes (*l*) und rechtes (*r*) Gyroeder.

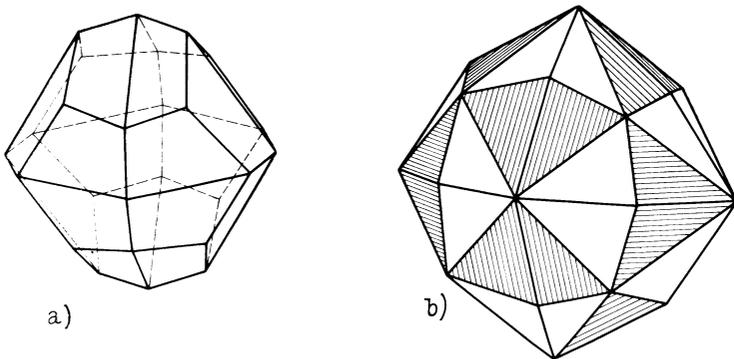


Abb. 149. Dyakisidodekaeder als Halbform des Hexakisoktaeders. a) Dyakisidodekaeder in positiver Stellung; b) Hexakisoktaeder.

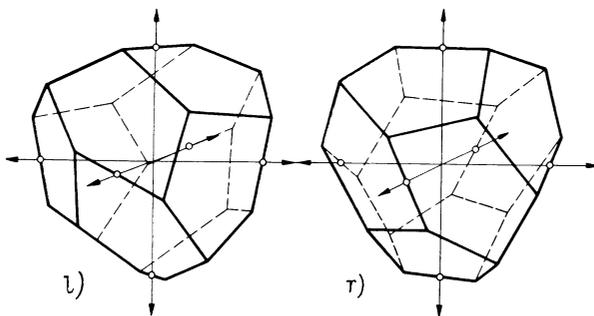


Abb. 150. Linkes (*l*) und rechtes (*r*) positives Tetartoeeder.

In der Stufe I sind es wieder enantiomorphe Gestalten von linken und rechten *tetraedrischen Pentagondodekaedern* (kurz „Tetartoeder“, d. i. Viertelflächner, genannt) von viererlei Art; s. Abb. 150 (*positive* Formen).

Die Abb. 151 gibt für die einzelnen kubischen Klassen die Schemata der in den Hauptzonen liegenden Flächenarten.

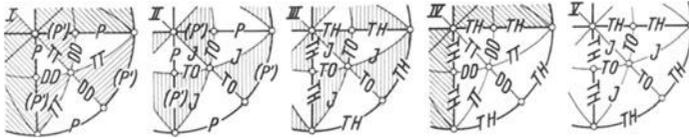


Abb. 151. Die in den Hauptzonen *kubischer* Kristalle liegenden Flächenarten. I bis V = „Stufen“ der Symmetrie; P, (P') = Pentagondodekaeder; TT = Triakistetraeder; TH = Tetrakishexaeder; DD = Deltoiddodekaeder; J = Ikositetraeder; TO = Triakisoktaeder.

Beispiele für die einzelnen Symmetrieklassen:

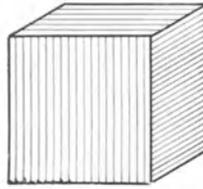
Stufe V (hexakisoktaedrische Klasse). Für diese Symmetrieklasse haben wir schon gelegentlich der Besprechung der einfachen Formen der holoedrischen Klasse genügend Minerale als Beispiele angeführt.

Stufe IV (hexakis tetraedrische Klasse). Die Minerale Zinkblende und Fahlerz kristallisieren in dieser tetraedrischen Hemiedrie.

Stufe III (gyroedrische Klasse). Hier ist als Beispiel der Salmiak zu nennen.



a)



b)

Abb. 152. Pyritwürfel mit Riefen. a) natürlicher Kristall von Tavistok; b) schematische Darstellung.

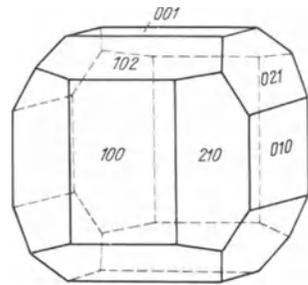


Abb. 153. Kombination von Würfel mit positivem Pentagondodekaeder.

Als Beispiel für *Stufe II (dyakisdodekaedrische Klasse)* ist in Abb. 152 a ein Pyritkristall wiedergegeben, der auf den Würfelflächen deutlich eine Riefung erkennen läßt. Dieses Mineral kristallisiert häufig auch in Pentagondodekaedern, so daß diese Kristallform — die geometrisch *kein* reguläres Pentagondodekaeder¹ ist — geradezu als „Pyritoeder“ bezeichnet wird.

¹ Ein geometrisch reguläres Pentagondodekaeder mit zwölf regelmäßigen Fünfecken besitzt ja fünfzählige Deckachsen, die kristallographisch unmöglich sind (vgl. Abschnitt IV b); die kristallographischen Pentagondodekaeder der Stufe II haben nur monosymmetrische Fünfecke.

Wenn aber am Pyrit die Würfelform zur Ausbildung gelangt, beobachtet man nicht selten eine Riefung dieser Würfelflächen (s. die schematische Zeichnung, Abb. 152 b), wodurch der Verlust der Vierzähligkeit in der Würfelflächennormalen klar erkennbar wird. Man kann dann eben nur noch eine *zweizählige* Deckachse senkrecht zur Würfelfläche hindurchlegen.

Diese Riefung ist als „Kombinationsriefung“ aufzufassen, indem die Würfelflächen in Kombination mit nur angedeuteten Pentagondodekaederflächen gewachsen sind und so zu der vielfach wiederholten Kombinationskante führten. Abb. 153 zeigt zur Erläuterung die Kombination von Würfeln mit einem positiven Pentagondodekaeder.

Für *Stufe I (tetartoedrische Klasse)* sei als Beispiel das Natriumchlorat genannt.

VIII. Zwillingsbildungen.

Bisher haben wir Kristalle lediglich als Einzelindividuen betrachtet. In der Natur treten sie aber meist nicht vereinzelt, sondern vergesellschaftet auf. Solange das Nebeneinandervorkommen in Drusen und Gruppen mit allen Arten gelegentlicher Verwachsungen nur als Zufallsprodukt anzusehen ist, braucht es uns hier nicht weiter beschäftigen.

Nun gibt es allerdings auch gesetzmäßige Arten von Verwachsungen, beispielsweise Parallelverwachsungen, „Kristallstöcke“, sowie halborientierte Kristallgebilde (wie „gedrehte Quarzstöcke“) u. dgl., die eine geregelte Vergesellschaftung von Einzelindividuen bedeuten.

Auch diese sollen hier nicht Gegenstand unserer Betrachtungen sein, da sich diese Art orientierter Verwachsungen immerhin rein äußerlich ohne weiteres beschreiben und verstehen läßt.

Uns sollen vielmehr jene Gebilde hier beschäftigen, die man unter dem Begriff „*Zwillinge*“ zusammenfaßt. Die Grundgesetze ihrer Bauart mögen hier noch kurz behandelt werden.

a) Zwillingsgesetze.

Nach NIGGLI (NI, S. 176) versteht man unter „Zwillingen“ zwei gleichwertige Kristallindividuen, die nicht alle, sondern nur einen Teil der Elemente (mindestens zwei voneinander unabhängige) der Richtung oder Gegenrichtung nach gemeinsam haben. Das heißt, *mindestens eine Kristallfläche* der beiden Einzelindividuen muß *gemeinsam* (bzw. parallel) sein und außerdem *wenigstens eine gleiche Kantenrichtung* (Zonenachse); vgl. TSCHERMAKS Lehrbuch der Mineralogie, 8. Aufl., S. 95.

Demgemäß können drei Arten von Zwillingsgesetzen unterschieden werden, wobei die ersten zwei hauptsächlich in Betracht kommen.

1. Betrachten wir den Gipszwilling, Abb. 154. Es ist hier ein einfacher Kristall dieses monoklinen Minerals und eine Zwillingbildung nebeneinandergestellt (a und b). Man erkennt ohne weiteres, daß das zweite Teilindividuum (in der Zeichnung schraffiert) zum Ausgangsindividuum symmetrisch liegt in bezug auf eine Ebene, die der Kristallfläche (100) entspricht. Solche Zwillingbildungen, wo man die Stellung des zweiten Teilindividuums durch Spiegelung an einer Ebene (die einer möglichen, und zwar meist einfach indizierten Kristallfläche entspricht) erreichen kann, bezeichnen wir als „*Ebenenzwilling*“ (Zwillingebengesetz nach NIGGLI). Naturgemäß darf diese Ebene — wir nennen sie „Zwillingsebene“

— nicht schon von Haus aus eine Symmetrieebene des Einzelkristalls sein.¹

Ebenenzwillinge zeigen somit die Gemeinsamkeit *einer* Fläche und sämtlicher in ihr liegender Kanten (d. h. Zonenachsen).

2. Eine andere Art von Zwilling ist der „*Achsenzwilling*“. In Abb. 155 ist ein häufig vorkommender Zwilling des Orthoklases dargestellt, der sog. „*Karlsbader Zwilling*“. Die Zwillingstellung des zweiten (schraffiert gezeichneten) Teilindividuums² kann dadurch erreicht werden, daß das Ausgangsindividuum um die Zonenachse der aufrechten Zone um 180° gedreht wird und so in eine hemitrope Lage gelangt (*Zonenachsengesetz* nach TSCHERMAK). Eine Zonenachse fungiert also als *Achse der Hemitropie*; sie heißt „Zwillingsachse“. Natürlich darf sie nicht selbst schon zweizählige bzw. paarzählige Deckachse sein.

Demgemäß besitzt ein solcher Zwilling die Gemeinsamkeit *einer* Zone (es ist dies die Zone der Zwillingsachse); sämtliche in dieser gemeinsamen Zone liegenden Flächen der beiden Teilindividuen sind zueinander parallel.

3. Nun gibt es noch eine Art von Zwillingen, wie sie beispielsweise beim Glimmer vorkommen (s. Abb. 156a). Auch hier gibt es eine gemeinsame Zone (es ist die Zone *com*, die beide monoklinen Teilkristalle umschließt); aber die Zonenachse (die Kante *c/o*) ist *nicht* Achse der Hemitropie.

¹ In solchem Falle wäre ja der Einling an und für sich schon symmetrisch gebaut in bezug auf diese Ebene und könnte daher keine symmetrische Zwillingstellung einnehmen.

² Die auf Grund der Zwillinglage entsprechenden Flächen des zweiten Teilindividuums sind in den Zeichnungen *unterstrichen* kenntlich gemacht.

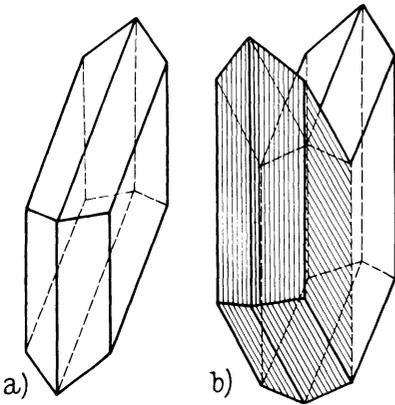


Abb. 154. Ebenenzwilling des Gipses.
a) Einzelkristall; b) Zwillingkristall.

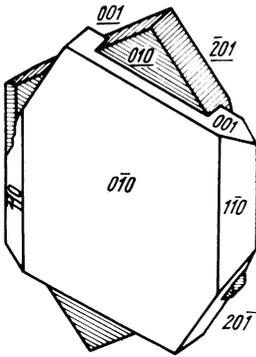


Abb. 155. Karlsbader Zwilling des Orthoklases (Achsenzwilling).

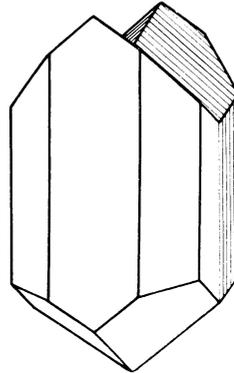


Abb. 157. Augit-Zwilling nach (100).

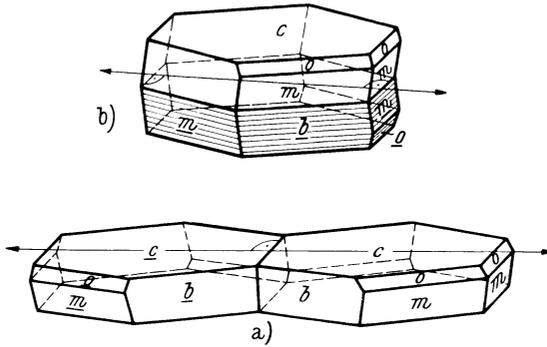


Abb. 156. Kantennormalgesetz beim Glimmer (nach G. TSCHERMAK). a) nebeneinander gelegt; b) in der üblichen Ausbildungsform.

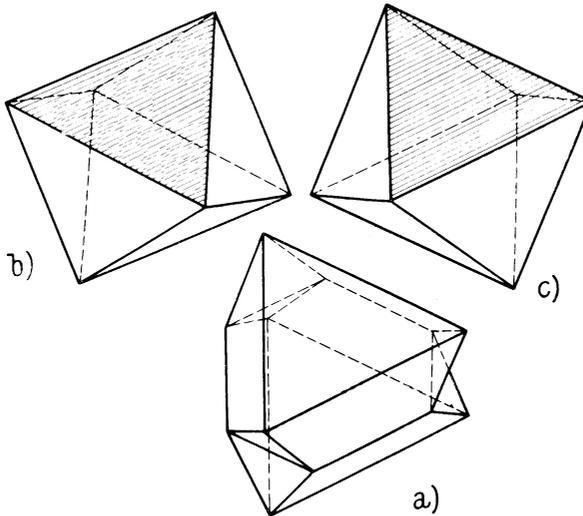


Abb. 158. Oktaeder-Zwilling (a); b) und c) zwei Oktaeder in Zwillingsstellung. b) Entspricht der unteren Hälfte von a) und c) der oben liegenden Hälfte von a). (Zwillingssebene schraffiert.)

Infolgedessen liegen hier, im Gegensatz zu den Verhältnissen beim Achsengesetz (s. Punkt 2), die Flächen dieser gemeinsamen Zone in ihrer Gesamtheit nicht mehr parallel, sondern nur eine *einzig*e Fläche (es ist in unserem Fall die Basisfläche c) erscheint gemeinsam bzw. in paralleler Lage.

Die Überführung in die so gekennzeichnete Zwillingstellung mit der Gemeinsamkeit einer in der gegebenen Zone liegenden Fläche wird durch das sog. *Kantennormalgesetz* TSCHERMAKS erreicht:

Der Ausgangskristall müßte um eine in jener gemeinsamen Fläche c liegende Linie, die senkrecht zu der Kante c/o ist, um 180° gedreht werden. Diese Linie wirkt als Achse der Hemitropie; sie ist aber keine rationale Kantenrichtung. Es kann also die Drehung um diese rein geometrische Hilfslinie nicht etwa als Wirksamkeit nach Art eines Achsenzwillings aufgefaßt werden.

Meist sind die Teilkristalle nicht (wie in Abb. 156 a) nebeneinanderliegend an der zur Hemitropieachse senkrechten Ebene — die übrigens keiner rationalen Fläche entspricht — verwachsen, sondern liegen in gleichartiger Lage übereinander (Abb. 156 b).¹

Schließlich kennt man noch den Begriff der sog. „Heterozwillinge“, die nur mehr die Gemeinsamkeit zweier *ungleichwertiger* Zonen aufweisen. Auch hier ist eine einfache Fläche der Teilkristalle parallel gestellt, und gewisse Zonenrichtungen, die nicht gleichartig sein müssen, fallen zusammen (beim Glimmer war es noch die Gemeinsamkeit einer *gleichen* Zone!). Am *Hydrargillit* wurde von BRÖGGER eine solche Zwillingbildung beschrieben; TSCHERMAK formulierte die Bauart solcher Zwillinge als „Mediangesetz“. Die Deutung dieser Gebilde erscheint aber einigermaßen zweifelhaft, da sie innerhalb der unvermeidlichen Messungsfehler auch einfacher zu erklären wären.

Einige Beispiele von Ebenenzwillingen, die sehr häufig zu beobachten sind, seien hier noch angeführt:

Abb. 157 zeigt einen Augitzwilling (monoklin) nach der Fläche (100).

In Abb. 158 a ist ein Oktaederzwilling nach (111) dargestellt, und zur Erläuterung sind die beiden Einzelindividuen in b und c in Zwillingstellung wiedergegeben. Solche Zwillingbildungen kommen häufig beim Magnetit und Spinell vor.

Abb. 159 zeigt den „Manebacher Zwilling“ des Orthoklases nach der Basis (001); Abb. 160 stellt den „Bavenoer Zwilling“ desselben Minerals vor, Zwillingsebene ein Längsprisma (021).

Abb. 161 stellt einen Zwilling des tetragonalen Zinnsteines dar (Zwillingsebene die verwendete Doppelpyramide), wie solche unter dem Namen „Visiergrauen“ bekannt sind.

¹ Näheres über Zwillingsgesetze siehe die kritischen Betrachtungen von H. TERTSCH: Bemerkungen zur Frage der Verbreitung und zur Geometrie der Zwillingbildungen. Z. Kristallogr. 94, 461—490 (1936).

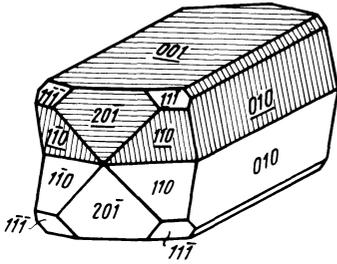


Abb. 159. Manebacher Zwilling des Orthoklases.

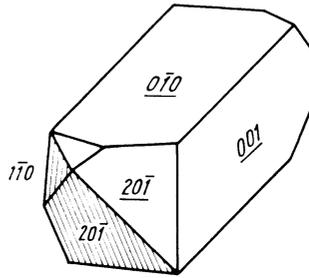


Abb. 160. Bavenoer Zwilling des Orthoklases.

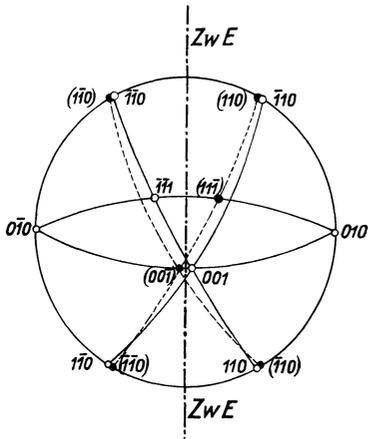


Abb. 162. Albit-Gesetz (Ebenenzwilling).

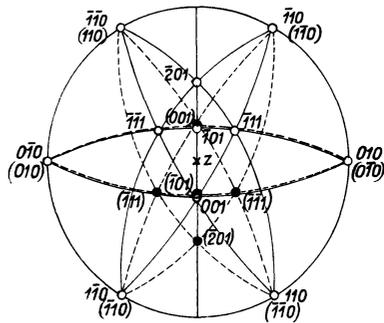


Abb. 163. Karlsbader-Gesetz (Achsenzwilling).

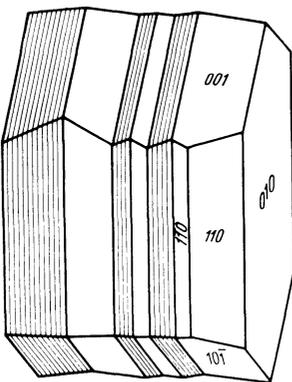


Abb. 164. Zwillingsstock des Albits.

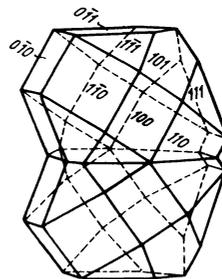


Abb. 161. „Visiergruppen“-Zwilling des Zinnsteins.

b) Ausbildung der Zwillingkristalle.

In allen diesen Fällen ist die Zwillingsebene nicht nur ein geometrischer Begriff, der den Zweck hat, die Herbeiführung der Zwillinglage zu bewerkstelligen, sondern sie ist hier gleichzeitig *Verwachsungsebene*; man spricht in diesen Fällen von „*Berührungszwillingen*“. Doch hat Verwachsungsebene an sich mit Zwillingsebene nichts zu tun. Die Verwachsung kann auch in durchaus anderer Weise erfolgen.

Betrachten wir beispielsweise nochmals den Karlsbader Zwillings des Orthoklases (Abb. 155). Wir hatten ihn oben als einen Achsenzwilling beschrieben. Doch könnte er ebensogut auch als Ebenenzwilling aufgefaßt werden, in der gleichen Weise wie der Gipszwilling: Zwillings nach (100). Nur sind die Teilkristalle des Karlsbader Zwillingen nicht nach dieser Zwillingsebene verwachsen, sondern durchdringen sich in unregelmäßiger Abgrenzung gegeneinander.

Immer, wenn dem Einzelkristall ein Symmetriezentrum zukommt, kann jeder Achsenzwilling auch als Ebenenzwilling senkrecht zur Zonenachse gedeutet werden; denn von den drei Symmetrieelementen Z , A^2 , E bedingen je zwei automatisch das dritte. So könnte also unser Karlsbader Zwillings auch als Ebenenzwilling nach einer horizontalen Ebene aufgefaßt werden, wobei nun allerdings die sog. „Zwillingsebene“ keine kristallographisch mögliche Fläche in dem vorliegenden monoklinen System wäre.¹

Es wird in der Praxis mehr eine Frage der Anschaulichkeit sein, welches Gesetz zur Beschreibung solcher Zwillingbildungen herangezogen wird. Symmetrisch ausgebildete Zwillingformen wird man vor allem als Ebenenzwillinge darstellen. Durchwachsungen, wie beim Karlsbader Gesetz, wird man — wenn die Wahl unter mehreren Möglichkeiten freisteht — lieber als Achsenzwilling beschreiben.

Als Beispiel sei ein Ebenenzwilling und ein Achsenzwilling noch in stereographischer Projektion wiedergegeben.

Als Ebenenzwilling wählen wir den Albitzwilling nach (010), als Achsenzwilling den Karlsbader Zwillings des Orthoklases.

Abb. 162 zeigt in stereographischer Darstellung die Hauptflächen eines Albitkristalls (triklin), und die symmetrische Lage des Zwillingindividuums in bezug auf die strichpunktiert eingetragene, zyklographische Spur² der Zwillingsebene (parallel 010).

Abb. 163 zeigt die hemitrope Anordnung der Flächenpole nach dem Karlsbader Gesetz beim monoklinen Orthoklas.

¹ Schließlich würde er sich — wenn (100) als Zwillingsebene aufgefaßt wird — auch als hemitroper Zwillings nach der Flächennormale von (100) beschreiben lassen, die jetzt wieder allerdings keine rationale Richtung ist (TSCHERMAKS „Flächennormalgesetz“).

² Eine Ebene als *Schnittkreis* mit der Projektionskugel dargestellt, wird als „zyklographische“ Projektion bezeichnet.

Abb. 164 stellt einen Wiederholungszwilling von Albit nach (010) dar, der solcherart zu einem sog. *Zwillingsstock* (polysynthetischen Zwilling) führt.

Wiederholungszwillinge bildet auch der rhombische Aragonit mit (110) als Zwillingsebene. Abb. 165a zeigt die Ausbildung als *Zwillingsstock*, indem immer die gleiche aufrechte Prismenfläche $\bar{1}10$ (oder aber 110)

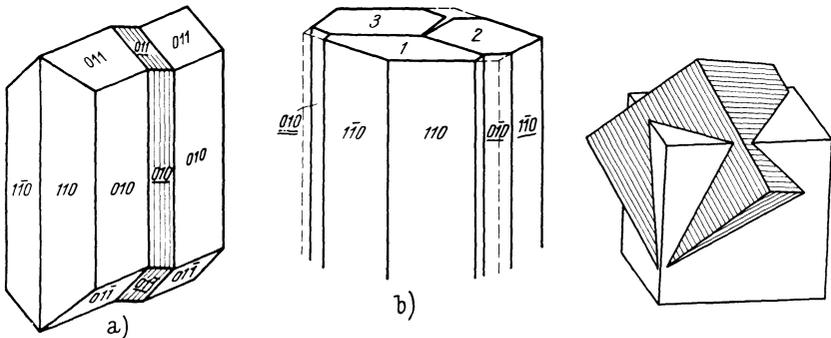


Abb. 165. Wiederholungszwillinge des Aragonits. a) *Zwillingsstock*; b) *Wendezwilling*.

Abb. 168. *Durchdringungszwilling* des Flußspats, nach (111).

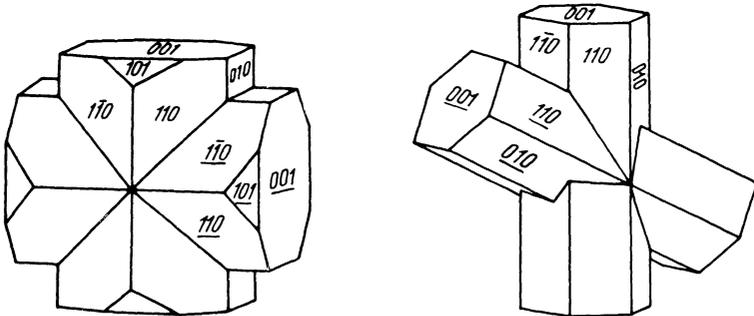


Abb. 166. *Staurolith-Zwilling* nach (032) (*Durchkreuzungszwilling*).

Abb. 167. *Durchkreuzungszwilling* des *Staurolith* nach (232).

als Zwillingsebene fungiert. Geschieht die wiederholte *Zwillingsbildung* nach beiden Ebenen 110 und $\bar{1}10$, dann entsteht ein sog. *Wendezwilling*, s. Abb. 165b. Die durch *Zusammentreten* von drei Individuen noch verbleibende Lücke dieses *Drillings* wird noch durch ein viertes Individuum — oder durch *Weiterwachsen* eines der drei ersten — ausgefüllt, so daß hier infolge der besonderen Winkelverhältnisse (Prismenwinkel angenähert 120°) ein pseudohexagonales Gebilde entsteht.

Die Abb. 166 und 167 stellen „*Durchkreuzungszwillinge*“ am rhombischen *Staurolith* dar; eine angenähert rechtwinkelige *Durchkreuzung* wird durch *Verzwilligung* nach dem Längsprisma (032) erreicht (Abb. 166);

die schiefe Durchkreuzung kommt durch Verzwillingung nach der Pyramidenfläche (232) zustande (Abb. 167).

Schließlich ist in Abb. 168 noch ein Durchdringungszwilling des kubischen Flußspates gezeigt, wo zwei Würfel symmetrisch nach der (111) einander durchwachsen.

IX. Die Raumgittervorstellung über den Feinbau der Kristalle.

a) Anfänge und Entwicklung der Theorien über die Kristallstruktur.

Die wunderbare Gesetzmäßigkeit, die äußerlich sichtbar im Bau der Kristallgestalten zum Ausdruck kommt, muß in seinem Innenbau — der Feinstruktur — seine letzte Ursache und Begründung haben.

Diese bereits vor eineinhalb Jahrhunderten aufgetauchte Vermutung hat in der Folgezeit die besten und scharfsinnigsten Forscher unseres Fachgebietes beschäftigt und so zu mannigfachen Lösungsversuchen geführt.

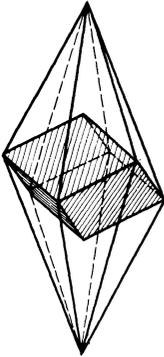


Abb. 169. Kalkspat-Skalenoeder mit eingezeichnetem Spaltungsrhomboeder.

Es war die Erscheinung der Spaltbarkeit der Kristalle, die den Gedanken nahelegte, daß diese Eigenschaft ihre Erklärung in der Feinstruktur, d. h. der Anordnung der kleinsten Bausteine des Kristalls haben müsse. Denn, führt man den Spaltungsvorgang immer weiter und weiter bis zu den letzten durch physikalische Mittel erreichbaren Grenzen durch, so kommt man zu der Annahme, daß auch der kleinste elementare Baustein die Form des Spaltungskörpers aufweisen müsse.

So schreibt C. F. G. H. WESTFELD¹ schon im Jahre 1767 mit Bezug auf die verschiedenen Ausbildungsformen (Trachttypen) der Kalkspatkristalle:

„Alle Spatkristalle lassen sich aus rautenförmigen Stücken zusammensetzen, oder vielmehr, die Natur setzt sie wirklich daraus zusammen; folglich ist die Hauptursache der Bildung bei allen die gleiche.“

Dann war es der Schwede TORBERN BERGMANN, der 1773 im Anschluß an die Beobachtung seines Schülers J. G. GAHN — dem es gelang, aus einem Kalkspatskalenoeder einen rhomboedrischen Kern herauszuschälen (vgl. Abb. 169) — die Vorstellung entwickelte, daß sämtliche noch so verschiedenartig ausgebildeten Kalkspatkristalle durchwegs durch Aufschichtung von rhomboedrischen Grundkörpern zu deuten seien. BERGMANN erläuterte seine Theorie durch Zeichnungen, darunter den Aufbau

¹ Mineralogische Abhandlungen, Stück 1, Göttingen und Gotha, 1767.

des gewöhnlichen Kalkspatskalenoeders aus lauter kongruenten, parallel aneinanderliegenden kleinsten Rhomboederchen (s. Abb. 170). Dasselbe weist er noch für eine Reihe anderer Minerale nach.

Die in der Folgezeit von R. J. HAÜY in einer Reihe von Abhandlungen¹ in umfassender Weise durchgearbeitete und mit allem Nachdruck verteidigte Theorie der „Dekreszenzen“² (s. Abb. 170 a) war also schon von T. BERGMANN klar und zutreffend entwickelt worden. Dessenungeachtet wird auch heute noch diese fundamentale Theorie über den Aufbau der Kristalle aus „integrierenden Molekeln“ als parallelepipedisch gebauten Teilchen, die den Raum lückenlos („kontinuierlich“) erfüllen, als HAÜYSche Theorie bezeichnet.

Aber diese Theorie war, obgleich sie schon den richtigen Kerngedanken enthält, in dieser Form nicht aufrechtzuerhalten. Eine Reihe physikalischer Tatsachen stand mit ihr in krassem Widerspruch. Schon die Kohäsions- und Elastizitätserscheinungen an Kristallen waren damit schwer

in Einklang zu bringen. Weiters widersprach die Tatsache der in manchen Fällen beobachteten Absorptionsmöglichkeit von Gasen und Flüssigkeiten einem lückenlos aneinanderschließenden Aufbau der Kristalle, ebenso die thermische Ausdehnung. Oder, wie sollte man überhaupt den Wärmehalt der Kristalle verstehen durch schwingende Bewegungen der kleinsten Teilchen (mechanische Wärmetheorie!), wenn diese starr wie Ziegel eines Baues aneinanderliegen?

Nun war es L. A. SEEBER (Freiburg i. Br.), der einen Ausweg fand. Zwei Jahre vor HAÜYS Tod entwickelte SEEBER 1824 die Raumgittervorstellung,³ indem er statt der HAÜYSchen Bausteine nur ihre Schwerpunktlagen in Betracht zog und so zu einem „diskontinuierlichen“ Gitterbau der Kristalle gelangte, aus zunächst kugelig angenommenen Bausteinen, die sich somit in bestimmten Abständen dreidimensional wiederholen.

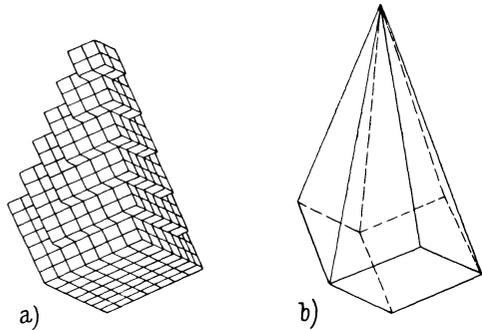


Abb. 170. „Dekreszenzen“. (Aufbau des Skalenoeders aus rhomboedrischen Bausteinen.) Nach H. A. MIERS Mineralogy, 1929.

¹ Die früheste ist eine Schrift der Pariser Akademie der Wissenschaften vom Jahre 1781, veröffentlicht im J. physic. Chem., Mai 1782.

² So nennt HAÜY den pyramidenartigen Aufbau aus kongruenten Elementarbausteinen mit gesetzmäßigem Zurücktreten um ein oder mehrere Bausteinreihen auf den Ansatzflächen.

³ Siehe Abschnitt I c, Punkt 3.

Dabei sollten die solcherart schwebend gedachten Massenpunkte als Zentren etwa kugelförmig gedachter Bausteine durch ringsherum wirkende anziehende und abstoßende Kräfte — wir denken jetzt an elektrostatische Kräfte geladener Atome (Ionen) — in ihren Schwerpunktslagen im Gleichgewicht gehalten werden.

Diese in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts von SEEBER und später von G. DELAFOSSE (1843) entwickelte Raumgittertheorie besagt also, daß die Kristallsubstanz in einzelnen Massenzentren lokalisiert ist, die in den Schnittpunkten dreier Scharen paralleler Ebenen liegen, die jeweils unter sich in gleichen Abständen aufeinanderfolgen (äquidistante Netzebenen-scharen), s. Abb. 16 auf S. 12 (für ein rhombisches Gitter).

Somit ist der Kristall in Wirklichkeit gar kein Kontinuum, wie er äußerlich erscheint, sondern ein „*Diskontinuum*“.

Auch Gase und Flüssigkeiten sind ebenso nur Diskontinua,¹ sie alle aber — ebenso die Kristalle — sind als *homogene* Diskontinua zu bezeichnen. Denn jeder willkürlich herausgegriffene Rauminhalt ist von einem anderen nicht unterscheidbar, sondern durchaus als gleichartig zu betrachten.

Während aber Gase doch nicht hinsichtlich jedes Raumelements völlig gleichartige Konfiguration der darin enthaltenen Moleküle aufweisen — ihre Homogenität demnach nur eine statistische ist —, ist ein Raumgitter eines Kristalls in der Tat als ein „*reell*“ *homogenes Diskontinuum* anzusehen.

Die Homogenität, die wir in der Einleitung (S. 4) als einen Wesenszug der Kristalle bezeichnet haben, ist also tatsächlich — trotz des diskontinuierlichen Aufbaues der Feinstruktur — vorhanden und als charakteristische Eigenschaft der kristallinen Materie gerechtfertigt.

b) Die 14 BRAVAISSchen Gitter (Translationsgruppen) und die Weiterentwicklung der Theorie durch L. SOHNEKE.

Nun erwuchs die Aufgabe, die Symmetrieeigenschaften der Raumgitter zu untersuchen, bzw. alle geometrisch möglichen Arten von Raumgittern aufzufinden, um die schon von HESSEL 1830 abgeleiteten 32 möglichen Kristallklassen zu erklären.

Dieser Aufgabe unterzog sich als erster M. L. FRANKENHEIM (Breslau) durch seine Untersuchungen (1835 und 1842).² Sie ergaben das Resultat — ohne jedoch zunächst einen Beweis dafür zu veröffentlichen —, daß es

¹ Auch ein Gas erfüllt den zur Verfügung stehenden Raum nicht lückenlos, sondern nach der kinetischen Gastheorie schwirren darin die einzelnen Moleküle ungeordnet und in ständiger Bewegung mit unzähligen gegenseitigen Reflexionen im Raume umher.

² M. L. FRANKENHEIM: Die Lehre von der Kohäsion, umfassend die Elastizität der Gase, die Elastizität und Kohärenz der flüssigen und festen Körper und die Kristallkunde. Breslau, 1835; und dann eingehender in der Schrift „System der Kristalle, ein Versuch“ (1842).

nur 15 verschiedene „netzartige“ (d. h. raumgitterartige) Anordnungen geben könne (später stellte sich heraus, daß es nur 14 solche Grundtypen von Gittern gibt, da sich zwei der aufgestellten monoklinen Unterabteilungen im Wesen als identisch erwiesen).

Seine Ableitung der möglichen 14 Arten von Raumgittern (parallelepipedischen Punktanordnungen im Sinne von SEEBER) erschien erst 1856.¹

Vor dieser letztgenannten Veröffentlichung hatte aber bereits A. BRAVAIS 1850 in einer mustergültigen Arbeit nachgewiesen, daß es nur 14 Arten von Raumgittern gibt, die sich in sieben durch ihre Symmetrie unterschiedene Abteilungen bringen lassen, entsprechend den sieben Kristallsystemen (s. Abb. 171).

Dadurch war eine Erkenntnis gewonnen, die auch noch in der heutigen modernen Strukturlehre ihre grundlegende Bedeutung in dem Begriffe der „Translationsgruppen“ beibehalten hat.

Dabei handelt es sich also um Schwerpunktsanordnungen von Teilchen, die — *einander parallel gestellt* — die Wiederholung der Identität (Translation) im homogenen Diskontinuum bedeutet.

So war durch die FRANKENHEIM-BRAVAISsche Theorie erstmalig ein Strukturbild geschaffen, das den geometrischen und physikalischen Eigenschaften der Kristalle gerecht wurde und tatsächlich in stande war, die sieben Kristallsysteme einwandfrei zu erklären.

Noch gab es jedoch eine große Schwierigkeit. Alle diese vierzehn Raumgitterarten konnten jeweils immer nur die Vollform (die holoedrische Klasse) des betreffenden Kristallsystems erklären, nicht aber war es möglich, die Mindersymmetrieen dadurch zu deuten. Die morphologische Kristallographie hatte aber durch einwandfreie Beobachtung der vorhandenen Flächenformen oder durch die beim Auflösungsvorgange zutage tretenden Symmetrieeigenschaften (Ätzfiguren!) mit Sicherheit die von HESSEL theoretisch abgeleiteten 32 Kristallklassen in den weitaus meisten Fällen als tatsächlich in der Natur realisiert bereits erwiesen.

Wie sollten nun die mindersymmetrischen Klassen der einzelnen Kristallsysteme, die hemimorphen, hemiedrischen und tetartoedrischen Kristallgestalten durch die BRAVAISschen Raumgitter erklärt werden?

Hier blieb nun tatsächlich nichts anderes übrig, als die betreffende Mindersymmetrie der Kristallklasse dem Baustein selbst zuzuschreiben.

Denken wir uns beispielsweise ein einfaches tetragonales Gitter. Es besitzt, wenn wir uns die als Massenzentren aufzufassenden acht Eckpunkte des Elementarkörpers kugelförmig denken (also wie Punkte, die mit keinen Symmetrieeigenschaften ausgestattet sind), holoedrische Symmetrie. Setzen wir hingegen in die acht Eckpunkte anstatt der kugelförmigen Bausteine

¹ M. L. FRANKENHEIM: Die Anordnung der Moleküle im Kristall. Poggendorffs Annalen der Physik, 1856.

etwa lauter Kegel in paralleler Stellung, und zwar die Kegelachse in der Richtung der tetragonalen Gitterachse, so haben wir dadurch die *hemimorphe* Form gewonnen, da wir oben und unten nicht mehr vertauschen können.

Wollten wir gar den parallel gestellten Kegeln eine schiefe Stellung geben (Kegelachsen schräg gegenüber der vierzähligen Gitterachse), so ist dann

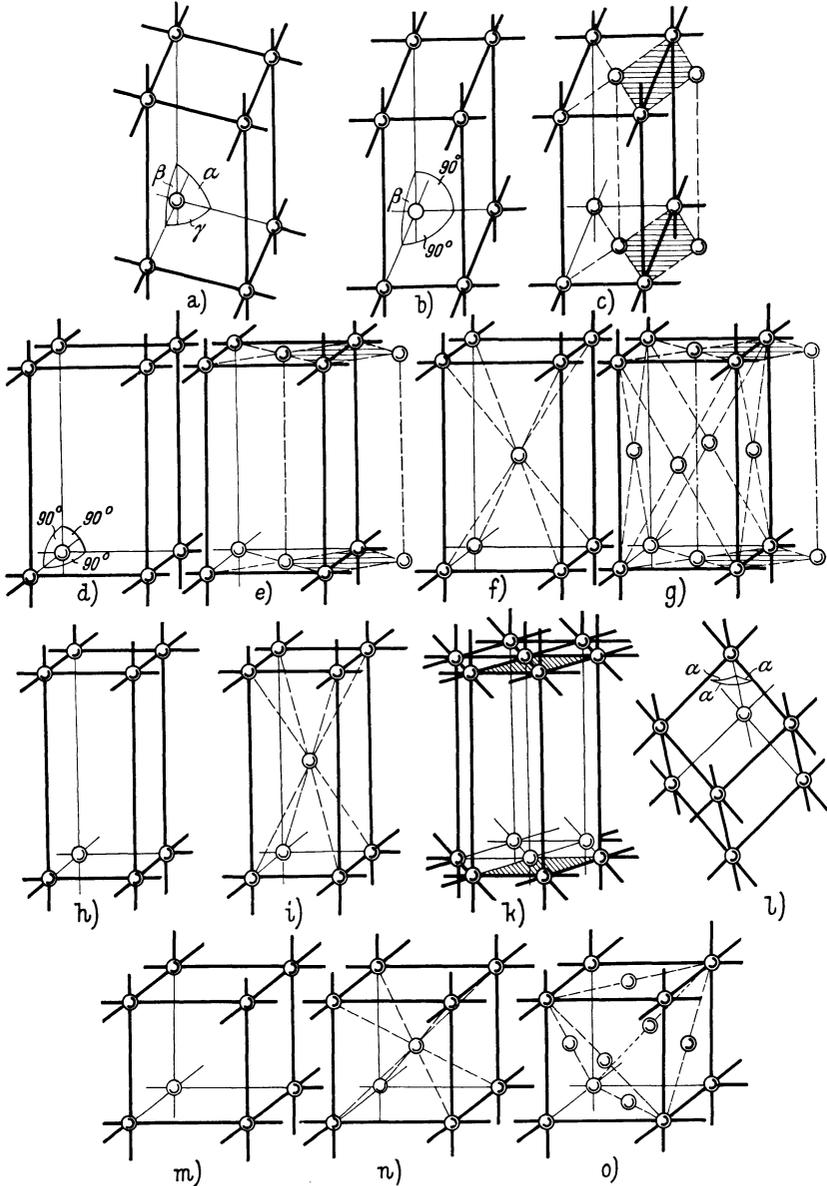


Abb. 171. Die 14 BRAVAISSCHEN Gitter (Translationsgruppen). a) triklin; b und c) monoklin; d) bis g) rhombisch; h) und i) tetragonal; k) hexagonal; l) rhomboedrisch; m) bis o) kubisch.

nicht nur die horizontale Symmetrieebene der tetragonalen Vollform verschwunden, sondern auch alle anderen die Klasse kennzeichnenden Symmetrieelemente einschließlich der tetragonalen Hauptachse. Denn die Wirksamkeit einer vierzähligen Achse würde die schiefgestellten Kegel bei jeder Vierteldrehung des Gitters mit ihren Spitzen um 90° gedreht nach einer anderen Seite richten, was aber keine Deckstellung ergibt; folglich *fehlt* hier die vierzählige Hauptachse.

Das Gitter entbehrt jeglichen Symmetrieelements. Durch dieses Beispiel sollte verdeutlicht werden, daß durch Verminderung der Bausteinsymmetrie die Symmetrie der Kristallgestalt in beliebigem Grade herabgesetzt werden könnte.

Doch befriedigt ein solcher Ausweg nicht. Dadurch würde ja das Problem der Symmetrie nicht gelöst, sondern nur um eine Etappe zurückverschoben werden. Es muß eine Anordnungsmöglichkeit gesucht werden, um die an den Kristallen tatsächlich beobachteten Mindersymmetrien aus der Konfiguration der Raumgitter selbst zu erklären.

Diesem Ziele galten die Bemühungen L. SOHNCKES. Dieser versuchte eine Erweiterung der BRAVAISSchen Theorie durch Ineinanderstellung mehrerer kongruenter Gitter zu regelmäßigen Punktsystemen (von allseitig unendlicher Ausdehnung). Schon bei BRAVAIS sind eine Anzahl von Gittern nicht einfach primitiv (d. h. einen Baustein pro Elementarzelle enthaltend), sondern durch Körperzentrierung bzw. Flächenzentrierung aus zwei oder mehreren ineinandergestellten Gittern entstanden (vgl. z. B. Abb. 171, m—o). Während diese BRAVAISschen Gitter immerhin noch ganz spezielle Fälle von Ineinanderstellungen kongruenter und parallel gestellter Einzelgitter darstellen, verallgemeinerte SOHNCKE schon 1867¹ dieses Prinzip der Punktverteilung nach dem Grundsatz, daß die Anordnung um jeden Massenpunkt dieselbe sein soll, wie um jeden anderen, allerdings unter der stillschweigend gemachten Voraussetzung der Parallellagerung der Molekeln. Doch hatte schon vorher CHR. WIENER² die Annahme der Parallelstellung der konstruktiven Bausteine fallen gelassen, so daß auch Drehungen zugelassen wurden, hingegen keine Spiegelungen (weder in bezug auf ein Symmetriezentrum noch in bezug auf eine Symmetrieebene). Denn sowohl WIENER als auch zunächst SOHNCKE hielten an dem Grundsatz fest, mit einer *einzig*en Atom- (bzw. Molekül-) Sorte auszukommen (lauter kongruente Bausteine!), während das Prinzip der Spiegelung zwei enantiomorphe Gestalten der Bausteine verlangt hätte.

Die von WIENER aufgezeigte Möglichkeit auch anderer Strukturformen als jener Raumgitter nach der HAÜY-BRAVAISSchen Theorie (mit parallel gestellten Bausteinen) wurde von SOHNCKE auf Grund der von

¹ SOHNCKE: Die Gruppierung der Moleküle in den Kristallen. Poggendorffs Annalen, 1867.

