

H. A. LORENTZ
COLLECTED
PAPERS

VOLUME VIII



Springer-Science+Business Media, B.V.

1935

H. A. LORENTZ
COLLECTED PAPERS

H. A. LORENTZ
COLLECTED
PAPERS

VOLUME VIII



Springer-Science+Business Media, B.V.

1935

ISBN 978-94-015-2216-8
DOI 10.1007/978-94-015-3449-9

ISBN 978-94-015-3449-9 (eBook)

© Springer Science+Business Media Dordrecht 1935
Originally published by Martinus Nijhoff, The Hague, Holland in 1935

*All rights reserved, including the right to translate or to reproduce this
book or parts thereof in any form*

CONTENTS

Das Licht und die Struktur der Materie	1
<i>(Phys. Zeitschrift. 8, 542, 1907)</i>	
The radiation of light	17
<i>(Proc. Royal Institution. 24, 158, 1925)</i>	
How can atoms radiate?	28
<i>(Journal of the Franklin Institute. 205, 449, 1928)</i>	
Positive and negative electricity	48
<i>(De Ingenieur. 36, 212, 1921)</i>	
Ergebnisse und Probleme der Elektronentheorie	76
<i>(Elektrotechn. Verein zu Berlin. 1904)</i>	
The experimental foundations of the theory of electricity .	125
<i>(De Ingenieur. 23, 86, 1908)</i>	
On positive and negative electrons	152
<i>(Proc. Americ. Philosophical Soc. 45, 103, 1906)</i>	
The methods of the theory of gases extended to other fields	159
<i>(Chemisch Weekblad. 6, 655, 1909)</i>	
Nouveaux résultats dans le domaine des théories moléculai- res	183
<i>(Archives du Musée Teyler. Série III, 1, 1, 1910)</i>	
Anwendung der kinetischen Theorien auf Elektronenbewe- gung.	214
<i>(Math. Vorlesungen Univ. Göttingen. 6, 169, 1914)</i>	
Notes sur la théorie des électrons	244
<i>(Réunion Solvay. 1921)</i>	
Application de la théorie des électrons aux propriétés des métaux	263
<i>(Réunion Solvay. 1924)</i>	
The motion of electricity in metals	307
<i>(Journal of the Institute of Metals. 33, 257, 1925)</i>	
Elektromagnetische Theorien physikalischer Erscheinun- gen	333
<i>(Phys. Zeitschrift. 1, 498, 514, 1900)</i>	
Clerk Maxwell's electromagnetic theory	353
<i>(The Rede Lecture for 1923)</i>	
Quelques remarques sur la théorie du magnétisme	367
<i>(Revue Scientifique. 50, 1, 1912)</i>	
La liquéfaction de l'hélium	379
<i>(Nieuwe Rotterdamsche Courant. 4 août 1908)</i>	
La prévision scientifique	390
<i>(Revue de l'Université de Bruxelles. 26, 445, 1920—21)</i>	
Physics in the new and the old world	404
<i>(„American Week" at Leiden, 1926)</i>	

DAS LICHT UND DIE STRUKTUR DER MATERIE ¹⁾

Unter den Hilfsmitteln, welche die Physik den Medizinern und Biologen verschafft hat, darf das Mikroskop an erster Stelle genannt werden; jede Verbesserung desselben hat eine Ernte von neuen Entdeckungen gezeitigt, und durch die Grenze, bis zu welcher die Leistungsfähigkeit des Mikroskops gesteigert werden kann, wird in mancher biologischen Untersuchung der Umfang des Erreichbaren bestimmt. Es wird daher, wie ich hoffe, dem Ziel dieser Versammlung entsprechen, wenn ich mir gestatte, Ihre Aufmerksamkeit auf die letzten Erweiterungen des Gebietes mikroskopischer Untersuchung zu lenken; einige Bemerkungen über die Bedeutung optischer Erscheinungen für unsere Einsicht in die Struktur der Materie werden sich hierbei von selbst anschliessen.

Wenn von dem modernen Mikroskop die Rede ist, denken wir sofort an ABBE und seine Anwendung der Theorie der Lichtschwingungen auf die Entstehung des optischen Bildes bei der mikroskopischen Beobachtung. Die Vorstellungen, die hierbei in Anwendung gekommen sind, stammen zum Teil von CHRISTIAAN HUYGENS, zum Teil auch von späteren Physikern, namentlich von FRESNEL. Was der Lichttheorie von HUYGENS durch seine Nachfolger hinzugefügt werden musste, war die Erkenntnis, dass man es nicht, wie er glaubte, mit der Fortpflanzung einzelner Stösse oder zusammenhangsloser Gleichgewichtsstörungen zu tun hat, sondern mit einer regelmässigen Aufeinanderfolge von Schwingungen, deren Anzahl pro Sekunde die Farbe bestimmt; sie beträgt für das rote Licht ungefähr 400 Billionen, für das violette ungefähr 750 Billionen pro Sekunde. Mit der Zahl der Schwingungen hängt die Wellenlänge des Lichtes zusammen, der Ab-

¹⁾ Vortrag, gehalten am 7 April 1907 bei der Eröffnung des 11-ten niederländischen naturwissenschaftlichen und medizinischen Kongresses (Natuur- en Geneeskundig Congres) zu Leiden. Aus dem holländischen übersetzt von F. CONRAT.
Phys. Zeitschrift. **8**, 542, 1907.

stand, um den man längs des Strahles fortschreiten muss, um denselben Schwingungszustand wiederzufinden, ein Abstand, den man vergleichen kann mit demjenigen zwischen zwei Wellenbergen auf einem Wasserspiegel, und der bei den eben genannten Lichtsorten ungefähr 0,8 und 0,4 Mikron beträgt, d. h. 0,8 und 0,4 von einem Tausendstel Millimeter. FRESNEL zeigte, dass gerade diese Wellenlänge in vielen Fällen entscheidend ist für das, was man wahrnimmt.

Zu den Erscheinungen, die er mit Vorliebe behandelte, gehören diejenigen, welche auftreten, wenn das Licht enge Öffnungen durchdringt oder durch ein Hindernis von kleinen Dimensionen an seiner ungestörten Fortpflanzung behindert wird. In diesen Fällen ist es vorbei mit der geradlinigen Fortpflanzung, die bei allen alltäglichen Erscheinungen so sehr ins Auge fällt; hinter einer engen Öffnung breitet sich das Licht auch nach Richtungen aus, die von der Verlängerung der einfallenden Strahlen abweichen, und ein kleines undurchsichtiges Objekt wird von den Lichtwellen in ähnlicher Weise umspült, wie Wasserwellen einen Pfahl umspülen können. Solche Beugungs- oder Diffraktionserscheinungen sind es nun, womit man es, wie ABBE und auch HELMHOLTZ zeigten, bei der mikroskopischen Beobachtung zu tun hat.

Obschon bei HUYGENS noch von keinen Beugungserscheinungen die Rede ist, können wir doch seinen Namen in einer Hinsicht mit der heutigen Theorie des Mikroskops und auch mit einigen andern Fragen in Verbindung bringen, die ich berühren werde. In seinem „*Traité de la lumière*“ findet man das Prinzip auseinandergesetzt, dessen man sich noch stets in diesen Theorien bedient, und das darauf hinausläuft, dass sich die Lichtschwingungen von jedem Punkt aus, den sie getroffen haben, nach allen Seiten ausbreiten, dass also jeder derartige Punkt als ein neues Schwingungszentrum angesehen werden kann. Hierdurch wird es begreiflich, dass von den verschiedenen Punkten einer Öffnung das Licht auch zu den Stellen gelangt, die bei geradliniger Fortpflanzung im Dunkeln bleiben würden, und dass die Schwingungen, wenn sie in den Punkten an beiden Seiten von einem undurchsichtigen Hindernis angelangt sind, von dort aus den Raum hinter diesem Hindernis erreichen können.

Die Anwendung dieses Prinzips auf die Entstehung des Bildes im Mikroskop führte zu merkwürdigen Folgerungen, die durchaus

durch die Beobachtung bestätigt wurden. Von vollkommen scharfen Bildern in dem Sinne, dass das von einem bestimmten Punkte des Objekts ausgehende Licht in *einem* einzigen Punkte der Bildebene vereinigt würde, ist keine Rede. Im Gegenteil, die Schwingungen, die von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden über einen gewissen Bereich verbreitet; der Punkt wird nicht als ein Punkt, sondern als ein kleines Lichtscheibchen abgebildet. Die Folge ist, dass zwei Lichtpunkte, die in sehr kleinem Abstand voneinander liegen, im Bilde ineinanderfließen, so dass man sie nicht mehr unterscheiden kann, und dass im allgemeinen sehr feine Details des Objektes im Bilde verloren gehen. So setzt die Natur des Lichtes selbst der auflösenden Kraft des Mikroskops eine Grenze, und zwar ist es gerade die Wellenlänge, durch welche diese Grenze bestimmt wird.

Sind übrigens alle Umstände so günstig wie möglich, dann kann man sagen, dass Punkte, deren Abstand einige Wellenlängen beträgt, deutlich voneinander unterschieden werden können, und dass Gegenstände von solcher Grösse wirklich *abgebildet*, in ihrer wirklichen Gestalt gesehen werden können. Dagegen ist an eine genaue Abbildung von Objekten oder Strukturen mit Dimensionen, die gleich einem Bruchteil der Wellenlänge sind, nicht zu denken. Ein Glück, dass, wie ich bereits sagte, die Wellenlänge so klein ist! Sie beträgt für die Strahlen, die im Sonnen- oder Tageslicht die grösste Intensität besitzen, ungefähr 550 Millionstel Millimeter, und wenn wir über die Grenzen der Auflösungskraft eines Mikroskops sprechen, haben wir also auf jeden Fall an Dimensionen etwas unterhalb eines Mikrons zu denken. Dass eine Abbildung von viel kleineren Körpern nicht zu erwarten ist, sieht man übrigens unmittelbar ein, wenn man bedenkt, dass wir einen Gegenstand bloss sehen können durch die Veränderungen, die er in die Ausbreitung der Lichtschwingungen bringt; es kann daher von der Wahrnehmung nicht viel zustande kommen, wenn die Wellen den Gegenstand allzusehr umspülen.

Mittel, durch welche das Auflösungsvermögen vergrössert werden kann, und die denn auch mit gutem Erfolge angewandt worden sind, ergeben sich nunmehr von selbst. Eins unter ihnen ist die Verwendung der sogenannten Immersionssysteme, bei denen der Raum zwischen dem Objekt und dem Objektiv des Mikroskops mit Wasser oder einer anderen, stärker lichtbrechenden Flüssigkeit gefüllt wird.

sigkeit angefüllt ist. Obschon das Objekt durch das Deckglas von der Flüssigkeit getrennt ist, läuft die Sache ziemlich auf das gleiche hinaus, als ob es in der Flüssigkeit läge, und man hat nicht mehr mit der Wellenlänge in der Luft, sondern mit der in der Flüssigkeit zu rechnen. Wenn man weiss, dass diese in Wasser $\frac{3}{4}$ der Wellenlänge in Luft beträgt, und z.B. in Zedernholzöl $\frac{2}{3}$ derselben, dann kann man sich deutlich machen, wieviel weiter man es mit einem Immersionssystem bringen kann als mit einem Trockensystem.

Ein zweites Mittel besteht in dem Gebrauch von ultravioletten Strahlen, die sich, wie Ihnen bekannt ist, durch eine kleinere Wellenlänge von den Lichtstrahlen unterscheiden; sie wirken zwar nicht auf unsere Netzhaut ein, allein man kann die Bilder, die durch sie erzeugt werden, mit Hilfe der Photographie festlegen. Die Schwierigkeiten bei der Verwendung dieser Strahlen sind in den letzten Jahren durch KÖHLER — einen der wissenschaftlichen Mitarbeiter des ZEISS'schen Instituts —, unter Mitwirkung von v. ROHR, überwunden worden. Ich will von seiner langjährigen und mühsamen Arbeit nur so viel sagen, dass ein ganz neues Mikroskop konstruiert werden musste. Die Linsen bestehen nicht aus Glas, das die ultravioletten Strahlen zu wenig durchlässt, sondern aus Bergkristall, diejenigen, worauf es am meisten ankommt, aus dem amorphen Quarz, der durch Schmelzen im elektrischen Ofen erhalten wird. Was das Licht betrifft, — wenn ich es noch so nennen darf — so wird es von kräftigen elektrischen Funken zwischen zwei Drähten aus dem Metall Kadmium geliefert; die von ihnen ausgehenden Strahlen werden durch einen Spektralapparat zerlegt, und nur diejenigen, welche *eine* ziemlich scharfe Linie im Ultraviolett geben, zur Beleuchtung des Objekts verwendet.

Die Wellenlänge dieses Lichts beträgt 275 Millionstel Millimeter, gerade die Hälfte der Zahl, die ich soeben für das Sonnenlicht angab. Die hierauf gegründete Erwartung, dass die Auflösungsfähigkeit ungefähr verdoppelt sein sollte, bestätigt sich in der Tat.

Die Strahlen, mit denen KÖHLER arbeitet, besitzen noch lange nicht die kleinste Wellenlänge, die man kennt. Es gibt deren solche mit einer Wellenlänge von ungefähr 100 Millionstel Millimeter und könnte man diese benutzen, dann würde man es also noch beinahe dreimal soweit bringen können. Leider besteht wenig

Aussicht, Linsen anzufertigen, die für diese Strahlen noch ziemlich durchlässig sind, und es scheint wohl, dass mit Bezug auf das wirkliche *Abbild*en von Gegenständen die äusserste Grenze erreicht ist.

Von dem Mikroskop für ultraviolettes Licht können wir übergehen zu der Ultramikroskopie, der vielen von Ihnen wohlbekannten Beobachtungsmethode, die man SIEDENTOPF und ZSIGMONDY verdankt, und an deren Entwicklung auch die französischen Forscher COTTON und MOUTON einen bedeutenden Anteil gehabt haben. Der Grundgedanke hierbei ist, dass wir ein Objekt, das zu klein ist, um *abgebildet* zu werden — was wir aber jetzt auch nicht mehr verlangen —, doch noch *sehen* können; falls nur genug Licht von ihm ausgeht, werden wir es als ein Diffraktions-scheibchen wahrnehmen können.

Neu und ungewohnt ist dies übrigens nicht. Die Fixsterne sind zu weit entfernt, um noch in unserm Auge oder in einem Fernrohr so abgebildet werden zu können, dass wir ihre Details unterscheiden können; wir sehen sie als „Lichtpunkte“, d. h. als kleine Lichtfleckchen, deren Grösse abgesehen von der Unvollkommenheit der Linsensysteme durch die Beugung bestimmt wird. Ebenso werden kleine Teilchen in einem festen Körper oder einer Flüssigkeitsschicht, die unter das Mikroskop gebracht worden sind, sichtbar, wenn sie von einem kräftigen Lichtbündel beschienen werden und nur gross genug sind, um nach dem HUYGENSSchen Prinzip das Licht so stark zu zerstreuen, dass jedes Teilchen schon für sich einen hinreichenden Lichteindruck zustande bringen kann. Wird dafür gesorgt — beispielsweise durch geeignete seitliche Beleuchtung —, dass die einfallenden Strahlen nicht direkt in das Instrument fallen, so sieht man die Teilchen als helle Punkte auf dunklem Hintergrund, gewissermassen einen Sternhimmel im kleinen. Der Vergleich passt auch insoweit, als der Abstand der nebeneinander liegenden Teilchen nicht zu klein sein darf; liegt er zu weit unterhalb der Wellenlänge, dann können die Teilchen des Schwarms nicht getrennt gesehen werden, und man erhält bloss eine gleichmässige Erhellung des Feldes. Es ist hiermit wie mit der Auflösung eines Sternenhaufens.

Was das Licht der einzelnen Teilchen betrifft, so leuchtet es ein, dass dies von ihrer Grösse abhängt und ausserdem von ihren optischen Eigenschaften; je mehr sie in dieser Hinsicht von der Sub-

stanz, in die sie eingelagert sind, abweichen, um so mehr zerstreuen sie die einfallenden Strahlen. Daher kommt es, dass Stoffe, die sehr kleine Metallteilchen enthalten, für die ultramikroskopische Untersuchung besonders geeignet sind.

SIEDENTOPF und ZSIGMONDY haben denn auch ihre neue Methode zuerst auf Glas angewandt, das durch eine kleine Menge Gold, vielleicht ein Zehntausendstel der ganzen Masse, gefärbt ist. Kennt man die Menge Goldchlorid, die bei der Herstellung der Glasmasse beigefügt ist, und *zählt* man die mit dem Ultramikroskop in einem gewissen Raumteil des Glases wahrgenommenen Lichtpünktchen, dann kann die Masse eines jeden Goldteilchens und also auch, mit Hilfe des spezifischen Gewichts des Metalls, die Grösse der Teilchen gefunden werden. Es zeigte sich in dieser Weise, dass die kleinsten Teilchen, die man allerdings nur bei starkem Sonnenlicht an einem schönen Sommertage zu sehen bekommen kann, Dimensionen von 3 bis 6 Millionstel Millimeter besitzen. Da die Wellenlänge der von KÖHLER verwendeten ultravioletten Strahlen 275 Millionstel Millimeter beträgt, ist es wohl klar, dass an eine Abbildung dieser Goldteilchen nicht zu denken ist, dass sie wirklich ultramikroskopisch sind. Übrigens haben manche gefärbte Gläser zweifellos ihre Farbe noch kleineren Teilchen zu verdanken, bei denen auch das Ultramikroskop uns im Stich lässt.

Zum Vergleich kann dienen, dass die Blutkörperchen des Menschen einen Durchmesser von ungefähr 8 Mikron haben, mehr als das Tausendfache desjenigen der Goldkörnchen im farbigen Glase.

Die Untersuchungen mit dem Ultramikroskop haben bereits viel Licht verbreitet über die Struktur der in mancher Beziehung so merkwürdigen kolloidalen Substanzen, deren chemische Eigenschaften vor allen von VAN BEMMELEN untersucht worden sind. Sehr überraschend ist, dass eine Menge früher für unlöslich angesehener Substanzen, wie Gold, Silber, Ferrioxydhydrat in sog. kolloidaler Lösung erhalten werden können, und man hatte schon lange vermutet, dass solche Lösungen sich von den gewöhnlichen dadurch unterscheiden, dass die Stoffe in ihnen in viel grösseren Teilchen vorhanden sind; in der Tat war die Auffassung verteidigt worden, dass es einen stetigen Übergang gebe von den Lösungen im gewöhnlichen Sinne zu Flüssigkeiten, in denen Substanzen in fein verteiltem Zustand schweben. Es ist nun wirklich geglückt, in

verschiedenen kolloidalen Lösungen die kleinen Partikeln mit dem Ultramikroskop zu unterscheiden.

Dass die neue Art zu beobachten viel für unsere Kenntnis derjenigen Kolloide verspricht, die wie die Eiweiszstoffe eine grosse Bedeutung für die Lebenserscheinungen besitzen, braucht nicht gesagt zu werden; einige Schritte in dieser Richtung sind auch bereits gemacht worden. Es besteht ferner die Möglichkeit, dass die Existenz von Mikroben, die klein genug sind, um sich der gewöhnlichen mikroskopischen Wahrnehmung zu entziehen, auf diese Weise ans Licht gebracht werden kann, obgleich wir diese dann nicht nach ihrer Gestalt voneinander werden unterscheiden können. Ich glaube nicht, dass man bereits etwas Neues von dieser Art gefunden hat, aber wohl haben COTTON und MOUTON die Mikrobe der Peripneumonie oder Pleuropneumonie des Rindes (dies ist der wissenschaftliche Name der Krankheit, die man im deutschen „Lungenseuche des Rindes“, im holländischen „Lungenkrankheit des Rindes“ nennt), in deren Kulturen das Mikroskop nicht mehr als eine ziemlich undeutliche Körnerbildung sehen lässt, in ihrem Ultramikroskop als gesonderte Lichtpünktchen wahrgenommen.

Flüssigkeiten, die ultramikroskopische Partikeln enthalten, zeigen eine Erscheinung, die noch einen Augenblick unsere Beachtung verdient. Ich meine die seit langem bekannte BROWNSche Bewegung schwebender Teilchen, die bei den sehr kleinen Körpern, von denen wir jetzt sprechen, besonders ins Auge fällt. Es ist ein unaufhörliches, unregelmässiges Durcheinanderwimmeln, vergleichbar dem Tanzen eines Mückenschwarms im Sonnenschein, wie ZSIGMONDY sich ausdrückt, und vom physikalischen Gesichtspunkte merkwürdig, weil es den Anschein hat, als sähe man hier eine unmittelbare Folge der schnellen, unregelmässigen, bald hier- bald dorthin gerichteten Bewegung, die man seit langem den Molekülen, den kleinsten Teilchen, aus denen wir uns alle Körper aufgebaut denken, zuschreibt. Zufällige der Flüssigkeit mitgeteilte Erschütterungen oder Stösse, durch kleine Temperaturunterschiede erzeugte Strömungen, überhaupt äussere Einwirkungen können — das steht wohl fest — die Ursache der Erscheinung nicht sein. Wir müssen daher annehmen, dass die schwebenden Partikeln durch Kräfte in dem Objekt selbst, also durch Kräfte, die von dem umgebenden Wasser ausgehen, hin und her ge-

worfen werden, und sobald wir wissen, dass die Wassermoleküle Geschwindigkeiten von Hunderten von Metern pro Sekunde besitzen, liegt es auf der Hand, an die Stösse zu denken, die sie auf die in ihrer Mitte befindlichen fremden Teilchen ausüben. Man kann sich nicht darüber wundern, dass man auf diese Weise in einer kolloidalen Goldlösung so etwas wie den Mückenschwarm zu sehen bekommt, von dem ZSIGMONDY spricht. Auch ist es begreiflich, dass ein Goldteilchen, weil es viel grösser als die Wassermoleküle ist, sich viel langsamer als diese fortbewegt, so dass man es auf seinem Wege verfolgen kann, was bei den Molekülen selbst, auch wenn man sie einzeln sehen könnte, unmöglich wäre; diese bewegen sich hierzu viel zu schnell.

Ich muss hinzufügen, dass bei näherer Ausführung dieser Erklärung bedeutende Schwierigkeiten bestehen bleiben. Für unüberwindlich halte ich sie aber nicht, und man kann darauf hinweisen, dass es kaum denkbar ist, dass in einer Flüssigkeit, deren kleinste Teilchen in Ruhe sein sollten, suspendierte Körperchen unaufhörlich hin- und hergehen.

Verglichen mit den Wassermolekülen sind die Goldteilchen von SIEDENTOPF und ZSIGMONDY von riesiger Grösse, und auch, wenn wir die allerkleinsten ultramikroskopisch sichtbaren Körperchen mit den Molekülen von Substanzen vergleichen, die viel zusammengesetzter sind als Wasser, bleibt noch ein grosser Abstand. Von dem *Sehen* der einzelnen Moleküle sind wir also noch sehr weit entfernt und wir dürfen nicht erwarten, dass es uns jemals gelingen wird. Die Lichtmenge, die von *einem* Molekül ausgeht, ist zu klein, um einen Eindruck auf unsere Netzhaut zu machen, und ausserdem liegen die Moleküle zu nahe beieinander, um einzeln für sich gesehen zu werden.

Die Frage ist indes, ob nicht das durch alle die Moleküle zusammen zerstreute Licht sichtbar sein wird, und ob daher nicht jeder Körper, durch den ein Lichtbündel hindurchscheint, auch dann, wenn er ganz frei von Stäubchen ist, etwas derartiges zeigen muss, wie wir es in der Luft dieses Saales sehen würden, wenn ein Bündel Sonnenstrahlen hineinfiel und sich diese an dem schwebenden Staub abzeichnete. LOBRY DE BRUYN und WOLFF haben aus ihren Versuchen den Schluss gezogen, dass in der Tat Körper von hohem Molekulargewicht durch den Einfluss ihrer Moleküle das Licht zerstreuen, und die Theorie lehrt, dass *jeder* Körper dies in

stärkerem oder schwächerem Masse tun muss. Das nach allen Seiten geworfene Licht muss bei hinreichender Dicke der Schicht, von der es ausgeht, merklich werden, und die Schwächung der Strahlen, welche die notwendige Folge der Zerstreuung ist, muss sich bemerkbar machen, wenn man nur weit genug längs des Strahlenbündels fortschreitet.

Der interessanteste Fall ist derjenige der Atmosphäre. Wird vollkommen reine Luft, in der nicht das kleinste Staubteilchen oder Wassertröpfchen schwebt, allein wegen der molekularen Struktur nach Art eines feinen Nebels undurchsichtig werden? RAYLEIGH hat durch eine Berechnung die Frage beantwortet, und ich kann Ihnen seinen Gedankengang, einigermassen nach modernen Auffassungen modifiziert, in wenig Worten angeben. Von dem Einfluss eines aus Molekülen zusammengesetzten Körpers auf ein Lichtbündel geben wir uns Rechenschaft, indem wir uns vorstellen, dass in jedem Molekül, selbst in jedem Atom, noch viel kleinere Teilchen vorhanden sind, die durch das Licht zum Mitschwingen gebracht werden. Ich muss hinzufügen, dass die Kräfte, die in einem Lichtstrahl wirksam sind, elektrischer Natur sind, und dass wir daher, um zu begreifen, dass die Lichtschwingungen diese kleinen Teilchen in Bewegung setzen können, ihnen elektrische Ladungen zuschreiben. Es sind die Elektronen, mit denen wir es gegenwärtig soviel zu tun haben.

Nach dem HUYGENSSchen Prinzip wird jedes Elektron, sobald es zum Mitschwingen gekommen ist, selbst der Mittelpunkt neuer Lichtwellen, und hierin liegt die Ursache der Zerstreuung, von der wir sprechen.

Wieviel diese nun beträgt, hängt nicht so sehr von den Dimensionen der Moleküle und ihren Massen ab, als vielmehr von dem, was sich innerhalb jedes Moleküls abspielt, und hiervon kann man sich eine Vorstellung machen, wenn man das Brechungsvermögen des Körpers misst, das seinerseits durch den Grad des Mitschwingens bestimmt wird. Kennt man den Brechungsindex, die Wellenlänge und die Zahl der Moleküle pro cm^3 , so kann man berechnen, wieviel von dem einfallenden Licht nach allen Seiten zerstreut wird, und wie weit ein Lichtbündel, das sich eine gewisse Strecke fortpflanzt, geschwächt wird. Für gelbes Licht und für Luft gewöhnlicher Dichte findet man, mit Hilfe dessen, was wir über die Anzahl Moleküle wissen, dass die Stärke

eines Lichtbündels nach dem Durchlaufen von ungefähr 100 km auf die Hälfte gesunken ist.

Innerhalb der Entfernungen, in denen wir gewöhnlich sehen, kann also reine Luft wohl durchsichtig genannt werden, aber auf grössere Entfernungen hin, wie sie in der Atmosphäre wirklich vorkommen, ist die Zerstreuung des Lichts durchaus nicht zu vernachlässigen. Die Strahlen eines Sterns im Zenith würden nach der Berechnung, die ich Ihnen skizzierte, wenn sie die Erdoberfläche erreichen, ungefähr 6 Proz. ihrer Intensität verloren haben. Wir können dies mit dem Ergebnis vergleichen, das man aus der Beobachtung der Lichtstärke bei verschiedenen Höhen eines Himmelskörpers abgeleitet hat; man hat daraus auf eine Abnahme von ungefähr 20 Proz. geschlossen.

Ein Beweis für die molekulare Struktur der Luft ist hiermit nicht geliefert, da man immer die Zerstreuung des Lichtes schwebenden Staubteilchen würde zuschreiben können. Wir müssen damit zufrieden sein, dass die Beobachtungen der Molekulartheorie nicht widersprechen. Unser Ergebnis, dass wir den dritten Teil der wahrgenommenen Zerstreuung den Luftmolekülen selbst zuschreiben dürfen, ist vielleicht so befriedigend, wie es erwartet werden konnte.

Ich muss noch darauf hinweisen, dass nach der Theorie von RAYLEIGH die Zerstreuung, die, sei es durch die Luftmoleküle selbst, sei es durch kleine schwebende Teilchen erzeugt wird, um so mehr betragen muss, je kleiner die Wellenlänge ist. In der stärkeren Zerstreuung der blauen Strahlen dürfen wir die Ursache für die blaue Farbe des Himmels sehen, und nach RAYLEIGH würde also auch wenn die Luft vollkommen rein wäre, der Himmel uns blau, sei es denn auch sehr dunkel, erscheinen. Wir würden die Luft noch wirklich *sehen*, und zwar würde die Sichtbarkeit darauf beruhen, dass sie aus Molekülen zusammengesetzt ist. In der Tat folgt aus der Formel, mit Hilfe deren die angeführten Zahlen gefunden worden sind, dass die Zerstreuung bei einem gegebenen Brechungsindex um so kleiner ist, je näher die Moleküle beieinander liegen, je „feinkörniger“ also das Medium ist; in einem vollkommen homogenen und kontinuierlichen Medium würde die Zerstreuung ganz fortfallen.

So wie die Luft nach unserer Auffassung nun einmal ist, muss sie in Abständen von einigen Tausend Kilometern wie ein dichter

Nebel wirken, und es würde traurig aussehen, wenn sie sich von der Erde bis zur Sonne erstreckte. Wir würden uns dann wahrscheinlich in tiefer Finsternis befinden und sicher die Sonne nicht sehen. Die, soweit wir wissen, vollkommene Durchsichtigkeit des Äthers, der den Himmelsraum erfüllt, legt es sehr nahe, *diesem* Medium keine körnige Struktur zuzuschreiben, worin sich denn auch viele Physiker einig sind.

Dass nun bei Substanzen wie Wasser, Glas, Quarz und Kalkspat kein Gedanke daran ist, den molekularen Bau durch eine Zerstreuung der Lichtschwingungen sichtbar zu machen, brauche ich kaum zu sagen. Aber es ist Ihnen wohl bekannt, wie das Studium der Lichterscheinungen uns auf indirektem Wege viel über diesen Bau und die Eigenschaften der kleinsten Teilchen lehren kann. Aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen suchen wir zu Folgerungen zu gelangen über die in den Molekülen anwesenden, zum Mitschwingen gebrachten Elektronen und über die Anordnung der Moleküle in Kristallen und organischen Geweben. Ferner führt uns die Richtungsänderung, die in manchen Stoffen die Schwingungen bei ihrer Fortpflanzung erfahren, zu den Vorstellungen, auf welche die zu so grosser Entwicklung gelangte Stereochemie gegründet ist. Wieder in anderen Fällen lenken wir die Aufmerksamkeit auf die Absorption des Lichtes in nicht ganz durchsichtigen Stoffen; auch so kommen wir zu einigen Ergebnissen über die schwingenden Teilchen in den Molekülen und Atomen. Und am weitesten bringen wir es in dieser Hinsicht, wenn wir die Teilchen nicht durch von aussen auffallendes Licht zum Mitschwingen bringen, sondern sie zu selbständigen Schwingungszentren machen, indem wir den Körper auf diese oder jene Weise Licht ausstrahlen lassen.

Aus dem Vielen, das wir alsdann aus der Untersuchung des Spektrums ableiten können, will ich jetzt bloss einiges herausgreifen.

Wenn ein Körper, der Lichtschwingungen bestimmter Periode aussendet, und also an einer bestimmten Stelle im Spektrum eine helle Linie gibt, sich dem Beobachter nähert, so wird die Anzahl Schwingungen, die pro Sekunde den Spalt des Spektroskops erreicht, vergrössert; die Spektrallinie wandert ein wenig nach der Seite des Violett. Umgekehrt hat eine Bewegung der Lichtquelle von dem Beobachter weg eine Verschiebung der Linie nach dem

Rot zur Folge. Dies sind die Verschiebungen der Spektrallinien, die man in manchen Fällen im Spektrum von Himmelskörpern beobachtet hat und aus denen man die Schnelligkeit ihrer Bewegung in der Richtung der Gesichtslinie ableitet.

Einen derartigen Einfluss einer Ortsveränderung der Lichtquelle auf die wahrgenommene Schwingungszahl hat man mit gutem Erfolge auch im Falle sich bewegender Moleküle oder Atome aufzufinden gesucht. Bei der elektrischen Entladung durch verdünnte Gase entstehen unter geeigneten Bedingungen die sogenannten Kanalstrahlen, die man mit gutem Grunde für Schwärme von positiv geladenen Atomen hält, die sich mit beträchtlicher Geschwindigkeit alle in gleicher Richtung bewegen. Von dem Raum, in dem sie dies tun, geht eine Lichtstrahlung aus. Prof. STARK in Hannover hat das Spektrum der nach verschiedenen Richtungen ausgesandten Strahlen untersucht und gefunden, dass die Linien um so mehr nach der Seite des Violett liegen, je kleiner der Winkel ist, den die Richtung des ausgesandten Lichtes mit derjenigen der Kanalstrahlen selbst bildet. Die Grösse der Verschiebung stimmt gut mit der Schnelligkeit, die man aus andern Gründen den fortfliegenden Atomen glaubt zuschreiben zu müssen, und so ist es bewiesen, dass es wirklich diese Atome sind, welche als Schwingungszentren fungieren. Auch ist STARK zu dem für die Theorie der Strahlung wichtigen Ergebnis gekommen, dass bei vielen Elementen das Linienspektrum ausschliesslich durch eine bestimmte Art von schwingenden Teilchen erzeugt wird, nämlich durch Teilchen, die im ganzen eine positive elektrische Ladung besitzen.

Auf einen andern und sehr allgemeinen Fall, auf den gleichfalls das von STARK benutzte Prinzip Anwendung findet, hat vor mehreren Jahren MICHELSON aufmerksam gemacht. Eine unregelmässige Bewegung der Moleküle nach allen Richtungen, wie wir sie uns vorhin beim Wasser vorstellten, besteht auch in Gasen; in einem leuchtenden Gase denken wir uns daher zahllose hin- und herfliegende Schwingungszentren. Wird nun das ausgestrahlte Licht mit einem Spektroskop untersucht, und ist es derartig, dass man eine vollkommen scharfe Spektrallinie erhalten würde, falls die Moleküle stillständen, dann wird wegen der Bewegung der Moleküle nach verschiedenen Richtungen das Licht von einigen unter ihnen etwas mehr nach der Seite des Violett, das von anderen

etwas nach der Seite des Rot zu liegen kommen; die Spektrallinie erhält eine gewisse Breite. MICHELSON hat nachgewiesen, dass dies wirklich der Fall ist. Er hat nach einer sinnreich ausgedachten indirekten Methode die Breite gemessen und gefunden, dass ihr Betrag in Übereinstimmung ist mit dem zu erwartenden Werte, zu dem uns unsere Vorstellung über die Geschwindigkeit der Molekularbewegung führt. SCHÖNROCK, der in der letzten Zeit die Betrachtungen und Berechnungen MICHELSONS mit grösserer Genauigkeit wiederholt hat, ist zu demselben Ergebnis gekommen, und wir dürfen jetzt wohl sagen, dass die Bewegung der Moleküle in derselben Weise wahrnehmbar wird, wie die Ortsveränderung der Sterne in der Richtung der Gesichtslinie.

Beispiele wie dieses sind wohl geeignet darzutun, dass, wenn auch die kleinsten Teilchen der Materie unsichtbar sind, Grössen, die sich auf die einzelnen Moleküle beziehen, uns doch nicht so unzugänglich sind, wie man es sich zuweilen gedacht hat. Die merkwürdigste Erläuterung dieser Behauptung kann ich vielleicht der Theorie der Wärmestrahlung entnehmen. Stellen wir uns vor, dass dieser Saal vollkommen von undurchsichtigen Körpern abgeschlossen wäre, und dass die Wände und alle anwesenden Gegenstände die gleiche Temperatur hätten; dann würde die Luft, oder vielmehr der Äther, in allen Richtungen durchsetzt werden von Wärmestrahlen sehr verschiedener Wellenlänge, unter denen jedoch Strahlen *einer* bestimmten Wellenlänge vorherrschen würden. Man kann dies mit einem wirren Geräusch vergleichen, in dem *eine* Tonhöhe dominiert. Wir können jetzt einen kleinen Würfel ins Auge fassen, dessen Kanten die Länge jener am meisten vorkommenden Wellen haben, und auf die Menge Energie achten, die infolge der Strahlung in solch einer „kubischen Wellenlänge“ vorhanden ist. Wer die Untersuchungen über die Wärmestrahlung aus den letzten Jahren verfolgt hat, kann kaum daran zweifeln, dass diese Energiemenge von derselben Grössenordnung ist wie die kinetische Energie eines einzelnen Gasmoleküls bei der betrachteten Temperatur. Nun ist eine Wellenlänge eine sehr gut wahrnehmbare Grösse, und so hat man die in einer kubischen Wellenlänge enthaltene Energie wirklich messen können, wodurch dann zugleich die eines Moleküls bekannt geworden ist. In der Tat ist dies einer der besten Wege, um zur Kenntnis der Grösse von Molekülen und Atomen zu gelangen.

Die Betrachtungen, die ich mir gestattet habe Ihnen vorzutragen, sind eine Verteidigung der molekularen und atomistischen Theorien geworden, deren sich die Physiker so häufig bedienen, um sich eine lebendige und klare Vorstellung von den Erscheinungen und ihrem gegenseitigen Zusammenhang zu bilden.

Mit Absicht habe ich mich hierbei nicht auf das Bedürfnis unseres Geistes berufen, in den in Frage stehenden kleinsten Teilchen der Materie einen Endpunkt für unsere Analyse der Erscheinungen zu finden. Man tut, glaube ich, recht daran, wenn man mit dem Hinweis auf ein derartiges Bedürfnis vorsichtig ist. Die Erfahrung lehrt ja, dass viele Theorien, in denen man sich die Materie kontinuierlich ausgebreitet denkt, uns durchaus befriedigen, dass mancher Physiker einer solchen Auffassung entschieden den Vorzug gibt und molekulare Betrachtungen am liebsten vermeidet, und dass viele, wie wir bereits sahen, kein Bedenken haben, den Äther als ein Kontinuum aufzufassen. Dies schliesst nicht aus, dass, wenn in anderen Fällen die Atomistik sich mehr als alles andre geeignet zeigt, uns eine klare Einsicht zu verschaffen, dies nicht bloss an dem Wesen der Dinge ausserhalb von uns, sondern auch an der Beschaffenheit unseres Geistes liegen muss, wie überhaupt das Begreifen einer Naturerscheinung eine gewisse Verwandtschaft zwischen ihr und dem Geist voraussetzt.

Wie man auch hierüber denken mag, die beste Verteidigung der Atomistik liegt schliesslich in ihrer Fruchtbarkeit und Zweckmässigkeit.

Gewiss, es gibt auf rein physikalischem Gebiet noch zahlreiche Schwierigkeiten, die ich, wie Sie mir wohl werden glauben wollen, nicht unerwähnt gelassen habe, damit alles recht schön aussehe, sondern nur, weil ich sie in der Tat bei dieser Gelegenheit schwerlich auseinandersetzen konnte. Indessen, wie schwerwiegend sie auch sein mögen, es ist unleugbar, dass wir einigen Erscheinungen, die ich jetzt besprochen habe, und vielen andern, die ich hätte hinzufügen können, ohne Molekulartheorie so gut wie machtlos gegenüberstehen würden. Wer über das Tun und Lassen der Physiker ein Urteil fällen will, wird sich denn auch nicht der Verpflichtung entziehen können, sich mit solchen Erscheinungen bekannt zu machen, sich mehr oder weniger in sie zu vertiefen und eine Betrachtungsweise nicht zu verwerfen, ohne sich auch einmal die Frage zu stellen, durch welche andere man sie würde ersetzen können.

Vergessen wir bei der Beurteilung auch nicht, dass wir von der Realität einer ganzen Menge von Dingen überzeugt sind, die wir nicht so unmittelbar wahrnehmen wie einen Stein oder ein Stück Eisen, und deren Existenz wir annehmen, zwar auf Grund von Wahrnehmung, aber von Wahrnehmung, an die sich eine kürzere oder längere Reihe von Überlegungen angeschlossen hat. Niemand zweifelt daran, dass die Lichtpünktchen bei der ultramikroskopischen Beobachtung ebenso viele Goldteilchen repräsentieren, dass die Halos um Sonne und Mond feinen Eiskristallen hoch in der Atmosphäre zuzuschreiben sind, dass die chemischen Elemente unsrer Erde auf der Sonne und den fernsten Himmelskörpern angetroffen werden, und dass ein Stern, der, nach der hin- und hergehenden Bewegung der Spektrallinien zu schliessen, sich uns abwechselnd nähert und von uns entfernt, einen Kreis um einen anderen Himmelskörper beschreibt; es fällt niemandem ein, den Astronomen deshalb zu tadeln, dass er die Masse dieses vielleicht unsichtbaren Körpers aus seinen Wahrnehmungen ableitet. Recht betrachtet, gehen wir in unseren Annahmen über Moleküle und Atome lediglich in derselben Richtung einen Schritt weiter und brauchen wir von der Realität dieser Teilchen nicht so sehr viel weniger überzeugt zu sein, als von derjenigen der Eisnadelchen in der Atmosphäre.

Etwas andres, das Überlegung verdient, ist die reiche, über alle Beschreibung gehende Organisierung der Materie. In einem Kubikzentimeter der uns umgebenden Luft liegen so viele Moleküle, dass ihre Zahl mit einigen zwanzig Ziffern geschrieben werden müsste. Während sie sich unaufhörlich durcheinander bewegen, immer und immer wieder aufeinander prallend, werden ihre Elektronen durch die zahllosen einander durchkreuzenden Licht- und Wärmestrahlen in Bewegung gesetzt und senden ihrerseits nach allen Seiten ihre Wellen aus. Nicht weniger, im Gegenteil wohl noch mehr verwickelt würde das Bild sein, das ein Milligramm eines Eiweiszstoffes uns zu sehen geben würde, und so wird es, ich will nicht sagen begreiflich, aber etwas weniger wunderbar, dass äusserst kleine Mengen Materie die Träger einer bis in feine Einzelheiten gehenden Erblichkeit sein können.

Auch wenn wir es wagen, unsere Gedanken auf den Zusammenhang zwischen den körperlichen und den geistigen Erscheinungen zu richten, behalten wir die feine Organisierung der Materie im

Auge. Ich bin weit davon entfernt, geistige Vorgänge auf Prozesse in der Materie zurückführen zu wollen; das Ungleiche kann man nicht voneinander ableiten. Aber wohl kann man die Auffassung vertreten, dass jedem Zustand und jeder Tätigkeit unseres Geistes eine bestimmte Beschaffenheit und eine bestimmte Veränderung des Gehirns entspricht. Soll ein solches Sichkorrespondieren bis in die kleinsten Einzelheiten reichen, dann muss — dies ist klar — die Anzahl von Elementen, aus denen die Hirnsubstanz zusammengesetzt ist, ungemein gross sein. Wie gross sie sein muss, können wir nicht sagen; aber wenn wir wissen, dass ein Milligramm Materie eine Anzahl Atome umfasst, viel grösser als die gesamte Zahl der Buchstaben in allen Büchern der Leidener Universitätsbibliothek, und an den Reichtum an Gedanken denken, der in der Anordnung dieser Buchstaben enthalten ist, dann verstehen wir einigermaßen, dass wirklich die materiellen Veränderungen im Gehirn genügend Variation bieten können, um die Abspiegelung einer hohen und komplizierten Geistestätigkeit zu sein.

Aber ich würde Gefahr laufen, die Grenzen der Physik zu überschreiten, was nicht in meiner Absicht liegt, und nicht von Ihnen gewünscht werden kann. Der Physiker, und das gilt von uns allen, muss sich darauf beschränken, auf seine Weise in dem Buch der Welt zu lesen. Ohne sich durch die Erkenntnis niederdrücken zu lassen, dass der tiefe Sinn ihm verborgen bleibt, fühlt er sich in seinen Bestrebungen gestärkt durch die Überzeugung, dass sich ihm innerhalb der Grenzen des Erreichbaren, in dem Masse, wie er fortschreitet, weite und unerwartete Ausblicke öffnen werden.

THE RADIATION OF LIGHT ¹⁾

Before beginning my lecture I want to say in the first place that I feel it as a great honour to have been invited by this Institution that has been made famous all over the world by the scientific men who worked in it, and in which, above all, there is so much that reminds us of MICHAEL FARADAY, the greatest discoverer in physical science perhaps who ever lived. Allow me in the second place to pay a tribute to the memory of Sir JAMES DEWAR, whose loss all physicists deeply deplore, thinking with great admiration of the talent with which he opened new paths of research. He has worthily continued the history of the Royal Institution, which forms an important chapter in the history of science itself.

One of the lessons which this history of science teaches us is surely this, that we must not too soon be satisfied with what we have achieved. The way of scientific progress is not a straight one which we can steadfastly pursue. We are continually seeking our course, now trying one path and then another, many times groping the dark, and sometimes even retracing our steps. So it may happen that ideas, which we thought could be abandoned once for all, have again to be taken up and come to new life.

These remarks are well illustrated by the way in which at different times physicists have represented to themselves the way in which light is produced and radiated. You all know the two contending views, the emission theory or the corpuscular theory of light, developed by NEWTON, and the undulatory theory, proposed by HUYGENS, perfected afterwards by YOUNG and FRESNEL, and newly shaped as the electromagnetic theory of light by CLERK MAXWELL. I should now like to point out to you how these two theories, however widely different their principles may be, were interwoven in NEWTON'S mind, and how it is well possible that they will be interwoven again in the physics of the future.

¹⁾ Lecture to the Royal Institution of Great Britain; delivered June 1, 1923.
Proc. Royal Institution. **24**, 158, 1925.

When one reads NEWTON's *Optics*, one cannot doubt that, when he speaks of a ray of light, he always thinks of a stream of small corpuscles emitted by a luminous body and moving along in straight lines, so long as they are not acted upon by some deflecting force. The phenomenon of diffraction, as we call it now, that had been discovered by GRIMALDI and which NEWTON carefully examined experimentally, I mean the phenomenon that the shadow of a thin wire, for instance, is wider than it would be in the case of undisturbed rectilinear propagation, was attributed by NEWTON to certain repulsive forces with which the wire acts upon the rays of light when they pass along its surface at a very small distance.

The reflection and the refraction of light were likewise considered as due to forces which act upon the corpuscles of a ray when they come near the surface of separation of two media, like air and glass or water. NEWTON expressly states that the corpuscles must not be conceived to be reflected by the *individual* molecules of the body on which they impinge. If we could see the molecules, we should find the surface to be very rough, and it would be clear that their individual actions can hardly lead to a regular specular reflection. For this reason NEWTON supposes that the corpuscles of light are acted upon, not by the molecules separately, but by parts of the bodies containing a great number of them. This does not prevent us from supposing the actions in question to be appreciable at very small distances only. If they were sensible up to one ten-thousandth of a millimetre, for instance, and if you had a corpuscle situated at half that distance from a polished plate of glass, then, since the structure of the glass is very fine grained with respect to the distance in question, the corpuscle would be acted upon by an immense number of molecules, and the discontinuities would not make themselves felt, so that it would be as if we had a perfectly smooth surface.

The forces of which I am speaking are comparable to those that were introduced much later by LAPLACE in the theory of capillarity. A corpuscle in the interior of a body will experience equal forces in all directions, so that there will be no resulting force and the particle continues its way with a constant velocity. It is only in a very thin layer extending on both sides of the surfaces of separation, that there will be a resulting force, due to the unequal

attractions, or perhaps repulsions, which the two media exert on the corpuscle. For reasons of symmetry the resulting force is perpendicular to the surface of separation, and therefore, whether the corpuscle be reflected into the first medium or allowed to continue its way in the second, the component of the velocity in the direction of the surface will remain unchanged. From this you can easily deduce the law of reflection. As to that of refraction, a simple diagram (Fig. 1) shows that, if the velocity along the surface AB is the same before and after the refraction, the sines of the angles which the ray makes with the normal NN , the angle of incidence i and the angle of refraction r , will be inversely proportional to the velocities, say v_1 and v_2 , with which the corpuscles move on the two sides of the surface; indeed, since the component of the velocity along the surface is $v_1 \sin i$ on one side, and $v_2 \sin r$ on the other, its constancy requires that

$$\sin i : \sin r = v_2 : v_1.$$

We shall therefore have found the well-known law of refraction, viz. the constancy of the ratio between the two sines, if we suppose v_1 and v_2 to have definite values, whatever be the angle of incidence. Now, if the first medium is air, or rather the ether, we shall suppose v_1 to have a definite value, at least for rays of a particular colour, on account of the way in which light is emitted. Once taking for granted this constancy of v_1 , we can assure ourselves of that of v_2 by taking into account that the passage of a corpuscle from the interior of the first medium to the interior of the second will be accompanied by a definite change in the value of the potential energy, this value being in each medium the same for all positions of the corpuscle and whatever be its motion. By the law of conservation of energy the change in the kinetic energy of the corpuscle must be equal and opposite to that of the potential energy; thus, the difference $v_1^2 - v_2^2$ must be the same in all cases, and the constancy of v_2 follows from that of v_1 .

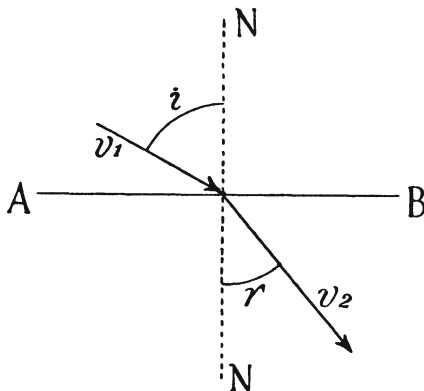


FIG. 1.

I shall dwell no longer upon the further development of the corpuscular theory, but I must now point out to you how NEWTON also had the notion of vibrations, and even of waves, that are propagated in a medium. He was led to this by his experiments on the colours of thin plates, which we now attribute to interference, and which he examined very carefully for the case of the thin layer of air contained between a plane surface of glass and a surface that is slightly convex. Here we have the phenomenon generally known as NEWTON's rings. Suppose the light to be homogeneous and the incidence to be normal. Then, both in the reflected and in the transmitted light, you will see a number of alternating bright and dark rings, the dark rings in the transmitted light having the same diameters as the bright ones in the reflected light. This means of course, what is quite natural, that, at a thickness of the layer for which a great part of the light is reflected, only a small part is transmitted, and conversely.

The experiment shows that, of all the rays that enter at the front surface of the layer, some will be reflected at the back surface and others not, and that this depends on the thickness of the layer, the distance between the two surfaces. Further, that there is a certain periodicity in this. Now, since two rays, one of which is reflected at the back surface and the other not, must obviously be more or less different, NEWTON supposes that, after having passed the first surface, a ray or a corpuscle is in alternating states, *fits*, as he calls them, of *easy reflection and easy transmission*. But I think I had better give you this in his own words:

„What kind of action or disposition this is; whether it consists in a circulating or a vibrating motion of the Ray, or of the Medium or something else, I do not here enquire. Those that are averse from assenting to any new Discoveries, but such as they can explain by a Hypothesis, may for the present suppose, that as Stones by falling upon Water put the Water into an undulating Motion, and all Bodies by percussion excite vibrations in the Air; so the Rays of Light, by impinging on any refracting or reflecting Surface, excite vibrations in the refracting or reflecting Medium or Substance, and by exciting them agitate the solid parts, of the refracting or reflecting Body, and by agitating them cause the Body to grow warm or hot; that the vibrations thus excited are propagated in the refracting or reflecting Medium or Substance,

much after the manner that vibrations are propagated in the Air for causing Sound, and move faster than the Rays so as to overtake them; and that when any Ray is in that part of the vibration which conspires with its Motion, it easily breaks through a refracting Surface, but when it is in the contrary part of the vibration which impedes its Motion, it is easily reflected; and, by consequence, that every Ray is successively disposed to be easily reflected, or easily transmitted, by every vibration which overtakes it. But whether this Hypothesis be true or false I do not here consider. I content my self with the bare Discovery, that the Rays of Light are by some cause or other alternately disposed to be reflected or refracted for many vicissitudes”.

Let me add that, in order to account for the fact that light falling on a surface of glass is partially reflected and partially transmitted, NEWTON assumed that fits of easy transmission and easy reflection exist already in the incident rays before they reach the surface. He supposed *these* fits to have been impressed on the rays already in the act of emission itself; in fact he went so far as to imagine something like vibrations to go on in the source of light. Query VIII near the end of the book begins with the words:

„Do not all fix'd Bodies, when heated beyond a certain degree, emit Light and shine; and is not this Emission perform'd by the vibrating motions of their parts?”

So there was much of vibratory or undulatory theory in NEWTON's ideas, though he seems never to have thought, as HUYGENS did, of the ray itself consisting in a propagation of waves. In Query XVII he again compares the ray of light falling on the surface of some substance to a stone thrown into stagnant water.

As you all know, the conclusion that the sines of the angles of incidence and refraction would be *inversely* proportional to the velocities of propagation became fatal to the corpuscular theory. The undulatory theory required that the two sines be *directly* proportional to the velocities of propagation, and when, about a century ago, the velocity of light in water could be measured, the result was in full agreement with the wave theory. I can briefly state the facts by saying that the index of refraction of water is about $\frac{4}{3}$. The velocity of light in water ought therefore to be $\frac{3}{4}$ of that in air according to the undulatory theory, and so it was found to be, but the corpuscular theory requires that it should

be greater than the velocity in air, viz. $4/3$ times that velocity.

There now came a period during which the wave theory reigned supreme, until in these last ten or twenty years physicists were led to ideas, not exactly the same as NEWTON's, but still more or less similar to the notions of the corpuscular theory.

The beginning of it was that, on the basis of the electromagnetic theory, a beam of light was recognized to possess a certain momentum, comparable to that of a moving ball. For the ball the momentum is given by the product mv of the mass and the velocity, and when we attribute to the beam of light a certain momentum, say an amount Q of it, we simply mean to say that the beam has the same power of setting bodies in motion as a body would have, for which the product mv has just that value Q .

The existence of momentum in a beam of light is shown by the pressure of radiation that was predicted by CLERK MAXWELL, and observed and measured first by LEBEDEW and afterwards by E. F. NICHOLS and HULL. Let us consider this question for the case of a beam of light falling normally on a perfectly reflecting mirror, and let us compare the explanation by the undulatory theory and the explanation that could be given by a follower of NEWTON, if there were one in these times. For the sake of simplicity I shall suppose that we hold the mirror in position by applying to it a certain force. If we can calculate that force we shall also know the pressure on the mirror, to which it is equal.

In the experiments the pressure has been compared to the energy which, in the beam of light, falls on the mirror in unit of time, the two quantities being proportional to each other. Now, according to both theories, the momentum which falls on the mirror has its direction reversed, and the ratio in question will be equal to that of twice the momentum of the light that reaches the surface during a certain time, to the energy of that same light. In the corpuscular theory this would be the ratio of $2mv$ to $\frac{1}{2}mv^2$, or $4/v$; thus, when c is the speed of light, $4/c$. On the undulatory theory the ratio between the momentum and the energy of a beam is that of 1 to c , by which the result becomes $2/c$. You see that, for a beam of a given intensity, the pressure would be different in the two theories, in the undulatory theory half only of what it would be on the other view, so that here again we have a crucial experiment. The measurements have clearly decided in favour of the wave theory.

Our neo-Newtonian would have to own himself defeated by this, if he had been taught classical mechanics only, and had never heard of the changes that have been brought about by the theory of relativity. If he has studied this latter theory there is an escape for him; indeed, he can point out triumphantly that the values which relativity assigns to the momentum and the energy of any moving system are such that our last result $2/c$ holds in all cases. Only, this appeal to relativity would imply that the corpuscles become widely different from what they were originally thought to be. According to relativity dynamics a thing moving with the speed of light and having a finite mass, however small it may be, would have an infinite momentum and an infinite energy. Therefore, since the pressure has a finite magnitude, a corpuscle must be something with no mass m at all, but which, nevertheless, when moving with the velocity c , has a finite energy and momentum. By these assumptions the corpuscles become much like the so-called light quanta of modern theory, about which I should now like to say some words.

The word „quanta” is used by physicists in two different senses. In some cases we mean by it no more than definite amounts of energy of radiation, whose magnitude is proportional to the frequency n , or number of vibrations in unit of time, so that it can be represented by hn , where h is a constant. In this form the idea originated with PLANCK, who used it in the problems of heat radiation, and after whom the constant h is generally called. In BOHR's theory of spectral lines these minute amounts of energy play a fundamental and most important part; one of his assumptions being that light is not emitted in quantities of any magnitude, but in a greater or smaller number of full quanta that are radiated successively, one at a time.

It ought to be remarked that in this form the notion of quanta has nothing that is very startling or mysterious. If a tuning fork is made to vibrate by taps of a definite intensity, the fork being allowed to lose all its energy before it receives a new blow, we shall have emission of „sound quanta”. We can imagine without difficulty that similarly in a source of light the energy is measured out in small but finite portions of a fixed magnitude.

However, this does not always suffice. There are phenomena from which, if we had to judge by them solely, we should certainly

infer that the energy of a quantum not only has a definite amount, *but also remains confined to a very small space*. In this way one has been led to the idea of „concentrated quanta”, which may well be said to be NEWTON’s corpuscles in a modernized form.

The phenomena to which I alluded are those of photo-electricity. When light of a suitable frequency is let fall on a plate of a properly chosen substance, electrons are set free, and it has been found that the energy of each of these electrons is equal to the quantum for the light which we use. This can be easily understood if the quanta are confined to small spaces, so that the electron can catch at once a whole quantum, whereas, when a quantum is spread out over a considerable extent, it is very difficult to see how an electron is to get hold of it. So the phenomena of photo-electricity seem to speak in favour of some corpuscular theory.

Let us, in order to make this clearer, suppose that the sensitive plate is first placed at a small distance from the source of light, and is then removed to a distance a hundred times as great, so that the intensity of the light or the total energy that falls on the plate in a certain time becomes 10000 times less. Observation shows that the number of electrons liberated from the plate also becomes 10000 times less, but that they are ejected with exactly the same velocity as before. This would be very natural if we could adopt some form of corpuscular theory, either the old or the modernized one. Then it would be clear that the number of corpuscles striking the plate has diminished in the ratio I mentioned, but that each individual corpuscle can do just what it did at the smaller distance, for the velocity has not been altered, and the corpuscle or the concentrated quantum has lost none of its properties.

On the contrary, when there are no concentrations, when, in spreading out, the energy becomes more and more dilute, we should expect that, at a certain distance, the light becomes too feeble ever to liberate an electron.

So it would seem that we really want concentrated quanta. But now, having recognized this, we have to face a very serious difficulty, a difficulty that hangs as a heavy cloud over this part of physics. Indeed, the existence of narrowly limited disturbances of equilibrium is absolutely irreconcilable with the principles of the undulatory theory as they are embodied, for instance, in MAX-

WELL's equations of the electromagnetic field. According to these equations a disturbance of the state of the ether can never remain confined within a space of constant magnitude; around each point that is reached by the disturbance there is a propagation in all directions, and so there is always the tendency to a lateral expansion that becomes manifest in the phenomenon of diffraction. It is true that, when our openings are wide in comparison with the wave-length, we may have beams of light that are rather sharply defined over a certain length, but if we go far enough along the beam we shall ultimately notice an unlimited expansion. When, for instance, parallel rays are made to pass through an opening of one centimetre in diameter, we shall observe an illuminated circle of the same magnitude with a rather sharp border on a screen at a distance of some metres, but if the screen is removed to a distance of 100 kilometres, there will be a badly defined patch of light extending over something like half a metre. Or, again, take the case of a disturbance initially confined within a spherical space a centimetre in diameter. At some later instant it will be found in a shell of this thickness, bounded by two concentric spheres which both expand with the speed of light. By properly choosing the distribution of the disturbance in the initial sphere, you have it in your power to produce different distributions in the expanding shell, but you can never prevent the disturbance from ultimately occupying a very considerable part of the spherical wave.

One might object that these are mostly theoretical inferences and that we must never swear by a theory, not even by MAXWELL's. Let me therefore conclude by pointing out that, so far as we can see now, the hypothesis of concentrated quanta is directly in contradiction with observed facts, viz. with what is seen in the phenomena of interference.

You know that bright and dark interference fringes can never be produced by means of two different, mutually independent, sources of light; we explain this by the want of all coherence between the vibrations in one source and those in the other. Now, the elementary acts of emission, in each of which a quantum is radiated, must certainly be incoherent; they may take place in different atoms, and there is not the least reason why there should be any connection between what goes on in one atom and in another. Hence, when we observe an interference phenomenon, *one*

quantum taken by itself must be able to produce it, and this will enable us to draw some conclusions concerning the extension of a quantum in different directions.

In certain experiments made with highly homogeneous light, interference fringes have been observed, produced by rays whose paths differed by more than a million of wave-lengths. This means that there was a regular succession of more than a million of waves, and, since all these waves must be contained in one quantum, the length of a quantum in the direction of propagation must

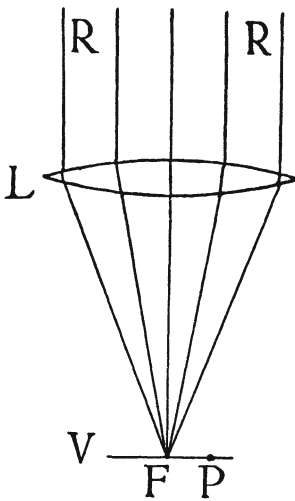


FIG. 2.

have been more than, say, 50 cm. That the lateral dimensions must be no less considerable is shown by the influence which the aperture of an optical instrument has on the quality of the images, and consequently on the resolving power. Let L (Fig. 2) be the objective glass of a telescope, a „perfect” lens from the point of view of geometrical optics, so that, if there were no diffraction, the rays R coming from a distant star would converge exactly towards the focus F . In reality this can never be; on the plane V there will be an illuminated spot of a certain extent, and if we want to have this spot small, so that there is a sharply defined image

of the star, we must use a large lens. As a matter of fact this is one of the advantages of the great modern telescopes.

Let us conceive the opening of the telescope to be divided into two parts, say of equal areas, a central circle L_1 and a ring L_2 around it. If, by means of a screen with a circular opening, we reduce the aperture to the part L_1 , the image of the star becomes less sharp; a point P at a small distance from F , which remains dark when the full aperture is used, may now be illuminated, the light disappearing again when the screen before the lens is removed. The explanation is, of course, that the vibrations which P receives from L_1 are counteracted by opposite ones coming from the part L_2 . So, the fact that a large opening actually has the effect on the quality of the image which we expected from it,

shows that there is interference between vibrations reaching the lens at different points of its surface. According to what we saw these vibrations must belong to one and the same quantum, and we may therefore conclude that the lateral extension of a quantum is comparable to the size of the objective.

The remarkable experiments by which Prof. MICHELSON has been able to measure the diameter of some stars allow us to push the argument still farther. In his apparatus a beam carrying four mirrors, 1, 2, 3, 4, was placed in front of the opening of the telescope, the mirrors 2 and 3 occupying places within the opening, whereas 1 and 4 were outside the opening, on opposite sides of it. The mirrors were adjusted in such a way that two beams of rays coming from the star entered the instrument, the one being reflected by the mirrors 1 and 2, the other by 4 and 3. The fact that under these circumstances interference fringes appear in the field of view proves that a quantum must reach from one of the outer mirrors to the other. The distance between these mirrors was no less than 6 metres.

The discrepancy between these estimates of the size of a quantum, according to which it would be too big to enter our eye, and, on the other hand, the notion that it is small enough to be captured by a single electron, is certainly very wide. Yet the laws of the two classes of phenomena about which we have reasoned, the phenomena of interference and those of photo-electricity, are so well established that there can be no real contradiction between what we deduce from one class and from the other; it must after all be possible to reconcile the different ideas. Here is an important problem for the physics of the next future. We cannot help thinking that the solution will be found in some happy combination of extended waves and concentrated quanta, the waves being made responsible for interference and the quanta for photo-electricity.

HOW CAN ATOMS RADIATE? ¹⁾

When, some months ago, the secretary had the kindness to ask me to deliver this lecture, I was glad, for various reasons, to accept the invitation. In the first place, and this would have been sufficient, because the great name of BENJAMIN FRANKLIN, for whom I have always felt a deep veneration, is connected with this place. Secondly, because your Institute once did me the honour to award me the FRANKLIN medal, which, to every man of science, is a very great distinction. I was not, at the time, able to come to Philadelphia to receive the medal but it would have been very unkind on my part, if I had not availed myself of this opportunity for expressing my thankfulness and appreciation.

Now, I suppose that you desire me to lay before you some questions taken from the newer development of physics and with which I am more or less familiar. So I chose as my subject the way in which the atoms of luminous bodies emit their radiations. Of course, this problem is intimately interwoven with the question: What is the nature of these radiations themselves? So long as, following NEWTON, physicists supposed light to consist of small particles or corpuscles moving along at high speed, it was natural and necessary to consider the atoms as something like small guns emitting these corpuscles. On the other hand the undulatory theory of light developed by HUYGENS, YOUNG and FRESNEL makes us think of vibrating particles more or less comparable with the vibrating bodies which produce sound.

You know that by a most remarkable change of views modern physics has been led to what one may call a revived corpuscular theory. Numerous phenomena, in the first place those of photoelectricity, can hardly be understood if the energy of light waves is supposed to spread out indefinitely over greater and greater

¹⁾ Presented at the meeting of the Franklin Institute held March 31, 1927. Journal of the Franklin Institute. **205**, 449, 1928.

spaces. It seems beyond doubt, that by such a diffusion the energy would soon become too dilute to eject an electron from an atom, for which a definite amount of energy is required. So, one naturally came to the hypothesis of „light quanta”, portions of energy concentrated in extremely small spaces and moving onward with the velocity of light.

There can be no doubt as to the amount of energy which must be associated with such a quantum. Phenomena and considerations into which I cannot now enter have shown that this amount must be proportional to the frequency, i.e. to the number of vibrations per second, of the light considered. It can therefore be represented by the product of the frequency n and a certain constant coefficient which we shall denote, as is always done, by h . This is PLANCK's famous coefficient, which was introduced into science somewhat more than 25 years ago and which has come to play a most important part in many chapters of physics. PLANCK, indeed, was the first to realize that the continuity which observation first reveals to us in physical phenomena, may be found to be apparent only when we penetrate farther and farther into minute details. In order to explain the way in which the radiation of heat of different wavelengths depends on temperature he supposed that in hot bodies there are small vibrating particles endowed with the curious property that they cannot take and lose energy in any arbitrarily small amount, but only in finite portions of definite magnitude, these portions, or elements of energy, as PLANCK originally called them, being proportional to the frequency. He therefore denoted their magnitude by hn .

The quantum theory, started in this way, rapidly developed. It may be said to have revolutionized physics; the idea of a definite frequency and a definite amount of energy belonging together in the way assumed by PLANCK has proved most fruitful. It has been applied to a wide range of phenomena and the value of PLANCK's constant has been deduced from many of them. To give you at least some idea of this magnitude, I may say that, if the frequency were a billion per second, the quantum would be equal to the work required to raise a weight of 0,0067 milligram to a height of a billionth of a centimetre.

That, notwithstanding the mystery that still hangs over its fundamental assumptions, the quantum theory contains some-

thing closely approaching reality, is shown by the striking agreement between the values found for the constant h in different ways. Altogether the theory has been so successful that nowadays we cannot think of a picture of the physical world in which the constant h would not appear, any more easily than we can imagine one in which there would be no question of the elementary electric charge, of AVOGADRO'S constant or of the constant of gravitation.

To return to the light quanta, their energy hn is so small that the number of quanta which our eye receives during a second, for instance, even when feeble light enters it, must be extremely great; they are to be counted by millions. All these quanta have to be emitted by the radiating atoms, and here we may remark

A ———— *O* ————

B ———— *P* ————

C ————

FIG. 1.

that we can more easily conceive a continuous emission of them than one of corpuscles. These latter have always been regarded as substantial, whereas the light quanta are not material at all, being merely small amounts of energy; they may disappear by the transformation of this energy into some other form, into heat for instance, and similarly they may start into existence provided only that the ejecting atom has a sufficient amount of energy at its disposal. According to an extreme form of the quantum theory

not only would there be light quanta but they would be the only constituents of a beam of light, there being nothing like waves or vibrations outside them. If this were so, we should have to seek a new interpretation of the phenomena of interference and diffraction that were so beautifully explained by the old theory of optics. One has indeed tried to do so and with some success. Yet, to my mind, the difficulties which one encounters are so serious that no choice is left us and that *this extreme form* of the theory must be discarded.

A single example will, I think, suffice to justify this conclusion.

Let us observe a diffraction phenomenon produced by means of *very feeble* light. A small opening *O* (fig. 1) in an opaque screen *A* may serve as source of light and a second hole *P* in a screen *B* as

the diffracting opening. We observe the diffraction image or pattern on a third screen *C* at some distance behind *B*.

The image shows a distribution of light and darkness which depends on the shape of the opening in *B* and which can be perfectly calculated by means of the formulae given by FRESNEL. These enable us exactly to determine in all its details the delicate structure of the beam of light behind screen *B*, of which we see different sections when we displace screen *C* parallel to itself.

Now, suppose that the effect, the light which we see, is due to quanta. Then, either they must move in such a way that they can reach only the bright places on screen *C* or, if they can come to all points, it must be only at the bright places that they are able to illuminate the screen. The first alternative would require that the quanta be properly guided in their course, and if there were nothing else, this ought to be done by some mutual action. The possibility of this, however, must be excluded because one can easily realize circumstances under which the number of quanta to be found at any instant between the planes *B* and *C* is very small so that they are too far apart to act upon each other as would be required.

I had a case, for instance, in which from the intensity of the light and the known magnitude of the quanta I deduced that, per second, about seventy millions of them passed through the opening in the screen *B*. If we take into account that they move with the speed of light and that therefore those that pass in a second are distributed over a length of three hundred millions of metres, one sees that in the case considered the mean distance of successive quanta along the beam was about 400 cm. As the distance from *B* to *C* in the experiment which I have in view was no more than 16 cm, the number of quanta present in the beam between *B* and *C* was on an average 0,04. This means that most times there was in this space no quantum at all; at some instants there will have been one quantum between the two planes and sometimes there may have been two or more of them, but this must have been a very rare occurrence.

We may conclude from this that there can be no question of the motion of the quanta being controlled by some mutual action. There must be something of another kind which determines their course. Similarly, if we choose the other alternative just mentioned,

there must be something else besides the quanta, on which it depends whether or not they shall be able to illuminate the screen.

Now this „something” must account for all the details of the diffraction phenomena which we can calculate with our old wave-theory and so it seems to me very natural to assume that, if there are quanta, which I shall not deny, there must be besides them something like the ordinary radiation field with which we have long been familiar. For this reason and for the sake of briefness, I shall now dismiss the light quanta altogether and shall simply speak in what follows of the emission of vibrations.

I shall put before you four different theories of this emission, the one that was universally accepted until thirteen years ago, the most remarkable theory developed by BOHR in 1913, the „dynamics of matrices”, as it is called, which we owe to HEISENBERG, BORN, JORDAN and DIRAC, and, finally, a theory that was put forward by LOUIS DE BROGLIE and in the evolution of which SCHRÖDINGER had a great part.

In the oldest of these theories, the „classical” one as it is often named now, the atoms were supposed to contain small particles which have definite positions of equilibrium and can vibrate about them. Suitable assumptions were made concerning their masses and the forces acting on them, but as to their nature little progress was made, until one came to realize, and this was an important step, that they must be electrically charged. I may, perhaps, briefly review the grounds on which this latter assumption is based.

In the first place one learned to know by MAXWELL’S theory, that the waves of light are of the same nature as the waves observed by HERTZ or as those that are used in wireless telegraphy. The wavelength of light is much smaller, but the general laws for its propagation are identical with those of the electromagnetic waves. One might suppose therefore that the light waves have their origin in something comparable with the alternating electric currents in a HERTZ vibrator, or in the aerial of a wireless installation.

In the second place, a celebrated experiment made by ROWLAND has shown that the same effects that are produced by conduction currents in a metal can be brought about by what is called a convection current, namely by the motion of a charged body. A

charged hard rubber disc, rapidly rotating in its plane, deflected a magnetic needle suspended at some distance in exactly the same way as could be done by a current flowing in a circular coil. The experiment has been repeated in many different forms and there can be no doubt that, when a charged sphere, for instance, is moved to and fro along a straight line it will produce waves of the same kind as can be obtained by an alternating current along that line. Something like this sphere, on a much smaller scale, a minute particle carrying an electric charge and vibrating in the interior of an atom, might well be the origin of the light which the atom radiates.

There are many other grounds for the assumption of small charged particles, ions or electrons as they have been called. The hypothesis makes it possible also to understand the phenomenon of the absorption of light, which is the inverse of the radiation and which we shall also have to consider. It is immediately clear that now part of the motion existing in the incident waves is communicated to the body. Thus, in this case, particles must be set vibrating *by the light* and this is what can be expected when they carry electric charges. According to MAXWELL's theory the beam of light is the seat of rapidly alternating electric forces and by definition such a force is one by which a charged body can be set into motion.

I think you now see the main features of the picture which the old theory gave us of optical phenomena. The charged particles in a luminous body are drawn towards their positions of equilibrium by forces, proportional to the distances over which they have been displaced from these positions. So each of them can vibrate with a definite frequency, just as an ordinary pendulum or a tuning fork, and by this the frequency of the emitted radiation is likewise determined. If now this radiation falls on the matter of a ponderable body, different things may happen, but at all events the beginning will be that the electrons or ions in the body are set vibrating. If the body is found to be not wholly transparent, we may conclude that there is some kind of resistance opposing the regular motion and converting it more or less into the irregular agitation which manifests itself as heat. In a transparent body like air or glass there is no such resistance and then it is found theoretically that the optical properties, namely the velocity of

propagation *in* the body and the index of refraction are determined by the amount to which the electricity in the body is displaced by the periodically changing electric force in the beam to which it is exposed. If, under the action of a given alternating electric force, there is a considerable displacement of electricity in the direction corresponding to that of the force, we shall have a small velocity of propagation, showing itself in a high index of refraction.

This old theory certainly had a great beauty though it must be owned that its success was largely due to the fact that, not knowing very much about the structure of atoms, physicists felt free to make, concerning the particles and the forces that act upon them, just the hypotheses that best suited their purpose. Let me give you one or two examples of what could be done with the theory and then point out to you its great failures.

I may mention as a success the explanation of different phenomena by means of the principle of resonance. What I want to say is best illustrated by a simple experiment. Let ns (fig. 2)

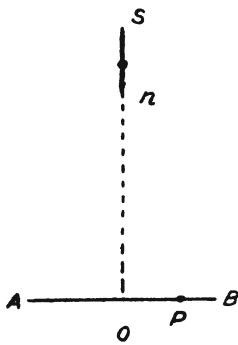


FIG. 2.

be a small compass needle and let the south pole of a bar magnet be moved to and fro along the line AB situated in the horizontal plane in which the needle can move and at right angles to its direction of equilibrium ns . The motion imparted to the needle will then depend on the relation between the frequency of its free or natural vibrations, i.e. those which it can perform under the sole action of terrestrial magnetism, and that of the oscillations of the pole P . If, first, P is kept fixed in any position on AB , the needle will take a new position of equilibrium, the end n being deflected towards the right when P is on the side B , and towards the left when P is on the side A of the middle point O . When, next, the pole P is slowly moved to and fro, the needle obediently follows it, being at any moment nearly in the position of equilibrium corresponding to the place of P at that moment. The amplitude of these „forced” vibrations is found to increase, when, by raising the frequency of P , we make it approach that of the free vibrations of the needle. This goes so far that, when the two

frequencies have become equal, the amplitude would become infinitely great in the ideal case of no resistance. But most curious and at first sight somewhat strange is what happens when we make the pole P oscillate more rapidly than corresponds to the natural frequency of ns . The forced vibrations then take a phase opposite to what we had first, so that at a definite moment the needle is deflected in a direction opposite to that in which it is drawn by the pole P . The end n will be on the right-hand side when P is near A , and on the left-hand side when P is near B . Again the amplitude of the forced vibrations will be greatest when the difference between the two frequencies is small. Let us now apply this to the propagation of light in a body, replacing the force due to the magnetic pole P by the alternating electric force existing in a beam of light and the magnetic needle by the movable particles in the body. We shall suppose that there are various kinds of such particles, with different natural frequencies, and that the displacement of electricity by the motion of all these kinds together is in the direction corresponding to that of the electric force. Let us now, however, see what contribution to this general displacement is due to the particles of one particular kind. These will have, just like our magnetic needle, a definite frequency of their own, say n_0 , and if the frequency of the incident light had exactly this value, we should have the maximum of resonance. The resistance to the vibrations, some kind of which we can imagine always to exist, will give rise to an absorption which now will be greater than for any other frequency of the incident light. Thus, if light falls on the substance, we shall have in the spectrum of the transmitted rays an absorption band, the middle of which has a position corresponding to the natural frequency of the group of particles considered.

Suppose, now, that the frequency of the incident light is somewhat smaller than n_0 . Remembering what we saw in the case of the magnetic needle we can easily foresee that the particles in question will be displaced in the direction in which they are driven by the electric force. Hence, owing to this group of particles, the displacement of electricity in the direction of the electric force will be greater than it would be without them. The reverse will occur when the frequency of the incident light is greater than n_0 . Then, at any moment, the particles now

considered will be displaced in a direction opposite to that in which they are driven by the electric force and this will tend to diminish the total displacement which we have supposed to be in the direction corresponding to the electric force. Finally, if we take into account the relation between the displacement of electricity and the index of refraction, we see that the presence of particles with the natural frequency n_0 will increase the index of refraction for light whose frequency is below n_0 and diminish it for rays whose frequency is above that value, both effects diminishing when n recedes from n_0 because by this the amplitude of the vibrations set up by the electric force becomes smaller.

These conclusions have been amply confirmed by experiment and all the phenomena of dispersion, i.e. those in which we are concerned with the way in which the velocity of propagation depends on the frequency, can be very satisfactorily explained on this basis.

The second problem in which the old theory has had, one may say, a brilliant success, is that of the scattering of light by the molecules of a body, if they are irregularly distributed over space, as is the case in liquids and gases. The movable charged particles contained in the molecules are set in motion by the incident light and thereby become themselves centres of emission. Consequently, the light does not remain confined to the direction of the incident beam; part of it is thrown sideways in different directions, and this of course implies a diminution of the intensity of the light that continues its course in the original path. The two phenomena, the „extinction”, as the beam proceeds, and the scattering, are so closely connected that the degree to which one of them takes place follows directly from the numerical value that measures the other. Both are determined by what is known as the „extinction coefficient”, the definition of which is as follows.

Let the intensity of a beam be measured by the amount of energy that is carried across a section per unit of time, and consider its diminution when the beam goes forward over a small distance l . Dividing this diminution by the length of l one finds the extinction per unit of length, and division of this by the intensity such as it is at the beginning of the distance l will give one the extinction coefficient k . If, for instance, $k = 0,001$ the intensity will decrease by one-thousandth part of its amount, when the rays go forward over a distance of a centimeter.

The coefficient of extinction is given by a celebrated theoretical formula which we owe to the late Lord RAYLEIGH, namely

$$k = \frac{32\pi^3 (\mu - 1)^2}{3N\lambda^4},$$

where $\pi = 3,1416$; N is the number of molecules per unit of volume, λ the wavelength of the light and μ the index of refraction.

The equation has been verified by accurate measurement of the extinction in gaseous media, and the values of N to which it leads are in good agreement with the results obtained in other ways. But I most now call your attention to the deficiencies of the old theory. One of its worst failures was that it could not account for the structure of spectra, I mean to say, for the regularity in the spectra which shows itself in the numerical relations between the frequencies of the lines. The analogy with the phenomena of sound, on which much stress was laid in the old theory, was rather misleading than helpful when one tried to understand these relations.

Every one knows that a stretched string can give a series of tones, the fundamental tone and the upper harmonics, each of which is produced by a particular mode of vibration. The frequencies of these tones are proportional to the natural numbers 1, 2, 3, . . . , a law which was deduced long ago from a mathematical theory which also made it possible to calculate the pitch of each tone, when one knew the tension of the string and its mass per unit of length. By means of a similar theory, only of somewhat greater mathematical complexity, we can determine the modes of vibrations of other systems, of stretched membranes, for instance, and of rods or spheres of elastic substances; in these cases also the ratios between the frequencies of the different tones, though in general less simple than in the case of the string, can be completely accounted for. Now, the existence, in the spectrum of a gaseous body which is a chemical element, of a certain number of lines, clearly shows that, just as vibrating bodies of the kind I have mentioned, atoms of a definite constitution can send forth waves of different frequencies. It was natural to expect, here also, some numerical relation between the frequencies, and such a relation has really been brought to light; its form, however, is such that it has baffled all attempts to deduce it by considerations like those used in the theory of elasticity.

It will suffice for our purpose to discuss the simplest case, the ordinary spectrum of hydrogen glowing in a GEISSLER tube. It consists of a series of lines, which are ordinarily distinguished by the letters α , β , γ , The line α is seen in the red; β and γ are likewise in the visible spectrum and the remaining ones have their places in the ultraviolet. The law which governs their positions, was discovered, half a century ago, by the Swiss physicist BALMER. It has been found to be in perfect agreement with the observations; in fact, it is equalled in this respect by few other physical laws.

We can express BALMER's law by saying that the frequencies of the lines α , β , γ , . . . are proportional to the quantities

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{16}, \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{25}, \quad \dots\dots$$

the series of which you can easily continue, the formation of the successive terms being at once apparent.

It is seen immediately that, as we proceed in the series, the terms, though continually increasing, can never go beyond the value $\frac{1}{4}$, which, of course, implies that the differences between successive frequencies become continually smaller and tend towards zero. These differences are proportional to the quantities

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{16}, \quad \frac{1}{16} - \frac{1}{25}, \quad \frac{1}{25} - \frac{1}{36}, \quad \dots\dots$$

This means that as we pass through the spectrum from the side of the red to that of the violet the lines are more and more crowded together (fig.3) and that there is a limiting position ρ to which they come very closely but which they cannot wholly reach. Series of lines presenting these same features are found in the spectra of other elements and we are undoubtedly concerned here with something quite essential and fundamental. Now, this remarkable structure is wholly beyond the powers of the classical theory; it is impossible to explain it by any assumption about particles vibrating about positions of equilibrium.

I should now like to say some words of the wonderful theory by which BOHR has explained the hydrogen spectrum. He did so without having to imagine a structure of the atom specially invented for the purpose. The starting point was the idea, already

put forward by RUTHERFORD, that the hydrogen atom consists of a positively charged nucleus and a negatively charged electron circulating around it. The mass of the nucleus is about 1850 times that of the electron and therefore, in a first approximation, the nucleus may be supposed to remain at rest. The electron is attracted by it with the ordinary electrostatic force, the law of which is the same in form as that of gravitation, the intensity of the force being inversely proportional to the square of the distance. Thus, the case is much like that of a planet moving around the sun; the electron will in general move in an elliptical orbit. Eventually the orbit may be a circle, and, again for the sake of brevity, we shall confine ourselves to orbits of this kind. The consideration of elliptical orbits would give us the same result.

Now, how can we, with this simple model of the atom, explain a law so complicated as BALMER'S? BOHR has performed this by making two bold assumptions, the one referring to the state of motion of the electron and the other to the emission of radiation.

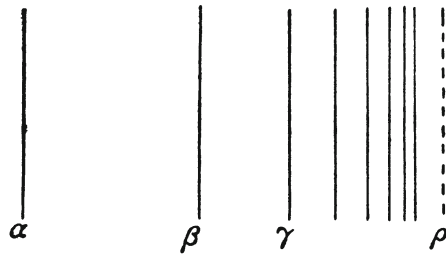


FIG. 3.

In PLANCK'S theory of the radiation of heat it had been assumed that each of the vibrators which give rise to this phenomenon can only have one of certain definite amounts of energy, namely, one of the amounts hn , $2hn$, $3hn$, etc., where h is the constant which we know already and n the frequency of the vibrator. Similarly, among all the circular motions of his electron of which one can think, BOHR singles out certain specified ones, assuming that these are the only ones that really occur; he calls them the „stationary motions“. The selection is made by the introduction of a condition very similar to the one to which we just now subjected the motion of the vibrator; in a sense, it is the same condition adapted to the circumstances of the new case.

Both the vibrator and the atom of hydrogen have, in each of their states of motion, a definite amount of energy and for both we can distinguish between the kinetic energy and the potential energy. Let us compare these parts of the energy in the two cases,

not forgetting that in the expression for the potential energy there is always an arbitrary constant; this is unavoidable because we are free to choose the position in which the potential energy is said to be zero and with which all other positions are compared. The indefiniteness will not affect our results, because these will depend on the differences only between the values of the energy in different states.

The kinetic energy of a moving mass is always given by the product of its magnitude and half the square of the velocity. It is constant for the electron moving in the circle, whereas for the vibrator it oscillates between zero and a certain maximum value; we may in this case speak of its mean value during a full period.

The potential energy of the vibrator — we may think here of an ordinary pendulum because the same is true for all kinds of vibrators — has its smallest value in the position of equilibrium. If this value is taken to be zero, the potential energy will be positive in all other positions and it may be shown that its mean value will be equal to that of the kinetic energy. Hence, if we take half the total energy we shall have the mean value of each of the two parts.

In the hydrogen atom the potential energy increases when the electron gets farther away from the nucleus. It has its greatest value at infinite distance and if we denote this by C we have, for any finite distance, to diminish C by a certain amount, which we may call the wanting potential energy and which turns out to be inversely proportional to the distance. According to a theorem well known in dynamics the kinetic energy is now equal to half this wanting potential energy, so that the total energy is obtained when we diminish C by half the wanting potential energy. Thus, the total energy increases with the radius of the orbit. If the atom is given in one of its modes of motion, it will require some work to remove the electron to a great distance, even if we are satisfied with having it there without any kinetic energy.

Now, BOHR's assumption may be expressed in the same form as PLANCK's if we fix our attention upon the kinetic energy. Instead of saying that the total energy of the vibrator must be a multiple of hn , we may just as well require that the mean kinetic energy be a multiple of $\frac{1}{2}hn$. In the case of the hydrogen atom, we can understand by frequency the number of revolutions per unit of

time and now, if n is given this meaning, BOHR's hypothesis amounts to this, that the circular motion must be such that the kinetic energy is just a multiple of $\frac{1}{2}hn$. We shall write for it $k \cdot \frac{1}{2}hn$, k being an integral number.

By this, the stationary states are completely defined, and the total energy will be known for each of them because the kinetic energy has been determined. If, after all, the formulae become somewhat less simple than they are for the vibrator, it is only because now the frequency, n , is not a constant, but depends, according to KEPLER's third law, on the radius of the orbit.

Working out the necessary calculations one finds for the energy of a stationary state

$$C = \frac{A}{k^2},$$

where the constant A has the value

$$A = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}.$$

In this equation m is the mass of the electron and e its charge, whose magnitude is equal to that of the charge of the nucleus ¹⁾. The different stationary modes of motion are characterized by the values 1, 2, 3, ... of the quantum number „ k ”. I may add that the radii of the orbits are in the ratios of 1, 4, 9, ...

¹⁾ Let r be the radius of the orbit and v the velocity of the electron. The force with which the electron is attracted by the nucleus is

$$\frac{e^2}{r^2},$$

so that by the law of circular motion, one has

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}.$$

The frequency is

$$n = \frac{v}{2\pi r}$$

and the quantum condition requires that

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}khn.$$

From these equations one finds

$$r = \frac{k^2 h^2}{4\pi^2 m e^2}$$

and

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{2\pi^2 m e^4}{k^2 h^2}.$$

This is also the value of A/k^2 .

I now come to BOHR's second assumption. The atom is supposed not to radiate so long as it is in one of its stationary states. An emission of light takes place only when there is a transition from one of these states to another in which the energy has a smaller value. In such a transition or jump the atom loses a certain amount of energy and *this* energy is radiated. As to the frequency of the radiation, it is supposed to be the one that is associated with the amount of energy just mentioned. Thus, if E is the energy of the atom before the transition, in the first stationary state, and E' the energy after the transition, in the final state, so that $E - E'$ is the radiated energy, the frequency is

$$\frac{E - E'}{h}.$$

Following this assumption, we obtain the lines α , β , γ , ... of the Balmer series, when we consider a transition from the third, or the fourth, or the fifth stationary state, and so on, always to the second state. Indeed, the energy in the third state is $C - A/9$ and that in the second $C - A/4$, by which the frequency in the case of the first jump becomes

$$\frac{A}{h} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right).$$

Similarly, we find for the transition from the fourth state to the second

$$\frac{A}{h} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right),$$

etc. So we really find the ratios between the frequencies of the lines, exactly as they are according to BALMER's law.

But, in addition to this, the absolute values of the frequencies, and not only their ratios, can be calculated. If, as is usually done in spectroscopy, we use, instead of the frequency n , the number of wavelengths in a centimeter, which is n/c , when c is the velocity of light, we must replace in our formulae A/h by

$$\frac{A'}{h} = \frac{2\pi^2 m e^4}{c h^3}.$$

When, in this expression, we substitute for c , m , e and h their

numerical ¹⁾ values, we find 190 000 whereas the value deduced from the measured wavelengths of the lines is 109 700.

Thus, BOHR has really calculated from known quantities the frequencies of the light emitted by a hydrogen atom, just as we deduce the frequency of a string from its tension and its mass per unit of length. The agreement is so close that we can scarcely doubt that his formula is the right one.

This theory of the hydrogen spectrum is certainly one of the greatest achievements in modern physics. It is also one of the most fruitful for it has enabled BOHR and those who worked along the same lines to give us an insight into the nature of spectra much more intricate than that of hydrogen. All over the world, spectroscopists are now using BOHR's ideas for disentangling the multiplicity of spectral lines which otherwise would be most bewildering.

Yet, there are many points which we do not understand so well as we might wish. According to the old theory the electron ought already to radiate while it performs its stationary motion in a circle or an ellipse; in BOHR's theory, however, it is not allowed to do so, just because one wants the motion to be stationary. Then we should like to see how it is that only the selected stationary states, and no others, can exist in reality. And, finally, the frequency is simply deduced from the amount of energy that is available for radiation. We should certainly be more satisfied if in the picture there were something like a vibrator, as we formerly imagined it. In connection with this I must remark that the orbital motions themselves are periodic but their frequencies are wholly different from those of the emitted radiations. The red hydrogen line, for instance, is due to a jump from the third stationary state to the second. In these two states the frequency is $2/27$ of A/h and $2/8$ of A/h respectively, whereas the frequency of the emitted light is

$$\frac{5}{36} \frac{A}{h}.$$

The three numbers are proportional to 8, 27 and 15.

The difficulties which I pointed out to you now are so serious

¹⁾ $c = 3.10^{10}$; $m = 8,98 \cdot 10^{-28}$; $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$; $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$, all in C.G.S. units.

that many physicists have been led to the idea that some radical change in our fundamental dynamical conceptions will have to be made. I shall conclude with some remarks about two new and remarkable theories which have this tendency.

The first of these theories has been developed by HEISENBERG, BORN, JORDAN and DIRAC; it is usually called the dynamics of matrices. To my regret I can scarcely give you an adequate outline of it; I cannot even explain to you in a short time what mathematicians understand by a „matrix”. I must confine myself to the general idea underlying the theory.

When, following BOHR, we want to calculate the frequency of the radiation emitted by hydrogen, we proceed in three steps. First, we determine the motions, in elliptical or circular orbits, that are possible according to ordinary mechanics. Then, we select among all these motions those which satisfy certain quantum conditions; these are the stationary states. Finally, we fix our attention on one of the transitions of which I have spoken. The difference between the values of the energy, before and after the transition, gives us the frequency of one of the spectral lines. The formula, which we find for it, contains the charge e of the electron, its mass m and PLANCK's constant h .

Now, the fundamental idea of the physicists just mentioned is this. We are not primarily concerned with the motion of the electron in the atom; what we want to account for, first of all, is the radiation that goes out from it. Therefore, now that we encounter so many difficulties, had we not better refrain entirely from examining the motion of the electron; could we not try, by some direct method of calculation, to deduce the emitted frequencies from e , m and h ? This is what HEISENBERG, BORN, JORDAN, DIRAC and others attempt to do and in which they have established rules of calculation which really lead to the Balmer lines and which can be usefully applied to many other problems. Moreover, these rules teach us something about the relative intensities of the lines, a point about which it would be very difficult to draw some information from, for instance, the old theory of vibrating particles.

So this matrix dynamics well deserves the attention that is now given it on many sides, the more so because in some cases, in which it does not lead to the same consequences as BOHR's theory,

observation appears to be in favour of it. It can, however, not be denied that, with regard to the question *how* atoms radiate, we are almost farther from a solution than we were with BOHR's theory; from the outset the question is purposely avoided, because it is considered as lying beyond what we can know, or want to know.

On the other hand, the last of the theories on my list, tries again to give us a picture of the mechanism of radiation. It was originated by LOUIS DE BROGLIE, who, some years ago, made an ingenious attempt somewhat better to understand BOHR's quantum condition. According to his views the motion of the electron in a circle is accompanied by a progression of some kind of waves along that line. The frequency of these waves is the one that corresponds to the energy which we attribute to the electron, and the waves are supposed to have a certain velocity, not equal to that of the electron, but closely connected with it, the relation between the two velocities being as could be reasonably expected. Dividing the velocity of the waves by their frequency one finds the wavelength, i.e. the distance over which one must go forward in the direction of propagation to come back to the same phase of vibration. Now, it is clear that, when the waves are propagated along a circle, it is necessary that, at a chosen point of that line, one should find but one phase and not two different ones. This gives us the condition that the circumference of the circle must be just a wavelength or a certain number of full wavelengths. When this is worked out one finds exactly the quantum condition of BOHR's theory.

Stimulated by DE BROGLIE's ideas, SCHRÖDINGER has further developed this „wave mechanics". The electron in the hydrogen atom now disappears from the stage; it is replaced by something that is distributed all over the space surrounding the nucleus, though its density, if I may so call it, rapidly diminishes as the distance from the nucleus increases. This „atmosphere" can be the seat of certain changes comparable with wave motions which SCHRÖDINGER determines by means of a properly chosen equation; he calls this the wave equation. From it he deduces numbers equal to the values of the energy in BOHR's stationary states. Furthermore he has been able to assign to any point of the atmosphere a certain quantity which may be considered as the

density of an electric charge. Its values are such that the total charge is equal to that which formerly was attributed to the electron, so that now, at distant points, the action of the nucleus is neutralized by that of the atmosphere. Finally, the wave equation shows that there can be cases in which the distribution of electric charge is not invariable but fluctuates periodically with a frequency just equal to that of the radiations emitted by the atom. These fluctuations can give rise to electromagnetic waves much like those which we produced by the motion of charged bodies. If all this is true we really have here, in a formerly unexpected form, what we wanted to attain in the classical theory, a radiation that is the direct consequence of real periodic changes in the atom.

SCHRÖDINGER's theory has a great beauty and I fear I did but poor justice to it in my attempt to present part of it in plain words. By a curious coincidence it is in many respects mathematically equivalent to the dynamics of matrices so that in their further development the two theories have many times gone side by side. SCHRÖDINGER has developed his ideas to a considerable extent and has applied them to many interesting questions. Yet, with all due appreciation, I must lay stress upon some outstanding difficulties, which, I must not forget to add this, SCHRÖDINGER himself perfectly realizes. The first is this. The wave equation expresses the influence which, in virtue of its electric charge, the nucleus has on the changes going on in the atmosphere. Now, since the charge distributed over the atmosphere is of the same nature as that of the nucleus, only with the opposite sign, and as similar actions go out from it, because, at a distant point, it counterbalances the force exerted by the nucleus, we should expect some mutual action between the different parts of the atmosphere, one part having, by its charge, an influence on what takes place in the other part. These mutual actions, however, have been formally excluded. If we took them into account, we should no longer find BALMER's series.

Doubts may also be raised as to the spreading out of the charge of the electron over a space of the dimensions of the atom. A distribution of this kind could, if it existed, be hardly limited to the hydrogen atom. Now, there are many cases in which a charge can be removed from an atom and in which after its ex-

pulsion it behaves as the ordinary free electrons. It would therefore become necessary to assume that, according to circumstances, the charge may be either concentrated in the shape of an electron, or much more widely diffused.

I need scarcely add that in making these remarks I do not in the least mean to disparage the value of the new theories from whose further development certainly much may be hoped.

POSITIVE AND NEGATIVE ELECTRICITY ¹⁾

When once the two kinds of electricity and their respective actions were known, it was only natural to apply to them the terms positive and negative. By attaching algebraic signs to the charges e and e' of two bodies one could sum up the rules for their mutual action in a simple formula; the force at a distance r can be represented by ee'/r^2 , where one can tell from the sign of the product ee' whether one has to deal with a repulsion or with an attraction. The words positive and negative were also in accordance with the empirical fact that out of a neutral state two equal and opposite electric charges can arise and that vice-versa two such charges can, on combining, disappear altogether. And yet many phenomena occur showing differences which are not adequately rendered by opposite algebraic signs only. The well-known figures of LICHTENBERG, for example, show that the two electricities do not spread in the same way over the surface of a plate of resin. Everyone knows the different luminous phenomena visible at the two sets of sharp points of a Holtz machine, long pencils at the one side, at the other small spots of light, and in the same way the difference between the positive and the negative light in a discharge-tube is apparent at once. Moreover, the phenomena of electrolysis show that the two electricities are attached to certain substances — the positive one to the metallic atoms, the negative one to the other part of the electrolyte.

As regards the motion of electricity in metals, the view generally accepted formally was that in a conducting wire the two electricities moved with equal velocities in opposite directions. If this were indeed the case, so that both played exactly the same part, one could derive from a state existing in some certain case

¹⁾ Lecture held on Oct. 26 1920 at the meeting of the section for electrical engineering of the K. Inst. v. Ing. In the lecture, actually delivered, the mathematical developments and a few other parts of the following were omitted. *De Ingenieur.* 36, 212, 1921.

another possible state by making the positive electricity move in the same way as at first the negative electricity did and vice-versa; by which of course the direction of the currents is reversed.

That, however, when interchanging the electricities in this way one is, in reality, obstructed by difficulties, appears from the Hall effect, about which I may perhaps be permitted to say a few words.

Suppose (fig. 1) $abcd$ to be a rectangular foil of some metal, gold for instance, through which a current is conducted in the direction of its length, entering at P and leaving at Q . Along the edges, from a tot c as well as from b to d the potential will decrease and a certain point S of the right edge will correspond to a certain point R of the left edge at the same potential. When two such equipotential points are connected with a galvanometer no current is observed.

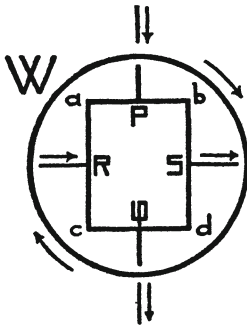


FIG. 1

Now this is no longer true the moment a magnetic field, whose lines of force are at right angles to the metal foil, is applied. We place, for instance, in front of and behind the foil, coils of which the winding, projected on the plane $abcd$ is represented by W and in which a current flows in the direction of the arrows. This will give rise to a current which flows for instance, as indicated by the arrows, from R to S through the metal foil.

Let us apply the interchange of electricities to this experiment. The direction of the three currents is then reversed. In the first place this holds for the current in the winding W ; as a consequence the magnetic field to which the foil is subjected is also reversed. In the second place, the main current is reversed; its direction in the metal is now from Q to P . Finally, the Hall current, i.e. the transversal one, will be reversed; it will flow through the foil in the direction from S towards R . But in reality the new state which we should thus obtain cannot exist, for experience has taught that the Hall current reverses on reversing the main current as well as when the magnetic field is reversed, so that when both of these are reversed its direction remains the same. By interchanging the electricities we have obtained a case

which is impossible. This interchange is, therefore, not allowed; the two electricities do not play the same part in the Hall effect.

In this lecture which your council has done me the honour of inviting me to deliver, I intend to show you how one has succeeded in forming certain mental pictures of the positive and negative electricity or rather of their share in the phenomena, pictures much more precise than could have been formed some ten years ago, and which, if only one could work them out sufficiently, would probably solve all those differences which I have pointed out to you. We will try as far as time and circumstances allow, to enter into the nature of a few phenomena, a perhaps not unwelcome proceeding on this day of celebration. In doing this I will at least do my best not to leave out electrical engineering altogether.

Permit me to begin by stating as the general result of numerous investigations that positive electricity is bound up with matter much more firmly and intimately than negative electricity. The latter is known to exist even wholly free from matter, and we know, besides, that in that condition it has a definite structure. Here, it is hardly necessary to remark, I am thinking of electrons, those small particles, all having the same size and carrying the same negative charge, and of which the mass m is about 1850 times smaller than that of the hydrogen atom. You all know that cathode rays and β -rays of radio-active bodies are streams of electrons rushing on with great velocity, and you know also how their velocity and the ratio between the charge e and the mass m can be determined. This ratio e/m is characteristic for the electrons. Expressing e in the ordinary electrostatic units and m in grammes, it amounts to $5,3 \times 10^{17}$. The value of the charge and of the mass separately is also known; the latter is $9,0 \times 10^{-28}$ gr.

Positive particles with such a small mass have never been found to occur. Positively charged particles do play a part in many phenomena, but, as regards their mass, they are always of the same order of magnitude as atoms; for instance, the α -particles of radio-active substances are positively charged helium atoms. If we distinguish corpuscles of such a great mass from the smaller electrons by calling them „ions” we can say that there are positive as well as negative ions, but only negative electrons.

All this has led to the idea that positive electricity is always indissolubly attached to matter; that which can move inde-

pendently with respect to material particles is the negative electricity and then it always occurs as electrons.

It is certainly remarkable that this conception brings us back to the old theory of FRANKLIN according to which there exists only one electricity or electric fluid. To make this suffice he was forced to make matter play the part of the other electricity. He was obliged to suppose that two particles of matter if only they could be cleared of that one fluid would repel each other, and that matter attracts electricity. It is clear that whether one ascribes these actions to matter itself or to something else, the second kind of electricity, indissolubly attached to it, does not make much difference.

An important feature of the mental picture which we form nowadays of the phenomena is, what may be called the atomic structure of electricity. Electric charges occur nowhere but on the small particles which we call ions and electrons. Besides, there is a natural unit of electricity, namely, the charge of the electron for which we, therefore, can write -1 . All positive or negative charges are represented by whole numbers. By a neutral atom we mean an atom containing equal positive and negative charges and, in a general sense, the charge, or if one prefers, the resulting charge of a particle or of a body is the algebraic sum of all the charges it contains. I may add here that the opposite charges of two of our particles when in close contact never neutralize one another and disappear altogether in the strict sense of the word; they are indestructible. What does happen when they lie very close together is that the actions exerted on their surroundings neutralize each other.

We are indebted to RUTHERFORD for a supposition concerning atomic structure which in a few years time has proved to be of great value, and has achieved great triumphs in the explanation of many phenomena. One may regard it as a modification of a previous theory of THOMSON'S, and BOHR gave it its final version.

All three physicists assume the atom to consist of one part in which practically the whole mass of the atom is concentrated, and which part carries the positive charge; and further, of a number of electrons arranged in some or other regular way, and, very

likely, in continuous motion. THOMSON ¹⁾ ascribes the shape of a sphere to the first-mentioned part, and the dimensions of the whole atom; the positive charge is evenly distributed over the whole volume of the sphere and the electrons are found within the interior of the positive charge. They can be in equilibrium in certain positions and they can also revolve in circles.

RUTHERFORD ²⁾ was induced by his observations concerning the passage of α -particles, i.e. positively charged heliumatoms, through matter to modify this model. When a swarm of such particles is shot through a small metal plate the direction of the motion of some of them suffers a very abrupt change and this points to the existence here and there of very strong electric fields in the body in which an α -particle is acted on by a strong force. Forces of sufficient strength are lacking in THOMSON'S model; they can, however, be made possible by assuming the positive charge, instead of being evenly distributed over a sphere of atomic size, to be accumulated in a very small space at the centre, so as to form a nucleus of the atom. The electrons are now no longer found to be inside the positive charge but at a certain distance outside it. It is clear that in this case they cannot be at rest. If they are not to fall on the nucleus they must describe closed curves, as they can do in fact under the influence of the attraction of the nucleus.

