

W.O. Schumann

# Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen

Theoretische Grundlagen  
und Anwendung

# ELEKTRISCHE DURCHBRUCH- FELDSTÄRKE VON GASEN

THEORETISCHE GRUNDLAGEN UND ANWENDUNG

VON

**W. O. SCHUMANN**

A. O. PROFESSOR DER TECHN. PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT  
JENA

MIT 80 TEXTABBILDUNGEN



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1923

ISBN 978-3-662-23788-5      ISBN 978-3-662-25891-0 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-25891-0

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN. VORBEHALTEN.  
COPYRIGHT 1923 BY SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG  
URSPRÜNGLICH ERSCHIENEN BEI JULIUS SPRINGER IN BERLIN 1923.

## Vorwort.

Das vorliegende Buch ist aus Anregungen entstanden, die ich in meiner Praxis als Hochspannungsingenieur empfang. Seit einer Reihe von Jahren beschäftigen den Hochspannungstechniker die merkwürdigen Gesetze, welche die elektrische Durchbruchfeldstärke der Luft mit der geometrischen Anordnung der Elektroden verknüpfen. Experimente, die ich in den Jahren 1919/20 im Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart mit Mitteln der R. Bosch-Stiftung anstellte, zeigten, daß im homogenen Feld die Durchbruchfeldstärke der Luft bei Atmosphärendruck bis zu großen Schlagweiten dauernd mit der Schlagweite abnimmt, so daß auch bei hohen Drucken und großen Schlagweiten, wie sie für die Technik von Bedeutung sind, die Erscheinungen nur verständlich werden, wenn man die gaskinetischen Vorstellungen über die Moleküle und Elektronen heranzieht. Im Anschluß an die Überlegungen von J. S. Townsend war die Bearbeitung der Erscheinungen in der vorliegenden Einteilung etwa im Frühjahr 1920 als Habilitationsschrift in Stuttgart vollendet<sup>1)</sup>. Sie war im wesentlichen für die Bedürfnisse des Ingenieurs gedacht, weshalb auch die wichtigsten physikalischen Arbeiten, insbesondere die von J. S. Townsend, kurz referiert waren. Inzwischen ist als I. Band des Handbuchs der Radiologie die eingehende Monographie von J. S. Townsend, „Die Ionisation der Gase“ erschienen, die sämtliche bis 1914 veröffentlichten Arbeiten enthält. Auf dieses Werk ist jeweils zu ausführlicherem Nachschlagen verwiesen (mit Hb. zitiert).

Nach Antritt meiner Tätigkeit in Jena wurde die experimentelle Untersuchung fortgesetzt und die Theorie erweitert. Insbesondere zeigte sich aber auch von physikalischer Seite Interesse an den Erscheinungen, und ich entschloß mich, den Stoff so zu erweitern, daß er auch möglichst den Bedürfnissen des Physikers Rechnung trüge.

Der erste Teil bringt ein kurzes, möglichst vollständiges und einheitliches Referat aller Messungen, die über Entladespannungen und Durchbruchfeldstärken angestellt worden sind. Es sind die Messungen mit den verschiedensten Gasen, Drucken, Temperaturen,

---

1) Der experimentelle Teil dieser Arbeit wurde im Archiv f. El. XI. S. 1 1922 veröffentlicht.

Elektrodenformen, Schlagweiten, Frequenzen usf. aus der physikalischen und der technischen Literatur zusammengestellt, wobei immer auf die aus den Messungen sich ergebenden Gesetzmäßigkeiten und deren Prüfung hingewiesen ist. Die Einflüsse von Feuchtigkeit, Kathodenmetall, Polarität, die für das Folgende wichtig sind, sind aus den zerstreuten Beobachtungen möglichst systematisch zusammengefaßt. Auch die Entladung zwischen dielektrischen Elektroden ist behandelt. Der erste Teil hat mehr handbuchartigen Charakter und soll die Daten liefern, auf die später zurückgegriffen wird.

Der zweite Teil behandelt nach einer Einleitung in das Nötigste der kinetischen Gastheorie zunächst die wichtigsten Arbeiten J. S. Townsends über das Zustandekommen der selbständigen Entladung in Gasen mit unelastischem und in solchen mit elastischem Elektronenstoß, wobei besonders auf die Gründe hingewiesen ist, die wahrscheinlich für die Abweichungen der nach Townsend berechneten Elementarkonstanten von den direkt gemessenen verantwortlich sind und weiterer experimenteller Untersuchung bedürfen. Diese direkt gemessenen Werte sind anschließend nach den Arbeiten von P. Lenard an Kathodenstrahlen und J. Franck und G. Hertz an Glühelktronen besprochen. Zum Schluß habe ich versucht, aus der gesamten Erfahrung ein Bild des Verhaltens der Elektrizitäts-träger in Gasen bei den hohen Feldstärken zu gewinnen, die zum Durchbruch nötig sind. Die besonderen Erscheinungen in Gasen mit rein elastischem Elektronenstoß bei geringen Drucken sind kurz behandelt. Auf die wichtigsten Tatsachen ist jeweils hingewiesen. Bei höheren Drucken werden sich wahrscheinlich auch diese Gase den allgemeineren Ansätzen Townsends einfügen.

Im dritten Teil werden die Überlegungen des zweiten auf das bisher am genauesten bekannte Gas, die atmosphärische Luft, angewendet, wobei besonders die Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke von der geometrischen Elektrodenanordnung studiert wird. Es liegen hier zahlreiche zuverlässige Messungen vor, aber alle bei höheren Drucken, wo über die Natur der Elektrizitätsträger bei den in Frage kommenden Feldstärken sehr wenig bekannt ist. Aus diesem Grunde mußten die grundlegenden Ansätze aus dem Experiment rückerschlossen werden, konnten aber in sinngemäßen Zusammenhang mit den Erfahrungen an verdünnten Gasen gebracht werden. Diese Ansätze, die sich aus dem Verlauf der Durchbruchfeldstärke im homogenen Feld bei verschiedenen Schlagweiten ergeben, wurden dann auf die Durchbruchfeldstärke konzentrischer Zylinder, zweier gleicher paralleler Zylinder, konzentrischer Kugeln und zweier gleicher Kugeln angewendet. Es ergibt sich gute Übereinstimmung mit dem Experiment und den empirisch abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten, soweit die Experimente einwandfrei sind, und es lassen sich weitere Schlüsse über den Verlauf des Vorgangs vor dem Beginn der Entladung ziehen.

Es läßt sich danach ein Gas in seiner Durchbruchfeldstärke für alle Elektrodenanordnungen charakterisieren, indem lediglich Messungen

im homogenen Feld ausgeführt werden, soweit die elektrostatische Feldverteilung in dem betreffenden Fall bekannt ist und sofern keine Polaritätseffekte auftreten. Bei Einfluß des Kathodenmetalls muß dieses in allen Messungen dasselbe sein.

Dieser dritte Teil ist auch unmittelbar für sich verständlich. Im Interesse einer wirklichen physikalischen Kenntnis der Vorgänge schien es mir aber unbedingt nötig, den zweiten Teil voranzuschicken. Auf andere Gase läßt sich die Behandlung sinngemäß ausdehnen.

Ich habe mich bemüht, auf die Punkte hinzuweisen, an denen noch weitere experimentelle Arbeit zur Klärung der Verhältnisse nötig ist. Von besonderer Wichtigkeit scheinen mir zu sein: 1. Messungen der Wanderungsgeschwindigkeit bei Feldstärken, die nahe der Entladung liegen und im Zusammenhang damit Untersuchungen über das gaskinetische Gleichgewicht, bzw. die Abweichungen davon, zwischen Elektrizitätsträgern und Gasmolekülen. 2. Messungen der Funktion  $w$  (S. 112, 125, 133), die angibt, wie groß die Wahrscheinlichkeit für einen Träger bestimmter Geschwindigkeit ist, beim Zusammenstoß mit einem neutralen Molekül wirklich zu ionisieren.

Da es sich um die Erscheinungen handelt, die zum elektrischen Durchbruch eines Gases, also bis zum Beginn eines merkbaren Stromes führen, sind alle Beobachtungen über Glimmentladung, Kathodenfall usf., also die Erscheinungen beim Durchgang eines merkbaren Stromes, nicht berücksichtigt, und es ist die ladungsfreie elektrostatische Feldverteilung vorausgesetzt, die, im allgemeinen wenigstens, erst nach Eintreten eines merkbaren Stromes gestört wird.

Wenn das Buch Interesse finden sollte, beabsichtige ich in späteren Auflagen auch die Erscheinungen an flüssigen und festen Körpern mitzubehandeln, in deren Gesetzmäßigkeiten wir jetzt einzudringen beginnen.

Herrn Geh. Rat M. Wien, Herrn Prof. Dr. F. Emde und Herrn Prof. Dr. E. Regener bin ich für freundliches Interesse und gute Ratschläge sehr dankbar. Bei der Korrektur haben mich die Herren cand. phys. H. Lassen und E. Möller sehr liebenswürdig unterstützt.

Jena, im März 1923.

W. O. Schumann.

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>I. Experimentelle Grundlagen</b> . . . . .	<b>1</b>
1. Die verschiedenen Entladungsspannungen . . . . .	1
2. Vergleich von Anfangs- und Büschelgrenzspannung . . . . .	7
3. Tabellen der Anfangsspannungen für Kugelelektroden bei kleineren Schlagweiten . . . . .	8
4. Die Anfangsspannung bei größeren Schlagweiten. Die Anordnung Kugel — Platte . . . . .	12
5. Spannungsmessung mit Kugelelektroden . . . . .	14
6. Die Spitzenfunkenstrecke zur Spannungsmessung . . . . .	15
7. Verzögerung . . . . .	16
8. Änderung der Anfangsspannung infolge Feldverzerrung durch freie Ladungen . . . . .	18
9. Einfluß der Luftfeuchtigkeit . . . . .	19
10. Einfluß des Elektrodenmaterials . . . . .	20
11. Temperatureinfluß . . . . .	21
12. Polarität der Elektroden . . . . .	21
13. Einfluß der Frequenz . . . . .	21
14. Durchbruchfeldstärke ebener Elektroden . . . . .	24
15. Einfluß von Dielektriken im homogenen Feld . . . . .	28
16. Durchbruchfeldstärke von Kugelelektroden . . . . .	28
17. Funkenspannungen bei kleinen Schlagweiten . . . . .	44
18. Verschiedene Gase und Drucke unterhalb des Atmosphärendruckes . . . . .	44
19. Gasgemische . . . . .	50
20. Geringe Drucke, Paschens Gesetz, die Minimumspannung . . . . .	51
21. Funkenspannung für kleinste Schlagweiten und im hohen Vakuum . . . . .	58
a) Bei normalem Druck . . . . .	58
b) Bei geringen Drucken . . . . .	59
22. Hohe Drucke . . . . .	60
23. Elektrodenlose Entladung . . . . .	63
24. Entladespannung und Magnetfeld . . . . .	65
25. Spitzenentladung . . . . .	66
26. Anfangsspannung einer feinen Spitze . . . . .	67
27. Anfangsspannung gut abgerundeter Spitzen . . . . .	68
28. Flüssigkeitsspitzen . . . . .	69
29. Durchbruchfeldstärke von Spitzen . . . . .	70
30. Zylindrische Elektroden. Feldberechnung . . . . .	72
31. Durchbruchfeldstärke von zylindrischen Elektroden. Allgemeines . . . . .	75
32. Durchbruchfeldstärke von zylindrischen Elektroden für nicht zu kleine Schlagweiten. Wechselspannungsmessungen . . . . .	81
a) Drähte und Stäbe, Wechselspannungscorona . . . . .	81
b) Dickere Zylinder . . . . .	84
33. Mittelwert der Durchbruchfeldstärke an der Oberfläche eines Kreis- zylinders innerhalb eines weiteren . . . . .	85
34. Durchbruchfeldstärke von Drähten und Stäben bei Gleichspannung (Gleichspannungscorona) . . . . .	85
35. Vergleich von Wechsel- und Gleichspannungscorona . . . . .	90
36. Minimumspannung für zylindrische Elektroden . . . . .	91
37. Townsends Ähnlichkeitsgesetz für zylindrische Elektroden . . . . .	93
38. Literaturverzeichnis . . . . .	94

	Seite
<b>II. Elektrizitätsträger und Stoßionisierung</b> . . . . .	97
39. Grundlinien . . . . .	97
40. Stoßionisierung. Allgemeines . . . . .	97
41. Die Townsendsche Theorie . . . . .	101
42. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	105
43. Clausiussche Weglängenverteilung . . . . .	107
44. Die Ionisierungszahlen $\alpha$ und $\beta$ . . . . .	111
45. Einfluß der mittleren freien Weglänge auf die Ionisierungszahlen	112
46. Paschens Gesetz . . . . .	114
47. Messung von $\alpha$ und $\beta$ . . . . .	116
48. Der dunkle Vorstrom und der Druck . . . . .	118
49. Werte der Konstanten in verdünnten Gasen . . . . .	122
50. Einfluß der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung auf die Ionisierungszahlen . . . . .	129
51. Polaritätseinflüsse. Entladungsbedingung in beliebig gestaltetem Feld	141
52. Das allgemeine Ähnlichkeitsgesetz elektrischer Entladungen . . .	148
53. Zusammenfassung . . . . .	149
54. Der negative Elektrizitätsträger . . . . .	151
55. Der positive Elektrizitätsträger . . . . .	156
56. Ionisierungsspannung . . . . .	157
57. Geschichtliches zur Theorie der Stoßionisierung . . . . .	160
58. Theorie der ionisierenden Stöße von B. Davis . . . . .	162
59. Theorie von J.S. Townsend über die Durchbruchfeldstärke von Drähten	165
60. Theorie von B. Davis über die Durchbruchfeldstärke von Drähten	167
<b>III. Stoßionisierung und Durchbruchfeldstärke in Luft bei Normaldruck</b>	170
61. Ebene Elektroden. Bestimmung der Ionisierungszahlen $\alpha$ und $\beta$ für kleine $\frac{U}{p}$ . . . . .	170
62. Konaxiale Zylinderelektroden . . . . .	181
63. Der Einfluß des Außenzylinders. Schichtdicke der Entladung . . .	188
64. Konzentrische Kugeln . . . . .	192
65. Entladungsschichtdicke bei Kugeln . . . . .	198
66. Disaxiale Zylinder. Allgemeines . . . . .	201
67. Disaxiale Zylinder. Kleinere Schlagweiten . . . . .	205
68. Disaxiale Zylinder bei beliebigen Abständen . . . . .	206
a) Zylinder-Ebene . . . . .	206
b) Zwei gleiche, sich nicht umhüllende Zylinder . . . . .	207
69. Grenzschlagweite bei Zylindern . . . . .	210
70. Das Minimum der Durchbruchfeldstärke bei Zylindern . . . . .	213
71. Zwei sich umhüllende exzentrische Zylinder . . . . .	216
72. Exzentrische, sich nicht umhüllende Kugeln. Das elektrische Feld zweier Kugeln . . . . .	216
73. Entladungsbedingung für zwei gleiche Kugeln . . . . .	224
74. Die Grenzschlagweite bei Kugeln . . . . .	225
75. Das Minimum der Durchbruchfeldstärke bei Kugeln . . . . .	227
76. Vergleich mit dem Experiment . . . . .	229
77. Eine Kugel geerdet . . . . .	231
78. Das Maximum der Anfangsspannung bei zwei Kugeln bei gegebener Schlagweite . . . . .	232
<b>IV. Anhang</b> . . . . .	234
79. Das Integral $\int_a^x e^{-x^2} dx = MS(x)$ . . . . .	234
80. Das Integral $\int_a^b e^{z^2} dz = \psi(b) - \psi(a)$ . . . . .	238
Sachverzeichnis . . . . .	244
Druckfehler-Berichtigung . . . . .	246

# I. Experimentelle Grundlagen<sup>1)</sup>.

## 1. Die verschiedenen Entladungsspannungen.

Unter normalen Verhältnissen sind die Gase fast völlige Nichtleiter für den elektrischen Strom. Der Elektrizitätsverlust einer gut isolierten Elektrode in einem Gase ist so gering, daß er nur mit den feinsten Meßmethoden nachzuweisen ist. Wird die elektrische Spannung, die z. B. ein Metallkörper gegen seine Umgebung hat, und damit auch das elektrische Feld in seiner Nachbarschaft erhöht, so bleibt das zunächst so, bis schließlich bei einem bestimmten Wert der Spannung und des Feldes scheinbar ganz plötzlich das Gas seine isolierenden Eigenschaften vollständig oder zum Teil verliert. Bei geringem Abstand nicht zu kleiner Elektroden tritt bei Steigerung der elektrischen Spannung über einen scharf definierten Wert ohne wesentliche Vorerscheinungen sofort der völlige elektrische Durchbruch des Gases ein (Funkenentladung), bei größeren Elektrodenabständen zunächst ein Glimmen an den Elektroden, dann eine Entladung in Form eines oder mehrerer Lichtbüschel an den Elektroden und dann erst der völlige Überschlag, der bei genügender Leistung der Energiequelle zu einem Lichtbogen führt (s. M. Töpler<sup>162-167</sup>). Die Spannung, bei der das erste Anzeichen einer Entladung merkbar wird (Licht, Geräusch, Ionisierungswirkungen), heißt Anfangsspannung. Die dieser Spannung entsprechende Feldstärke wird als Anfangs- oder Durchbruchfeldstärke bezeichnet. Bis zum Erreichen dieser Spannung herrscht (abgesehen von sehr kleinen Elektroden und sehr geringen Drucken) wesentlich das elektrostatische ladungsfreie Feld. Bei weiterer Spannungssteigerung wird nach Durchlaufen des Glimmstadiums die Glimmgrenzspannung erreicht, bei der die Büschelentladung beginnt, und schließlich tritt die Büschelgrenzspannung auf, bei der die Entladung in die Lichtbogenform übergeht. Die Funkenspannung, bei welcher der völlige Durchbruch des Dielektrikums stattfindet, kann mit jeder dieser Spannungen zusammenfallen. Je nach Druck, Temperatur, Elektrodengröße und Elektrodenabstand kann die eine oder die andere dieser Entladungsformen ausbleiben. Die einzelnen Spannungen folgen ganz verschiedenen Gesetzen, die speziell W. Weicker<sup>193</sup>) (für Wechsel-

---

1) Nummernverzeichnis der zitierten Originalarbeiten s. Abschnitt 38.

spannungen) untersucht hat. Abb. 1 zeigt den Verlauf der Entladungsspannungen bei wachsendem Elektrodenabstand für verhältnismäßig kleine Elektroden (Spitzen und kleine Kugeln). Die Anfangsspannung verläuft mit dem Elektrodenabstand durchaus stetig. Die Funken-

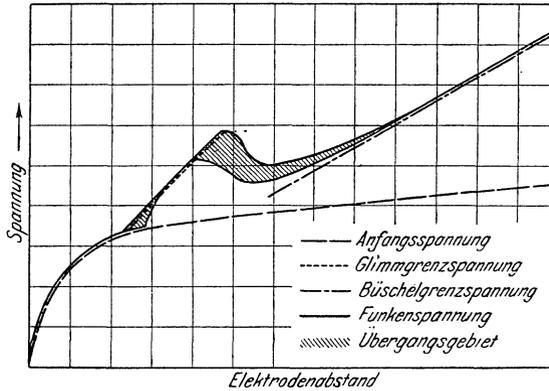


Abb. 1. Entladungsspannungen abhängig vom Elektrodenabstand.

spannung ist nur für kleine Abstände mit der Anfangsspannung identisch, wird dann Glimmgrenzspannung und schließlich Büschelgrenzspannung. In den schraffierten Grenzgebieten nähert sie sich bald mehr der einen, bald mehr der anderen Grenzspannung, so daß hier ganz

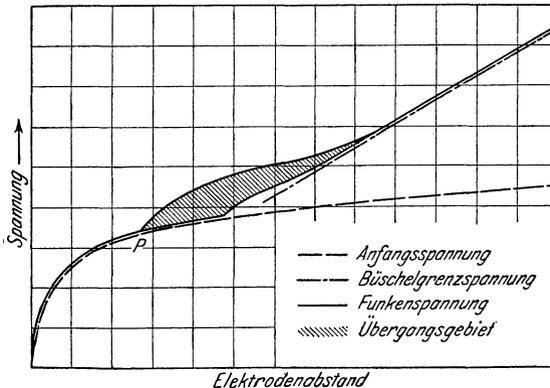


Abb. 2. Entladungsspannungen abhängig vom Elektrodenabstand.

unregelmäßige Werte gemessen werden. Für größere Elektroden (Kugeln über 2 cm Durchmesser) wird das Gebiet der Glimmentladung stark verkleinert, das Glimmen wird sehr lichtschwach, die Grenzgebiete ziehen sich zusammen, so daß man etwa das Bild der Abb. 2 erhält.

Bei Kugelelektroden (und Wechselfspannungen) ist der kritische Abstand, bei dem die Funkenspannung anfängt von der Anfangsspannung abzuweichen, bei symmetrischer Spannungsverteilung für kleine Kugeln etwa gleich dem dreifachen Durchmesser und nimmt mit wachsender Kugelgröße ab. Ist eine Kugel geerdet, so wird dieser Abstand viel kleiner.

Bei Gleichspannungen hat M. Töpler<sup>167)</sup> diese Verhältnisse eingehend untersucht. Er gibt als Grenze an, bei der in ca. 5<sup>0</sup>/<sub>10</sub> der Fälle die Funkenspannung nicht mehr der Anfangsspannung folgt:

$$\begin{array}{l}
 2 \text{ gleiche Kugeln. Eine geerdet.} \\
 2 \text{ gleiche Kugeln. Symmetrische Spannungsverteilung} \\
 \text{Kugel gegen Platte . . . . .}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \text{Anode isoliert } \frac{\delta}{r} \approx 4,0 \\
 \text{Kathode isoliert } \frac{\delta}{r} \approx 2,6. \\
 \frac{\delta}{r} \approx 11. \\
 \text{Kugel Anode } \frac{\delta}{r} \approx 3,4 \\
 \text{Kugel Kathode } \frac{\delta}{r} \approx 1,8.
 \end{array}
 \right.$$

( $\delta$  Schlagweite,  $r$  Kugelradius.)

Die einzelnen Entladungsformen folgen einander bei Gleichspannung ebenfalls wie in Abb. 1 und 2 angedeutet, nur mit dem Unterschied, daß (bei Entladung Kugel—Platte, wo sich die jeweilige positive oder negative Entladungsform ungestört ausbilden kann) das Glimmen nur bei positiv geladener Kugel auftritt und nur bei kleineren Kugeln (Durchmesser  $< 1,5$  cm). Bei der negativen Entladung tritt das Glimmen nicht auf (bzw. nur bei schwächstem Strom an Spitzen), sondern es folgt auf die Anfangsspannung gleich die Büschelgrenzspannung, die aber nur bei stumpfen Spitzen und nur ausnahmsweise und vorübergehend an Kugeln auftritt. An die Stelle der Büschelentladung tritt hier meist die negative Streifenentladung (viele kurze fadenförmige Lichtbüschel). Bei Hochfrequenz (durch eine vorgeschaltete kleine Funkenstrecke erzeugt) tritt auch bei der positiven Entladung statt des Glimmens eine Streifenentladung auf. Die negative Streifengrenzspannung (z. B. bei der Anordnung Kugel—Platte) löst sich viel früher von der Kurve der Anfangsspannung als die positive Büschelgrenzspannung und hat bei gleicher Schlagweite einen mehrfach höheren Wert. Der Unterschied beider nimmt mit wachsender Kugelgröße langsam ab. Beide Spannungen verlaufen annähernd linear mit der Schlagweite. Die Büschelgrenzspannung bei Wechselstrom fällt annähernd mit der erheblich niedrigeren positiven Büschelgrenzspannung zusammen.

Die positive Büschelentladung besteht in der Regel aus einem einzigen großen Büschel mit wenigen kräftigen Ästen. Die negative

Büschelentladung besteht auch aus einem einzigen Büschel, das außerordentlich weit und fein verzweigt ist, das aber fast immer durch die Streifenentladung ersetzt wird. Im allgemeinen hat bei einer räumlich ausgedehnten Entladung jeder Teil seine eigene Charakteristik. So hat nach M. Töpler z. B. der Stiel des Büschels die

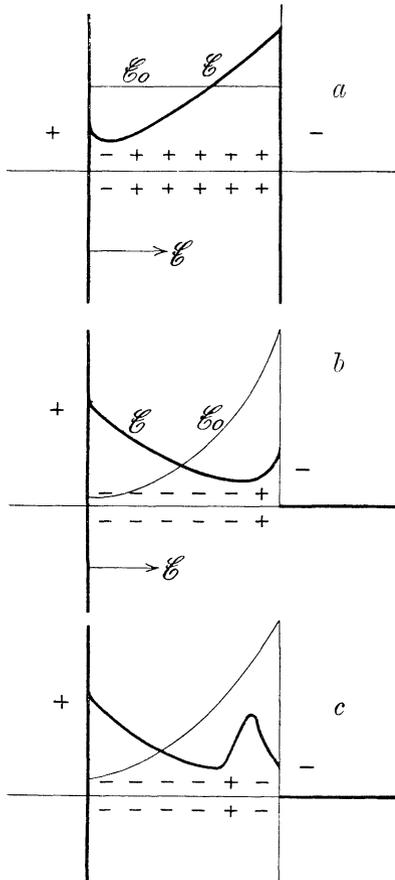


Abb. 3.

abfallende Charakteristik des Büschellichtbogens, während das Ganze, bzw. der übrige Teil um so mehr, eine positive, ansteigende Charakteristik hat. F. Grünewald<sup>55)</sup> bestätigt diese Ergebnisse bei Entladungen an technischen Freileitungsisolatoren, wenn diese von einer Influenzmaschine unter Gleichhochspannung gesetzt werden. Es tritt ein starker polarer Unterschied auf, indem die Überschlagsspannung (Büschelgrenzspannung) bei negativer Stütze und positivem Draht um den Kopf des Isolators bedeutend niedriger ist, als wenn die Stütze positiv und der Draht negativ ist. Beide Spannungen sind höher als die Überschlagsspannung bei technischem Wechselstrom von  $50 \text{ Per sek}^{-1}$ . Wir haben uns offenbar vorzustellen, daß die Entladung wesentlich von dem frei im Raum befindlichen Draht um den Kopf geht, während die Entladungsphasen an der allseitig von Porzellan umhüllten Stütze sich nur unvollkommen ausbilden können.

Ob eine Entladung nach Erreichen der Anfangsspannung unvollkommen bleibt (Glimmen, Büschel) oder zum vollkommenen

Durchbruch führt (Knallfunken, Lichtbogen) hängt wesentlich von zwei Umständen ab. Erstens, ob durch die Feldverzerrung infolge der wandernden Elementarteilchen ein Anwachsen des Stromes bei gegebener Spannung begünstigt wird oder nicht (bei zwei großen verhältnismäßig nahen Elektroden nimmt mit wachsendem Strom die zur Aufrechterhaltung dieses Stromes nötige Spannung ab, bei zwei Spitzen bei nicht zu geringen Drucken hingegen zu [s. Townsend<sup>170a, b)</sup> und <sup>174)</sup>]).

Diese Feldumbildung ist aus der Verteilung der freien Ladungen in jedem Raumteil leicht zu ermitteln. Zwischen zwei Platten z. B. herrscht ladungslos das homogene Feld  $\mathcal{E}_0$ , s. Abb. 3, *a*. Sobald eine merkbare Strömung auftritt, wird fast der ganze Raum zwischen den Platten positiv aufgeladen (s. Abschn. 51) und der Verlauf der Feldstärke ist durch

$$\operatorname{div} \mathcal{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{d\mathcal{E}}{dx}$$

gegeben, wenn  $\rho$  die Ladungsdichte bedeutet und  $\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante. Zugleich muß gelten

$$\int_0^s \mathcal{E} ds = U,$$

wenn  $U$  die Spannung zwischen den Platten bedeutet. Die gleichmäßige Verteilung  $\mathcal{E}_0$  geht in die Verteilung  $\mathcal{E}$  über, wobei beide Verteilungskurven mit der Abszissenachse die gleiche Fläche ( $U$ ) einschließen müssen. Die Feldstärke an der Kathode wird erhöht, was die Entladung erleichtert, d. h. bei der gleichen Spannung  $U$  einen größeren Strom durchgehen läßt. So steigern sich die Wirkungen gegenseitig, bis der Lichtbogenzustand eingetreten ist und der größte Teil des Feldes unmittelbar an der Kathode liegt. Anders liegt die Sache bei einer Spitze, Abb. 3, *b*. Die negative glimmende Spitze sendet negative Träger aus, die zur Platte wandern, während die positiven Träger, unmittelbar in der Nähe der Spitze erzeugt, dieser zuwandern. Der Raum trägt wesentlich Ladung des gleichen Vorzeichens wie die Spitze, nur unmittelbar daran ist Ladung entgegengesetzten Vorzeichens vorhanden. Die Feldumbildung geschieht so, daß das Feld an der Spitze geschwächt, an der Platte gestärkt wird. Der Strom kann also bei gegebener Spannung zunächst nicht über ein gewisses Maß ansteigen. Bei der Vakuumladung hat man beobachtet<sup>1)</sup>, daß die hohe Feldstärke, die den Teilchen die zur Ionisierung nötige Geschwindigkeit gibt, nicht unmittelbar an der Kathode sich befindet, sondern daß zunächst ein schwaches Feld in deren unmittelbarer Nähe vorhanden ist. Dies würde zur Vorstellung einer Ladungsverteilung wie in Abb. 3 *c* führen, wo unmittelbar an der Kathode noch eine negative Schicht sich befindet<sup>2)</sup>.

Zweitens kommt es auf die Leistungsfähigkeit der Elektrizitätsquelle bzw. ihren Spannungsabfall mit wachsendem Strom an. Ist die Spannungsabhängigkeit sowohl der Entladungsstrecke als auch der Spannungsquelle vom Strom bekannt, so läßt sich der Endzustand mit Hilfe der von Kaufmann<sup>79)</sup> eingeführten Charakteristiken (Strom-Spannungskurven) bestimmen, wie Abb. 4, S. 6 zeigt.

1) S. z. B. Kossel, W.: Jahrb. d. Radioaktivität 18. 326. 1921.

2) Über die Anwendung der Schlierenmethode zum Studium der interessanten Vorgänge, die von dem Entladungsbeginn bis zum Lichtbogenfunken führen, s. a. Trey, F.: Phys. Z. 23, 193, 1922; sowie die Arbeiten von M. Töpler.

Ein stabiler Zustand ist nur dort möglich, wo die Charakteristik der Stromquelle die der Entladungsstrecke so schneidet, daß für wachsenden Strom die Spannung der Stromquelle geringer ist als die zum Aufrechterhalten dieses Stromes nötige Spannung der Entladecharakteristik (z. B.  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , während die Punkte  $\alpha$  und  $\beta$  nicht stabil sind, so daß bei einem zufälligen Anwachsen des Stromes dieser immer mehr zunehmen wird, bis er einen stabilen Punkt erreicht). Für eine Entladecharakteristik von der Form I

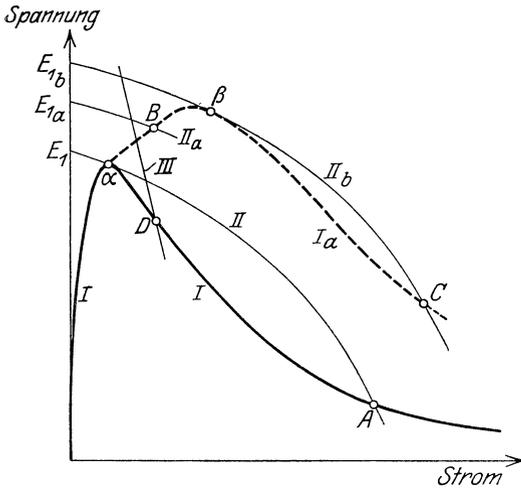


Abb. 4. Einstellung einer Gasentladung nach den Charakteristiken von Entladestrecke und Spannungsquelle.  $I$  Charakteristik einer kurzen Funkenstrecke.  $I_a$  Charakteristik einer Spitzenfunkenstrecke bei größerer Schlagweite und normalem Druck.  $II$   $II_a$   $II_b$  Charakteristiken von Stromquellen bei verschiedenen Leerlaufspannungen.  $III$  Charakteristik einer Stromquelle mit sehr großem Spannungsabfall.

wird bei Erreichen der Anfangsspannung ( $\alpha$ ) der Strom sofort bis  $A$  springen und ein Lichtbogen folgen. Für die Entladecharakteristik  $I_a$  (Glimm- oder Büschelentladung) ist der Punkt  $\alpha$  stabil, es beginnt etwa ein Glimmen an der Spitze. Bei wachsender Spannung wird auch  $B$  bei gesteigerter Spannung stabil durchlaufen, während bei  $\beta$  (etwa Büschelgrenzspannung) der Strom auf  $C$  (Lichtbogen, Knallfunken) springt. Mit einer Stromquelle vom Charakter  $III$  (große Vorschaltwiderstände, kleine Kapazität an den Elektroden) läßt sich auch für eine Entladung vom Charakter  $I$  eine kleine Stromstärke ( $D$ ) stabil einstellen. So konnten Töpler<sup>160, 161</sup>), Stark<sup>150, 151</sup>) und Kaufmann<sup>80</sup>) bei normalem Druck durch große

Vorschaltwiderstände und möglichst Verringerung der Kapazität der Elektroden bei Kugeln bei kleiner Schlagweite und bei normalem Druck ausgedehnte Glimmentladungen erzeugen. Und umgekehrt ist es denkbar, mit Stromquellen, deren Charakteristik, zunächst wenigstens, mit dem Strom genügend ansteigt, etwa bei Spitzen das Glimm- und Büschelstadium zu überspringen und bei der Anfangsspannung unmittelbar den vollen Überschlag zu bekommen. Da die Charakteristik einer Entladestrecke auch vom Druck abhängt, so kann eine Anordnung, die bei normalem Druck etwa eine unvollkommene Entladung sehr geringen Stromes ergibt, dies bei geringen Drucken nicht mehr leisten, wie es bei Spitzenentladungen (s. Abschnitt 26) und der Entladung von dünnen Drähten (Corona, s. Abschn. 34) beobachtet wurde.

Da wir uns im wesentlichen für die Anfangsspannung interessieren und für die Vorgänge, die zu ihr führen, ist der Charakter der danach entstehenden definitiven Entladungsform für uns nebensächlich. Ob also die Entladung einer Spitze die normale bei gewöhnlichen Drucken ist, oder ob sofort bei geringen Drucken eine ausgedehnte Glimmentladung entsteht, bleibt für die Bedingungen des Entstehens der Entladung gleichgültig, wenn nicht schon vor dem Entstehen in beiden Fällen verschiedene Bedingungen herrschten.

## 2. Vergleich von Anfangs- und Büschelgrenzspannung

nach W. Weicker<sup>193</sup>) bei Wechselspannung und normalem Druck)

### Anfangsspannung.

### Büschelgrenzspannung.

#### 1. Elektrodenform.

Sehr großer Einfluß. Bei Spitzen besonders die Größe des Öffnungswinkels und die Form des äußersten Endes von Bedeutung.

Sehr geringer Einfluß. Bei Spitzen die Größe des Öffnungswinkels von keiner, die Form des äußersten Endes nur von geringer Bedeutung.

#### 2. Elektrisches Feld.

Bedeutende Änderung der Spannung bei Störung des Feldes. Bei nicht zu kleinen Schlagweiten erhebliche Abhängigkeit von den Einzelspannungen der Elektroden gegen Erde.

Einfluß auf die Funkenspannung nur dann, wenn die Büschelbildung beeinflußt wird. Die Erdung einer Elektrode verringert die Funkenspannung selbst bei sehr großen Schlagweiten nur um ca. 2—3%.

#### 3. Luftfeuchtigkeit.

Kein Einfluß (bei relativer Feuchtigkeit von 35—53%).

Bedeutender Einfluß. Die Büschelgrenzspannung nimmt mit der absoluten, bei konstanter Temperatur also auch mit der relativen Feuchtigkeit zu. Oberhalb von 40% relativer Feuchtigkeit linear, darunter vermutlich noch stärker (40—90% relative Feuchtigkeit).

#### 4. Temperatur.

Spannung der absoluten Temperatur umgekehrt proportional (— 30° C bis + 30° C).

Spannung nimmt im allgemeinen stärker als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur ab, für große Schlagweiten mehr als für geringe (— 30° C bis + 30° C).

**5. Luftdruck.**

Spannung dem Luftdruck proportional (700—750 mm Hg).	Spannung nimmt stärker als proportional der Luftdichte zu (700—750 mm Hg).
--	--

**6. Bestrahlung.**

Aufhebung der Verzögerung.	Kein nachweisbarer Einfluß auf die Spannung.
----------------------------	--

**7. Periodenzahl.**

Von 20—75 Per sek<sup>-1</sup> kein Einfluß.

### 3. Tabellen der Anfangsspannungen für Kugelelektroden bei kleineren Schlagweiten.

Die am häufigsten untersuchte Elektrodenanordnung ist die zweier gleicher Kugeln. Die Messungen von physikalischer Seite benützen als Spannungsquelle meist die Influenzmaschine, ab und zu das Induktorium. Die von technischer Seite benützen den Wechselstromtransformator, der bei genügenden Vorsichtsmaßregeln (Kontrolle der Ohmschen und induktiven Spannungsabfälle, Fernbleiben von Resonanz, sorgfältige Messung des Scheitelfaktors) durchaus einwandfreie Werte liefert. Dabei wurde entweder ein Pol des Transformators geerdet oder die Mitte der Hochspannungswicklung (symmetrische Spannungsverteilung mit  $\pm \frac{U}{2}$  gegen Erde). Wird kein Teil des Transformators mit der Erde verbunden, so stellen sich die Spannungen der beiden Elektroden gegen Erde je nach den beiderseitigen Kapazitäten ein und man erhält, wenn nicht gute Symmetrie vorhanden ist, Spannungswerte, die zwischen den beiden oben erwähnten Grenzfällen liegen. Derselbe Einwand gilt auch für das Induktorium. Aus den Werten von Algermissen<sup>2)</sup> z. B. zeigt sich, daß bei ihm keineswegs symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde vorlag, sondern eine Unsymmetrie. Die Zahlen der Tabelle sind durch Ausgleich (besonders der Feldstärken, bei denen sich jede Unregelmäßigkeit der Messung sehr scharf zeigt, s. Abschnitt 16) der zuverlässigsten Messungen gewonnen. Unmittelbar zugrunde liegen ihr die Messungen von Heydweiller<sup>65, 66)</sup>, Orgler<sup>111)</sup>, Müller<sup>106)</sup>, Weicker<sup>193)</sup>, Estorff<sup>42)</sup>, Peek<sup>116, 117)</sup>, Chubb und Fortescue<sup>26)</sup>, Töpler<sup>188)</sup>. Anschließend an die Tabellen ist eine Zusammenstellung der wichtigeren Originalmessungen gegeben.

Die Werte für ebene Elektroden sind nach Messungen von Liebig<sup>92)</sup>, Müller<sup>106)</sup>, Baille<sup>6)</sup>, W. de la Rue und H. Müller<sup>135)</sup>, Abraham und Villard<sup>176)</sup>, Schumann<sup>146)</sup> zusammengestellt (s. Abschn. 14).

Für Schlagweiten von  $\frac{1}{2}$ —1 fachem Elektrodenradius ist die Anfangsspannung nur von der Spannung zwischen den Elektroden und nicht von deren Einzelspannungen gegen Erde abhängig.

Tabelle I.

Anfangsspannungen für zwei gleiche Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung, in normaler Luft. Druck 760 mm Hg, Temperatur 20° C, Spannungen in kV.

Schlagweite cm	Kugeldurchmesser in cm										Ebene Platten	
	1,11	2	2,54	5	6,25	6,66	7,5	10	12,5	15		25
	Peek	Weicker	Peek	Weicker, Estorff, Töpler	Peek	Peek	Estorff	Estorff, Weicker, Töpler	Peek	Weicker, Estorff, Töpler	Peek	
0,05	2,9	—	—	—	—	2,65	—	—	2,65	—	2,65	2,65
0,1	4,95	—	—	—	—	4,60	—	—	4,60	—	4,60	4,47
0,2	8,70	—	8,32	—	—	8,09	—	—	8,04	—	8,04	7,96
0,3	12,0	—	11,6	—	—	11,3	—	—	11,3	—	11,3	11,3
0,4	15,0	—	14,8	—	—	14,4	—	—	14,4	—	14,4	14,4
0,5	17,9	—	17,9	—	17,5	17,5	—	—	17,4	—	17,4	17,4
0,6	20,6	—	21,0	—	—	20,5	—	—	20,4	—	20,4	20,3
0,7	23,3	—	24,0	—	—	23,5	—	—	23,3	—	23,3	23,2
0,8	25,6	—	27,0	—	—	26,4	—	—	26,2	—	26,2	26,1
0,9	27,7	—	29,8	—	—	29,4	—	—	29,1	—	29,1	28,9
1	29,5	32,0	32,5	32,4	32,4	32,2	32,1	32,1	32,0	31,8	31,8	31,7
2	—	52,1	—	59,3	59,7	—	59,7	60,0	60,0	60,0	60,5	59,6
3	—	64,2	—	80,7	82,4	—	83,8	85,4	85,7	86,2	87,3	87,0
4	—	71,9	—	97,7	102	—	104	108	110	110	113,5	114
5	—	76,8	—	111	117	—	122	128	131	133	138	140
6	—	—	—	122	129,5	—	136	146	151	154	162	166
7	—	—	—	131	140	—	149	162	169	174	185	192
8	—	—	—	139	150	—	160	176	185	191	205	217
9	—	—	—	145	158	—	170	187	200	207	227	242
10	—	—	—	150	165	—	178	199,5	213	222	247	266
11	—	—	—	—	—	—	185	209	225	236	266	290
12	—	—	—	—	—	—	192	218,5	236	249	283	—
13	—	—	—	—	—	—	198	227	246	260	300	—
14	—	—	—	—	—	—	203	234	255	271	316	—
15	—	—	—	—	—	—	208	241	265	282	331	—
16	—	—	—	—	—	—	—	247	—	291	—	—
17	—	—	—	—	—	—	—	252	—	300	—	—
17,5	—	—	—	—	—	—	—	—	284	304	367	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	299	—	398	—
22,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	424	—
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	451	—
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	492	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	555	—

s. a. Abschn. 61 S. 173 die neueren Messungen v. W. Spath

Gleichspannungswerte. Für effektive Wechselspannungsmessungen durch  $\sqrt{2}$  zu dividieren.

Die Werte gelten für Anfangsspannungen. Wenn sich bei beschränkter Stromzufuhr (Influenzmaschine) nicht der völlige Durchschlag einstellt, so beziehen sich die angegebenen Spannungen auf den Beginn der Entladung.

Tabelle II.

Anfangsspannungen für zwei gleiche Kugeln, von denen eine geerdet ist, in normaler Luft.  
Druck 760 mm Hg, Temperatur 20° C, Spannungen in kV.

Schlagweite cm	Kugeldurchmesser in cm									Ebene Platten
	0,5	1	2	2,5	5	6,25	12,5	25	37,5	
	Heyd- weiller	Heyd- weiller	Heyd- weiller	Orgler	Müller, Weicker	Peek	Peek	Peek	Chubb und Fortescue	
0,01	1,10	1,02	0,993	—	—	—	—	—	—	—
0,02	1,60	1,53	1,52	—	—	—	—	—	—	—
0,03	2,07	2,02	1,97	—	—	—	—	—	—	—
0,04	2,50	2,46	2,38	2,26	—	—	—	—	—	—
0,05	2,92	2,87	2,79	2,67	—	—	—	—	—	2,65
0,06	3,32	3,26	3,18	3,07	—	—	—	—	—	—
0,08	4,08	4,03	3,96	3,86	—	—	—	—	—	—
0,1	4,87	4,80	4,74	4,61	—	—	—	—	—	4,47
0,2	8,51	8,37	8,28	8,20	—	—	—	—	—	7,96
0,3	11,5	11,7	11,6	11,5	—	—	—	—	—	11,3
0,4	14,0	14,8	14,7	14,6	—	—	—	—	—	14,4
0,5	15,9	17,5	17,7	17,6	17,5	17,4	17,4	—	—	17,4
0,6	17,3	20,0	20,7	—	20,4	—	—	—	—	20,3
0,7	18,4	22,0	23,5	—	23,2	—	—	—	—	23,2
0,8	19,3	24,0	26,2	—	26,1	—	—	—	—	26,1
0,9	19,9	25,5	28,6	—	28,9	—	—	—	—	28,9
1	20,5	27,1	31,0	—	31,8	31,9	31,9	31,7	—	31,7
1,1	—	—	—	—	34,5	—	—	—	—	—
1,2	—	—	35,0	—	37,1	—	—	—	—	—
1,3	—	—	—	—	39,9	—	—	—	—	—
1,4	—	—	—	—	42,5	—	—	—	—	—
1,5	—	—	—	—	45,0	45,3	45,8	46,0	—	—
2	—	—	—	—	56,7	58,9	59,5	59,7	—	59,6
3	—	—	—	—	74,6	78,4	85,0	86,0	87,2	87,0
4	—	—	—	—	87,4	92,4	108	111	113	114
5	—	—	—	—	96,6	105	129	136	139	140
6	—	—	—	—	104	114	146	160	164	166
7	—	—	—	—	109	121	162	182	188	192
8	—	—	—	—	114	126	175	203	212	217
9	—	—	—	—	—	131	186	223	235	242
10	—	—	—	—	—	135	197	241	256	266
12	—	—	—	—	—	—	214	274	296	—
15	—	—	—	—	—	—	231	314	351	—
17,5	—	—	—	—	—	—	244	342	392	—
20	—	—	—	—	—	—	253	365	426	—
22,5	—	—	—	—	—	—	—	385	—	—
25	—	—	—	—	—	—	—	402	—	—
30	—	—	—	—	—	—	—	430	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	468	—	—

Gleichspannungswerte. Für effektive Wechselfspannungswerte durch  $\sqrt{2}$  zu dividieren

Bei empiglig geerdeten Kugeln ist die Influenzgefahr viel größer als bei symmetrischer Spannungsverteilung. Aus diesem Grund sind die Werte dieser Tabelle nicht so zuverlässig wie die Werte der Tabelle I.

**Zusammenstellung der wichtigsten Messungen an Kugelelektroden.**

I. Gleichspannung ( $\phi$  Kugeldurchmesser in cm,  $\delta$  Schlagweite in cm).

Baille <sup>9)</sup>	$\phi$ 0,1 0,35 0,6 1,0 3,0 $\delta$ 0,05—1,00	Eine Kugel geerdet
Heydweiller <sup>66)</sup>	$\phi$ 0,5 1,0 2 5 $\delta$ 0,1—1,5 0,1—1,0 0,1—1,6 0,5—1,6	Eine Kugel geerdet
Heydweiller <sup>65)</sup> Paschen <sup>112)</sup>	$\phi$ 2 1 0,5 j $\delta$ 0,02—0,80 0,01—0,80 0,01—1,50	Eine Kugel geerdet
Orgler <sup>111)</sup>	$\phi$ 2,5 $\delta$ 0,04—0,50	Eine Kugel geerdet
Bichat und Blondlot <sup>10)</sup>	$\phi$ 1 $\delta$ 0,1—2,2	Eine Kugel geerdet
Voigt <sup>180)</sup>	$\phi$ 2 4 5 6 $\delta$ 1,2—1,6 1,2—5 1,2—4,5	Eine Kugel geerdet
Müller <sup>106)</sup>	$\phi$ 2 5 $\delta$ 0,5—10 0,5—17	Eine Kugel geerdet
Villard und Abraham <sup>176)</sup>	$\phi$ 5 10 30 j $\delta$ 0,6—53 0,6—36 0,6—13	Mit Influenzmaschine. Symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde. Aber nicht angegeben, wodurch erreicht. Auch Kugel-Platte
Freyberg <sup>46)</sup>	$\phi$ 0,5—6 $\delta$ 0,1—1,0	Eine Kugel geerdet
Paschen <sup>112)</sup>	$\phi$ 0,5 1,0 2,0 $\delta$ 0,01—1,50 0,01—0,80	Eine Kugel geerdet
Kowalski <sup>86)</sup>	$\phi$ 2 $\delta$ 0,1—8	Kugel gegen Platte

II. Wechselspannung.

Weicker <sup>193)</sup>	$\phi$ 1 2 5 10 15 Spitzen $\delta$ 1—60 1—20 1—15 8—60	Anfangsspannung und Büschelgrenzspannung. Symmetrische Spannungsverteilung und eine Kugel geerdet. Auch Kugel-Ebene
Estorff <sup>42)</sup>	$\phi$ 0,1 0,3 0,45 1,0 1,5 2,15 3,5 5,0 7,5 10,0 15,0 $\delta$ 0,1—45,0 0,1—25 0,1—17,5	Funkenspannung Symm.Sp.vrtlg.
Peek <sup>117)</sup>	$\phi$ 6,25 12,5 25 50 $\delta$ 0,50—10 0,25—20 0,5—40 2—20	Symmetrische Spannungsverteilung und eine Kugel geerdet
Peek <sup>116)</sup>	$\phi$ 0,316 1,110 2,54 6,66 12,5 25 $\delta$ 0,0025—1,17 0,0127—12,70	Symmetrische Spannungsverteilung
Kowalski und Rappel <sup>87)</sup>	$\phi$ 2 3,85 10 15 20 30 j $\delta$ 0,1—1,6	Eine Kugel geerdet
Chubb und Fortescue <sup>26)</sup>	$\phi$ 25 37,5 50 $\delta$ 1,2—28 3—20 4—16	Eine Kugel geerdet

Töpler <sup>166)</sup>	$\phi$ 2	5	10	15	Funkenstrecke im Metallkäfig von 200 cm Durchm. $\phi = 2$ bei Gleichspannung. Symmetrische Spannungsverteilung und eine Kugel geerdet
	$\delta$ 1-6	1-12	1-20	1-16	
	Gleichspannung				
Voege <sup>177)</sup>	$\phi$ 1	1,4	2		Induktorium, nicht geerdet
	$\delta$ 1-8	3-10	2-10		

#### 4. Die Anfangsspannung bei größeren Schlagweiten. Die Anordnung Kugel—Platte.

Für kleine Schlagweiten wächst die Anfangsspannung angenähert proportional dem Abstand, für größere biegt die Kurve nach der Abszissenachse zu ab. Wie schon Bailie<sup>6)</sup> festgestellt hat, gibt es für jede Schlagweite einen Kugelradius, bei dem die Anfangsspannung ein Maximum ist. Ebene Elektroden geben also nicht die größten Funkenspannungen. Mit wachsender Schlagweite wächst auch dieser Kugelradius. Die Anfangsspannung von Kugeln, bei denen eine geerdet ist, ist bei größeren Schlagweiten geringer als für symmetrische

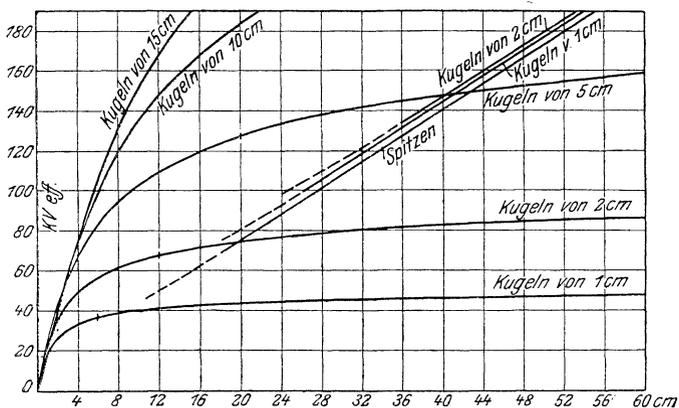


Abb. 5. Effektive Anfangs- und Büschelgrenzspannung zwischen gleichen Kugeln und gleichen Spitzen bei symmetrischer Spannungsverteilung nach W. Weicker. 740 mm Hg, 20° C. Bis zu den senkrechten Strichen fallen Anfangs- und Funkenspannung zusammen.

Spannungsverteilung. Der Unterschied tritt bei um so kleineren Schlagweiten auf, je kleiner die Kugeln sind.

Für große Schlagweiten hat Weicker<sup>193)</sup> den Verlauf der Anfangsspannung bei Wechselstrom untersucht. Den Verlauf für zwei Kugeln von 1 cm bis 15 cm Durchmesser bei symmetrischer Spannungsverteilung zeigt Abb. 5. Bei größeren Schlagweiten wächst die Anfangsspannung nur noch sehr langsam. Für Kugeln und Spitzen gegenüber einer geerdeten Platte zeigt Abb. 6 den Verlauf. Dabei ist die Anfangsspannung der Anordnung Kugel—geerdete Platte nicht etwa gleich der

halben Anfangsspannung für zwei gleiche Kugeln desselben Durchmessers bei symmetrischer Spannungsverteilung, wie es nach den Gesetzen der Elektrostatik zu erwarten wäre, sondern größer. Aus den Versuchen von Weicker für Kugeln von 1 cm bis 15 cm Durchmesser ergeben sich in dem Bereich, in dem die Funkenspannung Anfangsspannung ist, Unterschiede bis zu 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. (Kugeln von 5 cm Durchmesser bei Schlagweiten von 6 bis 10 cm gegen eine Ebene.)

Der Unterschied scheint mit der Schlagweite zuzunehmen, wenigstens bei größeren Kugeln. Bei gegebener Schlagweite scheint es dagegen einen Kugeldurchmesser zu geben, bei dem der Unterschied am größten wird (bei Weicker Kugeln von 5 cm Durchmesser). Vergleicht man Werte für große Schlagweiten (30 cm gegen Ebene), so ergibt sich für 1-cm-Kugeln ein Unterschied von 11,5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, für

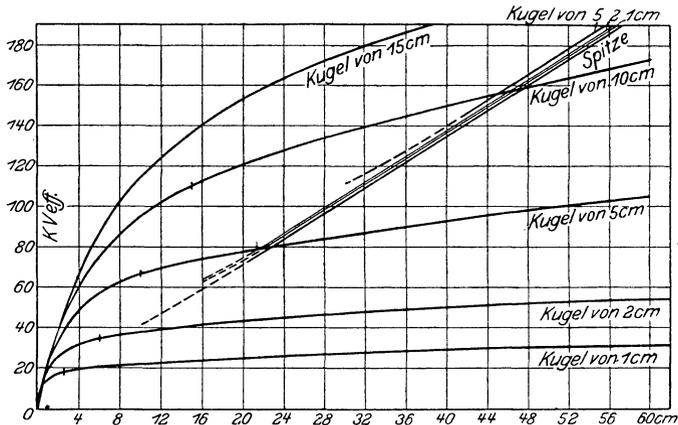


Abb. 6. Effektive Anfangs- und Bündelgrenzspannung von Kugeln und Spitzen gegen eine Ebene. 740 mm Hg, 20° C. Bis zu den senkrechten Strichen fallen Anfangs- und Funkenspannung zusammen.

2-cm-Kugeln 8<sup>0</sup>/<sub>0</sub> und für 5-cm-Kugeln 7<sup>0</sup>/<sub>0</sub>. Wegen der schwierigen Beobachtung der Höhe der Anfangsspannung bei großen Schlagweiten sind diese Werte unsicher. Dieselben Effekte gehen auch aus den Messungen von Villard und Abraham<sup>176)</sup> hervor.

Eine analoge Erscheinung hat schon Steinmetz<sup>152)</sup> beobachtet. Er fand bei zwei gleichen Kugeln von 6,4 mm Durchmesser und einer Schlagweite von 22,8 cm, bei 125 Persek<sup>-1</sup>, daß das Einbringen einer Messingscheibe von 4 mm Dicke und 25 bis 38 cm Durchmesser symmetrisch zwischen den Elektroden die Funkenspannung um ca. 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> erhöhte, trotzdem der Luftzwischenraum dadurch verkleinert wurde. Auch bei glimmenden Spitzen kann man durch Einschleiben eines Metallbleches das Glimmen zum Verschwinden bringen.

### 5. Spannungsmessung mit Kugelelektroden.

Für genaue Messungen eignet sich nur die Anfangsspannung. Am besten, wenn die Anfangsspannung auch Funkenspannung ist, da namentlich bei größeren Elektroden der Beginn des sehr lichtschwachen Glimmens schwer festzustellen ist. Aus diesem Grunde sollte bei Kugelelektroden mit der Schlagweite nicht viel über den Kugeldurchmesser hinausgegangen werden (höchstens bis zum Doppelten). Sehr große Sorgfalt ist auf Fernhaltung von Feldstörungen (Influenz usw.) zu legen, ganz besonders, wenn eine Elektrode geerdet ist. Ganz ausschalten kann man diese sehr störende Erscheinung durch Umhüllen der Strecke mit einem geerdeten Metallkäfig [M. Töpler<sup>168</sup>], wobei die Strecke dann natürlich besonders geeicht werden muß.

M. Töpler<sup>168</sup>) hat den Einflusseinfluß eingehend untersucht, der von einem die ganze Strecke einhüllenden metallischen Zylinder ausgeübt wird, und für die Anfangsspannung Kurven von der Art der Abb. 7 gefunden. Bei kleinen Schlagweiten wird die Anfangsspannung größer, bei größeren Schlagweiten kleiner als die wahre. Bei symmetrischer Spannungsverteilung ist der Unterschied der Kurven verhältnismäßig gering, ihr Schnittpunkt liegt etwa bei Schlagweite gleich Durchmesser. Bei einem geerdeten Pole hingegen werden die Einflüsse schon bei sehr großen umhüllenden Zylindern sehr bedeutend und die Kurven schneiden sich bei relativ sehr geringen Schlagweiten.

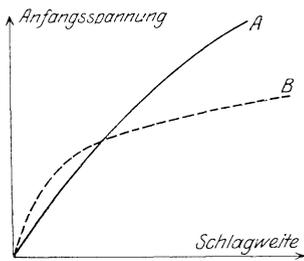


Abb. 7. Einfluß eines die Funkenstrecke umhüllenden geerdeten Zylinders auf die Anfangsspannung. A Elektroden frei im Raum, B Elektroden im Zylinder.

Die Dicke der Zuleitungsdrähte bei Kugelelektroden bis etwa  $\frac{1}{10}$  Kugeldurchmesser hat bei den oben angegebenen geringen Schlagweiten keinen Einfluß. Die Zuleitungen dürfen nicht mit Isolationsmaterial überzogen sein [M. Töpler<sup>168</sup>), A. Heydweiller<sup>66</sup>], da die abgeschiedenen Ionenladungen die Messung fälschen. Künstliche Ionisierung (durch ultraviolettes Licht, Radium- oder Röntgenstrahlen) ist besonders bei kleinen Schlagweiten und bei hohen Frequenzen zur Beseitigung der Verzögerung erforderlich, da man sonst zu hohe Werte erhält. Der Kugeldurchmesser soll nicht mehr als 0,1% variieren, die Krümmung nicht mehr wie 1% [F. W. Peek<sup>117</sup>]. Verdickungen und Metallkragen der Zuleitungen sind möglichst zu vermeiden und weit entfernt von den Kugeln anzubringen, mindestens in einer Entfernung gleich der doppelten Schlagweite. Der Abstand der Kugeln von der Erde und den nächsten umgebenden Teilen sollte bei horizontaler Anordnung für symmetrische Spannungsverteilung mindestens gleich dem fünffachen, für den Fall einer geerdeten Elektrode etwa

gleich dem zehnfachen Kugeldurchmesser sein, falls die Schlagweite nicht über 1 bis 2 Kugeldurchmesser gewählt wird. Die Überschlagswerte bei Gleich- und Wechselspannungen sind dieselben, wenn auf den Höchstwert der Wechselspannung bezogen wird. Von der Frequenz sind die Anfangsspannungen bis etwa  $10^6$  Per sek<sup>-1</sup> unabhängig (bei ganz sauberer gut polierter Elektrodenoberfläche und Bestrahlung). In der Nähe der Anfangsspannung sind unstetige Zustandsänderungen möglichst zu vermeiden, da diese freie Schwingungen erregen können und die Strecke bei scheinbar zu geringer Spannung überschlägt (langsame, stetige Spannungssteigerung bei Messungen, genügende Bestrahlung). Innerhalb geringer Druck- und Temperaturschwankungen ist die Anfangsspannung nach Weicker<sup>193</sup>) proportional der Luftdichte zu setzen (proportional dem Druck, umgekehrt proportional der absoluten Temperatur). Nach Heydweiller<sup>66</sup>) beträgt die Spannungszunahme 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> bei je  $-3^{\circ}$  C Temperatur oder  $+8$  mm Hg Druckänderung.

Von der Luftfeuchtigkeit ist sie innerhalb nicht zu großer Schwankungen unabhängig. Über eigentümliche Verzögerungserscheinungen an zwei in Serie geschalteten gleichen Funkenstrecken s. Nordmeyer<sup>108</sup>).

## 6. Die Spitzenfunkenstrecke zur Spannungsmessung.

Die Spitzenfunkenstrecke ist zu genauen Spannungsmessungen im allgemeinen ungeeignet. Die Anfangsspannung ist sehr stark von der Schärfe der Spitze abhängig, die sich nach jedem Überschlag ändert und für verschiedene Spitzen, z. B. Nähnadeln, kaum reproduzierbar ist. Nur bei gut definierten Drahtenden und Beschränkung auf kleinste Ströme lassen sich Spitzen im Gebiet der Anfangsspannung zur Messung geringerer Spannungen verwenden (s. Abschnitt 27). Bei Nähnadeln beobachtete H. W. Fisher, Trans. Int. Electr. Congress 1904 (2) 294 bei einem bestimmten Krümmungsradius ein Minimum der Funkenspannung. So ergibt sich bei 6,2 kV<sub>eff</sub> für Nadelspitzen von 0,038 mm Durchmesser eine größte Schlagweite von 10,7 mm, bei 10 kV<sub>eff</sub> und 0,043 mm Durchmesser eine solche von 16,4 mm.

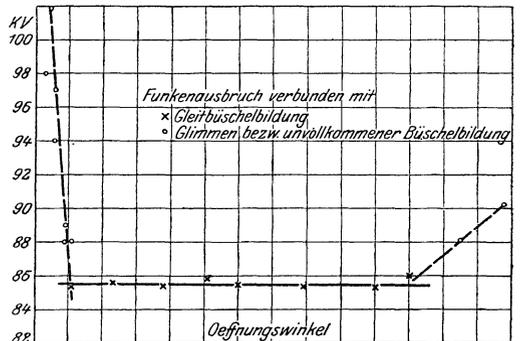


Abb. 8. Effektive Funkenspannung zwischen zwei Spitzen, abhängig vom Öffnungswinkel. 25 cm Schlagweite (nach W. Weicker).

Bei größeren Schlagweiten ist und sehr feinen Spitzen die Funken spannung zugleich Glimmgrenzspannung und sehr unregelmäßig. Erst bei größeren Öffnungswinkeln bildet sich ein richtiges Büschel aus, die Funken spannung ist Büschelgrenzspannung und wird zu Messungen geeignet, wenn es nicht auf besondere Genauigkeit ankommt.

Abb. 8, S. 15 zeigt nach Messungen von Weicker, welch großen Einfluß der Öffnungswinkel einer Spitze auf die entstehende Entladungsform und damit auf die Funken spannung hat.

Weicker empfiehlt ihre Anwendung daher nur für Spannungen von 85 bis 100 kV (effektive Wechselfspannungen von 60 bis 70 kV) und Schlagweiten von etwa 20 cm an aufwärts, mit einem Öffnungswinkel von 25 bis 40°, vorderes Ende etwas abgefeilt, um die Abnutzung durch den Funken zu beseitigen. Für zwei solche Elektroden gelten bei 740 mm Hg, 20° C, 50% relativer Feuchtigkeit die effektiven Wechselfspannungswerte der Abb. 5 und 6 (Büschelgrenzspannungen).<sup>1)</sup>

Spannung und Schlagweite hängen in diesem Gebiet linear zusammen nach dem empirischen Gesetz [Weicker<sup>193)</sup>

$$U = 30 + (\delta - 6)(2,8 + 0,06 q)$$

für 740 mm Hg und 20° C.  $U$  effektive Spannung in kV,  $\delta$  Schlagweite in cm,  $q$  absolute Feuchtigkeit in g/cbm.

Für 10 mm Hg Druckzunahme nimmt  $U$  um 2,4% zu. Die Konstanten 30 und 6 sind von der Temperatur unabhängig, die beiden letzten 2,8 und 0,06 hängen davon in noch nicht sicher gestellter Weise in der Art ab, daß  $U$  etwas stärker abnimmt als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur. Allgemein ist  $U$  von der Form

$$U = a + b \delta,$$

wo die Konstanten  $a$  und  $b$  fast unabhängig von der Elektrodenform sind (Kugeln von 1 cm Durchmesser geben bei genügender Schlagweite etwa 3%, solche von 2 cm Durchmesser etwa 4% höhere Werte als Spitzen). Diese lineare Spannungszunahme von 3,6 bis 4 kV je cm hat Peek<sup>120)</sup> bis zu Spannungen von 1000 kV<sub>eff</sub> bestätigt gefunden.

Weiteres über Büschelgrenzspannungen bei Spitzen s. Grob<sup>54)</sup>, Klingelfueß<sup>85)</sup>, Töpler<sup>162, 163, 164, 167)</sup>, Villard und Abraham<sup>176)</sup>, Voege<sup>177, 179)</sup>, Walter<sup>182)</sup>.

Die folgenden Bemerkungen beziehen sich alle auf Anfangsspannungen.

## 7. Verzögerung.

Der Verzögerungseffekt wurde von A. Töpler<sup>159)</sup> entdeckt und von G. Jaumann<sup>77, 78)</sup> und besonders W. Warburg<sup>183, 185, 186, 187a)</sup> untersucht. Er besteht darin, daß zwischen dem Anlegen einer Spannung an eine Funkenstrecke und dem Überschlag eine gewisse

1) Es sind dies die schrägen geraden Linien, deren Anfang, wo die Meßwerte noch stark schwanken, gestrichelt gezeichnet ist.