² CHR. WIENER: Grundzüge der Weltordnung. Leipzig und Heidelberg, 1863.

C. JORDAN geschaffenen geometrischen Grundlagen über Bewegungsgruppen in seinem Werke: „Entwicklung einer Theorie der Kristallstruktur“ 1879 kristallographisch behandelt. SOHNCKE gelangte zu 65 Punktsystemen, indem er Deckschiebung (Translation), Drehung und die Kombination von Drehung und Schiebung, d. i. die *Schraubung*, als Deckbewegungen verwendet.

c) Zusätzliche Symmetrieelemente des Feinbaues: Schraubenachsen und Gleitspiegelebenen.

Während im makroskopischen Kristallbau an Symmetrieelementen lediglich die im Abschnitt IV gekennzeichneten in Betracht kommen, spielen im submikroskopischen Aufbau der Elementarteilchen auch Verschiebungen

in der Größenordnung von Atomabständen eine Rolle. Der Betrag der notwendigen Verschiebung von einem Atom zu dem nächstgelegenen gleichwertigen (identischen) Atom wird als Deckschiebung oder *Translation* bezeichnet.

Nun hörten wir soeben, daß im Feinbau auch die Kombination von Drehung und Schiebung, nämlich die *Schraubung* für die Entwicklung der Symmetriegruppen von Bedeutung ist.

Es kommen somit außer den gewöhnlichen Deckachsen auch Schraubenachsen zur Verwendung. Abb. 172 a und b zeigt vierzählige Schraubenachsen-

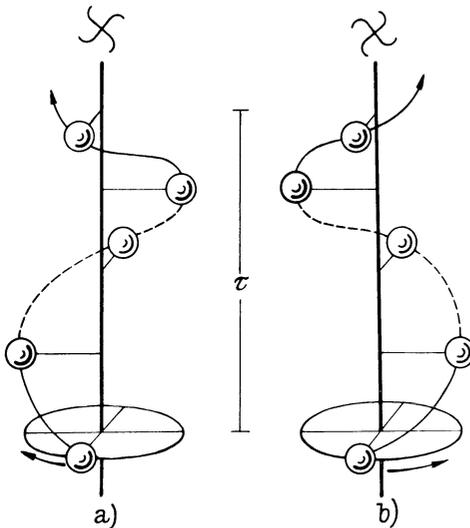


Abb. 172. Vierzählige Schraubenachsen. a) Links-schraubenachse; b) Rechtsschraubenachse.

achsen. Der Sinn einer solchen Schraubenachse ist nun folgender:

Ein Ausgangsatom würde durch die Tätigkeit einer vierzähligen Deckachse nach 90° -Drehung wieder aufscheinen. Bei der vierzähligen Schraubenachse ist dies jedoch nicht der Fall, sondern das Atom wird um ein Viertel des Identitätsabstandes in der Richtung der Schraubenachse gleiten und daher erst um diesen Betrag gehoben wieder auftauchen. Die Weiterdrehung um 90° mit gleichzeitiger Schiebung hebt das Atom um ein weiteres Viertel des Identitätsabstandes, also in die Halbhöhe, die nächste Vierteldrehung in drei Viertel und erst die vierte Vierteldrehung (die bei einer gewöhnlichen Deckachse das Atom zur Ausgangslage zurückbrächte) bringt es jetzt in eine neue Lage, genau oberhalb

der Anfangsstellung, aber um den Betrag τ (Translations- oder Identitätsperiode) längs der Achse verschoben.

Je nachdem der Windungssinn der Schraubung (von oben gesehen) im Sinne des Uhrzeigers (vom vorn gelegenen Ausgangsatom nach links) oder im entgegengesetzten Sinne (nach rechts) erfolgt, spricht man von einer Links- oder Rechtsschraubenachse, s. Abb. 172 a und b.

Abb. 173 zeigt eine sechszählige Zweipunktschraubenachse, wo gleichzeitig ein hantelförmiger Komplex von zwei Atomen der Schraubung durch eine sechszählige Achse unterworfen wird. Näheres über Schraubenachsen s. NIGGLI (NI, S. 53f.).

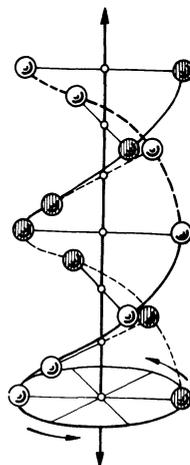


Abb. 173. Sechszählige Zweipunktschraubenachse.

d) Die Vollendung der Strukturtheorie. Die 230 SCHOENFLIESSchen Raumgruppen.

Wie erwähnt, gelangte SOHNCKE durch Heranziehung der Drehung und Schraubung zu seinen 65 Punktsystemen, die jedoch noch immer nicht imstande waren, die 32 Kristallklassen restlos zu deuten. So sah sich SOHNCKE 1888 zu einer Erweiterung seiner Theorie veranlaßt, indem er zwei (oder mehrere) *verschiedene* Bausteinsorten an einem „allgemeineren Punktsystem“ teilhaben läßt. Dabei betonte SOHNCKE schon damals, daß diese Bausteine auch Atome sein könnten, eine Auffassung, die PAUL VON GROTH seit Anfang unseres Jahrhunderts aufs nachdrücklichste vertreten hat.

Will man aber dieses Zugeständnis — die Annahme verschiedenartiger Bausteine — machen, dann ist es zweifellos naheliegender, auch *spiegelbildlich* gleiche Kristallmoleküle zuzulassen. Dies um so mehr, als man gar nicht an dem Gedanken der Notwendigkeit zweier (enantiomorpher) Bausteinsorten Anstoß nehmen braucht; denn die Moleküle (bzw. Bausteingruppen) lassen sich in eine Konfiguration von einzelnen Atomen als konstituierende Punkte auflösen. Beachte die Konfiguration der SiO_4 -Tetraeder in der in Abb. 176 dargestellten Struktur eines Silikats,

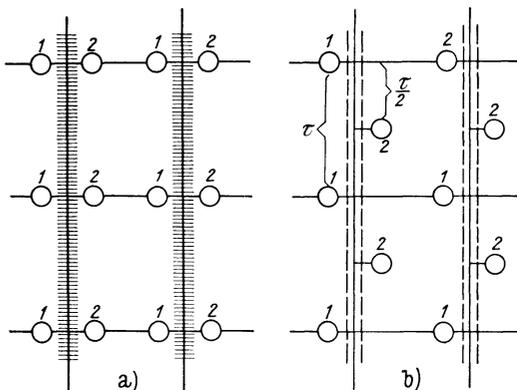


Abb. 174. Gleitspiegelung. a) echte Spiegelebenen in einer Raumgruppe; b) Gleitspiegelebenen.

die dort auch in zueinander spiegelbildlichen Stellungen vertreten sind;¹ die Lage der Spiegelebenen sind aus Abb. 175 zu entnehmen.

Da nun endlich auch die Spiegelung bei der Vollendung der Kristallstrukturtheorie durch A. SCHOENFLIES hinzukam, muß schließlich auch die *Gleitspiegelung* erwähnt werden, die — analog der Schraubung (Drehung + Schiebung) — die Spiegelung mit einer Gleitung verbindet. In solchen Fällen ist das Atom 1 nicht jenseits der spiegelnden Ebene an seinem normalen Platz realisiert (wie in Abb. 174a), sondern um die

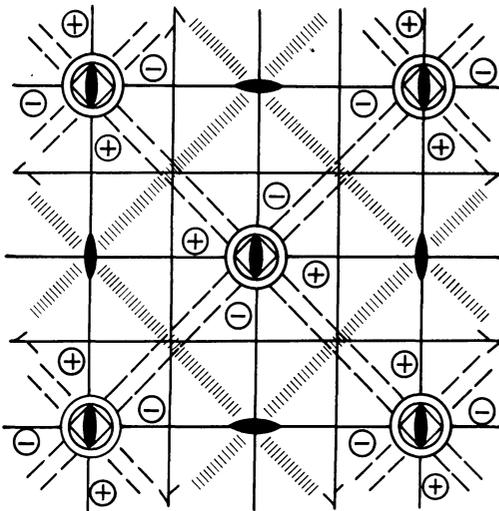


Abb. 175. Symmetrierüst einer tetragonalen Raumgruppe der Klasse IVa (V_4^d).

← Zweizählige Schraubenachsen.

Hälfte des Identitätsabstandes längs der Spiegelebene nach 2 geglitten (s. Abb. 174b), um erst bei der nächsten Rückspiegelung + Translation $\tau/2$ in die neue Identitätslage 1 zu gelangen.

Durch Hinzunahme der Spiegelung und Gleitspiegelung zu den übrigen besprochenen Symmetrieelementen gelang es 1891 dem deutschen Mathematiker A. SCHOENFLIES in strenger Form nachzuweisen, daß es 230 Raumsysteme des Feinbaues gibt, „*Raumgruppen*“ genannt.

Auf ganz anderem Wege — nämlich durch seine Untersuchungen über Raumteilungen und Kugelpackungen — war auch der russische Kristallograph E. v. FEDOROW 1890 zu dem gleichen Resultat gelangt.

Abb. 175 zeigt eine Raumgruppe der Kristallklasse tetragonal IVa mit all seinen Symmetrieelementen (darunter auch zweizählige Schraubenachsen und Gleitspiegelebenen). Es ist jenes Symmetrierüst, dem sich die in Abb. 176 dargestellte Struktur² einordnet.

So lösen sich die 32 Kristallklassen, die die morphologische Kristallographie kennt, in 230 Raumgruppen auf, indem zu den Symmetrieelementen des makroskopischen Kristallbaues noch die Translation für

¹ Tetraeder in spiegelbildlicher Stellung sind zwar an sich kongruente Körper (ein und dieselbe Bausteinsorte), doch könnten wir uns für den Zweck dieser Überlegung auch Konfigurationen nach Art zweier enantiomorpher Tetartoeder denken.

² F. RAAZ: Über den Feinbau des Gehlenit. S.-B. Akad. Wiss. Wien, 1930.

die feinbaulichen Teilchen hinzukommt: somit zur Drehung die Schraubung, zur Spiegelung die Gleitspiegelung. Durch Wegfall dieser nur im Mikrokosmos sich auswirkenden zusätzlichen Translationen gelangt man jeweils auf die Symmetrie der betreffenden Kristallklasse.

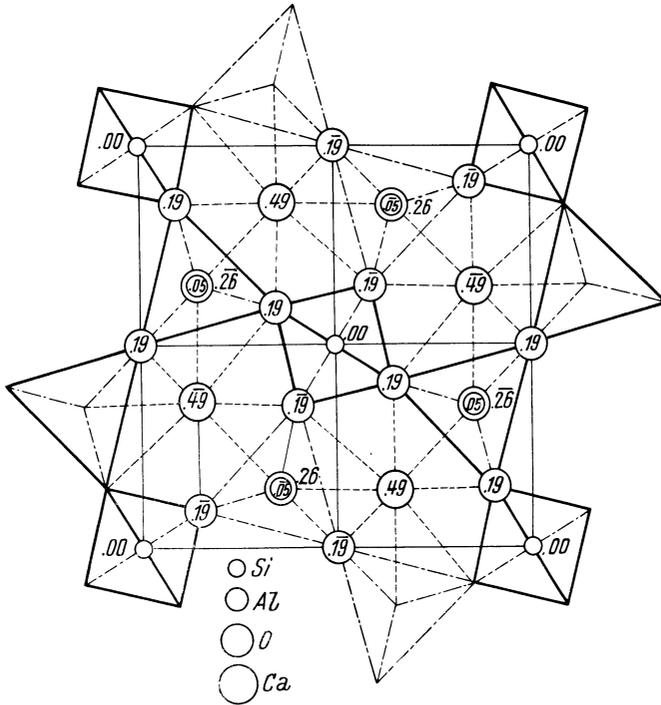


Abb. 176. Grundriß der Gelnitstruktur, als Beispiel für eine Struktur der in Abb. 175 dargestellten Raumgruppe. (Die Ziffern bei den Atompositionen bedeuten die z-Koordinaten in Hundertsteln von c.)

Eine „Raumgruppe“ ist demnach eine Kombination von Symmetrieelementen des Feinbaues, ebenso wie die Kristallklasse das Symmetriegerüst der äußeren Kristallform darstellt.

Durch die grundlegende Entdeckung MAX VON LAUES 1912 über die Interferenz der Röntgenstrahlen am Kristallgitter und die in der Folgezeit eifrigst betriebene feinbauliche Forschung der Röntgenanalyse wurde die Richtigkeit der Strukturtheorie experimentell erprobt und bestätigt und dadurch die mühevollen Gedankenarbeit von Generationen hervorragender Forscher einer glanzvollen Krönung zugeführt.

B. Kristalloptik.¹

I. Grundlagen im optischen Verhalten der Kristalle.

Das „Aussehen“ eines Minerals umfaßt nicht nur seine äußere Form, sondern auch dessen Farbe, die Art seiner Durchlässigkeit gegen Licht und seinen Glanz. Da die Minerale in diesen Belangen bei Anwendung des gleichen Lichts gleichwohl sehr verschieden aussehen, folgt daraus, daß sie auf das Licht in verschiedener und kennzeichnender Weise reagieren. Dazu kommt noch die Grundtatsache der Anisotropie der kristallisierten Minerale, derzufolge sich die Ungleichwertigkeit kristallographischer Richtungen bis zu einem gewissen Grade auch optisch als ungleich auswirken muß. Alles das liefert eine große Zahl von Bestimmungsmerkmalen, die es ermöglichen, Minerale auf rein optischem Wege auseinanderzuhalten. Erst damit wurde es möglich, unter dem Mikroskop in Dünnschliffen die Gesteinsgemengteile einwandfrei zu ermitteln und so die Gesteinslehre auf eine gesicherte Grundlage zu stellen.

Die Kenntnis von den optischen Eigenschaften der Minerale gehört demnach zu dem wichtigsten Rüstzeug des arbeitenden Mineralogen und Petrographen.

a) Allgemeine Grundlagen.

Für die folgenden Darlegungen sei an einige Grundtatsachen und Gesetze aus der allgemeinen Optik erinnert.

Die bekannten Gesetze der Reflexion (Spiegelung) und Brechung, zuerst von SNELLIUS (1620) und DESCARTES (1637) geometrisch gefaßt, wurden durch HUYGHENS (1690) in seiner „*Undulationstheorie*“ des Lichts

¹ Zur Ergänzung und Vertiefung der hier gegebenen „Einführung...“ wird an zahlreichen Stellen des Textes auf einige wenige grundlegende Fachwerke verwiesen. Es bedeutet dabei:

BE = F. BECKE: Optische Untersuchungsmethoden. Denkschr. Akad. Wiss. Wien, math.-naturw. Kl., Bd. 75, 1904.

LI = TH. LIEBISCH: Physikalische Kristallographie. Leipzig: Veit & Co., 1891.

RW = H. ROSENBUSCH-E. A. WÜLFING: Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien, 5. Aufl., Bd. I/1. Stuttgart: Schweizerbart, 1921/24.

zusammengefaßt und einer einheitlichen Deutung zugeführt. Nach dessen Lehre vom Licht stellt dieses einen Schwingungszustand dar, gehorcht also den Gesetzen einer *Wellenbewegung*. Wenn auch die damalige Vorstellung eines elastischen Schwingungszustandes längst zugunsten der MAXWELL-HERTZschen elektromagnetischen Lichttheorie aufgegeben wurde, die ihrerseits wieder durch die Quantentheorie eine neue Formgebung fand, so genügen doch für kristalloptische Fragen die einfachen HUYGHENSSchen Vorstellungen elastischer „Ätherwellen“ durchaus, weshalb in der Folge wegen ihrer großen Anschaulichkeit diese Vorstellungen zugrunde gelegt werden sollen. Und das um so mehr, als HUYGHENS' klassische Untersuchungen über die Doppelbrechung des Kalkspats die erste und auch heute noch gültige Darstellung optischer Anisotropie und ihrer gesetzmäßigen Beziehung zum Kristallbau ist.

Die im Lichte eines weißglühenden Körpers vereinigten, für unser Auge wahrnehmbaren verschiedenen Lichtarten pflanzen sich im luftleeren Raume alle mit der gleichen Geschwindigkeit von 300 000 km/sek fort und werden erst bei dem Übertritt in ein anderes Medium (Brechung) auseinandergelegt. Die verschiedenen Lichtarten (Farben des Spektrums) werden nämlich bei ihrem Eindringen in den Körper in sehr verschiedener Weise gehemmt, d. h. verschieden stark gebrochen.

Zur Kennzeichnung der verschiedenen Lichtarten dient deren *Wellenlänge* (λ), bzw. deren *Schwingungszahl* = „Frequenz“ (d. h. die Zahl der „Pendel“-Schwingungen eines Teilchens in einer Sekunde). Licht von einerlei Wellenlänge (oder mit nur ganz wenig verschiedenen Wellenlängen) wird als *monochromatisch* bezeichnet (z. B. das Licht einer Na-Flamme).

Die Wellenlängen des sichtbaren Lichts bewegen sich zwischen rund 4000 bis 8000 Å (1 Ångström-Einheit = 10^{-8} cm).¹ Das violette Ende des Spektrums eines weißglühenden Körpers ist das kurzwellige. Glühende Li-Dämpfe senden ein rotes Licht aus mit $\lambda = 6700$ Å, Na-Dämpfe ein gelbes Licht mit $\lambda = 5890$ Å, Tl ein grünes Licht mit $\lambda = 5350$ Å usw. Das Helligkeitshöchstmaß liegt für unser Auge im gelben Teil des Spektrums.

Nach den Gesetzen der Wellenmechanik müssen sich Wellen gleicher Wellenlänge (bzw. Schwingungszahl), aber verschiedener Phase (verschiedenen Schwingungszustandes), die in der gleichen Fortpflanzungsrichtung (Strahlenrichtung) hintereinanderlaufen, durch Übereinanderlagerung (*Interferenz*) gegenseitig beeinflussen. Wichtig ist vor allem die Tatsache, daß Wellen mit einem „Gangunterschied“ von *ganzen* Wellenlängen sich durch Interferenz in höchstmöglicher Weise verstärken, sich dagegen bei

¹ Mit Rücksicht auf die große Bedeutung, die heute diese Maßeinheit in der Röntgentechnik und in der kristallographischen Strukturlehre besitzt, wird nun auch in der Kristalloptik vielfach die gleiche Maßeinheit verwendet.

einem Gangunterschied von ungeraden Vielfachen *halber* Wellenlängen gegenseitig vernichten. Gerade die Kristalloptik bietet zahllose Gelegenheiten, solche Erscheinungen zu beobachten („NEWTONsche Interferenzfarben“, vgl. S. 130 ff.).

Die bisherigen Andeutungen über die Gesetze der Lichtwellenbewegung lassen noch nicht erkennen, ob es sich um „Longitudinalwellen“ (wie z. B. beim Schall) oder um „Transversalwellen“ (wie etwa bei Wasserwellen) handelt. Für letztere ist kennzeichnend, daß es außer der „Fortpflanzungsrichtung“ (Strahl) auch noch eine „Schwingungsrichtung“ senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung und damit eine „Schwingungsebene“ gibt. Eine solche Wellenbewegung läßt sich unter dem Bilde eines Lineals darstellen, dessen Längserstreckung die Fortpflanzungsrichtung versinnlicht und auf dessen Fläche (Schwingungsebene) die Wellenkurve eingezeichnet werden könnte. Eine einfache Transversalwelle, die demnach durch Fortpflanzungsrichtung und Schwingungsrichtung festgelegt ist, wird als „linear polarisiert“ bezeichnet. Die von MALUS (1808) für gewisse Lichterscheinungen entdeckte *Polarisation* von Lichtstrahlen beweist, daß die Lichtausbreitung in *Transversalwellen* erfolgt. Mit dieser Erkenntnis ließen sich nun zahlreiche, ungemein bezeichnende optische Erscheinungen an Mineralen einwandfrei erklären, so daß man die Kristalloptik geradezu als die Optik polarisierter Lichtstrahlen bezeichnen kann.

Es sei noch daran erinnert, daß nach HUYGHENS' Theorie ein einzelner Strahl nicht genug Energie führt, um auf unser Auge zu wirken. Wir sehen nie einzelne Strahlen, sondern immer ganze Strahlenbündel. Von einem Lichtpunkt aus breitet sich das Licht allseits in Wellenbewegungen aus („Kugelwelle“), und jeder von der Kugelwelle erfaßte Punkt wird wieder zum Erregungsmittelpunkt neuer Kugelwellen. Diese übergreifen und stören einander, so daß nur die „Einhüllende“ aller neu entstandenen Kugelwellen als „Wellenfront“ weiter fortschreitet. Ist die Lichtquelle im Unendlichen (bzw. im Brennpunkt einer Konvexlinse), dann wird die Wellenfront zu einer Ebene („ebene Welle“). Die Wellenfront (ebene Welle) steht auf der Fortpflanzungsrichtung senkrecht. Unser Auge ist nur für Wellenfronten empfindlich, und es wird angenommen, daß wir nur jene Lichteindrücke gleichzeitig wahrnehmen, deren Wellenfronten parallel sind.

Die von HUYGHENS gegebene Ableitung der *Spiegelungs-* und *Brechungsgesetze* mit Hilfe dieser Grundvorstellungen bestätigte die schon bekannten Gesetze, wonach für die *Spiegelung* der Einfallswinkel gegenüber dem Lot gleich ist dem Reflexionswinkel ($i = i'$) und für die *Brechung* die Beziehung gilt:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \text{ (konst.)}$$

Für isotrope Medien, wie Luft, Wasser, Glas usw., gilt außerdem noch, daß die Winkel i , i' und r in der gleichen Ebene („Einfallsebene“) liegen.

Die Verhältniszahl n wird als *Brechungsquotient* bezeichnet und ist für den Übertritt des Lichts aus einem (isotropen) Medium in ein anderes (isotropes) Medium konstant (z. B. für Wasser bei 20° C ist $n = 1,333$ gegen Luft). Der Brechungsquotient wird meist auf Luft bezogen.

Die Brechung gibt ein Maß für die Verringerung der Geschwindigkeit des Lichts bei dem Übertritt in ein optisch dichteres Medium, ist demnach eine *Widerstandsgröße*. Die Brechungsquotienten der meisten Minerale liegen zwischen 1,4 bis 2,0, ihre genaue Kenntnis liefert wichtige Bestimmungsmerkmale.

b) Farbe, Durchlässigkeit, Glanz.

Das Folgende wird zunächst noch ohne Bezugnahme auf die optische Anisotropie besprochen.

Bei jedem Übertritt des Lichts aus einem optischen Medium in ein anderes, davon verschiedenes wird die auf der Grenzfläche auftreffende Lichtmenge in drei sehr ungleiche Anteile zerlegt, in den *gespiegelten* (zurückgeworfenen, reflektierten) Anteil S , in den *gebrochenen* Anteil B und den *absorbierten* Anteil A , ($L = S + B + A$). Für verschiedene Lichtarten (λ), bzw. bei verschiedenen Mineralien ist diese Aufteilung durchaus verschieden.

1. Farbe.

Hier kommt vor allem der gebrochene Anteil B in seinem Verhältnis zu S und A in Frage.

Ist B sehr groß, dann erscheint das Mineral im durchfallenden Licht *durchsichtig* (z. B. Bergkristall). Wird der Anteil an durchfallendem Licht geringer oder klein, dann wird das Mineral *durchscheinend* (bzw. „kantendurchscheinend“), wie etwa Milchquarz, oder *undurchsichtig*. Da die Lichtdurchlässigkeit stark von der Dicke der durchstrahlten Schicht abhängt, ergibt sich, daß das Maß der Vernichtung des eintretenden Lichts durch die Absorption von Bedeutung ist.

So sind z. B. gewöhnliche Augitkristalle undurchsichtig schwarz, aber dünne Schichten davon, wie sie im Dünnschliff zu sehen sind, hellgrau oder bräunlich durchsichtig.

Über das Ausmaß dieser Schwächung des Lichts durch die Absorption in ihrer Beziehung zur Dicke der durchstrahlten Schicht gibt der *Absorptionskoeffizient* κ Aufschluß. Nach BIOT erfolgt die Intensitätsänderung des Lichts bei Durcheilen einer Schichtdicke d nach der Formel $I_d = I_o \cdot e^{-\kappa d}$ ($e =$ Basis des nat. Log.).¹

¹ Vgl. bezüglich κ auch SCHNEIDERHÖHN-RAMDOHR: Lehrbuch der Erz-mikroskopie I, 1. Teil. Berlin, 1934.

Erfolgt die Absorption für alle Lichtarten (λ) ganz oder angenähert gleichmäßig, dann ist das durchfallende Licht nur in der Intensität geschwächt („trübweiß“). In der überwiegenden Zahl der Fälle werden aber verschiedene Lichtarten verschieden stark und in verschiedener Auswahl absorbiert („Absorptionsbande“ im Spektrum), d. h. das einfallende weiße Licht wird durch Vernichtung einiger Spektralanteile nach dem Durchgang *farbig*, und zwar in der *Mischung der durchgelassenen Restfarben*. Die so entstehenden Mineralfarben sind überaus mannigfaltig und quantitativ sehr schwer zu bestimmen.

Man begnügt sich meist mit einer qualitativen Umschreibung des Farbeindrucks, wie etwa: „rotbraun“ oder „grasgrün“ oder „weingelb“, aber auch „kupferrot“, „goldgelb“ usw. Bezüglich der Verschiedenheit der „auswählenden Absorption“ je nach der kristallographischen Richtung, vgl. S. 194.

Die Absorption muß auch je nach der angewendeten Lichtquelle verschieden ausfallen. So erklärt sich die Verschiedenheit der Färbung mancher Minerale im Sonnenlicht oder etwa bei Kerzenbeleuchtung (z. B. Alexandrit im weißen Licht grünlich, im Kerzenlicht rötlich).

Ist der gebrochene Anteil des eintretenden Lichts (B) fast gleich Null und der Absorptionskoeffizient κ besonders hoch, so daß schon in sehr dünnen Schichten des Minerals alles eintretende Licht verschluckt (absorbiert) wird, dann nennt man ein solches Mineral *undurchsichtig (opak)*.

Ebensowenig es vollkommen durchsichtige Minerale gibt ($B = L$), ebensowenig gibt es auch absolut undurchsichtige (opake) ($B = 0$). In *sehr* dünnen Schichten ist jedes Mineral, auch Metall, für gewisse Lichtsorten beschränkt durchlässig. So läßt z. B. ein Goldschlägerhäutchen dunkelgrünes Licht hindurch, und der im sichtbaren Spektrum ganz lichtundurchlässige Graphit ist für gewisse Teile des Infrarots durchlässig.

Je nach der Größe des gebrochenen Anteils verändern die Mischfarben der Minerale für unser Auge ihren Charakter. Bei *sehr kleinem* B und hohem κ ergeben sich die *Metallfarben* (Silberweiß, Kupferrot, Messinggelb, . . .), *hoher* B -Anteil gibt *Gemeinfarben* (Rubinrot, Weingelb, Himmelblau, . . .). Natürlich gibt es zwischen den beiden Farbreihen auch Übergänge, entsprechend einer mittleren Größe des durchgelassenen Anteils. Solche Minerale nennt man dann ihrer Farbe nach „*halbmetallisch*“.

Diese sind in dickeren Schichten (in ganzen Kristallen) ihrem Aussehen nach „metallisch“, in dünnen Schichten aber „gemeinfarbig“, wie etwa der *Eisenglanz*, der in dünnen Schichten rot durchsichtig ist.

Im auffallenden Licht, also bei der gewöhnlichen Betrachtungsweise von Mineralen, ergeben sich noch kompliziertere Mischfarbenbildungen, da der gespiegelte Lichtanteil S durch B und κ in verschiedenster Weise beeinflußt wird. Im allgemeinen erweist sich aber auch hier der Farbcharakter durch B und κ bestimmt.

Nicht alle Farbbeobachtungen an Mineralen sind auch zu Bestimmungszwecken verwendbar, sondern nur, wenn die Farbe der *chemisch*

reinen Substanz selbst eigen ist, wie das Gelb des Schwefels, das Rot des Kupfers, das Grün des Malachits usw. Solche Minerale heißen „*eigenfarbig*“ („*idiochromatisch*“). Hier bildet die Farbe ein wesentliches Kennzeichen.

Viele andere Minerale sind aber in reinem Zustand farblos, weisen jedoch in der Natur oft die verschiedensten Färbungen auf. Hier ist die Farbe nur ein fremder Zusatz, der für das reine Mineral *nicht* kennzeichnend ist. Solche Minerale nennt man „*fremdfarbig*“ oder „*gefärbt*“ („*allochromatisch*“).

So ist Quarz an sich farblos, kann aber die verschiedensten Färbungen annehmen (Violett im Amethyst, Gelb im Zitrin, Braun im Rauchquarz usw.). Die Färbung kann durch erkennbare Einlagerung farbiger Fremdkörper (auch isomorpher Mischungsglieder) bedingt sein, wie z. B. rötliche Glimmerschüppchen im Avanturinquarz, oder die so vielfach in den verschiedensten Mineralen verbreitete Rotfärbung durch Einlagerung von Eisenglanzteilchen. Oft treten auch kolloidale Farbträger auf, die dann „*dilute*“ Färbungen ergeben (z. B. kolloidales Na im „blauen“ Steinsalz). Solche Färbungen sind durch die verschiedensten Bestrahlungsvorgänge beeinflussbar und veränderlich. Leider ist bei einer großen Zahl fremdfarbiger Minerale der färbende Fremdkörper noch immer ein Rätsel.

Strich. Unter dem „Strich“ eines Minerals versteht man die Farbe seines Pulvers. Zur Unterscheidung von *eigen-* oder *fremdfarbig* ist der „Strich“ der Minerale besonders geeignet. *Eigenfarbige* Minerale zeigen die *gleiche* Farbe (allerdings heller, mit Weiß gemischt) auch im Pulver (Strich). *Fremdfarbige* Minerale haben dagegen einen ganz weißen (oder nur ganz schwach getönten) Strich.

Auch die Unterscheidung, ob „metallisch“ oder „nichtmetallisch“, ist mit dem Strich leicht möglich. Infolge der starken Absorption erscheint für *metallische* Minerale das Pulver *schwarz* (z. B. bei Bleiglanz, Pyrit, Kupferkies usw.) oder in der Metallfarbe selbst spiegelnd (z. B. Gold auf schwarzem Kieselschiefer). Sog. *halbmetallische* Minerale (z. B. Hämatit) verraten sich durch einen *dunkelfarbig*en Strich, *nichtmetallische* durch *hellfarbig*en oder *weißen* Strich.

Zur Herstellung des Striches bedient man sich einer rauhen, weißen Porzellanplatte (Strichtafel), an der man das Mineral streicht. Das dabei entstehende feine Strichpulver zeigt in dem von der weißen Unterlage zurückgeworfenen Licht Ausmaß und Art seiner Absorption. Natürlich muß das Mineral weicher sein als die Porzellanplatte, da man sonst beim Streichen nicht das Pulver des Minerals, sondern jenes des Porzellans bekäme. Daß metallische Körper einen schwarzen (oder metallfarbig)en Strich geben, kommt daher, weil durch das feine Pulver wegen seiner hohen Absorption *kein* Licht von der weißen Unterlage durchzudringen vermag.

Interferenzfarben. Obwohl diese nicht den Mineralen als solchen angehören, sondern nur gelegentlich als „Anlauffarben“ oder bei Aufblätterungen, Sprüngen usw. an Mineralen beobachtet werden, sind sie doch bei Anwendung verschiedener optischer Untersuchungsmethoden so überaus häufig, daß ihre genaue Kenntnis für den Kristalloptiker unerlässlich ist.

Fällt auf ein „farbendünnes“ Blättchen von der Dicke d ein monochromatisches Lichtbündel, so erfolgt bei dessen Spiegelung eine Interferenz dadurch, daß sich immer zwei Strahlen finden, die im gespiegelten Strahl (DE der Abb. 177 a) zusammenfallen, aber doch bis zu D verschiedene Wege zurücklegten (nämlich $ABCD$ bzw. $A'D$). Der „Gangunterschied“ der beiden Strahlen, von denen der eine nach Brechung in B auf der Unter-

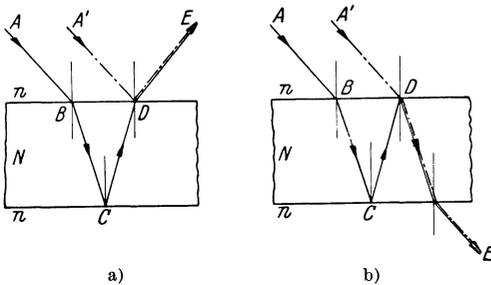


Abb. 177. Interferenz an „farbendünnes“ Blättchen. a) Im auffallenden Licht; b) im durchfallenden Licht.

seite in C reflektiert und in D neuerlich gebrochen wird, der andere dagegen nur auf der Oberseite in D gespiegelt wird, beträgt BCD , d. h. er entspricht bei senkrechtem Lichteinfall $2d$. Gemäß diesem Gangunterschied müssen die Strahlen miteinander interferieren. Es ist aber noch zu beachten, daß die Reflexion in C und D nicht unter den gleichen Bedingungen erfolgt.

Nach der Abb. 177 a verläuft sie in C gegenüber dem optisch dünneren Medium (wie etwa das freie Ende einer Seilwelle), in D aber gegenüber dem optisch dichteren Medium (wie an dem gebundenen Ende einer Seilwelle). In letzterem Falle läuft die Welle verkehrt zurück, d. h. nach den Gesetzen der Wellenmechanik ist hier die Spiegelung mit dem Verlust einer halben Wellenlänge verbunden. Ist also z. B. die doppelte Plattendicke gleich einer ganzen Wellenlänge, so ist nicht, wie man erwarten sollte, Helligkeit des gespiegelten Lichts zu sehen, sondern Dunkelheit, denn $\lambda - \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$ und bei $\frac{\lambda}{2}$ Unterschied interferieren die Strahlen zu Dunkelheit. Die *Phasendifferenz* der interferierenden Strahlen ist gleich dem *Gangunterschied* weniger $\frac{\lambda}{2}$.

Verwendet man nun einen sehr flachen Keil mit gleichmäßig zunehmender Dicke, so müssen bei Anwendung monochromatischen Lichts regelmäßige dunkle und helle Streifen auftreten. Dort, wo $2d$ einer *geraden* Anzahl halber Wellenlängen (also *ganzen* λ) entspricht, müssen bei der Spiegelung *dunkle* Streifen auftreten (mit Einschluß der Keil-

schneide). Wo dagegen die doppelte Dicke einer *ungeraden* Anzahl von $\frac{\lambda}{2}$ entspricht, ist höchste *Helligkeit* zu beobachten.

Da die ganze Erscheinung in eindeutiger Abhängigkeit von der Größe λ steht, müssen für kleine Wellenlängen (z. B. im violetten Licht) die Dunkelstreifen näher beisammen liegen als für lange Wellen (z. B. in rotem Licht).

Bei dem *Durchgang* des Lichts durch eine solche dünne Platte ist der Gangunterschied zwar der gleiche, aber hier erfolgt (vgl. Abb. 177 b) in *C* und *D* eine Reflexion im *gleichen* Sinne und demnach ein Phasenverlust von $2 \cdot \frac{\lambda}{2}$. Es treten also beim Durchgang des Lichts gegenüber der Spiegelung Komplementärserscheinungen auf. Außerdem bringt die doppelte Spiegelung eine starke Schwächung mit sich.

Ist das Plättchen oder der Keil aus einem optisch dünneren Medium als seine Umgebung, so ändern sich zwar die Winkel der Brechung, an dem Zustandekommen der Interferenz ändert sich aber nichts. Dieser Fall ist besonders häufig (z. B. Luftlamellen zwischen Spaltebenen von Mineralen).

Da man meist im weißen Licht beobachtet, erhält man im Interferenzkeil nicht

helle und dunkle einfarbige Streifen, sondern die *NEWTONSchen Interferenzfarben*. Ihr Zustandekommen ergibt sich aus der Übereinanderlagerung der Interferenzerscheinungen der einzelnen Spektralfarben.

Beobachtet man einen mit weißem Licht beleuchteten Interferenzkeil durch ein geradsichtiges Spektroskop so, daß sich das Spektrum parallel der Keilschneide entfaltet, dann bemerkt man bei zunehmender Keildicke schwarze Streifen, die sich immer schräger gegen die Keilschneide stellen („MÜLLER-TALBOTSche Streifen“). Es sind das die Spuren der Dunkelstreifen der einzelnen Lichtarten des Spektrums. In Abb. 178 sind die Verhältnisse skizziert und gleichzeitig für das rote und violette Ende des Spektrums wie auch für Gelb und Blau entlang den entsprechenden Stellen des Keiles die zugehörigen Intensitätskurven (*nicht* Wellen!) eingezeichnet. An der Keilschneide selbst und in deren Nähe haben alle Farben des Spektrums ungefähr gleiche Intensität, geben daher ein dunkles Grau mit einem blauvioletten Stich („Eisengrau“ und „Lavendelgrau“), weil die blauen Töne rascher ihre Höchstintensität erreichen. Bei der Dicke *A* in Abb. 178 sind alle Spektralfarben kräftig, wenn auch nicht

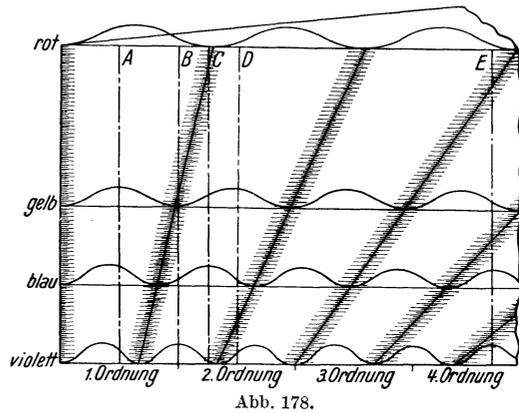


Abb. 178.

gleich stark. Bei dieser Dicke erscheint also der Keil weiß („Weiß der ersten Ordnung“). Bei weiterer Dickenzunahme überwiegt die Intensität der gelben und roten Lichtarten. Es treten ockergelbe, orangefarbige und rote Töne auf, die sich bei jener Keildicke, wo das Gelbe ausgelöscht ist, zu einem schönen *Purpurrot* („Rot der ersten Ordnung“) steigert (Keildicke *B*). Unmittelbar dahinter liegt mit raschem Übergang ein schönes, sattes Blau, da bei dieser Dicke die anderen Farben noch immer sehr geringe Intensitäten besitzen (Dicke *C*). Bei *D* wirkt das Gelb fast allein, das sich aus dem Blau über ein lebhaftes Grasgrün ableitet. Dieses scharfe Zitronengelb geht allmählich in ein helleres Purpurrot („Rot der zweiten Ordnung“) über usw.

Man unterscheidet nach den sehr auffälligen und gegen kleinste Dickenänderungen empfindlichen Rotgrenzen verschiedene „Ordnungen“ der Interferenzfarben. In der „ersten Ordnung“ sind die Farben ziemlich stumpf, der hellste Teil der Ordnung ist durch das „Weiß der ersten Ordnung“ gebildet. Die „zweite Ordnung“ zeigt die leuchtendsten Farben. In den folgenden Ordnungen werden die Farben zwar immer heller, aber auch immer weniger farbkünftig, da sich die in den einzelnen Spektralfarben längs einer bestimmten Keildicke durchschnittenen Dunkelstellen immer gleichmäßiger über das ganze Spektrum verteilen (z. B. bei *E*). Man sieht dann eigentlich nur mehr einen Wechsel von immer blasser werdenden grünen und roten Tönen, bis endlich auch diese nicht mehr unterscheidbar werden („Weiß der höheren Ordnung“). Daher lassen sich die Interferenzfarben durch Spiegelung immer nur an sehr dünnen Plättchen oder Keilen beobachten.

Bei Beobachtung im *durchfallenden* Licht müssen auch hier *komplementäre* Farberscheinungen auftreten.

Abgesehen von dem Auftreten der Interferenzfarben an Luftlamellen und -keilen innerhalb der Minerale, erscheinen sie öfters auch als „*Anlauffarben*“ durch Reflexion und Interferenz an sehr dünnen oberflächlichen Zersetzungshäutchen (z. B. am Kupferkies). In diesen Fällen sind die Farben durch die Mitwirkung der Eigenfarbe des Minerals etwas abgeändert. Auch auf Wasser erscheinen sie, wenn ein dünnes Ölhäutchen oder ein Häutchen von Limonitgel u. ä. sich auf der Oberfläche ausbreitet.

2. Brechung (Durchlässigkeit).

Die Bestimmung der Brechungsquotienten liefert wichtige Unterscheidungsmerkmale der Minerale. Da die Brechbarkeit nach der Lichtart verschieden ist („Dispersion der Brechungsquotienten“), ist für genaue Messungen die Verwendung von monochromatischem Licht notwendig. Die Brechungsquotienten werden immer in ihrem Verhältnis gegen Luft festgestellt.

Prismenmethode. Diese ist weitaus die genaueste, aber auch die umständlichste Methode bei Mineralen.

Bekanntlich geben isotrope Prismen bei symmetrischem Lichtdurchgang die *kleinste* Abweichung des aus dem Prisma austretenden Strahles von dem einfallenden Strahl. Ist ω der Winkel an der „brechenden Kante“ des Prismas und δ der kleinste gemessene Abweichungswinkel, dann ist:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\omega + \delta}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad (\text{Abb. 179}).$$

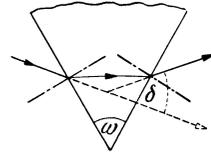


Abb. 179.

Nicht selten kann man an einem natürlichen Kristall zwei geeignete Flächen finden, die zueinander unter einem günstigen Winkel (ω) geneigt sind, um mit deren Hilfe die Bestimmung vorzunehmen. Es muß dazu die brechende Kante als solche gar nicht ausgebildet, sondern sie kann etwa durch andere Flächen abgestumpft sein. Falls ein geeignetes Flächenpaar fehlt, ist es notwendig, unter einer passenden Neigung zu einer natürlichen gegebenen Fläche eine neue künstlich anzuschleifen. Natürlich müssen die verwendeten Flächen vollkommen glatt und eben sein.

Bzüglich der Behandlung anisotroper Kristalle vgl. S. 154.

Einbettungsmethode. Diese ist mit der Prismenmethode nahe verwandt. Durchsichtige, unregelmäßige, sehr kleine Mineralsplitter werden in einen geeigneten Flüssigkeitstropfen gebracht und unter dem Mikroskop die Grenze des Kornes gegenüber der Flüssigkeit beobachtet. Sind Korn und Flüssigkeit gleich stark lichtbrechend, dann scheint das Korn, wenn es nicht eine Eigenfarbe besitzt, in der Flüssigkeit zu verschwinden. Im anderen Fall sind die Korngrenzen mehr oder minder deutlich zu sehen. Um nun den Fall des Unsichtbarwerdens des Kornes in der Flüssigkeit zu erreichen, *mischt* man zwei Flüssigkeiten, von denen die eine stärker, die andere schwächer brechend ist als das Mineralkorn. Ist das Korn stärker brechend als die Flüssigkeit, dann scheint es in sich (an den Rändern) das eintretende Licht zu sammeln (Abb. 180a). Im Falle das Mineral schwächer bricht als die Flüssigkeit, erfolgt diese Lichtanhäufung an den Rändern außerhalb des Kornes (Abb. 180b). Die Abbildung läßt erkennen, daß es sich dabei um eine Art „Prismen“ablenkung des Lichts beim Übertritt von der Flüssigkeit in das Korn handelt.

Bei Anwendung monochromatischen Lichts, Verkleinerung des Lichtbündels (Zuziehen der Beleuchtungsblende), allfälliger schräger Beleuchtung usw. läßt sich die Empfindlichkeit der Methode leicht so weit

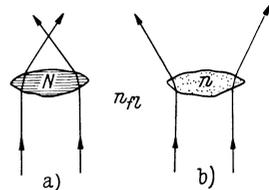


Abb. 180. $N > n_f > n$.

Bei Anwendung monochromatischen Lichts, Verkleinerung des Lichtbündels (Zuziehen der Beleuchtungsblende), allfälliger schräger Beleuchtung usw. läßt sich die Empfindlichkeit der Methode leicht so weit

steigern, daß man durch Mischung geeigneter Einbettungsflüssigkeiten die Lichtbrechung des Mineralkorns bis etwa auf die dritte Dezimale bestimmen kann.

Die von SCHROEDER VAN DER KOLK zuerst angegebene und seither vielfach verbesserte Methode verwendet verschiedene Mischflüssigkeiten, z. B.:

<i>Mischbar mit Wasser:</i>	<i>Mischbar mit Benzol:</i>
Wasser $n = 1,333$	Äther $n = 1,357$
Alkohol 1,362	Alkohol 1,362
Glyzerin 1,473	Benzol 1,502
K-Hg-Jodid 1,717	Nelkenöl 1,537
	α -Monobromnaphthalin 1,660
	Jodmethylen 1,740

Für höher brechende Minerale ist es notwendig, glasig erstarrende Schmelzen als Einbettungsflüssigkeiten zu verwenden (z. B. Schwefel in Selen).

Auf jeden Fall muß dann, wenn durch geeignete Mischung Übereinstimmung der Brechung des Mineralkorns und des Flüssigkeitsgemisches erzielt ist, erst noch der Brechungsquotient der Flüssigkeit bestimmt werden (vgl. S. 135).