To give an idea of the dimensions, I may state, for the present, that the distance of the electrons from the nucleus can be something like $2 \cdot 10^{-8}$ cm, that is 100 000 times the length of the radius of the electrons themselves, and that the centre of an α -particle can approach as near as $3 \cdot 10^{-12}$ cm to the centre of the atom, where the repulsion it suffers is still governed by COULOMB'S law. The nuclear radius must be less than this in length, much less than the thousandth part of the distance between the electron and the nucleus. It is thus clear that the atomic structure is very porous; as a consequence small particles can rush through it and an α -particle can penetrate into it to within a small distance from the nucleus.

It will be as well to consider somewhat more closely the most

¹⁾ Phil. Mag. **7**, 237, 1904. The corpuscular theory of matter, London, 1907.

²⁾ Proc. Royal Soc. **97**, 374, 1920.

simple case: that of the hydrogen atom; this will afford us an opportunity of becoming acquainted with BOHR'S extension of the theory.

The hydrogen atom contains only one electron and, since as a whole it is neutral, the charge of the nucleus must be $+1$. In what way the electron can move round that nucleus is a problem of comparatively simple mechanics. It is completely analogous to the problem of a planet's motion round the sun, for the force acting in our case, the mutual electric attraction, is, like universal gravitation, proportional to the inverse square of the distance. Furthermore, just as the sun, because of its great mass, can be considered to remain at rest, one can, in a first approximation, say that the nucleus of the atom is at rest, and that only the electron moves. It can do this in a variety of ways; in general it will describe an ellipse but for simplicity we can confine ourselves to circular motion.

Since the charges of the nucleus and the electron are known in absolute units, one can write down the force for any distance; besides, the mass of the electron is also known, so that one can, for any radius one wishes to ascribe to the circular orbit, compute the velocity required to make the electron revolve in that particular circle. Consequently, the time of revolution can also be computed for each circle.

Here, however, a question arises. We are inclined to require of the atom that it shall have a definite structure with definite dimensions. But in our model the electron can describe circles of any arbitrary size. One feels therefore that there is something missing, something which would enable us to fix the size of the circle.

Now, BOHR ¹⁾ has filled this gap by a most daring but extremely fortunate hypothesis, namely, by assuming the moment of momentum of the electron relatively to the centre, that is to say the product mvr (in which m is the mass, v the velocity and r the radius), to have a determinate value a or a multiple of it. He connects that value a with a constant quantity, introduced by PLANCK ²⁾ in the theory of the radiation of heat and which one

¹⁾ Phil. Mag. **26**, 1, 476, 1913.

²⁾ In C. G. S. units Planck's constant has the value $6,56 \times 10^{-27}$; in order to compute the constant a from this value one must divide by 2π .

can deduce from the measurements of the radiation of heated bodies. I must refrain from going into further detail as regards the significance of this quantity and of the reasons for its introduction into physics. Suffice it to say that BOHR fixes the radii of the possible circles by assuming that the quantity mvr must have one of the values $a, 2a, 3a, \dots$. It appears that the radii are to each other as 1, 4, 9, \dots . Why it is that only these orbits, which we can distinguish as the first, second, third circle, etc., can be described, remains hidden from us, but we need not let it dishearten us.

Proceeding, we assume with BOHR, that in the hydrogen atom in its neutral state, when it is not interfered with, the electron describes a definite circle, namely the second one ¹⁾. BOHR makes use of the other orbits to explain the hydrogen spectrum.

According as the radius of the circle increases, the amount of energy contained in the atom increases too. One can, therefore, imagine that the electron after having at first revolved in the second circle, owing to some outside influence, is made to move in, say, the third circle whereby energy must be supplied to the particle from outside.

After this transition the electron will be able to jump back into its former orbit, thereby giving off energy.

BOHR supposes that in a Geissler tube the electron passes in actual fact every now and then, when the atom collides with other particles, from the second to the third circle and that it can then return to the second circle by some sudden change or other, of a nature unknown to us. This last transition is accompanied by a giving off of energy, namely, and this is BOHR's idea, in the form of light.

It remains to say what kind of light will be emitted. To decide this, BOHR gives a rule which again is connected with PLANCK's theory of radiation, already mentioned. He divides the amount of emitted energy (which is known, because one can determine the energy for every circular motion) by PLANCK's constant and obtains in this way the number of vibrations per second of the emitted rays, and therefore also the wavelength and the place in the spectrum where the light will be found.

In this way there corresponds to the transition from the third to the second circle a definite spectral line. In the same way one

¹⁾ It might seem as if this incorrect statement has been made on purpose, in order not to confound the thoughts of people listening for the first time to quite novel ideas (Editor's note).

obtains lines which are due to the return from the fourth, the fifth circle, etc., each time to the second circle. The remarkable thing, now, is that in doing so one finds exactly the lines actually occurring in the hydrogen spectrum.

It had already been observed for a long time that the frequencies of these lines are to each other as the numbers $\frac{1}{4} - \frac{1}{9}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{16}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{25}$, . . . etc., but there was not the slightest chance of accounting for this rule. BOHR'S theory leads precisely to these ratios and, moreover, makes it possible to compute the absolute value of the frequencies which are in striking agreement with the ones observed. Considering that the computed numbers are derived from the charge and mass of the electron in connection with PLANCK'S constant, from quantities, therefore, which are not directly related to the spectral lines, one has good reason indeed to be satisfied with the result.

This theory of the hydrogen spectrum has been considerably extended by BOHR himself, and by others. In the same way, one can explain one of the helium spectra and show its relations to the hydrogen spectrum. A few minor details in these explanations point to the fact that as required by mechanics the nucleus of the atom is not completely at rest while the electrons revolve round it, a fact which will be less noticeable in the case of helium than in the case of hydrogen, because the helium nucleus has four times the mass of the hydrogen nucleus. From the positions of the spectral lines one has been able to derive the ratio between the dimensions of the orbits described by the nucleus and by the electrons from which one could deduce the ratio between their masses. The result was ¹⁾ that the mass of the electron is the 1848th part of the atomic mass; this is in good agreement with what was already known and is probably the most accurate determination of this ratio.

If one carries out the computations, of which I have just given you the merest outline, one finds that the velocity of the electron in its orbit round the nucleus is often very considerable. For its motion in the second circle in the hydrogen atom it is $1,1 \times 10^8$ cm per sec, i.e. the 270th part of the velocity of light. When dealing with such high velocities the formulae of mechanics applied need a correction; one must apply relativistic mechanics. By this procedure

¹⁾ Ann. der Physik. **50**, 901, 1916.

everything becomes somewhat more complicated and instead of single spectral lines one now obtains resolved lines. In this way SOMMERFELD ¹⁾ succeeded in accounting for the doublets of the hydrogen spectrum and for the triplets of the helium spectrum. For the separation between the components of a resolved hydrogen line, expressed in units which we need not further define here, one obtained in a certain case (to which other cases can be reduced) 0,35 to 0,37 while theory leads to the value 0,367.

Finally, EPSTEIN ²⁾ has given an explanation of the phenomenon discovered by STARK that the spectral lines of a luminous gas are resolved when it is subjected to a strong electric field. He managed this by tracing how in such a field the motion of the electron round the nucleus is modified, and by subsequently selecting, with the aid of reasonable assumptions, only a few of the possible modes of motion as being the ones that occur in reality. In this case, too, the radiation accompanies the sudden transition from a motion with more energy to another with less energy; and to find the frequency, the energy difference is divided by PLANCK'S constant. Following this train of thought, the splitting up of the lines is due to the fact, that in the field there is a much greater variety of possible modes of motion, and, therefore, a greater variety of transitions than outside the field. From this theory there emerges most satisfactorily that, as is shown by experiment, components of the lines in the well-known hydrogen series become the more numerous the further one passes towards the side of the shorter wave-lengths. As regards the separations between the components, the agreement between experiment and theory can be seen in the following table, where, next each other, are given, expressed in Ångström units, the observed and the theoretical values of the separations between a number of components of the line H_{δ} , the fourth of the series, caused by a field of definite strength.

Observed.	Computed.
24,2	23,8
25,8	26,2
28,6	28,6
30,4	30,9
33,4	33,4.

¹⁾ Ann. der Physik. **51**, 1, 1916.

²⁾ Ann. der Physik. **50**, 489, 1916.

I have entered so far into details in order to give you some confidence in BOHR's model of the atom, which, henceforth, will have to be the starting point of all theories concerning the structure of matter. It seems unthinkable that a hypothesis, by means of which such results could be obtained, should ever be replaced by one entirely different. On the contrary, we may expect that, in the main, BOHR's suppositions will be retained, though one will have to try to overcome the difficulties which still present themselves.

Concerning these difficulties, let me remind you for the present only of the fact, that according to former physics, light was supposed to be emitted by vibrating particles, more or less comparable to sound producing bodies; those particles were each supposed to have a definite period of vibration on which the frequency of the emitted light would depend. Of this concept, which supplied a satisfactory explanation of many phenomena, especially of those in which resonance came into play, nothing remains in BOHR's theory. This theory ignores the mechanism of emission and in order to obtain the determination of the frequency it only gives the rule that the amount of emitted energy must be divided by PLANCK's constant. Here a deeper insight and, if possible, a closer connection with the old concept is certainly to be desired.

Another obscure point is the determination of the possible motions by the condition that the moment of momentum of the electron relatively to the centre can have only a few definite values, which we have called a , $2a$, $3a$, etc. Here we have an application of the so-called „quantum theory” which maintains that not all states, which, according to the rules of mechanics, should be possible, do actually occur, but only some of them, namely those for which quantities such as the moment of momentum and the energy have certain prescribed values. This brings an element of discontinuity into our concept of natural phenomena, contrary to the old saying that nature is never observed to move in leaps and bounds. Concerning the nature and the significance of these discontinuities we are for the time being entirely in the dark.

The concept that positive electricity is accumulated in the

nuclei of the atoms and negative electricity in revolving electrons has proved so fortunate in the case of hydrogen, that we can now confidently think of atoms of other elements as being built up in a similar way. Only, the number of electrons is now greater than in the case of hydrogen, and consequently also the nuclear charge; since the atom as a whole is neutral, the nucleus must carry a charge of N positive units if there are N electrons.

One has good reason to assume that the number N is identical with the ordinal number of the element in the arrangement of the natural series of elements. It is the atomic number of which VAN DEN BROEK, in particular ¹⁾, has elucidated the significance; in the following list it is given for a few elements.

hydrogen	1	copper	29
helium	2	silver	47
oxygen	8	platinum	78
sodium	11	radium	88
chlorine	17	uranium	92

Since the atomic number governs the structure of the atom, or, at least, the chief features of it, we may expect the properties of the element to depend on it.

In order to derive those from theory one must be able, as in the case of hydrogen, to form a definite picture of the motions of the electrons, but in trying to do this one meets with great difficulties.

We could compare the hydrogen atom with a sun round which a planet revolves. But in the case of the helium atom, already, we have to deal with the problem of three bodies, which, if unrestricted, is unmanageable, and in the case of the chlorine atom with a system of 18 bodies. Besides none of the bodies plays a predominating part to such an extent as in the solar system; the attractions and repulsions are not determined by the masses but by the charges, and the aggregate charge of the small electrons is equal to the charge of the central nucleus. No wonder, therefore, that one is much less certain of the structure of the larger atoms than of the simplest ones. Suffice it to say, that there will, doubtlessly, be a certain regularity also in systems containing many electrons. One has often formed a mental picture in which the electrons are arranged in a number of rings round the nucleus; it

¹⁾ Phys. Zeitschrift. **14**, 32, 1913.

must be assumed then that each ring revolves round the nucleus and that the velocity of this motion, together with the radii of the rings, is determined by „quantum conditions”.

An important question now arises: what kind of forces do the atoms and the molecules, which are built up of them, exert on each other? In times gone by, much use was made of molecular forces, attractions and, occasionally, repulsions at very small distances. By means of these forces one tried to explain the condensation of a vapour into a liquid, the crystal structure, the elasticity of solid bodies. Shall we still have to call in the aid of such actions of a nature further unspecified, or will the electrical attraction and repulsion between the positive and negative charges in the atom be sufficient? We observe here that in the interior of the electron forces of still another nature than the electrical ones must be at work; forces which prevent it from being torn asunder by the tension along the lines of force proceeding from it. Such forces are likely to exist also in the interior of the nuclei. However, as regards the mutual actions of the charged particles, BOHR's theory requires that, between the nucleus and the electron of the hydrogen atom at least, no force other than an electric force shall be assumed. An obvious extension to this is to try to account for all phenomena exclusively by means of the electrical actions between the particles which build up the atoms.

A few attempts in this direction have already been made. Fig. 2 can show you BOHR's ¹⁾ and DEBYE's ²⁾ representation of the hydrogen molecule composed of two atoms. K_1 and K_2 are the two nuclei, and the two electrons a and b revolve in one circle in such a way as to remain equidistant from K_1 and K_2 and to have diametrically opposed positions. If the angles aK_1K_2 and bK_1K_2 are 60° the repulsion which K_1 experi-

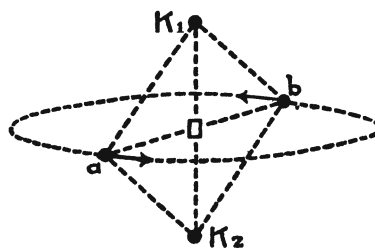


FIG. 2

¹⁾ Phil. Mag. **26**, 857, 1913.

²⁾ Münchener Sitzungsberichte. p. 1, 1915.

ences from K_2 is just neutralized by the attraction due to the electrons. The three forces to which each of the latter ones is subjected give a resultant which is directed toward the centre of the circle; under its influence the electron can actually revolve along that curve provided it has the right velocity, which depends on the dimensions of the system. The value of the velocity and therefore the dimensions are again determined by a „quantum condition” very similar to the one introduced by BOHR for the hydrogen atom.

This case is particularly simple, because here two exactly similar atoms have combined. But it is another matter when one has to deal with two different atoms, say, sodium and chlorine. In a diluted solution of sodium chloride the salt is, as is well known, dissociated for a greater or a smaller part, not into neutral atoms, but into ions; the sodium particles carry a positive charge, the chlorine particles a negative one, both amounting to 1. It is clear how such ions can arise from atoms. We must imagine that during the process of solution the nuclei of the atoms are not altered and that only electrons can be displaced. Consequently a sodium atom can only get a positive charge by losing an electron, a chlorine atom can get a negative charge by taking up an electron. As the atomic number of sodium is 11 and that of chlorine 17 we shall find in the sodium ion a nucleus with a charge $+11$ surrounded by 10 revolving electrons and in the chlorine ion a nuclear charge $+17$ and 18 revolving electrons. It is easily seen that in electrolytical experiments the resultant force exerted on the sodium ion by the electric field, which may be taken as homogeneous over the dimensions of the atom, is equal to the force which would act on a single particle of charge $+1$. We observe here also that in electrolytes the metals are always the part carrying the positive charge from which we may conclude that their atoms lose an electron easily.

If, now, we imagine, that each of the molecules of sodium chloride which are not dissociated also consists of two ions, the question arises whether it is possible that such a pair of ions be kept together by electric forces only. By a computation BORN and LANDÉ ¹⁾ have answered this question in the affirmative;

¹⁾ Berl. Sitzungsberichte. p. 1048, 1918.

Verhandlungen der deutschen physik. Gesellschaft. **20**, 202, 1918.

they find that two nuclei of sodium and chlorine, the former with 10, the latter with 18 electrons, revolving in circles, can, indeed, be in equilibrium at a certain distance from each other; the attractive and repulsive forces which the two systems exert on one another are then neutralized.

Encouraged by this result, these physicists have also developed an electro-magnetic theory of a crystal of sodium chloride rock salt. A crystal of this kind has the shape of a cube and it is only natural to assume that the particles are placed at the corners of a cubic lattice, that is to say at the points where three mutually perpendicular systems of flat planes meet; the planes of each system are at a distance δ apart from each other. This distance one may call the lattice edge or the edge of the elementary cube.

Sometime ago already, it was supposed that not the sodium chloride molecules themselves but the separate atoms lie at the „lattice points” in such a way, namely, that along each cube edge the sodium — and chlorine particles alternate. We will follow this up; only, we will think of ions and not of atoms. We place, therefore, sodium and chlorine in alternating order in the lattice points and let electrons revolve round their nuclei, 10 round the first one and 18 round the latter. By computation BORN and LANDÉ found that such a system can actually be in equilibrium provided the length of the lattice edge δ has a suitable value. One can obtain this value from theory, also in the case of other salts of a similar composition and crystal form as sodium chloride, and compare the results with the value of δ which one derives from the density of the salt and from the absolute size, as now known, of the atoms; from these data, namely, follows the number of particles contained in 1 cm³ and with this number δ is connected in a simple manner. Here, then, are the results obtained, expressed in 10⁻⁸ cm as unit: in the first column the value of δ computed by BORN and LANDÉ, in the second one the value following from the density.

lithium fluoride	4,00	3,60
lithium chloride	5,11	4,19
sodium fluoride	4,60	4,86
sodium chloride	5,59	5,49
potassium fluoride	5,31	5,34
potassium chloride	6,24	5,90.

Since theory yields, in the first place, the ratio between the distance δ and the radii of the rings of electrons, the agreement speaks equally well for BOHR's atomic model and, consequently, for the quantum condition determining the radii of the rings, as for the supposition that the only forces, acting between the particles in the crystals here considered, are electric forces.

Starting from this supposition, BORN and LANDÉ ¹⁾ computed also the compressibility and obtained thereby results of the right order of magnitude.

And yet, however satisfactory all this may be, there remains still one serious difficulty. According to a well-known theorem of EARNSHAW, a charged body can never be placed in an electrostatic field in such a way as to be in stable equilibrium. If, for instance, two spheres with equal positive charges are at a certain distance from one another, and a small body with a negative charge is placed exactly halfway between them, it will, at the slightest push in the direction of the line of the centres, fly right away to the one sphere, whereas a positively charged body will be in unstable equilibrium as regards displacements at right angles to that line. As soon as it moves away from that line however little, it is driven further outward.

Now EARNSHAW's theorem is only valid for charges at rest, and if there are, as in the atoms, rapid motions, it is quite a different matter. But, and this is where the difficulty arises, their motions play practically no part in the theory of BORN and LANDÉ. And therefore they can have no defence against the reproach of having construed a system in unstable equilibrium. For one of the coefficients of elasticity they must find a negative value which is, of course, absurd.

With all due respect for the results obtained, it remains still an open question whether we can do without molecular forces or not. We shall only be able to decide this when the difficulty of unstable equilibrium is overcome.

I shall now take the liberty of confining your attention to phenomena which concern electrical engineers more directly than do the composition of atoms or the structure of rock salt! To

¹⁾ Verhandlungen der deutschen physik. Gesellschaft. **20**, 210, 1918.

begin with the motion of electricity in a metal, say copper. The atomic number of copper is 29; we, therefore, have to think of each atom as of a nucleus with a charge $+29$ and 29 electrons moving in some definite way round the nucleus. Further, we must imagine that a great number of such particles constitute, by their mutual binding, an indestructible whole, either with or without the aid of molecular forces, as the case may be. It does not for the moment concern us whether each atom has kept its own electrons, all lying comparatively close to the nucleus, or whether some of the electrons move in such a way that they can as well be taken to belong to the one nucleus as to the other, similar, in a way, to the condition of the electrons a and b in the model of the hydrogen molecule, represented in fig. 2.

However the case may be, there is an immense number of charged particles, but as regards the conduction of electricity through the metal, the greater part of them is of no use. The nuclei cannot serve this purpose; they form the solid bearer through which the electric current will flow. And as for the electrons, so far as they are present in the atoms or serve to bind them to each other, or, let us say, so far as they belong to the constituent electrons, they have, most likely, prescribed motions which we cannot alter in any respect.

But, we recollect that metallic atoms easily let an electron slip, and we can thus suppose that a certain number of electrons can move independently from the nuclei. These free electrons can undertake the conduction of the current; if an electric force acts on them they are driven in a certain direction.

The supposition that an electric current in a metallic wire consists of negative electrons is confirmed by experiments of TOLMAN and STEWART ¹⁾ which certainly deserve a short discussion here. In doing so let us consider everything in the metal excepting the free electrons as forming one solid whole; the case is then to a large extent similar to the motion of water in a tube. Just like the water, the electrons can cover great distances, but, though we have called them *free*, they are not, however, entirely beyond the influence of the metal. They experience a resistance comparable to the friction against the wall of the tube.

¹⁾ Physical Review, **8**, 97, 1916.
Proc. Am. Nat. Acad. **3**, 58, 1917.

Suppose, now, that a wire bent into a closed circle is suddenly set in motion by a rotation in its own plane, round its own centre, and that the velocity attained after a certain time remains the same indefinitely; then the electrons as a consequence of the resistance will, finally, share the same velocity. But it has, necessarily, taken them some time to acquire it; at first they lagged behind the wire.

In the final state there will be no current, as this consists in a relative motion of the electrons with reference to the metal, but in the first stages there does exist a current and its total amount, the „integral current”, can be observed with a galvanometer if one uses not a single winding, but a coil. Everything, that has just been said with regard to one single winding, remains valid for the coil.

The theory of these phenomena is simple. Let v_1 be the velocity of a point of our circular wire at a certain instant t , and v_2 the average velocity of the electrons in the direction of the circumference, so that $v_2 - v_1$ is the relative velocity, mentioned above; further let n be the number of electrons per unit-length, s the circumference of the wire, r the resistance and L the coefficient of self-induction. Then the strength of the current, if e be the charge of an electron (e , therefore, being negative) is

$$i = ne(v_2 - v_1), \quad (1)$$

and the line integral of the electric force along the circumference is

$$-L \frac{di}{dt}.$$

Hence for the electric force itself we have

$$-\frac{L}{s} \frac{di}{dt}$$

and for the force acting on an electron

$$-\frac{Le}{s} \frac{di}{dt}.$$

The resistance can be accounted for by introducing for each electron a force

$$-\frac{re}{s} i.$$

Hence we get for the equation of motion

$$m \frac{dv_2}{dt} = - \frac{Le}{s} \frac{di}{dt} - \frac{re}{s} i \quad (2)$$

from which, in connection with (1), the motion of the electricity can be determined if the motion of the wire is given, i.e. if v_1 is known as a function of time.

We only wish to know the total current $\int i dt$ when the wire is at first at rest and subsequently acquires the velocity w which, once acquired, remains constant. In that case we shall also have at first $v_2 = 0$ and later on $v_2 = w$ so that, multiplying (2) with dt , the lefthand member, on integrating with respect to time, becomes mw . In the righthand member the term with di/dt vanishes because both at the beginning and at the end $i = 0$. Therefore

$$\int i dt = - \frac{ms}{re} w .$$

If one observes the total current, the ratio e/m can be obtained from this formula.

By arguing on exactly similar lines as those given above one finds that a current arises also in the case of a sudden complete stoppage of the metallic wire; the electrons, namely, will go on moving for some time. This current flows in an opposite direction to the one just considered, but has the same strength.

This current, arising from the sudden stoppage of a conductor which is initially in motion, is the one observed by TOLMAN and STEWART. They used a coil consisting of many windings which, initially, was revolving on its vertical axis and subsequently stopped in a time, short in comparison with the period of the galvanometer. For the connection with the galvanometer long wires from the coil upwards were used, which became twisted during the rotation.

The direction of the deflection of the galvanometer proved that, in actual fact, when a current flows in a wire, negative electricity is in motion, and the fact that this negative electricity exists in the form of electrons follows from the value obtained for the ratio e/m between the charge and the mass of the particles. These values were (e expressed in electro-magnetic units) for copper $1,58 \times 10^7$, for aluminium $1,52 \times 10^7$ and for silver $1,47 \times 10^7$

whereas e/m for cathode ray particles and for β -rays is $1,77 \times 10^7$.

If time permitted, I should like to tell you something about DRUDE'S ¹⁾ considerations, dating already a long time ago, which deal with the motion of electrons in metals, by means of which he elucidated the connection between thermal and electrical conductivity and also thermo-electric phenomena. The fundamental idea of this theory is that free electrons share the heat motion. We cannot say this of the constituent electrons; heating or cooling of the metal will no more alter their motion than the motion of the electron in the hydrogen atom. But the free electrons share the heat motion in the same way as, for instance, the molecules of a gas; they have an irregular motion now in one then in another direction, the faster the higher the temperature is. The average kinetic energy, proportional to the absolute temperature, is at each temperature equal to that of a gas molecule. Since the mass of the electrons is more than 3600 times less than that of a hydrogen molecule, their average velocity will be more than 60 times that of such a molecule.

All this is almost directly substantiated by experiments concerning the emission of electrons by hot metals. It had been observed already for some time, that metals, when brought to a high temperature, lose their charge, or, as sometimes occurs also, become charged. More detailed investigation has shown that, whereas in the beginning and at lower temperatures the phenomena are more complicated, a continuous intense heating causes negative electrons to escape from the metal. This phenomenon occurs with the filaments of electric lamps and a completer knowledge of it is due in the first place to RICHARDSON'S beautiful experiments ²⁾). For the emitted particles one can determine the ratio e/m experimentally, and by this means recognize them as electrons. One can also measure their velocity and therefore the kinetic energy with which they leave the metal. From experiments in which platinum was heated to temperatures between 1500° and 1800° RICHARDSON obtained for the average energy of an electron, expressed in that of a gaseous molecule at the same

¹⁾ Ann. der Physik. **1**, 566, 1900. **3**, 369, 1900.

²⁾ Phil. Mag. **16**, 353, 890, 1908. **18**, 681, 1909. O. W. RICHARDSON. The emission of electricity from hot bodies. Longmans, Green and Co., London.

temperature as unit, the values 1.18, 1.20, 1.00, 0.83, 1.03, 0.89, 0.92, 0.97, which clearly fluctuate about the value 1.

RICHARDSON was moreover able to show that not all electrons flung out of the metal have the same velocity — the reason why we used the expression average energy — and that the law governing the distribution of the velocities over the particles is the same as that which holds for gas molecules (MAXWELL'S law).

The escape of electrons from a metal constitutes an electric current which RICHARDSON calls the „thermionic current” and which deserves our attention, in the first place, because it has of late gained great practical significance, and further, because it is, in a certain sense, the most simple of all currents. If, namely, the vacuum is high enough the motion of the negative electricity is completely free, no longer disturbed by any influence of matter.

In order to simplify the treatment of the thermionic current as much as possible, we reduce it to a one-dimensional problem.

Imagine a glowing metal plate *G* (fig. 3) and, at some distance, parallel to it and not heated a plate *A* which will collect the electrons proceeding from *G*. A wire connecting *G* and *A* makes the circulation of the current possible. In the wire an electromotive force is inserted by which, if we put the potential of *G* equal to zero, *A* acquires the positive potential *V*. If *V* were zero there could not exist a current in the wire and therefore neither in the space between *G* and *A*; all electrons escaping from the plate *G* would return to it again, being driven back by the repulsion of the cloud of electrons present in the space between *G* and *A*. If, now, to *V* is given a small positive value, a weak current will begin to flow; the greater part of the electrons is still driven back to *G*, it is true, but a few, namely those which left the plate with the highest velocities, will overcome the repulsion of the cloud of electrons and reach the electrode *A*. It is clear that accordingly as *V* is raised, and, therefore, as the electrons are driven more intensely in the direction of *A* by the electric force, an ever increasing number of particles will get to *A*, so that the strength of the current increases more and more. But, and this is particularly worthy of note, there will exist a maximum for the strength of the current, which, however high the potential may become,

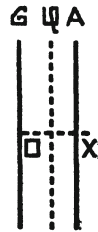


FIG. 3

cannot be exceeded. The number of electrons emitted per second by the glowing plate depends on its temperature only, but is independent of the potential V . Once the stage is reached when all these electrons reach plate A , the current can no longer increase; the saturation current is then reached.

Fig. 4 gives the characteristic of the thermionic current; the abscisses represent the potential difference, and the ordinates the intensity of the current. It calls for special attention that the

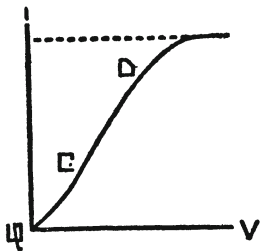


FIG. 4

gradual increase of the latter follows from the inequality already mentioned of the velocities of the various electrons. If all of them left G with the same velocity they would all, subsequently, move in the same way; they would all either return to G or go to A .

We now ask how high the potential must be in order to make the current reach its saturation intensity.

To acquire this the repulsive action of the cloud of electrons at the surface of plate G , where it is felt most strongly, must just be neutralized by the influence of A , so that at the surface, taking the sum total, the electric force is zero. In that case, namely, even those particles which leave G with practically no velocity will reach A .

We obtain the solution to this by, in the first place, taking into account the relation between the velocity of the electrons and the density of the space charge at various points between the plates, in the second place by considering the change which the velocities experience under the influence of the electric field and in the third place, by availing ourselves of the wellknown equation of POISSON. Let us choose the origin of coordinates and the x -axis as indicated in fig. 3. If the distance between the plates is small compared with their dimensions, the potential φ will have the same value at all points of a plane Q , represented by the dotted line. It is a function of x and writing ρ for the density of the space charge, POISSON'S equation is

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi\rho. \quad (3)$$

At the plate G , for $x = 0$, we must have

$$\varphi = 0 \text{ and } \frac{d\varphi}{dx} = 0,$$

this latter condition because the electric force there will be zero.

For convenience we shall further assume that the electrons leave the plate G with velocities having all the same component v_0 in the direction of the x -axis. We observe here that, since all electrons are bound to reach A , the inequality of the velocities becomes of minor importance, so that we can carry out our computations with an average value v_0 .

As for the velocities parallel to the plates, these do not affect our result and we therefore leave them out altogether.

The kinetic energy of an electron amounting, when emitted, to $\frac{1}{2}mv_0^2$ will increase during the motion which takes it into the plane Q with an amount equal to the work done by the electric field over the path from G to Q . Therefore, $-e$ being the charge of the electron, we have for the determination of the velocity v , with which the particles pass through the plane Q ,

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + e\varphi.$$

From which

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2e}{m}\varphi}. \quad (4)$$

Let i be the saturation current, that is to say, the quantity of electricity which per unit of time and per unit of area flows across Q ; we reckon this current positive when, as is indeed the case, it flows from A towards G . One has, then, at each point,

$$i = -\rho v \quad (5)$$

and everything arranges itself in such a way as to make this the right value corresponding to the aggregate charge of the electrons which proceed from G , a value which we can consider as given if the nature and the temperature of the glowing plate are given.

On substituting in (5) the value (4) of v , and on subsequently solving ρ and substituting the result in (3), one obtains for the determination of the potential φ as function of x the differential equation

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{4\pi i}{\sqrt{v_0^2 + 2e\varphi/m}}.$$

Its solution is

$$\frac{1}{3} \left\{ \sqrt{\frac{2e}{m} \varphi + v_0^2} - v_0 \right\}^{\frac{3}{2}} + v_0 \left\{ \sqrt{\frac{2e}{m} \varphi + v_0^2} - v_0 \right\}^{\frac{1}{2}} = x \sqrt{\frac{2\pi i e}{m}},$$

where the conditions that for $x = 0$ the quantities φ and $d\varphi/dx$ must vanish have been taken into account.

For $x = l$, φ will acquire the value V which we need; therefore we have for V the equation

$$\frac{1}{3} \left\{ \sqrt{\frac{2e}{m} V + v_0^2} - v_0 \right\}^{\frac{3}{2}} + v_0 \left\{ \sqrt{\frac{2e}{m} V + v_0^2} - v_0 \right\}^{\frac{1}{2}} = l \sqrt{\frac{2\pi i e}{m}}.$$

Let us suppose, now, that the potential difference is so high that the velocity

$$\sqrt{\frac{2e}{m} V}$$

which it can impart to an electron, initially at rest, is much greater than the velocity v_0 with which the particles leave the glowing plate. One may then, in a first approximation, omit in the lefthand member all terms except those containing only V . Therefore solving i ,

$$i = \frac{1}{9\pi} \left(\frac{2e}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{l^2}.$$

The coefficient in the righthand member can be completely calculated. Expressing V in volts and i in ampères and using the cm as unit of length, one obtains

$$i = 2,35 \cdot 10^{-6} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{l^2}.$$

This formula, derived by LANGMUIR ¹⁾, is certainly one of the most beautiful in theoretical physics. It is confirmed by measurements and even in a wider sense than would correspond to the derivation here given. According to the latter the equation shows

¹⁾ Physical Review. **2**, 450, 1913.

how, if a glowing plate at a definite temperature is given, the voltage required to give rise to the saturation current is connected with the distance of the plates, and, besides, how with given distance the voltage increases with the saturation current itself, which gets stronger as the temperature rises. The measurements however have shown, and this can be elucidated theoretically, that the formula holds good also when the current has not yet reached its saturation intensity, if only it is not too far below it. In that case, one can say that the formula gives i as a function of V . Part CD of the characteristic in fig. 4 is rendered fairly well by the formula.

I may still add here that if a filament is used instead of a glowing plate the development of an exact mathematical theory grows more difficult but that, all the same, similar considerations to those here given remain valid. The characteristic maintains the same shape.

The thermionic currents have found an important application in the glowlamp-detectors and -amplifiers, audions, triodes or whatever their names may further be, the small appliances with which one achieves wonders nowadays in wireless telegraphy and telephony.

In the tube between the filament which takes the place of our plate G and the anode A is placed as third electrode a grid R , a small perforated plate, or a zigzag wire. A great variety of phenomena is now possible, since the potential of the grid as well as that of the anode can be made to vary with respect to that of the filament. The anode current, that is to say the current flowing from outside towards the anode and which corresponds to the charge of the electrons arriving at the anode, depends on both potentials. And so an increase of the grid-potential too will further the motion of the electrons away from the filament and can therefore lead to the result that the number of electrons, which reach the anode through the grid, increases.

It is out of the question to expound here all that can be done with the triodes. Allow me only to say a few words about one remarkable property of theirs, namely, their suitability to serve as generators of electrical oscillations.

One of the connections which can be made use of is represented in fig. 5. The points D and H of the oscillatory circuit $HLDC$,

which contains the coil L and the capacity C , are connected with the anode A and the filament G . In the latter circuit the battery E is inserted. Further the filament and the grid are connected by the wire uv containing the coil L' which is inductively coupled with L .

In this system there are three currents to be distinguished, indicated in the figure by i_1 , i_2 and i_3 , and two potentials, namely, if we once more put the filament potential equal to zero, the anode potential V_a and the grid potential V_r . In order to determine these quantities, 5 equations are needed. Three of them are found easily by the consideration of the three mutually independent circuits shown in the figure. To establish the three equations one must take into account, in the ordinary way, the electro-motive

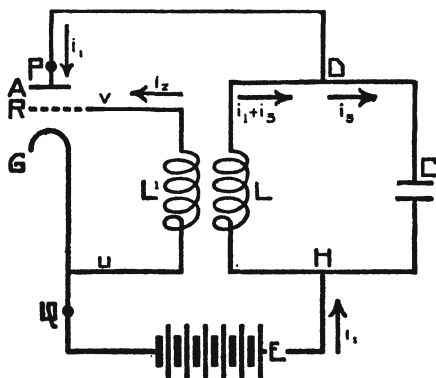


FIG. 5

forces, the resistances, the capacities and the actions of induction. The two remaining equations must express how the anode current i_1 and the grid current i_2 depend on the potentials V_a and V_r .

They must be found from the investigation of the motion of the electrons in the vacuum tube; here

space charge will again play a part. No difficulties as regards principle will arise while doing this, but the whole thing grows very complicated so that one is soon compelled to be content with more or less rough approximations.

Yet one has succeeded in deriving from the general equations, that under certain conditions the stationary state, with constant charge of C and constant currents i_1 and i_2 , which one can imagine to exist in the system, becomes unstable and has to give way to oscillations; one can see too, more or less, which amplitude these oscillations will reach. But we cannot enter into all this. I must confine myself to calling your attention to the principal thing.

If against the resistances, existing everywhere in the system outside the triode, oscillations are maintained in that system, the triode plays a part similar to an alternating current-generator of

which the points A and Q would represent the clamps. If, now, such a machine is to supply energy to the circuit, the potential V_a must be high when the alternating current in the circuit flows away from A and low when the current flows towards A . In the case of the triode, the oscillations of the current are superposed on a constant current i_1 and instead of the condition just mentioned we now get the condition that the current at P directed towards A must be weak when V_a has high values, and stronger when its values are lower. This is just the reverse of what would be the case with a vacuum tube without grid, but owing to the latter the conditions can be satisfied.

By the coupling between L and L' one can, namely, control the grid potential; one can arrange it in such a way that V_r is high when V_a is low, and the other way round. If, further, the conditions in the triode are such as to make the influence of the changes in V_r on the current i_1 greater than that of the changes of V_a , then i_1 will be strong when the anode potential is low, which is what we wanted to obtain.

It is scarcely necessary to say that the oscillatory energy is after all supplied by the battery E . One can trace this also in detail; points of the discussion are then the energy changes of the electrons in the tube during their motion from the filament to the anode and the development of heat in both of them.

Let me conclude these expositions of the universal significance of the movable electrons by reminding you of the experiments of EINSTEIN and DE HAAS ¹⁾ by which it has been proved that the molecular currents, which, ever since AMPÈRE, are regarded as the underlying nature of magnetism, must be taken also as a revolving of electrons. For they showed that if a small rod of iron, hanging on a thin wire, is suddenly magnetized in its length direction, it acquires an angular velocity as if it had been hit, so that the wire gets twisted.

The fact is, that after the magnetizing, when electrons revolve in the same direction round all molecules, there corresponds to these motions a certain resulting moment of momentum with respect to the axis. Initially when the electrons were revolving too, but in planes in all possible positions and, moreover, in every

¹⁾ Versl. K. Akad. Wet. Amsterdam. **23**, 1449, 1915. **24**, 638, 1915.

direction, such a moment of momentum did not yet exist. Now, since no forces from outside act on the iron which possess a moment with respect to the axis, the total amount of the moment of momentum must have remained zero and this is possible, if the arising of the moment of the interior motion is accompanied by an angular velocity in the opposite direction of the rod as a whole.

The direction of the effect observed by EINSTEIN and DE HAAS was, in actual fact, what it ought to be, if negative particles revolve, and there resulted from the experiment a value for the often mentioned ratio e/m of the right order of magnitude. I must add however that BECK ¹⁾ observed an effect which was only half of what is required by theory; for the time being, an unsolvable difficulty.

As you all know, it was assumed on reasonable grounds, that in iron the molecular currents go on for ever and that the magnetizing only means that their planes are brought more or less to the same positions. The same must now be assumed of the motion of the electrons: for centuries one or more electrons revolve with undiminished velocity round an atom of iron, whatever may happen to it, of which compounds, for instance, it temporarily forms a part. But here a serious difficulty arises, the same, for that matter, which BOHR's model of the atom leads to. For, according to theory, if an electron describes a closed curve, it must of necessity emit electro-magnetic waves just as a body moving to and fro in a liquid or a gas is bound to set up waves in it. But by that emission energy would flow away and the motion from which it sprang must, in the long run, be exhausted. We are therefore compelled to assume that the electrons in the atoms do not radiate, though we do not see in the least how the fundamental theoretical equations should be modified in order *not* to make radiation result from them. For that matter, apart from those equations the alternating currents in an antenna certainly do send out waves. From TOLMAN's and STEWART's experiments we may conclude that those currents consist of a to and fro motion of the electrons. Now, how is it that all these electrons together do radiate whereas a single one is supposed not to?

¹⁾ Ann. der Physik. **60**, 109, 1919.

I have reached the end of my discussion concerning the share which positive and negative electricity have in phenomena. Only, so as to give you a picture, as true as possible at this moment, I must still say a few things about the nuclei of atoms.

It is beyond doubt that the α - and β -rays of radio-active substances originate in the nuclei of their atoms, from which we conclude that these nuclei contain α -particles as well as β -particles. The latter are electrons, the former, as I have called them before, are positively charged helium atoms or, as we would rather say now, helium nuclei. Further, RUTHERFORD has succeeded in separating hydrogen nuclei from the atoms of nitrogen by bombarding them with α -particles. All this warrants the supposition that nuclei of elements with a not too low atomic number are built up of smaller nuclei like those of hydrogen and helium, and of electrons which bind them together. The nucleus thus would be a system of intricate structure with enormous forces between the constituent particles and, consequently, with very fast internal motions. Such a system would be, in the majority of cases and under normal conditions, a separate, unchangeable whole which, in proportion to the excess of its positive charge over the negative one, attracts the electrons revolving outside it and so keeps them in their orbits.

ERGEBNISSE UND PROBLEME DER ELEKTRONENTHEORIE ¹⁾

Der ehrenden Einladung des technischen Ausschusses Ihres Vereins entsprechend, soll ich heute Abend von dem jüngsten Zweige der Elektrizitätslehre, der Elektronentheorie, zu Ihnen reden. Das Thema ist von so grossem Umfange, dass an eine erschöpfende Behandlung in der kurzen Zeit, während welcher ich Ihre Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen darf, nicht zu denken ist. Gestatten Sie mir daher, Ihnen einen allgemeinen Überblick zu geben und aus der Fülle der Erscheinungen nur Einiges zur näheren Besprechung herauszugreifen.

Ich brauche Ihnen wohl kaum zu sagen, dass man unter Elektronen äusserst kleine elektrisch geladene Teilchen versteht, von welchen wir annehmen, dass sie in allen festen, flüssigen und gasförmigen Körpern in unmessbarer Zahl vorhanden sind, und aus deren Lagerung, Bewegung und Wirkung wir alle elektromagnetischen Vorgänge in solchen Körpern zu erklären versuchen.

Z. B. stellen wir uns vor, ein geladener Konduktor trage an seiner Oberfläche eine dünne Schicht positiver oder negativer Teilchen. Haben wir es mit einem Strom in einem Metalldraht zu tun, so denken wir uns, die positiven Teilchen wandern nach der einen, oder die negativen nach der anderen Seite hin; vielleicht beides zu gleicher Zeit, sodass man von einem „Doppelstrom“ reden könnte.

Diese Bewegung, in der wir das Wesen eines elektrischen Stroms erblicken, ist eine regelmässige, geordnete. Sie wird aber

¹⁾ Vortrag, gehalten am 20 Dezember 1904 im Elektrotechnischen Verein zu Berlin. Springer. Berlin, 1905.

Da man den Wunsch geäussert hatte, ich möchte diesen Vortrag etwas weiter ausarbeiten, so habe ich, neben kleineren Erweiterungen, bei der Besprechung der Elektronentheorie der Metalle einige Betrachtungen über die Thermoelektrizität und den HALLEffekt, mit welchen ich, als ich den Vortrag hielt, noch nicht fertig war, aufgenommen. Überdies habe ich am Ende einige Anmerkungen und Zusätze hinzugefügt.

an allen Stellen, wo ein Widerstand zu überwinden ist, in eine ungeordnete Wärmebewegung umgesetzt. So geraten die Kohlenfäden unserer elektrischen Lampen ins Glühen und werden die in denselben hin und her zitternden Elektronen die Ausgangsstellen einer Licht- und Wärmestrahlung.

Sollten sich nun die Strahlen in einem luftleeren Raum, also in dem freien Äther, ausbreiten, so wären wir auf einige Zeit die Elektronen los; in dem Äther sind diese nicht vorhanden. Als bald aber trifft der Strahl einen Körper, in welchem er gebrochen wird, den er erwärmt oder in dem er irgend eine chemische Wirkung hervorbringt; dann wird er, können wir sagen, wieder von Elektronen aufgefangen. Diese befinden sich in dem Glase der Prismen und Linsen, in der empfindlichen Schicht der photographischen Platte, zwar weniger frei beweglich als in einem Metall, aber doch nicht ganz unbeweglich. Sie harren nur des Lichtstrahls, um in Schwingung versetzt zu werden, und dadurch ihrerseits die Fortpflanzung des Lichtes zu beeinflussen.

In diesem hier nur flüchtig geschilderten Bilde gibt es Vieles, das schon sehr alt ist. Die Idee von der stofflichen Natur der Elektrizität, sowie die Ansicht, dass bewegte Elektrizität einen Strom konstituiert, hat die Elektronentheorie mit älteren Formen der Elektrizitätslehre gemein; nur präzisiert sie dieselben durch die Annahme kleiner unveränderlicher, von einander getrennter Körperchen, also einer *atomistischen* Konstitution der Elektrizität.

Ich füge hinzu, dass wir den elektrischen Strom nur insofern er in der ponderablen Materie seinen Sitz hat, als eine Bewegung von Elektronen auffassen; die MAXWELL'schen Verschiebungsströme im reinen Äther betrachten wir als etwas ganz anderer Art.

Indem nun die Elektronentheorie jeden Leitungsstrom für einen Konvektionsstrom erklärt, ist für sie die Tatsache, dass auch Konvektionsströme eine magnetische Wirkung haben, von fundamentaler Bedeutung. Liesse sich zeigen, dass Bewegung eines geladenen Körpers eine solche Wirkung nicht hat, so müsste man die Elektronentheorie ohne weiteres aufgeben. Daher die grosse Wichtigkeit der in den letzten Jahren über diesen Punkt unternommenen experimentellen Untersuchungen. Sie wissen, dass ROWLAND der erste war, der die magnetische Wirkung eines bewegten geladenen Körpers nachwies. Im Jahre 1878 fand

er, dass eine in ihrer Ebene rotierende geladene Scheibe in dieser Hinsicht einem System gewöhnlicher kreisförmiger elektrischer Ströme äquivalent ist. Diesen ersten, im Laboratorium von HELMHOLTZ gemachten Versuchen folgten einige Jahre später neue, gemeinschaftlich mit HUTCHINSON unternommene, bei welchen ein grösserer Effekt erreicht und sogar das Verhältnis zwischen der elektromagnetischen und der elektrostatischen Elektrizitätseinheit numerisch bestimmt wurde. Obgleich die Existenz des ROWLANDEffektes hierdurch vollkommen bewiesen zu sein schien, wurde dieselbe vor einigen Jahren von CRÉMIEU wieder in Frage gestellt, da es ihm nicht hatte gelingen wollen, weder mit der Versuchsanordnung von ROWLAND, noch auf anderem Wege, ein positives Resultat zu erhalten. Die hierdurch entstandene Diskussion ist indes zu einem erfreulichen und für die Elektronentheorie recht glücklichen Ende geführt worden. Nachdem PENDER in Baltimore seinerseits den Versuch von ROWLAND gemacht hatte und zwar ohne den Schwierigkeiten zu begegnen, auf die CRÉMIEU gestossen war, haben die beiden Physiker die Untersuchung gemeinschaftlich fortgesetzt; sie haben dadurch die Frage so weit aufklären können, dass jetzt wohl jeder Zweifel an der Richtigkeit der von ROWLAND gezogenen Schlüsse gehoben ist. Andere Experimente, ich nenne nur die von ADAMS in Cambridge (Mass.), EICHENWALD in Moskau und KARPEN in Paris, haben dies Resultat bestätigt und so dürfen wir sagen, es drohe der Theorie von dieser Seite keine Gefahr mehr. Ich muss übrigens hinzufügen, dass, wenn sich die ursprünglichen Resultate von CRÉMIEU bestätigt hätten, nicht nur an der Elektronentheorie, sondern an der modernen Elektrizitätslehre überhaupt Manches zu ändern gewesen sein würde.

Ich machte Sie bereits auf die Verwandtschaft der Elektronentheorie mit älteren Anschauungen aufmerksam. Speziell hat sie mit der namentlich von WILH. WEBER vertretenen Theorie der beiden elektrischen Flüssigkeiten manchen Zug gemein. In der Tat, ob ich nun sage, ein geladener Körper besitze einen Überschuss positiver oder negativer elektrischer Flüssigkeit, oder einen Überschuss an Elektronen einer bestimmten Art, das macht keinen grossen Unterschied. Dennoch sind, und zwar inzweierlei Hinsicht, unsere jetzigen Anschauungen von den früheren weit

verschieden. Erstens akzeptieren wir in vollem Umfange die allgemeinen Ideen der MAXWELL'schen Theorie, und zweitens sind wir im Stande, über die Eigenschaften und das Verhalten der Elektronen, über ihre Ladung, Masse, Dimensionen und Geschwindigkeit viel bestimmtere Aussagen zu machen, als es früher, was die Teilchen der elektrischen Flüssigkeiten betraf, möglich war.

Gestatten Sie mir, zunächst den ersten Punkt etwas näher zu beleuchten.

Die Grundgedanken der MAXWELL'schen Theorie sind uns Allen geläufig; Sie, meine Herren, operieren damit, kann man sagen, tagtäglich. Wir denken gegenwärtig nie mehr an die gegenseitige Wirkung von elektrisierten Körpern, von Stromleitern und Magneten, ohne das elektrische oder magnetische, im Allgemeinen das „elektromagnetische“ Feld rings um diese Körper und zwischen denselben ins Auge zu fassen. In diesem Felde stellen wir uns die beiden Zustände vor, die durch die sogenannte „elektrische“ und „magnetische“ Kraft bestimmt werden, und denen ein genau angegebener Energiebetrag entspricht. Ferner haben wir ziemlich einfache Gleichungen, mittels welcher wir das Feld berechnen können; die eine drückt den Zusammenhang zwischen dem Strome und der magnetischen Kraft, die andere den Zusammenhang zwischen der elektrischen Kraft und der Änderung der magnetischen Induktion aus. Ich brauche diese Formeln nicht anzuführen und will nur daran erinnern, dass sie im Allgemeinen eine Fortpflanzung der Zustände mit einer Geschwindigkeit, gleich der des Lichtes, darstellen. Zwar gibt es stationäre Zustände, in welchen von einer Fortpflanzung die Rede nicht ist, sobald wir aber einen Strom in seiner Intensität ändern, einen elektrisierten Körper oder einen Magnet in Bewegung versetzen, entstehen elektromagnetische Wellen, in welchen eine gewisse Ausstrahlung von Energie stattfindet.

Nach der Elektronentheorie besteht nun rings um jedes Elektron in dem umgebenden Äther ein Feld, das den allgemeinen MAXWELL'schen Gleichungen genügt; jedes bei unseren Versuchen zur Beobachtung kommende Feld entsteht aus der Superposition unzähliger derartiger Elementarfelder. Was das Feld des einzelnen Elektrons betrifft, so ist dieses rein elektrostatisch, wenn das Teilchen ruht, während bei Bewegung desselben sofort

magnetische Kräfte hinzukommen. Geschieht nun die Bewegung fortwährend in derselben Richtung mit konstanter Geschwindigkeit, dann ist der Zustand insofern stationär, dass das Elektron ein unveränderliches Feld mit sich führt. In allen anderen Fällen, also bei jeder Änderung der Geschwindigkeit, sei es der Richtung oder der Grösse nach, haben wir es mit einer Strahlung zu tun.

Wenn Sie nun eine mathematische Darstellung der Elektrophentheorie von mir verlangten, so hätte ich diese Behauptungen zu belegen mit den Formeln, die zur Bestimmung des Feldes dienen und auf welchen alle weiteren Entwicklungen beruhen. Ich glaube indes Ihrer Erwartung besser zu entsprechen, wenn ich statt dessen nur einige Worte sage von den Voraussetzungen, die man gemacht hat, um zu jenen Formeln zu gelangen. *Eine* Annahme ist, dass der Äther nicht nur den ganzen Raum zwischen den Elektronen füllt, sondern auch diese Teilchen, welchen wir eine gewisse Ausdehnung zuschreiben, durchdringt; auch im Innern eines Elektrons besteht ein elektromagnetisches Feld, das wir zugleich mit dem äusseren Felde bestimmen. Eine *zweite* Annahme, nicht weniger wichtig als jene erste, behauptet, dass, während die Elektronen sich bewegen, der Äther selbst nicht von der Stelle rückt. In diesem Mittel können zwar vielfache Zustandsänderungen stattfinden, die sich uns eben durch die elektromagnetischen Wirkungen kundgeben, eine Strömung desselben nach Art einer Flüssigkeit halten wir jedoch für ausgeschlossen.

Diese Hypothese eines ruhenden Äthers wurde von FRESNEL aufgestellt und hatte zunächst den Zweck, gewisse optische Erscheinungen in bewegten Körpern zu erklären. Gegenwärtig können wir zu ihren Gunsten auch elektromagnetische Beobachtungen heranziehen. Wenn nämlich nicht bloss, wie bei den Versuchen von ROWLAND, eine geladene Scheibe, sondern ein ganzer Plattenkondensator in Rotation versetzt wird, wobei wir uns die Drehungsachse senkrecht zu den Platten denken wollen, dann geht auch von dem Dielektrikum eine magnetische Wirkung aus, wie zuerst RÖNTGEN gefunden hat. In Versuchen von EICHENWALD hat es sich nun gezeigt, dass bei einem Apparat mit einem ponderablen Dielektrikum diese Wirkung nicht der vollen dielektrischen Verschiebung entspricht. Wir müssen uns vielmehr vorstellen, dass die dielektrische Verschiebung (MAXWELL'S

„dielectric displacement“) aus zwei Teilen besteht, deren einer an der Materie haftet, der andere aber in dem Äther seinen Sitz hat. Nur der erste Teil bringt, indem er von der bewegten Materie mitgeführt wird, ein magnetisches Feld hervor.

Ich komme jetzt auf die Kraft zu sprechen, welche auf ein Elektron wirkt; auch was diese betrifft, stellen wir uns ganz auf den Boden der MAXWELL'schen Theorie. Die Kraft wird ausgeübt durch den Äther an der Stelle, wo das Elektron sich befindet, und wird *direkt* durch den Zustand dieses Äthers bestimmt; nur *mittelbar* hängt sie von den Elektronen ab, die das Feld erregt haben. Ist das Elektron in Ruhe, so erhält man die Kraft, welche es erleidet, wenn man die elektrische Kraft im Äther mit der Ladung des Elektrons multipliziert. Dagegen kommt, wenn das Teilchen sich bewegt, noch eine neue Kraft hinzu; diese steht senkrecht auf der durch die Bewegungsrichtung und die magnetische Kraft gelegten Ebene, und man erhält ihre Grösse, wenn man die Ladung multipliziert mit der Geschwindigkeit, der magnetischen Kraft und dem Sinus des Winkels, den diese beiden Vektoren einschliessen. Um die Richtung der Wirkung völlig anzugeben, denken wir uns in der genannten Ebene eine Drehung von weniger als 180° , welche die Richtung der Geschwindigkeit in die der magnetischen Kraft überführt und legen eine Uhr in solcher Weise in die Ebene, dass ihre Zeigerbewegung dem Sinne nach mit dieser Drehung übereinstimmt. Die auf das Elektron wirkende Kraft ist dann von dem Zifferblatt der Uhr nach der Rückseite oder umgekehrt gerichtet, je nachdem die Ladung positiv oder negativ ist.

Im Allgemeinen, in einem beliebigen Felde, setzt sich nun die Wirkung, welche ein Elektron erleidet, aus den beiden genannten Teilen, die man als „elektrostatische“ und „elektromagnetische“ Kraft unterscheiden kann, zusammen. Durch Summierung der ersteren berechnen wir die Gesamtwirkung eines Feldes auf alle Elektronen in einem geladenen, oder auch in einem elektrisch polarisierten Körper, also alle elektrostatischen Kräfte. Aus dem zweiten Teile der Kraft erklären wir die elektrodynamischen Wirkungen, sowie alle Induktionserscheinungen in ponderablen Körpern.

Während wir so den Grundsätzen der MAXWELL'schen Theorie

treu geblieben sind, gehen wir mit der Annahme der Elektronen über MAXWELL hinaus. Damit hängt auch die Bedeutung zusammen, welche der Äther in der neueren Theorie hat. Er ist nicht mehr ein Dielektrikum wie jedes andere, nur mit einer kleineren dielektrischen Konstante, sondern ein Dielektrikum ganz besonderer Art, eigentlich das einzige Medium, das wir uns vorstellen, da ja alle Körper von demselben durchdrungen sind und also alle Kräfte durch ihn vermittelt werden. Wenn wir annehmen dürften, dass zwischen zwei aufeinander wirkenden Molekülen oder Atomen immer noch eine kleine Entfernung besteht, so könnten wir behaupten, dass nie eine Kraftwirkung stattfindet, bei der der Äther nicht im Spiel ist. Das gilt nicht nur von den elektrischen und magnetischen Anziehungen und Abstossungen, sondern ebenso gut von allen Molekularkräften und chemischen Wirkungen, von dem Druck, den wir auf einen Gegenstand ausüben, und von der Kraft, mit der ein gestrecktes Seil sich zusammenzieht. Was aber die speziellen Eigenschaften der ponderablen Dielektrika betrifft, wodurch sie sich von dem Äther unterscheiden, so erklären wir diese aus der Annahme, dass die Moleküle Elektronen enthalten, welche an Gleichgewichtslagen gebunden sind, aber durch elektrische Kräfte daraus verschoben werden können. Hat diese Verschiebung stattgefunden, so sagen wir, der Körper sei elektrisch polarisiert, und in dieser Polarisation besteht eben der eine, an der Materie haftende Teil der dielektrischen Verschiebung, von dem bereits die Rede war.

Im weiteren Verlaufe unserer Betrachtungen werde ich noch Gelegenheit finden, Ihnen an Beispielen die Zweckmässigkeit und Fruchtbarkeit der Elektronenhypothese zu zeigen. Für den Augenblick will ich nur sagen, dass wir uns den Molekulartheorien in der Physik und der chemischen Atomistik aufs Engste anschliessen, speziell der Theorie der Ionen, die in der Erklärung der Erscheinungen der Elektrolyse so Vieles geleistet hat, und der Lehre von den Gasionen, die uns in den Stand setzt, die rätselhaften Entladungserscheinungen dem Verständnis erheblich näher zu bringen.

Zugegeben muss freilich werden, dass wir bei unseren Bestrebungen, den Mechanismus der Erscheinungen zu enträtseln, nur die allerersten Schritte getan haben, und wenn wir weiter gehen wollen, immer auf der Hut sein müssen, uns nicht in theoretische

Spekulationen zu verlieren. Ebenso muss anerkannt werden, dass in vielen Fällen andere Wege, auf welchen man sich so viel wie möglich an allgemeine, von Jedem angenommene Grundsätze hält, mit gleichem, oder sogar mit besserem Erfolg eingeschlagen werden können; hierher gehören z. B. alle thermodynamischen Betrachtungen. Einen eigentümlichen Reiz hat es ferner, unbekümmert um den verborgenen Mechanismus der Vorgänge, ein grosses Gebiet von Erscheinungen in ein System weniger Gleichungen zusammenzufassen, eine Methode, die z. B. VOIGT und COHN mit dem glücklichsten Resultat angewandt haben und mittels welcher der erste dieser Physiker auf magneto-optischem Gebiet zu Schlüssen gekommen ist, die der Elektronentheorie noch entgangen waren.

Indes, solche Erwägungen mögen uns davor warnen, eine bestimmte Auffassung der Erscheinungen für die beste oder befriedigendste zu erklären, sie dürfen uns nicht abhalten, auf dem Wege, der uns am aussichtsvollsten erscheint, möglichst weit vorzudringen. Die Wissenschaft kann nur dabei gewinnen, wenn ein Jeder das auf seine Weise tut.

Was ich Ihnen jetzt, nach diesen einleitenden Betrachtungen, zu sagen habe, bezieht sich teils auf Elektronen, die sich frei im Äther bewegen, teils auf solche, die in den ponderablen Körpern eingeschlossen sind, wobei ich die Bemerkung einflechten will, dass, was diese letzteren betrifft, auch von denjenigen geladenen Teilchen, die man gewöhnlich Ionen nennt, die Rede sein wird.

Mit freien Elektronen haben wir es zu tun bei den Kathodenstrahlen, den Kanalstrahlen und den BECQUERELSTRahlen. Die ersten dürfen allgemein bekannt sein. Die Kanalstrahlen, die von GOLDSTEIN entdeckt worden sind, treten unter geeigneten Umständen auf, wenn man mit einem Entladungsrohr mit durchlöcherter Kathode arbeitet, und zwar entstehen sie dann auf der Rückseite der Kathode, das heisst auf der von der Anode abgewendeten Seite, und gehen eben von den Löchern aus. Es sind gleichsam Strahlen, die, an der Anode gebildet, diese Löcher durchsetzen. Was schliesslich die BECQUERELSTRahlen betrifft, so ist die Entdeckung dieser wundervollen Erscheinungen gerade zur rechten Zeit für die Elektronentheorie gekommen; sie haben neue Prüfsteine für die Theorie geliefert und wir verdanken denselben

Aufschlüsse von der höchsten Wichtigkeit über die Natur der Elektronen. Ich werde speziell von den Radiumstrahlen reden und erinnere Sie daran, dass man drei Arten derselben unterscheidet, die man als α -, β - und γ -Strahlen bezeichnet. Von diesen haben die α -Strahlen das geringste, die γ -Strahlen das grösste Durchdringungsvermögen.

Dass nun die genannten Strahlungen mit höchstens einer einzigen Ausnahme aus Elektronen bestehen, die in der Strahlrichtung weiter fliegen, und durch ihren Anprall auf die zur Untersuchung dienende Platte einen photographischen Eindruck oder eine Fluoreszenz hervorrufen, hat man aus verschiedenen Erscheinungen geschlossen. In einigen Fällen unmittelbar daraus, dass die Strahlen einem Körper, von dem sie aufgefangen werden, eine gewisse elektrische Ladung mitteilen, und dass dagegen der Körper, von dem sie ausgegangen sind, mit einer entgegengesetzten Ladung zurückbleibt. Für meinen Zweck kommen indes hauptsächlich die Änderungen in Betracht, welche ein elektrisches oder magnetisches Feld in den Lauf der Strahlen bringt. Denken Sie sich zunächst, ein Elektron bewege sich in einem homogenen

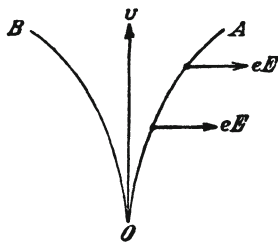


FIG. 1

elektrischen Felde, dessen Kraftlinien senkrecht zu der ursprünglichen Bewegungsrichtung stehen, etwa in unserer Zeichnung (Fig. 1) nach rechts laufen. Hat dann im Punkte O das Elektron eine nach oben gerichtete Geschwindigkeit v , und hat es positive Ladung, so wird es unter dem Einflusse der konstanten, nach rechts wirkenden Kraft eine Parabel wie OA beschreiben. Dagegen erhielte man eine Kurve OB von entgegengesetzter Krümmung, wenn die Ladung negativ wäre. Ist e die Ladung, E die Stärke des Feldes, m die Masse des Elektrons, so ist die konstante Beschleunigung eE/m , und man berechnet den Krümmungsradius r der Bahn im Punkte O aus der Gleichung

$$\frac{v^2}{r} = \frac{eE}{m}, \quad (1)$$

so dass man aus den Beobachtungen, in welchen r und E gemessen werden können, den Wert von

$$\frac{e}{mv^2} \quad (2)$$

ableiten kann.

Eine ähnliche Richtungsänderung wie in einem elektrischen erleiden die Strahlen auch in einem magnetischen Felde, nur dass jetzt, wenn die Strahlrichtung ursprünglich senkrecht zu den Kraftlinien steht, der Strahl in einer Ebene senkrecht zu diesen Linien verläuft. Denken wir uns, wie in Fig. 2, die Kraftlinien eines homogenen Feldes senkrecht zur Ebene der Zeichnung und zwar nach vorn gerichtet, so wird ein ursprünglich nach oben fliegendes Teilchen eine nach rechts abbiegende Bahn OD beschreiben, wenn es positive, eine nach links abbiegende dagegen, wenn es negative Ladung hat. Die Geschwindigkeit v bleibt jetzt, da die Kraft fortwährend senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, konstant; infolgedessen bleibt auch die Grösse der Kraft ungeändert, sodass ein Kreis beschrieben wird. Beachtet man, dass die Kraft durch den Ausdruck

$$evH$$

gegeben wird, wo H die magnetische Feldstärke bedeutet, dann erhält man zur Bestimmung des Radius r die Formel

$$\frac{v^2}{r} = \frac{evH}{m}, \quad (3)$$

mittels welcher man, sobald man die Feldstärke H und die Krümmung gemessen hat, den Wert von

$$\frac{e}{mv} \quad (4)$$

berechnen kann.

Sie erschen hieraus, dass man (wenigstens wenn über die Bewegungsrichtung kein Zweifel besteht), aus der Beobachtung des Sinnes, in welchem entweder die elektrische oder die magnetische Ablenkung stattfindet, das Vorzeichen der elektrischen Ladung ableiten kann. Ferner, und das ist höchst merkwürdig, dass man, sobald für dieselbe Art Strahlen die beiden Ablenkungen gemessen worden sind, die Werte der Geschwindigkeit v

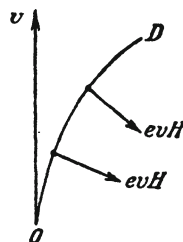


FIG. 2

und des Verhältnisses e/m angeben kann. Kennt man nämlich die Ausdrücke (2) und (4), so lassen sich daraus v und e/m berechnen.

Es gibt auch Fälle, in welchen schon die Beobachtung der Wirkung eines magnetischen Feldes an sich ausreicht, um das Verhältnis e/m zu bestimmen. Die erste der betreffenden Erscheinungen, bei welchen man es freilich nicht mehr mit *freien* Elektronen zu tun hat, ist die von ZEEMAN entdeckte Änderung, welche die Schwingungsdauer der ausgesandten Strahlen dann erleidet, wenn eine gasförmige Lichtquelle sich in einem magnetischen Felde befindet. Zu der einfachsten Vorstellung über die Emission gelangen wir, wenn wir uns in jedem Molekül des leuchtenden Gases ein einziges bewegliches Elektron denken, welches, sobald es um eine gewisse Strecke r aus der Gleichgewichtslage verschoben ist, durch eine mit dieser Strecke proportionale Kraft nach jener Lage hin zurückgetrieben wird. Schreiben wir für diese Kraft $K = kr$, wo k eine Konstante bedeutet, so ist die Schwingungsdauer des Elektrons nach einfachen Gesetzen der Mechanik

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

wofür wir auch schreiben können

$$n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (5)$$

wenn wir mit n die *Frequenz*, d. h. die Zahl der Schwingungen in der Zeit 2π , bezeichnen. Eben diese selbe Frequenz hat auch die Strahlung, welche das Teilchen wegen seiner Geschwindigkeitsänderungen bewirkt.

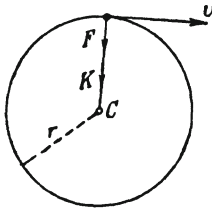


FIG. 3

Betrachten Sie jetzt eine kreisförmige Schwingung (Fig. 3) in einer Ebene, die senkrecht zu der magnetischen Kraft H steht. Bei einer solchen kommt neben der Kraft $K = kr$, die nach dem Mittelpunkte C des Kreises hin gerichtet ist, noch eine Kraft $F = evH$, oder, da $v = 2\pi r/T = nr$, eine Kraft

$$F = enHr$$

in Betracht. Diese hat entweder die gleiche oder die entgegengesetzte Richtung wie die Kraft K . Das hängt von der Richtung der Bewegung, der Richtung des magnetischen Feldes und dem Vorzeichen der Ladung e ab. Diese neue Kraft ist in Wirklichkeit sehr klein im Vergleich zu der Kraft kr ; wir dürfen somit sagen, dass die Konstante k die kleine Änderung $\delta k = enH$ erleidet. Dem entspricht nach der Gleichung (5) eine Änderung der Frequenz

$$\delta n = \frac{1}{2} H \frac{e}{m}, \quad (6)$$

die in dem einen oder dem anderen Sinne erfolgen kann. Wird die Schwingungszeit vergrößert für die eine Bewegungsrichtung, so wird sie verkleinert für die entgegengesetzte.

Es ist ferner zu beachten, dass das magnetische Feld auf ein Elektron, das sich längs einer Kraftlinie bewegt, keine Kraft ausübt, und dass somit Schwingungen unseres Teilchens, die parallel zu den Kraftlinien, also senkrecht zu unserer Zeichnung, verlaufen, gar nicht von dem Felde affiziert werden. Da nun beliebige Schwingungen in solche geradlinige und zwei entgegengesetzt cirkulare in der Ebene der Zeichnung zerlegt werden können, so dürfen wir schliessen, dass unter dem Einfluss des Feldes, statt der einen Schwingungszahl n , drei Schwingungszahlen n , $n + \delta n$, $n - \delta n$ auftreten, dass man also bei spektraler Zerlegung des Lichtes nicht mehr eine einfache Linie, sondern eine dreifache, ein Triplet von Linien zu sehen bekommt. Das hat ZEEMAN auch in der Tat beobachtet, wobei ich Sie indes darauf aufmerksam machen muss, dass dies nur die einfachste Form des nach ihm genannten Phänomens ist; die meisten Spektrallinien werden in komplizierterer Weise zerlegt.

Hat man es wirklich mit einem Triplet zu tun, so liefert die Messung der Entfernung der Komponenten den Wert von δn ; aus der Formel (6) kann man sodann, wenn auch die Feldstärke H bekannt ist, den Wert von e/m ableiten. In dieser Weise hat ZEEMAN die erste Bestimmung dieses Verhältnisses gemacht. Auch konnte er aus seinen Beobachtungen ableiten, ob das bewegliche Elektron, das durch seine Schwingungen die Lichtstrahlen hervorbringt, positive oder negative Ladung hat.

Wie ich bereits in der Einleitung bemerkte, stellen wir uns in

den Molekülen jedes ponderablen Körpers Elektronen vor, die in Mitschwingung geraten, sobald der Körper von einem Lichtstrahl getroffen wird. Die Ursache der Bewegung ist hierbei in den fortwährend wechselnden elektrischen Kräften, welche in dem Lichtstrahl bestehen, zu suchen. In welchem Masse nun das Mitschwingen stattfindet, und welchen Einfluss es auf die Lichtbewegung in dem Körper, namentlich auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat, das hängt von der Grösse der Kräfte ab, welche die Elektronen nach ihren Gleichgewichtslagen zurückzutreiben bestrebt sind. Denken Sie sich jetzt, der Körper befinde sich in einem magnetischen Felde und werde in der Richtung der Kraftlinien von rechts- oder linkszirkular polarisiertem Licht durchlaufen, d. h. von Strahlen, in welchen kreisförmige Schwingungen, senkrecht zu der Strahlrichtung, stattfinden. Die auf ein mitschwingendes Elektron wirkende, auf den Mittelpunkt seiner kreisförmigen Bahn gerichtete Kraft wird dann in derselben Weise wie wir bei Besprechung des ZEEMANphänomens erörtert haben, bei der einen Bewegungsrichtung durch den Einfluss des Feldes vergrößert und bei der anderen verkleinert. Daraus entsteht eine Ungleichheit in den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten rechts und links zirkular polarisierten Lichtes, eine Ungleichheit, die sich nach einem bekannten Satze der Optik darin äussert, dass die Schwingungsrichtung eines *geradlinig* polarisierten Lichtstrahls gedreht wird, während er den Körper durchläuft. Diese längst bekannte Tatsache hat also im Grunde dieselbe Ursache wie der ZEEMANeffekt und es wird begreiflich, dass man sie ebenso wie letzteren zur Bestimmung von e/m verwenden kann. SIERTSEMA hat einige Werte dieser Grösse aus den gemessenen Drehungswinkeln abgeleitet.

Bis jetzt war immer von dem *Verhältnisse* e/m die Rede. Was den Wert von e selbst betrifft, d. h. die Grösse der elektrischen Ladung eines einzelnen Teilchens, so hat J. J. THOMSON in Cambridge diesen für Gasionen in verschiedenen Fällen nach seiner sinnreichen Nebelmethode bestimmt. Enthält das ionisierte Gas Wasserdampf, so entsteht bei der durch adiabatische Expansion herbeigeführten Abkühlung ein Nebel, wobei die Ionen als Kondensationskerne wirksam sind. Man darf annehmen, dass sich um jedes Ion ein Wassertröpfchen bildet. Die Grösse dieser Tröpfchen leitet THOMSON aus der Fallgeschwindigkeit des Ne-

bels ab, wobei er das theoretische Ergebnis benutzt, dass eine kleine in der Luft fallende Kugel eine Endgeschwindigkeit erreicht, die in leicht angebbarer Weise von dem Gewichte der Kugel, ihrem Radius und dem Reibungskoeffizienten der Luft abhängt. Kennt man ferner die Menge des kondensierten Dampfes, so liefert eine einfache Division die Anzahl der Wassertropfchen, also auch die Anzahl der Ionen; man braucht also nur noch, was in der Tat möglich ist, die Gesamtladung derselben in absoluten Einheiten zu bestimmen um auch die Ladung jedes einzelnen Ions angeben zu können.

Wenn ich Sie nun noch daran erinnert habe, dass man für die Ionen in Elektrolyten das Verhältnis e/m von Ladung und Masse aus dem elektrochemischen Äquivalent ableiten kann, und dass die kinetische Gastheorie eine Schätzung der Masse eines solchen Ions ermöglicht, wodurch dann auch die Ladung e bekannt wird, so kann ich dazu übergehen, Ihnen Einiges über die Resultate, zu welchen man gekommen ist, und von den darauf basierten Schlüssen und Hypothesen mitzuteilen.

Einige für e/m erhaltene Werte habe ich in Tabelle I zusammengestellt, aus der sie zugleich ersehen, in welchen Fällen man es mit negativen, und in welchen mit positiven Elektronen zu tun hat.

Tabelle I

	$\frac{e}{m}$	v
Wasserstoffionen	9650	
Negative Elektronen.		
ZEEMANeffekt	1,6—3	} $\times 10^7$ 0,1—0,3
Drehung der Polarisationssebene . .	0,9—1,8	
Kathodenstrahlen, SIMON	1,86	
„ „, andere Beobachter	0,7—1,4	
Ultraviolett bestrahlte Zinkplatte. .	0,7	
β -Strahlen	1,75 ¹⁾	bis zu 0,95
Positive Elektronen.		
Kanalstrahlen	300—9000	
α -Strahlen	6000	0,07

¹⁾ Diese Zahl gilt für kleine Geschwindigkeiten.

Diesen Zahlenangaben, von welchen übrigens viele nur die Grössenordnung zeigen sollen, und ebenso allen späteren liegen das C. G. S.-System und die gebräuchlichen elektromagnetischen Einheiten zu Grunde ¹⁾).

Es fällt nun sofort auf, dass die Werte von e/m für die negativen Elektronen viel grösser sind als für die positiven und dass die Zahlen für die ersten Teilchen sich innerhalb ziemlich enger Grenzen bewegen. Dies hat zu der Annahme geführt, dass die in den untersuchten Fällen in Betracht kommenden negativen Elektronen überhaupt, sowohl in Masse als auch in Ladung, nur wenig von einander verschieden seien.

Was die Grösse der Ladungen betrifft, so möge zunächst erwähnt werden, dass man auf Grund molekulartheoretischer Betrachtungen die Masse eines Wasserstoffions auf ungefähr 10^{-24} Gramm geschätzt hat, woraus sich in Verbindung mit dem elektrochemischen Äquivalent für die Ladung eines solchen Ions der Wert

$$e = 10^{-20}$$

ergibt. Es ist nun merkwürdig, dass die Versuche von THOMSON für Gasionen Werte geliefert haben, die innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler mit dieser Zahl übereinstimmen.

Sie wissen, dass in den Elektrolyten alle einwertigen Ionen, seien es positive oder negative, Ladungen von gleichem numerischen Betrag haben und dass zwei-, dreiwertige Ionen usw. Ladungen tragen, die das Doppelte, das Dreifache usw. von denen der einwertigen sind. Diese Gesetze haben schon vor langer Zeit zu der Ansicht geführt, die Ladung eines einwertigen Ions sei ein wirkliches Elementarquantum, ein „Atom“ gleichsam, von Elektrizität, von welchem nur Vielfache, aber keine Bruchteile vorkommen. Mit dieser Auffassung stehen die Resultate von THOMSON in gutem Einklang, und so gelangen wir zu der Hypothese: Es gibt in der Natur ein bestimmtes elektrisches Elementarquantum und nicht nur ein einwertiges Ion, sondern auch die unter-

¹⁾ In meinen vor kurzer Zeit in der „Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften“ erschienenen Artikeln über die MAXWELL'sche Theorie und die Elektronentheorie habe ich im Anschluss an HERTZ und HEAVISIDE andere Einheiten eingeführt, die bei den theoretischen Entwicklungen gewisse Vorteile bieten. Bei der jetzigen Gelegenheit schien es mir aber geraten, mich an die allgemein üblichen Einheiten zu halten.

suchten Gasionen und ebenso die negativen Elektronen tragen ein solches als Ladung. Was die Erweiterung dieser Hypothese auf die negativen Elektronen betrifft, so ist zu bemerken, dass eine direkte Messung der Ladung eines solchen bis jetzt nicht gelungen ist. Es liegt aber nahe, diese Elektronen als die einfachsten Gebilde, die es gibt, zu betrachten und denselben dementsprechend die kleinste Ladung, die je vorkommt, zuzuschreiben. Dazu kommt, dass *eine* Bestimmung von e/m und *eine* Messung von e sich auf die geladenen Teilchen beziehen, die in das umgebende Gas gebracht werden, wenn eine negativ geladene Zinkplatte ultraviolett bestrahlt wird; nur war bei dem einen Versuche das Gas mehr verdünnt als bei dem anderen. Ist der Druck sehr niedrig, dann entstehen wirkliche Kathodenstrahlen, wie das auch der Wert von e/m in unserer Tabelle bestätigt. Bei höherem Druck dagegen hat man es mit Gasionen zu tun; wenn man sich aber vorstellt, dass diese dadurch entstehen, dass negative Elektronen der ursprünglichen Kathodenstrahlen eine gewisse Anzahl von Luftmolekülen an sich fesseln, so muss die Ladung des Gasions die gleiche sein wie die des Elektrons, welches den Kern desselben bildet.

Übrigens sprechen auch optische Erscheinungen dafür, dass die Ladung eines Elektrons von derselben Größenordnung wie die eines elektrolytischen Ions ist ¹⁾.

¹⁾ Es ist hier der Einfluss gemeint, den die ponderabele Materie auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschiedenfarbigen Lichtes hat, ein Einfluss, dessen Grösse die Werte der Brechungsexponenten bestimmt und den man durch die Annahme mitschwingender Elektronen erklärt.

Zur Vereinfachung beschränken wir uns auf ein Gas von so geringer Dichte, dass man von der Wechselwirkung der Moleküle Abstand nehmen kann, und nehmen wir an, dass jedes Molekül ein einziges bewegliches Elektron mit der Ladung e und der Masse m enthalte. Dieses Teilchen soll eine bestimmte Gleichgewichtslage haben, nach welcher es, sobald es um die Strecke r daraus verschoben worden ist, durch eine der Verrückung proportionale Kraft zurückgetrieben wird. Für diese Kraft schreiben wir kr , wo k eine von der Natur des Moleküls abhängige Konstante bedeutet.

Wie sich sogleich ergeben wird, darf man in den in Betracht kommenden Fällen die Verrückung r der elektrischen Kraft E , welcher das Molekül unterworfen ist, proportional setzen. Ist nun $r = sE$, und bezeichnet man mit N die Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit, dann liefert die elektromagnetische Lichttheorie folgende Formel für den Brechungsexponenten:

$$v = \sqrt{1 + hseN},$$

wo h eine von der Wahl der Einheiten abhängige Konstante bedeutet. Bedient man sich der üblichen elektromagnetischen Einheiten, und schreibt man c für die Lichtgeschwindigkeit im Äther, so ist $h = 4\pi c^2$.

Da der Brechungsexponent v im Fall eines Gases nur wenig von Eins verschieden ist, so darf man auch setzen

Ich brauche Ihnen kaum zu sagen, dass, wenn wir einmal die Existenz bestimmter untereinander gleicher elektrischer Elementarquanten angenommen haben, auch die Ladungen positiver

$$\nu = 1 + \frac{1}{2} hseN.$$

Um s zu bestimmen, betrachten wir ein Bündel geradlinig polarisierten Lichtes von bestimmter Schwingungszahl; in jedem Punkte eines solchen besteht eine periodisch wechselnde elektrische Kraft E , die fortwährend längs derselben Geraden gerichtet ist, und deren Grösse etwa

$$E = a \cos nt$$

ist, wo n die Frequenz der Schwingungen bedeutet. Die infolgedessen auf das Elektron wirkende Kraft hat die Grösse $ae \cos nt$, und zur Bestimmung der Verrückung r , welche das Elektron unter ihrem Einflusse längs jener Geraden erleidet, hat man die Differentialgleichung

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = ae \cos nt - kr,$$

deren letztes Glied von der nach der Gleichgewichtslage hin wirkenden Kraft herrührt. Die Gleichung zeigt, dass das Elektron unter dem Einflusse der elektrischen Kraft E eine schwingende Bewegung von der Frequenz n ausführen kann; der Formel wird nämlich genügt durch

$$r = \frac{ae}{k - mn^2} \cos nt,$$

oder, wenn man

$$\frac{k}{m} = n_0^2$$

setzt,

$$r = \frac{ae}{m(n_0^2 - n^2)} \cos nt.$$

Es ist also wirklich der Ausschlag r des Elektrons der elektrischen Kraft E proportional; die Verhältniszahl s wird

$$s = \frac{e}{m(n_0^2 - n^2)}$$

und man erhält für den Brechungsexponenten

$$\nu = 1 + \frac{hNe^2}{2m(n_0^2 - n^2)}.$$

Die Konstante n_0 bedeutet die Frequenz der *Eigenschwingungen*, welche das Elektron unter dem Einflusse der Kraft kr allein ausführen kann. Wir wollen voraussetzen, dass diese Frequenz einer weit im Ultraviolett liegenden Stelle des Spektrums entspricht. Dann ist für Lichtstrahlen $n < n_0$, $\nu > 1$, und zwar nimmt ν mit wachsendem n zu, wodurch die tatsächlich bestehende Dispersion erklärt ist.

Aus den Messungen von ν für verschiedene n lassen sich nun, da auch h bekannt ist, die Konstanten n_0 und Ne^2/m ableiten. Benutzt man dann weiter den Wert von e/m , der sich z.B. aus der Beobachtung des ZEEEMANeffektes ergibt, dann wird auch Ne bekannt. Andererseits kann man die Elektrizitätsmenge Ne angeben, welche nötig wäre, um jedem Molekül des in der Volumeneinheit enthaltenen Gases eine Ladung, gleich der eines einwertigen elektrolytischen Ions, zu erteilen. Schliesslich ist man im Stande, das Verhältnis e/e zu berechnen.

Freilich komplizieren sich die Verhältnisse, sobald man es mit mehreren Arten von Eigenschwingungen zu tun hat.

Elektronen oder Ionen in diesen natürlichen Einheiten ausgedrückt, nur die Werte 1, 2, usw. haben können.

Wir sind jetzt im Stande, aus dem Angeführten wichtige Schlüsse, die Masse der Elektronen und Ionen betreffend, zu ziehen. Sehen wir zur Vereinfachung von denjenigen Fällen, in welchen die Ladung aus zwei oder mehr Elementarquanten besteht, ab, und setzen also e für alle Elektronen und Ionen gleich, so sind die Massen m den Werten von e/m umgekehrt proportional. Folglich ist die Masse eines negativen Elektrons nur ein kleiner Bruchteil von der eines Wasserstoffatoms, wenn wir den von SIMON für e/m gefundenen Wert zugrunde legen, etwa der 2000^{ste} Teil, die Masse eines positiven Elektrons, wie diese in den Kanalstrahlen und den α -Strahlen des Radiums vorkommen, von derselben Grössenordnung wie die Massen der chemischen Atome. Es scheint also, dass die Elektronen durch die Zerlegung eines Atoms in zwei geladene Teilchen entstehen, ein positives, dem fast die ganze Masse zuteil fällt, und ein negatives, welches nur einen kleinen Bruchteil davon erhält.

Ich habe in Tabelle I auch einige Angaben über die Geschwindigkeit der freien Elektronen aufgenommen, und zwar ist dabei als Einheit die Geschwindigkeit des Lichtes gewählt. Während nun die positiven Elektronen weit hinter dieser zurückbleiben, kommen bei den negativen sehr grosse Werte vor. Besonders merkwürdig ist, auch was diesen Punkt betrifft, die Strahlung des Radiums. Ein Radiumsalz sendet zugleich negative Teilchen mit sehr grosser, und positive mit viel kleinerer Geschwindigkeit aus. Ein magnetisches Feld trennt die Strahlen von einander, wie Sie es in der schematischen Fig. 4 sehen, in welcher wir uns wieder die magnetischen Kraftlinien senkrecht zur Ebene der Zeichnung zu denken haben. Das Feld lenkt die α - und β -Strahlen nach entgegengesetzten Seiten ab, während die dritte Art, die γ -Strahlen, ihren Weg ungestört verfolgen.

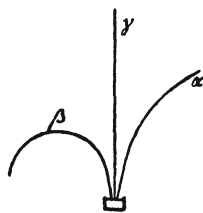


FIG. 4

Von den schönen Untersuchungen von KAUFMANN über die elektrische und magnetische Ablenkung der Radiumstrahlen habe ich bis jetzt geschwiegen, da ich Sie vorher mit dem Problem be-

kannt machen möchte, das in diesen Untersuchungen seine Lösung gefunden hat. Wir sahen bereits, dass ein Elektron im allgemeinen eine Kraftwirkung erleidet, sobald es sich in einem elektromagnetischen Felde befindet. Nun besteht jedenfalls das eigene Feld des Elektrons und wir fragen somit: hat auch dieses eine Kraft zur Folge? Die Berechnung lehrt, dass dies in der Tat der Fall ist, sobald das Elektron eine andere als eine gleichförmige geradlinige Bewegung hat. Bezeichnen wir mit q_1 die Beschleunigung in der Bewegungsrichtung, mit q_2 die Beschleunigung senkrecht zu dieser, so findet man, dass der Äther zwei Kräfte auf das Elektron ausübt, die diesen Beschleunigungen entgegengesetzt und ihren Grössen proportional sind; für die eine Kraft wollen wir $m_1 q_1$, für die andere $m_2 q_2$ schreiben. Hier sind m_1 und m_2 gewisse Koeffizienten, die von der Grösse des Elektrons, der Ladung und überdies von der Geschwindigkeit abhängen. Will ich nun dem Elektron eine bestimmte Bewegung erteilen, so muss ich zunächst, wenn m_0 die Masse in dem gewöhnlichen Sinne des Wortes ist, ebenso wie bei einem gewöhnlichen materiellen Punkte, die Kräfte $m_0 q_1$ und $m_0 q_2$ wirken lassen; überdies muss ich aber noch die soeben genannten Kräfte überwinden. Im ganzen ist also in der Bewegungsrichtung eine äussere Kraft

$$(m_0 + m_1) q_1$$

und senkrecht zu derselben eine Kraft

$$(m_0 + m_2) q_2$$

erforderlich. M. a. W. das Elektron verhält sich, was die Tangentialbeschleunigung betrifft, als ob die Masse $m_0 + m_1$, und was die Normalbeschleunigung anbelangt, als ob sie $m_0 + m_2$ wäre. Wir wollen m_0 die *wahre* Masse, m_1 bez. m_2 die *scheinbare* oder *elektromagnetische* Masse, $m_0 + m_1$ oder $m_0 + m_2$ die *effektive* Masse nennen; dabei können wir noch füglich m_1 als *longitudinale* und m_2 als *transversale* elektromagnetische Masse bezeichnen. Dass von einer elektromagnetischen Masse die Rede sein kann, können Sie übrigens, wenn es sich um eine Beschleunigung in der Bewegungsrichtung handelt, auch leicht in anderer Weise erkennen. Wenn ich nämlich einem Elektron eine gewisse Geschwindigkeit mitteilen will, so muss ich auch das dieser Geschwindigkeit entsprechende Feld hervorrufen; hierzu ist, da das Feld Energie

enthält, ein Arbeitsaufwand erforderlich und es kommt also auf dasselbe heraus, als wenn die Masse etwas grösser wäre.

Es ist nun eine wichtige Frage, inwiefern die effektive Masse, deren Verhältnis zur Ladung man aus den Beobachtungen ableiten kann, wahre und inwiefern sie elektromagnetische Masse ist. Die Möglichkeit hierüber zu entscheiden beruht auf dem Umstande, dass die elektromagnetischen Massen m_1 und m_2 keine Konstanten sind, sondern von der Geschwindigkeit des Elektrons abhängen. Ist diese klein, so haben für ein kugelförmiges Elektron vom Radius R , dessen Ladung e gleichförmig über die Oberfläche verteilt ist, sowohl m_1 wie auch m_2 den Wert $2e^2/3R$; für grössere Geschwindigkeiten steigen die Werte und zwar so rasch, dass sie unendlich gross sein würden, wenn eine Geschwindigkeit, gleich der des Lichtes, erreicht wäre.

M. ABRAHAM, der sich überhaupt um die Dynamik des Elektrons sehr verdient gemacht hat, hat Formeln für m_1 und m_2 entwickelt ¹⁾. Das Resultat der Untersuchungen von KAUFMANN ist nun, dass die transversale effektive Masse $m_0 + m_2$ innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler sich in demselben Masse mit der Geschwindigkeit ändert, wie die elektromagnetische Masse m_2 dies nach den Formeln tun soll. Man darf daher annehmen, dass die negativen Elektronen keine wahre, sondern nur elektromagnetische Masse besitzen, dass sie gleichsam nur Ladung ohne Materie sind, oder, was dasselbe ausdrückt, dass man es bei einem bewegten negativen Elektron mit keiner anderen Energie als der elektromagnetischen Energie des Feldes zu tun hat ²⁾.

¹⁾ Diese Formeln lauten, wenn man mit β das Verhältnis der Geschwindigkeit des Elektrons zu der Geschwindigkeit des Lichtes im Äther bezeichnet,

$$m_1 = \frac{e^2}{2R\beta^3} \left[\frac{2\beta}{1-\beta^2} - \log \text{nat} \frac{1+\beta}{1-\beta} \right],$$

$$m_2 = \frac{e^2}{4R\beta^3} \left[-2\beta + (1+\beta^2) \log \text{nat} \frac{1+\beta}{1-\beta} \right],$$

oder, wenn man nach steigenden Potenzen von β entwickelt,

$$m_1 = \frac{e^2}{R} \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \beta^2 + \frac{6}{7} \beta^4 + \dots \right),$$

$$m_2 = \frac{e^2}{2R} \left[\left(1 + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \beta^2 + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) \beta^4 + \dots \right].$$

²⁾ Die den Beschleunigungen proportionalen Kräfte sind nicht die einzige Wirkung, welche der Äther auf ein bewegtes Elektron ausübt. Es kommt noch eine weitere

Ich kann nicht umhin, Ihnen von der Methode von KAUFMANN noch Einiges mitzuteilen. Sie bestand in der Messung der elektrischen und magnetischen Ablenkung der β -Strahlen. Diese haben sehr verschiedene Geschwindigkeiten, sodass man durch Versuche mit einem und demselben Radiumpräparat die Werte von e/m für allerhand Geschwindigkeiten bestimmen kann. Um nun angeben zu können, welche elektrischen und magnetischen Ablenkungen zusammengehören, d. h. welche bei derselben Gruppe von Elektronen vorkommen, brachte KAUFMANN die beiden Ablenkungen zugleichzeitig hervor. Denken Sie sich, in dem Raume zwischen uns bestehe ein elektrisches und auch ein magnetisches Feld, beide mit horizontalen, für Sie von rechts nach links laufenden Kraftlinien. Werden dann von einem Punkte hier in meiner

Kraft ins Spiel, für deren Komponenten bei nicht zu raschen Bewegungen die Theorie die Werte

$$\frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \frac{d^3x}{dt^3}, \quad \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \frac{d^3y}{dt^3}, \quad \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \frac{d^3z}{dt^3}$$

liefert. In diesen Ausdrücken, welche für jede Ladungsverteilung gelten, bedeuten x, y, z die Koordinaten des Mittelpunktes, während c wieder die Geschwindigkeit des Lichtes ist.

Wendet man dieses Resultat auf ein Elektron an, das in der Richtung der x -Achse einfache Schwingungen nach der Gleichung

$$x = a \cos nt$$

macht, dann hat die neue Kraft die Richtung der x -Achse und den Wert

$$\frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \frac{d^3x}{dt^3} = - \frac{2}{3} \frac{n^3 e^2}{c} \frac{dx}{dt}$$

Sie ist also der Bewegung entgegengesetzt, so dass man sie als einen *Widerstand* betrachten kann, infolgedessen die Schwingungen, wenn sie nicht durch eine andere Kraft unterhalten werden, gedämpft werden. Es hängt dies damit zusammen, dass das Teilchen, indem es der Ausgangspunkt einer Strahlung ist, Energie verliert.

Um die Schwingungen im Gang zu halten, ist eine dem Widerstande gleiche und entgegengesetzte Kraft

$$\frac{2}{3} \frac{n^3 e^2}{c} \frac{dx}{dt}$$

erforderlich. Diese leistet während eines Zeitelementes dt die Arbeit

$$\frac{2}{3} \frac{n^3 e^2}{c} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 dt = \frac{2}{3} \frac{n^4 e^2 a^2}{c} \sin^2 nt \cdot dt,$$

woraus sich durch Integration die Arbeit während einer vollen Periode $2\pi/n$ zu

$$\frac{2\pi n^3 e^2 a^2}{3c}$$

berechnet. Es stimmt das wirklich überein mit dem Wert, den man für die während einer Schwingung ausgestrahlte Energie gefunden hat.

Nähe β -Strahlen ausgesandt nach einem mir gerade gegenüberliegenden Punkt hin, dann werden diese von der elektrischen Kraft in horizontaler Richtung, und zwar, da die Ladungen negativ sind, nach Ihrer rechten Seite, und von der magnetischen Kraft nach oben abgelenkt. Fallen die Strahlen auf einen Schirm, der senkrecht zu ihrer ursprünglichen Richtung steht, und legt man (Fig. 5) in diesem Schirm Koordinatenachsen, die eine vertikal, die andere horizontal, durch den Punkt O , in den die unabgelenkten Strahlen gelangen würden, so liefern die Koordinaten des in Wirklichkeit getroffenen Punktes P ein Mass für die beiden Ablenkungen. Sowohl OA , wie auch OB hängen von der Geschwindigkeit der Elektronen ab, und sind nun Strahlen von verschiedener Geschwindigkeit zu gleicher Zeit vorhanden, so reihen sich die getroffenen Punkte zu einer Kurve OPQ aneinander. Diese, oder ihre Verlängerung, läuft auf den Punkt O zu, wie daraus erhellt, dass für Lichtgeschwindigkeit beide Ablenkungen Null werden.

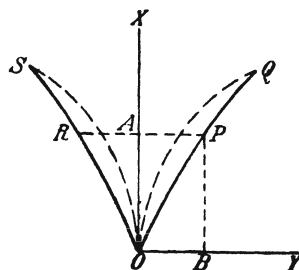


FIG. 5

Indem nun KAUFMANN als Schirm eine photographische Platte benutzte, die er in kleiner Entfernung von der Ausgangsstelle der Strahlen aufstellte, war es ihm möglich, die Koordinaten der Kurve an verschiedenen Stellen auszumessen und daraus mittels der bereits angeführten Formeln Schlüsse über die Werte von e/m bei verschiedenen Geschwindigkeiten zu ziehen. Es zeigte sich, dass bei wachsender Geschwindigkeit e/m abnimmt. Da wir nun die Ladung e als konstant betrachten, so schloss KAUFMANN auf eine Zunahme von m , und zwar entsprach diese der Zunahme, welche die Formel von ABRAHAM für die elektromagnetische Masse m_2 ergibt.

Folgende kleine Tabelle (Seite 98) möge Ihnen von diesen Änderungen der effektiven Masse eine Idee geben; in der ersten Spalte steht die Geschwindigkeit, wieder in der Lichtgeschwindigkeit als Einheit ausgedrückt.

Der in Tabelle I für die β -Strahlen angegebene Wert von e/m ist der Grenzwert, dem sich dieses Verhältnis bei fortgesetzter Abnahme der Geschwindigkeit nähert.

Tabelle II.

Geschwindigkeit	$\frac{e}{m}$
0,79	1,21
0,83	1,13
0,86	1,07
0,91	0,93
0,94	0,83

} $\times 10^7$

Ich muss noch hinzufügen, erstens dass in Wirklichkeit die Versuchsanordnung nicht ganz so einfach war, wie ich sie hier geschildert habe, und zweitens dass KAUFMANN die doppelten statt der einfachen elektrischen Ablenkungen bestimmt hat. Zu diesem Zwecke kehrte er nach einiger Zeit das elektrische Feld um; dadurch erhielt er einen zweiten Ast *ORS* der Kurve und es wurde nun für verschiedene Werte der Koordinate *OA* die Entfernung *PR* gemessen.

Obgleich es uns zu weit führen würde, auf die Berechnungen von KAUFMANN einzugehen, wollen wir doch die Gestalt der Kurven etwas näher betrachten. In erster Annäherung dürfen wir annehmen, auch bei der wirklichen Versuchsanordnung, dass die Koordinaten $OA = x$ und $OB = y$ den Krümmungen proportional sind, welche die Bahn der nach *P* fliegenden Elektronen im Ausgangspunkte infolge des magnetischen bzw. des elektrischen Feldes besitzt. Daraus folgt, mit Rücksicht auf die Gleichungen (1) und (3), wenn wir den Buchstaben *e*, *m*, *v*, *E*, *H* wieder die frühere Bedeutung beilegen und unter *a* und *b* Konstanten verstehen,

$$x = \frac{aeH}{mv}, \quad y = \frac{beE}{mv^2}.$$

Substituiert man hierin für *v* verschiedene Werte, so erhält man die Koordinaten verschiedener Punkte der Kurve. Die Gestalt dieser letzteren hängt nun eben davon ab, in welcher Weise *m* sich mit *v* ändert. Offenbar wäre *y* der zweiten Potenz von *x* proportional, wenn *m* konstant bliebe; die Kurven wären dann Parabeln, wie sie in Fig. 5 durch die gestrichelten Linien angedeutet sind.

Das Resultat von KAUFMANN beruht nun eben darauf, dass die Kurven von Parabeln, und zwar in der Richtung, welche die Figur zeigt, abweichen. Da nach obigen Gleichungen

$$y = \frac{bE}{a^2eH^2} mx^2,$$

so wächst, wenn einem kleineren v , und also einem grösseren x , ein kleineres m entspricht, y weniger rasch als x^2 .

Es möge noch erwähnt werden, dass die Dimensionen der in Wirklichkeit erhaltenen Figur noch kein Centimeter betragen, und dass die photographische Platte sich in einer Entfernung von einigen Centimetern von der Quelle der Strahlen, einem Milligramm Radiumbromid, befand. Mit Recht kann man also sagen, dass hier mit kleinen, ich meine der Dimension nach kleinen Mitteln Grosses geleistet worden ist.

Das Resultat von KAUFMANN ist wohl geeignet, zu neuen Untersuchungen anzuregen. In dieser Hinsicht möchte ich erwähnen, dass verschiedene Erscheinungen bei bewegten Systemen mich auf die Vermutung geführt haben, dass ein im Zustande der Ruhekugelförmiges Elektron, sobald es sich bewegt, in der Bewegungsrichtung abgeplattet werde, sodass es zu einem Ellipsoid wird, und zwar würde es sich umsomehr einer flachen Scheibe nähern, je weniger die Geschwindigkeit von der des Lichtes verschieden ist. Diese Annahme eines deformierbaren Elektrons, die ich übrigens mit allem Vorbehalt erwähne, da ihre weitere Verfolgung zu grossen Schwierigkeiten führt, liefert Ausdrücke für die elektromagnetische Masse, die sich von den von ABRAHAM erhaltenen beträchtlich unterscheiden ¹⁾. Trotzdem stimmen auch meine For-

¹⁾ Da die heutige Elektrizitätslehre den Äther als unbeweglich voraussetzt, so müssen wir annehmen, dass derselbe an den Bewegungen der Erde nicht teilnimmt und dass also bei allen unseren Versuchen eine relative Bewegung des Äthers in Bezug auf die Apparate stattfindet. Sehen wir von der viel kleineren Geschwindigkeit der Erddrehung ab, so können wir sagen, die Geschwindigkeit u dieser relativen Bewegung sei gleich und entgegengesetzt der Translationsgeschwindigkeit, welche die Erde infolge ihrer jährlichen Bewegung um die Sonne hat. Sie beträgt also rund 30 000 m pro Sekunde, d.h. der 10 000 ste Teil der Geschwindigkeit c des Lichtes.

Es fragt sich nun, ob diese Bewegung des Äthers relativ zu unseren Apparaten irgend einen beobachtbaren Einfluss habe. Um hierüber zu entscheiden, hat man seit FRESNEL zahlreiche Untersuchungen unternommen; alle Experimente, bei welchen man es nur mit Körpern zu tun hatte, die in Bezug auf die Erde ruhen, haben aber zu einem negativen Ergebnis geführt. Nicht nur die Versuche, bei welchen sich ein Einfluss auf elektrische und optische Erscheinungen zeigen könnte, der von der

meln gut mit den KAUFMANN'schen Messungen überein; nur muss man den Geschwindigkeiten nicht ganz so hohe Werte beimessen, wie die Gleichungen von ABRAHAM sie erfordern. Eine experimentelle Entscheidung zwischen den beiden Auffassungen würde sich ergeben, wenn man bei den KAUFMANN'schen Versuchen die elektrische und die magnetische Feldstärke mit genügender Genauigkeit bestimmen könnte.

Indes braucht an dem Schlusse, dass wir in dem Fall der β -Strahlen die Existenz wahrer Masse leugnen dürfen, nichts ge-

Größenordnung u/c wäre, sondern auch diejenigen, bei welchen Grössen von der Ordnung u^2/c^2 sich bemerklich hätten machen können, hatten dasselbe Resultat, als wenn der Äther relativ zur Erde ruhte, d.h. sich mit ihr bewegte.

Hiervon Rechenschaft zu geben macht keine Mühe, so lange man sich auf Grössen von der Ordnung u/c beschränkt; Schwierigkeiten stellen sich erst ein, wenn man auch die Grössen höherer Ordnung berücksichtigt. Indem ich mich nun bemühte, der Theorie eine solche Gestalt zu geben, dass sich für jeden Wert der Geschwindigkeit völlige Unabhängigkeit der elektrischen und optischen Erscheinungen von der Translation herausstellt, sah ich mich genötigt, die Hypothese des deformierbaren Elektrons einzuführen. Wie COHN nachgewiesen hat, stimmen die Gleichungen für das elektromagnetische Feld, die sich dabei ergeben, mit denjenigen überein, zu welchen er in ganz anderer Weise gekommen ist. Allerdings gehen seine Theorie und die meinige, was die Deutung der Gleichungen betrifft, weit auseinander.

Die von mir vorausgesetzte Formänderung eines ursprünglich kugelförmigen Elektrons, das sich mit der Geschwindigkeit v verschiebt, besteht darin, dass, während die Dimensionen senkrecht zu der Translation ungeändert bleiben, die der Translation parallelen im Verhältnis von 1 zu $\sqrt{1 - \beta^2}$ verkleinert werden, wo β , wie in Fussnote 1, Seite 95, den Wert v/c hat. Für die longitudinale und transversale elektromagnetische Masse finde ich

$$m_1 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{R} (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}}, \quad m_2 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{R} (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Hier ist vorausgesetzt, dass im Zustande der Ruhe die Ladung e gleichförmig über die Oberfläche des kugelförmigen Elektrons verteilt ist. R bedeutet den Radius des ruhenden Teilchens.

Es möge noch bemerkt werden, dass in dieser Theorie angenommen wird, dass die Geschwindigkeit eines Elektrons nie grösser als die Lichtgeschwindigkeit sein kann.

Berechnet man mit dem angegebenen Werte von m_1 die Arbeit, welche erforderlich ist, um dem Elektron die Geschwindigkeit v zu erteilen, und vergleicht man diese Arbeit mit der elektromagnetischen Energie, welche jener Geschwindigkeit entspricht, so findet man, dass das deformierte Elektron irgend eine innere Energie zu einem Betrage

$$\frac{1}{6} \frac{e^2 e^2}{R} \left\{ 1 - (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

weniger enthält, als im ursprünglichen Zustande. Diese letztere Bemerkung rührt von M. ABRAHAM her. Sie zeigt, wie sehr die Hypothese der deformierbaren Elektronen noch der weiteren Prüfung und Begründung bedarf.

Sollte sich, was sehr gut möglich ist, die Annahme einer derartigen Änderung der inneren Energie als unzulässig erweisen, so muss dieser Versuch, aus der Elektronentheorie völlige Unabhängigkeit der Erscheinungen von einer Translationsgeschwindigkeit abzuleiten, als misslungen betrachtet werden.