Zeit verstreichen kann und daß sehr kurzfristig an eine Strecke eine mehrmals höhere Spannung ohne Überschlag angelegt werden kann als die Strecke bei dauernder Beanspruchung aushält. Durch Hereinbringen von Elektrizitätsträgern (Ionen oder Elektronen) läßt sich die Verzögerung stark verringern, z. T. beseitigen. (Bestrahlen der Elektroden mit ultraviolettem Licht, Bestrahlung mit Röntgenstrahlen, Ionisierung durch glühende oder durch glimmende Leiter.) Sehr stark ist die Verzögerung im Dunkeln. Bei größeren Elektroden ist sie besonders merkbar bei kleinen Schlagweiten [Weicker<sup>193</sup>), Schumann<sup>146</sup>]. Je kleiner die Elektroden sind, d. h. je kleiner der im Bereich einer hohen Feldstärke liegende Raum ist, desto größer ist der Effekt. Besonders bei sehr feinen Spitzen [Warburg und Gorton<sup>188, 51</sup>), Edmunds<sup>40</sup>] und bei sehr dünnen parallelen Drähten (Durchmesser 0,0135 und 0,0052 cm) [Farwell<sup>44</sup>]. Bei etwas stärkeren Drähten verschwindet die Verzögerung [(Edmunds<sup>44</sup>), Peek<sup>115</sup>), Whitehead<sup>194, 195</sup>].

Bei größeren Elektroden bleibt sie auch bis zu Schlagweiten von mehreren cm (wenigstens bei Gleichspannungen) merkbar. Müller<sup>106</sup>) z. B. findet Verzögerungen bis zu 7 Minuten Dauer bei kräftiger Ra-Strahlung, wobei die Spannung den wahren Überschlagswert hat. In sehr trockenen Gasen ist sie viel größer als in feuchten [Warburg<sup>184</sup>]. Bei Wechselfpannungen ist sie geringer als bei Gleichspannungen. Bei hohen Drucken findet sie Hayashi<sup>62</sup>) erheblich stärker als bei normalem Druck. Bei hohen Drucken wird kurzwelliges Licht stark absorbiert, man nimmt dann besser eine Röntgenröhre (s. a. C. E. Guye und P. Mercier, Arch. sc. phys. et nat. (5) 4, 27, 1922 und G. Hammerschaimb und P. Mercier<sup>60</sup>). Nach Orgler<sup>111</sup>) ist sie in H<sub>2</sub> am geringsten, in N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> und Luft ungefähr gleich, in CO<sub>2</sub> sehr groß.

In Cl<sub>2</sub> ist sie größer als in Luft, in Br<sub>2</sub> und J<sub>2</sub> größer als in Cl<sub>2</sub> [Ritter<sup>130</sup>), Warburg und Gorton<sup>188</sup>]), dagegen in He sehr gering (J. J. Thomson: Elektrizitätsdurchgang durch Gase, S. 372). Von der Frequenz ist sie im allgemeinen unabhängig bis etwa  $5 \cdot 10^6$  Per sek<sup>-1</sup>, an der verhältnismäßig geringen Wirksamkeit ultravioletter Bestrahlung gemessen. Dann steigt die Wirkung des ultravioletten Lichtes bis  $10^8$  Per sek<sup>-1</sup> außerordentlich stark an [Algermissen<sup>2</sup>), mit stark gedämpften, hochfrequenten Spannungswellen]. Auch das Elektrodenmaterial hat Einfluß auf die Verzögerung. Warburg und Gorton<sup>188</sup>) unterscheiden „empfindliche“ und „unempfindliche“ Spitzen, Campbell<sup>17</sup>) und Morgan<sup>103</sup>) „harte“ und „weiche“ Kugelfunkstrecken. „Empfindliche“ Spitzen und „harte“ Kugeln zeigen starke Verzögerungseffekte und damit auch Frequenzabhängigkeit der Anfangsspannung; „unempfindliche“ Spitzen und „weiche“ Kugeln nicht. Durch Bestrahlung ist die Erscheinung zu beseitigen. Pt, Zn, Cu, Pb, Fe, Ni, Co, Cr, Ag, Al, Hg, C, Sn, W können „hart“ und „weich“ auftreten. Die „Hartheit“ ist nur durch die Eigenschaften der kathodischen Kugel bedingt. Die Kathode wird härter durch Reiben mit ölgetränktem Schmirgelpapier, weich durch

Erhitzen auf Rotglut in der Bunsenflamme. Pt wird indessen hierdurch hart und wird wieder weich durch Kochen in Salpetersäure. Frisch gedrehte Oberflächen sind gewöhnlich weich. Der Unterschied zwischen Hartheit und Weichheit nimmt mit wachsender Schlagweite ab [Campbell<sup>17</sup>].

Bei Messungen ohne Bestrahlung wird häufig beobachtet, daß der zweite Funke leichter durchgeht, als der erste. Der Grund kann nicht in zurückgebliebenen Ionen der ersten Entladung liegen, sondern ist wahrscheinlich in Veränderungen an den Elektroden (Temperaturerhöhung, Entgasung) oder in einer Veränderung des Gases zu suchen. (Metastabile Zustände, Nachleuchten von Stickstoff usf., s. Abschnitt 56.)

Weiteres über Verzögerung siehe Esch<sup>41</sup>), Jaumann<sup>77, 78</sup>), Steinmetz und Hayden<sup>153</sup>), Warburg<sup>183, 185, 186, 187 a</sup>).

## 8. Änderungen der Anfangsspannung durch Feldverzerrung infolge freier Ladungen.

Durch zu starke Bestrahlung wird nicht nur die Verzögerung aufgehoben, sondern durch die in das elektrostatische Feld gebrachten freien Ladungen wird das Feld verzerrt und die Anfangsspannung gegen ihren richtigen Wert verringert. Herweg<sup>64</sup>) beobachtet mit Kathodenstrahlen zwischen Platten bei 0,1 bis 0,6 cm Schlagweite in CO<sub>2</sub> eine Herabsetzung der Funkenspannung auf die Hälfte, in Luft auf  $\frac{1}{2,3}$  und in H<sub>2</sub> auf ca.  $\frac{1}{3}$ . Die Herabsetzung für kürzere Funken war unabhängig von der Funkenlänge und vom Elektrodenmaterial. Die Herabsetzung überschreitet einen gewissen Grenzwert nicht, der dann erreicht wird, wenn so stark ionisiert wird, daß der dunkle Strom vor der Entladung klein ist gegen den der gleichen Ionisierung entsprechenden Sättigungsstrom. In diesem Falle tritt die stärkste Feldverzerrung und Vergrößerung der Feldstärke an den Elektroden auf, die die Entstehung der selbstständigen Entladung erleichtert (s. G. Mie, Ann. d. Phys. 13, 587, 1904).

Es genügen schon verhältnismäßig sehr geringe Ladungen dazu, das Feld so zu verzerren, daß das Eintreten der Entladung dadurch wesentlich erleichtert oder auch erschwert werden kann. Ein Versuch von Elster und Geitel, nach dem die Funkenentladung zwischen einer kleinen Kugel und einer Platte bei größeren Schlagweiten durch ultraviolette Belichtung der Platte zum Erlöschen gebracht werden kann, worauf die Spannung erheblich gesteigert werden muß, um wieder eine Funkenentladung zu erzeugen (auch bei Wechselspannungen), die dann fast immer zum Rande des Bleches übergeht, kann durch eine solche Feldverzerrung gedeutet werden. Der Versuch gelingt auch, wenn der Überschlag zwischen zwei kleinen Kugeln erzeugt wird und die belichtete Platte seitwärts gestellt

wird. Da der Effekt bei kleinen Schlagweiten verschwindet, ja sogar umgekehrt werden kann, so daß das ultraviolette Licht in der üblichen Weise die Entladung auslösend wirkt, möchte man annehmen, daß bei den größeren Schlagweiten schon vor der eigentlichen leuchtenden Entladung eine Feldverzerrung vorhanden ist, die durch das Hereinbringen der negativen Teilchen wieder kompensiert wird. Auch bei Spitzen kann man die Entladungsspannung herun- oder auch heraufsetzen, indem man in ihre Nähe einen glühenden Draht bringt und diesem eine geeignete Vorspannung gegen die Spitze gibt. Dasselbe läßt sich auch durch eine ultraviolett belichtete Platte oder auch durch eine glimmende Hilfsspitze mit geeigneter Vorspannung gegen die Hauptspitze erreichen. Je nach der Temperatur des glühenden Drahtes sendet dieser mehr positive oder mehr negative Teilchen aus, und entsprechend modifiziert sich der Effekt, der durch die Temperaturerhöhung allein eine wesentliche Herabsetzung der Entladungsspannung verursacht. Allgemein zeigt sich, daß das Hereinbringen von Teilchen gleichen Vorzeichens wie die Ladung der Spitze die Entladespannung erhöht, im entgegengesetzten Fall erniedrigt. Auch die von Chaddock und Tyndall<sup>25)</sup> und Tyndall<sup>175)</sup> beobachtete Herabsetzung der Entladungsfeldstärke durch eine glimmende Hilfsspitze (s. Abschnitt 29) gehört in dieses Gebiet.

Whitehead und Brown<sup>200)</sup> berichten bei ihren Versuchen mit einem Draht in einem Zylinder, daß die Entladungsspannung herauf- ging, wenn der innere Draht mit einem isolierten dünnen Metall- zylinder umhüllt war, bei Gleichspannung und Wechselspannung. Z. B.

Durchmesser des Metallrohres	Primäre Anfangsspannungen am Transformator
2,448 cm	68,7 Volt
1,829 "	69,1 "
ohne Metallrohr	64,2 "

Hier waren es offenbar die Elektrizitätsträger gleichen Vorzeichens wie der Draht, die den Metallzylinder luden und die Feldstärke um den Draht erniedrigten.

## 9. Einfluß der Feuchtigkeit der Luft.

Innerhalb der normalen Grenzen hat die Feuchtigkeit keinen Einfluß auf die Anfangsspannung [Weicker<sup>193)</sup>]. Whitehead<sup>194, 195)</sup> findet auch keinen Einfluß auf die Anfangs- (Corona-) spannung von Drähten ( $r = 0,01$  bis  $0,2$  cm) in Hohlzylindern bei  $10\%$  bis  $90\%$  relativer Feuchtigkeit. Auch Townsend und Edmunds<sup>173)</sup> finden bei geringen Drucken keinen Unterschied zwischen staubfreier Zimmerluft und gut getrockneter Luft ( $r = 0,238$  bis  $0,003$  cm) [s. a. Peek<sup>114)</sup>]. Bei sehr dünnen Drähten ( $r = 0,037$  cm) ergibt sich nach Farwell<sup>44)</sup> bei  $736$  mm Hg:

	Feuchte Luft 68,5% Feuch- tigkeit	Trockene Luft
Positive kritische Spannung. (Erster Ausschlag des Galvanometers bei positiv geladenem Draht)	4300 Volt	4190 Volt
Positive Glimmspannung . . . . .	4350 "	4260 "
Negative Glimmspannung . . . . .	4275 "	4370 "

Ist der Draht positiv geladen, so wird die Entladespannung erhöht, ist er negativ, so wird sie erniedrigt. Bei dickeren Drähten verschwindet der Effekt. Hikoo Saegusa<sup>142)</sup> findet bei normalem Druck die Funkenspannung bis 10% relativer Feuchtigkeit konstant, dann mit wachsender Feuchtigkeit langsam fallend und über 30% wieder konstant. Bei sehr geringen Feuchtigkeitsgraden und geringen Drucken hat E. Meyer<sup>100, 101)</sup>, einen großen Einfluß von Spuren von Wasserdampf nachgewiesen. Ausgehend von möglichst getrockneter Luft durchläuft die Anfangsspannung bei etwa 0,01 bis 0,02 mm Hg Wasserdampf ein Minimum, um dann erheblich anzusteigen (z. B. bei ca. 3 mm Hg Gesamtdruck und 4,39 mm Schlagweite ist die Anfangsspannung in möglichst trockener Luft 439 Volt, im Minimum 404 Volt, bei 0,04 mm Hg Wasserdampf 421 Volt und bei wachsendem Dampfdruck erheblich weiter steigend). Geringe zugesetzte Mengen CO<sub>2</sub> und Hg-Dampf bei Zimmertemperatur mit ca. 10<sup>-3</sup> mm Hg Partialdruck hatten keinen Einfluß. Die Beeinflussungen durch Feuchtigkeit sind denen analog, wie sie der normale Kathodenfall erleidet.

Ein großer Feuchtigkeitseinfluß ist zu beobachten, sobald die Wandungen der Funkenstrecke aus einem Dielektrikum bestehen (A. Schwaiger, ETZ. 875, 1922), s. Abschnitt 15.

## 10. Einfluß des Elektrodenmaterials.

Das Elektrodenmaterial hat unter normalen Umständen keinen Einfluß, Peace<sup>113)</sup>, Carr<sup>19)</sup>, Williams<sup>204, 205)</sup>, Farwell<sup>44)</sup>, Schaffers<sup>144, 145)</sup>; während Righi<sup>126)</sup> geringe Unterschiede findet. Nur Al und Mg scheinen geringere Funkenspannungen zu geben [de la Rue und Müller<sup>134)</sup>, J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, 1906, S. 376., J. S. Townsend, The Theory of Ionisation of Gases by Collision, London 1910, S. 81, N. Campbell<sup>17)</sup>]. Dagegen findet E. Meyer<sup>102)</sup> bei ganz frisch abgedrehten Elektroden und geringem Druck eine höhere und von der Art des Metalls abhängige Funkenspannung und einen geringen Polaritätseffekt (bei Ag-Elektroden in CO<sub>2</sub>-haltiger Luft z. B. bei 1,16 mm Hg Druck neu 380 Volt gegen alt 326 Volt, bei Messing und 1,37 mm Hg ist der Unterschied etwa 27 Volt). Nach Stehen an freier Luft und besonders nach offenem Erhitzen verschwindet er. G. Holst und E. Oosterhuis<sup>72)</sup> beobachteten in Neon, einem Edelgase (Druck 0,5 bis 10 cm Hg), die Funkenspannung um so kleiner, je elektropositiver das Kathodenmaterial ist, zwischen 85 Volt für Na und 180 Volt für C.

Nickel, Palladium und Platin zeigen in reinem  $H_2$  von 2 mm Hg Druck verschiedene Minimumspannungen, wenn sie vorher erhitzt worden sind (E. Dubois, C. R. 173, 224, 1921). Nach Stromdurchgang ändert sich Minimumspannung und Druck (s. a. Abschnitt 36) in geringem Maße, wenn der Metalldraht Anode, sehr stark, wenn er Kathode ist.

### 11. Temperatureinfluß.

Die Temperatur hat auf die Anfangsspannung keinen Einfluß, solange die Luftdichte unverändert bleibt (s. a. Paschens Gesetz, Abschnitt 20). [Snow Harris<sup>61</sup>), Cardani<sup>18</sup>), Bouty<sup>12a</sup>) ( $-100^\circ C$  bis  $+200^\circ C$ ), Earhart<sup>35, 36</sup>) ( $-78^\circ C$  bis  $315^\circ C$ )]. Die Funkenspannung sinkt mit steigender Temperatur bei konstantem Druck, fällt aber nicht unter die Minimumspannung (s. Abschnitt 20), selbst bis zu Temperaturen von  $1000^\circ C$  [Earhart<sup>36</sup>)]. Bei konstantem Druck und kleineren Temperaturabweichungen gegen die normale ist nach Weicker<sup>193</sup>) die Anfangsspannung umgekehrt proportional der absoluten Temperatur, nach Heydweiller nimmt die Spannung um  $1\%$  zu, wenn die Temperatur um  $3\%$  C abnimmt. Weiteres s. a. Baille<sup>7</sup>), Whitehead<sup>197</sup>).

### 12. Polarität der Elektroden.

Die Polarität der Elektroden hat auf die Anfangsspannung keinen Einfluß, solange es sich nicht um sehr kleine Elektroden mit hohen Entladungsfeldstärken (Spitzen, dünne Drähte, s. Abschnitt 26 und 34) handelt [z. B. Müller<sup>106</sup>), Paschen<sup>113</sup>)]. Heydweiller<sup>66</sup>) führt scheinbare Polaritätswirkungen auf angesammelte Ladungen auf benachbarten Nichtleitern zurück. Auch E. R. Wolcott<sup>206</sup>) beobachtet ähnliche Wirkungen, und M. Töpler<sup>168</sup>) weist auf den sehr störenden Einfluß von Nichtleitern hin. Über den großen Einfluß der Polarität bei der Büschelgrenzspannung s. Abschnitt 1. Mit abnehmendem Druck nimmt der Polaritätseinfluß zu, s. Abschnitt 51.

### 13. Einfluß der Frequenz.

Bis etwa  $10^6$  Per sek<sup>-1</sup> ist der Einfluß der Frequenz' auf die Anfangsspannung sehr gering. Algermissen<sup>2</sup>) mit Kugeln von  $r = 2,5, 1$  und  $0,5$  cm und Schlagweiten bis  $1,5$  cm findet bis zu dieser Frequenz eine sehr geringe Zunahme gegen die mit Gleichspannung gemessenen Werte, die um so kleiner ist, je größer die Kugeln sind. Bei höheren Frequenzen ändert sich der Charakter der Entladung, die Beziehung zwischen Schlagweite und Spannung wird linear, und die Unterschiede der Spannungen für verschiedene Kugelgrößen nehmen ab. Bestrahlung durch einen Entladefunken oder mit einer Bogenlampe hat bis zu  $16^6$  Per sek<sup>-1</sup> einen geringen spannungsvermindernden Einfluß, bei  $10^7$  Per sek<sup>-1</sup> einen bedeutenden und bei  $10^8$  Per sek<sup>-1</sup> einen außerordentlich starken herabsetzenden Einfluß, aber ohne die Kurve der Anfangsspannung in die für statische Ladung überführen zu können. Durch Bestrahlung wird die Spannung bei diesen hohen Frequenzen proportional der Schlagweite. Auch Peek<sup>117</sup>)

findet bei Kugelfunkentrecken von 60—40000 Per sek<sup>-1</sup> keinen Unterschied in der Anfangsspannung bei gut polierten Elektroden, auch bei geringen Drucken zeigten sich nur geringe Unterschiede. Nicht polierte Kugeln gaben bei 40000 Per sek<sup>-1</sup> eine etwas geringere Spannung. Dasselbe findet Alexanderson<sup>1)</sup> bei 100000 Per sek<sup>-1</sup> für Kugeln von 12,7 cm Durchmesser und einer Schlagweite von 7,62 cm. Auch J. C. Clark und H. J. Ryan<sup>27)</sup>, s. a. H. J. Ryan<sup>140)</sup>, die mit dem Lichtbogengenerator mit Frequenzen von 10<sup>5</sup> bis 6 · 10<sup>5</sup> sek<sup>-1</sup> arbeiten, erhalten mit Kugeln von 17,7 cm Durchmesser und einer Schlagweite von 2,5 cm innerhalb der Fehlergrenzen der Messung keinen Unterschied gegen Niederfrequenz, aber eine äußerste Empfindlichkeit gegen Verunreinigungen der Oberfläche. Messungen von Lilienfeld<sup>90)</sup>, wonach schon bei 500 Per sek<sup>-1</sup> ein bedeutender Unterschied gegen Niederfrequenz auftreten sollte, wurden durch Dauvillier<sup>31)</sup> nicht bestätigt, der bei 600 Per sek<sup>-1</sup> die Entladungsspannung nur um einige Prozente höher fand als bei 42. Auch die Anfangsspannung dünner Drähte (Coronaspannung) ist nur sehr wenig von der Frequenz abhängig. Nach Peek<sup>118)</sup> ist selbst bei kurzfristigen Stößen von einer Anstiegszeit bis zu 3 · 10<sup>-7</sup> sek herab kein Unterschied gegen Niederfrequenz. Bei 2000 Per sek<sup>-1</sup> beobachteten Whitehead und Gorton<sup>198)</sup> in einer allerdings nicht ganz sicheren Messung 3 bis 4% geringere Werte der Coronaspaltung als bei 60 Per sek<sup>-1</sup>. Zwischen 20 und 90 Per sek<sup>-1</sup> ist nach Beobachtungen von Whitehead und Isshiki<sup>201)</sup> der Frequenzeinfluß sehr gering. Auch die Tatsache, daß man mit Wechselspannungen verschiedener Kurvenform dieselben Durchbruchswerte erhält, wenn man sie auf den maximalen Spannungswert bezieht, deutet auf Frequenzunabhängigkeit, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen hin.

Anders ist es dagegen mit der Büschelgrenzspannung, die sich verschieden verhält, je nachdem es sich um kurzfristige Spannungstöße oder periodische Hochfrequenz handelt. Im letzten Fall ist die Büschelentladung viel voluminöser als bei geringer Frequenz; nach Ryan und Marx<sup>141)</sup> z. B. ist die Coronaentladung bei 10<sup>5</sup> Per sek<sup>-1</sup> ca. 16 mal so ausgedehnt wie bei 60. Es ist dann auch die Funkenspannung viel kleiner als bei Niederfrequenz, nach Clark und Ryan<sup>27)</sup> bei stumpfen Spitzen z. B. die Hälfte. Bei kurzfristigen Stoßspannungen wird die Funkenspannung dagegen viel größer. Bei kurzfristigen, abklingenden Spannungstößen, deren Anstieg (Zeit bis zum Erreichen des Maximums) einer Frequenz von 500000 sek<sup>-1</sup> entspricht, findet Peek<sup>118)</sup> bei Nadelfunkentrecken um so größere Spannungswerte, je rascher der Stoß wieder abklingt. Je größer die Schlagweite ist, desto größer wird auch dieser Unterschied. Bei Kugeln von 25 cm Durchmesser war kein solcher Effekt festzustellen. Bei einer Steigerung der Anstiegsgeschwindigkeit bis zu 3 · 10<sup>7</sup> sek<sup>-1</sup> nahm die Funkenspannung bei Spitzen außerordentlich zu und stieg auf das ca. 5 fache des Wertes bei Niederfrequenz. Dasselbe wurde auch für den vollkommenen Überschlag eines dünnen Drahtes in einem Zylinder beobachtet. Bei geringen Drucken verstärkt sich der Unterschied noch.

Bis zu sehr hohen Frequenzen (gedämpften Wellenzügen) mißt A. Leontiewa<sup>89)</sup> für Schlagweiten von  $10^{-3}$  bis 0,27 cm und Wellenlängen von 41,7 bis 1,9 m ( $7,2 \cdot 10^6$  bis  $1,6 \cdot 10^8$  Per sek<sup>-1</sup>), ohne Bestrahlung, mit diffusem Tageslicht. Sie erhält mit Algermissen<sup>2)</sup> gut übereinstimmende Werte. Die Funkenspannung im Bereich bis  $10^{-2}$  cm Schlagweite wächst linear mit der Schlagweite und ergibt sich bei den kürzesten Wellen bis fünfmal größer als statisch gemessen. Die Elektrodenform hatte bei den kleinen Schlagweiten keinen Einfluß (ähnliche Messungen s. a. Hubbard<sup>74</sup>). C. Samson<sup>143)</sup> mißt mit der Braunschen Röhre die Überschlagnspannungen von Induktorien für die flachen Schalen von Müller<sup>106)</sup> und Kugeln von 2,5 cm Durchmesser. Er findet gegenüber Gleichspannung sehr hohe Werte, die aber wohl durch eine Störung verursacht sind.

Dasselbe Verhalten wie bei Spitzen beobachteten Peek<sup>117)</sup> und Grünewald<sup>55)</sup> an technischen Freileitungsisolatoren: Bei kurzen Stößen eine wesentliche Erhöhung der Überschlagnspannung gegen Niederfrequenz, die wesentlich von der Polarität des Stoßes abhängt, bei periodischer Hochfrequenz eine Herabsetzung. Hier tritt allerdings noch das Phänomen der Gleitfunken hinzu.

Der Vergleich der verschiedenen Messungen an Kugelelektroden mit Gleich- und Wechselspannungen machen es sehr wahrscheinlich, daß zwischen beiden bei nicht zu geringen Drucken unter gleichen Bedingungen kein Unterschied besteht.

Algermissen<sup>2)</sup> findet bei normalem Druck bei ultravioletter Beleuchtung keinen Unterschied zwischen Influenzmaschine und Induktorium bei Kugeln von 1 cm Radius, und Hayashi<sup>62)</sup> bestätigt das bei hohen Drucken. Bei geringen Drucken (15 cm Hg) hat Yensen<sup>210)</sup> in Luft, Wasserstoff, CO<sub>2</sub> und Stickstoff Versuche mit Kugeln von 2 cm Durchmesser und Schlagweiten bis 2 mm gemacht und erhält bei Bestrahlung mit einer Bogenlampe mit niederfrequenter Wechselspannung (60 Per sek<sup>-1</sup>) bei Kupferkugeln in Luft bis 16% höhere Werte als bei Gleichspannung (s. a. Abschnitt 51). Bei Aluminiumkugeln ist der Unterschied geringer (ca. 11%). F. W. Peek<sup>119)</sup> findet für Kugeln ( $r = 3,12$  und 6,25 cm, Schlagweiten 1 bis 6 cm) die Anfangsspannung bei Gleichstrom gleich der maximalen bei Wechselstrom für Drucke von 760 mm bis 183 mm. Auch die Anfangsspannungen dünner Drähte findet er praktisch gleich bis zu Luftdichten von etwa 200 mm herab. Bei einer Luftdichte von 6,2 mm ergeben sich jedoch Unterschiede von 5 bis 10%. Die polaren Unterschiede nehmen mit abnehmendem Druck zu, s. a. Abschnitt 51. Bei normalem Druck findet er sie sehr gering. Für den Fall dünner Drähte stellen Whitehead und Brown<sup>200)</sup> bei genauen Messungen polare Unterschiede und auch Unterschiede zwischen Gleich- und Wechselspannung fest (s. Abschnitt 35).

Für nicht zu kleine Elektrodengrößen, nicht zu geringe Drucke und nicht zu große Schlagweiten dürfen wir demnach Frequenzunabhängigkeit in den angegebenen Grenzen bis zum Falle der Gleichspannung herab annehmen.

#### 14. Durchbruchfeldstärke ebener Elektroden.

In Abb. 9 sind über einer logarithmischen Abstandsskala sämtliche bisherigen Messungen mit ebenen bzw. nahezu ebenen Elektroden aufgetragen, auf 760 mm Hg und 20° C reduziert, soweit Angaben über Druck und Temperatur vorhanden waren<sup>1)</sup>. Sie sind bis auf die letzte durchweg mit Gleichspannungen (Influenzmaschine) durchgeführt. Die Feldstärke  $\mathcal{E}_0$  in kV/cm gemessen ergibt sich aus der Anfangsspannung  $U_0$  in kV gemessen bei homogenem Feld zu  $\mathcal{E}_0 = \frac{U_0}{\delta}$ , wenn  $\delta$  die Schlagweite in cm bedeutet, bzw. zu  $\mathcal{E}_0 = \frac{U_0}{\delta} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\delta}{\rho}\right)$ , wenn die Elektroden den großen Krümmungsradius  $\rho$  haben. Es sind eingetragen:

1. W. Thomson [Lord Kelvin<sup>157</sup>],  $\delta = 0,009$  bis 0,13 cm. Eine Elektrode eben, die andere schwach konvex. Erste Messung der Entladungsfeldstärke. Werte zu gering, da dauernder Funkenübergang und daher Erwärmung.

2. J. B. Baille<sup>7)</sup>,  $\delta = 0,0015$  bis 1,0 cm. Platte gegen Kugelkalotte von 18 cm Durchmesser. Nicht bestrahlt, alle fünf Sekunden ein Funke, ca. 760 mm Hg Druck, 15 bis 20° C. Feldstärken z. T. von Heydweiller wegen der Krümmung korrigiert. Werte von 0,7 bis 1,0 cm von Baille als nicht einwandfrei angegeben, da die Grenze der Maschinenleistung erreicht war. Als empirische Darstellung seiner Versuche leitet Baille

$$U^2 = 945(\delta + 0,08)\delta$$

ab. Für große  $\delta$  folgt daraus

$$U = 30,75\delta + 1,23.$$

Für  $\delta \approx 0,1$  cm leitet Townsend daraus ab

$$U = 30\delta + 1,35,$$

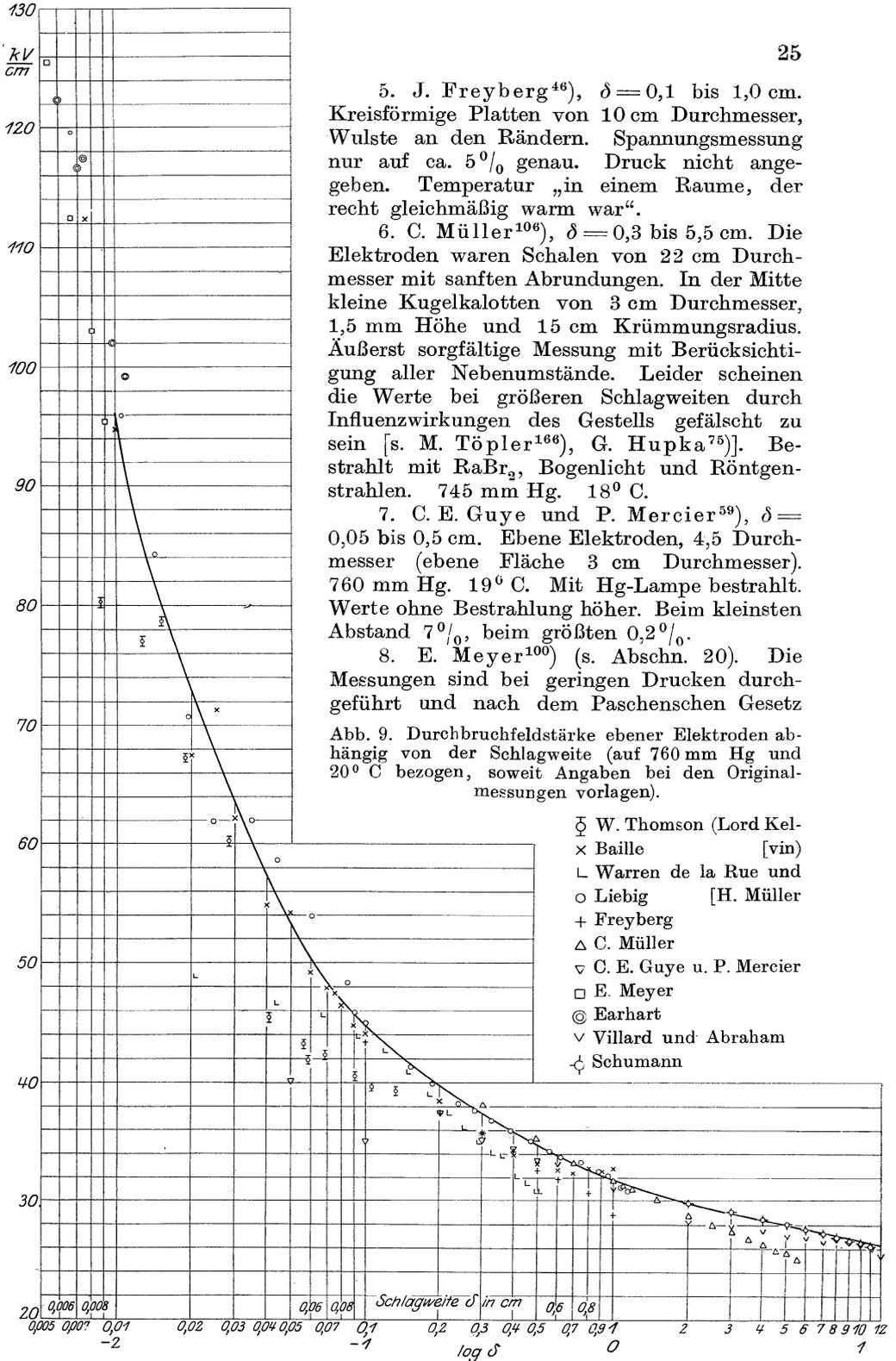
$$\mathcal{E} = 30 + \frac{1,35}{\delta}.$$

3. W. de la Rue und H. Müller<sup>135,136</sup>),  $\delta = 0,02$  bis 0,5 cm. Ebene Elektroden, sehr schwach konvex. Druck und Temperatur nicht angegeben.

4. G. A. Liebig<sup>92</sup>). Sehr sorgfältige Versuche [s. a. Orgler<sup>111</sup>], wenn auch noch ohne Bestrahlung.  $\delta = 0,007$  bis 1,1 cm. Kugelsegmentelektroden. Krümmungsradius 9,76 cm, Durchmesser 4,83 cm. 18 bis 20° C. „Normaler“ Druck. Werte wegen der Krümmung korrigiert.

---

1) Vgl. dazu die neueren Messungen von W. Spath, die im Bereich von 0,1—1 cm niedrigere Werte ergeben, Abschnitt 61.



5. J. Freyberg<sup>46)</sup>,  $\delta = 0,1$  bis  $1,0$  cm. Kreisförmige Platten von  $10$  cm Durchmesser, Wulste an den Rändern. Spannungsmessung nur auf ca.  $5\%$  genau. Druck nicht angegeben. Temperatur „in einem Raume, der recht gleichmäßig warm war“.

6. C. Müller<sup>106)</sup>,  $\delta = 0,3$  bis  $5,5$  cm. Die Elektroden waren Schalen von  $22$  cm Durchmesser mit sanften Abrundungen. In der Mitte kleine Kugelkalotten von  $3$  cm Durchmesser,  $1,5$  mm Höhe und  $15$  cm Krümmungsradius. Äußerst sorgfältige Messung mit Berücksichtigung aller Nebenumstände. Leider scheinen die Werte bei größeren Schlagweiten durch Influenzwirkungen des Gestells gefälscht zu sein [s. M. Töpler<sup>166)</sup>, G. Hupka<sup>75)</sup>]. Bestrahlt mit  $\text{RaBr}_2$ , Bogenlicht und Röntgenstrahlen.  $745$  mm Hg.  $18^\circ\text{C}$ .

7. C. E. Guye und P. Mercier<sup>59)</sup>,  $\delta = 0,05$  bis  $0,5$  cm. Ebene Elektroden,  $4,5$  Durchmesser (ebene Fläche  $3$  cm Durchmesser).  $760$  mm Hg.  $19^\circ\text{C}$ . Mit Hg-Lampe bestrahlt. Werte ohne Bestrahlung höher. Beim kleinsten Abstand  $7\%$ , beim größten  $0,2\%$ .

8. E. Meyer<sup>100)</sup> (s. Abschn. 20). Die Messungen sind bei geringen Drucken durchgeführt und nach dem Paschenschen Gesetz

Abb. 9. Durchbruchfeldstärke ebener Elektroden abhängig von der Schlagweite (auf  $760$  mm Hg und  $20^\circ\text{C}$  bezogen, soweit Angaben bei den Originalmessungen vorlagen).

- W. Thomson (Lord Kelvin)
- × Baille [vin]
- L Warren de la Rue und Liebigs [H. Müller]
- Liebigs [H. Müller]
- + Freyberg
- △ C. Müller
- ▽ C. E. Guye u. P. Mercier
- E. Meyer
- ⊙ Earhart
- ∇ Villard und Abraham
- ⊕ Schumann

auf normalen Druck umgerechnet für Schlagweiten von 0,009 bis 0,0053 cm. 21° C. Die Messungen wurden mit gut getrockneter Luft durchgeführt. Bei normaler Feuchtigkeit, auf die sich die anderen Messungen beziehen, wären die Werte etwas höher.

9. R. F. Earhart<sup>33)</sup> (s. Abschn. 17),  $\delta = 10^{-2}$  bis  $5 \cdot 10^{-4}$  cm. Messungen bei normalem Druck und sehr geringen Schlagweiten. Nickelplattierte Stahlkugel von 2,5 cm Durchmesser gegen eine ebensolche ebene Platte. Temperatur nicht angegeben. 760 mm Hg.

10. P. Villard und H. Abraham<sup>176)</sup>,  $\delta = 0,6$  bis 12 cm. Flach gewölbte Schalen von 80 cm Durchmesser und 163 cm Krümmungsradius. Temperatur 15° C. 760 mm Hg. Mit Influenzmaschine bei symmetrischer Spannungsverteilung gemessen. Scheinbar auch störender Influenzeinfluß.

11. W. O. Schumann<sup>146)</sup>. Messung mit Wechselstrom sowohl mit einem Pole geerdet als auch bei symmetrischer Spannungsverteilung mit geerdeter Transformatormitte.  $\delta = 1$  bis 10,8 cm. Von 1 bis 7 cm Abstand zwei flache Zn-Schalen mit den Durchmessern 52 und 60 cm, an den Rändern sanft abgerundet. Die eine Schale war ganz flach kugelig gedrückt, Überhöhung in der Mitte ca. 3 mm gegenüber den Rändern. Von 7 bis 10,8 cm zwei flach zylindrische gebogene Bleche ( $R = 110$  cm) von den Seitenlängen  $150 \times 147$  cm, an den Rändern umgebörtelt. Mit den Hauptachsen um 90° gegeneinander versetzt, übereinander befestigt. 760 mm Hg. 20° C.

Die Messungen von Macfarlane<sup>94)</sup> kommen wegen störender Influenz und die von C. Baur<sup>8)</sup> aus Genauigkeitsgründen nicht in Frage.

Zieht man eine Kurve, die sich den meisten und besten Meßwerten möglichst anschmiegt, so ergibt sich für Durchbruchfeldstärke und Durchbruchspannung folgende Tabelle, deren Werte auf etwa 1 bis 2% genau anzusehen sind (für 760 mm Hg und 20° C).

Schlagweite $\delta$	Durchbruchfeldstärke $\mathcal{E}_0$	Durchbruchspannung $U_0$ (bei Wechselspannung maximale Spannung)
cm	kV/cm	kV
0,01	95,6	0,956
0,02	73,0	1,46
0,03	62,6	1,88
0,04	56,9	2,28
0,05	52,9	2,65
0,06	50,0	3,00
0,07	48,3	3,38
0,08	46,8	3,74
0,09	45,7	4,11
0,10	44,7	4,47

$\delta$	$\mathcal{E}_0$	$U_0$	$\delta$	$\mathcal{E}_0$	$U_0$
0,10	44,7	4,47	1	31,7	31,7
0,20	39,8	7,96	2	29,8	59,6
0,30	37,5	11,3	3	29,0	87,0
0,40	35,9	14,4	4	28,5	114
0,50	34,7	17,4	5	28,0	140
0,60	33,9	20,3	6	27,7	166
0,70	33,2	23,2	7	27,4	192
0,80	32,6	26,1	8	27,1	217
0,90	32,1	28,9	9	26,8	242
1,00	31,7	31,7	10	26,6	266
			11	26,4	290

Die Werte von  $U_0$  sind auch in Tabelle I und II S. 9 u. 10 mit angegeben (vgl. dazu Abschnitt 61).

Die Kurve für  $\mathcal{E}_0$  zeigt ein dauerndes Abnehmen der Durchbruchfeldstärke mit wachsender Schlagweite, das sich zwar mit steigender Schlagweite verlangsamt, aber nicht aufhört. Innerhalb des bisher beobachteten Gebietes existiert jedenfalls kein endlicher Grenzwert, dem die Feldstärke zustrebt.

In Abb. 10 sind die Meßresultate von C. E. Guye und P. Mercier<sup>59)</sup>, und G. Hammershaimb und P. Mercier<sup>60)</sup> für Luft,  $\text{CO}_2$  und  $\text{N}_2$  (aus Bomben) mit ebenen Elektroden von 45 mm Durchmesser dargestellt. Die oberste Kurve für  $\text{N}_2$  wurde mit Elektroden von nur 10 mm Durchmesser gefunden<sup>1)</sup>. (Eine Elektrode geerdet, bestrahlt, in einem geschlossenen Gefäß gemessen.) 760 mm Hg, 20° C.

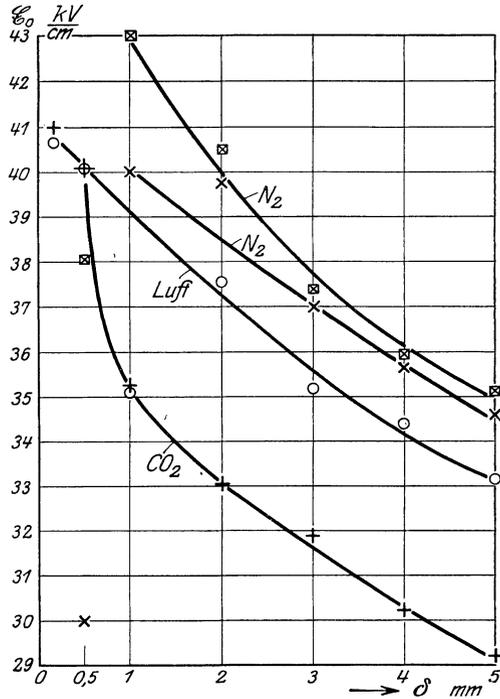


Abb. 10. Durchbruchfeldstärken verschiedener Gase im homogenen Feld. 760 mm Hg, 20° C.

1) Die Abweichung der beiden  $\text{N}_2$ -Kurven bei größeren Schlagweiten ist wohl dadurch veranlaßt, daß die kleinen Elektroden hier kein homogenes Feld mehr gaben. Im allgemeinen hat man ein homogenes Feld zwischen ebenen Elektroden nur, wenn die Schlagweite kleiner oder gleich etwa  $\frac{1}{10}$  des Elektrodendurchmessers ist.

### 15. Einfluß von Dielektriken im homogenen Feld.

Wird in einem elektrostatischen Feld eine Verschiebungsröhre mit einem homogenen isotropen Dielektrikum ausgefüllt, so wird der Verlauf der elektrischen Feldstärke dadurch nicht beeinflusst. Bringt man etwa zwischen zwei große Blechplatten zylindrische Isolationskörper und bestimmt Überschlagsspannung und Durchbruchfeldstärke (A. Schwaiger, ETZ 875, 1922), so zeigt sich ein sehr starker Feuchtigkeitseinfluß der umgebenden Luft, wie ihn Abb. 11 für verschiedene Schlagweiten  $a$  und Feuchtigkeiten darstellt. Für geringe Feuchtigkeitsgrade scheinen die Werte in die normalen zwischen zwei ebenen Platten überzugehen. Die Oberflächenleitung ist dabei nicht maßgebend, denn zwei Materialien wie Porzellan und Paraffin, von denen das erste von Wasser benetzt wird und dessen Oberflächenleitung von 0 bis 90% relativer Feuchtigkeit auf etwa das  $10^6$  fache wächst, während das zweite nicht benetzt wird und seinen Oberflächenwiderstand

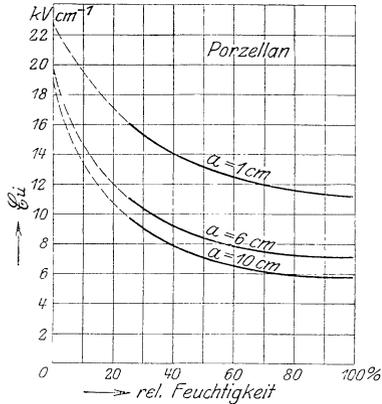


Abb. 11. Feuchtigkeitseinfluß im homogenen Feld bei Anwesenheit eines Dielektrikums (Porzellan) nach A. Schwaiger.

mit der Feuchtigkeit überhaupt nicht ändert, zeigen beide prinzipiell dieselbe Abnahme der Durchbruchfeldstärke mit wachsender Feuchtigkeit. Die einzelnen Meßpunkte haben bei dem benetzenden Porzellan und Glas eine viel größere Streuung als bei dem nicht benetzenden Paraffin und bei Lacken.

### 16. Durchbruchfeldstärke von Kugelelektroden.

Die Feldverteilung an der Oberfläche zweier beliebiger Kugeln, abhängig von den Potentialen dieser Kugeln, wurde zuerst von G. Kirchhoff<sup>81, 82, 83</sup>) berechnet. A. Schuster<sup>147</sup>) hat für den Fall zweier gleicher Kugeln, von denen eine geerdet ist, die Reihen Kirchhoffs ausgewertet und für die Versuche von Baille<sup>6)</sup>) und Paschen<sup>112</sup>) die größte Feldstärke der isolierten Kugel in den Zentralen ermittelt.

Heydweiller<sup>65, 66</sup>) dehnte die Berechnung auf ein weiteres Gebiet von Schlagweiten und Kugelradien aus und bestimmte auch die größte Feldstärke an der abgeleiteten Kugel. Schließlich hat A. Russell<sup>137</sup>) nach der Methode der elektrischen Bilder W. Thomsons für zwei gleiche Kugeln bei beliebigen Potentialen zur Kontrolle der Kirchhoffschen Rechnungen die größten Feldstärken ausgerechnet. J. de Kowalski und U. J. Rappell<sup>87</sup>) fügten dann noch einige Ergänzungen hinzu<sup>1)</sup>.

1) s. a. G. R. Dean, Phys. Rev. 35, 459, 1912 und (2) 1, 316, 1913. Über eine angenäherte Berechnung s. a. W. Estorff<sup>132</sup>).

In den folgenden Tabellen sind die Hauptresultate zusammengestellt. Die maximale Feldstärke bei zwei gleichen Kugeln vom Radius  $r$ , der Schlagweite  $\delta$  und den Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  gegen Erde ist an der Kugel 1:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_0 &= \frac{U_1 - U_2}{\delta} f_1 + 2 \frac{U_2}{\delta} (f_1 - f) \\ &= \frac{U_1}{\delta} f - \frac{U_2}{\delta} (2f - f_1),\end{aligned}$$

wobei  $f$  und  $f_1$  Faktoren sind, die von dem Verhältnis  $\frac{\delta}{r}$  abhängen.

Da  $f_1 - f > 0$  ist, ist  $\mathfrak{E}_0$  (an der Kugel 1) für eine gegebene Spannung  $U_1 - U_2 = U$  zwischen den Kugeln, bei Erdung der zweiten Kugel ( $U_2 = 0$ ) größer als bei symmetrischer Spannungsverteilung  $U_2 = -U_1$ . Im ersten Fall ergibt sich

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U}{\delta} f_1 \quad (\text{eine Kugel geerdet})$$

und im zweiten

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U}{\delta} f \quad (\text{symmetrische Spannungsverteilung}).$$

Tabelle der Faktoren  $f$  und  $f_1$ .

$\frac{\delta}{r}$	$f$	$f_1$	$\frac{\delta}{r}$	$f$	$f_1$
0	1,000	1,000	1,5	1,559	1,909
0,1	1,034	1,034	2,0	1,770	2,338
0,2	1,068	1,068	3,0	2,214	3,252
0,3	1,102	1,106	4,0	2,677	4,200
0,4	1,137	1,150	5,0	3,151	5,172
0,5	1,173	1,199	6,0	3,632	6,144
0,6	1,208	1,253	7,0	4,117	7,126
0,7	1,245	1,313	8,0	4,604	8,112
0,8	1,283	1,378	9,0	5,095	—
0,9	1,321	1,446	10,0	5,586	—
1,0	1,359	1,517	100,0	50,51	—
			1000,0	500,5	—

Näherungsformeln:

$$\begin{aligned}f &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta}{r} + 1 \right) + \frac{1}{\frac{\delta}{r} + 2} + \frac{\frac{\delta}{r}}{2 \left( \frac{\delta}{r} + 2 \right)^3} + \frac{\frac{\delta}{r}}{2 \left( \frac{\delta}{r} + 2 \right)^4} \\ &+ \frac{\frac{\delta}{r}}{2 \left( \frac{\delta}{r} + 2 \right)^5} - \frac{\frac{\delta}{r}}{\left( \frac{\delta}{r} + 2 \right)^7} - \frac{2 \frac{\delta}{r}}{\left( \frac{\delta}{r} + 2 \right)^8}\end{aligned}$$

gibt für  $\frac{\delta}{r} < 0,1$  oder  $> 0,7$  einen Fehler kleiner als  $10^{-3}$ , für  $0,1 < \frac{\delta}{r} < 0,7$  einen Fehler kleiner als  $2 \cdot 10^{-3}$ . Für kleine Abstände gibt die Formel von Kirchhoff-Schuster gute Werte

$$f_1 = 1 + \frac{1}{3} \frac{\delta}{r} + \frac{1}{45} \left(\frac{\delta}{r}\right)^2 + \frac{73}{53760} \left(\frac{\delta}{r}\right)^3,$$

bis  $\frac{\delta}{r} = 0,3 \cdot 10/100$  zu klein, bis  $\frac{\delta}{r} = 0,5$  etwa  $30/100$  zu klein. In diesem Gebiet sind  $f$  und  $f_1$  nahezu gleich, sie unterscheiden sich um etwa  $\frac{1}{100} \frac{\delta}{r}$ .

Für große Schlagweiten kann  $f_1$  dargestellt werden als  $\left(\frac{\delta}{r} > 1\right)$ :

$$f_1 = \frac{\delta}{r} + \frac{1}{\frac{\delta}{r} + 1} + \frac{1}{\left(\frac{\delta}{r} + 1\right)\left(\frac{\delta}{r} + 2\right)^3}.$$

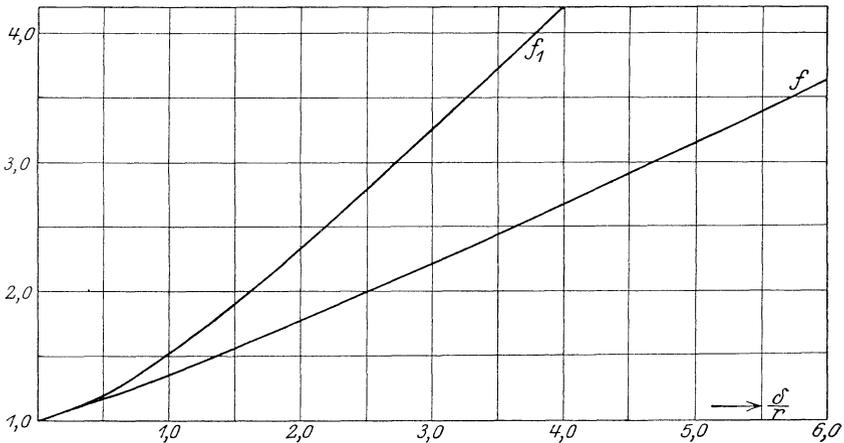


Abb. 12. Faktoren  $f$  und  $f_1$  zur Berechnung der größten Feldstärke bei zwei gleichen Kugeln.

Abb. 12 zeigt den Verlauf der Faktoren  $f$  und  $f_1$  abhängig von  $\frac{\delta}{r}$ .

Dieselben Formeln und Kurven gelten auch für die Anordnung Kugel-Ebene, wenn statt  $\frac{\delta}{r}$  der Wert  $2 \frac{\varepsilon}{r}$  gesetzt wird, wo  $\varepsilon$  die Schlagweite gegen die Ebene bedeutet.

Bei der Anordnung mit einer geerdeten Kugel nähert sich die Feldstärke der isolierten Kugel sehr bald dem Wert, der der allein-

stehenden Kugel entspricht, während die größte Feldstärke an der abgeleiteten sehr klein wird.

Es zeigt sich dies aus folgender Tabelle von Heydweiller, in der  $\mathcal{E}_0 = \frac{U}{r} k$  gesetzt ist.  $k_i$  bezieht sich auf die isolierte,  $k_a$  auf die abgeleitete Kugel.

$\frac{\delta}{r}$	$k_i$	$k_a$	$\frac{\delta}{r}$	$k_i$	$k_a$
0,02		50,33	6,00	1,024	0,186
0,05		20,34	8,00	1,016	0,137
0,10		10,34	10,00	1,009	0,108
0,50	2,398	2,292	12,00	1,006	0,089
1,00	1,517	1,200	16,00	1,004	0,066
1,50	1,272	0,806	20,00	1,002	0,052
2,00	1,170	0,601	24,00	1,002	0,043
3,00	1,084	0,392	40,00	1,001	0,026
4,00	1,050	0,288			

Mit Hilfe der angegebenen Werte wurden nach den in den Tabellen I und II S. 9 und 10 angegebenen Originalmessungen die Durchbruchfeld-

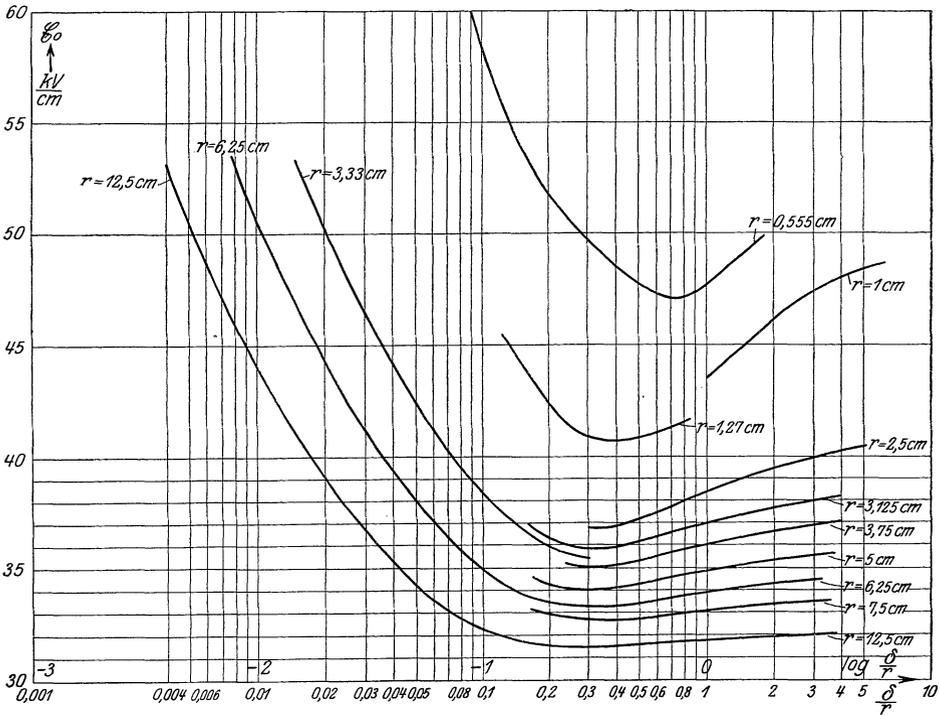


Abb. 13. Durchbruchfeldstärke  $\mathcal{E}_0$  einer Funkenstrecke aus zwei gleichen Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung bei 760 mm Hg und 20° C, abhängig vom Verhältnis Schlagweite  $\delta$  zu Radius  $r$ .

stärken bestimmt und die gewonnenen Kurven möglichst sorgfältig ausgeglichen. Das Resultat zeigen die Abb. 13 und 14, wieder be-

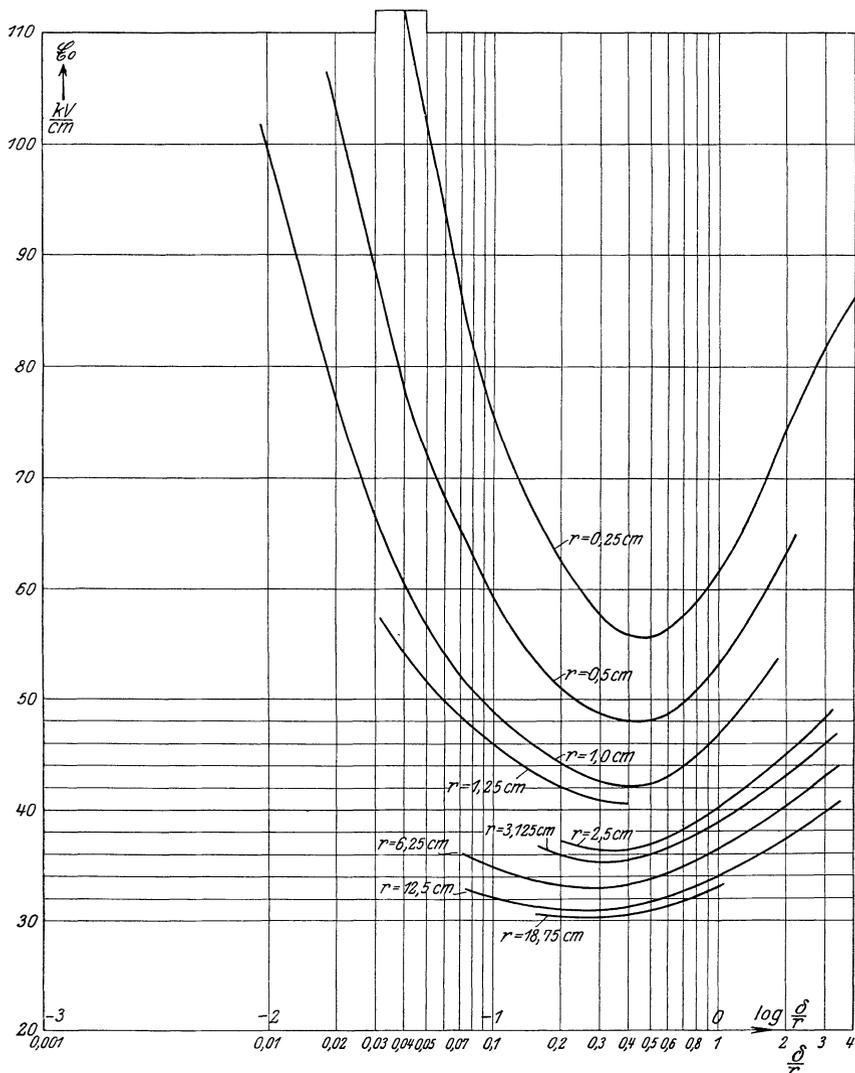


Abb. 14. Durchbruchfeldstärke  $E_0$  einer Funkenstrecke aus zwei gleichen Kugeln, von denen eine geerdet ist, abhängig vom Verhältnis Schlagweite  $\delta$  zu Radius  $r$ . 760 mm Hg, 20° C.

zogen auf 760 mm Hg und 20° C für symmetrische Spannungsverteilung und für einen Pol geerdet. Aus diesen ausgeglichenen Werten wurden dann die definitiven Werte der Tabelle I und II zurück-

gerechnet. Die Kontrolle von Messungen der Anfangsspannung mit Hilfe der Feldstärken ist eine außerordentlich empfindliche. Punkte, deren Herausfallen aus der Spannungskurve kaum bemerklich ist, springen sofort aus der Kurve der Feldstärke heraus. Aber auch prinzipielle Meßfehler werden sofort sichtbar. Der störende Influenzeinfluß in den Werten von C. Müller und von Villard und Abraham z. B. zeigt sich sofort, indem die Kurven der Feldstärken bei gewissen Schlagweiten auf einmal nach unten, der Abszissenachse zu, umbiegen. Auch die Peek'schen Messungen mit Kugeln von 50 cm Durchmesser zeigen solche Unregelmäßigkeiten, daß sie nicht mit verwendet wurden.

Wie die Abbildungen zeigen, ist die Durchbruchfeldstärke abhängig vom Kugelradius und von der Schlagweite. Bei kleinen Schlagweiten ist die Durchbruchfeldstärke sehr groß, nimmt mit wachsender Schlagweite ab, durchläuft ein Minimum, um dann wieder anzusteigen. Die Durchbruchfeldstärken für sehr kleine Schlagweiten sind für symmetrische Spannungsverteilung und für die Anordnung mit einem geerdeten Pol dieselben. Diese Gleichheit scheint bis zum Minimum der Feldstärke zu bestehen. Erst nach dem Minimum der Feldstärke steigen die Kurven bei symmetrischer Spannungsverteilung ganz erheblich langsamer an als im anderen Falle. Der Minimalwert der Durchbruchfeldstärke und der Wert des Verhältnisses von Schlagweite zu Radius, bei dem er eintritt, scheint für beide Anordnungen derselbe zu sein, wie folgende aus Abb. 13 und 14 abgeleitete Tabelle zeigt.

Kleinster Wert der Durchbruchfeldstärke:

$r$ cm	Symmetrische Spannungsverteilung		Ein Pol geerdet	
	$\mathcal{E}_{0\min}$ kV cm	bei $\frac{\delta}{r}$	$\mathcal{E}_{0\min}$ kV cm	bei $\frac{\delta}{r}$
12,5	31,4	0,24	31,0	0,26
6,25	33,3	0,31	33,0	0,27
3,125	35,8	0,32	35,4	0,32
2,5	36,8	0,32	36,4	0,32
1,25	40,7	0,35	40,7	0,35
0,5	47,1	0,7(?)	48,0	0,42
0,25	—		55,6	0,46

Die diesen Punkten entsprechende mittlere Kurve ist in Abb. 18 dargestellt. Der Wert von  $\frac{\delta}{r}$  nimmt mit zunehmender Kugelgröße langsam ab. Die Existenz des Minimums der Durchbruchfeldstärke wurde zuerst von A. Schuster<sup>147)</sup> nach den Versuchen von J. B. Baillie<sup>6)</sup> und F. Paschen<sup>112)</sup> festgestellt.

Für große Schlagweiten hat W. Weicker<sup>193)</sup> die Anfangsspannungen von Kugeln gemessen. Die nach den beobachteten Span-

nungen berechneten Feldstärken zeigt Abb. 15. Es sind eingetragen: 1. Durchbruchfeldstärken für zwei gleiche Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung, 2. bei gleichen Kugeln, von denen eine geerdet ist, 3. bei einer Kugel gegen eine geerdete Platte.

Alle Feldstärken nehmen mit wachsendem  $\frac{\delta}{r}$  erst rascher, dann langsamer zu. Man erkennt, wie außerordentlich viel rascher die

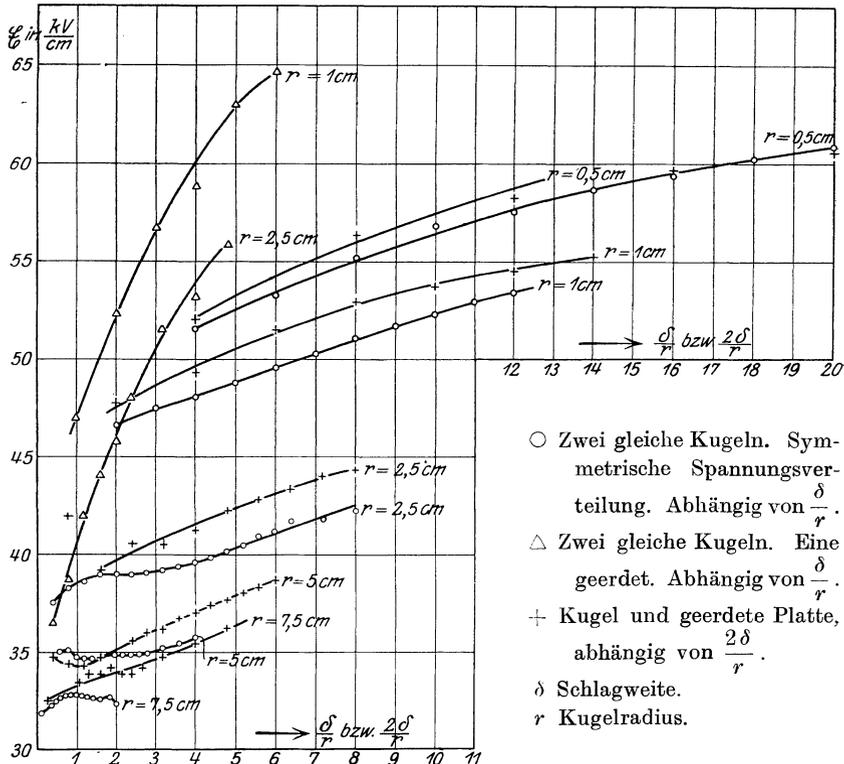


Abb. 15. Durchbruchfeldstärke für Kugelelektroden, abhängig vom Verhältnis Schlagweite zu Radius nach W. Weicker<sup>193</sup>). 760 mm Hg, 20° C.

Feldstärke bei einseitig geerdeter Versuchsanordnung wächst als bei symmetrischer Spannungsverteilung. Die Durchbruchfeldstärke der Anordnung Kugel-Platte ist durchwegs höher als die zweier gleicher Kugeln der doppelten Schlagweite (mit Ausnahme einiger Punkte für  $r = 5 cm$  bei kleinen  $\frac{\delta}{r}$ , die wohl auf Meßungenauigkeiten beruhen).

Das Anwachsen nach dem Minimum geht bei größeren Schlagweiten immer weiter. So ergibt sich z. B. für die symmetrische Anordnung bei 60 cm Schlagweite (760 mm Hg, 20° C):

$r$	0,5	1	2,5	cm
$\mathcal{E}_0$	69,3	63,9	48,3	$\frac{kV}{cm}$
$\mathcal{E}_0 \text{ min}$ (s. Abb. 18)	47,1	42,5	36,8	$\frac{kV}{cm}$

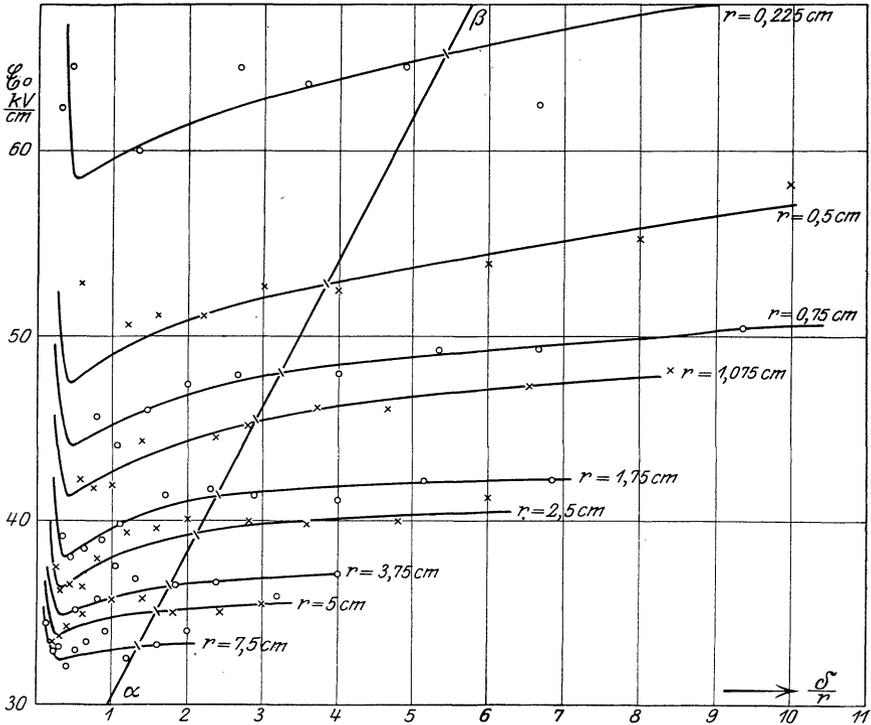


Abb. 16. Durchbruchfeldstärke für zwei gleiche Kugelelektroden bei symmetrischer Spannungsverteilung nach W. Estorff<sup>42)</sup>. 760 mm Hg, 20° C. (Für kleine  $\delta/r$  nach Abb. 13 ergänzt.)