Die Methode hat den Vorteil, daß sie auch bei Mineralpulver und völlig unregelmäßigen kleinen Splittern anwendbar ist.

Im Zusammenhang damit steht auch das sog. „*Relief*“ verschiedener Minerale in Dünnschliffen. Alle Minerale, deren Brechungsquotienten jenem der Einbettungsmasse der Schriffe (meist Kanadabalsam) nahe gleich sind (z. B. die Feldspate und vor allem Quarz), erscheinen im Dünnschliff glatt, andere, wie Pyroxen, Olivin, Granaten usw., dagegen rau. In Wirklichkeit ist die Rauigkeit aller Mineralkörner im Schliff im allgemeinen gleich stark. Das rauhere Relief einzelner Minerale ist durch einen kräftigen Unterschied zwischen der Lichtbrechung des Minerals und jener der Einbettungsmasse bedingt. Bei angenäherter Gleichheit der Brechung scheinen dagegen die Rauigkeiten zu verschwinden.

Methode der Totalreflexion. Für zwei optische Medien mit den Brechungsquotienten N und n gilt: $n' = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{N}{n}$. Da dieser Wert immer von 1 verschieden ist, gibt es auch für den Fall, daß $i = 90^\circ$ und damit $\sin i = 1$ wird, also wenn der Lichtstrahl in der Grenzfläche („streifend“) einfällt, immer noch einen gebrochenen Anteil, da $\sin r$ einen von 1 verschiedenen Wert behält ($n' = \frac{1}{\sin t} = \frac{N}{n}$). Es ist das der *größte* Winkel t , unter dem bei gegebenem n' ein von der Seite des schwächer brechenden Mediums kommendes Licht überhaupt in das stärker brechende Medium übertreten kann. Umgekehrt kann Licht, das von der Seite des N kommt, nur dann in das Medium n übergehen, wenn sein Einfallswinkel

winkel kleiner oder höchstens gleich jenem „Grenzwinkel“ t ist. Alle jene Lichtstrahlen, die von der Seite des N aus unter einem *größeren* Winkel auf die Grenzfläche auftreffen, können *nicht* nach n übertreten, sondern *werden ohne jeden Brechungsverlust nach N rückgespiegelt* („Totalreflexion“). Die Bestimmung des „Grenzwinkels der Totalreflexion“ gibt also eine ausgezeichnete Möglichkeit zur Ermittlung von Brechungsquotienten (Abb. 181).

Zur praktischen Durchführung dient am besten ein „Halbkugelrefraktometer“, dessen um die Normale zur Äquatorebene drehbare Halbkugel aus einem sehr hoch brechenden Glas (N etwa 1,9) hergestellt und dessen Brechungsquotient N genau bekannt ist. Aus der oben gegebenen Formel ergibt sich dann: $n = N \cdot \sin t$. Zwecks Beobachtung der Totalreflexionsgrenze wird ein verschwenkbares Fernrohr mit Faden-

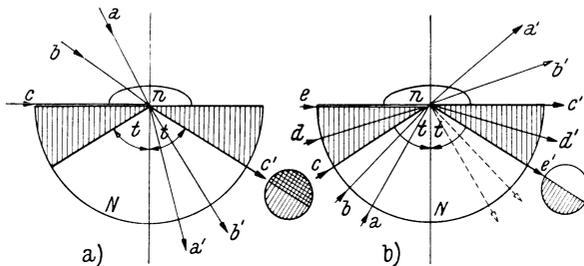


Abb. 181. Der „Raum der Totalreflexion“ ist schraffiert.

kreuz (Schwenkachse in der Äquatorebene) an der Halbkugel vorbeigedreht, bis die Lichtgrenze im Fadenkreuz erscheint. Der zugehörige Grenzwinkel t wird an einem vertikalen Teilkreis abgelesen.

Es sei der Brechungsquotient einer Flüssigkeit zu bestimmen, von der ein Tropfen auf die Äquatorebene des Halbkugelrefraktometers gebracht wird. In der Abb. 181a sind die Beleuchtungsverhältnisse für den Fall dargestellt, daß das Licht von der Seite des Tropfens n einfällt. Beobachtet man nun von der Seite der Halbkugel aus, so muß sich bei dem Grenzwinkel t eine *Helligkeitsgrenze* zeigen. Das bis zu dem Winkel t hindurchgelassene, gebrochene Licht setzt sich scharf gegen den „Raum der Totalreflexion“ ab, der völlig lichtlos ist (also Halbhell gegen Dunkel).

Beleuchtet man von der Seite der Glashalbkugel N (Abb. 181 b), so treten in das andere Medium (Flüssigkeitstropfen) nur Lichtstrahlen in den Lagen $a-c$ über, jene von $c-e$ werden *vollkommen* im Raume der Totalreflexion nach $c'-e'$ gespiegelt, da für solche Einfallswinkel keine Übertrittsmöglichkeit nach n mehr besteht. Hier erscheint die Grenze zwischen Halbhell und Ganzhell, ist also leichter zu beobachten.

Soll ein isotropes *Mineralkorn* seiner Brechung nach damit bestimmt werden, dann muß es mit einer glatten Fläche auf die Äquatorebene der

Halbkugel aufgelegt und durch einen geeigneten Flüssigkeitstropfen festgekittet werden. Es ist nur zu beachten, daß der Brechungsquotient der Kittflüssigkeit seinem Werte nach *zwischen* dem des Minerals und jenem der Glashalbkugel liegen muß, da sonst die Totalreflexion schon an der Kittflüssigkeit erfolgt. Ist aber die angegebene Bedingung erfüllt, dann bleibt (wie leicht zu zeigen) die Kittflüssigkeit ohne Einfluß auf die Bestimmung des Brechungsquotienten des Minerals (vgl. dazu auch S. 155 ff.).

BECKESEHE LICHTLINIE. Im Dünnschliff sieht man häufig bei nicht ganz scharfer Einstellung und eingeeengtem Lichtzutritt (zugezogener Tischblende) die Grenzen der Mineralkörner durch eine helle Lichtlinie gesäumt. Diese Lichtlinien verschwinden bei Scharfeinstellung. Nach BECKE handelt es sich dabei hauptsächlich um die Wirkung der Totalreflexion an der ungefähr senkrechten Grenzfläche zweier Mineralkörner im Dünnschliff (Abb. 182).

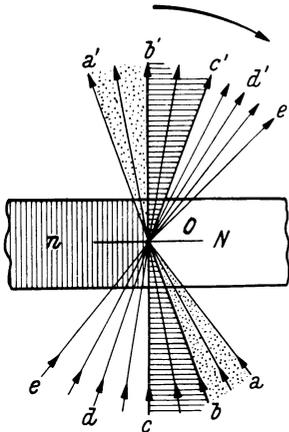


Abb. 182. Strahlengang bei der BECKESCHEN Lichtlinie.

Von dem einfallenden Lichtbündel $a-e$ tritt nur der Anteil $a-b$ von dem stärker brechenden Korn (N) an der Grenzfläche in das schwächer brechende (n) nach $a'-b'$ über, $b-c$ wird „total“ nach $b'-c'$ reflektiert und das von der Seite des n kommende Licht $c-e$ dringt als $c'-e'$ in das stärker brechende Medium (N) ein. Das ursprünglich symmetrisch gebaute Strahlenbündel wird von O aus völlig unsymmetrisch. Ist das Mikroskop scharf (auf O) eingestellt, dann läßt sich nichts davon erkennen, wird aber der Tubus *gehoben*, dann wandert die Lichtlinie der Grenze als heller Streifen in das *höher* brechende Mineral, bei *Senkung* geht sie in das *schwächer* brechende Mineral.

Diese Beobachtung gestattet allerdings keine zahlenmäßige Bestimmung von n , ermöglicht aber doch die sichere Entscheidung, ob ein Mineralkorn höher oder tiefer lichtbrechend ist als jenes, an das es anstößt. Ist für eines der beiden Körner die Lichtbrechung bekannt, so ist damit für das unbekanntes Nachbarkorn schon eine gewisse Einschränkung in den Werten der Brechungsquotienten gegeben.

Der im Dünnschliff als Kitt meistverwendete Kanadabalsam hat ziemlich einheitlich $n = 1,54$. Im Vergleich damit lassen sich also z. B. leicht die albitnahen Plagioklase (mit *kleinerem* n) wie auch der Orthoklas von den anorthitreicheren Plagioklasen mit $n > 1,54$ unterscheiden.¹

¹ Unter Berücksichtigung der Doppelbrechungsverhältnisse bei den Plagioklasen läßt sich im Vergleich mit dem doppelbrechenden Quarz die Unterscheidung der einzelnen Plagioklasmischungen durch die BECKESEHE Lichtlinie sehr weit treiben (RW, S. 561).

3. Glanz.

Eine eigentümliche Folge des Zusammenwirkens von Spiegelung und Brechung an der Oberfläche von Kristallen ist der Glanz. Wenn auch die Glanzwirkung wesentlich durch die Glätte der Kristallfläche bedingt ist, liegt doch die Hauptursache der verschiedenen Arten des Glanzes von Mineralen in der Höhe der *Brechbarkeit*. *Hoch* lichtbrechende Minerale zeigen *Diamantglanz*, *schwächer* brechende dagegen *Glasglanz*. Der Glanz ist vor allem abhängig von der *inneren* Reflexion des einfallenden Lichts, diese aber wieder von der Größe des „Raumes der Totalreflexion“.

Daß der Glanz nicht einfach von der Form und Glätte der spiegelnden Fläche allein abhängt, beweist die bekannte Tatsache, daß auch die genaueste Glasnachahmung geschliffener Diamanten *niemals* den *Diamantglanz* nachzubilden vermag.

Für *Diamant* ($n = 2,4$) ist der Grenzwinkel der Totalreflexion $24^\circ 35'$, für *Glas* ($n = 1,5$) dagegen $41^\circ 45'$. D. h. der Raum der Totalreflexion umfaßt bei *Diamant* $65^\circ 25'$ (!), bei *Glas* nur $48^\circ 15'$. Die Möglichkeit, daß das Licht infolge innerer totaler Reflexion seitlich gar nicht aus dem Körper austritt, sondern von der Innenseite rückgespiegelt wird, ist also bei hochbrechenden Körpern sehr viel größer als bei schwächer brechenden. In Abb. 183 sind die bezüglichen Verhältnisse bei dem *gleichen* Schlickkörper für die Werte $n_d = 2,4$ und $n_g = 1,5$ dargestellt. Das Anschleifen möglichst zahlreicher spiegelnder Grenzflächen und die Einhaltung gewisser, besonders günstiger Winkelneigungen dieser Flächen erhöhen wesentlich die Glanzwirkung („Brillantschliff“).

Da auch bei sehr hohem Absorptionskoeffizienten immer noch gewisse Anteile von Licht in den Körper eindringen, müssen sich auch bei „metallfarbigen“ Mineralen ähnliche Glanzunterscheidungen ergeben. Man spricht darum auch von „*diamantähnlichem Metallglanz*“ (oder „*metallischem Diamantglanz*“) bei metallischen Mineralien mit *hohem* Brechungsquotienten (z. B. Hämatit, $n \sim 2,9$).

Bei schwächerer Brechbarkeit spricht man von „*Metallglanz*“ schlechtweg.

Vom Innenbau der Minerale hängen weitere Glanzarten ab, die als Fett-, Seiden- und Perlmutterglanz unterschieden werden. Bei *Fett-* (*Pech-*, *Wachs-*) *Glanz* handelt es sich um den Glanz von Mineralen mit vielen winzigen Einschlüssen (Trübungen), bzw. einem Gemisch amorph

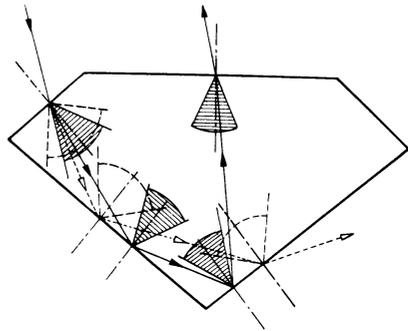


Abb. 183. Strahlengang für Diamant (—) und Glas (----); der Winkel der Totalreflexion für Diamant ist schraffiert.

und kristalliner Teile (Schwefel, Wachsopal usw.). Er ist bedingt durch eine stark zerstreute (diffuse), innere Reflexion. *Seidenglanz* findet sich an feinfaserigen Mineralen (Asbest, Fasergips usw.) und ist bedingt durch die innere Spiegelung an gleichgerichteten Fasern. *Perlmutterglanz* beobachtet man bei blättrig-schuppiger Struktur der Minerale, besonders wenn schon eine leichte Aufblätterung erfolgte (Glimmer, Gips usw.).

Bei rauher Oberfläche verschwindet infolge unregelmäßiger Lichtzerstreuung die Erscheinung des Glanzes.

c) Doppelbrechung und Polarisation.

1. Doppelbrechung.

Die von E. BARTHOLINUS (BERTHELSEN) 1669 am Kalkspat entdeckte und von CH. HUYGHENS 1690 in klassischer Form untersuchte und gedeutete *Doppelbrechung* ist auch an zahllosen anderen Mineralen zu beobachten und erwies sich als eine Folge der Anisotropie der Kristalle.

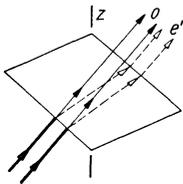


Abb. 184.

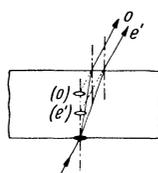


Abb. 185.

Allerdings sind die Doppelbrechungserscheinungen selten so überaus auffällig wie bei dem Kalkspat.

Fällt ein Lichtbündel senkrecht auf eine Spaltplatte des Kalkspats, dann zerlegt es sich in *zwei* Strahlenbündel von denen eines die Platte senkrecht durchsetzt (wie bei einer Glasplatte). Diesen Anteil nennt man den „*ordentlichen Strahl*“ (o); er gehorcht den bekannten Brechungsgesetzen. Das zweite Strahlenbündel weicht dagegen von der Senkrechten zur Spaltplatte ab und wandert bei Drehung der Platte in ihrer Ebene im Kreis um den ordentlichen Strahl herum („*außerordentlicher Strahl*“ = e). Bei Übertritt in Luft ist zwar nach den geltenden Brechungsgesetzen die Richtung der Anteile o und e gleich, aber sie treten an verschiedenen Stellen der Spaltplatte aus (Abb. 184).

Schiefer Lichteinfall läßt erkennen, daß beim Kalkspat der *ordentliche* Strahl der *stärker* gebrochene ist (Abb. 185). Dabei liegen die beiden „*Bilder*“ o und e immer in einer Geraden, die zur *kurzen* Diagonale der Spaltrhomboiderfläche parallel ist, nebeneinander.

HUYGHENS' überaus genaue Untersuchungen ergaben: 1. gleichdicke Platten der *gleichen* Neigung gegen die Hauptachse des Spaltrhomboiders geben die *gleiche* Größe der gegenseitigen *Verschiebung* der beiden Strahlenanteile.

2. Bei gleicher Plattendicke, aber *verschiedener* Neigung zur Hauptachse behält der *ordentliche* Strahl immer die gleiche Geschwindigkeit o , bzw. den *gleichen* Brechungsquotienten ω . Der *außerordentliche* Strahl

ändert dagegen seine Geschwindigkeit e' und damit seinen Brechungsquotienten ε' gesetzmäßig mit der Neigung zur Hauptachse. Der Unterschied gegenüber o bzw. ω ist am größten bei Durchstrahlung des Kalkspats senkrecht zur Hauptachse, dagegen wird $e = o$ bzw. $\varepsilon = \omega$, wenn die Durchstrahlung in der Hauptachse (senkrecht zu 0001) erfolgt. Es gilt dabei: $o < e' < e$ für die Geschwindigkeiten, bzw. $\omega > \varepsilon' > \varepsilon$ für die Brechbarkeit.

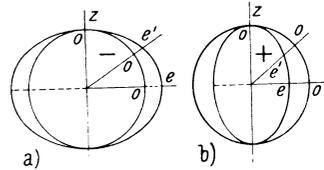


Abb. 186.

Trägt man in einer durch die Hauptachse gelegten Ebene („Hauptschnitt“) von einem Punkt aus in den einzelnen Durchstrahlungsrichtungen die „Strahlengeschwindigkeiten“ zahlenmäßig auf, so erhält man einen Kreis und eine umgeschriebene Ellipse, die einander an jenen Stellen berühren, wo die Hauptachse die Ellipse durchschneidet (Abb. 186a). Da sich außerdem die Doppelbrechungsverhältnisse am Kalkspat rings um die Hauptachse bei gleicher Neigung zu dieser gleich verhalten, erhielt HUYGHENS als die elementare Lichtausbreitungsform im Kalkspat eine doppelschalige Strahlengeschwindigkeitsfläche, die aus einer Kugel (für den ordentlichen Strahl) und einem konzentrisch umschriebenen Drehellipsoid (für den außerordentlichen Strahl) besteht, die einander in der Richtung der Hauptachse berühren (Abb. 187).

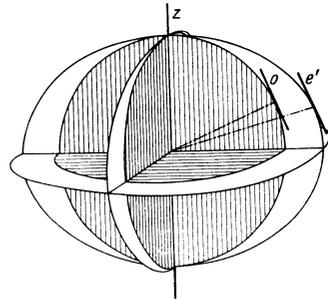


Abb. 187.

Das Maß der „Doppelbrechung“ ist durch den größten Unterschied der Geschwindigkeiten ($e - o$), bzw. der Brechungsquotienten ($\varepsilon - \omega$) gegeben, wie er bei Durchstrahlung senkrecht zur Hauptachse zu beobachten ist.

Mit einer Drehsymmetrie vereinbar wäre auch die Verbindung einer ordentlichen Kugelwelle mit einer außerordentlichen drehellipsoidischen Lichtausbreitung, die aber der Kugel eingeschrieben ist. In diesem Fall ist der außerordentliche Strahl der langsamere und damit der Extremwert $e < o$ bzw. $\varepsilon > \omega$ (Abb. 186 b, z. B. Rutil). Der größtmögliche Unterschied der beiden Brechungsquotienten $(\varepsilon - \omega) =$ „Doppelbrechung“ wird dabei zu einer positiven Zahl, weshalb man einen solchen Körper positiv doppelbrechend nennt. Im Gegensatz dazu ist der Kalkspat ein negativ doppelbrechender Körper ($\varepsilon < \omega$).

Mit Hilfe dieser doppelschaligen Strahlengeschwindigkeitsfläche von HUYGHENS lassen sich die Lichtverhältnisse in Kalkspatplatten verschiedener Neigung zur Hauptachse sehr leicht erläutern (Abb. 188).

1. Platte parallel zur Basis, Lichteinfall in der Hauptachse. Wo ein Lichtstrahl die Platte trifft, wird der betreffende Punkt zum Erregungs-

zentrum einer doppelschaligen Ausbreitungsfläche, deren Lage im Kristall durch die Richtung der Hauptachse genau bestimmt ist. Nach einer bestimmten Zeit sind die doppelschaligen Flächen von den Erregungszentren gleich weit vorgerückt, interferieren im allgemeinen, und es bleibt nur die gemeinsame Tangentialfläche (die „Einhüllende“) übrig (o in Abb. 188a), die in diesem Falle für die Kugelwelle und die ellipsoidische Welle *zusammenfällt*, in dieser Richtung herrscht also *Einfachbrechung*.

2. Bei einer *Platte schräg zur Achse* (z. B. Spaltplatte) bilden sich infolge des Lichteinfalles gleichfalls elementare, doppelschalige Wellen aus, deren Drehachse ($\parallel z$) nun aber schräg zur Strahlenrichtung steht. In

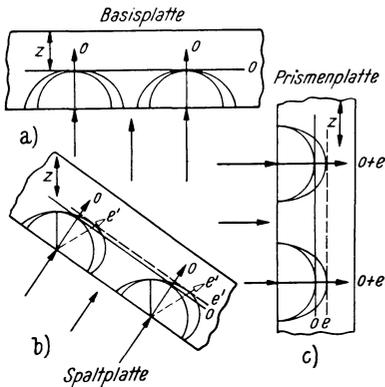


Abb. 188.

diesem Fall entstehen *zwei* Einhüllende (o und e'). Die Tangentialebene an die ellipsoidischen Wellen ist parallel zu jener an die Kugelwellen. Da aber im allgemeinen die Tangenten in Ellipsenpunkten auf den zugehörigen Vektoren *nicht* senkrecht stehen, weicht der Strahl e' von dem Strahl o in der Richtung ab (Abb. 188b).

3. In einer *Prismenplatte* (Lichteinfall *senkrecht* zur Hauptachse) bilden sich gleichfalls zwei einhüllende Wellenfronten o und e , die hier den größten Geschwindigkeitsunterschied erreichen. In diesem Fall haben zwar

beide Strahlen die gleiche Richtung, aber es ist doch eine *doppelte* Brechung vorhanden. Die beiden „Bilder“ liegen genau hintereinander (Abb. 188c).

Wie ersichtlich, ist bei dem *außerordentlichen* Strahl die Wellenfront im allgemeinen *nicht senkrecht* zu der zugehörigen Strahlenrichtung. Die *Fortpflanzungsrichtung* der Wellenfront („Wellennormale“) fällt nur im ersten und dritten Fall mit der Strahlenrichtung zusammen, *im allgemeinen aber nicht*. Wir sehen also gar nicht die Geschwindigkeitsunterschiede der beiden Strahlenarten *gleicher* Winkelneigung zur Hauptachse, sondern *jener* Strahlenrichtungen, die *parallele Wellenfronten* (Tangentialflächen) besitzen.

Will man die „doppelschalige Wellengeschwindigkeitsfläche“ konstruieren, dann muß man, während sich hierin für die Kugelwelle nichts ändert, für die ellipsoidische Welle die „Fußpunktskurve“ der Normalen zu den Tangenten suchen, die ein „Oval“ bildet (ähnlich einem Rechteck mit stark gerundeten Ecken). Wir *messen* eigentlich immer nur *Wellengeschwindigkeiten*, d. h. die Geschwindigkeit ihrer Fortpflanzung in der Wellennormale. Die Strahlengeschwindigkeiten lassen sich dann konstruktiv ermitteln.

Bei jeder Doppelbrechung zerlegt sich das einfallende Licht (Welle) in zwei Strahlen (Wellen) mit *verschiedenen* Geschwindigkeiten (bzw. Brechbarkeit). Man pflegt ganz allgemein den „*rascheren*“ Strahl mit α (α'), den „*langsameren*“ mit γ (γ') zu bezeichnen.¹

Die Verschiedenheit in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutet aber *nicht* eine Verschiedenheit in der „Frequenz“ (vgl. S. 125) und damit in der Schwingungsdauer (τ)! Es ist wellenmechanisch unvorstellbar, daß sich bei Übergang des Lichts in eine anderes Medium der Rhythmus der Schwingung ändert. In der allgemeinen Beziehung $\lambda = c \cdot \tau$ hat aber dann die Änderung von c (Lichtgeschwindigkeit) bei gleichem τ eine *Änderung des λ* für die *gleiche* Lichtart zur Folge! Der Übertritt des Lichts in das stärker brechende Medium erfolgt also vergleichsweise nicht durch Verlangsamung der „Schritte“, sondern *bei gleichem Tempo durch deren Verkürzung.*²

2. Polarisation.

Die beiden mittels einer Kalkspatplatte erhaltenen Bilder o und e eines Lichtpunktes zeigen keine Besonderheiten, solange man gewöhnliches Licht verwendet. *Im gespiegelten Licht* beobachtet man dagegen auffallende Veränderungen.

Läßt man das Licht vor dem Eintritt in den Kalkspat zunächst an einer Glasfläche spiegeln ($\parallel P$ in Abb. 189), so erhält man in bestimmten Lagen der Kalkspatplatte nur ein Bild. Ist die lange Diagonale parallel P , so erscheint das ordentliche Bild allein, ist die kurze Diagonale parallel P , dann tritt das außerordentliche Bild allein auf. In Zwischenlagen beobachtet man beide Bilder mit wechselnder Helligkeit.

Das gespiegelte Licht hat demnach seinen ursprünglichen Charakter verloren und der Kalkspat gibt in seiner Doppelbrechung die Möglichkeit, das zu erkennen.

Spiegelpolarisation. Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl auf die spiegelnde Grenzfläche eines durchsichtigen Körpers, so erfährt er eine Änderung in dem Sinne, daß eine Auslese der Wellen in bezug auf ihre Schwingungsrichtungen stattfindet. Nach FRESNEL ist anzunehmen, daß

¹ Häufig werden auch die Zeichen α und γ verwendet, doch geben die oben verwendeten griechischen Buchstaben weniger Anlaß zu Verwechslungen.

² Ein einfacher Versuch macht das deutlich. Füllt man in einem „NEWTONschen Farbenglas“ den ringförmigen Hohlraum zwischen der Plankonvexlinse und Glasplatte mit Wasser statt mit Luft, so rücken bei *gleicher* Lichtart (z. B. Na-Licht) die Dunkelstreifen, näher zusammen, d. h. das λ ist *kleiner* geworden.

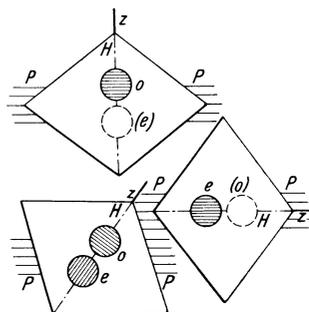


Abb. 189.

das „gewöhnliche Licht“ Wellen aller nur denkbaren Schwingungsrichtungen enthält, die wohl in überaus raschem Wechsel ihre Schwingungsrichtungen ständig ändern. Für unser Auge scheint dann der gewöhnliche Lichtstrahl alle Schwingungsrichtungen *gleichzeitig* zu enthalten. Abb. 190 gibt einen „Querschnitt“ durch einen solchen Strahl gewöhnlichen Lichts mit Eintragung der möglichen Schwingungsrichtungen.



Abb. 190.

Trifft nun ein solcher Lichtstrahl auf die Grenzfläche eines Körpers auf (P in Abb. 190), dann müssen die verschiedenen Schwingungsrichtungen dadurch verschieden beeinflusst werden. Jene, die parallel P liegen, sind wohl besonders geeignet, „elastisch abzurallen“ und „gespiegelt“ zu werden. Jene dagegen, die senkrecht zu P schwingen, werden wohl am kräftigsten in das andere Medium *eindringen*. Und alle Zwischenlagen zerlegen sich nach den Gesetzen des Bewegungsparallelogramms in einen Anteil parallel und einen senkrecht zur Richtung P .

Damit verteilt sich das auftreffende Licht nicht nur auf einen reflektierten und einen gebrochenen Anteil, sondern es werden auch gleichzeitig die *Schwingungsrichtungen gesondert*. Im *gespiegelten* Anteil liegt nach FRESNELS anschaulicher, bildhafter Hypothese die Schwingungsrichtung *parallel* P , im *gebrochenen* Anteil *senkrecht* zu P . Die beiden Anteile sind *linear polarisiert*, und zwar immer *senkrecht zueinander polarisiert*, d. h. die Schwingungsebenen der beiden Anteile stehen aufeinander senkrecht (Abb. 191).

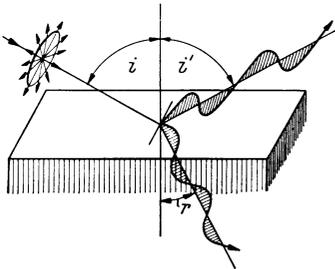


Abb. 191.

Die Sonderung der Schwingungsrichtungen erfolgt am schärfsten, wenn der *gespiegelte* und der *gebogene Strahl* aufeinander normal stehen, d. h. wenn $\frac{\sin i}{\sin (90 - i)} = n = \operatorname{tg} i$ (BREWSTER 1815). Dieser „Polarisationswinkel“ ist also durch den Brechungsquotienten bestimmt.¹

	n	i		n	i
Eis	1,31	52° 40'	Obsidian	1,51	56° 30'
Fluorit	1,44	55° 7'	Pyrop	1,75	61° 4'
Glas	1,50	56° 20'	Zinkblende	2,37	67° 8'

Unter anderen Beleuchtungswinkeln erhält man nur *teilweise* polarisiertes Licht. Ist der Anteil des gebrochenen (eindringenden) Lichts

¹ Das von den sog. „Meeren“ des *Mondes* reflektierte Licht hat einen Polarisationswinkel von 56° 43', ähnlich wie bei Glas oder Obsidian, keinesfalls aber wie bei Eis.

praktisch gleich Null (wie bei den Metallen) so ist auch keine geradlinige Spiegelpolarisation zu erreichen.

Doppelbrechungspolarisation. Die Beobachtung der Kalkspatdoppelbrechung im *polarisierten Licht* (einer spiegelnden Glasplatte, Schwingungsrichtung parallel P) läßt erkennen, daß die beiden gebrochenen Strahlen o und e *gleichfalls normal aufeinander polarisiert* sind. Nach Abb. 189 liegt die Schwingungsrichtung des *ordentlichen* Strahles parallel der *langen* Diagonale der Spaltfläche, jene des *außerordentlichen* Strahles parallel der *kurzen* Diagonale. Da die letztgenannte Richtung dem Hauptschnitt entspricht (vgl. S. 139), so nennt man den *ordentlichen Strahl senkrecht zum Hauptschnitt, den außerordentlichen im Hauptschnitt polarisiert*.

Liegen die beiden Diagonalen der Spaltfläche *schief* gegen die Schwingungsrichtung P des einfallenden Lichts, dann erscheinen *beide* Bilder, wenn auch in wechselnder Stärke. Es wird also das eindringende polarisierte Licht unter allen Umständen auf die beiden *kristallographisch allein möglichen* Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zum Hauptschnitt *umpolarisiert*. Andere Schwingungsrichtungen als die angegebenen sind im Kalkspatkristall nicht möglich.

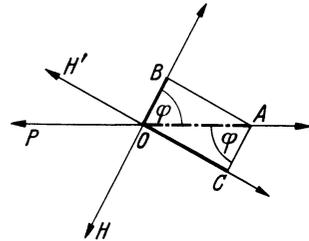


Abb. 192.

Die wechselnde Helligkeit der beiden Strahlen bei Beobachtung im polarisierten Licht weist sehr einfache mathematische Gesetzmäßigkeiten auf. Es sei O in Abb. 192 der Durchstoßpunkt eines parallel P schwingenden, polarisierten Lichtstrahles. OA gibt die Schwingungsweite (Amplitude) an und damit ein Maß für die Intensität. H sei die Richtung des Hauptschnittes einer darübergelegten doppelbrechenden Platte, H' ist die Richtung senkrecht dazu. Der Hauptschnitt sei unter φ gegen die Schwingungsrichtung P des eintretenden Lichts geneigt. Dann zerlegt sich OA in die beiden nach H und H' polarisierten Schwingungsrichtungen OB und OC , wobei $OB = OA \cdot \cos \varphi$ und $OC = OA \cdot \sin \varphi$. Ist $\varphi = 0$, H also $\parallel P$, dann ist $OB = OA$ und der Anteil OC wird gleich Null (e bleibt allein). Bei $\varphi = 90^\circ$ ($H \perp P$) wird OB gleich Null und $OC = OA$ (also o allein). In den Zwischenlagen ergeben sich die Schwingungsweiten (bzw. Intensitäten) aus den Winkelfunktionen für φ .

Die Schwingungsrichtungen *parallel* und *senkrecht zum Hauptschnitt* sind in *allen* Durchstrahlungsrichtungen des Kalkspates *kristallographisch verschiedenwertig*, ausgenommen, wenn die Durchstrahlung in der Achsenrichtung selbst erfolgt. Senkrecht zur Hauptachse liegen nämlich bei wirteligen Kristallen *gleichwertige* Nebenachsen, d. h. daß alle Schwingungsrichtungen senkrecht zur Hauptachse *gleich* sind, H wird gleich H' .

Die Doppelbrechung und die damit verbundene Polarisation beider Strahlen ist demnach eine *Folge der Kristallsymmetrie*. In jenen Strahlrichtungen, in denen H und H' *kristallographisch ungleichwertig* sind, ist

Doppelbrechung, wird $H = H'$, so zeigt die zugehörige Strahlenrichtung Einfachbrechung.

Die „Doppelbrechungspolarisation“ gestattet auch die Konstruktion eines Apparats zur Herstellung linear-polarisierten Lichts bei durchfallender Beleuchtung („Polarisator“).¹ Am häufigsten bedient man sich einer Konstruktionsgrundlage von NICOL (1828), weshalb solche Polarisatoren auch als „NICOLSche Prismen“ bezeichnet werden (Abb. 193).

Ein etwas in die Länge gezogenes Kalkspatpaltstück wird ungefähr senkrecht zu einer Spaltfläche von der Polecke aus zersägt und mit Kanadabalsam wieder zusammengekittet. (Bezüglich der genauen Winkel- und Längenverhältnisse vgl. RW, S. 223.) Für Kalkspat gilt: $\omega = 1,658$, $\varepsilon = 1,486$ und ε' in der Richtung der langen Rhomboederkante 1,54, für Kanadabalsam $n = 1,54$. Die Abmessungen und Durchleuchtungsbedingungen sind so getroffen, daß von den beiden im Kalkspat durch Doppelbrechung entstehenden Strahlenanteilen der *außerordentliche* Strahl einen Brechungsquotienten ε' zeigt, der jenem des Kanadabalsams gleich ist. Für den außerordentlichen Strahl verhält sich also die Balsamschicht so, als wäre sie gar nicht vorhanden. Dieser Lichtanteil geht ungehindert hindurch.

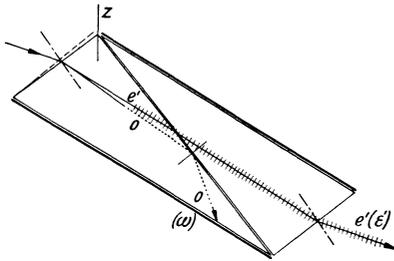


Abb. 193. NICOLSches Prisma.

Der stärker gebrochene *ordentliche* Strahl jedoch mit dem gegenüber der Balsamschicht viel höheren Brechungsquotienten trifft auf diese Kittschicht unter solchen Winkeln auf, daß er innerhalb des „Raumes der Totalreflexion“ *gänzlich zur Seite gespiegelt* wird. Dadurch ist eine strenge Sonderung der beiden Strahlen erzielt. Nur der im Hauptschnitt polarisierte, außerordentliche Strahl dringt durch, der ordentliche Strahl wird seitlich abgelenkt und in der lichtundurchlässigen Fassung des NICOLSchen Prismas durch Absorption vernichtet.

Da Beobachtungen im durchfallenden Licht viel bequemer sind als solche im auffallenden Licht, wird heute fast ausschließlich von Doppelbrechungspolarisatoren Gebrauch gemacht.

Um die Schwingungsrichtung eines solchen Polarisators zu bestimmen, visiert man mit ihm eine nichtmetallische, spiegelnde (horizontale) Fläche an. Wenn das Spiegellicht mit größter Helligkeit zu erkennen ist, liegt die Schwingungsrichtung des Polarisators der anvisierten Fläche parallel (horizontal).

¹ Früher benutzte man Turmalinplatten, parallel der Hauptachse geschnitten, bei denen infolge der sehr hohen Absorption des ordentlichen Strahles (schwarz) nur der außerordentliche Strahl mit grünem Licht und seiner Schwingungsrichtung parallel der Hauptachse durchdringt. Die sehr störende Eigenfarbe des Minerals und die nicht völlige Vernichtung des ordentlichen Strahles macht aber solche „natürliche Polarisatoren“ für genaue Bestimmungen unbrauchbar.

Besonders aufschlußreich ist das *Verhalten doppelbrechender Platten zwischen zwei Polarisatoren*.

Man verwendet dabei die beiden Polarisatoren fast ausschließlich in jener Stellung, wobei deren Schwingungsrichtungen *aufeinander senkrecht* stehen („gekreuzte Nicole“). Das Gesichtsfeld muß dann völlig dunkel erscheinen, da das aus dem ersten Polarisator kommende Licht, auf den zweiten unpolarisiert, in dessen Schwingungsrichtung nur die Intensität Null erreicht (vgl. Abb. 192, P und H bei $\varphi = 90^\circ$).

Legt man eine doppelbrechende Platte dazwischen, dann wird diese bei Drehung in ihrer Ebene abwechselnd hell und dunkel. Anknüpfend an Abb. 192 sind in Abb. 194 die Verhältnisse dargestellt. Der normal zur Zeichenebene in O durchstoßende Strahl mit der Schwingungsrichtung P und der Amplitude OA wird in der doppelbrechenden Platte mit den Schwingungsrichtungen H und H' auf diese nach OB und OC umpolarisiert. Diese beiden Schwingungen kommen nun zum zweiten Polarisator P' (oft auch „Analysator“ genannt) und müssen auf dessen Schwingungsrichtung unpolarisiert werden. OB zerfällt in die Anteile OD und OE . Es ist $OD = OB \cdot \sin \varphi$, $OE = OB \cdot \cos \varphi$. Ebenso zerlegt sich OC in zwei Anteile, $OF = OC \cdot \cos \varphi$, $OG = OC \cdot \sin \varphi$. Die Anteile OE und OG können durch P' nicht hindurch, sondern werden „ausgelöscht“.

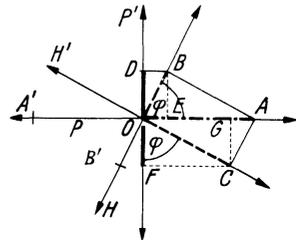


Abb. 194.

Dagegen wird: $OD = OF = OA \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi$. Die nach P' laufenden, hindurchgehenden Schwingungen sind numerisch gleich, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen.

Ist $\varphi = 90^\circ$ oder ein Vielfaches davon, so wird jedenfalls der obige Ausdruck gleich Null, also kann bei P' kein Licht austreten, „die doppelbrechende Platte befindet sich in Auslöschungsstellung“. Den Maximalwert erreicht das Produkt $\sin \varphi \cdot \cos \varphi$, wenn $\varphi = 45^\circ$ ist („45°-Stellung“ oder „Diagonalstellung“). Der Wechsel von Auslöschung und Aufhellung bei Drehung des Präparats im Dunkelfeld gekreuzter Polarisatoren in Abständen von je 90° ist das sicherste Kennzeichen dafür, daß die eingeschaltete Platte doppelbrechend ist.

Diese Methode gestattet die Erkennung der Doppelbrechung auch dann, wenn die Brechungsunterschiede der doppelbrechenden Platte außerordentlich klein sind. Nur sehr wenige Minerale sind so hoch doppelbrechend, daß man schon ohne Hilfsmittel die Auseinanderlegung der beiden Strahlen o und e beobachten kann, wie beim Kalkspat.

Da beide Strahlen eines doppelbrechenden Körpers verschiedene Geschwindigkeit besitzen, werden sie auch bei dem Austritt aus einer Platte mit der Dicke d einen bestimmten Gangunterschied (I') aufweisen.

Durch den Übertritt in Luft wird zwar die Geschwindigkeit für beide Strahlenanteile wieder gleich, aber der bei dem Durchgang durch die Platte erzielte Gangunterschied bleibt erhalten. Kommen nun die beiden Strahlen in den zweiten Polarisator, so werden sie dort auf die gleiche Schwingungsrichtung unpolarisiert und werden nun *miteinander interferieren* (entsprechend der Größe von Γ). Es müssen also hier ähnliche Interferenzerscheinungen auftreten wie bei farbendünnen Blättchen bzw. bei dem NEWTONSchen Farbenkeil.

Es seien a' und c' die Geschwindigkeiten, bzw. α' und γ' die Brechungsquotienten des rascheren und des langsameren Strahles einer doppelbrechenden Platte mit der Dicke d . Der bei Übertritt in Luft erhalten bleibende Gangunterschied ist: $\Gamma = t \cdot v$, wobei v die Lichtgeschwindigkeit in Luft bedeutet und t der Unterschied der Zeiten ist, die beide Strahlen benötigen, um die Plattendicke d zu durchheilen ($t = t_{\gamma'} - t_{\alpha'}$). Nach der allgemeinen Wegformel ist dann $t_{\gamma'} = \frac{d}{c'}$ und $t_{\alpha'} = \frac{d}{a'}$. Und somit $\Gamma = v \cdot (t_{\gamma'} - t_{\alpha'}) = v \cdot \left(\frac{d}{c'} - \frac{d}{a'} \right) = d \cdot \left(\frac{v}{c'} - \frac{v}{a'} \right)$ und da $\frac{v}{c'} = \gamma'$, bzw. $\frac{v}{a'} = \alpha'$ ist, ergibt sich:

$$\Gamma = d(\gamma' - \alpha') = n \cdot \lambda.$$

Der Gangunterschied ist demnach von der Dicke der Platte und der „Größe der Doppelbrechung“ abhängig.

Aus Abb. 194 ist zu entnehmen, daß, ähnlich wie beim Reflexionskeil, dann, wenn der Gangunterschied ein *gerades* Vielfaches halber Wellenlängen beträgt, *Dunkelheit* eintritt, ist aber Γ ein ungerades Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, so ergibt sich Helligkeit (vgl. S. 130). Wenn z. B. $\Gamma = 0$ oder λ ist, so heißt das, daß im gleichen Augenblick von O aus der ordentliche Strahl nach OC , der außerordentliche nach OB ausschwingt. Die Umpolarisierung auf OD und OF gibt dann ein Ausschwingen nach *entgegengesetzten* Richtungen, also gegenseitige Vernichtung. Ist dagegen der Gangunterschied beider Strahlen (α' und γ') gleich $\frac{\lambda}{2}$, so bedeutet dies, daß der nach H schwingende Strahl schon von O über B nach O zurückpendelte, ehe der nach H' schwingende Strahl seine Schwingung beginnt. Während nun dieser nach OC ausschwingt, ist jener nach OB' gependelt. Die Umpolarisierung auf P' gibt dann OD und OF nach der *gleichen* Seite gerichtet, also sich verstärkend.

Da es nicht vorstellbar ist, daß ein und dasselbe „Ätherteilchen“ die Schwingungen der beiden Strahlen α' und γ' gleichzeitig in zwei aufeinander senkrechten Schwingungsrichtungen ausführen kann, müssen die beiden Schwingungsformen durch Übereinanderlagerung zu einer *resultierenden* Schwingung zusammentreten.

Jede Pendelschwingung läßt sich nach den Gesetzen der Zentralbewegung verstehen. Nach diesem Gesetz sei in Abb. 195 für die beiden

Schwingungsrichtungen OA und OB (mit gleichen Amplituden) die jeweilige Schwingungsweite nach je $1/16$ der Pendelschwingung (Umlaufzeit) eingetragen. O ist die Projektion der beiden senkrecht zur Zeichenebene laufenden, gleichgerichteten Strahlen.

Ist $\Gamma = 0$, so schwingen beide Strahlen gleichzeitig von O nach A und B aus. Die Resultierende dieser Bewegung muß dann eine *geradlinig polarisierte* Schwingung mit der Schwingungsrichtung und Amplitude OC sein.

Ist $\Gamma = \frac{\lambda}{8}$, so ist der eine Strahl in seiner Schwingung schon bis D gekommen, ehe der zweite in O gegen B beginnt. Verfolgt man die Punktlagen nach je $1/16$ der Schwingungsdauer, so ergibt sich eine *elliptisch polarisierte* Welle. Die „Pendelbewegung“ erfolgt in einer Ellipse, die linksläufig ist und deren Hauptachse parallel der nach rechts gehenden Diagonale des Quadrates läuft.

Ist $\Gamma = \frac{\lambda}{4}$, so ergibt der gleiche Gedanken-gang (erste Schwingung schon in A , wenn die zweite erst in O beginnt) eine *kreisförmig (zirkular) polarisierte* Welle (ebenfalls linksläufig).

Bei $\Gamma = \frac{3\lambda}{8}$ gibt es eine linksläufige, elliptisch polarisierte Welle, deren große Achse parallel der nach links gerichteten Diagonalen läuft.

Ist $\Gamma = \frac{\lambda}{2}$, so ist der erste Strahl schon über A nach O zurückgeschwungen, bevor der zweite Strahl seine Schwingung gegen B beginnt. Beide Schwingungen setzen sich zu einer linearpolarisierten Schwingung parallel der nach links gerichteten Diagonale zusammen.

$\Gamma = \frac{5\lambda}{8}$ liefert eine rechtsläufige Schwingungsellipse usw.

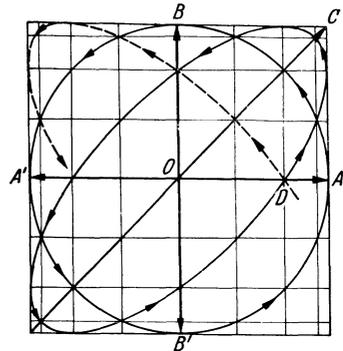


Abb. 195.

Je nach dem Gangunterschied ist also der Polarisationszustand der resultierenden Schwingung durchaus verschieden.

d) Beziehungen zur Kristallsymmetrie.

Sind die drei Raumrichtungen im Kristall geometrisch *gleichwertig*, so herrscht nur *Einfachbrechung*, da kein Anlaß zu optischer Anisotropie gegeben ist. Die Ausbreitungsform der elementaren Lichtwelle ist eine *Kugel* (*kubische Kristalle* und *amorphe Körper*).

Haben die Kristalle *Wirtelsymmetrie*, d. h. eine ausgezeichnete Richtung und senkrecht dazu mehrere gleichwertige Richtungen, dann erfolgt die Lichtausbreitung in *doppelschaligen* Elementarwellen (Kugel und um- oder eingeschriebenes *Drehellipsoid*), deren beide Schalen sich in der Richtung der Hauptachse berühren. Der Kristall ist *doppelbrechend* mit einziger Ausnahme der Richtung der Hauptachse, in der er

sich einfachbrechend verhält („optisch einachsige“ Kristalle, *tetragonale, hexagonale und trigonale* Kristalle).