ändert zu werden. Ebenso wenig an der Formel für den Wert der elektromagnetischen Masse bei kleiner Geschwindigkeit; diese bleibt

$$m = \frac{2}{3} \frac{e^2}{R} \quad (7)$$

und wir können also, wenn wir die Auffassung von KAUFMANN akzeptieren, sobald uns e und m den absoluten Werten nach bekannt sind, auch den Radius R des Elektrons bestimmen. Wir werden darauf noch zurückkommen.

Das Ergebnis, zu welchem KAUFMANN, was die Masse der negativen Elektronen betrifft, gekommen ist, ermutigt auch zu weiterer Erwägung der von verschiedenen Seiten aufgeworfenen Frage, ob es wohl überhaupt wahre Masse gebe. Man kann sich vorstellen, alle ponderabele Materie sei aus Elektronen zusammengesetzt und alle kinetische Energie bewegter Körper bestehe in der Energie elektromagnetischer Felde. Sollte sich diese Vermutung bestätigen, so hätte man am Ende nicht die elektromagnetischen Erscheinungen mechanisch, sondern vielmehr die mechanischen Erscheinungen elektromagnetisch zu deuten; für Sie, meine Herren, hätte das die glückliche Folge, dass alle Technik im Grunde Elektrotechnik wäre.

Indes, so weit sind wir noch entfernt nicht gekommen. Vorläufig müssen wir uns damit begnügen, es als sehr wahrscheinlich hinzustellen, dass in dem einfachen Falle freier negativer Elektronen keine wahre Masse besteht. Übrigens, auch wenn es nicht gelingen sollte, die Materie ganz in Elektronen aufzulösen, so kann es doch keinem Zweifel unterliegen, dass die elektrischen Ladungen der Atome etwas sehr wesentliches sind und dass wir hoffen dürfen, durch die Erforschung der von den Atomen ausgehenden elektrischen Schwingungen wertvolle Aufschlüsse über die Struktur der Atome zu gewinnen. So ist eine Theorie der Spektrallinien und der komplizierteren Formen des ZEEEMANeffektes, sowie des Zusammenhanges dieser Erscheinungen mit den chemischen ein wichtiges Problem der Elektronentheorie.

Wir wollen uns jetzt den Erscheinungen zuwenden, an welchen die in den ponderablen Körpern eingeschlossenen Elektronen beteiligt sind. Mit den Fragen, die ich auswählte, betreten wir das Gebiet der Elektronentheorie der Metalle, die, im Anschluss an

frühere Betrachtungen von WILH. WEBER und KOHLRAUSCH, in den letzten Jahren von RIECKE, DRUDE, J. J. THOMSON und anderen Forschern mit glücklichem Erfolg entwickelt worden ist. Vor Allem haben wir hier Rechenschaft zu geben von dem engen Zusammenhange zwischen den Eigenschaften der Metalle in Bezug auf die Elektrizität und die Wärme. Dass hier wirklich ein inneres Band besteht, darauf deutet schon die Tatsache hin, dass die Metalle zugleichzeit die besten Elektrizitäts- und die besten Wärmeleiter sind; in beiden Hinsichten überragen sie weit jeden anderen Körper. Überdies findet man, wenn man sie unter einander vergleicht, immer hohe Leitfähigkeit für Elektrizität mit hoher Leitfähigkeit für Wärme verbunden; G. WIEDEMANN und FRANZ hatten sogar aus ihren Beobachtungen geschlossen, dass das Verhältnis der betreffenden Koeffizienten bei einer bestimmten Temperatur für alle Metalle denselben Wert habe. Tabelle III, welche für die Temperaturen von 18° und 100° C die Resultate der sorgfältigen Messungen von JAEGER und DIESELHORST enthält, lässt erkennen, dass dieses Gesetz zwar keineswegs genau, aber doch bei vielen Metallen mit einer gewissen Annäherung erfüllt ist.

In der Tabelle ist vorausgesetzt, dass die Wärmeleitfähigkeit k gemessen wird durch die in Arbeitseinheiten ausgedrückte Wärmemenge, welche pro Sekunde durch ein Flächenelement von einem Quadratcentimeter hindurchfließt, falls in der Richtung senkrecht zu dem Elemente ein Temperaturgefälle von 1° C pro cm besteht.

Was die Leitfähigkeit σ für Elektrizität anbelangt, so ist das Mass für diese die Elektrizitätsmenge, von der ein solches Flächenstück pro Zeiteinheit durchflossen wird, wenn in der Richtung der Normale eine elektrische Kraft Eins wirkt.

Die Werte der Leitfähigkeiten selbst habe ich nicht angeführt, nicht nur, weil es uns bloss auf das Verhältnis ankommt, sondern auch, weil die Versuche so eingerichtet waren, dass sie direkt den Wert dieses letzteren lieferten. Es möge indes erwähnt werden, dass bei 18° k und σ variieren zwischen $k = 8,1 \times 10^5$, $\sigma = 0,84 \times 10^{-5}$ (Wismut) und $k = 421 \times 10^5$, $\sigma = 61,4 \times 10^{-5}$ (Silber). Sie sehen, dass die Werte von k/σ viel weniger von einander verschieden sind.

Tabelle III

	$(k/\sigma)_{18^\circ} \cdot 10^{-8}$	$(k/\sigma)_{100^\circ} \cdot 10^{-8}$	$(k/\sigma)_{100^\circ} : (k/\sigma)_{18^\circ}$
Aluminium	636	844	1,32
Kupfer II	665	862	1,30
Kupfer III	671	871	1,30
Silber	686	881	1,28
Gold	727	925	1,27
Nickel	699	906	1,30
Zink	672	867	1,29
Cadmium	706	905	1,28
Blei	715	935	1,31
Zinn	735	925	1,26
Platin	753	1013	1,35
Palladium	754	1017	1,35
Eisen I	802	1061	1,32
Eisen II	838	1114	1,33
Wismut	962	1077	1,12
Rotguss	757	955	1,26
Konstantan	1106	1310	1,18

Der Weg, den wir nun einzuschlagen haben, ist sofort angezeigt. Es liegt auf der Hand, einen elektrischen Strom als eine fortschreitende Bewegung von Elektronen in den Räumen zwischen den Metallatomen aufzufassen. Sollen wir nun überhaupt zu einer konstanten Beziehung zwischen Elektrizitäts- und Wärmeleitung kommen, so müssen wir eben diese beweglichen Elektronen, die wir jetzt als „freie“ bezeichnen wollen, auch für die Wärmeleitung verantwortlich machen. Wir müssen andere Ursachen, aus welchen gleichfalls eine Wärmeleitung hervorgehen könnte, ausschliessen, oder wenigstens denselben nur eine untergeordnete Bedeutung zuschreiben.

Wie können wir aber mit beweglichen Elektronen eine Wärmeleitung konstruieren? Um das zu tun, schliessen wir uns einer Theorie an, die auf den ersten Blick gar keine Verwandtschaft mit unserem Problem hat, nämlich der kinetischen Gastheorie. Sie

wissen, dass diese auf der Annahme einer raschen ungeordneten Bewegung der Moleküle beruht, und Sie kennen auch zwei wichtige Resultate, zu welchen man in derselben gekommen ist. Erstens ist in jedem Gase die mittlere kinetische Energie eines Moleküls der absoluten Temperatur T proportional, und zweitens hat, bei einer bestimmten Temperatur, diese mittlere Molekularenergie für alle Gase denselben Wert, für den wir schreiben wollen αT , wo dann α immer dieselbe Grösse hat. Sogar hat diese Konstante, und das ist für unseren Zweck sehr wichtig, eine noch allgemeinere Bedeutung. Die mathematische Behandlung der Molekularbewegungen hat zu der Annahme geführt, dass jedes individuelle Teilchen, das an der Molekularbewegung teilnimmt, gleichviel wie gross oder wie klein, sei es ein Molekül, ein Atom oder ein Ion, und in welchem Körper es sich befinden möge, im Mittel immer diese kinetische Energie besitzt. Wir wollen daher voraussetzen, dass auch die freien Elektronen eines Metalls in allen Richtungen hin und her fliegen, mit solchen Geschwindigkeiten, dass ein jedes im Mittel die kinetische Energie αT hat. Nimmt man an, dass negative Elektronen im Spiel sind und dass die Masse dieser Teilchen den kleinen bereits besprochenen Wert hat, so involviert unsere Voraussetzung offenbar recht hohe Geschwindigkeiten. Ist die Masse eines Elektrons der 2000ste Teil von der eines Wasserstoffatoms, d.h. der 4000ste Teil von der eines Wasserstoffmoleküls, so muss sich dasselbe, um die gleiche kinetische Energie wie ein Wasserstoffmolekül zu haben, mit einer mehr als 60 mal grösseren Geschwindigkeit bewegen.

Ferner haben wir uns vorzustellen, dass die Elektronen ebenso wenig wie die Moleküle eines Gases im Stande sind, über grosse Entfernungen hin in gerader Linie weiter zu fliegen. Nicht nur können sie, ebenso wie die Gasmoleküle, gegen einander stossen, sondern ihre Beweglichkeit wird auch durch die Metallatome, zwischen welchen sie gefangen sind, eingeschränkt. Wir wollen uns denken, dass dieser letztere Umstand jetzt die Hauptrolle spielt und die mittlere Länge der freien geradlinigen Wegstücke bestimmt ¹⁾.

¹⁾ Diese Annahme ist aus folgendem Grunde nötig. Würde die freie Beweglichkeit der Elektronen auch durch die Zusammenstösse dieser Teilchen unter einander merklich vermindert, so hätte das einen Einfluss auf die Wärmeleitung, wie die Vergleichung mit der Gastheorie sofort zeigt, nicht aber auf die Elektrizitätsleitung. Letztere

In der Theorie der Wärmeleitung können wir nun ganz dem Beispiele der Gastheorie folgen. Hat eine vertikale Luftsäule oben eine höhere Temperatur als unten, so findet man in den oberen Schichten die grössten Molekulargeschwindigkeiten. Indem nun Moleküle aus diesen Schichten in die tieferen eindringen und umgekehrt Moleküle mit langsamerer Bewegung nach oben hin gelangen, muss offenbar ein Ausgleich der Temperaturdifferenz, eine Wärmeleitung, zu Stande kommen. Ähnliches geschieht mit den Elektronen in einem an verschiedenen Stellen ungleich erwärmten Metall und auch hier kommt es auf die Länge des Weges an, den die Teilchen in gerader Linie zurücklegen können. Je grösser diese Länge ist, um so weiter dringen die Elektronen aus der einen Schicht in die andere ein, was offenbar dem Transport der Energie, d.h. der Wärmeleitung, zu Gute kommt.

Diese Gedanken verfolgend hat DRUDE eine Formel für den Koeffizienten der Wärmeleitung abgeleitet. Aus Gründen, die ich später erwähnen werde, führe ich dieselbe nur in der einfachen Gestalt an, die sie annimmt, wenn nur eine Gattung freier Elektronen in dem Metall vorhanden ist. Betrachtet man diese Teilchen als unter einander gleich, und bezeichnet man mit N die Anzahl derselben pro Volumeneinheit, mit u die mittlere Geschwindigkeit ihrer Wärmebewegung und mit l die mittlere freie Weglänge, während α die bereits erwähnte universelle Konstante ist, so hat man nach DRUDE

$$k = \frac{1}{3} \alpha N l u .$$

Auch was die elektrische Leitfähigkeit anbelangt, so spielt die Wärmebewegung eine Rolle und hat die Länge der freien Wege Einfluss. Das zeigt folgende Betrachtung: So lange noch keine elektrische Kraft auf das Metall wirkt, ist die Bewegung der Elektronen völlig ungeordnet; sie fliegen nach allen Seiten in gleichem Masse hin und her. Die elektrische Kraft bringt hierin eine gewisse Ordnung, indem unter ihrem Einflusse Bewegungen in einer der

besteht ja in einer gemeinschaftlichen Strömung aller Elektronen unter der Wirkung einer auf alle ausgeübten Kraft, und bei einer solchen Bewegung kann aus den gegenseitigen Zusammenstößen kein Widerstand entstehen. Ein Einfluss aber, der sich nur bei der einen der beiden Erscheinungen und nicht bei der anderen geltend machte, würde das konstante Verhältnis zwischen den Leitfähigkeiten, welches wir eben zu erklären versuchen, stören.

Kraft entsprechenden Richtung etwas häufiger vorkommen — vielleicht nur sehr wenig, das hängt von der Grösse der Kraft ab — als Bewegungen in anderen Richtungen. Man kann auch sagen, es komme zu der schon bestehenden regellosen Bewegung noch eine bestimmte Geschwindigkeit in jener Richtung, eine *Stromgeschwindigkeit* hinzu. Gelingt es nun, diese zu berechnen, dann kann man daraus leicht die Anzahl der Elektronen ableiten, die pro Zeiteinheit und pro Flächeneinheit ein senkrecht zu der elektrischen Kraft stehendes Flächenelement durchsetzen. Um einen Ausdruck für den elektrischen Strom zu gewinnen, hat man dann weiter mit der Ladung e eines Elektrons zu multiplizieren und schliesslich erhält man, nach Division mit dem numerischen Wert der elektrischen Kraft selbst, die gesuchte Leitfähigkeit σ .

Es ist nun zu beachten, dass die elektrische Kraft eine wahre Sisyphusarbeit zu verrichten hat; kaum hat sie einem Elektron eine kleine Geschwindigkeit gegeben, so geht diese durch einen Stoss an ein Metallatom verloren, oder schlägt vielleicht in eine ganz andere Richtung um. In folgender Weise können wir nun eine Berechnung durchführen, mit der wir uns jedenfalls in erster Annäherung zufrieden geben können. Wenn τ die mittlere Länge der Zeit zwischen zwei Zusammenstössen ist, so kann man sagen, dass in einem bestimmten Augenblick die Zeit, während welcher die Elektronen seit dem letzten Zusammenstosse mit einem Atom der Wirkung der elektrischen Kraft E ausgesetzt gewesen sind, im Mittel $\frac{1}{2}\tau$ beträgt. Die in diesem Intervall erzeugte Geschwindigkeit ist $\tau eE/2m$, da die auf ein Teilchen wirkende Kraft eE , und also die Beschleunigung eE/m ist. Diese Grösse

$$\frac{1}{2} \tau \frac{eE}{m},$$

für welche wir auch schreiben können

$$\frac{eE}{2mu},$$

da $\tau = l/u$ ist, haben wir als den Wert der Strömungsgeschwindigkeit zu betrachten. Daraus folgt dann, indem wir mit Ne multiplizieren, für den Strom pro Flächeneinheit und Zeiteinheit

$$\frac{e^2 N l E}{2mu},$$

oder, da nach unserer Voraussetzung

$$\frac{1}{2}mu^2 = \alpha T$$

ist,

$$\frac{e^2 N l u E}{4 \alpha T}.$$

Schliesslich ergibt sich für die Leitfähigkeit das einfache Resultat

$$\sigma = \frac{e^2 N l u}{4 \alpha T}. \quad (8)$$

Vergleichen Sie nun diese Formel mit der für k , so sehen Sie, dass beide Ausdrücke den Faktor $N l u$ enthalten. Die Grössen N und l , die wahrscheinlich in den einzelnen Metallen sehr verschiedenen sind, fallen also bei Division fort, und das Verhältnis

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \quad (9)$$

enthält nur noch Grössen, die von den speziellen Eigenschaften des Metalls nicht abhängen. Es ist also DRUDE wirklich gelungen, von der Gleichheit des Verhältnisses k/σ bei verschiedenen Metallen Rechenschaft zu geben, was wir gewiss als eine der schönsten Errungenschaften der Elektronentheorie ansehen dürfen. Seine Formel zeigt weiter, dass der Wert von k/σ der absoluten Temperatur proportional wächst. Von 18° bis 100° C steigt T im Verhältnis von 1 zu 1,28 welche letztere Zahl in recht befriedigender Weise mit den in der letzten Spalte der Tabelle III angegebenen Verhältniszahlen übereinstimmt.

Bei der Beurteilung dieser Ergebnisse ist nicht aus dem Auge zu verlieren, dass man ohne Elektronentheorie gar keinen Grund für den Zusammenhang zwischen den beiden Leitfähigkeiten sehen würde.

DRUDE fand seine Formel in geradezu glänzender Weise bestätigt, als er die absoluten Werte der verschiedenen Grössen in Betracht zog. Man kann nämlich aus der Gleichung (9), wenn man k/σ den Beobachtungen entnimmt, den Wert von α/e , also auch für jede Temperatur den Wert von $\alpha T/e$ ableiten. Diesen letzteren

Ausdruck kann man nun aber auch aus ganz anderen Daten berechnen.

Wir wollen uns hier einer von REINGANUM durchgeführten Betrachtung anschliessen. Da e die elektrische Ladung eines Wasserstoffions repräsentiert, so beträgt die Anzahl der Wasserstoffionen in einem elektrochemischen Äquivalent $1/e$. Denken Sie sich nun, wir hätten in einem Kubikcentimeter gerade ein elektrochemisches Äquivalent, d. h. 0,000104 Gramm Wasserstoff, im gewöhnlichen gasförmigen Zustande und zwar bei der Temperatur T , für welche wir k/σ gefunden haben. Diese Menge wird einen bestimmten Druck ausüben, den wir angeben können, und den ich p nennen will. Da das Gas $1/e$ Atome enthält und zweiatomig ist, so besteht es aus $1/2e$ Molekülen, sodass die gesamte kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung dieser Teilchen $\alpha T/2e$ beträgt. Nach der Grundformel der kinetischen Gastheorie ist der Druck pro Flächeneinheit zwei Drittel hiervon; folglich

$$p = \frac{\alpha T}{3e}$$

und es ergibt sich, wenn man dieses mit dem aus der Formel (9) gezogenen Wert von $\alpha T/e$ verbindet,

$$\sqrt{\frac{3}{4} \frac{k}{\sigma} T} = 3p. \quad (10)$$

Da nun die Masse eines cm^3 Wasserstoff bei 0° unter dem Druck von 76 cm Quecksilber, d. h. von $1,013 \times 10^6$ C.G.S.-Einheiten, 0,0000896 Gramm beträgt, so erhält man für 18°C

$$3p = 38 \times 10^5,$$

während bei Zugrundelegung des für Silber gefundenen Wertes von k/σ für dieselbe Temperatur ebenfalls

$$\sqrt{\frac{3}{4} \frac{k}{\sigma} T} = 38 \times 10^5.$$

Es ist das eine recht schöne Übereinstimmung zwischen Zahlen, für deren Berechnung sehr verschiedene Teile der Physik die Daten geliefert haben.

Leider muss ich Ihre Freude über dieses Ergebnis sofort einigermaßen stören. Als ich nämlich bei einer Wiederholung der Be-

rechnungen von DRUDE etwas tiefer auf die Bewegung der einzelnen Teilchen des Elektronenschwarms einzugehen versuchte, erhielt ich statt (9) die Formel

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{8}{9} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T,$$

derzufolge sich (10) in

$$\sqrt{\frac{9}{8} \frac{k}{\sigma} T} = 3p$$

verwandelt. Die linke Seite dieser Gleichung hat den Wert 47×10^5 und weicht also nicht unbeträchtlich von $3p$ ab.

Welche Bedeutung nun diese Abweichung hat, ist schwer zu sagen. Vielleicht, und das wäre das Erfreulichste, steckt in meiner Berechnung irgend ein Fehler, oder würde eine noch genauere Betrachtung — ich habe ja auch einige vereinfachende Annahmen gemacht — zu einer Zahl führen, die weniger von DRUDE'S Resultat verschieden ist. Es ist aber auch möglich, dass die Sache wirklich nicht ganz so einfach liegt, wie wir es jetzt angenommen haben, und dass namentlich bei der Wärmeleitung auch andere Vorgänge als die Bewegung der völlig freien Elektronen mitspielen. Indes, wie dem auch sein möge, wir können den Schluss aufrecht erhalten, dass die Theorie der freien Elektronen, die sich ähnlich wie die Moleküle eines Gases mit einer von der Temperatur abhängigen Geschwindigkeit bewegen, im Stande ist, in erster Annäherung von der Wärme- und Elektrizitätsleitung, sowie von der Beziehung zwischen beiden Erscheinungen Rechenschaft zu geben.

Dieselben Grundgedanken können wir nun auch, wie RIECKE und DRUDE es bereits getan haben, auf andere Erscheinungen, auf die thermo-elektrischen Ströme und die nach PELTIER, THOMSON (LORD KELVIN) und HALL benannten Phänomene anwenden. Ich kann bei den sich hier darbietenden Problemen nicht ausführlich verweilen und muss mich darauf beschränken, mit einigen Worten anzugeben, wie sich die Erklärungen gestalten, wenn man nur *eine* Art freier Elektronen, wir wollen sagen nur negative, annimmt.

Zunächst denken wir uns zwei mit einander in Berührung ste-

hende Stücke A und B aus verschiedenem Metall. Hat ein solches System an allen Stellen gleiche Temperatur, so stellt sich, wie Sie wissen, ein Gleichgewichtszustand ein, in welchem eine bestimmte Potentialdifferenz besteht. Diese, die sogenannte Kontaktpotentialdifferenz, erklärte HELMHOLTZ aus der Annahme gewisser „Molekularkräfte“, welche die Teilchen der Metalle in äusserst kleiner Entfernung auf die Elektrizität ausüben, eine Auffassung, die wir sofort in die Elektronentheorie übertragen können. Werden z.B. die freien Elektronen vom Metall A stärker angezogen als von B , so wird, wenn ursprünglich noch keine Potentialdifferenz vorhanden ist, eine gewisse Anzahl derselben von B nach A hin getrieben. Dadurch erhält A eine negative und B eine positive Ladung und das führt alsbald zu einem stationären Zustande, indem die von der entstandenen Potentialdifferenz herrührende, auf die Elektronen wirkende Kraft der aus der ungleichen Anziehung resultierenden das Gleichgewicht hält. Indes lässt sich ohne Mühe beweisen, dass die HELMHOLTZ'schen Molekularkräfte nie einen Strom in einer geschlossenen metallischen Kette hervorrufen können, und haben wir also eine Erklärung der thermo-elektrischen Ströme in anderer Weise zu versuchen.

Wir wollen dabei von der Auffassung ausgehen, dass die freien Elektronen in den Metallen sich durch eine Art Dissoziationsprozess von den Atomen gelöst haben, und dass das Dissoziationsgleichgewicht erfordert, dass die Anzahl N dieser Teilchen pro Volumeneinheit in jedem Metall einen bestimmten, nach irgend einem Gesetz von der Temperatur abhängigen Wert hat. Ist nun dieser Wert in dem soeben betrachteten System zweier Metalle für A kleiner als für B , dann wird, gänzlich abgesehen von den HELMHOLTZ'schen Molekularkräften, schon die Wärmebewegung der Elektronen zur Folge haben, dass sie in grösserer Zahl in der Richtung von B nach A als in der von A nach B übergehen. Es ist aber klar, dass dieser Vorgang, den wir als ein „Überdestillieren“ negativer Elektrizität von B nach A hin bezeichnen könnten, in kurzer Zeit zu Ende kommen muss. Die Anhäufung negativer Ladung in A und die entsprechende positive Ladung in B bringen eben eine Potentialdifferenz hervor, unter deren Einfluss das Wandern der negativen Teilchen in der einen Richtung, nach A hin, verzögert, und in der anderen beschleunigt wird. Sobald es in dieser Weise so weit gekommen ist, dass die Elektronen nach

beiden Seiten in gleicher Zahl wandern, hat die Potentialdifferenz ihren definitiven Wert erreicht.

Man gelangt nun zu einem Ausdruck für die elektromotorische Kraft einer Thermokette, wenn man, mit Berücksichtigung der Temperaturdifferenz und der entsprechend verschiedenen Intensität der Wärmebewegung, diese Betrachtungen auf beide Lötstellen anwendet, und ausserdem beachtet, dass auch die Temperaturdifferenzen in jedem einzelnen Metall ein Wandern der Elektronen in bestimmter Richtung hervorzurufen bestrebt sind.

Die Endformel brauche ich nicht anzuführen; ich erwähne nur, dass es schliesslich auf das Verhältnis der Werte N_1 und N_2 ankommt, welche die Anzahl N der freien Elektronen in den beiden Metallen hat. Sind sowohl N_1 , wie auch N_2 von der Temperatur unabhängig, oder ändern sich bei Erwärmung beide in dem gleichen Verhältnis, so stellt sich eine der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportionale elektromotorische Kraft heraus. Verwickelter wird die Beziehung zwischen der Kraft und den Temperaturen, wenn das Verhältnis N_1/N_2 eine Funktion der Temperatur ist.

Was den absoluten Wert der elektromotorischen Kraft anbelangt, so führt die Theorie zu einer sehr einfachen und bemerkenswerten Regel. Denken Sie sich, ein einzelnes Elektron durchwandere *einmal* den ganzen thermo-elektrischen Kreis; dabei leistet die elektromotorische Kraft eine bestimmte Arbeit. Die Grösse dieser letzteren unterscheidet sich nun bloss durch einen gewissen, von dem Verhältnis N_1/N_2 abhängigen Zahlenfaktor von der Differenz der Werte, welche die schon oft genannte Grösse αT bei den Temperaturen der Lötstellen hat. Diese Differenz können wir auch auffassen als die Zunahme, welche die mittlere kinetische Energie eines Moleküls erleidet, wenn ein Gas von der Temperatur der kalten Lötstelle bis zu der der warmen Lötstelle erhitzt wird ¹⁾.

¹⁾ Für die elektromotorische Kraft in einer Thermokette, deren Lötstellen die Temperaturen T' und T'' haben, finde ich die Formel

$$F = \frac{2\alpha}{3e} \int_{T'}^{T''} \log \text{nat} \frac{N_2}{N_1} dT,$$

wo N_1 und N_2 sich auf die beiden Metalle beziehen. Hat dieser Ausdruck das positive Vorzeichen, so ist der thermoelektrische Strom in der Kontaktstelle, welche die Temperatur T' hat, von dem ersten nach dem zweiten Metall hin gerichtet.

An die Erörterungen über die Entstehungsweise des thermo-elektrischen Stroms reiht sich nun weiter die Untersuchung der Wärmewirkungen, welche in der Thermokette stattfinden, wenn sie von einem beliebigen Strom durchflossen wird. Dieses Problem erfordert ziemlich verwickelte Rechnungen, bietet aber prinzipiell gar keine Schwierigkeit. Wir haben nur für einen beliebigen Teil der Kette dreierlei ins Auge zu fassen: erstens die Energie der Elektronen, welche in denselben hineinwandern, dann die Energie der Teilchen, welche ihn verlassen, und drittens die Arbeit der Kräfte, welche auf die in dem Leiterstück befindlichen Elektronen wirken. In dieser Weise leiten wir aus dem Energiegesetz die Wärmemenge ab, welche wir dem Metall entziehen oder zuführen müssen, um die Temperatur konstant zu erhalten, und diese Wärmemenge ist es eben, von der wir sagen, sie sei im Leiter entwickelt oder absorbiert. Der gefundene Wert setzt sich nun aus drei Teilen zusammen. Der erste davon ist unabhängig vom elektrischen Strom und rührt lediglich von der Wärmeleitung her. Der zweite ist dem Quadrat der Stromstärke proportional; er entspricht dem bekannten JOULE'schen Gesetz. Das dritte Glied unseres Ausdruckes aber ändert sich wie die erste Potenz der Stromstärke und wechselt das Vorzeichen, wenn man den Strom umkehrt; bei der einen Stromrichtung bedeutet es eine Wärmeentwicklung und bei der entgegengesetzten eine Wärmeabsorption. Dieses Glied liefert Formeln für den PELTIEREFFECT oder den THOMSONEFFECT, je nachdem man es auf eine Kontaktstelle oder auf ein homogenes Metall, in dem ein Temperaturgefälle besteht, anwendet.

Für ein kleines Temperaturintervall ist annähernd

$$F = \frac{2\alpha}{3e} (T'' - T') \log \text{nat} \frac{N_2}{N_1};$$

folglich

$$Fe = \frac{2}{3} (\alpha T'' - \alpha T') \log \text{nat} \frac{N_2}{N_1},$$

welche Formel die im Text genannte Regel ausdrückt, da Fe die Arbeit der elektromotorischen Kraft bedeutet für den Fall, dass ein Elektron den ganzen Kreis durchwandert.

Setzt man negative Ladung der freien Elektronen voraus, so wäre die extreme Stellung des Wismuts am einen Ende der thermo-elektrischen Reihe daraus zu erklären, dass für dieses Metall die Anzahl der freien Elektronen *kleiner* wäre als für alle anderen. Aus dem beobachteten Werte von F , in Verbindung mit dem Wert, den wir für α/e gefunden haben, folgt weiter, dass für Antimon diese Anzahl etwa 4-mal so gross sein müsste als für Wismut.

Das Merkwürdigste an diesen Ergebnissen ist, dass die gefundenen Werte den Beziehungen genügen, zu welchen man in der bekannten thermodynamischen Theorie der thermo-elektrischen Erscheinungen gelangt.

Ich erlaube mir, jetzt noch einmal auf die Wirkung eines magnetischen Feldes zurückzukommen. Ebenso wie bei den in einem verdünnten Gase weiterfliegenden Elektronen, gibt diese auch bei den Elektronen in den Metallen zu interessanten Erscheinungen Anlass, von welchen die am längsten bekannte, der sogenannte HALLeffekt, kurz besprochen werden möge.

Zur Beobachtung dieses Phänomens verfahren wir folgendermassen: Durch ein dünnes, rechteckiges Metallblatt $abcd$ (Fig. 6) schicken wir, in der Richtung des Pfeils, einen elektrischen Strom, dessen Zu- und Ableitungsstellen sich auf den Seiten ab und cd befinden. Auf den beiden anderen Seiten suchen wir zwei Punkte p und q , in welchen das Potential gleiche Werte hat, sodass, wenn sie durch einen Metalldraht verbunden werden, in diesem kein Zweigstrom auftritt. Man findet nun,

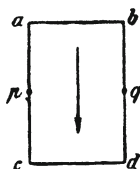


FIG. 6

dass ein in die Nebenschliessung eingeschaltetes Galvanometer einen Strom anzeigt, sobald ein magnetisches Feld mit den Kraftlinien senkrecht zu der Platte erregt wird, und zwar bleibt dieser Strom konstant, so lange an der Intensität des „Hauptstroms“ und an der Stärke des Feldes nichts geändert wird. Man hat gefunden, dass die Intensität des HALLstromes sowohl der des Hauptstroms, wie auch der Grösse der magnetischen Kraft proportional ist; letzteres gilt wenigstens bei nicht zu grossen Feldstärken. Ferner nimmt der Effekt die entgegengesetzte Richtung an, wenn man entweder den Hauptstrom oder das magnetische Feld umkehrt.

Die Erklärung der Erscheinung liegt nun in der Elektronentheorie so sehr auf der Hand, dass wir dieselbe leicht aus unseren Grundannahmen hätten vorhersagen können. Denken Sie sich wieder, ein elektrischer Strom bestehe ausschliesslich in einer Wanderung der negativen Elektronen; einen Strom in der Richtung des Pfeils durch die Platte schicken, heisst dann diesen Teilchen eine nach oben gerichtete Geschwindigkeit erteilen. Sie werden demzufolge von dem magnetischen Felde, dessen Kraftlinien nach

vorn gerichtet sein mögen, nach links getrieben, wie aus der Regel für die elektromagnetische Kraft folgt. Offenbar muss das einen Strom in der Nebenschliessung und, wenn eine solche fehlt, eine Potentialdifferenz zwischen den Rändern ac und bd zur Folge haben; das Potential wird an bd steigen und an ac sinken.

Es ist auch leicht, die Grösse des Effektes wenigstens annähernd anzugeben. Zu diesem Zwecke bezeichnen wir wieder mit e die Ladung eines Elektrons, mit H die magnetische Feldstärke, mit v aber die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen, d.h. die gemeinschaftliche in unserem Beispiel nach oben gerichtete Geschwindigkeit, die sie neben der ungeordneten Wärmebewegung besitzen. Die Kraft, welche ein Elektron infolge des gleichzeitigen Bestehens des Hauptstroms und des Feldes erleidet, ist dann evH und, falls die Ränder ac und bd isoliert sind, werden die Potentialdifferenz zwischen denselben und die dieser entsprechende elektrische Kraft E so weit anwachsen, dass die auf ein Elektron ausgeübte Kraft eE jene elektromagnetische Wirkung evH gerade aufhebt. Wir haben also

$$E = vH,$$

eine Beziehung, die deshalb von Interesse ist, weil die transversale elektrische Kraft E aus der Messung des HALL'schen Stroms abgeleitet werden kann, und sich dann weiter die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen nach der Formel

$$v = \frac{E}{H}$$

berechnen lässt.

Diese Berechnung hat BOLTZMANN vor vielen Jahren, gleich nach dem Bekanntwerden der HALL'schen Entdeckung, gemacht. Sie führt zu dem bemerkenswerten Resultat, dass die Strömungsgeschwindigkeit sogar bei starken Strömen sehr klein ist. Für den Fall eines Kupferdrahtes, von 1 mm^2 Querschnitt, der von einem Strom von 1 Amp. durchflossen wird, kann man sie auf 0,005 cm pro Sekunde schätzen. Für Nickel ist das Resultat etwa 0,2 cm pro Sekunde, während sich für Wismut der exceptionell hohe Wert von 90 cm pro Sekunde ergibt. Sie ersehen hieraus, wie gering die Änderung ist, welche selbst ziemlich grosse elektrische Kräfte in die ungeordnete Wärmebewegung, deren Geschwindigkeit Tausende von Metern betragen kann, zu bringen vermögen.

Wir sind jetzt im Stande, der wichtigen Frage, ob man in der Elektronentheorie der Metalle mit der Annahme einer einzigen Art freier Elektronen auskommen könne, etwas näher zu treten. Es ist in dieser Hinsicht zunächst zu bemerken, dass die Theorie die eine oder die andere Richtung des HALL-effektes verlangt, je nachdem man mit positiven oder mit negativen Elektronen operiert. Wie die Richtung ist, wenn nur negative im Spiel sind, haben wir bereits erörtert. In dem Fall, auf den sich Fig. 6 bezieht, und bei der vorausgesetzten Richtung des magnetischen Feldes, entsteht dann am Rande bd das höchste Potential. Wir kommen aber zu dem entgegengesetzten Schluss, wenn wir den durch den Pfeil angedeuteten Hauptstrom als eine Bewegung positiver Elektronen auffassen. Dann haben wir uns nämlich vorzustellen, dass diese nach unten wandern; sie werden infolgedessen von dem magnetischen Felde nach links getrieben, gerade so wie vorhin die negativen Teilchen, und das Potential wird in p erhöht, in q aber erniedrigt.

Der HALLeffekt hat nun wirklich nicht immer dieselbe Richtung. Bei der von uns vorausgesetzten Versuchsanordnung wird das Potential am Rande bd erhöht, wenn die Platte z.B. aus Wismut, Gold oder Kupfer besteht, am Rande ac dagegen, wenn man mit Eisen oder Zink arbeitet. Dies spricht für die Ansicht, dass es sowohl positive wie auch negative freie Elektronen gebe, und dass bei den zuerstgenannten Metallen die Bewegung der negativen Teilchen, bei Eisen und Zink aber die Bewegung der positiven die Richtung des HALLstroms bestimme. Ich brauche kaum hinzuzufügen, dass wir bei dieser Annahme nicht so weit zu gehen brauchen, dass wir in dem einen Körper *nur* die positiven und in dem anderen *nur* die negativen Elektronen wandern liessen. Es ist klar, dass, wenn beide Gattungen von Teilchen an dem Strom beteiligt sind, sodass ein Querschnitt in einem gewissen Zeitintervall in der einen Richtung etwa von n positiven und in der anderen von n' negativen Elektronen durchsetzt wird, bei einem gewissen Werte des Verhältnisses n/n' — einem Werte, der übrigens von Metall zu Metall variieren könnte — die beiden entgegengesetzten transversalen Wirkungen sich aufheben können, und dass also der HALLstrom die eine oder die andere Richtung haben wird, je nachdem das tatsächlich bestehende Verhältnis oberhalb oder unterhalb jenes Wertes liegt.

Die Auffassung der Elektrizitätsbewegung als Doppelstrom positiver und negativer Elektronen hat DRUDE vielen seiner Betrachtungen auf diesem Gebiete zu Grunde gelegt; z. B. bedient er sich derselben, um den Abweichungen vom WIEDEMANN-FRANZ'schen Gesetz gerecht zu werden. Bei näherer Prüfung erheben sich aber Bedenken, die mir so schwer ins Gewicht zu fallen scheinen, dass ich versuchen möchte, wenn irgend möglich, mit nur einer Art wirklich von den Metallatomen freier Elektronen auszukommen.

Es entsteht schon eine Schwierigkeit in dem einfachen Fall, dass ein Strom von einem Metall M_1 in eine zweites M_2 (Fig. 7) hinübertritt. Sind pq und rs Querschnitte zu beiden Seiten der Berührungsstelle, und wandern durch die erste n_1 positive Elektronen nach rechts und n'_1 negative nach links, durch die zweite aber n_2 positive nach rechts und n'_2 negative nach links, dann ist natürlich, da wir allen Elektronen Ladungen von gleicher Grösse zuschreiben,

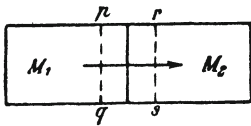


FIG. 7

$$n_1 + n'_1 = n_2 + n'_2.$$

Wir dürfen jedoch nicht erwarten, dass auch einzeln $n_1 = n_2$, $n'_1 = n'_2$ sei. Ist nun $n_1 > n_2$, so häufen sich $n_1 - n_2$ positive Elektronen und die gleiche Zahl $n'_2 - n'_1$ negativer Elektronen an der Berührungsstelle an. Dagegen würden, falls $n_1 < n_2$ wäre, positive und negative Elektronen in gleicher Zahl aus der Übergangsschicht hinweggeschafft werden. Man kann sagen, es finde an der Grenze entweder eine Ansammlung oder ein Verlust „neutraler Elektrizität“ statt, und zwar unaufhörlich, so lange der Strom anhält.

Sogar würde es zu einer solchen Veränderung in der Verteilung der neutralen Elektrizität nicht einmal eines elektrischen Stroms bedürfen. Auch die Ursachen, aus welchen eine Kontaktpotentialdifferenz entspringt, seien es die HELMHOLTZ'schen Molekularkräfte, oder die Wärmebewegung der Elektronen, müssten im Allgemeinen Ähnliches herbeiführen. Denken Sie nur daran, dass, wie bereits bemerkt wurde, der Übergang einer bestimmten Art Elektronen vom einen Metall in das andere erst dann zu Ende

kommt, wenn eine Potentialdifferenz von ganz bestimmter Grösse entstanden ist. Dass diese für den Gleichgewichtszustand erforderliche Potentialdifferenz für die positiven Elektronen gerade dieselbe Grösse habe wie für die negativen, dürfen wir natürlich nicht erwarten, wenn wir uns von neuen eigens zu diesem Zweck ersonnenen Hypothesen frei halten wollen. Wir werden vielmehr zu dem Schluss gezwungen, dass, wenn nicht noch andere Umstände ins Spiel kommen, bei Anwesenheit zweier Arten von freien Elektronen ein wahres Gleichgewicht überhaupt nicht bestehen kann; nur insofern kann dann ein stationärer Zustand entstehen, als, bei einem bestimmten Werte der Potentialdifferenz, gleich viel positive wie negative Teilchen vom einen Metall zum anderen wandern. Die Ladungen ändern sich dann weiter nicht, wohl aber die in einem bestimmten Raumteil befindliche Menge neutraler Elektrizität.

Was soll nun in diesem oder dem vorhergehenden Fall aus der sich ansammelnden neutralen Elektrizität werden? Sie muss entweder auf der Stelle bleiben oder irgendwie wieder aus dem betreffenden Teil des Systems verschwinden; das könnte z.B. in der Weise geschehen, dass je ein positives Elektron sich mit einem negativen verbindet, und dass die so entstandenen Komplexe durch eine Art Diffusion nach jenen Stellen fortgeschafft werden, wo infolge der Elektronenbewegungen neutrale Elektrizität verloren geht. Zu der ersten Hypothese werden Sie sich kaum entschliessen können; sie liefe ja darauf hinaus, der neutralen Elektrizität fast alle Bedeutung abzusprechen, da wir annehmen müssten, dass sogar eine stunden- oder tagelang fortgesetzte Anhäufung derselben sich uns in keiner Weise bemerkbar macht, und dass andererseits der Vorrat eines Metalls an neutraler Elektrizität so gut wie unerschöpflich ist. Was aber die zweite Voraussetzung betrifft, so verstösst diese gegen den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik. Entspräche sie der Wirklichkeit, so hätten wir in zwei sich berührenden Metallstücken von gleicher Temperatur ein System, das sich in einem stationären Zustande befindet und in welchem dennoch fortwährend an der einen Stelle, wo sich die entgegengesetzten Elektronen mit einander vereinigen, eine Wärmeentwicklung und an einer anderen Stelle, wo sie sich von einander trennen, eine Wärmeabsorption stattfindet.

Ich muss hinzufügen, dass DRUDE den Knoten löst, indem er

eine solche Beziehung zwischen der Anzahl der freien positiven und negativen Elektronen in zwei Metallen annimmt, dass *die-selbe* Potentialdifferenz genügt, um der Wanderung sowohl der positiven wie auch der negativen Teilchen Einhalt zu tun ¹⁾. Damit ist für diesen Fall die Schwierigkeit gehoben; unglücklicherweise taucht sie aber wieder auf, und ist nicht so leicht zu beseitigen, wenn man auch die Vorgänge in den homogenen Teilen der Thermokette, in welchen die Temperaturdifferenzen bestehen, eingehend untersucht.

Diese Andeutungen dürften genügen, um Ihnen zu zeigen, in welche Komplikationen wir hineingeraten, wenn wir die Annahme von Doppelströmen aufrecht erhalten wollen. Gegen diese spricht übrigens auch die Tatsache, dass in allen Fällen, wo man es unzweifelhaft mit positiven Elektronen zu tun hat, wie bei den Kanalstrahlen und den α -Strahlen, die Masse von derselben Größenordnung wie die der chemischen Atome ist. Dem würde es entsprechen, wenn die positiven Ladungen sich nie von den Metallatomen trennten und es nur die negativen wären, welche, indem sie die molekularen Zwischenräume frei durchlaufen, den Übergang der Elektrizität von einer Stelle zur anderen vermitteln.

Bei dieser Sachlage wird nur eine eingehende theoretische Untersuchung des HALLEffektes die Entscheidung bringen können. Man wird dabei zu beachten haben, dass auch diejenigen Elektronen, welche sich nicht von den Atomen trennen, im Inneren dieser letzteren einige Beweglichkeit haben können, dass die äussere magnetische Kraft auch diese Bewegungen modifiziert und dass dieser Umstand einen Einfluss auf die Bewegung der freien Teilchen haben kann. Ich halte es nicht für ausgeschlossen, dass es am Ende in dieser Weise gelingen wird, von dem HALLEffekt im Eisen Rechenschaft zu geben, ohne dass man zu freien positiven Elektronen seine Zuflucht zu nehmen braucht. Sollte sich diese Erwartung nicht erfüllen, so bliebe allerdings nur übrig, auch das Verhalten der neutralen Elektrizität ins Auge zu fassen.

Obgleich die Zeit drängt, kann ich doch nicht umhin, zum Schluss noch etwas von den optischen Eigenschaften der Metalle

¹⁾ Die Annahme besteht darin, dass das Produkt aus den Anzahlen der positiven und der negativen freien Elektronen, beide pro Volumeneinheit genommen, bei einer bestimmten Temperatur, als in allen Metallen gleich betrachtet wird.

zu sagen. Auch diese setzt die elektromagnetische Theorie in Beziehung zu den elektrischen Eigenschaften. Sogar war eine der ersten Folgerungen MAXWELL's, dass die guten Leiter wenig durchsichtig sein müssen. Die von der Theorie gelieferte numerische Beziehung zwischen dem Absorptionsvermögen und der Leitfähigkeit hat indes lange auf experimentelle Bestätigung warten müssen und erst in jüngster Zeit ist es HAGEN und RUBENS gelungen, nachzuweisen, dass für langwellige Wärmestrahlen das Absorptionsvermögen und das damit zusammenhängende Emissionsvermögen eines Metalls in sehr befriedigender Weise, dem absoluten Werte nach, aus der Leitfähigkeit berechnet werden können.

Dieses wichtige Resultat, das an sich unabhängig von der Elektronentheorie ist, legt den Gedanken nahe, dass für diejenigen Metalle, bei welchen wir die Leitfähigkeit nach der DRUDE'schen Theorie berechnen können, ganz ähnliche Betrachtungen auch für die Erklärung der Absorption und Emission von Licht-, oder vielmehr von Wärmestrahlen ausreichen müssen.

Ich habe daher, und zwar zur Vereinfachung für eine dünne Metallplatte und für Strahlenrichtungen, die senkrecht zu derselben stehen, das Absorptions- und Emissionsvermögen berechnet, wobei ich mich ganz den Betrachtungen von DRUDE angeschlossen habe. Einen Ausdruck für die Absorption erhält man sehr leicht, wenn man diese nach den Gleichungen der MAXWELL'schen Theorie berechnet und für die Leitfähigkeit den bereits angeführten Wert (8) einsetzt ¹⁾. Das Resultat ist

$$A = \frac{\pi c}{\alpha T} N e^2 u \Delta,$$

in welcher Formel c die Geschwindigkeit des Lichtes und Δ die Dicke der Platte bedeutet, während die übrigen Grössen keiner Erklärung mehr bedürfen. Die Formel gibt an, welcher Teil der von aussen auf die Platte fallenden Strahlungsenergie in dem Metall absorbiert wird.

Was nun ferner die Emission betrifft, so habe ich in Betracht

¹⁾ Inwiefern die Resultate sich ändern, wenn man die von mir für die Leitfähigkeit gefundene Formel anwendet, mag hier unerörtert bleiben; auch in anderer Hinsicht könnten die Berechnungen noch etwas genauer durchgeführt werden. Was die *Grössenordnung* der Absorption und der Emission betrifft, so wird das aber keinen Einfluss haben.

gezogen, dass von einem sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegenden Elektron, wie bereits erwähnt wurde, keine Strahlung ausgeht. Eine solche kommt erst zu Stande, wenn die Geschwindigkeit geändert wird, also nach unseren Annahmen im Moment der Zusammenstöße mit den Metallatomen. Man kann die Strahlung berechnen und den FOURIER'schen Satz benutzen, um sie nach Wellenlängen zu zerlegen; dabei kommt es uns nur auf die Anteile der gesamten Strahlung an, die sich auf die längsten Wellen beziehen.

Ich will Ihnen jetzt das Resultat mitteilen. Ich habe einen kleinen Teil ω der Vorderseite der Platte (Fig. 8) ins Auge gefasst und denke mir in einem Punkte P der hier errichteten Senkrechten in einer grossen Entfernung r von der Platte ein dieser letzteren paralleles Flächenelement ω' . Für die pro Zeiteinheit von ω ausgehende und ω' durchsetzende Strahlungsenergie, insofern sie Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ entspricht, kann man nun schreiben

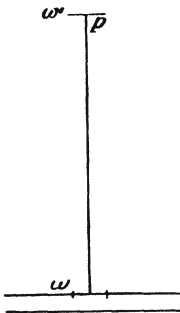


FIG. 8.

$$\frac{S \omega \omega' d\lambda}{r^2},$$

wo der Faktor S als Ausdruck für das Emissionsvermögen der Platte zu betrachten ist. Die hierfür gefundene Formel lautet

$$S = \frac{4\pi c^2}{3\lambda^4} N e^2 u \Delta.$$

Aus dieser Gleichung und der für das Absorptionsvermögen gefundenen geht hervor, dass das Verhältnis S/A unabhängig von der Plattendicke Δ ist, sowie von allen Grössen, durch welche sich das eine Metall von dem anderen unterscheidet. Es ist nämlich

$$\frac{S}{A} = \frac{4}{3} \frac{c\alpha T}{\lambda^4}. \quad (11)$$

Dieses Resultat steht im Einklang mit dem berühmten KIRCHHOFF'schen Gesetz, nach welchem das Verhältnis zwischen Emission und Absorption für alle Körper den gleichen Wert hat und eine universelle Funktion von Temperatur und Wellenlänge ist. Zugleichzeit haben wir diese Funktion, freilich nur für den Fall

sehr grosser Wellenlängen, aus der Elektronentheorie abgeleitet.

Es wäre nun recht schön, wenn wir diese Theorie auch auf kleinere Wellenlängen ausdehnen könnten. Das ist mir leider bis jetzt nicht gelungen. Die thermodynamische Theorie der Strahlung zeigt, dass die Wellenlänge, für welche das Verhältnis von S und A ein Maximum ist, der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist. Dieses Gesetz, das sogenannte WIEN'sche Verschiebungsgesetz, auch aus der Elektronentheorie abzuleiten und anzugeben, in welcher Weise das konstante Produkt aus jener Wellenlänge und der Temperatur mit den Eigenschaften der Elektronen zusammenhängt, was zu erwarten ist, da es sich hier wieder um eine universelle Konstante handelt, das gehört vorläufig in die Reihe der ungelösten Probleme. Sogar stösst man schon auf Schwierigkeiten, wenn man sich klar machen will, aus welchem Grunde bei Erhitzung eines Körpers in seiner Strahlung immer mehr kurze Wellen auftreten, wenn man also die einfache Tatsache des Glühens durch Temperaturerhöhung zu erklären versucht.

Ich darf nicht verschweigen, dass PLANCK in seiner elektromagnetischen Theorie der Strahlung viel weiter gekommen ist als es der Elektronentheorie bis jetzt möglich war; er hat wirklich für das Verhältnis S/A eine allgemeine, für alle Wellenlängen und Temperaturen geltende Gleichung angegeben. Glücklicherweise stimmt unser Ausdruck für sehr lange Wellen mit der Formel dieses Physikers überein.

PLANCK hat nun aus seiner Formel sehr bemerkenswerte Schlüsse gezogen, und wir können dasselbe mit Hilfe der Gleichung (11) tun, wobei wir dann die Elektronentheorie nicht zu verlassen brauchen. Die Grösse S/A bestimmt nämlich auch die Emission eines vollkommen schwarzen Körpers, wie sofort daraus hervorgeht, dass für einen solchen das Absorptionsvermögen $A = 1$ ist. Die Strahlung eines schwarzen Körpers ist aber experimentell, sowohl was die Gesamtintensität als auch was die Verteilung derselben über die verschiedenen Wellenlängen betrifft, untersucht worden.

Dank sei den betreffenden Arbeiten von LUMMER und PRINGSHEIM und von KURLBAUM kann man für verschiedene Wellenlängen und Temperaturen den absoluten Wert von $c\alpha T/\lambda^4$, und also

auch für jede Temperatur den Wert von αT angeben. Wir kennen also die mittlere kinetische Energie eines einzelnen Gasmoleküls. Dividiert man damit die gesamte kinetische Energie eines Gases, die man aus dem Druck ableitet, so erhält man die Anzahl der Gasmoleküle. Ferner kann man auch die Gesamtmasse des Gases bestimmen; folglich wird die Masse eines Moleküls, z.B. des Wasserstoffgases, bekannt. Die Hälfte davon ist die Masse eines Wasserstoffatoms, und diese, dividiert mit dem elektrochemischen Äquivalent des Wasserstoffs, liefert uns die Ladung eines Wasserstoffions, d. h. die Grösse unseres elektrischen Elementarquantums. Verbindet man nun schliesslich das Resultat mit dem Wert von e/m für ein negatives Elektron, dann erhält man den Wert von m und aus der Gleichung (7) den Radius des Elektrons.

Ich habe die erhaltenen Zahlen in Tabelle IV zusammengestellt; obgleich es möglich ist, dass dieselben etwas geändert werden müssen, nachdem man einige Teile der Theorie strenger durchgeführt hat, kann man sich doch, was die Grössenordnung betrifft, völlig auf diese Ergebnisse verlassen, und sind auch die Zahlenwerte wohl ziemlich zuverlässig. Den beiden letzten Zahlen habe ich den Wert von e/m , den man für kleine Geschwindigkeiten aus der Untersuchung der β -Strahlen abgeleitet hat, zu Grunde gelegt ¹⁾.

¹⁾ Der Wert von R ist von Bedeutung für die Diskussion der Frage, bis zu wie hohen Gangunterschieden man eine Interferenz von Lichtstrahlen beobachten könne. Der Sichtbarkeit der Interferenzstreifen wird nämlich eine Grenze gesetzt durch die Dämpfung der Schwingungen des leuchtenden Punktes und man kann zeigen, dass, wenn die Lichtquelle ein schwingendes Elektron ist, der Grad der Dämpfung eben von dessen Grösse abhängt.

Es sei n die Frequenz der Schwingungen, δ die Schwingungszeit, λ die Wellenlänge, N die in Wellenlängen ausgedrückte Phasendifferenz, mit der zwei Strahlen interferieren, ϵ die Grundzahl der natürlichen Logarithmen. Es ist klar, dass die Interferenzstreifen undeutlich werden müssen, wenn die beiden zusammenkommenden Schwingungen sehr ungleiche Intensitäten haben, und das wird der Fall sein, wenn in dem Intervall zwischen den Augenblicken, in welchen sie von dem leuchtenden Punkte ausgegangen sind, die Amplitude dieses letzteren sich erheblich verringert hat. Wir wollen, was natürlich ziemlich willkürlich ist, die gesuchte Grenze dadurch bestimmen, dass wir den Wert von N suchen, für welchen in jener Zeit $N\delta$ die Amplitude im Verhältnis von 1 zu $1/\epsilon^2$ kleiner geworden ist.

Die Bewegungsgleichung des schwingenden Elektrons lautet (vergl. Fussnote 1, Seite 91 und Fussnote 2, Seite 95)

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx + \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \frac{d^3x}{dt^3}.$$

Betrachten wir hier das letzte Glied als sehr klein im Vergleich zu den beiden anderen, dann ist eine Lösung

$$x = a\epsilon^{-\frac{e^2 n^2}{3cm} t} \cos(nt + b),$$

Die Elektrotechniker werden sich gewiss darüber freuen, dass man jetzt die kleinste Elektrizitätsmenge, die jemals ins Spiel kommt, bestimmt hat. Sie beträgt rund 10^{-19} Coulomb.

Tabelle IV.

$\alpha = 1,6 \times 10^{-16}$ Erg/Grad.
Anzahl der Gasmoleküle in einem cm^3 bei 0° und Atmosphärendruck. $3,5 \times 10^{19}$.
Masse eines Wasserstoffatoms. . $1,3 \times 10^{-24}$ Gramm.
Elektrisches Elementarquantum $1,3 \times 10^{-20}$ elektromagnetische C.G.S.-Einheit.
Masse eines negativen Elektrons $7,4 \times 10^{-28}$ Gramm.
Radius eines negativen Elektrons $1,5 \times 10^{-13}$ cm.

An das Ende meines Vortrags gekommen, fürchte ich sehr, Sie insofern enttäuscht zu haben, dass ich von den magnetischen Eigenschaften der Metalle, die ja für Sie von ganz besonderer Wichtigkeit sind, kein Wort gesagt habe. Der Grund liegt darin, dass

wo a und b Konstanten sind und

$$n = \sqrt{\frac{k}{m}} .$$

Die obengenannte zur Bestimmung der Wellenlängenzahl N dienende Bedingung führt nun zu der Gleichung

$$\frac{e^2 n^2}{3cm} N \vartheta = 2 ,$$

und hieraus ergibt sich, wenn man $m = 2e^2/3R$ setzt und die Relationen $n = 2\pi/\vartheta$, $c\vartheta = \lambda$ berücksichtigt,

$$N = \frac{\lambda}{\pi^2 R} ,$$

was sich auf etwa 40 Millionen berechnet, wenn man für λ die Wellenlänge des gelben Lichtes einsetzt.

LUMMER und GEHRCKE haben bei einer Phasendifferenz von mehr als zwei Millionen Wellenlängen eine Interferenz beobachtet.

Übrigens würden andere Ursachen früher als die hier betrachtete zu einem Verschwinden der Streifen führen. Eine derselben, auf die MICHELSON aufmerksam gemacht hat, liegt darin, dass die Moleküle eines leuchtenden Gases in allen Richtungen hin und her fliegen und dass sie demzufolge, dem DOPPLER'schen Prinzip gemäss, Strahlen emittieren, die nicht alle genau dieselbe Frequenz haben. Das Licht wird um so weniger homogen sein, und die Interferenz wird bei Erhöhung des Gangunterschiedes aus diesem Grunde um so eher unsichtbar werden, je grösser die Molekulargeschwindigkeit des Gases ist. Derselbe Grad der Undeutlichkeit der Interferenzstreifen, der durch die Dämpfung bewirkt wird, könnte auch bereits durch eine Molekulargeschwindigkeit, viel kleiner als die in leuchtenden Gasen tatsächlich bestehende, verursacht werden.

die verwickelten Erscheinungen des Magnetismus der Theorie noch viele Schwierigkeiten bereiten. Man kann sich vorstellen, dass in einem Magneten rotierende oder herumkreisende Elektronen vorhanden sind, und VOIGT, sowie neuerdings LANGEVIN, hat bei der mathematischen Behandlung solcher Bewegungen interessante Resultate erhalten. Auch versprechen die Betrachtungen von DU BOIS viel für die weitere Entwicklung der Elektronentheorie, obgleich sie dieser nicht eigentlich angehören. Indes, so einfache Ergebnisse wie die, welche ich die Ehre hatte Ihnen mitzuteilen, kann ich auf diesem Gebiete nicht aufweisen.

Übrigens ist es auch wohl Zeit, dass ich zu Ende komme. Ich tue das, indem ich Ihnen meinen herzlichsten Dank für die Aufmerksamkeit, die Sie mir geschenkt haben, ausspreche.

THE EXPERIMENTAL FOUNDATIONS OF THE THEORY OF ELECTRICITY ¹⁾

The title chosen for this lecture is, strictly speaking, not quite appropriate. The experimental investigations, for which I shall ask your attention, envisaged for the most part the testing of suppositions which had already been formulated previous to experimental investigation, and though it is of the greatest importance for our knowledge of this subject that they should be confirmed, we can properly only speak of „foundations” if we add that many of these have been laid after the edifice had already risen a long way above ground. A method of treatment which, it need not be demonstrated, is unavoidable, will we not be too slow in progress.

The hypotheses which I have in mind are the following:

1) A convection current, i.e. the movement of a charged body, gives rise to a magnetic field in the same way as does a current of conduction.

2) In a non-conductor placed in an electric field a dielectric displacement occurs and in consequence of this, under suitable circumstances, the movement of the dielectric in the field is accompanied by an electric movement which, as far as concerns magnetic action, can be compared with an ordinary current.

3) MAXWELL's displacement current, i.e. the movement of electricity we have to deal with when the dielectric displacement changes, also produces magnetic action.

There are other questions connected with these hypotheses that we shall have to consider in the course of this lecture.

On account of the great number of investigators who have taken part in the testing of these suppositions, there can be no question of a complete review of their methods of observation or their results. I shall also not attempt to keep to chronological order. It

¹⁾ Lecture delivered 19 October 1907. De Ingenieur. **23**, 86, 1908.

is preferable in every case to give a summary of that which bears on the same question, in doing which the work of ROWLAND, HIMSTEDT, ROWLAND and HUTCHINSON, CRÉMIEU, PENDER, CRÉMIEU and PENDER, ADAMS, EICHENWALD, KARPEN, RÖNTGEN¹⁾, to pass over for the present several others, will of course be mentioned. In enumerating this series of names I wish especially to draw your attention to the experiments which CRÉMIEU and PENDER performed together, because they are a remarkable example of scientific collaboration. When CRÉMIEU in Paris, in his attempts to observe the magnetic action of convection currents, obtained invariably a negative result, while PENDER at Baltimore obtained a positive result, in conformity with previous observers, POINCARÉ and KELVIN contrived that the American physicist should come to Paris with his apparatus, and that the experiments should be repeated in concert in the laboratory at the Sorbonne, and some new ones made, which soon led to a satisfactory agreement.

We shall begin with an estimate of the magnetic action which is to be expected of convection currents. To obtain initial velocities use has always been made of rotating bodies, and those have been with few exceptions circular discs rotating around an axis passing through the centre and perpendicular to the faces. We can, however, for a moment, suppose that a long strip of metal, e.g. tinfoil, is moved forwards in the direction of its length with a velocity v . If its breadth is a and the strip has on one side a charge with the surface density σ , then, through a stationary surface perpendicular to the longitudinal axis, an amount of electricity will pass per unit of time

$$i = a\sigma v.$$

This is consequently the expression for the intensity of current in electrostatic units if σ is given in these units.

¹⁾ Ann. der Physik. **158**, 487, 1876. **38**, 560, 1889.
 Phil. Mag. **27**, 445, 1889.
 Ann. de chimie et de phys. **24**, 85, 145, 299, 1901.
 Phil. Mag. **2**, 179, 1901. **5**, 34, 1903. **6**, 442, 1903.
 Phil. Mag. **2**, 285, 1901.
 Ann. der Physik. **11**, 1, 421, 1903.
 Ann. de chimie et de phys. **2**, 465, 1904.
 Ann. der Physik. **35**, 264, 1888. **40**, 93, 1890.
 Berl. Sitzungsberichte. p. 195, 1885.

In order to secure a large surface density we place at a certain distance from the strip and parallel to it a fixed conducting plate with which it forms a condenser. If now V is the potential difference up to which this condenser is charged, and d the distance of the two wrappings, then, according to a well known formula ¹⁾

$$\sigma = \frac{V}{4\pi d},$$

and thus

$$i = \frac{aVv}{4\pi d}. \quad (1)$$

For a disc performing 100 revolutions per second the velocity of a point at a distance of 15 cm from the axis is about 9000 cm per second. We shall not, therefore, be far from the velocities actually obtained if we put $v = 10^4$. If, these plates being at a distance of 1 cm, the potential difference is 5000 volts, i.e. in electrostatic units $V = 17$, then, if the breadth of the strip amounts to 2 cm,

$$i = 2,7 \cdot 10^4.$$

The intensity of current in electro-magnetic units is thus $0,9 \cdot 10^{-6}$ or $0,9 \cdot 10^{-5}$ amp., from which it appears that very sensitive instruments will be necessary to observe the magnetic action and to measure it with any degree of accuracy.

As regards the comparison of the measurements with the theory this can be so expressed that we derive the ratio between the electromagnetic and the electrostatic unit of electricity from the experiments. This will be possible if we measure the potential difference V in electrostatic units, from which, as the formula (1) shows, i can also be derived in electrostatic units, and, on the other hand, the intensity of current can be calculated in electro-magnetic units from the observed magnetic action. As you know, the value of the ratio in question, which we shall represent by c , is $3,00 \times 10^{10}$.

We wish to remark further that the direction ascribed to the current in common parlance, and which can be derived from the

¹⁾ We are employing the usual units of the C.G.S. system.

magnetic action, agrees with the direction of the movement if we are dealing with a positive charge, but is opposed to it if the moving body has a negative charge. In this last case a movement to the right must be regarded as a current to the left.

In many experiments a sensitive astatic magnetic needle system has been employed in order to observe the action, the position of which is determined by means of mirror reading and which, in order to prevent an electric action of the charged bodies upon the needles, is protected by a conducting cover. ROWLAND proceeded in this way when, in 1876, he first demonstrated the magnetic action of convection currents.

In his experiments a horizontal disc of ebonite gilt on both sides and with a diameter of 21 cm rotated 60 times a second between two glass plates also gilt on the side turned towards the ebonite disc. While the gold layers on the glass plates were connected with the earth, those of the rotating disc were charged by means of a battery of Leiden jars, and not, as has often been done, by a sliding contact, but by a metal point situated at a short distance from the rotating gold layer. For the observation of the magnetic action an astatic system was employed, of which one needle was situated in a suitable position near the edge of the movable disc. We can now, and this has been done in nearly all experiments of this sort, charge the disc while rotating, and observe the change of position of the astatic system thus caused by the occurrence of the convection current. ROWLAND proceeded in such a way that he could make the charge change its sign which amounts to a *reversal* of the convection current.

The magnetic force which had to be observed in these experiments amounted to about $1/50000$ of the horizontal component of terrestrial magnetism; notwithstanding this smallness the expected effect was obtained, and from three of ROWLAND's best series of experiments we can derive $c \cdot 10^{-10} = 2,97; 3,16; 3,01$. Of the discrepancy in the other series I can find no mention.

That the magnetic action is proportional to the velocity of rotation and to the potential difference employed, was intentionally demonstrated by HIMSTEDT, in 1899, the same year in which ROWLAND repeated his experiments with the utmost care in collaboration with HUTCHINSON. The apparatus employed in this new investigation is represented in fig. 1. Two vertical discs *A* and *B*,

placed in the magnetic meridian, fastened to the extremities of the two axes C and D , rotated with equal velocity in the same direction. Between these discs stood the larger, fixed glass plates P and Q and within them hung the one magnet needle N_1 of an astatic system, the other needle N_2 being fixed at some distance above N_1 ; the needles were placed in the plane of the magnetic meridian, perpendicular to the plane of the diagram. The dotted line indicates the conducting cover within which the needles are enclosed. The discs A and B were gilt on the inside, the discs P and Q on the outside. An equal distribution of the charge up to the edge of the movable plates was ensured (necessary in order to enable the experiment to be calculated through with sufficient accuracy) by surrounding A and B with the guard rings R, R , similarly made of ebonite and gilt. These were, just like A and B themselves, connected with the earth, while P and Q , as the apparatus rotated, were brought alternately up to a high positive or negative potential.

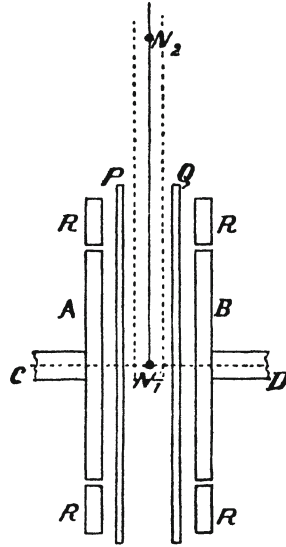


FIG. 1.

As can be seen the apparatus has much in common with a tangent galvanometer; only in calculating one must take into account that a convection current will correspond with each of the concentric annular elements, into which the gold covering of A and B can be divided. By means of the ordinary formulae for the magnetic action of circular currents, we can determine the contribution of each element to the action on the magnetic poles. In order, finally, to derive from the observed deflections the intensity of the convection currents in electromagnetic units, ROWLAND and HUTCHINSON compared the deflections with those caused by an ordinary current of known intensity. This „current of comparison” was conducted by wires placed close to the edges of the plates A and B .

Although the number of revolutions was brought up to 125 per second, the magnetic force excited amounted only to $1/125000$

of the horizontal intensity of terrestrial magnetism, which gave deflections of 5 to 8 mm on the scale when the charge was reversed. Finally, twenty measurements were taken which gave for $c 10^{-10}$ the mean value 3,19 and the extreme values 2,66 and 3,78.

We shall not deal with the experiments made later by PENDER in an entirely similar manner, both alone and with CRÉMIEU, but confine ourselves to reporting the similar observations of EICHENWALD at Moscow. We have to thank this physicist for a long series of particularly successful investigations extending over the whole subject which we have to discuss. As regards the „ROWLAND effect”, he so arranged the experiment that the calculation was simplified, and thereby probably made more accurate as well. The disc of 25 cm diameter rotating in the magnetic meridian, and consisting of micanite, a good insulating material, had close to the edge a circular strip of tinfoil only 1,5 cm broad, which was not entirely closed but was discontinued along a radius for a small

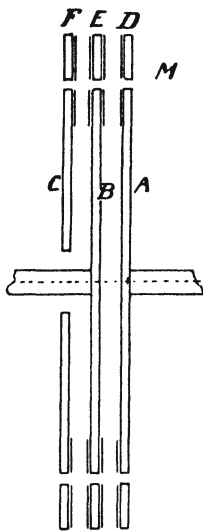


FIG. 2.

distance. This made it possible to conduct the current of comparison through the strip itself, by which it was ensured that this current had exactly the same position with regard to the magnetic needles as the convection current. Further, the capacity of the condenser, of which the tinfoil was one covering — the other being a zinc covering —, was experimentally determined by the deflection obtained when the condenser was charged 22 times a second up to a potential difference of 55 volts and then discharged through a galvanometer; so an accurate determination of the surface density σ of the charge became possible.

In a series of twenty experiments EICHENWALD obtained for $c 10^{-10}$ as extreme values 2,86 and 3,16; as mean value 3,01.

Particular attention is deserved by the experiments which were made with the apparatus represented in fig. 2. The two micanite plates *A* and *B*, which can be rotated either in the same or in opposite directions, and a similar fixed plate *C* are all fitted with circular strips of tinfoil near their edge, *B* on both sides, *A* and *C*

only on the side facing *B*. They are surrounded by guard rings *D, E, F* and near *M* is placed one needle of the astatic system.

We can pass a comparison current through every strip of tinfoil and measure the capacity of the condenser formed by *B* and *A* and that formed by *B* and *C*, in this way securing the data by which the deflection of the magnetic needles, which is to be expected in several cases, can be calculated in advance. EICHENWALD secured the following results, when both *A* and *C* were connected with the earth, and *B* was charged up to a high potential.

By movement of:	Deflection		Difference
	obs.	calc.	
<i>A</i> alone	+ 20,1	+ 19,9	+ 0,2
<i>B</i> alone (in same direction) . . .	− 17,9	− 18,0	+ 0,1
<i>A</i> and <i>B</i> in the same direction . .	+ 2,0	+ 1,9	+ 0,1
<i>A</i> and <i>B</i> in opposite directions . .	+ 37,5	+ 37,9	− 0,4

If, on the contrary, only *A* was connected with the earth while *C* was brought to the same potential as *B*, the following was found:

By movement of:	Deflection		Difference
	obs.	calc.	
<i>A</i> alone	+ 20,5	+ 19,9	+ 0,6
<i>B</i> alone (in same direction) . . .	− 8,4	− 9,0	+ 0,6
<i>A</i> and <i>B</i> in the same direction . .	+ 10,6	+ 10,9	− 0,3
<i>A</i> and <i>B</i> in opposite directions . .	+ 28,6	+ 28,9	− 0,3

From these figures it appears that the opposite sign of the charges of the plates *A* and *B* has as result that by a rotation in the same direction these plates give rise to opposed magnetic forces. While in the two series of experiments the rotation of *A alone* had the same result, as can be understood, because this plate was in the same state in both series, the movement of *B* alone has in the first series a result twice as great as that in the second. The

reason for this is that *B* was charged in the first series on both sides and in the later experiments only on one side. That in spite of this double charge the action of *B* was in the first case still weaker than that of *A*, is due to the greater distance from the magnetic needle *M*.

Finally the figures found by a simultaneous rotation of *A* and *B* prove that the actions exerted by the plates taken separately are in that case combined. According to the direction of the movement the deflection will be either the sum or the difference of those produced by *A* and *B* separately.

Of the experiments intended to demonstrate directly the action of convection currents upon a magnetic needle, I shall finally allude to those of CRÉMIEU and PENDER, in which the charge was not changed during the rotation, but in which the disc was first charged and then put in motion, and also to the investigation by

ADAMS at Cambridge (Mass.) of the magnetic action of charged metal balls which were rapidly moved round in a circle. In these experiments the hypothesis investigated was also confirmed.

Another method of observation was evolved by LIPPMANN and applied by CRÉMIEU, and also by PENDER. When the sign of the electric charge is reversed while a disc with a conducting covering rotates with uniform velocity, the magnetic field also is reversed, and this can produce an induction current in a suitably placed coil.

In PENDER'S experiments this coil *K*, the axis of which coincided with that of the discs, and which, as can be seen from fig. 3, was very flat in shape, was situated in the middle of the apparatus,

between the fixed ebonite plates *A* and *B*, while *C* and *D* are two similar ebonite plates and *P* and *Q* two rotating micanite discs gilt on both sides, while the ebonite plates, in each case, are coated with tinfoil on the side turned towards *P* or *Q*.

Thanks to the presence of these coatings the rotating plates

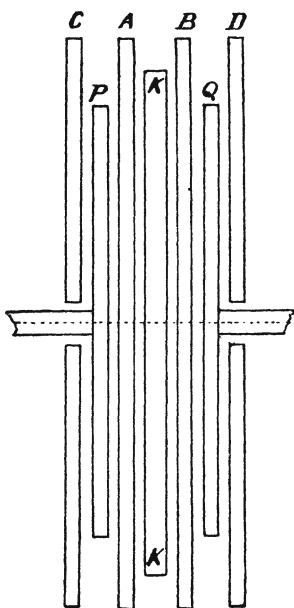


FIG. 3.

could be given considerable charges and PENDER proceeded so as to reverse the sign of the charges twenty times a second. He conducted the currents excited in the coil K through a galvanometer, however, with the interposition of a commutator, which was changed over with the same frequency, so that in the galvanometer all the currents had the same direction and a constant deflection was obtained.

I can enlarge just as little upon the difficulties here encountered and the means by which they were overcome, as in the case of the other investigations. PENDER, especially after he had escaped from the disturbing influences in the laboratory of the Johns Hopkins University at Baltimore, and had taken his apparatus away to a quiet spot in the country, obtained most satisfactory results. Eleven series of observations then gave for c 10^{-10} an average of 3,00. The extreme values were 2,92 and 3,08.

The ingenious manner in which PENDER avoided the complicated and yet not entirely dependable calculation of the effect of his rotating discs also deserves mention. For this purpose he determined the induction produced in the coil K when a current of known intensity was made and broken; this „comparison current” could be conducted through a circular convolution whose plane could be put into the place occupied in the actual experiment by one of the rotating discs. PENDER had twelve of these convolutions of different sizes, and was so able to learn the action which would be exercised by twelve concentric rings into which the gold covering could theoretically be divided, given a known intensity of the convection current in electromagnetic units.

The idea of demonstrating the existence of the magnetic field of a convection current by means of an inductive action was also, but in a different manner, applied by KARPEN in Paris. Since the investigations hitherto discussed demanded exceedingly sensitive instruments and could only be carried out under exceptionally favourable circumstances, he made it his aim so to increase the effect to be observed that less high demands had to be made upon the instruments. In this he succeeded by giving to the rotating conductor, with the help of alternating currents of high potential, an alternating charge, by means of which currents are induced in a circuit in which proper vibrations of the same frequency could occur, so that conditions were favourable to resonance vibration.

In fig. 4 S represents the rotating disc, in some experiments an ebonite plate of 80 cm diameter, covered with tinfoil over almost its whole extent, in others an aluminium plate. A and B are glass plates also covered with tinfoil. The alternating current of the

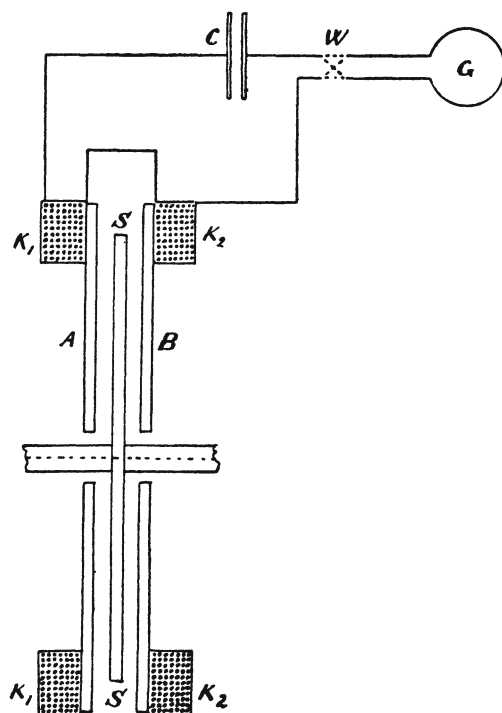


FIG. 4.

current, the connexion of the galvanometer at W with the rest of the circuit is constantly commuted at the moment when the intensity of current is 0, so that the current in the coil of the galvanometer always has the same direction.

KARPEN also obtained the deflection he expected. For the value of c 10^{-10} he found from three series of experiments 2,7; 3,5 and 2,9 in which connexion it should be remarked that he had not aimed at accurate measurements.

After all that has been said the existence of the ROWLAND effect can hardly be doubted; the failure of the first experiments of CRÉMIEU must most probably be ascribed to this reason, that the rotating disc gave its charge to the coverings opposite to it. The thin sheets of rubber, with which he covered the charged disc in

municipal system was transformed up to a high potential (of about 10000 volts) by a transformer, of which one pole was connected with S , the other with A and B .

The circuit contains the two coils K_1 and K_2 , of which the axis coincides with the axis of rotation, the coil of a galvanometer of DUPREZ-D'ARSONVAL G and a condenser C . By means of a commutator constructed in such a manner, as to be moved by a small motor driven by the original alternating

order to prevent sparking, seem rather to have increased than to have prevented the discharge.

However this may be, we can certainly say that our first hypothesis is confirmed by observation, a result of especial importance for the theory of electrons, because this last regards a conducting current in a metal as a forward movement of small charged particles, and thus as a convection current, which would not be possible if a convection current exerted no magnetic action. As a matter of fact, the unsuccessful experiments of CRÉMIEU have never given rise to much apprehension as to the fate of the theory of electrons. We can always appeal to the fact that a current in an electrolyt, which we regard on trustworthy grounds as a movement of charged particles, the ions, arouses a magnetic field, and that the magnetic action of the cathode rays, in which everyone sees a current of negative electrons, has also been experimentally demonstrated.

I must add that, if CRÉMIEU's negative results had really been confirmed, not only the theory of electrons, but the entire contemporary theory of electricity would have had to be revised.

A main principle of this theory is that electricity always moves in closed circuits, that, in other words, there are no „unclosed currents“. Now it can be easily contrived that a circuit shall be composed of a current of conduction and a convection current; we need only think of an ordinary electric machine, which produces a current of conduction in a wire connecting the poles, while the convection in the rotating disc closes the circuit. If the convection current exercised no magnetic forces, then we should have to deal in such cases, at any rate as regards magnetic action, with an unclosed current, and the question would arise of what law would have to be supposed for the magnetic action of an element of current in order to describe the observations.

While the experiments discussed have proved the existence of the ROWLAND effect, they have at the same time demonstrated that a charged disc, also a conducting disc, when rotated in its own plane, carries its charge with it; the charge does not remain at rest while the metal turns round under it. With an eye to this possibility, instead of the continuous metal coverings of the non-conducting discs, sectorshaped coverings, separated from each other by small interspaces, have been used, in which case each

sector had to take its own charge with it. At any rate, the same results have always been obtained whether the covering was continuous or divided into sectors.

That the charge is carried along appears very plainly in an excellent experiment thought out by HELMHOLTZ, and performed already in 1876 by ROWLAND, and later both by EICHENWALD and by CRÉMIEU and PENDER. Let R (fig. 5) be a flat circular

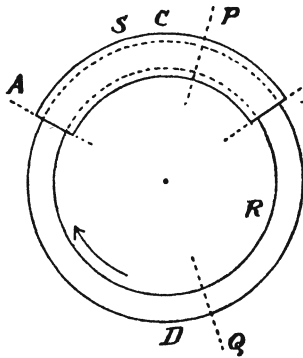


FIG. 5.

metal ring, which is rotated in the direction of the arrow round an axis passing through its centre and perpendicular to its surface, which we represent to ourselves as in a horizontal position. At a small distance above R let a part of a similar ring S , extending to the vertical planes A and B , be put in a fixed position, and, while one point of R is connected with the earth, let S be kept on a negative potential. Then the part of R below S will be charged

positively, and this charge will be carried round in the direction from A to B . For the sake of simplification we shall imagine the ring to be fairly narrow, so that we can regard the velocity v as being equally great for all the points below S . If then e is the charge per unit of length of R beneath S , a quantity of electricity ev will be conveyed per unit of time from A to B . In consequence of this the potential of R will be diminished in A and increased in B , but a stationary state will soon be established, with a definite value of the potential difference V ; this value will not change if the same quantity of electricity is transported from B to A by conduction as by convection from A to B . If the resistances of the parts ACB and ADB of the rotating ring are r_1 and r_2 , per second a quantity of electricity V/r_1 is conducted through one part and a quantity V/r_2 through the other part, so that the potential difference is determined by

$$\frac{V}{r_1} + \frac{V}{r_2} = ev,$$

$$V = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} ev.$$

We can now in the first place observe that the *whole* electric movement, provided we consider the convection current and the current of conduction together, corresponds with the movement of an incompressible fluid, or, as we say, is distributed „solenoidally”. In order to obtain this result we need only note the quantities of electricity which pass per second through the planes P and Q , fixed in space. On account of the convection current, a quantity ev passes through P to the right and, on account of the current of conduction, a quantity V/r_1 passes to the left, that is to say, the quantity

$$ev - \frac{V}{r_1} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} ev \quad (2)$$

is transported to the right, and this is equal to the quantity V/r_2 , which owing to the conduction passes through the plane Q to the left.

Should the conductor S cover the n th part of the ring, then we may put

$$\frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{1}{n},$$

so that the right hand member of (2) becomes

$$\frac{1}{n} ev.$$

It is as if in all parts of the circuit a current of this intensity occurred in the direction of the arrow and the action upon a magnetic needle near to C must be equal to that upon a needle placed in the same relative position close to D . This inference was confirmed by EICHENWALD, who also proved that the action was the n th part of what we should have if the conductor S were a complete ring and therefore only the convection current ev occurred.

In the second place I should like to point out that a potential difference occurs between the parts of R which are close to A and B , so that, if at these points sliding contacts were introduced, which were joined by a connecting wire, a current would occur in the latter of the same order of magnitude as ev if the resistance of the wire is not much greater than r_1 and r_2 . CRÉMIEU and PENDER

attempted to observe this current with a galvanometer, but had to give it up because of the great influence exerted by the friction of the contacts.

We can, however, obtain good observable currents if we connect two *fixed* points of R , e.g. diametrically opposite each other; for example, we can connect the points to two platinum wires both of which protrude at the extremity of the axis of rotation and remain in continuous contact with a quantity of mercury. The currents occurring in a connecting wire are alternating currents, since the distribution of the potential over R is invariable in space and so the potential difference between the extremities of a rotating diameter continually alternates. CRÉMIEU and PENDER could observe the currents very well with a galvanometer after bringing them all into the same direction, by means of a commutator. EICHENWALD observed the alternating currents, with an arrangement of instruments corresponding in principle with that described above, by means of a telephone.

It should further be remarked that the apparatus, provided with the two above mentioned sliding contacts, could be nothing other than an influence electrical machine with a conducting disc.

We now come to dielectrics moving in an electric field. In discussing these we must distinguish two theories. According to the former each dielectric contains ether, and while the ordinary, ponderable matter moves, the ether remains at rest. According to the other theory, which has been developed especially by HERTZ, the ether shares in the movement of the matter, or to express it better, there is no reason to distinguish ponderable matter from ether in the interior of the dielectric, since *everything* contained in the body shares in the movement.

To show the difference between the two theories, as regards the phenomena now to be discussed, it will be best to write down the mathematical expressions which both theories yield for the electric current. For the sake of generalization we will assume that the body in question combines the properties of a conductor and a non-conductor. We shall imagine the electrical charge to be distributed over a definite volume.

Let x, y, z be rectangular coordinates with regard to fixed axes, t the time, v_x, v_y, v_z the components of the velocity, ρ the space density of the electric charge, J_x, J_y, J_z the components of the

current of conduction measured by the quantities of electricity conducted per unit of surface and unit of time through elements of surface perpendicular to the coordinate axes and D_x, D_y, D_z the components of the dielectric displacement, measured by the quantities of electricity which, not by conduction but by the displacement which can take place in a non-conductor, have passed since a moment, when the natural state existed, per unit of surface through the surface elements mentioned above. The components of the entire current are then

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D_x}{\partial t} + J_x + \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} (D_x v_y - D_y v_x) - \frac{\partial}{\partial z} (D_z v_x - D_x v_z), \\ \frac{\partial D_y}{\partial t} + J_y + \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} (D_y v_z - D_z v_y) - \frac{\partial}{\partial x} (D_x v_y - D_y v_x), \\ \frac{\partial D_z}{\partial t} + J_z + \rho v_z + \frac{\partial}{\partial x} (D_z v_x - D_x v_z) - \frac{\partial}{\partial y} (D_y v_z - D_z v_y), \end{aligned} \right\} (3)$$

expressions which have the property of always representing a solenoidally distributed current ¹⁾).

The formulae to which the theory of stationary ether gives rise differ from the above only in the last terms. According to this theory, dielectric displacement consists of two parts, of which one part is situated in the ether and the other in ponderable matter. Since only the latter moves, in the terms which depend upon the

¹⁾ This is on condition that the three expressions, respectively differentiated to x, y, z and then added together, amount to 0. In the course of the operation the terms with $D_x v_y - D_y v_x$ lapse. Remembering further that $J_x + \rho v_x$ is the amount of electricity transported by conduction and convection together per unit of time and unit of surface through a surface element perpendicular to the x -axis, and that $J_y + \rho v_y$ and $J_z + \rho v_z$ have a corresponding significance, then, having regard to an infinitely small rectangular parallelepiped with the edges dx, dy, dz parallel to the coordinate axes, we can demonstrate that

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} (J_x + \rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y + \rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (J_z + \rho v_z) \right\} dx dy dz$$

is the outward flow of electricity by means of conduction and convection through the faces of the parallelepiped. From this it will follow that

$$\frac{\partial}{\partial x} (J_x + \rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y + \rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (J_z + \rho v_z) = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

and since, according to a well known theorem,

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho,$$

the solenoidal distribution of the current is proved.

movement we must only take account of that second part of the dielectric displacement. If we represent its components by P_x, P_y, P_z (we can call this part the *polarization* of the dielectric), then we shall have to replace in the last terms of (3) D_x, D_y, D_z by P_x, P_y, P_z .

In an isotropic (non crystallized) dielectric, each part of the dielectric displacement D , both the part P which appertains to ponderable matter and the other, have the direction of the electric force E . That part which appertains to the ether has the magnitude $E/4\pi$ and, if K is the known dielectric constant, we can put

$$D = \frac{KE}{4\pi}, \quad (4)$$

from which it follows that

$$P = \frac{(K-1)E}{4\pi}. \quad (5)$$

Although in what remains to discuss we can easily do without the formulae (3), I have given them in order to let you see how, in every conceivable case, we can give in detail the electrical currents which occur according to one theory or another. I wish further to observe, firstly, that the theories have proved that the current distribution given by the formulae determines the magnetic actions in the ordinary way, secondly, that we can easily rid ourselves of the supposition that the electric charge is distributed over a *volume* since, by imagining the charge in an exceedingly thin layer, we can change over to the case of a *surface charge*, and thirdly, that we can also easily show what happens to the last terms if not, as was here supposed on the evidence of the differential quotients, the quantities $D_x v_y - D_y v_x$ etc. are continuous functions of the coordinates, but on the contrary show a discontinuity. This can occur at the surface of the dielectric and we infer from the terms in question the existence of currents either in or along the surface ¹⁾. Apart from this we recognize in the first

¹⁾ Suppose, for instance, that the dielectric is bounded by a plane surface, that the outward drawn normal, and also the dielectric displacement D have the direction of the x -axis and the velocity the direction of the y -axis. In a thin layer, of which the lateral faces are parallel to the boundary surface, and lie on both sides of it, the term $D_x v_y$ changes over quickly from the value in the body to the value outside it; this last value is 0 if the adjacent medium does not move. Through the section of

terms of the given expression the displacement current of MAXWELL, as this occurs in a non-moving dielectric when the electric displacement changes and recognize in the terms $\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z$ the convection current. The subsequent terms are related to the phenomenon which we shall deal with now, namely, of the currents occurring in the case of a moving dielectric.

Of these currents, the magnetic action of which is of especial importance because, as appears from the above, according to one theory it is $(K - 1)/K$ times weaker than according to the other, we will now, by an elementary consideration, attempt to obtain an idea.

Let (fig. 6) S be a disc of some fixed dielectric, placed between two parallel condenser plates A and B . If the condenser is charged to a certain potential difference, so that A obtains a positive and B a negative charge, then we get in the dielectric disc a dielectric displacement D , which, if we imagine the field to be homogeneous, is everywhere of equal magnitude, and, as the arrows show, is directed to the right.

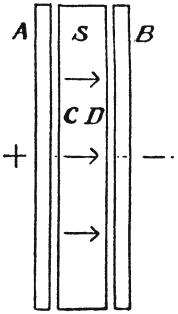


FIG. 6.

If E is the electric force which can be derived from the potential difference between the plates, the formula (4) holds good for D . The dielectric now exercises an external action as though it had a charge on the right side with the surface density $+D$ and on the left side a charge with the surface density $-D$. According to the theory of HERTZ the disc, if rotated round the axis while the plates A and B stand still, will exercise the same magnetic action as if these charges were actually ordinary electric charges that were carried round with the rotation. For the sake of distinction it will perhaps be as well to say that we are now dealing with „dielectric charges” and with their convection.

According to the other theory only that part of the dielectric

the layer with a surface perpendicular to the y -axis an amount of electricity passes per unit of time and per unit of length, the latter taken in the direction of the z -axis, for which from the second of the expressions (3), dividing the thickness of the layer into infinitely small elements, we find

$$- \int \frac{\partial}{\partial x} (D_x v_y) dx.$$

The value of this expression is exactly that of $D_x v_y$ in the interior of the dielectric.

displacement D indicated above by P and represented by (5) has its seat in the rotating matter, and so we have only the convection of the dielectric charges, corresponding with this part, which are $(K - 1)/K$ times weaker than the charges according to HERTZ.

It is worthy of notice that, according to the theory of electrons, the polarization P consists in a displacement of the electrons present in the molecules of the body out of their state of equilibrium. The positive electrons are driven to the right, and the negative electrons to the left. In this way the molecules obtain electric „poles”, and it is in the positive poles, protruding from the surface D , and the negative poles, protruding from the surface C , that we have to see the „dielectric” charges of these surfaces.

The honour of being the first to point out the magnetic action of the convection of these charges and to demonstrate their existence experimentally is due to RÖNTGEN for which reason the currents now under consideration are often called „RÖNTGEN currents”. Moreover, since the dielectric charges on both surfaces of the disc have opposite signs, and therefore give rise to opposed RÖNTGEN currents while rotating, the resulting magnetic action is very weak, a good deal weaker than the ROWLAND effect. RÖNTGEN therefore, when he caused a horizontal glass or ebonite disc to rotate between the plates of a condenser charged to 10000 volts, even with a velocity of 100 revolutions per second could only manage to produce an effect upon a needle system hung in a suitable position and provided with a mirror, so that in commuting the charges the image was displaced 2 or 3 mm on a scale at about 2 m distance.

After PENDER, in a manner I shall pass over, had confirmed the results of RÖNTGEN, EICHENWALD studied the phenomenon with the utmost care. He secured a homogeneous field by introducing a fixed guard ring of the same material and of equal thickness round the ebonite disc employed. How well his observations succeeded appears from the following table. V is the potential difference in volts, n the number of revolutions per second in one or the other direction, a the deflection which changed its direction with the commutation of the charge while the disc rotated. The fourth column contains the calculated deflections.

V	n	a		Difference
		observed	calculated	
8000	± 68	$\mp 2,0$	$\mp 1,8$	+ 0,2
10000	± 68	$\mp 2,1$	$\mp 2,2$	- 0,1
12500	± 68	$\mp 3,1$	$\mp 2,7$	+ 0,4
10000	± 104	$\mp 3,2$	$\mp 3,3$	- 0,1
10000	± 118	$\mp 3,9$	$\mp 3,8$	+ 0,1
10000	± 130	$\mp 4,4$	$\mp 4,2$	+ 0,2

In order to be able to calculate the expected deflection EICHENWALD again made use of a comparison current which he caused to flow so as to imitate the RÖNTGEN current as nearly as possible. In this connexion a circumstance must be noticed which it was not necessary to observe in the previous experiments regarding the convection of the charges of the strips of tinfoil.

Over each surface of the rotating disc the dielectric charge was distributed with equal density, and if we divide this surface by concentric circles into rings of equal breadth, the charges present upon them will give rise to RÖNTGEN currents, whose intensity on account of the different velocities will be proportional to their distance from the centre. If we wish to make the rings so that RÖNTGEN currents of equal intensity correspond to each, we must make the breadth inversely proportional to the distance from the centre. For this reason EICHENWALD employed for the comparison current spiral strips of tinfoil with seven convolutions at a short distance from one another, whose breadth as far as possible altered in inverse proportion to the distance from the centre. When a spiral of this kind was placed against each side of the dielectric plate, and if the current were so conducted that its direction in one spiral was opposite to that in the other, a magnetic field was obtained which could well be compared with the field of the RÖNTGEN current.

But it is especially of importance that in calculating the expected deflections the theory of the stationary ether was chosen, and that the correspondence with the observations would have been a good deal worse if we had used the theory of HERTZ. Since the value 1,73 was found for the dielectric constant of the ebonite,

according to this theory the deflections should have been $1,73/0,73 = 2,3$ times greater than that given as calculated in the table. The difference appears also from the fact that EICHENWALD derives from his experiments, the ether being regarded as at rest, the value $K = 1,75$, while he should have found, according to the theory of HERTZ, $K = 0,75$.

These measurements thus decide in favour of the theory that ether is *not* carried along when ponderable matter moves.

Particularly remarkable in this connexion are some other experiments of EICHENWALD, in which the *entire* condenser, metal plates and dielectric, was rotated. Let us imagine that the whole space between the plates is filled with the dielectric. If the condenser is charged, we shall obtain on the surfaces of the dielectric, in the immediate neighbourhood of the plates, dielectric charges, each, as we can easily see, equal and of opposite sign to the neighbouring charge of the metal. In this way, according to the theory of HERTZ, we have during the rotation, next to each other, the ROWLAND current due to the charge of a metal plate, and the equal and opposed RÖNTGEN current which is due to the condition of the dielectric, so that, taking all the actions together, the rotating condenser can exercise *no* magnetic action.

If the ether does not participate in the rotation the case is otherwise, for then with the same charges of the condenser plates the RÖNTGEN currents are $(K - 1)/K$ times weaker than they were just now. Their action therefore only neutralizes the part of the action of the convection currents indicated by the fraction $(K - 1)/K$, so that the K -th part remains. If V represents the potential difference between the plates and d their distance, then the surface densities on the plates are $+KV/4\pi d$ and $-KV/4\pi d$, and the resulting action is now the same which we should have if two parallel plates with the surface densities $+V/4\pi d$ and $-V/4\pi d$ were rotated. According to the theory now under discussion an action is to be expected with this property that for a definite potential difference it is independent of the nature of the dielectric.

This too was confirmed by EICHENWALD. He really observed a magnetic action when the entire condenser rotated, which could be calculated with satisfactory accuracy in the manner just given. This appears from the following table of identical structure with

the preceding one. The dielectric was in these experiments of ebonite, but results of the same nature were obtained by using glass.

V	n	a		Difference
		observed	calculated	
7500	± 65	$\begin{cases} + 3,3 \\ - 3,4 \end{cases}$	$\pm 3,6$	$\begin{cases} - 0,3 \\ - 0,2 \end{cases}$
10000	± 65	$\begin{cases} + 4,9 \\ - 4,7 \end{cases}$	$\pm 4,7$	$\begin{cases} + 0,2 \\ 0,0 \end{cases}$
7500	± 95	$\begin{cases} + 5,0 \\ - 4,9 \end{cases}$	$\pm 5,2$	$\begin{cases} - 0,2 \\ - 0,3 \end{cases}$
10000	± 95	$\begin{cases} + 7,1 \\ - 6,8 \end{cases}$	$\pm 6,9$	$\begin{cases} + 0,2 \\ - 0,1 \end{cases}$
7500	± 120	$\begin{cases} + 6,3 \\ - 6,3 \end{cases}$	$\pm 6,6$	$\begin{cases} - 0,3 \\ - 0,3 \end{cases}$
10000	± 120	$\begin{cases} + 9,0 \\ - 8,7 \end{cases}$	$\pm 8,7$	$\begin{cases} + 0,3 \\ 0,0 \end{cases}$

We have now to speak of the magnetic action of MAXWELL'S displacement current. This also was first demonstrated by RÖNTGEN in an experiment which was afterwards, with minor alterations, repeated by EICHENWALD. Let us imagine that on each side of a non conducting disc S (fig. 7) two metal plates A, B and C, D , are situated separated from each other, and let A and D be charged to a higher, B and C to a lower potential. Then the plates will take the charges indicated by the signs $+$ and $-$. If now, while the plates are at rest, the dielectric is moved from left to right, then first of all the RÖNTGEN currents represented by the horizontal arrows are produced. But besides this there is a displacement current. In one part of the dielectric, that is to say so long as it is between A and C , there exists a downward, and, when it has come between B and D , an upward dielectric displacement. The disappearance of the first and the appearance of the second dielectric displacement constitutes a current which is directed upwards, and remains between the points p and q , that is in the parts of the dielectric which successively arrive there.

It should be noted here that, while the RÖNTGEN currents

produce an accumulation of electricity in p and a diminution of charge at q , and therefore would not satisfy the condition of

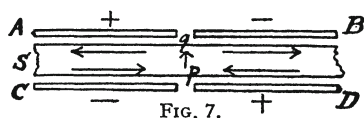


FIG. 7.

solenoidal distribution, in combination with the displacement current, represented by the vertical arrow, they do satisfy it.

In EICHENWALD'S experiments a vertical ebonite disc, represented in fig. 8 by AB , was rotated. Imagine in front of and behind this disc a fixed micanite plate and upon each of these plates, near their circumference and turned towards the ebonite disc, two almost semicircular strips of tinfoil PQ and RS between which, both above and below, a small interspace remains open. If the coverings of the foremost plate are charged as indicated by the signs $+$ and $-$, and the opposite coatings of the plate behind exactly the opposite, then, if the ebonite disc is rotated in the direction of the hands of a clock, we get on the front surface of the disc RÖNTGEN currents as represented by the arrows, on the back surface opposed RÖNTGEN currents, and furthermore in the ebonite at m a backward displacement current and at n a similar forward current. We can easily see that the total system of currents satisfies the condition of solenoidal distribution.

The magnetic needle, whose change of position was observed by the simultaneous commutation of the four charges, was close above the highest point of the rotating disc, in such a position that a magnetic force acting from left to right or in the opposite direction might result in a deflection. The observed deflection corresponded to that calculated as the following extract from EICHENWALD'S table will show.

V	n	a		Difference
		observed	calculated	
3000	± 110	$\left\{ \begin{array}{l} + 3,0 \\ - 3,8 \end{array} \right.$	$\pm 3,7$	$\left\{ \begin{array}{l} - 0,7 \\ + 0,1 \end{array} \right.$
6250	± 110	$\left\{ \begin{array}{l} + 8,0 \\ - 7,9 \end{array} \right.$	$\pm 7,7$	$\left\{ \begin{array}{l} + 0,3 \\ + 0,2 \end{array} \right.$
3000	± 134	$\left\{ \begin{array}{l} + 4,4 \\ - 4,2 \end{array} \right.$	$\pm 4,5$	$\left\{ \begin{array}{l} - 0,1 \\ - 0,3 \end{array} \right.$
6250	± 134	$\left\{ \begin{array}{l} + 9,8 \\ - 9,6 \end{array} \right.$	$\pm 9,4$	$\left\{ \begin{array}{l} + 0,4 \\ + 0,2 \end{array} \right.$

It is almost superfluous to say that, in order to calculate the expected effect, a comparison current was again used which imitated as far as possible the current circuit during the experiments, and of whose circuit two wires pushed through the ebonite disc from front to back at m and n formed a part. We can easily imagine this and after what has been said it will not be surprising that the action was now again proportional not to K , but to $K - 1$. As regards the RÖNTGEN current, the reason for this has already been given. As regards, however, the displacement current, we must remember that while, in the case represented in fig. 7, the polarization of the particles of the ponderable dielectric, when they pass the line pq , is reversed, there is no question of a reversal of the dielectric displacement in the stationary ether ¹⁾.

I must finally point out that, if we apply the well known law of BIOT and SAVART, the action upon a magnetic pole, which in fig. 8 was placed near to m , just above the centre of the disc, is really to be ascribed entirely to the displacement currents. Since, however, we never manage to observe the magnetic action of parts of a circuit of which the law makes mention, but only the action of a closed current, it is strictly speaking more accurate to say that we have observed the magnetic action of an electrical movement which consisted along a part of the circuit followed of a displacement current.

When the displacement current in a dielectric changes and similarly its magnetic field, induction currents

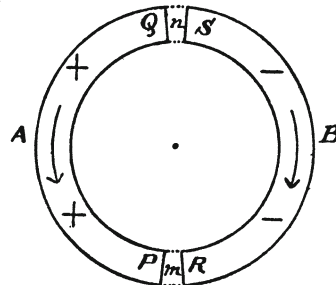


FIG. 8.

¹⁾ The displacement current here mentioned is not implied in the first terms of the expressions (3), but in the last terms. The differential quotients with respect to t indicate not the changes with the time in a definite point of the moving dielectric, but in a definite point of space, and these are 0, if, as we imagine, there is a stationary state. If, however, in fig. 7, the y -axis is drawn to the right and the x -axis upwards, the term $\partial(D_x v_y)/\partial y$ in the first of the three expressions has a positive value in the neighbourhood of the line pq . Since the velocity v with which the dielectric moves to the right does not depend on y , we can substitute for this term $v_y \partial D_x/\partial y$, and this is positive, because, as we go to the right, D_x changes from negative to positive. So it follows from the general formula that near the line pq there is an upward current. If the ether is stationary, the above expression must be replaced by $v_y \partial P_x/\partial y$, since in the last terms of (3) we have everywhere to write P instead of D .

will be excited in a conductor in this field. On this supposition is based an experiment made by WHITEHEAD at Baltimore ¹⁾.

Against the basic surfaces of a cylinder of paraffin of radius 19 cm and height 20 cm circular metal plates were placed, and the condenser thus formed was included in a circuit which was traversed by alternating currents excited by an effective potential of 25000 volts. Around the cylinder a lamellated iron ring was placed with a thousand convolutions round it; their extremities were connected with a RUBENS string galvanometer. After WHITEHEAD had verified this instrument with which alternating currents can be observed, from the observed deflection he was able to infer that the effective intensity of the induced alternating current was $5,2 \cdot 10^{-6}$, while on account of a calculation he had excited $3,2 \cdot 10^{-6}$ ampères. Since WHITEHEAD made use of no comparison currents, he had assumed in his calculation that the wires of the condenser are parallel to the axis of the cylinder to infinity, while in reality they diverged at a certain distance from the axis. The error thus caused cannot have been very large.

WHITEHEAD was also able to show that the deflection becomes smaller if the paraffin is replaced by air, but his measurements did not allow an in any way accurate determination of the ratios of the deflections.

For these experiments and for those with which EICHENWALD demonstrated the magnetic action of a displacement current a similar observation holds good. It was not only the alternating current in the dielectric, but the current in the entire circuit of which it formed a part, which acted inductively. The peculiarity of the apparatus was simply that the induced convolutions were placed in the neighbourhood of the dielectric of the condenser.

I shall conclude by relating two experiments which both gave a negative result. The first which was made by WHITEHEAD ²⁾ again concerned the displacement current in a dielectric and particularly the force which the body experiences from a magnetic field on account of the presence of this current.

Once it was assumed that a dielectric with a displacement current produces a magnetic field, it went without saying that it was supposed also to experience a force from a magnetic field

¹⁾ Phys. Review. **21**, 111, 1905.

²⁾ Phys. Zeitschrift. **4**, 229, 1903.

excited by other causes, and that this force was assumed to be similar to that for the action of the field upon a conducting circuit traversed by a current.

Let us now imagine, in order to get an idea of the apparatus used by WHITEHEAD, a condenser which is composed of two coaxial vertical cylindrical conductors, with a ring of paraffin between its coatings carried by a thin wire passing along the axis of the cylinder and thus easily moved; finally, round the cylinder and symmetrically around its axis, a coil with horizontal convolutions. While now this coil is traversed by an alternating current C_1 , the condenser is charged by another alternating current C_2 of the same frequency as C_1 , but with a phase difference of a quarter of a period with regard to the former.

Under these circumstances there occurs in each point of the paraffin an alternating dielectric displacement and a similarly alternating displacement current, both directed radially.