Und für die Anordnung Kugel-Platte ergibt sich bei einer Schlagweite von 30 cm, was dem Obigen elektrostatisch entspricht:

$\mathcal{E}_0$	79,5	68,9	51,8	$\frac{kV}{cm}$
-----------------	------	------	------	-----------------

Bei 60 cm Schlagweite ergibt sich für diese Anordnung:

$\mathcal{E}_0$	91,8	79,4	62,1	$\frac{kV}{cm}$
-----------------	------	------	------	-----------------

Ob diesem nach S. 29 aus der Anfangsspannung berechneten Ansteigen der Feldstärke wirklich eine physikalische Zunahme der Durchbruchfeldstärke entspricht, ist zweifelhaft. Einmal ist die genaue Feststellung des Wertes der Anfangsspannung bei den größeren Schlagweiten wegen des sehr schwachen Glimmens recht schwierig, ferner

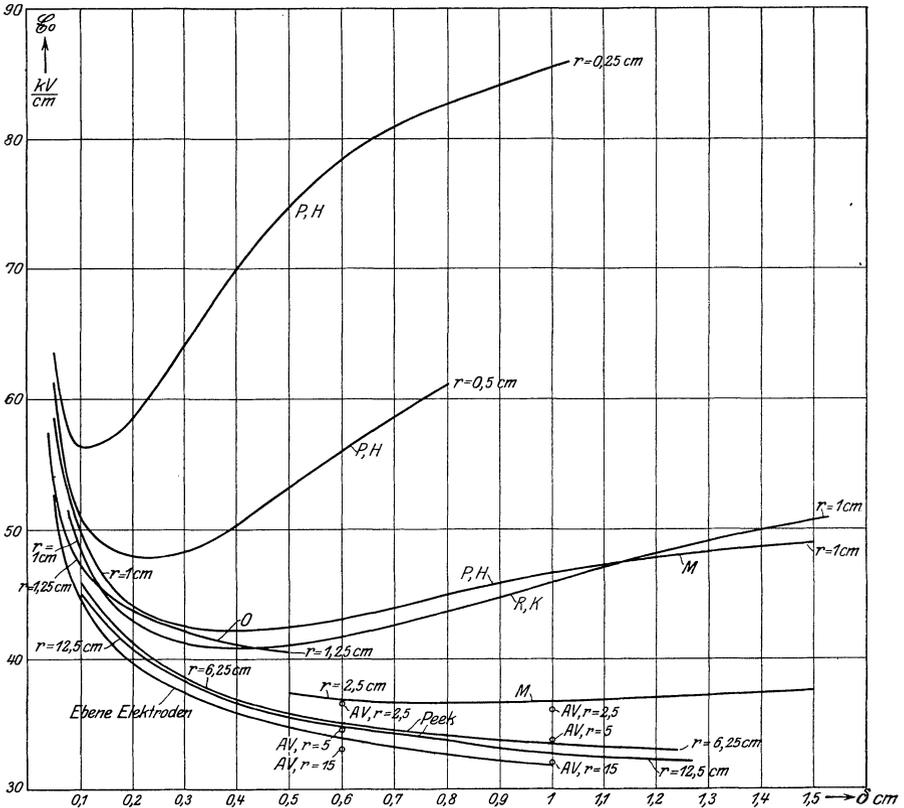


Abb. 17. Durchbruchfeldstärke  $\mathcal{E}_0$  zweier gleicher Kugeln für kleine Schlagweiten  $\delta$ . 760 mm Hg, 20° C.

- P, H* nach Paschen, Heydweiller (Gleichspannung, eine Kugel geerdet).  
*M* " C. Müller (Gleichspannung, eine Kugel geerdet).  
*R, K* " Kowalski und Rappel (Wechselspannung, eine Kugel geerdet).  
*O* " Orgler (Gleichspannung, eine Kugel geerdet).  
*AV* " Abraham und Villard (Gleichspannung, symmetr. Spannungsverteilung).

ist es nicht unmöglich, daß bei diesen großen Schlagweiten schon bei der durch den Beginn der leuchtenden Entladung gemessenen Anfangsspannung nicht mehr das elektrostatische, sondern ein durch freie Ladungen verzerrtes Feld herrscht, und vor allem wird der elektrostatische Einfluß der Zuleitungen bei großen Schlagweiten jedenfalls sehr erheblich (s. a. Abschn. 64).

Auch die Messungen von Estorff<sup>42)</sup>, Abb. 16, (für kleine  $\frac{\delta}{r}$  unter 0,5 nach Abb. 13 ergänzt) zeigen nach dem Minimum erst ein stärkeres und dann verlangsames Ansteigen. Für kleine Schlagweiten  $\delta$  zeigt Abb. 17 den Verlauf der Feldstärke nach verschiedenen

Autoren. Für  $r=0,25$  cm, 0,50 cm und 1 cm sind die Messungen von Paschen-Heydweiller<sup>65,66)</sup> eingetragen, die bis auf etwa 1% übereinstimmen. Die Messungen von Paschen<sup>112)</sup> wurden zuerst von Schuster<sup>147)</sup> und dann von Heydweiller<sup>65)</sup> ausgewertet. Wenn auch auf Verzögerung speziell nicht geachtet wurde, kann ihr Einfluß nicht sehr groß gewesen sein, denn Orglers<sup>111)</sup> Werte, bei denen sehr sorgfältig auf Beseitigung der Verzögerung geachtet wurde, weichen im

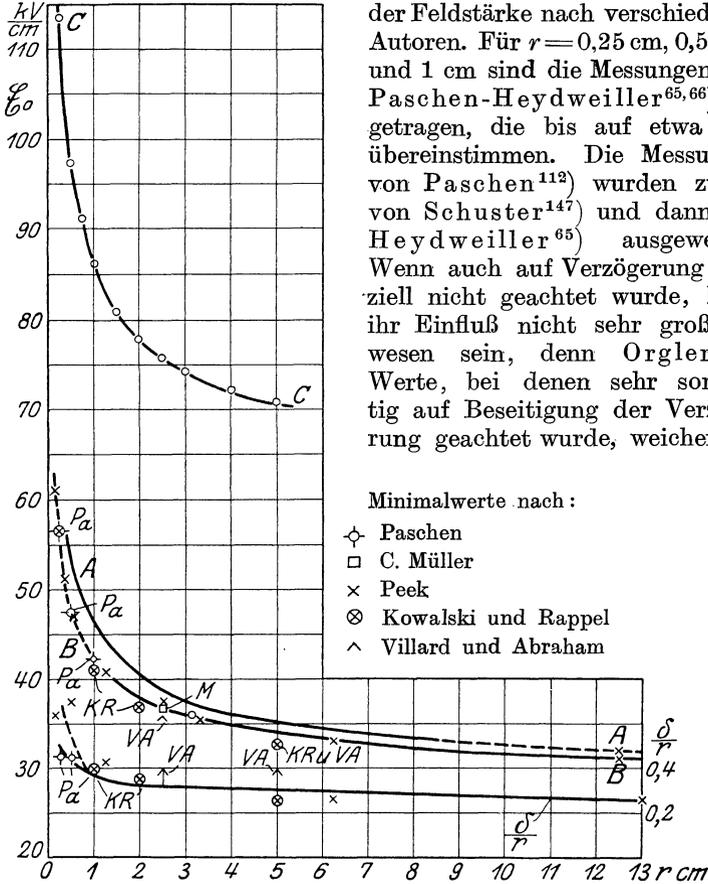


Abb. 18. Durchbruchfeldstärke von zwei gleichen Kugelelektroden, abhängig vom Radius. 760 mm Hg, 20° C.

Kurve AA nach Messungen von Estorff, Abb. 16.

„ BB Minimalwerte nach Abb. 13 und 14.

„ CC nach Heydweiller-Töpler für die Einzelkugel, S. 40.

Die untere Kurve gibt die Werte  $\frac{\delta}{r}$  an, bei denen das Minimum auftritt.

Mittel nur um 1% von denen Paschens ab. Die Messungen wurden mit einer Influenzmaschine durchgeführt. Ein Pol war geerdet. Ein Polaritätseffekt war nicht feststellbar. Die Kurve von C. Müller<sup>106)</sup> mit Bestrahlung für  $r = 1$  cm schließt ausgezeichnet an diese Messungen

an. Außerdem ist noch für  $r=1$  cm die Kurve von Kowalski und Rappel<sup>87)</sup> mit einseitiger Erdung, Bestrahlung mit einer Bogenlampe, Wechselspannung, eingetragen, um zu zeigen, wie gut Gleich- und Wechselspannungsmessungen übereinstimmen. Die Messungen von Rappel und Kowalski<sup>87)</sup> für große Kugeln ( $r=7,5, 10$  und  $15$  cm) ergeben zu geringe Werte und scheinen durch Influenz gestört zu sein. Ferner sind noch die Messungen von Orgler<sup>111)</sup>, einige von Peek<sup>116)</sup> und die Kurve für ebene Elektroden eingetragen. Die Punkte von Villard und Abraham  $AV$ <sup>176)</sup> liegen zum Teil unter dieser Kurve, was wahrscheinlich auf Influenzwirkungen zurückzuführen ist. Für kleine Kugeln ist diese Influenzwirkung geringer, wie die Übereinstimmung der Punkte für  $r=2,5$  cm mit der entsprechenden Kurve von C. Müller zeigt, die bei größeren  $\frac{\delta}{r}$  auch ihrerseits durch Influenzwirkungen zu tief liegt.

Man kann also auch in diesem Falle nicht von einer elektrischen Durchbruchfeldstärke schlechtweg reden. Charakteristisch ist der Wert der Minimalfeldstärke, wie er in Abb. 18, S. 37 in Kurve  $BB$  nach den Mittelwerten der Abb. 13 und 14 dargestellt ist.

Zu der mittleren Kurve  $BB$  sind in Abb. 18 noch einige Meßpunkte von Peek, Paschen-Heydweiller, C. Müller, Kowalski und Rappel und Villard und Abraham eingetragen (alle auf 760 mm Hg und  $20^{\circ}$  C umgerechnet). Die Werte von Rappel und Kowalski und von Villard und Abraham weichen systematisch nach unten ab. Für kleine Radien speziell ergibt sich die minimale Durchbruchfeldstärke zu:

$r$ cm	$\frac{\delta}{r}$	$\mathcal{E}_{0\text{min}}$ in $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	Autor
0,159	0,63	61	Peek (is.)
0,25	0,44	56,2	Paschen (geerdet)
0,5	0,45	47,8	Paschen (g.)
0,555	0,72	47,1	Peek (is.)
1	0,40	42,2	Paschen (g.)
1	0,39	40,9	Rappel u. Kowalski (g.)
1,27	$\approx 0,43$ (?)	40,6	Peek (is.)

Zu der Kurve Abb. 18 für die mittleren  $\frac{\delta}{r}$ , die nach Abb. 13 und 14 zu den  $\mathcal{E}_{0\text{min}}$  gehören, sind auch die abweichenden Werte von Rappel und Kowalski und Villard und Abraham eingetragen. Die gestrichelte Fortsetzung der Kurve für kleine  $\frac{\delta}{r}$  entspricht den hohen Werten, die Peek für kleine Kugeln gemessen hat.

Peek hält den Wert der minimalen Durchbruchfeldstärke in den Abb. 13 und 14 für den betreffenden Kugelradius charakteristisch und begründet das darauffolgende Ansteigen durch störende Influenz,

die sich besonders bei der einpolig geerdeten Anordnung bemerkbar macht. Wir werden sehen, daß diese Annahme nicht völlig zutrifft, und daß ein geringes Ansteigen nach dem Minimum auf der Umbildung der Feldform mit steigender Schlagweite beruht.

Zur Ergänzung seien noch neuere Messungen von F. W. Peek<sup>120)</sup> 1) bei sehr hohen Spannungen mit Kugeln von 75 cm Durchmesser und 60 Per sek<sup>-1</sup> mitgeteilt.  $\delta_i$  bedeutet die Schlagweite bei isolierten,  $\delta_g$  mit einer geerdeten Kugel.

$U_{\text{eff}}$ kV	$U_{\text{max}}$ kV	$\delta_i$ cm	$\delta_g$ cm	$\mathfrak{E}_{0i}^{(2)}$ kV/cm	$\mathfrak{E}_{0g}^{(2)}$ kV/cm
100	141	5,0	5,0	30,0	30,0
200	283	10,98	10,98	28,8	28,8
300	424	17,0	17,0	29,3	29,3
400	566	23,0	23,0	30,3	30,3
500	707	30,0	30,0	30,6	30,6
600	849	38,4	41,0	30,8	33,3
700	990	49,0	55,0	30,4	34,4
800	1130	60,0	75,0	30,7	35,7
900	1272	75,0	—	30,7	—
1000	1414	97,0	—	30,2	—

Eine Nadelfunkenstrecke von 75 cm Schlagweite hatte eine Büschelgrenzspannung von 280 kV<sub>eff</sub> (396 kV<sub>max</sub>), unabhängig davon, ob eine Spitze geerdet war oder nicht.

Bei zwei Kugeln mit symmetrischer Spannungsverteilung kann man etwa noch die Werte als charakteristisch ansehen, bei denen das starke Anwachsen nach dem Minimum in ein schwächeres, nahezu lineares übergegangen ist, etwa die Punkte der Abb. 16, die auf der Geraden  $\alpha - \beta$  liegen. In Abb. 18 sind diese Punkte als Kurve AA eingetragen und über  $r = 7,5$  cm hinaus extrapoliert.

Diese Werte ergeben sich im Mittel für 760 mm Hg und 20° C als

$r$ cm	$\mathfrak{E}_0$ kV/cm
0,5	53,0
1	46,5
2	40,5
3	37,5
4	36,0
5	35,2
7,5	33,7
10	32,7
12,5	32,0

Betrachtet man dagegen den Verlauf der Durchbruchfeldstärke bei einseitig geerdeter Strecke (s. z. B. Abb. 15), so kommt man zu

1) S. a. E. u. M. 40, 90. 1922.

2) Auf 760 mm Hg und 20° C umgerechnet.

viel höheren Werten, wenn man diese wirklich als an den Elektroden vorhanden ansehen will. Leider liegen für diese Versuchsanordnung noch keine einwandfreien Messungen für große  $\frac{\delta}{r}$  vor, die den Verlauf der Kurve für große  $\frac{\delta}{r}$  zu beurteilen gestatteten.

Die Frage nach der Entladefeldstärke einer einzelnen Kugel (also in einem kugelsymmetrischen Feld), die frei im Raum weit entfernt von anderen influenzierenden Körpern sich befindet, hat Heydweiller<sup>65, 66)</sup> diskutiert.

Heydweiller stellt empirisch fest, daß bei zwei Kugeln, von denen eine geerdet ist, die mittlere Feldstärke, gebildet aus den Durchbruchfeldstärken der isolierten und der geerdeten Elektrode, sich mit wachsendem Abstand einem vom Abstand unabhängigen Werte nähert, der seinerseits eine Funktion des Kugelradius ist. Aus dem damals vorliegenden Versuchsmaterial schließt er auf eine Abhängigkeit von der Form

$$a + \frac{b}{\sqrt{R}},$$

auf die wir später noch zurückkommen werden. Da bei zwei sehr weit voneinander entfernten Kugeln die Durchbruchfeldstärke der geerdeten immer kleiner wird, schließt er auf eine Größe der Feldstärke der allein im Raum befindlichen Kugel von doppeltem Betrag des oben erwähnten mittleren Wertes. Nach den Versuchen (von Paschen ermittelt er für 760 mm und 20° C umgerechnet die Werte

Kugelradius . . . . .	1,0 cm	0,5 cm	0,25 cm
Feldstärke . . . . .	80,8 $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	93 $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$	108 $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

Durch Versuche an einer frei im Raume aufgehängten Kugel von 0,5 cm Radius und an zwei Kugeln von 0,25 cm Radius in 20 cm Abstand findet er diese Werte sehr gut bestätigt.

M. Töpler<sup>162, 167)</sup> hat die Beobachtungen Heydweillers in einer Formel zusammengefaßt, nach der die Durchbruchfeldstärke der alleinstehenden Kugel durch

$$\mathcal{E}_0 = 57,6 + \frac{27,1 \text{ kV}}{\sqrt{r} \text{ cm}}$$

(bezogen auf 745 mm Hg und 18° C) dargestellt wird. Die Werte dieser Formel für 760 mm und 20° C

$$\mathcal{E}_0 = 58,5 + \frac{27,5}{\sqrt{r}}$$

sind durch Kurve CC in Abb. 18 dargestellt. Die Werte liegen außerordentlich hoch und es ist fraglich, ob man sie als die wahren Feldstärken an der Kugeloberfläche beim Beginn des Durchbruches

anzusehen hat, wenn man die Möglichkeit der Feldverzerrung vor Beginn des sichtbaren Durchbruchs bei großen Schlagweiten berücksichtigt. Auch die Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Werte wird einigermaßen fraglich, wenn man an die Feldverzerrung durch die Zuleitungen denkt. Schon Paschen<sup>112)</sup> [und später W. Weicker<sup>193)</sup>] macht auf den großen Einfluß der Zuleitungen besonders bei kleinen Kugeln aufmerksam und zeigt insbesondere, wie dieser Einfluß mit größerer Schlagweite erheblich wächst. Es ist das auch verständlich, denn je weiter die Kugeln voneinander entfernt sind, desto weniger influenzieren sie sich gegenseitig, und um so gleichmäßiger wird theoretisch die Dichteverteilung über die Ober-

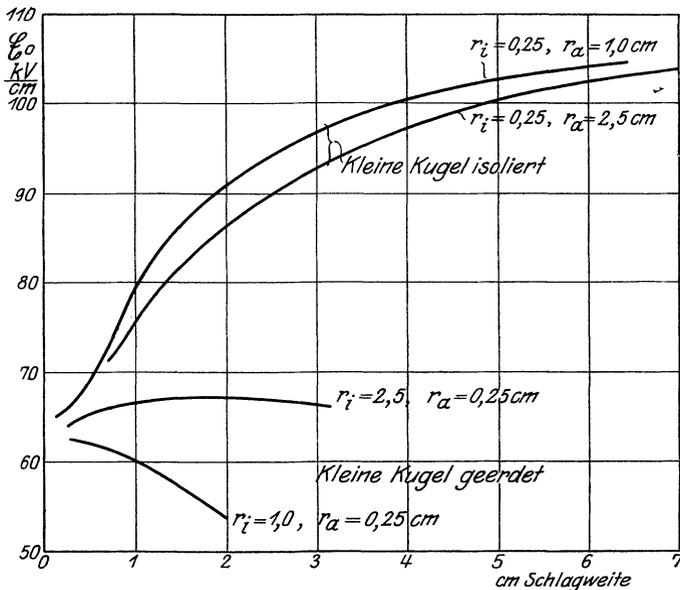


Abb. 19. Elektrische Durchbruchfeldstärke einer Kugel vom Radius 0,25 cm, die einer größeren gegenübergestellt ist. Einpolig geerdet. 760 mm Hg, 20° C.

fläche. Bei der einzelnen Kugel ist diese Dichteverteilung theoretisch homogen, aber bereits der dünnste Zuleitungsdraht muß eine wesentliche Änderung der Dichte- und Feldverteilung hervorrufen und damit eine wesentliche elektrische Entlastung der Kugel bedeuten. Dadurch wird dann eine zu hohe Entladespannung gemessen, die wiederum zu hohe Werte der elektrischen Festigkeit vortäuscht. Wenn also auch Heydweiller angibt, daß das Feld der Zuleitungen bei seinen Messungen keine Rolle gespielt habe, so kann das wohl nur für die kleineren Entfernungen gelten und nicht auch für den Grenzfall der einzelnen Kugel.

Da Messungen an Kugelkondensatoren leider nicht möglich sind, könnten vielleicht Messungen an halbkugelig begrenzten Zylindern

gegenüber großen ebenen Flächen annähernden Aufschluß geben. Für diese Anordnung hat Zeleny<sup>213)</sup> die Feldstärken (allerdings für halbkugelig begrenzte Drähte von 0,04 bis 0,10 cm Durchmesser) hydrostatisch gemessen und findet, daß sie  $k \cdot 10^6$  der Feldstärke beträgt, die eine kleine Kugel vom Durchmesser des Drahtes in einer konzentrischen größeren vom Radius der Schlagweite bei gleicher Spannung hat. Er findet:

Schlagweite cm	$k$
0,5	67,5
1,5	60
3	57

Verglichen mit den Messungen an halbkugeligen Spitzen, z. B. Edmunds<sup>40)</sup>,  $\mathcal{E}_0 \sqrt{r} = 18$ , scheint besonders das erste Glied der Töplerschen Formel sehr hoch zu sein.

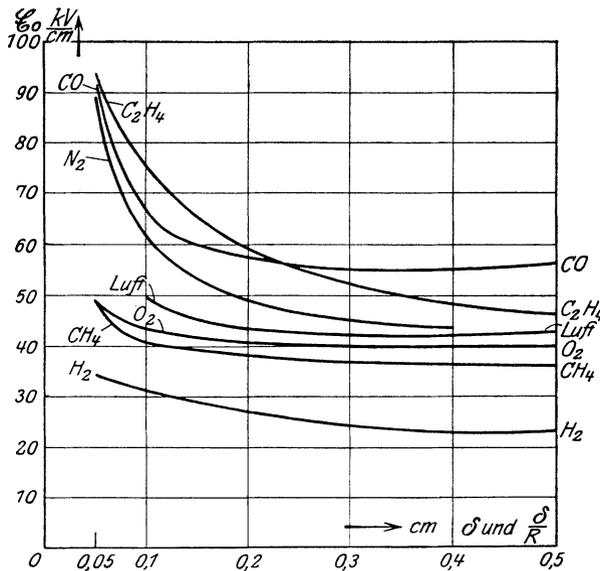


Abb. 20a. Durchbruchfeldstärke verschiedener Gase zwischen Kugeln von 1 cm Radius. Eine Kugel geerdet. Nach K. Keil. Druck 745 mm Hg  $\pm$  15 mm. Temperaturen: Luft 15°, N<sub>2</sub> 16°, O<sub>2</sub> 16°, H<sub>2</sub> 15°, CO 12°, CH<sub>4</sub> 12°, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub> 15°.

Eine gute Anschauung der verschiedenen möglichen Durchbruchfeldstärken für ein und dieselbe Kugel vom Radius 0,25 cm geben die Messungen von Heydweiller an ungleich großen Kugeln. Es wurde diese Kugel mit einer andern vom Radius 1,0 bzw. 2,5 cm kombiniert und wechselweise die größere und dann die kleinere Kugel

geerdet. Das Resultat zeigt Abb. 19. Heydweiller hat bei seinen Versuchen besonders vorsichtig auf alle Störungsursachen geachtet, so daß wir seine Werte, namentlich für die kleineren Schlagweiten, als sehr zuverlässig ansehen dürfen.

Nach dem Bisherigen bleibt der Wert der Durchbruchfeldstärke einer einzigen Kugel vorläufig ziemlich unbestimmt. Wir werden ihn

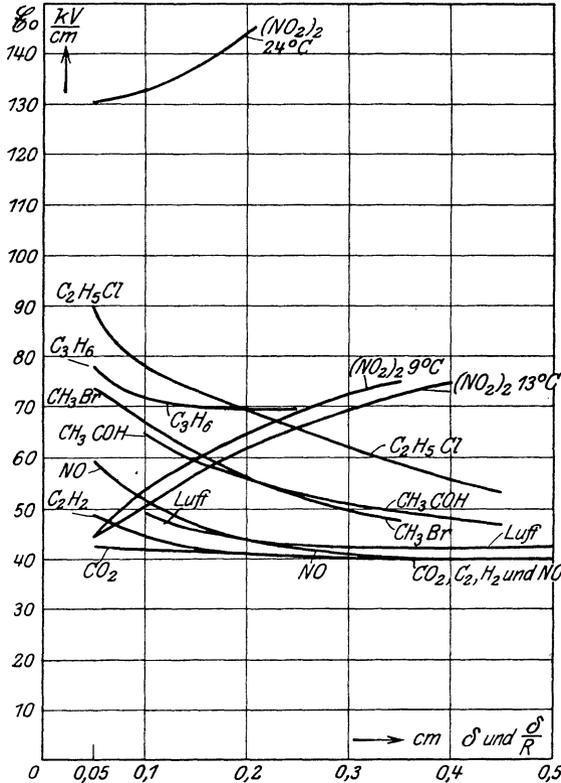


Abb. 20b. Durchbruchfeldstärke verschiedener Gase zwischen Kugeln von 1 cm Radius. Eine Kugel geerdet. Nach K. Keil. Druck 745 mm Hg  $\pm$  15 mm. Temperaturen: Luft  $15^\circ$ ,  $CO_2$   $12^\circ$ ,  $NO$   $12^\circ$ ,  $C_2H_2$   $15^\circ$ ,  $C_3H_6$   $18^\circ$ ,  $CH_3Br$   $18^\circ$ ,  $C_2H_5Cl$   $18^\circ$ ,  $CH_3COH$   $30^\circ$ ,  $(NO_2)_2 \rightleftharpoons 2NO_2$ ,  $9^\circ$ ,  $13^\circ$  und  $24^\circ$ .

in dem Bereich zwischen den Kurven AA und CC der Abb. 18 zu suchen haben, aber seine Lage ist unbestimmt, solange nicht die Frage der möglichen Feldverzerrung geklärt ist, und solange nicht eine eindeutige Versuchsanordnung ohne störende Influenz und den störenden Einfluß der Zuführungen durchgemessen ist.

Die Durchbruchfeldstärken einer Reihe verschiedener Gase zeigen Abb. 20a und b nach Messungen von K. Keil, Zeitschr. f. Phys. 10, 308.

1922. Spannungsquelle war eine Influenzmaschine, bei der ein Pol geerdet war. Die Spannung wurde mit einer Hilfsfunkenstrecke in Luft gemessen. Zum Vergleich ist in beiden Abbildungen die Kurve für Luft eingetragen. Die Kugeln bestanden aus Stahl, wurden stets geputzt, bestrahlt wurde mit Radium. Die Gase strömten lebhaft während der Messungen. Sehr empfindlich hinsichtlich der Temperatur war  $(\text{NO}_2)_2$  wegen der Temperaturdissoziation in  $\text{NO}_2$ . Die Kugeln wurden darin stark angegriffen.

### 17. Funkenspannungen bei kleinen Schlagweiten.

Für kleinere Abstände als in den Tabellen I und II angegeben ergibt sich im Mittel nach Earhart<sup>33)</sup> für eine Stahlkugel von 2,52 cm Durchmesser gegen eine Messingscheibe, beide nickelplattiert:

Schlagweite $\text{cm} \cdot 10^{-4}$	Atmosphärische trockene Luft				Strömende Kohlendensäure	
	Druck 1 at = 760 mm Hg		Druck 150 mm		Druck 760 mm	
	Spannung Volt	Durchbruchfeldstärke kV/cm	Volt	kV/cm	Volt	kV/cm
5	350	700	—	—	—	—
10	400	400	—	—	400	400
20	470	235	340	170	470	235
30	540	180	362	121	542	181
40	610	152,5	380	95,0	602	150,5
50	680	136	402 <sup>1)</sup>	81,4	660	132
60	750	125	420	69,2	713	119
70	822	117	438	61,0	764	109
80	888	111	455	55,5		
90	955	106	470	51,8		
100	1025	102,5	488	50,2		
	Abweichung der exper. Punkte $\pm 5\%$		1) Schwacher Knick in der Kurve Abweichung $\pm 1,5\%$		Abweichung $\pm 5\%$	

Nicht bestrahlt. Die Beziehung zwischen Spannung und Schlagweite ist nahezu linear.

### 18. Verschiedene Gase und Drucke unterhalb des Atmosphärendruckes.

Liebigs<sup>92)</sup> Messungen in Luft,  $\text{CO}_2$ , Leuchtgas und  $\text{H}_2$  zeigen die Abb. 21 und 22. Da auf die Verzögerung nicht geachtet wurde, liegen wahrscheinlich die Werte für  $\text{CO}_2$  zu hoch. Die älteren Messungen von Baille<sup>7)</sup> haben nur noch historische Bedeutung. Orglers<sup>111)</sup> sehr sorgfältige Messungen sind in den Abb. 23 bis 26 dargestellt. Die Elektroden waren Messingkugeln von 1,25 cm Radius. Eine Elektrode war geerdet, die Funkenstrecke befand sich in einem allseitig geerdeten Metallkäfig von 19,5 cm Durchmesser und ca. 21 cm

Höhe. Bestrahlt wurde mit Bogenlampe und Aluminiumfunkenstrecke. Die Verzögerung war besonders in  $\text{CO}_2$  sehr merklich. Abb. 23 und 24 zeigen die Funken(Anfangs)speisung in Luft bei verschiedenen Schlagweiten und Drucken. Abb. 25 und 26 zeigen die Gase Luft,  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2$  bei verschiedenen Schlagweiten und Drucken. Die Kurven für Luft und  $\text{CO}_2$  schneiden sich für gegebenen Druck bei kleinen Schlagweiten, die selbst um so größer sind, je niedriger

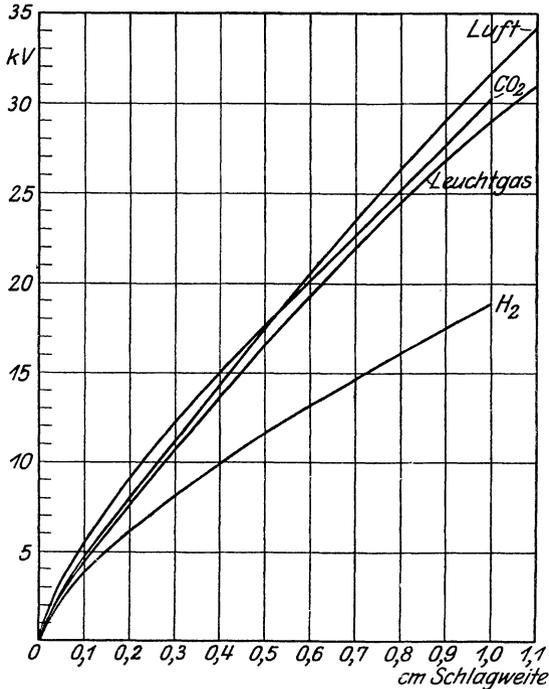


Abb. 21. Funkenspannung in Luft,  $\text{CO}_2$ , Leuchtgas u.  $\text{H}_2$  nach Liebig<sup>92)</sup>. Kugelsegmente, Krümmungsradius 9,76 cm, Durchmesser 4,83 cm. Trockene Gase. Temp. 18 bis 20° C. Normaler Druck. Gase dauernd strömend. Gleichspannung. Auf ebene Elektroden umgerechnet.

die Drucke liegen. (750 mm Hg  $\approx$  0,06 cm, 250 mm Hg  $\approx$  0,17 cm, 100 mm Hg = 0,45 cm.) Für gegebene Schlagweiten schneiden sie sich bei geringen Drucken, die um so größer sind, je geringer die Schlagweiten. Entsprechend dem Werte der Verzögerung liegt die Kurve für  $\text{CO}_2$  bei Örgler tiefer als bei Liebig. Als das elektrisch festeste Gas erwies sich Stickstoff, als das mit der geringsten Durchschlagspannung Wasserstoff.

Ritters<sup>130)</sup> Beobachtungen an Chlor, Brom und Helium sind in Abb. 27 dargestellt. Es wurde bestrahlt und in Chlor und Brom

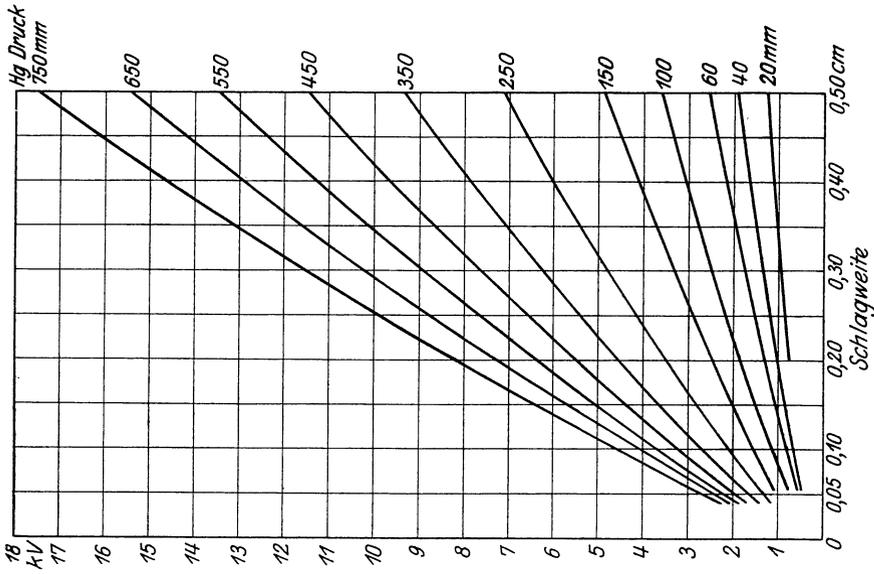


Abb. 23. Funkenspannung in Luft zwischen zwei gleichen Kugeln von 1,25 cm Radius. Eine Kugel geerdet. Bei verschiedenen Drucken und Schlagweiten, nach Orgler<sup>11)</sup>. 18° C. Gleichspannung.

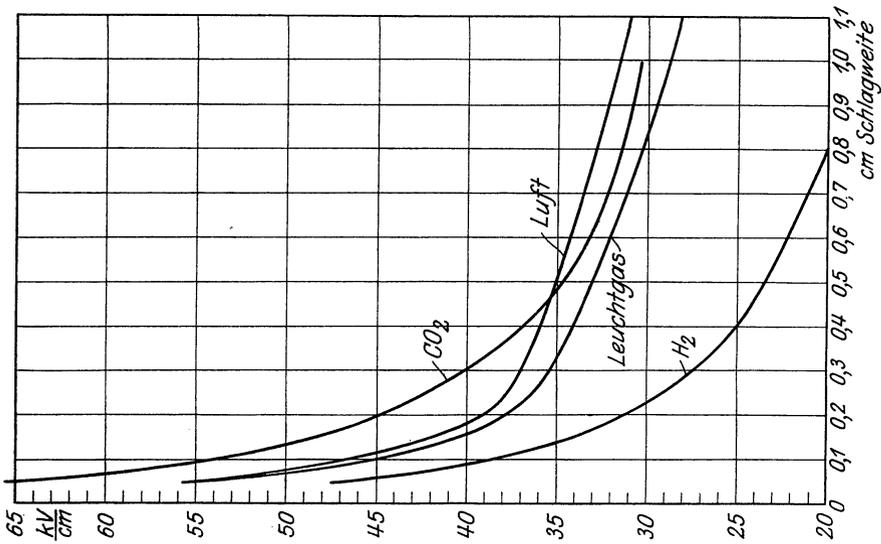


Abb. 22. Durchbruchfeldstärke für ebene Elektroden in Luft, CO<sub>2</sub>, Leuchtgas und H<sub>2</sub> nach Liebig (s. a. Abb. 21).

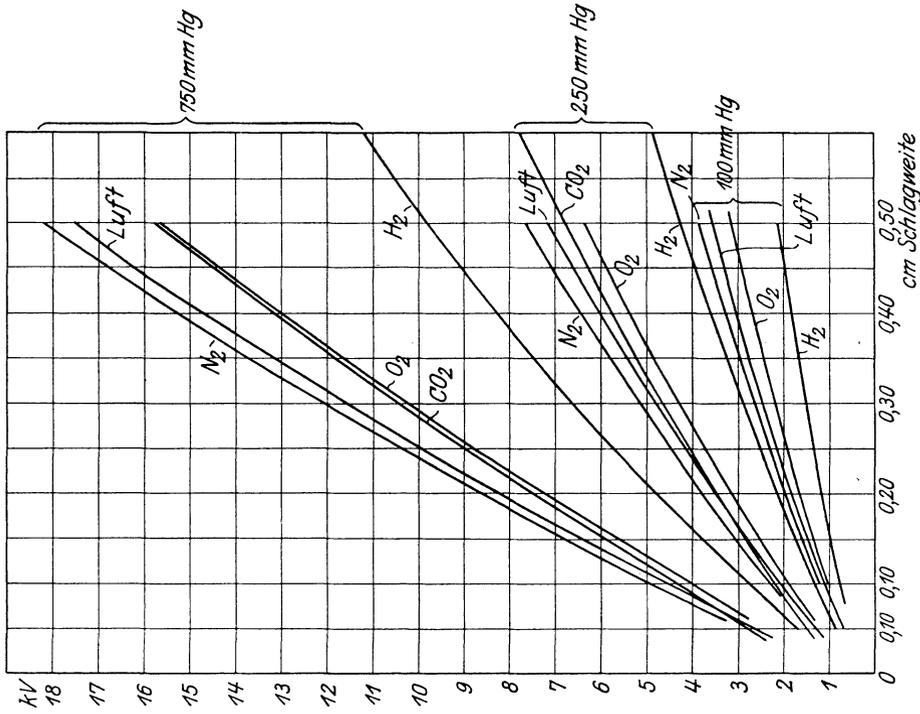


Abb. 25. Funkenspannung zweier gleicher Kugeln von 1,25 cm Radius, eine geerdet, für verschiedene Gase, nach Orgler<sup>111)</sup>. 18° C. Gleichspannung.

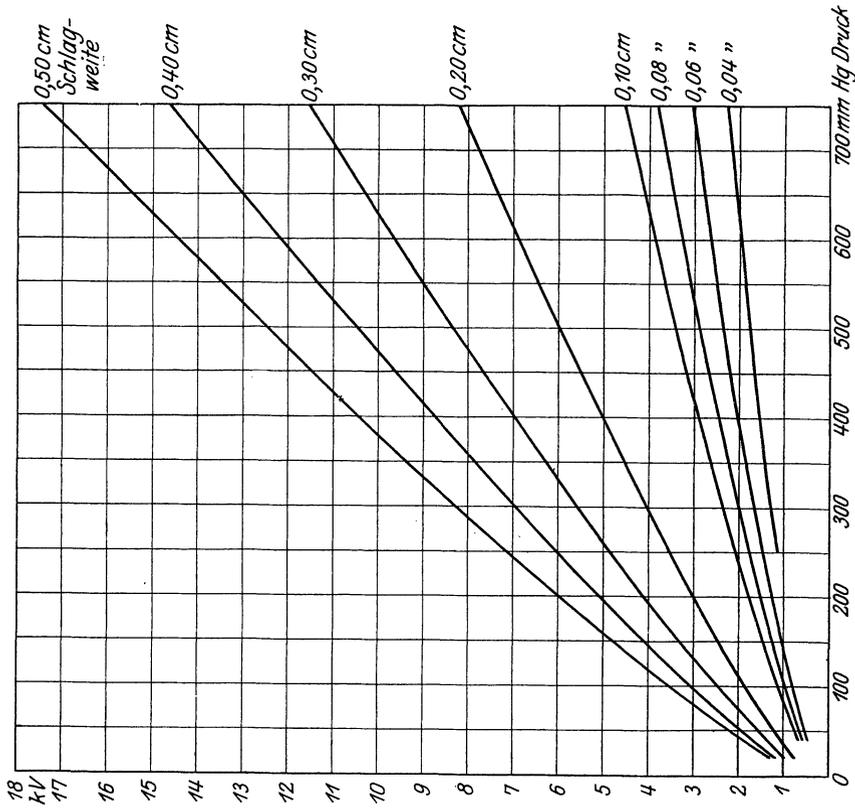


Abb. 24. Funkenspannung in Luft zwischen zwei gleichen Kugeln, wo eine geerdet [Orgler<sup>111)</sup>]. Gleichspannung. 18° C.

wurden starke Verzögerungen festgestellt. Die Werte für  $\text{Br}_2$  und  $\text{Cl}_2$  sind auf einheitliche Schlagweiten und eine mittlere Temperatur von 18 bis 20<sup>o</sup>C umgerechnet. Man erkennt die sehr hohen elektrischen Festigkeitswerte von  $\text{Br}_2$  und  $\text{Cl}_2$  und die sehr geringen von He. Auch

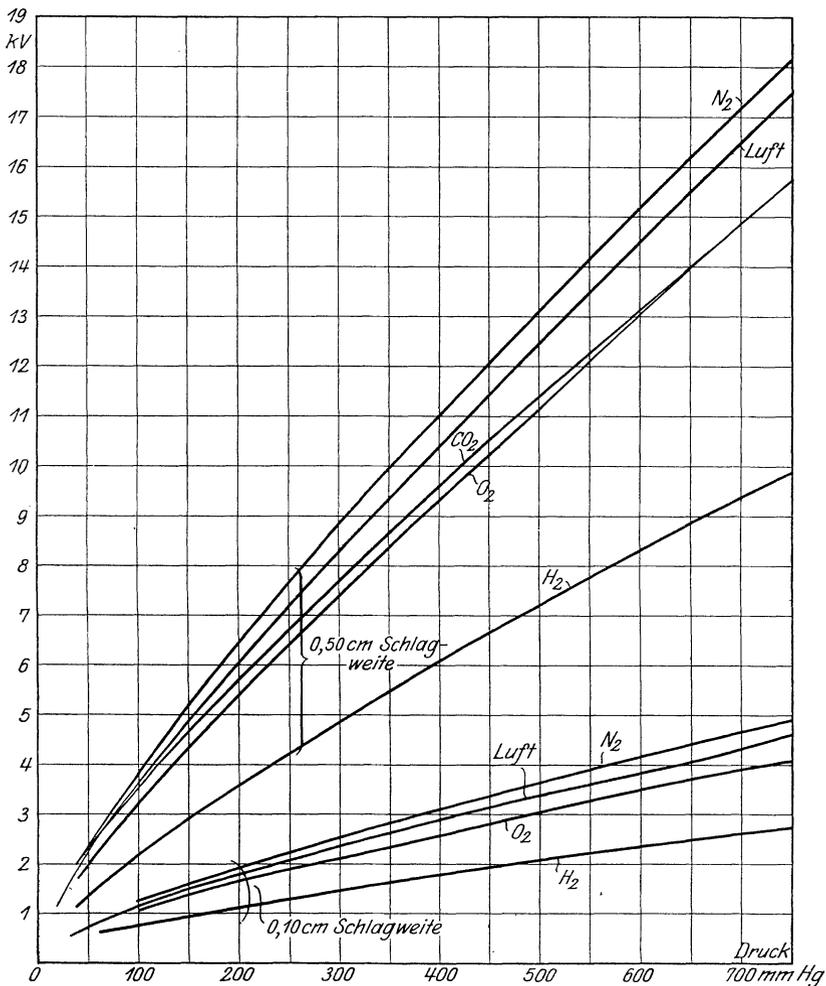


Abb. 26. Funkenspannung zweier gleicher Kugeln, eine geerdet, für verschiedene Gase [Orgler<sup>11)</sup>]. Gleichspannung. 18<sup>o</sup> C.

die relative Unabhängigkeit der Funkenspannung von He von Druck und Schlagweite im Vergleich mit den anderen Gasen ist bemerkenswert<sup>1)</sup>.

1) Messungen in  $\text{Cl}_2$ -,  $\text{Br}_2$ - und  $\text{J}_2$ -Dämpfen s. a. E. Valentiner, Diss. Rostock, 1910.

Wäre das He noch reiner gewesen, so wäre die Funkenspannung noch kleiner und die Unabhängigkeit von Druck und Schlagweite noch größer gewesen. Für Helium und Neon s. auch Ramsay und Collie<sup>125)</sup> (s. Abschnitt 20).

Eine große Reihe von Gasen hat Natterer<sup>107)</sup> qualitativ untersucht, indem er die Schlagweite eines kleinen Induktoriums zwischen stumpfen Platinspitzen darin bestimmte. Nach ihm haben unter

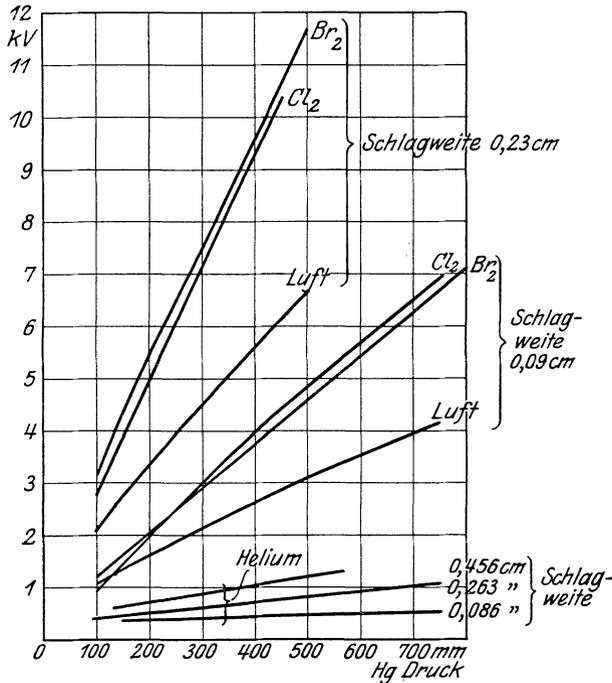


Abb. 27. Funkenspannung in Chlor, Brom und Luft nach Ritter<sup>130)</sup> (Elektroden-Pt-Kalotten, 1,5 cm Krümmungsradius) und in argonhaltigem Helium (aus Cleveit). (Elektroden Stahlkugeln von 0,6 cm Radius gegen schwach gewölbtes ebenes Stahlblech.) Gleichspannung. 18 bis 20° C.

Gasen, deren Moleküle aus gleich viel Atomen bestehen, die mit dem größten Molekulargewicht die größten Durchschlagsspannungen<sup>1)</sup>.

Besonders die Halogene scheinen die Durchschlagsspannung eines Gases heraufzusetzen, um so stärker, je mehr das Molekül mit Halogenatomen gesättigt ist. Nach dem stark elektronegativen Charakter der Halogene und ihrer Stellung im periodischen System unmittelbar vor den Edelgasen ist das nach den Ergebnissen der Atomtheorie auch verständlich.

1) S. dazu auch die Messungen von K. Keil, Abb. 20a und b. Die Regel hat viele Ausnahmen, namentlich bei Molekülen, die aus wenig Atomen bestehen.

Folgende Tabelle gibt eine Vorstellung der Größenordnungen:

Bei Atmosphärendruck					
Gas	Schlagweite mm	Molekular- gewicht	Gas	Schlagweite mm	Molekular- gewicht
H <sub>2</sub> 20° C	15—20	2	CH <sub>4</sub> 20° C	7—10	16
N <sub>2</sub> "	10—15	28	CH <sub>3</sub> OH 100° C	9—12	32
O <sub>2</sub> "	8—10	32	CH <sub>3</sub> .CHO 100° C	6—8	44
Cl <sub>2</sub> "	2—4	71	CH <sub>3</sub> Cl 20° C	8—11	50,5
Br <sub>2</sub> 100° C	2—3	160	CHCl <sub>3</sub> 100° C	1,75—2	119,5
J <sub>2</sub> 230° C	2,5—3	254	CH <sub>3</sub> J 100° C	2—2,25	142
NO 20° C	9—14	30	CHBr <sub>3</sub> 180° C	2—2,5	253
N <sub>2</sub> O "	3—5	44	CCl <sub>4</sub> 110° C	1,5—1,75	154
CO "	10—14	28	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> 20° C	3—4	26
CO <sub>2</sub> "	8—11	44	H <sub>2</sub> CN 80° C	2—3	27
HCl "	5—7	36,5	C <sub>2</sub> N <sub>2</sub> 20° C	1,5—2	52
HBr "	2—3,5	81	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> 20° C	8—13	16
HJ "	1,5—2	121	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> "	10—13	30
H <sub>2</sub> O 130° C	4—7	18	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH 111° C	7—9	46
H <sub>2</sub> S 20° C	3—5	34	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> CHO 100° C	4—7	58
SO <sub>2</sub> "	1,5—2	64	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> Cl 20° C	4—7	64,5
NH <sub>3</sub> "	5—8	17	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> Br 100° C	3—3,5	109
PH <sub>3</sub> "	4—7	34	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> J 100° C	1,75—2	156
S <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> 170° C	1,75—2	135	CS <sub>2</sub> 100° C	2—3	76
PCl <sub>3</sub> 100° C	1,5—2	137,5	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> 110° C	7—9	78
AsCl <sub>3</sub> 170° C	1,25—1,5	181,5	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> Br 100° C	2,3—2,8	123
PBr <sub>3</sub> 200° C	1,75—2	271			

Besonders lang ergab sich die Schlagweite in den einatomigen Dämpfen von Hg und Cd. Weiteres s. auch Tits<sup>158)</sup>.

## 19. Gasgemische.

In vielen Fällen gilt die Mischungsformel

$$\mathfrak{E}_M = \frac{\mathfrak{E}_a}{100} n^0/0 + \frac{\mathfrak{E}_b}{100} (100 - n)^0/0.$$

$\mathfrak{E}_a$  Durchbruchfeldstärke des Gases  $a$ ,

$\mathfrak{E}_b$  " " "  $b$ ,

$\mathfrak{E}_M$  " " des Gemisches

auf gleichen Druck und gleiche Temperatur bezogen.  $n^0/0$  Partialdruck des Gases  $a$  in Prozenten, oder Volumprozent des Gases  $a$ .

Für N<sub>2</sub>- und H<sub>2</sub>-Mischungen gültig nach Hayashi<sup>62)</sup>. Nach Bouty<sup>12b, 13, 15)</sup> oberhalb des kritischen Druckes besonders bei Mischungen, die nicht chemisch wirken, O<sub>2</sub>+CO<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>+H<sub>2</sub>, aber auch den explosiblen Mischungen von Stickoxyden und Wasserstoff, die aber bei der Entladung nicht detonierten. Abweichungen treten auf bei H<sub>2</sub>+CO<sub>2</sub>, wo mit wachsendem Druck Abweichungen bis zu 12,7<sup>0</sup>/<sub>0</sub> auftreten und  $\mathfrak{E}_M$  geringer ist als nach der Formel. Noch stärker ist dies bei Mischungen von O<sub>2</sub> und H<sub>2</sub>, ohne daß die Gase chemisch reagierten. Ebenfalls bei allen H<sub>2</sub>-Mischungen bei geringen

Drucken unter dem kritischen. Bei Mischung von Hg-Dampf mit CO<sub>2</sub> oder H<sub>2</sub> ist  $\mathcal{E}_M$  größer als nach der Mischregel. Auch bei Neon- und Argonmischungen mit anderen Gasen, auch mit Hg-Dampf, wird  $\mathcal{E}_M$  viel größer als berechnet (s. a. Abschn. 54).

### 20. Geringe Drucke, Paschens Gesetz, die Minimumspannung.

Sämtliche Messungen bei verschiedenen Drucken für ebene Elektroden oder nahezu ebenen Elektroden bei geringer Schlagweite lassen sich nach Paschen<sup>112)</sup> in eine Kurve zusammenfassen, da nach dem Paschenschen Gesetz die Funkenspannung bei konstanter Temperatur nur eine Funktion des Produktes von Druck  $p$  und Schlagweite  $\delta$ , d. i. nur der gesamten Gasmenge zwischen den Elektroden ist, allgemeiner des Produktes aus Gasdichte und Schlagweite. Die Kurve der Funkenspannung bei einem bestimmten Druck und veränderlicher Schlagweite hat demnach prinzipiell denselben Verlauf, wie wenn die Schlagweite konstant gehalten und der Druck verändert wird. Bei gegebener Schlagweite und abnehmendem Druck nimmt die Funkenspannung zunächst ab, erreicht ein Minimum (Minimumspannung), zuerst von Peace<sup>113)</sup> beobachtet, bei einem bestimmten kritischen Druck  $p_k$ , um bei weiterer Druckverringernng sehr stark anzusteigen. Bei gegebenem Drucke existiert analog eine kritische Schlagweite  $\delta_k$ , bei der das Minimum der Funkenspannung auftritt. Kritischer Druck  $p_k$  und kritische Schlagweite  $\delta_k$  bei konstanter Temperatur hängen durch die Beziehung  $p_k \delta_k = \text{konst.}$  zusammen, so daß bei größeren Drucken die kritische Schlagweite äußerst klein und die Messung sehr schwierig wird. Aus diesem Grunde sind die meisten Messungen der Minimumspannungen und des zugehörigen  $p_k \delta_k$  bei geringen Drucken durchgeführt. Die folgende Tabelle gibt die Resultate der wichtigsten Messungen wieder:

Tabelle der Minimumspannungen  $U_{\text{min}}$  und der kritischen Werte  $p_k \delta_k$ . ( $U_{\text{min}}$  in Volt,  $p_k$  in mm Hg,  $\delta_k$  in mm, mittlere freie Weglänge des betreffenden Gases bei 1 mm Hg  $\lambda$  in mm).

Gas	$U_{\text{min}}$ Volt	$p_k \delta_k$ mm · mm	$\lambda$ mm	$\frac{p_k \delta_k}{\lambda}$	Bemerkungen
Luft	341	5,62	0,073	77	Strutt <sup>154)</sup> } Starke Verzögerungen beobachtet. Gas nicht erneuert. Spannung sehr langsam gesteigert.
	350—351	5,91			
	334	5,12	70	Townsend <sup>169)</sup> } Bestrahlt. Gas nicht erneuert. Geringer Einfluß des Vorschaltwiderstandes.	
	< 336	< 5,06			
	356—400	6,0	78	Earhart <sup>33)</sup> } Versuche bei normalem Druck u. sehr kleinem Abstand. Nicht bestrahlt. E. Meyer <sup>100)</sup> . Sehr sorgfältige Messung. Staubfreie trockene frische Luft, nicht von CO <sub>2</sub> befreit. Elektroden dauernd gesäubert. Mit RaBr <sub>3</sub> bestrahlt. Obere Feuchtigkeitsgrenze ca. 0,04 mm Hg. Mittlere Temperatur 21° C.	
327	5,67				

Gas	$U_{\min}$ Volt	$p_k \cdot \delta_k$ mm · mm	$\lambda$ mm	$\frac{p_k \delta_k}{\lambda}$	Bemerkungen																																																																												
H <sub>2</sub>	302—308	14,4	0,135	93	Strutt <sup>154</sup> ). Carr <sup>19</sup> ). Townsend und Hurst <sup>170</sup> ). Sehr reiner H <sub>2</sub> . Bestrahlt. Geringer Einfluß des Vorschaltwiderstandes.																																																																												
	278—280 273	12,55 11,5				85	O <sub>2</sub>	455	4,8	0,078	61,7	Carr <sup>19</sup> ). Werte je nach Erzeugung des O <sub>2</sub> . Hohe Werte dem Ozon zugeschrieben.	453 439	6,9 7,2	92	N <sub>2</sub>	388	} Je nach Herkunft und Rei- nigung 6,7	0,072	93	Strutt <sup>154</sup> ). Gut getrocknete Gase. Rein- stes Gas vielmals durch flüssige K-Na- Legierung gepert.	369 347 351 251	äußerst rein		298	} 7,5 Je nach Herstellg. mit 5% O <sub>2</sub> -Zusatz		104	Hurst <sup>76</sup> ). Spuren von O <sub>2</sub> als von geringem Einfluß gefunden (wahrscheinlich also das Gas nicht äußerst rein). Bestrahlt.	295 302 312		CO <sub>2</sub>	419—420 485	5,08 4,64	0,048	106 97	Carr <sup>19</sup> ). Hurst <sup>76</sup> ). Wert außergewöhnlich hoch. (Altes Gas, chemische Zersetzung, O <sub>3</sub> ?)	He	261 (—326)	27,0	0,217	124	Strutt <sup>154</sup> ). Sehr empfindlich gegen Ver- unreinigungen. Gill und Pidduck <sup>49, 50</sup> ). Äußerst rein. Mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft behandelt. Bei ca. 98% He, $U_{\min} =$ 231 Volt. Bestrahlt. Zn-Elektroden.	156	39—40	182	(Spannung bei den Edelgasen möglicherweise vom Elektrodenmaterial abhängig.)						Ar	233	7,56	0,077	98	Gill und Pidduck <sup>49</sup> ). Auf 1 bis 2 Volt genau. Sehr sorgfältig gereinigt. Zn- Elektroden. Bestrahlt; s. a. Holst und Koopmanns <sup>71</sup> ).	SO <sub>2</sub>	457	3,3	0,036	92	Carr <sup>19</sup> ).	NO	418	5,0	0,052	96	H <sub>2</sub> S	414	6,00	0,048	125	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	468	7,13			Na-Dampf	335
O <sub>2</sub>	455	4,8	0,078	61,7	Carr <sup>19</sup> ). Werte je nach Erzeugung des O <sub>2</sub> . Hohe Werte dem Ozon zugeschrieben.																																																																												
	453 439	6,9 7,2				92	N <sub>2</sub>	388	} Je nach Herkunft und Rei- nigung 6,7	0,072	93	Strutt <sup>154</sup> ). Gut getrocknete Gase. Rein- stes Gas vielmals durch flüssige K-Na- Legierung gepert.	369 347 351 251	äußerst rein		298	} 7,5 Je nach Herstellg. mit 5% O <sub>2</sub> -Zusatz		104	Hurst <sup>76</sup> ). Spuren von O <sub>2</sub> als von geringem Einfluß gefunden (wahrscheinlich also das Gas nicht äußerst rein). Bestrahlt.	295 302 312		CO <sub>2</sub>	419—420 485	5,08 4,64	0,048	106 97	Carr <sup>19</sup> ). Hurst <sup>76</sup> ). Wert außergewöhnlich hoch. (Altes Gas, chemische Zersetzung, O <sub>3</sub> ?)	He	261 (—326)	27,0	0,217	124	Strutt <sup>154</sup> ). Sehr empfindlich gegen Ver- unreinigungen. Gill und Pidduck <sup>49, 50</sup> ). Äußerst rein. Mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft behandelt. Bei ca. 98% He, $U_{\min} =$ 231 Volt. Bestrahlt. Zn-Elektroden.	156	39—40	182	(Spannung bei den Edelgasen möglicherweise vom Elektrodenmaterial abhängig.)						Ar	233	7,56	0,077	98	Gill und Pidduck <sup>49</sup> ). Auf 1 bis 2 Volt genau. Sehr sorgfältig gereinigt. Zn- Elektroden. Bestrahlt; s. a. Holst und Koopmanns <sup>71</sup> ).	SO <sub>2</sub>	457	3,3	0,036	92	Carr <sup>19</sup> ).	NO	418	5,0	0,052	96	H <sub>2</sub> S	414	6,00		0,048	125	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	468	7,13			Na-Dampf	335	0,4			Dunoyer <sup>82</sup> ).				
N <sub>2</sub>	388	} Je nach Herkunft und Rei- nigung 6,7	0,072	93	Strutt <sup>154</sup> ). Gut getrocknete Gase. Rein- stes Gas vielmals durch flüssige K-Na- Legierung gepert.																																																																												
	369 347 351 251					äußerst rein		298	} 7,5 Je nach Herstellg. mit 5% O <sub>2</sub> -Zusatz		104	Hurst <sup>76</sup> ). Spuren von O <sub>2</sub> als von geringem Einfluß gefunden (wahrscheinlich also das Gas nicht äußerst rein). Bestrahlt.	295 302 312		CO <sub>2</sub>	419—420 485	5,08 4,64	0,048	106 97	Carr <sup>19</sup> ). Hurst <sup>76</sup> ). Wert außergewöhnlich hoch. (Altes Gas, chemische Zersetzung, O <sub>3</sub> ?)	He	261 (—326)	27,0	0,217	124	Strutt <sup>154</sup> ). Sehr empfindlich gegen Ver- unreinigungen. Gill und Pidduck <sup>49, 50</sup> ). Äußerst rein. Mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft behandelt. Bei ca. 98% He, $U_{\min} =$ 231 Volt. Bestrahlt. Zn-Elektroden.	156	39—40	182	(Spannung bei den Edelgasen möglicherweise vom Elektrodenmaterial abhängig.)						Ar	233	7,56	0,077	98	Gill und Pidduck <sup>49</sup> ). Auf 1 bis 2 Volt genau. Sehr sorgfältig gereinigt. Zn- Elektroden. Bestrahlt; s. a. Holst und Koopmanns <sup>71</sup> ).	SO <sub>2</sub>	457	3,3	0,036	92	Carr <sup>19</sup> ).	NO	418	5,0	0,052	96	H <sub>2</sub> S	414		6,00	0,048	125	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	468	7,13			Na-Dampf	335	0,4			Dunoyer <sup>82</sup> ).												
	298	} 7,5 Je nach Herstellg. mit 5% O <sub>2</sub> -Zusatz		104	Hurst <sup>76</sup> ). Spuren von O <sub>2</sub> als von geringem Einfluß gefunden (wahrscheinlich also das Gas nicht äußerst rein). Bestrahlt.																																																																												
	295 302 312						CO <sub>2</sub>	419—420 485	5,08 4,64	0,048	106 97	Carr <sup>19</sup> ). Hurst <sup>76</sup> ). Wert außergewöhnlich hoch. (Altes Gas, chemische Zersetzung, O <sub>3</sub> ?)	He	261 (—326)	27,0	0,217	124	Strutt <sup>154</sup> ). Sehr empfindlich gegen Ver- unreinigungen. Gill und Pidduck <sup>49, 50</sup> ). Äußerst rein. Mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft behandelt. Bei ca. 98% He, $U_{\min} =$ 231 Volt. Bestrahlt. Zn-Elektroden.	156	39—40	182	(Spannung bei den Edelgasen möglicherweise vom Elektrodenmaterial abhängig.)						Ar	233	7,56	0,077	98	Gill und Pidduck <sup>49</sup> ). Auf 1 bis 2 Volt genau. Sehr sorgfältig gereinigt. Zn- Elektroden. Bestrahlt; s. a. Holst und Koopmanns <sup>71</sup> ).	SO <sub>2</sub>	457	3,3	0,036	92	Carr <sup>19</sup> ).	NO	418	5,0	0,052	96	H <sub>2</sub> S	414		6,00	0,048	125	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	468	7,13			Na-Dampf	335	0,4			Dunoyer <sup>82</sup> ).																				
CO <sub>2</sub>	419—420 485	5,08 4,64	0,048	106 97	Carr <sup>19</sup> ). Hurst <sup>76</sup> ). Wert außergewöhnlich hoch. (Altes Gas, chemische Zersetzung, O <sub>3</sub> ?)																																																																												
He	261 (—326)	27,0	0,217	124	Strutt <sup>154</sup> ). Sehr empfindlich gegen Ver- unreinigungen. Gill und Pidduck <sup>49, 50</sup> ). Äußerst rein. Mit Kokosnußkohle und flüssiger Luft behandelt. Bei ca. 98% He, $U_{\min} =$ 231 Volt. Bestrahlt. Zn-Elektroden.																																																																												
	156	39—40		182																																																																													
(Spannung bei den Edelgasen möglicherweise vom Elektrodenmaterial abhängig.)																																																																																	
Ar	233	7,56	0,077	98	Gill und Pidduck <sup>49</sup> ). Auf 1 bis 2 Volt genau. Sehr sorgfältig gereinigt. Zn- Elektroden. Bestrahlt; s. a. Holst und Koopmanns <sup>71</sup> ).																																																																												
SO <sub>2</sub>	457	3,3	0,036	92	Carr <sup>19</sup> ).																																																																												
NO	418	5,0	0,052	96																																																																													
H <sub>2</sub> S	414	6,00	0,048	125																																																																													
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	468	7,13																																																																															
Na-Dampf	335	0,4			Dunoyer <sup>82</sup> ).																																																																												

Die kritische Schlagweite  $\delta_k$  beträgt im Mittel 70 bis 100 mittlere freie Weglängen des Gases, ist also z. B. für Luft bei 760 mm Hg etwa  $7,5 \cdot 10^{-4}$  cm. Nur bei He ist sie viel größer, das weitaus die kleinste Minimumspannung hat.

Den Verlauf der Funkenspannung im Bereich kleiner  $p\delta$  (geringer Drucke) zeigen die Abb. 28 und 29 nach den Messungen von Carr<sup>19</sup>) und E. Meyer<sup>100</sup>). Das Paschensche Gesetz hat sich in

Abb. 28. Funkenspannung in Luft, NO, CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub> und H<sub>2</sub> für ebene Elektroden, abhängig von  $p\delta$  nach Carr<sup>10)</sup>. Zimmertemperatur. Kurve X in Luft nach E. Meyer<sup>100)</sup> bei 21° C.