1. FLETCHERS Indikatrix.

Zur leichteren Übersicht der zahlenmäßigen Doppelbrechungsverhältnisse bedient man sich einer *einschaligen* Bezugsfläche („Indikatrix“), die *nur konstruktiven* Charakter hat und die *Brechungsquotienten* (nicht Geschwindigkeiten!) benutzt.

Für die Wirtelkristalle dient dazu ein *Drehellipsoid*, dessen Achse z dem Wert ε und dessen Äquatorradius dem ω entspricht. Jeder „Hauptschnitt“ ist dann eine Ellipse mit ω und ε . In jeder Ellipse ist die Fläche

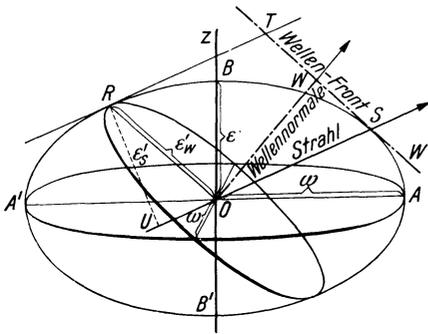


Abb. 196. FLETCHERS Indikatrix für optisch einachsige-negative Kristalle.

des Parallelogramms aus zwei konjugierten Halbmessern konstant ($= OA \cdot OB = 1$). Irgendein Punkt R in einem Hauptschnitt dieses Drehellipsoides, gibt nun in dem Halbmesser OS , der zu der in R konstruierten Tangente parallel ist, die *Strahlenrichtung*, in SW (parallel zu RO und gleichzeitig Tangente in S) die zugehörige *Wellenfront* und *Schwingungsrichtung*. Da $\# ROST = OS \cdot RU =$

$= OA \cdot OB = 1$ ist, stellt RU den für den *Strahl* OS gültigen *Brechungsquotienten* ε'_s dar. Da sich aber $\# ROST$ auch durch $RO \cdot OW$ deuten läßt, wobei OW die *Wellennormale* ist, bedeutet RO den *Brechungsquotienten* ε'_w der zum *Strahl* OS gehörigen *Wellenfront* (Abb. 196).

Legt man durch R eine zentrale, zum Hauptschnitt senkrechte Schnittellipse, so schneidet diese das Drehellipsoid im Äquator mit ω . OR und dieser Schnitt mit dem Äquator stehen aufeinander *senkrecht*, die kleine Achse der Schnittellipse ist ε'_w , die große ist ω . Die durch R gehende, zentrale Schnittellipse gibt also in ihrer kleinen Achse die *Schwingungsrichtung* und Größe für ε'_w , in ihrer großen Achse *Schwingungsrichtung* und Größe von ω . *Parallel* zu ihr liegt die *Wellenfront* (SW), *senkrecht* zu ihr die *Fortpflanzungsrichtung* der Welle.

Für eine durch z gehende Schnittellipse ($R = B$) liegt dann die *Strahlenrichtung* in OA ($\perp z$), gleichzeitig *Wellennormale*. Als Achsen der Schnittellipse gelten die Extremwerte ε und ω .

Liegt R in A' , also im Äquator, dann ist die *Strahlenrichtung* $OB = z$, die dazugehörige *Wellenfront* ist parallel dem Äquator und, da dieser ein Kreis ist, gibt es keinen Unterschied zwischen ε' und ω , alle *Schwingungsrichtungen* sind gleich ω .

2. BECKES Skiodromen.¹

Zur Verdeutlichung aller möglichen Schwingungsverhältnisse in einem optisch einachsigen Kristall schlug BECKE die Eintragung aller Schwingungsrichtungen auf einer Kugeloberfläche vor.

Man denkt sich dazu aus dem Wirtelkristall eine Kugel geschliffen und auf dieser die Achsenpole eingetragen. Soll nun für irgendeinen Punkt dieser Kugel bei Beleuchtung aus deren Mittelpunkt (also radial) das Schwingungskreuz für diese Radialstrahlrichtung bestimmt werden, so ist nur zu beachten, daß die Verbindung eines Kugeloberflächenpunktes mit der Achse einen Hauptschnitt liefert, zu dem parallel (tangential in dem gewählten Punkte) der außerordentliche Strahl schwingt. Senkrecht zu dieser Richtung liegt in jedem Kugelpunkt die Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahles (Abb. 197).

Die Eintragung aller Schwingungsrichtungen auf einer Kugel gibt nun für den *außerordentlichen* Strahl ein System von *Meridiankreisen*. Die Schwingungsrichtungen der *ordentlichen* Strahlen werden dann durch ein System von *Parallelkreisen* dargestellt, die auf den Meridiankreisen senkrecht stehen. Damit ist für jede Durchstrahlungsrichtung (Kugelradius) eindeutig das Schwingungskreuz bestimmt.

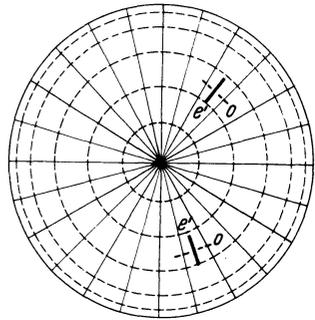


Abb. 197.

3. Optik der niederen Kristallsysteme.

Die *Drehsymmetrie* der doppelten Lichtausbreitung, ähnlich jener im Kalkspat, *verträgt sich nicht* mit der Symmetrie der rhombischen, monoklinen und triklinen Kristalle. Die doppelschalige Wellenfläche für diese Systeme ist viel komplizierter und besitzt *zwei* Richtungen sog. Einfachbrechung („*optisch zweiachsige* Kristalle“).

Die Ableitung der doppelschaligen Strahlengeschwindigkeitsfläche läßt sich durch eine geometrische Schlußfolgerung verständlich machen. Ist für die isotropen Körper (amorph und kubisch) die *Kugelwelle* die kennzeichnende Ausbreitungsform und Indikatrix und läßt sich das Verhalten der Wirtelkristalle durch eine *drehellipsoidische* Bezugsfläche (Indikatrix) versinnlichen, so ist es naheliegend, den niederen Kristallsystemen eine Lichtausbreitung zuzuschreiben, die sich von einer *Indikatrix* in Form eines *dreiachsigen Ellipsoides* (jeder zentrale Schnitt eine Ellipse) ableiten läßt.

Als Symmetrieachsen des dreiachsigen Ellipsoides verwenden wir die

¹ Griechisch=Schattenläufer. Es handelt sich um die Konstruktion von Auslöschungskurven (vgl. BE, S. 75).

drei Hauptbrechungsquotienten α, β, γ entsprechend den drei aufeinander senkrechten Raumachsen, wobei immer gilt: $\alpha < \beta < \gamma$ (Abb. 198 a). Für die zugehörigen Geschwindigkeiten gilt dann: $a > b > c$.

Ist x eine Strahlenrichtung, dann zeigt die Indikatrix, daß die dazu normale, zentrale Schnittellipse die Achsen β und γ enthält und damit gleichzeitig deren Schwingungsrichtungen. Es bewegen sich also in der Richtung x zwei Strahlen; der eine hat die Geschwindigkeit b ($= \frac{1}{\beta}$) mit der Schwingungsrichtung $\parallel \beta$, der andere die kleinere Geschwindigkeit c ($= \frac{1}{\gamma}$) mit der Schwingungsrichtung γ . Entsprechend erhält man in der Strahlenrichtung y einen Strahl mit der Geschwindig-

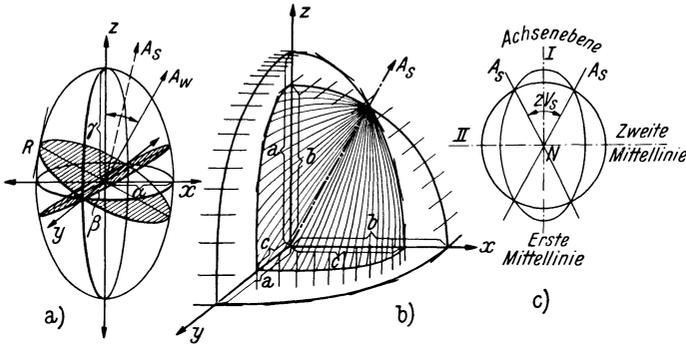


Abb. 198.

keit a ($= \frac{1}{\alpha}$) und der Schwingungsrichtung α und einen zweiten mit der Geschwindigkeit c und der Schwingungsrichtung γ . In der dritten Symmetrieachse z laufen die beiden Strahlen mit den Geschwindigkeiten a und b und den zugehörigen Schwingungsrichtungen $\parallel \alpha$ und β (Abb. 198 b).

Nimmt man nun in einem der Symmetrieschnitte (z. B. xz) einen Punkt R an (Abb. 198 a), so gibt dieser in seiner Tangente die im gleichen Schnitt liegende Strahlenrichtung (OA). Die durch R senkrecht zu xz gelegte, zentrale Schnittellipse hat eine Hauptachse in β , die zweite (RO) besitzt einen zwischen α und γ liegenden Wert. Für alle Punkte R in der Symmetrieellipse xz der Indikatrix ergibt sich demnach ein Strahl mit der Schwingungsrichtung β und der Geschwindigkeit b . Der andere Strahl schwankt in seinen Geschwindigkeiten zwischen a (in z) und c (in x) entsprechend einer Ellipsenfunktion. Die zugehörigen Schwingungsrichtungen sind durch die Tangenten in einzelnen Ellipsenpunkten gegeben. Der xz -Schnitt der elementaren doppelschaligen Ausbreitungswelle ist also durch einen Kreis mit b und eine Ellipse mit a und c gegeben.

Analog erhält man für Strahlen der optischen Symmetrieebene xy einen Kreis mit dem Radius c und der Schwingungsrichtung $\parallel \gamma$ und eine Ellipse mit b (in x) und a (in y) und den Schwingungsrichtungen $\parallel \beta$ bzw. $\parallel \alpha$. Endlich liefert die Ebene yz einen Kreis mit a (Schwingungsrichtung $\parallel \alpha$) und eine Ellipse mit b und c . In der Abb. 198 b sind für einen Oktanten die Geschwindigkeiten und Schwingungsrichtungen der doppel-schaligen Strahlengeschwindigkeitsfläche eingetragen.

Die so entwickelte doppelschalige Wellenfläche *ohne* Drehsymmetrie hat *zwei Richtungen* (vier Punkte), in denen sich die beiden Schalen berühren. Dabei hat keine der Schalen eine Kugelform und daher ist auch keiner der Strahlen als „ordentlicher“ Strahl anzusprechen. Die Berührung der beiden Schalen erfolgt an jenen Stellen, wo im xz -Schnitt der Kreis mit b von der Ellipse mit a und c durchschnitten wird. Hier zeigt die innere Schale eine Ausbuchtung, die äußere Schale dagegen eine nabelartige Vertiefung. An dieser Stelle hat auch der Vektor der Ellipse den Wert b , d. h. dort ist für diese Strahlenrichtung *kein Geschwindigkeitsunterschied* und darum *Einfachbrechung* („sekundäre optische Achse“, „Strahlenachse“ (Abb. 198 c). Da es zwei solche Richtungen im Kristall gibt, nennt man Kristalle mit einer derartigen Lichtausbreitung „optisch zweiachsig“.

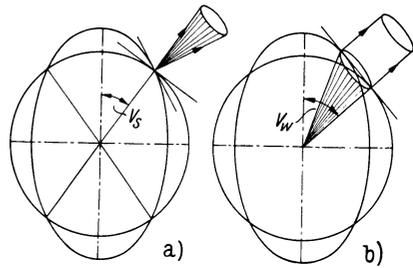


Abb. 199. a) äußere konische Refraktion.
b) innere konische Refraktion.

Aus Abb. 199 a ist zu entnehmen, daß zu der *Strahlenachse* ein ganzer Kegel von tangentialen Wellenfronten (bzw. deren Wellennormalen) rings um den Achsenpol gehört („äußere konische Refraktion“). Betrachtet man dagegen die beiden Schalen *gemeinsame, einhüllende* Tangentialebene in diesem Bereich, so ergibt sich, daß diese *eine* Wellenfront (und Wellennormale) eigentlich einem ganzen Kegel von Strahlen zugehört („innere konische Refraktion“) (Abb. 199 b).¹ Die Fortpflanzungsrichtung dieser *gemeinsamen Wellenfront* bezeichnet man als die *Wellenachse* bzw. „primäre optische Achse“. Strahlenachsen und Wellenachsen sind also *nicht* gleich und *keine* der beiden genügt vollständig den Anforderungen optischer *Isotropie*, so daß man nur bedingt von Richtungen der Einfachbrechung in optisch zweiachsigen Kristallen reden kann. Praktisch kommt *nur der Winkel der Wellenachsen* (V_w in Abb. 199 b) in Betracht, da wir Strahlen als solche und noch dazu mit nicht parallelen Wellen-

¹ Die beiden Formen der konischen Refraktion sind nur schwer sichtbar zu machen und bleiben praktisch ohne Bedeutung, da der Richtungsunterschied von Strahlen- und Wellenachse meist nur wenige Minuten beträgt.

fronten nicht beobachten können. (Bezüglich Einzelheiten vgl. RW, S. 116ff. und LI, S. 340ff.)

In der Indikatrix mit α , β , γ verrät sich die Richtung der Wellenachsen dadurch, daß die zugehörige zentrale Schnittellipse zu einem Kreis entartet, da auf der Ellipse mit α und γ der Vektor an irgendeiner Stelle einmal den Wert β durchheilen muß. β ist aber auch die zweite Achse des zu dem Punkt R gehörigen zentralen Schnittes. Die beiden in einem dreiachsigen Ellipsoid möglichen „*Kreisschnitte*“ geben in ihren *Normalen* die Richtungen der „*primären optischen Achsen*“ (*Wellenachsen*).

Die xz -Ebene, in der die beiden optischen Achsen liegen, heißt „*Achsen-ebene*“ (AE). Der Winkel zwischen den beiden Achsenrichtungen ist der „*Achsenwinkel*“ $2V$ (gemeint ist dabei immer der Winkel der *Wellenachsen*!). Aus einer einfachen Rechnung ergibt sich (vgl. LI, S. 314ff.):

$$\sin V_w = \sqrt{\frac{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}}} \quad \text{bzw.} \quad \text{tg } V_w = \sqrt{\frac{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}}} =$$

$$= \text{tg } V_w = \frac{\gamma}{\alpha} \sqrt{\frac{\beta^2 - \alpha^2}{\gamma^2 - \beta^2}}.^1$$

Die Symmetrale des *spitzen* Achsenwinkels heißt „*erste Mittellinie*“ (auch „*spitze*“ Mittellinie oder „*Bisectrix*“), jene des *stumpfen* Winkels zwischen den Achsen wird „*zweite*“ oder „*stumpfe Mittellinie*“ genannt. Die Senkrechte auf die Achsenebene (in der Richtung $y = \beta$) ist die „*optische Normale*“ (N in Abb. 198c).

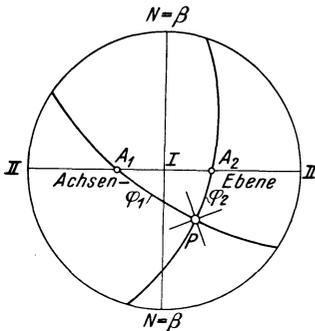


Abb. 200.

Entspricht die erste Mittellinie der Richtung γ (wie in der Abb. 198), so heißt das Mineral „*optisch positiv zweiachsig*“, ist dagegen α die erste Mittellinie, dann ist das Mineral „*optisch negativ zweiachsig*“. Ist $2V = 90^\circ$, dann ist eine Entscheidung, ob positiv oder negativ, unmöglich. *Lage der Achsenebene*, Größe des *Achsenwinkels* und Art des „*optischen Charakters*“ (positiv oder negativ) geben überaus wichtige Bestimmungsdaten.

FRESNEL gab eine einfache Konstruktion zur Bestimmung der beiden Schwingungsrichtungen für eine beliebige Strahlenrichtung in optisch zweiachsigen Kristallen (Abb. 200). Man trägt dazu die Lage der Achsenebene und die Größe des Achsenwinkels in eine stereographische Pro-

¹ Die Formel bezieht sich immer auf einen Winkel $2V$ um γ herum!

jektion ein. Durch P sei die Strahlenrichtung gegeben. Das für diese Richtung geltende Schwingungskreuz erhält man dadurch, daß man P mit den Achsenpolen A_1 und A_2 durch Großkreise verbindet und die Winkel zwischen diesen Großkreisen halbiert. Die beiden Symmetralen in P liefern die Schwingungsrichtungen. (Vgl. die Ableitung: LI, S. 333ff., oder RW, S. 113.)

Mit Hilfe der FRESNELSchen Konstruktion lassen sich auch für optisch zweiachsige Kristalle leicht die BECKESchen Skiodromen konstruieren. Man erhält zwei Systeme konfokaler Kugelellipsen,¹ wobei die beiden Achsenpole als Brennpunkte dienen. Die um die spitze Mittellinie laufenden Skiodromen sind die „Parallelellipsen“, jene, die um die stumpfe Mittel-

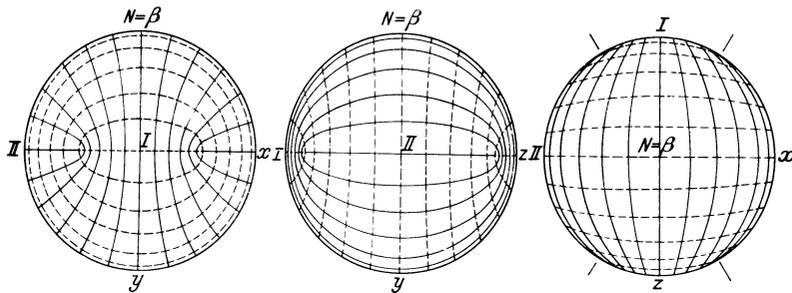


Abb. 201. Die Skiodromenetze nach den drei Hauptebenen der Indikatrix (nach F. BECKE).

Für $\gamma = 1$. Mittellinie (opt. positiv) bedeutet {
 - - - - - rascherer Strahl;
 ————— langsamerer Strahl;
 für $\alpha = 1$. Mittellinie (opt. negativ) bedeutet {
 ————— rascherer Strahl;
 - - - - - langsamerer Strahl.

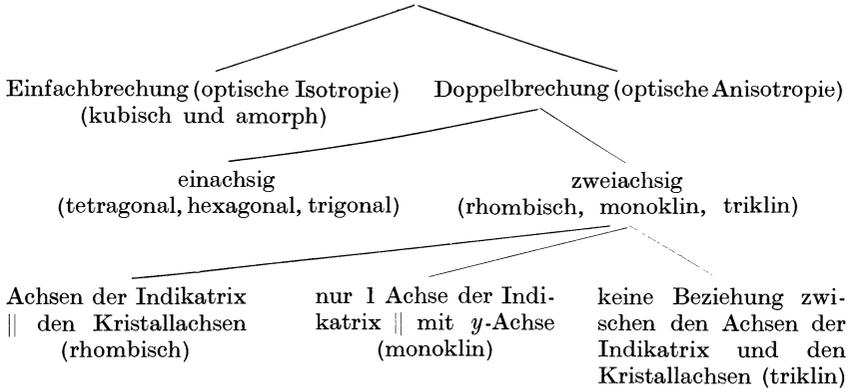
linie laufen und auf den ersteren in jedem Schnittpunkt *senkrecht* stehen, die „Meridianellipsen“. Die Abb. 201 zeigt das Aussehen einer solchen Skiodromenkugel, jeweils von der ersten und zweiten Mittellinie und von der optischen Normalen aus gesehen (vgl. BE, S. 66).²

Die Verteilung der Skiodromen zweiachsiger Kristalle und ihre Beziehungen zu jenen einachsiger Körper läßt sich leicht versinnlichen, wenn man sich vorstellt, die optische Achse eines einachsigen Minerals werde „gespalten“ und die beiden Teile auseinandergerückt. Dabei müssen die ursprünglich kreisförmigen Skiodromen zu Ellipsen entarten und die Dreh-symmetrie geht verloren.

¹ „Kugelellipsen“ sind Kurven, die man auf der Kugeloberfläche unter Verwendung der Summe von Bogenstücken gegenüber zwei gegebenen Polen (Brennpunkten) (A_1P und A_2P in Abb. 200) genau so erhält wie gewöhnliche Ellipsen in der Ebene: Summe der Bogen (Abstände) zu den Brennpunkten ist eine konstante Größe (gleich der großen Achse).

² Es ist sehr vorteilhaft, sich mit kleinen Holzkugeln oder einfärbigen Gummibällen Skiodromenmodelle anzufertigen.

Übersicht der Lichtausbreitung.

**e) Die Brechungsquotienten doppelbrechender Kristalle.**

Zur genauen optischen Kennzeichnung eines Kristalls ist die Bestimmung der Brechungsquotienten nötig.

Kubische (isotrope) Kristalle haben *einen* Brechungsquotienten (n).

Tetragonale, *hexagonale*, *trigonale* Kristalle haben *zwei* Hauptbrechungsquotienten (ω , ε).

Rhombische, *monokline*, *trikline* Kristalle haben *drei* Hauptbrechungsquotienten (α , β , γ).

1. Prismenmethode.

Bezüglich der ersten Gruppe vgl. S. 133.

Bei *wirteligen* Kristallen kann man *beide* Hauptbrechungsquotienten (ω und ε) an dem gleichen Prisma im Minimum der Lichtablenkung bestimmen, wenn die Hauptachse des Kristalls entweder parallel der brechenden Kante oder mindestens innerhalb der Symmetrieebene des verwendeten Prismas liegt (Abb. 202). Bei symmetrischem Lichtdurchgang beobachtet man dann die Durchstrahlung senkrecht zur kristallographischen und optischen Achse und erhält daher zwei abgelenkte Strahlen mit ω und ε . Mit Hilfe eines vorgeschalteten Polarisators lassen sich deren Schwingungsrichtungen und damit ihre Bedeutung, ob ω oder ε , feststellen.

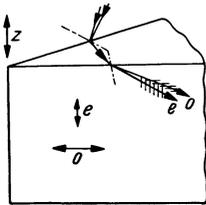


Abb. 202.

Für optisch zweiachsige, *niedrig-symmetrische* Kristalle wird die Verwendung der Prismenmethode schon sehr schwierig. Wird der Winkel des brechenden Prismas durch eine der optischen Symmetrieebenen der Indikatrix halbiert, dann lassen sich im symmetrischen Lichtdurchgang (ähnlich wie in Abb. 202) gleichzeitig *zwei* Hauptbrechungsquotienten bestimmen. So erhält man z. B. bei einer Durchstrahlung $\parallel x$ in Abb. 198 b (Ebene yz

Symmetrale des brechenden Prismas) zwei Strahlen mit den Schwingungsrichtungen y und z und den zugehörigen Brechungsquotienten β und γ .

Alle drei Hauptbrechungsquotienten in *einem* Prisma zu bestimmen, ist im allgemeinen nicht durchführbar, sondern nur für ganz besondere Fälle möglich (vgl. hierzu Einzelheiten bei LI, S. 393 ff.).

Einbettungsmethode. Bezüglich der Verwendbarkeit dieser Methode bei doppelbrechenden Kristallen vgl. S. 164.

2. Methode der Totalreflexion.

Diese Methode wird bei doppelbrechenden Kristallen besonders häufig angewendet, weil sie es ermöglicht, an *einer* beliebig orientierten Platte die nötigen Hauptwerte der Brechbarkeit zu bestimmen.

Optisch einachsige Kristalle.
Es werde eine schräg zur Hauptachse eines Wirtelkristalls geschnittene Platte (n) (z. B. Spaltplatte vom *Kalkspat*) am Halbkugelrefraktometer (N)

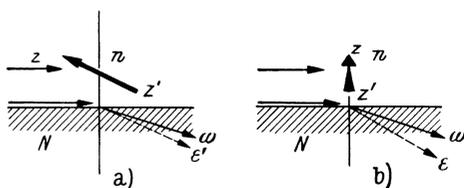


Abb. 203.

untersucht (Abb. 203). Ist die Hauptachse z mit dem einfallenden Lichtstrahl und der Drehachse der Halbkugel (Plattennormale) in der gleichen Ebene (Abb. 203 a), so müssen zwei Strahlen ω und ϵ' auftreten, wie bei jeder schiefen Durchstrahlung eines optisch einachsigen Kristalls. Es erscheinen im Beobachtungsfernrohr zwei Schattengrenzen und die hierbei abgelesenen Totalreflexionswinkel gestatten die zahlenmäßige Bestimmung von ω und ϵ' .

Dreht man nun die Halbkugel samt der Platte um deren Normale, so werden andere Winkel der Totalreflexion für ϵ' erscheinen, jener für ω bleibt aber immer gleich, da ja der ordentliche Strahl allseits die gleiche Brechbarkeit besitzt. 90° von der ersten Stellung entfernt ist eine Lage, bei der die z -Achse schräg von vorn nach hinten zieht und das *einfallende Licht senkrecht auf die Achse auftritt* (Abb. 203 b). In diesem Falle müssen die Extremwerte ω und ϵ erreicht werden. Nach der Formel $n = N \cdot \sin t$ (vgl. S. 135) ist der gesuchte Brechungsquotient proportional dem \sin des Winkels der Totalreflexion.

Trägt man in den verschiedenen Stellungen der Platte (auf den zugehörigen Azimuten) die den jeweils vermessenen Winkeln t entsprechenden Brechungsquotienten ein, so erhält man z. B. für *Kalkspat* einen *Kreis* mit dem Radius ω und (bei optisch negativen Kristallen) eine eingeschriebene¹

¹ Man erinnere sich, daß Lichtgeschwindigkeit (e) und Brechbarkeit (ϵ) zueinander im *reziproken* Verhältnis stehen. Ist also die *Geschwindigkeitsfläche* des außerordentlichen Strahles bei negativen Kristallen ein *umgeschriebenes* Ellipsoid, so ist die Fläche der Brechungsquotienten (ϵ') ein *eingeschriebenes* Ellipsoid.

Ellipse mit der großen Halbachse ε' und der *kleinen Halbachse* ε . Damit sind aber die Hauptbrechungsquotienten gegeben.

In der Praxis trägt man auf der Abszissenachse eines Schaubildes die einzelnen Azimute ein und in den zugehörigen Ordinaten die beobachteten Brechungsquotienten. In dem eben angenommenen Falle erhielte man dann eine gerade Linie mit der Ordinate ω (entsprechend dem ω -Kreis) und eine darunter liegende Wellenkurve mit dem Höchstwert ε' und dem Mindestwert ε , entsprechend dem Ellipsenschnitt. In der Regel führt man in Azimutabständen von je 10° bis 15° die Messungen durch. In der Nähe der vermuteten Maxima und Minima müssen dann die zugehörigen Azimute genauer bestimmt werden. Auch hier verwendet man zur reinlichen Sonderung der beiden polarisierten Strahlen (Grenzen) einen Vorsatzpolarisator.

Ist die Platte *parallel* zur Achse, dann gibt die Durchmessung als Grenzkurven einen Kreis mit ω und eine eingeschriebene Ellipse mit ε

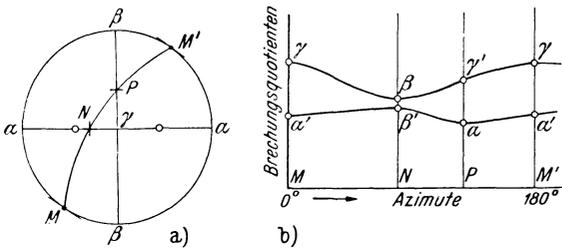


Abb. 204.

und ω , die in den Punkten des Achsendurchstoßes den Kreis berührt. Liegt die Platte *senkrecht* zur Achse, so erhält man analog zwei konzentrische Kreise mit ω und ε als Grenzkurven.

Optisch zweiachsige

Kristalle. In einer stereographischen Projektion sei die optische Orientierung des Kristalls mit seinem Achsenwinkel eingetragen. Die Lage eines beliebigen Schnittes wird durch den Großkreis $MNP M'$ in der Abb. 204a dargestellt. Dieser Schnitt führt durch alle drei optischen Symmetrieebenen der doppelschaligen Wellenfläche und muß demnach in den Punkten M , N und P bzw. M' in den entsprechenden Strahlenrichtungen die drei Hauptbrechungsquotienten α , β , γ liefern. Da jede Strahlenrichtung innerhalb der Ebene $MNP M'$ je zwei senkrecht zueinander polarisierte Schwingungen mit entsprechenden Brechungsquotienten aufweist, erhält man bei dem schrittweisen Durchdrehen der Platte in ihrer Ebene zwei Kurven von Winkeln der Totalreflexion und damit *zwei Kurven der Brechungsquotienten*.

In der Richtung M (Abb. 204a) bewegt sich ein Strahl, der $\parallel \gamma$ schwingt und die Brechbarkeit γ besitzt. Der andere Strahl gleicher Richtung schwingt parallel der Tangente in M und besitzt einen zwischen α und β liegenden Brechungsquotienten α' . Von den beiden Strahlen der Richtung N schwingt der eine $\parallel \beta$ und zeigt die Brechbarkeit β , der andere schwingt nach der in der Achsenebene liegenden Tangente von N , parallel einer zwischen α und β (Brechbarkeit des Strahles in der Achsenrichtung) liegenden Richtung, und besitzt den entsprechenden Brechungs-

quotienten β' . In der Richtung P endlich läuft ein Strahl mit der Schwingungsrichtung und dem zugehörigen Brechungsquotienten α , der andere, der in der $\beta\gamma$ -Ebene schwingt, zeigt einen zwischen β und γ liegenden Brechungsquotienten γ' .

Trägt man nun in einem Schaubild in der Abszissenachse die Azimute der durchgemessenen Stellungen ein und als Ordinaten die zugehörigen, gemessenen Brechungsquotienten (vgl. Abb. 204 b), so ergeben sich zwei Kurven, die in ihren *Höchst-* bzw. *Tiefst*werten die drei Hauptbrechungsquotienten enthalten müssen.

Der *größte* Wert aller Messungen muß dem größten Brechungsquotienten γ entsprechen (Maximum der äußeren Kurve), der *absolut kleinste* gemessene Wert muß α sein (Minimum der inneren Kurve). Von den beiden noch übrigbleibenden Extremwerten (Minimum der äußeren und Maximum der inneren Kurve) muß einer dem Brechungsquotienten β entsprechen. Die Entscheidung, ob es sich um den Wert β oder β' (in der Abb. 204 b) handelt, kann entweder durch Beachtung der Schwingungsrichtungen erfolgen oder man setzt jeden der beiden Werte in die Formel für den (als bekannt vorausgesetzten) Achsenwinkel ein (vgl. S. 152). Es gilt dann jener Extremwert, der dieser Formel genügt.

In dem besonderen Falle, daß man eine Platte parallel der Achsen-ebene mit dem Halbkugelrefraktometer untersucht, erhält man als Kurven der Brechungsquotienten einen Kreis mit dem Radius β und eine Ellipse mit den Halbachsen α und γ (bzw. im Schaubild eine Gerade mit β und eine Wellenkurve mit α und γ), die einander *durchschneiden*. Die Winkelabstände der Azimute dieser Schnittpunkte gibt gleichzeitig die Größe des Achsenwinkels $2 V$.

II. Das Polarisationsmikroskop.

Zur Gewinnung fast aller für die optische Kennzeichnung von Mineralen nötigen Angaben bedient man sich des Polarisationsmikroskops, das sich in seiner Anlage von den gewöhnlichen Mikroskopen unterscheidet. Da die Erkennung der Doppelbrechung am leichtesten und sichersten bei Drehung des Präparats zwischen gekreuzten Polarisatoren gelingt, ist neben der rein optisch vergrößernden Einrichtung vor allem ein *drehbarer Tisch* und der Einbau von *zwei Polarisatoren* unter- und oberhalb des Tisches nötig (Abb. 205).

Der *untere Polarisator* (P), unmittelbar über dem Beleuchtungsspiegel (nur angedeutet in der Abb.), ist mit einem einfachen *Beleuchtungsapparat* (*Kondensator* K) zusammengebaut. Es ist auch noch vorgesorgt, daß der Beleuchtungsapparat durch Zusatzlinsen (in der Abbildung VK) verstärkt werden kann (vgl. S. 174). Ebenso ist meist noch eine Blende eingebaut. Der am (nicht dargestellten) Stativ befestigte *Tischträger* (TT)

besitzt einseitig eine Marke, mit der die Stellung des eingebauten und mit einer Gradeinteilung versehenen, *drehbaren Tisches (T)* abgelesen werden kann.

Der gleichfalls vom Stativ getragene und in seiner Höhe mit Grob- und Feintrieb (Mikrometerschraube) verstellbare Mikroskoptubus trägt unten das *Objektiv (Ob)* und am oberen Rande das *Okular (Ok)*. Oberhalb des Objektivs liegt dessen „*Brennfläche*“ (*BF*) (vgl. S. 174). Das von dem Objektiv erzeugte reelle Bild liegt im Bereiche des Okulars, das nur als

Lupenvergrößerung für dieses Bild wirkt. Über dem Objektiv befindet sich auch ein *unter 45°* zu den Nicolrichtungen liegender *Schlitz (SG)* zum Einschieben einer schmalen Platte oder eines Keiles von Gips, Quarz, Glimmer usw. (vgl. S. 162 ff.).

Darüber kann mit einem Schuber der *obere Polarisator (P' = Analysator)* eingeschaltet werden, dessen Schwingungsrichtung gegenüber jener des unteren Nicols gekreuzt ist.¹ Zwischen dem oberen Nicol und dem Okular ist noch eine *Einschublinse, die AMICI-BERTRANDSche Linse (BL)*; (vgl. S. 174, 189).

Da der untere Nicol fest eingebaut ist, erfolgt auch bei Ausschaltung des oberen Polarisators die Beobachtung *immer im linear-polarisierten Licht*, dessen Schwingungsrichtung durch die Stellung des unteren Polarisators gegeben ist.

Je nach der Art der Beleuchtung (durch den Kondensator) unterscheidet man Beobachtungen im „*parallelen Licht*“ (*Orthoskop*) und solche im „*konvergenten Licht*“ (*Konoskop*). Für die erste Form verwendet man keinen oder einen nur sehr schwachen Kondensator. Bei konoskopischer Betrachtung ist dagegen ein starker Kondensator nötig, aus dem ein *Lichtkegel* austritt. Auf jeden Fall erfolgt der Lichtdurchgang in der Mikroskopachse *senkrecht zur Plattenebene* des auf dem Tisch aufliegenden Kristalls.

Die folgenden Bemerkungen gelten alle für die „*Durchlicht*“-Beobachtungen gewöhnlicher Mikroskope. Die zu untersuchenden Minerale müssen demnach durchsichtig sein, bzw. durch Herstellung von *Dünnschliffen* lichtdurchlässig gemacht werden.

¹ Gelegentlich ist auch die Möglichkeit geboten, den oberen Polarisator (und manchmal auch den unteren) um bestimmte Winkelgrade zu verdrehen.

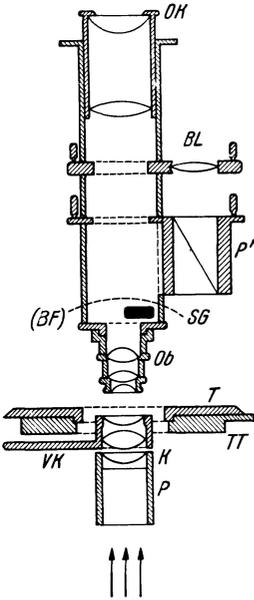


Abb. 205.

Die „*Auflicht*“-Untersuchungen mit Hilfe geeignet gebauter Mikroskope, die nur mit gespiegelm Licht arbeiten können, finden ihre ausgedehnte Verwendung in der *Erzmikroskopie*. Dieser in starker Entwicklung begriffene Teil der Mikroskopie fordert besondere Apparaturen und ist auch durch die starke Einflußnahme einer beträchtlichen Absorption theoretisch viel schwieriger und verwickelter als die Beobachtung von Dünnschliffen im Durchlicht.

Da in der überwiegenden Zahl der Fälle, besonders bei Gesteinsuntersuchungen die Beobachtungen im durchfallenden Licht zu einer genauen Bestimmung vollkommen ausreichen, wird hier von einer Darlegung der Auflichtbeobachtungen mit dem Erzmikroskop Abstand genommen. Für die maßgebenden theoretischen Grundlagen vgl.: SCHNEIDERHÖHN-RAMDOHR: Lehrbuch der Erzmikroskopie, Bd. I/1, Berlin, 1934.

a) Beobachtungen im Orthoskop.

1. Unterscheidung von Einfachbrechung und Doppelbrechung.

Das Kristallplättchen wird in das dunkle Gesichtsfeld der beiden gekreuzten Polarisatoren gebracht und der Mikroskoptisch gedreht. Nach S. 145 muß sich die *Doppelbrechung* der Platte bei senkrecht (von unten) durchfallendem Licht durch *abwechselnde Aufhellung* und wieder *Verdunklung* bei der Tischdrehung verraten. Bleibt dagegen trotz Einschaltung der Platte das Gesichtsfeld *dunkel*, dann ist der Kristall (wenigstens für *diese* Strahlenrichtung) *einfachbrechend*.

Da auch doppelbrechende Kristalle eine oder sogar zwei Richtungen der Einfachbrechung besitzen (vgl. S. 147 und 149), ist mit einem einzigen Kristallschnitt eine unbedingte Entscheidung, ob einfach- oder doppelbrechend, noch nicht erzielbar, denn Platten, die *senkrecht zu einer optischen Achse* stehen, bleiben zwischen gekreuzten Polarisatoren bei der Drehung *auch* dunkel. Man muß also auch noch andere Schnittlagen des fraglichen Minerals untersuchen. Geben auch diese bei Tischdrehung keine Aufhellung, dann ist das Mineral einfachbrechend.

2. Bestimmung der Auslöschungsrichtungen.

Nach S. 145 ist eine doppelbrechende Mineralplatte zwischen gekreuzten Polarisatoren dann dunkel, *wenn ihre Schwingungsrichtungen mit jenen der beiden Polarisatoren parallel sind*. Zur Festlegung dieser Schwingungsrichtungen dient ein *Fadenkreuz* im Okular, das so justiert ist, daß seine Fäden den Nicolrichtungen parallel gestellt sind.

Zur zahlenmäßigen Festlegung der „*Auslöschungsrichtung*“ dient die Bestimmung des Winkels φ zwischen einer Schwingungsrichtung der Platte und einer am Kristall erkennbaren, kristallographischen Richtung

(Kristallkante, Spaltriß od. ä.). Jedenfalls muß die Richtung, auf die man die Messung bezieht, bekannt sein (Abb. 206).

In vielen Fällen ist $\varphi = 0$, d. h. die Schwingungsrichtungen im Kristall laufen *parallel* (bzw. senkrecht) zu der gewählten Kante („*gerade Auslöschung*“). Hat aber φ einen von 0 oder 90° verschiedenen Wert, dann spricht man von „*schiefer Auslöschung*“.

Man beobachtet zunächst bei Ausschaltung des oberen Polarisators im hellen Gesichtsfeld und stellt eine ausgewählte Kante des Präparats parallel einem Faden des Fadenkreuzes. In dieser Lage macht man sich eine Skizze des Präparats (Abb. 206 a). Diese Stellung des Kristalls (und Tisches) wird an der Gradeinteilung des Tisches abgelesen. Dann dreht man den Tisch mit dem darauf festgeklebten Mineral in die nächstliegende Auslöschungsstellung. Die Skizze des Präparats wird im gleichen Sinn mitgedreht. Durch die Lage des Fadenkreuzes über der Kristallplatte

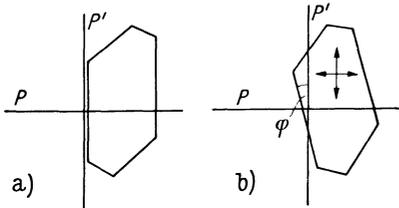


Abb. 206. Bestimmung der Auslöschungsschiefe.

ist auch die Lage der Schwingungsrichtungen gekennzeichnet. Die dazu notwendige Tischdrehung ist an der Gradeinteilung leicht abzulesen und gibt, verglichen mit der vorhergehenden Ablesung, die Zahlengröße für den Winkel φ (Abb. 206 b).

Da die Auslöschungslage (Stellung *stärkster Verdunklung*) nicht immer leicht einzustellen ist, ist es vorteilhaft, diese Einstellung mehrfach zu wiederholen und den Mittelwert der gemessenen Winkel φ zu nehmen. Dabei ist es günstig, um die Auslöschungslage zu „pendeln“, damit man nicht immer nur von einer Seite an die Dunkelstellung herankommt.

Die Lage der Auslöschungsrichtungen steht in engem Zusammenhang mit der Kristallsymmetrie. *Gerade* Auslöschung muß immer dort sein, wo die gewählte Kristallkante einer der optischen Symmetrielinien (Hauptachse der Wirtelkristalle oder α, β, γ der optisch zweiachsigen Kristalle) parallel liegt. Das trifft alle Flächen der Vertikalzone wirteliger Kristalle (z. B. Quarzstengel), wie auch alle Flächen, die zu α, β oder γ parallel laufen, wie z. B. die Prismenzonen rhombischer Kristalle oder die Zone der y -Achse bei monoklinen Kristallen (etwa die Basisfläche des Orthoklases).

Die Tatsache der *geraden* Auslöschung läßt sich umgekehrt dazu benutzen, die optische *Justierung* des Mikroskops zu überprüfen. Dazu kann man z. B. ein Spaltplättchen des rhombischen *Anhydrits* verwenden und stellt es auf vollkommene Auslöschung ein. Ergibt sich dabei ein kleiner Winkel zwischen der Kante des Plättchens und dem Fadenkreuz, so ist dieses nicht genau parallel den Nicolrichtungen justiert, denn bei richtiger Orientierung kann an einer Endfläche des Anhydrits keine „*schiefe*“ Auslöschung beobachtet werden.

In allen oben nicht genannten Fällen erhält man eine *schiefe* Auslöschung.

Eine besondere Abart davon ist die *symmetrische* Auslöschung bei allen jenen Flächen, die auf einer kristallographischen Symmetrieebene senkrecht stehen, aber zu der Wirtelachse oder zu den Richtungen α, β, γ geneigt sind (z. B. Pyramidenflächen erster und zweiter Art im tetragonalen und hexagonalen System, oder Rhomboederflächen trigonaler Kristalle, oder die 201-Fläche des Orthoklasses usw.).

Bei *monoklinen* und *triklinen* Mineralen ist nicht selten zu beobachten, daß der Auslöschungswinkel φ für verschiedene Lichtarten *ungleich* ist („*Auslöschungsdispersion*“). Im weißen Licht gibt es dann keine vollständige Dunkelstellung, sondern es zeigen sich immer *farbige* Tönungen der dunkelsten Lage.

Ist die Platte z. B. für rotes Licht in der Auslöschungsstellung, dann dringen noch blaue Lichtarten durch, geben also einen graublauen Farbton. Bei Dunkelstellung für Blau ist aber das Rot und das Gelb nicht ganz ausgelöscht, daher ein braunroter Farbton (z. B. bei manchen Augiten auf der 010-Fläche).

In solchen Fällen muß der Winkel φ für einzelne Lichtarten *gesondert* bestimmt werden oder mindestens angegeben werden, ob die Auslöschung im roten oder im blauen Licht größer ist (z. B. $\varphi_r > \varphi_{bl}$).¹

Plättchen mit sehr niedriger Doppelbrechung, die also zwischen gekreuzten Polarisatoren schon an sich dunkelgrau erscheinen, bereiten der genauen Festlegung der Auslöschungslage ziemliche Schwierigkeiten, da sich die „Dunkel“- und „Hell“-Stellungen nur wenig voneinander unterscheiden. In solchen Fällen kann man sich durch Darüberlegen einer Gipsplatte mit dem Rot der ersten Ordnung (in 45°-Stellung) helfen. Diese Grenzfarbe der ersten Ordnung ist ungemein empfindlich und bleibt *nur* dann *ungestört*, wenn das untersuchte Mineral sich in vollkommener Auslöschung befindet. Vgl. dazu auch S. 162. (Über besondere Hilfsapparate zur genauen Ermittlung der Auslöschungsschiefe vgl. RW, S. 474 ff.)

3. Bestimmung von α' und γ' .

Neben der zahlenmäßigen Bestimmung der „Auslöschungsschiefe“ ist es von besonderer Wichtigkeit, die Lage der Schwingungsrichtungen des „*rascheren*“ (α') und des „*langsameren*“ (γ') Strahles zu unterscheiden. Das geschieht durch Vermittlung einer Hilfsplatte von bekannter optischer Orientierung.

Derzeit verwendet man dazu fast ausschließlich *Spaltplättchen von*

¹ Manchmal ist keine Dunkelstellung zu erzielen, weil mehrere Körner oder Teile eines Zwillinges mit verschiedener Orientierung *übereinander* liegen. Solche Fälle sind für Bestimmungen natürlich gänzlich unbrauchbar.

Gips mit einer Dicke, daß zwischen gekreuzten Polarisatoren das empfindliche Rot der ersten Ordnung erscheint.