On the other side the currents in the convolutions of the wire produce an alternating magnetic field with vertical lines of force, so that at each point of the paraffin ring a force is exerted which, as it is perpendicular both to the direction of the current and to that of the magnetic field, is directed along the circle passing through that point and perpendicular to the axis. We can easily see how at a certain moment the momentum of this force with respect to the suspension wire has the same direction for all points of the dielectric, and also that, on account of the just mentioned phase difference between the currents C_1 and C_2 , the displacement currents and the magnetic field have always the same or, if desired, the opposite phase. The resulting couple of forces had thus the same direction in the course of time, and according to the calculations of WHITEHEAD it must have been great enough to give a noticeable deviation from the state of equilibrium. Yet of such a deviation nothing could be traced.

This negative result is, however, not in conflict with the theory, since there is a second contrary action which WHITEHEAD overlooked. In an alternating magnetic field electric forces always exist and in consequence the paraffin ring was situated in an alternating electric field, whose lines of force were circular, coaxial with the convolutions of the coil. This field acts upon the dielectric charges which we find upon the in- and outside of the

ring, and brings into existence a resulting couple, of which we can show that it just neutralizes the couple considered above.

I must also add that WHITEHEAD did not work with a full ring of paraffin, but only with two sector-shaped, diametrically opposite parts of one, which were carried by the extremities of a torsion balance with the suspension wire along the axis of the apparatus. This, however, introduces no change in the theory of the experiment worthy of remark.

The last investigation of which I have to speak concerned an action which we can regard in a certain sense as the converse of WHITEHEAD's object. While a wire, in which a current is moving, is moved forward in a certain direction by a magnetic field, an electric movement is excited in a similar wire when there is no original current, if it is moved in a magnetic field. In the same way, in a dielectric which moves through a magnetic field forces will operate which propel the electricity in a certain direction, and can thus excite a dielectric displacement. In the course of the experiment in question which was made by BLONDLOT ¹⁾ an air current of great velocity was introduced between the plates *A* and *B* of a condenser and in a direction parallel to the plates. Perpendicular to this current and similarly parallel to the plates were the lines of force of a strong magnetic field. In consequence of this the electricity in the moving dielectric is propelled in the direction of one condenser plate to the other and since the plates are joined by a connecting wire the condenser can thus be charged. We can most easily realize this if we imagine that at first, when the forces in question are just beginning to operate and when they move the positive electricity in the dielectric in the direction, e.g., from *A* to *B*, this electric movement does not proceed in the connecting wire in the direction from *B* to *A*, so that the plate *A* takes a positive and the plate *B* a negative charge. If the dielectric displacement — and with it the charge of the condenser — has attained a certain value, a state of equilibrium will ensue. The electricity in the dielectric will then be directed just as strongly to one side by the „dielectric elasticity”, the internal force which after a displacement tends to make it return to the state of equilibrium, as it will be directed to the other side by the force originating in the magnetic field. If we neutralize this field the

¹⁾ Comptes Rendus. **133**, 778, 1901.

electricity in the dielectric really returns to a state of equilibrium, and this displacement current is accompanied by a current in the connecting wire from *A* to *B*, by which the condenser is discharged.

It was intended to demonstrate if possible the currents which according to this theory must arise if we cause the magnetic field to occur or to disappear (or if we reverse the magnetic field). BLONDLOT, however, was unable to see any deflection of his galvanometer, although he should have succeeded, as his calculations informed him, if the entire dielectric had moved between the condenser plates with the velocity employed. His natural conclusion was that it was *not* the whole dielectric which took part in the movement. We can increase the velocity of the air current to as high an intensity as we wish, but the ether is not dragged along too, so that in the part of the dielectric, which in these experiments is far away the most important, no electric force is induced. It is true that in the molecules of the air the electricity is propelled from one condenser plate towards the other, but the density of the air is too slight to expect a noticeable result. It permits of no doubt, however, that we should have been able to observe a deflection of the galvanometer if we had allowed a non-conducting fluid to flow between the metal plates with a velocity equal to that of the air.

And with this I have reached the end of my review, which, as I rather think, has already taken up too much of your time.

The conclusion to which it brings us is that the investigations described, when, if necessary, we take account of the immobility of the ether, are completely in agreement with the theory. In this connexion it strikes us, and this would have been so in a still higher degree if I had been able to go more into particulars, that the powerful support, which our theories have in this way secured, is for a great deal due to the instruments which electrotechnology has been able to supply to physical research.

ON POSITIVE AND NEGATIVE ELECTRONS ¹⁾

The illustrious founder of our society will forever occupy a prominent place in the history of physical science, not only for his experimental researches in electricity and his invention of the lightning rod, but also for his theoretical views. FRANKLIN tried to explain all electrical phenomena that were known in his time by means of a single electric fluid, which he supposed to be present in certain definite quantities in all ponderable bodies, when in their natural or unelectrified state, and in larger or smaller quantities in positively or negatively charged bodies. The rival doctrine was that of two electric fluids, which in the days before MAXWELL served as the foundation of the mathematical theory of electricity and which was adopted by those physicists who, like RIEMANN, WEBER and CLAUDIUS, sought to account for electrostatic and electrodynamic phenomena by one fundamental law for the mutual action of electric particles.

Some twenty-five years ago the relative merits of the different laws of this kind that had been proposed, especially of those of WEBER and CLAUDIUS, were examined by many physicists and, in connection with this, there was much discussion about the motion of the two electricities in an electric current. Whereas, in the applications of WEBER's law, they were generally supposed to travel in opposite directions with equal velocities, CLAUDIUS could free himself from this restriction, and could even suppose one of the electricities to have no motion at all.

These questions, after having for a time lost much of their interest by the universal spreading of MAXWELL's ideas, have again sprung up, and have even become of fundamental importance in the modern theory of electrons. I should therefore like to call attention to them for a few moments, hoping the subject will be thought suitable on the present occasion, because it is somewhat

¹⁾ Lecture, delivered April 17, 1906. Proc. Amer. Philosophical Soc. **45**, 103, 1906.

like the old question whether one had to assume FRANKLIN'S single fluid or a positive and a negative electricity.

In order to show the connection I may observe that we can never wholly escape from the dualism, the notion of two things with opposite properties, that is forced upon our minds as soon as we come to study phenomena. Indeed, while recognizing but one electricity, the unitarian theory invested ordinary matter with the properties of the missing fluid. It was obliged to assume the existence of a mutual repulsion, not only between the particles of electricity, but also between those of matter, and to add to these forces an attraction between a particle of matter and one of electricity. This is not very different from a two-fluids theory; it is even practically equivalent to it, if one of the two fluids is supposed to be permanently fixed to the ponderable matter. After all, we shall have to choose, not, strictly speaking, between one or two electricities, but between one or two *movable* electricities, in modern terms, between one or two kinds of *movable* electrons.

I shall confine myself to the case of metallic bodies and I shall first speak of a phenomenon which at first sight might seem sufficient to lead us to a decision.

Let us consider a very thin rectangular sheet of metal, traversed in the direction of its length, say from left to right, by an electric current, and placed in a magnetic field whose lines of force are perpendicular to the sheet. Let us first suppose the current to consist of a flow of positive electrons, towards the right-hand side, of course. Then, by a well-known rule, each of these electrons will be acted on by a force due to the magnetic field and perpendicular both to the lines of force and to the current. This force will tend to drive the electrons in the direction of the breadth from one edge of the plate towards the other, so that, if two points of these edges, which would be at equal potentials in the absence of a magnetic field, are connected by a conducting wire, a current will be set up in the latter. A similar effect, but in the opposite direction, would be produced if the current were a flow of negative electrons. This is easily seen if we keep in mind that the motion of the negative particles must be supposed to be opposite to the nominal direction of the current and that the force exerted by a magnetic field on a moving electron remains the same if the sign of the charge and the direction of the motion are reversed at the same time. On account

of their motion from right to left, the negative particles will therefore be driven towards the same edge of the sheet as the positive ones in the former case; the direction of the current produced in the connecting wire will therefore be reversed.

Having got thus far, we can also see what effect will be caused by the magnetic field if the current we send through the metallic sheet consists of a flow of both positive and negative particles in opposite directions, so that its intensity can be considered as the sum of those of two partial currents, i_1 and i_2 . We shall then have a superposition of two opposite effects, either of which may predominate, according to the relative magnitudes of i_1 and i_2 .

Now the phenomenon, which the foregoing reasoning might lead us to expect, has really been observed. I need scarcely tell you that it was discovered by Professor HALL, then working in the laboratory of the Johns Hopkins University, at a time when there was hardly any question of a theory of electrons. The effect has been investigated for a large number of metals and has been found to have different directions in different substances. This is of especial importance in our discussion, for it seems to prove that we must indeed imagine two kinds of free electrons, the motion of the positive ones predominating in one body and that of the negative ones in the other.

I shall now point out some difficulties which present themselves in the further development of this conception of an electric current as a double stream of electrons. Take for instance the simple case of a current flowing across the junction of two pieces of different metals M and M' , say from the former towards the latter. Considering two sections, S and S' , of the two metals quite near their surface of separation, I shall denote by n_1 the number of positive particles traveling across S per unit of time in the nominal direction of the current, by n_2 that of the negative ones going the other way, and by n'_1 , n'_2 the corresponding numbers for the section S' . Then, if for the sake of simplicity we suppose all electrons to have equal charges, we shall have

$$n_1 + n_2 = n'_1 + n'_2,$$

but of course this does not imply that n_1 and n_2 are separately equal to n'_1 and n'_2 . If the HALL effect is not the same in the two substances, the ratio between n_1 and n_2 will be different from that

between n'_1 and n'_2 ; it may very well be that n_1 is much larger than n_2 and n'_1 much smaller than n'_2 .

In order to fix our ideas, I shall suppose

$$n_1 > n'_1, n'_2 > n_2.$$

This means that the number of positive electrons entering the space between S and S' through the first of these sections exceeds the number leaving it through the second, so that the number contained within the space will increase by $n_1 - n'_1$. As there will be an equal increase $n'_2 - n_2$ of the number of negative particles the result is a continual accumulation at the junction itself of equal positive and negative charges, or, as we may say, of *neutral* electricity. Conversely, neutral electricity would continually be carried away from the place of contact, if the direction of the current were reversed.

It is further to be noticed that a change in the distribution of neutral electricity would even occur if we had no current at all; if there were two kinds of movable electrons, it would already arise from the causes which produce the phenomenon of contact electricity. As to these causes several hypotheses have been put forth, of which two may be briefly mentioned. In his celebrated paper on the conservation of energy, HELMHOLTZ accounted for the difference of potential between two metals by means of certain attractive forces exerted at very small distances by the material atoms on the particles of the electric fluids, or, as we are to say nowadays, on the electrons; if, for instance, the positive particles are more attracted by the metal M' than by M , this will of course tend to produce a positive charge of the first metal. A wholly different explanation that has been proposed by RIECKE and DRUDE is based on the assumption that the free electrons in a metal have their share in the molecular agitation, by which we account for the phenomena of heat, going to and fro with velocities whose magnitude is a function of the temperature. The consequence of this heat-motion must be a certain equalization of the density (measured by the number of particles per unit volume) with which the electrons are distributed over adjacent parts of space. Hence, if at the same temperature the metal M contains a larger quantity of free positive electrons than M' , the first metal will lose and the second will gain a certain number of

them and the potential of M' will be made to exceed that of M .

We need not stop to consider in detail these theories; it will suffice to observe that, according to both, the causes which bring about the difference of potential are confined to a very thin layer near the surface of separation of the two metals. Now, whatever may take place in this layer, it is clear that the transfer of electrons from one body to the other will go on until the causes determining it are balanced by the difference of potential that is established. A state of equilibrium would soon be reached in this way if there were but one kind of free electrons. But if there are two, the case will be different. The causes by which the positive electrons are driven across the junction being quite distinct from those on which the flow of the negative particles depends, the value P of the difference of potential which is necessary for preventing a further transfer of the positive electricity will in general differ from the value Q that is required for stopping the current of negative electrons. Hence, as there is but one difference of potential, a true state of equilibrium can never exist, unless there be some other process that has not as yet been taken into account. The only state of things that could be attained by the motion of the particles we are now considering would be one in which the difference of potential has such a value, intermediate between P and Q , that the two kinds of electrons flow in equal numbers towards the same side. It would be a final state inasmuch as there would be no further change in the charges or the potentials, but could not be called a state of equilibrium because there would be a never-ceasing stream of neutral electricity.

The question now arises, in this as well as in our first instance, what will become of the accumulating neutral electricity? We cannot suppose this mixture or combination of positive and negative electrons to be absolutely nothing, so that it might be drawn from a body or heaped up in it for hours or days without any observable change in its properties. We are therefore compelled to imagine some new process by which the neutral electricity is carried back from the places where both positive and negative electrons are concentrated towards those from which they are traveling away. Moreover, it is easily understood that a hypothesis of this kind can only suit our purpose if the moving neutral electricity is *not* composed of free electrons. If it were, all

sections of the metallic system would after all be traversed by the same number of positive particles and also by the same number of negative ones and this is precisely what we have begun by denying. Our conclusion must be that the neutral electricity is to be regarded as a real combination, in pairs for instance, of positive and negative electrons, a combination that is formed in one part of the system and is decomposed again in another part towards which it is carried by a kind of diffusion.

Though this is rather complicated, we could be ready to admit it, if, in doing so, we could obtain a quite satisfactory theory. Unfortunately, this is by no means the case, for it can easily be shown that the state of things we have now imagined would be in contradiction with the second law of thermodynamics. Indeed, it may be taken for granted that combination of a positive and a negative electron will produce a certain amount of heat and that, conversely, heat will be absorbed if the electrons are separated from each other. If now, as we have been led to assume, neutral electricity were built up in one of two metals which are in contact with each other and decomposed in the other, heat would be continually developed in the first and consumed in the second body. By CARNOT's principle this can never be the case in a system that is kept at a constant uniform temperature, as our two metals may be.

If I am right in making this last remark, and if it cannot be invalidated by some new hypothesis, we need no longer continue our comparison of the two theories; we ought surely to give up all attempts to explain phenomena by the assumption of two kinds of movable electrons. I shall only adduce one argument more, which may be drawn from what is known of the so-called canal rays and the α -rays of radioactive bodies. The positive electrons which constitute these rays have been found to have a mass of the same order of magnitude as that of the chemical atoms, a fact which lends a strong support to the view that in a metal the positive charges are rigidly fixed to the material atoms and that only the negative electrons can freely move over considerable distances.

As to the HALL effect, which at first sight seemed to speak so strongly in favour of the two fluids theory, we shall have to examine whether it cannot be accounted for by the motion of negative

electrons only. If we succeed in this, as perhaps we can by going somewhat deeper into the mechanism of the phenomenon than we have done in our somewhat superficial discussion of it, we shall after all come to a system of explanations much resembling FRANKLIN's unitarian theory of electricity.

THE METHODS OF THE THEORY OF GASES EXTENDED TO OTHER FIELDS ¹⁾

Those scientists, who first developed the ancient conception of matter as consisting of separate particles in constant motion, were mainly concerned with gaseous bodies. Subsequently, however, these methods proved to be applicable to a much wider field of investigation. Permit me to elucidate this, after a short introduction, by a few examples.

In its present form the kinetic theory of gases is more in particular due to CLAUDIUS, MAXWELL and BOLTZMANN. The first of these three physicists made the general hypothesis of molecular motion more precise by introducing the assumption that the gaseous particles influence each other appreciably only now and then, when they collide, and that, therefore, their motion between two successive collisions is rectilinear.

Starting from this assumption, he calculated the pressure caused by their impacts with the containing vessel and obtained the well-known result that the value of the pressure per unit surface is equal to two-thirds of the kinetic energy, which, owing to the progressive motion of the particles, is present in the unit of volume of the gas.

MAXWELL pointed out, that, in consequence of their mutual collisions, the gaseous molecules must necessarily possess unequal velocities, and he introduced, on further consideration of this point, the statistical method which is widely used nowadays in the rigorous treatment of molecular theoretical problems.

Now, one can express the distribution of the various velocities over the molecules of a certain mass of gas in much the same way as the statistics of a population represent the distribution of the various ages over its individuals; one can ask: what fraction of all

¹⁾ Translation of a lecture held for the Physical Society at Leyden, June 12, 1909. *Chemisch Weekblad*. 6, 655, 1909.

the molecules possesses velocities between certain given limits? This can be expressed diagrammatically by means of a curve and MAXWELL succeeded in finding the shape of the curve and its equation. This is what is generally known as MAXWELL'S law.

We will denote the velocity of a gas molecule or, to be more accurate, the velocity of its centre of gravity by v ; the expression for the corresponding kinetic energy is then, denoting by m the mass of the molecule, $\frac{1}{2}mv^2$. Now, like the velocity itself the kinetic energy is different for the different particles. One can, however, speak of the average kinetic energy of a molecule, and this quantity is governed by simple rules. In the first place, it is proportional to the absolute temperature T and, in the second place, it has the same value for all gases at the same temperature. In a mixture of hydrogen and oxygen, for instance, the hydrogen molecules, whose mass is 16 times smaller than that of the oxygen molecules, possess on an average a velocity four times that of the latter, and the same is true for the two gases taken separately at the same temperature. In this case too, the particles of one of the gases have the same average energy as those of the other. It is possible from this rule to deduce AVOGADRO'S law, according to which two gases of equal volume at the same temperature and pressure contain equal numbers of molecules.

One of the most remarkable of MAXWELL'S results is, further, the theorem that in a gas, under the influence of an external force, such as the force of gravity, and in which, consequently, the density changes from point to point according to a definite law, the average kinetic energy of a molecule is the same everywhere.

We can sum up the above by writing for the average kinetic energy of a molecule αT , in which expression α has the same value for all gases under all conditions. The value of this constant cannot be deduced from the pressure exerted by the gas; one can, however, deduce from this pressure the value of the average velocity v of the molecules which, for instance, amounts to 184 000 cm per sec for hydrogen at 0° C, but, in order to make use of it in calculating the average kinetic energy of a molecule, and so, since $T=273$, to obtain the value of α , the mass m of a molecule or the number of molecules in a certain mass must be known too.

It is often advisable to choose as a unit in which to express the quantity of a gas a gram-mole, or mole, that is, as many grams as are

indicated by the number for its molecular weight. It follows immediately from this definition that the number of molecules in a gram-mole, which we shall denote by N , is the same for all gases.

By using AVOGADRO's law, one can easily see that the pressure exerted by a gas at a certain temperature, containing one gram-mole per unit volume, can be represented by RT in which R has always the same value. This coefficient, the so-called *gas constant*, amounts in the C.G.S.system of units to $R = 82,7 \times 10^6$.

In the case of c moles per unit volume the pressure is given by

$$p = cRT . \quad (1)$$

On the other hand the number of molecules per unit volume is now cN , therefore, since the average kinetic energy of each is αT , the kinetic energy per unit volume amounts to $cN\alpha T$. The value of the pressure must be equal to two-thirds of this and hence we have

$$R = \frac{2}{3} N\alpha . \quad (2)$$

As regards the quantity α , we must remark that it does not play a part in the theory of gases only but has a much wider significance as is proved in particular by the investigations of BOLTZMANN. It is a genuine *universal* constant, for one must imagine that, whatever the state may be of the matter considered, each particle partaking of the heat motion has always the average energy αT in consequence of the motion of its centre of gravity ¹⁾.

We can now pass on to the main subject of this lecture, namely the extensions to other fields. The names of two compatriots are connected with two of these extensions.

In the first place, VAN DER WAALS developed a molecular theory of liquids which differs from the theory of gases just referred to in that the mutual attractions and the finite dimensions of the molecules are taken into account. It is further based on the general theorem just mentioned as concerns the kinetic energy of a particle.

¹⁾ If, for instance, a molecule consists of n atoms, each of them will possess a kinetic energy αT ; the total kinetic energy of the molecule will therefore be $n\alpha T$. The motion of the centre of gravity takes up a part αT of this amount. The remaining energy $(n - 1)\alpha T$ must be ascribed to the relative motion of the atoms, with reference to that point.

VAN DER WAALS' theory explains those deviations from the simple gas laws, which are observed as soon as the density is no longer very small. It has, moreover, thrown a light on the conditions on which the condensation of gases into liquids depends. It was the guiding law of KAMERLINGH ONNES in his work which resulted in the liquefaction of helium.

As a second extension, we can take the theory of solutions in which, as you all know, the conception of the osmotic pressure, introduced by VAN 'T HOFF, plays a prominent part. It is hardly necessary to explain here the meaning of this conception. If a solution of some arbitrary substance is separated from the pure solvent by a semi-permeable wall, that is to say, a wall allowing the solvent to pass through but not the solute, the pressure in the solution in the state of equilibrium exceeds the pressure on the other side of the wall by a definite amount. This excess of pressure is called the osmotic pressure. Its value for sufficiently dilute solutions can be computed according to VAN 'T HOFF'S law by means of the above formula if one takes R to represent the number given and C the concentration of the solution expressed in moles per unit volume.

As regards the mechanism of phenomena due to a semi-permeable partition, various pictures can be formed. If the partition allows each molecule of water to pass through without obstructions but, on the other hand, blocks the way for each molecule of the solute—like a sieve of which the holes are too small—then the water exerts no pressure at all on the partition. In this case one has only to deal with the impacts of the particles of the solute on the one side. Now there is no doubt that the phenomena arising from actual semi-permeable walls are by no means so simple, but one has every reason to assume that the osmotic pressure is independent of the conditions to which, in each particular case, the semi-permeability is due. One may, therefore, take the osmotic pressure in all cases to be equal to the pressure caused by the impacts of the particles of the solute with the wall. Hence, the osmotic pressure per unit surface is given by two-thirds of the kinetic energy per unit volume of the molecules of the solute. One is, therefore, led to formula (1) if one ascribes to each molecule a kinetic energy αT . From the experimental confir-

mation of VAN 'T HOFF's law one may conversely conclude that one has been right, in this case also, in putting the kinetic energy of a particle equal to αT .

But equation (1) teaches us more than the mere difference of pressure on both sides of a semi-permeable partition. For in the case of a gas p represents also the force with which one layer presses against the other, and we can, with the aid of the formula, compute the resulting force of the pressures, which part of the gas, lying within any small region, experiences from the surrounding mass; we can then further try to ascertain whether this resulting force is in equilibrium with other forces such as the force of gravity, and if the necessary conditions are not satisfied we can investigate the motion which that particular part of the gas will assume under the influence of all forces acting on it. We can set to work in a similar manner when we have to deal with a solution. By means of considerations, into which I need not enter here, one can prove that also in the investigation of the equilibrium or of the motion of a system of molecules scattered among those of the water, one can assume that the particles on one side of some imaginary arbitrary plane exert a force specified by (1) on those on the other side, whose direction is at right angles to the plane. In other words, osmotic pressure can also be interpreted as a force acting in the interior of the solutions and urging the dissolved substance in one direction or the other.

Permit me, since the most important applications of what I have just stated are concerned with solutions of electrolytes, to dwell a little longer on this subject. In the first place, it may be pointed out that one must imagine the molecules of an electrolyte in an aqueous solution to be dissociated to a higher or lower degree into positively and negatively charged particles called ions. According to the theory developed by ARRHENIUS the more diluted the solution is, the further this ionisation has advanced, and in the case of very great dilutions, to which we shall confine ourselves here, it may be considered as practically complete. The positively charged particles of the cation and the negatively charged ones of the anion move then, completely independent of each other, to and fro between the water-molecules.

In the second place, it may be remarked that one can determine

the amount of the electric charge of a certain quantity of ions. If, for instance, an electric current passes through a solution of hydrogen chloride, the number of grams of hydrogen deposited during a certain time on the cathode can be measured and also the quantity of electricity flowing during the same period through a cross-section of the circuit. Since this quantity is equal to the aggregate charge conveyed by the liberated hydrogen, out of the solution and passed on to the electrode, one can compute the total charge of the hydrogen-ions, which have together the mass of a gram.

For simplicity, we shall express the quantities of the constituents of an electrolyte in gram-ions. We have already seen what is meant by a gram-mole and it is clear that one might, in a similar sense, speak of a gram-atom of an element. Now one can ascribe to each ion an „ion-weight”. For NO_3 , for instance, this would be $14 + 3 \times 16 = 62$, and one can further define a gram-ion as a quantity of so many grams as are indicated by the number for the ion-weight. This being settled, it will be clear that the number of charged particles in a gram-ion is the same as the number N introduced above, and that an electrolytic solution must always contain as many gram-ions of the anion as of the cation.

As regards the amount of the electric charges, measurements have shown that if one confines one self to monovalent ions a gram-ion of any kind of ions always carries the same positive or negative charge for which we have in the electro-magnetic system of units

$$E = 9650.$$

Now, denoting by e the charge of a single particle, either positive or negative, as, for instance, the charge of a hydrogen or a chlorine ion, we have obviously,

$$E = Ne, \tag{3}$$

from which equation it follows that also this charge e is the same for all kinds of monovalent ions.

This charge e is, so far as we know, the smallest quantity of electricity one ever has to deal with in any phenomenon; it can be considered as a natural unit of electricity (an „atom” of electricity as it has been occasionally called), of which whole multiples do

occur but never fractions. It is a second universal constant (the quantity α introduced above being the first), to which we shall have to refer frequently in our considerations. It is worthy of note that in the same way as α is connected with the gas constant R by the relation (2), so e , as appears from equation (3), is also related to a known quantity, namely the charge E of a gram-ion.

Finally, it is advisable to specify somewhat further our ideas as to the motion of the ions in an electrolytic solution. So long as there is no current through the solution, the motion of the charged particles is simply the irregular heat-motion, the velocities being such as to make the average kinetic energy of a single particle equal to αT . This motion is evenly distributed in all directions, so that a flow either of anions or cations in a definite direction is out of the question. This alters when we set up an electric field in the liquid, which can be done by maintaining two electrodes, dipped in the liquid, at different potentials. To fix our ideas we assume the electrodes to be parallel metallic plates, one on the right, and the other on the left, and the latter to be kept at the higher potential. The positively charged particles of the cation will then experience a force towards the right and those of the anion a force towards the left; consequently we shall have a state of affairs in which ions of one kind, though still moving in all directions, will show a certain preference for the motion from right to left, and, similarly, the ions of the other kind a certain preference for the motion from left to right.

It can be regarded as follows, namely, that the particles of the cation, apart from the irregular heat-motion already existing, acquire a common mean velocity towards the right, and the anion particles a similar velocity towards the left.

Now we can imagine, in the liquid, a plane somewhere between and parallel to the electrodes and watch the positively charged ions which pass through this plane in either direction. In the new state the quantity a of the cation passing per unit of time across the plane towards the right will be larger than the quantity b passing in the same time in the opposite direction; for brevity, we say that the quantity $a - b$ is displaced across the plane towards the right.

This quantity can be measured and from it the mean velocity just mentioned can be deduced; between these quantities, namely

the same connection holds as in the case of a current of water in a tube between the quantity passing through a cross section and the velocity.

While one obtains in this way a knowledge of the mean velocity of the cation and, of course, in the same way of the anion, one can, on the other hand, determine the forces by which the ions are moved and which must be considered as the cause of the mean velocity. The potential difference between the electrodes and their distance give, namely, rise to the electric force F that is the force acting on the unit of electricity, anywhere inside the liquid; further, since E is the charge of a gram-ion, one has $K = FE$ for the force which drives a gram-ion of the one constituent towards the right and the other towards the left. Now, the mean velocity of each ion has appeared to be proportional to this driving force and can therefore be represented for the cation, for instance, by

$$uK$$

and for the anion by

$$vK,$$

where u and v are constant coefficients which, as is clear from what I have just said, one can deduce from the observations. They represent the velocities for the case that the gram-ion is acted on by the unit of force. They can be appropriately called mobility coefficients.

It is easily understood that the numbers obtained for these coefficients will differ widely for the various ions. Smaller particles will, to be sure, find their way much easier than the larger ones among the watermolecules, by which they are stopped again and again, and will therefore, the impelling forces being equal, acquire a greater mean velocity. The hydrogen ions have the highest mobility coefficient of all.

As regards the impelling force, it is, in the case considered here, of electrical origin but the assumption suggests it self that, also when the ions are driven by actions of a different nature, one can obtain the mean velocity from the force acting on one gram-ion by means of the same coefficients u or v mentioned just now. In a similar way, it would be possible to compute the mean velocity in the case of a solution of a non-ionized substance, of which, by

some means or other, the particles are driven on, by multiplying the driving force per gram-mole by a certain mobility coefficient.

We are now in a position to become acquainted with the famous investigation by which, in 1889, NERNST succeeded in connecting the diffusion-velocity of an electrolyte with those quantities governing the motion of electricity in its interior. The very simple fundamental idea of his diffusion theory is, for that matter, not limited to electrolytes.

Let us imagine a vertical cylinder with the horizontal cross-section Q , filled with a solution of sugar, of which the concentration decreases from the bottom towards the top; we can then reason as follows, where, as in many cases, the influence of the force of gravity can be discarded:

Let S be an arbitrary horizontal cross-section and S' another one lying at a very small distance δ above the first; let us denote by c and c' the respective concentrations (in gram-moles per cm^3) at the former and the latter cross-section. The osmotic pressure at the two places will then be $p = cRT$ and $p' = c'RT$ and we may reckon that the sugar between the two cross-sections experiences, at the lower level, an upward force pQ and, at the upper level, a downward force $p'Q$. This gives a resulting force

$$(p - p') Q = (c - c') RTQ, \quad (4)$$

by which the sugar is driven upwards and which one may consider to be the cause of the diffusion.

We can also determine the amount of sugar in the layer under consideration. Since the latter is supposed to be very thin, one can, with sufficient accuracy, reckon with the average concentration $\frac{1}{2}(c + c')$. Hence, the number of gram-moles in the layer will be $\frac{1}{2}(c + c')Q\delta$ and by dividing the expression (4) by this value one obtains

$$\frac{2(c - c')RT}{(c + c')\delta} \quad (5)$$

for the driving force per gram-mole. Now, if only the mobility coefficient for the sugar were known, one would be able to compute the mean velocity arising from the concentration difference and thus tell beforehand the speed at which the diffusion will annul the concentration differences.

For a substance like sugar, however, we have no means of deducing the mobility coefficient from other phenomena and we are, therefore, reduced to just these diffusion experiments for its determination. This is different in the case of electrolytes, for which substances, as already stated, the required coefficients can be found from experiments with electric currents.

In the meantime a complication arises, on closer inspection, from our considering the electrolyte to be completely ionized, so that one cannot very well speak of the diffusion of the substance as a whole, but more correctly of the diffusion of each constituent separately.

To elucidate this by means of a specified example, let us imagine, in our vertical cylinder, a solution of hydrogen chloride with a concentration increasing gradually from the top downward, but which in the bottom layer is still sufficiently small to allow the ionisation there to be taken as practically complete. In that case each ion diffuses as if the other did not exist at all, and if one computes, in the manner just indicated, its diffusion velocity one obtains for the hydrogen a higher value than for the chlorine owing to the higher mobility coefficient of the former. It would, therefore, seem impossible, on the face of it, to speak of a diffusion of the hydrogen chloride. A closer consideration, however, reveals the existence of an influence which after a short time puts a stop to the inequality of the diffusion velocities. One must, namely, not overlook the fact that the hydrogen ions carry a positive charge and the chlorine ions a negative one. Thus, while there results from the inequality of the diffusion velocities a surplus of hydrogen at the top and a surplus of chlorine at the bottom of the column, this is accompanied by an accumulation of positive charges at one side and of negative charges at the other. This means that the potential at the top becomes higher than at the bottom, and the potential difference gives rise to electric forces which try to drive the positive ions downwards and the negative ones upwards. It will be clear that by these forces the upward diffusions will be retarded for the hydrogen and accelerated for the chlorine and that, sooner or later, the potential difference and the electric forces will have risen to such values as to make the initially existing difference between the two diffusion velocities disappear; this puts, at the same time, a stop to the increase of

the potential difference, because as soon as equal quantities of hydrogen and chlorine move upwards there is no further accumulation of electric charges.

Worthy of special notice here is the fact, that, because of the large electric charge carried by even the smallest observable quantity of one of the ions, the excess of hydrogen at the one side and of chlorine at the other, required to equalize the diffusion velocities, is extremely small. This is the case to such a degree that to prove the existence of that excess by chemical means is entirely out of the question, and that also, in the stationary state, the ratio between the concentrations of the hydrogen and the chlorine at any height does not differ appreciably from unity. Moreover, the time needed to reach the stationary state is exceedingly short, so short, in fact, that what happens during that time escapes observation completely, and what is actually observed is simply the equal diffusion of hydrogen chloride. Now, to compute the velocity we set to work as follows. For the hydrogen as well as for the chlorine the driving force arising from the concentration differences is given by (5), where, this time, we must understand by c the concentrations, which we now know to be equal, of hydrogen and of chlorine in gram-ions per unit volume at the cross-section S and by c' the same at the cross-section S' . One is led to this result by applying, in considering the motion of the constituents, the osmotic pressure belonging to each constituent separately. If, further, the electric downward force at the chosen height is denoted by F then the total force by which a gram-ion is driven upwards will be

$$\frac{2(c - c')RT}{(c + c')\delta} - FE$$

and similarly for the chlorine

$$\frac{2(c - c')RT}{(c + c')\delta} + FE.$$

Multiplication of these expressions with the mobility coefficients u and v respectively gives the mean velocities and, since these are finally equally large, one has

$$u \left\{ \frac{2(c - c')RT}{(c + c')\delta} - FE \right\} = v \left\{ \frac{2(c - c')RT}{(c + c')\delta} + FE \right\}.$$

On solving F and subsequently substituting its expression in either the right or the left side of the above equation one obtains the common mean velocity of the ions, and thus the determination of the diffusion velocity of the electrolyte is completed.

That this method indeed yields values for the various electrolytes in very satisfactory agreement with the observations concerning diffusion (by GRAHAM, SCHEFFER and others) appears from the following table of diffusion coefficients, that is to say, coefficients which for the given electrolytes determine the speed with which differences of concentration are obliterated. The numbers are not expressed in the C.G.S. system but in certain other units; it is not necessary however to explain these in further detail since the only point that matters here is the comparison of the computed values with the observed ones.

Diffusion coefficients.

	Obs.	Comp.		Obs.	Comp.
hydrogen chloride .	2,30	2,49	sodium bromide . .	1,10	1,13
nitric acid	2,22	2,27	formate of soda. . .	0,95	0,95
potash	1,85	2,10	sodium acetate. . .	0,78	0,79
soda	1,40	1,45	sod. benzol sulfonate	0,74	0,74
sodium chloride . .	1,08	1,12	silver nitrate . . .	1,27	1,25

While NERNST thus threw a new light on the phenomenon of diffusion he succeeded at the same time, one might say in passing, in laying the foundation of an important chapter of mathematical physics. It follows, namely, from our last equation that

$$F = \frac{u - v}{u + v} \cdot \frac{2(c - c')RT}{(c + c')E\delta},$$

by which the electric force, that is to say, the potential gradient at any point of the column of the hydrogen chloride solution is found.

By means of this formula one can deduce the potential difference between the extreme layers with the highest concentration c_1 and the lowest c_2 respectively and one finds it to be a function of these concentrations only. On closer inspection this difference

appears to have the same value in cases where solutions of these concentrations are not precisely at the extremities of a vertical cylinder, but communicate with each other without mixing too quickly by means of solutions of intermediate concentrations as, for instance, when between the two solutions a tube of arbitrary shape is inserted, such as a narrow siphon, or a porous wall permeated by the solution. In short, one can compute theoretically the potential difference of two solutions of the same electrolyte but with unequal concentration, in contact with each other. PLANCK has extended this theory to the contact of two solutions of different electrolytes or, more generally still, to the case of two solutions containing an arbitrary number of anions and cations of any description. The mathematical formulae in this case become rather complicated but the same train of thought is followed as in the problem treated by NERNST. One imagines the dissolved substances to be completely ionized so that each kind of ions diffuses separately. These give rise to electric charges and the potential difference caused thereby increases until it has modified the diffusion of the different constituents so far that it conveys equal amounts of positive and negative electricity through each cross-section.

Since, finally, one has in various cases succeeded in treating theoretically the potential difference between an electrolytic solution and a solid electrode, one is now in a position to account for the potential difference between the poles of a great number of galvanic cells of various composition.

We cannot dwell longer upon all this, so let it be sufficient to quote from PLANCK a few values, expressed in volts, of the potential difference between different electrolytes. These values refer to solutions of decinormal strength. It is hardly necessary to state, that not only the amount, but also the direction of the observed potential difference agreed with the conclusions from the theory.

Contact potential difference of	obs.	comp.
hydrogen chloride and potassium chloride. .	0,0285	0,0282
" " " sodium chloride . . .	0,035	0,034
" " " lithium chloride. . .	0,040	0,036

Nowadays one speaks of ions not only in the case of electrolytes but in the case of gases as well; the numerous investigations concerning the conductivity shown by gases under various conditions have proved beyond doubt that this is always due to the fact that part of the molecules are split into a positively and a negatively charged particle. This ionisation can be brought about by cathode rays, RÖNTGEN and BECQUEREL rays and also by ultraviolet light of extremely short wavelength. In the case of those discharge phenomena which are the longest known of all, this ionisation is due to the fact that the gas is exposed to electric forces of sufficient strength. I shall confine myself to making clear to you how the new theory can explain a fact, which had puzzled the physicists for a long time, namely, that a gas between two electrodes does not conduct the electricity so long as the potential difference has not reached a definite amount, but, the moment this limiting value is passed, a sudden discharge takes place, if the density is not too small, in the form of an electric spark. Whence, in such a highly mobile medium, that element of suddenness in the passage of electricity?

In order to answer this question, it is necessary, to begin with, to imagine a few free ions to be already present in the gas as a consequence of some action or other. If now it is exposed to a potential difference, the positively and the negatively charged free particles will simply move in opposite directions, so long as this difference is only small; the gas possesses then a definite, though very small, conductivity. When, however, the potential difference increases more and more, a state of affairs will at last be reached, in which the free ions, driven on by the electric force, acquire such high velocities that they can split up those molecules, with which they collide. The new ions, so formed, can do the same after being exposed for some time to the electric force and, since this goes on in the same way, it will be clear that a great many ions can be formed and, therefore, an appreciable conductivity can be developed in a short time.

By looking at it this way, it is easy to see, that the more rarified the gas is, the weaker the electric force will be, at which the discharge takes place, for the velocity which an electric force can impart to an ion depends, among other things, on the time during which that force can act on it undisturbedly, and this time is

obviously limited for ions which have to find their way among the gaseous molecules, because, after having moved over a certain length, they are bound to collide with a gas molecule and may, therefore, change the direction of their motion completely. Consequently, it all depends whether, when an ion collides with a molecule, the electric force has had time enough, beforehand, to impart to it the velocity required to ionize the molecule. It will be clear that in this respect the conditions for a discharge become more favourable with increasing rarefaction of the gas; an ion can then move over greater distances before meeting a molecule.

When the rarefaction is carried very far the passage of the electricity is again more difficult. This must be ascribed to the fact that the molecules are then too scarce to furnish an appreciable number of ions; the passage of a discharge of electricity through ether entirely free from matter, and, therefore, also free from ions, is absolutely impossible.

In recent years the conception of an electric current as a transport of electricity by means of charged particles has been successfully extended to the conduction of electricity through metals; only, as regards these bodies everything points to the fact that one has not to deal with ions but with still smaller charged particles, the electrons, and more in particular with negative ones. Greater or smaller numbers of the latter having a mass about 1900 times smaller than that of a hydrogen atom are present in a free state in the interspaces between the metallic atoms, whereas the positive electricity is bound up with the atoms in some way or other.

It will be clear that, owing to the presence of free electrons, the metal must conduct the electricity and the statement of this idea would in itself have had little importance, if one had not succeeded in connecting the electrical conductivity with another physical quantity, so that in the same way as in the theory of NERNST, mentioned above, a numerical relation could be established between different quantities capable of being observed separately. It is DRUDE's merit to have achieved this. He showed, that also the heat conduction of metals could be ascribed to free electrons, and thus he made it clear, that metals are the best conductors for heat as well as for electricity, and that, generally speaking, those

metals, which have the highest conductivity for electricity, allow at the same time heat to pass through most easily.

Before elucidating this parallelism in further detail, I want to point out that the above mentioned universal constants α and e occur continually in the electronic theory of metals; the latter, because, as is assumed on various grounds, the negative electrons happen to carry a charge, equal to the smallest amount of electricity ever occurring in electrolytic phenomena, and the former, because we suppose the electrons also to partake of the heat motion in metals and, indeed, to such a degree, that the average kinetic energy of an electron is equal to that of a gas-molecule at the same temperature and is therefore again given by the product αT . It follows from this that the electrons (since their mass is so small) possess very high speeds, more than 60 times that of the hydrogen molecules, but we may not conclude from this that they fly on undisturbed over considerable distances in the metal; they describe zigzag lines, and one must imagine the average length of the sides of these lines, that is the average free path, to be very small compared with any length observable.

Now, the electrical conductivity depends largely on the length of this free path. For, the longer the electric force can act undisturbedly, the higher the mean velocity will be, which, in our case, it imparts to the electrons, as, in the case treated above, to the ions of an electrolyte. The conductivity will increase with increasing free path length, and we may add that, as is seen at once, it will moreover be the larger, the higher the number is of free electrons in the metal.

As regards the conductivity for heat, DRUDE's explanation of it is built on exactly the same lines as the theory of the conductivity of heat in gases. The development of an even temperature distribution in an initially unevenly heated gas must be ascribed to the slow diffusion of the high-speed and the low-speed molecules. Similarly, in an unevenly heated metal high-speed electrons in the hot part will gradually penetrate into the cold part, whereas, conversely, electrons with low velocities in the cold part will, in the long run, reach the hotter part. There is only one difference between the case of gas and the case of metal, namely, that the diffusion of the molecules of a gas is retarded by their mutual encounters only, whereas the penetration of the electrons from

the one part of the metal into the other is especially obstructed by the impacts of the latter against the metallic atoms. That is why the influence of the free path length makes itself felt also in the case of heat conduction. Besides a large number of free electrons will obviously accelerate the obliteration of the temperature differences; it will be clear from these general considerations, that one can, without entering into particulars, elucidate how the same circumstances act favorably on both conductivities.

Permit me now to acquaint you with the formulae derived by DRUDE for these phenomena. He finds for the coefficient, determining the conductivity for heat

$$k = \frac{1}{3} n \alpha l v,$$

where n is the number of free electrons per unit volume, v the average velocity of their heat motion and l the mean free path.

Further, denoting the mass of an electron by m , the conductivity for electricity is given by

$$\sigma = \frac{ne^2 l}{2mv}.$$

Dividing the first of these equations by the second, one obtains

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{2\alpha m v^2}{3e^2},$$

or, taking into account that $\frac{1}{2}mv^2 = \alpha T$,

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T, \quad (6)$$

so that every quantity in which one metal differs from another has disappeared from this ratio.

Now it is remarkable that the ratio between our two universal constants, occurring in this result, can be expressed in the ratio of the known quantities R and E .

According to (2) and (3) namely,

$$\frac{\alpha}{e} = \frac{3R}{2E}, \quad (7)$$

by which (6) becomes

$$\frac{k}{\sigma} = 3 \left(\frac{R}{E} \right)^2 T. \quad (8)$$

According to theory, the ratio of the two conductivities must therefore be the same for all metals, and proportional to the absolute temperature. How far this actually is the case is shown in the following table where k/σ is given for a number of metals at 18° C and at 100° C (according to measurements by JAEGER and DIESELHORST); the last column gives the ratio

$$\left(\frac{k}{\sigma} \right)_{100^\circ} : \left(\frac{k}{\sigma} \right)_{18^\circ},$$

which according to theory ought to have the value

$$\frac{273 + 100}{273 + 18} = 1,28.$$

	$\left(\frac{k}{\sigma} \right)_{18^\circ}$	$\left(\frac{k}{\sigma} \right)_{100^\circ}$	ratio
aluminium	636×10^8	844×10^8	1,32
copper	668×10^8	866×10^8	1,30
silver	686×10^8	881×10^8	1,28
gold	727×10^8	925×10^8	1,27
nickel	699×10^8	906×10^8	1,30
bismuth	962×10^8	1077×10^8	1,12

There are, as is seen, not unimportant deviations, presumably because the conduction of heat depends on still other factors than those, taken into account by DRUDE, and because these play a more prominent part in one metal than in another. In the meantime the deviations are very great in the case of bismuth only; one is justified, by the numbers for the other metals, in considering the theory as a successful first approximation.

The theory finds its most remarkable confirmation, however, in the fact that the values found experimentally (expressed in such units as to make them at once comparable with the formula) agree with the relation (8). We can test this by computing the ratio k/σ by means of the values of the gas constant R and the charge of a gram-ion E , given above, and by then comparing the results with

the observed values of the ratio or , which amounts to the same, by computing from the latter the value of the gas constant by means of (8) using at the same time the value of E . If one carries out the computation, using the value $(k/\sigma)_{18^\circ}$ for silver, one obtains

$$R = 85 \times 10^6.$$

The close agreement of this result with the value $82,7 \times 10^6$ strongly supports the assumptions on which DRUDE's theory is based, and more in particular the one, that also the electrons in a metal possess the average kinetic energy αT .

It is certainly very remarkable that one can deduce from the properties of metals, in connection with the electric charge of a gram-ion, a numerical value bearing a relation to gaseous bodies.

The question arises whether electrons, which move with such high velocities, may not, owing to these, escape from the metal. At low temperatures and under ordinary conditions this is not the case; they must, then, obviously be retained by the metal, owing to some cause or other. At glowing heat, however, the electrons do actually fly out of the metal and a closer investigation of this phenomenon (which one owes to RICHARDSON) deserves our attention, because it has furnished another confirmation of the suppositions, which we made concerning the velocity of the electrons.

Before, however, entering into further detail, it must be mentioned, that heated metals often give out also positively charged particles, much larger than the electrons, and which may be called ions. This is most probably related to gases, occluded in the surface layers, and ceases, when heating is continued. Subsequently, the escape of the negative electrons, the only ones which concern us here, goes on continuously.

In his experiments RICHARDSON employed a platinum plate A , which was made to glow by an electric current and of which the central point was maintained at the potential 0; parallel to this plate, at a small distance from it, was a non-heated platinum plate B , connected with an electrometer. In order to obtain the simplest representation, we will assume the electrons to escape from A in a direction, at right angles to the plates, and all of them

to have one and the same velocity, corresponding to the kinetic energy αT .

By the electrons, which hit plate B , the latter will acquire a negative charge, which will cause a deflection of the electrometer, and this deflection will increase gradually and approximate to a maximum value, indicating a definite potential difference V between the two plates. One must consider namely, that, as soon as a potential difference is developed at all, the electrons, escaping from A , are driven back by B . At first, the only consequence will be, that the particles arrive at plate B with a slightly diminished velocity, but if the potential difference were too large, they would not be able to reach plate B at all; before getting so far their initial velocity would be exhausted, so that they would return to plate A . Now, since the charge of plate B increases only so long as it goes on receiving new electrons, the limiting value V of the potential difference will be reached, when the electrons are only just able to reach B but have then completely lost their velocity.

The problem is therefore similar to the one concerning the connection between the initial velocity of a body thrown vertically upwards and the height h which it reaches. This connection is found by remarking that the initial kinetic energy of the body must be equal to its potential energy at the height h or, in other words, equal to the work, necessary to lift it against the force of gravity to the height h . In accordance herewith, the condition which enables us to find the potential difference V is this, that the kinetic energy of an electron, when it leaves A , must be equal to the work necessary to carry it, against the potential difference, from A to B . Now, since the latter work, as follows at once from the definition of a potential difference, amounts to eV , one can write

$$\alpha T = eV ,$$

and, taking into account equation (7),

$$V = \frac{3}{2} \frac{R}{E} T .$$

One can therefore compute beforehand the potential difference to be expected, or, if one prefers, deduce the gas constant from T , E and the observed potential difference, by means of the relation

$$R = \frac{2}{3} \frac{EV}{T}.$$

The formulae, which RICHARDSON actually employs for the computation of the results from his experiments, are far more complicated, since he freed himself as far as possible from the simplifying assumptions used by us; he took into account that the electrons possess a variety of velocities, distributed according to MAXWELL'S law, and that they are given off by the metal not only in a direction perpendicular to the plate, but also in slanting directions.

But we can not enter into all this and must confine ourselves to quoting, for the gas constant, a few of the values computed by him from his experiments, namely, omitting each time the factor 10^6 ,

92, 94, 78, 81, 65, 69, 72, 76.

These results are, it is true, only very rough approximations to the actual value $82,7 \times 10^6$, but they prove, nevertheless, that the theoretical considerations applied are, in the main, right.

We have passed on from the gaseous molecules to ions in liquids and gases and from these to electrons in metals. Permit me, in conclusion, to say a few things concerning the application of the considerations of the theory of gases to much larger particles, namely, those suspended in liquids and rendered visible by means of the microscope or, anyway, of the ultramicroscope. We remark only in passing that the BROWNIAN movement, observed in this case, may, without any doubt, be considered as a direct consequence of the molecular motion of the liquid, but we will dwell somewhat longer on the important investigations, carried out by PERRIN, concerning the action of gravity on an emulsion. The idea, from which this physicist started, was, that, although the particles are heavier than the surrounding liquid, they will, nevertheless, not all of them sink completely, in the same way as, owing to molecular motion, a gas extends over the full height of the space at its disposal. The BROWNIAN movement, which one may call the heat motion of the suspended substance, will have the effect that also in the higher layers a certain amount of the substance will be present. But, in the same way as, under the

influence of the force of gravity, the density of a gas increases in a downward direction, the number of particles in the lower layers of the emulsion will be larger than in the upper layers; to find out the prevailing conditions in this respect was, in fact, what was aimed at.

PERRIN ventured to suppose, in the first place, that a suspended granule possesses the same average kinetic energy as a molecule so that one can write αT for it; in the second place, that to this kinetic energy corresponds an „osmotic pressure” which can be computed in the same way as the osmotic pressure of a solution; and, lastly, that in the state of equilibrium the granules present between two horizontal planes are „supported” by the difference of the osmotic pressures at those planes. After the introduction of all these suppositions, one can find the law, according to which the density of the granules decreases towards the top, by reasoning in a similar way as in our discussion of NERNST’s theory.

Let us once more imagine a cylinder of horizontal base Q . Let S be a horizontal cross-section and S' another one, at the small distance δ above the first; further, n the number of granules per unit volume at the level of S , n' that at the level of S' and P the weight of a single granule, diminished by the weight of the water displaced. We can then write for the number of granules in the slice between S and S'

$$\frac{1}{2} (n + n') Q \delta.$$

The force, necessary to support these, is

$$\frac{1}{2} (n + n') Q P \delta.$$

Hence, denoting the values of the osmotic pressures at S and S' by p and p' , we must have

$$p - p' = \frac{1}{2} (n + n') P \delta.$$

Now, at the level of S , the kinetic energy of the granules per unit volume is $n\alpha T$ and we must take for the osmotic pressure two-thirds of this value. Therefore

$$p = \frac{2}{3} n\alpha T,$$

and likewise

$$p' = \frac{2}{3} n' \alpha T,$$

by which our last equation becomes

$$\frac{2}{3} (n - n') \alpha T = \frac{1}{2} (n + n') P \delta,$$

from which

$$\frac{n'}{n} = \frac{1 - 3P\delta/4\alpha T}{1 + 3P\delta/4\alpha T}. \quad (9)$$

It appears from this expression that, for granules of a definite size, the ratio n'/n is determined by the height δ and that, accordingly, on moving each time over an equal distance upwards, the number of granules per unit volume must decrease as a geometrical series.

PERRIN used in his experiments the wellknown yellow paint gamboge and succeeded in making an emulsion of it, of which the granules were practically spherical and of the same size; the diameter amounted to $0,4 \mu$ (micron). The emulsion formed a thin layer and the granules were observed by means of the ultramicroscope with side-illumination. Owing to the very small depth of the field of view, one can say, that only the granules, lying in a definite horizontal plane, were visible, a plane more in particular, of which the height changed with the changing focussing of the microscope.

It is important, that only the *ratios* between the values of n occur in the theoretical formula; one was able, namely, to find these ratios by counting in the emulsion, at the various depths at which the instrument was focussed, the granules which were visible in the field of view or, each time in the same part of it. By carrying out this determination for four planes of sharp focussing, lying above each other at distances of 40μ , PERRIN found successively a number of granules, proportional to the numbers

100 47 22,6 12.

According to theory these ought to fit in a geometrical series

and they do so, indeed, fairly well; they differ only slightly from the terms of the geometrical progression

$$100 \quad 48 \quad 23 \quad 11,1.$$

A much farther reaching conclusion could still be drawn, however, from the observations. By observing the rate of fall of the granules, when they are for the greater part in the upper layer of a mass of liquid, so that conditions differ completely from the equilibrium conditions, one can, with the aid of a formula, derived by STOKES for problems of this nature, and by using the coefficient of viscosity of water and the density of gamboge, determine the diameter of the granules and their apparent weight P .

This means, that all the quantities, entering in formula (9), are now known, except the universal constant α , and one can therefore compute this constant, which has remained an unknown quantity for us till now. But this constant once being found, various other quantities are known too. From equation (2) follows N , that is to say, the number of molecules in a gram-mole, thus for instance the number of molecules in 2 gram of hydrogen, or the number of atoms in one gram of this element; the mass of a hydrogen atom will then be $1/N$ and from this value the mass of all the other atoms and also that of the electrons can be deduced. Equation (3) enables us, further, to compute the second universal constant e and, therefore, to assign definite values to the electric charges of ions and electrons.

One can compare the results with values, obtained in entirely different ways. Whereas one has been led by various data, which refer to the properties of gases, to the estimate $N = 60 \times 10^{22}$, and the investigation of the radiation of heat has furnished $N = 61 \times 10^{22}$, PERRIN finds $N = 71 \times 10^{22}$.

The agreement is certainly a proof, that he was on the right track with his „kinetic theory of emulsions“. To what degree, however, the field, in which the principles of the theory of gases are successfully applied, has been gradually extended, is perhaps best realized when one considers that the mass of the gamboge granules was about ten thousand million times the mass of the electrons.

NOUVEAUX RÉSULTATS DANS LE DOMAINE DES THÉORIES MOLÉCULAIRES ¹⁾

Conformément à un désir exprimé par le Conseil de la Société chimique néerlandaise, je vous parlerai de quelques nouveaux et aussi de quelques anciens résultats obtenus par les recherches physiques dans le domaine des théories moléculaires. On conçoit aisément que des chimistes s'intéressent vivement à ces théories. Dans leur propre domaine ils sont si habitués à penser à des molécules et des atomes, et ces conceptions s'y sont montrées si fécondes, si indispensables même, qu'ils ne peuvent que se réjouir de les voir confirmées par les physiciens. Une telle confirmation — plus éclatante qu'on n'avait osé l'espérer il y a cinquante ou même il y a dix ans — nous a été fournie par les recherches dont je me propose de vous donner un aperçu rapide.

Permettez-moi de commencer par déclarer qu'à mon avis le principal résultat de ces recherches est le suivant: il ne nous est plus possible de douter raisonnablement de l'existence réelle de molécules et d'atomes, c.-à-d. de fort petites particules de matière séparées les unes des autres. Il va de soi que nous devons user avec circonspection d'expressions telles que „l'existence réelle”. Je m'en sers dans le même sens que lorsque nous parlons de l'existence réelle de cette table p. e. Quant aux considérations qui nous permettent de conclure à l'existence réelle des molécules, il est vrai qu'elles sont un peu moins simples que celles qui nous servent dans le cas de la table, mais pour quelqu'un qui les examine attentivement elles ne sont, me paraît-il, pas beaucoup moins concluantes. Le fait qu'il nous est impossible de *voir* une molécule est, toutes choses considérées, de peu d'importance: chacun de nous peut aisément nommer une foule d'objets de l'existence des-

¹⁾ Conférence faite le 2 avril 1910 devant la Société chimique néerlandaise. Archives du Musée Teyler, Serie III, 1, 1, 1910.

quels il ne doute pas un instant, quoiqu'il ne puisse s'attendre à jamais les voir directement.

Avant que de commencer mon aperçu, je veux remarquer que nous aurons à parler non seulement de molécules, mais aussi d'atomes, d'ions et d'électrons; nous pouvons, quand cela nous paraîtra nécessaire, les comprendre tous sous le nom de „particules”. De plus il sera bon de vous rappeler en peu de mots quelques idées fondamentales des théories moléculaires. Je vous rappelle en premier lieu le mouvement moléculaire des petites particules, mouvement qui donne lieu aux phénomènes de la chaleur, et le théorème suivant dont on a reconnu de plus en plus la validité générale: à une température déterminée toutes les particules, que se soient des molécules d'un gaz quelconque, d'un liquide ou d'un corps solide, les ions dans une solution électrolytique ou les électrons dans un métal, se meuvent avec une telle vitesse qu'elles ont toutes, en moyenne, la même énergie cinétique. La grandeur de cette énergie est proportionnelle à la température absolue T et peut donc être représentée par αT , où α est une constante universelle.

Dans un corps gazeux l'énergie cinétique correspondant au mouvement progressif des molécules détermine la pression d'après une équation bien simple. En effet, la pression par unité de surface est donnée par les deux tiers du nombre qui représente l'énergie cinétique par unité de volume. Connaissant la pression, nous pouvons donc aussi indiquer l'énergie totale des molécules.

Nous écrivons ici la formule qui exprime la loi relative à la pression, en supposant que nous ayons à faire à un molécule-gramme. Soit N le nombre des molécules qui s'y trouvent (donc p. e. le nombre des molécules dans deux grammes d'hydrogène), et supposons que le molécule-gramme occupe le volume v à la température T . L'énergie cinétique totale est alors $N\alpha T$, et l'énergie cinétique par unité de volume

$$\frac{N\alpha T}{v}.$$

La pression par unité de surface est donc

$$p = \frac{2}{3} \frac{N\alpha T}{v}. \quad (1)$$

On peut dire aussi que chaque molécule qui se trouve dans l'unité de volume contribue à la pression la partie

$$q = \frac{2}{3} \alpha T.$$

D'autre part on peut pour un molécule-gramme écrire la loi de BOYLE-GAY LUSSAC dans la forme bien connue

$$p = \frac{RT}{v}, \quad (2)$$

dans laquelle R , la „constante des gaz”, a pour tous les gaz la même valeur. Dans le système C. G. S., on a

$$R = 83,2 \times 10^6.$$

En comparant (1) et (2) on voit que

$$R = \frac{2}{3} N\alpha. \quad (3)$$

Pour les particules qui portent des charges électriques, il y a également deux constantes, qui ont, aussi bien que α et R , une signification universelle; l'une d'entre elles se rapporte de nouveau à une seule particule, l'autre au contraire à une quantité de matière avec laquelle on peut faire des expériences.

Vous savez que tous les ions électrolytiques monovalents ont des charges égales. Cette charge que je représenterai par e peut être appelée „l'élément d'électricité”. Différentes recherches ont conduit à admettre que la charge des ions dans un gaz qui d'une façon ou d'une autre a été rendu conducteur a la même valeur, et que cela est vrai aussi pour la charge des électrons libres. Pour simplifier je ne parle pas ici des cas où il faut se représenter des particules dont la charge est un multiple de e .

Il en est de la charge électrique comme de l'énergie cinétique: la grandeur de cette charge ne peut être indiquée immédiatement pour une seule particule, mais la charge totale de toutes les particules qui constituent un ion-gramme est connue. Nous représentons cette charge, donc p. e. celle d'un gramme d'ions d'hydrogène dans un électrolyte, par E . Sa grandeur, exprimée dans les unités électrostatiques ordinaires, est

$$E = 290 \times 10^{12},$$

et on a apparemment

$$E = Ne. \quad (4)$$

J'ai écrit ces simples formules et je me servirai de quelques autres formules encore, parce que je désire surtout attirer votre attention sur ces résultats-là des théories moléculaires qui sont susceptibles d'une confirmation quantitative. Je pense devoir agir ainsi à cause de la grande importance d'une telle confirmation, bien que dans le peu de temps dont je dispose il ne puisse être question d'une déduction complète, mais tout au plus d'une brève indication de la méthode par laquelle les résultats théoriques ont été obtenus.

J'ai déjà dit que je ne parlerai pas exclusivement de recherches nouvelles. Aussi commencerai-je par quelques résultats obtenus il y a déjà longtemps.

En 1860 MAXWELL ¹⁾ dans ses considérations sur la théorie cinétique parvint au résultat remarquable que le coefficient du frottement intérieur d'un gaz, ainsi que celui de la conductibilité calorifique, doivent être indépendants de la densité; résultat qui a été confirmé dans de larges limites par les mesures de divers physiciens. De plus la théorie conduit à un rapport entre les deux coefficients qui permet de calculer l'un en partant de l'autre. Si w représente le coefficient du frottement intérieur, c la chaleur spécifique à volume constant et k le coefficient de la conductibilité calorifique, on a

$$k = 1,60 wc,$$

où cependant le coefficient numérique est quelque peu incertain. On voit par les nombres suivants que cette formule donne à peu près les valeurs exactes.

	k à 0°,	
	calculé d'après w .	mesuré.
Air	0,0000455	0,0000513
Oxyde carbonique	0,0000450	0,0000499
Acide carbonique	0,0000330	0,0000305

Qu'il me soit permis de vous rappeler en second lieu les ingénieuses études de NERNST ²⁾, dans lesquelles il calcule, en partant

¹⁾ Phil. Mag. **19**, 19, 1860. **20**, 21, 1860.

²⁾ Zeitschrift für physik. Chemie. **2**, 613, 1888.

de grandeurs d'une toute autre nature, le coefficient de diffusion de solutions diluées et par conséquent presque totalement ionisées. Sa formule peut être écrite sous la forme

$$d = \frac{2\sigma_1\sigma_2}{c(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \frac{RT}{E^2},$$

où R , T et E ont les significations déjà indiquées, tandis que c est la concentration exprimée en molécules-grammes et que σ_1 et σ_2 représentent la conductibilité électrique pour autant qu'elle dépend des deux ions séparément. Comme ces deux grandeurs peuvent être mesurées, on peut calculer d , le coefficient de diffusion. Pour le chlorure de sodium à 18° C p. e. on trouve de cette façon le nombre 1,12 dans les unités dont on s'est servi dans les expériences de diffusion, tandis que les mesures donnent 1,08. Pour le nitrate de sodium ces nombres sont 1,06 et 1,03 respectivement.

NERNST déduisit en outre de ses considérations théoriques la grandeur de la différence de potentiel qui s'établit entre deux solutions inégalement concentrées d'un même électrolyte, et PLANCK ¹⁾ a étendu ce calcul aux différences de potentiel qui se produisent lorsque deux solutions diluées absolument quelconques sont en contact. Les valeurs calculées par ces deux physiciens sont de nouveau dans un accord très satisfaisant avec le résultat des observations. Mais je ne veux pas m'y arrêter. Je préfère parler en peu de mots de l'importante théorie de DRUDE sur les électrons contenus dans les métaux ²⁾. Dans cette théorie on rend compte tant de la conductibilité pour la chaleur (k) que de celle pour l'électricité (σ), en se basant sur l'hypothèse que le métal renferme des électrons libres qui prennent part au mouvement thermique. Elle explique le fait que le rapport des deux coefficients de conductibilité est à-peu-près le même pour tous les métaux et que chez chacun d'eux il dépend de la température d'une manière déterminée. DRUDE a su exprimer la valeur absolue de ce rapport en d'autres grandeurs connues, savoir la constante des gaz R et la charge E d'un ion-gramme dont nous avons parlé plus haut. Il trouva

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{3R^2T}{E^2},$$

¹⁾ Ann. der Physik und Chemie. **40**, 561, 1890.

²⁾ Ann. der Physik. **1**, 566, 1900.

d'où l'on tire pour 18° C

$$\frac{k}{\sigma} = 72 \times 10^{-12},$$

tandis que l'expérience a donné pour l'argent

$$\frac{k}{\sigma} = 76 \times 10^{-12}.$$

Il faut, il est vrai, faire remarquer que la valeur du coefficient numérique dans la formule de DRUDE est quelque peu incertaine, et qu'en modifiant légèrement la théorie on obtient même le coefficient 2, mais l'accord, quant à l'ordre de grandeur, subsiste.

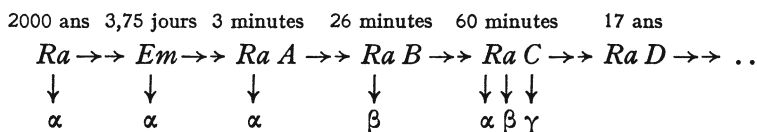
Pour bien juger la valeur de résultats tels que ceux que nous venons de considérer, on ne doit pas perdre de vue que si l'on ne tâchait pas de pénétrer sous la surface des phénomènes et de se faire ainsi une idée précise du mécanisme qui les produit, on n'arriverait jamais à comprendre les rapports qu'il y a entre le frottement intérieur, la conductibilité pour la chaleur et pour l'électricité, la diffusion et les différences de potentiel entre deux solutions. Même le simple fait que les métaux sont en même temps les meilleurs conducteurs pour la chaleur et pour l'électricité, reste inexplicable à moins qu'on n'admette, comme le fait la théorie des électrons, quelque chose qui joue un rôle dans les phénomènes thermiques aussi bien que dans les phénomènes électriques.

Cependant, quelque forts que soient les arguments que les considérations précédentes fournissent en faveur des théories moléculaires, il est évident que ces théories seront encore bien mieux établies, si l'on réussit à déterminer le nombre des particules et la *grandeur* de chacune d'elles (ce dont il n'a pas été question jusqu'ici); bien entendu, si l'on réussit à atteindre ce but de *différentes façons* donnant des résultats concordants. A cause de l'importance de cette détermination, je vous parlerai dans tout ce qui suit des méthodes suivant lesquelles on peut trouver le nombre N des molécules contenues dans un molécule-gramme.

La voie la plus directe pour obtenir ce nombre serait évidemment de *compter* le nombre des particules contenues dans une certaine quantité de matière. Nous pouvons dire à l'heure actuelle

qu'on y est véritablement parvenu: RUTHERFORD ¹⁾ a trouvé, en comptant un certain nombre de particules, combien de particules α sont émises par une matière radio-active.

Vous savez qu'on distingue chez les substances radio-actives trois sortes de rayons: les rayons α consistant en atomes chargés positivement; ce sont des atomes d'hélium lancés avec des vitesses considérables; les rayons β consistant en électrons négatifs se mouvant plus rapidement encore; et les rayons γ que nous devons probablement considérer comme des perturbations électromagnétiques se propageant dans l'éther. Je suppose aussi que vous ayez tous pris connaissance de la théorie des transformations radio-actives due à RUTHERFORD et à SODDY, qui a jeté une vive clarté sur ces phénomènes compliqués. Une matière radio-active, en émettant ses rayons, se transforme en même temps en une autre substance. Si cette dernière émet également des rayons, elle est changée en une troisième substance; celle-ci peut de nouveau se transformer en une quatrième substance et ainsi de suite, de sorte qu'il existe des séries entières de transformations radio-actives. Le schéma suivant indique les premières étapes dans la transformation ou désintégration du radium.



Un atome de radium se divise en une particule α et en un atome d'émanation du radium, substance gazeuse. Le produit suivant de la transformation est le radium *A*, qui se dépose sous forme d'une mince couche sur les objets en contact avec l'émanation. Adhérent ainsi à ces objets, ce produit se transforme ensuite en radium *B*, lequel à son tour est changé en radium *C* et en radium *D*. En continuant ainsi nous atteindrions après quelques nouvelles étapes le radium *F* identique au polonium découvert par Mme CURIE. Notre schéma indique également la nature des rayons émis par les différentes substances; il faut entendre cela dans ce sens que chaque atome émet en se transformant une particule α ou une particule β ou, dans le cas du radium *C*, une particule α et une particule β . Il

¹⁾ Proc. Royal Soc. **81**, 141, 1908.

s'ensuit que dans une transformation accompagnée d'une émission de rayons α , le poids atomique doit diminuer de 4, poids atomique de l'hélium. Je n'ai rien indiqué pour le radium *D*: on a trouvé un rayonnement sensible chez les produits suivants, mais non pas chez celui-ci.

Nous ne pouvons rien dire des circonstances qui déterminent la transformation ou la non-transformation des atomes individuels. Nous savons seulement qu'en une seconde une petite partie de tous les atomes qui existent au commencement de cette seconde sont transformés; cette partie est toujours et en toutes circonstances la même pour chaque substance radio-active, mais sa grandeur varie beaucoup d'une substance à une autre. Une substance radio-active se transforme beaucoup plus rapidement qu'une autre. On le voit dans notre schéma, qui indique le temps pendant lequel la moitié de chaque substance se transforme. Ce temps, qui fait connaître, peut-on dire, la „durée de la vie”, est de 2000 ans pour le radium, de quelques jours pour l'émanation, tandis que pour les trois produits suivants on le compte par minutes et que pour le radium *D* il est de nouveau de plusieurs années.

A cause de la lenteur avec laquelle le radium se transforme on peut considérer sa quantité comme constante pendant longtemps. Or, il mérite d'être remarqué que si l'on part d'une quantité donnée de radium, p. e. sous forme de chlorure ou de bromure de radium, il s'établira après quelque temps un régime stable, dans lequel la quantité de chacun des produits successifs est également invariable, à l'exception du dernier produit non-radio-actif, dont la quantité augmente continuellement. Cet „état d'équilibre” est caractérisé par ceci: en un temps donné la quantité d'émanation qui se forme est égale à celle qui se transforme, et il en est ainsi pour chacun des produits suivants.

On verra sans peine que le temps qui doit s'écouler, avant que les quantités des différents produits qui correspondent à l'état d'équilibre se sont formées, dépend des vitesses de transformation. Quant à l'émanation et au radium *A*, *B* et *C*, l'équilibre est rapidement atteint, mais la quantité du radium *D* n'atteint sa grandeur définitive qu'après plusieurs années. Ce dernier corps se transforme si lentement que dans une expérience, qui commence par le radium et qui ne dure pas plus longtemps qu'un an par exemple, on peut le considérer comme le produit final de la trans-

formation, en négligeant les petites quantités des produits suivants qui s'accroissent fort lentement. Dans ces circonstances, à chaque atome de radium qui se transforme correspond une émission de quatre atomes d'hélium ; en effet, pour un atome du radium qui se désagrège, un atome de l'émanation, un atome du radium *A*, etc. se désagrègent également.

On peut ensuite aisément se rendre compte de ce qui se passera si l'on ne commence pas par le radium, mais par un des produits de la désagrégation, après l'avoir séparé des produits précédents.

Dans les expériences de RUTHERFORD on se servait d'une plaque métallique de 0,5 cm² environ ; cette plaque avait été en contact durant quelques heures avec de l'émanation de radium. Quinze minutes après avoir été soustraite à l'influence de l'émanation, la plaque a perdu presque entièrement son radium *A*, de sorte que le rayonnement α de la lame est due à peu près uniquement au radium *C* qui s'y trouve et dont la quantité diminue assez lentement pour qu'il soit possible de faire des expériences avec la plaque.

Elle fut placée dans un long tube de verre à une distance de 350 cm d'une petite ouverture recouverte par une lame de mica et ayant un diamètre de 1,23 mm. Les particules α qui traversaient cette ouverture étaient seules observées dans l'expérience. Leur nombre, vu la petitesse du diamètre de l'ouverture et la grande distance de cette dernière au corps radio-actif, était assez petit pour rendre possible un dénombrement ; pour qu'on pût l'effectuer, il suffisait que chaque particule α produisît séparément un effet observable. C'est ce qui avait lieu en effet. L'espace, dans lequel les rayons pénétraient après avoir traversé l'ouverture, était rempli d'un gaz raréfié et contenait en outre deux électrodes métalliques, savoir un cylindre et un fil métallique suivant son axe ; entre le cylindre et le fil il y avait une différence de potentiel de 1320 volts. Dans ces circonstances, une seule particule α peut, en pénétrant dans l'espace entre les électrodes, ioniser suffisamment le gaz pour y produire un mouvement d'électricité qui se fait connaître par un écart visible sur l'échelle de l'instrument servant à l'observation. Il suffit donc de compter ces écarts pendant un certain temps.

Du nombre ainsi trouvé des particules α qui pénètrent dans le cylindre (il y en avait de 3 à 6 par minute) on peut déduire par un

simple calcul, en tenant compte du pouvoir de transmission, déterminé expérimentalement, de la lame de mica, quel a été le nombre des particules α émises dans tous les sens par le radium *C*.

Le résultat dépend évidemment de la plus ou moins grande quantité de matière radio-active qui se trouve sur la plaque. Or, RUTHERFORD possédait aussi une préparation qui lui servait d'étalon; c'était une solution de chlorure de radium contenant une quantité connue de radium et par conséquent aussi des quantités correspondantes des produits suivants de la désintégration. Si l'on remarque que, comme le schéma donné plus haut le fait voir, le radium *C* est parmi ces produits le premier qui émette des rayons γ , il est clair que RUTHERFORD pouvait déterminer le rapport entre les quantités de radium *C* de la solution-étalon et de la plaque métallique, en comparant entre elles les intensités des rayons γ provenant respectivement de l'étalon et de la plaque. Après avoir fait cela il pouvait déduire du nombre des particules α trouvé pour la plaque, en le multipliant par le rapport en question, le nombre des particules α émises par seconde par le radium *C* contenu dans la solution-étalon. Or, cette quantité de radium *C* est en équilibre avec une quantité connue de radium; on peut donc trouver enfin le nombre des particules α émises par seconde par la quantité de radium *C* qui est en équilibre avec un gramme de radium. Le résultat trouvé par RUTHERFORD est

$$3,4 \times 10^{10},$$

et en partant de ce nombre on peut de *deux* manières différentes arriver au nombre de molécules dans le molécule-gramme, c.-à-d. le nombre *N* que nous désirons connaître.

On peut en premier lieu faire usage de la durée de la vie du radium telle qu'elle a été déterminée par BOLTWOOD ¹⁾. D'après ses expériences une partie du radium, exprimée par la fraction $1,09 \times 10^{-11}$, est transformée chaque seconde. On conclut de ce qui a été dit plus haut sur les transformations radio-actives qu'en une seconde le radium *C*, qui est en équilibre avec le radium lui-même, émet un nombre de particules α égal à celui des atomes du radium qui se désagrègent. Par conséquent, $3,4 \times 10^{10}$ atomes parmi ceux que contient un gramme de radium se désagrègent et

¹⁾ Amer. Journal of Science. **25**, 493, 1908.

la masse totale de ces atomes doit être de $1,09 \times 10^{-11}$ grammes. Le nombre des atomes contenus dans un gramme de radium est donc exprimé par la fraction

$$\frac{3,4 \times 10^{10}}{1,09 \times 10^{-11}}$$

et l'on en déduit le nombre des atomes dans un atome-gramme, c.-à-d. le nombre cherché N , en multipliant cette fraction par le poids atomique du radium, c.-à-d. par 226,5. On obtient ainsi

$$N = 70,6 \times 10^{22}.$$

En second lieu, on peut baser le calcul non pas sur la quantité du radium qui se désagrège mais sur celle de l'hélium produit. Le schéma auquel je vous ai renvoyé déjà plusieurs fois, fait voir qu'une quantité de radium avec les quantités correspondantes des premiers produits de transformation émet 4 fois plus de particules α que ne fait le radium C à lui seul. Par conséquent

$$4 \times 3,4 \times 10^{10} \quad \text{ou} \quad 13,6 \times 10^{10}$$

particules α sont produites chaque seconde par un gramme de radium. Au lieu de particules α , on peut dire atomes d'hélium ou, comme l'hélium est mono-atomique, molécules d'hélium. Cela fait en un jour

$$60 \times 60 \times 24 \times 13,6 \times 10^{10} = 117 \times 10^{14}$$

molécules.

Or, DEWAR ¹⁾ a réussi à mesurer la quantité d'hélium produite en un jour par un gramme de radium; il a trouvé qu'à 0° et sous une pression de 76 cm cette quantité occuperait un volume de 0,37 mm³. Un espace de cette grandeur doit donc contenir le nombre de molécules dont nous venons de faire mention et d'après la loi d'AVOGADRO ce résultat trouvé pour l'hélium peut être étendu à tout autre gaz. Comme on sait en outre qu'à 0° et sous une pression de 76 cm un molécule-gramme d'un gaz occupe un volume de 22400 cm³, il faut, pour obtenir le nombre des molécules dans un molécule-gramme, multiplier le nombre 117×10^{14} par $22400/0,00037$. On obtient ainsi

$$N = 70,8 \times 10^{22}.$$

¹⁾ Proc. Royal Soc. **81**, 280, 1908.

Après vous avoir communiqué ces résultats obtenus de la façon la plus directe, attendu que la méthode suivie revient à un dénombrement des particules contenues dans une quantité donnée de matière, nous pouvons passer à d'autres méthodes. Parmi celles-ci il y en a encore une qui se sert d'un dénombrement des particules. Si l'on parvient à déterminer la charge électrique totale d'un nombre connu de particules α , on connaît aussi la charge d'une seule particule, et par conséquent l'élément d'électricité e . Comme on connaît d'autre part la charge E d'un ion-gramme, on trouve par division le nombre d'ions contenus dans un ion-gramme, et c'est là le nombre cherché N . Comme on le voit, le dernier pas dans ce raisonnement est une application de la formule (4).

Cette méthode a été suivie par RUTHERFORD: il a mesuré la charge totale des particules α émises par une quantité de radium C pour laquelle il connaissait le nombre de ces particules. Il trouve ainsi pour la charge d'une seule particule α , exprimée dans les unités électrostatiques ordinaires, le nombre

$$9,3 \times 10^{-10}.$$

Or, comme nous l'avons déjà dit, il est hors de doute que les particules α sont des atomes d'hélium. Comme il s'est montré que le rapport e/m de la charge électrique à la masse a pour ces particules la moitié de la valeur qu'il a pour les ions d'hydrogène et que le poids atomique de l'hélium est égal à quatre fois celui de l'hydrogène, on doit admettre que la charge d'une particule α est deux fois plus grande que celle d'un ion d'hydrogène, donc aussi deux fois plus grande que l'élément d'électricité. La grandeur de cet élément est donc

$$e = 4,65 \times 10^{-10}$$

et la formule (4) donne

$$N = 62 \times 10^{22}.$$

Nous devons mentionner à ce propos les recherches de REGENER¹⁾, qui a mesuré également la charge totale d'un nombre connu de particules α ; ses expériences se distinguent de celles de RUTHERFORD parce qu'il a adopté une autre méthode de comp-

¹⁾ Berl. Sitzungsberichte 1909, p. 948.

ter. REGENER a fait usage des scintillations connues qu'on aperçoit dans le spintharoscope de CROOKES; il admet que chaque scintillation est produite par le choc d'une seule particule α contre la lame, hypothèse qui est justifiée par l'accord de son résultat avec celui d'autres déterminations du nombre N . La lame était taillée dans un crystal convenablement choisi, tel que le diamant ou le willémite; elle était si mince que lorsque les rayons α venaient frapper le côté inférieur de la lame, on pouvait apercevoir les scintillations de dessus, donc à travers la lame. On observait à l'aide d'un microscope en se servant d'un système d'immersion homogène, ce qui avait pour but d'admettre autant que possible la lumière des scintillations. Le corps radio-actif, une plaque recouverte de radium F (polonium), se trouvait à quelque distance en dessous de la lame scintillante qui elle-même était attachée au côté inférieur d'une lame de verre. Il n'est pas nécessaire d'insister sur la question de savoir comment le résultat du dénombrement des scintillations aperçues dans une partie déterminée du champ visuel fait connaître le nombre des particules émises chaque seconde dans toutes les directions par le corps radio-actif. Nous ne nous arrêterons pas non plus à la méthode d'après laquelle on mesurait la charge totale des particules. Il suffira d'écrire les résultats finaux de REGENER:

$$e = 4,79 \times 10^{-10}$$

et

$$N = 60,5 \times 10^{22}.$$

D'ailleurs l'idée de déterminer N d'après l'équation (4) en partant de E et de e a déjà été appliquée il y a longtemps par J. J. THOMSON ¹⁾. Je veux parler des expériences qui sont connues sans doute à beaucoup d'entre vous, dans lesquelles un gaz était ionisé à l'aide de rayons Röntgen, ou de rayons de radium (comme cela a été fait dans une répétition de l'expérience), et dans lesquelles on mesurait la charge totale des ions positifs (donc aussi celle des ions négatifs), ainsi que leur nombre. La charge totale pouvait être trouvée par la mesure du courant électrique qui traversait le gaz sous l'influence d'une différence de potentiel donnée. Quant à la détermination du nombre des particules chargées, elle était moins

¹⁾ Phil. Mag. 5, 346, 1903.

directe que chez RUTHERFORD et chez REGENER : elle reposait sur la „méthode du brouillard” inventée par C. T. R. WILSON. Le gaz était saturé de vapeur d'eau et après qu'il avait été exposé à l'action ionisante on lui fit subir une dilatation soudaine et par conséquent adiabatique de grandeur déterminée. Cette dilatation produit un brouillard qui, lorsqu'on laisse l'appareil en repos, *descend* lentement avec une vitesse qu'on peut mesurer assez exactement. On peut déduire du résultat la grandeur des gouttelettes d'eau, et par conséquent le poids de chacune d'elles. Comme en outre la quantité primitive de la vapeur d'eau est connue, et que les propriétés du gaz nous font connaître l'abaissement de la température produit par l'expansion et conséquemment la quantité totale de l'eau condensée, une division donne le nombre des gouttes. Ce nombre est égal à celui des particules chargées, vu que ce sont celles-ci qui servent de noyaux à la condensation. Il faut remarquer à ce propos que, lorsque l'abaissement de la température est faible, la condensation de la vapeur ne se produit qu'autour des ions négatifs, mais que THOMSON s'est assuré de ce que dans les dilatations qu'il produisait tous les ions présents, positifs autant que négatifs, donnaient lieu à une formation de gouttes. La moitié du nombre des gouttes est donc égale au nombre des ions positifs, et si l'on divise par ce nombre leur charge totale, on trouve la charge d'un seul ion, laquelle, comme on a de bonnes raisons de le croire, est égale à l'élément d'électricité e .

Les valeurs obtenues par THOMSON sont

$$e = 3,4 \times 10^{-10},$$

$$N = 85 \times 10^{22}.$$

Permettez-moi encore de vous indiquer brièvement de quelle façon on peut trouver la grandeur des gouttes après avoir mesuré la vitesse de la chute du brouillard. On le fait en se basant sur un résultat théorique de STOKES, résultat qui mérite d'être signalé, d'autant plus que nous en aurons besoin encore une fois dans la suite. Il se rapporte à la résistance W éprouvée par une sphère qui se meut avec une petite vitesse u à travers un liquide ou un gaz. Cette résistance dépend du coefficient w du frottement intérieur du milieu; d'après le calcul de STOKES elle est donnée par

$$W = 6\pi a w u,$$

où a est le rayon.

Comme on sait, la vitesse d'un petit corps qui tombe dans un milieu résistant atteint une grandeur limite qu'elle ne peut dépasser, déterminée par cette condition que le poids du petit corps ou, pour parler strictement, le poids apparent qu'on doit lui attribuer en ayant égard à la loi d'ARCHIMÈDE, est égal à la résistance. Par conséquent, si d représente le poids spécifique d'une goutte tombant dans un gaz et u sa vitesse finale, c.-à-d. la vitesse du brouillard dans les expériences décrites, on a, en négligeant la perte de poids dans l'air,

$$\frac{4}{3} \pi a^3 d = 6 \pi a \eta u,$$

équation qui permet de calculer le rayon a .

Nous pouvons passer maintenant à une toute autre méthode de déterminer le nombre N , qui est due à PERRIN ¹⁾ et qui a permis à ce physicien d'arriver à des résultats fort remarquables. Dans cette méthode la constante universelle α que nous avons introduite plus haut joue un rôle analogue à celui de l'élément d'électricité e dans la méthode précédente.

On peut dire que la chose revient à déterminer l'énergie cinétique moyenne αT d'une seule particule; on connaît donc alors α d'où l'on déduit N par l'équation (3). En d'autres termes, on cherche à découvrir la grandeur de la contribution $q = \frac{2}{3} \alpha T$ que chaque particule qui se trouve dans l'unité de volume apporte en moyenne à la pression p . Si l'on y réussit, la fraction p/q fait connaître ensuite le nombre de particules dans l'unité de volume, dont on déduit aisément le nombre cherché N .

Ce n'est pas de la pression d'un gaz cependant qu'il est question dans les recherches de PERRIN, mais de la „pression osmotique”. En outre, PERRIN a étendu cette notion, qui, comme vous savez, avait été introduite primitivement par VAN 'T HOFF pour les solutions, à des *émulsions*, c.-à-d. à des systèmes composés de petites particules solides en suspension dans un fluide, qui dans le cas considéré était de l'eau. En effet, on a remarqué dans le dernier temps que des considérations, analogues à celles qui servent pour les molécules d'une matière dissoute, sont applicables à des particules suspendues.

¹⁾ Ann. Chim. Phys. **18**, 5, 1909.

Je dois commencer par vous rappeler le mouvement remarquable que des particules en suspension montrent toujours et qui est connu sous le nom de mouvement brownien. Il n'est nullement douteux à l'heure actuelle que cette agitation est due au mouvement moléculaire du fluide: c'est, peut-on dire, le mouvement calorifique des particules en suspension, mouvement qui, s'il n'existait pas à un instant donné, serait bientôt produit par les chocs des molécules du fluide, de même que dans un mélange de deux gaz, où l'un d'eux aurait seul au commencement un mouvement moléculaire, l'autre y prendrait bientôt part. Les physiciens, en se basant sur cette analogie, sont unanimes à attribuer aux particules en suspension dans une émulsion la même énergie cinétique moyenne αT qu'aux molécules d'un gaz et à se servir, pour l'explication de différents phénomènes, du mouvement brownien, d'une façon analogue à celle dont on se sert du mouvement moléculaire pour un corps gazeux.

Si une émulsion n'était pas soumise à la pesanteur, et si, au commencement, les particules n'étaient pas distribuées uniformément dans toute la masse du fluide, le mouvement brownien conduirait bientôt à une distribution uniforme: les particules se diffuseraient. Si la pesanteur existe, la distribution finale ne sera pas, il est vrai, uniforme, attendu que les particules, si elles sont plus lourdes que le fluide, seront plus nombreuses dans les couches inférieures, mais le mouvement brownien les empêchera cependant de s'y amonceler toutes. On peut comparer ce fluide chargé de particules à un gaz qui à cause du mouvement moléculaire peut s'étendre jusqu'à une hauteur quelconque, quoiqu'il y ait entre les deux cas cette différence — sur laquelle nous reviendrons encore — que dans l'émulsion, du moins si les particules sont sensiblement plus lourdes que le fluide, la „densité” diminue en général beaucoup plus rapidement vers le haut que dans le gaz.

C'est précisément cette influence de la pesanteur sur la distribution des particules suspendues que PERRIN a examinée. Par une méthode que nous devons passer sous silence, il réussit à obtenir des émulsions de gomme-gutte ou de mastic avec des particules égales et à-peu-près sphériques; le diamètre de ces particules variait dans différentes expériences de 0,3 à 1 μ (micron). Une couche de cette préparation, enfermée entre deux plaques de verre et ayant une épaisseur de 100 μ p. e., fut placée sous

un microscope. En pointant le microscope tantôt sur une couche plus élevée, tantôt sur une couche plus basse de l'émulsion et en comptant chaque fois le nombre des particules qui apparaissent dans une partie déterminée du champ visuel, on pouvait déterminer la distribution des particules. En effet, la profondeur du champ visuel était très petite en comparaison avec la hauteur de l'émulsion qu'on examinait; on ne voyait donc chaque fois que les particules situées dans une couche fort mince et l'on peut dire que les nombres obtenus avec différents ajustements du microscope, différant chaque fois de 25μ p. e., font connaître les rapports entre les nombres de particules qui se trouvent à différentes hauteurs, chaque fois par unité de volume. Avec le petit changement de hauteur que je viens d'indiquer de 25μ , il y a déjà un changement notable du nombre des particules par unité de volume.

La théorie du phénomène est fort simple si l'on admet que la „pression osmotique” de l'émulsion — que l'on calcule de la même manière que la pression d'un gaz, c.-à-d. en multipliant par $q = \frac{2}{3} \alpha T$ le nombre de particules par unité de volume — est une force exercée par une couche de particules sur une autre, de sorte qu'on peut dire que les particules dans un certain volume de l'émulsion sont *supportées* par la différence des pressions osmotiques qui existent au-dessus et en-dessous de ce volume. C'est là la même manière d'envisager les choses dont NERNST s'est servi dans ses théories sur les solutions dont nous avons parlé.

Représentons-nous dans l'émulsion deux plans horizontaux à la très petite distance δ l'un de l'autre, et considérons un cylindre plat, dont les bases sont situées dans ces plans et sont égales à l'unité de surface. Si n est le nombre des particules par unité de volume auprès de la base inférieure et que n' ait la même signification pour la face opposée, on peut écrire nq et $n'q$ respectivement pour la pression osmotique à ces deux endroits. La différence $(n - n')q$ doit être égale au poids apparent des particules situées dans le cylindre. Supposons que ce poids, c.-à-d. le poids réel diminué du poids de l'eau déplacée, soit G pour une particule. La condition de l'équilibre est alors

$$(n - n')q = \frac{1}{2}(n + n')\delta G, \quad (5)$$

attendu que le volume du cylindre est δ et qu'on peut écrire $\frac{1}{2}(n + n')$ pour le nombre des particules que renferme l'unité de volume à l'intérieur de ce cylindre.

Il s'ensuit que

$$q = \frac{1}{2} \frac{n + n'}{n - n'} \delta G.$$

Le diamètre des particules, ainsi que leur poids spécifique, furent mesurés, de sorte que le poids apparent G put être calculé, et comme le facteur

$$\frac{n + n'}{n - n'}$$

est déterminé par le rapport de n et n' , rapport qui pouvait être déduit du résultat des dénombrements, on avait toutes les données nécessaires pour apprendre à connaître la valeur de q , et partant celles de α et de N .

Je ne m'arrêterai pas à tous les détails de ces recherches; je me contenterai de faire la remarque suivante, qui est peut-être utile pour en faire mieux ressortir l'idée fondamentale. Comme on peut aisément le voir d'après la formule que nous venons de déduire et comme d'ailleurs il a été confirmé par les mesures de PERRIN, la valeur de n diminue en progression géométrique lorsqu'on s'élève dans le fluide par des intervalles successifs égaux entre eux. Par conséquent, la valeur de n à une hauteur z au-dessus d'un plan horizontal fixe quelconque peut être représentée par

$$n = Ce^{-kz}, \quad (6)$$

où e est la base des logarithmes népériens, tandis que C et k sont des constantes. Le nombre n diminue d'autant plus rapidement vers en haut, que k est plus grand, et cette constante peut être déduite des observations si l'on parvient à déterminer expérimentalement la loi de la diminution.

Une formule de la forme (6) s'applique également à un corps gazeux soumis à la pesanteur, et k est alors proportionnel au poids moléculaire; dans l'état d'équilibre l'oxygène se trouve relativement en plus grande quantité dans les couches inférieures que l'hydrogène.

On peut comparer les particules de l'émulsion à de très grandes

molécules gazeuses. Entre la valeur k pour l'émulsion, la valeur k' pour un gaz (de l'hydrogène p. e.), le poids apparent G d'une particule et le poids G' d'une molécule d'hydrogène, il y a la relation

$$k : k' = G : G'.$$

La constante k a été déterminée expérimentalement par PERRIN et k' peut être déduite des propriétés de l'hydrogène. On peut donc, connaissant le poids G , calculer le poids G' d'une molécule d'hydrogène, et alors il n'y a qu'un pas à la connaissance du nombre N .

Dans le mémoire de PERRIN on trouve un certain nombre de résultats peu différents les uns des autres obtenus dans diverses expériences et dont je ne mentionne que le nombre

$$N = 70,5 \times 10^{22}$$

fourni par une série d'expériences faites avec beaucoup de soin. L'accord de ce nombre avec ceux que j'ai cités antérieurement est fort satisfaisant, mais on peut se demander si la formule (5) est bien exacte: n'avons-nous pas raisonné un peu *trop* simplement en la déduisant?

Si l'on a affaire à une masse gazeuse dont la densité n'est pas trop petite, on peut dire que ses parties, situées de part et d'autre d'un plan déterminé, exercent les unes sur les autres la pression représentée par l'équation

$$p = nq.$$

En effet, les molécules d'une couche entrent en collision avec celles de l'autre un peu de la même manière qu'elles pourraient entrer en collision avec une paroi fixe. On peut par conséquent dire en vérité que, dans l'état d'équilibre, le poids d'une couche horizontale de l'atmosphère est supporté par la différence des pressions qui agissent sur elle d'une part et de l'autre. Mais on ne peut guère dire la même chose quand le gaz est si raréfié que ses particules traversent presque librement tout l'espace disponible; dans ce cas il ne peut plus être question de collisions entre des particules appartenant à deux couches contigues. La même objection peut être faite à la déduction que j'ai donnée de la formule (5), car les particules des émulsions employées se trouvaient à de si grandes

distances l'une de l'autre que des collisions mutuelles devaient être bien rares.

Heureusement une considération plus approfondie nous enseigne que l'équation reste vraie et que le raisonnement seul qui y conduit doit être un peu modifié. Pour le faire voir nous considérons la *quantité de mouvement* que les particules ont dans le sens vertical; c'est une grandeur que nous trouvons pour chaque particule en multipliant sa masse par la composante verticale de sa vitesse, et dont le signe positif ou négatif indiquera le sens de cette composante vers en bas ou vers en haut. Cela posé, nous pouvons considérer les particules qui à un moment donné se trouvent à l'intérieur du cylindre dont nous parlions plus haut et prendre la somme algébrique de leurs quantités de mouvement. Cette somme, que nous pouvons appeler „la quantité de mouvement à l'intérieur du cylindre”, est constamment nulle, attendu que dans l'état d'équilibre l'ensemble des particules ne se meut ni de haut en bas, ni de bas en haut. La quantité de mouvement à l'intérieur du cylindre n'acquiert jamais une valeur positive ou négative, d'où il suit que les causes qui pourraient donner lieu à de pareils changements, se détruisent.

Or, si nous demandons quelles sont ici les causes en jeu, nous devons avoir égard en premier lieu à la pesanteur qui agit sur les particules et en second lieu à ce que, en vertu du mouvement brownien, un certain nombre de particules quittent le cylindre ou y entrent, soit par la base soit par la face opposée. Quant à la pesanteur, nous nous rappelons qu'une force produit par unité de temps une quantité de mouvement ayant la même direction et la même grandeur numérique que cette force. Comme l'ensemble du poids (apparent) des particules est représenté par l'expression

$$\frac{1}{2}(n + n') \delta G,$$

celle-ci représente aussi la quantité de mouvement positive produite par la pesanteur. Cette quantité de mouvement se trouverait réellement dans le cylindre si les particules considérées y demeuraient.

Il sera clair maintenant que si nous représentons par a et b les quantités de mouvement des particules qui, en une unité de temps, traversent la base du cylindre de haut en bas et de bas

en haut respectivement, et par a' et b' les grandeurs correspondantes pour la face opposée, l'équation

$$a - b - a' + b' = \frac{1}{2}(n + n') \delta G \quad (7)$$

exprime la condition pour l'état stationnaire.

Remarquons ici que, comme la quantité de mouvement est positive pour les particules qui vont de haut en bas et négative pour celles qui vont de bas en haut, les grandeurs a et a' ont le signe positif et les grandeurs b et b' le signe négatif. On peut calculer ces quatre grandeurs; je n'entrerai pas dans les détails, mais je me bornerai à dire qu'on trouve pour la base

$$a - b = nq, \quad (8)$$

où n et q ont la signification que nous venons de leur assigner, et de même pour la face supérieure

$$a' - b' = n'q. \quad (9)$$

Il en résulte que l'équation (7) se transforme dans l'équation (5) dont nous nous sommes déjà servis.

Non content des résultats que je vous ai communiqués, PERRIN s'est servi de ses émulsions pour trouver d'une autre façon encore le même nombre N . Pour vous faire connaître cette nouvelle méthode, je vous prie de vous représenter de nouveau le cylindre de fort petite hauteur δ dont nous venons de parler, mais de vous imaginer maintenant que la pesanteur n'agit pas. Nous admettrons néanmoins que la concentration de l'émulsion diminue de bas en haut, qu'elle est déterminée à la base par le nombre n et à la face supérieure par le nombre plus petit n' . Dans ces circonstances il n'y a évidemment pas d'équilibre. Le mouvement brownien donnera lieu à une *diffusion* dirigée de bas en haut, en d'autres termes: les particules posséderont, outre ce mouvement irrégulier qui a lieu également dans tous les sens, une vitesse commune dirigée de bas en haut. Nous voulons tâcher de calculer cette „vitesse de diffusion”, que nous représentons par la lettre s .

Suivant notre hypothèse la quantité totale de mouvement qui se trouve à l'intérieur du cylindre n'est plus nulle. Elle a une

valeur qui, si m est la masse d'une particule, peut être représentée par

$$-\frac{1}{2}(n + n') \delta ms. \quad (10)$$

J'ai multiplié ici la masse totale $\frac{1}{2}(n + n') \delta m$ des particules par la vitesse s et j'ai donné au produit le signe négatif parce que la vitesse s est dirigée de bas en haut.

Or, si la diffusion, comme cela peut réellement avoir lieu, était stationnaire, l'expression (10) aurait à chaque instant la même valeur. Mais dans d'autres cas aussi on peut négliger la variation de cette expression, pour cette raison que la vitesse de diffusion s est si petite que la quantité de mouvement (10) peut à chaque instant être négligée par rapport aux autres grandeurs considérées.

Nous pouvons donc dire cette fois encore que les différentes causes qui pourraient donner lieu à une variation de la quantité de mouvement contenue dans le cylindre se détruisent. Ces causes sont, comme dans le cas précédent, lorsque nous considérons l'influence de la pesanteur, d'abord une force verticale dirigée de haut en bas qui agit sur les particules contenues dans le cylindre, force que je représente provisoirement par K , et en second lieu les quantités de mouvement que nous avons désignées par a , b , a' et b' . Les différences $a - b$ et $a' - b'$ ont de nouveau les valeurs déterminées par les équations (8) et (9), et nous n'avons rien à changer à l'équation (5) si ce n'est que dans le second membre nous devons remplacer par K le poids apparent total des particules. Nous avons donc

$$(n - n') q = K.$$

Or, qu'est ce que la force K ? C'est évidemment la *résistance* que les particules éprouvent de la part de l'eau dans leur mouvement ascendant. Si nous représentons par a le rayon d'une particule, la résistance, éprouvée par une seule particule qui imonte avec une vitesse s , est suivant la formule de STOKES

$$6\pi a w s,$$

où w représente le coefficient de viscosité de l'eau, et nous pouvons donc écrire

$$K = \frac{1}{2}(n + n') \delta \cdot 6\pi a w s = 3\pi (n + n') \delta a w s.$$

L'équation finale

$$(n - n') q = 3\pi (n + n') \delta a w s \quad (11)$$

détermine la vitesse de diffusion s . Cependant elle peut servir aussi à nous faire connaître la valeur de q lorsque la grandeur de s a été mesurée pour une chute de concentration donnée, c.-à-d. pour des valeurs données de n et de n' .

Quoique l'on puisse dire en un certain sens que la nouvelle valeur trouvée par PERRIN pour le nombre N résulte de l'équation (11), il n'a pas cependant fait d'expériences directes au sujet de la vitesse de diffusion. Au lieu de la diffusion on peut étudier expérimentalement le mouvement brownien lui-même qui en est la cause.

Je ne veux pas dire par là que l'on doive tâcher de suivre une des particules suspendues de manière à apprendre à connaître en détail la trajectoire qu'elle parcourt. Il est évident que dans ce mouvement fourmillant pour ainsi dire il ne peut être question d'observations de ce genre. Tout ce qu'on peut faire c'est observer les positions occupées par les particules à différents moments, séparés les uns des autres par des intervalles de temps déterminés, et mesurer les distances de ces positions.

Avec la manière ordinaire d'observer, dans laquelle l'émulsion se trouve dans une couche horizontale au-dessous du microscope, on ne voit que les déplacements dans un plan horizontal, déplacements qu'on peut décomposer suivant deux axes perpendiculaires entre eux tracés dans ce plan. Tirons l'un de ces axes de gauche à droite et figurons-nous que pour un grand nombre de particules l'on mesure l'écart de leur position primitive projeté sur cet axe, qu'ils ont atteint au bout d'un certain temps t . Cet écart, que j'appellerai x , a des valeurs qui varient considérablement d'une particule à une autre, mais nous pouvons en prendre la moyenne, ou plutôt (parce qu'une équation que nous écrirons plus loin devient de cette façon un peu plus simple) nous calculons pour chaque particule le carré de x et nous prenons la moyenne de tous les résultats obtenus. Cette moyenne, que je désignerai par \bar{x}^2 , a une valeur entièrement déterminée, lorsque l'on a choisi un temps t et pourvu que le nombre des particules dont on a mesuré les déplacements soit suffisamment grand. Il est évident que

le résultat sera d'autant plus grand qu'on considère un plus grand intervalle de temps et il mérite d'être remarqué que la théorie des mouvements irréguliers considérés ici nous apprend quelle est la relation entre la moyenne considérée et le temps t . La grandeur $\overline{x^2}$ paraît être proportionnelle au temps t , résultat qui a été confirmé par les observations et qui nous fait voir que l'expression

$$\frac{\overline{x^2}}{t} \quad (12)$$

est un nombre de grandeur déterminée qu'on peut trouver en observant attentivement le mouvement brownien.

Reste à savoir quelle est la relation entre ce nombre — tiré d'expériences dans lesquelles aucune diffusion n'a lieu — et la vitesse de diffusion qui figure dans notre formule (11). Je puis vous expliquer en peu de mots qu'une relation de ce genre doit exister. En effet, connaissant la valeur de l'expression (12), on peut indiquer pour un laps de temps quelconque t l'écart moyen atteint par les particules dans la direction de droite à gauche ou de gauche à droite. Mais comme le mouvement brownien a lieu de la même manière dans tous les sens, on peut résoudre le même problème par rapport à un axe quelconque, par exemple par rapport à un axe vertical. Revenant au cas auquel se rapporte notre équation (11), nous pouvons donc indiquer quelles sont les distances parcourues en un temps donné par les particules dans le sens vertical, et partant jusqu'à quel point les différences de concentration qui existaient dans le sens vertical se sont effacées. On trouve de cette façon l'excès du nombre des particules qui ont traversé un plan horizontal de bas en haut sur celui des particules qui l'ont traversé de haut en bas, et aussi la vitesse moyenne s avec laquelle les particules sont montées.

Comme la grandeur s peut donc être calculée en fonction de l'expression (12), la même chose est vraie pour la grandeur q qu'on peut déduire de l'équation (11).

En développant tous les calculs on trouve

$$q = 3\pi a w \frac{\overline{x^2}}{t} \quad (13)$$

et c'est là l'équation dont PERRIN s'est servi dans sa nouvelle détermination du nombre N . Le résultat était

$$N = 71,5 \times 10^{22},$$

et il est à peine nécessaire d'ajouter que la précision relativement haute de ce nombre repose sur cette circonstance que PERRIN a déduit la moyenne $\overline{x^2}$ d'un grand nombre de valeurs de x , ce qui est possible parce qu'il n'est nullement nécessaire de mesurer les grandeurs x pour *un même* intervalle de temps t , mais qu'on peut considérer les mêmes particules *successivement*, chaque fois durant un temps t égal.