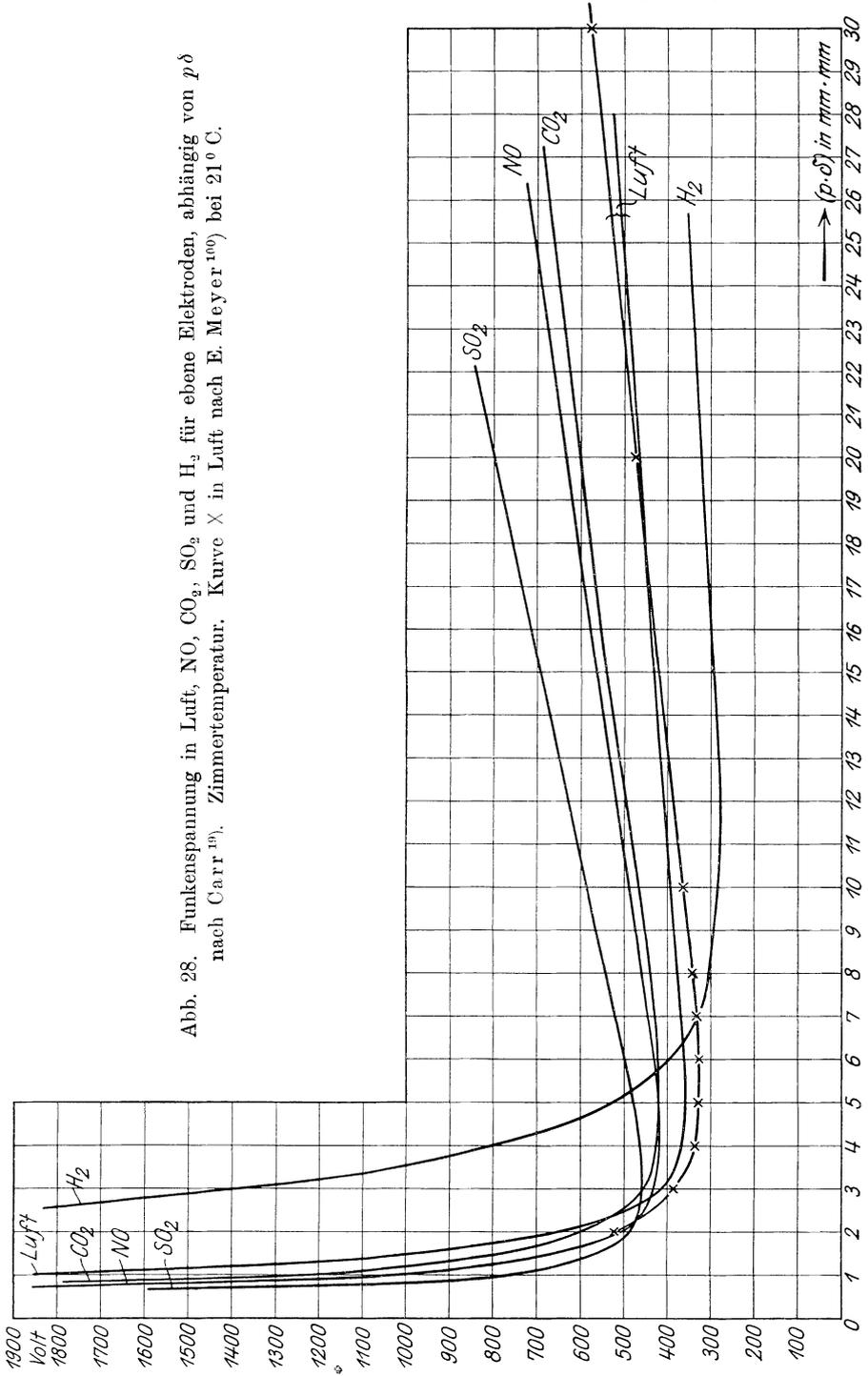
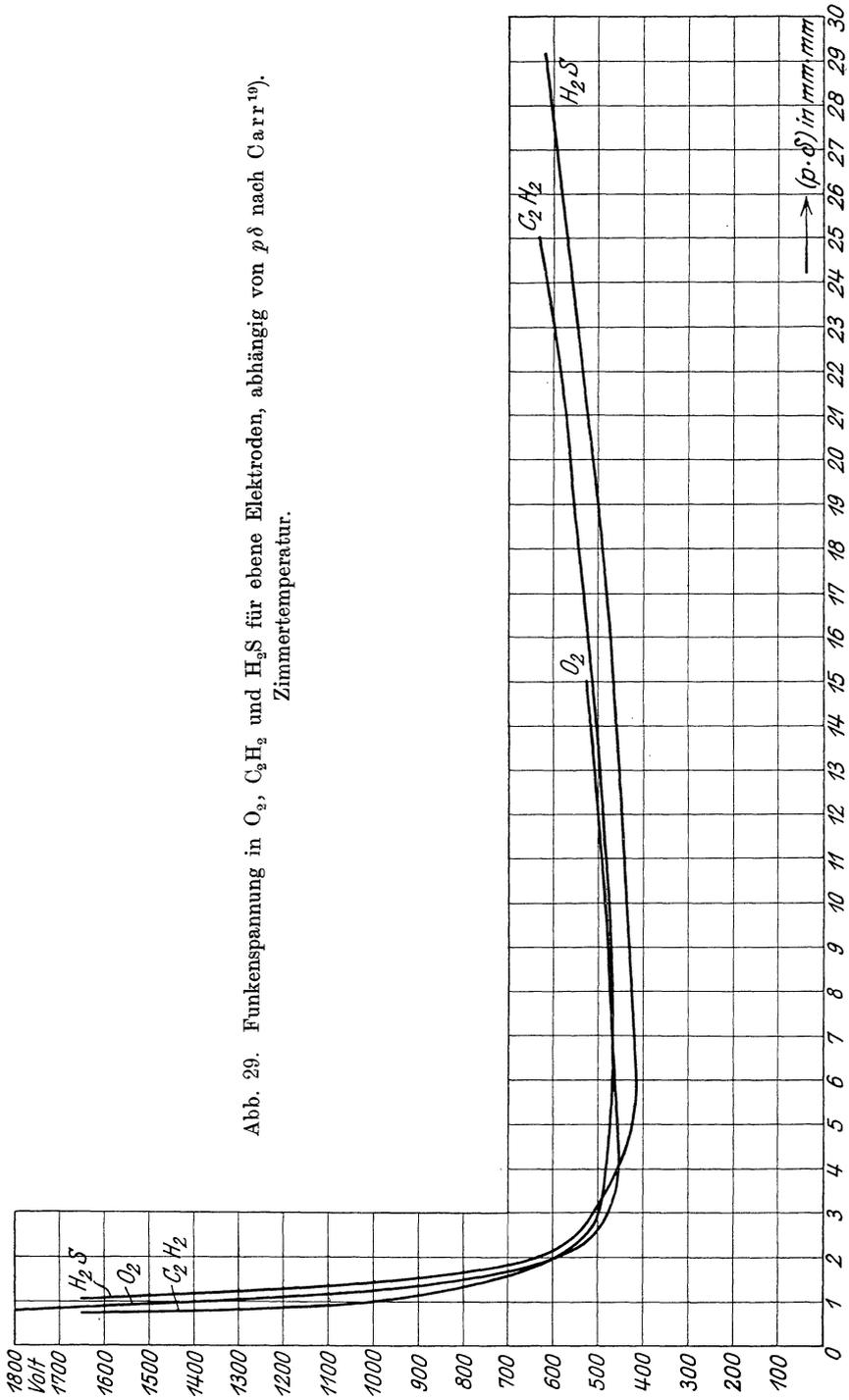


Abb. 29. Funkenspannung in  $O_2$ ,  $C_2H_2$  und  $H_2S$  für ebene Elektroden, abhängig von  $p \cdot d$  nach Carr<sup>19)</sup>.  
Zimmertemperatur.



diesem Bereich sehr genau bewährt. Carr hat nicht bestrahlt, aber z. T. 10 bis 15 Minuten bis zum Überschlag gewartet. Untersucht wurden Elektroden aus Messing, Zn, Fe, Al, ohne den geringsten

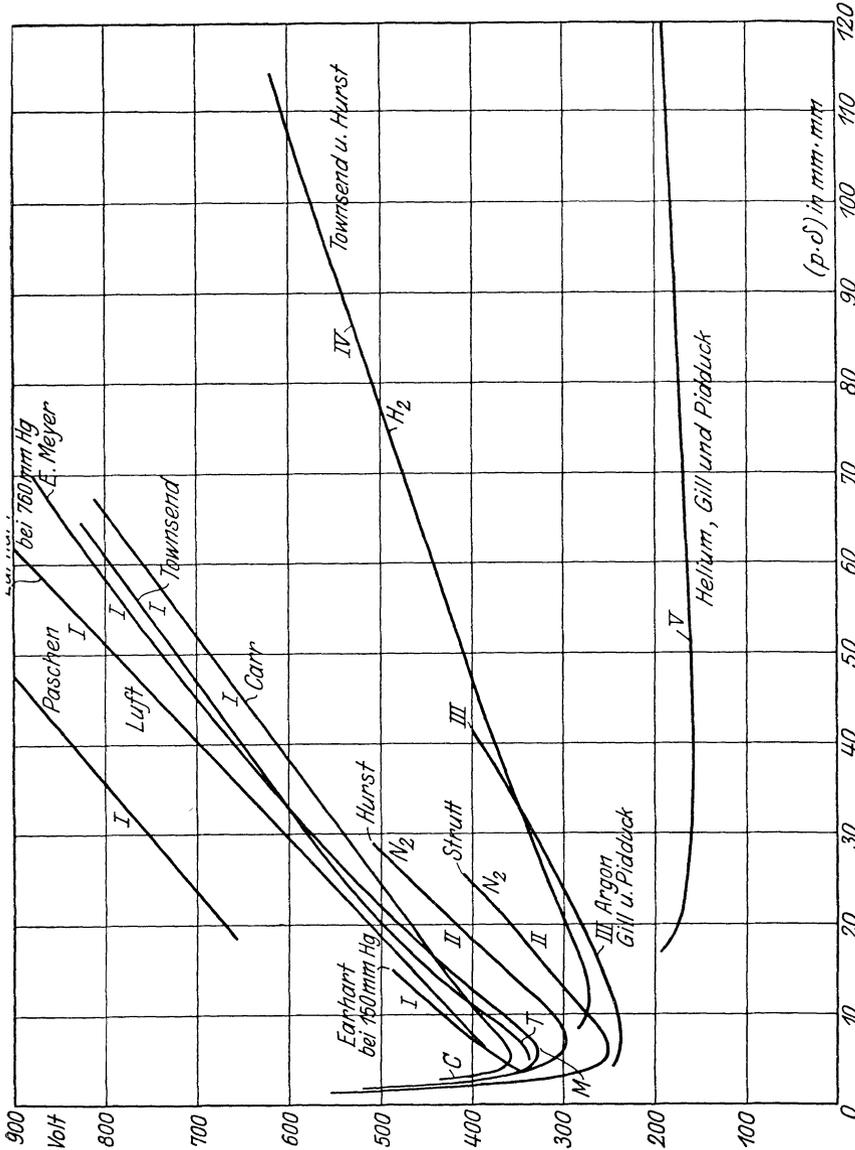


Abb. 30. Funkenspannungen für ebene Elektroden, abhängig von  $p\delta$ . I. In Luft nach Paschen<sup>112</sup>, Earhart<sup>33</sup>, E. Meyer<sup>100</sup>, Townsend<sup>109</sup>, Townsend und Hurst<sup>150</sup>, Carr<sup>19</sup>, II. In N<sub>2</sub> nach Hurst<sup>76</sup>, Strutt<sup>154</sup>, III. In Argon nach Gill und Pidduck<sup>49</sup>, IV. In H<sub>2</sub> nach Townsend<sup>109</sup> und Townsend und Hurst<sup>150</sup>, V. In H<sub>2</sub> nach Gill und Pidduck<sup>49</sup>.

Unterschied zu finden. Die Funkenlänge betrug 1 bis 10 mm. Die Temperatur ist nicht angegeben. Über die Messungen von E. Meyer s. die Angaben in der Tabelle. Da die Funkenspannung bei diesen

geringen Feuchtigkeiten ( $< 0,04$  mm Hg, vielleicht 10 bis 100 mal kleiner) sehr vom Feuchtigkeitsgehalt abhängt (s. a. Abschn. 9), dürften die Meyerschen Messungen zur Zeit die exaktesten sein (allerdings auch nicht für vollkommen trockene Luft geltend). Ihre Genauigkeit ist oberhalb der Minimumspannung ca.  $\pm 5$  Volt, darunter  $\pm 15$  Volt. Die mittleren Werte nach Meyer sind:

$p \delta$ mm · mm	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U$ Volt	520	385	338	329	328	332	342	353	364
$p \delta$ mm · mm	20	30	40	50	60	70			
$U$ Volt	477	574	659	737	811	879			

Abb. 30 zeigt für größere  $p \delta$  die Originalmessungen von Paschen<sup>112)</sup> in Luft, bei 20° C, mit Kugeln von 1 cm Radius für Drücke von einigen mm Hg bis Atmosphärendruck; die Abweichungen der Punkte von der

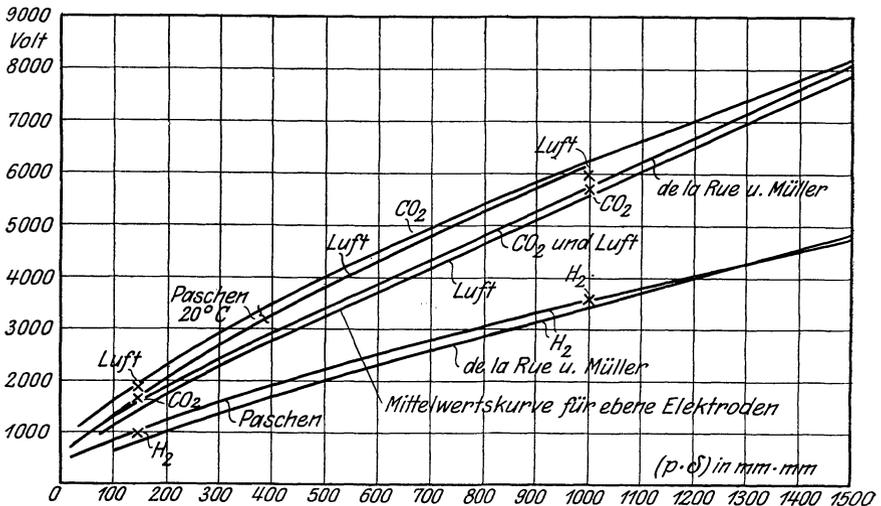


Abb. 31. Funkenspannung ebener Elektroden abhängig von  $p \delta$  nach Paschen<sup>112)</sup>, de la Rue und Müller<sup>135)</sup> und der mittleren Kurve für ebene Elektroden, Abb. 9 und Tab. I. X Punkte nach Orgler<sup>111)</sup>.

mittleren Kurve waren besonders bei  $\text{CO}_2$  bis 12%, in Luft und  $\text{H}_2$  bis 5% (wahrscheinlich Verzögerungswirkung, da nicht bestrahlt wurde). Ferner die Messungen in Luft von Earhart<sup>33)</sup> bei sehr kleinen Abständen (s. Abschn. 17) und Drucken von 760 mm Hg und 150 mm Hg, nicht

bestrahlt. Ferner die Messungen von E. Meyer<sup>100</sup>), Townsend<sup>169</sup>), Townsend und Hurst<sup>170</sup>), Carr<sup>19</sup>). Für N<sub>2</sub> die Messungen von Hurst<sup>76</sup>), Funkenlänge im Bereich von 10 mm, Strutt<sup>154</sup>), Funkenlänge 0,755 mm. In H<sub>2</sub> sind die Messungen von Townsend<sup>169</sup>) und Townsend und Hurst<sup>170</sup>) wiedergegeben, Ar nach Gill und Pidduck<sup>49</sup>) [s. a. Holst und Koopmanns<sup>71</sup>]] und He nach Gill und Pidduck<sup>50</sup>). Auffallend ist wieder der flache und niedrige Verlauf der Kurve für He.

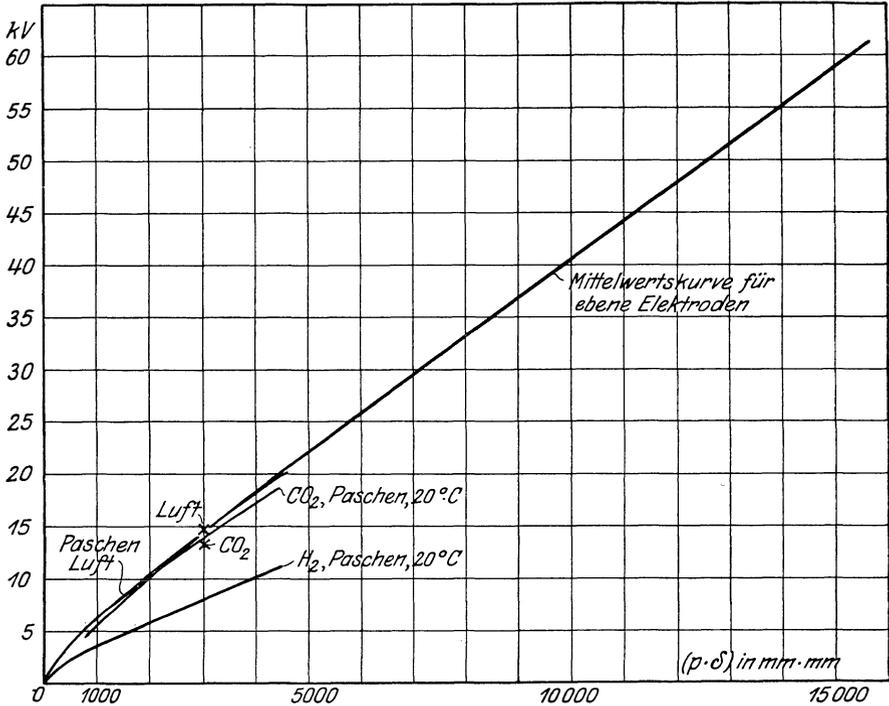


Abb. 32. Funkenspannung ebener Elektroden abhängig von  $p\delta$  nach Paschen<sup>112</sup>), de la Rue und Müller<sup>135</sup>) und der mittleren Kurve für ebene Elektroden. Abb. 9 und Tab. I. X Punkte nach Orgler<sup>111</sup>).

Abb. 31 und 32 zeigen den Verlauf der Anfangsspannung für große  $p\delta$ . Für Luft, CO<sub>2</sub> und H<sub>2</sub> nach Paschen (Verzögerung)<sup>112</sup>), de la Rue und H. Müller<sup>135</sup>), bei denen die Werte für CO<sub>2</sub> und Luft sehr angenähert zusammenfallen. Ferner sind die Werte der mittleren Kurve für ebene Elektroden (s. Tabelle I, S. 9 und 10) eingetragen und einige Mittelwerte von Orgler<sup>111</sup>) (s. Abschn. 18), der allerdings für Luft bei geringen Drucken erhebliche Abweichungen vom Paschenschen Gesetz findet. (Einfluß von Feuchtigkeit, nicht [erneuertem Gas, den Elektroden?])

Ältere Messungen s. Peace<sup>113</sup>), betr. He und Neon Ramsay und Collie<sup>125</sup>). Über die Bestätigung des Paschenschen Gesetzes

bei der elektrodenlosen Entladung s. E. Bouty<sup>14, 16</sup>) (Abschn. 23). Bei größeren Schlagweiten zwischen Messingplatten (1 cm, 1,8, 3,6 und 5,4 cm) oberhalb und unterhalb des kritischen Druckes prüft Wagner<sup>181</sup>) das Paschensche Gesetz und findet es um so besser bestätigt, je größer die Schlagweite ist. So ergibt sich für eine Spannung von 1500 Volt das zugehörige  $p\delta$  für Drucke über dem kritischen:

	Carr		Wagner			
$\delta$ in cm	0,1	0,3	1	1,8	3,6	5,4
$p\delta$ in mm · cm	14,9	15,5	17,5	18,5	19,2	19,2

Erst von einer Schlagweite von 3,6 cm an findet er das Paschensche Gesetz streng gültig. Unterhalb des kritischen Druckes findet er bei 1000 Volt verhältnismäßig gute Übereinstimmung, aber bei der Minimumspannung 350 Volt ziemliche Abweichungen, die wieder um so größer sind, je kleiner die Schlagweite ist.

## 21. Anfangsspannung für kleinste Schlagweiten und im hohen Vakuum.

### a) Bei normalem Druck.

Bei Schlagweiten im Bereich von einigen Wellenlängen des Nalichtes ( $\approx 1,8$  bis  $2,4 \cdot 10^{-4}$  cm) unterschreitet die Entladespannung den Wert der Minimumspannung und fällt dann proportional mit der Schlagweite, d. h. es ist in diesem Gebiet eine bestimmte konstante Feldstärke zum Durchschlag nötig. Die ersten Messungen rühren von Earhart<sup>33</sup>) (s. a. Abschn. 17) her, der für nickelplattierte Elektroden 1700 bis 1800 kV/cm findet. Für andere Metalle:

$$\begin{aligned} \text{Pt}_+ \text{Pt}_- &\approx 2100 \text{ kV/cm} \\ \text{Al}_+ \text{Al}_- &\approx 1300 \text{ " } \\ \left. \begin{array}{l} \text{Pt}_+ \text{Al}_- \\ \text{Pt}_- \text{Al}_+ \end{array} \right\} &\approx 1300 \text{ " } \end{aligned}$$

[Ag liegt zwischen Pt und Al, Hobbs<sup>67</sup>), Kinsley<sup>84</sup>].] Die Entladungsfeldstärke ist danach durch die des schwächeren Metalls bedingt und es wurde kein Polaritätsunterschied gefunden. Shaw<sup>148</sup>) erhält im wesentlichen dieselben Resultate mit einer Pt-Ir-Perle gegen eine Platte aus Pt-Ir und mit Kupferelektroden (max. Feldstärke 1500 kV/cm). J. E. Almy<sup>4, 5</sup>) wiederholt die Versuche mit einer starreren Versuchsanordnung, der großen elektrostatischen Kräfte wegen, die bei den kleinen Abständen auftreten, mit Pt-Kugeln von 0,008 und 0,0057 cm Durchmesser und Stahlnadeln und findet, daß die Minimumspannung bei viel kleineren Abständen noch nicht unterschritten wird, als Earhart fand. Bei Schlagweiten von  $0,18 \cdot 10^{-4}$  cm tritt bei 330 Volt noch kein Stromübergang ein,

erst bei 360 Volt (Feldstärke größer als 18 700 kV/cm). Dasselbe findet Williams<sup>204, 205</sup>), der auch keinen Einfluß des Elektrodenmaterials nachweisen kann. Die Entladespannung im Bereich von  $0,6 \cdot 10^{-4}$  bis  $3,0 \cdot 10^{-4}$  cm bleibt konstant, für Luft 372 Volt,  $H_2$  248 Volt,  $CO_2$  425 Volt. Eine Druckänderung von 1 at bis auf 1 cm beeinflusst die Entlade- (Minimum-) Spannung nicht. Feuchte Luft setzt die Entladespannung herab. Das Gas spielt hier noch eine wesentliche Rolle gegenüber dem Metall. Für die Anordnung Spitze—Platte findet Earhart<sup>34</sup>) den kritischen Abstand, bei dem die Minimumspannung erreicht wird, zweieinhalbmal so groß wie für ebene Elektroden (bei 250 mm Hg ca.  $6 \cdot 10^{-3}$  cm). Die Entladespannung bleibt von da bis ca.  $0,6 \cdot 10^{-4}$  cm konstant ca. 338 Volt, um dann rasch abzufallen (Feldstärke  $> 5700$  kV/cm). Die positive Entladespannung ist größer als die negative.

### b) Bei geringen Drucken.

Carter<sup>20</sup>) findet bei Normaldruck bis zu einer Schlagweite von  $0,3 \cdot 10^{-4}$  cm in Luft die Entladespannung nicht unter 270 Volt. Bei Versuchen im Vakuum (bis  $10^{-4}$  mm Hg), Iridiumelektroden, gut von Gasen befreit, wurden bei ca.  $10^{-3}$  mm Abstand Feldstärken von 3000 kV/cm erreicht. Die Minimumspannung von 300 Volt wurde nicht unterschritten. Der Zustand wird sehr stark von der Elektrodenbeschaffenheit abhängig, mehr als vom Gase.

Sehr sorgfältige Versuche im hohen Vakuum (Druck kleiner als  $10^{-3}$  mm Hg) wurden von Hoffmann<sup>68, 69, 70</sup>) angestellt, für ein Schlagweitenbereich von 0,028 bis  $0,6 \cdot 10^{-4}$  cm. Es ergibt sich ein plötzlicher Stromanstieg bei einer bestimmten Feldstärke, unabhängig vom Abstand. Der kleinste meßbare Strom war  $3,2 \cdot 10^{-17}$  A. Für eine Stromstärke von  $1,73 \cdot 10^{-5}$  A im Gebiete des raschen plötzlichen Stromzuwachses ergab sich für 1 mm starke hochglanzpolierte Elektroden aus

Pt-Ir	4800 kV/cm
Cu	3480—3800 kV/cm (verschiedene Sorten)
Al	3400 kV/cm
Zn	2700 "
Pb	2200 "

Diese Feldstärken sind sehr von der Oberfläche des Metalls abhängig (Schrammen von  $10^{-3}$  mm Breite bei Cu verringern die Entladefeldstärke auf 640 kV/cm). Bei ungleichen Metallen herrscht Einseitigkeit der Entladung, die negative Elektrizität tritt leichter aus. Im wesentlichen ist die kritische Feldstärke durch das Metall geringerer Festigkeit bestimmt. Der Strom Bleiglanz—Platin mit Bleiglanz als Kathode ist 2- bis 10 mal stärker als mit Bleiglanz als Anode.

Die geringeren Werte von Wood<sup>208</sup>) und Rother<sup>132, 133</sup>) dürften wegen metallischer Brücken durch kleine Teilchen zwischen den Elektroden zu gering sein.

Im höchsten Vakuum ( $10^{-5}$  bis  $10^{-8}$  mm Hg) beobachteten Millikan und Sawyer<sup>104)</sup> und Millikan und Shackelford<sup>105)</sup> die Entladungsfeldstärke außerordentlich abhängig von der Metalloberfläche. Glatte klare Metallflächen (ohne vorherige Entgasung) benötigen 100 bis 150 kV/cm [s. a. Madelung<sup>96)</sup>], damit ein Strom im Goldblattelektroskop gerade noch nachweisbar ist. Bei rotgeglühten Wolframelektroden tritt die Entladung bei 400 bis 700 kV/cm, nach Erhitzen auf 2700° C bei 4300 kV/cm auf, der erste Funke erst bei 6000 kV/cm. Worthing<sup>209)</sup> findet in Glühkathodenröhren bei elektrischen Feldern bis 3200 kV/cm keine selbständige Entladung. Für zylindrische Elektroden im hohen Vakuum s. Strutt<sup>155)</sup> (Abschn. 24). Zu dem Vorhergehenden dagegen vgl. Lilienfeld<sup>91)</sup>, der im höchsten Vakuum dunkle Ströme bei mäßigen Spannungen beobachtet, mit einer ausgeglühten Spitze oder Schneide als Kathode. Auf den außerordentlich großen Einfluß des Gasgehaltes der Elektroden auf das Zustandekommen der Entladung im hohen Vakuum weist auch A. Janitzky, Zeitschr. f. Phys. 11, S. 22, 1922, hin.

## 22. Hohe Drucke.

Bei Drucksteigerungen bis etwa 10 at wächst die Funkenspannung sehr angenähert linear mit dem Druck. M. Wolf<sup>207)</sup> findet für Kugelsegmente von 5 cm Radius (Uniformknöpfe) bei einer Schlagweite von 0,1 cm folgende Durchbruchfeldstärken:

Gas	Durchbruchfeldstärke in kV/cm
H <sub>2</sub>	19,53 <i>p</i> + 18,6 bis 9 at
O <sub>2</sub>	28,8 <i>p</i> + 13,2
Luft	32,1 <i>p</i> + 11,7
N <sub>2</sub>	36,24 <i>p</i> + 15,0
CO <sub>2</sub>	30,66 <i>p</i> + 21,6

} 1—5 at;  
} *p* Druck in at

Weitere Arbeiten s. Hemptinne<sup>63)</sup> (H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> bis 50 at), C. E. Guye und H. Guye<sup>56)</sup> (N<sub>2</sub>, Luft, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub> bis 86 at). Bei Drucken über 10 at hört die lineare Beziehung auf, die Funkenspannung steigt immer langsamer. Ferner s. L. Cassuto und A. Occhialini<sup>21)</sup>, G. Ceruti<sup>22)</sup>. E. A. Watson<sup>189)</sup> bestätigt Wolfs Resultate mit großen Kugeln für Gleich- und Wechselspannungen. M. Wien<sup>203)</sup> findet bei höheren Drucken abweichend vom Paschenschen Gesetz ein langsames Anwachsen der Spannung. F. Hayashi<sup>62)</sup> arbeitet mit Luft, CO<sub>2</sub>, Leuchtgas, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> und Mischungen aus N<sub>2</sub> und H<sub>2</sub> bis 75 at. Die Elektroden waren Kugeln von 1 cm Durchmesser aus Mg oder Au, die Schlagweiten 0,52—1,82 mm. Es wurde kein Unterschied zwischen Gleich- und Induktorspannungen gefunden. Dagegen haben die Verzögerung und die chemische Veränderung des Gases einen sehr großen Einfluß, beide sind bei hohen

Drucken weit stärker ausgeprägt als bei niederen. Gemische aus  $N_2$  und  $H_2$  folgen der Mischungsformel. Am festesten wurden  $O_2$  und  $CO_2$  gefunden. Bei Drucken, die größer als 10 at sind, tritt eine starke Abweichung von der linearen Beziehung auf, auch das Paschensche Gesetz gilt nicht mehr. C. E. Guye und C. Stancescu<sup>58)</sup> beobachten in  $CO_2$  bis 53 at bei Schlagweiten von 0,34—2,24 mm und finden das Paschensche Gesetz angenähert gültig, wenn statt des Druckes die Gasdichte eingeführt wird. In einer sehr sorgfältigen Arbeit zeigen C. E. Guye und P. Mercier<sup>59)</sup> in  $CO_2$  von 0° C mit

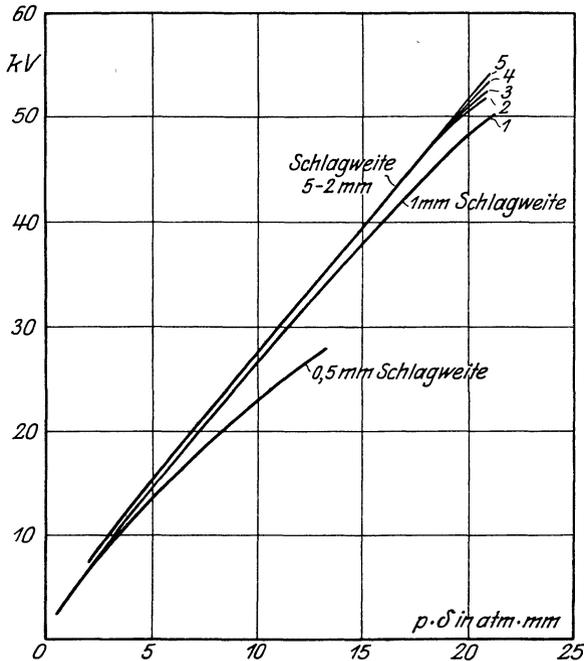


Abb. 33. Funkenspannungen in  $CO_2$  bei höheren Drucken für ebene Elektroden nach C. E. Guye und P. Mercier<sup>59)</sup>. 0° C, Schlagweite 0,5 bis 5 mm, Druck 1 bis 26 at.

ebenen ultraviolett bestrahlten Elektroden von 45 mm Durchmesser, daß das Paschensche Gesetz innerhalb der Versuchsfehler für Schlagweiten von 2 bis 5 mm und für Drucke bis 12 at gilt. Dagegen treten für die kleinen Schlagweiten 1 mm und 0,5 mm erhebliche Abweichungen auf, wie Abb. 33 zeigt. Wird als Abszisse nicht  $p\delta$ , sondern Gasdichte mal Schlagweite gewählt, so fallen die Kurven, besonders bei den höheren Drucken, noch mehr auseinander. Bessere Übereinstimmung mit dem Paschenschen Gesetz ergeben kugelige Elektroden. Luft wird fester als  $CO_2$  gefunden, um so weniger, je geringer der Druck ist. Die ultraviolette Bestrahlung wirkt in  $CO_2$  sehr

stark, in Luft weniger. Mit steigendem Druck verringert sich die Wirkung der Bestrahlung. Bei geringen Abständen und hohen Drucken ändert sich der Charakter der Entladung, es tritt ein stark leuchtender Funke und ein tiefer trockener Ton auf. In einer ergänzenden Arbeit (Arch. sc. phys. et nat. (5) 4, 27, 1922) mit halbkugeligen Elektroden von 15 mm Durchmesser und Schlagweiten von 0,5—5 mm erweist sich für die größeren Schlagweiten das Paschensche Gesetz in der Form  $U = f(p\delta)$  mit einer Annäherung von 2% bis zu 25 at gültig. In der Form  $U = f(\text{absolute Gasdichte} \times \text{Schlagweite})$  gilt es mit einer Annäherung von 3% bis zu 20 at. Sehr einflußreich wurde die Veränderung der Elektroden durch den Funkenübergang gefunden und die Wirkung künstlicher Ionisation. Den Grund der Abweichungen vermutet C. E. Guye in der Feldverzerrung und Ladungsanhäufung an den Elektroden durch die wandernden Elektrizitätsträger, deren Geschwindigkeiten bei den hohen Drucken immer geringer werden. Ähnliche Erscheinungen beobachtet P. Mercier und Hammerschaimb<sup>97)</sup> in  $N_2$ . Für Schlagweiten kleiner als 5 mm und Drucke von 1 bis 4 at geben ebene Elektroden mit kleinem Durchmesser (10 mm) etwas höhere Funkenspannungen als große ebene Elektroden (45 mm). Die Funkenspannungen kleiner ebener Elektroden sind wieder geringer als die von Kugelkalotten und nehmen mit abnehmendem Krümmungsradius zu, bis zum kleinsten untersuchten Durchmesser von 15 mm. (Die Existenz eines Maximums der Funkenspannung für eine gegebene Schlagweite bei einem bestimmten Krümmungsradius ist schon von Baille<sup>6)</sup> festgestellt worden.)

Bei 10 at und höheren Drucken ergaben die großen Platten- elektroden und Kugeln größeren Durchmessers bei den größeren Schlagweiten größere Funkenspannungen als die kleinen ebenen Elektroden und kleine Kugeln, während bei kleinen Schlagweiten unter 1 mm halbkugelige Elektroden kleinen Durchmessers wesentlich höhere Funkenspannungen ergaben als ebene Elektroden und halbkugelige großen Durchmessers. Der Einfluß der Verzögerung war sehr stark (Röntgenröhre, oder bei geringeren Drucken Quecksilberlampe). Mit und ohne Bestrahlung ergaben sich Unterschiede von 10—25% im ersten Funken (bei 10 at 8%). Mit Bestrahlung zeigte sich regelmäßigeres Einsetzen des Funkens, dagegen keine Herabsetzung durch zu starke Ionisierung. Dieselben Wirkungen ohne Bestrahlung wurden erzielt, wenn regelmäßig in kurzen Intervallen einzelne Überschläge sich folgten.

In  $N_2$  von 98% Reinheit aus Bomben bei 20°C und Drucken von 1 bis 10 at erweist sich das Paschensche Gesetz für ebene Elektroden bei Schlagweiten über 1 mm als streng gültig. Bei kleinen halbkugeligen Elektroden von 15 mm Durchmesser weichen die Spannungswerte bis 50 at Druck um 3,2% vom Paschenschen Gesetz ab. Bei diesem Druck und 0,5 mm Elektrodenabstand haben Halbkugelelektroden von 15 mm Durchmesser 67 kV Überschlagsspannung, kleine Planelektroden von 10 mm Durchmesser 44,1 kV und große

Planelektroden von 40 mm Durchmesser nur 32,8 kV. Die Erklärung wird auch hier bei den ebenen Elektroden durch die Feldverzerrung infolge der langsam und ungleich rasch wandernden Ionen gesucht, bei den Kugelelektroden durch die Abweichung vom homogenen Feld<sup>1)</sup> [Über die Büchelgrenzspannung stumpfer Spitzen bei hohen Drucken siehe Voege<sup>179)</sup>].

### 23. Elektrodenlose Entladung.

Die Entladung ohne metallische Elektroden wurde von E. Bouty<sup>12-16)</sup> untersucht. Ein flaches zylindrisches Glasgefäß, mit dem betreffenden Gase gefüllt, wurde in das homogene Feld eines großen Plattenkondensators von 170 cm Plattendurchmesser gebracht. Beobachtet wurde zuerst der Augenblick der Kapazitätsänderung, dann die genau gleichzeitig eintretende Leuchterscheinung. Die Durchbruchfeldstärke durchlief, abhängig vom Druck, ein Minimum, unterhalb dessen sie sehr rasch anstieg. Die Existenz dieses Minimums ist aus den Kurven (Abb. 30), die die Entladenspannung abhängig vom  $p\delta$  angeben (s. Abschn. 20), leicht zu ersehen.

Eine Linie vom Ursprung bis zu einem Punkt der Kurve schließt mit der Abszissenachse einen Winkel  $\alpha$  ein, dessen Tangente

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_0}{p\delta} = \frac{\mathfrak{E}_0}{p}$$

ist. Wird nur die Schlagweite  $\delta$  bei konstantem Druck  $p$  geändert, so gibt dieser Winkel ein Maß der Feldstärke für jedes  $\delta$ . Wie die Abb. 30 zeigt, nimmt  $\alpha$  mit abnehmendem  $\delta$  dauernd zu, jenseits der Minimumspannung äußerst rasch. Wird  $p$  geändert und  $\delta$  konstant gelassen, so gilt die einfache Beziehung  $\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{\delta}$ , die  $\mathfrak{E}_0$ -Kurve ist bis auf den Maßstab identisch mit der  $U_0$ -Kurve, die kritischen Drucke für die Minima von  $U_0$  und  $\mathfrak{E}_0$  sind dieselben.  $\mathfrak{E}_0$  wird um so kleiner, je größer  $\delta$  ist, was bei gleichem  $p\delta$  und damit  $U_0$  ein entsprechend kleineres zugehöriges  $p$  bedingt. Bei konstanter Gasdichte waren die Werte von  $\mathfrak{E}_0$  unabhängig von der Temperatur ( $-100^\circ\text{C}$  bis  $+200^\circ\text{C}$ ). Für Drucke von  $p = 0,01$  cm Hg bis 10 cm Hg und Gassichten von der Dicke  $\delta = 5,6$  cm bis 37,8 cm ergab sich die Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}$  in  $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$  oberhalb des Wertes der minimalen Feldstärke zu

$$\mathfrak{E} = a \sqrt{p \left( p + \frac{k}{\delta} \right)},$$

1) C. E. Guye und H. Weigle, C. R. Séances Soc. de phys. de Genève 39, S. 44, 1922 können diese Abweichungen vom Paschenschen Gesetz beseitigen, in dem die Gasschicht zwischen den Elektroden in starke Bewegung versetzt und mit Röntgenstrahlen ionisiert wird.

wo  $a$  und  $k$  Konstante bedeuten. Für genügend großes  $p\delta$  ergibt sich damit die Durchbruchspannung der Schicht zu

$$U = \mathfrak{E} \delta = \frac{ak}{2} + a(p\delta) = (ap + B) \delta,$$

wo

$$B = \frac{ak}{2\delta}.$$

Sie befolgt also das Paschensche Gesetz. Die Konstante  $a$  bezeichnet Bouty als dielektrische Festigkeit. Für Dämpfe findet er in der Nähe des kritischen Druckes

$$\mathfrak{E} = ap + B + \frac{c}{p^2},$$

wobei das dritte Glied rechts mit wachsendem Druck sehr bald verschwindend klein wird.  $B$  und  $c$  sind von der Dicke der durchschlagenen Gasschicht abhängig.

Die folgende Tabelle gibt die Werte der Konstanten  $a$  und  $B$  für einige Dämpfe.

Substanz	$a$	$B$	Substanz	$a$	$B$
Wasserdampf <sup>1)</sup> . . . . .	22,0 °C	500 333	Äthylformiat . . . . .	31,8 °C	1110 360
Methylalkohol . . . . .	22,3 °C	616 375	Methylazetat . . . . .	28,7 °C	1250 369
Äthylalkohol . . . . .	28,7 °C	800 364	Schwefelkohlenstoff . . . . .	29,6 °C	1510 337
Äther . . . . .	26,4 °C	1000 360	Toluol . . . . .	28,7 °C	1610 380
Methylformiat . . . . .	29,5 °C	1020 364	Benzol . . . . .	28,8 °C	1670 377
Äthylpropionat . . . . .	28,7 °C	1083 —	Mittel 26,2 °C	—	371
Azeton . . . . .	24,1 °C	1100 355			

Die Konstante  $a$  wächst im allgemeinen mit dem Molekulargewicht. Die chemische Stabilität und die elektrische Festigkeit gehen scheinbar entgegengesetzt. Folgende Tabelle gibt die Werte für einige Gase wieder.

Substanz	$a_{170}$	$a_{00}$	Substanz	$a_{170}$	$a_{00}$
Einatomige Gase:			Trockene Luft <sup>2)</sup> . . . . .	418	444
Neon (für das reinste Neon)	5,6	5,95	CO <sub>2</sub> . . . . .	419	445
Argon (wahrscheinlichster Wert)	38	40,4	H <sub>2</sub> . . . . .	205	218
Helium <sup>3)</sup> . . . . .	18,3	19,4	NO . . . . .	537	570
Hg-Dampf (rein) . . . . .	354	386	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> . . . . .	580	616
			Leuchtgas . . . . .	480	—

1) Drucke kleiner als 0,5 cm, da sonst Wasserhaut auf der Gefäßwand und damit Leitung.

2) Wagner<sup>181)</sup> findet in Luft mit Metallelektroden  $a$  veränderlich von 480 ( $\delta = 1$  cm) bis 430 ( $\delta = 5,4$  cm). Nach den Versuchen von Carr ist  $a$  wesentlich höher; für 0,1 cm 810 und für 0,3 cm 703. Nach dem Paschenschen Gesetz sollte  $a$  eine Konstante sein.

3) Allem Anschein nach nicht äußerst rein.

Die Konstante  $\frac{ak}{2}$  beträgt ca. 1760 Volt für Luft, 1350 Volt für  $H_2$  (in  $CO_2$  ca.  $20\frac{0}{10}$  größer als in Luft). Die Größe  $ap\delta$  ist für Luft etwa  $2,46 \cdot 10^7$  je Gramm durchschlagene Luft und je Quadratzentimeter Querschnitt. Für kleine Drucke und größere Schlagweiten wird  $\mathcal{E}$  sehr klein, z. B. für  $\delta = 5,6$  cm und  $\frac{1}{4}$  mm Hg 129 Volt/cm, bei 37,8 cm und  $\frac{1}{25}$  mm Hg 16,4 Volt/cm, und bei  $\delta = 93$  cm etwa 8 bis 9 Volt/cm.

Versuche mit Metall- statt Glaswänden am Prüfgefäß ergeben oberhalb des kritischen Druckes die gleichen Werte für die Feldstärken. Verzögerungseffekte waren nur bei dünnen Schichten bemerkbar. Die Konstante  $a$  kann für kleine Temperaturänderungen (bei konstantem Druck) der absoluten Temperatur umgekehrt proportional gesetzt werden. Von den Edelgasen erwies sich Neon am empfindlichsten gegen Verunreinigungen. Spuren von Luft erhöhten die dielektrische Festigkeit sehr bedeutend. Die Edelgase und Hg-Dampf wichen auch von der Mischungsregel ab (s. Abschn. 54).

## 24. Entladespannung und Magnetfeld.

Der Einfluß des magnetischen Feldes auf die Entladespannung ist noch nicht völlig geklärt. Die wichtigsten Arbeiten sind die folgenden [nach E. Meyer<sup>100</sup>]: J. J. Thomson, Rec. Researches § 89 bis 91, 1893 stellt beim elektrodlosen Ringstrom (der mit einer weiten Spule konaxialen Entladung im Vakuum, die durch das elektrische Wirbelfeld hervorgerufen wird) fest, daß die Entladung durch longitudinale magnetische Felder erleichtert, durch transversale erschwert wird. Warburg<sup>184, 185</sup>) findet bei Drucken von 0,02 bis 0,08 mm Hg für die Spitzenentladung das gleiche. Bei höheren Drucken verschwindet der Effekt. Precht<sup>123</sup>) erhält für die Spitzenentladung bei atm. Druck komplizierte Wirkungen. Weiteres siehe Sieveking<sup>149</sup>), Meurer<sup>99</sup>), Righi<sup>127, 128, 129</sup>), Gouy<sup>52, 53</sup>), Bloch<sup>11</sup>). Strutt<sup>155</sup>) beobachtet bei zylindrischen Elektroden und sehr geringen Drucken bei 200 kV noch keine Entladung, bei transversalem Magnetfeld schon bei 300 bis 400 Volt eine leuchtende Entladung. Townsend<sup>171</sup>) deutet die Erscheinungen vom Standpunkt der Stoßionisierung (s. Abschn. 47), indem ein Magnetfeld ähnlich wie eine Druckerhöhung wirkt. Horton<sup>73</sup>) belegt dies mit Beobachtungen der Ströme, die von einer schmalen glühenden Pt-Folie zu zwei beiderseitig 1 cm weit entfernten Platten übergehen. Die Wirkung zeigt sich von der Größe des zu den Platten parallelen Magnetfeldes, vom Gasdruck und der angelegten Spannung abhängig. Im hohen Vakuum (0,002 mm Hg) tritt bei 220 Volt keine Wirkung, bei kleineren Spannungen eine Abnahme des Stromes auf. Die Elektronenbahnen werden durch das Magnetfeld gekrümmt und bei kleinen Spannungen wird die Zahl der an der Anode ankommenden stark verkleinert. Bei höheren Drucken (bis 1,39 mm Hg) ist die Wirkung davon ab-

hängig, ob die angelegte Spannung zur Stoßionisierung ausreicht oder nicht. Im ersten Fall tritt eine Zunahme des Stromes auf (entsprechend einer Druckerhöhung), im zweiten dagegen eine Abnahme, da hier durch die Bahnkrümmung die Zahl der an der Anode ankommenden Elektronen verringert wird. Starke Magnetfelder bei kleineren Spannungen geben immer Stromschwächung (s. a. Thomson, J. J.: Phil. Mag. 5, 48, 547. 1899).

Earhart<sup>37, 38)</sup> findet bei parallelen homogenen Feldern die Funkenspannung oberhalb des kritischen Druckes nicht beeinflusst, unterhalb davon herabgesetzt. E. Meyer<sup>100)</sup> mit senkrecht zueinander stehenden homogenen Feldern findet Erhöhung der Funkenspannung oberhalb und unterhalb des kritischen Druckes. Bei der kleinsten Funkenlänge (0,960 mm), unterhalb des kritischen Druckes traten bei schwächeren Feldern ( $\xi = 1160$  und  $1185$  Gauß) Erniedrigungen der Entladespannungen auf. Bei 10890 Gauß dagegen ist die ganze Kurve der Entladespannung (als Funktion des Druckes) nach höheren Spannungswerten und im Sinne höheren Druckes verschoben. Bei 10 880 Gauß und  $\delta = 4,93$  mm herrscht noch bei 96,8 mm Hg Druck eine Erhöhung der Entladespannung um 173 Volt. Im Magnetfeld gilt ein dem Paschenschen analoges Gesetz für Kurven gleicher Minimumspannung. Ist die Funkenstrecke durch Wände aus dielektrischem Material begrenzt, so wird ein Teil der Elektronen an die Wände geschleudert und die Erhöhung der Anfangsspannung dadurch vergrößert.

## 25. Spitzenentladung.

Bei den ersten Versuchen über Spitzenentladung, Röntgen<sup>131)</sup>, zeigte sich, daß die Anfangsspannung, bei der das erste Anzeichen eines Stromes merkbar war, nicht zusammenfiel mit der (geringeren) Spannung, bei welcher der Strom, wenn er abnahm, aussetzte, die auch als Minimumspannung bezeichnet wurde. Warburg und Gorton<sup>138)</sup> zeigten jedoch, daß es sich hier auch um eine Verzögerungswirkung handelte und daß bei Bestrahlung Anfangsspannung und Minimumspannung zusammenfielen. Sie konnten die Spitzen in zwei Klassen einteilen, empfindliche und unempfindliche Spitzen. Für unempfindliche Spitzen ist von selbst (ohne Bestrahlung) Anfangsspannung gleich Minimumspannung. Bei empfindlichen Spitzen ist das nicht der Fall, beide können aber durch Bestrahlung gleich gemacht werden, mit zwei Ausnahmen: 1. Negative Pt-Spitze in trockenem ( $O_2$ -freiem)  $N_2$ , wo die Bestrahlung die Anfangsspannung herabsetzt, aber nicht gleich der Minimumspannung macht, und 2. bei sehr tiefen Temperaturen, wo sich die Anfangsspannung bei bestrahlter Spitze gemessen nicht ändert, während die Minimumspannung erheblich abnimmt (Dichteänderung infolge der Stromwärme). Pt, Ag, Cu, Fe, Zn, Al sind durch Glühen empfindlich zu machen, Cu wird unempfindlich durch Glühen in  $H_2$  oder Ablöschen in Alkohol.

## 26. Anfangsspannung einer feinen Spitze in verschiedenen Gasen [nach Warburg und Gorton<sup>188</sup>]

(gleich der Minimumspannung, außer für eine negative Spitze in N<sub>2</sub>). Für alle Gase wurde ein und dieselbe Spitze verwendet (0,25-mm-Pt-Draht, ausgezogen, 15 mm aus einem Glasrohr hervorragend, in einem 4,5 cm hohen, 4,7 cm weiten Metallzylinder. Auf 20° C reduziert (N<sub>2</sub> war O<sub>2</sub>-frei, O<sub>2</sub> enthielt 8 % N<sub>2</sub>).

Gas	760 mm Hg			485 mm Hg		
	+ Asp Volt	- Asp Volt	$\frac{+ \text{Asp}}{- \text{Asp}}$	+ Asp Volt	- Asp Volt	$\frac{+ \text{Asp}}{- \text{Asp}}$
H <sub>2</sub>	1370	1140	1,20	1120	1000	1,12
N <sub>2</sub>	1930	1400	1,36	1630	1200	1,36
O <sub>2</sub>	2550	1950	1,31	—	—	—
Luft	2250	1660	1,35	1930	1500	1,29
Cl <sub>2</sub>	2680	1900	1,41	2400	1660	1,45
Br <sub>2</sub> } J <sub>2</sub> }	sehr starke Wirkung der Bestrahlung. Anfangsspannung um 380 Volt herabgesetzt [s. a. Gorton <sup>63</sup> ].			2500	1700	1,47
				2620	1870	1,40

Die Minimumspannung von feinen Pt-Spitzen von 0,25 mm Durchmesser, allerdings ohne Bestrahlung, gegen eine 3,5 cm entfernte Platte bei Drucken von einigen mm Hg bis Atmosphärendruck und bei den Temperaturen 18° C, — 65° C und — 189° C in He, Ar, H<sub>2</sub> und N<sub>2</sub> hat Ewers<sup>43</sup>) gemessen. Für die Minimumspannung der negativ geladenen Spitze ergab sich eine lineare Beziehung zur Wurzel aus dem Druck. Für die positive Minimumspannung galt dies auch mit Ausnahme von Helium, bei dem sie für 18° C im Druckbereich von 720 mm bis 300 mm Hg konstant war. Bei niederen Temperaturen traten bei der negativen Spitze zwei Entladungsformen auf, so daß in diesem Gebiet zwei Minimumspannungen existieren (entsprechend zwei Sprungstellen des Stromes bei dessen Abnehmen). [Über die beiden Entladungsformen positiver Spitzen s. J. Stark<sup>150, 151</sup>]. Ar entspricht im ganzen durchmessenen Gebiet der obigen Beziehung. In H<sub>2</sub> und N<sub>2</sub> gilt die lineare Beziehung zwischen Minimumspannung und Wurzel aus dem Druck bei 18° C bis 170 (bzw. 150) mm Hg, die Kurve der Minimumspannung wird dann ein Stück horizontal, durchläuft hierauf ein Minimum, um dann rasch wieder anzusteigen. Im horizontalen Teil tritt die typische Glimmentladung auf (Leuchten des ganzen Raumes). Für die positive Entladung fand sich analog Röntgen<sup>131</sup>) die Minimumspannung proportional  $\sqrt{\frac{n}{L}}$ , wo  $n$  die Zahl der Atome im Molekül, und  $L$  die mittlere freie Weglänge bedeutet. Die größten Unterschiede zwischen positiver und negativer Minimumspannung wurden in N<sub>2</sub> gefunden. He ergab weitaus die kleinste Minimum-

spannung. Die negative Minimumspannung war geringer als die positive.

Wird eine Spitze elektrisch geheizt, so nimmt die Anfangsspannung mit der Temperatur erheblich ab, s. J. Stark und W. Friedrichs, Wiss. Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, Bd. II, S. 211.

Weiteres s. Röntgen<sup>131</sup>), Warburg<sup>183-187</sup>), Precht<sup>122, 123</sup>), Tamm<sup>156</sup>), Voege<sup>178</sup>). Zur Erzeugung reproduzierbarer Spannungswerte eignen sich nur Spitzen mit gut definierten Enden [Zeleny<sup>212</sup>].

## 27. Anfangsspannung gut abgerundeter Spitzen (halbkugelig abgerundeter Drähte) nach Zeleny<sup>212</sup>).

Untersucht wurde trockene, dauernd strömende atmosphärische Luft. Die Spitze war 1,5 cm lang (und verhielt sich wie eine unendlich lange), die gegenübergestellte Platte hatte 7,5 cm Durchmesser (und verhielt sich wie eine unendlich große). Bestrahlt wurde mit RaBr<sub>2</sub>. Alle Spitzen mit Ausnahme der beiden dünnsten waren aus Messingdrähten, das Ende auf einer Drehbank abgedreht oder sorgfältig auf einem Stein abgerieben. Die Spitze von 0,039 mm Durchmesser war aus einem feinen Pt-Draht, die von 0,0244 mm Durchmesser aus einem mit Ag bedecktem Pt-Draht, bei dem das Silber auf eine Strecke von 3 mm vom Ende abgeätzt war. Der Entladungsbeginn wurde mit einem Galvanometer von 10<sup>-8</sup> Amp. Empfindlichkeit beobachtet. Die Werte der folgenden Tabelle sind auf 74 cm Hg und 20° C reduziert. Spannungen in Volt.

### I. Abstand Spitze—Platte 1,5 cm.

Durchmesser mm	0,0244	0,039	0,091	0,174	0,244	0,50	0,73	1,13	2,005
Positive Entl.-Spannung	1610	1990	2480	3050	3405	4650	5550	6800	9300
Negative Entl.-Spannung	1133	1470	2010	2823	3160	4740	Ströme dickerer Spitzen intermittierend.		

### II. Abstand Spitze—Platte 1 cm.

Positive Entl.-Spannung	—	1880	2350	2910	3267	4250	—	6480	8800
Negative Entl.-Spannung	—	1454	1899	2820	3026	Schwer stetige Entladungen zu erhalten.			

Näherungsgleichungen.

Positive Entladung: 1,5 cm Abstand:  $U = 5465 \sqrt{d} + 755$ .

$d$  Durchmesser der Spitze in mm. Bis  $d = 0,7$  mm gültig.

Wenn  $d > 0,5$  mm  $U = 6240 \sqrt{d}$ .

1,0 cm Abstand:  $U = 5340 \sqrt{d} + 675$  bis  $d = 0,7$  mm.

Negative Entladung: 1,5 cm Abstand:  $U = 6400 \sqrt{d} + 90$ .

1,0 cm „ „  $U = 5300 \sqrt{d} + 385$ .

Die positive Entladung zeigte sich regelmäßig und stetig. Die Anfangsspannung war identisch mit der Minimumspannung. Der Strom beginnt plötzlich und scharf. Die negative Entladung begann mit einigen kleinen Stößen (s. a. Bennett, Abschnitt 32). Nur kleinste Ströme waren zulässig, sonst war die Spannung bei Rückgang höher wie bei Hingang.

Druckeinfluß (50 bis 75 cm Hg)  
(für die 0,18-mm-Spitze bei 1,5 cm Abstand gemessen):

$$\frac{dU}{dp} = 0,0087 U_{p=74 \text{ cm}} \cdot \text{Positive Entladung.}$$

$$\frac{dU}{dp} = 0,0096 U_{p=74 \text{ cm}} \cdot \text{Negative Entladung.}$$

Temperatureinfluß (0° bis 23° C): Pro 0° C Abnahme steigt die positive Entladespannung um 0,18%, die negative um 0,28% (für die 0,091-mm-Spitze bei 1,5 cm Abstand gemessen).

Die Entladung war unabhängig von den kleinen Unregelmäßigkeiten der Spitze, wesentlich durch die allgemeine Form und Größe der Spitze bestimmt. Positive und negative Entladespannung waren um so verschiedener, je feiner die Spitze war (bei  $r = 0,025$  cm waren beide Spannungen gleich).

## 28. Flüssigkeitsspitzen (Tropfenelektroden)

wurden auch von Zeleny<sup>213)</sup> untersucht. Die Feldstärke wurde hydrostatisch gemessen, indem der Meniskus immer auf halbkugelförmige Gestalt gebracht wurde. Die Entladungsfeldstärke ergab sich geringer als für feste Spitzen, Bestrahlung hatte nur einen geringen Einfluß. Das Einsetzen der positiven und der negativen Entladung war intermettierend. Der Abstand Spitze—Platte betrug 1,5 cm. Die Entladefeldstärke war ziemlich unabhängig davon, ob die Platte oder die Spitze geerdet war, sie war ziemlich unabhängig vom Strom und nur wenig vom Abstand Spitze—Platte abhängig.

Für die positive Entladung, wenn der Strom beim Abnehmen gerade aufhört zu fließen, gilt

$$\mathfrak{E}_{\text{kV/cm}} \cdot \sqrt{r} = 17,07$$

( $r$  in cm, 0,0146 bis 0,0543 cm, Abweichungen 1 bis 2%).

Der mittlere Druck war 74 cm, die mittlere Temperatur 22° C (20 bis 26° C).

Verglichen mit den Messungen an festen Spitzen des vorigen Abschnitts ergab sich:

$r$ cm	$\mathcal{E}$	$\mathcal{E}_+$	$\mathcal{E}_-$
	kV/cm Wasser	kV/cm Messing	
0,0146	141,3	150	144,6
0,0200	121,5	124,5	122,7
0,543	72,3	75,0	—

Bei flüssigen Spitzen ist die Feldstärke ziemlich unabhängig von der Spannung.

### 29. Durchbruchfeldstärke von Spitzen.

Für feste Spitzen haben Chattock<sup>23, 24)</sup> und Young<sup>21)</sup> die Feldstärke beim Aufhören des Stromes durch die mechanische Kraft gemessen. Young erhält für halbkugelig abgerundete Spitzen ( $\mathcal{E}_0$  in kV/cm,  $r$  in cm) das elektrische Feld in der Mitte der Spitze zu

$$\mathcal{E}_0 r^{0,45} = 25,5$$

(bis zu Strömen von  $15 \cdot 10^{-6}$  Amp. unabhängig vom Strom). Die Werte gelten für die normale positive Entladung, ohne daß eine zweite Spitze sich in ihrer Nähe befindet. Wird aber eine zweite sehr feine glimmende Spitze den ersten größeren gegenübergestellt, so verringert sich deren Enladefeldstärke  $\mathcal{E}_0$  sehr stark (Chattock und Tyndall<sup>25)</sup>).

Radius der positiven Spitze, der eine sehr feine (früher glimmende) Spitze gegenübergestellt wird in cm. (Pt-Stift, Enden im Lötrohr abgerundet)	Positive Spitze allein im Raum oder gegen eine Platte. $\mathcal{E}_0$ kV/cm	$\mathcal{E}_0 r^{0,45}$	Feine Hilfspitze: 1 bis 2 cm entfernt. $\mathcal{E}_1$ kV/cm	$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_1}$	Für den Abstand Null beider Spitzen extrapoliert. $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}$ kV/cm
0,0619	87,9	25,2	46,2	1,9	9
0,0310	123	25,8	73,5	1,7	21
0,0105	199	25,5	97,5	2,0	39
0,0043	293	25,2	129,9	2,2	36

Den prinzipiellen Verlauf von  $\mathcal{E}$  zeigt Abb. 34. Negative Spitzen ergeben höhere Enladefeldstärken und schwankende Werte. Der Wert der Enladefeldstärke wird in diesem Falle durch die Hilfspitze kaum beeinflusst.

Chattock<sup>23)</sup> gibt als Grenze der Gebiete, in denen  $\mathcal{E}_+ \leq \mathcal{E}_-$  für 20 cm Hg Druck  $r \geq 32 \cdot 10^{-3}$  cm an. Das Verhältnis  $\frac{\mathcal{E}_+}{\mathcal{E}_-}$  nimmt mit wachsenden Druck ab.

Edmunds<sup>40)</sup> untersucht halbkugelig abgerundete Drähte gegen eine Platte zur Kontrolle des Townsendschen Ähnlichkeitsgesetzes [Townsend<sup>172, 173)</sup>], das eine Erweiterung des Paschenschen Gesetzes

1) Bei sehr feiner Hilfspitze werden diese Werte sehr klein [Tyndall<sup>176)</sup>].

darstellt, und wonach die Anfangsspannung ungeändert bleibt, wenn sämtliche Dimensionen einer Anordnung ähnlich vergrößert und der Druck in gleichem Verhältnis vermindert wird (s. a. Abschn. 52.) Er findet in trockener staubfreier Luft in einem Glasgefäß sehr starke Verzögerungen (Ra.Br<sub>2</sub> zur Bestrahlung).

Verwendet wurden drei Silberdrähte (0,5 — 1,0 — 1,5 mm Durchmesser). Der Beginn der Entladung wurde mit einem Galvanometer

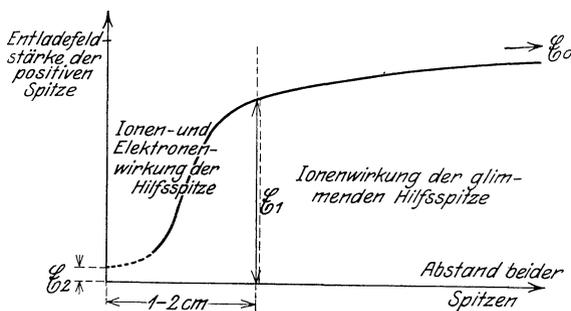


Abb. 34.

von  $10^{-8}$  Amp. Empfindlichkeit festgestellt. Folgende Tabelle zeigt die beobachteten Spannungswerte abhängig von ( $rp$ ) für verschiedene  $d/r$  (Mittelwerte, deren Abweichungen bis etwa 6% reichen,  $r$  Drahradius in cm,  $d$  Abstand Spitze—Ebene in cm,  $p$  Druck in mm Hg, Entladespannung in kV):

$rp$	$\frac{d}{r} = 10$		$\frac{d}{r} = 20$		$\frac{d}{r} = 30$	
	+	-	+	-	+	-
2,5	1,22	1,07	1,33	1,22	1,41	1,29
5,0	1,66	1,63	1,79	1,77	1,90	1,88
10,0	2,37	2,46	2,65	2,74	2,82	2,94
20,0	3,70	3,87	4,10	4,35	4,38	4,63
30,0	4,73	5,21	5,26	5,74	5,53	6,10

Für die Entladungsfeldstärke bei normalem Druck ergibt sich

$$\mathcal{E}_0 \sqrt{r} = 18.$$

Townsend und Edmunds<sup>173)</sup> zeigen, daß oberhalb des von Zeleny<sup>212)</sup> beobachteten Grenzradius von  $r = 0,025$  cm die positive Entladespannung kleiner wird als die negative (umgekehrt wie bei kleineren Radien) und daß sich das Verhältnis mit abnehmendem Druck umkehrt.

	Druck mm Hg	Positive Entlade- spannung	Negative Entlade- spannung
$r = 0,075$ cm, Abstand-Spitze Platte 1,5 cm	555	6200	7000
	397	5080	5500
	220	3450	3800
	103	2200	2450
	35	1320	1280
	13	975	825
$r = 0,05$ cm, Abstand 1,5 cm	763	6400	6800
	213	2950	3130
	81	1700	1700
$r = 0,025$ cm, Abstand 1,5 cm	760	5300	5300
	265	2900	2700

Im Handbuch der Radiologie, Bd. I, S. 397 gibt Townsend für das abgerundete Ende eines Drahtes von 0,025 cm Radius im Abstand von 1,5 cm von einer Platte folgende Entladespannungen an:

Luftdruck . . . . . mm Hg	763	548	352	106	31	11
Positive Anfangsspannung . kV	4,78	4,20	2,96	1,64	1,05	0,850
Negative Anfangsspannung . kV	4,80	4,32	3,01	1,49	0,76	0,610

### 30. Zylindrische Elektroden. Feldberechnung.

Die zylindrische Entladungsanordnung sich umhüllender Elektroden hat den großen Vorteil, daß man von äußeren störenden Feldern so gut wie unabhängig ist. Die Anfangsspannung zylindrischer Leiter, auch dünner Drähte, läßt sich wegen ihres exakten Einsetzens bequem zu Meßzwecken verwenden. Bei dünnen Drähten hat man noch den Vorteil, daß bei Beginn der Entladung kein störender Überschlag zu befürchten ist [s. Zylinderfunkenstrecke, Petersen (Hochspannungstechnik), Coronavoltmeter, Whitehead und Pullen<sup>199</sup>) und Whitehead und Isshiki<sup>201</sup>]. Störend sind die großen Dimensionen bei höheren Spannungen (die sich aber durch Verwendung höherer Drucke verringern lassen), denn der Außenzylinder muß mindestens doppelt so lang sein wie sein Durchmesser und der Innenzylinder mindestens nochmals doppelt so lang. Auch die große Kapazität ist manchmal unangenehm. Die Anfangsspannung dünner Drähte bei größeren Schlagweiten (analog der Spitzenentladung) wird Coronaspaltung genannt. Gewöhnlich werden bei zylindrischen Elektroden die der Anfangsspannung entsprechenden größten Feldstärken angegeben, da diese im allgemeinen nur vom Radius der betreffenden Elektrode abhängig sind. Über die Ausnahmen bei kleinen Schlagweiten und geringen Drucken siehe im nächsten Abschnitt.