Meist wird es in der Form eines langgestreckten Rechteckes verwendet, wobei die *lange* Kante der Schwingungsrichtung α des Gipses parallel läuft. Dieses durch Glasplatten geschützte schmale Plättchen wird oberhalb des Objektivs in einen Tubusschlitz (*SG* in Abb. 205) eingeschoben, der eine Führung unter 45° gegen die Polarisatorrichtungen besitzt. Die „*Regelstellung*“ ist so, daß das Gipsplättchen entsprechend der kartographischen Richtung SO—NW eingeführt wird. Manchmal besitzen die Mikroskope schon einen entsprechenden Schubser mit einer eingebauten Gipsplatte.

Bringt man das Mineralkorn aus seiner eben bestimmten Auslöschungstellung durch *Drehung um*

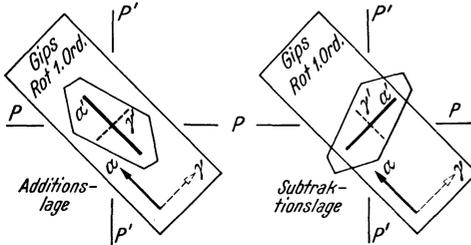


Abb. 207.

45° in die Lage größter Aufhellung („*Diagonalstellung*“, vgl. S. 145), so sind im Vergleich zu dem in *Regelstellung* eingeschobenen Gipsplättchen nur zwei Lagen möglich: entweder α und γ sind im Mineralkorn und im Gips *gleichgerichtet parallel*, oder sie

sind *wechselweise parallel* in dem Sinn, daß jeweils das α' des Minerals mit dem γ des Gipses gleichgerichtet ist und umgekehrt.

1. *Gleichgerichtet parallele Stellung.* Der im Mineralkorn rascher sich fortpflanzende Strahl trifft auch im Gips auf die Richtung größerer Geschwindigkeit, wird also weiter beschleunigt, der langsamere Strahl des Minerals wird gleicherweise im Gips weiter verzögert. Der Gangunterschied muß also *zunehmen*, d. h. das Mineral erhält höhere Interferenzfarben, so als wäre einfach die Dicke des Mineralkorns und jene der Gipsplatte *zusammengerechnet* worden („*steigende Farben*“, „*Additionsstellung*“, Abb. 207).

Das Grau der ersten Ordnung wird zu einem lebhaften Blau der zweiten Ordnung, das Weiß zu einem Lichtgrün, das Ockergelb zu einem Zitronengelb usw. Entsprechend dem Rot der ersten Ordnung im Gips ist jede Farbe um eine ganze Ordnung im Sinne einer Dickenzunahme verschoben.

2. *Wechselweise parallele Stellung.* Hier trifft der raschere Strahl α' des Minerals im Gips die Schwingungsrichtung des langsameren Strahles, wird also verzögert. Andererseits wird der langsamere Strahl des Minerals (γ') im Gips in seiner Geschwindigkeit beschleunigt, da er dort auf α trifft. Der Gangunterschied, den beide Strahlen bei ihrem Austritt aus der Mineralplatte besaßen, wird demnach durch die Gegenwirkung der

Gipsplatte wieder zum Teil oder vollständig aufgehoben („kompensiert“). Der Erfolg ist so, als hätte man die Mineralplatte (oder den Gips) in der Dicke verringert („fallende Farben“, „Subtraktionsstellung“) (Abb. 207).

Diese „Subtraktion“ erfolgt am besten von jener Platte, die die *höhere* Farbe besitzt. Ist das Mineralkorn mit höheren Farben als das Rot der ersten Ordnung ausgezeichnet, so werden dessen Farben durch die Gipsplatte einfach um eine ganze Ordnung erniedrigt erscheinen. Hat das Mineral Farben der ersten Ordnung, so wird man besser dessen Gangunterschied von jenem der Gipsplatte „subtrahieren“.

Falls das Mineral das Weiß oder sehr helle Gelb der ersten Ordnung zeigt, erhält man in der Subtraktionsstellung dieselbe oder eine sehr nahestehende Farbe. Scheinbar bleibt das Korn also unverändert. Dreht man aber das Mineral um 90° weiter in die andere Diagonalstellung, so müssen sich nun (in der Additionslage) die kräftigen Farben der zweiten Ordnung zeigen.

Mit der Feststellung der Additions- bzw. Subtraktionslage ist die Lage von α' und γ' im Mineral eindeutig gegeben. Bei der *Additionslage* liegt α' (entsprechend dem α des Gipses) in der kartographischen Richtung SO—NW, in der *Subtraktionsstellung* hat α' dagegen die Richtung SW—NO. Es ist vorteilhaft, das Mineralkorn (und dessen parallel gestellte Zeichnung mit dem eingetragenen Schwingungskreuz) in *beide* Diagonalstellungen zu drehen, um eine völlig sichere Entscheidung, ob Additions- oder Subtraktionsstellung, zu erzielen.

Während bei den üblichen Dünnschliffdicken die meisten Minerale Farben der ersten Ordnung und nur selten höhere Farben zeigen, kann man an Splittern, Spaltplättchen usw. oder bei besonders hoher Doppelbrechung sogar auch im Dünnschliff Farben höherer Ordnungen zu sehen bekommen. Dann ist es nicht immer leicht, zu entscheiden, ob die Farben „steigen“ oder „fallen“, da sich die höheren Ordnungen der NEWTONSchen Interferenzfarben nur wenig voneinander unterscheiden und sehr schwach getönt sind. In solchen Fällen sind besondere Verfahren nötig.

Hat das Mineral *keilförmige Ränder*, so kann man an diesen (wenn die Farbstreifen sehr dicht liegen bei stärkerer Vergrößerung) doch Stellen beobachten, wo sich Farben der ersten oder wenigstens der zweiten Ordnung finden. An solchen Stellen wird man dann die Prüfung vornehmen. Erhält man in der Diagonalstellung an solchen Stellen einen *schwarzen* Streifen, so bedeutet das, daß an dieser Stelle das Rot der ersten Ordnung des Minerals in *Subtraktionsstellung* durch das Rot des Gipses aufgehoben (kompensiert) wurde. In der Additionsstellung müßte dort ein helleres Rot erscheinen.

Sind die Keilränder des Mineralkorns aber sehr steil und damit die Farbstreifen sehr dicht, so ist meist eine deutliche Farbunterscheidung nicht mehr durchführbar. Hier verwendet man mit Vorteil einen *Gips-* oder *Quarzkeil* gleicher Orientierung (α in der Längsrichtung) an Stelle

der Gipsplatte. Dieser Keil gestattet die Verwendung *wachsender* Gangunterschiede zur Addition oder besser zur *Subtraktion (Kompensation)*. Zeigt ein solches in blassen Farben interferierendes Korn bei Einschieben des Keiles (mit der Keilschneide voran) immer kräftigere Färbung, so ist der Keil gegenüber der Mineralplatte in Subtraktionsstellung, denn nur so kann man auf niedrige Farben oder gar bis zur völligen Kompensation (Schwarz) kommen. Werden dagegen bei Einschieben des Keiles die Farben noch blasser oder verschwinden im Weiß der höheren Ordnung, dann befindet sich das Präparat in Additionslage.

Gleichzeitig kann man beobachten, daß an den Keilrändern des Minerals bei *Additionsstellung* die feinen Interferenzstreifen durch Einschieben des Keiles noch weiter *gegen den Rand geschoben* werden, dagegen kommen dem eindringenden Keil in der *Subtraktionslage* die Interferenzstreifen scheinbar *entgegen* (vgl. Abb. 208 für die Subtraktionsstellung). Dieses *Wandern* der Interferenzstreifen an den keilförmigen Rändern ist auch im monochromatischen Licht (wo ja eine Unterscheidung der Ordnungen an sich nicht möglich ist) gut zu beobachten und daher zur Unterscheidung von Additions- und Subtraktionsstellung verwendbar.

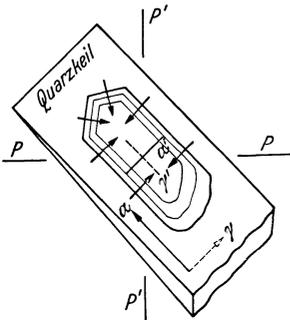


Abb. 208 (nach M. STARK).

Ziemlich bedeutende Schwierigkeiten ergeben sich, wenn das Mineral auch in dünnen Platten (Dünnschliff) eine kräftige Eigenfarbe besitzt, da durch diese die Interferenzfarben starke Abänderungen erfahren. Auch hier erweist sich die Methode der Einführung eines Interferenzkeiles und der dabei zu beobachtenden Wanderung der Farben als recht zweckmäßig.

4. Bestimmung der Brechungsquotienten α' und γ' .

Abgesehen von den schon S. 154 ff. angegebenen Methoden lassen sich für günstige Schnittlagen auch noch mit der eingangs erwähnten *Einsbettungsmethode* (vgl. S. 133) brauchbare Bestimmungen von Brechungsquotienten doppelbrechender Kristalle erzielen.

Das ist immer möglich, wenn in der untersuchten Mineralplatte eine oder beide Schwingungsrichtungen den Hauptwerten ε und ω , bzw. α , β und γ entsprechen. (Z. B. eine Spaltplatte von Gips, die in der Auslöschungslage die Messung der Extremwerte α und γ gestattet, da die Spaltfläche der Achsenebene, also dem Schnitt xz der Abb. 198, parallel ist.)

Man stellt dazu auf Auslöschung ein und schaltet dann den oberen Nicol aus. In dieser Lage läßt sich dann in der Platte jener Strahl beobachten, dessen Schwingungsrichtung *parallel der Schwingungsrichtung des unteren Polarisators* ist. In dieser Stellung wird die Brechbarkeit

durch Einbettung in eine geeignet gemischte Flüssigkeit bestimmt. Dann wird das Präparat um 90° gedreht und nun für die andere Schwingungsrichtung die Bestimmung vorgenommen.

Für Gips ergäbe im Na-Licht die Bestimmung ein $\alpha = 1,521$ und ein $\gamma = 1,531$. Daß die Methode ziemlich empfindlich ist, zeigt sich, wenn man das Plättchen, das für *eine* Lage schon in der richtigen Einbettungsflüssigkeit liegt (also scheinbar verschwindet), aus dieser Lage herausdreht. Sofort zeigen sich die Erscheinungen der BECKESchen Linie (vgl. S. 136). (Über interessante Abänderung dieser Methode vgl. RW, S. 549).

5. Bestimmung der Doppelbrechung ($\gamma' - \alpha'$).

Wie schon S. 146 gezeigt wurde, ist der Gangunterschied der beiden, eine doppelbrechende Platte senkrecht durchsetzenden Strahlen nach ihrem Übertritt in Luft: $\Gamma = d(\gamma' - \alpha') = n \cdot \lambda$. Ist also λ und die Dicke der Platte (d) bekannt, so muß die Messung des Gangunterschiedes die *Größe der Doppelbrechung* ($\gamma' - \alpha'$) ergeben.

Die Differenz des größten und des kleinsten, dem Mineral zugehörigen Brechungsquotienten, ($\gamma - \alpha$), wird als die „*Hauptdoppelbrechung*“ bezeichnet und dient als wichtige Bestimmungsgröße.

Zwischen dieser Hauptdoppelbrechung ($\gamma - \alpha$) und der in einer Mineralplatte bekannter Lage gegenüber den Achsen gemessenen Doppelbrechung ($\gamma' - \alpha'$) besteht die Beziehung $\left(\frac{1}{\alpha'^2} - \frac{1}{\gamma'^2}\right) = \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}\right) \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2$, bzw. bloß angenähert ($\gamma' - \alpha'$) = ($\gamma - \alpha$) $\cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2$. Dabei bedeuten φ_1 und φ_2 die Winkel der Plattennormale (Durchstrahlungsrichtung) zu den beiden optischen Achsen (vgl. auch Abb. 200).

Der Wert ($\gamma' - \alpha'$) kann dadurch bestimmt werden, daß die Doppelbrechung des Minerals durch Einschieben eines Keiles in der Subtraktionsstellung kompensiert wird. Gewöhnlich erfolgt dies vermittels eines verschiebbaren Quarzkeiles. Die häufigste Ausführungsart ist die des BABINETSchen *Kompensators*.

Zwei sehr flache Quarzkeile mit gleichem Keilwinkel (etwa 1°) sind so orientiert, daß in dem einen die Keilschneide parallel, in dem anderen senkrecht zur Hauptachse z steht; sie befinden sich also zueinander in Subtraktionsstellung. Diese beiden Keile sind gleitend beweglich übereinandergelegt und können durch einen Feintrieb gegeneinander parallel verschoben werden (Abb. 209a). An jener Stelle, wo die beiden Keile gleich dick sind (bei der Nullstellung genau in der Mitte), müssen sie sich gegenseitig vollständig kompensieren. Dort erscheint

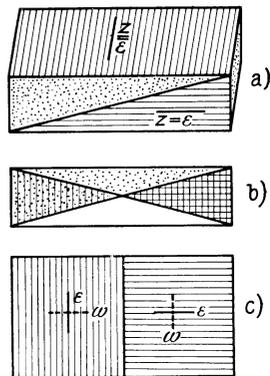


Abb. 209.
BABINETScher Kompensator.

die „wirksame Dicke“ gleich Null. An allen übrigen Stellen ist die wirk-
same Dicke gleich dem Unterschied der Dicke der aufeinanderliegenden
Teile (vgl. in Abb. 209 b die senkrecht schraffierten Teile).

Der Erfolg dieser Anordnung ist, daß in der Mitte mit der idealen Keil-
dicke Null scheinbar zwei Keile mit entgegengesetzter Orientierung zusamen-
stoßen (vgl. Abb. 209 c, Ansicht von oben). Im weißen Licht sieht man also
bei Nullstellung in der Mitte einen schwarzen Kompensationsstreifen und
rechts und links die ansteigende Folge NEWTONscher Interferenzfarben.

Dieser BABINETSche Kompensator wird an Stelle des Okulars in
Diagonalstellung (!) eingesetzt und als zweiter Polarisator ein *Aufsatz-*
Nicol darübergestülpt. Die mit dem Feintrieb vorgenommene Parallel-
verschiebung der Keilteile wird an einer Trommelskala abgelesen. Die
Nullstellung des Kompensationsstreifens (Mitte des Gesichtsfeldes) ist
im Okular durch ein Kreuz festgelegt.

Im monochromatischen Licht gibt es nur helle und dunkle Streifen.
Deshalb muß die Nullstellung immer im weißen Licht
bestimmt werden.

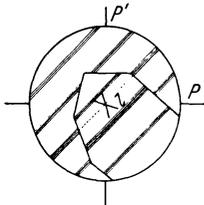


Abb. 210.

Bringt man bei Nullstellung des Kompensators ein
doppelbrechendes Mineral *in Diagonalstellung* in das
Gesichtsfeld der gekreuzten Polarisatoren, so muß
dieses Mineral für die eine Hälfte des Kompensator-
feldes in Additionsstellung, für die andere Hälfte in
Subtraktionsstellung sein, d. h. der Kompensations-
streif erscheint um ein bestimmtes Stück (l) ver-
schoben (Abb. 210). Um den Kompensationsstreif innerhalb des
Mineralkorns wieder in die durch das eingeritzte Kreuz gekennzeichnete
Nullstellung zu bringen, ist eine entsprechende Verschiebung des einen
Keiles gegen den anderen nötig, die an der Skala abgelesen wird. Diese
Skala wird mit bekannten Gangunterschieden geeicht, d. h. man setzt
 $\Gamma = l.C$, wobei l die abgelesene Verschiebung und C eine Instrument-
konstante bedeutet (vgl. auch BE, S. 58ff.). Aus $\Gamma = l.C = d(\gamma' - \alpha')$
ergibt sich bei bekanntem d dann leicht die Größe $(\gamma' - \alpha')$.

Sicherer wird die Bestimmung von l , wenn man das Präparat auch noch
um 90° dreht, also die Orientierung gegenüber dem Kompensator verkehrt.
Der Kompensationsstreifen wandert dann um das gleiche l nach der anderen
Seite der Nullstellung. Die Differenz der beiden Skalenablesungen beträgt
dann $2l$.

BEREKs Kompensator. Dieser verwendet eine Kalkspatplatte, senk-
recht zur Achse geschnitten, die bei senkrechter Durchstrahlung einfach-
brechend wirkt, also zwischen gekreuzten Polarisatoren dunkel bleibt.
Wird nun diese Platte gegen die Mikroskopachse geneigt (gedreht), so
stellt sich bei wachsender Neigung auch eine Zunahme der Doppelbrechung
ein (vgl. das Verhalten der doppelschaligen Wellenfläche bei schiefer
Durchstrahlung, vgl. auch Abb. 218).

In der Subtraktionsstellung zu dem zu untersuchenden Mineral wird dann durch entsprechende Neigung endlich jene Doppelbrechung erreicht, die zur Kompensation der Doppelbrechung des fraglichen Minerals nötig ist. Die dazu erforderliche Drehung kann an dem Apparat abgelesen werden und gestattet unter Verwendung beigegebener Tabellen die Bestimmung der Größe der Doppelbrechung. — BEREKS Kompensator hat den besonderen Vorteil, in dem für die Gipsplatte bestimmten Tubusschlitz eingeführt zu werden und damit des Aufsatz-Nicols entbehren zu können.

In allen Fällen ist die Kenntnis der *Dicke* d der untersuchten Mineralplatte nötig. Zu deren Bestimmung gibt es verschiedene Methoden. Ist das Plättchen lose, so kann seine Dicke mittels eines Tastmikrometers bestimmt werden. Andernfalls kann man mit Hilfe eines Drehtisches (vgl. S. 171) das Präparat (den Dünnschliff) vertikal stellen und im Mikroskop mit einem Schraubenmikrometerokular die jetzt waagrecht liegende Plattendicke ausmessen. Häufig benutzt man auch die Methode von DUC DE CHAULNES, die ursprünglich zur Bestimmung der Brechungsquotienten ersonnen war, dazu aber wenig geeignet ist.

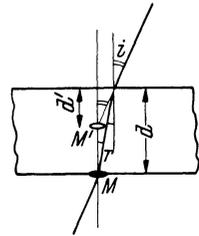


Abb. 211.

Bei dem Lichtdurchgang durch eine planparallele Platte erscheint eine Marke M (z. B. ein Staubkorn) auf der Unterseite der Platte, Abb. 211) in ihrer Höhe nach M' verschoben. Statt der wirklichen Dicke d erscheint die Platte unter der scheinbaren Dicke d' . Aus Abb. 211 ergibt sich, daß $\frac{d}{d'} = \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$. Da für nahezu senkrechten Lichteinfall (also bei kleinen Einfallswinkeln) das Tangentenverhältnis sich kaum von dem Sinusverhältnis unterscheidet, kann man angenähert $\frac{d}{d'} \sim \frac{\sin i}{\sin r}$ und damit $= n$ setzen. Ist nun der Brechungsquotient des Minerals ungefähr (auf ein bis zwei Dezimalen) bekannt, so läßt sich aus der scheinbaren Plattendicke d' und n das d leicht ermitteln. Dazu stellt man auf Unreinigkeiten der Unter- und Oberseite des Minerals ein und liest den Wert d' an der Mikrometerstellschraube des Mikroskoptubus ab.

Mangelt die auch nur angenäherte Kenntnis der Brechbarkeit des zu prüfenden Korns, so kann man sich im Dünnschliff dadurch helfen, daß man an einem Nachbarkorn, dessen Brechbarkeit man kennt, die Dicke mißt und (allerdings nur angenähert) der Dicke des unbekanntes Minerals gleichsetzt.¹

¹ Das wäre nur dann ganz richtig, wenn die beiden Minerale gleiche Härte besäßen. Ist das nicht der Fall, dann schleift sich das weichere Mineral muldenförmig aus, das härtere ragt narbig hervor, die Dicke ist also etwas verschieden.

Die bisherigen Darlegungen schlossen sich eng an die Verhältnisse im NEWTONSchen Interferenzkeil an, bei dem für einen bestimmten Gangunterschied die erforderliche Dicke nur der Wellenlänge des angewendeten Lichts einfach proportional ist. Aus der grundlegenden Beziehung $d(\gamma' - \alpha') = n \cdot \lambda$ folgt aber die Abhängigkeit $d = \frac{n \lambda}{\gamma' - \alpha'}$, d. h. die zur Erzielung eines bestimmten Gangunterschiedes nötige Plattendicke ist nicht nur der Wellenlänge gerade, sondern auch *der Doppelbrechung verkehrt proportional*. Die obigen Auseinandersetzungen behalten also ihre Gültigkeit nur, wenn die Doppelbrechung für alle Lichtarten gleich ist. In diesem Falle erscheint die *normale Farbfolge*. Diese Forderung ist aber bei den wenigsten Mineralen wirklich erfüllt; ziemlich angenähert, wenn auch nicht vollkommen, findet man die Farbfolge beim Quarz.

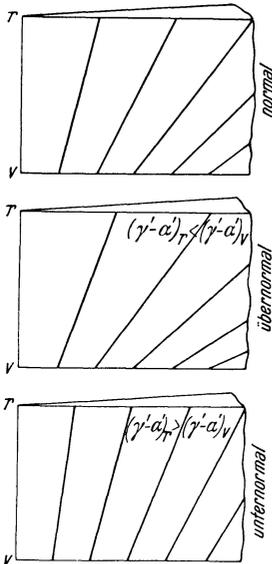


Abb. 212.

In der überwiegenden Zahl der Fälle ist die Doppelbrechung für die gleiche Mineralplatte bei Verwendung verschiedener Lichtarten *verschieden* („Dispersion der Doppelbrechung“) (vgl. BE, S. 60 ff.). Im allgemeinen lassen sich dabei zwei Typen abweichender Farbfolgen unterscheiden.

1. *Übernormale Farben*. Da bei gleichem Γ die erforderliche Plattendicke mit wachsendem $(\gamma' - \alpha')$ abnimmt, muß im Falle $(\gamma' - \alpha')_r < < (\gamma' - \alpha')_v$ die Folge eintreten, daß im Roten die erforderliche Plattendicke größer (bzw. im Violetten kleiner) sein muß, als es dem Normalfall entspräche.

In Abb. 212 sind die Verhältnisse vergleichsweise dargestellt (vgl. dazu Abb. 178). Ist $(\gamma' - \alpha')_r < v$, so wird im violetten Teile des Spektrums schon eine kleinere Dicke (d_v) zu dem verlangten Γ führen als im Normalfall, bzw. ist für das rote Ende des Spektrums eine verhältnismäßig größere Dicke nötig. Man sieht, daß die Dunkelstreifen (MÜLLER-TALBOTSche Streifen) schon in der ersten Ordnung eine Neigung annehmen, die im Normalfall erst bei der zweiten Ordnung oder noch später zu sehen wäre.

Schon die erste Ordnung zeigt auffallend kräftige und leuchtende Farben und die folgenden Ordnungen streben besonders rasch dem Weiß höherer Ordnung zu. Wegen der Lebhaftigkeit der Farben spricht BECKE hier von *übernormalen Farben*.

Die meisten Minerale sind schwach übernormal (auch der Quarz). Besonders stark zeigt sich die Übernormalität bei *Epidot*. Schon in der ersten Ordnung tritt ein helles Lichtblau auf, das ohne ein deutliches Weiß der ersten Ordnung sofort in ein grelles Hellgelb übergeht.

2. *Unternormale Farben*. Ist $(\gamma' - \alpha')_r > (\gamma' - \alpha')_v$, so muß dann im Rot eine geringere (im Violett eine größere) Dicke in Anwendung kommen, als dies im Normalfall nötig wäre. Die MÜLLER-TALBOTSchen Streifen richten sich steil auf (Abb. 212) und erst die zweite oder eine noch höhere Ordnung zeigt Farben, die jenen der ersten Ordnung der Normalfarben entsprechen. Auch in höheren Ordnungen bleiben die Farben wenig ausgesprochen.

In solchen Fällen erscheinen stumpfe Farben, violettgraue, bräunliche und fahlgrüne Töne sind bevorzugt, die als „*unternormale Farben*“ bezeichnet werden.

Manchmal kann sich die Aufrichtung der Dunkelstreifen (Abb. 212) bis zur völligen Parallelität mit der Keilschneide steigern. Dann sieht man auch bei Anwendung weißen Lichts nur helle, schmutzig weiße und dunkle Streifen (z. B. bei manchen Varietäten des Apophyllits). Die bekanntesten Beispiele für unternormale Farben geben Klinochlor und eisenarme Chlorite, auch manche Hornblenden.

Wenn die Beziehungen der Doppelbrechung nicht in einfachen Verhältnissen zur Wellenlänge des angewendeten Lichts stehen, wie in den genannten Fällen, kommt es zur Ausbildung von „*anormalen*“ Farben¹ (z. B. bei Vesuvian) (vgl. BE, S. 61).

Beispiele für die Größe der Doppelbrechung.

Einachsige Minerale ($\varepsilon - \omega$)	Zweiachsige Minerale ($\gamma - \alpha$)
Rutil 0,287	Aragonit 0,156
Eisenspat 0,239	Bas. Hornblende 0,072
Kalkspat 0,172	Anhydrit 0,045
Zinnstein 0,096	Muskovit 0,038
Zirkon 0,062	Epidot 0,037
Turmalin 0,025	Olivin 0,036
Korund 0,009	Diopsid 0,029
Quarz 0,009	Anorthit 0,013
Nephelin 0,005	Gips 0,010
Apatit 0,003	Albit 0,009
Vesuvian 0,002	Orthoklas 0,006

Alle Interferenzfarben an doppelbrechenden Platten, die von den „normalen Farben“ abweichen, können durch Verwendung eines nahezu normalfarbigen Kompensators (BABINET, BEREK) im weißen Licht nicht vollständig zu Schwarz kompensiert werden. Der Kompensationsstreif zeigt immer mehr oder weniger deutliche farbige Säume. Bezüglich deren Lage und Verwertungsmöglichkeiten vgl. BE, S. 61.

¹ Hier muß die Doppelbrechung für jede Farbe gesondert bestimmt werden.

6. Bestimmung des „optischen Charakters“.

Sowohl bei den optisch einachsigen als auch bei den optisch zweiachsigen Kristallen gibt es je zweierlei Lichtausbreitungsformen, die als *positiv* und *negativ* unterschieden werden (vgl. S. 139 und 152), die aber durch die Kristallsymmetrie nicht voraus bedingt sind, sondern nur mit dieser vereinbar sein müssen.

Für die *optisch einachsigen* Kristalle bedarf man zur Ermittlung des optischen Charakters nur der Prüfung des *außerordentlichen Strahles*. Ist dieser der *langsamere* Strahl ($\varepsilon > \omega$), so handelt es sich um einen optisch *positiven* Kristall, ist dagegen der außerordentliche Strahl der *raschere* ($\varepsilon < \omega$), so liegt ein *negativ* einachsiger Kristall vor.

Es ist aber nötig, vorher zwei Fragen zu erledigen, nämlich ob das zu prüfende Mineral überhaupt optisch einachsigt ist, und wie darin dessen Wirtelachse = optische Achse liegt, denn erst damit ist der Hauptschnitt und dadurch die Schwingungsebene des außerordentlichen Strahles gegeben.

In vielen Fällen haben die wirteligen Kristalle einen stengeligen Bau nach der Hauptachse, so daß der „optische Charakter der Hauptzone“ mit dem wahren optischen Charakter zusammenfällt. So zeigt z. B. *Rutil* oder *Zirkon* in der Richtung der Stengelachse die Schwingung des langsameren Strahles und ist daher als optisch *positiv* zu bezeichnen. Entsprechend liegt die Längserstreckung der *Apatit*-Säulchen parallel der Schwingung des rascheren Strahles, also ist *Apatit* optisch *negativ*.

Sind aber Wirtelkristalle *tafelig* nach der Basis entwickelt, so erscheinen sie im senkrechten Durchschnitt als Leisten, die *quer* zur Hauptachse gestreckt sind. Der optische Charakter der Hauptzone ist dann entgegengesetzt jenem des Minerals (z. B. bei *Hämatit*tafeln).

Wird bei orthoskopischer Beobachtung die Bestimmung des optischen Charakters schon bei einachsigen Kristallen manchmal recht umständlich, so häufen sich die Schwierigkeiten, wenn es sich um *zweiachsige* Kristalle handelt.

In beiden Fällen ist man gezwungen, möglichst verschiedene Schnitte desselben Minerals zu untersuchen, um durch Vereinigung der dabei gemachten Beobachtungen einen Schluß auf den optischen Charakter ziehen zu können.

Im Dünnschliff wird man dazu womöglich alle Körner, die als zu dem gleichen Mineral gehörig erkannt wurden, durchprüfen. Wenn aber nur ganz wenige solche Körner vorliegen oder nicht sicher ist, welche Körner als gleichartig zusammengehören, versagen die orthoskopischen Methoden, wenn es nicht gelingt, das *einzelne Korn nach mehreren Richtungen* zu durchleuchten und damit optisch zu überprüfen.

7. Drehtischmethoden.

Die Durchleuchtung eines Mineralkorns nach verschiedenen Richtungen ist dann möglich, wenn man das Präparat räumlich allseits drehbar im Mikroskop beobachtet. Die dazu nötigen Vorrichtungen werden als *Drehtische* (Universaldrehtische), bzw. nach ihren Konstrukteuren als FEDOROW- (WRIGHT-) *Tische* bezeichnet.

Es sind Tischehen, die auf den Mikroskoptisch aufgeschraubt werden und im wesentlichen aus drei Kreisringen bestehen, die nach drei in der

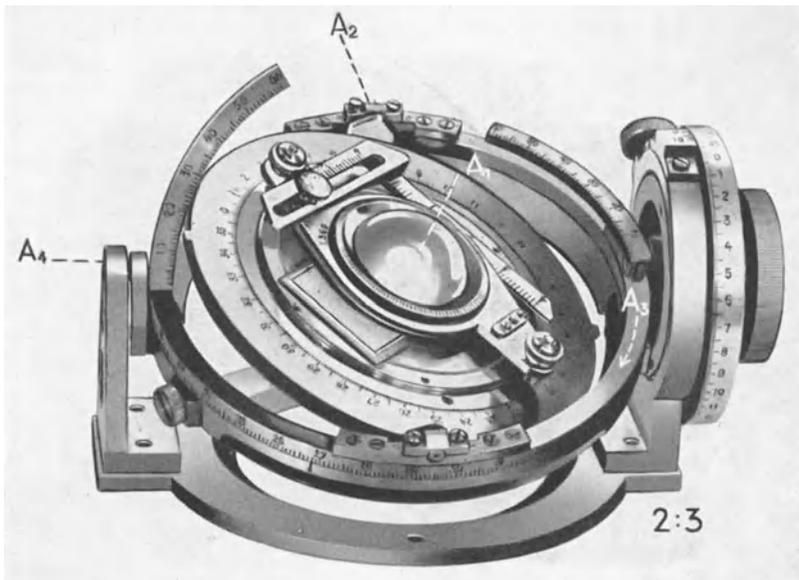


Abb. 213. FEDOROWScher Drehtisch (nach R. FUESS).

Null-Lage aufeinander senkrechten Durchmessern drehbar sind. In der Normallage entspricht die Drehachse des einen Ringes der Mikroskopachse; es ist die „Normalachse“ ($N = A_1$). Die Achsen der beiden anderen Ringe liegen in der Ebene des ersten Ringes und stehen aufeinander senkrecht; die eine „Horizontalachse“ ($H = A_2$) liegt in der kartographischen NS-Richtung, die andere, die „Kontrollachse“ ($K = A_4$), in der OW-Richtung. In der Normallage sind die Achsen H und K parallel den Schwingungsrichtungen der Polarisatoren des Mikroskops. Durch diese dreifache Drehbarkeit ist es möglich, jede gewünschte Richtung in die Mikroskopachse und damit in den Lichtgang zu bringen (Abb. 213). Für jede Achse bzw. Kreisring ist die Drehung an entsprechenden Teilkreisen ablesbar.

Das Präparat wird in der üblichen Weise auf dem innersten Ring befestigt, doch muß noch vorgesorgt werden, daß nicht bei der Drehung infolge schiefen Lichteinfalls in das Präparat durch Totalreflexion die Beobachtung unmöglich wird. Zu diesem Zwecke wird das Präparat zwischen zwei Kugelsegmente eingeklemmt, so daß es mit diesen zusammen eine allseits kugelige Oberfläche bildet und daher von jeder zentralen Strahlenrichtung senkrecht zur Oberfläche, d. h. ohne Ablenkung, durchleitet wird. Nur müssen dazu Präparat, Einbettungsmasse und Segmente, die meist mit Glyzerin mit dem Präparat verbunden werden, *gleiche* oder nahezu gleiche Brechbarkeit besitzen. Die Methode hat also große Vorteile bei Quarz oder Feldspat, wird aber immer unsicherer, je höher brechend das Mineral ist, auch wenn man entsprechend höher brechende Glassegmente verwendet. Infolge der Notwendigkeit, solche Segmente auf das Präparat aufzukitten, ist es auch nicht möglich, starke Objektive zu benutzen, da man die Frontlinse solcher Systeme nicht nahe genug an das Präparat heranbringen kann.

Bleibt das Mineral auf dem Drehtisch zwischen gekreuzten Polarisatoren auch bei Drehung um jede der beiden horizontalen Achsen dunkel, dann ist der Körper *einfachbrechend*.

Liegt ein beliebiger Schnitt eines *einachsigen* Kristalls vor, so wird dieser zunächst sich bei Drehung zwischen gekreuzten Nicolen aufhellen. Man bringt nun durch Drehung um die Normalachse $N = A_1$ den Kristall in die Auslöschungslage, dann müssen die beiden Nicolrichtungen mit dem Hauptschnitt bzw. der Senkrechten dazu parallel liegen (vgl. Abb. 197 und 221, das Skiodromennetz einachsiger Kristalle). Es muß also der gesuchte Hauptschnitt mit der Achse $H = A_2$ oder der Achse $K = A_4$ zusammenfallen.

Liegt er in der H -Achse, so wird die Betätigung der K -Achse *keine* Aufhellung ergeben, da hierbei nur Schwingungsrichtungen innerhalb des *gleichen* Meridiankreises (parallel einem Nicolschnitt) zur Einstellung kommen. Trotz Drehung um K bleibt also das Korn dunkel. Liegt aber der Hauptschnitt in der K -Achse, dann gibt die Drehung um K Aufhellung. In diesem Falle dreht man um 90° um die N , was einem Austausch der Richtungen H und K entspricht. Handelt es sich wirklich um ein einachsiges Mineral, so muß jetzt trotz neuerlicher Betätigung von K die Dunkellage erhalten bleiben.

Hat man damit einmal einen Hauptschnitt in die Lage von $H = A_2$ gebracht, so wird der *Mikroskopisch samt dem Drehtisch* in die 45° -Lage gedreht, was natürlich Aufhellung gibt. Wenn man nun $K = A_4$ wieder in Tätigkeit setzt, muß diese Bewegung allmählich auch die *optische Achse* in das Gesichtsfeld bringen, d. h. in dieser Diagonalstellung wird die Doppelbrechung bei Drehung um K immer geringer werden, bis endlich dann, wenn die Achse selbst in die Tubusachse gedreht ist, *auch in der 45° -Stellung völlige Dunkelheit herrscht*.

Ist einmal die Richtung des Hauptschnittes festgelegt, so genügt die einfache Ermittlung von γ' oder α' , um den optischen Charakter zu be-

stimmen (vgl. S. 170). Dabei bleibt die optische Orientierung bei weiterer Drehung um *K vor* und *hinter* der Achse im gleichen Hauptschnitt *gleich*.

Bei optisch *zweiachsigen* Kristallen verhalten sich die Schnitte senkrecht zu einer der drei Symmetrieebenen der dreiachsigen Indikatrix ganz ähnlich den schiefen Schnitten einachsiger Kristalle. Es werden daher beliebig schiefe Schnitte eines zweiachsigen Kristalls zunächst durch schrittweise Verwendung von *H* und *K* in Schnitte senkrecht zu einer der drei Symmetrieebenen übergeführt, dann ist die Normale darauf eine der drei Achsen der Indikatrix.

Hat man nun die *Achsenenebene* gefunden, so erfolgt die Einstellung der Achse selbst genau so wie bei den einachsigen Kristallen. Man beachte aber, daß die optische Orientierung innerhalb der Achsenenebene *vor* und *hinter* dem Achsenpol *entgegengesetzt* ist (vgl. Abb. 201 und 237 b)! Dadurch unterscheidet sich also die Einstellung der Achse eines zweiachsigen Kristalls von jener eines einachsigen. Man wird hier *beiderseits* der Achse die Bestimmung des optischen Charakters vornehmen müssen und erfährt dadurch, auf welcher Seite der Achse α und auf welcher γ liegt. Durch die Überprüfung, ob γ oder α im *spitzen* Winkel der Achsen liegt, ist dann die Lage und der Charakter der ersten Mittellinie, ob *positiv* oder *negativ*, gegeben.

So eindeutig die Drehtischmethoden sind, so umständlich sind sie auch, gestatten aber bei Sonderaufgaben, z. B. bei den Feldspaten und ihren komplizierten Zwillingsbildungen, eine Fülle von Bestimmungen, die in gleicher Genauigkeit kaum von einer anderen Methode erreicht wird. — Genaue Anleitung zu ihrem Gebrauch siehe bei: M. REINHARD: *Universaldrehtischmethoden*. Basel: Wepf, 1931.

Besonders wertvoll werden die Drehtischmethoden bei dem Studium der „*Gefügeregelung*“ in Gesteinen (SANDER, SCHMID). Es gelingt damit leicht, besonders kennzeichnende Minerale, wie etwa den Quarz, in ihrer *räumlichen* Anordnung innerhalb des Gesteins zu studieren (z. B. die statistische Häufigkeit gewisser Lagen der Stengelachsen des Quarzes bezogen auf die Schieferungsebene oder Streckungsrichtung).

b) Beobachtungen im Konoskop.

1. Beobachtungsgrundlagen.

Gestatten die Drehtischmethoden, einen Kristall im Nacheinander nach verschiedenen Richtungen zu durchforschen, so erlaubt das Konoskop im Nebeneinander eine *gleichzeitige* Überprüfung *verschiedener* Richtungen, weil man hier statt des üblichen Lichtbündels ein mehr oder weniger weites *Lichtbüschel* (*Lichtkegel*) verwendet. Dazu bedarf es eines starken Linsensystems, das *konvergentes Licht* erzeugt (*Kondensor*), und eines zweiten, das die reellen Bilder der verschiedenen Lichtdurch-

gänge liefert (*starkes Objektiv*). Zwischen beide wird die Mineralplatte gebracht, außerdem sind unter- bzw. oberhalb der beiden Linsensysteme die beiden Polarisatoren einzusetzen.

Wenn man schlechtweg von einem Lichtkegel spricht, bedeutet das, daß eine unendliche Zahl von Lichtbündeln (also parallelen Strahlen) in *verschiedenen Neigungen zur Achse des Instruments*, und zwar im Bereich eines Kegels von bestimmtem Öffnungswinkel aus dem Linsensystem (Kondensor) austritt. Diese Lichtbündel verschiedener Richtung werden dann durch das zweite Linsensystem, jedes gesondert, wieder in den entsprechenden Brennpunkten der rückwärtigen (oberen) Brennfläche des Objektivs vereinigt (Abb. 214; die im Mineral erfolgende Brechung ist dabei vernachlässigt). Jeder Punkt der Brennfläche (*BF*) bedeutet also das reelle Bild eines Strahlenbündels, das unter einem genau bestimmbar Winkel gegen die Mikroskopachse das Mineral durchsetzt. Man kann demnach in dieser Brennfläche des Objektivs tatsächlich *nebeneinander* die Ergebnisse der Durchstrahlung des Minerals in *verschiedenen Richtungen* zur Plattennormale beobachten.

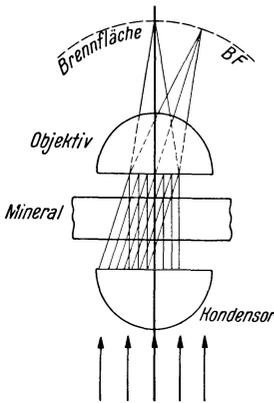


Abb. 214.

In dieser einfachen Anordnung (zwei Linsensysteme und zwei Polarisatoren) wurden zuerst besondere „Polarisationsinstrumente“ bzw. „Konoskope“ von NÖRRENBURG konstruiert. Heute verwendet man dazu vorteilhaft das *Polarisationsmikroskop* selbst, wobei man durch eine Vorschaltlinse (*VK* in Abb. 205) die Beleuchtungsvorrichtung zu einem stärkeren System umwandelt, und als zweites System ein möglichst starkes Objektiv verwendet, das den nötigen Öffnungswinkel besitzt (bis etwa zu 120°). Schwache Objektive haben nur 10° bis 20° Öffnungswinkel und sind daher für diese Betrachtungsweise ungeeignet.

Will man das Polarisationsmikroskop als Konoskop benutzen, so muß man das Okular *ausschalten*, denn es handelt sich um die Beobachtung der Brennfläche des Objektivs, auf die das Okular nicht eingestellt ist. Wir projizieren dabei die Erscheinungen in der rückwärtigen Brennfläche sozusagen orthogonal auf eine Horizontalebene. Allerdings erscheinen diese Bilder, mit dem freien Auge betrachtet, ziemlich klein, befinden sich aber in günstiger Sehweite für das Auge. Will man die Bilder etwas vergrößern, so kann dazu nicht ohne weiteres das für eine ganz andere Bildweite eingestellte Okular dienen, sondern man muß sozusagen ein *Hilfsmikroskop* auf die Brennfläche des Objektivs einstellen. Das geschieht dadurch, daß man in den Tubus ein Hilfsobjektiv, die *AMICI-BERTRANDSche Linse* (vgl. Abb. 205, *BL*) einschaltet und mit dem Okular zu einem kleinen Mikroskop vereinigt. Natürlich ist in diesem Falle das Bild gegenüber dem wahren Bild um 180° verdreht.

Die reellen Bildpunkte der rückwärtigen Brennfläche stehen mit der Neigung des Strahles gegenüber der Mikroskopachse in Luft und im Mineral in einfachen Beziehungen, wenn man mit MALLARD die Brennfläche in erster Annäherung als Kugelfläche ansieht.¹ Nach Abb. 215 ist der lineare Abstand d des Bildpunktes von der Bildmitte proportional einer Sinusgröße: $\sin \sigma = d \cdot \kappa$, wobei der Proportionalitätsfaktor κ als MALLARDSche Konstante bezeichnet wird, die für jedes Objektiv gesondert bestimmt werden muß. Der Radius der als kugelig angenommenen Brennfläche, die Äquivalentbrennweite, ist dann $f = \frac{1}{\kappa}$.

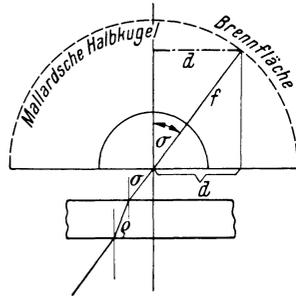


Abb. 215.

σ bedeutet den Winkel in Luft, also den scheinbaren Winkel; die wahre Strahlenrichtung im Kristall ergibt sich aus:

$$\frac{\sin \sigma}{\sin \rho} = n \quad \text{zu} \quad \sin \rho = \frac{\sin \sigma}{n} = \frac{d \cdot \kappa}{n}.$$

Bezüglich genauerer Einzelheiten über das Aussehen der Brennfläche vgl. RW, S. 630. Daraus ergibt sich, daß die MALLARDSche Konstante keine wirkliche „Konstante“ ist und nur für den mittleren Teil des Gesichtsfeldes eine zahlenmäßige Gültigkeit besitzt.

2. Achsenbilder einachsiger Kristalle.

Während wir in orthoskopischer Betrachtung immer nur die Optik einer Strahlenrichtung (oder weniger sehr nahe beisammenliegender Richtungen) beobachten, sehen wir im Konoskop einen größeren Winkelbereich von Strahlenrichtungen, d. h. wir beobachten einen Kugelsektor der Skiodromenkugel, dessen Winkelöffnung möglichst groß gemacht wird.

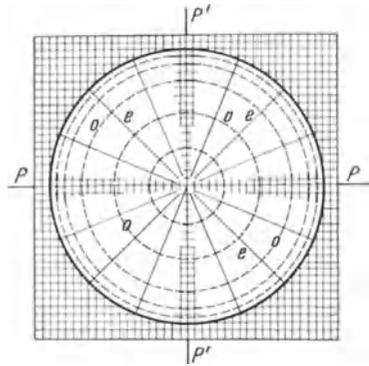


Abb. 216.

Angenommen, die Skiodromenkugel werde so in den Strahlengang gebracht, daß die Instrumentachse mit der optischen Achse des einachsigen Kristalls parallel ist (vgl. Abb. 216). Im Dunkelfeld gekreuzter Polarisatoren werden dann alle jene Stellen der Kugel hell erscheinen müssen, deren Schwingungskreuze schief zu den Nicolrichtungen liegen. Dort aber, wo die Schwingungsrichtungen (Skiodromentangenten) mit den Polarisatorrichtungen parallel laufen, muß Auslöschung sein (Abb. 216).

¹ Mit der „Äquivalentbrennweite“ als Radius.

Der Polarisator P vernichtet z. B. alle außerordentlichen Schwingungsrichtungen, die dem zu P' parallelen Meridiankreis gehören und alle ordentlichen Schwingungsrichtungen in dem zu P selbst parallelen Durchmesser.