Je dois vous dire encore que la formule (13) à été établie pour la première fois par EINSTEIN ¹⁾ à l'aide d'un raisonnement qui, quoiqu'au fonds identique à celui qui précède, avait cependant une forme bien différente. La manière dont EINSTEIN envisage le problème a l'avantage d'être applicable aussi aux mouvements rotatoires irréguliers que les particules en suspension exécutent continuellement et qu'on peut appeler le mouvement brownien rotatoire. A l'aide d'une formule qui ressemble beaucoup à l'équation (13) on peut calculer q , et par conséquent N , d'après les grandeurs des angles dont on a vu tourner différentes particules en un temps déterminé. Cette formule aussi a été vérifiée par PERRIN. En se servant de particules assez grandes, pour qu'on pût distinguer avec le microscope de petites irrégularités sur leurs surfaces et mesurer ainsi leur rotation, il a trouvé

$$N = 65 \times 10^{22}.$$

Je puis terminer ici mon aperçu des recherches de PERRIN. Mais je n'ai pas encore tout dit des méthodes de déterminer le nombre N qui reposent sur la connaissance de α et sur l'équation (3). PLANCK ²⁾ a fait voir que la valeur de la constante universelle α et de tout ce qui en dépend peut être déterminée aussi à l'aide des phénomènes de la chaleur rayonnante. Figurons-nous un espace fermé dont les parois, composées d'une matière quelconque, sont maintenues à la température T et qui est vide d'air, qui ne contient donc que de l'éther. Ce milieu est alors traversé en tous sens par des rayons émis par les parois et qui, après avoir été réfléchis un certain nombre de fois, en sont de nouveau absorbés. Ces rayons ont des longueurs d'onde de toutes les grandeurs, de

¹⁾ Ann. der Physik. **19**, 371, 1906.

²⁾ M. PLANCK, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig, 1906.

sorte que, si l'on compare les rayons de chaque longueur d'onde avec un ton déterminé, on pourrait parler d'un bruit confus.

KIRCHHOFF, à qui l'on doit les idées fondamentales de la théorie de ces phénomènes, fit voir que pour une température déterminée l'intensité du rayonnement et la manière, dont elle est distribuée sur les différentes longueurs d'onde, sont indépendantes de la nature des parois environnantes; la nature du rayonnement n'est pas déterminée par les propriétés particulières d'un corps mais par des grandeurs propres à la matière en général.

Un examen plus approfondi a fait voir que deux grandeurs, qui dépendent l'une et l'autre de la température, peuvent servir à caractériser le rayonnement. L'une d'elles est une certaine longueur d'onde que j'appellerai λ ; c'est la longueur d'onde qui prédomine; les rayons qui possèdent cette longueur d'onde ont une intensité plus grande que tous les autres. La deuxième grandeur est la quantité d'énergie A qui se trouve dans l'unité de volume de l'éther, la „densité de l'énergie du rayonnement”, comme on peut dire.

D'après une loi trouvée par W. WIEN, λ est inversement proportionnel à la température; c'est l'expression précise de la règle bien connue que les rayons de petite longueur d'onde prédominent de plus en plus à mesure que la température s'élève. D'un autre côté, BOLTZMANN a démontré que la grandeur A est proportionnelle à la quatrième puissance de la température. Les deux lois nous permettent de conclure que l'expression

$$\lambda^3 A$$

est proportionnelle à T . Cette expression représente la quantité d'énergie dans un cube dont le côté est égal à λ .

Comme les rayons sont produits d'une façon ou d'une autre par les mouvements invisibles qui ont lieu à l'intérieur des corps, on peut présumer que leur intensité est déterminée par celle de ces mouvements. PLANCK a réussi à faire voir la nature de ce rapport; à l'aide de certaines hypothèses sur lesquelles je ne puis insister il a démontré que la quantité d'énergie rayonnante qui se trouve dans le cube de volume λ^3 est une fraction déterminée de l'énergie cinétique moyenne d'une molécule. D'après PLANCK on a

$$\lambda^3 A = 0,89 \alpha T.$$

Comme les expériences sur le rayonnement nous ont fait connaître λ aussi bien que A , cette équation peut servir à la détermination de α , donc aussi à celle de N . On trouve pour ce dernier nombre

$$N = 77 \times 10^{22}.$$

C'est la dernière valeur de N parmi celles qui sont passablement exactes que je devais vous présenter. La petitesse des différences entre les *neuf* valeurs obtenues par des méthodes fort différentes l'une de l'autre vous aura sans doute donné l'impression qu'en parlant dans le commencement de mon discours de l'existence réelle des molécules je n'ai pas employé une expression trop forte et qu'on peut espérer une concordance plus complète encore si l'on parvient à atteindre une plus grande exactitude dans quelques observations et à entrer mieux qu'on n'a pu le faire jusqu'ici dans quelques détails des phénomènes.

Je terminerai en faisant mention de deux évaluations du nombre N que j'ai gardées jusqu'à la fin parce qu'il est impossible de les faire rentrer dans une des catégories précédentes. Elles reposent l'une et l'autre sur une combinaison ingénieuse de *deux* données fournies par l'expérience.

Lorsque VAN DER WAALS ¹⁾, il y a un grand nombre d'années, avait introduit dans l'équation d'état des gaz les nouveaux termes bien connus, dont l'un dépend du volume total des molécules, et qu'il avait fait voir comment on peut déduire ces termes de la forme des isothermes et comment on peut par conséquent arriver à la connaissance du volume moléculaire, il observa en même temps qu'on peut aller encore un peu plus loin si l'on fait usage en outre de la distance moyenne parcourue par une molécule entre deux chocs, ou bien du coefficient de viscosité w , d'où l'on peut déduire cette distance moyenne. En effet, lorsqu'on considère les molécules d'un gaz comme des sphères élastiques, on a

$$w = \frac{0,22 \, u d}{n \pi \sigma^2}.$$

Dans cette formule, où le coefficient qui figure au numérateur est quelque peu incertain, n représente le nombre des molécules dans l'unité de volume, u la vitesse moyenne de leur mouvement

¹⁾ J. D. VAN DER WAALS, Over de continuïteit van den gas- en vloeïstoestand, Leiden, 1873.

calorique, σ le diamètre d'une molécule et d la densité du gaz. Comme les grandeurs u et d sont connues, on peut, lorsque le coefficient w a été mesuré, déterminer le dénominateur $n\pi\sigma^2$ et il est évident que, si l'on connaît de plus le volume total $\frac{1}{8} n\pi\sigma^3$ des molécules contenues dans l'unité de volume, les grandeurs σ et n , et par conséquent N , peuvent être trouvées. On peut dire que la viscosité nous fait connaître la surface totale des molécules; or, si pour un système de sphères égales on connaît la somme des surfaces d'une part et le volume total d'autre part, c'est un problème fort simple que de déterminer le nombre de ces sphères.

Appliquée à différents gaz cette théorie fournit des valeurs variant de

$$N = 45 \times 10^{22}$$

à

$$N = 62 \times 10^{22}.$$

Dans la deuxième méthode à laquelle j'ai fait allusion, on se base sur les propriétés optiques des gaz; on combine l'indice de réfraction μ avec l'éparpillement de la lumière produit par les molécules (qui est semblable à celui que produit la poussière flottant dans l'air) ou plutôt avec l'affaiblissement que subit un faisceau de lumière par suite de cet éparpillement.

Lorsque le faisceau parcourt la distance x , l'intensité diminue dans le rapport $1 : e^{-hx}$, où h représente un coefficient qui détermine le degré de l'affaiblissement et que j'appellerai le „coefficient d'extinction”. Pour de très petites valeurs de x on peut remplacer l'expression exponentielle par

$$1 - hx,$$

de sorte que l'intensité primitive I est diminuée de hxI lorsque la lumière a parcouru la très petite distance x .

Il s'agit de calculer de quelle manière les constantes optiques μ et h dépendent de la structure moléculaire du gaz. On résoud ce problème en se servant de la théorie électromagnétique de la lumière, suivant laquelle il existe dans un faisceau de lumière des forces électriques alternant rapidement, ce qui donne lieu à des mouvements de va-et-vient de l'électricité contenue dans les molécules des corps traversés par les rayons. Nous nous figurons que de petites particules chargées, les électrons, qui se trouvent à l'intérieur des molécules, sont mises en vibration par la lumière.

De cette façon la vitesse de propagation devient quelque peu différente de celle qui, dans l'absence des molécules, existerait dans l'éther seul, et l'indice de réfraction μ s'écarte donc de l'unité; d'autre part chaque molécule devient un centre de vibrations d'où une partie de l'énergie incidente est dispersée de tous les côtés.

Il suffit pour notre but d'admettre que chaque molécule renferme un seul électron mobile. Si e est la charge de cet électron et δ son déplacement à partir de la position d'équilibre, nous disons que la molécule a un moment électrique

$$\mathbf{m} = e\delta.$$

C'est ce moment électrique qui détermine la grandeur de μ aussi bien que celle de h . En effet, on peut admettre que la grandeur de ce moment est proportionnelle à celle de la force électrique \mathbf{E} qui existe dans le faisceau de lumière, de sorte qu'on a

$$\mathbf{m} = p\mathbf{E},$$

où p est un nombre déterminé pour chaque espèce de molécules. L'influence des molécules sur l'indice de réfraction est proportionnelle d'une part au nombre p , d'autre part au nombre des molécules par unité de volume que nous représenterons par n . On peut donc écrire

$$\mu - 1 = \alpha n p, \quad (14)$$

où α est un coefficient qu'un calcul plus approfondi peut faire connaître.

Quant à l'éparpillement, nous faisons observer que le moment \mathbf{m} d'une particule change continuellement de grandeur et de direction, en même temps que la force \mathbf{E} (l'électron est tantôt d'un côté, tantôt de l'autre de sa position d'équilibre), et que l'amplitude des vibrations, dont la molécule est le centre, est proportionnelle à la valeur maxima du moment. L'énergie émise pendant l'unité de temps par la molécule est proportionnelle au carré de l'amplitude, donc aussi au carré de ce maximum. Elle peut donc être représentée par

$$\beta p^2 \mathbf{E}_1^2, \quad (15)$$

où \mathbf{E}_1 indique la valeur maxima que la force électrique alter-nante prend en un point du faisceau lumineux, tandis que β est un nouveau coefficient.

Considérons maintenant un faisceau de rayons parallèles se propageant dans un espace cylindrique dont la section normale est égale à l'unité de surface. Construisons deux sections normales à une petite distance x l'une de l'autre et soit I l'intensité du faisceau là où il traverse la première section. Nous la mesurons par la quantité d'énergie qui traverse ce plan par unité de temps, quantité qui peut être supposée proportionnelle à \mathbf{E}_1^2 , de sorte qu'en introduisant un troisième coefficient γ nous pouvons écrire

$$I = \gamma \mathbf{E}_1^2. \quad (16)$$

Il est clair que la diminution de I entre les deux sections doit être égale à la quantité d'énergie qui est dispersée dans l'unité de temps par toutes les molécules situées dans la partie x du cylindre qui se trouve entre ces plans. Ce nombre est nx et chaque molécule donne lieu à un éparpillement qu'on peut représenter par l'expression (15); je fais remarquer à ce propos que pour toutes ces molécules on peut attribuer à la force électrique \mathbf{E}_1 la même grandeur (attendu que la diminution de cette force lorsqu'on parcourt la longueur x est très petite) et que des considérations plus profondes justifient la simple addition que nous avons faite des quantités d'énergie émises par les différentes molécules. Nous trouvons donc pour la diminution de I

$$\beta nx p^2 \mathbf{E}_1^2$$

ou, en tenant compte de l'équation (16),

$$\frac{\beta}{\gamma} nx p^2 I.$$

Comme nous avons écrit hxI pour cette diminution, il faut que le coefficient d'extinction ait la valeur

$$h = \frac{\beta}{\gamma} np^2.$$

Comme cette équation renferme le produit np^2 , tandis que l'équation (14) contient le produit np , on peut, lorsque les grandeurs μ et h sont connues, calculer p et n . On trouve alors

$$n = \frac{\beta}{\alpha^2 \gamma} \cdot \frac{(\mu - 1)^2}{h}.$$

Reste à substituer la valeur de $\beta/\alpha^2\gamma$. Cela a été fait par RAYLEIGH ¹⁾, qui par ses recherches a été conduit à la formule

$$n = \frac{32 \pi^3 (\mu - 1)^2}{3 \lambda^4 h},$$

où λ représente la longueur d'onde. En se servant des valeurs de μ et de h pour l'air et pour la lumière jaune on en a tiré

$$N = 90 \times 10^{22}.$$

Cependant, comme la valeur de h déduite du degré de transparence de l'atmosphère ne peut pas être considérée comme bien exacte, il ne faut pas attacher trop d'importance à cette dernière détermination du nombre cherché.

¹⁾ Phil. Mag. **47**, 375, 1899.

ANWENDUNG DER KINETISCHEN THEORIEN AUF ELEKTRONENBEWEGUNG ¹⁾

In der Elektronentheorie der Metalle, um die es sich hier hauptsächlich handeln wird, versucht man, die elektrischen Eigenschaften der Metalle und was damit zusammenhängt auf das Verhalten der in ihnen befindlichen beweglichen Elektronen zurückzuführen. Dabei wird angenommen, dass diese sich in derselben Masse wie alle sonstigen beweglichen Teilchen an der Wärmebewegung beteiligen. Bei der Temperatur T ist die mittlere kinetische Energie eines Elektrons in PLANCKS Bezeichnungsweise $\frac{3}{2}kT$.

Mit der auf diesen Grundlagen von RIECKE, DRUDE und anderen Physikern entwickelten Theorie konnte man eine Zeitlang recht zufrieden sein. Nach und nach haben sich ihr aber erhebliche Schwierigkeiten entgegengestellt, die zu tiefgehenden Änderungsvorschlägen veranlasst haben. In einer vor kurzem erschienenen Arbeit geht W. WIEN ²⁾ sogar so weit, die Vorstellung einer eigentlichen Wärmebewegung völlig aufzugeben, indem er den Elektronen nur eine von der Temperatur unabhängige Geschwindigkeit zuschreibt. Die frühere Auffassung führe nämlich zu dem RAYLEIGH-JEANS'schen Gesetze für die Wärmestrahlung und sei deshalb zu verwerfen.

Obleich ich keineswegs leugnen will, dass die Theorie in ihrer älteren Form viel zu wünschen übriglässt, so kann ich doch die Notwendigkeit einer so radikalen Neuerung, wie WIEN sie vorschlägt, nicht zugeben. Man muss nämlich nicht aus dem Auge verlieren, dass die Wärmestrahlung nur von den Änderungen der Elektronengeschwindigkeiten abhängt, und dass also für sie die Vorgänge bei den Zusammenstößen mit den Metallatomen massgebend sind. Daraus, dass die Natur der dabei stattfindenden

¹⁾ Wolfskehlvortrag, April, 1913. Math. Vorlesungen Universität Göttingen. 6, 169, 1914.

²⁾ Berl. Sitzungsberichte, S.184, 1913.

Wechselwirkung noch völlig im dunklen liegt, kann man einerseits schliessen, dass alle Folgerungen, die auf bestimmten Voraussetzungen über diese Wirkung beruhen, nur mit Vorbehalt anzunehmen sind, andererseits aber, wie mir scheint, dass es vielleicht gerechtfertigt ist, eine Theorie der Wärmebewegung der Elektronen zu entwickeln, wenn man sich nur von derartigen Voraussetzungen möglichst frei hält. Man darf hoffen, dass es der Quantentheorie, indem sie für den Mechanismus der Zusammenstösse geeignete Vorstellungen einführt, einmal gelingen wird, zu einer befriedigenden Erklärung der Wärmestrahlung zu gelangen.

Übrigens würde der von WIEN erhobene Einwand nicht nur die bisherige Elektronentheorie, sondern auch die Theorie der elektrolytischen Ionen treffen. Jedesmal wenn ein solches Ion mit einem Molekül des Lösungsmittels zusammenstösst, muss es zum Mittelpunkt einer Strahlung werden, und es unterliegt keinem Zweifel, dass die weitere Verfolgung dieser Vorgänge, sofern man sich an die Gesetze der klassischen Mechanik und Elektrodynamik hält, ebenfalls zum RAYLEIGH'schen Gesetze führen würde; eine Schwierigkeit, die nicht dadurch beseitigt werden kann, dass man die genannte Strahlung für viel schwächer als die aus anderen Ursachen entspringende erklärt, denn man muss verlangen, dass auch nicht der geringste Teil der schwarzen Strahlung jenem Gesetze entspricht. Indes wird kein Physiker aus diesem Grunde den elektrolytischen Ionen eine Wärmebewegung absprechen und damit die schönen Resultate, die NERNST und PLANCK unter der Annahme einer solchen gewonnen haben, aufgeben.

Für die Annahme, dass die Geschwindigkeit der Elektronen von der Temperatur abhängt, sprechen auch die Schlüsse, zu denen man gelangt, wenn man sich ein freies Elektron im schwarzen Strahlungsfelde vorstellt. Es ist ziemlich wahrscheinlich, dass man die mittlere kinetische Energie, die irgendein bewegliches Teilchen im Inneren eines Körpers von bestimmter Temperatur annimmt, in der Weise richtig bestimmen kann, dass man sich denkt, es sei lediglich der dieser Temperatur entsprechenden schwarzen Strahlung ausgesetzt, und dann seine Bewegung nach den herkömmlichen Gesetzen berechnet. Die vor einiger Zeit von mir ¹⁾ und dann aufs neue von A. D. FOKKER ²⁾ versuchte Anwendung

¹⁾ Rapports de la Réunion Solvay 1911, p. 37.

²⁾ A. D. FOKKER. Over Brown'sche bewegingen in het stralingsveld. Dissertation, Leiden, 1913.

dieser Betrachtungsweise auf ein einzelnes freies Elektron liefert für die mittlere kinetische Energie eines solchen wirklich einen der Temperatur proportionalen Wert, wobei es allerdings befremdlich erscheinen mag, dass sich nicht der Faktor $\frac{3}{2}k$, sondern ein etwa 24 mal kleinerer herausstellt.

Zugunsten der hier vertretenen Auffassung darf man vielleicht auch die Ergebnisse der bekannten Versuche RICHARDSONS ¹⁾ anführen. Wenn die von einem erhitzten Platinblech ausgehenden Elektronen, wie dieser Physiker meint, aus dem Inneren des Metalls stammten, so wäre durch seine Messungen bewiesen, dass wirklich die im Metall enthaltenen freien Elektronen im Mittel die kinetische Energie $\frac{3}{2}kT$ besitzen. Sollten aber die zur Beobachtung kommenden Elektronen von der dem Metall zunächst liegenden Gasschicht ausgesandt werden, so müsste man jedenfalls annehmen, dass *dieses* mit einer bei Temperaturerhöhung steigenden Geschwindigkeit geschieht. Auch damit wäre gezeigt, dass Elektronen sich an der Wärmebewegung beteiligen können.

Es sollen nun zunächst die dem Folgenden zugrunde gelegten Annahmen genauer angegeben werden.

Da man bei nicht zu niedriger Temperatur den richtigen Wert für die spezifische Wärme eines Metalls erhält, wenn man für jedes Atom eine kinetische Energie $\frac{3}{2}kT$ und den gleichen Betrag an potentieller Energie ansetzt, so müssen wir uns vorstellen, dass die Zahl der beweglichen Elektronen nur ein kleiner Bruchteil der Atomzahl ist. Befinden sich, was allerdings höchstwahrscheinlich ist, weitere Elektronen in dem Körper, so müssen wir diese als festliegend betrachten, oder jedenfalls annehmen, dass die kinetische Energie, die sie im Mittel erhalten, aus irgendwelchem Grunde erheblich kleiner als $\frac{3}{2}kT$ ist.

Die beweglichen Elektronen lassen sich in „gebundene“ und „freie“ teilen. Erstere sind solche, die eine bestimmte Gleichgewichtslage haben, aus der sie sich nicht über einen gewissen Abstand hinaus entfernen. Die freien Elektronen dagegen können unter dem Einflusse einer konstanten Kraft über beliebig grosse Strecken wandern. Es ist klar, dass ein konstanter elektrischer Strom nur durch eine Bewegung freier Elektronen zustande kom-

¹⁾ Phil. Mag. **16**, 353, 890, 1908. **18**, 681, 1909.

men kann. Übrigens kann ein und dasselbe Elektron im Laufe der Zeit bald frei, bald gebunden sein.

Wollte man nun in einem Metall mehr als eine Gattung freier Elektronen annehmen, so stiesse man auf die grössten Schwierigkeiten; man würde einem Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kaum entgehen können ¹⁾. Der einzige, oder jedenfalls der einfachste Ausweg besteht in der Hypothese, dass es nur *eine* Art freier Elektronen gibt. Alles spricht dafür, dass dies negative Teilchen sind, identisch mit den Elektronen der Kathoden- und der β -strahlen.

Zur Vereinfachung wollen wir ferner die Vorstellung einführen, dass die Bahn eines Elektrons zum grössten Teil aus geradlinigen, in dem Raum zwischen den Metallatomen liegenden Strecken besteht, und dass es nur während verhältnismässig kurzer Zeit unter dem Einfluss eines Atoms, an dem es zurückprallt oder das es durchdringt, einen gekrümmten Weg zurücklegt. Daraus folgt, dass in einem bestimmten Augenblick nur sehr wenige der freien Elektronen einen Zusammenstoss erleiden, und dass wir, wenn es sich um die durch irgendein Flächenstück hindurchgeführte Ladung oder Energiemenge handelt, nur die von diesem Flächenstück durchschnittenen geradlinigen Bahnteile ins Auge zu fassen haben. Überhaupt brauchen wir die Bewegung der Elektronen in unmittelbarer Nähe oder im Inneren eines Atoms nicht genauer zu verfolgen; es kommt nur auf die Geschwindigkeit an, mit der das Elektron das Atom wieder verlässt. Was diese betrifft, soll nun die für die weiteren Betrachtungen sehr wesentliche Annahme gemacht werden, dass nach dem Zusammenstosse die Geschwindigkeit dieselbe Grösse wie vor demselben hat. Über die Richtungsänderung aber brauchen wir uns gar nicht auszusprechen, und obgleich wir zur Abkürzung von „Zusammenstossen“ reden wollen, können wir es dahingestellt sein lassen, ob das Elektron am Atom zurückprallt, oder mit grösserer oder kleinerer Ablenkung der Bewegungsrichtung durch dasselbe hindurchfliegt.

Es kann auch vorkommen, dass ein Elektron in dem Atom, auf das es trifft, stecken bleibt, und dass dafür ein anderes Elektron das Atom verlässt. Überhaupt müssen wir uns wohl vorstellen, dass die freien Elektronen durch eine Art Dissoziation aus den Atomen gelöst werden. Ist der Zustand stationär, wie wir im wei-

¹⁾ Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik, 4, 125, 1907.

teren annehmen wollen, so wird irgendein bestimmtes Volumenelement fortwährend dieselbe Anzahl von freien Elektronen enthalten und wird man auch sagen können, dass in demselben während einer bestimmten Zeit gleichviel Elektronen in Freiheit gesetzt und an die Atome gebunden werden. Zur Vereinfachung sehen wir von diesen letzteren Vorgängen ab und denken uns also, dass fortwährend *dieselben* Elektronen sich in freiem Zustande befinden. Speziell nehmen wir an, dass, wenn ein Atom einerseits ein Elektron auffängt und andererseits ein solches abgibt, alles auf dasselbe hinauskommt, als ob das zuerstgenannte Elektron das Atom wieder verlassen hätte.

Es ist schliesslich noch etwas über die Zahl N der freien Elektronen pro Volumeneinheit zu sagen. Sie wird offenbar, wenn in einem homogenen Metall thermisches und elektrisches Gleichgewicht besteht, einen bestimmten Wert haben, der von der Natur des Metalles und der Temperatur abhängt. Es fragt sich nun, wie gross N sein wird, wenn die Natur des Metalles sich allmählich von Punkt zu Punkt ändert, wenn ein Temperaturgefälle besteht, und das Metall von einem elektrischen Strom durchflossen wird. Fasst man einen beliebigen Punkt P ins Auge, so kann man sich immer den Fall denken, dass in einem homogenen, sich im Gleichgewichtszustande befindenden Metall die Beschaffenheit und die Temperatur bestehen, die man in Wirklichkeit im Punkte P findet. Ist nun der tatsächlich für P geltende Wert N dem Werte N_0 gleich, der in diesem gedachten Fall bestehen würde? Im allgemeinen wird man das nicht behaupten können. Indes wollen wir annehmen, dass sowohl der elektrische Strom wie auch das Temperaturgefälle sehr schwach sind, und dass die Natur des Metalles sich äusserst langsam von Punkt zu Punkt ändert. Sind diese verschiedenen Ursachen, die eine Abweichung des Wertes N von N_0 herbeiführen könnten, so gering ¹⁾, dass man sie als unendlich klein betrachten und Grössen, die im Vergleich mit ihnen zweiter Ordnung sind, vernachlässigen darf, so zeigt eine einfache Überlegung, dass $N = N_0$ gesetzt werden darf. Wir bezeichnen fernerhin die Zahl mit N , betrachten sie aber als eine völlig durch die an der betrachteten Stelle vorhandene Beschaffenheit des Metalles und durch die jeweilige Temperatur bestimmte Grösse.

¹⁾ Es genügt, dass in zwei Punkten, deren Entfernung von der Grössenordnung der freien Weglänge der Elektronen ist, der Zustand äusserst wenig verschieden ist.

Versucht man nun auf Grund dieser Anschauungen die Theorie der in Frage stehenden Erscheinungen zu entwickeln, so stellt sich heraus, dass man für die in Betracht kommenden Grössen nicht so ganz bestimmte Werte erhalten kann, wie nach der älteren Form der Theorie. Die Art und Weise, wie z.B. die elektrische und die thermische Leitfähigkeit von verschiedenen Umständen abhängen und infolgedessen miteinander verknüpft sind, werden wir, eben weil wir die Änderung der Bewegungsrichtung bei den Zusammenstössen unbestimmt lassen, nicht angeben können. Indes gibt es *eine* Frage, zu deren Beantwortung unsere Ansätze ausreichen; auf diese werden wir uns daher beschränken ¹⁾. Man kann nämlich zeigen, dass die thermoelektrischen Grössen der bekannten, aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik abgeleiteten Beziehung genügen müssen.

Dieses zu beweisen ist deshalb nicht überflüssig, weil in der Elektronentheorie die Gültigkeit jener Relation keineswegs selbstverständlich ist. Da nämlich unsere Auffassungen auf einen engen Zusammenhang zwischen den thermoelektrischen Erscheinungen und der Wärmeleitung schliessen lassen, so ist es nicht gerechtfertigt, wie es in der klassischen Theorie der Thermoelektrizität geschieht, von vornherein von der irreversiblen Wärmeleitung zu abstrahieren. M. a. W., jene klassische Theorie und ebenso die ihr äquivalenten neueren statistischen Theorien beschränken sich auf Gleichgewichtszustände, und ein solcher liegt eben in der Thermokette nicht vor.

Der elektronentheoretischen Betrachtung lassen wir eine mehr phänomenologisch gehaltene vorangehen.

Wir fassen eine lineare Thermokette ins Auge und bestimmen die Lage eines Punktes oder eines senkrechten Querschnitts durch die längs der Kette gemessene Entfernung x von einem festen Punkte. Um nicht die homogenen Teile der Kette und die Kontaktstellen getrennt behandeln zu müssen, wollen wir uns denken, dass die Eigenschaften des Metalls sich stetig mit x ändern, und zwar soll diese Änderung sogar an den Kontaktstellen eine so langsame sein, dass auch hier in jedem Punkt die oben be-

¹⁾ Wegen dieser Beschränkung muss von einer Besprechung der sehr reichhaltigen neueren Literatur über die Elektronentheorie der Metalle abgesehen werden.

sprochene Gleichheit von N und N_0 angenommen werden darf ¹⁾.

Die Zahl N der freien Elektronen pro Volumeneinheit wird schon dann, wenn kein Temperaturgefälle besteht, von Punkt zu Punkt veränderlich sein. Zu dieser Veränderung kommt aber in allgemeineren Fällen noch die von dem Temperaturgefälle herführende hinzu, und offenbar dürfen wir für jeden Punkt P der Kette setzen

$$\frac{dN}{dx} = \left(\frac{dN}{dx}\right)_1 + \left(\frac{dN}{dx}\right)_2, \quad (1)$$

wo $(dN/dx)_1$ die Änderung bedeutet, die bestehen würde, wenn an der betrachteten Stelle kein Temperaturgefälle bestände, und das letzte Glied diejenige Änderung von N , mit der man es zu tun haben würde, wenn zwischen dem Querschnitt P und einem unendlich benachbarten P' die Temperatur sich in der tatsächlich bestehenden Weise änderte, die Natur des Metalls aber an allen Stellen dieselbe wäre. Für dieses letzte Glied kann man schreiben

$$\left(\frac{dN}{dx}\right)_2 = \frac{dN}{dT} \cdot \frac{dT}{dx}, \quad (2)$$

wo sich dN/dT auf ein homogenes Metall von der Beschaffenheit, welche die Substanz in P hat, bezieht ²⁾.

Auf die freien Elektronen können gewisse Kräfte wirken, einmal solche, die von einem elektrischen Felde (also von einem längs der Kette bestehenden Potentialgefälle) herrühren, und dann vielleicht auch „Molekularwirkungen“, von den Metallatomen ausgehende Anziehungen oder Abstossungen. Mit diesen letzteren Kräften sind hier nicht etwa die bei den Zusammenstößen auftretenden gemeint, sondern solche, die sich auf etwas grössere, wenn auch stets sehr kleine Entfernungen hin erstrecken, und die man den von LAPLACE in die Kapillaritätstheorie eingeführten

¹⁾ Bestände an einer Kontaktstelle eine wirkliche Diskontinuität, so stiesse die mathematische Behandlung auf grosse Schwierigkeiten. Man kann indes aus dem zweiten Hauptsatze der Thermodynamik folgern, dass die Erscheinungen von der Art und Weise, wie das eine Metall in das andere übergeht, unabhängig sein müssen.

²⁾ Um sich von der Unbestimmtheit zu befreien, die Ausdrücken wie „die Beschaffenheit“ oder „Natur“ des Metalls anhaftet, kann man sich vorstellen, dass zur Kennzeichnung des an irgendeiner Stelle bestehenden Zustandes nebst der Temperatur eine oder mehrere *Zahlen* angegeben werden können. Diese könnten z.B. das Mass liefern für ein Mischungsverhältnis oder für die Operationen, denen das Metall unterworfen gewesen ist.

Kräften vergleichen kann. Ist ihr Wirkungsgesetz derart, dass die Wirkungssphäre als mit Metall gefüllt angesehen werden kann, so werden sie sich nur in einem nicht homogenen Metall, also an den Kontaktstellen, bemerklich machen. Wir bezeichnen mit X die in der x -Richtung auf ein Elektron wirkende Gesamtkraft.

Es ist nun von Wichtigkeit zu bemerken, dass in einem nicht homogenen, aber überall gleich temperierten Metall die Kraft X eine bestimmte Grösse haben muss, wenn kein elektrischer Strom bestehen soll. *Diese* Kraft, die notwendig ist, um bei Abwesenheit eines Temperaturgefälles das Zustandekommen einer Elektrizitätsbewegung zu verhindern, möge die Grösse K haben.

Wir betrachten jetzt den Fall, dass kein elektrisches Gleichgewicht besteht, und dass also ein Querschnitt, den wir zur Betrachtung auswählen, von einem gewissen elektrischen Strom i durchflossen wird; die Intensität dieses Stromes berechnet sich aus der Ladung der den Querschnitt in der Zeiteinheit durchsetzenden Elektronen.

Im allgemeinen wird zu gleicher Zeit ein Wärmestrom w bestehen, der sich aus der kinetischen Energie dieser Elektronen berechnen liesse. Da nun in dem Falle $dT/dx=0$, $X - K=0$, sowohl i wie auch w Null sind, so liegt es nahe, von folgendem Ansatz auszugehen:

$$i = \left\{ \alpha \frac{dT}{dx} + \beta (X - K) \right\} \omega, \quad (3)$$

$$w = \left\{ -\gamma \frac{dT}{dx} + \delta (X - K) \right\} \omega, \quad (4)$$

wo ω die Grösse des Querschnitts bedeutet. Die Koeffizienten α , β , γ , δ sind für jedes Metall, also an jeder Stelle unserer Kette, bestimmte Funktionen der Temperatur.

In diesen Zahlen lassen sich nun sämtliche aus den Beobachtungen ableitbare Grössen, die elektrische und die thermische Leitfähigkeit, die Thermokraft, die PELTIER- und KELVIN-Wärme ausdrücken. Setzt man z. B. in (3) $dT/dx = 0$, $K = 0$, so erhält man für die elektrische Leitfähigkeit eines homogenen Metalls

$$\sigma = \beta e. \quad (5)$$

Aus (3) ergibt sich ferner

$$X = \frac{i}{\beta\omega} + K - \frac{\alpha}{\beta} \frac{dT}{dx} \quad (6)$$

und aus (4), wenn man diesen Wert einsetzt,

$$w = \frac{\delta}{\beta} i - \left(\gamma + \frac{\alpha\delta}{\beta} \right) \omega \frac{dT}{dx}. \quad (7)$$

Das letzte Glied bestimmt offenbar die Wärmeleitung in einem Stabe, durch den kein elektrischer Strom fließt, und man hat also für die unter diesen Umständen gemessene Leitfähigkeit für Wärme

$$\kappa = \gamma + \frac{\alpha\delta}{\beta}. \quad (8)$$

Zu einem Ausdruck für die Thermokraft E gelangt man, wenn man die Gleichung (6), nachdem man sie mit dx multipliziert hat, über die ganze Kette herum integriert. Da nämlich die in X enthaltene elektrische Kraft von einem Potential abhängt, und dasselbe auch von der oben als „Molekularwirkung“ bezeichneten Kraft angenommen werden darf, so verschwindet $\int X dx$, und es wird mit Rücksicht auf (5)

$$i \int \frac{dx}{\sigma\omega} = \int \left(\frac{\alpha}{\beta e} \frac{dT}{dx} - \frac{K}{e} \right) dx.$$

Da nun der Faktor von i den Widerstand der Kette bedeutet, so ist offenbar

$$E = \int \left(\frac{\alpha}{\beta e} \frac{dT}{dx} - \frac{K}{e} \right) dx.$$

Man kommt zu diesem Ausdruck auch, wenn man sich die Kette geöffnet denkt, und in der Voraussetzung, dass die Enden aus demselben Metall bestehen und die gleiche Temperatur haben, die zwischen ihnen bestehende Potentialdifferenz berechnet.

Wir wollen uns hierbei nicht weiter aufhalten, sondern uns der Frage zuwenden, welcher Bedingung die Größen α , β , γ , δ genügen müssen, damit die thermoelektrischen Größen die aus dem

zweiten Hauptsatz abgeleitete Beziehung befriedigen. Um hierüber zu entscheiden, betrachten wir die in einem Element dx in der Zeiteinheit entwickelte Wärme, d. h. die Wärme, welche man dem Elemente entziehen muss, um den Zustand stationär zu erhalten. Sie setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste entspricht der Arbeit der auf die Elektronen wirkenden Kraft X , der zweite aber rührt daher, dass am einen Ende des Elementes nicht dieselbe Wärmemenge hineintritt, die es am anderen Ende verlässt. Für die genannte Arbeit ergibt sich leicht

$$\frac{i}{e} X dx,$$

wenn e die Ladung eines Elektrons ist, und man findet also für die gesuchte Wärmeentwicklung

$$\left(\frac{i}{e} X - \frac{dw}{dx} \right) dx. \quad (9)$$

Nebenbei bemerken wir, dass dieser Ausdruck, über die ganze Kette integriert, wie es sein muss, den Wert Null liefert.

Wenn wir jetzt für X und w die Werte (6) und (7) benutzen, so zerfällt (9) in drei Teile:

$$\frac{i^2}{\beta e \omega} dx, \\ i \left\{ \frac{1}{e} K - \left[\frac{\alpha}{e\beta} \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{\beta} \right) \right] \right\} dx, \quad (10)$$

und

$$\frac{d}{dx} \left\{ \left(\gamma + \frac{\alpha\delta}{\beta} \right) \omega \frac{dT}{dx} \right\} dx,$$

von denen der erste die JOULE-Wärme darstellt, während der letzte, da er ganz unabhängig von i ist, auf Rechnung der Wärmeleitung zu schreiben ist. Diese Teile lassen sich denn auch nach (5) und (8) in den beiden Leitfähigkeiten ausdrücken.

In dem zweiten Teil stecken die PELTIER- und die KELVIN-Wärme, und wenn nun diese Grössen der bekannten thermodynamischen Beziehung genügen sollen, so muss man Null erhalten,

wenn man (10) durch T dividiert und dann über die geschlossene Kette integriert. Also

$$\int \frac{1}{T} \left\{ \frac{1}{e} K - \left[\frac{\alpha}{e\beta} \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{\beta} \right) \right] \right\} dx = 0,$$

oder, wenn man das Glied

$$- \frac{1}{T} \frac{d}{dx} \left(\frac{\delta}{\beta} \right) dx$$

partiell integriert,

$$\int \frac{1}{T} \left\{ \frac{1}{e} K - \left(\frac{\alpha}{e\beta} + \frac{\delta}{T\beta} \right) \frac{dT}{dx} \right\} dx = 0. \quad (11)$$

Es handelt sich jetzt darum, diese Gleichung aus der Elektrentheorie abzuleiten.

Zunächst lässt sich, wenn wir für die mittlere kinetische Energie eines Elektrons in einem auf der Temperatur T gehaltenen Metall den Ausdruck $\frac{3}{2}kT$ einführen, der Wert von K angeben. Es ist dies nämlich, wie gesagt, die Kraft, die in der x -Richtung wirken muss, um bei Abwesenheit eines Temperaturgefälles die Elektronen, die an jeder Stelle eine bestimmte, mit x veränderliche „Dichte“ N aufweisen müssen, im Gleichgewicht zu halten, und die dafür erforderliche Bedingung können wir aufstellen, ohne dass wir auf die Zusammenstöße zu achten brauchen. Ist p der „Druck“ im Elektronensystem, so lautet die Gleichgewichtsbedingung

$$NK - \frac{dp}{dx} = 0,$$

oder, da wir für den Druck zwei Drittel der pro Volumeneinheit vorhandenen kinetischen Energie, also kNT , ansetzen dürfen,

$$\begin{aligned} NK - kT \left(\frac{dN}{dx} \right)_1 &= 0, \\ K &= kT \left(\frac{d \log N}{dx} \right)_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Ebenso wie früher, soll der Index 1 hier andeuten, dass es sich um den Wert der Differentialquotienten bei Abwesenheit eines Temperaturgefälles handelt.

Für die Thermokette, in der ein solches vorhanden ist, gilt die aus (1) und (2) folgende Beziehung

$$\frac{d \log N}{dx} = \left(\frac{d \log N}{dx} \right)_1 + \frac{d \log N}{dT} \frac{dT}{dx},$$

wo sich

$$\frac{d \log N}{dT}$$

auf die Änderung von N mit der Temperatur in einem Metall von bestimmter Beschaffenheit bezieht, und wir dürfen somit für K/Te in (11) den Ausdruck

$$\frac{k}{e} \frac{d \log N}{dx} - \frac{k}{e} \frac{d \log N}{dT} \frac{dT}{dx}$$

substituieren. Da nun das erste Glied bei Integration über die geschlossene Kette verschwindet, so verwandelt sich unsere Bedingung in

$$\int \left(-\frac{k}{e} \frac{d \log N}{dT} - \frac{\alpha}{Te\beta} - \frac{\delta}{T^2\beta} \right) \frac{dT}{dx} dx = 0.$$

Die eingeklammerten Grössen sind an jeder Stelle nur von der Beschaffenheit und der Temperatur, die das Metall daselbst hat, abhängig, und man sieht nun leicht, dass die notwendige und hinreichende Bedingung für das Erfülltsein der Gleichung darin besteht, dass

$$\frac{\alpha}{Te\beta} + \frac{\delta}{T^2\beta} + \frac{k}{e} \frac{d \log N}{dT} = F(T) \tag{13}$$

eine reine Temperaturfunktion, unabhängig von der Natur des Metalls, ist.

Um nun näher auf die Bewegung der Elektronen einzugehen, bedienen wir uns der statistischen Methode. Sie wird uns auf eine Gleichung führen, die genau der den Problemen der Gastheorie zu-

grunde liegenden Formel entspricht. Nur ist sie einfacher als diese, weil wir von den wechselseitigen Zusammenstößen der beweglichen Teilchen absehen dürfen.

Zur Veranschaulichung denken wir uns ein Geschwindigkeitsdiagramm, in welchem die Geschwindigkeit jedes Elektrons durch einen vom Koordinatenursprung aus gezogenen Radiusvektor dargestellt wird. Die Koordinaten des Endpunktes dieses Radiusvektors, des „Geschwindigkeitspunktes“, d. h. die Geschwindigkeitskomponenten des betreffenden Elektrons, bezeichnen wir mit ξ , η , ζ , und wir schreiben

$$f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda$$

für die Anzahl Elektronen pro Volumeneinheit, deren Geschwindigkeitspunkte in einem Elemente $d\lambda$ des Diagramms liegen.

Kennt man die Funktion f , so lassen sich der elektrische Strom i und der Wärmestrom w berechnen. Man hat nämlich für die Anzahl der Elektronen, die ein senkrecht zur x -Achse stehendes Flächenelement $d\sigma$ pro Zeiteinheit durchsetzen, d. h. für die Differenz der Elektronenzahlen, die nach der positiven und nach der negativen Seite hin wandern,

$$d\sigma \int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda,$$

wo die Integration über das ganze Geschwindigkeitsdiagramm zu erstrecken ist. Man erhält hieraus den elektrischen Strom, indem man mit der Ladung e eines Elektrons multipliziert und $d\sigma$ durch den Querschnitt ω ersetzt,

$$i = e\omega \int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda.$$

Um den Wärmestrom zu berechnen, hat man hier statt der Ladung e eines Teilchens seine kinetische Energie einzuführen. Also, wenn r die Grösse der Geschwindigkeit bedeutet,

$$w = \frac{1}{2} m\omega \int \xi r^2 f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda.$$

Die bereits erwähnte Grundgleichung, welcher die Funktion f genügen muss, hat für einen beliebigen veränderlichen Zustand die Gestalt

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \xi + \frac{\partial f}{\partial y} \eta + \frac{\partial f}{\partial z} \zeta + \frac{1}{m} \frac{\partial f}{\partial \xi} X + \frac{1}{m} \frac{\partial f}{\partial \eta} Y + \frac{1}{m} \frac{\partial f}{\partial \zeta} Z = b - a, \quad (14)$$

wo X, Y, Z die Komponenten der auf ein Elektron wirkenden Kraft sind. Von diesen Grössen ist vorausgesetzt, dass sie unabhängig von der Geschwindigkeit des Elektrons sind. Was den Ausdruck auf der rechten Seite betrifft, so bedeutet, wenn man mit dS ein Volumenelement bezeichnet, $adSd\lambda dt$ die Anzahl der in dS liegenden und ihre Geschwindigkeitspunkte in $d\lambda$ habenden Elektronen, die in der Zeit dt einen Zusammenstoss erleiden, und, indem ihre Geschwindigkeit geändert wird, die Gruppe $fdSd\lambda$ verlassen. Desgleichen gibt $bdSd\lambda dt$ die Anzahl der Elektronen an, die zu Anfang der Zeit dt nicht zu der Gruppe gehören, aber infolge von Zusammenstössen in sie hineintreten. Wir können also sagen, $b - a$ bestimme die Änderung, welche die Elektronenzahl einer Gruppe $f d\lambda$ durch Zusammenstösse erleidet.

Da nach unseren Voraussetzungen der Zustand stationär ist, und nur von einer Koordinate x abhängt, während auch nur in Richtung *dieser* Koordinate eine Kraft wirkt, so vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\frac{\partial f}{\partial x} \xi + \frac{1}{m} \frac{\partial f}{\partial \xi} X = b - a. \tag{15}$$

Für jeden Punkt der Kette können wir nun die Form f_0 ins Auge fassen, welche die Funktion f haben würde, wenn der in dem Punkte bestehende Zustand auch in allen benachbarten Punkten vorkäme. In Wirklichkeit ist dann, da die Natur des Metalls und die Temperatur sich von Ort zu Ort ändern, f von f_0 verschieden, und wenn wir

$$f = f_0 + \varphi$$

setzen, so wird es sich darum handeln, die Zusatzfunktion φ zu bestimmen. Von ihr hängen die Werte von i und w ab, denn da in dem Zustande, auf den f_0 sich bezieht, die Bewegung der Elektronen nach allen Seiten in derselben Weise stattfindet, so muss

$$\int \xi f_0 d\lambda = 0, \int \xi r^2 f_0 d\lambda = 0$$

sein, und man hat also

$$i = e\omega \int \xi \varphi d\lambda, \tag{16}$$

$$w = \frac{1}{2} m\omega \int \xi r^2 \varphi d\lambda. \tag{17}$$

Wie bereits bemerkt wurde, nehmen wir an, dass sowohl die Natur des Metalls wie auch die Temperatur sich längs der Kette nicht zu rasch ändern, und zwar stellen wir uns vor, dass auf einer Strecke von der Grössenordnung der freien Weglänge der Elektronen die Änderungen sehr wenig betragen. Es lässt sich zeigen, dass unter diesen Umständen die Zusatzfunktion im Vergleiche mit f_0 sehr kleine Werte hat ¹⁾. Wir wollen φ als unendlich klein behandeln und Grössen, die in bezug auf φ zweiter Ordnung sind, vernachlässigen.

Wäre der Zustand homogen, so wären beide Seiten der Grundgleichung (15) Null. Jetzt aber setzt sich die linke Seite aus den Grössen

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} \xi + \frac{1}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \xi} X$$

und

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \xi + \frac{1}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} X$$

zusammen, die unendlich klein erster bzw. zweiter Ordnung sind. Wir müssen nämlich die Kraft X , weil sie mit den Abweichungen vom homogenen Zustande zusammenhängt, als unendlich klein ansehen, und dürfen, mit Rücksicht auf die Langsamkeit, mit der sich der Zustand längs der Kette ändert, den Differentialquotienten irgendeiner Zustandsfunktion nach x als unendlich klein gegen die Funktion selbst betrachten. Der zweite Ausdruck darf somit vernachlässigt werden.

Was die rechte Seite der Gleichung betrifft, so wäre diese Null für $f = f_0$. Wir bezeichnen sie daher mit

$$(b - a)_\varphi,$$

wobei der Index φ andeuten soll, dass es sich eben um die Stosszahlen handelt, wie sie infolge der durch φ bestimmten Abweichung vom Zustande f_0 modifiziert werden.

In der Gleichung

$$(b - a)_\varphi = \frac{\partial f_0}{\partial x} \xi + \frac{1}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \xi} X \quad (18)$$

¹⁾ H. A. LORENTZ. Arch. Néerl. **16**, 16, 1881. Abhandl. über theor. Physik. I, 1907, S. 85.

steht jetzt die unbekannte Funktion φ nur auf der linken Seite; der rechts stehende Ausdruck ist, da man den Wert von f_0 angeben kann, als bekannt zu betrachten.

Zu dem Ausdruck $(b - a)_\varphi$ ist noch zu bemerken, dass man die durch die Zusatzfunktion modifizierten Stosszahlen a und b in der Weise berechnen kann, dass man sich die durch $f = f_0 + \varphi$ bestimmte Geschwindigkeitsverteilung in einem *homogenen* Metall vorstellt; auf die Änderung des Zustandes von einem Punkt zum anderen braucht man dabei nicht weiter zu achten.

Es empfiehlt sich schliesslich, an der Formel (18) zweierlei Umformung vorzunehmen. Erstens ersetzen wir $\partial f_0 / \partial x$ durch

$$\left(\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)_1 + \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{dT}{dx}$$

(vgl. die Formeln (1) und (2) für N) und $\partial f_0 / \partial \xi$ durch

$$\frac{\xi}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r}.$$

Letzteres, weil offenbar die Funktion f_0 , die sich auf einen isotropen Zustand bezieht, nur insofern von den Komponenten ξ, η, ζ abhängt, als diese in r eingehen. Zweitens lässt sich aus der in dieser Weise erhaltenen Gleichung

$$(b - a)_\varphi = \left(\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)_1 \xi + \xi \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{m} \frac{\xi}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r} X, \quad (19)$$

indem man die früher mit K bezeichnete Kraft einführt, das Glied mit $(\partial f_0 / \partial x)_1$ fortschaffen.

Um das zu zeigen, kehren wir für einen Augenblick zu dem Fall zurück, dass zwar die Natur des Metalls sich von Punkt zu Punkt ändert, ein Temperaturgefälle aber nicht besteht, wobei wir uns denken wollen, dass auf die Elektronen die Kraft K wirkt, welche das Zustandekommen eines elektrischen Stromes verhindert. Unter diesen Umständen lässt sich das System mit einem einatomigen Gase vergleichen, das überall gleich temperiert ist und auf das in der x -Richtung eine nur von x abhängige äussere Kraft K , etwa die Schwerkraft, wirkt. Bekanntlich gilt für die Geschwindigkeitsverteilung in einem solchen Gase das MAXWELLSche Gesetz, infolgedessen die linke Seite der Gleichung (14) verschwindet,

während die rechte Seite Null ist, weil wir bei der Berechnung von a und b von der durch die äussere Kraft hervorgerufenen ungleichmässigen Dichteverteilung absehen dürfen. Besteht aber eine solche nicht und befindet sich das Gas in einem homogenen Gleichgewichtszustande, so wird jede, einem beliebigen Elemente des Geschwindigkeitsdiagramms entsprechende Molekülgruppe durch Zusammenstösse ebenso viele Teilchen gewinnen wie sie verliert und also $a = b$ sein.

Ähnliches gilt von den freien Elektronen unter dem Einflusse der Kraft K . Wir dürfen annehmen, dass auch für sie $b - a = 0$ ist, ebenso gut wie es bei einem völlig homogenen Zustande der Fall sein würde, und dass andererseits die Verteilungsfunktion f_0 die dem MAXWELL'schen Gesetz entsprechende Gestalt hat. Das bringt, wie wir weiter unten noch zeigen werden, die rechte Seite von (19) zum Verschwinden. Es ist somit

$$0 = \left(\frac{\partial f_0}{\partial x} \right)_1 \xi + \frac{1}{m} \frac{\xi}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r} K, \quad (20)$$

und wir erhalten die Grundgleichung unseres Problems in ihrer definitiven Gestalt, wenn wir dies von (19) subtrahieren. Also:

$$(b - a)_\varphi = \xi \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{m} \frac{\xi}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r} (X - K). \quad (21)$$

Wendet man diese Gleichung auf eine bestimmte Stelle in der Kette an, so sind $\partial f_0 / \partial T$ und $\partial f_0 / \partial r$ ganz bestimmte Funktionen von r und T , die gar nicht mehr zu den für eine andere Beschaffenheit des Metalls geltenden Grössen in Beziehung stehen.

Aus der Art und Weise, wie die unbekannt Funktion φ im Ausdruck $(b - a)_\varphi$ enthalten ist, ersieht man leicht, dass die Gleichung (21) zu der Klasse der Integralgleichungen gehört. Von einer vollständigen Lösung könnte nur dann die Rede sein, wenn wir bestimmte Annahmen über die Vorgänge bei den Zusammenstössen zugrunde legten, und auch dann noch wäre die Aufgabe im allgemeinen mit grossen Schwierigkeiten behaftet. Indes genügen unsere allgemeiner gehaltenen Voraussetzungen gerade, um die Form der Lösung so weit anzugeben, wie es für unseren Zweck nötig ist.

Vom physikalischen Standpunkt aus erscheint es gerechtfertigt, dabei die Existenz einer Lösung vorauszusetzen. Genauer ausgedrückt soll das heissen, dass es eine Funktion φ von ξ, η, ζ gibt, die der Gleichung (21) und zu gleicher Zeit den Nebenbedingungen

$$\int \varphi d\lambda = 0, \tag{22}$$

$$\int \varphi r^2 d\lambda = 0 \tag{23}$$

genügt.

Auf die erste dieser letzteren führt uns die Bemerkung, dass, wie früher hervorgehoben wurde, die Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit bei gegebener Temperatur durch das Bestehen eines Temperaturgefälles und eines elektrischen Stromes nicht geändert wird, und dass somit

$$\int f d\lambda = \int f_0 d\lambda.$$

Hieraus folgt (22), da $f - f_0 = \varphi$ ist.

Dasselbe wie von der Elektronenzahl dürfen wir auch von der pro Volumeneinheit bestehenden kinetischen Energie der freien Elektronen annehmen. Man hat also

$$\int f r^2 d\lambda = \int f_0 r^2 d\lambda,$$

und hieraus ergibt sich (23).

Um jetzt zu erörtern, inwiefern die Lösung von (21), (22), (23) eindeutig ist, stützen wir uns darauf, dass jeder für die Zusatzfunktion angenommenen Form ein bestimmter Wert, der natürlich eine Funktion von ξ, η, ζ ist, von $b - a$ entspricht, und dass $b - a$ sich aus Teilen (Zahlen der Zusammenstösse unter bestimmten Umständen) zusammensetzt, die je einem Werte von f proportional sind, wobei sich in der Differenz die von φ unabhängigen Glieder heben. Daraus folgt, dass, wenn φ_1 und φ_2 zwei beliebig gewählte Funktionen sind, die Beziehung gilt

$$(b - a)_{\varphi_1 + \varphi_2} = (b - a)_{\varphi_1} + (b - a)_{\varphi_2}, \tag{24}$$

wo die drei Glieder die Werte bedeuten, die sich ergeben, wenn man für die Zusatzfunktion der Reihe nach $\varphi_1 + \varphi_2, \varphi_1, \varphi_2$ nimmt. Eine ähnliche Gleichung lässt sich für $(b - a)_{\varphi_1 - \varphi_2}$ hinschreiben.

Gesetzt nun, es könne den Gleichungen (21), (22) und (23) durch

zwei verschiedene Funktionen φ_1 und φ_2 genügt werden. Dann ist, wenn man

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \psi$$

setzt,

$$(b - a)_\psi = 0,$$

$$\int \psi d\lambda = 0, \int \psi r^2 d\lambda = 0.$$

Man kann hieraus schliessen, dass in dem Fall eines homogenen Gleichgewichts die Bedingung, dass jede Gruppe von Elektronen durch Zusammenstösse ebensoviel Teilchen gewinnen wie verlieren soll, nicht ausreichen würde, um bei gegebener Elektronenzahl und gegebener kinetischen Energie die Geschwindigkeitsverteilung zu bestimmen. Man könnte nämlich zu der Funktion f_0 , die eine mögliche Verteilung darstellt, immer die Funktion ψ addieren.

Dürften wir annehmen, dass für den homogenen Zustand unsere Ansätze zur Bestimmung der Elektronenbewegung genügen, so müsste also $\psi = 0$ sein, und es könnten auch in dem allgemeineren Fall zwei voneinander verschiedene Lösungen φ_1 und φ_2 nicht existieren.

Indes wäre die genannte Annahme offenbar unzulässig. Denn da in den von uns zugrunde gelegten Voraussetzungen von Wirkungen, welche die Grösse der Geschwindigkeit eines Elektrons ändern, gar nicht die Rede ist, so kann man aus diesen Voraussetzungen die Art und Weise, wie grössere und kleinere Geschwindigkeiten über die Elektronen verteilt sind, unmöglich ableiten.

Wohl aber scheint es gerechtfertigt, zu sagen, dass unsere Grundvoraussetzungen für den homogenen Zustand nur solche Geschwindigkeitsverteilungen zulassen, bei welchen die Bewegung nach allen Seiten hin in derselben Weise stattfindet, d. h. solche, bei welchen die Funktion f nur von r abhängt. Daraus kann man schliessen, dass auch die obengenannte Funktion ψ diese Eigenschaft haben muss, und dass also die aus (21), (22) und (23) abzuleitende Funktion jedenfalls bis auf ein Glied dieser Art bestimmt ist. Ein solches Glied hat aber auf unsere Resultate keinen Einfluss, da es, eben weil es nur von r abhängt, nach den Formeln (16) und (17) nichts zu den Werten von i und w beiträgt.

Wenn man unter Annahme irgendeiner Zusatzfunktion φ und

also der Verteilungsfunktion $f = f_0 + \varphi$ die Differenz $b - a$ für bestimmte Werte von ξ, η, ζ berechnen will, so kommt dabei zunächst die Zahlreichkeit der Elektronengruppe (ξ, η, ζ) in Betracht, daneben aber auch die Zahlreichkeit aller derjenigen Gruppen (ξ', η', ζ') , deren Geschwindigkeit (ξ', η', ζ') durch einen Zusammenstoß in (ξ, η, ζ) übergeführt werden kann. Es ergibt sich nun eine erhebliche Vereinfachung aus unserer Annahme, dass bei einem Zusammenstoß die Grösse der Geschwindigkeit ungeändert bleibt. Sie hat zur Folge, dass in die Differenz $b - a$ nur solche Funktionswerte $f(\xi', \eta', \zeta')$ eingehen, für welche $\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}$ der den ausgewählten Werten ξ, η, ζ entsprechenden Geschwindigkeit gleich ist.

Geometrisch lässt sich dies so ausdrücken. Wir beschreiben um den Ursprung des Geschwindigkeitsdiagramms eine Kugelfläche S mit einem bestimmten, beliebig gewählten Radius r . Wenn wir dann $b - a$ für einen Punkt P dieser Kugel berechnen wollen, so kommen dabei nur die Werte der Funktion f auf der Oberfläche der Kugel in Betracht. Wir können also die Gleichung (21) lösen, indem wir uns zunächst auf eine einzige derartige Fläche beschränken.

Es lässt sich nun der für $b - a$ vorgeschriebene Wert, nämlich die rechte Seite der Gleichung (21), für die Fläche S darstellen in der Gestalt

$$Q\lambda,$$

wo λ der Kosinus des Winkels ist, den der Radiusvektor des betrachteten Punktes mit der x -Achse bildet, während Q in allen Punkten von S denselben Wert hat. Der Wert der Funktion $b - a$ ist also auf der Kugel symmetrisch um die x -Achse herum verteilt, und es ist klar, dass auch die Funktion φ dieselbe Symmetrie aufweisen muss, und dass man also setzen darf

$$\varphi = F(\lambda),$$

wo F eine näher zu bestimmende Funktion ist. Um sie zu finden, bemerken wir, dass, wenn auf der rechten Seite von (21) nicht der Ausdruck $Q\lambda$, sondern $Q\mu$ oder $Q\nu$ stände, wo μ und ν die Kosinus der Winkel zwischen dem obengenannten Radiusvektor und der y -Achse, bzw. der z -Achse bedeuten, der Gleichung durch $\varphi = F(\mu)$ oder $\varphi = F(\nu)$ genügt werden würde.

Es seien nun l, m, n die Richtungskonstanten einer beliebigen vom Ursprunge aus gezogenen Geraden, und σ der Kosinus des Winkels, den der nach irgendeinem Punkte der Kugel gezogene Radiusvektor mit dieser Geraden bildet. Stände dann auf der rechten Seite von (21) der Ausdruck $Q\sigma$, so wäre

$$\varphi = F(\sigma)$$

eine Lösung. Da aber

$$\sigma = l\lambda + m\mu + n\nu,$$

so folgt aus der in (24) ausgedrückten Eigenschaft, dass auch

$$\varphi = lF(\lambda) + mF(\mu) + nF(\nu)$$

eine Lösung ist. Mit Rücksicht auf das oben über die Differenz zweier Werte von φ Gesagte können wir also schliessen, dass

$$F(l\lambda + m\mu + n\nu) - lF(\lambda) - mF(\mu) - nF(\nu) = S$$

unabhängig von λ, μ, ν sein muss.

Diese Gleichung muss bei festgehaltenen l, m, n für alle Werte von λ, μ, ν gelten, und indem wir sie nach diesen Grössen differenzieren, zeigt sich, dass für alle mit der Beziehung

$$\lambda d\lambda + \mu d\mu + \nu d\nu = 0$$

verträglichen Werte von $d\lambda, d\mu, d\nu$

$$l[F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\lambda)]d\lambda + m[F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\mu)]d\mu \\ + n[F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\nu)]d\nu = 0$$

sein muss. Daraus folgt

$$\frac{l}{\lambda} [F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\lambda)] = \frac{m}{\mu} [F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\mu)] \\ = \frac{n}{\nu} [F'(l\lambda + m\mu + n\nu) - F'(\nu)]. \quad (25)$$

Diese Gleichung muss für alle Werte von $l, m, n, \lambda, \mu, \nu$ bestehen. Setzt man $l = \lambda, m = \mu, n = \nu$, so liefert sie

$$F'(\lambda) = F'(\mu) = F'(\nu),$$

woraus folgt, dass F' eine Konstante C ist, wodurch offenbar auch im allgemeinen der Bedingung (25) genügt ist.

Es ist nun ferner

$$F(\lambda) = C\lambda + C'$$

und also

$$\varphi = C\lambda + C'$$

eine Lösung der Gleichung (21). Ebenso wie C ist auch C' auf der Kugelfläche S konstant. Die beiden Grössen können aber von der einen Kugelfläche zur anderen variieren und sind also als Funktionen von r zu betrachten.

Das Glied C' brauchen wir aus dem bereits angegebenen Grunde nicht weiter zu berücksichtigen. Was aber das Glied $C\lambda$ betrifft, so entsteht dieses aus der in (21) rechts stehenden Grösse, für die wir $Q\lambda$ schrieben, durch Multiplikation mit C/Q , was offenbar eine Funktion von r ist. Bezeichnen wir diese mit $\chi(r)$, so erhalten wir schliesslich als Lösung von (21)

$$\varphi = \left\{ \xi \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{m} \frac{\xi}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r} (X - K) \right\} \chi(r),$$

wobei nur noch zu bemerken ist, dass dies auch den Nebenbedingungen (22) und (23) genügt.

Für den elektrischen Strom i und den Wärmestrom w ergibt sich nunmehr nach (16) und (17)

$$i = e\omega \int \left\{ \xi^2 \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{1}{m} \frac{\xi^2}{r} \frac{\partial f_0}{\partial r} (X - K) \right\} \chi(r) d\lambda,$$

$$w = \frac{1}{2} \omega \int \left\{ m \xi^2 r^2 \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \xi^2 r \frac{\partial f_0}{\partial r} (X - K) \right\} \chi(r) d\lambda.$$

In den Integralen dürfen wir hier ξ^2 durch $\frac{1}{3}r^2$ ersetzen, und die Vergleichung mit den Ausdrücken (3) und (4) führt dann zu folgenden Werten der Koeffizienten α , β , γ , δ :

$$\alpha = \frac{1}{3} e \int r^2 \frac{\partial f_0}{\partial T} \chi(r) d\lambda,$$

$$\beta = \frac{e}{3m} \int r \frac{\partial f_0}{\partial r} \chi(r) d\lambda,$$

$$\gamma = -\frac{1}{6} m \int r^4 \frac{\partial f_0}{\partial T} \chi(r) d\lambda,$$

$$\delta = \frac{1}{6} \int r^3 \frac{\partial f_0}{\partial r} \chi(r) d\lambda.$$

Um die Beziehung (13) zu prüfen, wollen wir für f_0 die dem MAXWELL'schen Gesetze entsprechende Funktion einführen, wobei allerdings zu bemerken ist, dass wir diese aus unseren Grundannahmen nicht ableiten können. Vielmehr bleibt, wie bereits hervorgehoben wurde, f_0 unbestimmt, solange wir keine Änderungen der Grösse der Geschwindigkeiten zulassen. Man kann sich indes vorstellen, dass andere Wirkungen, die in so geringem Masse auftreten, dass sie bei der oben durchgeführten Bestimmung der Zusatzfunktion φ nicht in Betracht kommen, eine bestimmte Form von f_0 zur Folge haben. Es könnten das Wechselwirkungen zwischen Elektronen und Atomen sein, die einen Austausch von Energie herbeiführen; ein solcher Austausch muss ja unzweifelhaft stattfinden, obgleich er in den hier zugrunde gelegten Voraussetzungen keine Rolle spielt. Auch könnte man an die wechselseitigen Zusammenstösse zwischen den freien Elektronen denken.

Nach dem MAXWELL'schen Gesetze ist zu setzen

$$f_0 = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \epsilon^{-\frac{mr^2}{2kT}}, \quad (26)$$

ein Ansatz, mittels dessen man jetzt nachträglich zeigen kann, dass der Gleichung (20) genügt wird, wenn man für K den Wert (12) einführt.

Es ergibt sich weiter aus demselben

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} = \left(\frac{d \log N}{dT} - \frac{3}{2T} + \frac{mr^2}{2kT^2} \right) f_0,$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial r} = -\frac{mr}{kT} f_0,$$

und wir schliessen hieraus, dass

$$\alpha = \left(\frac{1}{3} e \frac{d \log N}{dT} - \frac{e}{2T} \right) \int r^2 f_0 \chi(r) d\lambda + \frac{em}{6kT^2} \int r^4 f_0 \chi(r) d\lambda,$$

$$\beta = -\frac{e}{3kT} \int r^2 f_0 \chi(r) d\lambda,$$

$$\delta = -\frac{m}{6kT} \int r^4 f_0 \chi(r) d\lambda$$

ist. Setzt man diese Werte in die linke Seite der Gleichung (13) ein, so erhält man $3k/2eT$, was wirklich unabhängig von der Natur des Metalls ist.

Ich will nicht unterlassen zu bemerken, dass die Übereinstimmung der Werte von α , β und δ mit der thermodynamischen Beziehung nur dadurch erreicht werden konnte, dass für den Gleichgewichtszustand das MAXWELL'sche Verteilungsgesetz angenommen wurde, dass aber der Wert der Konstanten k in den vorstehenden Betrachtungen keine Rolle spielt.

Die Kenntnis der Funktion $\chi(r)$ war für unseren Zweck nicht nötig. Man wird sie aber nicht entbehren können, wenn man bestimmte Werte für α , β , γ , δ , sowie für die Leitfähigkeiten erhalten will; dann muss man speziellere Annahmen über die Wirkung bei den Zusammenstößen versuchen. Solange man sich davon enthält, kann man auch das WIEDEMANN-FRANZ'sche Gesetz nicht ableiten. Es lässt sich sogar durch die Betrachtung eines geeigneten besonderen Falles zeigen, dass es im allgemeinen nicht gelten kann. Es wäre demnach als eine Näherungsregel anzusehen.

Es mögen zum Schluss noch einige weitere Probleme kurz besprochen werden.

Erstens wollen wir die Grundgleichung (14), oder vielmehr die allgemeinere Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \xi + \frac{\partial f}{\partial y} \eta + \frac{\partial f}{\partial z} \zeta + \frac{1}{m} \frac{\partial(fX)}{\partial \xi} + \frac{1}{m} \frac{\partial(fY)}{\partial \eta} + \frac{1}{m} \frac{\partial(fZ)}{\partial \zeta} = b - a, \quad (27)$$

die in denjenigen Fällen gilt, wo X , Y , Z von ξ , η , ζ abhängen, auf ein Metall anwenden, das sich in einem homogenen magnetischen Felde befindet. Sind \mathfrak{H}_x , \mathfrak{H}_y , \mathfrak{H}_z die Komponenten des Feldes, so hat man für die auf ein freies Elektron wirkende Kraft

$$X = \frac{e}{c} (\eta \mathfrak{H}_z - \zeta \mathfrak{H}_y), \quad Y = \frac{e}{c} (\zeta \mathfrak{H}_x - \xi \mathfrak{H}_z), \quad Z = \frac{e}{c} (\xi \mathfrak{H}_y - \eta \mathfrak{H}_x),$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Die entsprechenden Glieder in (27), nämlich

$$\frac{e}{mc} \left\{ \left(\zeta \frac{\partial f}{\partial \eta} - \eta \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \mathfrak{H}_x + \left(\xi \frac{\partial f}{\partial \zeta} - \zeta \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \mathfrak{H}_y + \left(\eta \frac{\partial f}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \mathfrak{H}_z \right\}$$

verschwinden, wenn f eine Funktion von r ist, und es kann also

unter der Wirkung magnetischer Kräfte dieselbe stationäre Geschwindigkeitsverteilung wie bei Abwesenheit eines Feldes bestehen. Wie mir scheint, kann man hieraus schliessen, dass man nicht, wie J. J. THOMSON ¹⁾ versucht hat, die diamagnetischen Eigenschaften eines Metalls auf die durch das Magnetfeld verursachte Krümmung der Elektronenbahnen zurückführen kann.

Wir betrachten zweitens eine sich mit konstanter Geschwindigkeit um ihre Achse drehende kreisförmige Metallscheibe. In einer solchen wird sich die Dichte N der freien Elektronen vom Mittelpunkt nach dem Rande hin ändern, und wird ausserdem in radialer Richtung ein Potentialgefälle bestehen. Übrigens dürfen wir annehmen, dass die Elektronenbewegung dieselbe ist, wie in einem ruhenden Metall, dass also das MAXWELL'sche Gesetz gilt und $b - a = 0$ ist.

Wir wählen die Rotationsachse zur z -Achse und bezeichnen die Winkelgeschwindigkeit mit ω , die Entfernung von der Achse mit l und das Potential mit φ . Es ist dann

$$X = -e \frac{x}{l} \frac{d\varphi}{dl}, \quad Y = -e \frac{y}{l} \frac{d\varphi}{dl},$$

und dem Umstande, dass die Elektronen nebst ihrer Wärmebewegung auch die Geschwindigkeit des Metalls mit den Komponenten $-\omega y, +\omega x, 0$ haben, tragen wir dadurch Rechnung, dass wir in der Gleichung (26) ξ und η durch $\xi + \omega y, \eta - \omega x$ ersetzen ²⁾. Es ist also, wenn wir

$$\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} = C, \quad \frac{m}{kT} = h$$

setzen

$$f = CN \varepsilon^{-\frac{1}{2} h \{ (\xi + \omega y)^2 + (\eta - \omega x)^2 + \zeta^2 \}}.$$

Man findet leicht, dass der Grundgleichung genügt wird, wenn

$$\frac{d \log N}{dl} + \frac{he}{m} \frac{d\varphi}{dl} - h\omega^2 l = 0 \quad (28)$$

ist. Man kann dies dahin deuten, dass der Zentrifugalkraft zum

¹⁾ Rapports du Congrès de physique de 1900, Paris, p. 148.

²⁾ Man könnte auch unter Einführung der Zentrifugalkraft die Erscheinungen auf ein in der Scheibe festgelegtes Achsenkreuz beziehen.

Teil durch die aus der Anhäufung der beweglichen Teilchen nach dem Umfang hin, ähnlich wie in einer rotierenden Gasmasse, entstehenden Druckdifferenz, zum Teil durch die auftretende elektrische Kraft das Gleichgewicht gehalten wird. Um die beiden unbekanntenen Größen

$$\frac{d \log N}{dl} \text{ und } \frac{d\varphi}{dl}$$

zu bestimmen, hätte man (28) mit der Poisson'schen Gleichung zu verbinden. Wir wollen darauf aber nicht eingehen und nur bemerken, dass man in realisierbaren Fällen das erste Glied in (28) gegen das zweite vernachlässigen darf. Infolgedessen wird

$$\varphi = \frac{m\omega^2}{2e} l^2 + \varphi_0,$$

eine Gleichung, die man auch mittels sehr elementarer Betrachtungen ableiten kann.

Die hierdurch angezeigten Potentialdifferenzen sind so klein, dass es noch nicht gelungen ist, sie zu beobachten ¹⁾.

Interessant ist auch folgendes Problem. Ein zu einem geschlossenen Kreis gebogener Metalldraht wird mit beliebig veränderlicher Geschwindigkeit um seine geometrische Achse gedreht; es soll die in demselben stattfindende Elektrizitätsbewegung bestimmt werden.

Es seien: v_1 die Geschwindigkeit eines Punktes des Drahtes, v_2 die mittlere Geschwindigkeit der freien Elektronen in der Richtung des Umfanges, n die Anzahl dieser Elektronen pro Längeneinheit, s der Umfang, r der Widerstand des Drahtes und L der Koeffizient der Selbstinduktion. Dann ist die Stromstärke

$$i = ne(v_2 - v_1), \quad (29)$$

das für den Umfang genommene Linienintegral der elektrischen Kraft

$$-L \frac{di}{dt}$$

¹⁾ Siehe E. F. NICHOLS. Phys. Zeitschrift. 7, 640, 1906.

und also die auf ein Elektron wirkende Kraft

$$-\frac{Le}{s} \frac{di}{dt}.$$

Den Widerstand können wir dadurch in Rechnung ziehen, dass wir für jedes Elektron eine Kraft

$$-\frac{re}{s} i$$

ansetzen, und es ergibt sich also die Bewegungsgleichung

$$m \frac{dv_2}{dt} = -\frac{Le}{s} \frac{di}{dt} - \frac{re}{s} i. \quad (30)$$

Führt man hier den Wert (29) ein, so erhält man eine Differentialgleichung, die zur Bestimmung von v_2 und i genügt, wenn v_1 als Funktion von t gegeben ist.

Wir beschränken uns auf den Fall, dass dem Drahte in kurzer Zeit eine Geschwindigkeit w erteilt wird, die dann fernerhin konstant bleibt. Für $t = 0$ ist dann $v_1 = 0$, $v_2 = 0$, $i = 0$, und von einer gewissen Zeit τ an $v_1 = w$, $v_2 = w$, $i = 0$. Indem wir nun die Gleichung (30) von $t = 0$ bis $t = \tau$ integrieren, erhalten wir

$$\int_0^\tau i dt = -\frac{ms}{re} w,$$

wodurch sich die Elektrizitätsbewegung berechnen lässt, die während des Entstehens der Geschwindigkeit w stattfindet. Eine gleich starke Elektrizitätsbewegung von entgegengesetzter Richtung wird auftreten, wenn der Draht wieder zur Ruhe gebracht wird. Die numerische Rechnung lehrt, dass auch diese Effekte kaum beobachtbar sein werden.

Während in diesem Problem von der Wärmebewegung der Elektronen (deren Einfluss sich in dem Widerstande r bemerkbar macht) nicht gesprochen zu werden brauchte, wollen wir sie jetzt wieder ins Auge fassen. Sie hat zur Folge, dass eine einem Metall erteilte Ladung nicht an der Oberfläche ihren Sitz hat, sondern sich bis zu einer gewissen Tiefe ins Innere erstreckt. Wir wollen diese Tiefe zu schätzen versuchen.

Es sei das Metall von einer Ebene begrenzt, die wir zur yz -Ebene wählen, indem wir die positive x -Achse dem Inneren des Metalls zuwenden. Die elektrische Ladung bestehe in einer Änderung der Zahl der freien Elektronen, so dass diese pro Volumeneinheit durch $N + \nu$ dargestellt werden kann, wo N sich auf den natürlichen Zustand bezieht. Die Zahl ν hängt von x ab; N aber wollen wir als eine Konstante betrachten. Wir denken uns nämlich, dass die Substanz überall, bis hart an die Oberfläche, dieselben physikalischen Eigenschaften besitzt.

Ist nun φ das elektrische Potential, so wirkt auf die in einer unendlich dünnen Schicht dx pro Flächeneinheit enthaltenen Elektronen die Kraft

$$- (N + \nu) e \frac{d\varphi}{dx} dx,$$

und dieser muss nun die Differenz des Elektronendruckes auf beiden Seiten der Schicht das Gleichgewicht halten. Da dieser Druck durch den Ausdruck $kT (N + \nu)$ gegeben wird, so hat man

$$- Ne \frac{d\varphi}{dx} - kT \frac{d\nu}{dx} = 0,$$

wo wir im ersten Gliede N statt $N + \nu$ geschrieben haben; wir wollen nämlich annehmen, dass ν sehr klein gegen N ist.

Hiermit verbinden wir die POISSON'sche Gleichung, für die wir bei Benutzung rationeller Einheiten, da φ nur von x abhängt, schreiben dürfen

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = - e\nu.$$

Aus den beiden Gleichungen folgt

$$kT \frac{d^2\nu}{dx^2} = Ne^2\nu,$$

also, wenn man

$$\frac{1}{e} \sqrt{\frac{kT}{N}} = \lambda$$

setzt, und berücksichtigt, dass für $x = +\infty$, $\nu = 0$ sein wird,

$$v = v_0 \varepsilon^{-\frac{x}{\lambda}},$$

wo v_0 der Wert für $x = 0$ ist.

Als Mass für die Dicke der Schicht kann man den Abstand λ betrachten, auf dem die Zahl v einen ε -mal kleineren Wert bekommt. Nimmt man an, dass im natürlichen Zustande auf je s Atome ein freies Elektron vorkommt, so wird

$$\lambda = \lambda' \sqrt{s},$$

wo sich λ' aus bekannten Daten berechnen lässt. Für Kupfer bei 15° C finde ich

$$\lambda' = 4,2 \cdot 10^{-10} \text{ cm};$$

es wäre somit, sogar für $s = 100$,

$$\lambda < 10^{-8} \text{ cm}.$$

Indes kann man diesem Resultat keine andere Bedeutung beilegen als die, dass es zeigt, dass die Ladung jedenfalls in einer äusserst dünnen Schicht enthalten ist. Die gefundene Länge liegt nämlich unterhalb der Entfernung benachbarter Atome, und unsere Ableitung kann also nicht als genau richtig gelten, da wir die durch die Struktur der Materie gestellten Grenzen überschritten haben.

Es sei gestattet noch eine Frage zu erwähnen, bei der eine ähnliche Einschränkung in der atomistischen Struktur der Elektrizität ihren Grund hat.

In der Elektrostatik wird gelehrt, dass ein von einer unendlich ausgedehnten Ebene E begrenzter Leiter eine ihm gegenübergestellte in einem Punkte P konzentrierte elektrische Ladung e genau so anzieht, als wenn eine gleiche Ladung vom entgegengesetzten Vorzeichen sich in dem Spiegelbilde von P in bezug auf die Ebene E befände, und zwar kommt das dadurch zustande, dass eine Ladung $-e$ in bestimmter Weise über die Grenzfläche verteilt ist. Die Dichte der Influenzladung ist der dritten Potenz der Entfernung von P umgekehrt proportional.

Wenn nun e die Elementarladung ist, ein Fall, den man gegenwärtig realisieren kann, so ist auch $-e$ eine solche, und es ist klar,

dass dann die soeben genannte Verteilung in Wirklichkeit nicht bestehen kann. Ist e positiv, so enthielte das Metall *ein* überschüssiges Elektron, und dieses wird sich, ebenso wie die sonstigen freien Elektronen, unaufhörlich bewegen, wobei selbstverständlich die von P ausgehenden Kräfte sich bemerklich machen werden. Was aber die auf diesen Punkt ausgeübte Wirkung betrifft, so wird sie von einem Augenblick zum anderen rasch wechseln, und nur ihr Mittelwert wird der Beobachtung zugänglich sein. Es wäre interessant, die Grösse dieses Mittelwertes aus statistischen Betrachtungen abzuleiten.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei einem Flüssigkeitstropfen, der ein einziges überschüssiges Elektron trägt. Auch hier kann die Ladung nicht im gewöhnlichen Sinne des Wortes über die Oberfläche „verteilt“ sein.

NOTES SUR LA THÉORIE DES ÉLECTRONS¹⁾

1. *Formules fondamentales (unités rationnelles).* — Soient :

- ρ la densité de la charge électrique ;
- \mathbf{v} la vitesse d'un point de la charge ;
- c la vitesse de la lumière ;
- \mathbf{d} la force électrique, ou le déplacement diélectrique ;
- \mathbf{h} la force magnétique.

L'intensité de courant est donnée par $\dot{\mathbf{d}} + \rho\mathbf{v}$, et l'on a les équations

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial z} &= \rho, \\ \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}}_x + \rho v_x), \quad \dots, \\ \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \mathbf{h}_x, \quad \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

La force qui agit sur l'unité de charge est

$$\mathbf{f} = \mathbf{d} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}], \quad (2)$$

$[\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}]$ étant le produit vectoriel de \mathbf{v} et de \mathbf{h} .

2. *Les équations fondamentales s'accordent avec le principe de relativité.*

La transformation dont on se sert dans la théorie de la relativité spéciale peut être mise sous la forme

¹⁾ Rapport à la Réunion Solvay, avril 1921. Gauthier-Villars, Paris, 1923.

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = az - bct, \quad t' = at - \frac{b}{c}z, \quad (3)$$

où a et b sont des constantes reliées entre elles par l'équation

$$a^2 - b^2 = 1.$$

Si l'on pose

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{d}'_x &= a\mathbf{d}_x - b\mathbf{h}_y, & \mathbf{d}'_y &= a\mathbf{d}_y + b\mathbf{h}_x, & \mathbf{d}'_z &= \mathbf{d}_z, \\ \mathbf{h}'_x &= a\mathbf{h}_x + b\mathbf{d}_y, & \mathbf{h}'_y &= a\mathbf{h}_y - b\mathbf{d}_x, & \mathbf{h}'_z &= \mathbf{h}_z, \\ \rho' &= \left(a - b \frac{v_z}{c} \right) \rho, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

on aura pour les grandeurs \mathbf{d}' , \mathbf{h}' des équations qui ont exactement la même forme que les formules du paragraphe 1.

3. La théorie de la relativité exige qu'un électron animé d'une vitesse de translation \mathbf{v} s'aplatisse dans la direction de cette translation dans le rapport de 1 à $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. La quantité de mouvement et l'énergie sont données par les expressions

$$\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (5)$$

et

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (6)$$

dans lesquelles m est une constante (masse de l'électron).

4. C'est pour l'électron que ces expressions ont été déduites en premier lieu, mais on a reconnu plus tard qu'elles s'appliquent à un corps quelconque qui, en se déplaçant avec la vitesse \mathbf{v} , se trouve dans un état stationnaire, les mouvements internes, quelle qu'en soit du reste la nature, ne conduisant à aucun changement, qui irait toujours dans le même sens.

Démonstration. — Désignons:

par X_x, X_y, \dots les tensions par unité de surface,

par $\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_y, \mathbf{G}_z$ les quantités de mouvement par unité de volume,

par E l'énergie par unité de volume,
et par $\mathbf{S}_x, \mathbf{S}_y, \mathbf{S}_z$ les composantes du courant d'énergie,

et supposons qu'entre ce courant et la quantité de mouvement
il y ait toujours la relation

$$\mathbf{S} = c^2 \mathbf{G}. \quad (7)$$

Nous aurons alors les formules de transformation suivantes:

$$\begin{aligned} X'_x &= X_x, & Y'_y &= Y_y, & X'_y &= X_y, \\ X'_z &= aX_z + bc\mathbf{G}_x, & Y'_z &= aY_z + bc\mathbf{G}_y, \\ Z'_z &= a^2Z_z + 2abc\mathbf{G}_z - b^2E, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{G}'_x = \frac{b}{c} X_z + a\mathbf{G}_x, \quad \mathbf{G}'_y = \frac{b}{c} Y_z + a\mathbf{G}_y,$$

$$\mathbf{G}'_z = \frac{ab}{c} Z_z + (a^2 + b^2) \mathbf{G}_z - \frac{ab}{c} E, \quad (9)$$

$$E' = -b^2Z_z - 2abc \mathbf{G}_z + a^2E. \quad (10)$$

Supposons maintenant que, dans le système x, y, z, t , la quantité de mouvement totale soit nulle, et que l'énergie ait une valeur que nous représenterons par mc^2 . En d'autres termes, si dS est un élément de volume et si les intégrales sont calculées pour une valeur déterminée du temps t ,

$$\int \mathbf{G}_z dS = 0 \quad (11)$$

et

$$\int E dS = mc^2. \quad (12)$$

Cela posé, on peut calculer, pour une valeur déterminée τ de t' , la quantité de mouvement du corps dans le système x', y', z', t' , c'est-à-dire la grandeur

$$\int \mathbf{G}'_z dS'.$$

Si l'on représente par $\varphi(x, y, z, t)$ le second membre de l'équation (9), on peut écrire

$$\int \mathbf{G}'_z dS' = \frac{1}{a} \int \varphi \left(x, y, z, \frac{1}{a} \tau + \frac{b}{ac} z \right) dS.$$

Comme le résultat doit être une constante, on peut remplacer ici φ par sa valeur moyenne

$$\bar{\varphi}\left(x, y, z, \frac{1}{a}\tau + \frac{b}{ac}z\right),$$

prise pour un intervalle très étendu de la variable τ .

Pour un état stationnaire cette valeur est égale à

$$\bar{\varphi}(x, y, z, t),$$

prise pour un intervalle très long de la variable t .

Donc, en vertu de l'équation (9),

$$\int \mathbf{G}'_z dS' = \frac{b}{c} \int \bar{Z}_z dS + \left(a + \frac{b^2}{a}\right) \int \bar{\mathbf{G}}_z dS - \frac{b}{c} \int \bar{E} dS.$$

On peut démontrer ¹⁾ que la première intégrale s'annule, et on a donc, si l'on tient compte de (11) et de (12),

$$\int \mathbf{G}'_z dS' = -bmc.$$

Si l'on applique le même raisonnement à l'équation (10), on trouve pour l'énergie du corps, dans le système x', y', z', t' , la valeur

$$amc^2.$$

Comme la quantité de mouvement est nulle dans le système x, y, z, t , on peut bien dire que dans ce système le corps n'a pas de mouvement de translation et que, dans le système x', y', z', t' , il a la vitesse avec laquelle le point $x = y = z = 0$ se déplace dans ce système. Cette vitesse a la direction de l'axe des z et la grandeur

$$v = -\frac{b}{a}c, \tag{13}$$

¹⁾ Soit, pour une valeur déterminée de z , $\int Z_z dx dy = Q$. Alors, en vertu de la signification de Z_z et de \mathbf{G}_z ,

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{d}{dt} \int \mathbf{G}_z dx dy.$$

Cela nous donne pour la moyenne $\partial \bar{Q} / \partial z = 0$ et $\bar{Q} = 0$, parce que \bar{Q} doit être nul pour $z = -\infty$. Mais

$$\int \bar{Z}_z dS = \int \bar{Q} dz.$$

de sorte qu'on a

$$a = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad b = -\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (14)$$

Les valeurs que nous venons de trouver pour la quantité de mouvement et l'énergie se réduisent maintenant aux expressions (5) et (6). Ces expressions peuvent être appliquées à un atome ou à une molécule, et même à un corps de grandeur quelconque, ou au rayonnement noir enfermé dans une enceinte.

5. *Application à un système qui se divise en deux parties ayant les masses m_1 et m_2 , et se mouvant dans la direction de OZ avec les vitesses v_1 et $-v_2$.*

Si le système primitif a la masse m et la vitesse 0, on a

$$\frac{m_1 v_1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} - \frac{m_2 v_2}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} = 0,$$

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}} + \frac{m_2}{\sqrt{1-v_2^2/c^2}} = m.$$

Ces formules, qui expriment la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, nous permettent de calculer m_2 et v_2 , si m , m_1 , v_1 , sont connus.

Si m_1 est très petit par rapport à m , on a en première approximation

$$m_2 = m - \frac{m_1}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}}, \quad v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1.$$

6. *Constitution de l'électron.* — Dans ce qui suit, l'électron sera regardé comme étant, à l'état de repos, une sphère de rayon R , portant une charge e uniformément distribuée sur la surface. Une translation v la change en ellipsoïde aplati.

Il est facile de déterminer le champ électromagnétique qui entoure l'électron mobile et de calculer la quantité de mouvement et l'énergie dont ce champ est le siège. Le résultat est

$$\frac{e^2 v}{6\pi c^2 R} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

pour la quantité de mouvement et

$$\frac{e^2}{6\pi R} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{e^2}{24\pi R} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

pour l'énergie.

Reste à savoir quelles sont les valeurs de la quantité de mouvement et de l'énergie qui existent à l'intérieur de l'électron, où il n'y a pas de champ électromagnétique. Pour déterminer ces valeurs, je supposerai que l'électron se trouve en repos dans le système x, y, z, t . Il est alors soumis à la tension

$$\frac{e^2}{32\pi^2 R^4}$$

dans la direction des lignes de force extérieures, ce qui nous conduit à poser pour l'intérieur

$$X_x = Y_y = Z_z = \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}.$$

Admettons encore que, dans le cas considéré, l'énergie E par unité de volume ait une valeur ε , constante dans toute l'étendue de l'électron. Évidemment, pour l'état de repos, $\mathbf{G} = 0$.

Passons maintenant à un autre système x', y', z', t' , en nous servant des formules de transformation (8)-(10). On trouve

$$\begin{aligned} X'_x &= Y'_y = \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}, \\ Z'_z &= a^2 \frac{e^2}{32\pi^2 R^4} - b^2 \varepsilon, \\ \mathbf{G}'_z &= \frac{ab}{c} \left(\frac{e^2}{32\pi^2 R^4} - \varepsilon \right), \\ E' &= a^2 \varepsilon - b^2 \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}. \end{aligned}$$

Les deux dernières valeurs, multipliées par $4\pi R^3/3a$ (volume de l'électron) s'ajoutent aux grandeurs (15) et (16). On trouve ainsi pour les valeurs totales de la quantité de mouvement et de l'énergie des expressions qui s'accordent avec (5) et (6) quand on pose

$$m = \frac{e^2}{8\pi c^2 R} + \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{\varepsilon}{c^2}.$$

D'après une hypothèse bien connue de POINCARÉ on aurait

$$\varepsilon = \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}.$$

Cela nous donne

$$m = \frac{e^2}{6\pi c^2 R},$$

$$X'_x = Y'_y = Z'_z = \varepsilon, \quad E' = \varepsilon, \quad \mathbf{G}'_z = 0.$$

A l'intérieur de l'électron mobile il n'y aurait donc ni quantité de mouvement ni courant d'énergie; les tensions normales et la densité de l'énergie y resteraient toujours les mêmes.

Dans l'hypothèse de POINCARÉ on se heurte à la difficulté que l'équilibre entre les tensions de MAXWELL et une tension intérieure constante n'est pas stable. Pour s'assurer de la stabilité on peut considérer l'électron comme un corps *rigide*, c'est-à-dire comme composé d'une substance ayant des modules d'élasticité infiniment grands, ce qui, bien entendu, ne la mettrait pas à l'abri de la contraction qui est causée par un mouvement de translation.

Si l'électron est rigide, il est naturel de poser $\varepsilon = 0$; en effet, il n'y aurait aucun moyen de se rendre compte d'une valeur différent de 0.

La supposition $\varepsilon = 0$ conduit à

$$m = \frac{e^2}{8\pi c^2 R}$$

et entraîne les conséquences un peu singulières qu'à l'intérieur d'un électron se mouvant avec la vitesse \mathbf{v} , il y aurait une quantité de mouvement et une énergie *negatives*, ces grandeurs étant données par

$$\mathbf{G}'_z = -\frac{\mathbf{v}}{c^2 - \mathbf{v}^2} \cdot \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}; \quad E' = -\frac{\mathbf{v}^2}{c^2 - \mathbf{v}^2} \cdot \frac{e^2}{32\pi^2 R^4}.$$

7. *Mouvement d'un système de particules chargées sous l'influence de leurs attractions et répulsions électrostatiques mutuelles.*

Soit k/r^2 la force entre deux particules, k étant positif dans le cas d'une répulsion.

L'énergie potentielle a la valeur

$$U = \Sigma \frac{k}{r}.$$

D'un autre côté le théorème du viriel ¹⁾ nous apprend que, pour un état de mouvement stationnaire, la valeur moyenne de l'énergie cinétique T est égale à la moitié de celle du viriel, changée de signe, c'est-à-dire que \bar{T} est égal à la valeur moyenne de

$$-\frac{1}{2} \Sigma \frac{k}{r}.$$

Entre les valeurs moyennes des énergies potentielle et cinétique il y a donc la relation

$$\bar{U} = -2\bar{T}. \quad (17)$$

Ce résultat peut être étendu au cas où le système est placé dans un champ électrique \mathbf{E} , homogène et constant. Plaçons l'axe des x dans la direction de ce champ, désignons par e la charge d'une des particules, et soit $\Sigma e = 0$. Comme la force électrique \mathbf{E} donne lieu à un terme $-\mathbf{E}\Sigma(ex)$ dans l'énergie potentielle, et à un terme $\mathbf{E}\Sigma(ex)$ dans le viriel, on trouve

$$\bar{U} = -2\bar{T} - 2\mathbf{E}\Sigma(\bar{ex}).$$

8. Applications de la relation (17).

a. Si l'on éloigne les particules les unes des autres à des distances infinies, de telle manière qu'elles se trouvent en repos après la séparation, l'énergie augmente de

$$-(U + T) = \bar{T}.$$

Par conséquent, la masse du système est moindre que la somme des masses des particules isolées, la différence étant

$$\frac{\bar{T}}{c^2} = \frac{1}{2c^2} \Sigma \overline{mv^2}.$$

b. La formule (17) montre que \bar{U} doit être négatif. Dans la somme

¹⁾ Je rappellerai qu'on donne le nom de *viriel* d'un système de forces X, Y, Z , appliquées aux points x, y, z , à la somme $\Sigma (Xx + Yy + Zz)$.

$$\Sigma \frac{k}{r}$$

les termes correspondant aux attractions doivent donc l'emporter sur ceux qui proviennent des répulsions. Ou bien, parce que $k = ee'$, les termes dans lesquels e et e' ont des signes opposés doivent l'emporter sur ceux dans lesquels e et e' ont le même signe.

On pourrait appliquer cette condition au noyau d'un atome, s'il était permis de le considérer comme un système de particules agissant les unes sur les autres selon les lois de l'électrostatique et se mouvant conformément aux règles de la mécanique classique. Prenons comme exemple le noyau de l'oxygène tel que M. RUTHERFORD se l'est imaginé. Il se compose de quatre particules A à charge $+2$, une particule B à charge $+2$, et deux électrons à charge -1 . Entendons par distance moyenne la valeur inverse de la moyenne de $1/r$, et appelons

r_1 la distance moyenne entre deux A ,

r_2 la distance moyenne entre un A et B ,

r_3 la distance moyenne entre les deux électrons,

r_4 la distance moyenne entre un électron et un A ,

r_5 la distance moyenne entre un électron et B .

La condition devient

$$\frac{16}{r_4} + \frac{4}{r_5} > \frac{24}{r_1} + \frac{16}{r_2} + \frac{1}{r_3}. \quad (18)$$

Il semble douteux que cette inégalité puisse se vérifier.

9. *Un théorème plus général.* — Il est probable que les forces entre les particules constituantes d'un noyau sont loin d'être simplement électrostatiques et qu'elles peuvent donner lieu à des déformations considérables des particules. Il y a donc, peut-être, quelque intérêt à faire connaître un théorème analogue à celui du viriel, mais d'une portée plus générale que la proposition dont il fut question au paragraphe 7. Je supposerai seulement que le champ entre les particules se conforme aux équations de MAXWELL et que ce n'est qu'à l'intérieur des particules qu'il y a des forces de nature non-électromagnétique, telles que la tension imaginée par POINCARÉ. De plus, le système sera supposé ne pas avoir de vitesse de translation.

Soient, par unité de volume, X , Y , Z les composantes de la force non-électromagnétique. On aura

$$X = -\rho \mathbf{f}_x, \quad Y = -\rho \mathbf{f}_y, \quad Z = -\rho \mathbf{f}_z,$$

où \mathbf{f} est la force déterminée par la formule (2).

Pour le viriel V des forces non-électromagnétiques

$$V = \int (xX + yY + zZ) dS = - \int (x\mathbf{f}_x + y\mathbf{f}_y + z\mathbf{f}_z) \rho dS,$$

on trouve, en se servant des formules fondamentales et en limitant le champ S des intégrations par une surface fermée σ , dont la normale extérieure est n ,

$$V + \int (xX_n + yY_n + zZ_n) d\sigma = - \int \frac{1}{2} (\mathbf{d}^2 + \mathbf{h}^2) dS + \\ + \frac{d}{dt} \int (x\mathbf{G}_x + y\mathbf{G}_y + z\mathbf{G}_z) dS. \quad (19)$$

Ici \mathbf{G}_x , \mathbf{G}_y , \mathbf{G}_z sont les composantes de la quantité de mouvement électromagnétique, et X_n , Y_n , Z_n celles des tensions de MAXWELL agissant à la surface σ . On voit que la première intégrale n'est autre chose que le viriel de ces tensions.

Eloignons maintenant à l'infini les points de la surface σ . Le viriel des tensions tend alors vers 0, si les forces électrique et magnétique diminuent comme l'inverse du carré de la distance au centre; il en sera ainsi tant que le système ne rayonne pas. Le dernier terme de l'équation s'annule quand on passe aux valeurs moyennes, l'état étant considéré comme stationnaire. On voit donc que la valeur moyenne du viriel des forces non-électromagnétiques devient égale à celle de l'énergie électromagnétique du système, prise avec le signe opposé.

Ce théorème, bien différent au premier abord de la proposition du paragraphe 7, la comprend cependant comme cas particulier. Pour le moment, il semble difficile de tirer de cette généralisation quelque conséquence utile.

10. *Un atome placé dans un champ magnétique variable, le noyau étant en repos.*

Dans sa théorie du magnétisme M. LANGEVIN a montré comment on peut calculer le moment magnétique développé dans les

substances diamagnétiques par les forces électriques existant dans un champ magnétique variable. Pour le cas d'un noyau entouré d'un certain nombre d'électrons la théorie peut être mise sous une forme simple, qui se rapproche d'un théorème qu'on doit à M. LARMOR. Dans ce qui suit, les forces entre les particules constituantes de l'atome, noyau et électrons, seront considérées comme purement électrostatiques, et les équations de la mécanique ordinaire seront appliquées.

Plaçons l'origine des coordonnées dans le noyau et représentons par \mathbf{h}_0 la force magnétique en ce point. Il suffira de connaître la force agissant sur un électron qui se trouve à une distance très petite. Or, en vertu de la dernière des équations (1), on peut décomposer (pour le voisinage immédiat de O) la force électrique \mathbf{d} en deux parties, dont la première a pour composantes

$$\frac{1}{2c} (y\dot{\mathbf{h}}_{0z} - z\dot{\mathbf{h}}_{0y}) \quad \dots, \quad (20)$$

tandis que la seconde dépend d'un potentiel φ . Comme ce potentiel est dû au changement $\dot{\mathbf{h}}$ du champ magnétique, sa variation dépendra de $\dot{\mathbf{h}}$ et pourra souvent être négligée pour un temps suffisamment court. Pour un électron qui circule dans une orbite fermée, et pour lequel le travail des forces (20) peut avoir une valeur positive ou négative, le travail de la seconde partie de \mathbf{d} sera nul. On comprend ainsi que cette seconde partie est sans importance pour le magnétisme induit; aussi la négligerons-nous dans ce qui va suivre ¹⁾.

En introduisant encore la force $[\mathbf{v}, \mathbf{h}] e/c$ due aux mouvements des électrons dans le champ magnétique \mathbf{h} , on trouve pour chaque électron trois équations de la forme

$$m\ddot{x} = \mathbf{F}_x + \frac{e}{c} (y\dot{\mathbf{h}}_z - z\dot{\mathbf{h}}_y) + \frac{e}{2c} (y\dot{\mathbf{h}}_z - z\dot{\mathbf{h}}_y), \quad \dots, \quad (21)$$

où, pour simplifier, j'ai écrit \mathbf{h} au lieu de \mathbf{h}_0 .

$\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z$ sont les forces qui proviennent de l'action du noyau et des autres électrons.

En nous basant sur l'égalité des charges e des différents électrons, nous introduirons maintenant de nouvelles coordonnées

¹⁾ Le potentiel φ disparaît rigoureusement quand le champ magnétique est symétrique autour d'un axe passant par le noyau.

x', y', z' , prises par rapport à des axes qui tournent autour de la ligne de force passant par le point O avec la vitesse angulaire

$$\omega = -\frac{e}{2cm} \mathbf{h}. \quad (22)$$

Les composantes de cette vitesse angulaire, variable avec le champ \mathbf{h} , seront

$$-\frac{e}{2cm} \mathbf{h}_x, \quad -\frac{e}{2cm} \mathbf{h}_y, \quad -\frac{e}{2cm} \mathbf{h}_z,$$

et, si λ_1, μ_1, ν_1 sont les cosinus directeurs de x' par rapport à x, y, z ; λ_2, μ_2, ν_2 ceux de y' , et λ_3, μ_3, ν_3 ceux de z' , on aura

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{e}{2cm} (\mu_1 \mathbf{h}_z - \nu_1 \mathbf{h}_y), \quad \dots, \quad (23)$$

et, en négligeant le carré de \mathbf{h} ,

$$\ddot{\lambda}_1 = \frac{e}{2cm} (\mu_1 \dot{\mathbf{h}}_z - \nu_1 \dot{\mathbf{h}}_y), \quad \dots \quad (24)$$

Ensuite, les relations

$$x' = \lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z, \quad \dots$$

nous donnent

$$\ddot{x}' = \lambda_1 \ddot{x} + \mu_1 \ddot{y} + \nu_1 \ddot{z} + 2(\dot{\lambda}_1 \dot{x} + \dot{\mu}_1 \dot{y} + \dot{\nu}_1 \dot{z}) + \ddot{\lambda}_1 x + \ddot{\mu}_1 y + \ddot{\nu}_1 z, \quad \dots$$

En fin de compte, en introduisant ici les valeurs (23) et (24), on déduit facilement des équations (21)

$$m\ddot{x}' = \mathbf{F}'_x, \quad m\ddot{y}' = \mathbf{F}'_y, \quad m\ddot{z}' = \mathbf{F}'_z. \quad (25)$$

Le champ magnétique a disparu et

$$\mathbf{F}'_x = \lambda_1 \mathbf{F}_x + \mu_1 \mathbf{F}_y + \nu_1 \mathbf{F}_z \dots$$

sont les composantes des forces \mathbf{F}' par rapport aux nouveaux axes des coordonnées. Comme les distances mutuelles et les différences de coordonnées entrent dans ces composantes de la même manière que dans les expressions primitives pour $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z$, les équations du mouvement (25) ont exactement la même forme que celles qui détermineraient le mouvement par rapport à des axes immobiles dans le cas où il n'y aurait pas de champ magnétique.

Donc, lorsque l'on connaît le mouvement des électrons dans ce dernier cas, on pourra dire non seulement comment ce mouvement se modifiera dans un champ constant, mais aussi quelle sera l'influence de l'établissement ou de la disparition d'un champ magnétique.

Considérons, par exemple, l'action d'un champ qui a la direction de l'axe des z , et cherchons le moment magnétique de l'atome dans la direction de cet axe. Ce moment est donné par

$$\frac{e}{2c} \Sigma (xy \dot{-} yx), \quad (26)$$

la somme étant étendue à tous les électrons. Soit d'abord $\mathbf{h}_z = 0$; l'expression (26) a une certaine valeur que nous représenterons par \mathbf{m}_0 , et qui ne varie pas dans le cours du temps. Notre théorème nous apprend qu'après l'établissement d'un champ $\mathbf{h}_z = h$, ce sera l'expression (26) avec x, y remplacés par x', y' , qui a la valeur \mathbf{m}_0 , donc

$$\frac{e}{2c} \Sigma (x'y' \dot{-} y'x') = \mathbf{m}_0;$$

il s'agit d'en déduire

$$\mathbf{m} = \frac{e}{2c} \Sigma (xy \dot{-} yx),$$

ce qui est le vrai moment magnétique.

Les relations entre x, y, x', y' sont maintenant

$$x = x' \cos \vartheta - y' \sin \vartheta, \quad y = x' \sin \vartheta + y' \cos \vartheta,$$

avec

$$\dot{\vartheta} = -\frac{e}{2cm} h.$$

En substituant ces valeurs on trouve

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 - \frac{e^2}{4c^2m} \Sigma (x'^2 + y'^2) h. \quad (27)$$

Le dernier terme, dans lequel on peut remplacer la somme par $\Sigma(x'^2 + y'^2)$ (coordonnées primitives) représente le moment qui est *produit* par le champ magnétique h .

11. *Rotation d'un électron* ¹⁾. — Un électron tournant autour d'un diamètre, disons autour de l'axe OX , avec une vitesse angulaire ω constante ou lentement variable, a un moment magnétique dirigé suivant l'axe de rotation et de grandeur

$$\frac{eR^2}{3c} \omega.$$

La rotation produit un champ magnétique qui, à l'extérieur, correspond à ce moment. A l'intérieur le champ est uniforme :

$$\mathbf{h}_x = \frac{e}{6\pi cR} \omega. \quad (28)$$

L'énergie magnétique a la valeur

$$\frac{e^2R}{36\pi c^2} \omega^2$$

et la quantité de mouvement électromagnétique a, par rapport à l'axe de rotation, le moment

$$\frac{e^2R}{18\pi c^2} \omega.$$

On voit donc que l'électron se comporte comme une sphère ayant le moment d'inertie

$$\frac{e^2R}{18\pi c^2}.$$

12. *Action d'un champ sur un électron*. — Un électron, animé d'une vitesse de translation \mathbf{v} et d'une vitesse de rotation ω , se trouve dans un champ électromagnétique produit par des causes extérieures et caractérisé par la force électrique \mathbf{d} et la force magnétique \mathbf{h} (valeurs au centre de l'électron). Ce champ agit sur l'électron avec une force ayant les composantes

$$e \mathbf{d}_x + \frac{e}{c} (\mathbf{v}_y \mathbf{h}_z - \mathbf{v}_z \mathbf{h}_y), \quad \dots$$

¹⁾ Dans tout ce qui va suivre, les termes de l'ordre de grandeur v^2/c^2 seront négligés; l'électron sera donc sphérique.

et un couple dont les composantes sont

$$-\frac{eR^2}{3c} \frac{d\mathbf{h}_x}{dt} + \frac{eR^2}{3c} (\omega_y \mathbf{h}_z - \omega_z \mathbf{h}_y), \quad \dots \quad (29)$$

Ici

$$\frac{d\mathbf{h}_x}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{v}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{v}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathbf{h}_x$$

représente le changement de \mathbf{h}_x au centre de l'électron mobile.