Die Anfangsspannung  $U_0$  hängt von der Durchbruchfeldstärke  $\mathcal{E}_0$  nach folgender Formel ab:

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{\delta} \frac{\mathfrak{S} \operatorname{in} \frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho_2) \mathfrak{C} \operatorname{of} \frac{\varrho_1}{2}}{\frac{1}{2}(\varrho_1 - \varrho_2) \mathfrak{C} \operatorname{of} \frac{\varrho_2}{2}}$$

[für sich umhüllende als auch sich nicht umhüllende Zylinder]<sup>1)</sup>.

Es bedeutet  $\delta$  die Schlagweite und

$$\mathfrak{C} \operatorname{of} \varrho_1 = \left| \frac{R_1^2 - R_2^2 + d^2}{2dR_1} \right| \quad \text{und} \quad \mathfrak{C} \operatorname{of} \varrho_2 = \left| \frac{R_1^2 - R_2^2 - d^2}{2dR_2} \right|.$$

$R_1$  und  $R_2$  sind die Radien der Zylinder,  $d$  ihr Achsenabstand.  $R_1$  ist als der kleinere Radius vorausgesetzt. Für sich umhüllende Zylinder ist

$$d = R_2 - R_1 - \delta.$$

Für konzentrische Zylinder vereinfacht sich die Formel zu

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Für den Fall zweier gleicher paralleler Zylinder (Drähte) ist

$$R_1 = R_2 = R; \quad \mathfrak{C} \operatorname{of} \varrho_1 = \left| \frac{d}{2R} \right|; \quad \mathfrak{C} \operatorname{of} \varrho_2 = \left| -\frac{d}{2R} \right|$$

$$\varrho_1 = -\varrho_2,$$

wonach

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{\delta} \frac{\mathfrak{S} \operatorname{in} \varrho}{\varrho}$$

und

$$\varrho = \ln \frac{d + \sqrt{d^2 - 4R^2}}{2R},$$

womit

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{\delta} \frac{\sqrt{\xi(2+\xi)}}{\ln(1+\xi+\sqrt{\xi(2+\xi)})},$$

wo

$$\xi = \frac{\delta}{2R}.$$

Für die Anordnung Zylinder—Ebene ist bei gleicher Feldstärke  $\mathfrak{E}_0$  statt der Spannung  $U_0$  der Wert  $2U_0$  und statt der Schlagweite  $\delta$  der Wert  $2\delta$  zu setzen, wenn  $U_0$  nunmehr die Spannung Zylinder—Ebene und  $\delta$  die Schlagweite Zylinder—Ebene bedeutet. Damit ergibt

<sup>1)</sup> Die Kenntnis dieser Formel verdanke ich einer freundlichen Mitteilung von Herrn F. Emde.

sich für  $\mathcal{E}_0$  genau die gleiche Formel, nur daß jetzt  $\xi = \frac{\delta}{R}$  ist. In beiden Fällen gilt also

$$\mathcal{E}_0 = \frac{U_0}{\delta} f,$$

wo

$$f = \frac{\sqrt{\xi(2+\xi)}}{\ln(\xi+1 + \sqrt{\xi(\xi+2)})}. \text{1)}$$

Der Faktor  $f$  ist Abb. 35 und 36 für  $\xi$  bis 10 dargestellt. Er wächst nahezu proportional mit  $\xi$ .

Folgende Tabelle gibt einige Zahlenwerte :

$2\xi$	0,01	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
$f$	1,00	1,01	1,02	1,03	1,05	1,065	1,08	1,10	1,11	1,13
$2\xi$	0,90	1,00	2	3	4	5	6	7	8	9
$f$	1,14	1,16	1,315	1,46	1,61	1,74	1,88	2,01	2,14	2,24
$2\xi$	10	20	30	40	50	100	1000	10000		
$f$	2,39	3,56	4,62	5,62	6,58	11,0	72,5	587		

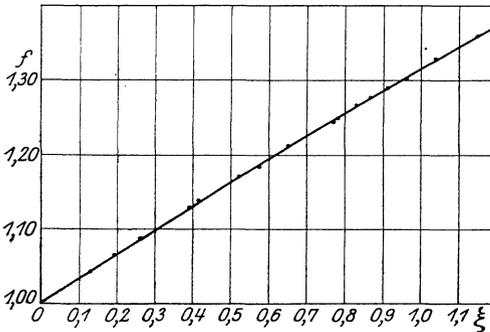


Abb. 35.

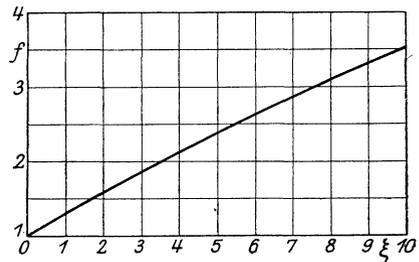


Abb. 36.

Für große Abstände der Zylinder (Fernleitung) wird

$$\mathcal{E}_0 = \frac{U_0}{2R \ln \frac{d}{R}}$$

und für einen Draht parallel einer Ebene

$$\mathcal{E}_0 = \frac{U_0}{R \ln \frac{2h}{r}},$$

wo  $h$  den Abstand von der Ebene bedeutet.

1) Diese Formel gibt schon A. Russell<sup>137)</sup> an.

Bei einer normalen Drehstromleitung ergibt sich

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{U_0}{\sqrt{3} R \ln \frac{d}{R}},$$

wenn  $U_0$  die Spannung zwischen zwei Drähten bedeutet und  $d$  den Achsenabstand, gleichgültig, ob die Drähte in Form eines gleichseitigen Dreieckes oder in einer Ebene aufgehängt sind. Influenzierende Körper (z. B. ein Erdungsdraht) können den Wert von  $\mathfrak{E}_0$  erheblich beeinflussen.

### 31. Durchbruchfeldstärke von zylindrischen Elektroden. Allgemeines.

Die ersten Messungen an sich umhüllenden kreiszylindrischen Elektroden wurden von J. M. Gaugain<sup>48)</sup> und J. B. Baille<sup>6)</sup> mit der Influenzmaschine ausgeführt.

Gaugain arbeitete mit Innenzylindern von 0,02 bis 0,3 cm Durchmesser und mit Außenzylindern von 2 bis 10 cm Durchmesser. Die Spannung wurde mit einem Goldblattelektrometer gemessen. Er stellte bereits die Abhängigkeit der elektrischen Entladungsdichte vom Radius des Innenzylinders fest und entwickelte eine Näherungsformel von der Form

$$\alpha + \frac{\beta}{\sqrt[3]{r}}.$$

Die Entladungsdichte findet er unabhängig vom Radius des Außenzylinders; dieser war bei seinen Versuchen stets erheblich größer als jener des Innenzylinders. Baille hingegen arbeitet mit Zylindern nicht sehr verschiedenen Durchmessers (z. B. Außenzylinder 6,86 cm Durchmesser, Innenzylinder 6,28 bis 4,92 cm Durchmesser bis Außenzylinder 3 cm Durchmesser, Innenzylinder 2,49 bis 1,25 cm Durchmesser). Er findet eine Abhängigkeit vom Außenzylinder, aber er konstatiert (wohl infolge von Meßfehlern) eine Zunahme der elektrischen Durchbruchfeldstärke bei gleichem Innenzylinder, wenn der Außenzylinder im Radius zunimmt. Bereits Schuster<sup>147)</sup> lehnt dieses Resultat in seiner Nachrechnung der Bailleschen Versuche ab und führt es darauf zurück, daß Bailles Meßanordnung bei den hohen Spannungen nicht mehr genügend isolierte. Es ist dieses Resultat auch im Hinblick auf die Verhältnisse bei der ebenen Funkenstrecke äußerst unwahrscheinlich. Die Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke vom Radius des Innenzylinders findet er in ähnlicher Weise wie Gaugain. W. de la Rue und H. Müller<sup>134)</sup> haben verschiedene Innenzylinder in demselben nur wenig größeren Außenzylinder untersucht und finden folgende Werte (ohne Angabe von Druck und Temperatur).

cm	cm	Schlagweite $\delta = r_a - r_i$ cm	$\mathcal{E}_0$ in $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
$r_a = 0,621$	$r_i = 0,598$	$\delta = 0,023$	55,0
	0,555	0,066	38,7
	0,497	0,124	33,07
	0,458	0,163	35,3
	0,432	0,189	38,6
	0,408	0,218	41,0
	0,368	0,253	42,8

Wenn die absoluten Werte auch zu klein sind (wie auch bei den ebenen Elektroden, Abb. 9), so sieht man doch, daß vom kleinsten Radius ausgehend, zunächst die Durchbruchfeldstärke mit wachsendem Radius abnimmt. Aber von einer bestimmten Grenze ab ( $r_i \approx 0,497$  cm,  $\frac{r_a}{r_i} \approx 1,25$ ,  $\delta \approx 0,124$  cm) nimmt die Durchbruchfeldstärke mit wachsendem Innenradius, also abnehmender Schlagweite stark zu, wie es auch die Kurve für ebene Elektroden zeigt. Eine Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke vom Radius des Außenzylinders ist also nur dann zu erwarten, wenn dieser nur wenig größer ist als der

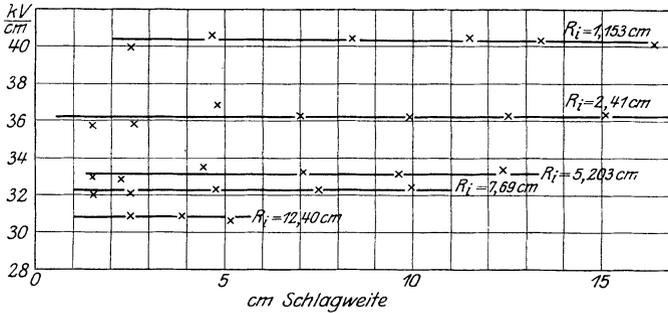


Abb. 37. Durchbruchfeldstärke zweier exzentrischer, sich umhüllender Zylinder, abhängig von der Schlagweite. 760 mm Hg, 20° C. Radius des Außenzylinders 17,5 cm.

Innenzylinder. So gibt auch Petersen an, daß der Radius des Außenzylinders (von 1,9 bis 12 cm bei Innenradien von 0,05 bis 5 cm, wobei der Außenradius immer erheblich größer war als der Innenradius) auf die Durchbruchfeldstärke keinen Einfluß gehabt habe. Auch die exzentrische Lagerung des Innenzylinders fand Petersen ohne Einfluß. Messungen des Verfassers<sup>146)</sup>, die in Abb. 37 und 38 wiedergegeben sind, bestätigen diese Tatsache.

Diese Versuche ergaben eine geringe Zunahme der elektrischen Durchbruchfeldstärke am Innenzylinder mit wachsendem Außenradius, die aber möglicherweise auf Meßungenauigkeiten beruht.

Interessante Experimente in dieser Hinsicht stammen von

H. J. Ryan<sup>139)</sup>. Er findet bei zwei konzentrischen Zylindern, von denen der innere einen Durchmesser von 0,638 cm hat, die Durchbruchfeldstärke bei normalem Druck unabhängig vom Radius des Außenzylinders, solange dessen Durchmesser größer als 0,953 cm ist. Wird nun der Druck verringert, wobei die Dicke des den Innenzylinder umgebenden ionisierten Gasvolumens zunimmt (s. Abschn. 52), so macht sich der Einfluß des Außenzylinders darin geltend, daß die Funkenspannung abhängig vom Druck für verschiedene Außendurchmesser Kurven verschiedener Natur durchläuft. Für die oben erwähnte Anordnung z. B. besteht für den Druck größer als 760 mm eine annähernd lineare Beziehung zwischen Spannung und Druck. Aber sofort unter 760 mm beginnt die Spannungskurve konkav nach der Abszissenachse zu umzubiegen, da bei den geringeren Drucken der Außenzylinder einen Teil des zu diesen Drucken gehörigen schon vor der merkbaren

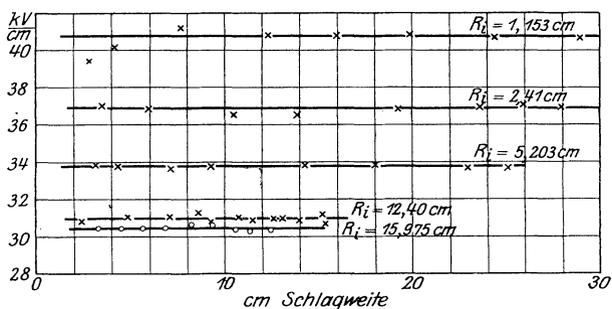


Abb. 38. Durchbruchfeldstärke zweier exzentrischer, sich umhüllender Zylinder. abhängig von der Schlagweite. 760 mm Hg, 20° C. Radius des Außenzylinders 30,25 cm.

Entladung ionisierten Gasvolumens abschneidet, was eine Erhöhung der nötigen Durchschlagspannung zur Folge hat ( $\frac{\partial U}{\partial p}$  wächst mit abnehmendem  $p$ ). Wird eine analoge Kurve mit einem Außendurch-

messer von 3,65 cm aufgenommen, so erreicht die Ionisierungszone erst bei viel geringeren Drucken den Außenzylinder, d. h. die lineare Beziehung zwischen Druck und Funkenspannung bleibt sehr angenähert bis ca. 150 mm Hg bestehen und erst dann tritt ein konkaves Abbiegen nach der Abszissenachse ein (s. a. Abschnitt 63).

Natürlich gilt die Unabhängigkeit von der Exzentrizität nur so lange, als sie nicht so weit getrieben wird, daß die Schlagweite sehr klein wird. Den Einfluß des Außenzylinders zeigen auch J. S. Townsend und P. J. Edmunds<sup>173)</sup> in einem Versuch, bei dem die Durchbruchfeldstärke des Innenzylinders wuchs, wenn der Radius des Außenzylinders so gewählt wurde, daß die elektrische Feldstärke bei der Anfangsspannung dort eine gewisse Grenze überschritt. Bei geringen

Drucken tritt diese Wirkung schon bei wesentlich größeren Außenzylindern ein, als bei großen Drucken, da die am Entladungsvorgang beteiligte ionisierte Gasschicht um den Leiter in der Dicke mit abnehmendem Druck zunimmt [s. z. B. Ryan<sup>139</sup>]. Den Einfluß des Abstandes zweier sich nicht umhüllender paralleler Kreiszyylinder hat zuerst C. P. Steinmetz<sup>152</sup>) untersucht.

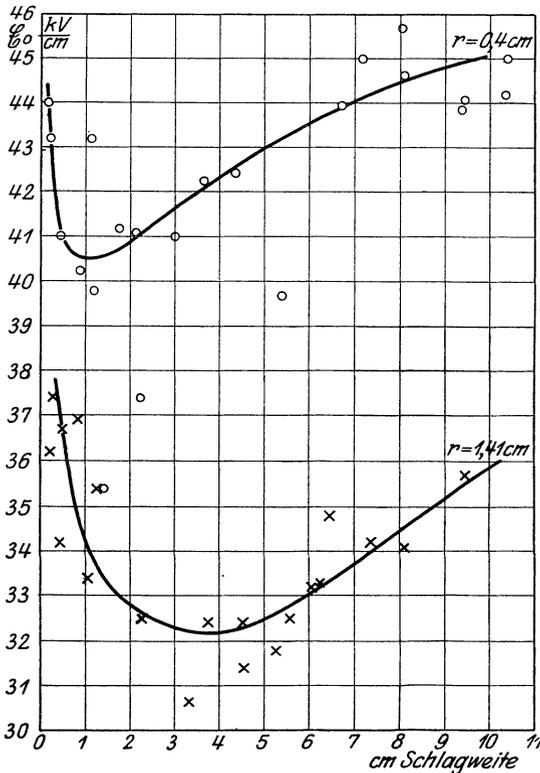


Abb. 39. Feldstärke beim Überschlag zweier gleicher paralleler Zylinder nach C. P. Steinmetz<sup>152</sup>), abhängig von der Schlagweite. 760 mm Hg.

Steinmetz arbeitete bei 125 Per/sek<sup>-1</sup> mit zwei Zylindern von je 0,795 cm und je 2,82 cm Durchmesser und 51 cm und 61 cm Länge. Die Zylinder wurden ganz flach, mit sehr großem Krümmungsradius ( $r=220$  bzw. 360 cm) gebogen, einander gegenübergestellt, so daß der Funke an der engsten Stelle übergang. Seine Resultate sind in Abb. 39 dargestellt. Wenn die Meßpunkte auch ziemlich unregelmäßig liegen, so läßt sich doch eine mittlere Kurve ziehen, aus der man sieht, daß auch bei dieser Anordnung die Feldstärke bei einer bestimmten Schlagweite ein Minimum durchläuft. Bei kleineren Schlagweiten steigt sie steil an, bei größeren langsamer, um sich scheinbar einem Grenzwert zu nähern. Das Minimum liegt um so höher, je kleiner der Zylinderradius ist. Das Verhältnis  $\frac{\delta}{r}$ , bei dem das Minimum eintritt, ergibt sich für beide Zylinder zu 2,5, ist also erheblich größer als bei der Kugelfunkenstrecke. Das Verhältnis der minimalen Feldstärke zu dem Wert in einem weiten Hohlzylinder, wie er der Kurve Abb. 42 entnommen werden kann, ergibt sich für beide Radien 0,3975 und 1,41 cm zu ca. 0,88.

Da Steinmetz Funkenspannungen und nicht Anfangsspannungen maß, ist es möglich, daß die Werte bei großen Schlagweiten zu hoch

Steinmetz arbeitete bei 125 Per/sek<sup>-1</sup> mit zwei Zylindern von je 0,795 cm und je 2,82 cm Durchmesser und 51 cm und 61 cm Länge. Die Zylinder wurden ganz flach, mit sehr großem Krümmungsradius ( $r=220$  bzw. 360 cm) gebogen, einander gegenübergestellt, so daß der Funke an der engsten Stelle übergang. Seine Resultate sind in Abb. 39 dargestellt. Wenn die Meßpunkte auch ziemlich unregelmäßig liegen, so läßt sich doch eine mittlere Kurve ziehen, aus der man sieht, daß auch bei dieser Anordnung die Feldstärke bei einer bestimmten Schlagweite ein Minimum durchläuft. Bei kleineren Schlagweiten steigt sie steil an, bei größeren langsamer, um sich scheinbar einem Grenzwert zu nähern. Das Minimum liegt um so höher, je kleiner der Zylinderradius ist. Das Verhältnis  $\frac{\delta}{r}$ , bei dem das Minimum eintritt, ergibt sich für beide Zylinder zu 2,5, ist also erheblich größer als bei der Kugelfunkenstrecke. Das Verhältnis der minimalen Feldstärke zu dem Wert in einem weiten Hohlzylinder, wie er der Kurve Abb. 42 entnommen werden kann, ergibt sich für beide Radien 0,3975 und 1,41 cm zu ca. 0,88.

sind. Die Lage und Größe des Minimalwertes wird dadurch nicht berührt.

Einzelne Versuche mit parallelen Drähten hat F. W. Peek<sup>114</sup>) angestellt (s. folgenden Abschnitt). Peek gibt an, daß die Durchbruchfeldstärke unabhängig vom Abstand der Drähte sei, z. B. gemessen für einen Draht von 0,034 cm Durchmesser und 2,54 bis 106,8 cm Abstand. Bei kleinen Abständen ist die Anfangsspannung identisch mit der Funkenspannung. Die Grenze, wo dies aufhört, liegt für die kleineren Querschnitte etwa bei  $\frac{S}{r} = 30$  ( $S$  Abstand der Drahtmitten) und nimmt mit wachsendem Radius ab.

C. M. Davis, Proc. Am. Inst. of El. Eng. 30, 1911, gibt folgende Tabelle für das Abstandsverhältnis, bei der die Anfangsspannung die Kurve der Funkenspannung verläßt (wohl für 760 mm Hg und 25° C gemessen).

Draht- durchmesser cm	Kritischer Abstand cm	Anfangs- spannung kV	Anfangs- feldstärke kV/cm	Kritischer Abstand Durchmesser
0,0344	1,8	15,2	96,4	52,3
0,0780	2,7	26,0	81,1	34,6
0,1662	3,6	39,4	66,4	21,6
0,204	3,6	41,4	60,6	17,6
0,320	7,8	70,0	58,6	24,4
0,513	13,3	98,2	50,2	25,1

Die Werte der Feldstärke sind durchwegs ca. 3 bis 5% höher als die von Peek angegebenen. In diesem Gebiet nimmt die Durchbruchfeldstärke, nachdem sie bei kleinen Abständen das Minimum durchlaufen hat, immer noch zu, um erst beim Doppelten dieses Abstandes, nach einigen Messungen Peeks scheinbar sogar erst nach einem Vielfachen davon, konstant zu werden.

Bei größeren Zylindern wird das Verhältnis von Schlagweite zu Radius, bei dem die Anfangsspannung beginnt, sich von der Funkenspannung loszulösen, bedeutend kleiner. So fand ich bei Versuchen<sup>146</sup>), wo ein langer Zylinder einer flachen Schale von 60 cm Durchmesser gegenübergestellt war, für einen Zylinder von 2,42 cm Radius  $\frac{\delta}{r} \approx 3,4$  und für  $r = 1,15$  cm,  $\frac{\delta}{r} = 5,2$ . Bei Versuchen in großen Hohlzylindern fand sich in einem Außenzylinder von  $r = 30$  cm für einen Innenzylinder von  $r = 1,15$  cm  $\frac{\delta}{r} = 3,5$  und für  $r = 2,41$  cm  $\frac{\delta}{r} \approx 4,1$ . Bei einem Innenzylinder von  $r = 5,2$  cm war kein Coroneffekt mehr festzustellen. Mit einem Außenzylinder von  $r = 17,5$  cm

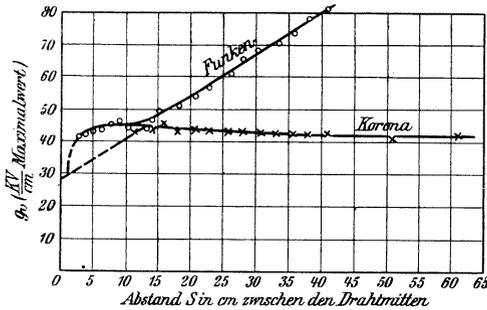


Abb. 40. Durchbruchfeldstärke zweier paralleler Drähte abhängig vom Abstand (nach F.W. Peek).

tern von 0,1 cm Radius bei 20 cm Abstand  $\mathcal{E}_0 = 58$  kV/cm, bei 7 cm Abstand dagegen  $\mathcal{E}_0 = 61$  kV/cm. Er gibt folgende Tabelle der kritischen Abstände an, bei denen die Durchbruchfeldstärke zuzunehmen beginnt.

Drahtradius cm	Kritischer Abstand S cm
0,103	17—18
0,162	18—21
0,2	21—23
0,327	28—31
0,412	32—34

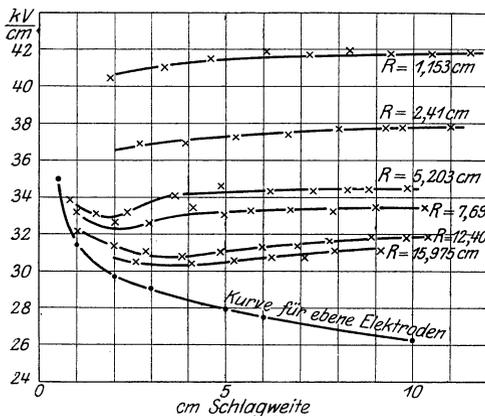


Abb. 41. Durchbruchfeldstärke an der Oberfläche eines Kreiszyllinders gegenüber einer Ebene, abhängig von der Schlagweite. 760 mm Hg, 20° C.

war bei konzentrischer Anordnung für einen Innenzylinder von  $r = 2,41$  cm etwa die Grenze, oberhalb welcher Anfangsspannung und Funkenspannung zusammenfielen.

Dagegen zitiert B. Davis<sup>30</sup> nach Peek, daß die Durchbruchfeldstärke bei großen Abständen mit abnehmender Entfernung der Leiter wüchse, z. B. sei bei zwei parallelen Lei-

tern von 0,1 cm Radius bei 20 cm Abstand  $\mathcal{E}_0 = 58$  kV/cm, bei 7 cm Abstand dagegen  $\mathcal{E}_0 = 61$  kV/cm. Er gibt folgende Tabelle der kritischen Abstände an, bei denen die Durchbruchfeldstärke zuzunehmen beginnt.

Es ist mir nicht möglich gewesen festzustellen, auf welche Originalstelle bei Peek sich diese Bemerkung bezieht<sup>1)</sup>. Wenn man aber daraufhin die Abb. 24, S. 299 der ETZ 1913, die hier als Abb. 40 wiedergegeben ist, betrachtet, die sich auf  $r = 0,412$  cm bezieht, so kann man tatsächlich von etwa  $S = 44$  cm an geringes Zunehmen der Durchbruchfeldstärke beobachten. Das Maximum wird danach an der Grenze erreicht, wo die Coronaentladung in die

1) Leider war mir das Buch von Peek „Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering“, New York nicht erreichbar.

Funkenentladung übergeht. Abb. 41 zeigt das Ergebnis von Versuchen des Verfassers<sup>146)</sup>, bei denen Zylinder bis zu Durchmessern von 32 cm einer flachen Schale von 70 cm Durchmesser gegenübergestellt wurden. Wenn auch die absoluten Werte wegen der Kleinheit der Schale zu hoch sind, so ist das Minimum bei den größeren Radien gut zu erkennen und auch der Grenzwert, dem die Kurven zustreben.

### 32. Durchbruchfeldstärke von zylindrischen Elektroden für nicht zu kleine Schlagweiten. Wechselspannungsmessungen.

(Wechselspannungscorona.)

#### a) Drähte und Stäbe.

In Abb. 42 sind die Ergebnisse der wichtigsten Messungen über einer logarithmischen Skala des Radius dargestellt.

Zwei parallele Drähte, 150 cm über der Erde, 308 und 610 cm lang, wurden von Peek<sup>114)</sup> untersucht für Drahradien von 0,01 bis 0,5 cm. Beobachtet wurde der Beginn des Leuchtens. Die Entladefeldstärke war unabhängig vom Abstand der Drähte in den Grenzen 2,54 cm bis 106,8 cm. Die maximale Feldstärke (in kV/cm) ließ sich darstellen als

$$\mathfrak{E} = 29,8 \delta \left( 1 + \frac{0,301}{\sqrt{\delta r}} \right) = 29,8 \delta + 8,97 \sqrt{\frac{\delta}{r}}.$$

$r$  Drahradius in cm,  $\delta$  relative Luftdichte auf 760 mm Hg und 25° C bezogen (Kurve *AA*, Abb. 42).

In einer späteren Arbeit prüft Peek<sup>116)</sup> diese Formel für Radien von 0,06 bis 0,25 cm im Druckbereich  $\delta = 0,02$  bis  $\delta = 1$  nach. Für große und kleine  $\delta$  (Atmosphärendruck und sehr geringe Drucke) stimmt sie gut mit dem Experiment überein, für mittleres  $\delta$  ( $\delta \approx 0,5$ ) liegen die experimentellen Punkte etwas höher.

Für einen Draht konzentrisch innerhalb eines Zylinders findet Peek<sup>115)</sup> für die Radien von 0,06 bis 1 cm bei Temperaturen von -20° C bis 140° C und Drucke von 300 mm Hg bis 1000 mm Hg

$$\mathfrak{E} = 31,0 \delta \left( 1 + \frac{0,308}{\sqrt{\delta r}} \right) = 31,0 \delta + 9,55 \sqrt{\frac{\delta}{r}}. \quad 1)$$

Die Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Werten gibt er zu unter 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> an (Kurve *BB*, Abb. 42). Änderungen der Periodenzahl zwischen 45 und 90 Per sek<sup>-1</sup> zeigten keinen Einfluß. Alle folgenden Arbeiten behandeln den in einem weiteren Zylinder konzentrisch gespannten Draht. Whitehead<sup>194, 195, 196)</sup>, der den Beginn der Corona mit Galvanometer und Batterie zwischen dem geerdeten Außenzylinder, der als Netz ausgestaltet war, und einem unmittelbar dahinter liegenden isolierten Metallzylinder und auch mit dem Elektroskop mit Auffängerplatte unmittelbar hinter einem Loch im Außenzylinder fest-

1) In Abschnitt 32 bis 35 bedeutet  $\delta$  die relative Luftdichte, hat also nichts mit der sonst angewendeten Bedeutung (Schlagweite) zu tun. Die amerikanischen Messungen beziehen sich alle auf 760 mm Hg und 25° C.

stellt, beobachtet mit Radien von 0,045 bis 0,24 cm bei 760 mm Hg und 21°C

$$\mathcal{E} = 32 + \frac{9,48}{\sqrt{r}},$$

auf 760 mm Hg und 25°C reduziert

$$\mathcal{E} = 31,6 \delta + 9,41 \sqrt{\frac{\delta}{r}}.$$

Da der Formeltyp  $\mathcal{E} = A \delta + B \sqrt{\frac{\delta}{r}}$  nur eine empirische Näherung ist, ändern sich die Konstanten etwas je nach dem gewählten Beobachtungsintervall. Das Metall des Drahtes (Wolfram, Cu, Al, Fe) war ohne Einfluß. Auch die Feuchtigkeit ist innerhalb normaler

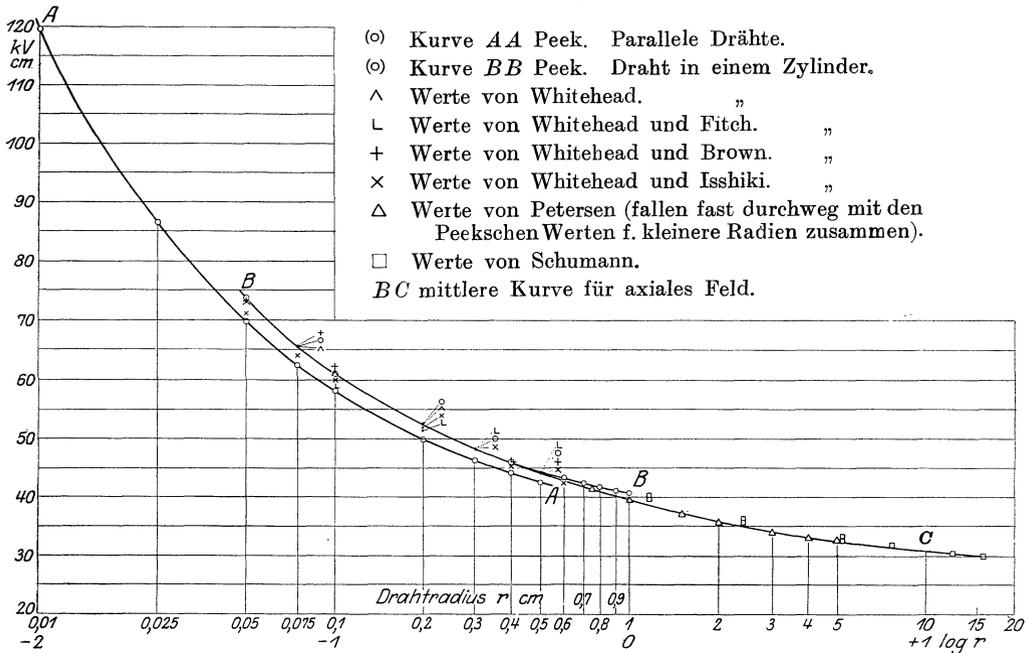


Abb. 42. Durchbruch-(Corona-)feldstärke an der Oberfläche zylindrischer Leiter, abhängig vom Drahtradius. 760 mm Hg, 25°C. Wechselspannungsmessungen.

Grenzen wirkungslos. Die Coronaspannung war durch Röntgenionisierung nicht zu verändern. Auch wenn der Draht mit einem dünnen isolierten Papierzylinder umgeben war (Drahtdurchmesser 0,157 cm, Durchmesser des Papierzylinders 0,95 cm, 1,27 cm und 2,54 cm) änderte sich die Coronaspannung nur wenig (bei den engeren Röhren 2 bis 4%).

Bei Gleichspannungen steigt die Coronaspannung, wenn der Draht mit einem dünnen isolierten Metallzylinder umgeben wird, wegen der Ladungen, die sich darauf ansammeln und das Feld schwächen. Um

so mehr je geringer der Durchmesser der Röhre ist [Whitehead und Brown<sup>200</sup>].

Whitehead und Fitch<sup>197</sup>) messen für Radien von  $r = 0,119$  bis  $0,425$  cm, Temperaturen von  $5^{\circ}$  C bis  $55^{\circ}$  C und Drucke von  $5$  bis  $100$  cm Hg

$$\mathcal{E} = 33,6 \delta + 7,90 \sqrt{\frac{\delta}{r}},$$

was bei den größten Radien von den Versuchen abweicht.

Whitehead und Brown<sup>200</sup>) finden bei sorgfältiger Vergleichung von Wechselfeldspannungs- und Gleichspannungscorona (s. folgenden Abschnitt) für Radien von  $r = 0,037$  bis  $0,116$  cm

$$\mathcal{E} = 33,7 \delta + 8,92 \sqrt{\frac{\delta}{r}}.$$

Auf Grund sehr sorgfältiger Messungen geben Whitehead und Isshiki<sup>201</sup>) für  $r = 0,052$  bis  $r = 0,633$  cm und Drucke von  $25$  cm Hg bis  $139$  cm Hg bei normaler Temperatur

$$\mathcal{E} = 29,87 \delta + 9,918 \sqrt{\frac{\delta}{r}} \quad \text{für} \quad \frac{1}{\sqrt{\delta r}} < 2,3$$

für

$$\mathcal{E} = 33,03 \delta + 8,541 \sqrt{\frac{\delta}{r}} \quad \text{für} \quad \frac{1}{\sqrt{\delta r}} > 2,3. \text{ )}$$

(Hochspannungsmessung mit Kondensator, Glühkathodenröhre und Galvanometer.) Die Abweichung beobachteter und berechneter Werte wird als unter  $1\%$  angegeben. Die Beobachtungsgenauigkeit des Coronabeginns war etwa  $1/2\%$ . Der Einfluß der Frequenz zwischen  $20$  und  $90$  Per  $\text{sek}^{-1}$  war sehr gering. Bei  $25$  Per  $\text{sek}^{-1}$  war die Coronafeldstärke  $0,8\%$  höher als bei  $60$ .

Von älteren Messungen sind noch die von H. J. Ryan<sup>138, 139</sup>) zu erwähnen ( $r = 0,005$  cm bis  $1,0$  cm). Seine Kurve besteht aus zwei Ästen. Für größere Radien liegen seine Werte bis ca.  $5$  kV/cm tiefer als die von Petersen und Peek. Die Werte für kleinere Radien sind ( $760$  mm Hg,  $20^{\circ}$  C):

$r$ cm	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$\mathcal{E}_0$ kV/cm	154	121	96,7	86,3	80,2	76,2.

Whitehead und Gorton<sup>198</sup>) finden bei  $2000$  Perioden die Coronaspaltung  $3$  bis  $4\%$  geringer als bei  $25$ . Die Messung ist aber unsicher. Peek<sup>118</sup>) findet bei Stoßspannungen bis zu  $3 \cdot 10^{-7}$  sek Dauer den Coronabeginn bei der gleichen Spannung wie bei Niederfrequenz.

Von E. Bennett<sup>9</sup>) rührt eine ausführliche oszillographische Studie der Corona bei Wechselfeldspannung von  $60$  Per  $\text{sek}^{-1}$  her. Es wurde ein Stromtransformator benützt, der mit dem äußeren Zylinder in Serie lag, vom Übersetzungsverhältnis  $1:100$ , so daß Ströme von der Größen-

) Alle Konstanten auf  $760$  mm Hg und  $25^{\circ}$  C bezogen.

ordnung  $\frac{1}{2}$  mA aufgenommen werden konnten. Spannung und kapazitiver Ladestrom wurden rein sinusförmig gemacht, der Kapazitätsstrom konnte kompensiert werden, so daß das Oszillogramm nur den reinen Entladestrom zeigte. Für das Einsetzen der Entladung ergab sich:

1. Bei langsamer Spannungssteigerung traten gleichzeitig ein bläuliches Glimmen um den Draht, ein zischendes Geräusch und der erste kleine Zacken in der Stromkurve auf. Auch schon Whitehead<sup>194 bis 196</sup>) hatte festgestellt, daß im gleichen Moment das Leuchten des Drahtes, das Entladungsgeräusch und die Wirkungen der am äußeren Zylinder ankommenden Ionen auftraten.

2. Eine kurze spitze Stromzacke tritt zuerst bei positivem Draht auf, bei etwas höherer Spannung in der negativen Phase eine breite niedrige Erhebung der Stromkurve. (Bei Drucken unter 20 cm setzt die Entladung zuerst ein, wenn der Draht negativ geladen ist.)

3. Der Entladestrom setzt äußerst plötzlich ein und „schießt“ in die Höhe. Bei negativem Draht von starken hochfrequenten Oszillationen gefolgt, bei positivem Draht nur mit schwachen Spuren hochfrequenter Schwingungen. Durch Einbau eines Widerstandes von

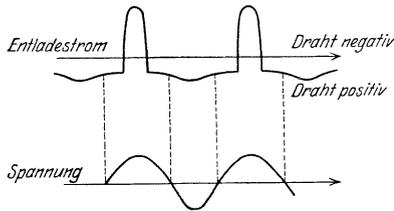


Abb. 43. Entladestrom eines 1,02 mm dicken Drahtes bei 1 cm Hg Druck. Kapazitätsstrom kompensiert, Spannung Draht-Zylinder sinusförmig. Nach Bennett<sup>9)</sup>.

0,94 Megohm ließen sich bei positiver Corona diese Schwingungen, die zwischen der Kapazität des Entladezylinders gegen Erde und der Streuinduktivität des Stromtransformators stattfanden, für die positive Entladung beseitigen, bei der negativen blieben immer noch einige Spitzen. Während sich bei normalem Druck, abgesehen von den erwähnten Unterschieden, keine größeren Abweichungen im Charakter der positiven und negativen Entladung ergaben, traten bei ge-

ringen Drucken (2,5 bis 0,13 cm Hg) sehr erhebliche polare Unterschiede auf. Die negative Entladung besteht aus einem kurzen starken Stoß, während die positive nur als schwache Erhebung ausgebildet ist, etwa wie Abb. 43 andeutet. Auch beim Einschalten zeigte sich der polare Unterschied sehr stark, indem z. B. bei 0,3 cm Hg Druck und einer Spannung von 12<sup>0</sup>/<sub>0</sub> über der Caronaspannung der negative Entladestrom sofort in der ersten Periode voll ausgebildet war, während der positive Entladestrom in der ersten Periode sehr gering war, sich erst nach einer Reihe von Perioden auf seinen endgültigen Wert einstellte. Verzögerungen bis zu 3 Minuten bei sorgfältig eingestellter Spannung beobachtet auch Davis<sup>30)</sup>.

#### b) Dickere Zylinder.

Bei Zylindern größeren Durchmessers haben Petersen<sup>121)</sup> ( $r=0,05$  bis 5,0 cm, 760 mm Hg, 20<sup>0</sup> C) und Schumann<sup>146)</sup> ( $r=1,15$  bis

34. Durchbruchfeldstärke von Drähten und Stäben bei Gleichspannung. 85

15,96 cm, 760 mm, 20° C) Messungen durchgeführt. Die Messungen sind ebenfalls in Abb. 42 eingetragen.

**33. Mittelwert der Durchbruchfeldstärke an der Oberfläche eines Kreiszylinders innerhalb eines weiteren (bei normalem Druck und Wechselfspannung).**

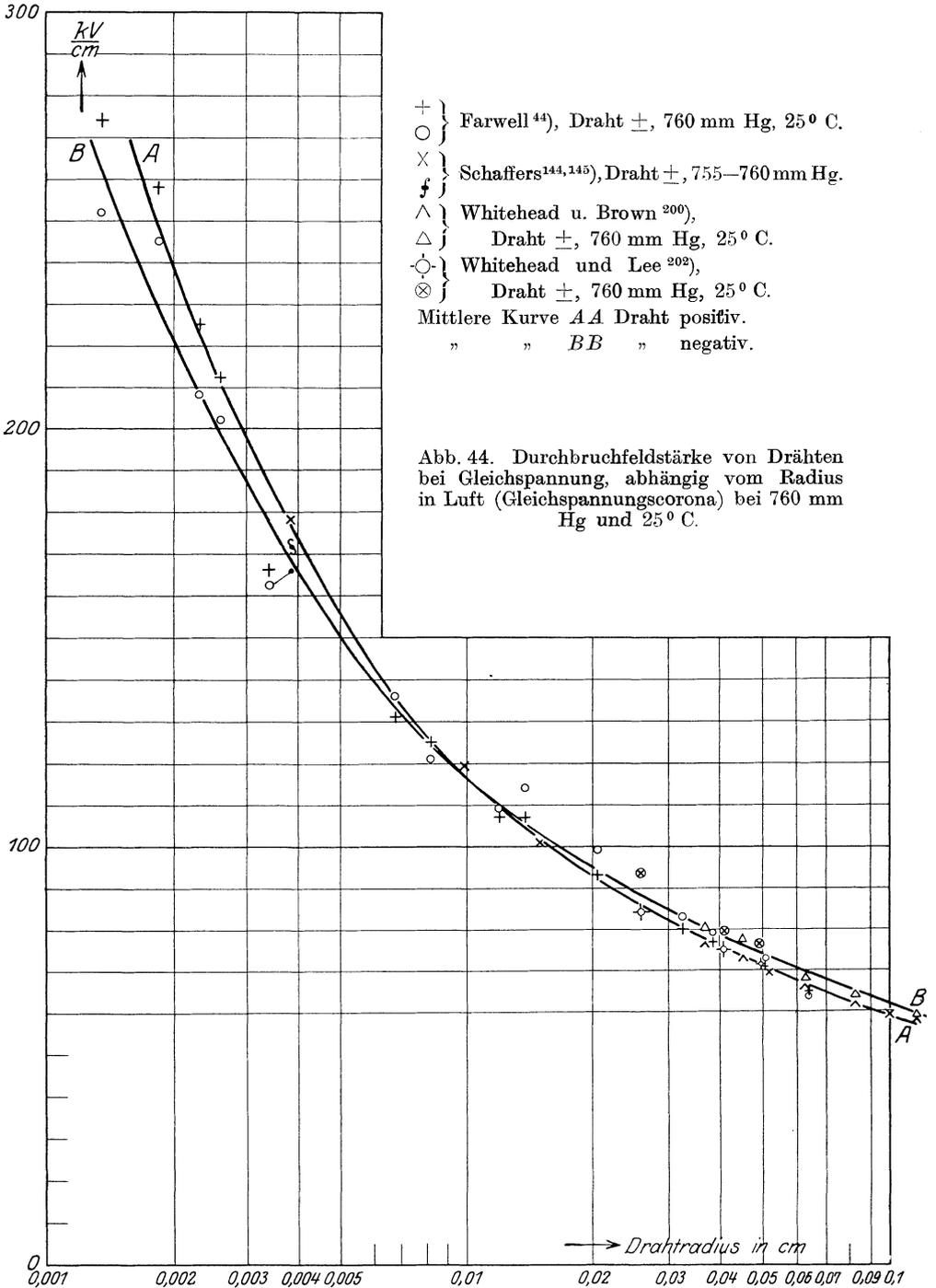
Zieht man in Abb. 42 eine Kurve (*BC*), die sich den meisten und besten Meßpunkten möglichst anschmiegt, so erhält man folgende Tabelle der maximalen elektrischen Durchbruchfeldstärke bei Wechselfspannung für 760 mm Hg und 20° C.

<i>r</i> cm	$\mathcal{E}_0$ kV/cm	<i>r</i> cm	$\mathcal{E}_0$ kV/cm	<i>r</i> cm	$\mathcal{E}_0$ kV/cm
0,05	75,1	0,5	44,8	5	33,1
0,06	70,9	0,6	43,5	6	32,6
0,07	67,7	0,7	42,4	7	32,2
0,08	65,3	0,8	41,5	8	31,9
0,09	63,5	0,9	40,8	9	31,6
0,10	62,0	1,0	40,2	10	31,3
0,1	62,0	1	40,2	10	31,3
0,2	53,3	2	36,6	11	31,1
0,3	49,0	3	34,7	12	30,9
0,4	46,7	4	33,7	13	30,75
0,5	44,8	5	33,1	14	30,6
				15	30,5

Ausgenommen die kleinen Radien dürfen wir diese Werte auch für Gleichspannungen als gültig ansehen.

**34. Durchbruchfeldstärke von Drähten und Stäben bei Gleichspannung (Gleichspannungscorona).**

Die Messungen von Schaffers<sup>144, 145</sup> (Draht konzentrisch in einem Zylinder) sind in Abb. 44 dargestellt. Die Spannung lieferte eine Influenzmaschine, der Druck war 755 bis 760 mm Hg, es herrschte „befriedigende“ Feuchtigkeit in einem geheizten Saale, die Luft im Entladungszylinder strömte dauernd. Es wurde nicht bestrahlt. Die gemessenen Drahttradien variierten von 0,00385 bis 0,3500 cm. Bei den dünnsten Drähten ergab sich die positive Anfangsfeldstärke größer als die negative. Bei  $r \approx 0,01$  cm wurden beide gleich, und bei dickeren Drähten kehrte sich das Verhältnis um. Die negative Entladung wurde als viel unregelmäßiger gefunden als die positive. Als empirische Formel für die kleineren Radien und positive Entladung ergab sich  $\mathcal{E} = 30 \cdot r^{-0,3}$ . Farwells<sup>44</sup>) Werte mit der gleichen Anordnung sind ebenfalls in Abb. 44 eingetragen. Farwell unterscheidet „kritische Spannung“ (bei der der erste kleine Sprung des Stromes im Galvanometer zu bemerken ist und die bei negativer Entladung



sehr unregelmäßig ist) und „Glimmspannung“ (sichtbares Glimmen längs des Drahtes). Das positive Glimmen tritt regelmäßig, plötzlich, scharf definiert auf, nur bei den dünnsten Drähten sehr allmählich. Das negative Glimmen setzt flackernd längs des Drahtes ein und besteht aus dem Zusammenfließen vieler früherer kleiner Glimmpunkte. Es war für die positive Entladung die kritische Spannung kleiner als die Glimmspannung für  $r < 0,008$  cm, für die negative Entladung, wenn  $r < 0,015$  cm. Für den kleinsten Radius ( $r = 0,00135$  cm) ist das Verhältnis beider Spannungen 1,3 bzw. 1,34. Für größere Radien fallen beide zusammen. Die Grenze, bei der die positive kritische bzw. Glimmspannung größer bzw. kleiner ist als die entsprechenden negativen, ergibt sich wie bei Schaffers zu  $r \approx 0,01$  cm. Aus den Kurven folgt für die positive Coronaglimmfeldstärke

$$\mathcal{E} = 31,6 \delta + 8,47 \sqrt{\frac{\delta}{r}},$$

$r$  Drahradius,  $\delta$  relative Luftdichte auf 760 mm Hg und 25° C bezogen (von  $r = 0,06$  bis 0,004 cm inklusive gültig bei 2% Abweichung, dann plötzlich große Abweichung, gerechnete Werte zu klein) und für die negative

$$\mathcal{E} = 35,0 \delta + 8,06 \sqrt{\frac{\delta}{r}}$$

(von  $r = 0,06$  bis 0,004 cm inklusive mit guter Übereinstimmung gültig, dann auch starke Abweichungen).

Die Punkte der negativen Corona liegen viel unregelmäßiger als die Punkte der positiven Corona. Bei den dünnsten Drähten tritt schon vor dem Glimmen eine starke Feldverzerrung auf. Die Feuchtigkeit hat nur bei sehr dünnen Drähten Einfluß auf die kritische und die Glimmfeldstärke. Das Gesetz der Druckabhängigkeit von Peek (s. Abschnitt 32) stimmt bis zu Drucken von 5,3 cm Hg herab. Der Unterschied in der Größe der positiven und negativen Glimmfeldstärken kehrt sich mit dem Druck um, z. B.:

Druck mm Hg	$\mathcal{E}_+$ kV/cm	$\mathcal{E}_-$ kV/cm	
2,0	7,65	6,9	} $\mathcal{E}_+ > \mathcal{E}_-$
10,9	9,98	9,6	
18,9	11,8	12,2	} $\mathcal{E}_+ < \mathcal{E}_-$
53,2	18,8	19,6	
91,3	25,0	26,2	
768,3	96,7	99,3	

Bei zwei dünnen parallelen Drähten,  $r = 0,00675$  cm in 3,0 cm Abstand, 36,2 cm Länge, 26,5° C, 43% relativer Feuchtigkeit ist der Strom kurz vor Einsetzen der kritischen Spannung (6500 Volt)  $0,25 \cdot 10^{-8}$  Amp. vor Einsetzen der Glimmspannung (10000 Volt)  $0,195 \cdot 10^{-4}$  Amp. Schon vor Einsetzen des Glimmens fließt ein

elektrischer Strom. Bei Strömen von  $0,024 \cdot 10^{-4}$  Amp. konnten mit Sonden sehr bedeutende Feldverzerrungen nachgewiesen werden. Das Drahtmaterial hatte bei sauberer Oberfläche keinen, dagegen die Luftfeuchtigkeit einen erheblichen Einfluß. Wenn die Spannung nur wenig über die kritische erhöht wurde, konnten Verzögerungseffekte bis zu einer Sekunde beobachtet werden. Bei niederen Drucken ( $< 80$  mm Hg) hat auch D. Mac Kenzie<sup>95)</sup> die Glimmstromcorona untersucht. Negative Coronaentladung war nur bei sehr dünnen Drähten erreichbar und nur oberhalb gewisser Drucke (19 bis 25 mm Hg für Drähte von 0,021 bis 0,0315 cm Radius), andernfalls trat sofort die vollkommene Vakuumglimmentladung auf. Die Kurven für positive und negative Coronafeldstärke schneiden sich bei geringen Drucken. Bei sehr kleinen Drucken ist die positive Coronafeldstärke größer als die negative, bei höheren Drucken umgekehrt. Peeks Kurven lieferten für niedere Drucke zu große Werte, liefen aber den beobachteten Werten parallel. Watson<sup>190, 191)</sup> untersuchte Drähte vom Radius  $r = 0,035$  bis 0,64 cm in Blechzylindern bei Drucken von 360 bis 760 mm Hg und findet sehr geringe Unterschiede zwischen positiven und negativen Entladespannungen bei ganz sauberem Draht. Seine Werte liegen von allen Messungen am tiefsten, von  $r = 0,2$  cm ab ca. 5 kV/cm unter den Werten von Petersen und Peek und berühren sich für die größten Radien mit denen von Ryan. Für dickere Drähte als 6 mm Durchmesser in einem Zylinder von 20,4 cm Durchmesser erhält er keine Coronaentladung, sondern sofort Funkenüberschlag. Für einen Druckbereich von 10 bis 70 mm Hg und einen Temperaturbereich von  $6^{\circ}$  bis  $70^{\circ}$  haben Whitehead und Lee<sup>202)</sup> die Anfangsspannung und die Durchbruchfeldstärke beobachtet. Spannungsquelle war ein Wechselstromtransformator von 600 Per sek<sup>-1</sup>. Zur Gleichrichtung diente ein Glühkathodenrohr. Mit Hilfe von Selbstinduktionen und Kapazitäten auf der Gleichspannungsseite wurde dafür gesorgt, daß die Spannungsschwankungen weit unterhalb der Meßgenauigkeit lagen. Gemessen wurden drei sehr gut polierte Drähte von  $r = 0,02605$ ,  $0,04015$  und  $0,04665$  cm. Die negative Coronaspannung ergab sich durchwegs größer als die positive. Der Beginn der Entladung wurde mit einem empfindlichen Galvanometer registriert, das mit einer Batterie von 110 Volt in Serie mit einem Pol an den Außenzylinder, mit dem andern Pol an ein Drahtnetz angeschlossen war, das sich hinter einem Loch des Außenzylinders außerhalb desselben befand. Das Einsetzen der positiven Entladung (Draht positiv) war sehr genau festzustellen, der Spannungswert war bei abnehmender und zunehmender Spannung derselbe. Die negative Entladung setzte mit einem plötzlichen Stromsprung ein, und nach Einsetzen der Entladung konnte die Spannung um ca.  $3,5\%$  erniedrigt werden, bevor der Strom wieder allmählich verschwand<sup>1)</sup>. Das Resultat der Messungen ist wieder in der Form

1) In Analogie zur Spitzenentladung hätten wir diese Erscheinung möglicherweise als Verzögerungseffekt zu deuten.

$$\mathfrak{E}_0 = A \delta + B \sqrt{\frac{\delta}{r}}$$

( $\delta = 1$  für 760 mm Hg und 25° C) dargestellt und ergibt je nach dem durchmessenen Gebiet verschiedene Werte von  $A$  und  $B$ , die in der folgenden Tabelle wiedergegeben sind.

### I. Draht positiv.

Für jede Temperatur wurde der Druck von 10 bis 70 cm Hg variiert.

Temperatur °C	Drahtradius cm	$A$	$B$	
6	0,04965	41,6	7,22	$A_{\text{mitt}}$ 39,5, $B_{\text{mitt}}$ 7,46
20		39,1	7,22	
50		39,2	7,93	
68		38,3	7,78	
6	0,04065	39,9	6,92	$A_{\text{mitt}}$ 40,6, $B_{\text{mitt}}$ 7,09
20		40,2	7,05	
50		42,0	7,25	
68		40,5	7,19	
21	0,0260	37,9	7,47	$A_{\text{mitt}}$ 39,2, $B_{\text{mitt}}$ 7,32
52		38,75	7,52	
70		40,3	7,32	
Im ganzen				$A_{\text{mitt}}$ 39,8, $B_{\text{mitt}}$ 7,32

### II. Draht negativ.

Temperatur °C	Drahtradius cm	$A$	$B$	
6	0,04965	37,9	8,77	$A_{\text{mitt}}$ 40,1, $B_{\text{mitt}}$ 8,52
20		37,5	8,69	
68		44,8	8,21	
6	0,04065	40,3	8,33	$A_{\text{mitt}}$ 41,0, $B_{\text{mitt}}$ 8,17
20		40,4	7,94	
50		41,7	8,18	
68		41,8	8,28	
25	0,0260	40,7	8,57	$A_{\text{mitt}}$ 40,3, $B_{\text{mitt}}$ 8,52
52		39,0	8,65	
69		41,0	8,38	
Im ganzen				$A_{\text{mitt}}$ 40,3, $B_{\text{mitt}}$ 8,41

Bei der höchsten untersuchten Temperatur (70° C) trat bei den dünneren Drähten bei den größten Drucken eine systematische Abweichung von den Formeln ein. Sonst waren die Abweichungen unter  $\pm 2\%$ , bei dem dicksten Draht am stärksten. Bei normalen Drucken

ergaben sich die Werte der Durchbruchfeldstärke etwas höher als nach den Formeln von Farwell<sup>44)</sup> und Whitehead und Brown<sup>200)</sup>. Die nach den Beobachtungen bei 20° C aus der obigen Tabelle ermittelten Werte von  $A$  und  $B$  wurden zur Berechnung von  $\mathfrak{E}_0$  benutzt und in Abb. 44 eingetragen. Weiteres s. Almy<sup>3)</sup>, Crooker<sup>28)</sup>, Gage<sup>47)</sup>, Kunz<sup>88)</sup>.

### 35. Vergleich von Wechsel- und Gleichspannungscorona.

Watsons<sup>190,191)</sup> Messungen der Anfangsfeldstärke bei Gleichspannungen stimmten mit denen Whiteheads<sup>194-196)</sup> bei Wechselspannungen für kleinere Radien überein, für größere Radien lagen sie darunter. Sorgfältige Vergleichsmessungen wurden von Whitehead und Brown<sup>200)</sup> für Radien von  $r = 0,037$  bis  $0,116$  cm, bei normalem Druck und normaler Temperatur mit einer Genauigkeit von etwa  $1/3\%$  ausgeführt. Als Resultat fand sich:

$$\begin{aligned} \text{positive Entladung} \quad \mathfrak{E} &= 33,7 \delta + 8,13 \sqrt{\frac{\delta}{r}} \\ \text{negative Entladung} \quad \mathfrak{E} &= 31,02 \delta + 9,54 \sqrt{\frac{\delta}{r}} \\ \text{Wechselspannung} \quad \mathfrak{E} &= 33,7 \delta + 8,90 \sqrt{\frac{\delta}{r}} \\ & \quad (60 \text{ Per sek}^{-1}) \end{aligned}$$

Die positive Coronafeldstärke ergab sich wieder kleiner als die negative, die Entladungsfeldstärke für Wechselstrom annähernd gleich der negativen (größeren) Gleichspannungsfeldstärke. Das schwer verständliche Resultat ließe sich deuten, indem für die Ausbildung des merkbaren positiven Entladestromes eine wesentlich größere nötige Zeit angenommen wird, als für den negativen, eine Annahme, die nach den Resultaten Bennetts (s. Abschn. 29) nicht unmöglich erscheint.

Für die benutzten Drahradien ergibt sich damit bei 25° C und 760 mm Hg (s. a. Abb. 44):

Drahradius cm	$\mathfrak{E}$ Wechselspannung	$\mathfrak{E}_+$	$\mathfrak{E}_-$
0,034	80,6	77,0	80,6
0,045	77,1	73,7	77,8
0,0535	72,9	69,2	73,5
0,0625	69,0	66,8	68,6
0,083	65,6	62,4	64,3
0,1155	59,6	58,4	59,3

Mit der älteren Formel Whiteheads<sup>194-196)</sup> für Wechselspannung und der Peeksehen Formel besteht Übereinstimmung innerhalb  $1\%$ , nur beim größten Radius ist die Abweichung  $1,7\%$ . Für die positive Corona besteht Übereinstimmung mit Farwell wieder bis

auf den größten Radius. Dagegen sind die negativen Coronawerte 1 bis 5% größer als die Farwells, was Whitehead auf sorgfältiges Polieren der Drahtoberfläche und langsame Spannungssteigerung zurückführt. Wenn er nach eingetretener Spannung zurückging bis die Entladung wieder verschwand, erhielt er Farwells Werte. Die positive und die Wechselspannungscorona sind nicht sehr empfindlich gegen den Zustand der Drahtoberfläche, die negative Entladung dagegen außerordentlich. Peek<sup>119)</sup> findet bei allerdings nicht so präzisen Versuchen bei normalem Druck keinen praktischen Unterschied zwischen Gleich- und Wechselspannungsfeldstärken für Radien von  $r = 0,0129$  bis  $1,10$  cm (ebenso wie für die Anfangsspannung von Kugelfunkenstrecken). Für geringere Drucke zeigen sich Unterschiede, die für dickere Drähte erst von  $\delta = 0,3$  ( $\approx 230$  mm Hg) an merklich werden. Bei dünneren Drähten schon früher.

### 36. Minimumspannung für zylindrische Elektroden.

Bei konzentrischen Zylindern existiert auch eine Minimumspannung wie bei ebenen Elektroden (s. Abschn. 20), nur ist diese für jeden Wert des Verhältnisses von  $\frac{\text{Außenradius}}{\text{Innenradius}}$  eine andere, da nach

dem Townsendschen Ähnlichkeitsgesetz (s. Abschn. 52)  $U = f(a\delta)$  ist, wo  $a$  eine lineare Dimension der ähnlich zu verändernden Versuchsanordnung bedeutet und  $\delta$  die Luftdichte.

Nähme man also danach zuerst bei konstanter Luftdichte für eine Reihe geometrisch ähnlicher Versuchsanordnungen die Kurve der Anfangsspannung auf, so würde sich eine analoge Kurve ergeben, wenn man bei einer dieser Anordnungen Messungen bei veränderlichem Drucke machte. Nach der andern Form dieses Gesetzes  $\mathfrak{E}_0 a = f(a p)$  kommt es bei höheren Drucke hinsichtlich der Entladefeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  im allgemeinen auf den Radius des Außenzylinders nicht an, da dort das Feld zu schwach ist, um zur Ionisierung beizutragen, wenn beide Radien sich nicht sehr nahe gleich sind ( $\mathfrak{E}_0 r_i$  ist nur von  $r_i p$  abhängig). Bei geringen Drucke wird dies jedoch ganz anders, da sich hier die ionisierende Wirkung in das Gebiet viel geringerer Feldstärken, vom Innenradius aus gerechnet, erstreckt und der Außenzylinder dann die Entladung beeinflusst (s. a. Abschn. 63).

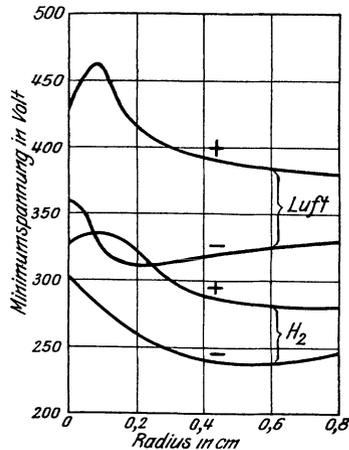


Abb. 45. Minimumspannungen zylindrischer Elektroden, abhängig vom Innenradius ( $R = 2$  cm) nach Meservey<sup>98)</sup>.

+ Innenzylinder positiv geladen,  
- Innenzylinder negativ geladen.  
Druck 0,1 bis 0,7 mm Hg für Luft,  
Druck 0,3 bis 1,1 mm Hg in  $H_2$ .

Meservey<sup>98)</sup> hat den Verlauf der Minimumspannung für einen Außenzylinder vom Radius 2 cm für gut getrocknete Luft und für  $H_2$  abhängig vom Radius des Innenzylinders gemessen. Positive und negative Minimumspannung verhalten sich ganz verschieden. Die erste durchläuft mit wachsendem Radius ein Maximum, die zweite ein Minimum, für nahe gleich große Radien streben sie den Werten für ebene Elektroden zu (s. Abschn. 20).

		Minimumspannung in Volt		
		Auf den Radius Null extrapoliert	Minimal- bzw. Maximalwert	Wert für den größten Innenradius 0,8 cm
1. Luft	positive Entladung	430	463, $r_i = 0,075$ cm	380
	negative Entladung	360	311, $r_i = 0,2$ cm	330
(kritischer Druck 0,35 mm Hg)				
2. $H_2$	positive Entladung	$\approx 330$	335, $r_i = 0,1$ cm	280
	negative Entladung	$\approx 305$	240, $r_i = 0,5$ cm	245
(kritischer Druck 0,75 mm Hg)				

Dabei ist die negative Minimumspannung immer kleiner als die positive, wie Abb. 45 andeutet. Für die größeren Drucke war die

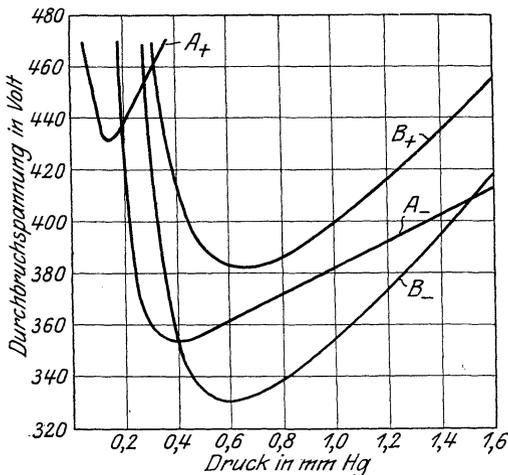


Abb. 46. Durchbruchspannung zweier konzentrischer Zylinder bei geringen Drucken in Luft.  
 $R = 2$  cm.

$A_+$  und  $A_-$   $r = 0,0125$  cm.  
 $B_+$  und  $B_-$   $r = 0,7975$  cm.

(Platin, Palladium, Ni, Cu, Fe) von 0,3 mm Durchmesser bestimmt. Die Veränderungen der Elektroden nach eingesetzter Entladung er-

positive Entladespannung größer als die negative. Bei sehr geringen Drucken (für den kleinsten untersuchten Radius 0,0125 cm in Luft bei  $\approx 0,2$  mm, in  $H_2$  bei  $\approx 0,5$  mm Hg) kehrt sich dies Verhältnis um.

Abb. 46 zeigt die Anfangsspannungen für den kleinsten und den größten untersuchten Innenradius abhängig vom Druck.

E. Dubois, C. R. 173, 224. 1921 hat die Minimumspannung in reinem  $H_2$  von 2 mm Hg Druck mit einem Metallzylinder als Anode und einem Metalldraht

schwerten eine regelmäßige Bestimmung sehr. Wenn z. B. zu Beginn des Versuchs die Minimumspannung 260 Volt beträgt, so ist sie nach einer Entladung von 1 mA während 10 Minuten auf 345 Volt gestiegen (ist der Draht Anode, nur auf 267 Volt). Wird der Draht auf Rotglut erwärmt, so ist in reinem H<sub>2</sub> wieder der Wert 262 Volt vorhanden. Nach der Entladung hat auch der Gasdruck (besonders bei Palladium) abgenommen. Wird Pt auf Weißglut erhitzt, so entsteht eine höhere Minimumspannung wie nach Stromdurchgang, nach Erhitzung auf Rotglut tritt wieder der ursprüngliche Wert auf. Bei den geringen Drucken ist die Beschaffenheit des Metalls (okkludierter Wasserstoff) von maßgebendem Einfluß. Sich selbst überlassen, stellt sich nach einiger Zeit der ursprüngliche Wert wieder ein.

### 37. Townsends Ähnlichkeitsgesetz für zylindrische Elektroden (s. Abschn. 52).

Townsend und Edmunds<sup>173)</sup> untersuchten gut getrocknete Luft mit Zylinderelektroden bei Innenradien  $r$  von 0,003 bis 0,238 cm und Drucken von 5 mm bis 80 mm Hg. Der Radius des Außenzylinders ( $R = 7,45$  cm) spielte keine Rolle, da bei allen Versuchen an seiner Oberfläche  $\frac{\mathcal{E}}{p} \leq 40$  war ( $\mathcal{E}$  Feldstärke in Volt/cm,  $p$  Druck in mm Hg), das Gas in seiner Nähe nichts zur Ionisierung beitrug (s. Abschn. 52 und 63). Es ergibt sich  $r \mathcal{E}_0$  als Funktion von  $r \cdot p$ .