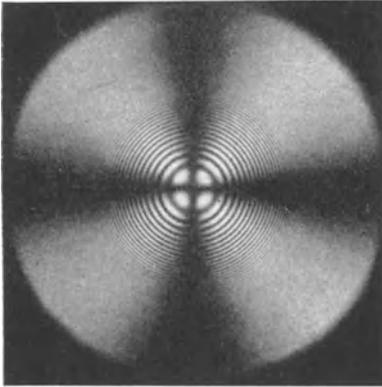


Abb. 217. Achsenbild des Kalkspats (nach TH. LIEBISCH).

Der zweite Polarisator P' löscht in beiden Durchmessern die noch von P durchgelassenen Schwingungsrichtungen aus. Solche Schwingungsrichtungen, die den beiden Durchmessern nur angenähert parallel sind, werden stark geschwächt (vgl. BE, S. 75).

Es entsteht ein *schwarzes Kreuz*, dessen Arme den Polarisatorrichtungen parallel laufen (Abb. 217). Die dunklen Balken dieses Kreuzes, die alle Punkte *gleicher* Schwingungsrichtungen (parallel den Nicolrichtungen) zusammenfassen, werden als *Isogyren* bezeichnet. Da bei Drehung der Skiodromenkugel um die Achse immer wieder zwei aufeinander senkrechte

Meridiankreise parallel zu den Nicolrichtungen sein müssen, bleibt dieses schwarze Kreuz auch bei der Drehung des Präparats immer erhalten und geschlossen.

Zur Beobachtung dieses „Achsenbildes“ eines einachsigen Kristalls verwendet man eine Platte, die senkrecht zur optischen (und kristallographischen Haupt-) Achse eines wirteligen Kristalls geschnitten ist (*Achsenplatte*). Dabei erkennt man nicht nur das so bezeichnende schwarze Kreuz, sondern auch konzentrische Ringe in den NEWTONSchen Interferenzfarben, bzw. in den bei der Doppelbrechung möglichen Farben (vgl. S. 168ff.).

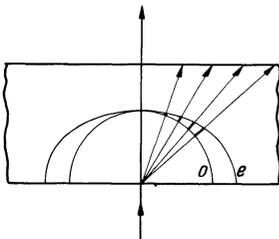


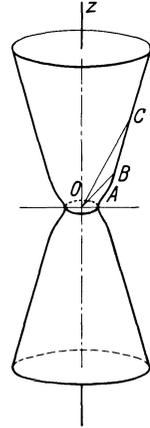
Abb. 218.

Das Zustandekommen dieser Ringe erklärt sich sehr einfach durch die rund um die Achse mit zunehmender Winkelneigung der Strahlen immer stärker anwachsende Doppelbrechung (Abb. 218). Es müssen also um die Achse in ringförmiger Anordnung immer

höher ansteigende Interferenzfarben zu beobachten sein.

Dabei ist zu beachten, daß in einer Achsenplatte die Doppelbrechung nicht allein von der mit der Neigung zur Achse zunehmenden Differenz ($\epsilon' - \omega$) abhängt, sondern auch noch von den immer mehr wachsenden Wegen des Lichts im Kristall. Es werden also die äußeren Ringe immer dichter zusammenrücken, weil sich dabei die Wirkungen der zunehmenden Doppelbrechung und des wachsenden Weges addieren.

Diese farbigen Ringkurven sind Durchschnitte durch die „Oberflächen gleichen Gangunterschiedes“ (BERTINSche Flächen). Wenn man sich nämlich die Frage stellt, wie dick einzelne Platten eines einachsigen Kristalls sein müssen, um bei Durchstrahlung unter verschiedenen Winkeln zur Hauptachse einen *bestimmten* Gangunterschied (z. B. 1λ) zu erreichen, und wenn man in den betreffenden Richtungen die notwendigen Dicken aufträgt, erhält man eine *sanduhrförmige Drehfläche* (BERTINSche Fläche), die „Oberfläche gleichen Gangunterschiedes“.



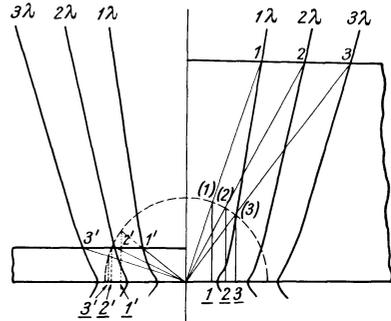
In Abb. 219 bedeuten die eingetragenen Strecken OA , OB , OC , ..., Oz die einzelnen Strahlenrichtungen und gleichzeitig die erforderlichen Plattendicken, für die durch die Doppelbrechung der gleiche geforderte Gangunterschied erzeugt wird. In der Richtung der Hauptachse könnte auch eine unendlich dicke Platte niemals den verlangten Gangunterschied liefern, denn dort herrscht ja Einfachbrechung.

Bezüglich der ziemlich umständlichen Ableitung dieser Flächen vgl. RW, S. 160, 169.

Abb. 219.
BERTINSche Fläche
eines einachsigen
Kristalls.

Selbstverständlich umhüllen einander die Flächen mit 1λ , 2λ , 3λ usw. Gangunterschied konaxial. Ihre Schnitte mit beliebigen Ebenen liefern die in diesen Ebenen zu beobachtenden Farbkurven bei konoskopischer Betrachtung.

Mit Hilfe dieser konzentrisch-schaligen „Oberflächen gleichen Gangunterschiedes“ kann man auch leicht die Tatsache verständlich machen, daß die Interferenzringe in *dicken* Platten sehr *eng* geschart liegen, dagegen in *dünnen* Platten des gleichen Minerals weit von der Achse *abrücken*.



In Abb. 220 seien drei solche Schalen skizziert und in der linken Bildhälfte eine dünne, in der rechten eine dicke Achsenplatte eingetragen. Die Lage der MALLARDSchen Konstruktionskugel ist gestrichelt dargestellt. Wirksam für den Gangunterschied sind jene Punkte (Kurven), in denen die einzelnen Schalen der BERTINSchen Flächen die Oberfläche der Platte durchstoßen. Für die dicke Platte sind es die Punkte 1, 2, 3. Die zugehörigen Strahlenrichtungen sind 01, 02, 03, ... Diese durchsetzen die MALLARDSche Kugel in (1), (2), (3) und projizieren sich demnach in 1, 2, 3. In der dünnen Platte sind die entsprechenden Ausgangspunkte $1'$, $2'$, $3'$ und diese ergeben dann in der gleichen Weise wie bei der dicken Platte die Punkte 1', 2', 3', die, wie man sieht, vom Nullpunkt weit abliegen, wogegen

Abb. 220.

1, 2, 3 diesem ziemlich genähert sind. Die Achse selbst, die ja in keiner der BERTINSchen Flächen liegt, bleibt davon gänzlich unberührt.

Natürlich hängt das Auftreten der Interferenzringe auch von dem Grad der Doppelbrechung ab. Stark doppelbrechende Kristalle haben sehr eng gescharte BERTINSche Flächen, geben also auch in dünnen Platten noch deutliche Ringe. Schwach doppelbrechende Minerale zeigen dagegen wenige, oder bei Dünnschliffdicke gar keine Ringe mehr, da schon der erste Ring außerhalb des Gesichtsfeldes liegt.

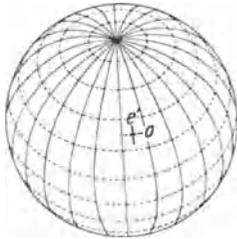


Abb. 221. Skiodromennetz eines einachsigen Kristalls, schief zur Achse projiziert (nach F. BECKE).

Für eine Platte, die *schief zur Achse* geschnitten ist, kann man die Verhältnisse an der Skiodromenkugel leicht ableiten, wenn deren Schwingungsnetz in geänderter Lage entsprechend der Richtung der Mikroskopachse orthogonal auf die Horizontale projiziert wird (Abb. 221).

Wenn sich der Achsenpol noch innerhalb des Gesichtsfeldes befindet, entsteht wieder ein schwarzes Kreuz, das aber exzentrisch liegt. Man kann sich leicht überzeugen, daß bei Drehung der Skiodromenkugel um die Tubusachse im Achsenpol *immer wieder* Meridiankreise aufscheinen, die parallel zu den Nicolrichtungen liegen, also ausgelöscht werden, d. h. das exzentrisch liegende schwarze Kreuz bleibt auch hier bei der Drehung *immer geschlossen*.

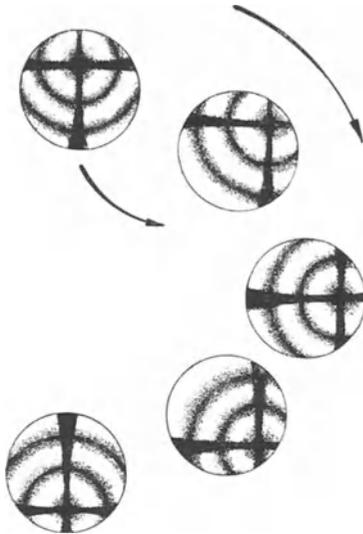


Abb. 222. Achsenaustritt eines einachsigen Kristalls schief zur Tubusachse, Drehung des Präparats im Uhrzeigersinne (nach E. WEINSCHENK).

Die ganze Erscheinung ist so, als hätte man aus dem gewöhnlichen Achsenbild exzentrisch einen Teil herausgeschnitten (Abb. 222).

An jeder Isogyre lassen sich zwei Enden unterscheiden, die sich verschieden verhalten. Jenes Ende, das in der Achse selbst liegt (oder ihr genähert ist), wandert bei der Drehung des Präparats mit dieser Achse *immer mit* („*homodromes*“ Ende des schwarzen Balkens), jenes dagegen, das von der Achse abgekehrt ist, läuft der Drehung *entgegen* („*antidromes*“ Ende). Mit Hilfe dieser Unterscheidung wird es möglich,

die Richtung, in der die Achse zu suchen ist, auch dann zu erkennen, wenn die Achse selbst nicht mehr im Gesichtsfeld ist (Abb. 223). Ist die Neigung der Achse nicht allzu groß, so kann man das achsennahe Ende des

schwarzen Balkens auch ziemlich leicht an seiner größeren Schärfe und Schmalheit erkennen, während das achsenferne Ende stark verwaschen ist.

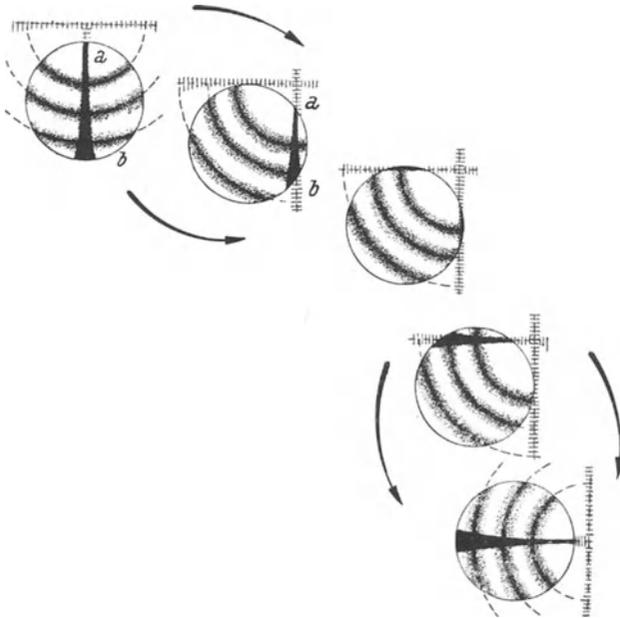


Abb. 223. Achsenbilder eines einachsigen Kristalls, wenn der Achsenaustritt schon außerhalb des Gesichtsfeldes liegt; Drehung im Uhrzeigersinn. a = homodromes Ende; b = antidromes Ende (nach E. WEINSCHENK).

Im großen hat man den Eindruck, als wanderten bei der Drehung der Platte die beiden Arme des Kreuzes immer *parallel zu sich selbst* und zu den Nicolschnitten durch das Gesichtsfeld.

Bei einachsigen Kristallen ist immer dann, wenn ein Achsenbalken genau durch die *Mitte* des Gesichtsfeldes geht, dieser streng *parallel einem Nicolschnitt* (vgl. hierzu in Abb. 222 die erste, dritte und fünfte Stellung, in Abb. 223 die erste und fünfte Lage). Jeder Schnitt verhält sich so, als stünde er auf einer Symmetrieebene senkrecht, was eben der Drehsymmetrie der Lichtausbreitung entspricht.

Auf der Skiodromenkugel findet sich immer ein als Durchmesser erscheinender Meridiankreis, der sich parallel einem Nicolschnitt stellen läßt, so daß die entsprechende Isogyre das Gesichtsfeld symmetrisch teilt.

Die Abb. 224 zeigt die Skiodromenkugel senkrecht zur Achse projiziert. Man überblickt dabei die konoskopischen Verhältnisse von Platten ein-

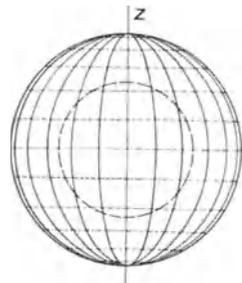


Abb. 224 (nach F. BECKE).

achsiger Kristalle, die *parallel der Achse* geschnitten sind. Hier ist das Achsenkreuz nicht mehr zu erkennen und eine sichere Unterscheidung gegenüber optisch zweiachsigen Kristallen kaum mehr möglich.

Innerhalb des Gesichtsfeldes (gestrichelter Kreis in Abb. 224) sind in der Dunkelstellung fast alle Teile der Skiodromen parallel zu den Polarisatorrichtungen. Nur in den Quadranten ist schwache Aufhellung zu erwarten. Man erhält also ein *sehr verwaschenes* schwarzes Kreuz, das sich aber bei der geringsten Drehung aufhellt, weil sich dann alle Skiodromen *schräg* zu den Nicolrichtungen stellen.

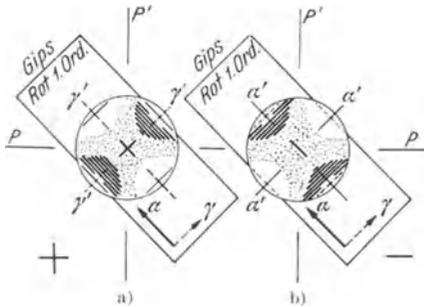


Abb. 225. Die dunklen Stellen bedeuten die *blauen* Flecke, punktiert ist das Rot der ersten Ordnung.

sehr leicht. Unmittelbar in den *Winkeln* des Achsenkreuzes liegt auch bei den schwächst doppelbrechenden und dünnsten Platten das Grau bzw. Weiß der ersten Ordnung. Wird nun in der Regelstellung eine Gipsplatte mit dem Rot der ersten Ordnung darübergerlegt, so wird das schwarze Kreuz rot erscheinen und die vier Kreuzwinkel müssen ihre Farbe ändern.

Ist der Kristall *optisch positiv*, also $\varepsilon > \omega$, d. h. $\varepsilon = \gamma'$ (langsamer Strahl) und $\omega = \alpha'$ (rascher Strahl), so ergibt sich die Orientierung wie in Abb. 225a (vgl. dazu auch das Skiodromennetz in Abb. 216). Man sieht, daß die Quadranten SO und NW (Regelstellung) gegenüber dem Gips verkehrt, die anderen Quadranten (SW und NO) dagegen gleich orientiert sind. Die ersten geben also Subtraktionsfarben, die zweiten *Additionsfarben*.

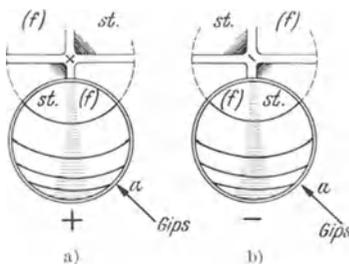


Abb. 226. *st.* = steigende Farbe, *f* = fallende Farbe.

Nun folgt unmittelbar nach dem Rot der ersten Ordnung *steigend* ein sehr schönes lebhaftes Blau (in der Abbildung kräftig schraffiert). Diese *blauen Flecken* sind ausgezeichnete Hilfen für die Bestimmung. Liegt deren Verbindungslinie zur Regelstellung des Gipses *gekreuzt* (+!), so ist der Körper *positiv*.

Im anderen Falle ($\varepsilon < \omega$, d. h. $\varepsilon = \alpha'$, $\omega = \gamma'$) finden sich die blauen Flecken in den der Regelstellung (SO–NW) entsprechenden Quadranten, bilden also mit dem Gips nur *eine* Linie (—!) daher optisch *negativ* (Abb. 225 b).

Diese einfache Bestimmung gelingt auch bei *schiefem* Achsenaustritt. Solange die Achse noch selbst im Gesichtsfeld zu erkennen ist, bedarf es

3. Einachsiges Achsenbild und optischer Charakter.

Im Achsenbild ist die Bestimmung des optischen Charakters

keiner weiteren Anleitung. Ist aber die Achse schon außerhalb des Gesichtsfeldes, dann ist es nur notwendig, das „homodrome Ende“ der Isogyre zu bestimmen, denn nach dieser Seite kann man dann die Achse ergänzen. Ist das aber einmal erreicht, dann bringt man das Achsenbild in eine symmetrische Lage (am besten die Isogyre N—S einstellen) und beobachtet dann mit dem Gips das Auftreten der *steigenden Farben*. In diesem Falle muß man nämlich auf die steigenden Farben achten, weil das schöne Blau, das nur im Winkel unmittelbar an der Achse selbst liegen kann, hier nicht mehr zu sehen ist. Für die *steigenden Farben* gelten dann die oben angegebenen Regeln (s. Abb. 226a für *positive* und 226b für *negative* Kristalle).

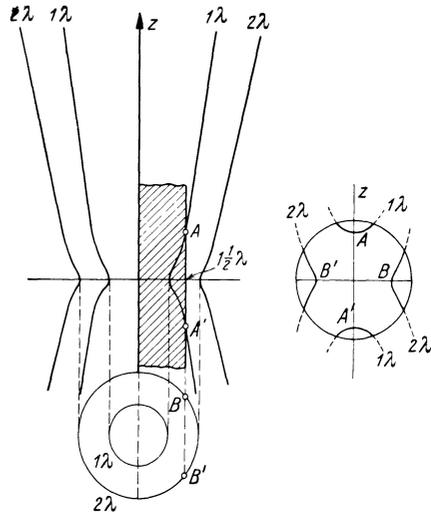


Abb. 227.

Bei sehr engen Interferenzringen verwendet man besser einen Gips- oder Quarzkeil mit α in der Längsrichtung. Eine einfache Überlegung zeigt, daß dann die Quadranten mit *gleicher* Orientierung von Platte und Keil (also jene Quadranten, wo bei Verwendung der Gipsplatte die blauen Flecken auftreten) bei Einschieben des Keiles eine Bewegung der Ringe *gegen* die Achse erkennen lassen müssen, da die sonst weiter draußen liegenden höheren Farben nun auch schon näher der Mitte erreicht werden. Die Quadranten in Subtraktionsstellung zeigen dagegen eine Bewegung der Ringe *von* der Mitte weg. An Stelle der blauen Flecken sind also jene Quadranten zu beachten, in denen die Ringe bei Einschieben des Keiles *gegen* die Achse wandern.

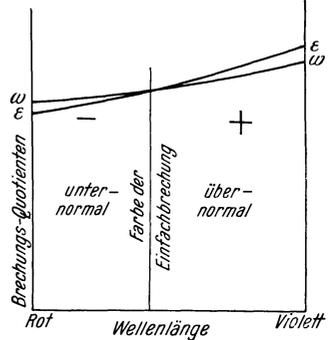


Abb. 228.

Sogar in Schnitten *parallel der Achse* läßt sich der optische Charakter bestimmen. Dazu verwenden wir wieder die BERTINSchen Flächen. In Abb. 227 ist im Aufriß und Grundriß das Verhalten einer Platte dargestellt, die (parallel zur Achse geschnitten) bei senkrechter Durchstrahlung einen Gangunterschied von $1\frac{1}{2}\lambda$ besitzt. Man erkennt, daß die Platte (im Aufriß) entsprechend der z -Richtung die Fläche 1λ durchschneidet (AA'), dagegen in der Querrichtung (im Grundriß BB') schon die Fläche für 2λ trifft. Dreht man also die Platte in die Diagonalstellung, so ergeben sich zwei Quadranten mit Farben, die niedriger, zwei andere mit

Farben, die höher sind als die Farbe des Mittelfeldes. Man hat jetzt nur die Richtung der *fallenden Farben* ($z!$) nachzuprüfen. Liegt in dieser Richtung γ , so ist der Kristall *positiv*, liegt α darin, so ist er *negativ*.

Der optische Charakter kann für verschiedene Lichtarten *verschieden* sein. Manche *Vesuviane* z. B. sind für rotes Licht optisch negativ, für blaues Licht dagegen positiv. Das kommt daher, daß die Brechbarkeit von Rot bis

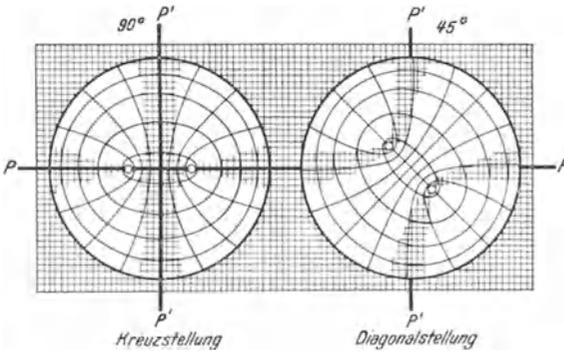


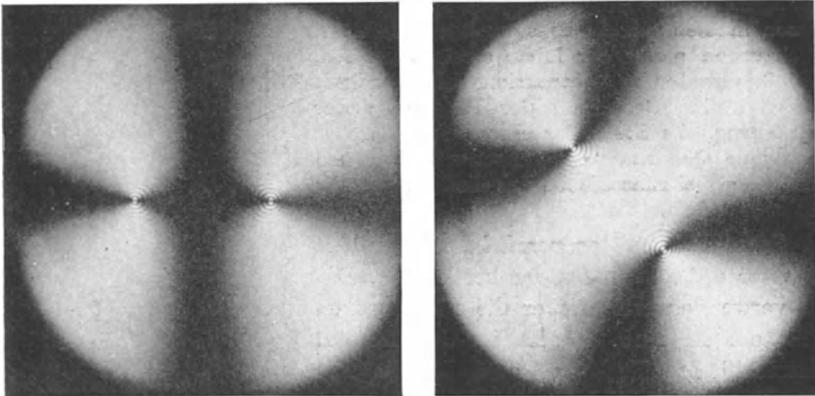
Abb. 229.

Blau für den außerordentlichen Strahl *rascher ansteigt* als für den ordentlichen (Abb. 228). Bei einer mittleren Wellenlänge muß es dann zu einer Kreuzung der Kurven der Brechungsquotienten kommen, d. h. für diese Farbe (und *nur* für diese Farbe) ist der Vesuvian *einfachbrechend*.

4. Achsenbilder zweiachsiger Kristalle.

Deutliche „Achsenbilder“ bekommt man wohl

nur, wenn die untersuchte Platte senkrecht zur ersten Mittellinie, senkrecht zu einer Achse oder zu einer diesen beiden Richtungen naheliegenden Richtung geschnitten ist.



a)

b)

Abb. 230. Aragonit-Achsenbild. a) Kreuzstellung; b) Diagonalstellung.

In *Platten senkrecht zur ersten Mittellinie* gibt, wie leicht abzuleiten ist, jene Stellung, bei der die Achsenebene einem Nicolschnitt parallel liegt, ganz ähnliche Verhältnisse wie das Achsenbild einachsiger Kristalle.

Auch hier erhält man ein *schwarzes Kreuz*, doch sind die beiden *Kreuzarme nicht mehr gleich*. Man unterscheidet einen schmäleren „*Achsen-*

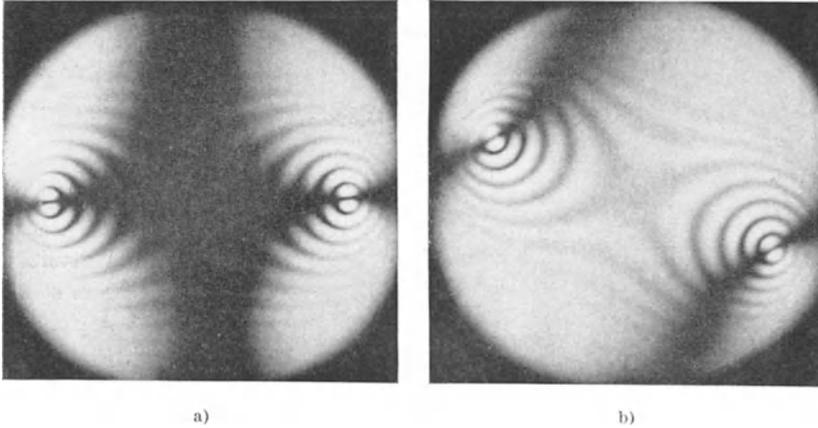


Abb. 231. Muskovit-Achsenbild. a) Kreuzstellung; b) um etwa 20° gedreht.

balken“, der die beiden Achsen verbindet und sich in den Achsen selbst zuspitzt, und einen breiteren, verwascheneren „*Mittelbalken*“ (Abb. 229,

230a und 231a). Die Drehung des Präparats bringt aber ein *Öffnen des schwarzen Kreuzes*, denn, wie das Skiodromennetz zeigt, liegen dann im Bereich der ersten Mittellinie die Auslöschungsrichtungen nicht mehr parallel den Nicol-schnitten. In der 45° -Stellung sind die *Iso-gyren hyperbelartig*, gehen aber unter allen Umständen durch die Achsen hindurch (Richtungen der Einfachbrechung!) (Abb. 229 und 230b). *An dem*

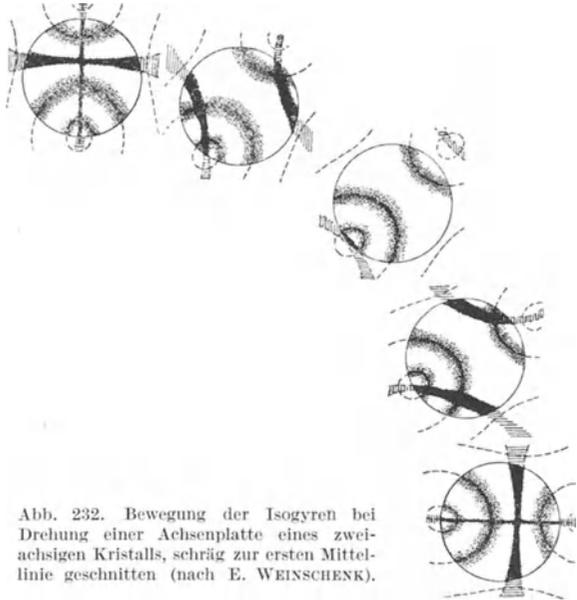


Abb. 232. Bewegung der Isogyren bei Drehung einer Achsenplatte eines zweiachsigen Kristalls, schräg zur ersten Mittellinie geschnitten (nach E. WEINSCHENK).

Öffnen des schwarzen Kreuzes ist die Zweiachsigkeit sofort zu erkennen. Bei größerem Achsenwinkel (vgl. Abb. 231) und auch wenn die Achsen

selbst schon außerhalb des Gesichtsfeldes zu liegen kommen, wird die Verschiedenheit der beiden Kreuzbalken immer deutlicher.

Platten, die etwas schräg zur Mittellinie liegen, zeigen ganz gleichartige Verhältnisse (Abb. 232). Besonders interessant sind Platten, die eine

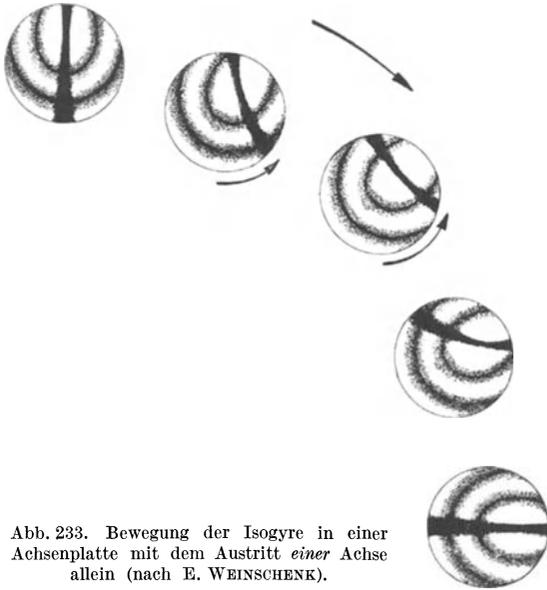


Abb. 233. Bewegung der Isogyre in einer Achsenplatte mit dem Austritt einer Achse allein (nach E. WEINSCHENK).

einzelne Achse austreten lassen. Wenn der Achsenwinkel (bzw. Entfernung zur ersten Mittellinie) groß ist, sieht man auch in der Kreuzstellung nur die Achse allein (ohne Mittelbalken), was an sich schon ein gutes Kennzeichen der Zweiachsigkeit ist. Bei der Drehung der Platte schwänzelt die Isogyre hin und her, geht aber immer durch den Achsenpol hindurch. Bezüglich der Bewegung des Achsenbalkens vgl. Abb. 233. In der „Kreuzstellung“ läuft

der Balken gerade gestreckt und parallel einem Nicolschnitt und gibt damit gleichzeitig die Lage der Achsenebene an. In der „Diagonalstellung“ ist er mehr oder weniger stark gekrümmt. Der Scheitel der Krümmung

ist immer gegen die erste Mittellinie gekehrt (Abb. 234). Wird der Achsenwinkel nahe an 90° , dann flacht sich die Krümmung in der Diagonalstellung immer mehr aus. Bei $2V = 90^\circ$ ist der Balken auch in dieser Lage ganz gerade; eine Unterscheidung der Mittellinien ist dann nicht mehr möglich.

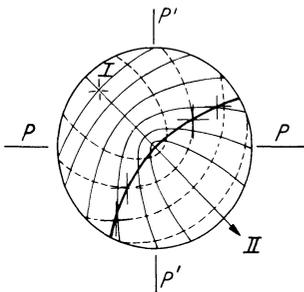


Abb. 234. (Nach F. BECKE.)

Platten senkrecht zur zweiten Mittellinie verhalten sich analog jenen senkrecht zur ersten Mittellinie, doch sind die Achsen selbst wegen des stumpfen Winkels nie mehr im Bilde erkennbar. In der Kreuz-

stellung beherrscht der breite Mittelbalken das ganze Bild und bei einer Drehung wandern die Isogyren rasch aus dem Gesichtsfeld.

Platten parallel zur Achsenebene zeigen ganz ähnliche Erscheinungen wie einachsige Kristalle parallel der Achse (vgl. S. 181).

In allen Fällen, wo die untersuchte Platte senkrecht zu einer der drei optischen Symmetrieebenen der Indikatrix liegt, sind die Achsenbilder symmetrisch. Liegt die Platte *schief* zu den Hauptebenen, dann ist das Achsenbild *unsymmetrisch*. Im allgemeinen geht dann die Isogyre, wenn sie durch die *Mitte* des Gesichtsfeldes läuft, *schräg* zu den Nicolrichtungen, ein Verhalten, das *nur* bei *zweiachsigen* Kristallen möglich ist (Abb. 235).

Bezüglich der Ableitung der Isogyren für alle möglichen Lagen der Platte s. BE, S. 78 ff.

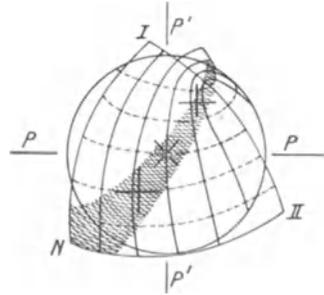


Abb. 235. (Nach F. BECKE.)

5. Zweiachsiges Achsenbild und optischer Charakter.

Die Bestimmung des optischen Charakters zweiachsiger Kristalle schließt sich eng an jene bei einachsigen Kristallen an, nur darf man sich dabei nicht an die Kreuzwinkel der Kreuzstellung, sondern an die beiden Seiten des Achsenbalkens *innerhalb des ersten Farbring*es um jede einzelne Achse halten.

Ebenso wie bei einachsigen Kristallen laufen auch hier um jede Achse im Achsenbild farbige Ringe, die bei dicken Platten oder hoher Doppelbrechung dicht geschart sind und die einzelnen Achsen (wenigstens für die innersten Ringe) *gesondert* umlaufen, bei dünnen Platten oder niedrigerer Doppelbrechung aber weiter von den Achsen abrücken und oft beide Achsen in *gemeinsamer* Kurve (*Lemniskate*) umlaufen. Vgl. dazu die Abb. 236, die die BERTINSche Fläche für zweiachsige Kristalle darstellt. Sie kann als zwei ineinandergesteckte BERTINSche Flächen für einachsige Kristalle angesehen werden. In der Abbildung sind noch einige weitere Schalen angedeutet. Beachte die Schnitte *B* (dicke Platte) und *C* (dünne Platte). Bei *B* wird die erste und zweite Schale für jede Achse in *gesonderten* Ringen durchschnitten, bei *C* umspannt dagegen schon der erste Ring *beide* Achsen (A_1 und A_2).

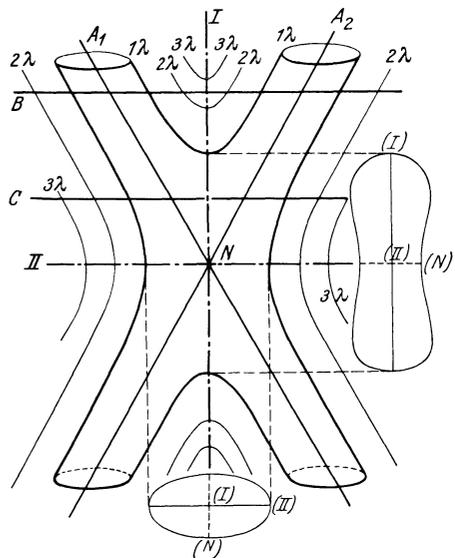


Abb. 236. BERTINSche Flächen bei zweiachsigen Kristallen.

Ist der erste Farbenring beiden Achsen *gemeinsam*, so gelten einfach die Regeln für einachsige Kristalle. Hat dagegen jede Achse ihren gesonderten ersten Farbring, so zeigt Abb. 237, daß bei Einschaltung der Gipsplatte die *blauen Flecken* nur am Achsenbalken innerhalb des ersten Ringes auftreten können. Jene Quadranten, in denen diese blauen Flecken zu sehen sind, zeigen *steigende* Farben, die beiden anderen Quadranten natürlich fallende Farben. In diesen muß der erste Ring, für den hier Subtraktionsstellung vorliegt, zu Schwarz kompensiert sein. Auch für zweiachsige Kristalle gilt: Bei Einschaltung der Gipsplatte *blaue Flecken (steigende Farben) SW—NO . . . positiv, dagegen SO—NW negativ . . .*

Besonders deutlich wird die Erscheinung in der Diagonalstellung. Man bringt dazu die Achsenebene in die Regelstellung (SO—NW) und schiebt die Gipsplatte ein. Zu beachten sind jetzt nur die beiden „Winkel“

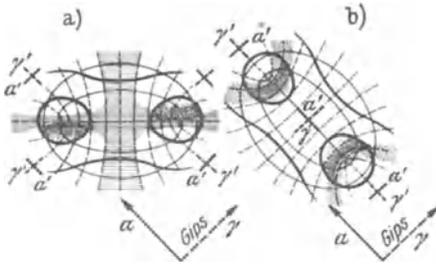


Abb. 237. Achsenbild eines optisch positiven Kristalls. Teile des Skidromennetzes sind eingetragen. Die dunklen Stellen bedeuten die blauen Flecken. a) Kreuzstellung; b) Diagonalstellung.

der dunklen Hyperbeln. Sieht man in diesen die *blauen Flecke in gleicher Richtung* mit α des Gipses, so ist das Mineral optisch *negativ*. Fehlen dagegen diese in den Hyperbelwinkeln und sind dafür an den *Scheiteln* der Hyperbeln (also *zwischen* den Achsen) zu sehen, so ist der Kristall optisch *positiv* („in der Mulde negativ, auf der Wölbung positiv“) (vgl. Abb. 237 b).

Das Mittelfeld zwischen den Achsenhyperbeln zeigt in der Diagonalstellung bei *positiven* Kristallen nach Einschaltung der Gipsplatte *steigende* Farben, bei *negativen* Kristallen *fallende* Farben. Bringt man bei *positiven* Kristallen die Achsenebene in die Richtung SW—NO, so liegen bei Verwendung des Gipses die blauen Flecken wieder in den Hyperbelwinkeln, aber *gekreuzt* zur Gipsrichtung. Grundregel: Denkt man sich beide *Achsenpole zusammengeschoben*, so ergeben sich einfach die *gleichen Regeln wie für einachsige Kristalle*.

Meist ist nur eine Achse mit seitlich verschobener Mittellinie oder überhaupt nur eine Achse allein zu sehen. In diesem Falle versucht man zunächst in der „Kreuzstellung“, d. h. dann, wenn der Achsenbalken einem Nicolschnitt parallel läuft (am besten in der O—W-Richtung), durch Vermittlung der Gipsplatte die Lagen der beiden Mittellinien α und γ zu bestimmen. Dazu ergänzt man sich beiderseits der Achse das „Kreuz“ der Mittellinien. In der Abb. 238a liegt für die rechts liegende Mittellinie der beobachtete blaue Fleck im SW, ist also auch im NO zu ergänzen. Für die links liegende Mittellinie befindet er sich dagegen im SO und ist daher nach NW zu ergänzen, d. h. in Abb. 238 liegt

links α und rechts γ . Zur Entscheidung, welche der beiden Mittellinien die erste ist, also den optischen Charakter bestimmt, dreht man in die Diagonalstellung. Dann ist jene die erste Mittellinie, gegen die sich der Scheitel der Hyperbel kehrt (in der Abb. 238 die Mittellinie α , also ein optisch *negativer* Kristall). Gleichzeitig muß in dem gezeichneten Fall im Hyperbelwinkel wieder der blaue Fleck erscheinen.

Wenn die Achse oder erste Mittellinie nicht im Gesichtsfeld liegt, wird die Bestimmung des optischen Charakters sehr mühselig und nicht immer sicher. Beachtung verdient noch eine *Platte parallel der Achsenebene*. Da zeigen sich ganz ähnliche Erscheinungen wie bei Platten parallel der Achse einachsiger Kristalle. Wie aus Abb. 236 im Vergleich mit Abb. 227 ersichtlich ist, liegt auch hier die erste Mittellinie (entsprechend der optischen Achse einachsiger Kristalle) in der Richtung der *fallenden Farben* innerhalb der Diagonalstellung. Diese Richtung ist dann mittels der Gipsplatte in der üblichen Weise auf ihren Wert, ob γ oder α , zu untersuchen und gibt damit (genau wie bei einachsigen Kristallen) den *positiven* bzw. *negativen* Charakter des Minerals an (vgl. auch BE, S. 87).

In allen Fällen, wo die Interferenzringe um die Achsenpole sehr dicht geschart sind, kann man zur Erkennung des optischen Charakters mit Vorteil statt der Gipsplatte einen *Keil* verwenden, um die Stellen der *steigenden* Farben sicher zu erkennen (vgl. dazu S. 163 und 181).

Man beachte aber dabei, daß die Interferenzringe des Achsenbildes nach außen hin immer höhere Farben zeigen (entgegen der Farbverteilung an den Keilrändern eines Kornes im Orthoskop). Nehmen wir nun an, es liege ein optisch *positives* Achsenbild mit dichten Interferenzringen vor. Man dreht das Präparat in die Diagonalstellung. Nach Abb. 237b ist dann das Mittelfeld *zwischen* den beiden Achsen, also das Gebiet der ersten Mittellinie, mit dem einzuschiebenden Quarz- oder Gipskeil in paralleler Orientierung. Bei Einschub des Keiles *steigen* also die Farben des Mittelfeldes, d. h. die höheren Farben, die ursprünglich weiter draußen lagen, rücken nun zwischen den

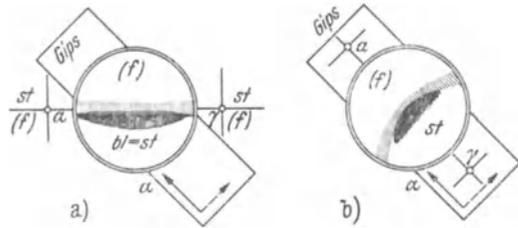


Abb. 238. Bestimmung der ersten Mittellinie bei einer einzelnen Achse eines zweiachsig *negativen* Kristalls, *st* = steigende Farben; *f* = fallende Farben. a) Kreuzstellung; b) Diagonalstellung.

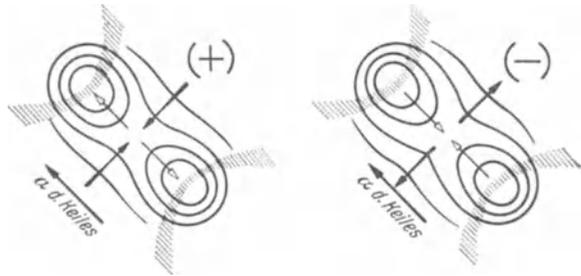


Abb. 239. Die Bewegung der Interferenzringe bei Einschub eines Interferenzkeils. (+) für *positive* Kristalle; (-) für *negative* Kristalle.

Achsen, *quer* zur Achsenebene, *gegen die Mitte vor* und schieben sich *in* der Achsenebene wieder *gegen* die beiden Achsen auseinander (Abb. 239).

Im Falle eines *negativen* Achsenbildes „fliehen“ die Farbbringe in der Richtung *quer* zur Achsenebene *aus der Mitte heraus*. In der Richtung der Achsenebene rücken dagegen die Farben *gegen* die Mittellinie zusammen.

Diese Bewegung der Farbkurven im Gebiete der ersten Mittellinie *quer zur Achsenebene* bei Diagonalstellung einmal *zur Mitte (positiv)*, dann wieder *von der Mitte weg (negativ)*, ist auch dann noch gut zu erkennen, wenn die Unterscheidung der Farbbringe selbst bezüglich der Höhe ihrer Farben nicht mehr durchführbar ist.

6. Messung des Achsenwinkels.

Aus der S. 175 dargelegten Sinusbeziehung zwischen dem Mittelpunktsabstand eines Punktes des Achsenbildes und der zugehörigen Strahlenrichtung ergibt sich, daß damit der Achsenwinkel $2V$ bestimmbar sein muß. Da aber meist in Luft beobachtet

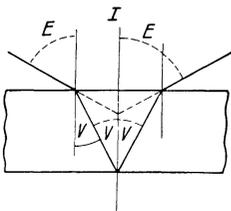


Abb. 240.

wird, ist zu beachten, daß nicht der *wahre* Achsenwinkel $2V$, sondern der *scheinbare Achsenwinkel* $2E$ zur Messung gelangt (Abb. 240). Da sich die Strahlen in der Achse selbst mit der mittleren Geschwindigkeit b (bzw. dem Brechungsquotienten β) bewegen, besteht die einfache Beziehung: $\sin V = \frac{\sin E}{\beta}$.

Sollte zwischen Objektiv und Achsenplatte eine Immersionsflüssigkeit verwendet werden, so ist natürlich deren Brechungsquotient mit zu berücksichtigen. Hat die Immersionsflüssigkeit die Brechbarkeit n , so ist $\sin V = \frac{\sin H}{\beta} \cdot n$, wenn H der halbe scheinbare Achsenwinkel bei Messung in der Immersionsflüssigkeit ist.

Nach der ältesten Methode („KOHLRAUSCH' Achsenwinkelapparat“) wird die Achsenplatte hängend in einem horizontal liegenden Konoskop, drehbar um die optische Normale, eingeschaltet und an einem Teilkreis der Winkel abgelesen ($2E!$), der notwendig ist, um jede der Achsen nacheinander in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen. Die Nicole befinden sich dabei in Diagonalstellung, so daß man zwischen den beiden Scheiteln der Hyperbeln mißt.

Im Mikroskop ist es nur nötig, mit irgendeiner Methode den Abstand des Achsenpols von der Bildmitte zu messen und dann die MALLARDSche Beziehung: $\sin \sigma = d \cdot \kappa$ für den *scheinbaren* Winkel, bzw. $\sin \rho = \frac{d \cdot \kappa}{n}$ für den *wahren* Winkel auszunutzen (vgl. S. 175). Alle hierauf gegründeten Methoden der Achsenwinkelmessung müssen das Randgebiet des konoskopischen Gesichtsfeldes vermeiden, da im äußeren Drittel des Bildradius die MALLARDSche Konstante nicht mehr gültig ist.

In Platten *senkrecht zur ersten Mittellinie* genügt zur Bestimmung des scheinbaren Achsenwinkels $2E$ die Messung des Abstandes d in Abb. 241a. Ist die Achsenebene senkrecht auf der Platte, aber die erste

Mittellinie schon exzentrisch (Abb. 241 b), dann gibt die Messung d_1 und d_2 zwei Winkelwerte, die addiert $2E$ geben. Es wäre hier falsch, die Abstände zur Mittellinie zu messen, denn die Sinusbeziehung gilt nur für Abstände von der *Bildmitte*. Ist in einer Platte senkrecht zur Achsenebene nur *eine Achse mit der Mittellinie* zu beobachten (Abb. 241 c), so mißt man einerseits den Abstand der Achse von der Bildmitte (d_1), andererseits den Mittellinienabstand (d_2), wertet die zugehörigen Winkel aus und erhält aus deren Summe den *halben* scheinbaren Achsenwinkel (E).

Bezüglich einer kleinen Verfälschung der Messung bei stark exzentrischer Lage der Mittellinie und deren Korrektur vgl. BE, S. 92ff. Ebenso möge dort und in TSCHERMAKS Mineralogischen und petrographischen Mitteilungen, 24, 35 (1905), die Behandlung von Achsenbildern nachgelesen werden, bei denen die Achsenebene nicht mehr auf der Achsenplatte senkrecht steht.