A cette action d'un champ étranger s'ajoute celle du champ produit par l'électron même. Elle consiste en deux forces, savoir

$$-\frac{e^2}{6\pi c^2 R} \dot{\mathbf{v}}_x, \dots \quad (30)$$

et

$$\frac{e^2}{6\pi c^3} \ddot{\mathbf{v}}_x, \dots \quad (31)$$

et un couple

$$-\frac{e^2 R}{18\pi c^2} \dot{\omega}_x, \dots \quad (32)$$

Les composantes (30) et (32) correspondent à la masse et au moment d'inertie de l'électron.

En combinant les expressions (29) et (32) on déduit facilement la rotation à laquelle un champ magnétique peut donner lieu. Supposons que d'abord $\mathbf{h} = 0$ et que l'électron soit sans rotation. Alors, si d'une manière ou d'une autre il vient à se trouver dans un champ \mathbf{h} , il aura acquis une vitesse de rotation aux composantes

$$\omega_x = -\frac{6\pi c R}{e} \mathbf{h}_x, \quad \dots$$

La formule (28) montre que cette rotation a pour effet d'annuler \mathbf{h} à l'intérieur de l'électron.

La rotation que nous venons de considérer a lieu autour de la ligne de force magnétique. On peut aussi imaginer une rotation autour d'un axe quelconque.

Supposons que le champ \mathbf{h} soit uniforme et constant. Alors l'axe

de rotation de l'électron aura un mouvement de précession qui est déterminé par

$$-\frac{e^2 R}{18\pi c^2} \dot{\omega}_x + \frac{eR^2}{3c} (\omega_y \mathbf{h}_z - \omega_z \mathbf{h}_y) = 0, \quad \dots$$

Dans l'espace l'axe décrira un cône de révolution autour de la ligne de force, la vitesse de cette rotation étant

$$-\frac{6\pi c R}{e} \mathbf{h}.$$

En tenant compte du signe négatif de e , on voit que dans cette précession le mouvement du *pôle* de l'électron sera opposé à celui des aiguilles d'une montre, pour un spectateur qui se trouve du côté vers lequel tendent les lignes de force.

13. *Rayonnement des électrons et des atomes.* — La théorie exige que tout changement dans le mouvement d'un électron donne lieu à une onde électromagnétique dont la propagation est accompagnée d'un rayonnement d'énergie. Si, à un moment t , l'électron, se trouvant au point P , a une accélération \mathbf{j} , cela se fera sentir en un point éloigné Q ($PQ = r$) au temps postérieur $t + r/c$ par une force électrique

$$-\frac{e}{4\pi c^2 r} \mathbf{j}_p,$$

où \mathbf{j}_p est la composante de l'accélération perpendiculaire à la ligne PQ . Cette force électrique a la direction de \mathbf{j}_p et est accompagnée d'une force magnétique de grandeur égale, perpendiculaire au plan passant par PQ et \mathbf{j} , et ayant un tel sens que le courant d'énergie

$$\frac{e^2}{16\pi^2 c^3 r^2} \mathbf{j}_p^2$$

est dirigé suivant le prolongement de PQ .

Ce rayonnement est intimement lié à la force que nous avons représentée par (31) et qui peut être considérée comme une *résistance* s'opposant aux variations du mouvement de l'électron.

Le théorème que je viens de rappeler est bien d'accord avec le

phénomène de la diffusion de la lumière par les molécules (formule de RAYLEIGH), mais il conduit à de graves difficultés dans la théorie moderne de la constitution de la matière. On devrait en conclure que les électrons qui circulent autour du noyau perdent continuellement de l'énergie; l'état du système ne pourrait donc pas être permanent.

A propos de ce rayonnement et de la résistance qui lui correspond, on peut faire les remarques suivantes:

a. Le champ produit par un électron à mouvement variable donne lieu, non seulement à la force (31) agissant sur l'électron même, mais aussi à une force semblable qui agit sur un électron voisin. C'est ainsi que, pour un système d'électrons placés à des distances égales sur une circonférence et se mouvant sur cette ligne avec la même vitesse, la résistance totale, ainsi que le rayonnement, diminuent rapidement à mesure que le nombre des particules augmente. Le mouvement constant d'une charge uniformément répartie sur une ligne circulaire ne produit pas de rayonnement et aucune résistance ne s'y oppose. Il en sera de même quand une charge distribuée sur une ligne fermée quelconque a un mouvement stationnaire comparable à celui d'un fluide incompressible dans un tube fermé sur lui-même.

b. L'étude des spectres dus à des atomes qui ne contiennent qu'un seul électron (hydrogène, hélium à charge + 1) a fait voir que le noyau n'est pas immobile, mais décrit une orbite à dimensions très petites. Cela prouve qu'à la place du noyau le champ produit par l'électron change périodiquement avec la position de cette particule. On s'attendrait donc à ce que cette périodicité existât également à des distances plus grandes, ce qui amènerait nécessairement un rayonnement.

14. *Pourra-t-on maintenir les équations de Maxwell?* — Les spéculations suivantes n'ont aucunement la prétention de résoudre la difficulté que je viens de signaler; elles peuvent montrer tout au plus qu'il n'est pas tout à fait impossible de la reléguer à l'intérieur des atomes et de maintenir les équations de MAXWELL pour l'espace environnant.

a. Les théories développées par M. BOHR et d'autres physiciens montrent clairement que l'électricité négative n'est pas concentrée dans des anneaux, mais dans les électrons ayant la masse et la

charge bien connues; par exemple, le mouvement du noyau dont il fut question au paragraphe précédent ne pourrait avoir lieu s'il était entouré d'un anneau d'électricité négative. Donc, si, pour échapper à la difficulté du rayonnement, on désire des anneaux pleins, il faudra admettre qu'il peut y avoir transformation de systèmes d'électrons en anneaux, et inversement.

b. On pourrait imaginer, autour de chaque atome, une surface fermée σ , imperméable aux actions très rapidement variables. La condition à une telle surface serait, par exemple, que les valeurs de \mathbf{d} et de \mathbf{h} à l'extérieur doivent être égales aux valeurs moyennes de ces grandeurs à l'intérieur, prises pour un intervalle de temps suffisamment long. On y ajouterait la supposition que le champ intérieur est le même que si la surface σ n'existait pas et qu'un électron éprouve une force égale et opposée à la résistance (31). Cette force pourrait être exercée par un système matériel M caché dans l'atome. Au travail positif de la force correspondrait une perte d'énergie de ce système M , mais cette perte pourrait être réparée à la surface σ , où M recevrait l'énergie qui y arrive par le rayonnement intérieur.

Bien entendu, dans cette hypothèse, la surface σ laisserait passer librement les actions constantes ou lentement variables. C'est ce qu'il faut nécessairement admettre pour se rendre compte des effets Zeeman et Stark et de l'action magnétique émanant d'un atome.

c. On peut enfin penser à une cause qui donnerait lieu à des vibrations *opposées en phase* à celles qui sont produites par un électron mobile. A cet effet, on peut se figurer une „action électromotrice” convenablement choisie.

Je dirai qu'il y a une force électromotrice \mathbf{E} lorsque le champ électromagnétique est déterminé par les équations

$$\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z} = \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}}_x + \rho \mathbf{v}_x), \quad \dots,$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{e}_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{h}}_x, \quad \dots,$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{e} + \mathbf{E},$$

prenant la place des formules correspondantes mentionnées au paragraphe 1. Lorsque la force électromotrice est limitée à un

espace très petit, l'intégrale $\int \mathbf{E} dS$, étendue à cet espace, sera appelée *action électromotrice*. C'est de cette intégrale que dépend, dans ce cas, le champ produit par la force \mathbf{E} .

Considérons maintenant un atome dans lequel un seul électron se meut dans une orbite elliptique et appelons \mathbf{r} le rayon vecteur tiré à partir du centre. Une action électromotrice appliquée en ce dernier point et égale à chaque instant en direction et grandeur à $-\epsilon\mathbf{r}$ fera disparaître le rayonnement. On peut regarder cette action comme due au système M dont j'ai déjà parlé et l'on trouve une solution possible si l'on n'hésite pas à multiplier un peu les fonctions qu'il faut attribuer à ce système. En effet, il faut encore supposer que M exerce sur l'électron deux forces, l'une égale et opposée à la résistance (31) et l'autre égale et opposée à la force que l'électron subirait à cause de l'action électromotrice $-\epsilon\mathbf{r}$, et enfin, comme cette dernière action ferait disparaître le champ magnétique appartenant à l'atome, il faudrait y remédier en introduisant par exemple, au centre de l'orbite, „une force magnéto-motrice” proprement choisie. On voit que les circonstances deviendraient extrêmement compliquées. Mais on peut être certain que le système M gagnerait autant d'énergie qu'il en dépense.

APPLICATION DE LA THÉORIE DES ÉLECTRONS AUX PROPRIÉTÉS DES MÉTAUX ¹⁾

Dans les considérations suivantes sur les phénomènes électriques et calorifiques présentés par les métaux, j'aurai en vue en premier lieu l'intime liaison qu'il y a entre les deux classes de phénomènes, liaison qui se montre dans le parallélisme entre les deux conductibilités et dans les effets thermo-électriques. Je me bornerai presque entièrement à des problèmes généraux et fondamentaux; je pourrai le faire d'autant mieux qu'on trouvera dans le rapport de M. BRIDGMAN la discussion de beaucoup de questions plus spéciales.

1. *Théorie de Drude.* Nous pouvons commencer par la belle théorie sur les conductibilités électrique et calorifique que DRUDE publia en 1900. Selon les idées de ce physicien, un courant électrique dans un métal consiste dans le transport d'électrons libres qui se meuvent dans les interstices intermoléculaires, l'électricité positive, qui est attachée aux atomes, restant en repos. Les électrons libres peuvent être comparés à un gaz, et l'on admet qu'ils participent à l'agitation moléculaire calorifique, leur énergie moyenne ayant la même valeur $\frac{3}{2}kT$ que celle d'une molécule gazeuse. Dans ce mouvement, les électrons se heurtent continuellement aux atomes métalliques, et l'on peut parler de la longueur moyenne l du chemin qu'ils peuvent parcourir en ligne droite. Or, si l'on connaît l , on peut déterminer la vitesse avec laquelle des électrons, qui d'abord se trouvent ensemble dans un même élément de volume, se répandent dans l'espace environnant. Si la température varie d'un point à un autre, cette „diffusion” des électrons produit un transport de chaleur, et l'on calcule facilement la conductibilité qui en résulte et que DRUDE suppose être la seule qui existe dans

¹⁾ Rapport à la Réunion Solvay, avril 1924. Gauthier-Villars, Paris, 1927.

le métal. Le coefficient de conductibilité est donné par la formule

$$s = \frac{1}{2} kNlv, \quad (1)$$

dans laquelle N représente le nombre d'électrons par unité de volume et v la vitesse d'un électron correspondant à l'énergie cinétique $\frac{3}{2}kT$.

2. Il y a une formule tout aussi simple pour la conductibilité électrique. Soient E la force électrique agissant sur le métal et $-e$ la charge d'un électron. Sous l'action de la force E , les électrons n'auront pas seulement leurs vitesses d'agitation thermique; il s'y ajoutera une vitesse d'ensemble u dans la direction de E . Pour calculer celle-ci d'une façon approximative, on peut remarquer que le temps entre deux chocs successifs sera en moyenne l/v , ou peu s'en faut, et que, dans cet intervalle, la force électrique donnera à l'électron une vitesse

$$-\frac{eE}{m} \frac{l}{v}, \quad (2)$$

si m est la masse de la particule. Cette vitesse dans la direction de E se perdra par le choc suivant et, si l'on considère qu'à un moment donné il y a des électrons qui sont au commencement d'un trajet de libre parcours, d'autres qui sont près de la fin d'un tel trajet et d'autres encore qui en ont parcouru une partie plus ou moins grande, on est amené à prendre pour la vitesse commune u la moitié de la vitesse (2) que nous venons de calculer. On trouve ainsi pour le courant

$$- Neu = \frac{Ne^2l}{2mv} E$$

et pour la conductibilité

$$\sigma = \frac{Ne^2l}{2mv},$$

ou bien, en vertu de la relation

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{3}{2}kT, \\ \sigma &= \frac{Ne^2lv}{6kT}. \end{aligned} \quad (3)$$

D'après ces formules le rapport des conductibilités serait

$$\frac{s}{\sigma} = 3 \left(\frac{k}{e} \right)^2 T. \quad (4)$$

3. *Vérifications.* *a.* D'après les mesures de JAEGER et DIESSELHORST une élévation de température de 18° C à 100° C, c'est-à-dire un changement de T dans le rapport de 1 à 1,28, fait changer la grandeur de s/σ dans un rapport qui, pour différents métaux, varie entre 1,25 et 1,12.

b. Ces mêmes mesures ont donné pour l'argent à la température de 18° C (σ étant exprimé en unités électromagnétiques)

$$\frac{s}{\sigma} = 686.10^8.$$

Comme on a $k = 1,37.10^{-16}$, $e = 1,59.10^{-20}$, le second membre de la formule (4) devient, pour $T = 291$,

$$648.10^8.$$

4. *Théorie statistique.* — Je ne m'étendrai pas sur les théories plus ou moins semblables qui ont été proposées par différents physiciens, mais je me permettrai de rappeler ici une méthode que j'ai suivie, il y a une vingtaine d'années, et qui a l'avantage, si défectueuse qu'elle soit, de permettre un traitement mathématique rigoureux. Elle consiste à appliquer aux électrons contenus dans un métal les considérations statistiques dont on se sert souvent dans la théorie cinétique des gaz.

Voici d'abord les hypothèses que j'ai introduites pour simplifier le problème:

a. Les atomes du métal sont des sphères rigides. Comme les électrons, ils se comportent dans les rencontres comme des corpuscules parfaitement élastiques.

b. Les chocs mutuels entre électrons peuvent être négligés.

c. Pour un métal donné, le nombre N des électrons libres, par unité de volume, est une fonction déterminée de la température, même dans le cas où cette dernière varie d'un point à un autre. On peut concevoir que ce nombre est déterminé par des règles analogues à celles qu'on applique aux équilibres chimiques. Dans un

état stationnaire, le nombre des électrons qui sont émis par les atomes est égal au nombre de ceux qui y entrent. On fait les calculs comme si c'étaient continuellement les mêmes électrons qui se trouvent en liberté.

d. Les atomes n'occupent qu'une petite partie du volume total.

e. Si les propriétés du métal ou la température ne sont pas partout les mêmes, leurs variations sont du moins très petites sur une distance de l'ordre de la longueur du libre parcours l . De plus, lorsqu'il y a des forces agissant sur les électrons, la vitesse qu'elles donnent à une particule pendant le parcours de la distance l est très petite par rapport à la vitesse de l'agitation calorifique.

5. Considérons un barreau cylindrique et choisissons l'axe des x dans la direction de sa longueur. Soient ξ, η, ζ les composantes de la vitesse v d'un électron et désignons par

$$f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda dS \quad (5)$$

le nombre des électrons qui se trouvent dans l'élément de volume dS et pour lesquels les vitesses ξ, η, ζ sont comprises dans l'élément $d\lambda$ de l'extension ξ, η, ζ .

Si la fonction f est connue, on peut calculer toutes les grandeurs qui interviennent dans les phénomènes. On aura pour le nombre d'électrons par unité de volume

$$N = \int f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda, \quad (6)$$

pour le „courant d'électrons" à travers un plan perpendiculaire à OX

$$P = \int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda, \quad (7)$$

et pour le courant d'énergie, pour autant qu'il soit dû au transport de l'énergie cinétique des électrons,

$$W = \frac{1}{2} m \int \xi v^2 f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda, \quad (8)$$

les intégrations s'étendant à l'extension ξ, η, ζ tout entière.

Soient maintenant X, Y, Z les composantes d'une force qui agit sur les électrons, et qui est censée être égale pour toutes les particules du groupe (5), $a d\lambda dS dt$ le nombre des électrons de ce groupe qui, dans le temps dt , frappent un atome et, par conséquent, sor-

tent du groupe, et $b \, d\lambda \, dS \, dt$ le nombre des électrons que des chocs amènent à faire partie du groupe. Si l'état est stationnaire, on aura l'équation

$$b - a = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{X}{m} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{Y}{m} + \frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{Z}{m} + \frac{\partial f}{\partial x} \xi + \frac{\partial f}{\partial y} \eta + \frac{\partial f}{\partial z} \zeta, \quad (9)$$

qui servira à déterminer la fonction f .

6. Le cas le plus simple est celui d'un métal homogène maintenu à une température uniforme et dans lequel les électrons ne sont soumis à aucune force. La fonction f , indépendante des coordonnées, est alors donnée par la loi de MAXWELL :

$$f(\xi, \eta, \zeta) = A e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (10)$$

ce qui entraîne $a = b$, de sorte que les deux membres de l'équation (9) s'annulent ¹⁾.

Entre la constante A et le nombre N il y a la relation

$$A = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (11)$$

7. Nous supposerons maintenant que, dans le barreau métallique, N et T sont des fonctions de la coordonnée x , et que les électrons sont soumis à une force X dans le sens de la longueur. L'expression (10) ne satisfera plus à l'équation fondamentale. En effet, elle n'annule plus le second membre, tandis que l'égalité de a et de b subsiste.

Nous posons donc

$$f(\xi, \eta, \zeta) = A e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + \psi(\xi, \eta, \zeta), \quad (12)$$

où ψ reste à déterminer. Cette fonction se fait sentir dans le premier membre de (9), produisant une inégalité de a et de b . Au contraire, dans le calcul du second membre, on peut se borner au premier terme de (12) et négliger les grandeurs qui dérivent de ψ . C'est une conséquence de l'hypothèse ϵ du paragraphe 4, en vertu de laquelle ψ peut être considéré comme une petite correction apportée au terme précédent.

¹⁾ Dans ce Rapport la charge de l'électron, ainsi que la base du système logarithmique naturel sont représentées par e . Cela ne donnera lieu à aucune confusion.

(Note de l'éditeur).

Cela posé, voici la solution de l'équation fondamentale:

$$\psi(\xi, \eta, \zeta) = l \left[\frac{A}{kT} X - \frac{dA}{dx} - \frac{mv^2}{2kT^2} A \frac{dT}{dx} \right] \frac{\xi}{v} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (13)$$

La grandeur l , qu'on peut appeler la longueur moyenne d'un trajet de libre parcours, a la valeur

$$l = \frac{1}{\pi n R^2},$$

où R est le rayon d'un atome, et n le nombre d'atomes par unité de volume.

Si l'on substitue la valeur de f dans les équations (6), (7) et (8), on trouve pour N une valeur conforme à la relation (11) et pour le courant d'électrons et le courant d'énergie

$$P = \frac{2}{3} \pi l \left(\frac{2kT}{m} \right)^2 \left[\frac{A}{kT} X - \frac{dA}{dx} - \frac{2A}{T} \frac{dT}{dx} \right], \quad (14)$$

$$W = 2kTP - \frac{2}{3} \pi ml \left(\frac{2kT}{m} \right)^3 \frac{A}{T} \frac{dT}{dx}. \quad (15)$$

La seconde équation nous fait voir que, lorsqu'il y a un courant électrique, il y a en même temps un transport d'énergie qui revient à $2kT$ par électron. Rappelons à ce propos que dans un gaz qui se meut avec une petite vitesse uniforme, les molécules qui traversent un plan fixe perpendiculaire au courant transportent une quantité d'énergie qui est, en moyenne, $\frac{5}{2}kT$ pour chaque particule ¹⁾.

8. *Conductibilités électrique et calorifique.* Si un barreau homogène, maintenu à une température uniforme, est soumis à une force électrique longitudinale E , on a

$$\frac{dA}{dx} = 0, \quad \frac{dT}{dx} = 0, \quad X = -eE.$$

¹⁾ On peut dire que $\frac{5}{2}kT$ correspond à l'augmentation de l'énergie qui se trouve dans le gaz situé d'un côté du plan, et kT au travail dépensé sur un piston qui recule devant le courant.

En divisant le courant $-eP$ par E , on trouve le coefficient de conductibilité électrique:

$$\sigma = \frac{1}{3} \left(\frac{8m}{\pi k T} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{e^2}{m} Nl. \quad (16)$$

Supposons ensuite que la température varie le long du cylindre. Si, d'abord, aucune force n'agit sur les électrons, il se produira un courant électrique déterminé par (14), mais dans un barreau isolé les charges qui s'accumulent aux extrémités mettront bientôt fin à ce mouvement. Dans l'état final on aura $P = 0$, de sorte que le courant d'énergie se réduit au dernier terme de (15). Après substitution de la valeur de A , qu'on tire de la formule (11), on en déduit pour le coefficient de conductibilité

$$s = \frac{2}{3} \left(\frac{8k^3 T}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} Nl. \quad (17)$$

Le rapport entre les conductibilités devient maintenant

$$\frac{s}{\sigma} = 2 \left(\frac{k}{e} \right)^2 T,$$

ce qui se distingue de la formule de DRUDE, (4), par le facteur $\frac{2}{3}$. L'accord signalé au paragraphe 3, *b* devient par là beaucoup moins satisfaisant.

9. *Différences de potentiel dans un fil inégalement chauffé.*

Dans ce qui suit, je supposerai qu'entre les atomes et les électrons libres il y a certaines forces en vertu desquelles un électron a , par rapport au métal, une énergie potentielle V , qui s'ajoute à l'énergie potentielle $-e\varphi$, dépendant du potentiel électrique φ . C'est sans doute une hypothèse bien discutable (comp. § 19), que j'introduis surtout pour la généralité; on peut d'ailleurs toujours poser $V = 0$. Prenant toujours l'axe des x le long du fil, ce qu'on peut faire, même quand il est courbé, et remplaçant X par

$$-\frac{dV}{dx} + e \frac{d\varphi}{dx},$$

on déduit de (14) la condition d'équilibre

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dV}{dx} + G, \quad (18)$$

où

$$G = \frac{kT}{e} \frac{d \log A}{dx} + \frac{2k}{e} \frac{dT}{dx}. \quad (19)$$

Bien entendu, le terme dV/edx ne se présente que dans le cas où l'énergie potentielle V varie avec la température. Quelle que soit la loi de cette variation et de celle de N et de A , nos formules montrent que la différence de potentiel qui s'établit entre les extrémités du fil dépend seulement des températures auxquelles elles sont maintenues.

10. *Différence de potentiel au contact de deux métaux 1 et 2.* Comme il a déjà été dit, nous imaginons une transition graduelle de l'un des métaux à l'autre, transition qui s'opère dans l'espace entre deux sections ω_1 et ω_2 suffisamment rapprochées l'une de l'autre pour que la température puisse être considérée comme égale dans toute l'étendue de ce „contact”. Appliquons les formules (18) et (19), en introduisant la valeur (11) de A ; cela nous donne

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{e} (V_2 - V_1) + \frac{kT}{e} \log \frac{N_2}{N_1}. \quad (20)$$

11. *Force électromotrice dans un circuit fermé.* Considérons maintenant un circuit formé des métaux 1 et 2 et dans lequel les soudures ont les températures T et T' . La direction positive sera celle dans laquelle on passe du métal 1 au métal 2 au travers du contact où la température est T' .

Après avoir ouvert le circuit par une coupure faite dans l'un des métaux, nous verrons s'établir entre les extrémités une différence de potentiel qu'on calcule en prenant l'intégrale de l'expression (18) tout autour du circuit, et qui est la mesure de la „force électromotrice” F qui agit dans le circuit. On a donc

$$F = \frac{k}{e} \int T \frac{d \log A}{dx} dx,$$

ou bien, après une intégration par parties,

$$F = -\frac{k}{e} \int \log A \frac{dT}{dx} dx.$$

Si, ici, on substitue la valeur de $\log A$ qu'on tire de (11), le terme avec $\log T$ disparaîtra par l'intégration.

Donc

$$F = -\frac{k}{e} \int \log N \frac{dT}{dx} dx.$$

Comme les „contacts" (§ 10) ne contribuent en rien à cette intégrale, parce que, dans chacun d'eux, la température est constante, le calcul se borne aux parties homogènes du circuit.

Il est bien simple et conduit à l'équation

$$F = \frac{k}{e} \int_T^{T'} \log \frac{N_2}{N_1} dT, \quad (21)$$

qui nous apprend que la force électromotrice dépend uniquement des températures aux soudures et qui implique en outre la loi de la série des tensions.

Nos formules nous permettent aussi de calculer l'intensité i du courant thermo-électrique. Si la section du fil est ω , on a pour cette intensité $i = -e\omega P$, ou bien, en vertu de (14), (19), (16) et (11),

$$i = \sigma\omega \left(G - \frac{d\varphi}{dx} + \frac{1}{e} \frac{dV}{dx} \right). \quad (22)$$

Une intégration sur le contour du circuit nous donne ensuite

$$F = \int G dx = ri,$$

où

$$r = \int \frac{dx}{\sigma\omega}$$

est la résistance.

12. *Développement de chaleur.* Calculons maintenant la quantité de chaleur qui se dégage par unité de temps dans un élément dx ,

c'est-à-dire la quantité qui doit être enlevée à l'élément pour que sa température reste constante. Elle se compose de deux parties, dont la première égale le travail des forces X qui agissent sur les électrons contenus dans l'élément, tandis que la seconde dépend des quantités d'énergie que cet élément gagne et perd à ses extrémités, et peut être représentée par

$$-\frac{d}{dx}(W\omega) dx, \quad (23)$$

où W est le courant d'énergie donné par (15).

Pour le travail des forces on peut écrire, en tenant compte de (22),

$$\begin{aligned} X\omega dx \int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda &= \\ &= X\omega P dx = \left(-\frac{d\varphi}{dx} + \frac{1}{e} \frac{dV}{dx} \right) i dx = \frac{i^2}{\sigma\omega} dx - G i dx, \end{aligned}$$

et pour le courant d'énergie

$$W\omega = -\frac{2kT}{e} i - s\omega \frac{dT}{dx},$$

ce qui nous donne pour l'expression (23) la valeur

$$\frac{2ki}{e} \frac{dT}{dx} dx + \frac{d}{dx} \left(s\omega \frac{dT}{dx} \right) dx.$$

En combinant ces résultats, on voit que dans la chaleur dégagée on peut distinguer trois parties.

La première $i^2 dx / \sigma\omega$ n'est autre chose que la chaleur dont il s'agit dans la loi de JOULE.

La deuxième partie

$$\frac{d}{dx} \left(s\omega \frac{dT}{dx} \right) dx$$

est indépendante du courant électrique. Elle provient de la conduction de la chaleur.

Enfin, il y a une troisième partie proportionnelle à l'intensité i du courant et changeant de signe avec ce dernier. Par unité de courant, elle a la grandeur

$$\left(-G + \frac{2k}{e} \frac{dT}{dx} \right) dx = -\frac{kT}{e} \frac{d \log A}{dx} dx. \quad (24)$$

Comme vérification, on peut démontrer que l'intégrale de la somme des trois parties, étendue au circuit entier, est zéro.

13. *Effet Peltier et effet Kelvin.* L'équation (24) va nous donner des expressions pour ces deux effets. Si d'abord on l'applique à un „contact" (§ 10) dont la température est T et dans lequel la direction positive du courant va de 1 vers 2, on obtient pour le développement de chaleur par unité de temps et unité de courant

$$\Pi_{12} = -\frac{kT}{e} \log \frac{A_2}{A_1} = -\frac{kT}{e} \log \frac{N_2}{N_1}. \quad (25)$$

D'un autre côté, dans un métal homogène, un courant, passant d'une section où la température est $T+dT$ à une autre où elle est T , développera une quantité de chaleur (pour $i = 1$)

$$\mu dT.$$

Le coefficient μ est ce que KELVIN a appelé la chaleur spécifique de l'électricité.

En vertu de (24) on peut écrire

$$\mu = \frac{kT}{e} \frac{d \log A}{dT} = \frac{kT}{e} \frac{d \log N}{dT} - \frac{3}{2} \frac{k}{e}. \quad (26)$$

Il importe de remarquer que ces valeurs Π_{12} et μ satisfont à la relation

$$\mu_1 - \mu_2 = T \frac{d}{dT} \left(\frac{\Pi_{12}}{T} \right), \quad (27)$$

qui a été déduite de la seconde loi de la Thermodynamique par CLAUSIUS et KELVIN. Cela vient de ce que l'expression (24) donne zéro, si, après division par T , on en prend l'intégrale le long du circuit.

14. *Modifications de la théorie précédente.* On pourrait essayer de s'affranchir de quelques-unes des restrictions mentionnées au paragraphe 4. On pourrait, par exemple, supposer que la fraction $1/\beta$ du volume total qui est occupée par les atomes métalliques n'est pas très petite. Cela amènerait des complications considérables, mais parmi toutes les formules il y en a une qui reste bien simple.

On sait que la densité d'un gaz à température uniforme placé dans un champ de force où, par molécule, il y a une énergie poten-

tielle χ , varie proportionnellement à $e^{-\chi/kT}$. Ce théorème peut être appliqué aux électrons qui se trouvent dans l'espace laissé libre par les atomes de deux métaux qu'on a mis en contact. Dans ce cas l'énergie potentielle est $-e\varphi + V$ et les densités dans les deux corps sont dans le rapport de $\beta_1 N_1$ à $\beta_2 N_2$. Par conséquent

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{e} (V_2 - V_1) + \frac{kT}{e} \log \frac{\beta_2 N_2}{\beta_1 N_1}, \quad (28)$$

au lieu de l'équation (20).

M. BOHR et M. RICHARDSON ont montré que la théorie peut être mieux adaptée aux observations si l'on suppose qu'au lieu de se comporter comme des sphères élastiques, les atomes du métal exercent sur les électrons une répulsion qui est inversement proportionnelle à une certaine puissance de la distance. Je n'insisterai pas sur les modifications qui résultent de cette manière de voir, parce que, il faut bien le reconnaître, cette hypothèse d'une répulsion, tout aussi bien que celle des atomes élastiques, est peu conforme aux idées modernes sur la constitution des atomes. Le principal mérite, ou le seul, que des théories comme celle que je viens d'exposer peuvent avoir encore, c'est qu'elles peuvent appeler notre attention sur des détails et des questions qui, autrement, nous échapperaient peut-être.

Du reste, pour qu'une théorie puisse nous satisfaire entièrement il faut qu'elle rende compte non seulement de la conductibilité et des phénomènes thermo-électriques, mais aussi des effets qui se montrent dans un champ magnétique. On trouvera dans le rapport de M. HALL l'exposé d'une théorie qui embrasse toutes ces classes de phénomènes.

Disons encore quelques mots de la chaleur spécifique de l'électricité. Si, dans la formule (26), il n'y avait que le dernier terme, on aurait pour tous les métaux $\mu = -12,9 \cdot 10^8$ (en ergs par unité électromagnétique de courant). En réalité, la chaleur spécifique de l'électricité est négative pour certains métaux et positive pour d'autres et les valeurs absolues mesurées sont considérablement inférieures au chiffre que nous venons de trouver; elles en dépassent rarement la dixième partie. Comme il est naturel de supposer que N augmente à mesure que la température s'élève, le terme

$$\frac{kT}{e} \frac{d \log N}{dT}$$

pourrait bien rendre compte de ces écarts.

Je ne veux pas prétendre que l'équation (26) soit la vraie formule, mais elle nous laisse entrevoir au moins la possibilité d'expliquer ce phénomène remarquable avec ses signes différents, sans avoir recours à l'hypothèse de particules mobiles à charges positives.

15. *Nombre des électrons libres.* La formule (16) que nous avons trouvée pour la conductibilité électrique — ou bien la formule correspondante de DRUDE — peut nous renseigner sur le nombre N des électrons par unité de volume et sur la longueur moyenne l de leurs trajets de libre parcours, ou plutôt sur le produit de ces grandeurs. Supposons que le nombre N est égal au nombre des atomes métalliques, multiplié par un certain facteur α , et que l est γ fois la distance mutuelle des atomes (que nous considérerons comme formant un réseau cubique); alors l'équation nous permet de calculer $\alpha\gamma$ en partant de la conductibilité mesurée. Je trouve, par exemple, pour le cuivre à 18° C,

$$\alpha\gamma = 13.$$

Or, dans une théorie qui suppose que les électrons libres participent au mouvement calorifique, ils contribueront plus ou moins à la chaleur spécifique du métal, et cela nous impose une restriction en ce qui concerne leur nombre. En effet, on peut rendre compte de la chaleur spécifique mesurée en faisant intervenir seulement l'agitation thermique des atomes et l'on trouverait donc une capacité calorifique trop grande si le nombre des électrons libres était du même ordre de grandeur que celui des atomes. Il faut donc nécessairement que α soit nettement inférieur à l'unité, ce qui entraîne pour le coefficient γ une valeur considérable. Soit, par exemple, $\alpha = 0,1$; le chemin libre des électrons devrait alors être égal à 130 fois la distance des atomes voisins, ce qui exigerait que le volume occupé par les atomes ne fût que la deux-millième partie du volume total. Comme cette hypothèse est inadmissible, on se trouve dans une impasse, si l'on veut considérer les atomes comme impénétrables aux électrons. On devrait plutôt supposer, ce qui n'est pas inadmissible, qu'un électron pénètre dans l'intérieur d'un atome avant d'être sensiblement écarté de son droit chemin.

16. *Application de la théorie des quanta.* Dans le but de rendre compte surtout des changements de la conductibilité dans les métaux fortement refroidis, plusieurs physiciens, MM. KAMERLINGH ONNES, NERNST, LINDEMANN, W. WIEN et KEESOM, ont appliqué, sous une forme ou une autre, la théorie des quanta. Les théories ainsi obtenues me semblent constituer un progrès indubitable, mais il est difficile de les résumer brièvement. Je me bornerai donc à faire ressortir les idées fondamentales.

M. WIEN a entièrement abandonné, pour les basses températures, l'idée d'un mouvement calorifique des électrons libres. Il maintient la formule (3) de DRUDE, mais il considère v comme une vitesse invariable dont les électrons sont animés, indépendamment de la température.

De son côté, M. KEESOM a appliqué la théorie des quanta comme il l'avait fait d'abord dans le cas d'un gaz monoatomique. Quant à la longueur moyenne l du trajet libre, elle sera toujours inversement proportionnelle au nombre des chocs d'un électron contre les atomes. On peut supposer que ces chocs proviennent uniquement de l'agitation thermique des atomes; au zéro absolu, il n'y en aurait pas du tout et un électron pourrait se déplacer librement à travers le réseau cristallin (supraconductibilité).

En appliquant la théorie des quanta comme M. DEBYE l'a fait dans ses études sur la chaleur spécifique des corps solides, on calcule l'amplitude des vibrations des atomes. Ensuite, en ce qui concerne la manière dont le nombre des chocs augmente avec cette amplitude, on peut faire différentes hypothèses, que M. WIEN élabore successivement. Dans l'une, qui est la plus simple, on admet que le nombre des chocs est proportionnel au carré de l'amplitude. Il en résulte, si l'on considère N comme indépendant de T , qu'à de basses températures la résistance est proportionnelle à T^2 , ce qui paraît se vérifier avec une certaine approximation.

17. *Constitution d'un métal.* Les recherches modernes ne laissent guère de doute sur l'image qu'on doit se former de la structure d'un métal. Nous considérerons les atomes comme composés chacun d'un noyau central positif et d'un nombre d'électrons qui circulent autour de ce noyau sous l'influence de l'attraction qu'il exerce et de leurs répulsions mutuelles. Les noyaux seront arrangés dans un réseau cristallin et seront maintenus dans leurs posi-

tions par des forces qui se manifestent dans la rigidité et l'élasticité du corps.

Il serait intéressant de savoir si ces forces „moléculaires” peuvent être entièrement ramenées à des actions électromagnétiques ou s'il y a lieu de penser aussi à des actions d'une autre nature. Cette question a été examinée par MM. BORN et LANDÉ pour le cas des cristaux réguliers, tels que ceux de *NaCl*, *KCl*, *LiCl*, etc. En se basant sur les vues de M. BOHR et en supposant que toute action entre les atomes résulte des attractions et des répulsions électriques, ces physiciens ont obtenu des résultats très remarquables. Ils ont réussi à calculer la distance des atomes, c'est-à-dire la densité, et le coefficient de compressibilité, et l'accord des nombres trouvés pour ces grandeurs avec les mesures est très satisfaisant. Cependant, il me semble y avoir encore de graves difficultés. Pour arriver aux résultats que je viens de mentionner, on a dû introduire entre les atomes, non seulement une force attractive, mais aussi une répulsion qui serait inversement proportionnelle à la neuvième puissance de la distance et qui, pourtant, est considérée comme une force centrale, agissant également dans toutes les directions. Or, il est impossible qu'une telle force provienne des actions électriques. De plus, dans les calculs de MM. BORN et LANDÉ, les mouvements des électrons autour des noyaux ne jouent aucun rôle, les électrons ayant été remplacés par des anneaux uniformément chargés, dont la révolution dans leur plan n'importe pas. Ainsi, en fin de compte, il s'agit d'un problème de statique. Mais, dans ces circonstances, on se trouve en contradiction avec le théorème bien connu d'EARNshaw, d'après lequel un système de particules entre lesquelles il n'y a que des actions électrostatiques ne peut jamais être en équilibre stable.

18. *Mouvement des électrons.* Heureusement, dans ce qui suit, nous n'aurons guère à nous occuper des noyaux; c'est le déplacement des électrons qui nous intéressera surtout. Tant qu'une telle particule se trouve à l'intérieur d'un atome, son mouvement est réglé par des conditions de quanta; il est „quantifié”, comme on dit. Or, évidemment, ces mouvements intérieurs ne nous sont d'aucune utilité pour l'explication de la conductibilité électrique.

Ce qui est bien certain, c'est que l'existence d'un courant prou-

ve que l'ensemble des électrons contenus dans le métal a une certaine vitesse moyenne, différente de zéro, dans une direction déterminée. Si v est cette vitesse et N le nombre total des électrons (libres ou non) dans l'unité de volume, le courant sera $Ne v$, de sorte qu'on peut calculer la vitesse v pour un courant donné, parce que l'on connaît le nombre N . Pour le cuivre, il s'élève à $2,47 \cdot 10^{24}$ par centimètre cube (le nombre des atomes étant $8,52 \cdot 10^{22}$ et le nombre atomique du cuivre 29). La charge négative totale de ce nombre d'électrons égale $3,91 \cdot 10^4$, d'où l'on déduit que dans un fil d'une section de 1 mm^2 , parcouru par un courant de 1 ampère, il y a une vitesse moyenne de $2,5 \cdot 10^{-4}$ cm par seconde. Cela nous fait voir que, quel que soit peut-être leur chemin en zigzag, il doit y avoir des électrons qui, dans le temps d'une seconde, s'avancent sur des distances considérablement supérieures aux distances moléculaires. Même, après un temps suffisamment long, il doit y avoir des électrons individuels qui ont fait le tour entier du circuit.

Il est clair que, dans l'état naturel du métal, la vitesse moyenne v est zéro. Dans un conducteur ordinaire, un mouvement d'ensemble des électrons ne peut exister que sous l'influence d'une force électrique E , et pour comprendre la proportionnalité de E et de v , c'est-à-dire la loi d'OHM, il suffit de supposer que les changements qui se produisent dans les mouvements qui existaient déjà peuvent être considérés comme infiniment petits; par cela même ils deviendront proportionnels à la force E qui en est la cause.

Du reste, le fait, que, sous l'action d'une force électrique donnée E , la vitesse moyenne ne surpasse pas une grandeur déterminée v proportionnelle à E , prouve que les forces exercées sur la totalité des électrons par les noyaux, dont l'action peut être extrêmement compliquée dans les détails, donnent lieu à une résultante opposée et proportionnelle à v . Si, par unité de volume, cette résultante (la force de résistance) a la grandeur $-N\kappa v$, on aura dans l'état stationnaire

$$-N\kappa v - NeE = 0, \quad v = -\frac{e}{\kappa} E,$$

et le coefficient de conductibilité sera donné par la formule

$$\sigma = \frac{Ne^2}{\kappa}.$$

Il va sans dire que ce qui précède n'implique aucunement qu'un électron soit jamais continuellement libre. A un moment donné, on trouvera certainement des électrons qui ont rompu les liens qui les attachaient à des noyaux, ce qui s'accorde avec le fait que les métaux prennent facilement l'état d'ions positifs, et il se peut qu'une telle particule reste libre quand elle vient dans le voisinage d'un atome; on pourrait alors parler d'un choc. Mais il se peut aussi, et c'est peut-être là le seul cas qui se présente en réalité, que l'électron soit bientôt capturé par un atome, à l'intérieur duquel il décrira une orbite de BOHR, pour échapper ou pour passer à un atome voisin quelque temps plus tard. D'après cette manière de voir, ce seraient l'entrée d'un électron dans un atome et la sortie qui prennent la place des chocs de l'ancienne théorie; les forces exercées par les noyaux à l'occasion de ces déplacements constitueraient la force de résistance.

Nous pouvons rappeler ici la théorie développée, il y a bien des années déjà, par M. J. J. THOMSON, dans laquelle on admet qu'une force électrique détermine un alignement des atomes, qui sont considérés comme des doublets électriques, et provoque ensuite le passage d'électrons, chaque fois d'un atome à la particule suivante.

Ajoutons encore que les expressions „entrée” et „sortie” que nous venons d'employer ne doivent pas être prises à la lettre dans le cas où les sphères d'action des atomes juxtaposés empiètent l'une sur l'autre. Alors, il ne peut être question que d'un atome qui exerce une action prépondérante.

Les phénomènes se compliquent encore par l'intervention du rayonnement, qui doit se faire sentir si la température est suffisamment élevée. Le choc d'un électron contre un atome pourra provoquer l'émission d'une radiation, et inversement des rayons pourront donner lieu à une expulsion d'électrons comme dans les phénomènes photo-électriques. M. RICHARDSON a appelé l'attention sur la possibilité que des actions de ce genre jouent un rôle dans l'émission thermionique qu'il a étudiée.

On voit combien il reste encore à éclaircir. Pour pouvoir reprendre sous une forme améliorée la théorie statistique dont j'ai parlé aux paragraphes 4—13, il faudra d'abord approfondir les relations mutuelles entre les mouvements quantifiés, les mouvements calorifiques, pour autant qu'ils existent, et le rayonnement, et se

former une idée précise de la manière dont se comportent les électrons dans leurs rencontres avec les atomes.

19. *Energie potentielle d'un électron par rapport à un métal.*

Les théories modernes ne laissent guère de place pour une énergie potentielle provenant de certaines forces „moléculaires”, telle qu'elle fut imaginée autrefois par HELMHOLTZ; il est bien probable que, s'il y a une énergie potentielle, elle est due aux actions électriques exercées sur un électron libre par les noyaux et les électrons captifs qui l'entourent.

Un théorème bien connu de l'électrostatique nous apprend qu'une charge électrique $-e$, concentrée en un point P à petite distance de la surface plane d'un corps conducteur, produit par influence une charge égale à $+e$, qui est distribuée sur la surface de telle manière que son action sur des charges extérieures soit égale à celle qui serait exercée par une charge $+e$ placée derrière la surface, au point P' qui est l'image de P . Ainsi, un électron situé en P subirait une force qu'on peut appeler l'attraction exercée par l'image P' et il y aurait une énergie potentielle correspondante.

Il est clair que, dans le cas d'une charge élémentaire, on ne peut pas appliquer ce théorème en toute rigueur. Pour que la charge induite sur la surface agisse comme une quantité d'électricité concentrée en P' , elle doit être distribuée avec une densité inversement proportionnelle au cube de la distance au point P . Or, comme la charge élémentaire ne peut pas être subdivisée, il est impossible qu'elle soit distribuée, de quelque manière que ce soit. Tout au plus, si l'on considère un intervalle de temps suffisamment long, pourrait-il être question de la densité moyenne qui existe en un point déterminé de la surface, la charge e changeant continuellement de position.

Cependant, sans faire intervenir cette théorie des images électriques, on peut concevoir qu'un électron soit attiré à petite distance par un atome. Par les forces qu'il exerce, il aura une influence sur les mouvements qui ont lieu dans l'atome, et, bien qu'il soit difficile de parler ici avec certitude (les mouvements étant quantifiés), il est naturel d'admettre que cette influence tendra à éloigner les électrons, ce qui aura pour effet que, dans l'action sur l'électron extérieur, l'attraction du noyau prendra le dessus. Si, de

cette manière, il y a une attraction résultante, on pourra parler aussi d'une énergie potentielle. Il en pourra être question non seulement pour un électron libre placé au dehors du métal, mais aussi pour un électron logé à l'intérieur, cette particule agissant de la manière indiquée sur tous les atomes environnants. En fin de compte, entre un électron libre, qui se trouve à une distance tant soit peu considérable du métal, et un autre, également libre, placé dans l'espace interatomique, il y aura une différence d'énergie potentielle qui, pour les différentes positions du second électron, aura une valeur moyenne déterminée, dépendant de la nature du métal.

20. *Courants dans les supraconducteurs.* Pour se rendre compte des phénomènes de la supraconductibilité, différents physiciens, M. KAMERLINGH ONNES en premier lieu, ont imaginé qu'à de très basses températures il se trouve dans le métal des séries ou des chaînes d'atomes, dans chacune desquelles un électron (ou plutôt un nombre d'électrons qui se suivent) peut se mouvoir sans qu'aucune force ne s'y oppose. Je me permets de faire à ce propos la remarque suivante: Toutes les fois qu'un électron entre dans un atome ou en sort, il apportera dans l'atome ou lui enlèvera une certaine quantité de mouvement. Le noyau se ressentira de ces changements et pourra en être ébranlé; il prendra, pour ainsi dire, un mouvement brownien, si ces actions se suivent d'une manière irrégulière.

Les études sur les chaleurs spécifiques ont prouvé que le mouvement calorifique est en premier lieu une agitation des noyaux. Par conséquent, pour décider si un courant électrique produit, ou non, un dégagement de chaleur, c'est-à-dire s'il rencontre, ou non, une résistance, on pourrait considérer la question de savoir dans quelle mesure les noyaux seront mis en mouvement par les changements qui s'opèrent sans cesse dans leurs atmosphères électroniques. En examinant cette question, on devra faire attention d'une part à la succession plus ou moins régulière ou capricieuse de ces changements, et d'autre part aux restrictions que la théorie des quanta impose à la mobilité du réseau cristallin des noyaux.

Ce qui me semble surtout mystérieux, c'est la réapparition d'une résistance sous l'influence d'un champ magnétique dont l'intensité dépasse une limite déterminée.

21. *Expériences de Tolman et Stewart.* La théorie de ces expériences, qui démontrent que ce sont bien les électrons négatifs qui sont en jeu dans un courant circulant dans un métal, peut être faite sans qu'il soit nécessaire de faire des hypothèses spéciales sur le mécanisme de la résistance; on peut se placer au point de vue que j'ai indiqué au paragraphe 18, sans distinguer les électrons qui sont libres et ceux qui ne le sont pas.

Considérons un anneau circulaire qui est animé d'un mouvement de rotation variable à volonté autour de son axe et soit u la vitesse d'un point due à cette rotation; si, comme nous le supposons, la section ω est très petite, nous pouvons faire le calcul avec un seul u .

Mesurons la coordonnée x le long du contour, l'origine ayant une position fixe dans le métal, et désignons par $\xi = dx/dt$ la vitesse d'un électron correspondant à cette coordonnée, c'est-à-dire la vitesse relative par rapport au métal, et par X la force totale correspondante à laquelle la particule se trouve assujettie. La vitesse totale de l'électron sera $u + \xi$ et l'on aura pour chaque particule

$$m \left(\frac{d\xi}{dt} + \frac{du}{dt} \right) = X.$$

Si l'on prend les sommes des termes, étendues à tous les électrons du système, dont le nombre est $Na\omega$, si nous écrivons N pour le nombre par unité de volume et a pour la périmétrie de l'anneau, on trouve

$$Na\omega m \left(\frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \right) = \Sigma X,$$

où v est la vitesse moyenne $\bar{\xi}$ des électrons par rapport au métal (comme au paragraphe 18).

L'intensité i du courant est donnée par

$$i = - Ne\omega v,$$

et l'équation devient

$$-\frac{am}{e} \frac{di}{dt} + Na\omega m \frac{du}{dt} = \Sigma X. \quad (29)$$

Quant à la force ΣX , elle se compose de deux parties. Il y a d'abord la force de résistance (§ 18 et 12)

$$- Na\omega xv = \frac{axi}{e} = \frac{Neai}{\sigma} = Ne\omega ri,$$

où r est la résistance du circuit. En second lieu, il y a la force de self-induction. Si E_x est la force électrique due à cette cause, on a pour la deuxième partie de ΣX

$$- Ne\omega \int E_x dx = Ne\omega L \frac{di}{dt},$$

où L est le coefficient de self-induction. Donc l'équation (29) devient

$$ri + \left(L + \frac{am}{Ne^2\omega} \right) \frac{di}{dt} = \frac{am}{e} \frac{du}{dt} \quad (30)$$

et il est facile maintenant d'en déduire i , si la vitesse u de l'anneau est donnée en fonction du temps.

Il suffit ici de calculer le courant intégral qui est produit par un changement de la vitesse. En prenant l'intégrale de (30) par rapport au temps, de t_1 à t_2 , dans la supposition qu'à la fin comme au commencement $i = 0$, on obtient

$$\int_{t_1}^{t_2} i dt = \frac{am}{re} (u_2 - u_1). \quad (31)$$

C'est la formule qui a été vérifiée par MM. TOLMAN et STEWART et qui leur a permis de déduire de leurs expériences la valeur de e/m . Seulement, entre leurs nombres et la valeur connue de ce rapport il y a de petites différences qui semblent varier avec la nature du métal et que, jusqu'ici, on n'est pas parvenu à expliquer.

22. *Emission d'électrons par les métaux incandescents.* Les recherches de M. RICHARDSON sur cette émission et sur les courants thermioniques qu'elle produit montrent que les électrons libres, du moins lorsqu'ils se trouvent au dehors d'un métal, participent au mouvement calorifique de la même manière que les molécules d'un gaz, et par une heureuse application des lois de la Thermodynamique il a été conduit à des conclusions sur la manière

re dont les phénomènes dépendent de la température. Ces conclusions méritent d'autant plus l'attention qu'on y arrive sans se préoccuper du mécanisme de l'émission et de ce qui se passe à l'intérieur du métal. Les quatre paragraphes suivants seront consacrés à quelques-uns des problèmes qui se présentent ici. Mais il me faut d'abord faire une remarque sur l'état de choses qui existe à la surface d'un métal.

Si un métal placé dans le vide est maintenu à une température suffisamment élevée, l'émission des électrons produira une „atmosphère” formée de ces particules et il y aura équilibre lorsque, près de la surface, cette atmosphère aura atteint une densité déterminée.

Soient σ la surface plane du métal, σ_e et σ_i deux plans parallèles à σ , à petite distance, l'un à l'extérieur, l'autre à l'intérieur, φ_e et φ_i les valeurs du potentiel dans ces plans. Nous supposons que les forces qui correspondent à l'énergie potentielle V sont limitées à la couche mince entre σ_e et σ_i , de sorte que V reste constant à l'extérieur de σ_e et à l'intérieur de σ_i . Si l'on choisit la constante arbitraire qui entre dans V de telle manière que $V_e=0$, l'énergie V_i aura une valeur déterminée et l'énergie potentielle d'un électron situé en un point de σ_e surpassera de la quantité $-e(\varphi_e - \varphi_i) - V_i$ celle d'un électron qui se trouve sur σ_i . Donc, dans l'état d'équilibre, si N_e et N_i sont les nombres d'électrons libres par unité de volume à l'extérieur et à l'intérieur, on a la formule, analogue à (28),

$$\varphi_e - \varphi_i = -\frac{V_i}{e} + \frac{kT}{e} \log \frac{N_e}{\beta N_i}. \quad (32)$$

Dans tous les cas où il y a une telle différence de potentiel, il existe à la surface une double couche électrique, soit qu'elle contienne des quantités égales d'électricité positive et négative, soit que l'une des deux l'emporte sur l'autre, ce qui arrive lorsque la surface a une charge résultante. En somme, la distribution des charges dans la couche superficielle peut être bien compliquée.

Si, dans ce qui suit, nous parlons de la surface d'un métal, nous entendons par là la surface extérieure σ_e dont nous venons de parler.

23. *Variation de la densité de l'atmosphère d'électrons avec la température.* Soient maintenant A et B deux plaques parallèles

reliées par un fil, le tout formé du même métal et étant maintenu à la même température. Du côté extérieur, ces plaques sont revêtues de couches imperméables aux électrons. Nous prendrons la distance l des plaques et la température T comme variables indépendantes définissant l'état du système.

Si la distance est un peu considérable, les répulsions des électrons qui composent l'atmosphère entre les plaques donneront lieu à des différences de densité avec un minimum au milieu. On obtient les équations qui déterminent la distribution des électrons en supposant que, comme dans un gaz, il y a une pression

$$p = NkT,$$

dont les effets s'ajoutent à ceux des forces électrostatiques. Si l'axe des x est perpendiculaire aux plaques, on a la condition d'équilibre

$$Ne \frac{d\varphi}{dx} - \frac{dp}{dx} = 0,$$

d'où l'on tire

$$N = C e^{\frac{e\varphi}{kT}}. \quad (33)$$

Ensuite N et φ sont déterminés en fonction de x par l'équation de POISSON (en unités rationnelles)

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = Ne.$$

La solution de ces équations peut être mise sous la forme (origine des x au milieu)

$$N = N_0 \sec^2 \left[ex \sqrt{\frac{N_0}{2kT}} \right],$$

où N_0 est la valeur de N pour $x = 0$.

Cela nous donne pour la surface de chacune des plaques l'équation

$$N_e = N_0 \sec^2 \left[\frac{1}{2} el \sqrt{\frac{N_0}{2kT}} \right],$$

qui nous permet de calculer l'une des grandeurs N_0 et N_e , dès que l'autre est connue.

On peut aussi déterminer le potentiel et faire ensuite la théorie thermodynamique du système en tenant compte de la pression exercée par l'atmosphère d'électrons, des tensions de MAXWELL, de l'énergie propre au mouvement des électrons et de l'énergie du champ électrique, qui dépend de la manière connue des valeurs de $d\phi/dx$. Pour $x = 0$ la tension suivant les lignes de forces est zéro puisque, en ce point, on a $d\phi/dx = 0$. Par conséquent, la force qui agit sur les plaques est la pression

$$p = N_0 kT,$$

qui correspond à la densité N_0 au milieu.

Le résultat final est la formule de M. RICHARDSON

$$\frac{d \log N_e}{dT} = \frac{\varepsilon}{kT^2}, \quad (34)$$

dans laquelle ε a la signification suivante: si, par une augmentation de la distance l , n électrons sont amenés à passer des plaques à l'atmosphère qui se trouve entre elles, la température étant maintenue constante, l'énergie du système augmente de $n\varepsilon$.

Il ne sera pas nécessaire de déduire ici la formule pour des grandeurs quelconques de la distance l ; nous pouvons simplifier les calculs en supposant que cette distance est très petite. On peut alors négliger la différence entre N_0 et N_e .

En désignant par U l'énergie du système correspondant à l'unité de surface des plaques, on peut écrire pour la quantité de chaleur nécessaire pour un changement infiniment petit défini par dT et dl :

$$dQ = \frac{\partial U}{\partial T} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial l} + p \right) dl, \quad (35)$$

d'où l'on déduit d'une manière connue

$$\frac{\partial U}{\partial l} + p - T \frac{\partial p}{\partial T} = 0.$$

On est conduit à la formule (34) si l'on pose

$$p = N_e kT,$$

et si l'on remarque qu'un accroissement de la distance l amène une

augmentation $N_e dl$ du nombre des électrons qui se trouvent entre les plaques, de sorte que

$$\frac{\partial U}{\partial l} = N_e \varepsilon.$$

Introduisons encore cette valeur dans la formule (35). Nous trouvons alors pour un changement isothermique

$$dQ = N_e(\varepsilon + kT)dl,$$

tandis que $N_e dl$ est le nombre des électrons qui sont mis en liberté.

Pour maintenir constante la température, il faut donc fournir aux plaques une quantité de chaleur qui s'élève en moyenne à $\varepsilon + kT$ pour chaque électron libéré. Cette quantité de chaleur est comparable à la chaleur de vaporisation d'un fluide et le terme kT s'explique de la même manière que le terme analogue dans la formule pour la chaleur de vaporisation (travail extérieur).

Il importe de remarquer que, dans le système considéré, tout est symétrique des deux côtés et que, par conséquent, une augmentation de la distance l n'est accompagnée d'aucun mouvement de l'électricité dans le fil qui relie les plaques. Les électrons perdus par ces dernières proviennent donc des couches superficielles, les charges positives de ces couches devenant plus grandes. On peut imaginer que quelques-uns des atomes contenus dans les couches perdent un de leurs électrons périphériques.

Si η est l'énergie qu'il faut dépenser pour soustraire un électron à la couche superficielle, de telle manière qu'il soit en repos après l'extraction, on a

$$\varepsilon = \eta + \frac{3}{2} kT, \quad (36)$$

parce que les électrons de l'atmosphère ne sont pas en repos, mais possèdent, en moyenne, l'énergie cinétique $\frac{3}{2}kT$.

24. *Différence de potentiel dans un contact thermionique.* Remplaçons maintenant les plaques A et B par des plaques 1 et 2 formées de métaux différents et maintenues à la même température, mais isolées l'une de l'autre. L'émission d'électrons donnera lieu à un état d'équilibre auquel on peut appliquer la formule (33). Il y

aura donc entre les plaques, ou plutôt entre leurs surfaces extérieures σ_e (§ 22), une différence de potentiel

$$\varphi_{2e} - \varphi_{1e} = \frac{kT}{e} \log \frac{N_{2e}}{N_{1e}}. \quad (37)$$

Pour trouver la différence des potentiels *intérieurs*, il faut combiner ce résultat avec l'équation (32) appliquée aux deux métaux successivement. On trouve ainsi

$$\varphi_{2i} - \varphi_{1i} = \frac{1}{e} (V_{2i} - V_{1i}) + \frac{kT}{e} \log \frac{\beta_2 N_{2i}}{\beta_1 N_{1i}}.$$

D'après la seconde loi de la Thermodynamique, la différence de potentiel entre deux métaux différents doit être la même dans le cas d'un „contact thermionique”, comme nous venons de le considérer, et dans celui d'un contact direct. L'équilibre qui est produit par la formation d'une atmosphère d'électrons entre les plaques 1 et 2, isolées l'une de l'autre, ne sera pas dérangé si, ensuite, on les relie par un fil métallique.

En effet, notre dernière formule est identique à l'équation (28), que nous avons obtenue pour un contact métallique.

25. *Deuxième méthode d'application du principe de Carnot-Clau-sius.* Voici une autre application encore des lois de la Thermodynamique, dont l'idée a de nouveau été empruntée aux travaux de M. RICHARDSON. Mais je dois dire d'avance qu'elle ne nous apprendra rien de nouveau, de sorte que ce paragraphe aurait pu être omis.

Deux plaques parallèles A et A' , formées du même métal et reliées par un fil de la même substance qui est placé dans l'espace intermédiaire, sont maintenues à des températures différentes T et T' ($T' > T$). Plus vers l'extérieur, on a posé des plaques B et B' parallèles à A et A' , de telle manière que les quatre plaques se suivent dans l'ordre B, A, A', B' . Les plaques B et B' , imperméables aux électrons et à la chaleur, servent à limiter les espaces AB et $A'B'$, vides d'abord, dans lesquels des atmosphères d'électrons peuvent se former. Pour que l'émission d'électrons se fasse seulement dans ces espaces, les faces de A et de A' qui se regardent ont été recouvertes d'une couche imperméable.

Enfin, pour limiter aussi les champs électriques dont les lignes de force peuvent passer à travers B et B' , on peut imaginer, au delà de ces plaques, deux autres C et C' , reliées par un fil et constituées du même métal que ce dernier. Ici encore, une couche imperméable servira à empêcher l'émission d'électrons.

Du reste, le système est limité latéralement d'une manière convenable, de sorte que nous pouvons nous borner à considérer l'unité de surface de chacune des plaques et les espaces correspondants. Les dimensions de cette unité sont supposées être beaucoup plus grandes que les épaisseurs l et l' des atmosphères entre A , B et A' , B' , et ces épaisseurs sont tellement petites qu'on peut négliger les différences de densité dans chaque atmosphère.

Nous pouvons aussi introduire dans chaque atmosphère des cloisons de la même nature que les plaques B et B' , et, après avoir inclus entre deux cloisons une partie d'une atmosphère, nous pouvons la déplacer d'un côté du système à l'autre, du côté, par exemple, de B' à celui de B . On peut aussi soumettre à un changement de volume, adiabatique ou isothermique, la partie d'une atmosphère qu'on a isolée de cette manière.

Cela posé, nous imaginons le cycle suivant d'opérations, qui est réversible si l'on fait abstraction de la conduction de la chaleur dans le fil entre A et A' .

1°. Les plaques B et B' sont déplacées de telle sorte que la distance l diminue de la quantité infiniment petite δ , tandis que l' augmente de

$$\delta' = \frac{N}{N'} \delta.$$

Il y aura d'un côté une diminution $N\delta$ du nombre des électrons, et de l'autre une augmentation égale.

2°. On enlève à l'atmosphère $A'B'$ une couche de l'épaisseur δ' , qu'on transporte vers le côté de AB , mais, dans le cours de ce transport, on abaisse d'abord la température de ce système de $N\delta$ électrons de T' à T par une dilatation adiabatique et l'on donne ensuite au volume la grandeur δ par un changement à température constante.

3°. On ajoute à l'atmosphère AB , par simple juxtaposition, les $N\delta$ électrons qui ont été empruntés à l'atmosphère $A'B'$.

Il est facile de voir que, dans le cours de ce cycle, le fil entre

A et A' a été traversé, dans la direction de A vers A' , par $N\delta$ électrons. En effet, concevons un plan entre A et A' qui s'étend indéfiniment au delà des bords de A , de A' et des autres plaques. Dans le transport qui a eu lieu dans la deuxième opération, $N\delta$ électrons ont traversé ce plan dans la direction de A' vers A ; il faut donc qu'un nombre égal d'électrons se soient déplacés en sens inverse dans le fil. D'un autre côté, les charges électriques des plaques A et A' ont, à la fin, les mêmes grandeurs qu'au commencement. Contrairement donc à ce qui eut lieu dans le cas considéré au paragraphe précédent, les électrons qui entrent dans une atmosphère ne viennent pas, cette fois-ci, de la couche superficielle du métal; ils ont été apportés par un courant dans le fil.

a. Commençons maintenant par dresser le bilan de l'énergie. D'abord, dans la première opération on a gagné un travail

$$Nk\delta(T' - T).$$

En second lieu, le transport des $N\delta$ électrons d'un côté à l'autre (deuxième opération) a exigé un travail

$$Ne\delta(\varphi'_e - \varphi_e).$$

Pour évaluer aussi le travail qui a dû être effectué dans les changements de volume qui ont eu lieu dans le cours de la deuxième opération, nous songeons que, lorsqu'un gaz composé de n molécules se refroidit de T' à T par une dilatation adiabatique, il effectue un travail

$$\frac{3}{2}nk(T' - T),$$

le volume changeant dans le rapport de 1 à $(T'/T)^{\frac{3}{2}}$. Par conséquent, dans la dilatation adiabatique, on a gagné un travail

$$\frac{3}{2}Nk\delta(T' - T).$$

Par cette dilatation, le volume est devenu

$$\frac{N}{N'} \delta \left(\frac{T'}{T} \right)^{\frac{3}{2}}$$

et, pour lui donner la grandeur δ par un changement isothermique, on doit dépenser un travail

$$Nk\delta T \log \left[\frac{N}{N'} \left(\frac{T'}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (38)$$

qui, cependant, se trouve compensé par un dégagement de chaleur. Si, pour cette raison, nous omettons ce terme (38) dans l'expression pour la somme totale du travail dépensé, nous trouvons

$$Ne\delta(\varphi'_e - \varphi_e) - \frac{5}{2} Nk\delta(T' - T). \quad (39)$$

D'autre part, le fil conducteur a été parcouru, dans la direction de T vers T' , par une quantité d'électricité — $Ne\delta$, ce qui a provoqué (§ 13) un dégagement de chaleur

$$Ne\delta \int_T^{T'} \mu dT.$$

Cette même quantité d'électricité est entrée dans le métal à la température T et en est sortie à la température T' , et cela a donné lieu à des „effets PELTIER” aux deux surfaces. Considérons d'abord l'entrée et fixons l'attention sur l'énergie contenue dans l'espace entre deux plans situés des deux côtés de la surface de la plaque A , l'un dans l'atmosphère et l'autre dans le métal.

Chaque électron qui entre apporte l'énergie cinétique $\frac{1}{2}kT$ et chaque particule qui sort emmène l'énergie $2kT$ (§ 7). A la différence $\frac{1}{2}kT$ il faut ajouter la diminution d'énergie potentielle

$$- V_i + e(\varphi_i - \varphi_e),$$

de sorte que le dégagement de chaleur à la surface de A est donné par

$$N\delta \left[\frac{1}{2} kT - V_i + e(\varphi_i - \varphi_e) \right].$$

On obtient une expression semblable, avec le signe contraire, pour la plaque A' , et l'on trouve enfin, si l'on égale le travail (39) à la chaleur dégagée totale,

$$\int_T^{T'} \mu dT = \varphi'_i - \varphi_i - \frac{1}{e} (V'_i - V_i) - \frac{2k}{e} (T' - T).$$

On obtient la même équation si, revenant à l'expression (24) pour

$$-\mu \frac{dT}{dx} dx,$$

on en prend l'intégrale le long du fil, après avoir substitué pour G la valeur qu'on tire de (18).

b. Cette vérification faite, nous pouvons appliquer la seconde loi de la Thermodynamique. A cet effet, nous devons fixer l'attention sur les quantités de chaleur qui ont été dégagées, à savoir la quantité représentée par (38), les quantités $Ne\delta\mu dT$ qui ont été développées dans le fil et celles qui ont apparu aux surfaces de A et de A' . Pour ces deux dernières, nous pouvons écrire

$$Ne\delta\Pi \text{ et } -Ne\delta\Pi',$$

où Π et Π' indiquent, pour les températures T et T' , ce qu'on peut appeler l'effet PELTIER du métal vis-à-vis de l'atmosphère d'électrons, c'est-à-dire la quantité de chaleur qui est dégagée lors du passage de l'unité d'électricité (apportée par un fil) du métal à l'atmosphère.

Nous devons maintenant égaler à zéro la somme algébrique de toutes les quantités de chaleur dégagées, après avoir divisé chacune d'elles par la température qui lui correspond. Cela nous donne

$$\frac{k}{e} \log \left[\frac{N}{N'} \left(\frac{T'}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + \int_T^{T'} \frac{\mu}{T} dT + \left(\frac{\Pi}{T} - \frac{\Pi'}{T'} \right) = 0,$$

ou bien, si la différence $T' - T$ est infiniment petite,

$$-\frac{k}{e} \frac{d}{dT} \log \left(\frac{N_e}{T^{\frac{3}{2}}} \right) + \frac{\mu}{T} - \frac{d}{dT} \left(\frac{\Pi}{T} \right) = 0, \quad (40)$$

où nous avons écrit N_e au lieu de N , pour nous rappeler que dans ce qui précède il s'agit toujours de la densité de l'atmosphère d'électrons à la surface σ_e dont il fut question au paragraphe 22.

c. Il y a une simple relation entre l'effet PELTIER Π_{12} entre deux métaux 1 et 2 et les effets PELTIER Π_1 et Π_2 de chacun d'eux vis-à-vis de leur atmosphère d'électrons. En effet, considérons un contact thermionique (§ 24) et supposons que l'unité d'électricité passe à travers ce contact du métal 1 au métal 2. Il est certain que

ce passage donnera lieu au même effet PELTIER Π_{12} qu'on observerait dans un contact métallique. Or, entre les surfaces σ_{1e} et σ_{2e} il y aura la différence de potentiel déterminée par (37) et Π_{12} se composera de Π_1 , de $-\Pi_2$ et d'une quantité de chaleur équivalente au travail $\varphi_{1e} - \varphi_{2e}$. Donc

$$\Pi_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 - \frac{kT}{e} \log \frac{N_{2e}}{N_{1e}}.$$

Si l'on combine cette équation avec celles qu'on obtient en appliquant (40) aux deux métaux, on est ramené à la formule (27).

26. *Intensité du courant thermionique.* M. RICHARDSON a trouvé une formule pour la variation de cette intensité avec la température, en remarquant que, dans le cas où aucun des électrons qui atteignent le métal du côté de l'atmosphère n'est réfléchi, le courant thermionique est donné par le nombre d'électrons qui traversent la surface σ_e dans la direction de l'atmosphère. Un calcul facile fait connaître ce nombre et, en multipliant par la charge d'un électron, on obtient pour le courant par unité de surface

$$i = Ne \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Si, ensuite, dans l'équation (36), on regarde η comme indépendant de la température, l'intégration de (34) nous donne

$$N = cT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\eta}{kT}} \quad (41)$$

et par suite

$$i = CT^2 e^{-\frac{\eta}{kT}}.$$

Dans ces formules, c et C sont des constantes. La seconde équation est une de celles (il y en a une autre avec $T^{\frac{1}{2}}$ au lieu de T^2) qui peuvent servir à rendre compte des observations faites à différentes températures.

Ces observations ont aussi permis de déterminer la valeur de la constante η , qui représente le travail nécessaire pour détacher un électron du métal. Exprimée en volts elle varie entre 3 et 6; elle est plus ou moins inférieure, bien qu'elle soit du même ordre de

grandeur, au travail qu'il faut dépenser pour produire une ionisation dans la vapeur du métal. On comprend bien, en effet, que l'éloignement d'un électron périphérique ne demande pas la même énergie dans le cas d'un atome isolé et dans celui d'un système d'atomes réunis dans un réseau cristallin.

27. *Expériences de Millikan sur l'effet photo-électrique.* Appliquons la formule (41) à deux métaux 1 et 2 et substituons les valeurs de $\log N$ dans l'équation (37) pour la différence de potentiel au contact. Cela nous donne

$$\varphi_{2e} - \varphi_{1e} = (a_2 - a_1)T + \frac{1}{e} (\eta_1 - \eta_2), \quad (42)$$

où a_1 et a_2 sont des constantes dépendant de la nature des métaux. Or, s'il est permis d'y négliger le terme $(a_2 - a_1)T$ (ce qu'on ne peut pas savoir d'avance), cette équation peut nous fournir l'explication d'un fait remarquable qui a été observé par M. MILLIKAN dans ses recherches sur les phénomènes photo-électriques. Dans ces expériences, un métal M , exposé à des rayons de fréquence ν et pour lesquels, par conséquent, le quantum d'énergie avait la grandeur $h\nu$, était placé en face d'un cylindre de FARADAY C qui recevait les électrons expulsés. Ce cylindre était relié au métal M par un circuit dans lequel on pouvait introduire une force électromotrice F réglable à volonté et dirigée de C vers M . On mesura la grandeur de F qui est juste suffisante pour arrêter le courant photo-électrique, et M. MILLIKAN trouva que, pour une fréquence ν donnée, cette force limite est indépendante de la nature du métal M ; elle est, par exemple, la même pour le sodium et le platine.

Distinguons par les indices 1 et 2 le métal M et celui du cylindre de FARADAY. Alors, tant qu'aucune force électromotrice n'agit dans le circuit qui les relie, on aura entre les extrémités de ce circuit, c'est-à-dire entre M et C (surfaces extérieures), la différence de potentiel représentée par l'équation (42), que nous remplaçons maintenant par

$$\varphi_{2e} - \varphi_{1e} = \frac{1}{e} (\eta_1 - \eta_2).$$

Après l'application de la force électromotrice F , cette différence

devient

$$\varphi_{2e} - \varphi_{1e} = \frac{1}{e} (\eta_1 - \eta_2) - F. \quad (43)$$

Remarquons maintenant que l'énergie disponible pour l'expulsion d'un électron est $h\nu$ et que l'énergie η est nécessaire simplement pour le détacher du métal, sans qu'il ait une vitesse après la sortie. L'électron quittera donc le métal avec une énergie cinétique $h\nu - \eta_1$, et le courant photo-électrique s'arrêtera lorsque cette énergie est égale au travail nécessaire pour surmonter la force qui provient de la différence de potentiel entre M et C . Cette condition se traduit par l'équation

$$h\nu - \eta_1 = -e(\varphi_{2e} - \varphi_{1e}),$$

qui, combinée avec (43), nous donne pour la force électromotrice limite

$$F = \frac{1}{e} (h\nu - \eta_2). \quad (44)$$

On voit que cette valeur est bien indépendante de la nature du métal M . Si, pour un métal, η_1 est plus grand et, par conséquent, l'énergie cinétique d'un électron expulsé plus petite que pour un autre, cette différence est compensée par une valeur plus grande de $e(\varphi_{2e} - \varphi_{1e})$, cette valeur variant exactement comme η_1 .

On remarquera que notre raisonnement repose sur l'hypothèse que l'action photo-électrique s'exerce sur les mêmes électrons qui sont enlevés de la couche superficielle pour former l'atmosphère d'électrons dans le cas considéré au paragraphe 23. Notons aussi que c'est bien à raison que nous avons fait intervenir la différence de potentiel entre les surfaces extérieures σ_e des deux métaux, car c'est le champ électrique entre ces surfaces qui détermine le mouvement des électrons libérés.

28. *Forces pondéromotrices et effet Hall.* Un champ magnétique \mathbf{H} dans lequel se trouve un conducteur parcouru par un courant exerce sur un électron mobile une force qui, par unité de charge, peut être représentée par

$$\frac{1}{c} [\mathbf{v}.\mathbf{H}], \quad (45)$$

où c est la vitesse de la lumière, tandis que $[\mathbf{v.H}]$ est le produit vectoriel de la vitesse \mathbf{v} et de \mathbf{H} .

Ces actions peuvent influencer le mouvement des électrons dans le métal (effet HALL), mais elles donnent lieu également à la force pondéromotrice qui agit sur la substance même du conducteur, et l'on peut se demander quel est le mécanisme de la transmission des forces à cette substance. En faisant quelques remarques à ce sujet, j'aurai en vue surtout une question qui se présente à propos des supraconducteurs et je choisirai un exemple spécial qui a été réalisé dans une expérience récente de M. KAMERLINGH ONNES.

Considérons une lame métallique d'épaisseur uniforme, qui forme une sphère complète et qui est suspendue par un fil, de manière à pouvoir tourner autour du diamètre vertical. L'épaisseur est supposée être suffisamment petite pour qu'on puisse parler d'un courant dans une surface.

En un point quelconque de la sphère, on peut introduire trois directions h , k et n , perpendiculaires entre elles et dont les deux premières sont dans la surface, tandis que n est la direction de la normale extérieure. Une rotation du système h , k , n peut le faire coïncider avec le système des axes OX , OY , OZ , tel qu'on l'emploie ordinairement.

Nous représenterons par C le courant dans la surface et nous distinguerons par les indices 1 et 2 les côtés intérieur et extérieur.

Cela posé, on a d'abord les équations

$$\mathbf{H}_{h1} - \mathbf{H}_{h2} = -\frac{1}{c} \mathbf{C}_k, \quad \mathbf{H}_{k1} - \mathbf{H}_{k2} = \frac{1}{c} \mathbf{C}_h, \quad \mathbf{H}_{n1} - \mathbf{H}_{n2} = 0. \quad (46)$$

En se servant de ces formules, on peut déduire le système des forces (45) des tensions de MAXWELL agissant des deux côtés de la lame. Ces tensions peuvent donner lieu à un couple G autour de l'axe vertical, et l'on voit immédiatement que ce couple sera intégralement transmis à la matière du métal dans tous les cas où l'état de mouvement dans la lame est stationnaire, en ce sens que le moment résultant, par rapport à l'axe, de toutes les quantités de mouvement existant dans la sphère ne change pas dans le cours du temps. Alors, le couple G doit nécessairement être tenu en équilibre par un moment de torsion dans le fil de suspension.

Mais comment un état stationnaire peut-il s'établir ?

29. La réponse est facile quand il s'agit d'un conducteur ordinaire. On peut démontrer d'abord qu'une distribution quelconque de forces électromotrices constantes produira des courants également invariables.

Si la force électromotrice est représentée par \mathbf{F} , et si φ est le potentiel dû aux charges électriques qui se produiront généralement, on aura en chaque point

$$\mathbf{C}_h = \lambda \left(\mathbf{F}_h - \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right), \quad \mathbf{C}_k = \lambda \left(\mathbf{F}_k - \frac{\partial \varphi}{\partial k} \right), \quad (47)$$

où λ est le produit du coefficient de conductibilité et de l'épaisseur.

La solution de ces équations est comme il suit. Imaginons un circuit fermé infiniment petit ayant une position quelconque sur la sphère; soient $d\sigma$ l'étendue de la surface qu'il limite, ν la normale extérieure de ce circuit, dirigée tangentiellement à la sphère, et s la direction du circuit, ν et s étant choisis de telle manière que ces directions peuvent être prises pour h et k . L'intégrale

$$\int \mathbf{F}_s ds \quad (48)$$

autour du circuit aura une valeur proportionnelle à $d\sigma$. Si on la représente par $A d\sigma$, la fonction A sera connue en tous les points de la sphère.

Décomposons cette fonction en fonctions de LEGENDRE

$$A = \sum_i C_i Y_i$$

et posons

$$K = -a^2 \lambda \sum_i \frac{C_i Y_i}{i(i+1)} \quad (a, \text{ rayon de la sphère});$$

alors le courant est déterminé par

$$\mathbf{C}_h = -\frac{\partial K}{\partial h}, \quad \mathbf{C}_k = \frac{\partial K}{\partial k}. \quad (49)$$

Dans ce calcul, nous avons fait abstraction des forces (45). Nous allons les introduire maintenant, non seulement pour autant qu'elles proviennent du champ magnétique que les courants calculés produisent eux-mêmes, mais en y ajoutant un champ quelconque constant extérieur. Les forces avec lesquelles, conformément à la loi exprimée par (45), le champ magnétique agit sur les électrons

qui sont en mouvement dans les courants trouvés, peuvent être considérées comme des forces „électromotrices”, dont on déterminera l'effet de la manière indiquée. On trouvera ainsi un système de courants C' , qui se superpose au système C et qui produira un nouveau champ magnétique accessoire. L'action de ce champ sur C et C' et l'action du champ qui existait déjà sur C' donneront lieu à un nouvel effet HALL. On trouvera ainsi la solution par étapes successives et le résultat sera exprimé par des séries infinies, qui seront convergentes si l'effet HALL est suffisamment faible. Mais dans tout ceci, il est toujours question d'états de mouvement stationnaires, et il est donc certain que le couple G résultant des tensions de MAXWELL est transmis à la matière pondérable. On peut dire que cela se fait par l'intermédiaire des charges électriques qui se sont accumulées sur la sphère.

30. Considérons maintenant une sphère parfaitement conductrice et commençons de nouveau par ne pas tenir compte des forces transversales (45). On peut dire alors qu'en un point quelconque de la sphère la composante H_n reste perpétuellement ce qu'elle était à un moment donné; c'est le théorème à l'aide duquel on peut se rendre compte de la production de courants dans un supraconducteur et de la manière dont des courants une fois établis peuvent être changés. On commence, par exemple, avec la sphère non encore refroidie et partant à l'état de conducteur ordinaire. On applique un champ extérieur dans lequel les composantes H_n ont certaines valeurs α et on laisse aux courants induits le temps de s'éteindre. Si, ensuite, par un refroidissement, on fait disparaître la résistance, on aura toujours ces valeurs α , et elles se maintiendront quand on fera disparaître le champ extérieur. Il s'établira alors un système de courants induits tel que la force magnétique qui lui est propre aura, en chaque point de la surface, exactement la composante normale α . Cette condition suffit pour déterminer la circulation de l'électricité, que nous pouvons donc convenablement désigner par le symbole $C(\alpha)$.

Les courants induits continueront à circuler et l'on peut noter en passant que, ce qui les fait persister, c'est en premier lieu l'inertie de leur champ magnétique. Dans des cas simples, c'est comme si les électrons mobiles étaient attachés à la circonférence d'une roue qui se trouve en rotation.

On peut changer le système $\mathbf{C}(\alpha)$ par l'application d'un nouveau champ extérieur qui donne pour \mathbf{H}_n les valeurs β . Au système de courants, qui existait déjà, s'ajoutera alors un autre qu'on peut représenter par $\mathbf{C}(-\beta)$ et, en fin de compte, on aura les courants $\mathbf{C}(\alpha - \beta)$, tandis que les composantes \mathbf{H}_n ont toujours les valeurs α . On voit que les courants qui existent dans la sphère peuvent être différents du système $\mathbf{C}(\alpha)$ qui correspond aux valeurs actuelles de \mathbf{H}_n . Dans une certaine mesure, ces valeurs et les courants sont indépendants les uns des autres.

31. Quel sera maintenant l'effet des forces transversales (45) ? Il va sans dire que, dans le supraconducteur aussi, elles peuvent donner lieu à une accumulation de charges électriques, mais, en général, le champ électrique qui provient de ces charges ne suffit pas pour rendre l'état stationnaire, au sens que nous avons attaché à ce mot. Pour le reconnaître, nous remarquons d'abord que les forces (45) équivalent à une force électromotrice

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{Nec} [\mathbf{C.H}], \quad (50)$$

si N est maintenant le nombre des électrons libres par unité de surface. Ensuite, pour $\lambda = \infty$, on devrait avoir, en vertu des équations (47),

$$\mathbf{F}_h = \frac{\partial \varphi}{\partial h}, \quad \mathbf{F}_k = \frac{\partial \varphi}{\partial k},$$

et, par conséquent, l'intégrale (48) devrait s'annuler. Mais on a

$$\mathbf{F}_s = \frac{1}{Nec} \mathbf{C}_v \mathbf{H}_n,$$

et il devrait donc être satisfait à la condition

$$\int \mathbf{C}_v \mathbf{H}_n ds = 0. \quad (51)$$

Or, vu la distribution solénoïdale du courant, on peut toujours introduire une fonction K telle que les composantes du courant sont données par les formules (49). On a alors

$$\mathbf{C}_v = -\frac{\partial K}{\partial s},$$

et (51) devient

$$\int \mathbf{H}_n \frac{\partial K}{\partial s} ds = 0. \quad (52)$$

Introduisons maintenant des coordonnées polaires ϑ et ψ , la première étant la distance angulaire à un pôle fixe P ; \mathbf{H}_n et K seront des fonctions de ces coordonnées et l'on peut remplacer (52) par

$$\int \mathbf{H}_n \left(\frac{\partial K}{\partial \vartheta} d\vartheta + \frac{\partial K}{\partial \psi} d\psi \right) = 0.$$

Soient ϑ_0 et ψ_0 les valeurs des coordonnées en un point A_0 à l'intérieur du circuit, $\vartheta_0 + \vartheta'$ et $\psi_0 + \psi'$ leurs valeurs en un point de la périphérie. Pour calculer l'intégrale jusqu'aux termes du second ordre par rapport à ϑ' et ψ' , il suffit de poser

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_n &= \mathbf{H}_{n0} + \frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial \vartheta} \vartheta' + \frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial \psi} \psi', \\ \frac{\partial K}{\partial \vartheta} &= \left(\frac{\partial K}{\partial \vartheta} \right)_0 + \frac{\partial^2 K}{\partial \vartheta^2} \vartheta' + \frac{\partial^2 K}{\partial \vartheta \partial \psi} \psi', \quad \dots, \end{aligned}$$

où il faut entendre par les coefficients de ϑ' et de ψ' leurs valeurs en A_0 . Dans les produits, on peut encore négliger les termes en ϑ'^2 , $\vartheta'\psi'$ et ψ'^2 et toutes les intégrales auxquelles on est conduit alors sont zéro, à l'exception des deux

$$\int \vartheta' d\psi' \quad \text{et} \quad \int \psi' d\vartheta',$$

dont les valeurs sont égales et opposées. En fin de compte, la condition revient à

$$\frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial \psi} \frac{\partial K}{\partial \vartheta} - \frac{\partial \mathbf{H}_n}{\partial \vartheta} \frac{\partial K}{\partial \psi} = 0. \quad (53)$$

On peut facilement imaginer des cas où cette relation ne se vérifie pas; nous supposons, par exemple, que les lignes de courant sont des cercles autour du pôle P et que \mathbf{H}_n n'est pas constant le long d'un tel cercle.

Notre conclusion doit donc être que dans une sphère parfaitement conductrice, placée dans un champ magnétique quelconque,

les forces transversales (45) ne peuvent pas être contre-balancées par une distribution de charges électriques.

Si l'on veut qu'elles soient tenues en équilibre, on doit avoir recours à d'autres actions. On pourrait peut-être comparer les chaînes d'atomes qui sont parcourues par les électrons à des tubes qu'ils devraient suivre et sur les parois desquels ils exerceraient une pression par l'effet des forces transversales. Ce serait alors cette pression qui transmet ces forces à la substance du métal.

32¹⁾. Je voudrais insérer ici quelques nouvelles considérations sur les phénomènes dont il s'est agi dans les paragraphes précédents.

Pour simplifier autant que possible, je me bornerai au cas où le champ magnétique extérieur dans lequel se trouve la sphère métallique est uniforme. Il est alors facile de déterminer les distributions de courant dont nous avons parlé au paragraphe 30 et que nous avons représentées par les symboles $C(\alpha)$ et $C(\alpha - \beta)$.

Supposons qu'à un certain instant initial, la sphère étant déjà devenue supraconductrice, il n'y ait ni champ extérieur ni mouvement de l'électricité. Si alors, à un moment postérieur, il existe un champ \mathbf{H} , les électrons libres contenus dans la sphère auront un mouvement d'ensemble qui n'est autre chose qu'une rotation autour de la ligne OL , menée du centre O dans la direction du champ. La vitesse de rotation est donnée, en direction et grandeur, par

$$\frac{3c}{2Nea} \mathbf{H},$$

où a est le rayon de la sphère, N le nombre des électrons par unité de surface et $-e$ la charge d'un électron. En un point quelconque de la surface, la vitesse des électrons est donnée par l'expression

$$\frac{3c}{2Ne} [\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}],$$

si l'on représente par \mathbf{n} un vecteur de la grandeur 1, normal à la sphère et tracé vers l'extérieur, et par $[\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}]$ le produit vectoriel de \mathbf{H} et de \mathbf{n} . Quelle que soit la manière dont \mathbf{H} varie, l'axe du sy-

¹⁾ Les paragraphes 32-34 ont été ajoutés après la présentation et la discussion du Rapport.

stème de courants, c'est-à-dire l'axe OL des cercles dans lesquels les électrons circulent, aura toujours la direction de \mathbf{H} .

On peut réaliser un état de choses un peu moins simple en excitant successivement *deux* champs extérieurs, dont le second se superpose au premier, l'un étant produit avant et l'autre après le refroidissement du métal.

On obtient ainsi, dans un champ extérieur \mathbf{H} , ayant la direction OL , un mouvement des électrons libres avec la vitesse

$$\frac{3c}{2Ne} [\mathbf{h} \cdot \mathbf{n}], \quad (54)$$

\mathbf{h} étant un vecteur dirigé suivant une ligne OA qui fait un angle quelconque avec OL . Tel est le cas que nous allons considérer maintenant.

Notons d'abord qu'en vertu du mouvement des électrons déterminé par (54), la sphère agira sur des systèmes extérieurs comme un petit aimant placé au centre, dont le moment est donné, en grandeur et en direction, par

$$- 2a^3 \mathbf{h}. \quad (55)$$

33. Supposons que les électrons soient entièrement libres, en ce sens qu'ils sont seulement assujettis à la force transversale déterminée par (45) et aux forces qui, éventuellement, résultent de charges électriques répandues sur la sphère. Alors un raisonnement pareil à celui du paragraphe 31 nous fait voir que l'état, que nous venons d'imaginer, ne peut pas être stationnaire. En examinant la question de plus près, on trouve que le système de courants doit avoir un mouvement de précession autour de la ligne OL . A chaque instant, les électrons ont les vitesses déterminées par (54); seulement, le vecteur \mathbf{h} tourne avec une vitesse angulaire qui est donnée par

$$- \frac{3c}{2Nea} \mathbf{H} \quad (56)$$

en grandeur et en direction.

Pour comprendre ce résultat, on doit remarquer que les courants dans la sphère produisent un champ magnétique, qui prend part, lui aussi, à ce mouvement de précession. Par conséquent, en

un point déterminé de la sphère, le champ magnétique change continuellement, et cela donne lieu à certaines forces d'induction, disons aux forces E_i , agissant sur les électrons mobiles. D'autre part, ces particules se trouvent soumises aux forces transversales, disons E_t , qui sont définies par l'expression (45). On reconnaît que, lorsque la précession a le sens et la vitesse indiqués, l'intégrale de E_i prise le long d'une ligne quelconque fermée est égale, avec le signe contraire, à l'intégrale correspondante de E_t . Cette égalité est bien la condition qui doit être remplie dans le cas d'un corps supraconducteur; elle exprime l'équivalence, au point de vue du mouvement de l'électricité, des forces d'induction E_i et d'un système de forces $-E_t$, égales et opposées aux forces transversales E_t .

De cette équivalence on peut déduire autre chose encore. En composant toutes les forces E_t , qui agissent sur les électrons mobiles, on trouve un certain couple G , qu'on pourrait déduire aussi des tensions de MAXWELL agissant aux deux surfaces du métal, et qui, du reste, est égal au couple avec lequel le champ extérieur H agirait sur le moment magnétique (55). En vertu de ce qui vient d'être dit, on peut affirmer que les forces d'induction agissant sur les électrons libres donnent lieu à un couple égal et opposé à G .

Or, si les forces d'induction E_i agissent avec un tel couple $-G$ sur les électrons mobiles, elles doivent agir avec un couple $+G$ sur la „substance” du métal, je veux dire sur tout ce que le métal contient, en dehors des électrons libres, cette substance portant une charge égale et opposée à celle des électrons. D'autre part, cette partie du système, n'ayant pas la vitesse des électrons libres, n'est pas soumise à des forces transversales de la nature de E_t . On voit ainsi que l'action pondéromotrice sur la sphère revient, en fin de compte, au couple G ; cette fois-ci, elle est transmise à la substance du métal par l'intermédiaire des forces d'induction E_i , c'est-à-dire du champ magnétique.

Il va sans dire que le vecteur qui représente le couple pondéromoteur G , étant toujours perpendiculaire au plan qui passe par les directions OL et OA , doit être entraîné dans la précession de cette dernière ligne, et le changement dans la direction du couple devrait se montrer dans les expériences.

Mais on n'en a rien observé et un simple calcul suffit pour faire

voir que cela ne peut pas être attribué, comme on pourrait le penser, à une trop grande lenteur du mouvement précessionnel.

34. Dans l'expérience de M. KAMERLINGH ONNES le champ extérieur H avait une direction horizontale, disons OX , et la sphère pouvait tourner autour d'une ligne verticale OY .

Dans ces conditions, c'est la composante G_y du couple qu'on mesure, et, si le vecteur G décrit un cône autour de OX , cette composante doit changer continuellement, atteignant, tantôt dans une direction et tantôt dans la direction opposée, une certaine valeur maximum.

En réalité, le couple observé resta sensiblement constant pendant six heures. On peut bien en conclure que, si la précession existe, l'angle dont elle a fait tourner le plan OAL , dans cette période, a été d'une vingtaine de degrés tout au plus, c'est-à-dire que la vitesse angulaire (56) a été inférieure à $1,62 \cdot 10^{-5}$. J'en déduis que le rapport entre le nombre des électrons libres et celui des atomes a été supérieur à

$$5,4 \frac{H}{a\delta},$$

où H est l'intensité du champ exprimée en gauss, et δ l'épaisseur de la couche sphérique.

Or, il est certain que cette condition n'a pas été remplie, car l'intensité H a été de quelques dizaines de gauss, et le nombre des électrons libres doit être une petite fraction seulement de celui des atomes.

Voilà ce qui nous empêche de concevoir pour les électrons la liberté de mouvement que nous leur avons attribuée au commencement du paragraphe 33. Nous sommes forcément conduits à supposer que, dans un métal supraconducteur, il y a, pour ces particules, des trajectoires prescrites, qu'elles peuvent suivre sans rencontrer aucune résistance, mais qu'elles ne peuvent pas quitter librement dans une direction latérale. Dans cette hypothèse, le mouvement de précession, dont il vient d'être question, n'existerait pas. Les forces transversales, avec lesquelles le champ extérieur agit sur les électrons, seraient transmises à la substance du métal par l'intermédiaire des forces qui empêchent les électrons de

sortir de leurs trajectoires et qui sont comparables à une pression exercée par la paroi d'un tube dans lequel ils seraient enfermés.

35. *Propriétés optiques des métaux.* Dans un mouvement lumineux qui se propage à l'intérieur d'un métal, il y a en un point quelconque une force électrique d'une certaine fréquence n , qu'on peut représenter par

$$\mathbf{E} = a e^{int}. \quad (57)$$

Cette force donnera lieu à un courant pour lequel on peut écrire

$$\mathbf{C} = (\alpha + i\beta)\mathbf{E}, \quad (58)$$

où α et β sont des constantes qui dépendent de la nature du métal et de la fréquence n . Si on les connaît, on peut en déduire la manière dont un faisceau incident est réfléchi, transmis et absorbé. D'autre part, l'étude, par exemple, de la lumière réfléchie nous fournit le moyen de déterminer ces constantes. Si A est l'angle d'incidence principal, et H l'azimut de la polarisation rétablie, on a

$$\alpha = n \operatorname{tang}^2 A \sin^2 A \sin 4H \quad (59)$$

et

$$\beta = n \operatorname{tang}^2 A (1 - 2 \sin^2 2H \sin^2 A). \quad (60)$$

Les résultats des mesures optiques constituent ainsi des données précieuses pour la théorie du mouvement de l'électricité dans les métaux, mais, dans l'état actuel de nos connaissances, on ne peut guère en tirer parti.

La constante β est celle qui joue un rôle dans le cas d'un corps diélectrique, sa valeur étant $n\varepsilon$, si ε est la constante diélectrique. Ce qui est curieux, c'est que pour plusieurs métaux β est négatif. Cela peut être attribué soit à des vibrations propres dans l'infrarouge, soit à la masse des électrons libres.

Notons encore que l'intensité de la lumière réfléchie sous l'incidence normale, l'intensité incidente étant 1, est donnée par

$$\frac{(1 - \gamma)^2 + \delta^2}{(1 + \gamma)^2 + \delta^2}, \quad (61)$$

où les grandeurs positives γ et δ sont déterminées par

$$(\gamma - i\delta)^2 = \frac{1}{n} (\beta - i\alpha). \quad (62)$$

HAGEN et RUBENS ont montré que, pour des rayons infrarouges à grande longueur d'onde, on peut calculer ainsi le pouvoir réflecteur en tenant compte seulement du courant de conduction calculé avec le coefficient de conductibilité ordinaire, ce qui est une des plus belles vérifications de la théorie de MAXWELL.

THE MOTION OF ELECTRICITY IN METALS¹⁾

When I had the honour to be invited to deliver this *May Lecture* I, of course, thought that it would be appropriate to choose for my subject some of the phenomena that occur in metallic substances. However, as I know much less than you of the constitution of metals, and of the properties which depend on it, I felt that I should have to confine myself to questions of a somewhat general character. Fortunately, in the remarks which I am going to make about the motion of electricity in metals, my ignorance — so, at least, I hope — will not become too apparent.

To begin with, I may say that, whenever physicists have tried to form a picture of a current of conduction, there has been a tendency to consider it as the motion of something material, comparable to the flow of water through a tube. It is true that some had doubts about this point, and we read, for example, in MAXWELL'S Treatise: „It appears to me that, while we derive great advantage from the recognition of the many analogies between the electric current and a current of a material fluid, we must carefully avoid making any assumption not warranted by experimental evidence, and that there is, as yet, no experimental evidence to show whether the electric current is really a current of a material substance or a double current, or whether its velocity is great or small as measured in feet per second.” This was very cautious indeed. Other physicists, however, less prudent than MAXWELL or more anxious to understand what goes on in the interior of a conductor, had not shrunk from developing a truly „material” theory. According to them a metal contains, in the interstices between its atoms, one or two electric fluids, and it was supposed that, under the action of an electric or electromotive force, the electricity can move forward, overcoming the resistance that is

¹⁾ Fifteenth May Lecture to the Institute of Metals, delivered May 6, 1925. *Journal of the Institute of Metals*. **33**, 257, 1925.

caused by the atoms, and that is similar to the force which the walls of a tube oppose to a current of fluid. In those old theories there was no question of any definite assumption as to the constitution of the atoms themselves. If the two electricities were thought to be free, the atoms were considered as small neutral particles, and if one movable fluid only was preferred, the other electricity was supposed to be fixed to the atoms, giving them a definite charge.

Further, in order to account for the electrodynamic and electromagnetic actions, different laws, such as those of WILHELM WEBER, RIEMANN and CLAUSIUS, had been proposed, all agreeing in so far as the mutual action of two particles of electricity was made to depend not only on their relative position, in the way expressed by COULOMB'S law, but also on their state of motion. The consequences that can be drawn from these laws were worked out to a considerable extent, and many attempts were made to decide between the conflicting views and to ascertain whether in a current both electricities are moving, or one of them only. It should be noted also that the conception of a granular or atomic constitution of electricity was not wholly wanting. The theories to which I referred always spoke of the mutual action between two „particles” of electricity, but the magnitude of their individual charges was left wholly undeterminate.

Now, since WILHELM WEBER'S days great and rapid progress has been made, and our present ideas about the constitution of a metal and the phenomena of which it is the seat are incomparably more definite and detailed than these old views which I recalled to you. I dare say that nowadays no physicist has any doubts about the structure of the atom; we have become quite familiar with the positively charged nucleus and the electrons surrounding it. The number of these electrons is known with certainty for all atoms. In the case of copper 29, for iron 26, for silver 47; it is simply what we call the „atomic number” of the element, i.e. the number that determines its place in a natural arrangement such as is given in MENDELEJEFF'S table.

This number also determines the positive charge of the nucleus. For, since the electrons all have equal negative charges, say, each a unit of negative electricity, and since in its natural state with 29 electrons the copper atom as a whole has no charge, the charge

of the nucleus must be 29 positive units. Similarly for other metals. I must add that nearly the whole mass of a body is concentrated in the nuclei and that, in the solid state, they occupy definite positions, in which they are maintained by certain forces which manifest themselves in the elastic properties of the metal. We may further be sure that over ranges many times longer than the molecular distances, the arrangement of the nuclei is perfectly regular. In other words, the metal is made up of crystals, very minute in most cases, but yet each containing millions and millions of atoms. The special features of this crystalline structure are found out by means of *X*-rays, but we need not speak of this now. It will be sufficient to know that the nuclei form, so to speak, the rigid framework of the metal. The motion of heat may slightly displace them from their positions of equilibrium, but the progressive motion of electricity which we call a current can only be a motion of the negative electrons. In this sense modern theory has decided in the old dilemma of one or two movable electricities.

To complete our picture I must remark that in the natural state of the metal, and apart from the agitation of heat, the electrons may already perform very rapid motions. You all know BOHR'S theory, according to which the electrons of an atom are revolving about the nucleus with speeds that may be an appreciable fraction of the velocity of light. It is true that other models of the atom, with a static arrangement of the electrons, have been proposed by LEWIS and LANGMUIR, and that these have been found very serviceable for the understanding of chemical phenomena; but, especially in the fields of spectral lines and RÖNTGEN rays, the success of BOHR'S theory has been so wonderful that I think we may safely trust to it.

The intensity and further peculiarities of the internal motions which we have now to imagine are inexorably determined by the conditions imposed by the theory of quanta; so these motions constitute an unalterable and fundamental feature of the chemical element, and without them our nucleus with its charge 29 and its 29 electrons would not form a system having the properties of a copper atom. Compared to these „constituent” motions heat is only a slight tremor of the nuclei, and the strongest electric current is probably but a comparatively unimportant additional

phenomenon. It should finally be noted that metals belong to the electro-positive elements whose atoms easily lose one of their outer electrons. So we can understand that a certain number of these particles — a small fraction, however, of the total number — are set free; these may serve as the vehicle for the electric current.

There is a simple relation between the strength of a current and the mean velocity of the electrons, if by „mean velocity” we understand that of all the electrons together, free or otherwise. Indeed, we can fix our attention on an element of volume whose dimensions are a very small part only of a centimetre, but which nevertheless is large enough to contain an immense number of atoms. At a definite instant each electron present in it will have a definite velocity which we may decompose into components having the directions of the axes of coordinates. We may then take the mean value of all the components parallel to OX , with due regard to their positive or negative signs. Similarly, we may calculate the mean values of the velocities in the directions of OY and OZ . Finally, compounding the three results, we shall find, in direction and magnitude, the mean velocity of which I spoke. It will be zero, so long as there is no predominant direction of motion; this will be the case when the metal is in its natural state. On the other hand, the mean velocity will differ from zero whenever there is a general progressive motion, and then it will be a measure of the current of electricity. It is easily seen that the strength of the current, per unit area of a plane at right angles to it, is equal to the product of the mean velocity by the total charge of the electrons contained in unit of volume. This total charge is known, and so the mean velocity can be calculated for a given current intensity.

Take, for example, the case of a copper wire whose section is 1 mm^2 and in which there is a current of 1 amp. The number of atoms in a cm^3 may be taken to be $8,52 \times 10^{23}$, and the number of electrons is therefore $29 \times 8,52 \times 10^{22} = 2,47 \times 10^{24}$. The electronic charge being $1,59 \times 10^{-20}$ electromagnetic units, the total negative charge per unit of volume amounts to $3,93 \times 10^4$. On the other hand, expressed in the same electromagnetic units, the strength of the current per cm^2 is 10. From these data one finds for the mean velocity of the electrons $2,5 \times 10^{-4} \text{ cm}$ per second.

Now, the mean distance between neighbouring atoms is about $2,3 \times 10^{-8}$ cm, and we see therefore that, if all the electrons had the mean velocity, each of them would pass along many thousands of atoms in a second. If the circuit had a length of 10 cm it would take the electrons eleven hours to go all round it. Of course, when the free electrons form only a small fraction of the total number, some individual particles must have performed the journey long before that time.

I do not mean to say that they have done so quite undisturbedly, nor that the same electrons remain free for a considerable length of time. In all probability the metal is the seat of a great variety of changes. While some electrons are set free, maybe by collisions of the atoms with moving particles, by a kind of dissociation due to the heat motion, or perhaps by radiations due to the transition of an atom from one stationary state to another, other electrons are recaptured by an atom; and if we could watch an individual particle we should probably see it freely moving for a short time, and then for a while imprisoned in an atom, moving in a BOHR orbit, until it is its turn again to be involved in the progressive motion.

Though all this may be extremely complicated, it is not difficult to account for OHM's law, the fundamental law of electrical conduction. To see this we may take the simplest case of all, a uniform steady current in a straight wire. As the state is stationary the resulting momentum G of all the electrons contained in the space between two sections S_1 and S_2 will not change in course of time, we may say so, even though the electrons that contribute to G are not the same at all instants, some particles leaving the space considered while others enter it. Hence, the different causes which tend to change the momentum G must counterbalance each other. As there is no reason why the transfer of momentum should be different at the sections S_1 and S_2 , this means that the forces acting on the system of electrons must be in equilibrium. One force is due to the electric force acting along the wire, and there must therefore be another force equal and opposite to it; this action can only be exerted by the fixed nuclei.