$r p$ cm · mm	0,05	0,1	0,25	0,5	0,7	1,0	1,5	2	3
$r \mathcal{E}_0$ cm · Volt/cm	+ } 146	161	201	256	291	342	421	466	600
	- } 107	134	167	234	287	366	457	547	688
$r p$ cm · mm	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$r \mathcal{E}_0$ cm · Volt/cm	+ } 723	920	1120	1290	1460	1630	1790	1960	2080
	- } 835	1050	1270	1460	1630	1810	1990	2170	2240

(+ Draht positiv geladen, - Draht negativ geladen)

Die Abweichungen lagen innerhalb 5 0/0. Die Kurven schneiden sich oberhalb  $r p = 0,7$ . Für größere  $r p$  werden die  $\pm r \mathcal{E}_0$  einander immer mehr gleich. Feuchtigkeit (staubfreie Zimmerluft) hatte keinen Einfluß auf die Entladungsfeldstärke.

Aus Watsons<sup>190,191)</sup> Versuchen leitet Townsend für größere  $r p$  ab:

$r p$	$r \mathcal{E}_0$
76	7 400
152	12 200
380	23 400

## 38. Literaturverzeichnis.

Abkürzungen s. S. 96.

- 1) Alexanderson: GER 427. 1914.
- 2) Algermissen, J.: AP (4) 19, 1007, 1016. 1906.
- 3) Almy, I. E.: SJ (4) 12, 175. 1902.
- 4) —: PM (6) 16, 456. 1908.
- 5) —: PZ 9, 458. 1908.
- 6) Baille, I. B.: ACP (5) 25, 486. 1882.
- 7) —: ACP (5) 29, 181. 1883.
- 8) Baur, C.: ETZ 25, 7. 1904.
- 9) Bennet, E.: PAI 32, 1471. 1913.
- 10) Bichat, E. und Blondlot, R.: JP (2) 5, 457. 1886.
- 11) Bloch, E.: Le Radium 8, 51. 1911.
- 12) Bouty, E.: CR 131, 443 und 503. 1900.
- 12a) —: CR 133, 1646. 1901; CR 137, 741. 1903.
- 12b) —: CR 136, 669. 1903.
- 13) —: CR 138, 616, 1691. 1904.
- 14) —: CR 141, 312. 1905.
- 15) —: CR 150, 149, 1380 und 1643. 1910.
- 16) —: Ann. de Ph. (9) 16, 5. 1921.
- 17) Campbell, N.: PM (6) 38, 215. 1919.
- 18) Cardani, P.: Rend. Linc. (4) 6, 44. 1888.
- 19) Carr, W. R.: PTRS (A) 201, 403. 1903.
- 20) Carter, E.: PR 3, 6, 453. 1914.
- 21) Cassuto, L. und Occhialini, A.: N. Cim. (5) 14, 330. 1907.
- 22) Ceruti, G.: Rend. Lomb. (2) 42, 446. 1909.
- 23) Chattock, A. P.: PM (5) 32, 285. 1891.
- 24) —: PM (6) 20, 266. 1910.
- 25) — und Tyndall, A. M.: PM (6) 20, 277. 1910.
- 26) Chubb, L. W. und Fortescue, C.: PAI 32, 629. 1913.
- 27) Clark, I. C. und Ryan, H. I.: PAI 33, 937. 1914 (ETZ 36, 484. 1915).
- 28) Crooker, S. I.: PR 8, 344. 1916.
- 29) Czermak, P.: WB 97, II, 307. 1888.
- 30) Davis, B.: PAI 33, 528. 1914.
- 31) Dauvillier, A.: CR 172, 1033. 1921.
- 32) Dunoyer: CR 155, 270. 1912.
- 33) Earhart, F.: PM (6) 1, 147. 1901.
- 34) —: PM (6) 16, 48. 1908.
- 35) —: PR 29, 293. 1909.
- 36) —: PR 31, 652. 1910.
- 37) —: PR (2) 3, 103. 1914.
- 38) —: PR (2) 4, 135. 1914.
- 39) Edmondson, T. W.: PR 6, 65. 1898.
- 40) Edmunds, P. I.: PM (6) 28, 234. 1914.
- 41) Esch, M.: Diss. Münster 1908.
- 42) Estorff, W.: ETZ 37, 60. 1916 (Diss. Berlin 1915).
- 43) Ewers, P.: AP 17, 780. 1905.
- 44) Farwell, S. P.: PAI 33, 1693. 1914.
- 45) Foster, G. C. und Pryson: Chem. News 49, 114. 1884.
- 46) Freyberg, I.: WA 38, 231. 1889.
- 47) Gage, O. A.: PR 30, 720. 1910.
- 48) Gaugain, I. M.: ACP (4) 8, 75. 1866.
- 49) Gill, E. W. B. und Pidduck, F. B.: PM (6) 16, 280. 1908.
- 50) —: PM (6) 23, 837. 1912.
- 51) Gorton, F. R.: VDPG 7, 217. 1905.
- 52) Gouy, L.: CR 150, 1652. 1910.
- 53) —: CR 151, 1020. 1910.
- 54) Grob, H.: ETZ 25, 951. 1904.
- 55) Grünewald, F.: ETZ 42, 1377. 1921.
- 56) Guye, C. E. und H.: CR 140, 1320. 1905.
- 57) —: AG (4) 20, 5, 111. 1905.
- 58) — und Stancescu, C.: AG (4) 43, 131. 1917.
- 59) — und Mercier, P.: AG (5) 2. 1920, Jan.—Febr.
- 60) Hammerschaimb, G. und Mercier, P.: AG (5) 3, 356, 488. 1921.
- 61) Snow, Harris W.: PTRS 124, 230. 1834.
- 62) Hayashi, F.: AP (4) 45, 431. 1914.
- 63) Hemptinne, A.: BSSB 8, 603. 1902.
- 64) Herweg, I.: AP (4) 24, 326. 1907.
- 65) Heydweiller, A.: WA 40, 464. 1890.
- 66) —: WA 48, 213. 1893.
- 67) Hobbs, M.: PM (6) 10, 617. 1905.
- 68) Hoffmann, G.: PZ 11, 961. 1910.
- 69) —: VDPG 12, 880. 1910.
- 70) —: ZP 4, 363. 1921.
- 71) Holst, C. und Koopmanns, A. N.: Versl. K. AK. v. Wet. 26, 502. 1917.
- 72) —, G. und Oosterhuis, E.: Physica 1, 78. 1921.
- 73) Horton, F.: PM (6) 26, 902. 1913.
- 74) Hubbard, I. C.: PR 32, 565. 1911.
- 75) Hupka, E.: AP (4) 36, 440. 1911.
- 76) Hurst, H. E.: PM (6) 11, 534. 1906.
- 77) Jaumann, G.: WB 97, II, 765. 1888.
- 78) —: WA 55, 656. 1895.
- 79) Kaufmann, W.: AP (4) 2, 158. 1900.
- 80) —: PZ 578. 1903.
- 81) Kirchhoff, G.: WA 27, 673. 1886.
- 82) —: Ges. Abh. 78. 1882.
- 83) —: Ges. Abh. Nachtrag 131.

- <sup>84)</sup> Kinsley, C.: PM (6) 9, 692. 1905.  
<sup>85)</sup> Klingelfuess: AP (4) 5, 855. 1901.  
<sup>86)</sup> Kowalski, I. v.: CR 138, 487. 1904.  
<sup>87)</sup> — und Rappel, U.: PM (6) 18, 699. 1909.  
<sup>88)</sup> Kunz, J.: PR 8, 28. 1916.  
<sup>89)</sup> Leontiewa, A.: PZ 23, 33. 1922.  
<sup>90)</sup> Lilienfeld, E.: Sächs. Ak. 71, 145. 1919.  
<sup>91)</sup> —: VDPG 2, 13. 1921.  
<sup>92)</sup> Liebig, G. A.: PM (5) 24, 106. 1887.  
<sup>93)</sup> Lohmann, H.: AP (4) 22, 1008. 1907.  
<sup>94)</sup> Macfarlane, A.: PM (5) 10, 389. 1880.  
<sup>95)</sup> Mac Kenzie, D.: PR 5, 4, 294. 1915 (ETZ 37, 9. 1916).  
<sup>96)</sup> Madelung, E.: PZ 8, 68. 1907.  
<sup>97)</sup> Mercier, P. und Hammer-schaimb. G.: AG (5) 2, 421. 1920.  
<sup>98)</sup> Meservey, A. B.: PM (6) 21, 479. 1911.  
<sup>99)</sup> Meurer, H.: AP 28, 199. 1909.  
<sup>100)</sup> Meyer, E.: AP (4) 53, 297. 1919.  
<sup>101)</sup> —: AP (4) 65, 335. 1921.  
<sup>102)</sup> —: Mitt. Phys. Ges. Zürich 70. 1919.  
<sup>103)</sup> Morgan, S. D.: PM (6) 41, 462. 1921.  
<sup>104)</sup> Millikan, R. A. u. Sawyer, R. A.: PR 12, 2, 167. 1918.  
<sup>105)</sup> — und Shackelford, B. E.: PR 15, 2, 239. 1920.  
<sup>106)</sup> Müller, C.: AP (4) 28, 585. 1909.  
<sup>107)</sup> Natterer, K.: WA 38, 663. 1889.  
<sup>108)</sup> Nordmeyer, P.: PZ 9, 835. 1908.  
<sup>109)</sup> Oberbeck, A.: WA 64, 193. 1898.  
<sup>110)</sup> Obermayer, A. v.: WB 100, II, 134. 1889.  
<sup>111)</sup> Orgler, A.: AP (4) 1, 159. 1900.  
<sup>112)</sup> Paschen, F.: WA 37, 69. 1889.  
<sup>113)</sup> Peace, I. B.: PRS 52, 99. 1892.  
<sup>114)</sup> Peek, F. W.: TAI 30, 1889. 1911 (PAI 30, 1485. 1911, ETZ 33, 60. 1912).  
<sup>115)</sup> —: TAI 31, 1085. 1912 (ETZ 34, 298. 1913).  
<sup>116)</sup> —: TAI 32, 1337. 1913.  
<sup>117)</sup> —: PAI 33, 889. 1914 (ETZ 37, 11. 1916).  
<sup>118)</sup> —: PAI 34, 1695. 1915 (ETZ 37, 246. 1916).  
<sup>119)</sup> —: TAI 35, 783. 1916.  
<sup>120)</sup> —: El. World 78. Dez. 1921 (Natur-wissensch. 10, 231. 1922).  
<sup>121)</sup> Petersen, W.: Hochspannungs-technik 1911 S. 43.  
<sup>122)</sup> Precht, I.: AP 49, 150. 1893.  
<sup>123)</sup> —: AP 66, 676. 1898.  
<sup>124)</sup> Quincke, G.: WA 19, 568. 1883.  
<sup>125)</sup> Ramsay und Colley; PRS 59, 257. 1896.  
<sup>126)</sup> Righi, A.: Nuovo Cim. (2) 16, 97. 1876.  
<sup>127)</sup> —: Rend. R. Ac. Bologna 14, 151. 1909/1910.  
<sup>128)</sup> —: Le Radium 7, 285. 1910.  
<sup>129)</sup> —: Le Radium 8, 135, 196. 1911.  
<sup>130)</sup> Ritter, F.: AP (4) 14, 118. 1904.  
<sup>131)</sup> Röntgen, W. C.: Gött. Nachr. 390. 1878.  
<sup>132)</sup> Rother, F.: PZ 12, 671. 1911.  
<sup>133)</sup> —: AP 44, 1238. 1914.  
<sup>134)</sup> Rue, W. de la und Müller, H.: PTRS 169, 55. 1878.  
<sup>135)</sup> —: PTRS 171, 83. 1880.  
<sup>136)</sup> —: PRS 36, 151. 1883—1884.  
<sup>137)</sup> Russell, A.: PM (6) 6, 237. 1906.  
<sup>138)</sup> Ryan, H. I.: TAI 23, 275. 1904.  
<sup>139)</sup> —: PAI 30, 1. 1911 (ETZ 32, 1104. 1911).  
<sup>140)</sup> —: PAI 33, 1648. 1914.  
<sup>141)</sup> — und Marx, R. G.: Electrician 78, 6. 1916.  
<sup>142)</sup> Saegusa, H.: Se. Rep. of the Tohoku Imp. Univ. 9, 423. 1920.  
<sup>143)</sup> Samson, C.: AP 55, 608. 1918.  
<sup>144)</sup> Schaffers, V.: PZ 14, 981. 1913.  
<sup>145)</sup> —: PZ 15, 405. 1914.  
<sup>146)</sup> Schumann, W. O.: Arch. f. Elek-trot. XI, 1. 1922.  
<sup>147)</sup> Schuster, A.: PM (5) 29, 182. 1890.  
<sup>148)</sup> Shaw; PRS 73, 337. 1904.  
<sup>149)</sup> Sieveking, H.: AP (4) 20, 209. 1906.  
<sup>150)</sup> Stark, J.: PZ 4, 535. 1903.  
<sup>151)</sup> —: VDPG 6, 113. 1904.  
<sup>152)</sup> Steinmetz, C. P.: TAI 15, 281. 1899.  
<sup>153)</sup> — und Hayden: TAI 29, 1125. 1910.  
<sup>154)</sup> Strutt, R. I.: PTRS (A) 193, 377. 1900.  
<sup>155)</sup> —: PRS (A) 89, 68. 1913/14.  
<sup>156)</sup> Tamm, F.: AP (4) 6, 259. 1901.  
<sup>157)</sup> Thomson, W. (Lord Kelvin): PM (4) 20, 316. 1860 (PRS 10, 326. 1860).  
<sup>157a)</sup> —: Ges. Abh. S. 243.  
<sup>158)</sup> Tits, L.: RSSB 31, II, 1. 1907.  
<sup>159)</sup> Töppler, A.: AP 134, 194. 1868.  
<sup>160)</sup> —, M.: WA 63, 109. 1897.  
<sup>161)</sup> —: WA 66, 671. 1898.  
<sup>162)</sup> —: AP (4) 7, 477. 1902.  
<sup>163)</sup> —: AP (4) 10, 730. 1903.  
<sup>164)</sup> —: AP (4) 19, 191. 1906.  
<sup>165)</sup> —: AP (4) 22, 119. 1907.  
<sup>166)</sup> —: AP (4) 29, 153. 1909.  
<sup>167)</sup> —: ETZ 28, 998, 1025. 1907.  
<sup>168)</sup> —: ZTP 3, 327. 1922.  
<sup>169)</sup> Townsend, J. S.: PM (6) 6, 598. 1903.

- <sup>170</sup>) Townsend, J. S. und Hurst, H. E.: PM (6) 8, 738. 1904.  
<sup>170a</sup>) —: PM (6) 9, 289. 1905.  
<sup>170b</sup>) —: PM (6) 11, 729. 1906.  
<sup>171</sup>) —: PM (6) 26, 730. 1913.  
<sup>172</sup>) —: Electrician 71, 348. 1913.  
<sup>173</sup>) — und Edmunds, P. I.: PM (6) 27, 789. 1914.  
<sup>174</sup>) —: Ionisation der Gase. Handbuch der Radiologie Bd. I.  
<sup>175</sup>) Tyndall, A. M.: PM (6) 21, 585. 1911.  
<sup>176</sup>) Villard, P. und Abraham, H.: CR 153, 1200. 1911.  
<sup>177</sup>) Voege, W.: AP (4) 14, 556. 1904.  
<sup>178</sup>) —: AP (4) 18, 606. 1905.  
<sup>179</sup>) —: ETZ 28, 578. 1907.  
<sup>180</sup>) Voigt, E.: AP (4) 12, 385. 1903.  
<sup>181</sup>) Wagner, H.: JP (4) 6, 615. 1907.  
<sup>182</sup>) Walter, B.: ETZ 25, 874. 1904.  
<sup>183</sup>) Warburg, E.: WA 59, 1. 1896.  
<sup>184</sup>) —: WA 62, 385. 1897.  
<sup>185</sup>) —: Berl. Ber. 10, 128. 1897.  
<sup>186</sup>) —: VDPG 212. 1900.  
<sup>187</sup>) —: AP (4) 2, 295. 1900.  
<sup>187a</sup>) —: AP 5, 811. 1901.  
<sup>188</sup>) — und Gorton, F. R.: AP (4) 18, 128. 1905.  
<sup>189</sup>) Watson, E. A.: Electrician 62, 851. 1909.  
<sup>190</sup>) —: Electr. 63, 828. 1909.  
<sup>191</sup>) —: Electr. 64, 707, 776. 1909.  
<sup>192</sup>) —: Eletr. Febr. 1910.  
<sup>193</sup>) Weicker, W.: ETZ 32, 436. 1911 (Diss. Dresden 1910).  
<sup>194</sup>) Whitehead, I. B.: PAI 29, 1059. 1910.  
<sup>195</sup>) —: PAI 30, 1079. 1911.  
<sup>196</sup>) —: PAI 31, 839. 1912 (ETZ 34, 442. 1913).  
<sup>197</sup>) — und Fitch, T.: PAI 32, 1317. 1913.  
<sup>198</sup>) — und Gorton, W. S.: PAI 33, 915. 1914.  
<sup>199</sup>) — und Pullen, M. W.: PAI 35, 795. 1916.  
<sup>200</sup>) — und Brown, W. S.: TAI 36, 169. 1917.  
<sup>201</sup>) — und Isshiki, T.: JAI 39, 441. 1920 (ETZ 41, 613. 1920).  
<sup>202</sup>) — und Lee, F. W.: JAI 40, 473. 1921.  
<sup>203</sup>) Wien, M.: AP (4) 29, 679. 1909.  
<sup>204</sup>) Williams, E. H.: PR 31, 216. 1910.  
<sup>205</sup>) —: PR 32, 585. 1911.  
<sup>206</sup>) Wolcott, E. R.: Techn. Mod. Jan. 1919.  
<sup>207</sup>) Wolf, M.: WA 37, 306. 1889.  
<sup>208</sup>) Wood, R.: PM 24, 316. 1912.  
<sup>209</sup>) Worthing, A. G.: PR (2) 17, 418. 1921.  
<sup>210</sup>) Yensen, I. C.: PR 8, 433. 1916.  
<sup>211</sup>) Young: PM (6) 13, 542. 1907.  
<sup>212</sup>) Zeleny, J.: PR 25, 305. 1907.  
<sup>213</sup>) —: PR (2) 3, 69. 1914 (ETZ 35, 1069. 1914).

## Verzeichnis der Abkürzungen.

ACP	Ann. de Chim. et de Physique.	PR	Physical Review.
AG	Archives de Geneve.	PRS	Proc. of the Royal Society.
AP	Annalen der Physik.	PTRS	Phil. Trans. of the Royal Society.
BSSB	Ann. de la Soc. Scient. Brüssel.	PZ	Phys. Zeitschr.
CR	Comptes Rendus.	SI	Am. Journal of Science (Silliman Journal).
ETZ	Elektrot. Zeitschr.	TAI	Trans. of the Am. Inst. of Electr. Engineers.
GER	General Electric Review.	VDPG	Verh. der Deutschen Phys. Ges.
JAI	Journal of the Am. Inst. of Electr. Engineers.	WA	Wiedemanns Annalen.
JP	Journal de Phys.	WB	Wiener Berichte.
PAI	Proc. of the Am. Inst. of Electr. Engineers.	ZP	Zeitschrift für Physik.
PM	Phil. Mag.	ZTP	Zeitschrift für techn. Physik.

## II. Elektrizitätsträger und Stoßionisierung.

### 39. Grundlinien.

Das Verständnis der Vorgänge, die zur elektrischen Entladung in Gasen führen, beruht auf den Erfahrungen, die beim Studium der elektrischen Entladungen in verdünnten Gasen gemacht wurden. In der Anwendung dieser Erfahrungen auf die Theorie der Entladungsspannung sind in erster Linie J. J. Thomson, J. Stark, J. S. Townsend, P. Lenard und J. Franck vorangeschritten.

Der Inhalt dieser Erfahrungen ist im wesentlichen die Erkenntnis der atomistischen Struktur der Elektrizität und der Wechselwirkung der elektrischen Elementarteilchen mit den Elementen der Materie. In der Aufklärung der Elementarprozesse, die sich zwischen den Molekeln und einem geladenen Teilchen oder einem elektromagnetischen Felde abspielen, hat in den letzten Jahren die Quantentheorie, die sich an den Namen M. Plancks knüpft, insbesondere auch in der Weiterbildung durch A. Einstein, N. Bohr und A. Sommerfeld, uns eine große Menge wertvoller Aufschlüsse geliefert.

Wenn wir auch noch weit davon entfernt sind, ein abgerundetes Bild der komplizierten Vorgänge zu haben, die sich bei einer elektrischen Entladung abspielen, so besitzen wir doch andererseits ein so umfangreiches theoretisches und experimentelles Material spezieller Art, daß dessen Extrapolation auf die komplizierten Vorgänge der Entladung ein Schema liefert, das sich von der Wirklichkeit nicht allzuweit entfernen dürfte. J. S. Townsend hat in zahlreichen Untersuchungen in verdünnten Gasen einen sehr guten Anschluß an die Erfahrung gewonnen und wir werden sehen, daß sich auch die Erscheinungen in dichten Gasen zu einem großen Teile wenigstens durch diese Anschauungen befriedigend wiedergeben lassen.

### 40. Stoßionisierung. Allgemeines.

Die wichtigste und grundlegende Erfahrung, die aus der Untersuchung des Elektrizitätstransports durch Gase erschlossen wurde, ist die der atomistischen Struktur der Elektrizität. Jeder elektrische Strom in einem Gase ist mit einer mechanischen Bewegung positiv und negativ geladener Teilchen (Elektrizitätsträger) verknüpft. Im hohen Vakuum folgen diese Träger in ihrer Bewegung den elektrischen Kräftlinien von einer Elektrode zur anderen. In einem Gase ist ihre Bewegung eine viel kompliziertere, da sie an einer längeren ungestörten Bewegung durch die Zusammenstöße mit den Gasmolekülen gehindert werden. Durch diese unregelmäßigen Zusammenstöße, die unter den verschiedensten Anfangsbedingungen stattfinden, wird auch ihre Bahn in eine unregelmäßige Zickzackform umgestaltet. Aber da das geladene Teilchen dauernd, insbesondere in der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen, der Wirkung der elektrischen

Feldkräfte ausgesetzt ist, verschiebt es sich im Mittel, auf eine große Zahl von Stößen bezogen, doch in Richtung der Feldkräfte, bei einem elektrostatischen Felde in der Richtung zunehmenden bzw. abnehmenden Potentials, wobei es sich durch die Stoßwirkung auch quer zu den Kraftlinien verschieben kann. Nach sehr vielen Stößen werden sich diese Querverschiebungen, da sie im Mittel gleich häufig und gleich stark nach rechts und nach links erfolgen, im allgemeinen aufheben, so daß sich in großen Zügen die Wirkung des Gases, in dem sich die Träger befinden, in erster Linie nur als eine hemmende gegen die beschleunigte Bewegung in der Feldrichtung geltend macht, so daß, wenigstens bei nicht zu hohen Feldstärken, eine Bewegung entsteht, die im Durchschnitt den Kraftlinien folgt und deren Geschwindigkeit der an der jeweiligen Feldstelle herrschenden Feldstärke proportional ist. (Weiteres s. Abschnitt 50.)

Die zweite wichtige Erfahrung war die, daß die ursprünglich elektrisch neutralen Molekel eines Gases durch eine Reihe von Prozessen (z. B. durch Bestrahlung mit sehr kurzwelligem ultraviolettem Licht, mit Kathoden-, Röntgen-, Kanal- und Ra-Strahlen) in Elektrizitätsträger umgewandelt werden können, wodurch ein Gas aus dem elektrisch fast völlig isolierenden Zustand zu einem verhältnismäßig guten Leiter für den elektrischen Strom werden kann. Für das Verständnis der Anfangsspannung bzw. der Durchbruchfeldstärke insbesondere ist die Fähigkeit schnell bewegter Teilchen (schnell im Vergleich mit der mittleren Geschwindigkeit der Gasmoleküle) z. B. positiver und negativer Elektrizitätsteilchen, unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes, aber auch schnell bewegter neutraler Molekel, etwa unter dem Einfluß der Wärmebewegung, zur Erzeugung positiver und negativer Elektrizitätsträger aus elektrisch neutralen Molekülen durch Zusammenstoß mit diesen von Bedeutung. Auf dieser Hypothese der Stoßionisierung gründen sich fast alle bisherigen Theorien der Anfangsspannung. Sie unterscheiden sich nur in den Annahmen, auf welche Art diese Ionisierung zustande kommt. Auch das elektrisch neutrale Gas besitzt eine, wenn auch äußerst geringe Leitfähigkeit für den elektrischen Strom, die von der schwachen ionisierenden Wirkung z. B. des Lichtes auf Metallflächen und der stets vorhandenen radioaktiven Einwirkung herrührt. Wird das Gas einem elektrischen Felde von genügender Größe ausgesetzt, so werden diese vorhandenen Elektrizitätsträger in Bewegung gesetzt, erzeugen bei genügender Geschwindigkeit aus den neutralen Gasmolekeln neue Träger, die ihrerseits wieder ionisierend wirken. So wächst die Trägerzahl nach Art einer Lawine, bis schließlich eine Art Kurzschlußzustand eintritt, der sich im elektrischen Funken und bei genügender Energiezufuhr im anschließenden Lichtbogen äußert.

Wichtig ist dabei die Tatsache, daß zum Eintreten einer selbständigen Entladung bei kalten Elektroden, die von äußeren Umständen in ihrer Existenz unabhängig ist, sowohl negative wie positive Träger ionisierend wirken müssen. Denn wenn nur eine

Art von Trägern wirkte, so würden diese in kurzer Zeit von dem Feld aus dem Gase herausgeholt werden und der Vorgang müßte aufhören, wenn nicht dauernd durch einen fremden Ionisierungsprozeß Träger dieses Vorzeichens nachgeliefert wurden.

Die Entladung in diesem Stadium, solange also nur eine Trägerart ionisierend wirkt, ist nach J. Stark<sup>1)</sup> „gemischt unselbstständig“. Sie hört auf, sobald die äußere Ionisierung (z. B. durch Bestrahlung einer Elektrode mit ultraviolettem Licht) aussetzt. Als Charakteristikum der Anfangsspannung ist demnach der Spannungswert anzusehen, bei dem die Entladung selbstständig, also unabhängig von einem äußeren Ionisator wird.

Es muß nach dieser Anschauung schon vor dem Eintritt der elektrischen Entladung ein Strom im Gase vorhanden sein. Dieser ist meist so gering, daß er sich nicht direkt messen läßt. Indirekt hat E. Warburg<sup>2)</sup> seine Existenz bei sehr kleinen Drucken nachgewiesen, indem er zeigte, daß die Funkenspannung zwischen zwei Kugelelektroden durch ein magnetisches Feld stark beeinflußt werden konnte<sup>3)</sup>. Bei größeren Drucken verschwindet diese Beeinflussung.

Dagegen zeigt sich auch bei höheren Drucken eine Wirkung dieses einleitenden Prozesses in der Erscheinung der Funkenverzögerung. Die Spannung, bei der ein Funke eintritt, ist im allgemeinen keine eindeutige, sondern wächst um so mehr, je kürzere Zeit die Elektroden dem elektrischen Feld ausgesetzt werden, und je näher sie einander stehen. Am größten ist dieser Effekt im Dunkeln; er verschwindet fast völlig, wenn eine künstliche Ionisierungsquelle, z. B. Bestrahlung mit einer offen brennenden Bogenlampe, angewendet wird. Warburg<sup>4)</sup> konnte z. B. an zwei Messingkugeln von 2,6 cm Durchmesser in freier Luft bei einer Schlagweite von 0,1 cm zeigen, daß eine nur für die kurze Zeit von 0,0012 sek angelegte Spannung im Dunkeln bei gleichen Überschlagsverhältnissen ca. 2,6 mal so groß sein mußte, als bei Bestrahlung mit freiem Bogenlicht. Wenn die Spannung für längere Zeit angelegt wird, verkleinern sich die Unterschiede natürlich. Aber selbst bei Tageslicht und verhältnismäßig langsam gesteigerter Spannung kann man noch Unterschiede bis zu 4<sup>0/5</sup>) gegen die bestrahlte Funkenstrecke finden und erst bei äußerst langsamer Spannungssteigerung darf man erwarten, richtige, gut reproduzierbare Überschlagswerte zu erhalten. Nur bei Anwendung von äußeren Ionisatoren genügender Stärke verschwindet die Verzögerung praktisch. Daß die auf diese Weise gefundenen Spannungswerte die richtigen sind, hat auch Warburg gezeigt, indem er nachwies, daß sie, unabhängig von der Dauer

1) Winkelmanns Handbuch d. Phys. IV, 1, S. 492.

2) Warburg, E.: Ann. d. Physik 62, S. 385. 1897.

3) S. a. Meyer, E.: Ann. d. Physik (4) 58, S. 297. 1919, wo weitere Literaturangaben.

4) Warburg, E.: Wied. Ann. 59, 1, S. 1. 1896; Verh. D. Phys. Ges. S. 212. 1900; Ann. d. Physik 62, S. 385. 1897.

5) S. z. B. Müller, C.: Ann. d. Physik (4) 28, S. 585. 1909.

der angelegten Spannung und von ihrem Anstieg, immer dieselben waren. Natürlich darf die Fremdionisierung nicht so stark gemacht werden, daß die Ladungen der im Felde erzeugten Träger das elektrische Feld verzerren, denn dann erhält man wesentlich zu kleine Spannungswerte, wie Herweg<sup>1)</sup> durch Bestrahlung der Funkenstrecke mit Kathodenstrahlen zeigte.

Es folgt also, daß vor Eintritt des Funkens ein Vorgang in der Strecke vor sich geht, der eine gewisse Zeit zum Ablauf bedarf und zu seiner Einleitung eine gewisse Zufuhr von Elektrizitätsträgern notwendig hat. Aus der außerordentlichen Kleinheit dieses dunklen Vorstroms ist zu schließen, daß er das elektrostatische Feld durch die Ladungen der wandernden Teilchen nicht wesentlich stört, so daß als Grundlage der rechnerischen Verfolgung bis zum Eintreten der Entladung das elektrostatische Feld zwischen dem Elektroden angenommen werden darf (mit Ausnahme feiner Spitzen und sehr dünner Drähte, wo schon bei geringen Spannungen, 1000 bis 2000 Volt, vor dem Beginn der eigentlichen Entladung größere dunkle Ströme auftreten, die das Feld verzerren).

Bei sehr geringen Drucken kann dieser Vorstrom durch künstliche Ionisierung vergrößert und gemessen werden, wie es z. B. J. S. Townsend<sup>2)</sup> getan hat. Die Stromkurve, die man zwischen

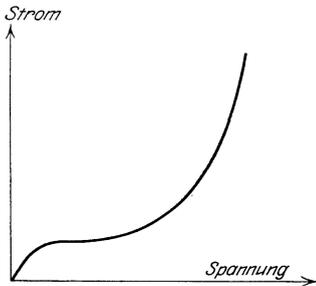


Abb. 47. Strom-Spannungskurve in einem ionisierten Gase.

ebenen Elektroden, von denen etwa eine ultraviolett bestrahlt ist, erhält, ist in Abb. 47 wiedergegeben.

Bei kleinen Spannungen ist der Strom annähernd proportional der Spannung<sup>3)</sup>, wird aber bald unabhängig von ihr konstant (Sättigungsstrom). Die Strömung ist in diesem Gebiet „unselbstständig“, d. h. keine der beiden Trägerarten erreicht eine Geschwindigkeit, die sie zum Ionisieren befähigt. Es werden die im Gase oder an den Elektroden durch die äußere Ionisierungsquelle erzeugten positiven und negativen Teilchen mit Überwindung der Diffusion und Wiedervereinigung an ihre entsprechenden Elektroden geholt, um so mehr, je höher die Spannung ist. Der Grenzwert ist dadurch gegeben, daß alle in der Zeiteinheit erzeugten Träger auch wirklich an die Elek-

1) Ann. d. Physik (4) 24, S. 326. 1907.

2) Townsend, J. S.: Phys. Z. 2, S. 483. 1901; Phil. Mag. (6) 1, S. 198. 1901.

Ältere Messungen s. a. Stoletow, A.: Journ. de Phys. (2) 9, 468. 1890; Kreusler, H.: Verh. D. Phys. Ges. 17, 86. 1898; v. Schweidler, E.: Wien. Ber. 18, 273. 1899.

3) S. z. B. Mie, G.: Ann. d. Physik (4) 13, S. 857. 1909; Seeliger, R.: Ann. d. Physik. 33 S. 319. 1910; Townsend, J. S.: Proc. Roy. Soc. A (86), S. 72. 1912.

trogen transportiert werden. Eine weitere Vergrößerung des Stromes kann auch bei steigender Spannung nicht stattfinden.

Wird die Spannung jedoch soweit erhöht, daß zunächst die negativen Elektrizitätsträger zu ionisieren beginnen, so steigt der Strom angenähert nach einer Exponentialfunktion an und erreicht schließlich bei einer bestimmten Spannung, nachdem vorher auch die positiven Träger zu ionisieren begonnen haben, einen sehr hohen (theoretisch unendlich hohen) Wert — die selbstständige Entladung tritt ein, die auch nach Aufhören der äußeren Ionisierungsquelle weiter bestehen kann.

### 41. Die Townsendsche Theorie<sup>1)</sup>.

J. S. Townsend faßt den beschriebenen Vorgang kurz mathematisch zusammen. Gegeben seien zwei ebene Elektroden im Abstände  $\delta$  (Abb. 48), von denen die linke negativ, die rechte positiv geladen sei. Dann bewegen sich die negativen Teilchen im Sinne der positiven Achse, die positiven Teilchen entgegengesetzt. Die Dichte der negativen Teilchen sei mit  $n$ , der positiven mit  $p$  bezeichnet. Außerdem ionisiere jedes negative Teilchen, während es sich um die Längeneinheit in der Richtung des Feldes verschiebt, durch Stoß  $\alpha$  Moleküle, schaffe also  $\alpha$  neue positive und  $\alpha$  neue negative Teilchen. Das positive Teilchen seinerseits erzeuge bei der gleichen Verschiebung in der entgegengesetzten Richtung  $\beta$  positive und negative neue Teilchen durch Stoßionisierung. Die Verschiebungsgeschwindigkeit in der Kraftlinienrichtung (geordnete Wanderungsgeschwindigkeit) der negativen Teilchen sei  $v$ , die der positiven  $u$  cm/sec. Jedes Teilchen sei mit der Ladung  $q$  behaftet. Dann ist die Stromdichte  $s$  gegeben durch die Summe der in der Sekunde durch die Querschnittseinheit hindurchtretenden positiven und negativen Ladungen.

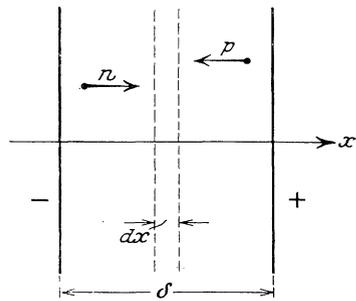


Abb. 48.

$$s = q(nv + pu) = qz \dots \dots \dots (1)$$

<sup>1)</sup> Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 1, S. 198. 1901. — Phys. Z. 2, S. 483. 1901. — Phil. Mag. (6) 3, S. 557. 1902; (6) 5, S. 389. 1903; (6) 6, S. 598. 1903; (6) 8, S. 738. 1904; (6) 9, S. 289. 1905; (6) 11, S. 729. 1906; (6) 27, S. 789. 1914; (6) 28, S. 83. 1914.

Die beiden Werke von Townsend: „Theory of Ionisation of Gases by Collision“, 1910, und „Electricity in Gases“, 1915, waren mir leider nicht zugänglich. Inzwischen ist als I. Band des Handbuchs der Radiologie „Die Ionisation der Gase“ von J. S. Townsend erschienen, das sämtliche Arbeiten bis 1914 enthält (mit Hb. zitiert).

Die Zunahme der negativen Teilchen in einem Quadratcentimeter der Schicht  $dx$  in der Zeiteinheit ist gegeben durch die Summe 1. der mehr zu- als abwandernden und 2. der neu erzeugten Teilchen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(n dx) &= -\frac{d}{dx}(nv) dx + nv \cdot \alpha dx + pu \cdot \beta dx \\ \frac{dn}{dt} &= -\frac{d}{dx}(nv) + n\alpha v + p\beta u \quad \dots \quad (2) \end{aligned}$$

Eine analoge Gleichung gilt für die positiven Teilchen

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dx}(pu) + n\alpha v + p\beta u \quad \dots \quad (3)$$

Im stationären Zustand kann kein Aufstapeln von Ladung eines Vorzeichens in einem Volumelement stattfinden, es muß

$$\frac{d(p-n)}{dt} = 0$$

sein. Durch Subtraktion von (2) von (3) folgt daraus

$$\frac{d}{dx}(pu + nv) = \frac{1}{q} \frac{ds}{dx} = \frac{dz}{dx} = 0.$$

Der Strom ist quellenfrei verteilt. Außerdem muß auch  $\frac{dn}{dt}$  und  $\frac{dp}{dt}$  für sich Null sein, da auch keine Aufstapelung von Materie, die mindestens immer mit der positiven Ladung verbunden ist, stattfinden darf. Damit folgt aus (2)

$$\frac{d}{dx}(nv) = \alpha nv + \beta pu \quad \dots \quad (4)$$

und wenn nun  $pu$  durch (1) eliminiert wird,

$$\frac{d}{dx}(nv) = (\alpha - \beta)nv + \beta z \quad \dots \quad (5)$$

Den Einfluß der Diffusion und der Wiedervereinigung der Teilchen haben wir vernachlässigt. Die Wirkung der Diffusion, des Bestrebens, die räumlich verschiedenen Konzentrationen auszugleichen, ist proportional  $\frac{dn}{dx}$  bzw.  $\frac{dp}{dx}$ . Die hierdurch verursachten Kräfte und Bewegungen sind bei den geringen Teilchendichten, mit denen wir es zu tun haben, gegenüber den starken elektrischen Kräften und den großen von ihnen erzeugten Geschwindigkeiten zu vernachlässigen. Dasselbe gilt für den Einfluß der Wiedervereinigungen positiver mit negativen Teilchen, die proportional mit  $n \cdot p$  zu setzen sind. Die Erzeugung neuer Teilchen im Betrage  $\alpha nv$  überwiegt weitaus die geringe Zahl der verschwindenden. Nur im Gebiet hoher Drucke und

größerer Stromstärken sind möglicherweise beide Erscheinungen von Einfluß (s. Abschn. 22 und 48).

Setzen wir vorläufig ein homogenes elektrisches Feld, also  $\alpha$  und  $\beta$  unabhängig von  $x$  voraus, so lautet das allgemeine Integral von (5)

$$nv = -\frac{\beta}{\alpha - \beta} z + C e^{(\alpha - \beta)x}$$

wo  $C$  die Integrationskonstante bedeutet. Als Quelle der Fremdionisierung sei ultraviolettes Licht angenommen, das in der Zeiteinheit an der negativen Elektrode eine bestimmte Anzahl negativer Elektronen gegebener Geschwindigkeit aus dem Metall befreie. An der positiven finde ein solcher Prozeß nicht statt. Die dort in der Zeiteinheit ankommende Zahl von negativen Teilchen multipliziert mit ihrer Ladung ergibt die gesamte Stromstärke. Die Grenzbedingungen sind damit

$$\begin{aligned} x = 0 \quad nv &= (nv)_0 \\ x = \delta \quad nv &= z. \end{aligned}$$

Damit wird

$$C = (nv)_0 + \frac{\beta}{\alpha - \beta} z$$

und es ergibt sich die Strömung d. h. genauer die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit hindurchtretende gesamte Teilchenzahl

$$z = \frac{s}{q} = \frac{(\alpha - \beta) e^{(\alpha - \beta)\delta}}{\alpha - \beta e^{(\alpha - \beta)\delta}} nv_0 \dots \dots \dots (6)$$

Bei schwachen elektrischen Feldern ist die Ionisierungsfähigkeit der positiven Träger sehr gering ( $\beta = 0$ ) und es entsteht

$$z = (nv)_0 e^{\alpha\delta} \dots \dots \dots (6a)$$

In beiden Fällen ist die Strömung unselbständig. Wenn  $(nv)_0 = 0$  ist, verschwindet auch  $z$ . Die Wanderungsgeschwindigkeiten der einzelnen Teilchen spielen keine Rolle, solange die freien Ladungen im Gase nicht so groß werden, daß das Feld dadurch verzerrt wird.

Wird dagegen der Nenner des Ausdrucks (6) Null, so wächst der Strom bei endlichen  $(nv)_0$  ins Unendliche. Auch bei aussetzender Fremdionisierung ( $(nv)_0 = 0$ ) kann ein endlicher Strom bestehen — die Entladung wird selbständig. Die Bedingung für das Eintreten der selbständigen Entladung in diesem Falle ist also

$$\alpha = \beta e^{(\alpha - \beta)\delta} \dots \dots \dots (7)$$

oder

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{e^{\alpha\delta}}{e^{\beta\delta}}$$

d. h. das Verhältnis der pro cm Weg befreiten Träger muß gleich sein dem Verhältnis der auf der ganzen Strecke  $\delta$  von einem Träger befreiten neuen Ionen.

Die bisher entwickelten Gleichungen sind von einer speziellen Vor-

stellung über die Art und die Gesetze der Trägererzeugung durch Stoß ganz unabhängig. Sie setzen nur voraus, daß der an jeder Stelle herrschende Zustand durch die dort gültige Feldstärke bestimmt ist und nicht auch durch die Feldstärken in vorher durchlaufenen Zonen, und daß die Schlagweite im Vergleich mit der Weglänge zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen so groß ist, daß z. B. Beschleunigungen zu Beginn der Bewegung, etwa an der negativen Elektrode, gegen den gesamten Weg oder die gesamte Wanderungszeit nicht in Frage kommen, so daß die Einführung mittlerer Werte von Geschwindigkeiten, Ionisierungszahlen usf. zulässig ist. Funkenstrecken sehr geringer Länge oder Vorgängen bei sehr geringen Drucken werden deshalb die Gleichungen nicht genügen können.

Die Gl. (7) ergibt sich auch als die Bedingung für die stationäre selbständige Existenz eines sehr schwachen elektrischen Stromes, der das ladungslose elektrostatische Feld nicht wesentlich stört (s. J. S. Townsend, Phil. Mag. (6) 9, 289, 1905 und Hb., S. 378), indem für die Grenzbedingungen auf S. 103 bei  $x=0$ ,  $(nv)_0=0$ ,  $(pu)_0=z$ , und für  $x=\delta$ ,  $(nv)_\delta=z$ ,  $(pu)_\delta=0$  gesetzt werden. Im allgemeinen ist während der Strömung das Feld stark verzerrt. Nur bei sehr schwachen Strömen darf man angenähert mit der ladungslosen elektrostatischen Verteilung rechnen, die mit wachsendem Strom nach und nach in die übliche der Gasentladung mit starken Feldern in der Nähe der Elektroden (Kathodenfall und Anodenfall) übergeht (die allgemeine Bedingung s. Abschn. 51).

Die ionisierende Wirkung der positiven Teilchen findet nach den bisherigen Ansätzen nur auf die Gasmoleküle statt, während bei den Entladungen im hohen Vakuum die positiven Teilchen durch ihren Aufprall auf das Kathodenmetall aus diesem die zum Bestehen der Entladung nötigen Elektronen befreien. Bei den höheren Drucken, die uns im folgenden beschäftigen werden, kann diese Wirkung nur eine sehr untergeordnete Rolle spielen, denn die Anfangsspannung ist bei normalen Verhältnissen so gut wie unabhängig vom Kathodenmetall (während der Kathodenfall z. B. stark davon abhängig ist) und außerdem treten bei unsymmetrischen Elektroden bei normalen Drucken keine Polaritätseffekte oder nur sehr geringe auf (kleine Kugeln gegenüber großen), während andernfalls sehr große zu erwarten wären. Nur bei sehr verdünnten Gasen, in denen die Elektronen sehr hohe Geschwindigkeiten erlangen und überhaupt nur wenig Stöße mit Gasmolekülen vorkommen und bei Edelgasen (Ar, Ne), ganz reinem  $H_2$  und  $N_2$  bei geringen Drucken, s. S. 20, wird dieser Effekt der vorherrschende<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Townsendschen Versuche, bei denen die positive Ionisierung durch eine Wirkung auf die Gasmoleküle verursacht gefunden wurde, lagen etwa zwischen  $p\delta \approx 0,6$  cm·mm Hg, wie es der Minimumspannung entspricht, mit  $\frac{U}{p} \approx 660$  Volt/mm Hg (entsprechend  $\approx 560$  kV/cm bei Atmosphärendruck) und dem 10- bis 12fachen mit entsprechend geringerem  $\frac{U}{p}$  [s. Abschn. 46 und 48].

Um den Zusammenhang zwischen den Ionisierungszahlen  $\alpha$  und  $\beta$  und der elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}$  übersehen zu können, sind einige Tatsachen aus der kinetischen Theorie der Gase nötig.

## 42. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung.

Die kinetische Theorie der Gase stellt sich ein Gas zusammengesetzt aus einer sehr großen Zahl von Molekülen vor, die sich in sehr heftiger Bewegung befinden und aufeinander nur dann Kräfte ausüben, wenn sich zwei Teilchen einander sehr stark genähert haben. Ein Teilchen beschreibt, durch die Stöße mit dem benachbarten an einer längeren geradlinigen Bahn gehemmt, eine Bahn von Zickzackform und hat zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen die verschiedensten Geschwindigkeiten und legt dabei auch sehr verschiedene freie Wege zwischen zwei Stößen zurück (freie Weglängen). Die Verteilung der Geschwindigkeiten, die relative Häufigkeit des Vorkommens eines bestimmten Geschwindigkeitswertes hat zuerst J. C. Maxwell<sup>1)</sup> bestimmt. Wenn die Geschwindigkeit  $c$  eines Teilchens in drei Komponenten  $u, v, w$  zerlegt wird, so sei zunächst die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die  $x$ -Komponente zwischen  $u$  und  $u + du$  liege,  $f(u)du$ , d. h. dies wäre der Prozentsatz der gesamten Teilchen, der eben diese Geschwindigkeit hätte.

Nimmt man nun an, daß die davon unabhängige<sup>2)</sup> Wahrscheinlichkeit, daß das Teilchen gleichzeitig die Geschwindigkeiten  $v$  bis  $v + dv$  und  $w$  bis  $w + dw$  habe, wegen der Gleichberechtigung aller Richtungen  $f(v)dv$  und  $f(w)dw$  sei, so ist die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Vorkommens von  $u, v$  und  $w$

$$f(u)f(v)f(w) du dv dw.$$

Da die Bewegung absolut ungeordnet sein soll, sind alle Geschwindigkeitsrichtungen gleichmäßig vertreten, und die obige Wahrscheinlichkeit muß eine Funktion von  $u^2 + v^2 + w^2$  sein, da die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Geschwindigkeit nur von deren Größe, nicht aber von deren Richtung abhängen soll. Es

Kathodenstrahlen, wo die Auslösung der Elektronen aus dem Metall die Hauptrolle spielt, treten erst bei viel geringeren Drucken und vielmals größerem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  auf.

Daß auch bei sehr geringen Drucken das Gas noch wesentlich mitspielt, zeigen Versuche von S. Ratner, Phil. Mag. (6) 40, S. 785. 1920. Durch Bombardement der Kathode mit positiven Ionen aus erhitztem Aluminiumphosphat wurde die Entladespannung einer Röhre nicht erniedrigt. Bei diesem Bombardement war der Strom (bei 2000 Volt und ca.  $10^{-3}$  mm Hg) von einer dritten Hilfselektrode (Anode), die etwas höhere Spannung hatte, dem Gasdruck angenähert proportional.

1) Maxwell, J. C.: Phil. Mag. (4) 19, 22. 1860; Scient. Papers I, S. 382, 1890.

2) Diese Annahme kann streng erst bewiesen werden, wenn das Verteilungsgesetz bekannt ist. Daher ist dieser Beweis nicht einwandfrei. Den strengen Beweis s. Boltzmann, L.: Vorlesungen über Gastheorie I, S. 15.

gilt also

$$f(u)f(v)f(w) = \Phi(u^2 + v^2 + w^2).$$

woraus folgt

$$f(u) = C e^{A u^2}, \quad f(v) = C e^{A v^2}, \quad f(w) = C e^{A w^2}.$$

Da die Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen, mit seiner Geschwindigkeit zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$  zu liegen, gleich eins sein muß, ist  $A$  negativ und es ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = C \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-A u^2} du = \frac{C}{\sqrt{A}} \sqrt{\pi} = 1,$$

$$C = \sqrt{\frac{A}{\pi}}.$$

Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Geschwindigkeit  $c$ , die sich aus den Komponenten  $u, v, w$  zusammensetzt, also bestimmte Winkel mit den Koordinatenachsen einschließt, ist danach

$$f(u) f(v) f(w) du dv dw = \frac{A^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}}} e^{-A c^2} du dv dw.$$

Führt man statt der rechtwinkligen Koordinaten  $u, v, w$  Polarkoordinaten  $c, \vartheta, \varphi$  ein, so ist das Volumelement  $du dv dw$  gleich  $c \sin \vartheta \cdot d\varphi \cdot c d\vartheta \cdot dc$ , wenn  $\vartheta$  die Poldistanz und  $\varphi$  den Meridianwinkel bedeutet. Um die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Geschwindigkeit  $c$  in beliebiger Richtung zu erhalten, ist  $f(u) f(v) f(w)$  über alle vorkommenden Werte von  $\varphi$  und  $\vartheta$  zu integrieren. Es entsteht dadurch

$$Wdc = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} dc \frac{A^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}}} e^{-A c^2} c^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{4 A^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} c^2 e^{-A c^2} dc.$$

$W$  ist für sehr große und sehr kleine Geschwindigkeiten gleich Null und es gibt eine wahrscheinlichste Geschwindigkeit beim Maximum von  $W$

$$c_w = \frac{1}{\sqrt{A}}.$$

$$Wdc = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{c^2}{c_w^3} e^{-\frac{c^2}{c_w^2}} dc. \quad \dots \dots \dots (8)$$

Die mittlere Geschwindigkeit  $c_m$  ergibt sich als

$$c_m = \int_0^{\infty} c Wdc = \frac{2 c_w}{\sqrt{\pi}} \quad \dots \dots \dots (9)$$

und das mittlere Geschwindigkeitsquadrat

$$(c^2)_m = c_{\text{eff}}^2 = \int_0^{\infty} c^2 Wdc = \frac{3}{2} c_w^2. \quad \dots \dots \dots (10)$$

Sind mehrere beliebige Gase gleichzeitig vorhanden (Gasmischung),

so haben die Teilchen beider Arten dieselbe mittlere kinetische Energie<sup>1)</sup> d. h. es ist

$$\frac{m_1 c_{1\text{eff}}^2}{2} = \frac{m_2 c_{2\text{eff}}^2}{2} = \frac{m_3 c_{3\text{eff}}^2}{2} \dots \dots \dots (11)$$

Werden zwei Gase, die diesen Bedingungen genügen, gemischt, so bleiben die mittleren kinetischen Energien beider Teilchenarten ungeändert, entsprechend der Mischung zweier Gase gleicher Temperatur, wobei diese auch erhalten bleibt. Werden zwei Gase in beliebigem Zustande gemischt, so stellt sich nach genügender Zeit als Gleichgewicht der Zustand der Gl. (11) ein, d. h. beide Gase nehmen die gleiche Temperatur an. Indem die mittleren kinetischen Energien der Einzelteilchen den absoluten Temperaturen proportional gesetzt werden, wird Gl. (11) auch als Satz von der Gleichverteilung der Energie beim gaskinetischen Gleichgewicht (statistisches Gleichgewicht) bezeichnet. Die effektiven Geschwindigkeiten zweier Teilchen verhalten sich demnach im Gleichgewicht wie die Wurzeln aus den reziproken Massen

$$\frac{c_{1\text{eff}}}{c_{2\text{eff}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \dots \dots \dots (12)$$

### 43. Clausiussche Weglängenverteilung.

Analog wie die Geschwindigkeiten sind auch die Wege, die ein Teilchen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zurücklegt (freie Wege), sehr ungleich.

Wir suchen den mittleren freien Weg, den ein sehr rasch bewegtes Teilchen zwischen zwei Stößen zurücklegt<sup>2)</sup>. Die Gasmoleküle dürfen wir für diesen Fall ruhend annehmen.

Das bewegte Teilchen habe den Radius  $r$ , die Gasmolekel den Radius  $R$ .  $\frac{4}{3}\pi R^3$  sei also das für das bewegte Teilchen undurchdringliche Molekylvolumen.

Zwei Teilchen kommen dann zum Zusammenstoß, wenn ihr Mittelpunktsabstand kleiner als die Radiensumme wird. Geben wir deshalb den Gasmolekeln den Radius  $(R + r)$  und betrachten die bewegten Teilchen als ausdehnungslose Punkte, so ist die Bedingung für den Zusammenstoß auch erfüllt.

Die Zahl der Gasmolekel pro Volumeneinheit ( $\text{cm}^3$ ) sei  $\nu$ . Dann befinden sich in einem Quadratcentimeter der Schicht  $\nu dx$ . Denken wir uns die Schichtdicke so gering, daß nicht zwei Molekel hintereinander liegen können, so erfüllen die  $\nu dx$  Molekel eine Querschnittsgröße vom Betrage  $\pi(R + r)^2 \nu dx$ .

Denkt man sich eine große Zahl von rasch und parallel<sup>3)</sup> be-

1) Maxwell, J. C.: Phil. Mag. (4), 25. 1860; Boltzmann, L.: Vorlesungen I, S. 15.

2) Bezüglich der genaueren Untersuchung, die für unsere Zwecke nicht nötig ist, s. Clausius, R.: Pogg. Ann. 105, 239. 1858; Maxwell, J. C.: Scient. Papers I, 382; Boltzmann, L.: Vorlesungen über Gastheorie I, S. 15.

3) Z. B. eine Schar paralleler Kathodenstrahlen, die aus einem Vakuum in ein Gas eintreten.

wegen gleichförmig verteilten kleinen Teilchen von der Dichte  $n$  pro Flächeneinheit auf eine Gasschicht von der Dicke  $dx$  auftreffend, so wird ein Teil  $dn$  davon in der Schicht anstoßen und zerstreut, der Rest die Schicht ohne Widerstand und Geschwindigkeitsänderung durchsetzen.

Der Bruchteil der in der Schicht anstoßenden bewegten Teilchen ist gleich dem Verhältnis der undurchdringlichen Fläche zur Gesamtfläche, also

$$\frac{dn}{n} = \frac{\pi(R+r)^2 \nu dx}{1} \dots \dots \dots (13)$$

Die Zahl der Teilchen, die innerhalb der Entfernung  $x$  vom Ausgangspunkt noch nicht angestoßen haben, deren freier Weg also größer als  $x$  ist, wird danach

$$n = n_0 e^{-\pi(R+r)^2 \nu x}, \dots \dots \dots (13a)$$

wo  $n_0$  die an der Stelle  $x=0$  in das Gas eintretenden bewegten Teilchen bedeutet.  $dn$  ist die Teilchenzahl, die einen freien Weg zwischen  $x$  und  $x+dx$  zurücklegt,  $\frac{dn}{n_0}$  also die relative Häufigkeit des Vorkommens der freien Weglänge  $x$  unter sehr vielen.

Denkt man sich nun die bewegten Teilchen die aufeinanderfolgenden Schichten des Gases durchsetzend, wobei schließlich einmal sämtliche Teilchen zerstreut sein werden, so ergibt sich als Mittelwert aller vorkommenden Wege die mittlere freie Weglänge

$$\frac{1}{n_0} \int_0^\infty x dn = \lambda_m = \frac{1}{\pi(R+r)^2 \nu} \dots \dots \dots (14)$$

Diese ist von der Radiensumme und der Gasdichte, also dem Druck abhängig. Ist  $R=r$  (sehr rasch bewegtes Gasmolekül), so wird

$$\lambda_m = \frac{1}{4\pi R^2 \nu}, \dots \dots \dots (15)$$

ist dagegen  $r$  sehr klein (bewegtes Elektron), so wird

$$\lambda_m = \frac{1}{\pi R^2 \nu} = \frac{1}{Q}, \dots \dots \dots (16)$$

also 4mal größer und  $\frac{1}{\lambda_m} = Q$  bedeutet zugleich die gesamte Querschnittssumme  $\pi R^2 \nu$  aller in der Volumeneinheit befindlichen Moleküle (wenn das undurchdringliche Molekülvolumen ( $R$ ) für beide Fälle das gleiche ist). Z.B. für Luft ist dieser „gaskinetische“ Querschnitt nach dem Wert der inneren Reibung bei 760 mm Hg  $18100 \text{ cm}^2 \cdot \text{cm}^{-3}$ .

Haben wir es nicht mit sehr rasch bewegten Teilchen zu tun, so ist die Relativgeschwindigkeit gegen die Gasmoleküle in Betracht zu ziehen, und im Nenner tritt noch der Faktor  $\sqrt{2}$  hinzu. Die mittlere freie Weglänge eines rasch bewegten Elektrons in einem Gase wäre demnach  $4\sqrt{2} = 5,67$  mal so groß, als der mittlere freie Weg eines

normalen Gasmoleküls. Setzt man (14) in (13a) ein, so entsteht

$$n = n_0 e^{-\frac{x}{\lambda_m}} = n_0 e^{-m}, \quad m = \frac{x}{\lambda_m}, \dots \dots \dots (17)$$

woraus

$$\frac{dn}{n_0} = -\frac{1}{\lambda_m} e^{-\frac{x}{\lambda_m}} dx \dots \dots \dots (17a)$$

Die verschiedenen freien Weglängen kommen nicht gleich häufig vor, um so seltener je größer sie sind. Insbesondere ist die Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen, mindestens einen  $m$ -fach größeren Weg als den mittleren zurückzulegen, gleich  $e^{-m}$ .  $\frac{dn}{n_0}$  ist die relative Häufigkeit des Vorkommens der Weglängen  $x$  bis  $x + dx$  unter sehr vielen<sup>1)</sup>.

Die Gleichungen (13a) und (16) hat P. Lenard<sup>2)</sup> in seinen klassischen Untersuchungen über die Absorption der Kathodenstrahlen verwendet, indem er einen Strahl paralleler gegenüber den Gasmolekülen rasch bewegter Elektronen bekannter Geschwindigkeit Gas- und Metallschichten durchsetzen und sie dann gegen ein elektrisches Gegenfeld in einen Auffänger anlaufen ließ. Aus der Verminderung der Strahlteilchen mit Eintrittsgeschwindigkeit nach Durchlaufen der Schicht konnte die Zahl derjenigen bestimmt werden, die durch Stoß mit einem Molekül in ihrer Bewegung gehemmt worden waren, und aus dem Absorptionskoeffizienten  $\varkappa$  nach Gl. (13a) und (16)

$$n = n_0 e^{-\varkappa x} = n_0 e^{-\frac{x}{\lambda_m}}$$

ergab sich  $\lambda_m$  und damit der für die Elektronen undurchdringliche Querschnitt (Absorptionsquerschnitt<sup>3)</sup>).

Für kleine<sup>4)</sup> Elektronengeschwindigkeiten ergab sich dieser Querschnitt etwas größer als der gaskinetische, wie er z. B. aus Ver-

1) Was hier für das Nebeneinander sehr vieler Teilchen abgeleitet wurde, gilt auch für das Nacheinander für ein Teilchen. Das gleiche Verteilungsgesetz gilt auch für die freien Wege, die ein Teilchen im Verlauf vieler Stöße zurücklegt.

2) S. insbesondere „Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten“, Heid. Ak. 5. 1918, wo auch ausführliche Literaturangaben.

3) Unter Absorption ist in diesem Zusammenhang nur die Erscheinung zu verstehen, daß ein Elektron beim Zusammenstoß mit einem Molekül seine Geschwindigkeitsrichtung ändert und daher für den Strahl parallel bewegter Elektronen nicht mehr in Frage kommt, nicht etwa auch das Klebenbleiben an einem solchen Molekül. Lenard teilt entsprechend auch in „echte“ und „unechte“ Absorption.

4) „Klein“ gegen die Lichtgeschwindigkeit. Die Ladung eines Elektrons beträgt  $e = 1,56 \cdot 10^{-19}$  Coulombs, seine Masse bei geringer Geschwindigkeit  $m = 8,85 \cdot 10^{-28}$  g

$$\left( \frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^8 \frac{\text{Coul.}}{\text{g}} = 1,76 \cdot 10^7 \frac{\text{el. magn. E.}}{\text{g}} = 5,28 \cdot 10^{17} \frac{\text{el. stat. E.}}{\text{g}} \right),$$

das Verhältnis der Masse des Wasserstoffatoms zur Elektronenmasse  $\frac{m_H}{m} = 1840$ .

suchen über die innere Reibung eines Gases bestimmt werden kann<sup>1)</sup>).

Für Luft von 1 mm Hg Druck z. B. ist der gaskinetische Querschnitt  $24 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$  und der absorbierende  $\approx 31 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$  (für Elektronen von 0,5 bis 4,2 Volt Geschwindigkeit, d. i. 424 bis 1230 km/sek), d. h. ein langsames Elektron legt durchschnittlich bei 1 mm Hg einen freien Weg von  $\frac{1}{31} \text{ cm}$  zurück, bevor es durch Stoß mit einem Gasmolekül aus dem Parallelstrahl ausgeschieden wird. Mit steigender Geschwindigkeit nimmt der absorbierende Querschnitt ab und ist bei etwa 100 Volt gleich dem gaskinetischen. Für höhere Geschwindigkeiten wird er kleiner als der gaskinetische (bei 200 Volt z. B.  $15,7 \text{ cm}^{-1}$  bei 1 mm Hg), d. h. die Elektronen beginnen das Gasmolekül widerstandslos zu durchqueren. Mit wachsender Geschwindigkeit wird der absorbierende Querschnitt immer kleiner und wird für Elektronen von nahezu Lichtgeschwindigkeit (z. B.  $\beta$ -Strahlen des Radiums) fast zu Null. Die undurchdringliche Masse der Moleküle für Elektronen hoher Geschwindigkeit ist gegen ihre sonst in Erscheinung tretende winzig und P. Lenard charakterisiert sie dadurch, daß ein Würfel von Pt von 1 m Seitenlänge für die sehr rasche Strahlung leer wie der vom Licht durchzogene Himmelsraum sei und nur eine Menge von  $1 \text{ mm}^3$  undurchdringlicher Substanz besitze. Diese Tatsachen führten P. Lenard lange vor Aufstellung des Rutherford-Bohrschen Atommodells zu der Auffassung, daß die Bausteine der Materie Dynamiden, positive und negative Kraftzentren seien ( $r \approx 3 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$ ), deren Volumen sehr gering gegenüber dem sonst fühlbaren Atomvolumen ( $r \approx 10^{-8} \text{ cm}$ ) seien. Die Wirkungen dieses Volumens beruhen lediglich in den elektromagnetischen Kraft-

Durchfällt ein Elektron widerstandslos eine Strecke, längs der eine Spannung von  $V$  Volt herrscht, so erreicht es eine Endgeschwindigkeit von

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} V} = \sqrt{2 \cdot 1,76 \cdot 10^7 \cdot 10^8 \cdot V} = 5,94 \cdot 10^7 \sqrt{V} \text{ cm/sek} = 594 \sqrt{V} \text{ km/sek},$$

z. B. $V = 1$ Volt	$v = 594$ km/sek
10 "	1880 "
20 "	2650 "
100 "	5940 "

Bei hohen Geschwindigkeiten tritt noch die relativistische Massenkorrektur hinzu.  $V$  wird auch als „Voltgeschwindigkeit“ eines elektrischen Teilchens bezeichnet. Gegenüber der durchschnittlichen Geschwindigkeit eines Gasmoleküles zwischen zwei Zusammenstößen (in Luft bei  $16^\circ \text{ C}$  und Atmosphärendruck 460 m/sek) sind jedoch diese „geringen“ Geschwindigkeiten noch sehr hoch. Auch bei Bewegung in dichten Gasen, wo nur eine sehr kurze Strecke störungslos zurückgelegt wird, kann auf dieser Strecke bei genügenden Feldern eine große Elektronengeschwindigkeit erworben werden. In Luft z. B. bei  $0^\circ$  und 760 mm Hg Druck beträgt die mittlere freie Weglänge eines Moleküls etwa  $10^{-5} \text{ cm}$ , die entsprechend freie Weglänge eines rasch bewegten Elektrons  $4\sqrt{2}$  mal so viel, d. i.  $5,7 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ . Bei einer Feldstärke von 30 kV/cm wird auf dieser Strecke eine Endgeschwindigkeit von 1,7 Volt, d. i. 770 km/sek erreicht. Sobald das Elektron jedoch mit Masse beladen ist, wird diese Geschwindigkeit sehr verringert. Bei Belastung mit einem Luftmolekül vom Molekulargewicht 29 ist sie nur ca. 3,2 km/sek.

1) S. z. B. Meyer, O. E.: Die kinetische Theorie der Gase. Breslau 1877. S. 205.

feldern der Dynamiden. Die Größe des durch Gl. (16) definierten Absorptionskoeffizienten ergab sich bei Elektronen mittlerer Geschwindigkeit ( $\approx 30\%$  der Lichtgeschwindigkeit) für Gase und feste Körper angenähert massenproportional, so daß für ein Gas z. B.

$$n = n_0 e^{-\kappa p x}$$

gesetzt werden kann, wenn  $\kappa$  z. B. auf 1 mm Hg Druck bezogen ist. Nur  $H_2$  zeigt etwa die vierfache Wirkung. Für „langsame“ Elektronen (bis  $\approx 10\%$  Lichtgeschwindigkeit) tritt dagegen nahezu der gaskinetische Querschnitt als absorbierend auf. P. Lenard schließt aus der angenäherten Gleichheit des gaskinetischen und des absorbierenden Querschnitts für langsame Elektronen, daß zwischen dem Elektron und dem elektrisch neutralen Molekül keine Kräfte wirken, welche über die Kräfte zwischen zwei neutralen Molekülen wesentlich hinausgehen. Nur bei  $H_2$  scheint das Dynamidenfeld wesentlich über das gaskinetische Volumen hinauszureichen. Bei den Edelgasen (Ar, He, Ne) zeigt sich die eigentümliche Erscheinung (Ramsauer, C.: Phys. Z. 22, 613, 1921), daß der absorbierende Querschnitt bei einer bestimmten kleinen Geschwindigkeit ein Maximum hat und mit abnehmender Geschwindigkeit wieder abnimmt. Am stärksten tritt dies bei Argon auf, wo das Maximum bei etwa 13 Volt liegt und wo bei kleinen Geschwindigkeiten der absorbierende Querschnitt fast zu Null wird, d. h. ganz langsame Elektronen würden sich ungehindert durch die Argon-Moleküle hindurchbewegen. Dies ändert sich nicht mit dem Druck noch durch  $O_2$ -Zusatz<sup>1)</sup>.