Die Mittellinienlage kann nur in der „Kreuzstellung“ beobachtet werden, dagegen ist in dieser Lage die genaue Feststellung des Achsenpoles meist nicht durchführbar. Sehr leicht geschieht dies aber in der

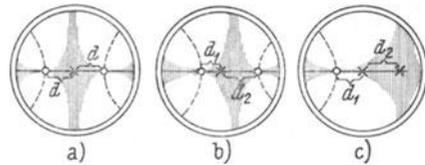


Abb. 241.

Diagonalstellung; der *Scheitel* der schwarzen *Hyperbel* ist der Achsenpol.

Die Mittelpunktsdistanzen (d) könnten an einer feststehenden geeichten Glasskala abgelesen werden, viel genauer ist aber die Verwendung eines Schraubenmikrometerokulars (zusammen mit der BERTRANDSchen Linse) oder eines Zeichenapparates.

Mit Hilfe des *Schraubenmikrometerokulars* werden die Werte d dadurch bestimmt, daß der eine Faden des Fadenkreuzes mit Feintrieb und Trommelablesung parallel verschiebbar ist. Dabei wird in der Kreuzstellung der bewegliche Faden auf die Mittellinie eingestellt, in der Diagonalstellung (auch des Okulars!) tangential an den Scheitel der Hyperbel gelegt. Unter Zugrundelegung eines bekannten Achsenwinkels wird zunächst die nötige MALLARDSche Instrumentkonstante ermittelt und damit der Apparat geeicht.

Endlich kann man auch mit einem *Zeichenapparat* das Achsenbild mittels Farbstiften auf einen gleichsinnig mit dem Mikroskopoptisch drehbaren Zeichentisch (bzw. ein daraufgeheftetes schwarzes Kartonblatt) übertragen und auf diesen Zeichenblättern die Bestimmung der verschiedenen d und der dazugehörigen Azimute vornehmen. Natürlich muß auch hier zuvor an einem bekannten Präparat die für die verwendete Anordnung gültige MALLARDSche Konstante bestimmt werden.

Bezüglich der überaus interessanten und brauchbaren Methode, aus einer Achse *allein* den Achsenwinkel $2E$ (bzw. $2V$) zu ermitteln, siehe BE in TSCHERMAKS Mineralogischen und petrographischen Mitteilungen, 24, 35 (1905).

Zur Umrechnung des scheinbaren Achsenwinkels $2E$ auf den wahren Achsenwinkel $2V$ genügt im allgemeinen bei gesteinbildenden Mineralen die Kenntnis des mittleren Brechungsquotienten des Minerals auf ein bis höchstens zwei Dezimalstellen.

Beispiele für $2V$ (durchwegs im Na-Licht gemessen).

Mineral	α	β	γ	$2V_\gamma$	$2V_\alpha$	
Schwerspat	1,6363	1,6375	1,6480	36° 45'		} positiv
Gips	1,5207	1,5228	1,5305	54° 52'		
Topas	1,6116	1,6138	1,6211	56° 57'		
Diopsid	1,6727	1,6798	1,7026	58° 59'		
Schwefel	1,9505	2,0383	2,2405	72° 20'		
Albit	1,5285	1,5321	1,5387	77° 39'		
Olivin	1,661	1,678	1,697	87° 55'		} negativ
Oligoklas	1,5388	1,5428	1,5463	92° 56'	(87° 4')	
Andalusit	1,632	1,638	1,643	96° 46'	(83° 14')	
Anorthit	1,5757	1,5837	1,5884	102° 42'	(77° 18')	
Orthoklas (Adular) . .	1,5192	1,5230	1,5246	113° 55'	(66° 5')	
Glimmer	1,5609	1,5941	1,5997	136° 11'	(43° 49')	
Orthoklas (Sanidin) .	1,5206	1,5250	1,5253	151° 2'	(28° 58')	
Aragonit	1,5301	1,6826	1,6859	162° 10'	(17° 50')	
Cerussit	1,8037	2,0763	2,0780	171° 46'	(8° 14')	

7. Achsenwinkeldispersion.

Der Achsenwinkel ist meist nicht für alle Farben des Spektrums gleich, man beobachtet also eine *Dispersion des Achsenwinkels*. Diese hängt mit der Dispersion der Doppelbrechung (vgl. S. 168) und diese wieder mit der Dispersion der Brechungsquotienten im Bereiche des Spektrums zusammen (vgl. auch S. 182 und Abb. 228).

Da der Achsenwinkel in strenger Abhängigkeit zu den Werten α , β , γ steht (s. S. 152), müssen Ungleichartigkeiten in der Dispersion der Brechungsquotienten im Bereiche der Spektralfarben zu Änderungen des Achsenwinkels führen. Ist die Differenz $(\gamma - \beta)$ groß im Verhältnis zu $(\beta - \alpha)$, so ist der Kristall optisch positiv mit einem kleinen Achsenwinkel. Dieser steigt, je ähnlicher die Werte $(\gamma - \beta)$ und $(\beta - \alpha)$ einander werden, erreicht in 90° einen Grenzwert und führt dann zu einem Kristall mit optisch negativem Charakter, wenn $(\gamma - \beta) < (\beta - \alpha)$. Wenn also die Dispersion des mittleren Brechungsquotienten kräftiger oder auch schwächer erfolgt als jene von α und γ , so muß eine Änderung des Achsenwinkels eintreten.

Rhombische Kristalle. Da die Hauptachsen der optischen Indikatrix paarweise mit den Bezugsachsen des Kristalls zusammenfallen müssen, kann sich zwar die Größe des Achsenwinkels, nicht aber die *zweifache*

Symmetrie des Achsenbildes ändern („normale Achsendispersion“). Um die feststehende Mittellinie kann $2V$ für Rot wesentlich andere Werte haben als $2V$ für Violett. Es sind dabei zwei Fälle zu unterscheiden: $2V_\rho > 2V_\nu$ oder $2V_\rho < 2V_\nu$ (Abb. 242).

Im Achsenbild sieht man die Dispersion des Achsenwinkels am besten in der Diagonalstellung. Die Kreuzstellung läßt nur an dem ersten Farbring um jede Achse erkennen, daß die innere Hälfte des Ringes etwas anders gefärbt ist als die äußere Hälfte. In der Diagonalstellung ist aber eine deutliche *Farbensäumung* der hyperbelartigen *Isoqyren* zu sehen. Dort, wo die Achse für *rotes* Licht liegt, ist sie für Rot in der Auslöschung, für Blau aber *nicht*, daher erscheint der Achsenbalken *dort bläulich gesäumt*. Wo dagegen die Achse für *Blau* liegt und sich in Auslöschung befindet, kann noch Rot hindurch, also ein *roter Saum*. Die Lage der Säume liegt also *verkehrt zu der wahren Achsenlage*. Ist $2V_\rho < 2V_\nu$ (Abb. 242), so liegt der rote Farbsaum *weiter* von der Mittellinie ab als der blaue. Im Falle $\rho > \nu$ liegt dagegen der rote Farbsaum der Mittellinie *näher*.

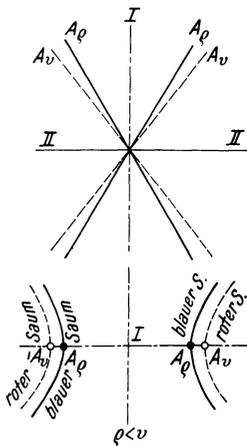


Abb. 242. Normale Dispersion, Achsen (bzw. Balken) — für Rot (ρ), - - - - für Blau (ν).

In seltenen Fällen kann auch hier die Dispersion der Brechungsquotienten so ungleichartig erfolgen, daß zwei Kurven der Brechbarkeit einander durchkreuzen (vgl. dazu Abb. 228). Dann tritt auch eine *Kreuzung der Achsenebenen* ein (z. B. bei *Brookit*).

In dem Diagramm, Abb. 243, ist zu ersehen, daß die erste Mittellinie des optisch positiven Brookits, also γ , parallel zur kristallographischen x -Achse liegt. In der z -Achse liegt für rotes Licht die optische Normale β_1 , diese wächst aber gegen das violette Ende so langsam, daß sie von der rascheren zweiten Mittellinie ($\alpha_1 = \gamma$) überholt wird. Dadurch tauschen aber die beiden kristallographischen Achsen y und z ihren optischen Charakter, die zu y parallele Richtung wird zu β_2 und die zu z parallele zu α_2 . Damit wird aber die für *rotes* Licht parallel zur 001 liegende Achsenebene von einer parallel 010 liegenden im *blauen* Licht abgelöst. Für eine Farbe (an Brookit von Tirol bei einem $\lambda = 5550 \text{ \AA}$) wird der Kristall optisch ein-

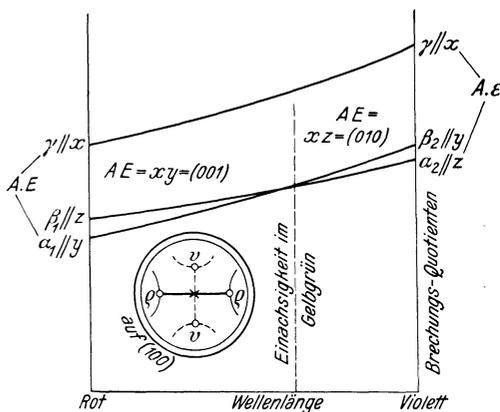


Abb. 243. Brookit, Kreuzung der Achsenebene.

achsig positiv. Da für Brookit die erste Mittellinie senkrecht auf 100 steht, kann in dieser Platte leicht die Verschiedenheit der Achsenebene für verschiedene Farben beobachtet werden. Im weißen Licht sieht man ein sehr verwickelteres Kombinationsbild.

Monokline Kristalle. Da bei monoklinen Kristallen nur *eine* Hauptachse der Indikatrix mit der Kristallachse y zusammenfallen kann, gibt es außer der Verschiedenartigkeit des Achsenwinkels auch noch eine Auslöschungsdispersion (s. S. 161). Es sind drei grundsätzlich verschiedene Arten der Verteilung der drei Hauptachsen der Indikatrix möglich:

1. Achsenebene parallel der Symmetrieebene, y -Achse = optische Normale;
2. Achsenebene senkrecht zur Symmetrieebene, a) erste Mittellinie in der Symmetrieebene, zweite Mittellinie = y , b) erste Mittellinie = y , zweite Mittellinie in der Symmetrieebene (vgl. RW, S. 191 ff.).

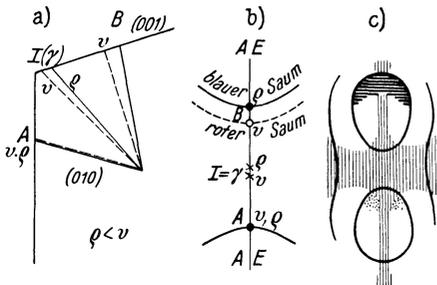


Abb. 244. Genaue Dispersion, Achsen (bzw. Balken) — für Rot (ρ), - - - - für Blau (v). a) Orientierung auf 010; b) Achsenverteilung in einem Mittellinienschnitt (Säume in Diagonalstellung); c) Achsenbild (Mittellinienschnitt) mit symmetrischer Farbverteilung.

ad 1. In der Abb. 244 ist nach Messungen am Augit von RENFREW ein Beispiel für diese Art der Achsendispersion gegeben. Man sieht in Abb. 244a eine Mittelliniendispersion für γ gegenüber der z -Achse $z\gamma_\rho < z\gamma_v$ und außerdem eine Achsendispersion $\rho > v$. Da bei solchen Dispersionen die erste Mittellinie zusammen mit

dem Achsenwinkel gegenüber der Vertikalen verschieden stark „geneigt“ ist, spricht man von einer „geneigten Dispersion“.

Im Achsenbild verrät sich das durch eine nur *einfach symmetrische* Farbverteilung mit der *Achsenebene als Symmetrale*. Besonders schön ist die Erscheinung, wenn man die Achsenebene N—S legt, doch zeigt auch die Diagonalstellung diese symmetrische Verteilung gemäß der Achsenebene. Die Beobachtung einer *einzelnen* Achse genügt noch nicht zur richtigen Erkenntnis der Dispersion. Im gezeichneten Falle ist die Achse A praktisch *undispersiert*, die Achse B hat eine Dispersion $\rho > v$, d. h. die A-Achse hat in ihrer Umgebung ziemlich normale Farben, die B-Achse dagegen stark veränderte Farbränge, aber immer symmetrisch zur Achsenebene (Abb. 244 b und c).

ad 2a. Hier liegt die zweite Mittellinie in der y -Achse und die Achsenebene schaukelt um diese Linie, d. h. die Achsenebenen für verschiedene Lichtarten liegen scheinbar in verschiedenen „Horizonten“, daher der Ausdruck „*horizontale Dispersion*“ (Abb. 245a). Wie man aus Abb. 245 b erkennen kann, handelt es sich dabei besonders um die Auswirkung der Mittelliniendispersion (I_ρ bzw. I_v). In der Kreuzstellung muß dabei der

schmale *Achsenbalken* farbige Säume zeigen, aber zu beiden Seiten der Symmetrieebene streng symmetrisch verteilt (Abb. 245 c) (Beispiel: Adular).

Bei der horizontalen Dispersion zeigen *beide* Achsen in Kreuz- oder Diagonalstellung die *gleichen* Dispersionerscheinungen, nur symmetrisch angeordnet. Durch eine geeignete Drehung kann man die Isogyre so legen, daß sie für *eine* Achse gerade durch die Verbindung der roten und blauen Achsenpole geht. Diese Isogyre kann dann in dieser Lage *keinerlei* Farbsäume zeigen, weil alle Achsenpole in ihr selbst enthalten, also gleichzeitig ausgelöscht sind (BECKES „Graustellung“). Man erkennt leicht, daß bei der horizontalen Dispersion dann die *andere* Achse bei gleicher Winkellage die Isogyren für Rot und Blau stark auseinanderlegt, also bei dieser Achse schärfste „Farbstellung“ auftreten muß (Abb. 245 d).

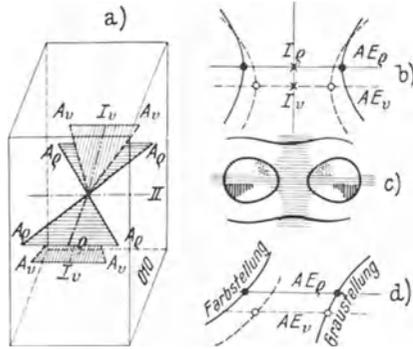


Abb. 245. Horizontale Dispersion, Achsen (bzw. Balken) — für Rot (e), ---- für Blau (v). a) Räumliche Verteilung der Achsen; b) Achsenverteilung in einem Mittellinienschnitt; c) Achsenbild (Mittellinienschnitt); d) Isogyren in Grau- bzw. Farbstellung.

ad 2b. Die erste Mittellinie ist in der *y*-Achse festgelegt, die zweite Mittellinie aber, die in der Symmetrieebene liegt, kann in ihren Neigungen zur Vertikalen etwas schwanken. Es sind eigentlich ähnliche Verhältnisse wie in 2a, nur daß man jetzt das Achsenbild in der (010) sieht (Abb. 246 a). In der Kreuz- und Diagonalstellung haben die Isogyren innerhalb des ersten Ringes farbige Säume, die aber in bezug auf den Austritt der ersten Mittellinie *zentrisch symmetrisch* bzw. *dimetrisch* angeordnet sind (Abb. 246 b) (Beispiel: Borax). Wegen der Kreuzung der Achsenebenen für verschiedene Lichtarten spricht man von einer „*gekreuzten Dispersion*“ (auch „gedrehte Dispersion“).

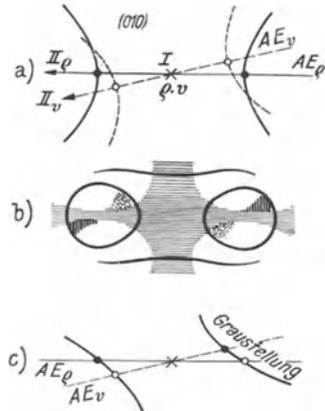


Abb. 246. Gekreuzte Dispersion. a) Achsenverteilung in einem Mittellinienschnitt (parallel 010); b) Achsenbild; c) Graustellung.

Bringt man in einem solchen Falle die eine Seite des Achsenbildes in die „Graustellung“ dadurch, daß man die Isogyre gleichzeitig durch die Achsenpole für Rot und Blau gehen läßt (Abb. 246 c), so verlangt die zentrische Symmetrie des Achsenbildes, daß *gleichzeitig* sich auch die andere Achse in Graustellung befindet.

Triklone Kristalle. In diesem Kristallsystem gibt es keine einzige ausgezeichnete Richtung oder Ebene, daher besteht auch für die optische Indikatrix keine irgendwie geartete Bindung an gewisse Richtungen im Kristall. Die Lage der Indikatrix kann für einzelne Farben eine recht verschiedene sein, was zu einem Achsenbilde von völlig *unsymmetrischer* Ausbildung im weißen Lichte führen muß („*asymmetrische Dispersion*“) (Abb. 247) (Beispiel: Oligoklas):

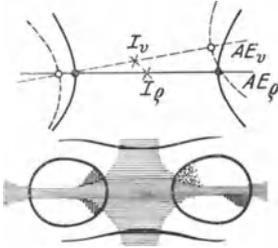


Abb. 247. Asymmetrische Dispersion.

Öfters zeigt sich z. B. die eine Achse nach Art der „geneigten Dispersion“ entwickelt, die andere dagegen nach Art der „horizontalen Dispersion“, oder es ist auch bei den einzelnen Achsen keine Spur einer symmetrischen Farbverteilung zu beobachten. Auch die „Graustellungen“ liegen für beide Achsen in durchaus verschiedenen, asymmetrischen Winkellagen.

Die Bestimmung der Art der Achsendispersion gestattet eine optische Unterscheidung der drei niederen Kristallsysteme:

- „Normale Dispersion“ (zweifach symmetrisch) rhombische Kristalle.
- „Geneigte, horizontale, gekreuzte Dispersion“ monokline Kristalle.
- „Asymmetrische Dispersion“ triklone Kristalle.

Die Frage, ob $\rho > v$ oder $\rho < v$ ist, also der rein numerische Vergleich der Größe des Achsenwinkels $2V$ für verschiedene Farben, ist von der Kristallsymmetrie völlig unabhängig und kann darum der Unterscheidung der drei niederen Systeme *nicht* dienen.

c) Auswählende Absorption — Pleochroismus.

Sowohl im Orthoskop als auch im Konoskop werden die kennzeichnenden Farberscheinungen nicht unerheblich gestört, wenn das Mineral eine kräftige Eigenfarbe besitzt. Diese Eigenfarbe ist nur ein Beweis für das Vorhandensein einer auswählenden Absorption, derzufolge gewisse Lichtarten geschwächt oder ganz unterdrückt werden, so daß der durchgelassene Anteil des Lichts dann zu einer Mischfarbe zusammentritt (vgl. S. 128).

In anisotropen, doppelbrechenden Körpern wird nun im allgemeinen die zu beobachtende Mischfarbe *auch von der Richtung abhängen*, genau wie die Brechbarkeit oder das Maß der Doppelbrechung. Ein und dasselbe Mineral erscheint also bei Durchstrahlung in verschiedenen Richtungen *verschieden gefärbt* („*Pleochroismus*“).

Bei *Turmalin* erscheinen manche Platten parallel der Basis undurchsichtig, dagegen andere, gleich dicke Platten parallel der Hauptachse dunkelgrün durchsichtig. *Cordierit* läßt sogar bei Durchleuchtung nach den drei Bezugsachsen der rhombischen Kristalle drei verschiedene Farben sehen („*Flächenfarben*“).

Wird ein doppelbrechender, farbiger Körper in irgendeiner Richtung (die Achsenrichtungen ausgenommen) durchstrahlt, so beobachtet man zwei Strahlen mit zueinander senkrecht stehenden Schwingungsrichtungen und verschiedenen Geschwindigkeiten. Es ist zu erwarten, daß dann auch ihre Absorption verschieden sein wird. Und in der Tat läßt sich das leicht mit der „HAIDINGERSchen Lupe“ = „Dichroskop“ zeigen (Abb. 248).

Diese besteht aus einem Kalkspat in Fassung, dem eine (meist quadratische) Lochblende vorgebaut ist, so daß man beim Durchblicken gegen eine Lichtquelle nebeneinander zwei Bilder der Öffnung beobachtet. Diese gehören dem ordentlichen bzw. außerordentlichen Strahl an. Wird nun eine doppelbrechende, *pleochroitische* Mineralplatte vor die Öffnung gebracht, so sieht man beide Bilder farbig, aber im allgemeinen *ungleich* farbig. Das durch die Mineralplatte dringende Licht wird nämlich auf die beiden Schwingungsrichtungen im Kalkspat umpolarisiert. Die Farbenunterschiede zeigen sich dann am schärfsten, wenn die Schwingungsrichtungen der die Platte durchsetzenden Strahlen mit jenen im Kalkspat parallel liegen.

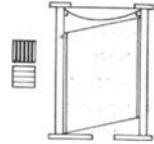


Abb. 248.
Dichroskop.

Man kann den Pleochroismus aber auch *im Mikroskop* beobachten, allerdings nicht für beide Schwingungsrichtungen gleichzeitig, sondern *nacheinander*. Dazu schaltet man den oberen Nicol aus und beobachtet mit dem unteren Polarisator allein, von dem die Lage seiner Schwingungsrichtung bekannt sein muß. Stellt man nun eine Schwingungsrichtung (Auslöschungsrichtung) der Platte parallel mit der Schwingungsrichtung des Polarisators, so beobachtet man die dieser Richtung entsprechende Farbe. Dreht man das Präparat um 90° , so kommt die Farbe der anderen Schwingungsrichtung zur Geltung. Mittellagen geben Mischfarben aus diesen beiden Farben.

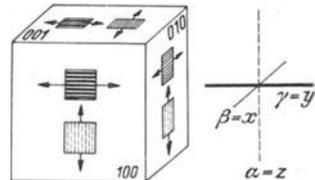


Abb. 249.
Cordierit (nach TSCHERMAK).

Wenn man die drei Endflächen des *Cordierits* bezüglich der Zusammensetzung ihrer „Flächenfarben“ mit dem Dichroskop oder unter dem Mikroskop überprüft, unterscheidet man leicht die „Achsenfarben“, die den drei Bezugsachsen des Kristalls und damit den drei Hauptachsen der Indikatrix entsprechen. Es zeigt sich, daß die drei optischen Richtungen α , β , γ in ihrer Absorption und Farbe sich sehr wesentlich unterscheiden und daß aus diesen drei Achsenfarben leicht jene Farben abgeleitet werden können, die bei Durchstrahlung nach irgendeiner Richtung auftreten müssen (Abb. 249).

Bei zweiachsigen, pleochroitischen Kristallen sind, entsprechend den drei Hauptachsen der Indikatrix, *drei* Achsenfarben zu unterscheiden. Für Wirtelkristalle, deren Indikatrix ein Drehellipsoid ist, gelten nur

zwei Achsenfarben, entsprechend der Wirtelachse und der Senkrechten dazu.

Man pflegt den Pleochroismus durch Angabe der Farbe für jede der optischen Symmetrieachsen und womöglich durch deren Intensität zu kennzeichnen. Z. B.:

<i>Hämatit</i>	ω (braunrot) \gg ϵ (hellgelb).
<i>Gemeine Hornblende</i>	γ (graugrün) \cong β (faulgrün) \gg α (hellgelb).
<i>Biotit</i>	γ (dunkelrotbraun) \supset β (dunkelrotbraun) \gg α (strohgelb).
<i>Cordierit</i>	γ (dunkelblau) \gg β (graublau) \gg α (hellgelb).
<i>Riebeckit</i>	γ (gelbgrün) $<$ β (hellblau) $<$ α (dunkelblau).
<i>Axinit</i>	γ (zimmtbraun) $<$ β (dunkelviolet) $>$ α (olivgrün).

Die Übereinstimmung der Absorptionsachsen (Achsenfarben) mit den drei Hauptsymmetrieachsen der Indikatrix und den Bezugsachsen der Kristalle gilt nur für das rhombische System in aller Schärfe. Im *monoklinen* und *triklinen* System können die Absorptionsachsen sehr *stark* von den Symmetrieachsen der Indikatrix *abweichen*, ja sie müssen nicht einmal mehr senkrecht aufeinanderstehen.

So ist für rotes und grünes Licht in der 010 des *Epidots* die Auslöschung $z_{\alpha_r} = 2^\circ 50'$, $z_{\alpha_{gr}} = 2^\circ 26'$, aber das *Maximum der Absorption* für Rot $z_r = 31^\circ$, für Grün $z_{gr} = 38^\circ$, das *Minimum* der Absorption für Rot $z_r = 67^\circ$, für Grün $z_{gr} = 52^\circ$. Das heißt, im Rot sind die Absorptionsachsen 98° (!) voneinander entfernt (im Grün allerdings 90°) und die Abweichung von den Auslöschungsrichtungen beträgt rund 30° .

Manchmal zeigen Platten senkrecht zu optischen Achsen besonders stark pleochroitischer, zweiachsiger Minerale schon mit freiem Auge im gewöhnlichen Licht sog. „*Büschel*“, andersfarbige Sektoren, die ähnlich den Achsenhyperbeln quer zur Achsenebene durch den Achsenpol ziehen („*idiophane Achsenbilder*“). In den Abb. 201 und 234 zeigt das Skiodromennetz in der unmittelbaren Umgebung einer Achse eines zweiachsigen Kristalls einen ungemein raschen Wechsel der Schwingungsrichtungen. Ist nun mit der Änderung der Schwingungsrichtung auch noch eine starke Änderung der Absorption verbunden, so muß sich diese in Farbänderungen rund um die Achse bemerkbar machen und Farbverschiedenheiten in den Richtungen parallel und senkrecht zur Achsenebene bedingen. Dunkle *Epidote* lassen auf 001 an einer dort austretenden optischen Achse die dunklen Büschel sehr gut beobachten.

Bezüglich mancher Einzelheiten und der theoretischen Grundlagen s. LI, S. 519 ff.

Je stärker die Absorption sich bemerkbar macht, um so mehr werden die optischen Verhältnisse der im Durchlicht beobachteten Kristalle davon beeinflußt. Besonders starke Absorption zwingt endlich zur Umstellung der Beobachtung auf Verwendung von Auflicht, wie in der Erzmikroskopie (vgl. dazu LI, S. 533 ff.).

III. Kristalle mit optischem Drehvermögen.

a) Die Grunderscheinungen des optischen Drehvermögens.

Dickere *Achsenplatten von Quarz* geben zwischen gekreuzten Polarisatoren keine Dunkelheit, sondern Aufhellung und Interferenzfarben. Verwendet man einfarbiges Licht, so gelingt es, doch zu einer Dunkelstellung zu kommen, wenn man den oberen Nicol *um einen bestimmten Winkel dreht*. In der Achse des Quarzes tritt also nicht Einfachbrechung, sondern *Doppelbrechung* auf, und außerdem erweist sich die Schwingungsebene des aus dem Quarz austretenden Lichts gegenüber der Schwingungsebene des einfallenden Lichts gedreht („*optisches Drehvermögen*“).

Die Verwendung verschiedener Lichtarten ergibt für die *gleiche* Platte verschieden große Drehwinkel, immer in dem Sinn, daß die Schwingungsrichtung des roten Lichts weniger stark herausgedreht ist als jene des violetten Lichts. Es gibt demnach nicht nur eine Auseinanderlegung des weißen Lichts (Dispersion) durch Brechung und Beugung, sondern auch eine „*Rotationsdispersion*“.

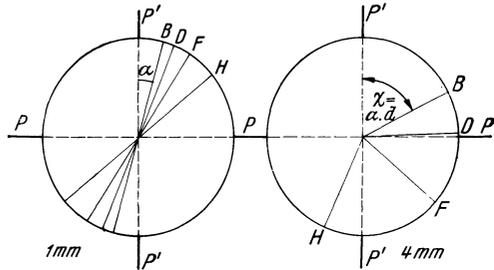


Abb. 250. B bis H FRAUNHOFERSche Linien.

Diese Rotationsdispersion von Rot zu Violett kann aber

in zweierlei Formen ausgebildet sein. Entweder wird diese Reihe der Spektralfarben bei *Rechtsdrehung* durchheilt oder bei *Linksdrehung*. Es ist nun eine sehr bezeichnende Tatsache, daß die „*Rechtsquarze*“ (mit „*rechten*“ Trapezoederflächen, vgl. S. 90 u. Abb. 120) *rechtsdrehend* sind, die „*Linksquarze*“ aber *linksdrehend*.

Das Ausmaß der Drehung (Drehungswinkel) steht in geradem Verhältnis zur *Dicke der Platte*.

Man gibt den Drehungswinkel α für Platten von 1 mm Dicke an („*spezifisches Drehungsvermögen*“). Platten mit anderer Dicke (d) ergeben dann einen Drehwinkel $\chi = \alpha \cdot d$. Für die FRAUNHOFERSchen Linien B — H gilt nach STEFAN (vgl. Abb. 250):

B	C	D	E	F	G	H
$\alpha = 15,55^\circ$	$17,22^\circ$	$21,67^\circ$	$27,46^\circ$	$32,69^\circ$	$42,37^\circ$	$50,98^\circ$

Beobachtet man im weißen Licht, so wird durch Drehung des Analysators allmählich eine Lichtart nach der anderen ausgelöscht und die jeweils durchgelassenen Anteile vereinigen sich, genau so wie beim NEWTONSchen Farbenkeil, zu *Mischfarben*. Erfolgt die Drehung des Analysators gleichsinnig mit dem Drehungssinn der Schwingungsrichtung

im Quarz, so folgen diese Mischfarben im Sinne der Spektralfarben aufeinander (Rot, Gelb, Grün, Blau, Violett), im anderen Fall ist die Reihenfolge gegenläufig.

Diese Erscheinungen sind nicht nur im Orthoskop zu sehen, sondern auch im Konoskop. Das „Achsenbild“ zeigt das schwarze Kreuz innerhalb

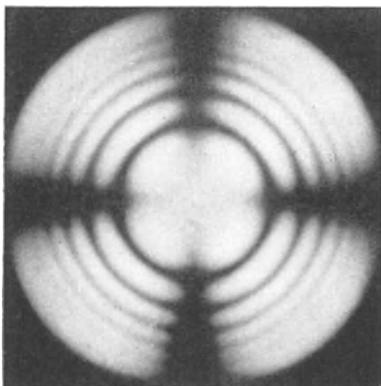


Abb. 251. Quarz-Achsenbild
(nach Th. LIEBISCH).

des ersten Ringes stark geschwächt (Abb. 251) oder bei dickeren Platten auch ganz unterbrochen, so daß der innerste Ring hell und farbig erscheint. In diesem Teil des Achsenbildes führt eine Drehung des Analysators zu den oben beschriebenen Farbänderungen *ohne* Dunkelstellung. Legt man zwei gleich dicke Achsenplatten eines Rechts- und eines Linksquarzes übereinander, so ergeben sich im Konoskop statt des schwarzen Kreuzes die „AIRYSchen Spiralen“.

Platten von Dünnschliffdicke geben ein fast normales Achsenbild, das sich praktisch von dem Achsenbild nichtdrehender Wirtelkristalle nicht unterscheidet. Die Größe der Doppelbrechung in der Achse kann also nur sehr gering sein.

Die Größe der Doppelbrechung in der Achse kann also nur sehr gering sein.

Sehr genaue Messungen der Brechbarkeit des Quarzes in verschiedenen Richtungen stellte V. v. LANG an. Für Na-Licht fand er in der Richtung senkrecht zur Achse $\omega = 1,5442243$, $\varepsilon = 1,5533243$, in der Richtung der Achse selbst aber: $\omega_1 = 1,5441887$ und $\omega_2 = 1,5442605$ (vgl. LI, S. 509ff.).

Es besteht also für Na-Licht in der Achse eine Doppelbrechung 0,0000718.

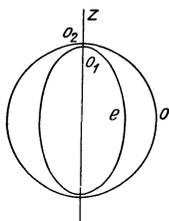


Abb. 252.

Aus den sorgfältigen Messungen ergibt sich, daß die „doppelschalige Wellenfläche“ des Quarzes nur grob angenähert einer Kugel mit eingeschriebenem Drehellipsoid entspricht. An den Durchstoßpunkten der Achse mit dieser Doppelfläche, wo die beiden Wellenflächen einander berühren sollten, ist die Kugelfläche leicht ausgebaucht, das Drehellipsoid dagegen ganz schwach abgeplattet, so daß (auch in der Achsenrichtung selbst) ein Zwischenraum zwischen beiden Flächen besteht.

Abb. 252 gibt, stark vergrößert, ein Bild von dem Aussehen der doppelten Wellenfläche. Da es sich um Geschwindigkeitsflächen handelt, sind die zu den Brechungsquotienten *reziproken* Werte (o und e) eingetragen. Schon in geringer Winkelneigung zur Achse ist der Unterschied gegen die Normalform praktisch nicht mehr zu erkennen und selbst bei

genauester Beobachtung herrschen unter 25° Neigung gegen die Achse durchaus normale Verhältnisse.

Die Doppelbrechung in der Achsenrichtung und die beobachtete Drehung der Schwingungsebene gehen darauf zurück, daß sich *in der Achse zwei zirkular polarisierte Strahlen mit entgegengesetztem Drehungssinn und ungleicher Geschwindigkeit bewegen*. Schon FRESNEL gelang es, durch geeignete Versuchsanordnungen die beiden in der Achse laufenden Strahlen zu trennen und ihre Zirkularpolarisation mit entgegengesetztem Drehungssinn nachzuweisen.

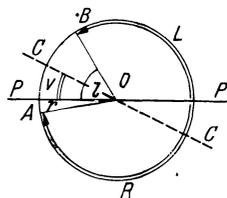


Abb. 253.

Zwischen diesen zirkularpolarisierten Strahlen in der Achse und den linearpolarisierten in größerer Winkelneigung zur Achse bestehen Übergänge in der Art, daß unmittelbar in der Nähe der Achse elliptisch polarisierte Strahlen zu beobachten sind, deren Elliptizität sich immer mehr einer Geraden anähnt, je größer die Neigung des Strahles gegen die Achse wird. Über 25° hinaus ist kein Unterschied mehr gegenüber rein linearpolarisierten Strahlen zu erkennen.

Jede linearpolarisierte Schwingung kann man sich als hervorgegangen aus der Vereinigung zweier zirkularpolarisierter Schwingungen mit gegenläufigem Drehungssinn vorstellen. Das in den Quarz eintretende geradlinig polarisierte Licht zerlegt sich in der Achse des Kristalls in zwei zirkularpolarisierte Strahlen und diese setzen sich nach dem Austritt in Luft wieder zu einem linearpolarisierten Strahl zusammen. Die Drehung von dessen Schwingungsrichtung ist eine einfache Folge des Geschwindigkeitsunterschiedes der beiden Strahlen.

Ist O in Abb. 253 der Durchstoßpunkt eines linearpolarisierten Strahles und PP seine Schwingungsrichtung, so kann dieser durch zwei zirkularpolarisierte Strahlen L und R ersetzt werden. Ist die rechtsdrehende Schwingung (R) mit der stärkeren Drehung bedacht, so ist diese in einem bestimmten Zeitpunkt bis A gekommen, der linksdrehende Strahl (L) aber bis B , mit den entsprechenden Winkeln r und l gegen PP . In Luft treten die beiden wieder zu einer linearpolarisierten Schwingung zusammen,

die um $v = \frac{l-r}{2}$ gegen PP gedreht ist. In Abb. 254 ist in perspektivischer Darstellung eine Skizze des Schwingungsverlaufes der beiden Strahlen gegeben und in gleichen Höhen das jeweilige Ergebnis des Zusammenwirkens beider Schwingungen zu einer Resultierenden dar-

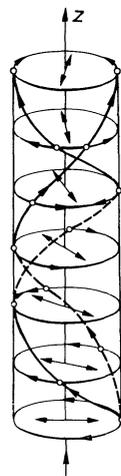


Abb. 254.
Drehung der Schwingungsrichtung bei Durchstrahlung längs der Hauptachse.

gestellt. Man sieht, daß die linearen Schwingungsrichtungen wie die Stufen einer *Wendeltreppe* aufeinander folgen.

Tatsächlich konnte auch REUSCH durch das wendeltreppenartige Übereinanderschichten gleich dünner Glimmerplättchen die Erscheinungen der Zirkularpolarisation vollkommen nachbilden. Auch hierbei erhält man je nach der Art der schraubigen Übereinanderschichtung links- oder rechtsdrehende Glimmerpakete („REUSCH' *Glimmertreppe*“).¹

Die Nachbildungsmöglichkeit des optischen Drehungsvermögens durch bestimmte Anordnungen doppelbrechender Platten deutet darauf hin, daß eine der Ursachen dieser merkwürdigen optischen Erscheinung in der *Struktur* liegen dürfte.

b) Die Arten optisch aktiver Substanzen.

Man kann dreierlei Arten „optisch aktiver Substanzen“ unterscheiden:

1. Körper, die *nur im kristallisierten* Zustand drehen (z. B. Quarz, Natriumchlorat).
2. Körper, die *im kristallisierten und im flüssigen* Zustand drehen (z. B. Zucker).
3. Körper, die *nur im gelösten Zustand* drehen (ausschließlich komplizierte C-Verbindungen).

Zur *ersten Gruppe* gehören Kristalle, bei denen das Drehvermögen offenbar eine reine Frage der Bausteinanordnung (Struktur) ist. Die Schraubensymmetrie des Vorganges ist nur mit jenen Symmetrieklassen verträglich, die *keinerlei Symmetrieebenen oder Symmetriezentrum, sondern lediglich eine reine Deckachsensymmetrie* (aber ohne Achsen der zusammengesetzten Symmetrie) besitzen.

Unter den 32 Symmetrieklassen gehorchen 11 Klassen diesen Bedingungen. In allen diesen Kristallklassen *kann* ein optisches Drehvermögen ausgebildet sein, *muß aber nicht!* In der Tat sind auch nur wenige Vertreter optisch aktiver Kristalle bekannt.

Da die Zirkularpolarisation an die Richtungen der Einfachbrechung normaler Kristalle gebunden ist, kann man sie überall dort suchen, wo solche Richtungen vorhanden sind, wenn nur die Kristalle obigen Symmetriebedingungen genügen. Optisches Drehvermögen muß demnach auch bei *zweiachsigen* Kristallen in den Achsenrichtungen und bei optisch isotropen, *kubischen* Kristallen in allen Raumrichtungen möglich sein.

In allen Fällen sind *zwei* Schalen von Wellenflächen entwickelt, die einander aber nicht mehr berühren, sondern nur ganz nahe kommen.

¹ Bekanntlich gab die Nachahmung des optischen Drehvermögens des Quarzes durch die „Glimmertreppe“ SOHNCKE den Anlaß zu seiner Strukturvorstellung der „regelmäßigen Punktssysteme“, bzw. zur Aufstellung des Begriffes der *Schraubenchse* (vgl. S. 120).

Das bedeutet für *kubische* Kristalle das Auftreten von *zwei konzentrischen Kugelwellen* mit ganz wenig verschiedenen Radien.

Beispiele: Na-Perjodat (trigonal pyramidal), Quarz und Zinnober (der 15mal stärker dreht als Quarz), beide trigonal trapezoedrisch. Natriumchlorat (*kubisch* tetartoedrisch).

Substanzen der ersten Gruppe sind im gelösten Zustand optisch *nicht* aktiv. Daher können aus einer Lösung rechts- und linksdrehende Kristalle *nebeneinander* ausfallen, bzw. kann man durch geeignete Impfung willkürlich die eine oder die andere Art zur Ausbildung bringen.

Substanzen der *zweiten Gruppe* dagegen, die auch in Lösung „drehen“, können ihre optische Aktivität nicht aus der Struktur allein ableiten, denn diese ist ja in der Lösung zerstört. Hier ist offenbar der chemische *Aufbau des Moleküls* (hauptsächlich mit dem „asymmetrischen Kohlenstoffatom“ PASTEURS) der innere Grund für das Drehvermögen.

Beispiele: Unter den *zweiachsigen* Kristallen: Rohrzucker (monoklin sphenoidisch), Seignettesalz (rhombisch bisphenoidisch), unter den *einachsigen* Kristallen: schwefelsaures Strychnin (tetragonal trapezoedrisch).

Die *dritte Gruppe*, die ausschließlich organische Substanzen umfaßt und mit der Kristallform in keiner Beziehung steht, kann hier außer Betracht bleiben.

In Dünnschliffdicke ist praktisch von optischer Aktivität nichts mehr zu bemerken. Die Zirkularpolarisation kann daher bei Dünnschliffuntersuchungen nicht zu diagnostischen Zwecken herangezogen werden.

IV. Beeinflussung des optischen Verhaltens der Kristalle.

a) Einfluß der Temperatur auf die optischen Eigenschaften.

Temperaturänderungen beantwortet der Kristall mit verschiedener Ausdehnung nach verschiedenen Richtungen. Das thermische Verhalten der Kristalle gliedert sich ganz gleichartig wie das optische Verhalten in drei große Gruppen.

1. *Kubische Kristalle* und amorphe Körper sind thermisch isotrop, ihre Ausdehnung erfolgt nach allen Richtungen gleich stark.

2. *Wirtelkristalle.* Die Ausdehnung ist in der Richtung der Wirtelachse anders als in den dazu senkrechten Richtungen.

3. *Niedere Kristallsysteme.* Die Ausdehnung ist nach drei aufeinander senkrechten Richtungen verschieden.

In allen Fällen bleibt das Zonengesetz erhalten.

Bei *kubischen Kristallen* ist *Temperaturerhöhung* im allgemeinen mit einer *Abnahme* der Brechbarkeit verknüpft.

Für die Temperatur ϑ und gemessen im Na-Licht ergibt z. B.

Steinsalz: $n = 1,54483 - 0,0000373 \vartheta$ und *Flußspat:* $n = 1,43416 - 0,0000124 \vartheta$.

Diamant zeigt dagegen ein *höheres* n mit steigender Temperatur.

Wirtelkristalle. Da die beiden Hauptbrechungsquotienten voraussichtlich von einer Temperaturänderung in *ungleicher* Weise beeinflußt werden, ist auch eine *Änderung der Doppelbrechung* zu erwarten. Der Charakter der Einachsigkeit bleibt aber auch bei Temperaturänderungen erhalten.

Bei Kalkspat nimmt sowohl ϵ als auch ω mit steigender Temperatur zu. Da aber der Anstieg des ω langsamer erfolgt, ergibt sich eine *Abnahme der Doppelbrechung* ($-0,00001024 \vartheta$). Bei Quarz ist wieder die Temperaturzunahme mit einer *Abnahme* der Brechbarkeit verbunden, aber auch hier führt die Ungleichartigkeit dieser Änderung für ϵ und ω zu einer *Abnahme* von $(\epsilon - \omega)$. Die Drehung der Polarisationsebene *steigt* bei Quarz mit der Temperaturerhöhung ($\alpha_\vartheta = \alpha_0 [1 + 0,000149 \vartheta]$ nach V. V. LANG).

Kristalle der niederen Systeme werden bei Temperaturänderungen außer der Änderung der Brechbarkeit und der Doppelbrechung auch noch solche des Achsenwinkels, allenfalls auch der Achsenebene und der Achsendispersion erfahren müssen. Auch hier ist in vielen Fällen Temperatursteigerung mit einer Abnahme der Brechbarkeit verbunden.

Rhombisches System: Baryt (im Na-Licht) (ARZRUNI).

Temp.	α	β	γ	$2V$
20°	1,63609	1,63712	1,64795	37° 28'
200°	1,63344	1,63474	1,64426	44° 18'

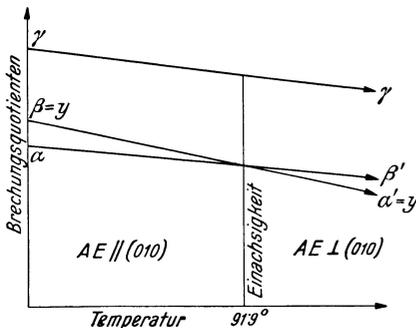


Abb. 255. Gips. Einfluß der Temperatur auf die optische Orientierung.

Monoklines System: In diesem System kann sich außer den genannten Änderungen auch noch die Auslöschungsdispersion (besonders auf 010) ändern.

Gips: Optisch positiv, Achsenebene parallel 010. Achsenplatten zeigen sehr starke Änderungen des Achsenwinkels bei allgemeiner Abnahme der Brechbarkeit mit steigender Temperatur. Die beiden Achsen (mit *geneigter* Dispersion) bewegen sich dabei mit verschiedener Geschwindigkeit, folglich ist auch eine

Mittellinienverschiebung um etwa $5\frac{1}{2}^\circ$ vorhanden. Am auffälligsten ist aber die Tatsache, daß mit Temperaturzunahme der Achsenwinkel *abnimmt*, für die einzelnen Farben (mit Violett beginnend) zu Null absinkt und sich dann in einer *Ebene senkrecht zu 010* wieder öffnet. Für Na-Licht beobachtet man folgende scheinbare Achsenwinkel $2E$:

Temp.	0°	22°	32°	42°	62°	91,9°	100°	120°
$2E \dots$	108° 50'	92° 54'	85° 13'	77° 21'	59° 35'	0°	32° 25'	57° 13'

Wie aus Abb. 255 zu ersehen ist, ergibt sich dieses Verhalten aus der Tatsache, daß der mittlere Brechungsquotient β viel rascher absinkt als α und γ und daher bei $91,9^\circ$ mit α seine Rolle tauscht.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei *Orthoklas*. Die Achsenebene liegt bei gewöhnlicher Temperatur für alle Farben senkrecht 010 (optisch negativ, *horizontale* Achsendispersion $\rho > v$). Bei Erwärmung geht der Achsenwinkel für alle Farben (Violett voran) durch Null und öffnet sich dann in der Ebene parallel 010 mit der jetzt *geneigten* Achsendispersion $\rho < v$. An einem Sanidin von Wehr (b. Laach) wurde gemessen für Rot:

Temp.	18,7°	42,5°	50°	70°	100°	200°	300°
2 E	16°	0°	12°	22°	30°	46° 23'	59° 46'
Achsenebene	senkrecht 010			parallel 010			

(vgl. LI, S. 541).