It is clear that, so long as there is no mean velocity of progressive motion, a resulting force of this kind cannot exist. Though each electron belonging to an atom is attracted by its nucleus, and

though there are similar forces acting on free electrons that come near a nucleus, yet these innumerable elementary actions will be directed indiscriminately towards all sides. So soon however as, in addition to these intrinsic motions, there is a small velocity of flow, it may well be that the actions of the nuclei on the electrons are somewhat stronger in one direction than in the other. It is natural to suppose that the force thus produced is opposed to the mean velocity of the electrons, so that it truly is a "resistance", and, inasmuch as we may expect that effects caused by small changes in the state of motion are proportional to these changes, we are led to a force of resistance proportional to the current, and thereby to an explanation of OHM'S law. At all events it would be more difficult *not* to find this law.

The foregoing general considerations also suffice for the explanation of TOLMAN and STEWART'S beautiful experiments on the currents produced by the acceleration or the retardation of a conductor, by which it was proved directly that the current consists in a motion of negative electrons. A similar experiment which we can make with a fluid may serve as an illustration. Let us take a closed circular tube filled with water and suddenly set it in rotation about its geometrical axis, the velocity becoming constant after a certain time. On account of the friction at the walls the fluid will at the end move with the same velocity as the tube; but it will require some time to be set in motion, so that at first the water will lag more or less behind. Conversely, when, beginning with a common motion of the tube and the water, the tube is suddenly brought to rest, the water will continue to move for a certain length of time.

It is very easy to calculate these relative motions of the water with respect to the walls. Let the tube be so narrow that all its points may be said to have the same velocity v , and let w be the relative velocity of the water in the tube. Both v and w are directed along the circle, and are positive or negative according to their direction. Now consider the force acting on the water per unit of length of the tube. Since all is the same at all points of the circle there can be no differences of pressure, and the only force will be the friction, which we may assume to be proportional to the relative velocity w and opposite to it, so that it may be represented

by $-qw$, where q is a constant. Thus, since the velocity of the water is $v + w$ and its acceleration along the circle

$$\frac{d(v + w)}{dt},$$

we have the equation

$$m \frac{dv}{dt} + m \frac{dw}{dt} = -qw,$$

if m is the mass of the water per unit of length. By this formula the velocity w can be calculated for any instant, when v is given in function of the time.

It will be sufficient for our purpose to consider the transition during an interval of time extending from t_1 to t_2 , from one steady state to another, in both of which the water has the velocity of the tube, so that at the beginning and at the end $w = 0$. Multiply the equation by dt and integrate from $t = t_1$ to $t = t_2$. The second term disappears and the first gives $m(v_2 - v_1)$, if v_1 and v_2 are the initial and the final velocity of the tube. Thus

$$m(v_2 - v_1) = -q \int_{t_1}^{t_2} w dt.$$

If the section of the tube is denoted by ω , the volume of water that has flowed through a section is given by

$$\omega \int_{t_1}^{t_2} w dt = -\frac{\omega m}{q} (v_2 - v_1).$$

We shall have the two cases of which I spoke, if we put either $v_1 = 0$ or $v_2 = 0$.

The electric currents observed by TOLMAN and STEWART can be calculated in nearly the same way, the only difference being that we have to introduce the force of self-induction. We now take a circular metallic wire rotating about its geometrical axis with the velocity v . Let w be the mean velocity relatively to the wire of the electrons, both free and otherwise. Then, if N is the total number of electrons per unit of volume, e the charge of each of them, and ω the section of the wire, the current will be

$$i = N\omega ew.$$

The forces acting on the electrons, per unit of length, are: first a resistance $-qw$, and in the second place a force due to the self-induction. It is well known that this latter force is proportional to $-di/dt$, so that we may write for it

$$-p \frac{di}{dt},$$

with a constant coefficient p . Thus, the equation of motion becomes

$$N\omega m \frac{d(v+w)}{dt} = -qw - p \frac{di}{dt},$$

where m is the mass of an electron.

Now, let the wire with the electrons contained in it first have the constant velocity v_1 , and suppose that, after a certain time, the velocity of the wire is v_2 , which again is kept constant. During the acceleration or retardation of the wire the electrons will have a velocity different from v , lagging behind or shooting forward, as the case may be; but, if we wait long enough, the „friction” will cause them again to move with the velocity of the wire. Thus, if the transition from one state to the other is made during the period from t_1 to t_2 , we shall have, both for $t = t_1$ and for $t = t_2$, $w = 0$ and $i = 0$, and we find by the same integration which we used in the former case

$$N\omega m (v_2 - v_1) = -q \int_{t_1}^{t_2} w dt,$$

the terms with dw/dt and di/dt disappearing.

The total strength of the transient electric current that has been produced in the wire by the transition from the velocity v_1 to v_2 is given by

$$I = \int_{t_1}^{t_2} i dt = N\omega e \int_{t_1}^{t_2} w dt,$$

so that we have

$$I = \frac{N^2 \omega^2 e m}{q} (v_1 - v_2).$$

In order to see the meaning of the coefficient we shall consider the constant current set up in the metal by an electric force E . There will be equilibrium between the forces $N\omega eE$ and $-qw$, if we denote again by w the mean velocity of the electrons. Thus

$$w = \frac{N\omega e}{q} E,$$

so that the current per unit of area of the section of the wire is given by

$$\frac{N^2\omega e^2}{q} E,$$

showing that

$$\sigma = \frac{N^2\omega e^2}{q}$$

is the coefficient of conductivity. Hence, if l is the length of the wire and r its resistance in the ordinary sense of the word,

$$r = \frac{l}{\omega\sigma} = \frac{ql}{N^2\omega^2 e^2}$$

and

$$I = \frac{lm}{re} (v_1 - v_2).$$

If the conductor is first moving with the velocity v and then brought to rest, the current will be

$$I = \frac{lm}{re} v.$$

The experiment was made with a coil of many windings (about 600), the ends of which were connected with a galvanometer, and whose motion of rotation about the axis was suddenly stopped by means of a brake. The direction of the current showed that the moving electricity really is the negative one, and that it is concentrated in electrons of the same kind as those that exist in cathode rays could be deduced from the value found for e/m , a ratio that can be calculated from the above formula if we take for l the total length of the coil and for r the resistance of the circuit,

the galvanometer included. If the number thus obtained is divided by the value of e/m for cathode rays, the result is 0,89 for copper, 0,86 for aluminium, and 0,83 for silver.

It is interesting to apply to TOLMAN and STEWART's experiment the mode of reasoning set forth in the chapter on the „Dynamical theory of electromagnetism” of MAXWELL's Treatise, a chapter that will always remain remarkable for the way in which the general equations of dynamics were applied to electromagnetic phenomena. In these equations all is made to depend on the expressions for the potential and the kinetic energy, and MAXWELL showed how the laws of ponderomotive forces and induced currents can be derived on the assumption that the energy of the magnetic field plays the part of the kinetic energy. He remarks that, in the case of moving bodies carrying electric currents, the kinetic energy may be conceived as made up of three parts. The first of these, which he calls T_m , is the ordinary kinetic energy of the matter of the conductors, the second, T_e , is due to the electric currents taken by themselves, and the third part, T_{me} , arises from the combination of the motion of the conductors with the motion relatively to them of the electricity which they contain. MAXWELL was especially interested in the question whether this third part of the kinetic energy really exists, and he thoroughly discussed the effects that might be expected from it. He also tried to observe some of them, for which, however, his instruments were not sufficiently sensitive.

It is worthy of remark that the currents observed by TOLMAN and STEWART have their origin in this third part of the kinetic energy. Indeed, in addition to the ordinary kinetic energy of the coil, we have in the first place the energy of the electromagnetic field, for which we may write $\frac{1}{2}Li^2$, if L is the coefficient of self-induction, and in the second place the kinetic energy of the electrons. In order to find an expression for this latter energy we shall henceforth understand by N the number of *free* electrons only, and by w *their* mean velocity, and we shall suppose that each of them has this velocity w added to the velocity v of the wire. By this change of meaning of N and w their product is not altered.

We may now write for the kinetic energy of the free electrons

$$\frac{1}{2}Nl\omega m (v + w)^2,$$

or, using the relation between w and i ,

$$\frac{1}{2}Nl\omega m v^2 + \frac{lm}{e}vi + \frac{lm}{2N\omega e^2}i^2,$$

so that the expression for the total kinetic energy takes the form

$$\frac{1}{2}Qv^2 + \frac{lm}{e}vi + \frac{1}{2}\left(L + \frac{lm}{N\omega e^2}\right)i^2.$$

Having got thus far one can easily deduce the formula for the TOLMAN-STEWART effect by means of LAGRANGE'S equations, and then it is found to arise from the second term, which, as you see, is of the kind of MAXWELL'S T_{me} .

I may perhaps mention here that the mass m of the electrons will also make itself felt when the conductor is left at rest. Our last formula shows that, on account of it, the coefficient of self-induction is augmented by an amount

$$\frac{lm}{N\omega e^2}.$$

If, in our measurements of the currents produced by self-induction and in the calculation of L in terms of the geometrical dimensions of the circuit, we could attain a sufficient precision, the influence of the additional term ought to become apparent. In one of the first papers of HEINRICH HERTZ, published in 1880, an account is given of an attempt he had made in this direction. But HERTZ was no more successful than MAXWELL. He could only fix an upper limit for the kinetic energy of the moving electricity. According to our equation this means a lower limit for the number N , and, indeed, applying the formula to the numbers given by HERTZ, I find that in his copper wire the number of free electrons per cm^3 must have been more than about $2,2 \times 10^{16}$. As the total number of electrons is $2,47 \times 10^{24}$, you will not object to this result.

Thus far we have followed rather general ideas only. One must go farther than this, and try to make more definite assumptions concerning the behaviour of the free electrons and their interactions with the metallic atoms, if one wants to understand the

causes that determine the degree of conductivity of a metal and the relations between the electric current and other phenomena. A vast amount of experimental evidence has accumulated in this field, and many interesting and beautiful theories have been proposed; a full account of all this may be found in a report presented by Professor BRIDGMAN to the Solvay meeting of 1924.

It would be impossible for me now to speak of all this, and I think I had better confine myself to a small number of questions. Allow me therefore to devote the remaining part of my lecture to some considerations in connection with the theory that was developed a quarter of a century ago by DRUDE, and to a discussion of one of the experiments which Professor KAMERLINGH ONNES has made with supraconductive metals.

DRUDE's fundamental ideas were that the free electrons in a metal have their share in the thermal agitation, moving at such speeds that their mean kinetic energy is equal to that of the molecules of a gas, and that their paths of undisturbed motion are limited by their encounters with the atoms. I shall now show how a theory of electric conduction can be based on these assumptions. In doing so I shall begin without any special assumption concerning the mutual action of an electron and an atom near which it comes. Our general formula will hold whatever be the precise nature of this action. It may be applied, for example, when the atoms are considered as solid spheres from which the electrons rebound according to the laws of elastic impact, but also when the electrons can pass right through the atoms, suffering perhaps only a slight deflexion from their original path.

Let us consider a group of free electrons, possibly moving in many different directions, but having at a definite time t a certain mean or common velocity w ; this group may, for example, consist of the N free electrons which are found in unit of volume. At all events, we shall suppose it to be so numerous that in an interval of time dt — that is but a very small fraction of a second — a great number of encounters take place. At the end of this lapse of time we may again fix our attention on the velocities of the particles and take the mean of them all; we may do so even when not exactly the same electrons constitute the group at the two instants, i.e. if some free electrons have been captured by the atoms and have been replaced by an equal number of new ones.

Now, I think you will find no difficulty in making the following assumptions:

1. The new mean velocity w' has the same direction as the original one w ; indeed, there is no reason why, of two directions equally inclined to w , one should predominate over the other.
2. The new velocity w' is smaller than w . This means that the irregular actions exerted by the atoms tend to obliterate a common progressive motion of the electrons.
3. The change $w - w'$ is proportional to the time dt .
4. It is likewise proportional to w itself. This follows from the remark already made, that the progressive motion of the electrons constitutes only a very slight departure from the natural state of things. Inasmuch as small deviations of this kind generally obey linear equations, we may say that w , w' , and therefore also their difference, may be altered in the same ratio.

What precedes leads us to the equation

$$w' - w = -\alpha w dt,$$

where α is a constant. Or, if we write dw instead of $w' - w$,

$$dw = -\alpha w dt,$$

and on integration

$$w = w_0 e^{-\alpha t},$$

where w_0 is the mean velocity of the group at the instant $t = 0$. This velocity is thus seen to die out at a rate determined by the factor $e^{-\alpha t}$.

Now, let the metal be subjected to an electric force E , so that in unit of time a velocity eE/m is communicated to each free electron, and let us try to determine the mean velocity of flow of a numerous group at a definite instant t_0 . For this purpose we have only to see what are at this instant the parts that remain of the velocities acquired by the electrons in the intervals of time previous to t_0 .

Consider an instant a time τ before t_0 and the element of time corresponding to $d\tau$, i.e. the interval that extends from $t_0 - (\tau + d\tau)$ to $t_0 - \tau$. The velocity imparted to the electrons during this time is

$$\frac{eE}{m} d\tau,$$

and this has decayed to

$$\frac{eE}{m} e^{-\alpha\tau} d\tau$$

at the instant t_0 . Thus the mean velocity of the free electrons is

$$\frac{eE}{m} \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} d\tau = \frac{eE}{\alpha m}.$$

The current is therefore

$$\frac{Ne^2E}{\alpha m}$$

and we find for the coefficient of conductivity

$$\sigma = \frac{Ne^2}{\alpha m}.$$

The mean velocity is the same as would be produced if the effect of the electric force had accumulated without being disturbed during a time $1/\alpha$. This interval $1/\alpha$ also has the meaning that, in the course of it, a mean velocity previously existing diminishes in the ratio of 1 to $1/e$.

The value of α will, of course, depend on the nature of the encounters.

Suppose, for example, that the atoms act as perfectly elastic spheres. Then, according to a theorem proved by MAXWELL in 1860, in his first paper on the kinetic theory of gases, the mean velocity of a group of electrons will be wholly lost as soon as each of them has experienced one encounter.

The part of our group of electrons N that strike against an atom between t and $t + dt$ may be represented by

$$\beta N dt,$$

where β is a coefficient depending on the size and the number of the atoms, and if we suppose that initially this sub-group $\beta N dt$ had exactly the same mean velocity as the general group N , we shall have, at the instant $t + dt$, $\beta N dt$ electrons deprived of their

mean velocity, and $N(1 - \beta dt)$ particles for which it is still w . Thus, the new mean velocity is

$$w' = (1 - \beta dt)w,$$

showing that in this case α has the value β .

Introducing a properly chosen mean velocity of heat motion u , we may also say that in a time during which, in this motion, the electrons travel over a path ds ,

$$\beta \frac{N}{u} ds$$

electrons, out of the whole number N , will hit an atom. From this we may infer that, if we first fix our attention on the positions of the electrons at some definite instant t_0 , the mean length of the paths which they describe between this instant and the encounter following it will be u/β . Of course, the mean length of the paths described in the intervals of time between t_0 and the encounter preceding it has this same value, and the mean length of the paths, reckoned from one encounter to the next, which the electrons are describing at the moment t_0 , is twice as great. Thus, if this latter mean length is denoted by l ,

$$\frac{u}{\beta} = \frac{1}{2} l, \quad \alpha = \beta = \frac{2u}{l}$$

and

$$\sigma = \frac{Ne^2 l}{2mu}.$$

This is DRUDE's formula for the electrical conductivity. We could have found it directly by remarking that, at a definite time, the velocities of the electrons, so far as they are due to the electric force, are those that have been acquired since the last encounter, i.e. during a lapse of time, the mean value of which is

$$\frac{l}{2u}.$$

If R is the radius of an atom, and if there are n of them in unit of volume, the length of l is given by

$$l = \frac{2(1 - \frac{4}{3}\pi n R^3)}{\pi n R^2}.$$

Comparing this with the distance λ of neighbouring atoms (the atoms being supposed to have a cubical arrangement) one finds

$$\frac{l}{\lambda} = 1,65 \times \frac{1 - \delta}{\sqrt[3]{\delta^2}}$$

if δ is the part of the whole volume occupied by the atoms.

DRUDE was led to a most remarkable result by combining the above formula with a similar one for the thermal conductivity. The explanation which he gave of this latter phenomenon is much like that which is current in the theory of gases. Indeed, the free electrons in a metal may in a sense be considered as forming a gas, whose mobility, however, is limited, not by the mutual encounters between the particles, but by those with fixed obstacles; it is as if we had an ultra-rarefied gas enclosed in a porous substance. It is easy to calculate the kinetic energy carried by the electrons from a place of higher to one of lower temperature; this will give us the conductivity of the metal for heat if we assume that there is no other mode of conduction, and, in particular, no appreciable transfer of heat through the framework constituted by the atoms or the nuclei.

DRUDE finds that the coefficient of thermal conductivity κ depends in the same way as that of electrical conductivity σ on the mean length of free path l and on the number of electrons N , so that these quantities disappear from the ratio between the two conductivities. His formula for the ratio is

$$\frac{\kappa}{\sigma} = 3 \left(\frac{k}{e} \right)^2 T,$$

where T is the absolute temperature and k the well-known coefficient that determines the mean kinetic energy of a particle at the temperature T , this energy being $\frac{3}{2}kT$.

Thus DRUDE was able to account for the fundamental fact that metals are at the same time the best conductors for heat and for electricity, and for WIEDEMANN and FRANZ's law, according to which the ratio between the two conductivities is the same for all metals. The theoretical conclusion that the ratio should be proportional to the absolute temperature is verified fairly well by

the experimental values. JAEGER and DIESELHORST found that, when the temperature is raised from 18° C to 100° C, i.e. when the absolute temperature is changed in the ratio of 1 to 1,28, the value of κ/σ increases in a ratio varying for different metals between 1,25 and 1,12. Moreover, the absolute value of the ratio κ/σ as deduced from the observations, which in the case of silver, for example, at 18° C is 686×10^8 (electromagnetic units), is nearly equal to the theoretical number. If, in DRUDE's formula, we substitute the known values of h and e , viz. $h = 1,37 \times 10^{-16}$ and $e = 1,59 \times 10^{-20}$, we find

$$\frac{\kappa}{\sigma} = 648 \times 10^8.$$

In a theory which has given results like these, there must certainly be a good deal of truth. Yet, there are serious difficulties which I must now, in part at least, point out to you.

The formula for the electrical conductivity shows that it depends on the number of free electrons and on the length of free path. Now, in our assumptions about N , we are limited by what we know about the specific heat of metals. At temperatures that are not too low the values found for the specific heat conform to DULONG and PETIT's law, and may be accounted for by attributing to each atom a mean kinetic energy $\frac{3}{2}kT$ and an equal amount of potential energy; we are justified to make this latter addition by the theorem that in a system performing harmonic vibrations about a position of equilibrium the mean values of the kinetic and the potential energy are equal. Now, it is clear that this explanation leaves no room for any appreciable contribution to the specific heat that could be due to the electrons.

If all the electrons contained in the copper had their share in the thermal agitation, it would be as if we had thirty atoms instead of one, and, even if for the 29 electrons we reckoned only with the kinetic energy, we should find for the specific heat a value about fifteen times too great. In so far as we are concerned with the electrons belonging to the constitution of an atom, we escape from this difficulty by the hypothesis that their motion relatively to the nucleus is inexorably prescribed by quantum conditions. No change of temperature can alter it, and in all questions of heat

motion we may regard the nucleus with its system of electrons as a single particle having, as we say, no more than three degrees of liberty. For the free electrons, however, to which we have expressly assigned the kinetic energy $\frac{3}{2}kT$, the trouble remains. If the specific heat shall not become too great, the number of free electrons must be small in comparison with the number of atoms, and, as the conductivity depends on the product Nl , the smaller we make N , the longer must be the free paths. Suppose, for example, that N is the twentieth part of the number of atoms. I then find that l must be about 500 times the distance between neighbouring atoms, and our formula for l/λ would require a value of δ , the ratio between the volume of the atoms and the total volume, smaller than 0,0002. As the atomic volume is certainly much greater than this, we must give up the idea of atoms into which the electrons cannot penetrate and revert to the general formula for the conductivity which made it depend on the coefficient α . If we like, we may still use DRUDE's formula, but then we must define l by

$$l = \frac{2u}{\alpha},$$

meaning that it is the length of path corresponding to a time during which an initial mean velocity has fallen off in the ratio of 1 to $1/e^2$.

I may here remark that probably not only DRUDE's formula for σ , but also his equation for the thermal conductivity would remain valid, so that his conclusion about the ratio κ/σ would remain unchanged, if this new and longer „free path” were a straight line. This might be the case if an electron could pass through many atoms without having its velocity sensibly changed until it comes very near a nucleus. But when each encounter with, or passage through an atom is attended by an appreciable deflexion, our new path l is curved, and then it becomes very difficult to calculate exactly the conductivity for heat.

These remarks may suffice to show that we are still far from a satisfactory solution of these problems. Many modifications of DRUDE's theory have already been proposed, especially with a view to the phenomena observed at low temperatures. It may very well be that, when we come to these, the theorem of equi-

partition of energy, requiring the mean kinetic energy $\frac{3}{2}kT$ for each particle, which we had previously to abandon for the atoms, will also fail to hold for the free electrons, so that they also have to be subjected to the rules of the quantum theory. The great problem will be to reconcile the heat motion of the free electrons with the immunity for thermal agitation of the electrons inside the atoms, and clearly to understand the mechanism of the encounters and the partition of the energy of heat between the atoms and the free electrons.

I now come to the experiment with a supra-conducting metal to which I have previously alluded. You know the beautiful discovery made by KAMERLINGH ONNES in his cryogenic laboratory; several metals completely, or almost completely, lose their resistance when by means of liquid helium they are cooled below a certain temperature, $4,2^{\circ}$ K in the case of mercury, 3° K for tin, and $7,3^{\circ}$ K for lead.

Below this point of discontinuity currents can persist in the metal for hours and days, and it seems that practically the body may in many cases be regarded as a perfect conductor with no resistance at all.

The existence of the currents can be shown either by their action on a small magnet or by the ponderomotive forces exerted on the body by an external magnetic field. I choose an experiment in which this ponderomotive force was observed; it is particularly interesting, because it can give us some indications about the degree of freedom of motion which we may ascribe to the electrons.

Allow me, by way of introduction, to recall to you that an electromagnetic field is characterized by the electric force E and the magnetic force H , which in the cases to be considered we need not distinguish from the magnetic induction, and that between these forces there is always the connection that is expressed by MAXWELL's equations. If a unit of electricity is made to move around a closed line, the work of the force E acting on it is given by the rate of change, taken with the negative sign, of the magnetic induction through a surface having the line for its boundary. Instead of „work of the electric force” we may also say „line integral of the force”, meaning by this that each element of the line is multiplied by the component of the force along it,

and that the products thus obtained, with due regard to their signs, are added.

The action of the field on a charge e that is at rest is simply given by the product eE , but there is an additional force when the charge moves. This new force is perpendicular to the plane passing through the direction of the velocity v and that of the magnetic force H ; in the case of a positive charge the force is directed towards that side of the plane from where a rotation from the direction of v towards that of H is seen as counter-clockwise. For a negative charge the force has the opposite direction and it is proportional in any case to the magnitude of the charge. The force acting on unit of electricity is determined by the product of the velocity v , the magnetic force H , and the sine of the angle between them.

In what follows I shall speak of E as the „electric force”, and of the force depending on v and H as the „transverse” one, because it is at right angles to the line of motion.

The effect of the transverse force is observed in the magnetic deflexion of cathode rays and of other rays that consist of moving charged corpuscles. It also gives rise to the ponderomotive force acting on a wire through which a current is passed and which is placed in a magnetic field. This force, which is perpendicular to the length of the wire, must be understood to act primarily on the electrons moving in the wire; it is transmitted to the metal in a way which we can easily imagine in simple cases.

In the experiment made by KAMERLINGH ONNES a thin spherical shell of lead was used; it was suspended by a torsion spring, so that it could rotate about its vertical diameter. We shall suppose it to be so thin that we may think of currents flowing in a „surface”.

It will be convenient in our discussion to consider the system as made up of two parts, viz. the free electrons or the „moving electricity” and the totality of nuclei with the electrons connected with them. This second part may be called the „framework”, or simply the „metal”; it has a positive charge equal to the negative charge of the free electrons.

Some remarks may also be made here about the way in which currents can be set up in the sphere. You can easily imagine forces so distributed that they can produce no continual circulation of

electricity, but only movements of short duration, giving rise to a distribution of electric charges by whose reaction the moving forces are soon counterbalanced. We have an example of an equilibrium of this kind when we suppose the electricity to be acted on by forces directed towards a fixed point P of the sphere along great circles passing through that point and having the same intensity at all points equally distant from P . Distributions of this kind are called „irrotational”; their line-integral is zero for any closed line on the sphere, and this is the reason why they do not tend to give a circulating motion to the electricity. In our problem any irrotational distribution of forces may simply be regarded as ineffective. We may add that the effect of forces that are not irrotationally distributed is wholly determined by their line-integrals for different closed lines. Two different distributions of such a kind, that, for any closed line on the sphere, the line-integral has the same value in the two cases, are equivalent, for one of them can be obtained from the other by compounding it with an irrotational distribution, for which the line-integral is zero and which is ineffective.

In the case of a body in which the electricity can move with absolute freedom there is a very simple rule. The slightest cause which tends to make the electricity circulate would produce a very strong current, and therefore things arrange themselves in such a way that the line-integral of the forces that are at play is zero for any closed curve.

I shall now, in the first place, try to explain in what way persistent currents can be set up in the supra-conducting shell. I shall next examine the action of an external field on these currents; we shall find that, even if the moving electrons are perfectly free, the transverse force which they experience is transferred to the metal, thus producing a deflecting ponderomotive couple such as has been observed. We shall be able to specify the way in which the transmission is effected. Finally, however, it will appear that, under the circumstances of the experiment, the transmission must have taken place by some more direct action between the free electrons and the framework.

1. Currents are set up in the sphere by exciting an external magnetic field H . If this be uniform, say, in the direction of a line

OL drawn from the centre, the lines of flow will be circles, having OL for their axis. The intensity of the current will be greatest at the equator, i.e. in a plane passing through the centre at right angles to OL , and it will decrease towards the poles, according to a simple law. In fact, you may get an idea of the system of currents by imagining the shell to be replaced by a spherical surface uniformly charged with negative electricity and free to move as a whole while the charge is fixed to it. If the external field is started such a sphere will be set rotating about OL , so that we have a system of convection currents. The currents produced in the perfectly conducting shell are distributed in exactly the same way as these convection currents; it is as if the movable electricity were attached to a spherical surface free to move *in* the metal.

All this may be inferred from the rule which I mentioned just now. The line-integral of the electric force along any closed line on the sphere must constantly be zero. This means that the magnetic induction through a part of the sphere must remain unaltered, and from this we deduce that at any point of the sphere the normal component H_n of the magnetic force does not change in course of time. In our experiment we began with $H_n = 0$, as, initially, we had neither currents in the shell nor an external field. Consequently, H_n must remain zero. If we excite an external magnetic force H in the direction of OL , having at any point P a normal component $H \cos \theta$, where θ is the angle LOP , the induced currents must be such that they give rise to a normal component of magnetic force opposite and equal to $H \cos \theta$. This is mathematically equivalent to the condition that at all internal points the field H is exactly compensated by the field arising from the induced currents, and from this the currents are found by an easy calculation. The result is that at any point P of the surface the electrons will move along the parallel circle with a velocity

$$-\frac{3c}{2Ne} H \sin \theta,$$

whose direction, when the coefficient is positive, corresponds (in the sense generally given to this word in electromagnetic theory) to the direction of the magnetic force H . By N I have now denoted the number of free electrons per unit area of the shell, e is

again the charge of an electron and c the velocity of light; this latter factor appears in the formula because H and e have been expressed in so-called rational units.

It can further be shown that, in virtue of the currents produced in it, the sphere has become equivalent to a magnet of small size placed at the centre and having a moment

$$- 2\pi R^3 H.$$

R is the radius of the shell, and the negative sign means that the moment has a direction opposite to that of the external field.

The induced currents will persist so long as the external field remains unaltered. Any change of the field, either in intensity or in direction, will, however, be attended by a new induction, and we have the theorem that, whatever be the course of these changes, the motion of electricity is at any moment exactly such as would have been produced if the field had at once been started with the direction and the intensity which it has at the instant considered. Thus, in a variable uniform field, the magnetic moment of the shell will at any time be such as we have specified.

When the field is made to disappear the currents vanish at the same time.

Thus far we had only systems of currents, for which the axis — i.e. the line around which the electricity is circulating — has the direction of the external field. By appropriate devices it may, however, be made to deviate from this direction. Suppose, for example, that *before* cooling the sphere we apply a magnetic field H_1 , which is thereupon maintained constant. As the metal is still an ordinary conductor, the induction currents that have been excited by the introduction of the field will die out in a short time. Let the next step be to lower the temperature, so that the sphere becomes supra-conductive. This operation will not give rise to any motion of electricity, and after it we shall therefore have a sphere without currents placed in the field H_1 . If, finally, we apply a field H_2 which makes an angle with H_1 , we shall obtain circular currents whose axis does not coincide with the direction of the external field, which we find by compounding H_1 and H_2 .

2. This, a spherical shell in which there are circular currents around an axis OL , and which is placed in a field H making an

angle with OL , is the case that has now to be examined. The motion of the free electrons will be determined not only by the electric force, but also by the transverse force, and the fundamental condition will be that for any closed line on the surface the line-integral of the two forces taken together must be zero.

Now, this condition would not be fulfilled if the system of currents for ever remained as it is at first. For then there would be no changes of magnetic force, and consequently no electric force E , whereas it is easy to find closed lines on the sphere for which the line-integral of the transverse force is not zero. So the problem is to determine the *changes* of the current system.

It is found that there is but one solution. The axis OL rotates with constant velocity about a diameter having the direction of the external field, and while it does so, the currents around it are at any moment such as they were first. In other terms, the system of currents has a precessional motion comparable to that of a spinning-top, whose axis is in an inclined position. The angular velocity of precession is given by the expression

$$-\frac{3}{2} \frac{c}{NeR} H.$$

As e is negative, the rotation has a direction corresponding to that of H .

The calculation is too long to be worked out here, but you can easily understand how it comes about that the fundamental condition is now fulfilled. When the system of currents rotates, the magnetic field belonging to it does so likewise. Thus at a point of the shell the normal component of this field changes, and this gives rise to inductive forces E , whose line-integral has a definite value, in general different from zero, for any closed curve. When the precession goes on in the direction and with the velocity just indicated, this line-integral is exactly equal and opposite to that of the transverse force. In this sense the inductive forces E and the transverse ones, acting on the movable electricity, may be said to counterbalance each other.

3. I have next to show you the origin of the ponderomotive forces acting on the substance of the sphere. This is speedily done. The transverse forces acting on the negative electrons produce a

certain resulting couple; let this be C . Similarly, the forces E acting on these same electrons give rise to a couple C' , and from what we have just seen we infer that $C' = -C$.

As I have previously remarked, the framework of the metal has a positive charge equal to the negative charge of the electrons. Consequently, the forces E drive it forward in directions opposite to their action on the electrons, thus producing a couple C'' equal and opposite to C' . On the other hand, since the framework is at rest, it is insensible to the transverse forces, and so the couple C'' remains uncompensated. As it has the same direction and magnitude as C , we may say that this latter couple, resulting from the action of the transverse forces on the electrons, is transmitted to the metal. This is not done by any direct interaction, but this time the connecting-link is to be looked for in the variable magnetic field in which the inductive forces E have their origin.

As to the direction and magnitude of the ponderomotive couple, these are exactly such as they would be if the external field acted on the magnetic moment of which I previously spoke, and to which the shell is equivalent.

4. PROFESSOR KAMERLINGH ONNES has observed and measured the ponderomotive couple, and so far all is satisfactory. But, unfortunately, there is the motion of precession, and on account of this the equivalent magnet also must be imagined to rotate.

In the experiments the external field had a horizontal direction, say OX , and the sphere could rotate about a vertical line, say OY . Under these circumstances the couple that is observed depends on the component of the magnetic moment in the direction OZ perpendicular both to the suspension and to the magnetic field. One sees immediately that, when a constant magnetic moment making an angle with OX turns about that line, its component along OZ changes continually, vanishing at certain instants and passing from one direction to the other. Thus, if the precession exists, there ought to be corresponding changes in the couple. Nothing of the kind has, however, been observed.

In order to account for this, one might think that perhaps the precession is so slow that in the course of the observations the direction of the axis of the currents is not sensibly altered. This is a supposition that can be tested by means of the expression which

we found for the speed of rotation. If this is to be small, the number N must be sufficiently large, and the question is, whether the value that is required for it can be considered as admissible.

The couple was found not to change appreciably in about six hours. From this we may safely conclude that the angle over which the precession took place during this lapse of time has been smaller than, say, 20° . This means that the velocity of the precessional rotation,

$$-\frac{3}{2} \frac{c}{NeR} H,$$

has been less than $1,62 \times 10^{-5}$. From this I infer that the ratio between the number of free electrons and that of the atoms ought to be greater than

$$5,4 \frac{H}{R\delta},$$

where H is the strength of the magnetic field in gauss and δ the thickness of the shell.

This condition has certainly not been fulfilled, for H has been some tens of gauss and the number of free electrons can be no more than a small fraction of that of the atoms.

So, after all, our conclusion must be that in the supra-conductive metal the electrons are not *wholly* free. It seems as if definite paths were prescribed them *along* which they can move without encountering a resistance, but which they cannot freely leave *sideways*. A precessional motion would be excluded by this, and the transverse actions would be transmitted to the metal by the intervention of the forces which prevent the electrons deviating from their prescribed trajectories.

I hope that I have given you the impression that the phenomena which we observe in supra-conductors are well worth close and careful examination. But we must not forget that a simple copper wire at ordinary temperatures, traversed by a current, is no less a world full of mystery.

ELEKTROMAGNETISCHE THEORIEN PHYSIKALISCHER ERSCHEINUNGEN ¹⁾

Wenn ich in dieser Stunde Ihr wohlwollendes Interesse auf einige Probleme der heutigen Physik lenke, so bietet sich mir eine grosse Auswahl dar. Zahlreich sind ja die Wege, auf welchen wir versuchen, die Naturerscheinungen unserem Geiste näher zu bringen; einige sind sicher und führen geradeswegs auf das Ziel hin; andere schlängeln sich um unüberwindliche Schwierigkeiten oder sind nur auf kurze Strecken durch kühne Bahnbrecher angelegt. Individuelle Eigenschaften und Neigungen bestimmen für jeden Forscher die Wahl; der eine wird mit Vorliebe das Gebiet unserer Kenntnisse durch neue Entdeckungen erweitern, der andere lieber das bereits gewonnene Terrain bearbeiten und ebnen.

Für alle ist das Gesetz der Erhaltung der Energie ein Führer von dessen Anweisungen sie nicht leicht abweichen werden. Wer seine Physik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts gelernt hat, ist mit diesem Prinzip so verwachsen, dass es allem seinen wissenschaftlichen Denken von Beginn ab sein Gepräge aufgedrückt hat. Wir betrachten es jetzt als sehr natürlich, dass eine Grösse wie der Arbeitsvorrat oder die Energie existiert, die, für das ganze Weltall oder für ein in sich abgeschlossenes System von Körpern berechnet, fortdauernd denselben Wert behält, wenn auch ihre Verteilung über die einzelnen Körper und der Betrag ihrer Teile, die von dem Orte, der Bewegung und dem Zustande der Körper abhängen, von Augenblick zu Augenblick sich verändern können. Dass die Energie der Sonnenstrahlen in andere Formen übergeht — wie die gebräuchliche Bildersprache lautet —, wenn das Wasser verdampft und nach den Bergspitzen übergeführt wird, wenn Winde entstehen oder die grünen Pflanzenteile den

¹⁾ Rektoratsrede, gehalten zur Feier des 325. Jahrestages der Universität Leiden am 8. Februar 1900. Jaarb. Rijksuniv. Leiden, Bijlagen, 1, 1899—1900. Aus dem Holländischen übersetzt von G. C. Schmidt, Eberswalde. Phys. Zeitschrift. 1, 498, 514, 1900.

Kohlenstoff aus der Kohlensäure der Atmosphäre in neue Verbindungen festlegen, mit solchen Ideen sind wir vollkommen vertraut. Und legt uns jemand, was hin und wieder nochmal vorkommt, einen Plan für ein Perpetuum mobile vor, dann getrauen wir uns, denselben sofort, selbst bevor wir von dessen Eigenart Kenntnis genommen haben, für ein Hirngespinnst zu erklären. Wir werden es für unsere Pflicht halten, dem Erfinder seine Illusionen zu nehmen, selbst wenn es uns schwierig sein mag, ihm genau und überzeugend den Fehler in seinem Gedankengange nachzuweisen. Sollte uns dies ganz und gar nicht gelingen, dann werden wir das unserer mangelhaften Einsicht zuschreiben; so sehr haben wir uns daran gewöhnt, das allgemeine Prinzip, dass eine Maschine auf die Dauer keine Arbeit verrichten kann, wenn nicht von aussen Energie zugeführt wird, höher zu stellen als unsere Kenntnis der besonderen Wirkungen der Naturkräfte.

Ein zweiter allgemeiner Satz ergänzt in der glücklichsten Weise das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Die Untersuchungen, welche die Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile erwiesen, führten zugleich zu der Erkenntnis, dass die Natur in der Wärme des Seewassers, der Luft und des Bodens einen unermesslichen Vorrat von Energie aufgespeichert hat, einen Vorrat, von dem wir uns einen Begriff bilden können, wenn wir erwägen, dass das Arbeitsvermögen, welches eine Wassermasse beim Sinken der Temperatur um $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ verliert, beinahe ebenso gross ist als die Energie, welche dieselbe Wassermasse haben würde, wenn sie mit einer Geschwindigkeit von 30 m pro Sekunde strömte. Es ist daher nicht wunderbar, dass die Frage angeregt wurde, ob wir diese Schätze nicht ebenso gut wie die Energie des Windes oder eines Wasserfalles uns dienstbar machen könnten. Das Gesetz der Erhaltung der Energie würde, wenn uns dies gelänge, unangetastet bleiben; es ist diesmal der sogenannte zweite Hauptsatz der Thermodynamik, der uns hier eine Grenze steckt. Er lehrt, dass wir nur unter ganz bestimmten Bedingungen Wärme als bewegende Kraft benutzen können, z.B. wenn wir Körper von verschiedener Temperatur, wie den Feuerherd und das Kühlwasser bei einer Dampfmaschine, zu unserer Verfügung haben. Dann kann ein bestimmter Bruchteil, und niemals mehr als dieser Bruchteil, der Wärme, die dem Körper mit der höchsten Temperatur entzogen wird, zum Verrichten von mechanischer Arbeit benutzt werden.

Es giebt kein anderes Gesetz in der Physik, das sich in so verschiedene Formen giessen und das sich so vielseitig anwenden lässt, als dies thermodynamische. Die einfache Form, unter der CLAUSIUS dasselbe aussprach: „die Wärme kann nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen“, ist beinahe nicht mehr zu erkennen in dem Kleide von verwickelten mathematischen Formeln, die für einige Zwecke nötig geworden sind. Indes in der einen oder anderen Gestalt beherrscht das Gesetz ausgedehnte Kapitel der theoretischen Physik. Es verschafft uns eine Einsicht in die Bedingungen, unter welchen die eine Form der Energie in die andere übergeführt werden kann, und giebt uns im allgemeinen die Richtung an, in welcher die Naturerscheinungen vor sich gehen. In der jungen Wissenschaft der physikalischen Chemie spielt es eine Hauptrolle; es ist der Leitfaden, der SCHREINEMAKERS u. a. den Weg im Irrgarten verwickelter chemischer Gleichgewichte weist.

Das Operieren mit solchen allgemeinen Grundsätzen hat aber auch seine Schattenseiten. Gerade weil das Gesetz der Erhaltung der Energie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik unabhängig von dem inneren Bau der Körper sind — oder höchstens nur sehr allgemeine Voraussetzungen darüber erfordern — lernt man, wenn man sich nur dieser Gesetze bedient, über den Mechanismus der Erscheinungen nichts oder nur sehr wenig. Wohl wird man zu begehrenswerten Resultaten geführt, aber man bekommt unterwegs nicht viel zu sehen.

So z.B. wenn wir mit JAMES THOMSON aus der Thatsache, dass Wasser beim Gefrieren eine Volumänderung von 9% erfährt, im Verein mit der Schmelzwärme von Eis den Schluss ziehen, dass der Schmelzpunkt um 0,007 °C sinken muss, wenn der Druck um 1 Atmosphäre erhöht wird. Wir finden dies experimentell bestätigt und knüpfen daran interessante Schlüsse über manche Erscheinungen, die wir im kleinen im Laboratorium und im grossen bei den Gletschern wahrnehmen. Doch die Versicherung, dass dies alles so sein muss, weil, wenn der Gefrierpunkt einmal nicht, oder nicht genau um 0,007° C erniedrigt würde, es uns möglich sein würde, in einem System von Körpern Veränderungen hervorzurufen, die zum Schluss der Rechnung darauf hinauslaufen würden, dass Wärme aus einem kalten in einen warmen Körper übergegangen wäre, diese Erklärung kann uns nur halbwegs befriedigen.

Die Befriedigung, welche uns die allgemeinen Gesetze nicht gewähren, suchen und finden wir auch zum Teil in den besonderen Theorien über den Mechanismus der Erscheinungen; diese geben uns von dem Zusammenhang und Wesen der Dinge eine zwar mangelhafte aber doch lebendige und klare Vorstellung. Während sie uns das bereits Gefundene als notwendig erkennen lehren, helfen sie uns das noch Verborgene aufzuspüren und führen uns zu neuen Untersuchungen, ja vielleicht zu neuen Entdeckungen. Wärme ist nun nicht mehr ein Name für irgend ein unbekanntes Agens, oder für einen Ausdruck in unseren mathematischen Formeln; wir denken, sobald wir das Wort gebrauchen, an eine schnelle, ungeordnete Bewegung der unsichtbaren Moleküle der Körper. Die Eigenschaften der Gase werden Folgerungen aus den einfachsten Voraussetzungen, die wir über die Bewegung und die gegenseitige Wirkung der Moleküle machen können. Es wird uns klar, wie der durch das Gas ausgeübte Druck entsteht, warum das Gas sich bei der Erwärmung ausdehnt, wie die Mischung zweier Gase stattfindet, was wir Reibung der einen Gasschicht gegen die andere nennen. Wir folgen VAN DER WAALS und schreiben den Molekülen einige Ausdehnung zu und die Kraft, sich in kleinen Abständen gegenseitig anzuziehen. Das Bild kann auch eine Flüssigkeit darstellen, und indem wir die Hypothesen an der Erfahrung stets prüfen, arbeiten wir das Bild weiter und weiter aus, stellen die Dimensionen näherungsweise fest, wiegen und messen die Moleküle und Atome.

Während die molekularen Theorien bemüht sind, die Schwierigkeiten, womit sie noch zu kämpfen haben, zu überwinden, lernen wir inzwischen von Lord KELVIN, dass die Elastizität und Festigkeit der Moleküle von schnellen Bewegungen herrühren könnten, wie das Fahrrad die Stabilität seiner richtigen Lage durch die Umdrehung erhält. Ja, derselbe Forscher geht weiter und entwirft versuchsweise die kühne Theorie der Wirbelatome: der ganze Raum von einer einzigen inkompressiblen Flüssigkeit erfüllt; was wir Atome nennen, sind nichts anderes als Teile dieses Stoffes, welche durch eine fortwährende, drehende Bewegung sich gegen die umringende Flüssigkeit abheben. Der vorsichtige HERTZ basiert ein System der Mechanik und Naturerklärung auf die Hypothese, dass alle sichtbaren Bewegungen begleitet sind von unsichtbaren, deren Art uns unbekannt ist. In diesem Systeme

me sind es Wirbelbewegungen, welche einen fallenden Stein zur Erde treiben, Bewegungen, die bereits bestanden, bevor der Stein losgelassen wurde, sodass wir, wenn man so will, keine neue Bewegung zu sehen bekommen, sondern nur die Fortsetzung einer schon bestehenden.

Selbstverständlich muss der Naturforscher bei solchen Spekulationen auf der Hut sein, um nicht der Spielball seiner Phantasie zu werden; unfehlbar wird er das werden, wenn er nicht an seine Theorien strenge Anforderungen stellt.

Er muss Sorge tragen, dass seine Erklärung mit den einzelnen Thatsachen der Erscheinungsgruppen, welche er dem Verständnis näher bringen will, übereinstimmt, und erst, wenn durchaus kein anderer Ausweg mehr zu finden ist, wird er es wagen, von den verallgemeinerten Erfahrungen, die im Gesetz der Erhaltung der Energie und in den Regeln der Thermodynamik ausgesprochen werden, abzuweichen. Was er aus seiner Theorie voraussagen kann, muss er soweit als möglich auf die Probe stellen. Kurz, wie HERTZ es ausdrückt, wir machen uns „innere Scheinbilder“ der äusseren Gegenstände, und zwar so, dass das, was sich aus diesen Bildern nach den Gesetzen unseres Denkvermögens ergibt, dem entspricht, was ausserhalb von uns nach den Naturgesetzen geschieht.

Unser gutes Recht, so zu handeln, entlehnen wir dem inneren Drange unseres Geistes, unser Vertrauen auf den Erfolg der bereits mit gutem Glück aufgestellten Theorien. Wir hätten solche Bilder, wie sie HERTZ verlangt, gar nicht bilden können, wenn nicht zwischen unserem Geiste und der Natur eine Verwandtschaft und Übereinstimmung bestünde, die uns vor gänzlichem Irrtum bewahren muss.

Unter den Theorien der heutigen Physik giebt es eine Gruppe — man kann sie *die elektromagnetischen Theorien der physikalischen Erscheinungen* nennen —, die mir für die nächste Zukunft soviel zu versprechen scheinen, dass ich es für gut halte, sie etwas ausführlicher zu besprechen.

Als Ausgangspunkt hierzu möge die gegenwärtige Auffassung der Lichterscheinungen dienen, die wir, was die theoretische Ausarbeitung betrifft, JAMES CLERK MAXWELL und, was die experimentelle Bestätigung der Grundlagen anbelangt, HEINRICH

HERTZ zu verdanken haben, beides Männern von seltenen Geistesgaben, die leider zu früh, der eine im 49., der andere im 37. Lebensjahr, der Wissenschaft entrissen wurden.

Die fundamentalen Begriffe, welche MAXWELL zu seiner Entdeckung der Natur der Lichtschwingungen benutzte, fand dieser Forscher bei seinem grossen Vorgänger FARADAY.

Ebenso wie dieser sah er in der Wirkung zweier elektrisierter Körper oder zweier Magnete auf einander etwas anderes, als die der weiteren Forschung sich fast gänzlich entziehende Fernwirkung der alten Theorien. Es müsse, so meinte er, in dem ringsum und zwischen den auf einander wirkenden Körpern befindlichen Stoff eine gewisse Veränderung stattgefunden haben; durch eine Modifikation seines natürlichen Zustandes müsse jener Stoff, das Medium, die Ursache jedes Einflusses geworden sein, den der eine Körper auf den anderen ausübt. Dieser Vorgang müsse dem Fortziehen eines Gegenstandes durch den anderen unter Vermittelung einer zwischen beiden gespannten Schnur, oder der Übertragung der durch die Luft fortgepflanzten Schwingungen einer Stimmgabel auf die andere einigermaßen ähnlich sein. Wir wollen annehmen, dass das Zwischenmedium bei den elektrischen und magnetischen Erscheinungen der Weltäther sei, der nicht nur im Himmelsraume zwischen den Atmosphären der Sterne anwesend ist, sondern auch alle Räume zwischen den Atomen des gewöhnlichen oder wägbaren Stoffes ausfüllt, ja vielleicht die Atome selbst durchdringt.

Die Veränderungen, welche in diesem Äther vor sich gehen können, sind nun von zweierlei Art. Rings um einen elektrisierten Körper befindet sich der Äther in einem Zustande, infolgedessen er auf ein Körperchen mit einer elektrischen Ladung eine Kraft von bestimmter Richtung und Grösse ausübt; in der Nähe eines gewöhnlichen Magnetstabes besteht ein Zustand, der auf analoge Weise die Kraft bestimmt, die auf einen Magnetpol ausgeübt wird. Man kann diese Zustände, indem man den Namen einer Wirkung auf die Ursache derselben anwendet, durch die Ausdrücke „elektrische Kraft“ und „magnetische Kraft“ bezeichnen.

Zuweilen haben wir es nur mit einer von beiden zu thun, so wenn im ersten Beispiel die Grösse der elektrischen Ladung, im zweiten die Magnetisation fortdauernd dieselbe ist. In vielen Fällen bestehen die beiden Zustände zu gleicher Zeit, aber dann

existiert auch zwischen beiden ein bestimmter Zusammenhang, welche man aus den wahrgenommenen Erscheinungen hat ableiten können. Die Gleichungen, in denen MAXWELL denselben ausdrückte, lehrten ihm, dass das Entstehen oder Vergehen und im allgemeinen jede Veränderung der elektrischen oder magnetischen Kraft in irgend einem Punkt des Äthers sich überall im umgebenden Raum fühlbar machen wird, jedoch nicht augenblicklich, sondern um so später, je mehr man sich vom Ausgangspunkt entfernt. Die elektromagnetischen Gleichgewichtsstörungen pflanzen sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit fort, die aus Messungen über elektrische und magnetische Erscheinungen abgeleitet werden kann; sie beträgt 300 Millionen Meter pro Sekunde.

So wird, wenn ein leitender Gegenstand erst auf der einen Seite eine positive und auf der anderen eine negative Ladung hat, und diese sich dann plötzlich ausgleichen, eine elektromagnetische Welle sich nach allen Richtungen hin ausbreiten, einigermassen so, wie die durch einen in Wasser geworfenen Stein hervorgerufenen Wasserwellen sich fortpflanzen. Fließt die Elektrizität anhaltend in dem Körper hin und her, dann entstehen in dem umgebenden Äther elektrische und magnetische Schwingungen, ebenso wie über eine Wasserfläche eine Reihe von Wellenbergen und -Thälern hintereinander fortlaufen können. In jedem Punkt wechselt sowohl die elektrische als auch die magnetische Kraft unaufhörlich ihre Richtung; beide stehen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

Nachdem dies alles entdeckt, fiel eine merkwürdige Übereinstimmung mit den Lichterscheinungen ins Auge. Dass sich bei diesen eine schwingende Bewegung fortpflanzt, wusste man schon lange; ebenso, dass die Richtung der Schwingungen senkrecht zum Lichtstrahl steht. Und, was vor allen Dingen auffallen musste, die Geschwindigkeit des Lichts, wie sie zuerst aus astronomischen Beobachtungen und später auch durch Versuche auf der Erde gefunden wurde, ist 300 Millionen Meter pro Sekunde, gerade ebensogross als die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen und magnetischen Kraft.

Das waren die hauptsächlichsten Gründe, die MAXWELL bestimmten, anzunehmen, dass ein Lichtstrahl nichts anderes sei, als eine Aufeinanderfolge von sehr rasch, nämlich hunderte Bil-

lionen mal in der Sekunde, die Richtung wechselnden elektromagnetischen Gleichgewichtsstörungen.

Auf weitere Einzelheiten darf ich hier nicht eingehen. Kein Physiker bezweifelt augenblicklich noch, dass die Theorie in der Hauptsache richtig ist. Wer würde sich denn auch vorstellen wollen, dass zwei Gleichgewichtsstörungen sich in demselben Medium mit derselben Geschwindigkeit ausbreiten, ohne dass zwischen beiden eine Beziehung oder Übereinstimmung bestünde?

Die experimentelle Bestätigung dessen, was MAXWELL aus seinen Formeln abgeleitet hatte, lieferte HERTZ. Nachdem eine bewundernswerte Einsicht in die Bedeutung von scheinbar unbedeutenden Erscheinungen ihn eine Methode zur Wahrnehmung von schnellen Schwingungen hatte finden lassen, glückte es ihm in seinem Auditorium im Karlsruher Polytechnikum, wo er über einen Abstand von 15 Meter verfügte, nachzuweisen, dass die elektrischen Schwingungen sich nach den gewöhnlichen Gesetzen der Wellenbewegungen fortpflanzen, und dass die Geschwindigkeit, mit der sie das thun, innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler gerade so gross ist, wie es die Theorie verlangt.

Diese elektrischen Wellen unterscheiden sich von den Lichtwellen nur durch die geringere Geschwindigkeit, womit die entgegengesetzt gerichteten Gleichgewichtsstörungen mit einander abwechseln. Bei den ersten Versuchen, welche HERTZ unternahm, betrug die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde ungefähr 100 Millionen, bei den gelben Lichtstrahlen beträgt sie 500 Billionen. Hiermit hängt der Unterschied in den Wellenlängen zusammen; dieselbe betrug bei HERTZ einige Meter und ist beim gelben Licht nicht einmal der tausendste Teil eines Millimeters. Die Schwingungen von HERTZ sind mit Wellen auf der Wasseroberfläche zu vergleichen, wobei die Wellenberge in grossen Intervallen aufeinander folgen, die Lichtschwingungen mit feinen, dicht aufeinander gedrängten Kräuselungen des Flüssigkeitsspiegels. Dieser quantitative Unterschied ist indes der einzige, welcher zwischen beiden besteht. Auch in den Röntgenstrahlen haben wir es aller Wahrscheinlichkeit nach mit elektromagnetischen Gleichgewichtsstörungen zu thun. HAGA und WIND fanden für deren Wellenlänge 1—2 zehnmillionstel Millimeter. Von dem Namen „X-Strahlen“ wollen sie daher nun auch nichts mehr wissen.

Zahllos sind die Versuche, die durch die Arbeiten von HERTZ angeregt wurden. Sie führten zu MARCONIS Telegraphie ohne Draht, bei welcher intermittierend während längerer oder kürzerer Zeiten elektrische Schwingungen, die den Strichen und Punkten des Morse-Alphabets entsprechen, durch den Luftraum ausgesandt werden. Es wurde ferner bewiesen, dass die „Strahlen elektrischer Kraft“, wie sie HERTZ nannte, nicht allein was die Fortpflanzung in der Luft, sondern auch was Reflexion, Brechung und manche andere Erscheinung betrifft, denselben Gesetzen gehorchen wie die Lichtstrahlen. Ein cylindrischer Hohlspiegel vereinigt sie in eine Brennlinie, ein Prisma lenkt sie vom geraden Weg ab.

Wollte man bei derartigen Versuchen nicht mit kolossalen Apparaten arbeiten, dann musste man zuerst danach trachten, wahrnehmbare Schwingungen von kleineren Wellenlängen als einige Meter zu erhalten. HERTZ verkleinerte die Dimensionen des „Vibrators“, der die Schwingungen aussandte, und gelangte so zu Wellenlängen von ungefähr $\frac{2}{3}$ m; nun war es möglich, die Brechung durch einen prismatischen Asphaltblock, dessen Seitenlängen immerhin noch mehr als einen Meter betragen, ebenso wahrzunehmen, wie die des Lichts durch ein kleines Stück Glas.

Später hat sich besonders RIGHI darauf gelegt, soweit als möglich, alle optischen Versuche mit elektrischen Schwingungen nachzuahmen; er arbeitete mit Wellenlängen von 20, 10, ja selbst 2,5 cm. LEBEDEW ist noch weiter gegangen bis zu Wellenlängen, die kleiner als 1 cm waren.

Durch MAXWELL's Ideen wurde uns ein Weg erschlossen, um auch in das Wesen der ponderablen Materie tiefer einzudringen. Es liegt auf der Hand, dass zu einer elektromagnetischen Theorie der Fortpflanzung des Lichts eine analoge Theorie über die Emission und ebenso über das Auffangen der Schwingungen passt; ich habe dabei die mannigfachen Erscheinungen im Sinn, welche sich zeigen, wenn irgend ein wägbarer Körper, ein Gas oder eine Flüssigkeit, ein Stück Glas, ein Kalkspatkrystall oder eine lichtempfindliche photographische Platte vom Lichte getroffen wird.

Bei den Versuchen von HERTZ waren die Vibratoren Metallmassen, in denen hin- und hergehende elektrische Ströme existierten. Beim Lichte müssen unzweifelhaft die einzelnen Moleküle in der Flamme, in den Funken oder in der leuchtenden GEISSLER'schen

Röhre als Ausgangspunkte der Strahlung angesehen werden; es liegt daher auf der Hand, jedes dieser Teilchen, deren Grösse weit unter dem mikroskopisch Wahrnehmbaren liegt, mit einem Vibrator von HERTZ, natürlich von der allereinfachsten Art, zu vergleichen.

Man kann elektromagnetische Wellen viel einfacher hervorbringen als mit Hilfe der oscillierenden elektrischen Ströme in einem Metallstabe. Es genügt, einen positiv oder negativ geladenen Körper mit der Hand hin- und herzubewegen. Solch ein Körper hängt mit dem Äther zusammen; er ist gleichsam an eine Anzahl von unsichtbaren, sich nach allen Richtungen erstreckenden Drähten geheftet, die wir durch Vermittelung des geladenen Körpers angreifen können. Bewegt sich die Hand einmal in der Sekunde hin und her, dann entstehen längs aller dieser Drähte Wellen von 300 Millionen Meter; könnte man die Bewegung 100 Millionen mal so schnell ausführen, dann würden Wellen wie die von HERTZ entstehen. Liesse man ein kleines geladenes Körperchen hunderte Billionen mal in der Sekunde sich über eine kleine Strecke hin und her bewegen, so würde man ohne Zweifel Licht zum Vorschein bringen.

So sind wir mit einem Modell für die Emission des Lichtes bald fertig. Wir wollen in den Molekülen der Flamme kleine elektrisch geladene Teilchen voraussetzen, und zwar so, dass in jedem Moleküle gleichviel positive, wie negative Ladung enthalten ist. Wir stellen uns weiter vor, dass in jedem lichtgebenden Moleküle wenigstens eins dieser Teilchen um eine Gleichgewichtslage schnell hin und her schwingen kann, unter dem Einfluss von Kräften, die es nach der Gleichgewichtslage zurückzutreiben suchen. Schliesslich wollen wir annehmen, dass jedesmal, wenn ein Körper leuchtet, die geladenen Teilchen auf die eine oder andere Weise in Schwingungen geraten. Auf die Natur der elektrischen Ladungen gehen wir weiter nicht ein. Die vorausgesetzten Teilchen sollen in der Hauptsache dieselben Eigenschaften, welche wir an geladenen Körpern wahrnehmen, besitzen. Einen weiteren Begriff brauchen wir uns nicht zu bilden. Ein Name ist freilich bequem, wir nennen sie nach FARADAY „Ionen“.

Diese Ionen nun sehen wir in jedem leuchtenden Körper, ja, wir müssen ihr Vorhandensein sogar in *allen* Körpern voraussetzen. Denn es giebt keinen Körper, der nicht Wärme ausstrahlt, selbst

wenn er bis zu den niedrigsten, bis jetzt von KAMERLINGH ONNES erzielten Temperaturen abgekühlt wird, und Sie wissen, wie die Wärmestrahlen, abgesehen von der Wellenlänge, von derselben Art sind wie die Lichtstrahlen. Der Mechanismus der Emission muss in beiden Fällen derselbe sein. So ist unsere ganze Umgebung — ich meine hier nicht den Äther, sondern den wägbaren Stoff — von Ionen erfüllt, die in alle Ewigkeit ruhelos fortschwingen und sich gegenseitig ihre Wärmestrahlen zusenden.

Und nun das Auffangen der Schwingungen? HERTZ gebrauchte dazu einen zweiten metallischen Leiter, einen zu einem Kreise oder einem Rechteck gebogenen Kupferdraht. Die Elektrizität darin wurde durch die vom Vibrator ausgehenden Wellen zu hin- und hergehender Bewegung, oder, wie man auch sagt, zum Mitschwingen erregt. Die Verhältnisse liegen hier ähnlich, wie bei dem bekannten Versuch des Mitschwingens einer Stimmgabel mit einer anderen; dies deutet auch der Name „Resonator“ an, mit dem der eben genannte Apparat belegt wurde.

In unserem Bilde der optischen Erscheinungen brauchen wir nach den Resonatoren nicht weit zu suchen. Die Ionen, die in den Molekülen der Körper eingeschlossen liegen, werden sich, sobald sie durch einen Lichtstrahl getroffen werden, in Bewegung setzen. Aus diesem Mitschwingen, verschieden je nach den Kräften, mit denen die Ionen in ihrer Gleichgewichtslage festgehalten werden, erklärt die elektromagnetische Theorie den Einfluss der ponderablen Materie auf das Licht. Sie schreibt die Trennung der Farben in ein Spektrum dem Umstande zu, dass die Ionen im Prisma nicht durch alle Lichtarten in demselben Masse zum Mitschwingen erregt werden, und die wunderbaren Erscheinungen der Doppelbrechung in Krystallen, von denen CHRISTIAAN HUYGENS in seinem „*Traité de la lumière*“ eine so schöne Erklärung gab, werden die Folge der Ungleichheit der Kräfte, die sich den Verschiebungen nach verschiedenen Richtungen widersetzen.

Es kann kein ponderabler Stoff auf dem Weg eines Lichtstrahls liegen, ohne dass er durch seine Ionen einen Einfluss auf dessen Lauf hat. Selbst die kleinste Veränderung in der Dichte der Luft ist, wie die Astronomen nur zu gut wissen, genügend, um einige Abweichung zu verursachen. Ist die Luft stark zusammengedrückt, dann wird die Brechung erheblich; daher kommt es, dass man die verdichtete Luftschicht an der Vorderseite eines Projek-

tils, welches mit einer grösseren Geschwindigkeit als die des Schalls fortfliegt, im Schattenbild auf einer lichtempfindlichen Platte wahrnehmen kann.

Auf welche Weise bei zunehmender Anhäufung der Moleküle die Lichtbewegung stärker und stärker beeinflusst wird, ist der mathematischen Rechnung zugänglich; die Aufgabe kann nämlich mit ziemlicher Annäherung gelöst werden. Man ist imstande, den Brechungsindex von Wasserdampf aus dem des flüssigen Wassers und die Lichtbrechung in einem Gemenge zweier Flüssigkeiten aus der der Bestandteile abzuleiten. Die Übereinstimmung der berechneten Werte mit den beobachteten beweist, dass wir uns auf dem rechten Wege befinden, wenn wir annehmen, dass die Moleküle bei Veränderung des Aggregatzustandes der Körper oder bei der Mischung von zwei Stoffen ihre Art und Individualität beibehalten und dass das Mitschwingen in jedem Moleküle für sich stattfindet.

Einheiten einer anderen Ordnung sind die chemischen Atome, aus denen wir die Moleküle aller Körper aufbauen. Es hat sich gezeigt, dass bei zahlreichen chemischen Verbindungen die Lichtbrechung auf dieselbe Weise, wie bei einem Gemenge, aus der der Bestandteile berechnet werden kann. Hier müssen daher nicht mehr die Moleküle als Ganzes, sondern die einzelnen Atome als Resonatoren fungieren. Jedes Atom, wie klein es auch sein mag, muss wenigstens ein bewegliches Ion enthalten, und die Art und Weise, wie dieses schwingt, muss z.B. in einem Kohlenstoffatom dieselbe sein, gleichgültig ob es ein Bestandteil von Alkohol, Äther oder Glyzerin ist.

Nach diesen Spekulationen wird Ihnen eine experimentelle Bestätigung nicht unwillkommen sein. In Prof. KAMERLINGH ONNES' Laboratorium, dieser Zierde unserer Universität, nicht wegen der äusseren Form, sondern wegen der inneren Organisation, stellte vor drei Jahren Dr. ZEEMAN Versuche über das Verhalten einer Natriumflamme zwischen den Polen eines starken Elektromagneten an. Von dem gelben Lichte der Flamme wurde ein Spektrum entworfen, in welchem die bekannte Doppellinie zwei durch die Natriumatome emittierten Lichtarten entspricht, deren Schwingungszahlen nur wenig von einander verschieden sind. Es sind gleichsam in jedem Atome zwei elektrische Vibratoren von verschiedener Periode in Thätigkeit.

ZEEMAN, gewappnet mit den modernen Hilfsmitteln, versuchte einer Erscheinung auf die Spur zu kommen, nach der, wie es scheint, schon FARADAY, doch ohne Erfolg, gesucht hatte. Sollten nicht die von den Magnetpolen ausgehenden Kräfte, deren Wirkung auf einige Lichterscheinungen bekannt war, auch in der Emission des Lichtes einige Veränderung bewirken?

ZEEMAN fand ein geringes Breiterwerden der Spektrallinien; genaue Erwägungen und Kontrollversuche lehrten ihn, dass dies in der That einem direkten Einfluss der magnetischen Kräfte zugeschrieben werden muss.

Die elektromagnetische Theorie klärte die Erscheinung auf und ermöglichte, die Einzelheiten derselben vorauszusagen. Man wusste schon, welche additionelle Kraft auf ein Ion, das sich im Raum zwischen zwei Magnetpolen bewegt, wirkt, und indem man von einfachen Voraussetzungen ausging — ein einziges Ion, welches, wenn keine magnetischen Kräfte wirken, nach allen Richtungen mit derselben Periode schwingen kann und also eine Spektrallinie giebt — reichte die elementare Mechanik aus, um den Einfluss jener Kraft auf die Schwingungen festzustellen.

Zwischen den Magnetpolen kann das Ion dreierlei Schwingungen mit etwas verschiedenen Perioden ausführen; anstatt eines Tons — dieses Wort möge hier im übertragenen Sinne benutzt werden — erlangt man so drei; jede Spektrallinie, für welche diese Überlegung gilt, muss durch eine dreifache Linie, ein Triplet, ersetzt werden. Ferner müssen in Bezug auf den Polarisationszustand an den Komponenten Eigentümlichkeiten auftreten, welche mit der Art der Bewegungen des Ions, welche die drei Töne hervorrufen, zusammenhängen.

Dies alles wurde durch den Versuch bestätigt. Zwar waren die Natriumlinien nicht fein genug, um bei den zur Verfügung stehenden magnetischen Kräften eine vollkommene Spaltung zu zeigen; die Komponenten bedeckten sich teilweise, aber an den Rändern der verbreiterten Linien konnte doch der durch die Theorie verlangte Polarisationszustand konstatiert werden. Später wurden, zuerst bei einer Kadmiumlinie und darauf in vielen anderen Fällen, reine Triplette gefunden.

Mit grosser Geduld und mit derselben feinen Beobachtungsgabe, womit er hier in Leiden begonnen hatte, hat ZEEMAN im Amsterdamer Laboratorium sein Werk fortgesetzt. Die Photo-

graphie setzte ihn in Stand, die Beobachtungen auch auf die unsichtbaren Linien im ultravioletten Spektrum auszudehnen. Eine Anzahl Naturforscher, deren Aufmerksamkeit durch seine Entdeckung erregt wurde — ich nenne nur CORNU und BECQUEREL in Paris, COLSON in Toulouse, VOIGT in Göttingen, MICHELSON in Chicago und PRESTON in Dublin —, wetteifern mit ihm auf diesem neuen, ausgedehnten Untersuchungsgebiet.

Ausgedehnt ist es schon wegen der grossen Anzahl von Linien in den Spektren, besonders im ultravioletten Teil. Im Natriumspektrum kommen mehr als 30 Linien vor, im Spektrum des Calciums beträgt die Anzahl über hundert, im Eisen viele Hunderte, und man wird nicht ruhen dürfen, bis man bei all diesen Linien den Einfluss des Magnetismus untersucht hat.

Indes, schon jetzt hat sich ergeben, mit welchem Reichtum von Erscheinungen man es hier zu thun hat. Während viele Linien in die von der Theorie verlangten Triplets zerfallen, zeigen andere kompliziertere Erscheinungen. Von den zwei gelben Natriumlinien verwandelt sich die eine in ein Triplet, die andere spaltet sich, wie CORNU gefunden hat, in vier Linien. Andere Beobachter fanden in einigen Fällen eine Zerlegung in eine noch grössere Anzahl von Komponenten. Die Theorie ist also, soviel Gutes auch darin enthalten sein mag, weit davon entfernt vollkommen zu sein. Dass man sich von dem Einfluss der magnetischen Kräfte am leichtesten durch die Vorstellung von schwingenden elektrischen Ladungen Rechenschaft geben und durch passende Voraussetzungen wohl zu etwas anderem als den einfachen Triplets gelangen kann, ist unzweifelhaft; wir haben jedoch noch kein einigermaßen befriedigendes Bild des Mechanismus, wodurch z.B. das Quadruplet zu stande kommt.

Das Problem, wovon die Theorie sich hier gestellt sieht, muss noch von einer anderen Seite betrachtet werden. Mit einer Erklärung, die sich allein auf die Veränderungen *einer* Spektrallinie beschränkt, als wären die anderen nicht da, kann man sich auf die Dauer nicht zufrieden geben. Ein lichtausstrahlendes Atom ist wahrscheinlich ein Ganzes, das die den verschiedenen Spektrallinien entsprechenden Schwingungen zu gleicher Zeit ausführt, ebenso wie ein tönender Körper eine gewisse Anzahl Töne hervorbringt. Es gilt, zum Schluss, darum ein Bild vom Bau dieses Ganzen und vom Zusammenhang seiner Teile zu entwerfen, das uns

klar vor Augen führt, warum gerade die thatsächlich bestehenden Töne und keine anderen hervorgebracht werden. Das Endziel muss sein, eine alle Erscheinungen der Strahlung umfassende Mechanik der schwingenden Atome aufzubauen.

Die Untersuchung der Spektra, an der hier zu Lande die Physiker der Utrechter Universität mit Vorliebe teilgenommen haben, hat schon wichtige Bausteine zusammengebracht. Zahlreich ist die Schar der Forscher, denen keine Spektrallinie, wie lichtschwach sie auch sein mag, entgeht, und die jeder Schwingung, auch der von den entferntesten Himmelskörpern kommenden, ihren Platz im Spektrum anweisen. Sie haben nicht nur die Zahl der chemischen Grundstoffe fortdauernd vermehrt und das hypothetische „Helium“ der Sonne auf der Erde entdeckt, sondern auch Regel und Ordnung in das Chaos der Spektrallinien gebracht. Viele Spektra sind nach einem gleichen Schema aufgebaut, welches beim Wasserstoff am deutlichsten zum Vorschein kommt. Hier bilden die Linien eine eigentümliche Reihe; sie liegen nicht gleich weit von einander, sondern die gegenseitigen Abstände werden nach dem Ultraviolett zu immer kleiner. Die höheren Töne werden zusammengedrängt, sodass es ist, als ob das Wasserstoffatom oberhalb einer bestimmten Schwingungszahl nicht mehr zu schwingen vermag.

Reihen, die vollkommen dieselbe Eigentümlichkeit wie die des Wasserstoffs zeigen, findet man auch bei anderen Elementen. Die Spektra der einander sehr ähnlichen Elemente Kalium und Natrium enthalten drei solche Reihen von Linien, von denen jedoch eine jede doppelt ist. Bei den Grundstoffen Magnesium, Zink und Kadmium, die ebenso in chemischer Hinsicht nahe mit einander verwandt sind, existieren zwei Reihen; jedoch ist hier jede Linie dreifach.

Obwohl unsere Kenntnisse über die Spektra vieler anderer Elemente noch nicht so weit vorgeschritten sind, erwecken doch die gefundenen Regelmässigkeiten und die grosse Ähnlichkeit zwischen den Spektren einiger Elemente alle Hoffnung, dass auch hier obwaltenden Beziehungen einmal aufgeklärt werden; vielleicht wird uns schon ein einziger glücklicher Einfall dem Ziele näher bringen. Soweit man das bis jetzt beurteilen kann, hat man mit der elektromagnetischen Theorie die meisten Aussichten, diese Fragen zu lösen.

Wird ihr dies gelingen, dann wird sie auch für den Chemiker ein bescheidener, aber doch nicht zu unterschätzender Bundesgenosse werden. Schon jetzt stehen die bei der Untersuchung der Spektren gewonnenen Resultate mit den allgemeinen Ansichten in Einklang, zu denen uns die Untersuchungen über die Atomgewichte und deren Zusammenhang mit den physikalischen und chemischen Eigenschaften der Grundstoffe geführt haben. Wenn etwas aus den hierbei gefundenen Thatsachen und Beziehungen geschlossen werden darf, so ist es wohl das, dass man sich die Atome nicht als Körper, an denen keine Teile zu unterscheiden sind, vorstellen darf. Sie müssen eine Struktur besitzen, ähnlich bei verwandten Elementen, und um so komplizierter, je grösser das Atomgewicht ist. Von diesem inneren Bau haben wir in den Spektren die Ab Spiegelung. Die drei Reihen Doppellinien bei Kalium und Natrium müssen von analogen Eigenschaften der Atome dieser Metalle herrühren; die Hunderte von Linien im Eisenspektrum legen uns den Gedanken an eine Organisation, wenn ich es so nennen darf, nahe, die viel höher als die des Wasserstoffs, Kaliums und Natriums ist.

Die Ausführungen, die ich mir erlaubt habe Ihnen vorzutragen, machen keinen Anspruch auf Vollständigkeit; auch habe ich Ihnen nicht durch eine historische Übersicht zeigen wollen, wie sich die Gedanken über den Zusammenhang zwischen den elektrischen Wirkungen und anderen Erscheinungen allmählich entwickelt haben.

Wie alles sich zum Ganzen webt,
Eins in dem andern wirkt und lebt,

das haben alle grossen Forscher tief unter der Oberfläche der Dinge schauen wollen und manchmal instinktiv gefühlt. Hören Sie BERZELIUS in seinem „Versuch über die Theorie der chemischen Proportionen und über die chemischen Wirkungen der Elektrizität“ von 1814. „Bei dem jetzigen Stande unserer Kenntnisse“, so sagt er, „ist die wahrscheinlichste Erklärung des Verbrennens und des dabei entstehenden Feuers die: dass bei jeder chemischen Vereinigung eine Neutralisation entgegengesetzter Elektrizitäten vor sich geht, und dass bei dieser Neutralisierung das Feuer ganz auf dieselbe Weise entsteht, wie es bei Entladung der elektrischen Flasche, der elektrischen Säule und der Gewitterwolke hervorgebracht wird.“

Vermessen scheinen uns die Worte, und wir begreifen kaum, wie BERZELIUS sie hat aussprechen dürfen, und doch, wer weiss, ob man sie nicht buchstäblich unterschreiben kann? Es ist wahr, die elektrochemische Theorie, welche der grosse Naturforscher aufstellte, konnte nur während einiger Jahrzehnte die Chemie in ihrer Entwicklung leiten. Aber, als sie anderen Auffassungen das Feld räumen musste, da hatten schon die Entdeckungen von FARADAY über die Zerlegung von Salzen durch den galvanischen Strom den unumstösslichen Beweis für den innigen Zusammenhang zwischen Elektrizität und chemischen Kräften geliefert, wenn auch in anderer Form, als sich das BERZELIUS vorgestellt hatte. In den Salzlösungen sind die Atome, welche der Strom von einander trennen wird, mit elektrischen Ladungen ausgestattet, und es existiert somit jedenfalls *eine* Klasse von Verbindungen, in denen die aneinander geketteten Bestandteile die Träger von positiven und negativen Ladungen sein müssen, und zwar so, dass jeder Valenz stets eine Ladung von einem ganz bestimmten Betrage entspricht. Dehnen Sie dies auf alle chemischen Verbindungen aus — HELMHOLTZ sprach diesen Gedanken in seiner Gedächtnisrede auf FARADAY in 1881 aus —, und wir sind nicht mehr weit von BERZELIUS entfernt. Übrigens sind, wenn ich mich nicht täusche, seine Ideen nie ganz verlassen worden. Dass zwischen sich mit einander verbindenden Elementen ein gewisser Gegensatz besteht, hat man noch lange mit den Worten elektropositiv und elektronegativ angedeutet; und die Thatsache der Sättigung, ich meine, dass zwei Atome, die sich mit einander verbunden haben, ein drittes nicht mit verdoppelter Kraft anziehen, sondern gegen dasselbe indifferent geworden sind, legt den Gedanken an so etwas wie eine Neutralisierung entgegengesetzter Eigenschaften nahe.

Vielleicht wird noch einmal eine elektrochemische Theorie in verjüngter Form und begründet auf eine hundertmal reichere Erfahrung, als sie BERZELIUS zu Gebote stand, aufs neue eine Richtschnur für chemische Untersuchungen werden.

Inzwischen setzen die Physiker ihre Entdeckungsfahrten in der Welt der Ionen fort. Sie wagen sich, und zwar nicht ohne Erfolg, an Spekulationen über das Verhältnis zwischen den grossen Ionen, ganzen Atomen oder Atomgruppen von FARADAY und den kleinen Ionen, Bruchteilen eines Atoms, die bei den Lichterscheinungen

im Spiele sind. Sie glauben diese letzteren zwischen anderen in den elektrischen Entladungserscheinungen wieder zu erkennen, und bestimmen die Geschwindigkeit, mit der sie in den Kathodenstrahlen fortfliegen. Und, wie uns die Ionentheorie näher zu BERZELIUS gebracht hat, so lässt sie auch wieder alte Ideen von WILHELM WEBER aufleben, und führt zu Versuchen, um den Mechanismus der Wärme- und Elektrizitätsleitung in Metallen und den Einfluss von magnetischen Kräften auf diese Erscheinungen zu ergründen.

Sind auch die auf äusserst kleine Abstände wirkenden Molekularkräfte und die Schwerkraft oder die allgemeine Anziehungskraft, welche die Körper nach der Erde fallen lässt und das Planetensystem in Ordnung hält, elektromagnetischen Ursprungs? Was die ersteren anbetrifft, so liegen einige Gründe, welche zu Gunsten dieser Annahme sprechen, vor. Gewisse Erscheinungen, die mit der Aberration des Lichts in Zusammenhang stehen, scheinen zu beweisen, dass die Intensität der molekularen Kräfte eine kleine Veränderung erfährt, wenn ein Körper sich durch den Äther hin fortbewegt, und zwar von einem Betrage, der durch das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit der Bewegung und der, womit sich elektromagnetische Gleichgewichtsstörungen fortpflanzen, bestimmt wird. Dass diese letztere Geschwindigkeit hier in Frage kommt, kann man nur begreifen, wenn man sich vorstellt, dass der Äther bei den molekularen Wirkungen in ähnlicher Weise beteiligt ist, wie bei den elektrischen und magnetischen Erscheinungen.

Über die Schwerkraft will ich nur eins bemerken. Die Thatsache, mit der wir auf den Schulbänken unsere Physik begannen, nämlich dass alle Körper im luftleeren Raum gleich schnell fallen, ist eins der deutlichsten Zeichen für die Gleichheit der fundamentalen Eigenschaften, für die Einheit aller wägbaren Materie; sie wird erst dann verstanden werden können, wenn man sich von dem Wesen der Materie eine nähere Vorstellung gebildet hat. Hier giebt es nur zwei Möglichkeiten. Entweder sind die positiven und negativen Ladungen, welche die elektromagnetische Theorie in den Atomen voraussetzt, nur etwas unwesentliches ohne welches man sich die Materie ganz gut vorstellen kann; dann werden zwei Teilchen des ponderablen Stoffes sich gegenseitig anziehen können in einer Weise, die mit den zwischen den Ladungen wirkenden

Kräften nichts gemein hat. Oder aber die elektrischen Ladungen sind untrennbare Attribute des wägbaren Stoffs; in diesem Fall kann auch die Schwerkraft nicht als etwas ganz Fremdes den elektromagnetischen Kräften gegenüber stehen.

Vorläufig stösst eine elektromagnetische Auffassung der allgemeinen Anziehungskraft auf die grosse Schwierigkeit, dass, soweit wir wissen, alle elektromagnetischen Wirkungen sich mit der Geschwindigkeit des Lichts fortpflanzen, während die astronomischen Erscheinungen lehren, dass, wenn überhaupt von einer nicht augenblicklichen Wirkung der Schwerkraft die Rede sein kann, ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit jedenfalls als viel grösser als die des Lichtes vorausgesetzt werden muss.

Wir stehen hier, wie in so manchen anderen Fällen, vor schwierigen und für den Augenblick unlösbaren Problemen. Dass spätere, mit ausgedehnteren Kenntnissen und mit entwickelterem Denkvermögen, als uns zuteil geworden ist, ausgestattete Geschlechter der Enträtselung näher kommen werden, daran brauchen wir nicht zu zweifeln, wenn wir auch augenblicklich nicht wissen, welche Gestalt die Theorien dann angenommen haben werden und was von den Hypothesen übrig geblieben sein wird, in denen wir jetzt befriedigende Ruhepunkte für unseren Geist finden.

Auch an der Bedeutung der Theorie für spätere Geschlechter dürfen wir nicht zweifeln. Eine nicht unabsehbar weite Zukunft wird ganz andere Verhältnisse bringen, als diejenigen sind, in denen wir augenblicklich leben. Mit gieriger Hand, als ob der Schatz unerschöpflich wäre, hat das 19. Jahrhundert aus dem Energievorrat geschöpft, welchen die Natur uns zur Verfügung gestellt hat. Unbegrenzt ist der Reichtum jedoch keineswegs. Es ist kaum denkbar, dass noch viele Jahrhunderte verlaufen werden, bis die Steinkohlenlager in allen Teilen der Erdkugel aufgespürt und in Arbeit genommen sind, und früher oder später kommt die Zeit, wo die Erschöpfung der Minen und das Bedürfnis nach anderen Quellen der Energie ernste Fragen für die Menschheit sein werden. Was dann auch ferner geschehen möge, wir dürfen glauben, dass eine tiefe und klare Einsicht in die ihn umgebende Welt dem Menschen in späteren Zeiten mehr als je nötig sein wird.

Aber nur für einen Augenblick wollen wir unser Auge in die dunkle Zukunft schweifen lassen; es giebt in der Gegenwart noch

genug, was unsere Hand zu thun findet. Schön ist es, Wahrheit zu suchen, Wissenschaft zu verbreiten und, wenn es sein kann, zu vermehren. Wir älteren, die wir einen längeren oder kürzeren Teil unseres Lebens dem Dienste der Hochschule haben widmen dürfen, wir schätzen uns glücklich, dass uns diese Pflicht auferlegt ist. Und an diesem ihren Festtage wollen wir der Universität danken für die Erweiterung unseres Gesichtskreises, für die Unterstützung unserer Bestrebungen, für die Ermutigung und Anregung zur Arbeit, die sie uns geschenkt hat.

CLERK MAXWELL'S ELECTROMAGNETIC THEORY ¹⁾

When I had the honour to be invited to deliver a lecture in the Rede Foundation, I thought I might perhaps present to you a brief review of the electromagnetic theory of your great physicist JAMES CLERK MAXWELL. The choice seemed the more appropriate as it is now exactly fifty years ago that the work which raised him at once to the very first rank of investigators of all ages, the *Treatise on Electricity and Magnetism*, was published. In this work it was proved beyond all doubt that electric and magnetic actions can be conceived as being transmitted through a medium and the theory was crowned by the wonderful revelation that light is an electromagnetic phenomenon.

MAXWELL'S theory was also a great simplification. Indeed, before his time there was much uncertainty and confusion in this part of physics and many contending theories were in the field. In electrodynamics, for instance, we had the laws of AMPÈRE and GRASSMANN for the actions between elements of current, and, when we went further, we found the speculations of WEBER, RIEMANN and CLAUSIUS about the mutual actions of particles of electricity. In connexion with these theories there was a good deal of discussion on the phenomena that were to be expected in the case of closed and in that of open circuits. It was thought in those days that the current in a wire, by means of which a metallic conductor is charged, ends on that conductor, and even the discharge current of a condenser was considered not to be closed; there was a gap in the circuit, because we had no idea that something is going on in the insulating layer between the coatings.

In optics we had no less trouble. It is true that the general principles of the undulatory theory of light had been firmly established and physicists were justly proud of the success that had been achieved in the explanation of interference and dif-

¹⁾ The Rede Lecture for 1923, Cambridge University Press.

fraction, double refraction and polarization. Yet, when we tried to penetrate somewhat deeper, we were confronted with serious difficulties. When we wanted to account for the different optical properties of various substances, of air and water for instance, we had the choice between two assumptions. FRESNEL had sought the cause of the difference in an inequality of the density of the ether in the two substances, the elasticity being the same in both, F. E. NEUMANN, on the other hand, had supposed the densities to be the same, but the elasticities to be different. On either of these suppositions, and in no other way, it had been found possible to deduce the right value for the ratio between the amplitude of the reflected and that of the incident light. You know that in this problem two principal cases must be distinguished, the vibrations being normal to the plane of incidence in the one case and parallel to that plane in the other. The two values for the ratio in question are

$$\frac{\sin (i - r)}{\sin (i + r)} \quad \text{and} \quad \frac{\text{tg} (i - r)}{\text{tg} (i + r)},$$

if i is the angle of incidence and r the angle of refraction; and it is remarkable that, of the two rival theories, one led to the expression with the sines when the other required that with the tangents, and conversely. In connexion with this FRESNEL supposed the vibrations of plane polarized light to be at right angles to the plane of polarization, whereas NEUMANN wanted them to be parallel to that plane.

Here was a problem that long baffled the efforts of physicists, and many attempts were made to determine experimentally the direction of the vibrations. One cannot say that the result has been very satisfactory and the question remained open until MAXWELL'S theory settled it once for all.

I have enumerated some only of the difficulties with which we had to struggle. I could have mentioned similar problems that arose in the theory of double refraction and I may add that in some cases longitudinal vibrations intruded themselves and complicated the theory.

MAXWELL relieved us of all these doubts and uncertainties. By his bold assumption that in a non-conducting body, in a dielectric as he called it, there can exist what is truly a motion of electricity,

and that, if this motion, the dielectric displacement, is taken into account, electricity can always be said to move as an incompressible fluid, the open currents and the longitudinal vibrations that were closely allied to them were made to vanish from the scene. Further, the optical behaviour of non-conducting substances was shown to depend on two properties, each characterized by a physical constant, the dielectric constant, or FARADAY'S specific inductive capacity, and the magnetic permeability. It is true that the way in which these constants are determined by the constitution of matter, by the structure of molecules and atoms, was not considered and that, so far, they were no less inaccessible than the ethereal density and elasticity of the old theories, but there was this important difference that, whereas these latter constants had no connexion with any other phenomena, the dielectric constant and the magnetic permeability can be measured by means of statical experiments, so that, at least in certain simple cases, we can deduce the optical properties of a substance from wholly different data. It was found that in the new theory the treatment of the reflexion problem was much like that in the old one; one is led to the two formulae which I recalled to you, if one supposes either the dielectric constant or the magnetic permeability to be the same in the two substances. The choice between these alternative suppositions again entailed a decision concerning the direction of the vibrations with respect to the plane of polarization, but the choice was not doubtful now, as it had been ascertained experimentally that the ratios between the magnetic permeabilities of transparent substances are little different from unity, whereas the dielectric constants diverge to a much greater extent. It was therefore at once established that the electric vibrations are normal to the plane of polarization. This implies that the magnetic vibrations are in that plane, so that, in a sense, the contending parties both had their will.

In the case of crystals it became certain that their double refraction is due to an inequality of the dielectric properties in different directions.

So, many difficulties and outstanding problems melted away as snow before the sun. Indeed, a reviewer in *Nature* actually compared MAXWELL'S work to the sun, his only criticism being that there are spots on the sun itself, which, however, „are not

visible save to those whose eyes can bear the full glare of the glowing orb." My eyes certainly were not as strong as that. I could not see the spots, but what I could see was that the sun was not entirely unclouded; what sun always was? It was not always easy to grasp MAXWELL's ideas, and one feels a want of unity in his book, due to the fact that it faithfully reproduces his gradual transition from old to new ideas. When we read what MAXWELL says of AMPÈRE and FARADAY, of the former having removed all traces of the scaffolding by which he had built up a perfect demonstration of his law, whereas FARADAY „shews us his unsuccessful as well as his successful experiments, and his crude ideas as well as his developed ones", we feel that, great though the difference may be between the *Experimental Researches* and MAXWELL's largely mathematical Treatise, yet the two works were written in the same spirit. In fact, MAXWELL repeatedly expresses his indebtedness to FARADAY, from whom he had borrowed part of his fundamental ideas, so that, when there is question of MAXWELL's theory, we must often think of FARADAY also.

MAXWELL's followers, of whom there were many, in this country and elsewhere, have perfected the theory in its form and extended it by the introduction of new ideas. Think, for instance, of POYNTING's beautiful and important theorem on the flow of energy, determined at every point by the electric and the magnetic force existing in the field, a theorem that has produced more clearness perhaps than any other and which is now so essential that we can hardly recall the state in which physics was when we did not know it. Yet, notwithstanding all innovations of this kind, we always speak, and with full justice, of „MAXWELL's Theory". We continue to do so now that we have been led to introduce electric charges supposed to exist in the interior of molecules and atoms, by which we have come to the theory of electrons. And when we refer to those wonderfully simple equations in which the fundamental laws of electromagnetism are embodied with a conciseness that could never have been dreamed of before, we call them „MAXWELL's Equations". Surely, though MAXWELL did not use them in their modern form, no name could be more appropriate, for the general relations which they express are those that were constantly in his mind.

Time does not permit me to dwell at length on the verifi-

cations of MAXWELL'S theory, but I should like to make an exception for two of them.

Allow me, in the first place, to say some words on the optical properties of metals.

„If the medium”, so we read in MAXWELL, „instead of being a perfect insulator, is a conductor, the disturbance”(viz. that which is produced by an incident beam of light) „will consist not only of electric displacements but of currents of conduction, in which electric energy is transformed into heat, so that the undulation is absorbed by the medium.” After having stated in these words one of the most important consequences drawn from his theory, MAXWELL goes on to calculate the coefficient of absorption as a function of the conductivity, and he proceeds: „Gold, silver and platinum are good conductors, and yet, when formed into very thin plates, they allow light to pass through them. From experiments, which I have made on a piece of gold leaf, it appears that its transparency is very much greater than is consistent with our theory, unless we suppose that there is less loss of energy when the electromotive forces are reversed for every semi-vibration of light than when they act for sensible times, as in our ordinary experiments.” Later researches have amply confirmed what MAXWELL says here; obviously, bodies, both conductors and dielectrics, behave in general differently towards rapidly alternating electric forces and towards stationary ones. Yet, HAGEN and RUBENS have been able to show that when, instead of working with visible light, one uses infra-red rays of sufficiently great wavelength, the properties of metals will, in the limit, exactly conform to the theory, if we reckon with the ordinary conductivity.

HAGEN and RUBENS did not measure the amount of radiation that is transmitted through a thin plate but the coefficient of reflexion of a thick mirror. For the case of normal incidence, this coefficient and therefore also the loss of energy, i.e. the quantity that is absorbed by the mirror, can easily be calculated as a function of the conductivity. For the residual rays of sylvin, whose wavelength is 12μ , and for silver, copper, gold and platinum, the absorbed energy was found to be respectively 1.15, 1.6, 2.1 and 3.5 per cent of the incident energy, whereas it

ought to have been 1.3, 1.4, 1.6 and 3.5 per cent according to the theoretical formula.

The agreement became still better when the residual rays of fluorite with a wavelength of 25.5μ were used. Since, however, for waves of this length the reflexion becomes nearly complete, it was not possible to determine the loss of energy with sufficient precision. HAGEN and RUBENS overcame this difficulty by measuring the emissivity of the different metals, or rather the ratio between this emissivity and that of a perfectly black body at the same temperature, a ratio which, by KIRCHHOFF'S law, is equal to that between the absorbed and the incident energy for a beam falling on the metal from the outside, so that it can be calculated by the same formula as this latter ratio. For the four metals just mentioned (at a temperature of 170° C) the ratio in question was found to be (after multiplication by 100) 1.13, 1.17, 1.56 and 2.82. The theoretical values were 1.15, 1.29, 1.39 and 2.96.

These numbers show conclusively that, however complicated things may be for shorter waves, we can calculate the optical properties of metals in the extreme infra-red by means of MAXWELL'S equations, simply substituting for the conductivity the value that has been deduced from experiments with constant or slowly alternating currents. This is certainly a most splendid confirmation, the counterpart to the verification, which for gaseous bodies at least has been very satisfactory, of MAXWELL'S relation of the dielectric constant to the index of refraction.

The phenomenon of the pressure of radiation may serve as a second example of verification. That a beam of light falling, say in the normal direction, on a mirror exerts on it a pressure proportional to the intensity of the beam was deduced by MAXWELL from his formulae, and he calculated the force that may be expected in the case of sunlight. It lasted a quarter of a century before LEBEDEW succeeded in observing this small force, which, for sunlight, amounts to no more than about a ten millionth part of a gramme weight per cm^2 and which it is therefore difficult to disentangle from other forces that are caused by the surrounding gas, even when this is highly rarefied. Some years later E. F. NICHOLS and HULL repeated the experiment with the utmost care and were able to measure the pressure and to prove that its intensity agrees with MAXWELL'S calculation.

We are now quite sure of this phenomenon which has come to play a great part in stellar physics. When we are concerned with very small particles near or in a star, the radiation pressure may very well become greater than the force of gravitation, and it is taken into account by many astronomers in their speculations about the state of heavenly bodies.

The forces exerted by rays of light or heat are a special case of what we call ponderomotive forces, i.e. of the forces with which the electromagnetic field acts on material bodies. MAXWELL showed how, in general, these forces can be deduced from the values of the electromagnetic energy corresponding to different positions of a system of bodies, or from a consideration of certain stresses which exist in the electromagnetic field and of which he taught us to determine the direction and the intensity. Every student, even of rather elementary physics, now knows that the mutual attraction of two conducting plates between which there is a difference of potential, e.g. of the plates of an absolute electrometer, may be considered as due to stresses along the lines of force, that the same may be said of the attraction between a magnetic pole and a piece of iron, and that in the case of an electromagnetic motor we are concerned with the tangential stresses acting at the surface of the revolving system. Here again there has been a great deal of later development, but we continue to speak of „MAXWELL'S stresses”.

The notion of the electromagnetic momentum, which MAXWELL seems not to have had, though he was quite near it, has also proved very fruitful. A beam of light has a definite momentum, much like a moving ball, and when the beam is normally reflected by a mirror, so that the momentum is inverted, we can deduce the force acting on the mirror from the change of the momentum, exactly as we can do in the case of the ball or of a stream of material particles.

In modern theory — I allude to the theory of relativity — one has found good reasons for combining into one unity, which we call the stress-energy-tensor, all these quantities of which I have spoken, viz. the energy, the flow of energy, MAXWELL'S stresses and the electromagnetic momentum. In EINSTEIN'S theory of gravitation this tensor determines the gravitation field that is produced by an electromagnetic system and in virtue of which

such a system has an influence on the motion of material particles, unfortunately much too small to be observed.

I should be led too far astray if I dwelt on these questions, but what I want to point out is this, that we could never have gone so far if we had contented ourselves with the actions at a distance, if we had not fixed our attention on the intervening medium, localizing the energy in it and considering it as the seat of momenta and stresses which manifest themselves in the observed motions of bodies. All these modern ideas have their origin in MAXWELL'S work.

We are also concerned with a stress-energy-tensor, similar to the electromagnetic one, when we consider a system of material particles, whether unconnected like the molecules of a gas, or held together by internal forces as in an elastic body or a fluid. The question naturally arises: are these stress-energy-tensors, the electromagnetic and, let me say, the material one, wholly independent or can one be reduced to the other? One has often tried to do so and, more particularly, to imagine electromagnetic phenomena as produced by some invisible mechanism moving according to the laws of dynamics.

This was a favourite idea of MAXWELL'S and one of his most brilliant chapters is devoted to the dynamical theory of electromagnetism. It is the more important because it shows that such a theory can be developed on very general lines, it not being necessary to make definite assumptions regarding the underlying mechanism. MAXWELL showed that in the case of linear circuits carrying electric currents we can account for the ponderomotive forces and for the phenomena of self and mutual induction by LAGRANGE'S or HAMILTON'S equations of motion, provided that we introduce, besides the coordinates which determine the positions of the material circuits, a certain number of new coordinates, one for each circuit, the velocities belonging to these coordinates for the several circuits being proportional to the current intensities. In fact, the new or „internal” coordinate for each circuit represents the total quantity of electricity that has traversed some section since a fixed instant that is chosen as the origin of time. When the internal coordinates are given this meaning, the magnetic energy becomes the kinetic energy of the system, whereas the electric energy has to be identified with the potential energy and is comparable to the energy of deformation of an elastic body.

While he was applying the laws of dynamics in this very general way, MAXWELL was led to discuss certain phenomena that might perhaps be expected to exist and some of which have been actually observed in our days, though MAXWELL was not able to detect them with the means at his disposal.

In the theory of dynamical systems there are as many velocities as there are coordinates and the kinetic energy is a homogeneous quadratic function of these velocities, in which in general not only the squares but also the products of the velocities appear. When we have one or more circuits carrying electric currents, we can distinguish in the kinetic energy one part that depends on the material velocities only, and this is the kinetic energy of ordinary mechanics, and a second part containing only the velocities corresponding to the internal coordinates; this is the magnetic energy that manifests itself in so many ways. Now, is this all? There would certainly be a third part of the kinetic energy if an electric current consisted in a real motion of some substance along the conducting wire, for, if the wire were moving, say in the direction of its length, with the velocity v and if v' were the internal velocity proportional to the current, the total velocity of the moving substance would be $v + v'$ and in its square we should have the term $2vv'$. One is led to a similar conclusion on other less simple assumptions and so, independently of any special conception, the question arises whether any part of the kinetic energy consists of products of ordinary velocities and strengths of electric currents. MAXWELL thinks this question to be of great importance and deems it „desirable that experiments should be made on the subject with great care.”

He then proceeds to examine different ways in which the terms in question might be made to reveal themselves, the first of which he explains as follows:

„If any part of the kinetic energy depends on the product of an ordinary velocity and the strength of a current, it will probably be most easily observed when the velocity and the current are in the same or in opposite directions. We therefore take a circular coil of a great many windings, and suspend it by a fine vertical wire, so that its windings are horizontal and the coil is capable of rotating about a vertical axis, either in the same direction as the current in the coil, or in the opposite direction.

We shall suppose the current to be conveyed into the coil by means of the suspending wire, and, after passing round the windings, to complete its circuit by passing downwards through a wire in the same line with the suspending wire and dipping into a cup of mercury. A vertical mirror is attached to the coil to detect any motion in azimuth.

Now let a current be made to pass through the coil in the direction N.E.S.W. If electricity were a fluid like water, flowing along the wire, then, at the moment of starting the current and as long as its velocity is increasing, a force would require to be supplied to produce the angular momentum of the fluid in passing round the coil, and as this must be supplied by the elasticity of the suspending wire, the coil would at first rotate in the opposite direction or W.S.E.N., and this would be detected by means of the mirror. On stopping the current there would be another movement of the mirror, this time in the same direction as that of the current."

It does not appear that MAXWELL actually tried the experiment; he only says: „no phenomenon of this kind has yet been observed."

Now, if for MAXWELL'S coil we substitute a rod of iron, the magnetization and demagnetization of which are comparable to the starting and stopping of a current in the coil, we have exactly the RICHARDSON-EINSTEIN-DE HAAS effect that was really observed by EINSTEIN and DE HAAS and by some other physicists. You know that it amounts to this, that a cylindrical rod of iron suspended in a vertical direction is set rotating, with a sudden jerk, when it is rapidly magnetized or demagnetized. When the magnetization is periodically reversed, the rod is made to oscillate and the amplitude of this motion may be increased by adjusting the frequency of the reversals to that of the free oscillations of the rod.

Whereas MAXWELL seems not to have tried the above experiment with the coil, he tried to observe another effect. A coil, through which a current could be passed and which could be provided with an iron core, was placed in a system rapidly revolving about a vertical axis, the arrangement being such that the coil was free to rotate in the revolving system, so that the axis of the coil could be inclined to different degrees with respect

to the vertical axis of rotation. If in the formula for the kinetic energy there were terms of the kind which MAXWELL wanted to detect, there would be a tendency for the coil to place itself with its axis parallel to the axis of rotation; it would behave as a gyroscope and might be called an electromagnetic gyroscope. No trace of a phenomenon of this kind could, however, be observed. I may insert the remark that, if the tendency of which I spoke existed to an appreciable extent, a magnetic needle would, even in the absence of the terrestrial magnetic field, still take a definite position that would be determined by the rotation of the earth; in fact, in virtue of its internal motions the magnetic needle would be comparable to a gyroscopic compass, such as has lately come into use in navigation.

Now that we know the intensity of the EINSTEIN effect we can say with certainty that, if only his instrumental means had been more refined, MAXWELL'S experiment would have had a positive result. We can evaluate the magnitude of the effect and we can also calculate that the force which a magnetic needle experiences on account of its internal motions and of the rotation of the earth is thousands of millions of times smaller than the force due to the earth's magnetic field, so that you need not fear from this cause any error in measurements in terrestrial magnetism.

In the experiments just discussed we were concerned with forces acting on the material bodies. MAXWELL next considers cases in which, always on account of the terms in question, not the material system but the electricity contained in it is set in motion. Here he reverts again to the suspended circular coil, and he points out that when a rotation is suddenly imparted to it there could be produced a transient electric current. Similarly, there would be a current, but now in the opposite direction, when the motion of the coil is stopped.

A very simple experiment may serve to give you an idea of these phenomena. We take a cylindrical tumbler, partly filled with water, and set it suddenly in rotation about its vertical axis. Then the friction between the glass and the water will make the fluid rotate likewise, but this will take some time; during a certain period the water will lag behind. Let us next suppose that the motion of the vessel has been kept constant for a sufficient length of time, so that the water has acquired the full angular

velocity, and then let the vessel be suddenly brought to rest. It is clear that the circulation of the water will continue for a certain time, until it is exhausted by the friction.

Similar phenomena could be observed with a closed circular tube capable of rotating about its axis, and there must be a corresponding electromagnetic phenomenon if a metallic wire contains something like movable electricity, as we are now in a position to assert, because we have good reasons for believing that an electric current consists in a motion of negative electrons. Though the experiment is much more delicate with electricity than with water, TOLMAN and STEWART have performed it with very satisfactory results. Using a coil with a great number of windings, rapidly rotating about its axis, they were able to observe with a sensitive galvanometer the transient electric current that was produced on stopping the motion by means of a brake. The electrons continued to move over some distance just as the water did in the experiment with the circular tube. The direction of the current showed that the movable particles really have negative charges and the observed deflections agreed with what can be inferred from the ratio between the charge and the mass of the electrons, a ratio that was found for the first time by ZEEMAN and Sir J. J. THOMSON somewhat more than twenty-five years ago and has been repeatedly determined in later years.

No less remarkable than TOLMAN and STEWART's experiments are those made by Mr. and Mrs. BARNETT. They found that a cylindrical rod of iron, rotating about its geometrical axis, becomes thereby magnetized in the direction of its length. Like the EINSTEIN effect, to which it forms a counterpart, this new phenomenon can be predicated on the assumption that magnetization consists in a motion of electrons in the molecules of the metal. This allows us to assign the direction of the effects, but for the sake of truth I must add that both the rotation produced by the magnetization of rods and the magnetization caused by a rotation are, for some reason which we do not yet understand, only about half what the theory of electrons had led us to expect.

In MAXWELL's time the electron was unknown and the mechanism of conduction was even more mysterious than it is now. It was precisely for this reason that he attached so much im-

portance to the phenomena to which I have drawn your attention. He says in this connexion:

„It appears to me that, while we derive great advantage from the recognition of the many analogies between the electric current and a current of a material fluid, we must carefully avoid making any assumption not warranted by experimental evidence, and that there is, as yet, no experimental evidence to shew whether the electric current is really a current of a material substance, or a double current, or whether its velocity is great or small as measured in feet per second.

A knowledge of these things would amount to at least the beginning of a complete dynamical theory of electricity, in which we should regard electrical action, not, as in this treatise, as a phenomenon due to an unknown cause, subject only to the general laws of dynamics, but as the result of known motions of known portions of matter, in which not only the total effects and final results, but the whole intermediate mechanism and details of the motion are taken as the object of study.”

MAXWELL did not always express himself so cautiously: at other times he did not shrink from imagining an elaborate mechanical model. All physicists know its principal features. The magnetic energy is considered as a true *vis viva*, the magnetic field being the seat of invisible motions, rotations of small particles about the lines of force. The system of these particles may be compared to a wheelwork, and MAXWELL has to explain how it can be that all the wheels in an element of volume are rotating in the same direction. This shows that the motion is not transmitted directly from one wheel to the next. So MAXWELL is led to assume that, between these wheels of the magnetic field and in contact with them, there are smaller ones which transmit the motion in the manner of friction wheels.