#### 44. Die Ionisierungszahlen $\alpha$ und $\beta$ .

J. S. Townsend hat die Gl. (6) und (7) zunächst geprüft, indem er aus aufgenommenen Strom-Spannungskurven nach der Gl. (6) und (6a) die  $\alpha$  und  $\beta$  abhängig von der Feldstärke  $\mathcal{E}$  ermittelte. Diese Werte in die Gl. (7) für die selbständige Entladung eingeführt, ergaben in Luft,  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $CO_2$ , Ar und He von einigen mm Hg Druck und Schlagweiten bis zu einem cm ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Experiment (s. z. B. Phil. Mag. (6) 6, 598, 1903; (6), 8, 738, 1904; (6), 11, 534, 1906 und Hb. S. 277). Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke und den Ionisierungszahlen ergibt sich aus den Vorstellungen, die man sich über die Natur der positiven und negativen Elektrizitätsträger und die Vorgänge bei der Ionisierung durch Stoß macht. Ohne uns vorläufig auf Einzelheiten einzulassen, können wir zunächst prinzipiell zwei verschiedene Möglichkeiten betrachten, durch die ein Träger die zum ionisierenden Stoß nötigen Geschwindigkeiten erlangt. Bei jedem in einem Gas bewegten Teilchen kann man zwei charakteristische Geschwindigkeiten unterscheiden. Die erste ist die molekulare, ungeordnete, infolge der unregelmäßigen Stöße mit den Gasmolekülen, die Maxwellsche Geschwindigkeit, bei der alle Rich-

<sup>1)</sup> s. a. G. Hertz, Physica 2, 87, 1922, wo für langsame Elektronen in Ar und Ne eine starke Abhängigkeit der freien Weglänge von der Geschwindigkeit beobachtet wurde.

tungen gleich wahrscheinlich sind, und bei der im Mittel keine oder nur sehr kleine resultierende Verschiebungen vom Ausgangsorte stattfinden. Die zweite ist die geordnete Geschwindigkeit, im wesentlichen in der Richtung des elektrischen Feldes. Das Feld wirkt dauernd in einer ganz bestimmten Richtung auf das bewegte geladene Teilchen und erzeugt jedesmal zwischen zwei Stößen eine Bewegungskomponente in der Feldrichtung. Diese Verschiebungen in der Feldrichtung summieren sich und führen das Teilchen nach und nach zu der Elektrode entgegengesetzten Vorzeichens.

#### 45. Einfluß der mittleren freien Weglänge auf die Ionisierungszahlen.

Nimmt man an, daß zwischen dem bewegten Elektrizitätsträger und dem Gase hinsichtlich der ungeordneten Geschwindigkeiten statistisches Gleichgewicht besteht  $\left(m_1 \frac{c_1^2 \text{eff}}{2} = m_2 \frac{c_2^2 \text{eff}}{2}\right)$ , so ist die effektive mittlere ungeordnete Geschwindigkeit des Elektrizitätsträgers bei normaler Temperatur sehr klein gegen die zur Ionisierung nötige

(z. B. für ein Elektron mit  $\frac{e}{m} = 5,3 \cdot 10^{17} \frac{\text{el. stat. E.}}{\text{g}}$ , in Luft mit

$\frac{e}{m} = 10^{13} \frac{\text{el. stat. E.}}{\text{g}}$ , etwa  $1,2 \cdot 10^7$  cm/sek, entspr. 0,04 Volt). Die

hohen Geschwindigkeiten, die zur Stoßionisierung nötig sind, können dann nur durch genügend lange ungestörte Einwirkung des elektrischen Feldes zustande kommen, d. h. auf den längeren vorkommenden freien Wegen, und auf diesen ist dann die mittlere Geschwindigkeit in Feldrichtung groß gegen die mittlere ungeordnete, so daß sich der Elektrizitätsträger im wesentlichen ohne Umwege in der Richtung der elektrischen Kraft bewegen wird.

Um auf die Voltgeschwindigkeit  $V$  zu kommen, muß der Träger, wenn er seinen freien Weg mit geringer Geschwindigkeit beginnt, im Felde  $\mathcal{E}$  in Feldrichtung die Strecke  $\lambda = \frac{V}{\mathcal{E}}$  zurücklegen. Ein freier

Weg von der Größe  $\lambda$  bis  $\lambda + d\lambda$  kommt unter einer großen Zahl  $n_0$  gesamtter Weglängen eines Teilchens nach dem Clausiusschen Gesetz mit der Häufigkeit  $n_0 \frac{d\lambda}{\lambda_m} e^{-\frac{\lambda}{\lambda_m}}$  (Gl. 17 a) vor. Besteht nun bei der Geschwindigkeit  $V$  eine bestimmte Wahrscheinlichkeit  $w$  zu ionisieren, so werden auf den Weglängen  $\lambda$  bis  $\lambda + d\lambda$

$$n_0 w e^{-\frac{\lambda}{\lambda_m}} \frac{d\lambda}{\lambda_m}$$

neue Träger erzeugt. Die gesamte Zahl der neu erzeugten ergibt sich durch die Summation über alle in Frage kommenden  $\lambda$ .

$$n_0 \int_{\lambda_0}^{\infty} w e^{-\frac{\lambda}{\lambda_m}} \frac{d\lambda}{\lambda_m},$$

wo  $\lambda_0$  die kleinste Weglänge angibt, bei der zuerst ionisiert wird. Verschiebt sich der ionisierende Träger mit der mittleren Weglänge  $\lambda_m$  um 1 cm in Feldrichtung, und ist in der Mehrzahl der freien Wege die Geschwindigkeit in Feldrichtung wesentlich größer als die Molekulargeschwindigkeit, was bei hohen Werten der Spannung je mittlere freie Weglänge zutrifft (s. S. 126), so ist angenähert die gesamte Zahl der freien Weglängen  $n_0 = N = \frac{1}{\lambda_m}$  und es ist die Ionisierungszahl

$$\alpha = \frac{1}{\lambda_m} \int_{\lambda_0}^{\infty} w e^{-\frac{\lambda}{\lambda_m}} \frac{d\lambda}{\lambda_m} \dots \dots \dots (18)$$

Über die Funktion  $w(V) = w(\lambda \mathcal{E})$  wissen wir für Elektronen nach den Untersuchungen von Lenard nur, daß sie bei kleinen  $V$  Null ist, bei einem bestimmten für jedes Gas charakteristischen Wert von  $V$ , der Ionisierungsspannung, mit kleinen Werten beginnt, dann ansteigt, bei Voltgeschwindigkeiten von etwa 130 Volt ihr Maximum von etwa 0,4 erreicht und bei höheren Geschwindigkeiten dann wieder abfällt (s. z. B. Mayer, F.: Ann. Phys. (4) 45, 1, 1914). Für negativ oder positiv geladene Moleküle ist darüber noch nichts bekannt. Die einfachste Annahme, die Townsend gemacht hat, ist die, daß  $w$  bei kleinen Spannungen  $V$  gleich Null ist, bei der Ionisierungsspannung auf 1 springt und bei höheren Spannungen diesen Wert behält, d. h., daß jeder Stoß mit Ionisierungsspannung und höherer auch zur Ionisierung führt. Damit wird  $\lambda_0 = \frac{V}{\mathcal{E}}$ , wenn  $V$ , wie von jetzt ab stets, den Wert der Ionisierungsspannung bedeutet, und

$$\alpha = N \int_{\lambda_0}^{\infty} e^{-\frac{\lambda}{\lambda_m}} d\left(\frac{\lambda}{\lambda_m}\right) = N e^{-\frac{\lambda_0}{\lambda_m}} = N e^{-\frac{NV}{\mathcal{E}}} \dots \dots \dots (19)$$

Auch bei dieser Ableitung gilt wieder als Voraussetzung, daß zwischen den beiden Elektroden viele freie Wege durchlaufen werden, damit die Mittelwertbildung zulässig sei. Sehr kleine Schlagweiten und sehr geringe Drucke sind also ausgeschlossen.

Für das positive Teilchen ergibt sich mit analogen Annahmen

$$\beta = M e^{-\frac{MU}{\mathcal{E}}} \dots \dots \dots (20)$$

Da die mittlere freie Weglänge  $\lambda_m$  dem Druck  $p$  umgekehrt proportional ist, ist  $N$  dem Druck  $p$  direkt proportional und kann gleich  $N_0 p$  gesetzt werden, wenn  $N_0$  auf die Einheit des Druckes bezogen ist. Wird dies in die Gl. (19) und (20) eingeführt, so wird

$$\frac{\alpha}{p} = N_0 e^{-N_0 V \frac{p}{\mathcal{E}}} = f\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right), \quad \frac{\beta}{p} = M_0 e^{-M_0 U \frac{p}{\mathcal{E}}} = g\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right) \dots \dots (21)$$

$\frac{\alpha}{p}$  und  $\frac{\beta}{p}$  erscheinen danach als Funktion von  $\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$ , das  $\mathfrak{E}\lambda_m$  proportional ist, d. i. der Spannung je mittlere freie Weglänge, die somit das eigentliche Charakteristikum der Gasentladungen darstellt, solange man annimmt, daß für die ionisierende Wirkung die Geschwindigkeit im Moment des Auftreffens auf ein neutrales Molekül bestimmend ist und die Spannungen je mittlere freie Weglänge für die Erzeugung dieser Geschwindigkeiten maßgebend sind. Wird danach Druck und Feldstärke im gleichen Verhältnis geändert, so bleibt die elektrische Wirkung je mittlere freie Weglänge unverändert, nur die Stoßzahl  $N_0$  bzw.  $M_0$  je cm Verschiebung hat sich entsprechend der Druckveränderung proportional geändert, es muß also  $\frac{\alpha}{p}$  das gleiche geblieben sein.  $\alpha$  und  $\beta$  sind für kleine Feldstärken sehr gering, wachsen mit zunehmendem  $\mathfrak{E}$ , und nähern sich nach der Formel für sehr große  $\mathfrak{E}$  den Werten  $pN_0$  bzw.  $pM_0$ , d. h. schließlich ist jeder Stoß ionisierend<sup>1)</sup>.

### 46. Paschens Gesetz.

Da nach Gl. (21)  $\frac{\alpha}{p}$  und  $\frac{\beta}{p}$  Funktionen von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  bzw. von  $\frac{U}{p\delta}$  sind, wenn Anfangsspannung  $U$  und Schlagweite  $\delta$  im homogenen Feld eingeführt werden, so gilt nach den Gl. (7) für das Einsetzen der selbständigen Entladung,

$$\frac{f\left(\frac{U}{p\delta}\right)}{g\left(\frac{U}{p\delta}\right)} = e^{p\delta} \left[ f\left(\frac{U}{p\delta}\right) - g\left(\frac{U}{p\delta}\right) \right], \dots \dots \dots (22)$$

d. h. die Anfangsspannung  $U$  wird nur eine Funktion von  $p\delta$ , wie es das Paschensche<sup>2)</sup> Gesetz verlangt. Die Gültigkeit des Paschenschen Gesetzes ist ein Kriterium dafür, ob man es mit Vorgängen zu tun hat, bei denen die Spannung je mittlere freie Weglänge,  $\mathfrak{E}\lambda_m$  bzw.  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ , das Maßgebende ist. Sobald Vorgänge mitspielen, in denen z. B. der Druck noch besonders, außer in der Verbindung  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ , eine Rolle

1) Um zu einer Vorstellung der Größenordnung zu kommen, betrachten wir ein Elektron in Luft. Seine Ionisierungsspannung (s. Abschnitt 56) beträgt etwa 16 Volt, seine Stoßzahl  $N$  pro cm bei normalem Druck etwa  $\frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ .

Damit würde  $NV \approx 283 \text{ kV/cm}$  bei 760 mm Hg bzw. bei 1 mm Druck  $N_0V \approx 400 \text{ Volt/cm}$ . Für Träger von Molekülgröße wäre die Stoßzahl  $4\sqrt{2}$  mal größer und auch die Ionisierungsspannung wohl erheblich größer anzunehmen, so daß  $MU$  für positive Moleküle bedeutend größer würde als  $NV$  für Elektronen.

2) Paschen, F.: Ann. d. Physik 37, S. 69. 1889, s. a. S. 51.

spielt, z. B. bei Anlagerungsmöglichkeiten oder Umbildungsmöglichkeiten der Elektrizitätsträger nach einer bestimmten, vom Druck abhängigen größeren Zahl von Weglängen oder Summation von Bewegungsenergien bis zur Ionisierung über viele freie Weglängen, wobei deren Zahl etwa noch vom Druck explizit (nicht etwa in der Form  $\mathcal{E}/p$ ), abhängt, kann es nicht mehr gelten. Im Gebiet kleiner Drucke, wo die Entladungen bei mittlerer Schlagweite bei großen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  eintreten, ist das Gesetz durch Carr und Meyer sehr genau bestätigt worden. Bei hohen Drucken, wo viel kleinere  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bei den Entladungen vorhanden sind, haben sich Abweichungen, besonders bei kleinen Schlagweiten, gezeigt [M. Wien<sup>203</sup>], C. E. Guye<sup>58, 59</sup>), Hayashi<sup>62</sup>)]. Auch Wagner<sup>181</sup>) hat systematische Abweichungen gefunden. Im Gebiet zwischen 100 und 760 mm Hg liegen keine genauen Messungen vor. Eine systematische Untersuchung über den ganzen Druckbereich wäre sehr erwünscht, wobei insbesondere bei niederen Drucken mit möglichst großen Schlagweiten und homogenen Feldern gearbeitet werden müßte, um zu möglichst geringen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  zu gelangen.<sup>1)</sup>

Daß der Wert von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bei der gleichen Schlagweite mit abnehmendem Druck zunehmen muß, ist leicht aus (Gl. 7) einzusehen. Die ionisierende Wirkung der negativen Elektrizitätsträger ist viel größer als die der positiven. Das geht daraus hervor, daß die Wirkung der positiven Elektrizitätsträger in den Stromspannungskurven der Abb. 47, d. h. die Abweichung von dem Verlauf  $(nv)_0 e^{\alpha\delta}$  (Gl. 6a) erst bei Feldstärken einsetzt, wo die negativen Träger schon längst ionisieren. Direkt nachweisen kann man diese Tatsache auch, indem man unsymmetrische Elektroden verwendet, z. B. eine kleine Kugel innerhalb einer großen, oder sich umhüllende zylindrische Elektroden. Wird der Zwischenraum mit Röntgenstrahlen ionisiert, so erhält man bei gleicher Feldstärke bei negativer Kugel nur den Sättigungsstrom (s. S. 100), bei positiver Kugel hingegen starke Ströme durch Stoßionisierung. Im ersten Falle sind es die positiven Teilchen, im zweiten dagegen die negativen Teilchen, die in das starke Feld in der Nähe der kleinen Kugel geraten. Während die negativen Teilchen eine starke Wirkung auslösen, tun dies die positiven nicht. Es ist also in Gl. (7)  $e^{\alpha\delta}$  immer größer als  $e^{\beta\delta}$ . Es sei nun die Gl. (7) für einen bestimmten Druck für einen bestimmten Wert von  $\mathcal{E}$  befriedigt. Wird nun etwa beim halben Druck die Feldstärke auch halb so groß gemacht, so daß  $\frac{\mathcal{E}}{p}$

1) Auch für Edelgase (freie Elektronen, elastischer Stoß) gilt Paschens Gesetz, s. G. Holst u. E. Oosterhuis, Comptes R. 175, 577, 1922), da auch hier  $\mathcal{E}/\lambda_m$  bestimmend ist (s. S. 151, Anm. 1) u. S. 156, Anm. 2)).

konstant bleibt, so werden nach Gl. (21)  $\alpha$  und  $\beta$  halb so groß. Während also in Gl. (7) links der gleiche Wert bleibt, wird er rechts gleich der Wurzel aus dem früheren, also kleiner — die Gleichung ist nicht mehr erfüllt und es müssen  $\alpha$  und  $\beta$  erhöht werden, d. h.  $\mathcal{E}$  größer genommen werden, um die Bedingung wieder zu erfüllen. Es ist also bei geringen Drucken trotz des geringeren Wertes  $\mathcal{E}$  der Durchbruchfeldstärke eine größere Spannung je mittlere freie Weglänge,  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , erforderlich, um den Durchbruch hervorzurufen. Es folgt daraus der langsamer als proportional zunehmende Verlauf der Durchbruchfeldstärken bzw. Durchbruchspannungen mit dem Druck (z. B. Abb. 30).

#### 47. Messung von $\alpha$ und $\beta$ .

Townsend und seine Schüler haben für eine große Zahl von Gasen bei geringen Drucken (1 mm Hg bis  $\approx 20$  mm Hg) Stromkurven entsprechend den Gl. (6) und (6a) aufgenommen und daraus die Konstanten  $N$ ,  $M$ ,  $U$ ,  $V$  bestimmt. Insbesondere ergaben die beobachteten Werte von  $\alpha$  und  $\beta$ , in die Gl. (7) eingeführt, eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den beobachteten Werten.

Durch Messungen des Stromes bei veränderlichem Druck und mit konstanter geringer Spannung  $P$ , so daß noch keine positive Ionisierung vorhanden ist, und bei konstanter Elektrodenentfernung  $\delta$  läßt sich  $NV$  auch direkt bestimmen <sup>1)</sup>. Nach (6a) ist der Strom  $z$  dann am größten, wenn  $\alpha$  ein Maximum ist. Da

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right),$$

ergibt sich für das Maximum von  $\alpha$ , abhängig von  $p$ , die Bedingung

$$\frac{\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right)} = \frac{\partial\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{\partial\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right)}, \quad \dots \quad (23)$$

d. h. wird  $\frac{\alpha}{p}$  abhängig von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  aufgetragen (Abb. 51), so ergibt die Tangente vom Ursprung an die Kurve den höchsten Wert von  $\alpha$ , der bei gegebenem  $\mathcal{E}$  erreichbar ist. Aus der Kurve für Luft z. B. ergibt sich

$$\frac{\alpha_m}{p} = 5,5 \quad \text{und dazu} \quad \frac{\mathcal{E}_0}{p} = 370 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}.$$

<sup>1)</sup> Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 1, S. 198. 1901. — Partzsch, A.: Ann. d. Physik (4) 40, S. 157. 1913.

Setzt man die Gl. (19) als gültig voraus, so folgt für das Maximum von  $\alpha$

$$NV = p N_0 V = \mathfrak{G} \quad \text{und} \quad \alpha_m = \frac{N_0 p}{e},$$

und damit der größte Strom

$$z_m = (nv)_0 e^{\frac{p N_0 \delta}{e}} = (nv)_0 e^{\frac{P}{V e}}$$

und

$$V = \frac{P}{e \ln \left( \frac{z_m}{(nv)_0} \right)}.$$

Durch Messung des Stromes  $(nv)_0$  im höchsten Vakuum, und des maximalen Stromes, der sich bei Druckveränderung erreichen läßt<sup>1)</sup>, können die Werte von  $N$  und  $V$  bestimmt werden.

Dieses Maximum von  $\alpha$  bei einem gewissen Druck, das die Theorie fordert und die Beobachtung ergibt, zeigt sehr deutlich das Zusammenwirken der zwei Effekte, welche die ionisierende Stoßzahl bestimmen. 1. Es wächst mit dem Druck die Stoßzahl zwischen den Elektroden und damit die Häufigkeit des Vorkommens auch außergewöhnlich großer freier Weglängen, was die Ionisierungswirkung erhöhen würde. 2. Die Spannung je freie Weglänge,  $\left(\frac{\mathfrak{G}}{p}\right)$ , nimmt bei gleicher Feldstärke mit steigendem Druck ab, und es ist daher das Vielfache der mittleren freien Weglänge, das mindestens bis zur Erreichung der Ionisierungsgeschwindigkeit zurückgelegt werden muß, mehrfach größer als bei geringerem Druck; die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens dieser verhältnismäßig großen freien Weglängen ist also an sich geringer als für die erforderlichen freien Weglängen bei geringem Druck. Dieser Effekt verringert die Ionisierungswirkung. Bei höheren Drucken überwiegt die zweite Wirkung, da sie als abnehmende Exponentialfunktion des Druckes verläuft [s. Gl. (21)], während die Stoßzahl nur proportional dem Druck wächst. Wir haben also bei gleicher Feldstärke bei hohem Druck eine viel geringere Ionisierungswirkung als bei geringerem. Umgekehrt ist bei sehr kleinen Drucken die geringe ionisierende Wirkung auf die geringe absolute Zahl der Stöße zwischen den Elektroden zurückzuführen, die selbst bei hohen Feldstärken, wo fast alle Stöße ionisierend sind, nur eine geringe ionisierende Wirkung zuläßt.

Analog der Erscheinung des Maximums der Ionisierungszahlen bei einem bestimmten Druck, ist die Erscheinung des Minimums der Durchbruchfeldstärke bzw. der Durchbruchspannung für eine gegebene Schlagweite abhängig vom Druck (Minimumspannung). Die hohe elektrische Festigkeit von Gasen bei sehr hohen und bei sehr ge-

1) Siehe Stoletow, R.: Comptes Rendus 107, S. 91. 1888; Journ. de Phys. 9, S. 468. 1890.

ringen Drucken wäre danach zu deuten, daß einmal die Spannung je mittlere freie Weglänge sehr klein wird und daß im andern Fall die Stoßzahl zwischen den Elektroden zu gering ist.

Auch die Wirkung eines Magnetfeldes im hohen Vakuum läßt sich qualitativ aus diesem Gesichtspunkte verstehen. Durch ein quer zum Hauptfelde liegendes Magnetfeld werden die Bahnen der Elektronen gebogen und dadurch wird die Stoßzahl zwischen den Elektroden vergrößert. Ist die elektrische Feldstärke so groß, daß Ionisierung vorhanden ist, so wird die Zahl der erzeugten Träger vergrößert und die Anfangsspannung wird verringert. Wird das Magnetfeld sehr stark, so werden die Träger zum Teil nach der Ausgangselektrode zurückgebogen, zum Teil aus dem Bereich des elektrischen Feldes entfernt, der Strom wird geringer und die Anfangsspannung erhöht (s. Abschn. 24). Da die Bewegung der Teilchen viel komplizierter ist, als bisher angenommen, ist eine genaue quantitative Analyse noch nicht durchgeführt. Prinzipiell ist die Wirkung eines Magnetfeldes etwa analog einer Druckerhöhung <sup>1)</sup>.

#### 48. Der dunkle Vorstrom und der Druck.

Von Interesse ist noch die Frage der Abhängigkeit des dunklen Vorstromes vor der Entladung von dem Druck, wegen der eventuellen Feldverzerrung vor dem merkbaren Entladungsbeginn. Zur einfacheren Berechnung machen wir die Annahme, daß  $\alpha$  proportional  $\beta$  ist, eine Annahme, die, wie sich zeigen wird, für höhere Drucke und kleinere  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  gültig ist. Damit wird mit  $\alpha = k\beta$  die Gl. (6)

$$z = \frac{s}{q} = \frac{(k-1)e^{\beta(k-1)\delta}}{k - e^{\beta(k-1)\delta}} (nv)_0 \dots \dots \dots (24)$$

und die Bedingung für die selbständige Entladung wird

$$e^{\beta(k-1)\delta} = k \dots \dots \dots (25)$$

oder

$$\beta\delta = \frac{\delta\alpha}{k} = \frac{\ln k}{k-1} = \frac{K}{k} \dots \dots \dots (26)$$

In diesem Fall sagt die Bedingung aus, daß die selbständige Entladung dann eintritt, wenn von jedem Teilchen, das von der positiven bzw. der negativen Elektrode ausgeht, eine ganz bestimmte Zahl neuer, nämlich  $\frac{K}{k}$  bzw.  $K$ , unmittelbar auf seiner Wanderung zur andern Elektrode aus den Gasmolekülen befreit werden muß, unabhängig

1) Siehe Townsend, J. S.: Hb. S. 88; Phil. Mag. (6) 26, S. 730. 1913. Unter 0,1 mm Hg ist  $\alpha$  praktisch proportional dem Druck und unabhängig von  $\mathcal{E}$ , wenn dieses größer ist als 300 Volt/cm. Für jedes  $\mathcal{E}$  existiert ein bestimmter Druck, bei dem  $\alpha$  am größten ist (s. Gl. 23). Für  $\beta$  muß der günstigste Druck ein äußerst geringer sein. Die positiven Teilchen werden wohl auch weniger beeinflusst als die negativen (Elektronen).

vom Gasdruck und Schlagweite. Dabei sind diese Zahlen  $kK$  bzw.  $K$  nur von dem Verhältnis der ionisierenden Wirkungen der beiden Teilchenarten abhängig. Bei Eintritt der Entladung ist also die von einem positiven bzw. negativen Teilchen unmittelbar erzeugte neue Teilchenzahl immer die gleiche, bei höherem und geringerem Druck, bei größeren und geringeren Schlagweiten.

Die Störung des ladungslosen elektrostatischen Feldes wird um so unwahrscheinlicher sein, je rascher der Strom in der Nähe der Anfangsspannung mit der Feldstärke anwächst. Würde er plötzlich von Null auf Unendlich springen, so gälte in vollster Strenge bis zur Anfangsspannung das unverzerrte Feld. Im Moment des Einsetzens der Entladung ist

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \frac{1}{\delta} \ln k = \alpha_0$$

und unmittelbar vorher

$$\alpha = \alpha_0(1 - \varepsilon), \quad d\alpha = -\alpha_0 d\varepsilon,$$

wo  $\varepsilon$  eine kleine Zahl ist. Damit wird

$$e^{\alpha \frac{k-1}{k} \delta} = e^{(1-\varepsilon) \ln k} = k^{1-\varepsilon}.$$

und nach Gl. (24)

$$z = \frac{(k-1)k^{1-\varepsilon}}{k - k^{1-\varepsilon}} = \frac{k-1}{k^\varepsilon - 1} \approx \frac{k-1}{\varepsilon \ln k} \quad \dots \quad (27)$$

also

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{dz}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{k-1}{\ln k} \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{1}{\alpha_0}$$

und

$$\frac{dz}{d\mathfrak{E}} = \frac{dz}{d\alpha} \frac{d\alpha}{d\mathfrak{E}} = \frac{k-1}{\ln k} \frac{1}{\alpha_0} \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}.$$

Wird nun  $\alpha$  in der Nähe von  $\alpha_0$  in der Richtung abnehmender  $\mathfrak{E}$  in eine Reihe entwickelt, so ist

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} \Delta \mathfrak{E} = \alpha_0(1 - \varepsilon).$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\alpha_0} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} \Delta \mathfrak{E}$$

und

$$\frac{dz}{d\mathfrak{E}} = \frac{k-1}{\ln k} \alpha_0 \frac{1}{\frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} (\Delta \mathfrak{E})^2}$$

oder

$$\frac{dz}{d\mathfrak{E}} \Delta \mathfrak{E} = \frac{k}{\delta} \frac{1}{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} \Delta \mathfrak{E}\right)} \quad \dots \quad (28)$$

Wir setzen nun  $\Delta \mathfrak{E} = \varkappa \mathfrak{E}$ , indem wir die Stromänderung in dem Intervall  $\mathfrak{E} - \Delta \mathfrak{E}$  bis  $\mathfrak{E}$  betrachten, dessen Größe der Durchbruchfeldstärke proportional ist, und erhalten dann

$$\varkappa \mathfrak{E} \frac{dz}{d\mathfrak{E}} = \frac{k}{\varkappa \delta} \frac{1}{\mathfrak{E} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}} \dots \dots \dots (29)$$

Die Stromänderung kurz vor Eintritt der selbständigen Entladung ist um so größer, je kleiner  $\mathfrak{E}$  und  $\frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}$  sind. Da  $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$  vorausgesetzt ist, ist

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}\right)_p = \frac{d\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{d\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)},$$

kann also unmittelbar aus der Kurve entnommen werden, die  $\frac{\alpha}{p}$  abhängig von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  darstellt. Um das Anwachsen für verschiedene Drucke  $p$  zu vergleichen, berücksichtigen wir, daß beim Eintritt der Entladung

$$\alpha \delta = kK,$$

also

$$\frac{\alpha}{p} = \frac{1}{p} \left(\frac{kK}{\delta}\right) = \frac{\text{konst.}}{p}$$

ist. Um die  $\frac{\alpha}{p}$  bei Eintritt der Entladung zu vergleichen, haben wir jeweils die Ordinaten der Kurve Abb. 49 mit dem reziproken Druckverhältnis multipliziert zu vergleichen. Soll das Anwachsen der Ströme bei zwei verschiedenen Drucken gleich stark erfolgen, so muß

$$\mathfrak{E} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} = p \left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right) \frac{d\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{d\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)} \dots \dots \dots (30)$$

in beiden Fällen gleichgroß sein. In Abb. 49 ist ein beliebiger Verlauf von  $\frac{\alpha}{p}$  als  $f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$  angenommen. Beim Drucke  $p_1$  sei im Punkte  $A$  die Entladung erreicht. Dann tritt sie beim halben Druck  $p_2 = \frac{p_1}{2}$  im Punkte  $B$  ein. Man sieht, wie mit abnehmendem Druck  $\frac{\alpha}{p}$  und  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  zunimmt und umgekehrt. Damit  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  konstant bleibt, d. h. die Anfangs-

spannung proportional dem Druck wächst, müßte  $\frac{\alpha}{p}$  sehr rasch mit

$\frac{\mathfrak{E}}{p}$  wachsen. Die Größen

$$\frac{\mathfrak{E}}{p} \frac{d\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{d\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)}$$

sind für die Drucke  $p_1$  und  $p_2$  durch die Strecken  $HD$  und  $CE$  dargestellt.

Wird das Dreieck  $BCE$  im Verhältnis  $\frac{p_2}{p_1} \left( = \frac{OH}{OC} \right)$  verändert, indem  $B$  mit dem Ursprung verbunden wird und durch den Schnittpunkt  $F$  mit  $AH$  eine Parallele  $FG$  zu  $BE$  gezogen wird, so verhalten sich die Strecken  $HD$  und  $HG$  wie

$$\frac{HD}{HG} = \frac{\mathfrak{E}_1 \frac{d\left(\frac{\alpha}{p}\right)_1}{d\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)_1}}{\mathfrak{E}_2 \frac{d\left(\frac{\alpha}{p}\right)_2}{d\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)_2}}$$

also wie die gesuchten  $\mathfrak{E} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}$  für die beiden Drucke. Man sieht, daß für den geringeren Druck  $\mathfrak{E} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}$  kleiner ist, der Stromanstieg unmittelbar vor der Entladespannung viel rascher erfolgt, als beim doppelten Druck. Bei dem Charakter der  $\frac{\alpha}{p}$ -Kurve wird man also im

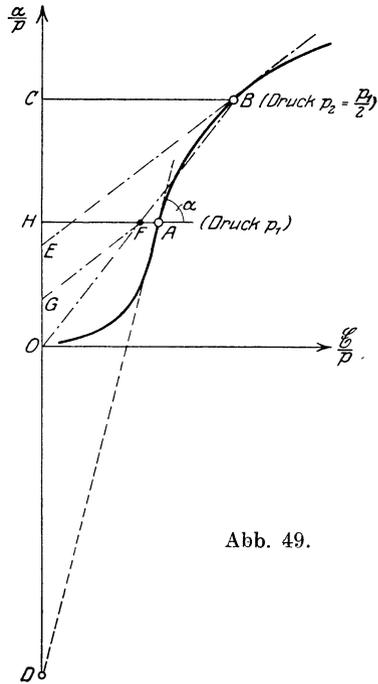


Abb. 49.

allgemeinen annehmen dürfen, daß der Strom in der Nähe der selbständigen Entladung um so langsamer ansteigt, je höher der Druck ist<sup>1)</sup>. Es führt das zur Vorstellung eines Stromverlaufs, wie er in

1) Auch für den Teil von  $\frac{\alpha}{p}$  für kleine  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ , der sich durch eine allgemeine Parabel approximieren läßt, ergibt die Rechnung, daß  $\mathfrak{E} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}}$  um so größer ist, je größer der Druck ist.

Abb. 50 angedeutet ist, so daß bei hohen Drucken, bei genügender Fremdionisierung, die Möglichkeit vorliegt, daß schon vor der Entladung die Stromdichte so groß wird (auch bei ebenen Elektroden, bei Spitzen kann die Erscheinung infolge des Zusammendrängens der Stromlinien schon viel früher stattfinden), daß merkliche Feldverzerrungen entstehen, welche die Anfangsspannung herabsetzen. Vielleicht sind auf diese Erscheinungen die Abweichungen vom Paschenschen Gesetz mit zurückzuführen, die man bei hohen Drucken beobachtet hat (s. Abschn. 22).

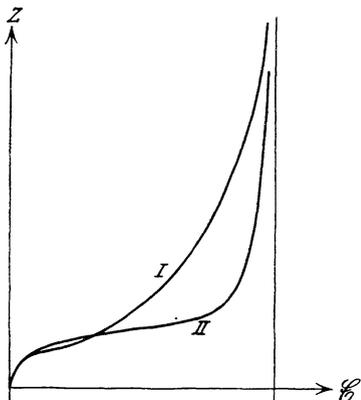


Abb. 50. Verlauf des dunklen Vorstromes bei hohen (I) und geringeren (II) Drucken.

Wenn diese Überlegungen zutreffen, müßte eine Funkenstrecke bei hohem Drucke hinsichtlich Fremdionisierung viel empfindlicher sein als bei geringen, und durch geeignete Beeinflussung müßte sich die Anfangsspannung innerhalb gewisser Grenzen regeln lassen. Genau dieselben Abhängigkeiten ergeben sich für die Schlagweite  $\delta$  bei konstantem Druck, da

$$\alpha U \frac{dz}{dU} = \frac{k}{\alpha} \frac{1}{\delta U} \frac{\partial \alpha}{\partial U} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{kK}{\delta} = \frac{\text{konst.}}{\delta}.$$

Je größer die Schlagweite und je kleiner die Durchbruchfeldstärke ist, desto langsamer steigt der Strom an, und die stärksten Abweichungen vom Paschenschen Gesetz wären danach bei hohen Drucken und großen Schlagweiten zu erwarten. In der Tat zeigen sie sich besonders wohl bei hohen Drucken, aber kleinen Schlagweiten [C. E. Guye, Abschnitt 22], so daß hier noch andere Gründe mitspielen.

#### 49. Werte der Konstanten in verdünnten Gasen.

Nach Strom-Spannungskurven bei geringen Drucken ergeben sich folgende Werte von  $\frac{\alpha}{p}$ , abhängig von  $\frac{U}{p}$  [s. a. Townsend, J. S., Hb. S. 247<sup>1)</sup>] bei Drucken von etwa 1 bis 30 mm Hg:

1) Originalmessungen s. Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 3, S. 557. 1902; (6) 5, S. 389. 1903; (6) 6, S. 598. 1903; (6) 8, S. 738. 1904. — Hurst, H. E.: Phil. Mag. (6) 11, S. 535. 1906. — Gill, E. W. B. und Pidduck, F. B.: Phil. Mag. (6) 16, S. 280. 1908; (6) 23, S. 837. 1912. Das Elektrodenmetall spielt wenigstens bei trockener Luft keine Rolle (Gill, E. W. B.: Phil. Mag. (6) 42, S. 852. 1921). Kupfer- und Zinkelektroden geben trotz des sehr großen Unter-

$\frac{\mathcal{E}}{p}$ Volt cm · mm Hg	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100
Luft	10,5	10,0	9,3	8,7	7,9	7,0	5,82	4,4	2,6	0,72
HCl-Dampf	15,4	14,8	14,0	13,0	11,9	10,5	8,9	6,8	4,1	1,21
CO <sub>2</sub>	12,6	11,9	11,0	10,3	9,1	7,8	6,4	4,8	2,8	0,82
H <sub>2</sub> O-Dampf	9,7	9,4	9,0	8,5	7,95	7,2	6,35	5,2	3,6	1,31
N <sub>2</sub>					7,0	6,2	5,2	3,95	2,3	0,42
H <sub>2</sub>					—	—	3,7	3,3	2,62	1,36
Ar					9,2	8,5	7,5	6,2	4,4	2,0
He					—	—	—	—	2,37	2,0

Die Werte  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  sind alle viel größer als die, welche bei Atmosphärendruck vorkommen. 30 kV/cm bei 760 mm Hg entsprechen z. B.  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 39,5$  Volt/cm · mm Hg.

Kleinere Werte von  $\frac{\alpha}{p}$  hat F. W. Wheatley<sup>1)</sup> gemessen bei Drucken von 4 bis 9 mm Hg. Für Luft findet er in guter Übereinstimmung mit Townsend:

$\frac{\mathcal{E}}{p}$ Volt cm · mm Hg	100	90	80	70	60	50	40
$\frac{\alpha}{p}$ (Townsend)	0,72	0,51	0,36	0,22	0,11	0,055	0,019 <sup>2)</sup>
$\frac{\alpha}{p}$ (Wheatley)	0,733	0,495	0,332	0,212	0,118		

Für  $\frac{\mathcal{E}}{p} < 40$  waren wegen der relativ großen Beobachtungsfehler keine brauchbaren Werte von  $\frac{\alpha}{p}$  mehr zu messen.

Merkbarer Beginn der Stoßionisierung trat ein

	bei $\frac{\mathcal{E}}{p}$	$\mathcal{E}$ entsprechend bei 760 mm Hg
in Luft	≈ 40 bis 50	30,4 bis 38 kV/cm
H <sub>2</sub>	18 „ 20	13,7 „ 15,2 „
CO <sub>2</sub> <sup>3)</sup>	30 „ 36	22,8 „ 27,4 „

In Abb. 51 a und b sind die Werte von  $\frac{\alpha}{p}$  dargestellt.

chiedes der photoelektrischen Empfindlichkeit die gleichen Werte für  $\alpha$ , so daß die Ionisierung wirklich durch Stoß auf die Gasmoleküle zustande kommt und nicht durch eine Lichtwirkung der gestoßenen Moleküle (s. S. 157) auf die Elektroden.

1) Phil. Mag. (6) 26, S. 1034. 1913.

2) Nach Townsend, Phil. Mag. (6) 27. 1914.

3) S. a. Partzsch, A.: Ann. d. Physik 4. 44. 556. 1914.

Die aus den Kurven für  $\alpha$  ermittelten Werte von  $N$ ,  $V$  und  $NV$  sind in folgender Tabelle zusammengestellt (s. a. Hb. S. 259):

	$N_0$ bei 1 mm Hg $\text{cm}^{-1}$	$V$ Volt	$N_0 V$ Volt·cm $^{-1}$	$NV$ kV·cm $^{-1}$ bei 760 mm Hg
Luft	14,6	25	365	278
N <sub>2</sub>	12,4	27,6	342	260
H <sub>2</sub>	5,0	26	130	99
CO <sub>2</sub>	20,0	23,3	466	354
HCl	22,2	16,5	366	278
H <sub>2</sub> O	12,9	22,4	289	220
Ar	13,6	17,3	235	179
He	2,8	12,3	34,4	26,2

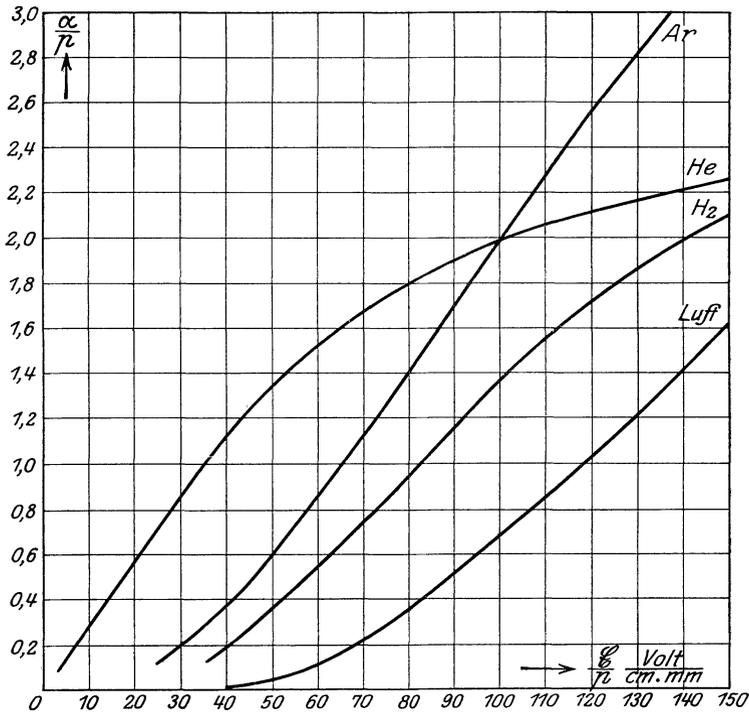


Abb. 51 a. Ionisierungszahl für das negative Teilchen, abhängig von der Feldstärke nach J. S. Townsend und seinen Schülern.

Die Formel  $\left(\frac{\alpha}{p}\right) = N_0 e^{-\frac{N_0 V}{\left(\frac{E}{p}\right)}}$  ist in Übereinstimmung mit den gemessenen Werten von  $\frac{\alpha}{p}$  für Feldstärken, die größer sind als etwa

$\frac{\mathcal{E}}{p} = 300$  (bei 760 mm Hg also 228 kV/cm) bis  $\frac{\mathcal{E}}{p} \approx 1000$  (bei 760 mm Hg 760 kV/cm). Für größere  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  war  $\frac{\alpha}{p}$  wegen des störenden Einflusses der positiven Ionisierung nicht mehr genau genug zu messen. Bei sehr kleinen Schlagweiten und geringen Drucken, wo sehr hohe  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  erreicht werden, sind die Voraussetzungen der Gl. (21) nicht mehr vollständig genug erfüllt. Die Werte von  $V$  sind größer, bzw. bei Helium geringer, als die direkt gemessenen Mindestwerte der Ionisierungsspannung freier Elektronen (s. Abschnitt 56), die Werte von  $N$  geringer als nach den gaskinetischen Bestimmungen. Da wir es bei den hohen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  sehr wahrscheinlich (s. Abschn. 50, S. 137) überwiegend mit freien Elektronen zu tun haben, sind die Abweichungen auf die nicht genügende Kenntnis und Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsfunktion  $w$  (S. 113) zurückzuführen (s.a. Abschn. 56 u. 58).

Messungen in Luft und Wasserdampf hat auch B. Bianu<sup>1)</sup> ausgeführt und er findet ebenfalls, daß die Übereinstimmung der berechneten  $\frac{\alpha}{p}$  mit den beobachteten mit abnehmendem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  abnimmt, besonders bei Wasserdampf (wo allerdings bei den verschiedenen Drucken auch mit verschiedenen Temperaturen gearbeitet wurde).

Daß die Formel im Gebiet hoher  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  den Beobachtungen gerecht

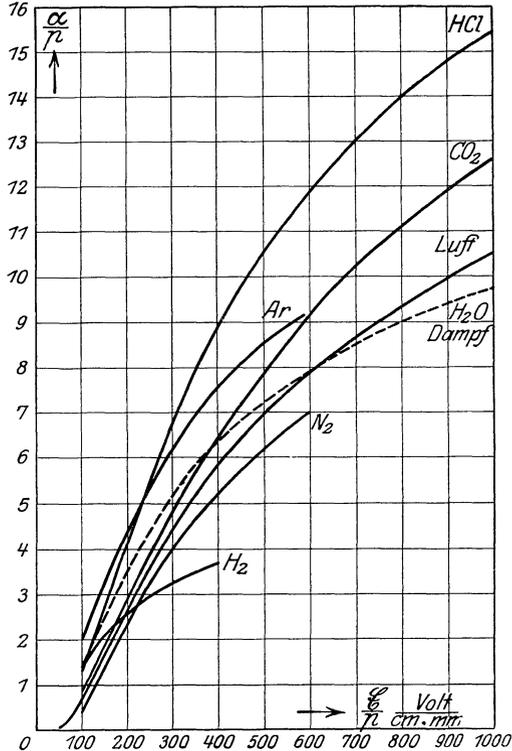


Abb. 51 b. Ionisierungszahl für das negative Teilchen, abhängig von der Feldstärke nach J. S. Townsend und seinen Schülern.

obachteten mit abnehmendem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  abnimmt, besonders bei Wasserdampf (wo allerdings bei den verschiedenen Drucken auch mit verschiedenen Temperaturen gearbeitet wurde).

Daß die Formel im Gebiet hoher  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  den Beobachtungen gerecht

1) Le Radium 11; S. 195. 1919.

wird, liegt darin, daß bei großen Werten der Spannung je mittlere freie Weglänge ein großer Prozentsatz aller Wege zur Ionisierungsgeschwindigkeit führt und daß das bewegte Teilchen seine Energie am Ende des freien Weges zur Ionisierung des getroffenen Moleküls abgibt, seinen folgenden freien Weg also mit geringer Geschwindigkeit beginnt, wie es die Gleichungen voraussetzen. Außerdem ist die Geschwindigkeit in Feldrichtung groß gegen die ungeordnete Molekulargeschwindigkeit, wenn statistisches Gleichgewicht zwischen Gas und Trägern herrscht (s. S. 112), so daß die Stoßzahl je cm Verschiebung in Feldrichtung gleich der reziproken mittleren freien Weglänge gesetzt werden darf. Bei geringen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  treffen beide Annahmen nicht mehr zu. Townsend nimmt an, daß bei diesen hohen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  die negativen Träger sich im Elektronenzustand befinden, während P. Lenard auf ein Gemisch von Elektronen und negativ geladenen Molekülen schließt. Der Wert von  $\frac{\alpha}{p}$  ergab sich in dem ganzen untersuchten Bereich sehr genau als Funktion von  $\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right)$ . Für alle untersuchten Gase war die Stromgleichung  $z = n_0 e^{\alpha d}$  im Gebiet geringerer Feldstärken für verschiedene Drucke und Plattenabstände, wo die positive Ionisierung noch nicht in Erscheinung tritt, sehr vollkommen erfüllt, sowohl bei ultravioletter Ionisierung der Elektroden, als auch durch Volumionisierung des Gases durch Röntgenstrahlen, so daß den durch ultraviolettes Licht, mit Röntgenstrahlen und den durch Stoß befreiten negativen Trägern im Mittel die gleichen Eigenschaften zugeschrieben werden müssen und dieses gleiche Verhalten auch durch verhältnismäßig lange Wanderungen durch Gasschichten mit vielen Stößen erhalten bleibt. Die Teilchen müssen also bald nach ihrer Befreiung ihren Gleichgewichtszustand erreichen und diesen bei ihrer Wanderung beibehalten. Oder wenn während der Bewegung sich wiederholende Änderungen im Bewegungszustand oder der materiellen Beschaffenheit (z. B. periodenweise freies und an ein Molekül angelagertes Elektron) auftreten, so müssen diese Perioden klein sein gegenüber der gesamten Wanderungszeit zwischen den Elektroden (in dem untersuchten Gebiet von  $\approx 1$  bis 30 mm Hg Druck und Schlagweiten von  $\approx 0,1$  bis 1 cm). Bei den großen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  im Gebiet der Stoßionisierung zeigte sich der Einfluß von Verunreinigungen auf die Größe von  $\alpha$  und die Höhe der Anfangsspannung sehr unbedeutend, während bei kleinen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  deren Einfluß auf die Geschwindigkeit in Feldrichtung ein sehr bedeutender ist (z. B. Wasserdampf in Luft). In Übereinstimmung damit steht die Tatsache, daß auch bei normalen Drucken kein Einfluß der Feuchtigkeit auf die Anfangsspan-

nung nachgewiesen werden konnte. Nur bei sehr geringen Feuchtigkeitsgraden und geringen Drucken scheint ein solcher vorzuliegen (s. S. 19). Auch in Ar und  $N_2$  fanden sich nur geringe Unterschiede der Anfangsspannung durch geringen  $O_2$ -Zusatz<sup>1)</sup>. Nur bei He fanden sich sehr große Unterschiede, die Townsend besonders auf die positiven Träger zurückführt. Die Edelgase scheinen sich jedoch im Prinzip nicht nach den bisherigen Gesichtspunkten beurteilen zu lassen (s. Abschnitt 54).

Für kleinere Werte von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , 40 bis 440, gibt P. J. Kirkby<sup>2)</sup> als Näherungsformel

$$\frac{\alpha}{p} = 20 e^{-220 \frac{p}{\mathcal{E}}}.$$

Um die Kurve für einen größeren Bereich darzustellen, nimmt Townsend 1903<sup>3)</sup> drei Gruppen in den Ionisierungsgeschwindigkeiten an mit verschiedener Häufigkeit der ionisierenden Stöße und gelangt mit der Annahme einer mittleren Stoßzahl  $N_0 = 15,2 \text{ cm}^{-1}$  bei 1 mm Hg zu der Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{p} = 0,118 N_0 \left( e^{-\frac{10 N_0 p}{\mathcal{E}}} - e^{-\frac{30 N_0 p}{\mathcal{E}}} \right) + 0,349 N_0 \left( e^{-\frac{20 N_0 p}{\mathcal{E}}} - e^{-\frac{30 N_0 p}{\mathcal{E}}} \right) \\ + N_0 e^{-\frac{30 N_0 p}{\mathcal{E}}}. \end{aligned}$$

Wenn also bei Stößen mit über 30 Volt Geschwindigkeit jeder Stoß als ionisierend angenommen wird, so wirken zwischen 20 und 30 Volt 35<sup>0</sup>/<sub>0</sub> und zwischen 10 und 20 Volt nur 11,8<sup>0</sup>/<sub>0</sub> ionisierend. Die Ausbeute an ionisierenden Stößen nimmt mit der Teilchengeschwindigkeit stark zu.

N. Campbell<sup>4)</sup> bringt eine Korrektur an den Townsendschen Wahrscheinlichkeitsüberlegungen an, die nur im Gebiet kleinster Drucke und geringster Abstände zur Wirkung kommt, wo nur wenige freie Weglängen zwischen den Elektroden zurückgelegt werden. Er rechnet aus den Townsendschen Versuchen statt der Townsendschen Werte

$$N_0 = 14,6 \text{ cm}^{-1}, \quad V = 25,0 \text{ Volt},$$

die neuen Werte

$$N_0 = 17,93 \text{ "}, \quad V = 19,00 \text{ "}$$

Zugleich prüft er eine ältere Annahme von J. J. Thomson, nach welcher ein entstandener Träger sich nach kurzer Zeit mit

1) Es fragt sich allerdings, ob bei diesen Versuchen die Gase genügend rein waren, denn Strutt z. B. (s. S. 52) findet bei  $N_2$  einen sehr großen Einfluß von Verunreinigungen.

2) Phil. Mag. (6) 3, S. 212. 1902.

3) Phil. Mag. (6) 5, S. 389. 1903.

4) Phil. Mag. (6) 23, S. 400. 1912.

derartigen Massen beladen sollte, daß er für weitere Ionisierung nicht in Betracht käme, findet sie aber durch den Versuch nicht bestätigt. In einer zweiten Arbeit<sup>1)</sup>, bei der durch Polonium Volum- und Oberflächenionisation erzeugt wird, berechnet er

$$N_0 = 12,1, \quad V = 20,75 \text{ Volt.}$$

A. Partzsch<sup>2)</sup> bestimmt die Werte von  $N_0$  und  $V$  nach dem Stoletoweffekt<sup>3)</sup>. Er bringt eine

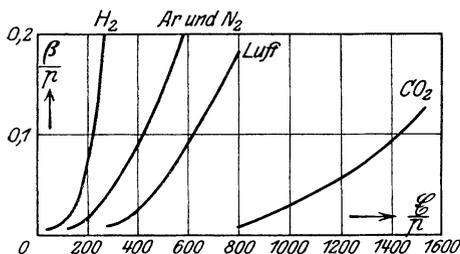


Abb. 52. Ionisierungszahl für das positive Teilchen  $\beta/p$ , abhängig von  $\mathcal{E}$  nach J. S. Townsend und seinen Schülern.

Er bringt eine Korrektur an den Townsendschen Formeln an, indem er berücksichtigt daß die Träger von der negativen Elektrode aus erst eine bestimmte Strecke zurücklegen müssen, ehe sie das erste Mal ionisieren, so daß statt des Plattenabstandes ein etwas kleinerer Wert einzuführen ist. Auch diese Korrektur spielt nur dann

eine Rolle, wenn der Elektrodenabstand nur wenige freie Weglängen beträgt.

Partzsch findet für Luft  $V = 25,0$  bis  $28,3$  Volt,  $V_{\text{mittel}} = 27,1$  Volt  $N_0 V_{\text{mittel}} = 340 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$  [Townsend  $365 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ , Stoletow  $372 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ ],  $N_0 = 12,6 \text{ cm}^{-1}$ . Er stellt auch fest, daß die

Formel  $\frac{\alpha}{p} = N e^{-\frac{N V}{\mathcal{E}}}$  nicht den ganzen Meßbereich beherrscht, sondern

daß für kleine  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (höhere Drucke) größere Werte auftreten, als der Formel entsprechen. Diese Abweichungen findet er besonders bei den elektronegativen Gasen ( $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{HCl}$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ), während sie sich  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$  und Luft gut anpaßt.

Abb. 52 zeigt die Werte von  $\frac{\beta}{p}$  abhängig von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (nach Townsend, Hb. S. 281), die gegenüber den  $\frac{\alpha}{p}$  außerordentlich klein sind. Die Werte sind auch aus Stromspannungskurven in der Nähe der Anfangsspannung abgeleitet<sup>4)</sup>. Eine merkbare positive Ionisierung

1) Phil. Mag. (6) 23, S. 462. 1912. — 2) Ann. d. Physik (4) 40, S. 157. 1913. — 3) S. S. 116. — 4) Über eigentümliche partielle Vorentladungen vor Erreichen des vollkommenen Durchbruchs mit ebenen Messingelektroden mit Ra-Salz zur Ionisierung auf den Platten, veranlaßt durch elektrische Doppelschichten, s. E. Reicke: Ann. d. Phys. (4) 52, S. 109. 1917.

setzt erst bei Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ein, wo die negativen Teilchen schon längst ionisieren. Mit der Annahme, daß der mittlere freie Weg des positiven Trägers  $\frac{1}{4}$  von dem des negativen ist, rechnet Townsend<sup>1)</sup> in Luft bei 1 mm Hg und  $\mathcal{E} = 700$  Volt/cm eine Ionisierungsspannung von mindestens 70 Volt aus (in  $H_2$  20 bis 30 Volt). H. E. Hurst<sup>2)</sup> findet, daß  $\beta$  sich nicht in der einfachen Form  $M e^{-\frac{M U}{\mathcal{E}}}$  darstellen lasse, ähnlich wie das auch für das negative Teilchen bei geringen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  gilt. Das Verhältnis der ionisierenden Wirkungen positiver und negativer Teilchen kehrt sich bei sehr hohen Geschwindigkeiten um, da z. B. beim Radium die positiven  $\alpha$ -Strahlen eine vielmals stärkere ionisierende Wirkung haben als die negativen  $\beta$ -Strahlen. Die Wirkung von Verunreinigungen in He z. B. durch Luft zeigte sich besonders in einer Verkleinerung von  $\beta$ , es ergab sich z. B. bei  $\mathcal{E} = 200$  Volt/cm und 5 mm Druck:

	$\alpha$	$\beta$	Schlagweite cm
Reines He	5,4	0,082	0,78
mit 0,25% Luft	5,1	0,069	0,85
" 0,75% "	5,0	0,051	0,93

### 50. Einfluß der Maxwell'schen Geschwindigkeit auf die Ionisierungszahlen.

Die in den Gl. (19) und (20) dargestellte Abhängigkeit der Ionisierungszahl von der Feldstärke trifft aus den auf S. 126 auseinandergesetzten Gründen nur für hohe Werte von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  zu. Bei kleinen Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , wie sie besonders für die Entladungen bei hohen Drucken in Frage kommen, treten andere Verhältnisse ein. Zunächst gilt die Annahme des unelastischen Stoßes für kleinere Trägergeschwindigkeiten nicht, sondern die Stöße sind zum Teil vollkommen, zum Teil halbelastisch. Ein Träger beginnt seinen mittleren freien Weg nicht immer mit einer sehr geringen Geschwindigkeit, die Bewegungsenergie wird nicht bei jedem Stoß vollkommen vernichtet, sondern sie kann sich über eine Reihe von Stößen anhäufen, bis schließlich der mittlere Verlust bei einem Stoß dem Gewinn bei der vorhergehenden freien Weglänge oder einer Reihe solcher vorhergehenden Weglängen das Gleichgewicht hält. Die Folge davon ist, daß bei der Bewegung in einem elektrischen Feld kein statistisches Gleichgewicht der ungeordneten Molekulargeschwindigkeiten von Elektrizitätsträger

1) Phil. Mag. (6) 6, S. 598. 1903. — 2) Phil. Mag. (6) 8, S. 738. 1904.

und Gas zu herrschen braucht, sondern daß die je mittlere freie Weglänge durch die Bewegung im Felde gewonnene Energie sich durch die Stöße in ungeordnete Wärmebewegung umwandelt, die zum Teil den Gasmolekülen mitgeteilt wird. Man hätte also als Nebenwirkung einen Erwärmungsprozeß des Gases mittels der bewegten Träger, die ihrerseits Energie von Seiten des elektrischen Feldes empfangen, das Gas erwärmen und selbst daher eine höhere Temperatur, d. i. größere ungeordnete molekulare Energie als das Gas haben müssen. Nur ein relativ geringer Bruchteil der aufgenommenen Energie setzt sich in Ionisierungsarbeit und zum Teil in Lichtenergie um.

Bewegt sich ein Teilchen um die Weglänge  $\lambda$  mit dem Winkel  $\varphi$  gegen die Feldrichtung, so ist sein Geschwindigkeitszuwachs in der Feldrichtung

beim freien Fall um die Strecke  $\lambda \cos \varphi$  gleich  $v = \sqrt{2 \frac{e \mathcal{E}}{m} \lambda \cos \varphi}$ .

Sieht man alle Richtungen der Bewegung als gleichwahrscheinlich an und nimmt die Clausiussche Weglängenverteilung als gültig an, so ergibt sich im Mittel für alle Richtungen und Weglängen als mittlerer Geschwindigkeitszuwachs in Feldrichtung

$$v^2 = 2 \frac{\mathcal{E} e}{m} \lambda_m.$$

Ist nun die ungeordnete Geschwindigkeit der Bewegung etwa  $v_0$ , für die wir auch alle Richtungen als gleichwahrscheinlich annehmen, so ist im Mittel die gesamte Geschwindigkeit am Ende der freien Weglänge

$$\sqrt{v_0^2 + 2 \frac{\mathcal{E} e}{m} \lambda_m \cdot 1)}$$

Haben wir es z. B. mit Elektronen zu tun, die elastisch gegen Moleküle mit viel größerer Masse stoßen, so ist diese Geschwindigkeit zugleich die Anfangsgeschwindigkeit der nächsten Weglänge, die wir auch in erster Annäherung als gleichwahrscheinlich nach allen Richtungen ansehen. Nach  $\rho - 1$  elastischen Stößen ist die ungeordnete Geschwindigkeit im Mittel auf

$$\sqrt{v_0^2 + \rho \frac{\mathcal{E} e}{m} \lambda_m}$$

gestiegen und kann, wenn etwa  $v_0$  die Geschwindigkeit des thermischen Gleichgewichts bedeutet, ganz bedeutend über  $v_0$  angewachsen sein<sup>2)</sup>. Die mittlere ungeordnete Geschwindigkeit eines Trägers kann also bei elastischem oder nicht völlig unelastischem Stoß so ansteigen, daß bei den größeren Geschwindigkeiten der ungeordneten Geschwindigkeitsverteilung Stoßionisierung eintritt, also unter Verhältnissen, wo die geordnete Geschwindigkeit in Feldrichtung nicht

1) S. z. B. Maxwell, J. C.: Phil. Mag. (4) 19. S. 22. 1860. Die Zusammensetzung ungeordneter Geschwindigkeiten und ungeordneter mit geordneten erfolgt im Mittel quadratisch. S. a. Townsend, J. S.: Hb. S. 256.

2) S. a. Lenard, P.: Heidelb. Berichte, 17. Abh., S. 58. 1914.

groß zu sein braucht gegen die molekulare ungeordnete. Mit der Annahme, daß auch für diese das statistische Gleichgewicht überschreitenden Geschwindigkeiten die Maxwell'sche Verteilung gilt, hat Townsend 1914<sup>1)</sup> eine andere Berechnung der Ionisierungszahlen aufgestellt. Bei diesem Bewegungszustand, wo die Molekulargeschwindigkeit  $c$  durchaus nicht mehr klein gegen die Feldgeschwindigkeit  $U$  ist, ist die Zahl der Stöße bei einer Verschiebung um die Längeneinheit in Feldrichtung keineswegs mehr  $\frac{1}{\lambda_m}$ , da ein Teilchen einen von der Geraden stark abweichenden Zickzackweg beschreibt. Mit der Annahme, daß  $c > U$  ist, hat Townsend<sup>2)</sup> den „Umfangfaktor“<sup>3)</sup> berechnet. Wenn ein Teilchen auf seiner freien Weglänge infolge des Feldes eine Geschwindigkeit in Feldrichtung erlangt, so verliert es den Impuls in Feldrichtung durch den Stoß nicht vollständig, sondern es bleibt nach dem Stoß ein gewisser Impuls in Feldrichtung übrig, wenn man das Mittel aus sämtlichen möglichen Stoßrichtungen in Betracht zieht<sup>4)</sup>. Findet etwa ein Stoß mit der mittleren ungeordneten Geschwindigkeit  $c$  nach Durchlaufen einer Weglänge  $\lambda$  in der Zeit  $\tau = \frac{\lambda}{c}$  statt, so bewegt sich das Teilchen nach dem Stoß noch im Mittel um die Strecke  $v$  in der alten Richtung weiter fort, in der Feldrichtung  $x$  also um die Strecke  $v \frac{u}{c}$ , wenn  $u$  die  $x$  Komponente von  $c$  ist. Zieht man wieder Stöße aller Richtungen in Betracht, so ist diese mittlere  $x$  Komponente der Molekulargeschwindigkeit  $c$  gleich der durch das Feld erworbenen Geschwindigkeit, also  $u = \frac{e \mathcal{E}}{m} \tau$ . Während der Stoßzeit  $\tau$  selbst verschiebt sich das Teilchen um  $\frac{1}{2} \frac{e \mathcal{E}}{m} \tau^2$  in Feldrichtung. Der Einfluß des Feldes während der Stoßzeit  $\tau$  ist also eine resultierende Verschiebung

$$\frac{1}{2} \frac{e \mathcal{E}}{m} \tau^2 + v \frac{e \mathcal{E} \tau}{m c} = \frac{\frac{1}{2} \frac{e \mathcal{E}}{m} \lambda^2 + v \frac{e \mathcal{E}}{m} \lambda}{c^2}$$

in Feldrichtung.

1) Phil. Mag. (6) 27, S. 269. 1914.

2) Proc. Roy. Soc. 86, S. 123, 197. 1912; Hb. S. 73, 80.

3) S. a. Lenard, P.: Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, S. 215. 233.

4) S. z. B. Lenard, P.: Ann. d. Physik 3, S. 312. 1900. Besitzt ein Elektron mit der Masse  $m$  vor dem Stoß die Geschwindigkeit  $v_1$  in Feldrichtung, so ist seine Geschwindigkeit in Feldrichtung  $v$  nach dem elastischen Stoß, wenn man das Mittel über alle gleichberechtigten Stoßkombinationen nimmt, gleich

$$v = \frac{m}{m + M} v_1.$$

Als Mittelwert der Geschwindigkeit aller elastischen Stöße erscheint die Geschwindigkeit des unelastischen Stoßes.

Betrachtet man eine große Zahl von Stößen, so wird im Mittel nach  $\rho$  Stößen in der Zeit  $\tau_t = \frac{n \lambda_m}{c}$  in der Feldrichtung eine Strecke

$$S = \frac{e \mathcal{E}}{m c^2} \left\{ \frac{1}{2} [\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots] + \nu [\lambda_1 + \lambda_2 + \dots] \right\}$$

durchlaufen, wobei im Mittel die gleiche ungeordnete Geschwindigkeit  $c$  angenommen ist. Da nun entsprechend S. 108

$$\Sigma \lambda^2 = 2 n \lambda_m^2, \quad \Sigma \lambda = n \lambda_m$$

ist, wird

$$S = \frac{e \mathcal{E}}{m c^2} n \lambda_m [\lambda_m + \nu] = U \tau_t,$$

wo  $U$  die Geschwindigkeit in Richtung des Feldes bedeutet. Also wird

$$U = \frac{e \mathcal{E}}{m} \frac{\lambda_m + \nu}{c}, \quad \dots \dots \dots (31)$$

wo unter  $c$  die mittlere thermische Geschwindigkeit ( $c_{\text{eff}}$ , S. 107) zu verstehen ist.  $\nu$  ist von der Natur des Stoßes und den Massen der stoßenden Körper abhängig<sup>1)</sup>. Wenn sich nun der Träger um die Strecke  $S$  in Feldrichtung verschoben hat, hat er  $n$  Stöße, d. h. im ganzen den Weg  $n \lambda_m$  zurückgelegt, so daß das Verhältnis beider Strecken, der Umwegfaktor, sich zu

$$\frac{n \lambda_m}{S} = \frac{c_{\text{eff}}}{U}$$

als das Verhältnis von mittlerer ungeordneter zur geordneten Geschwindigkeit ergibt.