Im *triklinen System* ist wegen des völligen Mangels an Beziehungen zwischen den thermischen und optischen Symmetrierichtungen der Einfluß der Temperaturänderungen überaus verwickelt und praktisch kaum untersucht.

b) Einfluß des Druckes auf die optischen Eigenschaften.

Gepreßtes Glas oder eine eintrocknende Gelatinehaut erweisen sich zwischen gekreuzten Polarisatoren doppelbrechend. Ebenso ist die Schlagfigur einer Steinsalzplatte von Doppelbrechungserscheinungen begleitet. Hier wie in zahlreichen anderen Fällen ist eine starke Beeinflussung des optischen Verhaltens eines Kristalls durch *einseitigen Druck oder Zug* zu beobachten.

Allseitiger Druck müßte trotz Deformation den Grundcharakter der Lichtausbreitung unverändert lassen (ähnlich wie im Falle thermischer Beeinflussung). Einfachbrechende Körper bleiben einfachbrechend, einachsige einachsig usw. *Einseitiger* Druck oder Zug, sog. „*Spannung*“ wirkt aber wesentlich anders.

Im allgemeinen wird *in der Richtung einseitigen Druckes die Lichtgeschwindigkeit erhöht*, in der Richtung des Zuges vermindert. Da

durch Pressung ein Unterschied in den Richtungen parallel und senkrecht zur Druckrichtung geschaffen wird, muß sich auch in *isotropen* Körpern *Doppelbrechung* einstellen. In der Richtung des Druckes läuft der raschere Strahl α' , senkrecht dazu der langsamere Strahl γ' .

Das läßt sich sehr leicht an *amorphen* Körpern zeigen. Ein Glaswürfel wird durch Pressung doppelbrechend mit α' in der Druckrichtung (Abb. 256a), dagegen ist bei *Zugwirkung* auf den gleichen Würfel die raschere Schwingung *quer* zur Zugrichtung (Abb. 256b).

Ein schmaler Glasstreifen, schwach gebogen, zeigt, von der Seite gesehen zwischen gekreuzten Nicolen Doppelbrechung, und zwar an der Außenseite der Krümmung im Sinne eines *Zuges* (Dehnung) mit γ' parallel der Glasfläche, an der Innenseite der Biegung im Sinne eines *Druckes* mit α' parallel der Glasfläche.

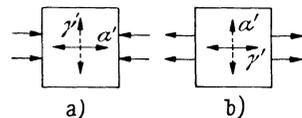


Abb. 256. Glaswürfel unter a) Druck, b) Zug.

Wird eine dicke Kreisscheibe von Glas mit einer Schnur umwickelt und diese kräftig angezogen, so sieht man im *parallelen* Licht (*nicht* im Konoskop!) ein ausgesprochenes einachsiges Achsenbild negativen Charakters mit nach außen steigenden Interferenzringen. Abb. 257 läßt leicht erkennen, daß der radial wirkende Druck eine Verteilung der „Auslöschungen“ veranlaßt, die ganz den Skiodromen einachsig negativer Kristalle entspricht. Da die Druckwirkung und damit die Doppelbrechung von der Preßstelle gegen innen abnimmt, stellen sich auch Interferenzfarben ein, deren höchste am Rand, deren niederste in der Mitte sein müssen.

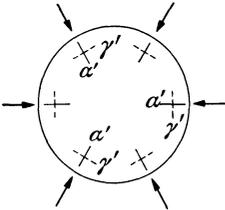


Abb. 257. Glasscheibe unter randlichem Druck.

Wird ein Glaswürfel von zwei einander gegenüberliegenden Stellen gepreßt, so zeigt sich (wieder im *Orthoskop*!) ein scheinbares Achsenbild eines *zweiachsigen* Kristalls, wobei die beiden Druckstellen als „Achsen“ aufscheinen, die von Interferenzringen umgeben sind (Abb. 258). Hier erkennt man aber deutlich schon an der Verteilung der Farbringe,

daß es sich nicht wirklich um ein zweiachsiges Achsenbild handelt, denn die Ringe zeigen die *höchsten* Farben gerade an den „Achsen“ (Druckstellen).

Eintrocknende Gele (z. B. Gelatine oder Kieselgallerten usw.) zeigen gleichfalls Spannungsdoppelbrechung, die in unregelmäßiger Verteilung sichtbar wird (Opal, fossile Harze usw.).

Für alle Fälle von Spannungsdoppelbrechung gilt, daß sie an bestimmte Stellen in dem Körper (Kristall) gebunden sind und *nicht für den ganzen Kristall gleichmäßig in Erscheinung treten*.

Kubische Kristalle werden durch Pressung doppelbrechend, doch hängt die Art der Doppelbrechung von der Richtung ab, in der die Pressung erfolgt.

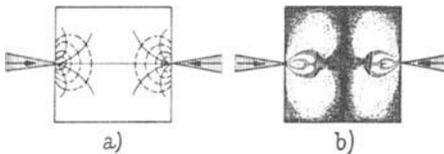


Abb. 258. a) Schwingungsrichtungen in einem gepreßten Glaswürfel: — = α' , - - - = α'' ; b) Interferenzbild im *Orthoskop* (nach R. GROTH).

Wird der Druck in den Richtungen *drei-* oder *vierzähliger* Deckachsen (also in *Wirtelachsen*!) ausgeübt, so verhalten sich derartige kubische Kristalle *einachsig* doppelbrechend. Bei Pressung in der Richtung der *zweizähligen* Deckachsen oder in ganz beliebigen

Richtungen verhalten sich kubische Kristalle *zweiachsig*.

So ist *Steinsalz* bei Pressung senkrecht zu 001 oder zu 111 optisch *einachsig* negativ, bei Druck senkrecht zu 110 dagegen *zweiachsig* negativ. Als Achsenebene dient die zur Druckrichtung parallele Rhombendodekaederfläche, erste Mittellinie ist die Druckrichtung selbst. $2V = 49^\circ 20'$. Flußspat und Sylvin weichen in Einzelheiten davon ab, zeigen aber grundsätzlich eine gleichartige Beeinflussung (vgl. dazu LI, S. 588).

Wirtelkristalle. Es war schon lange aufgefallen, daß manche Wirtelkristalle statt der zu erwartenden Einachsigkeit eine geringe, aber unverkennbare Zweiachsigkeit besitzen. Immer zeigte sich diese Zweiachsigkeit im Zusammenhang mit Druckspuren.

Pressung *in* der Richtung der optischen Achse kann den optischen Charakter nicht ändern, sondern nur die Größe der Doppelbrechung beeinflussen. Einseitiger Druck *senkrecht* zur Achse zerstört aber die optische *Drehsymmetrie*, es muß also Zweiachsigkeit eintreten. Die Lage der neuen Achsenebene ist dabei von dem ursprünglichen optischen Charakter abhängig.

Ein einachsiger *positiver* Kristall hat parallel der Achse die Schwingungsrichtung des langsameren Strahles ($\varepsilon = \gamma$), senkrecht dazu die des rascheren Strahles ($\omega = \alpha$). Wird nun ein solcher Kristall senkrecht zur Achse gepreßt, so wird von

den α -Strahlen jener, der in der Preßrichtung liegt, beschleunigt, d. h. sein Brechungsquotient wird um ein gewisses Maß δ *vermindert* ($\alpha - \delta = \alpha'$). Damit erhält man aber in den drei Raumrichtungen *ungleiche* Brechungsquotienten (α', β, γ , wobei das β dem ursprünglichen α gleich ist), die zu einer Zweiachsigkeit mit (*kleinem*) Achsenwinkel um γ führen. Dabei liegt die Achsenebene *in* der Druckrichtung und diese selbst wird zur zweiten Mittellinie (Abb. 259 a).

Bei einachsiger *negativen* Kristallen veranlaßt ein einseitiger Druck senkrecht zur Achse in ganz analoger Weise eine schwache Zweiachsigkeit mit der Achsenebene *quer* zur Druckrichtung. Die Pressungsrichtung wird dabei zur „optischen Normale“ (Abb. 259 b).

Da die Zweiachsigkeit in beiden Fällen nie sehr stark ist, bleibt immer die ursprüngliche Wirtelachse erste Mittellinie, und der optische Charakter bleibt erhalten.

Es ist interessant, daß auf diese Weise der Quarz nicht nur zweiachsig werden kann, sondern daß dann auch die *beiden* Achsen Zirkularpolarisation zeigen.

Da diese falsche Zweiachsigkeit an die Pressung bzw. an Stellen von Spannung gebunden ist, kann man häufig neben gestörten Stellen auch solche finden, die ein ganz normales Verhalten zeigen.

Man wird also gut daran tun, bei Beobachtung einer sehr schwachen Zweiachsigkeit die Achsenplatte etwas zu verschieben, um sich durch Aufsuchen anderer Stellen zu überzeugen, ob diese Zweiachsigkeit etwas Wesentliches ist oder bloß eine örtliche Störung bedeutet.

Für optisch *zweiachsige Kristalle* gilt die gleiche Regel, daß durch Druck in dessen Richtung das Licht beschleunigt, also die *Brechung vermindert* wird.

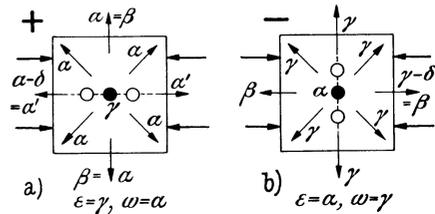


Abb. 259.

Die Wirkung gerichteter Drucke sei an einem optisch *negativ* zweiachsigen Kristall erläutert.

1. *Druck senkrecht zur Achsenebene, parallel β .* Aus Abb. 260a ist zu ersehen, daß β abnimmt. Ihrem Wert nach rücken also α und β einander näher. Bei einem *negativen* Kristall ist aber der Achsenwinkel um so kleiner, je isolierter der Wert α gegenüber β und γ ist. Wenn sich daher β dem α nähert, *steigt der Achsenwinkel* (siehe die offenen Kreise der Abb. 260a im Vergleich mit den schwarzen Scheibchen, die die ursprüngliche Achsenlage darstellen).

2. *Druck in der Achsenebene, parallel der zweiten Mittellinie.* Das in der Druckrichtung liegende γ nimmt ab, also eine *Annäherung* zwischen β und γ und damit eine schärfere *Isolierung* von α , d. h. der *Achsenwinkel fällt!* (Abb. 260 b.)

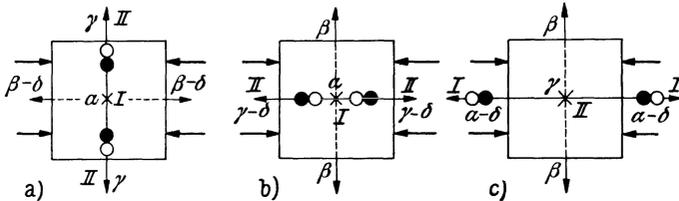


Abb. 260.

Ist $2V$ an sich schon sehr klein, so kann hier durch den Druck der Achsenwinkel ganz verschwinden, bzw. sich bei weiterem Druck in einer Ebene senkrecht zur Achsenebene wieder öffnen. Das gilt aber immer nur für eine Farbe und einen ganz bestimmten Druck.

3. *Druck in der Achsenebene, parallel der ersten Mittellinie.* α nimmt dabei ab, d. h. auch hier nähern sich β und γ einander, während α isoliert wird, also gleichfalls *Abnahme des Achsenwinkels* (Abb. 260 c).

Für optisch *positive* Kristalle (erste Mittellinie = γ) ist das Verhalten leicht in gleicher Weise abzuleiten. Hier ergibt die einfache Überlegung, daß im ersten Fall der Achsenwinkel fallen muß, während er in den Fällen 2 und 3 wächst.

Es kann also bei positiven Kristallen nur der Druck senkrecht zur Achsenebene bei kleinem Achsenwinkel eine künstliche Einachsigkeit hervorrufen.

Während sich die optischen Störungen durch einseitigen Druck bei einfachbrechenden Kristallen im Auftreten von Doppelbrechung und bei einachsigen Kristallen in einer abnormen Zweiachsigkeit sehr stark bemerkbar machen, ist bei den zweiachsigen Kristallen nur eine geringe Änderung der optischen Verhältnisse zu erwarten und entgeht darum meist der genaueren Beobachtung.

c) Optische Anomalien.

Unter diesem Ausdruck faßt man alle jene optischen Erscheinungen zusammen, die scheinbar mit der Symmetrie der untersuchten Kristalle im Widerspruch stehen, z. B. Doppelbrechung bei Granat oder Alaun, Zweiachsigkeit bei Beryll usw.

In der Mehrzahl der Fälle handelt es sich um Folgeerscheinungen physikalischer Beeinflussungen durch Wärme und Druck (Spannung), sind also vorher schon behandelt. Bezeichnend ist, daß thermische oder Spannungswirkungen häufig nach dem Aufhören der wirkenden Kräfte nicht vollständig zurückgehen, sondern sich eben durch ein *anomales* optisches Verhalten verraten.

Viele *Sanidine* zeigen schon bei Zimmertemperatur eine Achsenebene parallel 010 statt senkrecht dazu, als Zeichen einer vorausgegangenen Erwärmung. Wenn nämlich normale Orthoklase andauernd und sehr hoch erhitzt werden, so bleibt die dadurch erzielte Änderung der Achsenebene (vgl. S. 203) *auch nach der Abkühlung erhalten*.

Noch leichter erhalten sich die durch Pressung hervorgerufenen, inneren Spannungen.

In manchen Fällen sind es die Folgen eines *Schrumpfungsvorganges*, die zur Spannungsdoppelbrechung (orientiert nach der äußeren Umgrenzung) führen.

Frischer *Analcim* (eben erst gezüchtet oder aus frischem Gestein) ist als kubischer Körper einfachbrechend. Später stellen sich aber Spuren von Doppelbrechung ein, als Folge eines Wasserverlustes, denn die Doppelbrechung verschwindet wieder, wenn die Kristalle eine Zeitlang im Wasserdampf gehalten werden (KLEIN).

Auch Fremdkörper (*Einschlüsse*) können in ihrer unmittelbaren Nähe Anlaß zur Spannungsdoppelbrechung des Wirtkristalls geben (z. B. Doppelbrechung im Diamant in der Umgebung von Gasblasen).

Besonders verbreitet sind solche Spannungserscheinungen bei *Bildung von Mischkristallen*. Das Zusammenkristallisieren verwandter, aber doch nicht durchaus gleicher Stoffe, der Einbau etwas abweichender Bausteine in das Gitter des Kristalls muß zu inneren Spannungen führen, die sich in „optischen Anomalien“ bemerkbar machen.

Solche anomale Doppelbrechung beobachtet man öfters bei *Alaun*, doch konnte BRAUNS nachweisen, daß *reiner* Kalialaun oder reiner Ammoniakalaun als kubische Kristalle durchaus einfachbrechend sind, *nur die Mischkristalle* zeigen Doppelbrechung.

Ganz gleichartig dürfte wohl die oft kräftige anomale Doppelbrechung bei vielen *Granaten* zu deuten sein.

Die Doppelbrechung *mimetischer Kristalle*, d. h. solcher, die nur makroskopisch eine höhere Symmetrie vortäuschen, in Wirklichkeit aber aus einem Zwillingsgewebe mindersymmetrischer Einzelindividuen

bestehen, kann eigentlich nicht als optische Anomalie bezeichnet werden, denn der erkennbare Einzelteil zeigt ein durchaus normales Verhalten.

Die Beachtung aller optisch gegebenen Möglichkeiten gestattet es in sehr weitgehendem Maße, die Minerale (Kristalle) auf rein optischem Wege zu unterscheiden, zu „diagnostizieren“. Erst damit wird eine eindeutige Bestimmung der Gesteine möglich und das Polarisationsmikroskop zu einem Hauptrüstzeug des arbeitenden Mineralogen.

Sachverzeichnis.

- Abgeleitete Formen 14.
Absorption 127, 194.
Absorptionskoeffizient 127.
Achsenabschnitt 9.
Achsenbalken 183.
Achsenbilder einachsiger Kristalle 175, 198.
—, idiophane 196.
— zweiachsiger Kristalle 182.
Achsen der einfachen Symmetrie 37, 46.
— — zusammengesetzten Symmetrie 39, 51.
Achsenebene 152, 182, 205, 206.
—, Kreuzung der 191, 202.
Achsenfarbe 195.
Achsenflächen 11, 45.
Achsenkreuz, kristallographisch 7, 8, 45, 75, 87.
Achsenplatte 176, 184, 197.
Achsenverhältnis, Konstruktion des 29, 58, 68, 76, 87.
— kristallographisch 9, 29, 46.
Achsenwinkel (kristallographisch) 45.
—, optisch ($2V$) 152, 188.
Achsenwinkelapparat 188.
Achsenwinkeldispersion 190, 194.
Achsenzonen 45, 95.
Achsen zweiter Art 39, 51.
Achsenzwilling 108, 112.
Achtseitige Doppelpyramide 65.
Achtseitiges Prisma 65.
Additionsstellung 162.
Ätzfiguren 68, 80.
AIRYSche Spiralen 198.
Aktivität, optische 200.
Albit-Zwilling 113.
Allochromatisch 129.
AMICI-BERTRANDSche Linse 158, 174.
Analysator 145, 158.
Anisotropie 4.
Anlauffarben 132.
Anlegegoniometer 5.
Anomale Farben 169.
Anomalie, optisch 207.
Antidromes Isogyrenende 178.
Anwachspyramiden 2, 3.
Apposition 2.
Asymmetrisch 41.
Asymmetrische Dispersion 194.
Auflicht-Beobachtung 159.
Aufrechtes Prisma 11, 45.
Aufsatz-Nicol 166.
Augpunkt 25.
Ausbildung der Zwillingkristalle 112.
Auslöschung 145.
—, gerade, schiefe, symmetrische 160, 161.
Auslöschungsdispersion 161, 192.
Auslöschungsrichtung, Bestimmung 159.
Außerordentlicher Strahl 138.
Auswählende Absorption 194.
Axial 43.
Azimut 22, 36.

BABINETScher Kompensator 165.
Basis 10, 45.
Bausteinsymmetrie 117, 119.
Bavenoer-Zwilling 110.
BECKESche Lichtlinien 136.
BECKES Skiodromen 149, 153.
Beleuchtungsapparat 157.
BEREKS Kompensator 166.
BERTINSche Flächen 177, 185.
BERTRANDSche Linse 158, 174, 189.
Berührungszwilling 112.
Bestimmung von α und γ 161.
Bezugsachen, hexagonale 75.
Bezugssystem 8.

- Bipolare Deckachse 37.
 Bisektrix 152.
 Bisphenoid 51, 63, 70, 72.
 BRAVAISSche Gitter 116.
 Brechung 125, 132.
 Brechungsquotient 127, 154, 164, 182, 191.
 Brennfläche 158, 174.
 Büschel 196.
 Charakter, optischer 152, 170, 180, 185.
 Centroyroidal 51.
 Darstellungsmethoden 25.
 Deckachse 37.
 Deckachsenkombinationen 38, 94.
 Deckschiebung 120.
 Dekreszenzen 114.
 Deltoiddodekaeder 104.
 Deltoid-Ikositetraeder 98.
 Diagonalstellung 145, 162, 166, 184, 186.
 Diamantglanz 137.
 Dichroskop 195.
 Dicke der Mineralplatte, Bestimmung 167.
 Dihexagonal-bipyramidale Klasse 76.
 Dihexagonal-pyramidale Klasse 78.
 Digyre 37.
 Dilute Färbung 129.
 Dimetrisch 42.
 Diskontinuum 115, 116.
 Dispersion des Achsenwinkels 190, 194.
 — der Auslöschung 161, 192.
 — des Brechungsquotienten 132, 182, 191.
 — der Doppelbrechung 168.
 Disymmetrisch 41.
 Ditetragon 13.
 Ditetragonal-bipyramidale Klasse 66.
 Ditetragonales Prisma 65.
 Ditetragonal-pyramidale Klasse 68.
 Ditrigonal-bipyramidale Klasse 80.
 Ditrigonal-pyramidale Klasse 88.
 Ditrigonal-skalenoedrische Klasse 85.
 Ditrigonotyp-bipyramidale Klasse 80.
 Doma 43.
 Doppelbrechung 138, 139, 143.
 —, Bestimmung der 165.
 —, Dispersion der 168.
 —, Größe der 146, 165.
 Doppelbrechungspolarisation 143.
 Doppelpyramide 11.
 Doppelschalige Strahlengeschwindigkeitsfläche 139.
 Doppelphenoid 63, 70.
 Drehspiegelachse 39.
 Drehtischmethoden 171.
 Drehungsachsen 37.
 Drehvermögen 197.
 Dreiprismenzone 46.
 Dreiseitige Doppelpyramide 80.
 Dreiseitiges Prisma 80, 88.
 Durchdringungszwilling 113.
 Durchkreuzungszwilling 113.
 Durchlässigkeit gegen Licht 132.
 Durchlicht-Beobachtung 158.
 Durchscheinend 127.
 Durchsichtig 127.
 Durchwachsungszwilling 113.
 Dyakisdodekaeder 104.
 Dyakisdodekaedrische Klasse 106.
 Ebenenzwilling 108, 112.
 Eigenfärbig 129.
 Einachsigkeit 147, 172, 175, 180.
 Einbettungsmethode 133, 164.
 Einfachbrechung 140, 147, 172.
 Einfach-primitives Gitter 119.
 Einfluß des Druckes auf Optik 203.
 — der Temperatur auf Optik 201.
 Einheitsfläche 11.
 Einheitspyramide 11, 46.
 Einhüllende Wellenfront 126, 140.
 Einkreisiges Reflexionsgoniometer 21.
 Einling 108.
 Einseitige Deckachse 37.
 Elliptische Polarisation 147, 199.
 Enantiomorphie 60, 63.
 Endfläche 10.
 Erkennung der Doppelbrechung 145, 159.
 Erste Mittellinie 152, 182.
 Erzmikroskopie 159.
 Fallende Farbe 163.
 Farbe 127.
 Farbstellung 193.
 FEDOROW-Tisch 171.
 Feinbau 11, 114.
 Fettglanz 137.
 Flächenarten 10.
 Flächenfarbe 194.

- Flächen, mögliche 17.
 Flächennormale 3.
 Flächennormalgesetz 112.
 Flächensymmetrie 41.
 Flächenwinkel 6.
 FLETCHERS Indikatrix 148, 149.
 Fremdfärbig 129.
 Frequenz 125.
 FRESNELS Konstruktion der Schwin-
 gungsrichtungen 152.
- G**angunterschied 125, 130, 146.
 Gedrehte Dispersion 193.
 Gefügeregelung 173.
 Gegenpol 32.
 Gekreuzte Dispersion 193.
 — Polarisatoren (Nicols) 145.
 Gemeinfarbe 128.
 Geneigte Dispersion 192, 202.
 Geneigtes Prisma 55.
 Geometrische Kristallographie 1, 4.
 Gerade Auslöschung 160.
 — Kantenabstumpfung 85, 87, 100.
 Gewendete Pyramide 69, 70, 80.
 Gewendetes Prisma 69, 78, 91.
 Gesetz von der Konstanz der Flächen-
 winkel 4.
 Gipskeil 163, 181, 187.
 Gipsplatte, Rot erster Ordnung 162,
 180, 185.
 Glanz 137.
 Glasglanz 137.
 Gleitspiegelebene 120, 122.
 Glimmertreppe REUSCH' 200.
 Gnomonische Projektion 26.
 Goniometer 5, 20.
 Granatoeder 98.
 Graustellung 193.
 Grenzwinkel der Totalreflexion 135,
 155.
 Großkreis 25, 33, 34.
 Grundaufgaben der stereographischen
 Projektion 31.
 Grundgesetze, kristallographische 4.
 Grundkreis 26.
 Grundparameterverhältnis 11.
 Grundpyramide 11, 46.
 Grundrißprojektion 24.
 Gyre 37.
 Gyroeder 104.
 Gyroedrische Klasse 106.
 Gyroide 39.
- H**AIDINGERSche Lupe 195.
 Halbform 63, 100.
 Halbkugelrefraktometer 135.
 Halbmetallisch 128.
 Hauptdoppelbrechung 165.
 Hauptschnitt 139, 143.
 Hemiedrie 63, 100.
 Hemimorphie 62, 68.
 Hemitrop 59, 108.
 Hemitropieachse 108.
 Hetero-Zwilling 110.
 Hexaeder 97.
 Hexagonal-bipyramidale Klasse 78.
 Hexagonales System 50, 73.
 — Trapezoeder 78.
 Hexagonal-pyramidale Klasse 80.
 Hexagonal-trapezoedrische Klasse 78.
 Hexagyre 37.
 Hexakisoktaeder 100.
 Hexakisoktaedrische Klasse 100, 106.
 Hexakistetraeder 104.
 Hexakistetraedrische Klasse 106.
 Hexametrisch 42.
 Hexasymmetrisch 41.
 Hilfsmikroskop 174.
 Holoedrie 53.
 Homodromes Isogyrenende 178.
 Homogenes Diskontinuum 116.
 Horizontale Dispersion 192, 202.
- Identitätsabstand 120.
 Idiochromatisch 129.
 Idiophanes Achsenbild 196.
 Ikositetraeder 98.
 Indikatrix 148, 149.
 Indizes, MILLERSche 14.
 Indizierung 29.
 Indizierungsmethoden 13.
 Integrierende Molekel 115.
 Interferenz 125.
 Interferenzfarben 130.
 Interferenzkeil 131.
 Interferenzringe 176, 177, 185.
 Inversionsachse 39, 40, 51.
 Invert 52.
 Isogyre 176.
 Isomorphe Schichtung 3.
- K**antenabstumpfung 85, 87, 100.
 Kantendurchscheinend 127.
 Kantennormalgesetz 110.
 Karlsbader Zwilling 108.

- Keil, Gips-, Quarz- 163, 181, 187.
 Klassen der Symmetrie 42.
 Kleinkreis 26, 31, 34.
 Kombinationsriefung 107.
 Kombination von Symmetrieelemen-
 ten 42, 94.
 Kompensation 163, 164, 166.
 Kompensator, BABINETScher 165.
 —, BEREKScher 166.
 Kondensor 157, 173.
 Konische Refraktion, äußere und in-
 nere 151.
 Konoskop 158, 173, 174.
 Konstanz der Flächenwinkel 4.
 Konstruktion des Achsenverhältnisses
 29, 58, 68, 76, 87.
 Kontinuum 115, 116.
 Konvergentes Licht 158, 173.
 Konvexe Polyeder 4.
 Konzentrationsströme 5.
 Koordinatenachsen, hexagonale 75.
 Koordinaten, sphärische 22.
 Koordinatensystem 8.
 Kopfbild 24.
 Kreisförmig polarisiert 147, 199.
 Kreisschnitt der Indikatrix 152.
 Kreuzstellung 184, 186.
 Kreuzung der Achsenebenen 191, 202.
 Kristallbildung 2.
 Kristalle, künstlich, natürlich 4.
 Kristallisation 2.
 Kristallkeim 2.
 Kristallklassen 42, 45.
 Kristallographische Grundgesetze 4.
 Kristallstock 107.
 Kristallstruktur 114.
 Kristallsystem 46.
 Kubisches System 50, 93.
 Künstliche Kristalle 4.
 Kugelprojektion 25.

 Längsfläche 10, 45.
 Längsprisma 11, 45.
 Langsamere Strahl 141, 161.
 Lemniskate 185.
 Linear polarisiert 142, 147.
 Linearprojektion 24.
 Linksdrehung 197.

 MALLARDSche Konstante 175, 188.
 Manebacher Zwilling 110.
 Mediangesetz 110.
 Medianzone 46, 55.
 Meridian 26, 35.
 Metallfarbe 128.
 Metallglanz 137.
 Metrik der Kristalle 10.
 Mikrometerokular 189.
 MILLERSche Indizes 14.
 Mischflüssigkeiten 134.
 Mittelbalken 183.
 Mittellinie 152.
 Modellkristall 5.
 Mögliche Fläche 17.
 Monochromatisches Licht 125.
 Monoklin-domatische Klasse 59.
 Monoklines System 47, 55.
 Monoklin-prismatische Klasse 56.
 Monoklin-sphenoidische Klasse 60.
 Monosymmetrisch 41.
 MÜLLER-TALBOTSche Streifen 131, 168,
 169.

 Natürliche Kristalle 4.
 NAUMANNsche Symbole 14.
 Negativ doppelbrechend 139, 152, 170,
 180, 185.
 Negatives Rhomboeder 83.
 — Skalenoeder 85.
 Neunzonensystem 45, 46, 97, 100.
 NEWTONSche Interferenzfarben 131.
 NICOLSches Prisma 144.
 Niedrig-symmetrische Kristallsysteme
 50.
 NÖRRENBERSG Konoskop 174.
 Normale Dispersion der Achsen 191.
 — Farbenfolge 131, 168.
 Normalenwinkel 6.
 Normale, optische 152.

 Oberfläche gleichen Gangunterschie-
 des 177, 185.
 Objektiv 158, 174.
 Oktaeder 98.
 Okular 158.
 Opak 128.
 Optik, Beziehungen zur Kristallsym-
 metrie 147, 194.
 Optisch aktive Substanzen 200.
 Optische Anomalie 207.
 Optische einachsig 148, 175, 180.
 Optische Normale 152.
 Optischer Charakter 152, 170, 180,
 185.

- Optisches Drehvermögen 197.
 Optisch zweiachsig 149, 182, 185, 190.
 Ordentlicher Strahl 138.
 Orthogonalprojektion 24.
 Orthoskop 158, 159.
- Paralleles Licht 158.
 Parallelkreis 35.
 Parallelperspektive 23.
 Parallelverwachsung 107.
 Parameter 9.
 Parametergesetz 7.
 Parameterkoeffizienten 10, 14.
 Parameterverhältnis 9, 46.
 Pechglanz 137.
 Pedion 43, 54.
 Pentagondodekaeder 104, 106.
 —, tetraedrisches 106.
 Pentagon-Ikositetraeder 104.
 Perlmutterglanz 137.
 Phasendifferenz 130.
 Pinakoid 43, 53.
 Planal 43.
 Planaxial 43.
 Planinvert 52.
 Pleochroismus 194.
 Polar 43.
 Polardistanz 22, 36.
 Polare Deckachse 37.
 Polarisation 126, 141, 143.
 Polarisationsinstrument 174.
 Polarisationsmikroskop 157.
 Polarisationswinkel 142.
 Polarisator 144, 157.
 Poldurchmesser 33.
 Polyeder, konvexes 4.
 Polysynthetischer Zwilling 113.
 Positiv doppelbrechend 139, 152, 170,
 180, 185.
 Positives Rhomboeder 83.
 — Skalenoeder 85.
 Primäre optische Achsen 151.
 — Radialzone 46, 97.
 Prinzipien der Formbildung 42.
 Prisma 43.
 — I., II. und III. Art 65, 66, 73.
 Prismenfläche 11, 45.
 Prismenmethode 133, 154.
 Projektionsebene 24.
 Projektionsmethoden 23.
 Projektionszentrum 23.
 Punktsysteme, regelmäßige 119.
- Pyramide I., II. und III. Art 65, 66, 73.
 Pyramidendoma 59.
 Pyramidenfläche 11, 46.
 Pyramidenwürfel 98.
 Pyritoeder 106.
- Quarzkeil 163, 165, 181, 187.
 QUENSTEDTSCHE Projektion 24.
 Querfläche 10, 45.
 Querprisma 11, 45.
- Radialzone, primäre 46, 97.
 Rascherer Strahl 141, 161.
 Rationale Parameterkoeffizienten 10,
 20.
 Raum der Totalreflexion 135, 137.
 Raumbitter 12, 114, 117.
 Raumgruppe 121, 122.
 Rechtsdrehung 197.
 Reflexionsgoniometer 20.
 Regelstellung 162, 180, 186.
 Relief 134.
 REUSCH' Glimmertreppe 200.
 Rhombendodekaeder 97.
 Rhombisch-bipyramidale Klasse 61.
 Rhombisch-bisphenoidische Klasse 63.
 Rhombisches System 50, 60.
 Rhombisch pyramidale Klasse 62.
 Rhomboeder 83, 91.
 — I., II. und III. Art 91, 92.
 Rhomboedrische Klasse 91.
 Rhomboedrisches System 82.
 RINNES Urformen 42.
 Rotationsdispersion 197.
 Rot der ersten Ordnung 132.
- Sanduhrstruktur 2, 3.
 Scheinbarer Achsenwinkel 2 *E* 188.
 Scheitelpunkt der Zone 33.
 Schematische Projektion 24.
 Schichtung, isomorphe 3.
 Schiefe Auslöschung 160.
 Schraubenchse 120, 200.
 Schraubenflächner 104.
 Schraubenmikrometerokular 189.
 Schraubung 120.
 Schwingungsrichtung 142, 149, 152.
 Schwingungszahl 125.
 Sechseckige Doppelpyramide 83.
 Seidenglanz 138.
 Sekundäre optische Achsen 151.
 Skalenoeder 72, 83, 85.

- Skiodromen für Einachsige 149, 175, 178.
 — — Zweiachsige 153, 182, 184, 186.
 Spezifisches Drehvermögen 197.
 Sphärische Koordinaten 22.
 Sphenoid 43, 60.
 Spiegelebene 39.
 Spiegelpolarisation 141.
 Spitze Mittellinie 152.
 Steigende Farbe 162.
 Stereographische Projektion 25, 31.
 Strahlenachse 151.
 Strahlengeschwindigkeitsfläche 139.
 Strich 129.
 Strichtafel 129.
 Struktur der Kristalle 114, 121.
 Stufen der Symmetrie 42, 43.
 Stumpfe Mittellinie 152.
 Subtraktionsstellung 163.
 Symmetrieebene 39.
 Symmetrieklassen 42.
 Symmetrieprinzip 7, 36.
 Symmetrische Auslöschung 161.
 Symmetriezentrum 36.

 Tesserales System 50, 93.
 Tetartoeder 106.
 Tetartoedrie 100.
 Tetartoedrische Klasse 107.
 Tetraeder, positiv, negativ 104.
 Tetraedrisches Pentagondodekaeder 106.
 Tetragonal-bipyramidale Klasse 69.
 Tetragonal-bisphenoidische Klasse 72.
 Tetragonales Skalenoeder 72.
 — System 50, 64.
 — Trapezoeder 69.
 Tetragonal-pyramidale Klasse 70.
 Tetragonal-skalenoedrische Klasse 72.
 Tetragonal-trapezoedrische Klasse 69.
 Tetragyre 37.
 Tetrakishexaeder 98.
 Tetrametrisch 42.
 Tetrasymmetrisch 41.
 Tisch des Mikroskops 158.
 Totalreflexion 134, 155.
 Translation 120.
 Translationsgruppe 116, 117.
 Trapezoeder 69, 78, 90.
 Triakis-Oktaeder 98.
 Triakis-Tetraeder 104.
 Trigonal-bipyramidale Klasse 82.
 Trigonaies Aachsenkreuz, dreigliedrig (MILLER) und viergliedrig (BRAVAIS) 87.
 — Skalenoeder 83.
 — System 50, 82.
 — Trapezoeder 90, 197.
 Trigonal-pyramidale Klasse 93.
 Trigonal-rhomboedrische Klasse 91.
 Trigonal-trapezoedrische Klasse 90.
 Trigondodekaeder 104.
 Trigonotyp-bipyramidale Klasse 82.
 Trigyre 37.
 Triklines System 46, 52.
 Triklin-pediale Klasse 54.
 Triklin-pinakoidale Klasse 53.
 Trimetrisch 42.
 Trisymmetrisch 41.
 TSCHERMAKsche Stufen 42.

 Überbestimmtheit des hexagonalen Aachsenkreuzes 75.
 Übernormale Farben 168.
 Umpolarisierung 143, 145.
 Undurchsichtig 127, 128.
 Unmöglichkeit irrationaler Parameter 12, 13.
 Unternormale Farben 169.
 Unterscheidung von Einfach- und Doppelbrechung 159.
 Urformen, kristallographische 42.

 Vektor 3.
 Verschiebungsgeschwindigkeit einer Fläche 3.
 Versteckte Zone 16, 57.
 Verteilung der Flächen 36.
 Verwachsungsebene 112.
 Verwendete Pyramide 65, 73.
 Verwendetes Prisma 65, 73, 80.
 — Rhomboeder 83.
 — trigonales Skalenoeder 85.
 Verzerrung 5.
 Visiergraupe 110.
 Vollform 53.
 Vorschaltlinie des Kondensors 157, 174.

 Wachsglanz 137.
 Wachstum 2.
 Wachstumsgeschwindigkeit 4.
 Wahrer Aachsenwinkel $2\sqrt{188}$.
 Weiß der ersten Ordnung 132.

- Weiß höherer Ordnung 132.
 WEISSsche Flächenbezeichnung 14.
 Wellenachsen 151.
 Wellenfront 126, 140.
 Wellengeschwindigkeitsfläche 140.
 Wellenlänge 125.
 Wellennormale 126, 140.
 Wendezwilling 113.
 Wiederholungszwilling 113.
 Winkelentfernung zweier Punkte 31.
 Winkeltreue 26.
 Wirtelsysteme 50.
 WRIGHT-Tisch 171.
 Würfel 97.
 WULFFSches Netz 34, 36, 87.

 Zähligkeit der Deckachsen 37, 38.
 Zeichenapparat 189.
 Zentraldistanz 4.
 Zentralprojektion 26.
 Zentrisch 43.
 Zentroyroidale Ableitung 51.
 Zentrum der Symmetrie 36.
 Zirkularpolarisation 199.
 Zirkular polarisierter Strahl 147, 199.
 Zone 16.
 Zonenachse 17.
 Zonenachsengesetz 108.

 Zonendurchmesser 33.
 Zonengesetz 15, 17.
 Zonenpol 33.
 Zonenregel 18.
 Zonensymbol 17.
 Zonenverband 16, 19, 28, 45.
 Zone, versteckte 16, 57.
 Zusammengesetzte Symmetrie, Achsen der — 39.
 Zweiachsigkeit 149, 156, 170, 173, 182, 185, 188, 190.
 Zweikreisiges Reflexionsgoniometer 22.
 Zweimal dreiseitige Doppelpyramide 80.
 — dreiseitiges Prisma 80, 88.
 Zweiseitige Deckachse 37.
 Zweite Mittellinie 152, 184.
 Zwilling 107.
 Zwillingsachse 108.
 Zwillingsbildung 107.
 Zwillingsebene 108.
 Zwillingsebengesetz 108.
 Zwillingsgesetze 107.
 Zwillingsstock 113.
 Zwölfseitige Doppelpyramide 73.
 Zwölfseitiges Prisma 73, 83.
 Zyklographische Projektion 112.
-

Verlag von Julius Springer in Wien

Das Kristallzeichnen auf Grundlage der stereographischen Projektion. Von **H. Tertsch**. Mit 34 Textabbildungen. V, 38 Seiten. 1935. RM 3.60

Inhaltsverzeichnis: Einleitung. — Das Kristallbild in der Ebene der stereographischen Projektion. Anfertigung des Kopfbildes. Eintragung der Unterseitenflächen. Das Kopfbild des Berührungspolyeders. — Das Kopfbild einer gemessenen Kristalltracht. — Das parallelperspektivische Kristallbild in einer beliebigen Ebene. Verkürzungsfaktor bzw. Winkel für die Verkürzung. Beziehung zwischen Kopfbild und schieferm Kristallbild. Praktische Konstruktion eines schiefen Bildes. Praktische Zeichenregeln. Aufrißbilder. Das Berührungspolyeder im Aufriß. Durchführung der Konstruktion. Der Aufriß aus gemessenen Zentralabständen. Zonenschnitte. Die Konstruktion von Kristallnetzen. — Bilder von Zwillingkristallen. Die Zwillingsgesetze. Zwillingprojektion von Sonderfällen. Zwillingssachse im Projektionsmittelpunkt. Der Pol der Zwillingssachse (und -ebene) liegt im Grundkreis. Zwillingssachse (und -ebene) geneigt zum Grundkreis. Bilder von Zwillingkristallen. — Verwendbarkeit kantenrichtiger Kristallbilder zu Trachtmessungen. Das allgemeine Dreikantproblem. Praktische Bestimmung der „Kurve gleichen Projektionswinkels“. Verwendung der Kurven zur Bestimmung des „Winkelpunktes“. Verwendung des Winkelpunktes. Vereinfachung der Winkelpunktreakonstruktion bei rechtwinkligen Bezugsachsen. Zeichnerischer Zusammenhang zwischen den vier Kantenrichtungen und dem Winkelpunkt. Durchführung der Konstruktion. — Anhang.

Verlag von Julius Springer in Berlin

Kristallplastizität mit besonderer Berücksichtigung der Metalle. Von Professor Dr. **E. Schmid**, Freiburg/Schweiz, und Dr.-Ing. **W. Boas**, Freiburg/Schweiz. (Struktur und Eigenschaften der Materie, Band XVII.) Mit 222 Abbildungen. X, 373 Seiten. 1935.

RM 32.—; gebunden RM 33.80

Inhaltsübersicht: Allgemeiner Teil: Einige kristallographische Grundtatsachen. — Kristallelastizität. — Herstellung von Kristallen (Kristallherstellung aus dem festen Zustand; Rekristallisationsverfahren, Kristallherstellung aus der Schmelze, einige weitere Kristallzüchtungsverfahren). — Orientierungsbestimmung von Kristallen (Mechanische und optische Verfahren, Röntgenographische Verfahren). — Geometrie der Kristall-Deformationsmechanismen (Translation, mechanische Zwillingbildung). — Spezielle Versuchsergebnisse: Plastizität und Festigkeit von Metallkristallen (Translations- und Zwillingselemente, Dynamik der Translation, Dynamisches der Zwillingbildung, Reißen nach Kristallflächen, Nachwirkungserscheinungen und Wechselbeanspruchung, Veränderung physikalischer und chemischer Eigenschaften bei der Kaltverformung, Rekristallisation.) — Plastizität und Festigkeit von Ionenkristallen. — Deutung des Verhaltens von Einzelkristallen und Kristallhaufwerken: Theorien der Kristallplastizität und -festigkeit. — Deutung der Eigenschaften vielkristalliner technischer Werkstücke auf Grund des Einkristallverhaltens. — Anhang. — Literatur- und Sachverzeichnis.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Verlag von Julius Springer in Berlin

Aufbau der zusammenhängenden Materie. (Handbuch der Physik, Band XXIV, 2. Teil, zweite Auflage, redigiert von **A. Smekal**.) Mit 271 Abbildungen. XIV, 1203 Seiten. 1933. RM 126.—, gebunden RM 129.—
Inhalt: Größe und Bau der Moleküle. — Beziehungen zwischen Molekülbau und Kristallbau. — Elektronentheorie der Metalle. — Dynamische Gittertheorie der Kristalle. — Strukturempfindliche Eigenschaften der Kristalle. — Atombau und Chemie (Atomchemie).

Der Aufbau der Atomkerne. Natürliche und künstliche Kernumwandlungen. Von **Lise Meitner** und **Max Delbrück**. Mit 13 Abbildungen. IV, 62 Seiten. 1935. RM 4.50

Kernphysik. Vorträge gehalten am Physikalischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich im Sommer 1936 (30. Juni bis 4. Juli) von zahlreichen Fachgelehrten. Herausgegeben von Dr. **E. Bretscher**. Mit 68 Abbildungen. IV, 141 Seiten. 1936. RM 12.—

Anleitung zur Bestimmung von Mineralien. Von Professor **N. M. Fedorowski**. Übersetzung der letzten (zweiten) Auflage. Mit 15 Textabbildungen. VIII, 136 Seiten. 1926. RM 6.75

Verlag von Julius Springer in Wien

Grundriß der Mineralparagenese. Von Professor Dr. **Franz Angel**, Graz, und Professor Dr. **Rudolf Scharitzer**, Graz. XII, 293 Seiten. 1932. RM 18.60, gebunden RM 19.80

Mineralogisches Taschenbuch der Wiener Mineralogischen Gesellschaft. Zweite, vermehrte Auflage. Unter Mitwirkung von **A. Himmelbauer**, **R. Koechlin**, **A. Marchet**, **H. Michel**, **O. Rotky** redigiert von **J. E. Hibs**ch. Mit 1 Titelbild. X, 187 Seiten. 1928. Gebunden RM 10.80

Gefügekunde der Gesteine. Mit besonderer Berücksichtigung der Tektonite. Von Professor Dr. **Bruno Sander**, Innsbruck. Mit 155 Abbildungen im Text und 245 Gefügediagrammen. VI, 352 Seiten. 1930. RM 37.60, gebunden RM 39.60

Zu beziehen durch jede Buchhandlung