What I called wheels might in reality be spheres capable of turning about axes in any direction and, as MAXWELL showed, a system of this kind is amenable to mathematical analysis. In his image the friction wheels represent what we call electricity; in a conductor we must conceive them to be freely movable, whereas the centres of the larger wheels or balls have fixed positions. It is easily seen how a motion of translation imparted to the friction wheels can give rise to rotations of the larger balls; this is how

a current produces a magnetic field. Other phenomena can be explained on the same lines; it is sufficient for this that MAXWELL's equations can be deduced by means of the model.

Similar models have been invented, with more or less success, by other physicists, in such quantities even, that nearly all that could be done has been tried. The outcome of these various attempts is, in my opinion, this: that we must admit the possibility of mechanical representations, a possibility that is already shown by the fact that the formulae of the electromagnetic field can be given the form of the general equations of dynamics. On the other hand it cannot be denied that, when we desire them to be applicable to a comparatively wide range of phenomena, the theories that have been proposed become so complicated that they can give us but little satisfaction. So, I think, the majority of physicists will agree to attach less importance to mechanical models and even to the general dynamical analogies, however helpful these may be to us, than to MAXWELL's equations that summarize so admirably all that is essential.

Will it be possible to maintain these equations? I am not thinking here of the comparatively slight modifications that have been found necessary in the theory of relativity, and by which we explain, for instance, the curvature of a ray of light in a gravitation field. A greater and really serious danger is threatening from the side of the quantum theory, for the existence of amounts of energy that remain concentrated in small spaces during their propagation, to which several phenomena seem to point, is in absolute contradiction to MAXWELL's equations. However this may be, even if further development should require profound alterations, MAXWELL's theory will always remain a step of the highest importance in the progress of physics.

But I must not trespass any longer on your patience. Let me rather thank you for the attention with which you have listened to what I had to say, which was mainly intended as a tribute to the memory of one of the greatest Masters of Science.

QUELQUES REMARQUES SUR LA THÉORIE DU MAGNÉTISME ¹⁾

Dans le cours des dernières années, notre connaissance des propriétés magnétiques de la matière a fait des progrès considérables. De nombreuses recherches expérimentales ont conduit à la découverte de faits et de relations du plus grand intérêt, et, de son côté, la théorie a pris un nouvel élan et est arrivée à des résultats remarquables. J'ai donc cru pouvoir répondre à l'invitation que M. le directeur de la *Revue Scientifique* m'a fait l'honneur de m'adresser, en présentant dans ce petit article quelques réflexions sur cette partie importante de la physique.

Commençons par rappeler que les idées énoncées par AMPÈRE, il y a près d'un siècle, n'ont rien perdu de leur valeur, malgré le changement profond qui s'est opéré dans les théories électrodynamiques. Nous cherchons toujours à expliquer l'aimantation par de l'électricité en mouvement; pour nous, comme pour AMPÈRE, les molécules d'un corps placé dans un champ magnétique sont le siège de courants circulaires dont la direction dépend de la nature paramagnétique ou diamagnétique du corps. Il est vrai que la conception des fluides électriques a été abandonnée, et que nous nous représentons maintenant les courants moléculaires comme des mouvements de ces petites particules chargées qu'on appelle électrons, mais l'idée fondamentale n'a pas changé. On peut dire la même chose des hypothèses à l'aide desquelles nous nous rendons compte de ces innombrables courants circulant tous dans le même sens.

Tous les physiciens connaissent l'explication ingénieuse que WILH. WEBER a donnée des phénomènes du diamagnétisme. Considérons un morceau de bismuth soumis à l'action d'un champ

¹⁾ *Revue Scientifique*, 50, 1, 1912. Arch. du Musée Teyler. Série III. 1, 1, 1912. Quelques-unes des questions dont s'occupe cet article ont été traitées dans une conférence faite en décembre 1910.

magnétique; les courants moléculaires dans ce métal auront la même direction que le courant induit qui est excité, au moment où le champ est produit, dans un circuit fermé perpendiculaire aux lignes de force. C'est ce qui a conduit WEBER à les regarder comme de véritables courants d'induction. Qu'on se figure, par exemple, autour de chaque molécule un circuit circulaire placé dans la direction que je viens d'indiquer, et dépourvu de toute résistance; il est clair que la création du champ donnera lieu à des courants qui continueront à circuler jusqu'à ce qu'une nouvelle induction, qui accompagne la disparition du champ, les détruise. On voit aussi sans peine qu'on peut attribuer à ces circuits des orientations quelconques telles que toutes les directions se trouvent également représentées, et que l'effet général serait le même si les molécules étaient de petits corps parfaitement conducteurs. Quelle que soit l'image qu'on préfère, on pourra toujours dire que, dans un champ donné, il y aura un système de courants entièrement déterminé, ce système pouvant être établi par une excitation brusque ou lente du champ, ou bien par l'introduction du corps dans un champ qui existait déjà.

Dans la théorie des électrons, on peut essayer de deux manières différentes de reproduire cette explication. On peut d'abord attribuer le diamagnétisme à la rotation d'un grand nombre d'électrons contenus dans le corps, cette rotation devant nécessairement être produite par les forces électriques (forces d'induction) qui existent dans un champ magnétique croissant. Supposons, pour fixer les idées, qu'un électron soit une sphère R sur laquelle une charge électrique superficielle e est uniformément répandue, et figurons-nous qu'au commencement cette sphère est soustraite à toute action magnétique et qu'alors elle se trouve en repos. Si, à un instant postérieur, elle est soumise à un champ H , elle tournera autour du diamètre qui a la direction de ce champ. En prenant pour direction positive de la rotation celle qui correspond ¹⁾ à la direction du champ, et en se servant des unités rationnelles de HERTZ et de HEAVISIDE, on peut écrire pour la vitesse de rotation

$$q = -\frac{eR^2}{3cQ} H,$$

¹⁾ J'entends ce mot dans le sens qui est usuel dans les théories électromagnétiques.

où Q est le moment d'inertie et c la vitesse de la lumière. Cette formule prend la forme

$$q = - \frac{6\pi cR}{e} H,$$

si la masse de l'électron est entièrement de nature électromagnétique.

D'un autre côté, on peut démontrer que la sphère tournante équivaut à un aimant ayant la direction de l'axe de rotation, et dont le moment est donné par

$$\frac{eR^2}{3c} q,$$

c'est-à-dire par

$$- 2\pi R^3 H.$$

Il en résulte, pour l'aimantation d'un corps qui contient n électrons par unité de volume,

$$- 2\pi n R^3 H,$$

et pour son coefficient de susceptibilité, c'est-à-dire pour le rapport constant entre l'aimantation et l'intensité du champ,

$$K = - 2\pi n R^3,$$

expression dont la valeur est égale à une fois et demie la fraction du volume entier qui est occupée par les électrons.

Si l'on songe à la faible susceptibilité des corps diamagnétiques, il semble au premier abord qu'on pourra se contenter de cette explication. Pour l'eau, par exemple, on a $K = - 9,5.10^{-6}$; les électrons devraient donc remplir à peu près six millièmes de l'espace. C'est bien peu, sans doute, mais c'est pourtant beaucoup plus que nous ne puissions admettre, eu égard à ce que l'on sait de la grandeur des électrons. Le rayon d'une telle particule étant à peu près $1,5.10^{-13}$ cm, et le nombre des molécules dans un centimètre cube d'eau 4.10^{22} , on trouve que, même si chaque molécule contenait mille électrons, le volume occupé par ces particules serait plus d'un million de fois plus petit que ce que nous venons de déduire de la valeur de K .

La seconde explication que j'avais en vue est à l'abri d'une telle objection. Dans celle-ci, on imagine des électrons gravitant autour des molécules ou atomes dans des orbites fermées. Tant que le corps se trouve dans son état naturel, ces mouvements ont lieu indifféremment dans toutes les directions, de sorte qu'il n'y a aucun moment magnétique résultant. Mais, au moment où on établit le champ, il y a des forces d'induction qui tendent à accélérer les mouvements qui ont lieu dans un sens, et à ralentir ceux qui ont la direction opposée. Les inégalités ainsi produites se maintiendront tant que le champ existe.

Dans sa belle étude sur la théorie du magnétisme publiée en 1905, M. *LANGEVIN* a fait les calculs nécessaires. Il trouve pour le coefficient de susceptibilité une formule qu'on peut mettre sous la forme

$$K = -\frac{1}{8}nRa^2,$$

si l'on considère toutes les orbites des électrons comme des cercles ayant un rayon déterminé a .

Or, ce rayon peut être beaucoup plus grand que le rayon R des électrons, et on voit donc immédiatement que cette nouvelle théorie n'exige pas ce nombre énorme d'électrons dont nous venons de parler. En nommant s le nombre d'électrons que contient une molécule, on trouve pour l'eau

$$a = \frac{11.10^{-8}}{\sqrt{s}} \text{ cm.}$$

Cela nous donne $a = 5.10^{-8}$ pour $s = 4$, et $a = 4.10^{-8}$ pour $s = 10$, résultats qui s'accordent très bien avec ce que nous savons sur les grandeurs moléculaires.

Dans cette théorie du diamagnétisme, il faut admettre que, dans l'état naturel du corps, aucune des particules n'ait un moment magnétique. Si, au contraire, on suppose qu'il y ait dans chaque molécule une circulation d'un ou de plusieurs électrons dans une direction déterminée, avec de si grandes vitesses que les forces d'induction ne peuvent guère les changer, on arrive à la théorie du paramagnétisme développée par M. *LANGEVIN*. Elle se rapproche beaucoup de l'ancienne théorie de *WILH. WEBER*, et, sans trop nous éloigner des idées de M. *LANGEVIN*, nous pouvons considérer les molécules d'un corps paramagnétique comme de

petits aimants à moments invariables, et expliquer l'aimantation par l'orientation de ces „magnécules” sous l'influence d'un champ extérieur.

La petite intensité de l'aimantation qu'un corps prend dans un champ faible prouve qu'il doit y avoir des causes qui s'opposent à l'alignement des magnécules. On les a cherchées souvent dans des forces ou plutôt des couples quasi-élastiques qui cherchent à maintenir les magnécules dans leurs positions d'équilibre; mais M. LANGEVIN, qui avait en vue en premier lieu des corps gazeux ou liquides, n'a pas fait intervenir de telles actions. Il a supposé que c'est seulement le mouvement calorifique qui tend à empêcher l'aimantation. En effet, dans ce mouvement, il y a non seulement translation mais aussi rotation des particules, et on comprend facilement que, si les magnécules peuvent librement tourner autour d'axes perpendiculaires à leurs axes magnétiques, une force extérieure ne pourra pas les maintenir dans les positions qui lui correspondent. Du reste, et cela est bien curieux, la liberté de tourner, qui est très naturelle dans les gaz et les liquides, semble également devoir être admise pour les métaux tels que le fer; cette hypothèse, dont nous allons nous servir dans ce qui suit, est à la base des développements avec lesquels M. WEISS a obtenu de si beaux résultats.

Le problème qui se pose maintenant a une étroite analogie avec celui de l'équilibre d'une colonne gazeuse sous l'influence de la pesanteur. Dans ce cas, c'est le mouvement calorifique qui empêche les molécules de prendre les positions vers lesquelles elles sont poussées par la force extérieure, et le rapport des densités à deux hauteurs différentes est déterminé par la grandeur de cette force d'un côté et par l'intensité de l'agitation thermique de l'autre. Ecrivons $\frac{3}{2}kT$, où k est une constante universelle, pour l'énergie cinétique moyenne d'une molécule à la température T , et h pour la hauteur à laquelle une molécule du poids P pourrait monter en vertu de cette énergie. On aura

$$Ph = \frac{3}{2}kT.$$

Or, une formule bien connue, qu'on trouve dans tous les traités de physique, nous apprend que, lorsqu'on s'élève à cette hauteur h , on verra la densité diminuer dans le rapport de 1 à 0,24.

Il paraît ainsi que, pour qu'il y ait une différence bien marquée entre les densités dans deux niveaux différents, il faut que la différence d'énergie potentielle entre ces niveaux soit du même ordre de grandeur que l'énergie cinétique moyenne d'une molécule. Si, pour la base et le sommet d'une colonne verticale, cette différence, ou, ce qui revient au même, le travail de la pesanteur dans le transport d'une molécule, surpasse notablement l'énergie $\frac{3}{2}kT$, la densité au sommet ne sera qu'une petite fraction de celle à la base. Lorsque, au contraire, le travail en question est très petit par rapport à $\frac{3}{2}kT$, les deux valeurs de la densité seront presque égales.

Le cas des magnécules tournantes se prête à de semblables considérations. En effet, d'après les principes de la mécanique statistique, l'énergie cinétique moyenne de leur rotation est du même ordre de grandeur que l'énergie d'une molécule gazeuse, $\frac{1}{2}kT$ pour chaque degré de liberté. Au lieu des différentes hauteurs, dont il a été question dans le cas précédent, nous avons maintenant à considérer les différentes positions qu'une magnécule peut prendre par sa rotation; parmi celles-ci il y en a deux qu'on peut comparer aux positions extrêmes dans la colonne de gaz. L'une, la direction „positive”, est celle vers laquelle la magnécule tend sous l'action du champ magnétique; l'autre, la direction „négative”, lui est diamétralement opposée. En désignant par m le moment d'une magnécule et par H l'intensité du champ, on peut écrire $2mH$ pour le travail du champ, dans le cas où la magnécule passe de la direction négative à la direction positive. Si cette grandeur, que, pour abrégier, je nommerai le „travail élémentaire” du champ, est très supérieure à l'énergie $\frac{3}{2}kT$, les magnécules seront presque entièrement alignées, dans la direction positive. Dans le cas contraire, où le travail élémentaire est très petit par rapport à $\frac{3}{2}kT$, il n'y aura qu'une légère prépondérance des directions qui sont voisines de la direction positive, et l'aimantation sera une faible fraction de celle qui serait produite par un alignement complet.

Au lieu de comparer entre elles les valeurs de mH et de kT , on peut comparer celles de NmH et de NkT , où N est la constante d'AVOGADRO, le nombre de molécules dans une molécule-gramme. Considérons, par exemple, une substance magnétique dont les magnécules ont les mêmes moments que celles du fer. Si les magnécules de ce métal sont assimilées à des atomes, il faut alors poser ¹⁾,

¹⁾ Dans les calculs numériques qui suivent, je me sers des mêmes unités que M. WEISS.

d'après les mesures de M. WEISS, $Nm = 12,4$ ce qui nous donne, pour un champ de 50 000 gauss,

$$NmH = 62.10^4.$$

Quant au produit Nk , il est égal à la constante des gaz $R = 83.10^6$. Donc, à la température de 15°C ,

$$NkT = 83.10^6 \cdot 288 = 24.10^9,$$

ce qui nous montre que même les champs très intenses ont peu d'influence sur l'alignement des magnécules, et ne produisent qu'un commencement d'aimantation. Ajoutons que, lorsque NmH est petit par rapport à RT , l'aimantation M sera proportionnelle au champ; elle est donnée par la formule

$$\frac{M}{M_0} = \frac{mH}{3kT},$$

dans laquelle M_0 est l'aimantation maxima correspondant à l'alignement parfait. On peut exprimer le résultat dans les termes suivants: l'aimantation est à l'aimantation maxima comme le travail élémentaire du champ au quadruple de l'énergie cinétique d'une molécule.

Le coefficient de susceptibilité a la grandeur

$$K = \frac{mM_0}{3kT};$$

il se trouve être inversement proportionnel à la température absolue. C'est la loi de CURIE, qui se vérifie dans un certain nombre de cas, quoi qu'il y ait de nombreuses exceptions.

Dans la théorie que je viens d'esquisser, il y a un point essentiel sur lequel il importe d'insister. Revenons pour un moment à notre colonne gazeuse verticale, et supposons qu'on puisse faire abstraction des chocs mutuels des molécules et que les parois soient parfaitement polies et élastiques. Admettons de plus qu'au moment où elle se trouve à la base de la colonne, chaque molécule ait une vitesse en vertu de laquelle elle peut monter jusqu'au sommet. On est conduit alors à deux conséquences bien étranges. En premier lieu, la vitesse moyenne des molécules ne serait pas la même à toutes les hauteurs, ce qui est en contradiction avec la seconde loi de

la thermodynamique, et, en second lieu, la densité irait en croissant non pas vers en bas, mais vers en haut. On le reconnaît en considérant deux couches horizontales d'égale épaisseur, dont l'une se trouve à une certaine distance au-dessus de l'autre. Chaque molécule aurait une plus grande vitesse dans la couche inférieure que dans la couche supérieure, et les intervalles de temps, pendant lesquels elle se trouve dans les deux couches, seraient inversement proportionnels aux composantes verticales des vitesses avec lesquelles elle les traverse.

Il n'est pas nécessaire d'expliquer longuement comment l'inégalité des vitesses moléculaires, qui est exprimée par la loi de MAXWELL et qui est nécessairement produite par les chocs, peut servir à éviter ces conséquences inadmissibles. Aussi n'en ai-je parlé que pour faire remarquer que la même difficulté se retrouve dans la théorie des corps paramagnétiques, et qu'on l'écarte de la même manière. A chaque moment on peut diviser toutes les magnécules en deux groupes; celles dont les axes font un angle aigu avec la direction positive, et celles pour lesquelles l'angle correspondant est obtus. Eh bien, si chaque magnécule était libre de toute influence étrangère, exceptée celle du champ magnétique extérieur, et si, à un moment où elle a la direction positive, elle était animée d'une vitesse de rotation qui lui permet d'atteindre la direction négative, le premier groupe serait moins nombreux que le second, et le corps serait diamagnétique.

En soi-même, cela pourrait bien être admis, mais il faudrait admettre en même temps que la vitesse moyenne de rotation est plus grande pour le premier groupe que pour le second, et voilà ce qui nous mettrait en contradiction avec nos vues actuelles sur le mouvement moléculaire. Il faut donc faire intervenir, comme M. LANGEVIN l'a fait, les inégalités des vitesses de rotation qui suivent une loi analogue à celle de MAXWELL et qui doivent se produire par les actions qui s'exercent entre les magnécules elles-mêmes ou entre les magnécules et les autres particules contenues dans le corps.

Pour expliquer les propriétés des corps ferromagnétiques, M. WEISS a introduit la notion du champ magnétique moléculaire qui, combinée avec la théorie de M. LANGEVIN, s'est montrée très féconde. Voici comment on y arrive. D'après les recherches de M. WEISS et d'autres physiciens il est fort probable qu'un corps

ferromagnétique peut avoir une certaine aimantation et même une aimantation très intense sans qu'il soit soumis à un champ extérieur. Comme il y a toujours les mouvements calorifiques, cette aimantation spontanée doit être attribuée à des causes intérieures qui tendent à orienter les magnécules. M. WEISS suppose donc que les magnécules, dès qu'elles ont été amenées plus ou moins dans la même direction, se tiennent mutuellement dans cette direction par des actions qui s'exercent à de petites distances et qui produisent les mêmes effets qu'un certain champ magnétique. C'est ce champ équivalent que M. WEISS désigne comme „moléculaire". On suppose qu'il est proportionnel à l'aimantation même, et je le représenterai donc par wM , où M est l'aimantation et w une constante qui dépend de la nature du corps.

Le champ magnétique moléculaire peut atteindre une intensité bien plus élevée que celle des champs que nous pouvons produire, une intensité, par exemple, de presque cent millions de gauss. Cependant, aux températures ordinaires, il n'est pas assez puissant pour produire un alignement complet des magnécules. En effet, en revenant aux nombres que j'ai déjà donnés, on trouve, pour $H = 10^8$,

$$NmH = 12.10^8,$$

ce qui est encore bien inférieur à $NkT = 24.10^9$. Ce n'est qu'aux températures très basses, comme celle de l'hydrogène liquide, dont se sont servis MM. WEISS, KAMERLINGH ONNES et PERRIER, qu'on arrive à réaliser l'aimantation maxima M_0 dont un corps est capable.

Si on élève la température, l'aimantation spontanée s'affaiblit suivant une loi déterminée, et il y a même une certaine température à laquelle elle disparaît entièrement. Au-delà de cette température Θ , le point CURIE, le corps cesse d'être ferromagnétique et devient paramagnétique.

Dans la théorie de M. WEISS, le point CURIE est donné par l'équation

$$\Theta = \frac{mwM_0}{3k};$$

c'est donc la température à laquelle l'énergie cinétique moyenne d'une molécule est égale au quart du travail élémentaire du

champ moléculaire qui correspond à l'aimantation maxima M_0 .

Je n'entrerai pas ici dans la démonstration de cette formule, et je me bornerai à dire que, pour $T > \Theta$, il est impossible de trouver une valeur de l'aimantation satisfaisant à la condition qu'elle puisse être maintenue par le champ moléculaire, celui-ci, par hypothèse, devant lui être proportionnel.

L'hypothèse du champ magnétique moléculaire a reçu une vérification éclatante par la mesure des chaleurs spécifiques. L'énergie potentielle d'un système de particules agissant les unes sur les autres diminue à mesure qu'elles s'arrangent conformément aux forces qui les sollicitent. Par conséquent, l'énergie potentielle d'un groupe de magnécules doit décroître quand elles s'alignent sous l'influence du champ moléculaire H qui est la résultante de leurs actions mutuelles. Cela se traduit par un terme

$$-\frac{1}{2} HM = -\frac{1}{2} wM^2$$

dans l'expression pour l'énergie potentielle par unité de volume.

Supposons maintenant que la température T soit très peu au dessous du point CURIE Θ ; l'aimantation est alors déterminée par l'équation

$$M = M_0 \sqrt{\frac{5}{3} \frac{\Theta - T}{\Theta}}$$

et le terme en question devient

$$-\frac{5}{6} wM_0^2 \frac{\Theta - T}{\Theta}.$$

Il en résulte que, lorsque la température s'élève d'un degré, l'énergie potentielle augmente de la quantité

$$\alpha = \frac{5}{6} \frac{wM_0^2}{\Theta}.$$

Cela exige une certaine quantité de chaleur qui s'ajoute à celle qui est requise pour l'augmentation de l'énergie du corps qui existe indépendamment des phénomènes magnétiques. La chaleur spécifique doit donc contenir une partie correspondant à la grandeur α , et, comme cette partie n'entre pas en jeu au dessus du point CURIE, il faut que, lorsqu'on passe la température Θ , il y ait

un changement brusque, proportionnel à α , dans la chaleur spécifique. Cette prévision de la théorie a été pleinement confirmée par les expériences de MM. WEISS et BECK.

Remarquons que notre conclusion dépend de la circonstance que, dans le voisinage du point CURIE, l'aimantation spontanée est proportionnelle à la racine carrée de $\Theta - T$. Du reste, l'expression pour α peut être mise sous la forme bien simple

$$\alpha = \frac{5}{2} nk,$$

ce qui nous apprend que le changement de la chaleur spécifique remonte à $\frac{5}{2}k$ pour chaque magnécule. En supposant qu'une telle particule se compose de s atomes, on en déduit pour l'atome-gramme

$$\frac{5}{2} \frac{Nk}{s} = \frac{5}{2} \frac{R}{s}.$$

Le résultat sera exprimé en ergs, si l'on pose, pour la constante des gaz, $R = 83,2 \cdot 10^6$, et on aura la valeur en calories en divisant par $419 \cdot 10^5$. Cela nous donne

$$\frac{4,96}{s}.$$

Les expériences de M. WEISS conduisent à la valeur 6,3 pour le fer et à 1,6 pour le nickel. Le nombre s devrait donc être 1 pour le premier métal et probablement 3 pour le second.

Dans les travaux de M. WEISS, on trouve plusieurs autres renseignements sur cette question de la composition des magnécules. Pour ne pas trop étendre cet article, je n'en parlerai pas ici, pas plus que du „magnéton”, unité universelle du moment magnétique, dont M. WEISS a reconnu l'existence.

Il faut également passer sous silence bien d'autres questions intéressantes. Je me contenterai de faire encore une seule remarque.

Comment se fait-il que la circulation de l'électricité que nous devons admettre dans un atome de fer ne s'épuise jamais, quels que soient les changements, auxquels nous soumettons le métal, ou les combinaisons chimiques dans lesquelles il entre temporairement? S'il n'y avait qu'un seul électron gravitant autour de l'ato-

me, il perdrait bien vite son énergie par le rayonnement électromagnétique qui en émane. Heureusement, ce rayonnement devient bien moins efficace si, au lieu d'un seul électron, il y en a un certain nombre qui sont disposés d'une manière régulière. Tandis que, pour un seul électron e , décrivant un cercle avec la vitesse v et la vitesse angulaire n , l'énergie rayonnée par unité de temps est donnée par

$$\frac{1}{6} \frac{n^2 e^2}{\pi c} \left(\frac{v}{c} \right)^2,$$

on a pour deux électrons diamétralement opposés, qui parcourent la circonférence avec la même vitesse,

$$\frac{8}{5} \frac{n^2 e^2}{\pi c} \left(\frac{v}{c} \right)^4.$$

Dans l'expression du rayonnement d'un nombre s d'électrons également espacés sur le cercle, on aurait le facteur

$$\left(\frac{v}{c} \right)^{2s},$$

qui peut devenir très petit, parce que la vitesse v est sans doute beaucoup plus petite que la vitesse c de la lumière. Reste à savoir si l'on peut ainsi arriver à un affaiblissement du mouvement qui ne soit pas en contradiction avec ce que l'expérience nous apprend. S'il en était autrement, il faudrait imaginer des systèmes, par exemple des sphères tournantes uniformément chargées, qui ne donnent lieu à aucun rayonnement, ou bien admettre que les mouvements dont il s'agit peuvent être régénérés de quelque manière.

LA LIQUÉFACTION DE L'HÉLIUM ¹⁾

Le mois passé s'est signalé par deux événements qui, tant par eux-mêmes que par leur liaison, resteront inoubliables dans l'histoire de la physique néerlandaise. Le 13 juillet, les disciples anciens et actuels du professeur VAN DER WAALS honoraient leur maître à l'occasion de sa retraite de l'Université d'Amsterdam; la pierre commémorative placée dans la salle des cours témoigne en quelques mots, éloquents pour les initiés, ce que l'on doit au grand physicien: en premier lieu l'équation d'état et la loi des états correspondants de la matière. Trois jours plus tôt le professeur KAMERLINGH ONNES à Leiden vit une longue suite d'années d'un labeur intense, guidé par les théories de M. VAN DER WAALS, couronnée de succès par un de ces résultats qui méritent d'être enregistrés en lettres d'or: la liquéfaction de l'hélium.

Dans les lignes qui suivent, destinées à faire connaître ce qui a pu être atteint par un concours heureux de la théorie et de l'expérience, il n'est pas permis de laisser dans l'oubli un physicien néerlandais de date déjà ancienne: MARTINUS VAN MARUM, le premier directeur du cabinet de physique de la Fondation de Teyler van der Hulst créée en 1778, savant justement célèbre par les résultats obtenus avec la grande machine électrique conservée encore à Harlem, et non moins comme allié de LAVOISIER dans la réforme de la chimie. Il vit passer à l'état liquide l'ammoniac lorsque, dans un tube vertical contenant ce gaz, il fit monter du mercure par la pression de l'air sous la cloche de sa machine de compression. De plus, il observa ce que l'on pourrait appeler le prélude de la liquéfaction. A côté du tube à ammoniac se trouvait installé un autre pareil contenant de l'air atmosphérique et dans lequel le mercure était poussé par la même pression. La loi de BOYLE, d'après laquelle à température constante le volume d'un gaz est inversement proportionnel à la pression qu'il subit, lui permit de mesurer cette

¹⁾ Traduit du Nieuwe Rotterdamsche Courant du 4 août 1908. Archives Néerl. 13, 492, 1908.

dernière. Or, tandis que l'état liquide de l'ammoniac apparut lorsque la pression était montée à environ trois atmosphères, déjà plus tôt le gaz montra quelque chose de particulier : à la pression de deux atmosphères le volume du gaz ne se trouvait pas réduit, comme celui de l'air, à la moitié, mais à moins encore. Ainsi, cette expérience ne réalisa pas seulement pour la première fois la liquéfaction d'un gaz, mais fit aussi connaître par l'observation le premier écart de la loi de BOYLE.

Dans le cours des années le gaz ammoniac fut suivi par plusieurs autres. FARADAY réussit à liquéfier le chlore, l'acide sulfureux, l'acide carbonique, l'oxyde azoteux, et il y a quarante ans les laboratoires de physique disposaient d'appareils qui permettaient d'obtenir de grandes quantités d'acide carbonique liquide et de démontrer dans les leçons publiques les propriétés physiques de cette substance et de l'acide carbonique à l'état solide. Quelques gaz, désignés alors comme gaz permanents, restaient réfractaires, mais pour la plupart ne tardaient pas à être subjugués ; vers 1885, grâce aux travaux de M. PICTET et de M. CAILLETET, qui les premiers liquéfièrent l'oxygène, et aux expériences de WROBLEWSKI, l'hydrogène était le seul des gaz alors connus, que l'on n'avait pas réussi à rendre liquide.

L'écart de la loi de BOYLE, observé par VAN MARUM, n'était non plus resté un fait isolé. Plusieurs physiciens, particulièrement REGNAULT, avaient examiné, avec grande précision, les lois de la compressibilité des gaz, de sorte que pour plusieurs de ces substances on pouvait représenter graphiquement, par des courbes que l'on appelle des isothermes, la relation qui existe à diverses températures déterminées entre la pression et le volume. Enfin, les expériences d'ANDREWS avaient mis en lumière quel est le rôle de l'augmentation de pression d'une part et de l'abaissement de la température de l'autre dans la liquéfaction d'un gaz. Il reconnut qu'il n'est pas possible de convertir un gaz en liquide, à moins que la température ne soit abaissée au-dessous d'une certaine limite, qu'il nommait *la température critique*, et qui, pour l'acide carbonique sur lequel il expérimenta, est de 31 degrés de l'échelle de Celsius. On peut bien, au-dessus de cette température, si l'on fait monter suffisamment la pression, continuer à comprimer le gaz au point de le rendre aussi dense qu'un liquide, mais on ne peut pas réaliser en même temps dans une même enceinte deux états de densités différentes dont

l'un pourrait être appelé l'état liquide, l'autre l'état gazeux, en termes techniques : faire coexister ces deux *phases*, à moins que la température ne se trouve abaissée au-dessous de la température critique. Si l'on chauffe — c'est actuellement une expérience de cours ordinaire — une certaine quantité d'acide carbonique, contenue dans un tube de verre, et dont une partie se trouve à l'état liquide, une partie à l'état gazeux, on voit, lorsque la température a monté au-dessus de 31° , les deux phases se confondre en une seule substance homogène et, si l'on arrange l'expérience de manière que la surface de séparation reste environ à la même hauteur, on voit distinctement par l'aspect des deux phases que la différence de densité devient d'autant moins prononcée que la température s'élève, et qu'elle disparaît complètement à 31° C. L'état, qui se présente à ce moment lorsque la vapeur et le liquide sont devenus identiques, est appelé *l'état critique*, la pression, exercée par la substance en cet état, *la pression critique*.

On était avancé à ce point lorsque, en 1873, M. VAN DER WAALS dans sa thèse de doctorat développa les vues par lesquelles on devrait se laisser conduire dans des progrès ultérieurs.

La théorie de M. VAN DER WAALS est une de celles dans lesquelles on tâche de rendre raison des phénomènes en se représentant un mécanisme qui en serait la cause, mais qui en lui-même n'est pas accessible à l'observation. On admet que la matière est composée de molécules qui se trouvent continuellement dans un état de mouvement irrégulier, dirigé tantôt d'un côté, tantôt d'un autre. La vitesse de ce mouvement détermine la température et si l'on se sert de températures absolues, c'est-à-dire si l'on prend pour zéro un point situé à 273 degrés au-dessous du point de fusion de la glace, la température peut être considérée comme proportionnelle à l'énergie cinétique que possèdent les molécules en vertu de leurs vitesses de translation. Les valeurs numériques dont il sera parlé tantôt se rapportent pour la plupart à cette échelle naturelle de température, quoique quelquefois nous nous tiendrons au zéro ordinaire. Il ne peut en résulter aucun malentendu, parce que la nature même de notre sujet comporte que dans ce qui suit nous ne parlons que de températures au-dessous de celle de la glace fondante. Aller au-dessous du zéro absolu n'a pas de sens, parce qu'il y aurait un terme à l'abaissement de température, dès que tout le mouvement serait ôté aux molécules. D'ailleurs ceci

même serait impraticable: on peut approcher de plus en plus du zéro absolu, jamais on ne peut l'atteindre.

Selon M. VAN DER WAALS les propriétés des gaz et des liquides sont déterminées par deux facteurs; savoir, par l'attraction réciproque des molécules et par leur propre volume. C'est l'attraction qui fait prendre l'état liquide à la matière et qui, déjà avant que ce point eût été atteint, avait, dans l'expérience de VAN MARUM, condensé le gaz ammoniac dans un espace moindre que celui qui répond à la loi de BOYLE. D'autre part, c'est à l'espace occupé par les molécules mêmes que nous attribuons le fait que le volume d'un corps ne peut pas être réduit au-delà d'une certaine limite et que, par exemple, l'eau ne peut être comprimée que dans un bien faible degré; dans les circonstances ordinaires ses molécules se trouvent déjà presque en contact. Des mesures précises accusent, déjà dans les gaz, l'influence des dimensions moléculaires. Il arrive qu'elles causent des écarts de la loi de BOYLE opposés à ceux que l'on observe dans le gaz ammoniac.

L'„équation d'état”, c.-à.-d. l'énoncé algébrique des relations qui, à l'état d'équilibre, existent entre la pression, le volume et la température d'une quantité donnée de gaz, contient deux valeurs numériques qui pour chaque substance ont une grandeur déterminée, et dont on peut considérer l'une comme la mesure de l'attraction moléculaire, l'autre comme celle du volume des particules. La formule permet de rendre compte de la marche de la compression à diverses températures. Mais ce qui mérite surtout d'attirer l'attention, c'est que la théorie sait expliquer aussi les phénomènes qui ont conduit à la notion d'une température critique et nous apprend à déduire cette température du „coefficient d'attraction” et du „coefficient de volume” que nous venons d'indiquer; cette température est d'autant plus basse que l'attraction est plus faible et que les dimensions des molécules sont plus grandes. Comme on peut déduire ces deux coefficients de l'allure des isothermes, M. VAN DER WAALS nous a fourni le moyen de conclure, de ce que nous avons nommé le prélude de la liquéfaction, aux particularités qui se présenteront dans la condensation, et d'élever ainsi — plus ou moins selon la précision des données disponibles — une liquéfaction réussie à la confirmation d'une prévision théorique.

Disons dès maintenant que la température critique de l'oxygène est -118° C, c.-à.-d. 155 en degrés absolus, et que celle de

l'hydrogène est encore beaucoup plus basse, savoir près de 30° . On peut évaluer à 5° celle de l'hélium. Voulons nous liquéfier ces gaz, il est nécessaire de descendre au-dessous des limites fixées par ces nombres. Il ne nous sert de rien d'obtenir une grande densité par l'application de pressions énormes à de plus hautes températures. Pour plusieurs buts, en effet, il est nécessaire d'avoir un „liquide” réel, que l'on peut verser comme de l'eau dans un récipient ouvert et qui peut subsister même sous des pressions plus faibles que celle de l'atmosphère. C'est ce qui n'est possible qu'au-dessous de la température critique.

Quant à la manière de produire le froid requis, il est clair que le refroidissement d'un corps par un autre, quoique d'application fréquente, ne peut jamais servir pour arriver à des températures non réalisées préalablement. Pour ceci il n'y a qu'un moyen : amener les molécules à un repos de plus en plus complet, en les plaçant dans de telles conditions qu'elles subissent des forces opposées à la direction de leur mouvement ; en d'autres termes, il faut consommer une partie de la chaleur du corps en lui faisant exécuter quelque travail. C'est ce qui a lieu lorsque le liquide s'évapore ; si l'on éloigne continuellement la vapeur, le liquide, malgré la chaleur qui lui est communiquée du dehors, peut se maintenir à une température constante, qui n'est en réalité que son point d'ébullition sous la pression exercée sur le liquide, température d'autant plus basse que cette pression est plus faible.

Particulièrement important est l'abaissement de température désigné ordinairement, d'après les physiciens qui l'observèrent les premiers, sous le nom d'effet JOULE-KELVIN. Si, au moyen d'une pompe de compression, on force un gaz sous haute pression à s'écouler par un orifice dans un réservoir à plus basse pression, alors, si l'on opère sur un gaz soi-disant parfait, c.-à-d. qui se comporte rigoureusement selon la loi de BOYLE, sa température ne changera pas ; il est bien vrai que le gaz en s'écoulant exécute un travail en chassant devant lui les couches de gaz qu'il rencontre, mais en ce cas la pompe de compression fournit au gaz un travail équivalent. Il en est autrement lorsque les molécules exercent l'une sur l'autre une attraction sensible ; la détente du gaz, l'éloignement réciproque de ses molécules dès qu'elles viennent sous une moindre pression, est alors nécessairement accompagné d'une diminution de leurs vitesses et ainsi l'attraction des particules est

non seulement la cause de liquéfaction ultérieure, mais rend aussi possible l'abaissement de température requis pour ce phénomène. Pour obtenir le plein effet de cette action on peut faire passer le gaz ainsi détendu et refroidi le long du tube métallique enroulé en spirale par lequel le gaz est conduit à l'orifice d'écoulement, de sorte qu'il se trouve déjà refroidi avant la détente et acquiert par ce dernier effet une température d'autant plus basse.

De telles „spirales régénératrices” sont employées dans les appareils très répandus de LINDE et HAMPSON pour la préparation de l'air liquide; elles jouent aussi un rôle important dans les derniers travaux de M. KAMERLINGH ONNES.

D'ailleurs on se ferait une idée très inexacte de la portée des expériences d'un „laboratoire de froid ou cryogène” si l'on ne tenait pas compte de ce qu'il ne s'agit pas tant de la *différence* que de la *proportion* des températures initiale et finale. En termes généraux on peut dire qu'au point de vue de la difficulté des expériences ce ne sont pas des abaissements successifs de la température d'un même nombre de degrés, mais plutôt des abaissements dans une même proportion qui doivent être considérés comme équivalents. Si l'on part de la température de la glace fondante, c.-à.-d. de 273° , et qu'on réussit par des opérations successives à abaisser la température chaque fois à la moitié de la précédente, savoir à 136° , 68° , 34° , 17° , ces étapes doivent être considérées comme de même valeur, et les abaissements ultérieurs à 8.5° et 4.25° ne doivent pas être estimés moindres que le premier, par lequel le refroidissement réalisé était de 136° ; remarque bien propre à faire ressortir l'impossibilité d'arriver jamais au zéro absolu.

Du reste, cette idée d'une série de refroidissements successifs répond aussi à la réalité; c'est par cascades que pratiquement on obtient les températures basses. Si l'on dispose d'une température à laquelle un certain gaz peut être liquéfié en le comprimant, on peut au moyen d'une pompe de compression d'abord liquéfier le gaz dans un réservoir maintenu à cette température, faire écouler ensuite par un robinet régulateur le liquide dans un second réservoir, et en éloigner par aspiration la vapeur émise par le liquide. Si de plus cette vapeur est conduite et comprimée dans le premier réservoir avec une vitesse réglée de telle manière que la quantité admise par le tube adducteur du second réservoir est égale à la quantité évaporée, on obtient un cycle d'opérations constant et

régulier que l'on peut continuer indéfiniment avec la même quantité de gaz et par lequel dans le second réservoir la température se trouve abaissée au-dessous de celle du premier. Le liquide s'évaporant dans le second peut donc servir comme réfrigérant pour un second gaz et, si l'on veut, pour un cycle suivant ayant le même effet sur un troisième gaz.

Il est à peine besoin de dire que des soins extrêmes doivent être employés, et cela d'autant plus que l'on avance plus loin, pour empêcher que la chaleur des objets ambiants ne puisse pénétrer jusqu'au gaz sur lequel on opère. A ce sujet les „verres-vacuum" de M. DEWAR si ingénieusement combinés méritent une mention particulière comme ayant rendu faciles et même possibles des travaux postérieurs. Ces appareils, entièrement en verre, ont des formes différentes, p.e. de gobelets ou de ballons à doubles parois entre lesquelles on a fait le vide aussi parfait que possible. Comme ainsi la conduction de la chaleur dans l'espace intermédiaire est supprimée, la chaleur du dehors ne peut pénétrer dans l'intérieur qu'en suivant un long chemin à travers le verre; on peut conserver dans ces réservoirs l'oxygène ou l'hydrogène liquide pendant plusieurs jours, ce qui rend possible de les transporter à de longues distances.

Ce qui précède était nécessaire pour donner au lecteur quelque idée d'une œuvre à laquelle M. KAMERLINGH ONNES s'est voué pendant plus d'un quart de siècle, une œuvre admirable tant par la persévérance avec laquelle fut poursuivi un but dès le commencement strictement déterminé, que par l'esprit purement scientifique dans lequel elle fut entreprise, et qui ne laissa pas échapper un mot d'impatience ou de désappointement quand une fois ou autre l'expérimentateur patient, mais résolu, se trouvait devancé par un autre physicien dans la course vers le zéro absolu.

Lorsque, en 1882, M. ONNES prit possession de la chaire de professeur de physique expérimentale et avec elle de la direction du laboratoire, ce dernier occupait une localité étroite et ne disposait que d'un personnel très restreint: un assistant, un mécanicien et un homme de peine. Il fallait beaucoup de courage pour entreprendre dans ces conditions un programme de travaux dont l'exécution demanderait des années.

Il fallait bâtir de nouveaux locaux, engager et former un nou-

veau personnel; beaucoup de temps serait pris pour projeter et faire construire — pour une grande partie dans le laboratoire même — des appareils extrêmement compliqués, pour fabriquer de grandes quantités de substances extrêmement pures, dont il fallait même trouver encore des modes de préparation appropriés. Et il témoigne d'un effort soutenu que l'on ne saurait trop apprécier, que M. ONNES a pu accomplir tout cela, tandis qu'il avait à remplir ses fonctions de professeur, à diriger quantité de recherches expérimentales dans le laboratoire qui attira bientôt maint jeune physicien de l'étranger, et tandis que de plus il voua beaucoup de temps et de soins à l'instruction de futurs mécaniciens, dont une école, comptant actuellement plus de 30 disciples, est jointe au laboratoire.

Dans la première description, publiée en 1894, du laboratoire cryogène on pouvait communiquer que deux cycles de réfrigération, le premier à chlorure de méthyle, le second à éthylène, avaient été établis et que par leur moyen on avait obtenu vingt centimètres cubes d'oxygène liquide. Tandis que dans les années suivantes les quantités d'oxygène et d'air liquides disponibles s'accrurent considérablement de sorte qu'on put en distribuer à des personnes ou à des institutions du dehors, on entreprit l'attaque de l'hydrogène et cela systématiquement comme toujours; jamais il ne fut question d'atteindre le but par surprise ou par un heureux hasard. Et il est remarquable de voir comment dans le plan d'attaque on tira parti de la loi des états correspondants, énoncée par M. VAN DER WAALS.

D'après cette loi deux substances, prises à des températures proportionnelles à leurs températures critiques et sous des pressions proportionnelles à leurs pressions critiques, se ressemblent à tel point, qu'à chaque expérience faite avec l'une d'elles correspond une semblable avec l'autre. Or, puisque l'hydrogène, refroidi autant que cela peut se faire avec de l'oxygène bouillant à basse pression, c'est-à-dire jusqu'à -205° , correspond avec l'oxygène à température ordinaire, et qu'il est possible de liquéfier l'oxygène au moyen du procédé JOULE-KELVIN, il faut que cela réussisse aussi avec l'hydrogène refroidi jusqu'à la température nommée. L'organe principal de l'appareil à construire, dont on pouvait d'abord fabriquer un modèle, dans lequel on opérait sur l'oxygène ou sur l'azote, devait donc être une spirale régénératrice placée

dans un verre-vacuum. L'appareil ne put être mis en marche qu'au printemps de 1906, après que, dans l'intervalle, en 1898, M. DEWAR avait obtenu l'hydrogène à l'état liquide; mais les résultats répondirent pleinement aux hautes exigences que M. ONNES s'était posées, et qui nécessitaient une aussi longue préparation; on pouvait obtenir 3 à 4 litres d'hydrogène liquide en une heure. De plus on pouvait continuer ce procédé tant que l'on voulait, parce qu'on avait pris les plus grands soins pour purifier le gaz et empêcher ainsi que les étroites spirales ne fussent obturées par d'autres gaz moins volatils passés à l'état solide, tels que l'air dont une très petite quantité pourrait déjà suffire à causer un arrêt dans la circulation.

Dès lors on pouvait ajouter au service d'oxygène du laboratoire un service d'hydrogène, capable de produire et d'emmagasiner les 20 litres d'hydrogène liquide dont M. ONNES aurait besoin dans la suite.

Le seul gaz qui restait était l'hélium, l'élément que, en 1895, M. RAMSAY avait séparé de quelques minéraux et dont les expérimentateurs, qui s'appliquaient à le liquéfier, M.M. DEWAR et OLSZEWSKI, remarquèrent bientôt que c'est le plus gazeux de tous les gaz, à attraction moléculaire très faible et par suite à température critique très basse. Après que dans le laboratoire de Leiden une grande quantité d'hélium eût été préparée, que mainte recherche préliminaire eût été faite et après que la détermination de ses isothermes à différentes températures, entre autres celles très basses de 21° et 14°, eût rendu possible une estimation approchée de sa température critique, on put entreprendre un effort avec quelque espoir de succès. A cet effet, on commença avec le gaz comprimé à 100 atmosphères et à la température de l'hydrogène bouillant sous une basse pression, température qui peut descendre jusqu'à 14°, le point de congélation de ce gaz, et que l'on peut maintenir à 15°, si pour empêcher la solidification on modère la marche de la pompe. Une expérience, faite en février dernier, faussée par suite d'une légère impureté de l'hélium, n'eut pas la portée qu'on lui attribua d'abord, mais la répétition faite le 10 juillet avec une quantité d'hélium plus grande, que l'on fit écouler d'une spirale régénératrice, donna un résultat qui ne laissa plus aucun doute. Après que la quantité disponible de 200 litres d'hélium, comprimée après l'écoulement chaque fois de nouveau à 100 atmosphères, eut long-

temps parcouru le cycle, la spirale régénératrice se trouvait enfin suffisamment refroidie, et il se produisirent enfin soixante centimètres cubes d'un liquide, qui se distinguait déjà de l'hydrogène en ce qu'il ne remontait pas contre les parois de verre mais se terminait par une surface parfaitement plane.

Grâce à la protection très efficace que fournissait contre la pénétration de la chaleur du dehors le verre-vacuum dans lequel se rassemblait le liquide et qui était environné par un verre-vacuum à hydrogène liquide, placé lui-même dans un verre-vacuum rempli d'air liquide, l'hélium à l'état liquide put être conservé pendant près de deux heures. La température sous la pression atmosphérique — le point d'ébullition sous cette pression — fut déterminée provisoirement par M. ONNES à 4.5° . Plus tard, lorsque la pression eut été abaissée à environ un centimètre de mercure, elle doit avoir été près de 3° . Cette température, à laquelle le gaz ne se solidifie pas encore, est la plus basse qui ait jamais été réalisée; la descente d'ailleurs de 14° à 3° est comparable à celle du point de fusion de la glace à -214° .

Cette dernière remarque jointe avec ce que nous disions sur les degrés précédents de la méthode à cascades, peut faire sentir en quelque sorte combien de difficultés ont dû être surmontés. Le talent dont ces recherches font preuve ne peut cependant être apprécié à toute sa valeur qu'à moins de faire une étude approfondie des moyens et des procédés employés. De même on n'obtient une impression des hauts efforts, que des expériences comme celles que nous venons de décrire demandent du corps et de l'esprit du physicien, que lorsque l'on peut observer le professeur aux jours des expériences décisives, assisté de son fidèle assistant, M. FLIM, et que l'on est témoin de la durée inquiétante de la journée de travail, pendant laquelle l'attention doit être portée sans faiblir sur une foule de détails qui ne pourraient être négligés sans faire perdre les fruits d'un labeur de semaines et de mois.

Arrivé à la fin de ces considérations et communications je sens que j'ai été très incomplet. Je n'ai pas parlé de la manière dont les basses températures ont été mesurées; j'ai dû passer sous silence les nombreuses recherches entreprises pour vérifier et développer les théories de M. VAN DER WAALS et qui n'offrent en partie qu'un rapport éloigné avec celles dont j'ai donné un exposé. J'ai négligé

également de faire ressortir le parti qu'on peut tirer des basses températures dans les recherches scientifiques. Tandis qu'elles deviennent de plus en plus utiles pour un but pratique et même industriel, comme le témoigne le premier „Congrès international du froid” convoqué à Paris pour octobre prochain, elles ont pour le physicien toute l'importance d'une arme nouvelle dans la lutte qui nous conduit à pénétrer dans les secrets de la nature. Les molécules réduites à un état de faible agitation se comporteront dans maint cas sous les influences que nous faisons agir sur elles autrement qu'elles ne peuvent le faire lorsqu'elles se meuvent à de très grandes vitesses. Déjà l'on a exécuté des recherches importantes sur le pouvoir conducteur des métaux pour l'électricité. Le physicien français JEAN BECQUEREL vient de répéter, en collaboration avec M. ONNES, à la température de l'hydrogène liquide, ses expériences concernant l'influence des forces magnétiques sur certaines lignes spectrales, fournissant ainsi, sur le lieu même où M. ZEEMAN découvrit le phénomène qui porte son nom, d'importantes contributions à nos connaissances des phénomènes magnéto-optiques. Aussi n'est-il guère étonnant que les physiciens étrangers qui visitent le laboratoire de Leiden admirent unanimement la richesse des moyens expérimentaux qu'on y trouve rassemblés et qui, pour ce qui regarde les recherches à basse température, n'ont pas leur pareil.

A présent, après la victoire remportée, le laboratoire se trouve, comme il est permis de le prévoir, au début d'une nouvelle période de développement. Quiconque sait apprécier ce qui, dans quelque domaine que ce soit, est accompli de plus haut et de plus excellent, partagera le vœu qu'il soit donné à M. ONNES de voir fructifier de plus en plus son œuvre au profit de la science et des jeunes physiciens qui ont le privilège d'être ses élèves.

LA PRÉVISION SCIENTIFIQUE ¹⁾

On trouve, vous le savez, dans les annuaires astronomiques les données qui permettent d'indiquer, pour un corps céleste quelconque, la position qu'il occupera à un moment donné. Prenons, par exemple, une étoile fixe, une étoile que peut-être on ne peut apercevoir à l'œil nu : vous pouvez savoir d'avance dans quelle direction il vous faudra braquer le télescope pour la voir à un moment arbitrairement choisi de la soirée. Si, après avoir donné au télescope la direction voulue, vous appliquez l'œil à l'oculaire, quelques instants avant le moment indiqué, vous verrez bientôt apparaître l'étoile à l'un des bords du champ qu'elle va traverser. Exactement, à la seconde attendue vous la verrez obscurcie un instant par un des fils ténus tendus au milieu du champ ; le pronostic de l'annuaire se trouvera ainsi confirmé.

C'est de pronostics ou prévisions de ce genre que je voudrais vous entretenir, acceptant l'invitation flatteuse qui m'a été faite par votre Université.

A cet effet, si vous le voulez bien, nous resterons d'abord un instant dans le domaine de l'astronomie. Je commencerai par fixer votre attention sur tous les efforts qui ont été nécessaires pour rendre possibles les prévisions astronomiques et sur le grand degré de certitude qu'elles comportent. Quand au premier point, je n'ai guère à vous dire qu'elles sont basées sur les observations qu'on a faites depuis bien des siècles, et qui sont devenues de plus en plus précises.

Pendant, les données qui se sont accumulées de cette manière n'auraient qu'une importance relativement petite, si la théorie n'avait marché de pair. Pour ne parler que de celle du système solaire, je vous rappellerai que KEPLER réussit à expliquer les mou-

¹⁾ Conférence faite sous les auspices de l'Institut International de Physique Solvay à l'Université de Bruxelles, le 28 mars 1914.

Revue de l'Université de Bruxelles, 26, 445, 1921.

vements compliqués des planètes en faisant voir que toutes elles décrivent autour du soleil des orbites elliptiques. Trois quarts de siècle plus tard, NEWTON prouva que ces mouvements ne sont possibles qu'à condition d'une attraction exercée par le soleil, attraction dont l'intensité est en proportion inverse du carré de la distance de la planète au soleil.

C'est ainsi qu'il aboutit à la loi de la gravitation universelle. Entre deux corps célestes quelconques il y a une attraction suivant la règle du carré inverse et la prévision des phénomènes dans le système solaire se réduit à un problème de mathématique : quel sera le mouvement d'un système de corps qui s'attirent selon la loi de NEWTON, problème excessivement difficile dans sa généralité et auquel les plus grands mathématiciens ont consacré leurs forces, mais qui, en principe, est de même nature que le calcul de la trajectoire décrite par un corps lancé obliquement en l'air.

Je voudrais vous dire quelques mots sur le degré de certitude des prévisions, et sur la confiance qu'on peut avoir en elles.

Depuis sa dernière apparition la comète de HALLEY va toujours s'éloignant du soleil ; depuis longtemps déjà elle est à une telle distance de notre terre qu'elle ne réfléchit plus de lumière solaire perceptible aux yeux humains. Mais personne ne croit que ce corps céleste nous ait quitté pour toujours. Elle reste et restera reliée au soleil, et après s'être éloignée à une distance équivalant à 35 fois celle qui sépare la terre du soleil, elle sera forcée par l'attraction de ce dernier de revenir septante-six ans après sa dernière apparition, et de se représenter fidèlement aux yeux de ceux qui vivront après nous. Le cas est analogue pour les autres corps célestes. A quel moment aura lieu l'occultation de certaines étoiles par la lune, à quel moment les satellites de Jupiter entreront-ils dans le cône d'ombre de la planète, à quel moment commencera une éclipse de lune ou de soleil et à quel moment cessera-t-elle, tout cela se calcule exactement et longtemps d'avance. Le fait, que l'observation de ces phénomènes est souvent préparée de longue date, prouve à quel degré nous avons confiance en ces résultats. Les savants hollandais, par exemple, qui ont observé, le 18 mai 1901, l'éclipse totale du soleil à Karang Selo dans l'île de Sumatra, avaient consacré plusieurs mois aux projets et à la construction et l'essai des instruments mais, ni durant ces préliminaires, ni durant le

long voyage il ne vint à l'idée d'aucun d'eux que l'événement attendu pourrait ne pas avoir lieu.

Ils étaient *certain*s que le soleil serait couvert entièrement par la lune à l'heure annoncée, durant 6 minutes et demie, et cette certitude était bien plus grande que n'est la nôtre quand nous disons que demain matin le train de Paris partira à 8 h.10. Pour le train, il peut surgir un empêchement, mais pour l'éclipse, rien ne pouvait en empêcher ou retarder la réalisation.

Les nombreuses expéditions qui ont été organisées en 1874 et en 1882 pour observer le passage de la planète Venus sur le disque solaire — le but était de déterminer plus exactement la distance de la terre au soleil — pourraient donner lieu à des remarques analogues. Et afin de fortifier encore l'impression, permettez-moi de raconter une fois de plus la vieille histoire de la découverte de Neptune.

Dans la première moitié du siècle précédent, Uranus était l'ultime planète connue dans le système solaire. On ne réussissait pas à expliquer par l'attraction du soleil et des autres planètes d'une façon tout-à-fait satisfaisante son mouvement observé. Les prévisions quant à sa position ne se réalisaient pas, elle s'écartait de plus en plus de la route que les calculs lui prescrivaient et cela jusqu'au moment où les écarts devinrent „intolérables". Cette intolérabilité consistait en ceci, que le corps céleste se trouvait à une distance de deux minutes de la place qui lui avait été assignée par les calculs, c'est-à-dire à une distance équivalant à la quinzième partie du diamètre apparent de la lune. Cela a suffi pour établir la conviction qu'une cause entrainait en jeu, dont on n'avait pas encore tenu compte. Quelques astronomes avaient déjà émis l'hypothèse qu'une planète, plus éloignée encore du soleil que ne l'est Uranus, pourrait causer cet écart. Eh bien, ADAMS à Cambridge et LEVERRIER à Paris résolurent simultanément le problème difficile de déterminer la position que devait occuper cette planète. LEVERRIER pria GALLE, astronome de l'Observatoire de Berlin, de diriger son télescope sur un point du ciel qu'il lui indiquait et, en effet, on vit la planète attendue. LEVERRIER avait écrit qu'elle ne devait être qu'à une distance d'au plus un degré, c'est-à-dire de deux diamètres de la lune, du point indiqué et elle en était éloignée de 9/10 de degré.

Je me suis étendu un peu sur ce sujet, parce que, grâce à leur

simplicité relative, les phénomènes astronomiques appartiennent à ceux que nous connaissons le mieux. Mais il y a d'autres sciences dans le domaine desquelles l'observation et la théorie nous ont à tel point familiarisés avec nombre de phénomènes, que nous pouvons en déterminer le cours à l'avance; la physique et la chimie, elle aussi, sont en mesure de citer des découvertes qui, pour frapper moins vivement l'imagination, peuvent néanmoins être placées sur une même ligne que la découverte de Neptune.

Beaucoup de cristaux ont la propriété de diviser en deux un rayon de lumière qui les frappe, c'est la „réfraction double”, dont la théorie commencée par CHRISTIAAN HUYGENS fut achevée au début du siècle précédent par FRESNEL. HAMILTON parvint à déduire des considérations du physicien français que dans certains cristaux, si la lumière incidente a une direction convenablement choisie, le rayon devait être réfracté non plus en deux, mais en un nombre infini de rayons situés sur la surface d'un cône.

Ce phénomène nouveau, la „réfraction conique”, fut bientôt observé avec tous les détails que HAMILTON avait prédits.

Autre exemple. De longue date on a cherché à se rendre compte des propriétés des gaz en admettant que ces corps se composent d'un nombre immense de petites particules, les molécules, qui se meuvent avec une rapidité considérable (et d'autant plus grande que la température est plus élevée) en s'entrechoquant sans cesse et en heurtant les parois du vase où elles sont renfermées. Cette conception a été développée mathématiquement il y a une cinquantaine d'années et a alors conduit à la conclusion que la conductibilité calorifique d'un gaz est indépendante de sa densité, c'est-à-dire que si une colonne verticale d'un gaz est maintenue à une température de 100° à l'extrémité supérieure et à celle de 0° à l'extrémité inférieure, la quantité de chaleur qui sera conduite de haut en bas à travers ce gaz dans un certain espace de temps ne changera pas si l'on enlève la moitié du gaz. Et cette conclusion, à laquelle on ne se serait guère attendu sans l'hypothèse dont elle fut déduite, a été confirmée également par l'expérience.

Fort curieuses aussi sont les propriétés des gaz fortement raréfiés qui ont fait ces dernières années le sujet des recherches de M. KNUDSEN, à Copenhague. Pour une masse gazeuse se trouvant

dans deux réservoirs communiquant au moyen d'un tube la condition d'équilibre est celle-ci : la pression sera égale, même lorsque les réservoirs sont maintenus à des températures différentes, si l'on a affaire à des densités élevées. Mais la considération des mouvements moléculaires nous apprend qu'il n'en va plus ainsi pour le cas où le gaz est raréfié au point qu'une molécule peut parcourir le tube de communication sans se heurter à une autre. Dans l'état d'équilibre les pressions seront alors non pas égales, mais dans le même rapport que les racines carrées des températures absolues. M. KNUDSEN a réussi à démontrer expérimentalement la différence de pression annoncée par le calcul.

Ne négligeons pas de dire que l'on attache une importance toute particulière à la vérification d'une pareille prédiction. Il va sans dire que la valeur d'une théorie pourrait être tout aussi bien vérifiée par l'explication qu'elle donne de phénomènes déjà observés, si nous ne courrions pas le risque de nous laisser induire à quelque inexactitude dans nos raisonnements par le désir involontaire de voir se réaliser nos hypothèses. Ceci est tellement vrai que si l'on veut expliquer quelque chose on fait souvent bien de se demander si, avec un peu de bonne volonté, on ne pourrait pas tout aussi bien expliquer le contraire, et peut-être que cela n'est pas particulier à la physique seulement. Dans le cas d'une prédiction on a plus de chance de raisonner sans préventions : on ne peut plier un raisonnement d'après quelque chose que l'on ignore encore.

Quant à la chimie, elle peut se glorifier d'avoir démontré, avant que l'expérience les eût isolés, l'existence dans la nature de certains éléments ou corps simples. Voici comment cela se fit. On avait déterminé le poids atomique de tous les éléments connus, c'est-à-dire le nombre qui indique combien de fois le poids des plus petites particules dont ils sont composés surpasse celui de l'atome d'hydrogène, qu'on prend pour unité ; par exemple 16 pour l'oxygène, 32 pour le soufre. On avait aussi étudié minutieusement les analogies et les différences existant entre les propriétés des nombreux éléments.

Or, vers 1869, il arriva que MENDELEJEFF, le célèbre chimiste russe, pour se former une vue d'ensemble de ces propriétés, rangea tous les éléments connus dans un seul tableau. En allant de gauche

à droite il inscrivit sur un certain nombre de lignes les noms des éléments en rang d'ordre ascendant d'après leur poids atomique, et il remarqua que l'on pouvait s'arranger de façon que les noms d'éléments dont les propriétés présentent quelque analogie entre elles se trouvent placés dans une même colonne verticale. Je dis analogie, et non identité des propriétés: en descendant une colonne on voit que simultanément avec l'accroissement des poids atomiques, toutes les propriétés changent dans un sens déterminé; les points de fusion, par exemple, deviennent de plus en plus élevés. Si le tableau est dressé avec soin, la place qu'un élément y occupe nous fournit des indications précieuses sur ses principales propriétés.

Mais pour atteindre ce but, MENDELEJEFF se vit obligé de laisser en blanc un certain nombre de cases et l'idée lui vint que ces blancs pourraient bien correspondre à des éléments non encore découverts. C'est ainsi qu'il devina l'existence de trois éléments qui, par leurs propriétés, devaient se rapprocher de l'aluminium, du silicium et du bore, raison pour laquelle il leur donna les noms de eka-aluminium, eka-silicium et eka-borium. Ces trois corps ont été réellement découverts quelques années plus tard et ont reçu les noms de gallium, germanium et scandium, parce qu'ils ont été respectivement trouvés par un Français, un Allemand et un Scandinave. Mais les propriétés nous intéressent plus que les noms. Le gallium est un métal qui a un poids atomique de 70 et un poids spécifique de 5,9; il se liquéfie à une température d'à peu près 30°. MENDELEJEFF avait prédit un poids atomique de 68, un poids spécifique approximatif de 5,2; il avait prédit aussi que le métal serait facilement fusible.

A propos de poids atomique j'ajouterai que le radium, la substance dont vous avez tant entendu parler, a un poids atomique de 225 et que, par l'étude des phénomènes merveilleux qu'il nous offre, on a été porté à attribuer un poids atomique inférieur de 4, c'est-à-dire de 221, à la substance gazeuse, l'émanation, qui s'en dégage continuellement.

On peut déterminer le poids atomique d'un gaz en pesant un certain volume. Le chimiste anglais RAMSAY, loin de se rebuter par le fait que nous ne pouvons obtenir l'émanation que dans des quantités presque infinitésimales, a effectué le pesage au moyen

d'une balance sensible à une très petite fraction d'un milligramme et, dans les limites des erreurs d'observations inévitables, il a trouvé, en effet, le poids atomique prévu.

Ce chapitre de la radio-activité, qui ne s'est ajouté que depuis peu à la physique, peut d'ailleurs nous fournir déjà de nombreux exemples de prévisions heureuses. L'académie des sciences de Berlin met à la disposition des expérimentateurs des échantillons de bromure de mésothorium, préparés sous la direction du professeur HAHN, et elle peut déclarer que la radio-activité augmentera pendant trois ans jusqu'à un maximum d'une fois et demie le chiffre primitif, pour ensuite décroître de sorte qu'elle atteindra en 1931 la moitié de l'intensité primitive.

De pareils résultats nous donnent certainement le droit de nous réjouir des progrès des sciences bien que le chercheur, qui se voit continuellement aux prises avec des énigmes insolubles et qui sent que nous ne pénétrons guère au-dessous de la surface des choses, ne se laissera aller qu'à une joie bien discrète. Une chose est certaine cependant, c'est que nous pouvons souvent prévoir le cours des phénomènes physiques et chimiques d'une façon très satisfaisante. Nous le faisons à tout moment sans nous rendre compte que ce soit là quelque chose de bien remarquable. Toute expérience faite en cours est une prévision et lorsque l'expérience ne réussit pas, ce qui arrive parfois, nous savons que c'est nous seuls qui en sommes la faute; nous ne songeons pas à supposer que nous puissions être arrivés dans le domaine de „l'incalculable". Et l'exercice continu nous fait faire toujours des progrès. C'est en forgeant qu'on devient forgeron, non sans efforts et sans peine; l'exemple emprunté à l'astronomie nous a montré combien de travail a été nécessaire. Toute nouvelle découverte est une conquête dans le domaine de l'énigme et de l'inaccessible. Ainsi, il y a eu un temps où l'on était dans une grande incertitude quant aux facteurs qui déterminent la perte de la charge d'un objet électrisé; à présent, après les recherches sur la radio-activité, nous savons, en maint cas, avec exactitude à quel degré l'air est rendu conducteur de l'électricité par la présence de substances radio-actives et avec quelle rapidité il pourra donc faire disparaître une charge. Dans le même ordre d'idées nous commençons aussi peu à peu à comprendre les lois de l'électricité atmosphérique et de la formation des

orages. Pour ce qui regarde la foudre, nos paratonnerres ne lui prescrivent pas encore complètement la route à suivre : elle nous joue des tours en jaillissant sur des masses de métal voisines. Mais ces écarts peuvent déjà être interprétés comme les conséquences de lois connues et nous pouvons espérer savoir un jour exactement ce qu'il arrivera quand un édifice de composition donnée sera frappé par la foudre. Ici encore, il ne s'agit que d'observer et d'interpréter.

Si maintenant, après ces considérations, j'affirme qu'en principe du moins, tous les phénomènes de la nature sont susceptibles d'être prédits, je ne vous dis en réalité rien de nouveau. En effet — je n'ai pas à vous le rappeler — nous faisons des prévisions tous les jours. Que le soleil se lèvera demain, que les saisons se succéderont, que d'une certaine graine il germera une plante d'une espèce déterminée, nous en sommes fermement convaincus. Et, remarquons ici que ces prévisions, pour autant du moins qu'elles ne sont pas basées sur la superstition ou sur des erreurs traditionnelles, ne diffèrent pas de nature de la prévision scientifique. Cette dernière cependant l'emporte en ce qu'elle dispose de meilleures données et qu'elle procède avec plus de méthode et de jugement.

Cela est même vrai pour la météorologie. On se moque parfois des prévisions des instituts météorologiques mais pour peu qu'on y réfléchisse, on doit pourtant reconnaître que l'on saura prédire le temps d'autant mieux que l'on connaîtra mieux les conditions atmosphériques, que l'on en aura fait un sujet d'étude plus approfondi. L'ignorance ne saurait jamais être un avantage. D'ailleurs les prévisions „officielles" du temps ne sont pas si mauvaises que cela. Le service d'avertissement des tempêtes a sauvé maint navire de sa perte, et les circonstances ne sont pas partout aussi peu favorables qu'ici, à la côte occidentale de l'Europe, où l'état atmosphérique est pour une bonne partie la conséquence des cyclones qui nous viennent de l'océan, dont l'arrivée ne nous est pas annoncée à temps et dont nous ne pouvons pas encore déterminer la marche avec une certitude suffisante. C'est ce qui fait que la perturbation à laquelle on s'attendait s'est déclarée parfois non pas en Hollande, par exemple, mais dans le Nord de la France. Dans la partie orientale des Etats-Unis, où l'approche des dépressions venant de l'Ouest peut être annoncée plus facilement, les circonstances sont bien plus favorables. Aussi, on y compte bien

plus qu'ici sur la réalisation des prévisions. Eh bien, il nous est permis d'espérer que, pour la partie du monde que nous habitons, le temps viendra aussi où les bulletins météorologiques seront de grande utilité pratique et où, par exemple, les travaux de l'agriculture pourront être réglés d'après eux. Cela pourra arriver si l'on continue à cultiver la science météorologique tant pratique que théorique. La télégraphie sans fils qui nous apporte des données sur l'état atmosphérique sur l'Océan, les ballons et les cerfs-volants dont on se sert pour étudier les couches supérieures de l'atmosphère, nous promettent de nouveaux progrès. Quant aux prévisions „non scientifiques”, il est fort possible qu'un simple berger surpasse, dans son domaine à lui, un météorologiste de profession, mais alors c'est parce que par son expérience il a pénétré plus profondément le jeu du vent et des nuages, parce que réellement il sait plus et comprend mieux. Vous excluez avec moi la possibilité qu'il ait une faculté toute particulière d'autre nature que les nôtres: nous pouvons tout au plus penser qu'il arrive d'instinct et inconsciemment à ses conclusions et que l'essai de lui faire atteindre le même but sciemment n'aboutirait qu'à l'affaiblissement de ce travail intuitif.

La question de savoir jusqu'à quel point les prévisions de la science admettent des limites me paraît assez simple. Il me semble que nous pouvons répondre: en principe, en ce qui concerne la nature des choses, il n'y a pas de limites. Mais il y en a d'autant plus par l'état limité de nos facultés. C'est pour cela que cette œuvre, comme toute œuvre humaine, restera toujours défectueuse et imparfaite. Ces prévisions astronomiques elles-mêmes, que j'ai tant vantées, laissent quelque chose à désirer. L'éclipse de soleil de 1901 arriva quelques secondes plus tôt que l'on ne s'y attendait et il est heureux que les observateurs hollandais aient été avertis par un signal donné par une expédition anglaise dans le voisinage pour qui le phénomène fut visible quelques instants plus tôt. La durée totale fut de 10 secondes moins longue qu'on ne l'avait calculée. Il est à peine besoin de dire que la cause de ces différences ne doit pas être cherchée dans „l'incalculable” mais dans l'inexactitude des calculs: aussi bien le but qu'on se propose dans ces observations c'est justement d'obtenir entre autres choses des données qui rendront possibles, dans un cas futur, des résultats

plus précis. Il est clair d'ailleurs que nos prévisions seront d'autant plus hasardeuses qu'elles s'étendront sur des laps de temps plus grands. Il est à craindre alors que des influences, qui sont négligeables pour une courte période, ne se fassent sentir, ou bien que des facteurs inattendus n'entrent en jeu; nous ferons donc bien d'être prudents quand il s'agit de l'état de l'univers et du genre humain dans un avenir éloigné. Cependant, en principe de semblables remarques n'infirmement pas notre point de vue. Si nous étions suffisamment avancés il ne serait pas question d'influences qui échappent à notre attention ou de facteurs inattendus.

Je n'entrerai pas dans des spéculations sur les bases plus profondes de la possibilité de prévoir les phénomènes et je ne me demanderai pas pourquoi la science peut et doit affirmer comme un *postulat* cette possibilité. Mais j'observerai que la forme particulière de nos théories physiques n'est pour rien dans cette question. Que l'on considère les phénomènes du point de vue mécanique ou énergétique, qu'on se serve ou non d'hypothèses atomistiques ou moléculaires, cela est absolument indifférent. Quelles que soient les théories physiques qu'on préfère, il faudra toujours admettre que les phénomènes sont susceptibles de prévision, ou bien qu'ils sont „déterminés”.

Le dernier terme demande quelque éclaircissement. Doit-il signifier simplement qu'une série seule de phénomènes aura lieu? Cela ne nous apprendrait pas grand'chose. Ou bien, dirons-nous que les phénomènes ont été réellement déterminées d'avance par ce qu'on peut appeler une intelligence? J'évite les questions ardues, entièrement étrangères à la physique, que cette idée soulèverait. Je crois pouvoir dire ceci: que tout phénomène, quel qu'il soit, est susceptible d'être prévu à l'aide de moyens d'observation et de raisonnements de la même nature que ceux que nous possédons, dusent-ils être, dans un cas concret, un million de fois plus développés et plus affinés. Un million de fois ce n'est sûrement pas trop dire pour bien des cas et il s'en suit que, tout compte fait, il ne nous faut pas trop nous glorifier de notre faculté de prévision.

Cette modestie que nous devons nous prêcher convient surtout quand nous quittons les phénomènes relativement simples que nous offre la matière, pour parler des phénomènes spirituels ou

psychiques. Aussi, c'est avec bien de la réserve que je dirai quelques mots de ces derniers. Du reste, dans mes remarques j'emploierai les termes „spirituel” et „matériel” dans leur signification usuelle sans entrer dans la question de savoir si la distinction pourra, à strictement parler, être maintenue.

En tous cas, il existe entre le monde psychique et le monde matériel un lien très intime. Nous ne savons que trop combien des dispositions physiques peuvent influencer notre état d'âme, notre intelligence et notre volonté. Tout particulièrement l'activité intellectuelle est intimement liée à l'état physique du cerveau et aux actions physiologiques dont il est le siège. Certaines fonctions psychiques appartiennent à certaines parties du cerveau: elles sont troublées ou détruites quand ces parties sont blessées ou enlevées. Comment ceci a lieu, quelles sont les voies qui servent à la transmission des impressions sensorielles et des impulsions motrices, cela a déjà été éclairci en partie et cela s'éclaircira sans doute de plus en plus, au fur et à mesure que l'anatomie et la physiologie du cerveau, pour lesquelles on a fondé de nos jours des instituts spéciaux, feront des progrès. Mais dès maintenant tout porte à croire qu'à chaque fonction de notre esprit correspond un état déterminé du cerveau. J'ajouterai en passant que nous n'avons pas à craindre que la matière soit trop „grossière” pour refléter une activité supérieure de l'esprit; j'ai une fois calculé qu'une petite quantité d'albumine contient un nombre d'atomes plus grand que le nombre total des lettres dans tous les livres d'une bibliothèque d'université bien fournie; et songez donc à la richesse de pensées reflétée par la disposition de ces lettres.

C'est à dessein que j'emploie ici des expressions aussi prudentes que „refléter” et „correspondre”. En effet, je sens fort bien que nous sommes ici en présence de deux choses de nature différente ou bien de deux formes très dissemblables sous lesquelles se présente la même chose. Mais ces deux choses, quelque différentes qu'elles soient, peuvent fort bien être reliées entre elles d'une façon inséparable. Si on admet que tout phénomène psychique est nécessairement accompagné de quelque chose qui se passe dans le monde matériel, ce qui, du reste, nous conduit naturellement à admettre aussi la proposition inverse, alors il est clair qu'on ne peut être déterministe en physique sans l'être aussi dans la psychologie.

Cependant, vous le verrez immédiatement, bien que nous puissions construire théoriquement de cette manière la possibilité de prévision pour les phénomènes psychiques nous n'en sommes guère plus avancés au point de vue pratique ; il est absolument inimaginable qu'un homme puisse prévoir les pensées d'un autre à l'aide des actions physiologiques dans le cerveau de ce dernier. Le chiffre d'un million que j'ai avancé tantôt serait encore beaucoup trop petit pour ce cas. Mais heureusement, l'expérience de tous les jours nous l'apprend, il est en notre pouvoir de prévoir directement des phénomènes psychiques. Nous faisons des arrangements avec nombre de personnes et nous comptons fermement qu'elles se conduiront conformément à ce qui a été convenu ; nous savons d'avance et avec certitude comment agira, dans des circonstances données, quelqu'un que nous avons appris à connaître comme loyal et honnête. On ne pourrait pas faire de cours universitaires si l'on ne savait pas que l'on a prise sur l'auditoire et il serait impossible de passer un examen si l'on n'était pas assuré que de bonnes réponses satisferont les examinateurs. Sans la possibilité de prévoir des phénomènes psychiques la pédagogie, l'art de gouverner et même toute vie sociale seraient impossibles. Ici, comme dans les sciences naturelles, il s'agit de savoir et de comprendre, d'approfondir ce que nous observons. Celui qui est riche en expérience et qui connaît bien les hommes se sent chez lui dans ce domaine tout comme l'astronome versé dans le sien et, de même que la physique de nos jours surpasse celle d'il y a quelques siècles, ainsi dans le siècle de la psychologie, dont a parlé le professeur HEYMANS de Groningen, on se comprendra et s'entendra mieux mutuellement qu'à présent. Somme toute je ne vois pas pourquoi il nous faudrait briser la ligne quelque part et pourquoi nous ne pourrions pas conclure en principe à la possibilité de prévoir les phénomènes psychiques, avec la réserve d'introduire un facteur comme ce million dont j'ai parlé pour tenir compte de l'imperfection de nos facultés.

Amenés ainsi à poser en principe que tout est déterminé, nous nous trouvons en face d'une question importante : quelle doit être l'influence de cette manière de voir sur notre conception de la vie et de l'univers ?

Je crois pouvoir dire à ce propos que le point de vue auquel nous avons abouti se concilie fort bien avec les formes supérieures de la

religion, et que c'est seulement avec certaines interprétations religieuses d'un niveau inférieur que nous entrons en conflit. Remarquons aussi que le déterminisme peut contribuer dans une certaine mesure à nous donner le calme et le contentement. Pour sentir cela il suffit de songer un instant à l'état des peuples sauvages qui passent leur vie dans la crainte continuelle de mauvais esprits et de forces naturelles capricieuses. Il est vrai que ce que le destin insondable nous apporte nous est souvent douloureux, mais pourtant il nous est plus facile de nous résigner à une nécessité immuable qu'à être le jouet de puissances malicieuses et incalculables.

Cependant, il y a une grande difficulté à laquelle vous avez songé depuis longtemps : la question du libre arbitre et de la responsabilité qui en découle. Qu'il soit réellement en notre pouvoir de *choisir* quoi que ce soit, cela est en contradiction absolue avec le déterminisme et pourtant que nous puissions faire un pareil choix cela s'impose irrésistiblement et incontestablement à nous, quelque inébranlable que soit notre conviction déterministe. Il faut bien reconnaître qu'il y a là une contradiction pénible qu'il faudrait pouvoir faire disparaître. Mais il n'appartient pas à un physicien d'entrer dans la discussion de ce problème de philosophie fondamentale et difficile. Aussi, si j'en dis quelques mots, c'est seulement pour ne pas vous laisser sous une impression que je n'ai pas voulu produire.

Si d'une part nous ne pouvons nous soustraire à l'idée du déterminisme et si d'autre part nous avons la conscience de pouvoir agir librement, cela prouve un manque d'*unité* dans notre être intime, ou du moins cela prouve que nous ne parvenons pas à trouver l'unité. Eh bien, acceptons cela et ne tâchons pas de ployer par force nos pensées et nos actions dans une harmonie factice qui irait à l'encontre de notre nature et qu'il nous serait impossible de maintenir longtemps.

Quand nous jouissons d'un beau coucher de soleil, nous ne songeons pas que les couleurs qui nous ravissent sont produites d'après les lois de la physique. De même, quand il nous faut prendre une décision, nous ne songerons pas que notre décision est peut-être déjà arrêtée, nous nous sentons libres et nous agissons et nous agissons conformément à cela dans une pleine conscience de notre devoir et de notre responsabilité. Des considérations déterministes n'atténueront pas ce sentiment. Cela ne doit pas être et cela ne

peut être ; celui qui voudrait se disculper par la pensée qu'il lui est impossible d'agir autrement qu'il ne le fait, ne serait pas satisfait, tant cela est contraire à notre nature.

Il en est de même quand il s'agit des actions d'autrui. Une action belle et honnête sera applaudie et admirée par nous sans que nous l'analysions et nous ressentirons un dégoût spontané et nous l'exprimerons pour la malhonnêteté et le mensonge et pour celui qui s'en rend coupable. Il nous serait impossible de faire autrement, même si nous voulions l'essayer.

Pourtant nous ne dénierons pas toute influence au déterminisme. Il peut et même il doit nous porter à l'indulgence quand nous jugeons les autres. Il est fort probable que notre jugement sera moins sévère si nous essayons de nous rendre compte des circonstances qui ont porté à telle ou telle action et si nous nous demandons comment nous aurions agi dans le même cas. Et ce sera un sentiment de pitié qui prédominera envers les malheureux qui sont devenus des déséquilibrés psychiques par une tare héréditaire ou par l'influence d'un milieu funeste.



PHYSICS IN THE NEW AND THE OLD WORLD ¹⁾

It is a great pleasure and an honour to me to give you this first lecture which may serve as a general introduction to what we may offer you in this second „American week” of our University. We shall gladly avail ourselves of this opportunity to show you what has been done and is being done in this country, partly because we are anxious to make a good impression on our guests, but mainly because we know that you will be interested in it, and because we hope it may give you some pleasure. Indeed, scientific men all over the world ought to be, and fortunately are, to a great extent, like good comrades of whom each rejoices at what the others have achieved. They are struggling with the same problems and working at the same task; in fact, the advancement that has been made has been the outcome of the joint efforts of all civilized nations. This is what I should like to illustrate by some examples taken from the progress of physics in the new and the old world.

Three years ago I had the good fortune to spend a couple of months in Pasadena and to visit the observatory on Mount Wilson. It was formerly called the solar observatory, because its main object was the study of the phenomena observed in the sun, but from the beginning much attention was given to the multitude of suns that appear to us as stars. You know that Professor KAPTEYN of the University of Groningen, who was one of the pioneers of modern stellar astronomy, worked for many years in close connexion with the observatory and spent many summers on the mountain. Another countryman of mine, Dr. VAN MAANEN, has belonged to the staff of the observatory for a long time, devoting himself mainly to the accurate determination of the motion of heavenly bodies, stars and nebulae.

¹⁾ Inaugural address, delivered at the „American Week” at Leiden, 1926.

What KAPTEYN told me about the observatory, had made it particularly attractive to me. We reached it very comfortably in a large autocar, much more comfortably, I am sure, than Mr. HALE, when he first visited the mountain for the purpose of studying the conditions which it would afford for solar research, and when he installed himself in the wilderness with a single working man for companion.

We were hospitably received in the Monastery, the abode of the astronomers when they are on duty on the mountain, and the afternoon and evening were spent in admiring the beauties of nature and those which science reveals to us. We had a glorious sunset and enjoyed the view on the plain stretching toward the Pacific with the thousands of lights of Pasadena and Los Angeles, and when night had wholly fallen, Mr. HUBBLE allowed us to see in one of the giant telescopes some of the marvellous nebulae which he is constantly examining in all their details. But the spectacle that, perhaps, impressed me most of all was the ZEEMAN effect in the sunspots.

I presume you all know what we understand by the ZEEMAN effect. It is a phenomenon that was first observed, in 1896, by Prof. ZEEMAN, then working here as Prof. KAMERLINGH ONNES' assistant. When you visit the laboratory you may notice a stained window pane commemorating the discovery.

A source of light giving sharp spectral lines is placed in a strong magnetic field. It is found that by this the period of the vibrations is a little changed, so that the spectral lines are shifted from their original positions, and there is even a decomposition of the lines. Whereas, outside the magnetic field, each line is characterized by one single period or frequency, the field calls forth, instead of this, a certain number of slightly different frequencies, each of which finds its own place in the spectrum.

In later years, when more powerful experimental means could be applied, the phenomenon has presented itself in many complicated forms, but we are now concerned with the simple form only, in which it was first discovered. If we examine the light that is emitted in the direction of the lines of force, we find two components lying to the right and the left of the original spectral line. On the other hand, the emission at right angles to the lines of force gives rise to three components. In addition to the two which

I mentioned just now, there is a third component midway between them and exactly occupying the place of the undisturbed line.

It is very important that the light which produces any one of these components is polarized, showing that it consists of vibrations of definite form and orientation. In the observation along the lines of force the components are circularly polarized, one being right handed and the other left handed (i.e. the light is such as could be produced by particles moving in circles about their position of equilibrium), the motion being in the direction of that of the hands of a watch for one component and in the opposite direction for the other.

In the other of the two cases which I distinguished, when there are three components, they are all rectilinearly polarized, the vibrations being along the lines of force for the inner component and perpendicular to it for the outer ones.

Professor HALE had carefully studied for many years the appearance of the sun, that is the distribution of great and small luminosity over its surface, using for this purpose the beautiful instrument that is known as the spectroheliograph. In this country the University of Utrecht possesses an instrument of this kind, designed by the late Professor W. H. JULIUS.

The spectroheliograph allows us to obtain a photographic picture of the sun, not using all its light but exclusively light of one single frequency, corresponding to one definite place in the spectrum. Choosing the red light that is emitted by hydrogen, HALE obtained peculiarly sharp pictures and in these, in and near a spot, a spiral structure could be seen; this suggested the idea of a whirling or revolving motion in the sun's atmosphere.

Now, it was known already that many causes, some of which may be expected to exist on the sun, may lead to the production of electrically charged particles, ions or electrons, and that under proper circumstances the positive and the negative particles may be more or less separated. If the gases revolving in the sun spot have an excess of either positive or negative charge; the whirl will be equivalent to a system of circular electric currents and the spot becomes comparable to a coil carrying a current and having its axis perpendicular to the sun's surface. It occurred therefore to Prof. HALE that in the sun spots there might be a magnetic field

and that this might have on the spectral lines the influence that had been found by Prof. ZEEMAN. He was soon able to confirm this expectation. Many of the lines of the spot light were found to be double and the two components were really circularly polarized, the polarization being right handed for the one and left handed for the other. As we know of no other way in which this phenomenon could be produced, we may safely conclude to the existence of the magnetic field in question.

I cannot, of course, dwell for a long time on any special subject, but in recalling to you this beautiful discovery I should like to add a few further remarks. In the first place Prof. HALE found just what can be seen in ZEEMAN's experiment when one observes along the lines of force. This type of the effect would show itself exactly in a spot situated at the centre of the sun's disk, for then the axis of the whirl would be directed towards the observer. On the other hand, if a spot were situated near the border of the disk, we should see nearly the second type of which I spoke, three components with linear polarization, and in a spot having an intermediate position we should see phenomena that may be called a transition from the first to the second type. All this has been verified by HALE's further observations.

In the second place, two spots, whose spiral structure indicates whirling motions of opposite directions, often seem to belong together. Most probably they form the ends of a semi circular vortex, extending through the sun's body, such as you can easily imitate while drinking a cup of tea. If, holding your spoon in a vertical position, you dip it into the fluid to such an extent that half the spoon, say half a circle, is immersed, and if then you move the spoon in a horizontal direction, perpendicular to itself, you will observe two small dimples, moving along in the direction of the spoon's motion, and in each of which the fluid circulates about the centre, the deepening at this point being an effect of centrifugal force. The two hollows are simply the ends of a semi circular vortex ring that has been formed along the rim of the spoon and you can easily understand how it is that the rotation is in opposite direction in the two hollows.

Now, if the magnetic field in the sun spots is really due to the whirling motion, it must have opposite directions in the two associated spots. HALE was able to verify this. It is proved by the

fact that, when we pass from one of the spots to the other, the component of the double line, say the one with the greater frequency, that had a right handed circular polarization becomes left handed, and conversely.

You will have noticed that my reasoning, or rather Prof. HALE's was based on the assumption that the motion of a body carrying an electric charge produced a magnetic field. This was shown fifty years ago by a young American physicist, working in the laboratory of HELMHOLTZ in Berlin, HENRY ROWLAND, afterwards professor in the Johns Hopkins University in Baltimore. He found that a charged disk of ebonite, rapidly rotating in its plane, exerts a force on a sensitive magnetic needle placed in a suitable position in its neighbourhood.

ROWLAND's experiment has been repeated many times, both by himself and by other physicists, and has become one of the foundation stones of the theory of electrons and in general of all theories in which phenomena are explained by the arrangement and the motion of small charged particles. Theories of this kind have made rapid advances during these last thirty or fifty years and have fundamentally altered our conceptions about the constitution of matter. As to the negative particles to which the name of electrons is more particularly applied, we now know that they exist in the β -rays of radio-active bodies and in the cathode-rays, flying along at high speeds, that they are emitted by hot bodies, thus giving rise to the phenomena that occur in triodes or audions, and that they belong to the constituents of all atoms, revolving about the positive nucleus like planets around the sun.

One of the first questions concerning these small particles was the measurement of their electric charge and their mass. The ratio between these two quantities has been found by different methods; in fact ZEEMAN was one of the first who assigned a value to it, using for this purpose the distance between the components into which a spectral line is split by a magnetic field of known strength. As to the absolute value of the charge, this was determined very accurately by Prof. MILLIKAN.

In his experiments a small oil drop suspended in a gas was observed by means of a microscope placed in a horizontal position. If there is nothing to prevent it, the drop will fall and, since it is

very small, it will soon acquire a constant velocity determined by the condition that its weight is exactly counterbalanced by the resistance due to the viscosity of the air. This motion can be wholly controlled when the drop has an electric charge, as may easily be the case, if the surrounding gas has been slightly ionized; the drop will then catch a charged particle from time to time. Suppose now that the two horizontal plates of a condenser limit the gas on both sides. A potential difference between the plates will then produce an electric field and thereby a force acting on the charged drop, either upward or downward. By regulating the difference of potential we can keep the drop in equilibrium, or we may make it rise or fall with any velocity we like; we thus have the means to keep it in the field of view for any length of time. Now watching a drop for many hours, MILLIKAN found that now and then there was a sudden change of the velocity. This was undoubtedly due to the capture of a particle, and gave the means to determine the charge carried by it, the quantities necessary for the calculation being the observed change of velocity, the strength of the electric field, the velocity of fall in the absence of a charge and the weight of the drop that could be deduced from its size and the specific gravity of the oil.

There are many difficult and unsolved questions in the theory of electrons, but instead of speaking of these I shall, with your permission, point out to you some of its triumphs. Among these we may reckon in the first place the beautiful experiment performed by TOLMAN and STEWART, in which an electric current was produced simply by changing the velocity of a conductor. A large coil of metal wire whose windings were in horizontal planes was suspended in such a way that it could rotate about its vertical axis, while its ends remained in connexion with a galvanometer. The coil was first put in rapid rotation and was then suddenly brought to rest by means of a brake. This produced a transient electric current, the explanation of which is that while the metal is brought to rest, the electrons continue their motion for a short time. The direction of the current was indeed the one that could be expected when the movable particles in the metal have negative charges, and from the deflection of the galvanometer and some constants of the apparatus the ratio between charge and mass of which we spoke already could be determined. The results

agree fairly well with the numbers found by other methods.

The experiment is a delicate one and it would be much easier to observe the effect if, with the same charge, the mass of the particles were f.i. thousand times greater than it is now. Then it would be possible also to observe an other phenomenon that is so to say the counterpart of the one observed by TOLMAN and STEWART, and can be deduced from it by means of general dynamical principles. If a change in the velocity of rotation of the coil produces a motion of electricity, then, conversely, starting an electric current in the wire must have the tendency to make it rotate. As it is there is little hope of observing this phenomenon, but there is an experiment much like it that has been performed by EINSTEIN and DE HAAS and some other physicists, and which differs from it in so far as we are not concerned with currents in the windings of a coil, but with those which we suppose to circulate around the particles of a magnetized body. We knew since the days of AMPÈRE that the properties of magnets may all be explained by the hypothesis of these molecular currents and in the light of modern experience it was natural to suppose them to exist in a motion of negative electricity only, more exactly in a motion of negative electrons. Now, if this is the case, magnetization involves the existence of a certain moment of momentum, whose direction changes with that of the magnetization, and which disappears when the body is demagnetized. This will be true whatever be the way in which the demagnetization takes place. We can imagine f.i. that each individual molecule loses its magnetic moment; this would mean that the electrons cease to circulate around it, so that their moment of momentum disappears likewise. But we can also conceive that, though each molecule remains a small magnet, the parallelism between their axes is destroyed; in this case, though each particle conserves its moment of momentum, the resultant moment will again disappear, just as in the former case.

EINSTEIN and DE HAAS' experiment was based on the principle, well known in elementary mechanics, that in a system that is free from any external couple, i.e. from any influence tending to produce a rotation, the total resulting moment of momentum remains constant; if once it is zero, it will be so for ever. If by some means a part of the system acquires a moment, the other part must

acquire one of the same magnitude but of opposite direction. Hence, if an iron cylinder be suspended in a vertical direction, so that it can freely turn about its geometrical axis, a magnetization of the rod in the direction of its length, which makes the electrons revolve in one direction, must be accompanied by a sudden jerk of the rod itself, the metal taking a rotation opposite to that of the electrons. There will be a jerk opposite to the first, when the cylinder is demagnetized, or when the magnetization is inverted, and, by properly timing continuous reversals of the magnetization, the angles over which the rod turns may be increased. All these phenomena could be observed and it could be shown that the direction in which the cylinder is set rotating always agrees with the assumption that the particles revolving about, the electrons, have negative charges.

With this effect observed by EINSTEIN and DE HAAS we may again associate another phenomenon that is the counterpart to it and may be deduced from it on general physical principles. It consists in this, that a rotation of a material body about an axis must produce the same effect as a magnetic force acting on the body in the direction of that axis and therefore gives rise to a magnetization when the body is made of a magnetic substance. Mr. and Mrs. BARNETT in Washington have made the delicate experiment with great care and have actually succeeded in proving the magnetization excited in an iron rod by rapid rotation. The direction of the phenomenon again is all right but, and this is a great puzzle, the magnitude of the effect is not what was expected; it is nearly the half of it. The same discrepancy exists in the EINSTEIN-DE HAAS effect and this is satisfactory in so far as the two phenomena belong together, so that the intensity of one can be deduced from that of the other.

The theory of electrons which amid all its troubles and failures finds some consolation in the experiments of which I have now spoken, is an offspring of FARADAY's and MAXWELL's great theory of electricity. It is based on the general principles laid down by CLERK MAXWELL and it only tries to go somewhat further in forming a picture of the mechanism underlying the phenomena. MAXWELL was very careful not to make any assumptions that were not sufficiently guaranteed by experience and he considers it as an open question whether in an electric current there really is

something like a progressive motion. So he directed his attention rather to the charged bodies and the wires carrying the current than to the electricity itself.

There is one case in which his cautiousness led him to a statement that cannot be maintained. When a wire in which there is an electric current is placed in a magnetic field, it is acted on by a force at right angles both to the field and to the wire. This is the force that is used in Prof. EINTHOVEN'S string galvanometer which you will see next Thursday. Now, MAXWELL explicitly says that this force must be understood to act upon the wire and not upon the electricity contained in it.

In 1880 EDWIN H. HALL, then working in ROWLAND'S laboratory, had the courage to doubt this assertion and so became the discoverer of the remarkable effect that is named after him. I should like to say some words about this phenomenon but I think I had better in this case not trust entirely to words. I have therefore prepared this piece of cardboard which may represent on an enlarged scale the thin metal plate, a rectangle of gold foil in the first place, with which the experiment was made.

The plate is placed between the poles of a powerful electromagnet, so that it is perpendicular to the lines of force, but we shall begin by imagining that the electromagnet is not excited. An electric current is made to pass through the foil, and two points *A* and *B* on opposite sides of the rectangle are carefully chosen so that the electric potential is the same at the two places. Then, if *A* and *B* are connected with a galvanometer, there will be no deviation of the needle. After having made sure of this, we apply the magnetic field. The result will be a deflection of the galvanometer, showing that the electricity which moves in the direction of the arrow is acted on by a transverse force driving it from *A* towards

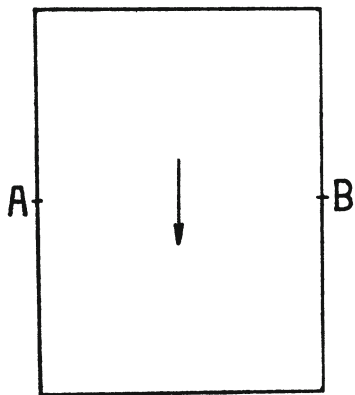


FIG. 1.

B, or from *B* to *A*, as the case may be, and thus producing a current in the galvanometer circuit. This current takes the opposite

direction to the magnetic field, and thus producing a current in the galvanometer circuit. This current takes the opposite

direction when we invert either the magnetic field or the principal current in the plate.

The HALL effect has been observed and measured by a great number of physicists. Some 16 years after its discovery Mr. LEBRET and Mr. VAN EVERDINGEN in the laboratory of Leiden carefully examined it in the case of bismuth, and one of the problems to which the late Prof. K. ONNES applied his for ever searching genius was the question whether there is a HALL effect in a supra-conductor.

Unfortunately, or fortunately, the phenomena are extremely complicated, the sign of the effect being different in one substance and another. Moreover the HALL effect does not stand by itself; there are three other phenomena closely connected with it. In the first place, it has been found that, always under the influence of a magnetic field, the current through the metal plate produces not only a potential difference between the points *A* and *B*, but also a difference of temperature. Further, we can replace the current of electricity in the direction of the arrow by a current of heat, which we produce by maintaining at different temperatures the top and the bottom of the plate. This current of heat, like the electric current, gives rise to a potential difference between *A* and *B* and also to a difference of temperature between these same points.

You see that, well counted, there are really four effects and it is gratifying to see that, in these last years, Prof. HALL, resuming his work of old times, has been thoroughly examining them all.

Among the four effects there are two that are closely connected, namely the production of a transverse difference of temperature by an electric current and the production of a transverse potential difference by a current of heat. The relation between the two can be expressed by a mathematical formula that allows us to deduce the numerical coefficient of one of the two phenomena from that of the other. It was a curious coincidence that this problem was treated almost at the same time by Mr. BRIDGMAN of Harvard and myself. We were both preparing for the Solvay meeting in Brussels, and found nearly the same result, Mr. BRIDGMAN on the steamer and I in my room without any telegraphic or telepathic communication.

In this brief review I had, more than once, occasion to call your

attention to the fact that physical phenomena often occur in pairs, perhaps I may say like our two sun spots. One may be deduced from the other by appropriate reasoning. The principles, which we have to use for this purpose, may be simply those of general dynamics, or, in other cases, those on which the science of thermodynamics is founded. So, in our case, Mr. BRIDGMAN and I had to apply the second law of thermodynamics. In fact, our reasoning was much like that by which the relation between the electromotive force of a thermo-electric current and the PELTIER effect is established.

I cannot speak of thermodynamics without recalling to you the memory of two great theoretical physicists who probably never saw each other, but worked much along the same lines, the late Prof. VAN DER WAALS of Amsterdam, whose investigations were at the base of much of the work that has been done in Leiden, and WILLARD GIBBS of Yale University. You know that the second law allows us to lay down important rules for the physical and chemical equilibrium between different substances, and no one has done so with greater mastery than GIBBS in his famous memoir published in 1876 on this equilibrium between heterogeneous substances. VAN DER WAALS highly admired this work and the principles developed by GIBBS have been most fruitful for the development of physical chemistry in this country. In the title of the great work in which BAKHUIS ROOZEBOOM collected the results of his researches, and of which my colleague SCHREINEMAKERS continues the publication: „Die heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre”, the word „Phasenlehre” is to be expressly understood as meaning WILLARD GIBBS’ theory of phases.

WILLARD GIBBS rendered another important service to science by his „Elementary principles of statistical mechanics”, where the word „elementary” rather indicates the modesty of the author than the simplicity of the subject. Here he develops the principles which we may apply to all those cases in which we are concerned with the irregular motions depending on temperature of systems consisting of innumerable particles. In this field WILLARD GIBBS and BOLTZMANN are our great masters.

But I should like to revert again for some minutes to what I saw at Mount Wilson. Most important among it was the apparatus

which had served Prof. MICHELSON of Chicago for measuring the diameter of some fixed stars, one of the many ingenious applications which he has made of the interference of light. There is a small beautiful book by Prof. MICHELSON on „Light waves and their uses” and the tale of what he has done with light waves forms one of the most fascinating chapters in the history of physical science. I need mention only the determination of the number of wavelengths in a standard metre, the observation of the tides produced by the action of the moon and the sun on the water contained in a long horizontal tube, and the proof that the time required for a beam of light to go around a large closed circuit on the surface of the earth is changed by the rotation of the earth to an amount that may be calculated on theoretical grounds. And above all, the famous MICHELSON-MORLEY experiment, that is almost known to the man in the street now that the theory of relativity has become so popular.

These last years the tranquillity and peace of mind of physicists has been more or less disturbed by the results obtained by Mr. D. MILLER in his many repetitions, made with the utmost patience, of the experiment. His observations really seemed to indicate the aetherdrift which, according to EINSTEIN’s theory, it ought to be impossible to observe, and one has spoken already of a knock out, as I think sportsmen say, of the theory of relativity. The question is not wholly cleared up as yet, but we may expect that we shall be able in the near future to bring it to a decision. Plans for further repetitions are formed on different sides and it may interest you to hear that a fortnight ago Mr. PICCARD of Brussels went up in a balloon with his interferometer to an altitude of about 4000 metres. During his ascension which lasted for 16 hours or at least during a great part of this time, the balloon was made to rotate with a constant velocity, somewhat more than two revolutions per minute, and the interference fringes were continuously registered photographically. The films, however, were not yet developed when I saw Mr. PICCARD last week.

In the meantime Mr. D. MILLER is working out his last results. They indicate the existence of some unknown cause which it will be very important to discover, but all well considered I have good hopes and I think Mr. D. MILLER will agree with me that relativity will be quite safe.

In surveying the achievements that have been reached by the combined efforts of physicists, we naturally appreciate them in the first place according to what they have contributed to our insight into the hidden workings of nature. But we should not forget how much we owe to the genius and skill of those who design and manufacture instruments of observation. I saw in the workshop of the Ryerson Laboratory how large plane and spherical surfaces of glass are ground and polished with a precision of less than a wavelength and Mr. MICHELSON gave me some idea of the way in which large and, I may say, perfect gratings, such as were first made by ROWLAND, are obtained.

One can hardly exaggerate the importance which ROWLAND'S gratings have had for physical research work. Indeed, if we want to deal with really homogeneous rays, consisting in a succession of millions of waves, if we want to determine their wave numbers and to separate from each other rays with a small difference of wavelength, we need some material object, in which there is a great number of exactly equal parts, and which may therefore serve as a gauge which we apply to the rays of light. The greater the number of these parts, and the more exact their equality, the better shall we reach our purpose. Also, when we pass from longer to shorter waves, we shall need gauges with smaller and finer intervals.

In the case of light waves, ROWLAND'S gratings with their thousands of equidistant lines most admirably met all requirements, and when we came to X-rays, for which these gratings are too coarse, LAUE had the happy idea to use instead of them the gratings which nature offers us in crystals with the regular arrangements of particles. So the conditions were created for an unprecedented development of optics, including X-rays. This is perhaps the field, though the work in it is intimately connected with that in other parts of physics, where the labourers are most numerous and where the richest harvest is reaped; it is also the field where new ideas have sprung up and where the struggle between theories is liveliest.

Alas, but this word escapes me, things have turned out differently from what we could expect twenty years ago. While we drew the greatest profit from the teachings of classical optics and from the use of the instruments that are based on its principles,

these foundations have now been shaken. With the notion of light quanta which it seems almost impossible to discard we are returning in a certain sense to NEWTON's corpuscular theory of light, and the explication of interference itself, with which we were so satisfied, again becomes a problem. We have always believed and considered it as evident that, apart from DOPPLER effects, light always conserves its frequency how as it may be reflected, refracted or scattered. And now, Mr. COMPTON of Princeton has shown that X-rays, when scattered by free or loosely bound electrons, have their frequency diminished. A beautiful theory of this phenomenon, attractive in its boldness, has been proposed by Mr. COMPTON himself and by DEBIJE. It is much like the theory of the impact of two elastic spheres, one sphere being replaced by an electron and the other by a quantum of light. Each of these „particles”, if I may use the word, has its energy and its momentum, and the formula is obtained by applying the principles that the total momentum and the total energy of the system must remain unaltered. After having found the change of the energy, that of the frequency is deduced from it by the simple rule that the frequency of a light quantum is always proportional to the energy. The results agree with the experimental data, and as I said, the theory is very tempting and attractive. Yet we want to know how it can be that a quantum, that is treated here as a particle of extremely small size, shows in its reflexion by the grating of a crystal the properties which we find in long trains of waves.

So, after all, in our modern physics, there is much that is dark and mysterious. But light is dawning on many sides and we may confidently hope that, if not the older, at all events the younger among us may witness a new development of the nature of which we perhaps can have no idea.

It remains for me, Ladies and Gentlemen, to thank you for the attention with which you have listened to me.