Verschiebt sich ein Träger um 1 cm in Feldrichtung, so ist seine gesamte Stoßzahl  $\frac{1}{\lambda_m} \frac{c_{\text{eff}}}{U}$ . Sind darunter  $\alpha$  ionisierende Stöße, so ist

$\alpha \frac{\lambda_m U}{c_{\text{eff}}}$  das Verhältnis der ionisierenden zu den gesamten Stößen. Dieses

Verhältnis läßt sich auch aus der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung bestimmen. Tritt die Geschwindigkeit  $c$  mit der relativen Häufigkeit  $Wdc$  [Gl. (8)] auf, so legt ein Träger in der Zeiteinheit den Weg  $c Wdc$  mit dieser Geschwindigkeit zurück, und wenn der mittlere freie Weg von der Größe  $\lambda_m$  ist, finden in der Zeiteinheit  $\frac{c Wdc}{\lambda_m}$

<sup>1)</sup> Über die feinere Berechnung der Wanderungsgeschwindigkeit mit Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Geschwindigkeiten. L. E. N. A. R. D., P.: Ann. d. Phys. 3, S. 312. 1900; 40, S. 393. 1913; 41, S. 53. 1913; 60, S. 329. 1920; 61, S. 665. 1920. Für elastischen Stoß wäre  $\nu = \lambda_m 2 \frac{m}{M}$  zu setzen. S. a. Hertz, G.: Verh. D. Phys. Ges. 1917, S. 273.

Stöße mit der Geschwindigkeit  $c$  statt<sup>1)</sup>. Existiert eine bestimmte Wahrscheinlichkeit  $w$  bei der Geschwindigkeit  $c$  zu ionisieren, so geschehen  $w \frac{c W dc}{\lambda_m}$  Ionisationen der Geschwindigkeit  $c$ . Die Gesamtzahl aller Ionisationen ist

$$N_I = \int_{c_0}^{\infty} w \frac{c W dc}{\lambda_m}$$

und die Gesamtzahl aller Stöße

$$N = \int_0^{\infty} \frac{c W dc}{\lambda_m}.$$

Da nun nach Gl. (8)

$$W dc = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{c^2}{c_w^3} e^{-\frac{c^2}{c_w^2}} dc.$$

ist, und wenn nun wieder für  $c < c_0$ ,  $w = 0$  und für  $c > c_0$ ,  $w = 1$  gesetzt wird, so ergibt sich

$$\frac{N_I}{N} = e^{-\frac{c_0^2}{c_w^2}} \left( 1 + \frac{c_0^2}{c_w^2} \right) = \alpha \frac{\lambda_m U}{c_{\text{eff}}}.$$

Da nun nach Gl. (10)

$$c_w^2 = \frac{2}{3} c_{\text{eff}}^2,$$

ergibt sich schließlich

$$\alpha = \frac{c_{\text{eff}}}{U} \frac{1}{\lambda_m} e^{-\frac{3}{2} \frac{c_0^2}{c_{\text{eff}}^2}} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{c_0^2}{c_{\text{eff}}^2} \right) \dots \dots \dots (32)$$

Die Abhängigkeit von  $\alpha$  von der Feldstärke liegt nun, abgesehen davon, daß auch  $w$  eine Funktion der Feldstärke ist, darin, daß  $U$  und insbesondere  $c_{\text{eff}}$  von der Feldstärke abhängen. Nach den Überlegungen von S. 130 ist  $c_{\text{eff}}$  größer als dem thermischen Gleichgewicht mit dem umgebenden Gase entspricht. Townsend setzt

$$m c_{\text{eff}}^2 = l m u_{\text{eff}}^2 \dots \dots \dots (33)$$

wo der Faktor  $l$  von der Feldstärke abhängt und  $u_{\text{eff}}$  die ungeordnete

1) S. Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 27, S. 269. 1914. Diese Überlegung ist analog einer einfachen Ableitung der mittleren freien Weglänge für große Teilchengeschwindigkeit. Man denkt sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit  $c$  durch ein Gas bewegt und legt um die Bewegungsrichtung einen Zylinder vom Radius  $(R+r)$  und der Länge  $c$ . Dann trifft das Teilchen bei dieser Bewegung  $(R+r)^2 \pi c \nu$  Moleküle des Gases und seine Stoßzahl pro cm Verschiebung ist  $(R+r)^2 \pi \nu = \frac{1}{\lambda_m}$ , wie in Gl. (14). Hier kommt noch hinzu, wie in der kinetischen Gastheorie üblich, daß die Gesetze des Nebeneinander von vielen Teilchen in einem Zeitmoment, auch auf das Nacheinander für ein Teilchen bei sehr vielen freien Weglängen übertragen wird.

Trärgeschwindigkeit im Wärmegleichgewicht mit dem Gase bedeutet, also durch

$$m u_{\text{eff}}^2 = M v_{\text{eff}}^2 \dots \dots \dots (34)$$

definiert ist, wo  $M$  die Masse eines Gasmoleküls,  $m$  die (mittlere) des Trägers und  $v_{\text{eff}}$  die mittlere thermische Geschwindigkeit der Gasmoleküle bedeutet, die z. B. für

atmosphärische Luft bei 0°	485 m/sek
O <sub>2</sub>	461 "
N <sub>2</sub>	492 "
H <sub>2</sub>	1844 "

beträgt<sup>1)</sup> und der Wurzel aus der absoluten Temperatur proportional ist<sup>2)</sup>.

Die Werte von  $U$ ,  $c_{\text{eff}}$  und  $l$  bei den hohen Feldstärken, wie sie für die Entladung in Frage kommen, wurden auch von Townsend bestimmt.

Die Resultate dieser Messungen sind in Abb. 53 dargestellt. Wenn man annimmt, daß die Teilchen sich in einem homogenen Feld mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, wie in einem homogenen Mittel (analog Gl. 31 S. 132), kann die Geschwindigkeit  $U$  durch die magnetische Ablenkung eines Trägerstromes, der sich unter dem Einfluß eines dazu senkrechten elektrischen Feldes bewegt, bestimmt

1) Meyer, O. E.: Kinetische Theorie der Gase, S. 23.

2) Ein anderer Weg zur Berechnung der Stoßzahlen gründet sich auf die Annahme einer gleichen mittleren Weglänge für alle Stöße. Da schon die mittlere Geschwindigkeit der Träger als groß gegen die der Gasmoleküle angenommen wird, kann die Änderung der Weglänge mit der Geschwindigkeit hier keinen großen Fehler bedingen. In diesem Falle ergibt die relative Häufigkeit des Vorkommens der Geschwindigkeit  $c$  auch zugleich die relative Häufigkeit des Vorkommens der Stöße mit der Geschwindigkeit  $c$  und es wird

$$N_I = \int_{c_0}^{\infty} w W dc$$

$$N = \int_0^{\infty} W dc = 1,$$

also wird

$$\frac{N_I}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{c_w^3} \int_{c_0}^{\infty} c^2 e^{-\frac{c^2}{c_w^2}} dc$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{c_0}{c_w} e^{-\frac{c_0^2}{c_w^2}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{c_w^2}{c_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{2 \left( \frac{c_0^2}{c_w^2} + 1 \right)} + \dots \right] \right\}.$$

Da für die praktischen Werte  $c_0 > c_w$  genügt für die meisten Fälle

$$\frac{N_I}{N} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{c_0}{c_w} e^{-\frac{c_0^2}{c_w^2}} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{c_w^2}{c_0^2} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{c_0}{c_{\text{eff}}} e^{-\frac{3c_0^2}{2c_{\text{eff}}^2}} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{c_{\text{eff}}^2}{c_0^2} \right) \dots (35)$$

werden. Die Kräfte, die auf den Trägerstrom wirken, sind  $e\mathfrak{E}$  in Richtung der elektrischen Kraft und  $\mathfrak{H}Ue$  senkrecht zu  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{E}$ . Die Resultierende beider Kräfte hat die Richtung  $\text{tg } \vartheta = \frac{\mathfrak{H}U}{\mathfrak{E}}$ , so daß  $U$  sich aus der Ablenkung bestimmen ließ<sup>1)</sup>. Die Geschwindigkeit  $U$  ist nach Gl. (31) abhängig von  $\mathfrak{E}\lambda_m$ , also von  $\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$ . Auf der

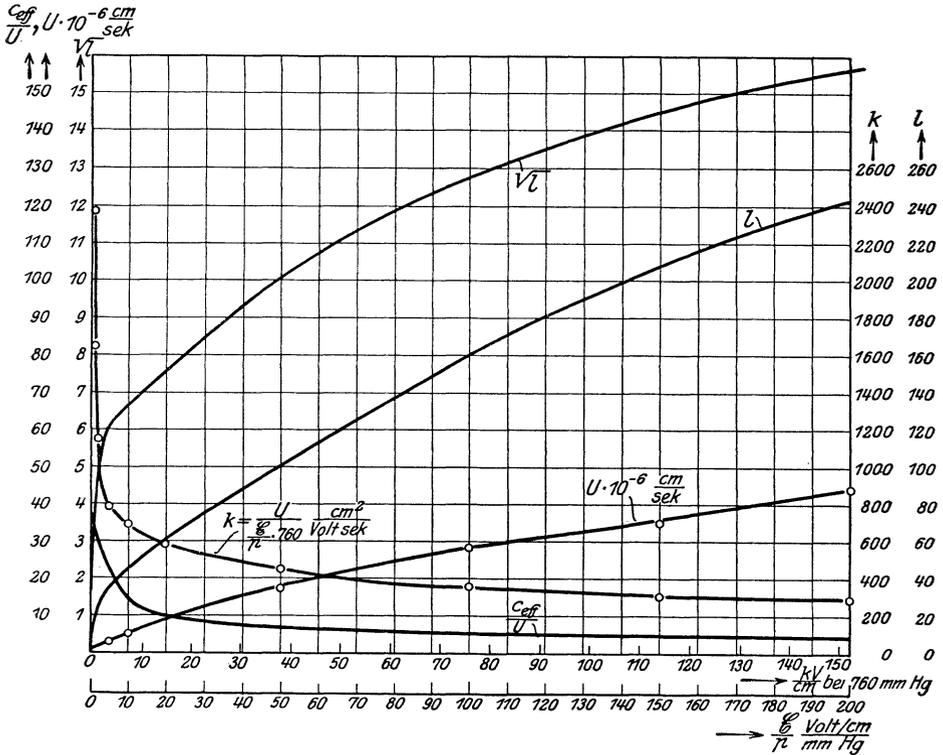


Abb. 53. Wanderungsgeschwindigkeit  $U$  und Molekulargeschwindigkeit  $c_{\text{eff}}$  negativer Träger in trockener Luft, abhängig von  $\mathfrak{E}/p$  (Druck 0,25–18,5 mm Hg,  $\mathfrak{E} \approx 4\text{--}40$  Volt/cm).  $l$  Verhältnis zwischen mittlerer Trägerenergie  $\frac{m c_{\text{eff}}^2}{2}$  und der Energie, die beim Wärmeleichgewicht vorhanden wäre.

Abszissenachse sind zu den Werten  $\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$  in  $\frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$  noch die zugehörigen Werte  $\mathfrak{E}$  in  $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$  bei Atmosphärendruck (760 mm Hg) eingetragen. Aus den  $U$  ist die „Beweglichkeit“  $k$ , bezogen auf eine Feldstärke

1) S. a. Proc. Roy. Soc. A. 86, S. 571. 1912 und Hb. S. 105.



Wie die Abb. 53 zeigt, wächst  $l^1$ ) mit  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  zu sehr erheblichen Beträgen, der bewegte Träger ist viel „wärmer“ als das umgebende Gas. Die ungeordnete Trägergeschwindigkeit  $c_{\text{eff}}$  ist nach Gl. (36)

$$c_{\text{eff}} = \sqrt{l} \sqrt{\frac{M}{m}} v_{\text{eff}}.$$

$\sqrt{\frac{M}{m}} v_{\text{eff}}$  ist für Elektronen im thermischen Gleichgewicht mit Luft ( $\frac{M}{m} = 5,3 \cdot 10^4$ ,  $v_{\text{eff}} = 502$  m/sek bei  $20^\circ$  C) gleich  $1,16 \cdot 10^7$  cm sek $^{-1}$

entsprechend  $0,038$  Volt $^2$ ). Die Größe  $\sqrt{l}$  multipliziert mit dieser Zahl gibt die ungeordnete Trägergeschwindigkeit unter der Voraussetzung, daß es sich um Elektronen handelt. Das Verhältnis von  $c_{\text{eff}}$  zu  $U$  ist auch in Abb. 53 eingetragen, und man sieht, daß die ungeordnete Geschwindigkeit größer ist als die geordnete und daß dieses Verhältnis, das auch den Umwegfaktor, s. S. 132, angibt, mit wachsendem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  abnimmt. Erst bei noch höheren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  nähert sich dieses

Verhältnis dem Werte eins, wie es bei der Ableitung von  $\alpha$  auf S. 112 vorausgesetzt ist. Daß es sich hier tatsächlich um eine Bewegung handelt, bei der die ungeordnete Geschwindigkeit groß ist gegen die geordnete, zeigt sich auch darin, daß  $U c_{\text{eff}}$ , wie es Gl. (31) verlangt, sehr angenähert der Feldstärke proportional ist. Daß die negativen Träger im wesentlichen Elektronen sind, d. h. während eines großen Teiles ihrer Wanderung nicht an ein Molekül angelagert sind, zeigt Townsend, indem sich mit den Werten von  $U$  und  $l$  aus der

Wanderungsgeschwindigkeitsformel die Größe  $\frac{e}{m}$  in der Größenordnung ergibt, wie für freie Elektronen ( $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^8 \frac{\text{Coul.}}{\text{Gramm}}$ ). Die

Versuche wurden in trockener Luft durchgeführt. Bei geringen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  zeigte sich ein sehr starker Einfluß geringer Mengen Feuchtigkeit;

1) S. Townsend, J. S., und Tizard, H. T.: Proc. Roy. Soc. A. 88, S. 336. 1913. Im Bereich kleinster  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (0,2 bis 2,6) ergab sich  $l$  in trockenen Gasen

$\approx 9 \frac{\mathcal{E}}{p} + 1$ , also überwiegender Elektronenzustand. In feuchten Gasen war

$l \approx 1$  für die kleineren  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ . Solange  $U$  und  $l$  nur Funktionen von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  sind, hat man es immer mit demselben mittleren Trägerzustand (z. B. mit reinen Elektronen) zu tun. In trockener Luft war dies der Fall. Ob es sich um Elektronen handelt oder nicht, ist aus der Größe von  $l$  und  $U$  zu ersehen.

2) Für 11 Volt Elektronen wäre  $l = 289$ ,  $\sqrt{l} = 17,0$ , für 20 Volt wäre  $l = 525$ ,  $\sqrt{l} = 22,9$ , also höher als die beobachteten Werte der Fig. 53.<sup>1</sup>

$c_{\text{eff}}$  ging sofort auf den thermischen Gleichgewichtszustand mit dem Gase herunter, der größte Teil der Elektronen mußte sich an Moleküle angelagert haben. Bei größeren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  verschwindet dieser Einfluß. Der Wert von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , bei dem der Feuchtigkeitseinfluß verschwand, war vom Partialdruck des Wasserdampfes abhängig. Bei  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 100$  findet Stoßionisierung in Wasserdampf wie in den übrigen Gasen statt. Townsend nimmt deshalb im Gebiet der Stoßionisierung den Elektronenzustand des negativen Trägers als vorherrschend an, auch in feuchten Gasen. Der höchste Druck, bis zu welchem bei gegebenem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  die negativen Träger die erhöhte Molekulargeschwindigkeit (d. h. wesentlich Elektronencharakter) hatten, war für  $\text{H}_2$  größer als bei Luft, im  $\text{CO}_2$  dagegen geringer. Die Stöße in  $\text{H}_2$  müssen elastischer vor sich gehen als in  $\text{CO}_2$ . In den Edelgasen geschehen sie vor dem Eintreten von Licht- und Ionisierungswirkungen völlig elastisch.

Den auf der Annahme der Maxwell'schen Verteilung beruhenden Ansatz Gl. (32) für  $\alpha$  hat Townsend<sup>1)</sup> für kleinere  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  zur Berechnung der Ionisierungsspannung  $V$  verwendet mit den Daten des oben erwähnten Versuches. Indem er den mittleren freien Weg bei 1 mm Hg (für ein Elektron) gleich  $3,2 \cdot 10^{-2}$  cm setzt, (s. S. 125), ergibt sich aus den Werten von  $\alpha$  nach Gl. (32)  $\frac{c_0^2}{c_{\text{eff}}^2}$  bzw.  $\frac{c_0^2}{u_{\text{eff}}^2}$  (Gl. 33).

Wenn  $V$  die Ionisierungsspannung ist, gilt

$$\frac{m c_0^2}{2} = e V,$$

wo  $m$  die Trägermasse bedeutet und

$$\frac{c_0^2}{u_{\text{eff}}^2} = 2 \frac{e V}{m u_{\text{eff}}^2} = 2 \frac{N e}{N m u_{\text{eff}}^2} V,$$

wo  $N$  die Zahl der Moleküle eines Gases bei  $0^\circ$  und 760 mm Hg bei Atmosphärendruck je  $\text{cm}^3$  bedeutet. Nun ist  $N e = 1,23 \cdot 10^{10} \frac{\text{el. stat. E.}}{\text{cm}^3}$

die gesamte Ladung der Gasmoleküle eines  $\text{cm}^3$ , wenn jedes die elementare Ladung  $e$  trägt. Und nach den Lehren der kinetischen Gastheorie ist  $\frac{1}{3} N m u_{\text{eff}}^2$  gleich dem Drucke eines Gases, das  $N$  Moleküle von der Masse  $m$  und der thermischen Geschwindigkeit  $u_{\text{eff}}$  in  $\text{cm}^3$  enthält. Da nach Gl. (34)

$$m u_{\text{eff}}^2 = M v_{\text{eff}}^2,$$

1) Phil. Mag. (6) 27, S. 269. 1914; s. a. Phil. Mag. (6) 40, S. 505. 1920; s. a. Haselfoot, C. E.: Proc. Roy. Soc. 87, S. 350. 1912.

wo  $M$  und  $v_{\text{eff}}$  sich auf die Moleküle eines Gases beziehen, ist dieser Druck gleich dem Normaldruck  $\approx 10^6$  Dynen  $\cdot$  cm $^{-2}$ . Also ist

$$\frac{c_0^2}{w_{\text{eff}}^2} = 2 \cdot \frac{1,23 \cdot 10^{10}}{10^6} \cdot \frac{V}{300} = 27,3 V, \dots (37)$$

wenn  $V$  in Volt gemessen ist (1 el.stat. CGS-Spannungseinheit = 300 V).

Als Resultat ergab sich

$\frac{\mathcal{E}}{p}$	$\frac{\alpha}{p}$	$\frac{c_0^2}{c_{\text{eff}}^2}$	$V^1)$ Volt
40	0,019	640	23,7
50	0,055	705	26
70	0,212	750	28
90	0,495	790	29

Die Ionisierungsspannung ergibt sich für die kleinen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  nach dieser Auffassung in der gleichen Größenordnung, wie nach der ersten Ableitung von  $\alpha$ , S. 112, für große  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ . Je kleiner  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ist, desto besser werden die Voraussetzungen der zweiten Ableitung für  $\alpha$  zutreffen, da  $U$  um so kleiner gegen  $c_{\text{eff}}$  ist.

Aus diesem Anwachsen der molekularen Geschwindigkeit folgt also, daß im allgemeinen in trockenen Gasen der Stoß zwischen negativem Träger und Molekül keineswegs unelastisch erfolgt. Rein elastisch können die Stöße nicht sein<sup>2)</sup>, da sich in diesem Fall  $l$  nach den Maxwell'schen gaskinetischen Vorstellungen viel größer als beobachtet ergeben müßte, aber schon bei sehr geringen mittleren Verlusten je Stoß ergeben sich die beobachteten Werte. Wenn  $f = \frac{1}{2}(1 + e)$  gesetzt wird, wo  $e$  den Restitutionskoeffizienten des Stoßes bedeutet (für elastischen Stoß  $e = f = 1$ ), ergibt sich

$\frac{\mathcal{E}}{p}$	0,2	2	20	150
$l - 1$ beobachtet	1,8	20	55	210
$l - 1$ berechnet für $f = 1$	100	1200	32 000	49 000
$f$ berechnet aus $l - 1$	0,9993	0,9988	0,99	0,96

Es sind nur geringe mittlere Energieverluste vorhanden, die mit der Trägergeschwindigkeit zunehmen. Bei  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 20$  z. B. ist  $l = 56,3$ ,

1) Auch dieser Wert von  $V$  ist nur als ein Mittelwert aufzufassen, wegen der willkürlichen Wahl der Wahrscheinlichkeitsfunktion  $w$  S. 133.

2) Pidduck, F. B.: Proc. Roy. Soc. A. 88, S. 296. 1913.

$c_{\text{eff}}$  entsprechend 2,1 Volt, der Träger (Elektron) erleidet pro cm Verschiebung im Felde 290 Stöße. Der mittlere Energieverlust pro Stoß ergibt sich daraus zu  $\frac{20}{290} = 3\%$ , der mittlere Geschwindigkeitsverlust zu  $1,5\%$ .

Auch die Ausbeute an ionisierenden Stößen läßt sich aus den Werten von  $\alpha$ ,  $c_{\text{eff}}$  und  $U$  berechnen<sup>1)</sup>. Legt man als geringste ionisierende Geschwindigkeit die von 11 Volt zugrunde, wie sie P. Lenard zuerst beobachtet hat, so ergibt sich für  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 100$ , daß nur  $2\%$  aller Stöße mit einer Geschwindigkeit von 11 Volt und darüber ionisieren, bei  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 50$  sogar nur  $0,4\%$ , also ein sehr kleiner Bruchteil.

In einer späteren Messung<sup>2)</sup> hat Townsend auch andere Gase untersucht und findet für  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 0,4$  bis  $56$  in  $N_2$  und für  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 0,2$  bis  $27$  in  $H_2$  wie früher in trockener Luft  $l$  nur von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  abhängig (Elektronen). In  $O_2$  dagegen nahmen  $U$  und  $l$  ab, wenn  $\mathcal{E}$  und  $p$  in gleichem Verhältnis vermehrt wurden, unabhängig von der Feuchtigkeit, d. h. mit steigendem Druck trat nach und nach eine Anlagerung der Elektronen ein ( $\frac{\mathcal{E}}{p} = 1,7$  bis  $7 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ , Druck 1 bis 10 mm Hg). In  $N_2$  und  $H_2$  war kein Zeichen der Anlagerung von Elektronen an Moleküle festzustellen. Auch in  $O_2$  existieren bei größeren  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  wahrscheinlich freie Elektronen. Die Radien der Gasmoleküle ergaben sich in der richtigen Größenordnung. Für eine bestimmte Elektronengeschwindigkeit war der für den Stoß wirksame Molekülquerschnitt am größten. Für dieselbe Geschwindigkeit bei  $H_2$  größer als bei  $N_2$  (s. auch S. 111).<sup>3)</sup>

Ist die Abhängigkeit von  $U$  und  $l$  von  $\mathcal{E}$  bekannt, so ist  $\alpha$  als  $f(\mathcal{E})$  bestimmt und kann dazu dienen, Anfangsspannungen zu berechnen. Da nach Gl. (33) und Gl. (37)

$$\frac{c_0^2}{c_{\text{eff}}^2} = \frac{c_0^2}{l u_{\text{eff}}^2} = \frac{1}{l} \cdot 27,3 V,$$

ergibt sich  $\alpha$  als

1) Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 40, S. 505. 1920.

2) Townsend, J. S., und Baily, V. A.: Phil. Mag. (6) 42, S. 873. 1921.

3) Auch die andere Ableitung von  $\alpha$ , Gl. (35), S. 134, ergibt ähnliche Werte von  $\frac{c_0}{c_{\text{eff}}}$  und  $V$ . Für  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 40$  ergibt sich  $V = 21,2$  Volt statt  $23,7$ , für  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 90$ ,  $V = 25,6$  Volt statt  $29$ .

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \left( \frac{c_{\text{eff}}}{U} \right) \frac{1}{\lambda_m} e^{-\frac{41 V}{l}} \left( 1 + \frac{41 V}{l} \right) \\ \alpha &\approx \left( \frac{c_{\text{eff}}}{U} \right) \frac{1}{\lambda_m} \frac{41 V}{l} e^{-\frac{41 V}{l}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

Diese Ableitung von  $\alpha$  setzt nicht mehr voraus, daß der Träger bei jeder Weglänge seinen Weg mit sehr geringer Geschwindigkeit beginnt (unelastischer Stoß), sie läßt die Summation der kinetischen Energie über eine Reihe von Stößen zu. Während dieser Summation steigen die Molekulargeschwindigkeiten und ändert sich die Feldgeschwindigkeit  $U$  bei gleichbleibender Feldstärke. Dann wird ein gewisser Gleichgewichtszustand erreicht, bis ein ionisierender Stoß erfolgt, wo die angesammelte Energie mehr oder weniger vollkommen abgegeben wird und das Spiel von neuem beginnt. Damit der Ausdruck für  $\alpha$  und die Gl. (2) und (3) S. 102 den wirklichen Verhältnissen entsprechen, muß im allgemeinen die Zeit der Energieansammlung, d. h. die Zeit, bis die mittlere Geschwindigkeit  $c_{\text{eff}}$  erreicht ist, die ihrerseits klein sein kann gegen die Zeit bis zur wirklichen Ionisierung, klein sein gegen die gesamte Wanderungszeit zwischen den Elektroden, und dasselbe gilt von den entsprechenden Wegen. Hohe Vakua und sehr kurze Schlagweiten (und ebenfalls räumlich, d. h. auf die Strecke der Energieansammlung bezogen, sehr rasch veränderliche Felder, Spitzen, sehr dünne Drähte, besonders bei geringen Drucken) müssen hier ausgeschlossen werden; hohe Drucke und große Elektrodenabstände werden den Gleichungen am besten entsprechen.

In Wahrheit wirken natürlich beide Einflüsse, die bisher getrennt bei der Berechnung von  $\alpha$  behandelt wurden, zusammen. Die Ionisierung wird bei den größten Maxwell'schen Geschwindigkeiten und den größten Weglängen erfolgen. Die Formeln für  $\alpha$  werden das Grenzgebiet großer und kleiner  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  darstellen. Eine allgemeine Berechnung ist wegen der komplizierten Bewegungsvorgänge sehr schwierig.

Wenn der Träger während seiner Wanderung seinen Charakter ändert, z. B. durch Anlagerung an neutrale Moleküle, so können die Größen  $N$ ,  $V$ ,  $U$  usf. natürlich nur Mittelwerte geben, die für jede Feldstärke charakteristisch sind.

### 51. Polaritätseinflüsse. Entladungsbedingung bei beliebig gestaltetem Feld.

In engem Zusammenhang mit der Natur der Ionisierungszahlen  $\alpha$  und  $\beta$  stehen die Polaritätseinflüsse. Bei normalem Druck zeigen Funkenstrecken keine Polaritätseffekte, d. h. es ist gleichgültig für die Anfangsspannung, welche Elektrode positiv und welche negativ geladen ist.

Nur bei feinen Spitzen und dünnen Drähten, wo hohe Entladefeldstärken vorkommen, zeigen sich solche Polaritätseffekte, indem bei feinsten Spitzen und dünnsten Drähten die Entladespannung für die negative Spitze geringer ist als für die positive. Bei etwas stärkeren Drähten kehrt sich die Erscheinung um, indem die positive Entladespannung die geringere ist, und wenn die Spitzen und Drähte noch etwas dicker werden (s. S. 72 u. 93), verschwindet der Polaritätseffekt gänzlich. Mit abnehmendem Drucke werden die Polaritätseffekte

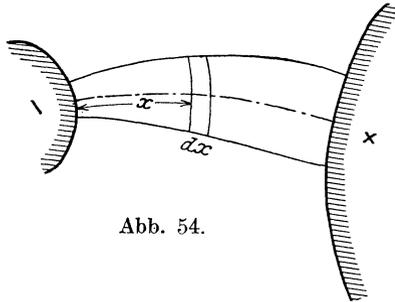


Abb. 54.

wesentlich stärker und treten schon bei Elektrodendimensionen auf, bei denen bei normalem Druck kein Polaritätseffekt zu beobachten ist (s. z. B. Peek, S. 91). So beobachtet Meservey z. B. bei Zylinderelektroden von 0,8 cm innerem und 2 cm äußerem Durchmesser bei 1–2 mm Hg starke Polaritätseffekte (s. Abb. 46), wo bei normalem Druck noch kein Gedanke an solch eine Wirkung ist. Hinsichtlich

des Verlaufs des Polaritätseffekts entspricht die Drucksteigerung z. B. bei einem Draht der Steigerung der Drahtdicke bei normalem Druck, indem bei den geringsten Drucken die negative Entladespannung geringer ist, bei etwas höheren Drucken die positive und bei hohen Drucken die Erscheinung verschwindet (s. S. 93). Diese Effekte sind natürlich nur bei Elektroden verschiedener Form denkbar, im homogenen Feld sind sie unmöglich.

Zu ihrem Verständnis müssen wir zunächst die Entladungsgleichung für beliebig gestaltetes Feld ableiten<sup>1)</sup>.

Die Strömung der positiven und negativen Elektrizitätsträger erfolgt, wenn wir wieder von Diffusion und Feldverzerrung durch freie Ladungen absehen, längs der Kraftröhren des elektrostatischen Feldes. In Abb. 54 ist eine solche Röhre dargestellt, deren Länge  $x$  längs ihrer Achse gemessen sei.

Es seien wieder mit  $n$ ,  $v$  die Dichte und Geschwindigkeit der negativen, mit  $p$ ,  $u$  die entsprechenden Werte der positiven Teilchen bezeichnet. Dann treten in der Zeiteinheit durch die Stelle  $x$   $n v \gamma$  negative Teilchen, wenn  $\gamma$  den Röhrenquerschnitt an der Stelle  $x$  bedeutet.

Durch den Querschnitt bei  $x + dx$  treten  $n v \gamma + \frac{\partial n v \gamma}{\partial x} dx$ . Diese

Zunahme der negativen Teilchenzahl muß im stationären Zustande durch deren Neuerzeugung zwischen  $x$  und  $x + dx$  verursacht sein. Wenn wieder  $\alpha$  und  $\beta$ , die von einem negativen bzw. positiven Teilchen pro cm Weglänge in Feldrichtung neu erzeugten negativen

<sup>1)</sup> S. a. Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6), 9, S. 289. 1905 und (6), 11, S. 729. 1906. Hb. S. 378.

Träger sind (deren Zahl natürlich gleich ist der Zahl der neu entstandenen positiven), so werden in der Zeiteinheit

$$\alpha n v \gamma dx + \beta p u \gamma dx$$

negative Teilchen neu erzeugt, so daß als erste Gleichung entsteht:

$$\frac{d}{dx}(n v \gamma) = \alpha n v \gamma + \beta p u \gamma. \dots (39)$$

Die Strömung  $s$ , die längs der ganzen Röhre nach unseren Annahmen konstant sein muß, ist analog wie auf S. 101

$$s = q(\gamma n v + \gamma p u). \dots (40)$$

Durch Elimination von  $p u \gamma$  folgt aus Gl. (39) und (40)

$$\frac{d}{dx}(n v \gamma) = (\alpha - \beta) n v \gamma + \frac{s}{q} \beta. \dots (41)$$

Das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung lautet in der für unseren Zweck passendsten Form

$$n v \gamma = A e^{\int_0^x (\alpha - \beta) dx} + e^{\int_0^x (\alpha - \beta) dx} \int_0^x \frac{s}{q} \beta e^{-\int_0^x (\alpha - \beta) dx} dx, \dots (42)$$

wo  $A$  die Integrationskonstante bedeutet. Führen wir zur Abkürzung ein

$$e^{\int_0^x (\alpha - \beta) dx} = Z(x), \quad Z(0) = 1, \dots (43)$$

so entsteht

$$n v \gamma = A Z(x) + \frac{s}{q} Z(x) \int_0^x \beta Z(x)^{-1} dx. \dots (44)$$

An der linken negativen Elektrode findet wieder ein Trägerbefreiungsprozeß statt<sup>1)</sup>, so daß für

$$x = 0, \quad n v \gamma = (n v \gamma)_0,$$

$$x = \delta, \quad n v \gamma = \frac{s}{q}.$$

Daraus folgt

$$A = (n v \gamma)_0.$$

$$\frac{s}{q} [1 - Z(\delta) \int_0^\delta \beta Z(x)^{-1} dx] = (n v \gamma)_0 Z(\delta).$$

---

1) Die Annahme, daß nur an der Oberfläche der negativen Elektrode Elektrizitätsträger entstehen, ist für das Resultat durchaus nebensächlich. Auch bei Volumenionisation durch Röntgenstrahlen oder Ionisierung in einer dünnen Schicht zwischen den Elektroden entsteht genau dieselbe Entladungsbedingung.

Die Strömung ist danach

$$\frac{s}{q} = (nv\gamma)_0 \frac{Z(\delta)}{1 - Z(\delta) \int_0^\delta \beta Z(x)^{-1} dx} \dots \dots \dots (45)$$

und die Bedingung für den Eintritt der selbständigen Entladung wird mit dem Nullwerden des Nenners

$$1 = Z(\delta) \int_0^\delta \beta Z(x)^{-1} dx \dots \dots \dots (46)$$

Sie läßt sich noch etwas vereinfachen. Es ist nämlich

$$\frac{dZ(x)^{-1}}{dx} = \frac{d}{dx} e^{-\int_0^x (\alpha - \beta) dx} = (\beta - \alpha) Z(x)^{-1}$$

und

$$Z(0) = 1,$$

also

$$\int_0^x (\beta - \alpha) Z(x)^{-1} dx = \int_0^x \frac{dZ(x)^{-1}}{dx} dx = Z(x)^{-1} - 1,$$

$$\int_0^\delta (\beta - \alpha) Z(x)^{-1} dx = Z(\delta)^{-1} - 1.$$

Wenn nun

$$\int_0^\delta \alpha Z(x)^{-1} dx = 1$$

ist, so folgt daraus

$$\int_0^\delta \beta Z(x)^{-1} dx = \frac{1}{Z(\delta)},$$

wie es Gl. (46) verlangt. An deren Stelle kann also die einfachere Bedingung

$$1 = \int_0^\delta \alpha Z(x)^{-1} dx = \int_0^\delta \alpha e^{-\int_0^x (\alpha - \beta) dx} dx \dots \dots \dots (47)$$

treten, die wir dem folgenden zugrunde legen<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Dieselbe Bedingung ergibt sich für die Aufrechterhaltung der selbständigen Strömung, indem als Grenzbedingungen  $x=0$ ,  $nv\gamma=0$  und  $x=\delta$ ,  $nv\gamma = \frac{s}{q}$  gegeben werden. Die positiven und negativen Strömungsanteile ergeben sich dann im homogenen Feld an der Stelle  $x$  zu

$$\left. \begin{aligned} nv\gamma &= \frac{s}{q} \frac{\beta}{\alpha - \beta} [e^{(\alpha - \beta)x} - 1] \\ pu\gamma &= \frac{s}{q} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} [1 - e^{-(\alpha - \beta)(\delta - x)}] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

Wird die linke Elektrode nicht, wie bisher, als negative, sondern als positive angesehen, so sind in Gl. (47) alle  $\alpha$  mit allen  $\beta$  zu vertauschen. Die dadurch entstehende Bedingung braucht bei unsymmetrischen Feldern nicht die gleichen Werte der Entladungsfeldstärke wie Gl. (47) zu ergeben und erklärt die Polaritätsunterschiede.

Den Einfluß der Elektrodenform auf die Polaritätseffekte hat ebenfalls Townsend untersucht. Er denkt sich die Bedingung

$$1 = \int_0^\delta \alpha e^{-\int_0^x (\alpha-\beta) dx} dx$$

und das Verhältnis beider

$$\frac{pu}{nv} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{1 - e^{-(\alpha-\beta)(\delta-x)}}{e^{(\alpha-\beta)x} - 1} \dots \dots \dots (49)$$

(s. a. Townsend, Phil. Mag. (6) 11, S. 729, 1906 u. Hb. S. 380). Der Bruch ist Null für  $x = \delta$  (pos. Elektrode) und Unendlich für  $x = 0$  (neg. Elektrode). Der Wert eins liegt um so näher an  $x = \delta$ , je größer  $\alpha$  gegen  $\beta$  ist. Da  $\alpha \gg \beta$  ist, herrscht bei schwacher Strömung, wo noch das homogene Feld annähernd gilt, fast durchwegs die positive Strömung  $pu$  gegen die negative  $nv$  vor bis auf eine dünne Schicht an der positiven Elektrode. Da nun noch  $u < v$ , so befinden sich fast im ganzen Gase resultierende positive Ladungen, die das Feld an der Kathode herauf-, im übrigen Gasraum herabsetzen. Townsend hat gezeigt, daß jede Heraufsetzung des Feldes an der Kathode gegen den übrigen Gasraum, bei gegebener Strömung die Spannung der Entladung herabsetzt. Der Strom wird also weiter zunehmen, das Gefälle an der Kathode wachsen und damit die zum Erhalten des Stromes nötige Spannung abnehmen usf., bis schließlich die Lichtbogenform bei genügender Elektrizitätszufuhr entsteht. Für hohe Drucke und nicht sehr kleine Schlagweiten kann man  $\alpha = k\beta$  setzen, wo  $k$  eine Konstante ( $k \gg 1$ ) (s. S. 146). Damit wird

$$\frac{pu}{nv} = k \frac{1 - \frac{1}{k} e^{\beta(k-1)x}}{e^{\beta(k-1)x} - 1}$$

Setzt man

$$\frac{pu}{nv} = r,$$

so ergibt sich das zugehörige  $x$  zu

$$x = \frac{\delta}{\ln k} \ln \frac{k+r}{1+r}$$

Also für

$$r = 0, \quad x = \delta \text{ (pos. Elektrode);}$$

und für

$$r = 1 \text{ (Gleichheit von pos. und neg. Strömung)}$$

$$x \approx \delta \left( 1 - \frac{\ln 2}{\ln k} \right),$$

nahezu auch gleich  $\delta$ ; schließlich für  $r = \infty, x = 0$ . Der „ladungsfreie“ Punkt des Feldes, wo positive in negative Ladung übergeht, ist  $r = \frac{u}{v} < 1$ , liegt also noch näher an der positiven Elektrode. Umgekehrt bedingt eine Verringerung des Feldes an der Kathode gegenüber dem übrigen Gasraum eine Erhöhung der Anfangsspannung. Der normale Kathodenfall entsteht mit steigendem Strom ganz „allmählich“, wie Townsend auch experimentell gezeigt hat. Der normale Kathodenfall entspricht in der Größe etwa der Minimumspannung (S. 51).

nahezu in einem beliebigen Felde erfüllt und fragt, ob eine Erhöhung der Feldstärke, und damit von  $\alpha$  und  $\beta$  an der Anode oder der Kathode das Integral rascher wachsen läßt (s. a. Townsend und Edmunds, Phil. Mag. (6) 27, S. 789, 1914, Hb. S. 394). Es ergibt sich angenähert, wenn man von einem homogenen Felde ausgeht, daß eine Felderhöhung an der negativen Elektrode wirksamer ist, d. h. eine kleinere Durchbruchfeldstärke ergibt, als an der positiven, wenn

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mathfrak{E}} > \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} \dots \dots \dots (50)$$

Nach den Kurven der Abb. 51 und 52 ist das der Fall, wenn  $\frac{\mathfrak{E}}{p} \approx > 150$  ( $\approx 110$  bis  $120$  kV/cm bei Atm.-Druck) ist. Bei normalen Drucken also nur bei feinsten Spitzen und dünnsten Drähten, wo die größten Durchbruchfeldstärken auftreten (s. Abschn. 28, 29, 32 bis 35), bei geringen Drucken ( $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  wächst mit abnehmendem Druck, S. 115) schon bei wesentlich größeren Krümmungsradien. Mit wachsendem Druck bei gleichem Krümmungsradius und mit abnehmendem Krümmungsradius bei konstantem Druck hat man also einen analogen Verlauf der Polaritätseffekte zu erwarten. Aus dem allgemeinen Ähnlichkeitsgesetz von Townsend folgt (s. S. 148)

$$\frac{\mathfrak{E}_{0+}}{\mathfrak{E}_{0-}} = f(ap),$$

d. h. eine Vergrößerung des Druckes hat den gleichen Einfluß, wie eine Vergrößerung der Dimensionen.

In dem Gebiet von Drucken und Elektrodendimensionen, in dem keine Polaritätseffekte auftreten, ergibt sich analog Gl. (50)

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \mathfrak{E}} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mathfrak{E}},$$

d. h.  $\alpha$  ist in diesem Gebiet proportional  $\beta$  zu setzen.

Es folgt dies auch aus Gl. (47). Denn wenn die Entladefeldstärke von der Richtung des Feldes unabhängig sein soll, müssen in Gl. (47)  $\alpha$  und  $\beta$  symmetrisch auftreten, und dies ist allgemein nur möglich, wenn  $\alpha = k\beta$  gesetzt wird.

Dann wird aus Gl. (47)

$$1 = \int_0^\delta k \beta e^{-(k-1) \int_0^x \beta dx} dx \dots \dots \dots (51)$$

Substituieren wir hier

$$(k-1) \int_0^x \beta dx = y, \quad \frac{dy}{dx} = (k-1)\beta,$$

$$x=0: \quad y=0 \quad \text{und} \quad x=\delta: \quad y=(k-1) \int_0^\delta \beta dx,$$

so entsteht

$$1 = \frac{k}{k-1} \int_0^{\delta} e^{-y} dy = \frac{k}{k-1} \left( 1 - e^{-(k-1) \int_0^{\delta} \beta dx} \right)$$

oder

$$\int_0^{\delta} \beta dx = \frac{\ln k}{k-1}, \quad \int_0^{\delta} \alpha dx = \frac{\ln k}{1 - \frac{1}{k}} \dots \dots \dots (52)$$

Diese beiden Integrale sind von der Richtung der Integration ganz unabhängig, es können keine Polaritätseffekte auftreten. Wir erhalten, wie in Gl. (26) für homogenes Feld, nun auch für beliebige Feldverteilung den Satz, daß unter den gemachten Voraussetzungen die selbständige Entladung dann eintritt, wenn ein positiver bzw. ein negativer Träger auf seinem Wege zwischen den Elektroden unmittelbar eine ganz bestimmte Zahl neuer erzeugt. Diese Zahl ist von der Art der Funkenstrecke ganz unabhängig, sondern nur abhängig von dem Verhältnis der ionisierenden Wirksamkeiten der negativen und der positiven Träger<sup>1)</sup>. Da  $k \geq 1$  ist, muß  $\int_0^{\delta} \alpha dx$  bei Eintritt der selbständigen Entladung schon einen bedeutenden Wert haben (z. B.  $k=100$ ,  $\int_0^{\delta} \alpha dx = 4,6$ ,  $k=1000$ ,  $\int_0^{\delta} \alpha dx = 6,9$ ), um so mehr, je schwächer die positive Ionisierung gegen die negative ist. Die positive Ionisierung selbst ist bei Eintritt sehr gering ( $k=100$ ,  $\int_0^{\delta} \beta dx = 0,046$  und  $k=1000$ ,  $\int_0^{\delta} \beta dx = 0,0069$ ). Da die ionisierende Wirkung der positiven Träger so gering ist, müssen zunächst durch die negative Ionisierung sehr viele positive erzeugt werden, damit dann wenigstens einige positive die nötigen neuen negativen zur Aufrechterhaltung der Entladung erzeugen.

Die Gl. (26) und (52) werden wir zur Formulierung der Entladungsvorgänge bei normalen Drucken (Atmosphärendruck) verwenden, wo meistens keine Polaritätserscheinungen auftreten.

1) Wäre  $\alpha = \beta$ , so würde

$$\int_0^{\delta} \alpha dx = \int_0^{\delta} \beta dx = 1$$

sein, d. h. die Entladung schon bei der Erzeugung nur eines neuen Trägers zwischen den Elektroden sich entwickeln. — Wie auf S. 156 und 169 erwähnt, ist die Gl.  $\int_0^{\delta} \alpha dx = K$  auch verträglich mit der Vorstellung, daß nur die negativen Träger im Gas ionisieren, während die positiven mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit Elektronen aus dem Elektrodenmetall auslösen.

## 52. Das allgemeine Ähnlichkeitsgesetz elektrischer Entladungen.

Dieses Gesetz wurde von Townsend<sup>1)</sup> im Jahre 1913 aufgestellt. Ist  $P$  die Anfangsspannung zwischen zwei Leitern beim Druck  $p$ , so herrscht dieselbe Spannung  $P$  beim Druck  $kp$ , wenn zugleich alle Dimensionen im Verhältnis  $\frac{1}{k}$  ähnlich verkleinert werden. Da im zweiten Falle die Anfangsfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$   $k$  mal so groß wird, folgt, daß für solche Änderungen ( $\mathfrak{E}_0 a$ ) nur von  $(pa)$  abhängig ist, wenn  $a$  irgendeine Leiterdimension bedeutet (bei konzentrischen Zylindern z. B. den Radius des Innenzylinders). Es folgt dieses Gesetz für die Fälle, in denen

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$$

ist.

Wird der zweite Zustand als gestrichener bezeichnet, so ist

$$\alpha' = p' f\left(\frac{\mathfrak{E}'}{p'}\right) = kp f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$$

und

$$ds' = \frac{1}{k} ds,$$

also  $\alpha' ds' = \alpha ds$  und  $\beta' ds' = \beta ds$ , woraus mit Gl. (47) die Behauptung folgt<sup>2)</sup>. Aus Versuchen von Watson<sup>3)</sup> an konzentrischen Zylindern (Druck 360 bis 760 mm Hg,  $ap = 38$  bis 190 cm·mm Hg,  $a$  Zylinderradius) und von Townsend und Edmunds bei geringen Drucken<sup>4)</sup> (s. S. 93) (bis 80 mm Hg,  $ap = 0,05$  bis 20 cm·mm Hg,  $a\mathfrak{E}$  bis 2500 Volt) ist das Gesetz im Mittel gut bestätigt. Als Spezialfall für ebene Elektroden enthält es das von Paschen. Danach gibt es also für jede Elektrodenform eine charakteristische Kurve, analog der  $(p\delta)$ -Kurve für ebene Elektroden, und für jede Form eine ganz bestimmte Minimumspannung, die für die verschiedenen Elektrodenformen natürlich verschieden ist. Bei unsymmetrischen Elektrodenformen braucht nicht die ganze Anordnung ähnlich geändert zu werden. Da bei kleinen Elektroden die Feldstärke in der Nähe der betreffenden Elektrode sehr rasch abfällt, ist sie bei der anderen, z. B. dem äußeren Zylinder, der einen Draht

1) Electrician 71, 348, Juni 1913.

2) Hieraus folgt auch die Angabe S. 146. Da

$$(\mathfrak{E}_+ a) = f(ap), \quad (\mathfrak{E}_- a) = g(ap)$$

ist, ist ihr Verhältnis

$$\frac{\mathfrak{E}_+}{\mathfrak{E}_-} = \frac{f(ap)}{g(ap)} = h(ap)$$

3) Watson, E. A.: Electrician 1910.

4) Townsend, J. S. und Edmunds, P. J.: Phil. Mag. (6) 27, 789. 1914.

umgibt, meist unter dem Wert von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ , der noch zur Ionisierung beiträgt. Der Radius des äußeren Zylinders ist in diesem Fall auf die Höhe der Anfangsfeldstärke ohne Einfluß. Bei normalen Drucken ist das fast immer der Fall, wenn die umhüllende Elektrode nur wenig größer ist als die umhüllte. Mit abnehmendem Drucke steigt jedoch  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  (s. S. 115) und es kann schließlich auch am Außenzylinder  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  so groß werden, daß auch in seiner Nähe ionisiert wird. Bleibt nun bei weiter abnehmendem Drucke der Radius des Außenzylinders konstant, so ändert sich von da an der Verlauf von  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  mit dem Druck, es wächst rascher, als wenn der Außenzylinder von da an nun auch ähnlich vergrößert würde (s. auch S. 76, 77), da er einen Teil des Gasvolumens abschneidet, das ionisieren könnte.  $\mathfrak{E}_0 r_i$  ist von da ab nicht mehr nur von  $(p r_i)$  abhängig. Und für verschiedene Innenzylinder ist  $\mathfrak{E}_0 r_i$  bei gleichem  $p r_i$  um so größer, je kleiner  $p$ , je größer  $r_i$  bei gegebenem konstantem  $r_a$  ist, wie es auch aus den Versuchen von Meservey hervorgeht (s. S. 91). Eine einfache Abhängigkeit der Anfangsspannung von Druck und Elektroden-dimensionen gibt es in diesem Falle nicht mehr.

### 53. Zusammenfassung.

Wir sind bisher fast ausschließlich den Ansichten J. S. Townsends gefolgt, die sich kurz in folgenden Sätzen zusammenfassen lassen:

Bei genügend hohen Werten der Spannung je mittlere freie Weglänge  $\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$ , wo schon merkbare Stoßionisierung vorhanden ist (in Luft

etwa bei  $\frac{\mathfrak{E}}{p} = 60 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ , d. i.  $\approx 46 \text{ kV/cm}$  bei Atmosphären-

druck), sind die negativen Elektrizitätsträger im wesentlichen freie Elektronen. Die Stöße dieser Elektronen mit den Gasmolekülen erfolgen, solange nicht ionisiert wird, fast elastisch, so daß die mittlere ungeordnete Molekulargeschwindigkeit der bewegten Elektronen viel größer wird, als dem thermischen Gleichgewicht mit den Gasmolekülen entspricht. Sie ist auch mehrmals größer als die geordnete Geschwindigkeit in Feld-

richtung und wächst mit zunehmendem  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ . Legt man für diese Geschwindigkeit die Maxwellsche Verteilung zugrunde, so ergibt sich in Luft eine mittlere Ionisierungsspannung von etwa 24 Volt bei Annahme der gaskinetischen freien Weglänge des Elektrons und der Annahme, daß jeder Stoß mit dieser Geschwindigkeit und einer höheren zur Ionisierung des getroffenen Moleküls führt. Legt man die geringeren direk' gemessenen Mindestwerte der Ionisierungsspannung zugrunde,

so ergibt sich, daß nur ein sehr geringer Prozentsatz der Stöße dieser und höherer Geschwindigkeiten wirklich zur Ionisierung führt. Bei wesentlich höheren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (in Luft von  $300 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}} \approx 230 \text{ kV/cm}$  bei 760 mm Hg an) überwiegt die Geschwindigkeit in Feldrichtung die ungeordnete, so daß das Elektron sich fast vollkommen in der Richtung der Kraftlinien bewegt. In diesem Gebiet darf man mit dem unelastischen Stoß rechnen, wo das Elektron fast seine ganze Geschwindigkeit verliert, da der größte Teil aller Stöße ionisierend ist und fast alle Energie beim Stoß abgegeben wird. Mit der obigen Annahme ergibt sich hier in Luft eine mittlere Ionisierungsspannung von etwa 25 Volt und eine mittlere freie Weglänge des Elektrons, die etwa gleich der doppelten gaskinetischen ist. Legt man verschiedene Gruppen von Ionisierungsgeschwindigkeiten zugrunde, so ergibt sich ein starkes Anwachsen der Ausbeute an ionisierenden Stößen mit steigender Ionisierungsgeschwindigkeit.

Der positive Elektrizitätsträger hat eine außerordentlich viel schwächere ionisierende Wirkung als der negative.

In dem genannten Bereich wirken beide Trägerarten auf Gasmoleküle. Erst bei viel höheren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (größer als  $\approx 1000$ ) tritt auch eine Wirkung auf das Elektrodenmetall auf<sup>1)</sup>.

Bei kleineren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ist der Zustand des negativen Elektrizitätsträgers sehr stark von der Beimischung von Verunreinigungen abhängig (z. B. Wasserdampf). In ganz reinen Gasen tritt schon früh ( $\frac{\mathcal{E}}{p} = 0,5$  in Luft) der Elektronenzustand wenigstens vorübergehend auf. In feuchter Luft dagegen ist die Masse des negativen Elektrizitätsträgers bis zu wesentlich höheren Werten von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  vergleichbar der Molekularmasse.

Als bestimmende Grundgröße tritt die Spannung je mittlere freie Weglänge ( $\frac{\mathcal{E}}{p}$ ) auf. Das gilt auch für Gasmischungen, wenn das Verhältnis der Partialdrucke bei geändertem Gesamtdruck das gleiche bleibt.

Bei den Entladungen bei Atmosphärendruck treten nun gerade im allgemeinen jene geringen Werte von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  auf (für  $\mathcal{E} = 25$  bis  $40 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ ,  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 33$  bis  $52,5 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ ), für die der negative Träger, wenigstens in normaler feuchter Luft, sich offenbar in einem Umbildungsstadium befindet. Außerdem ist es fraglich, ob die ausschließliche Abhängig-

1) Nur bei Edelgasen, äußerst reinem  $N_2$  und  $H_2$  findet anscheinend die pos. Ionisierung vorwiegend am Kathodenmetall statt, S. 159, Anm. 2.

keit der Vorgänge von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bis zu diesen hohen Drucken gilt oder ob der Druck auch noch explizit einen Einfluß ausübt.

Wir wollen deshalb im folgenden noch kurz die Erfahrungen anderer Herkunft zusammenstellen, die zur Beurteilung der Vorgänge in dichten Gasen bei hohen Feldstärken nützlich sein können.

#### 54. Der negative Elektrizitätsträger.

Hinsichtlich der Messungen der Wanderungsgeschwindigkeit elektrischer Teilchen in Gasen und der daraus zu ziehenden Schlüsse muß auf die Spezialliteratur verwiesen werden<sup>1)</sup>. Es ergibt sich im wesentlichen, daß unter normalen Verhältnissen bei geringen Feld-

1) Siehe R. Seeliger in Grätz, Handb. d. Elektr. u. d. Magnetismus Bd. III, Heft 3. Leipzig 1920. Ferner P. Lenard: Ann. d. Physik 3, S. 312. 1903; 40, 393. 1913; 41, S. 53. 1913; 60, S. 329. 1919. — Mayer, H. F.: Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 18, S. 201. 1922. — Franck, J., und Hertz, G.: Verh. Dt. Phys. Ges. 12, S. 291 u. 613. 1910.

Die Bewegung eines Elektrizitätsträgers in einem Gase hängt (s. S. 132) von seiner Molekulargeschwindigkeit  $c_{\text{eff}}$ , seiner mittleren freien Weglänge  $\lambda_m$  und seiner Masse ab. Diese kann sich auch während der Wanderung ändern, indem z. B. ein Elektron einige Weglängen frei, einige mit einem Molekül oder mehreren verbunden zurücklegt. Bei geringen Feldstärken entspricht die Molekulargeschwindigkeit dem thermischen Gleichgewicht, und die geringe Beweglichkeit  $\left(1 \text{ bis } 2 \frac{\text{cm/sek}}{\text{Volt/cm}}\right)$  ist auf die große Masse zurückzuführen. Mit wachsendem Trägeralter, unmittelbar nach dem Entstehen, nimmt die Beweglichkeit bei geringen Feldstärken ab (Altberg, W.: Ann. d. Physik 4, 37, S. 849. 1912; Becker, A.: Ann. d. Physik 36, S. 209. 1911). Proportionalität zwischen Feldstärke und geordneter Geschwindigkeit in Feldrichtung  $U$  (s. S. 132), d. h. konstante Beweglichkeit findet nur statt, solange die in einer freien Weglänge erworbene Geschwindigkeit in Feldrichtung klein ist gegen die molekulare Geschwindigkeit und solange diese selbst nicht von der Feldstärke abhängt.

Im Bereich kleinster  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ist dieses Ohmsche Gesetz erfüllt, und es herrscht im Durchschnitt thermisches Gleichgewicht zwischen Träger und Gas. Mit wachsender Molekulargeschwindigkeit nimmt die Beweglichkeit ab, solange jene selbst groß ist, gegen die je Weglänge durch das Feld erworbene Geschwindigkeit. Solange also das Ohmsche Gesetz (bei schwachen Feldern) gilt, können die Zusammenstöße im Mittel nicht völlig elastisch sein. Finden rein elastische Stöße (Edelgase) statt, so wächst die lebendige Kraft von Weglänge zu Weglänge, bis sich Energieverlust je Stoß und Gewinn während der freien Weglänge die Wage halten. Für diesen Fall wird die Beweglichkeit proportional  $\sqrt{\mathcal{E}}$  (P. Lenard). Für alle Messungen in Luft bei normalen Drucken ist das Ohmsche Gesetz bestätigt (allerdings bei  $\mathcal{E}$ -Werten weit unterhalb der ionisierenden). Bei geringen Drucken treten Abweichungen auf (s. S. 135, 152). Für elastische Stöße ohne jeden Energieverlust des stoßenden Elektrons bei kleinem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , kleinem Energiezuwachs auf einer mittleren freien Weglänge,

Summation der Ionisierungsenergie über viele freie Wege haben J. Franck und G. Hertz (Verh. Dt. Phys. Ges. 18, S. 213. 1916) die Gleichung für die Geschwindigkeit in Feldrichtung nach Durchlaufen der Strecke  $x$  bestimmt und finden

$$U = \lambda_m \sqrt{\frac{\mathcal{E} e}{2 m x}}. \quad U \text{ ist proportional } \sqrt{\mathcal{E}} \text{ und die Bewegung in Feldrichtung erfolgt}$$

stärken ein Elektron nach seiner Befreiung sich in kurzer Zeit an ein Molekül anlagert bzw. Molekülgruppen (in Luft von 5- bis 7fachem Molekülradius) um sich bildet und dadurch in seiner Beweglichkeit sehr stark verringert wird. Nur in sehr reinen Edelgasen und in sehr reinem Stickstoff treten so hohe Wanderungsgeschwindigkeiten auf, daß anzunehmen ist, daß das Elektron in diesen Gasen frei bleibt. Diese Komplexe scheinen ziemlich stabil zu sein, denn L. B. Loeb<sup>1)</sup> mißt in trockener Luft bei normalen Drucken bis zu Feldstärken von 12,4 kV/cm ( $\frac{\mathcal{E}}{p} = 16,4$ ) dieselben geringen Beweglichkeiten wie bei kleinen Feldstärken. Bei geringen Drucken treten schon bei viel kleineren  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ( $\approx 0,1$ ) in trockener Luft viel größere Beweglichkeiten auf<sup>2)</sup>.

verzögert, weil die Molekulargeschwindigkeit proportional  $\sqrt{x}$  anwächst, die durch das Feld erworbene Beweglichkeit pro mittlere freie Weglänge aber dieselbe bleibt. Die Beweglichkeit  $\frac{U}{\mathcal{E}}$  nimmt mit steigender Feldstärke ab. Verliert das Elektron im Mittel von seiner Energie  $E$  bei jedem Stoß den Betrag  $kE$  ( $k \ll 1$ , Edelgase), so ergibt sich für den Gleichgewichtszustand  $U = \sqrt{\lambda_m \frac{\mathcal{E} e}{m} \sqrt{\frac{4}{k}}}$ , während  $c_{\text{eff}}$  auf  $\sqrt{\frac{2}{k}} U$  anwächst, wenn nicht schon vorher ionisierende unelastische Stöße eintreten (G. Hertz, Verh. Dt. Phys. Ges. 1917, S. 284). Für sehr große  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ( $> 1000$ ), wo nahezu jeder Stoß ionisiert, hat Townsend mit der Annahme des unelastischen Stoßes  $U$  zu  $\sqrt{\frac{2 \mathcal{E} e \lambda_m}{m \pi}}$  berechnet, was z. B. bei  $\frac{\mathcal{E}}{p} = 1000$ ,  $k = 2,6 \cdot 10^2 \frac{\text{cm/sek}}{\text{Volt/cm}}$  ergibt (s. Hb. S. 273). Abnehmende Beweglichkeit mit wachsender Feldstärke bei höheren Drucken wurde von L. B. Loeb (Proc. of the Nat. Ac. of Sc. 7, S. 307. 1921) in reinem  $N_2$  gemessen. Es ergab sich die Beweglichkeit

$$k = \frac{27200}{1 + 33,6 \left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right)} \frac{\text{cm/sek}}{\text{Volt/cm}} \text{ bei } 760 \text{ mm Hg}$$

( $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bis  $\approx 6$ , Druck 600 bis 75 mm Hg). Interessant ist in diesem Zusammenhang, daß nach Versuchen von M. Wien (Phys. Ztschr. 1923) in leitenden Flüssigkeiten das Ohmsche Gesetz bis zu Feldern von etwa 500—1000 kV/cm noch gilt.

1) Proc. Nat. Ac. Sc. 2, S. 345. 1916; Phys. Rev. 8, S. 6. 1916.

2) R. T. Lattey und H. T. Tizard (Proc. Roy. Soc. A. 84, S. 173. 1910; A. 86, S. 349. 1912) messen z. B. bei Drucken von 14 bis 29 mm Hg in Luft

$\frac{\mathcal{E}}{p} \frac{\text{Volt/cm}}{\text{mm Hg}}$	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
$U \text{ cm/sek}$	112,5	173,2	287,8	510,5	953	1845	3500
$k \frac{\text{cm/sek}}{\text{Volt/cm}}$	3,7	4,55	6,32	9,6	15,7	27,0	46,0

bei 760 mm Hg für die negativen Träger, während sich für die positiven derselbe mittlere Wert  $k = 1,48 \frac{\text{cm/sek}}{\text{Volt/cm}}$  ergab. Ähnliche Resultate ergaben sich

Durch Anwesenheit geringer Feuchtigkeitsmengen in Luft werden die Komplexe größer und schwerer. Dieser Feuchtigkeitseinfluß macht sich bei kleinen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , ganz besonders bei geringen Drucken, geltend.

In diesem Gebiet von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  ist die Feldgeschwindigkeit der Träger nicht

nur von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , sondern außerdem noch explizit vom Druck abhängig, in der Art, daß Druckverminderungen stärker wirken als entsprechende Vergrößerungen von  $\mathcal{E}$ . Ganz besonders empfindlich gegen Verunreinigung (z. B. mit  $O_2$ ) sind die Edelgase und reiner  $N_2$ , wo ganz kleine zugesetzte Mengen z. B. von  $O_2$  die Beweglichkeit auf einen kleinen Bruchteil ihres ursprünglichen Wertes verringern.

Die Natur der Zusammenstöße langsamer Elektronen mit Molekülen wurde direkt zuerst von J. Franck und G. Hertz<sup>1)</sup> festgestellt, indem Elektronen bestimmter Geschwindigkeit einem feldfreien Gasraum zugeführt wurden, und beobachtet wurde, mit welcher Geschwindigkeit die Elektronen aus diesem Raum in einen Meßraum reflektiert wurden. In vollkommen reinen Edelgasen, reinem Stickstoff und Metalldämpfen ergab sich verlustlose Reflexion, in  $H_2$  zeigten sich bereits Energieverluste bei den reflektierten Elektronen, und in  $O_2$  war nur geringe Reflexion und mit großem Energieverlust nachweisbar.

Es ist danach anzunehmen, daß auch bei geringen Feldstärken das Elektron in reinen Edelgasen, Metalldämpfen und reinem Stickstoff dauernd oder wenigstens sehr vorherrschend freibleibt, während es bei den elektronegativen Gasen  $O_2$ ,  $Cl_2$  usw. kurze<sup>2)</sup> Zeit nach seiner Entstehung absorbiert wird. Bei hohen angewendeten Feld-

---

auch für  $H_2$  und  $CO_2$ . Dabei zeigte sich ein außerordentlich großer Feuchtigkeitseinfluß, indem schon bei kleinen Mengen von Wasserdampf die Beweglichkeit auf die des positiven Trägers in trockenen Gasen herabgesetzt wurde. Bei höheren Drucken sind derartig starke Einflüsse von Feuchtigkeit in Luft bei geringem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bisher nicht beobachtet worden. Die Geschwindigkeiten waren nicht streng Funktionen von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$ , eine Reduktion des Druckes wirkte stärker als eine Erhöhung der Feldstärke. Auch bei steigender Gastemperatur zerfallen die Komplexe infolge der erhöhten Molekulargeschwindigkeit. F. Lauster (Z. f. Phys. 3, S. 396, 1920) findet, daß die großen Träger, die in Flammgasen vorkommen, unter  $400^\circ C$  abs. den 10fachen Moleküldurchmesser, darüber jedoch nur den einfachen Moleküldurchmesser haben.

1) Franck, J., und Hertz, G.: Verh. Dt. Phys. Ges. 15, S. 373 u. 613. 1913; 16, S. 547, 1914. — Hertz, G.: Verh. Dt. Phys. Ges. 1917, S. 268. Bei Helium ergab sich als mittlerer Verlust je Stoß gerade der, welcher dem elastischen Stoß entspricht ( $2,7 \cdot 10^{-4}$  der Energie des Elektrons). Für  $H_2$  war dieser Verlust größer (ca. das  $6 \cdot 10^{-2}$ fache der Energie des Elektrons). Bei  $O_2$  ergaben sich wesentlich höhere Verluste.

2) S. a. Thomson, J. J.: Phil. Mag. Sept. 1915. — Loeb, L. B.: Proc. Nat. Ac. Sc. (7), Januar 1921, schätzt für Luft die Anlagerung nach 250 000 Stößen, d. i. nach  $10^{-6}$  sek bei normalem Druck (in  $O_2$  nach 50 000 Stößen).

stärken und Elektronengeschwindigkeiten scheint diese Absorption nur in geringem Maße einzutreten, denn J. J. Thomson<sup>1)</sup> hat bei seinen Forschungen über Kanalstrahlen (rasch bewegte, ursprünglich positiv geladene Atome und Moleküle) nie negativ geladene N<sub>2</sub>-Moleküle, sehr selten negativ geladene H<sub>2</sub>-Moleküle, und nur manchmal negativ geladene O<sub>2</sub>-Moleküle beobachtet. Die Wahrscheinlichkeit anzulagern, nimmt also bei größeren Geschwindigkeiten wohl mit steigender Geschwindigkeit ab.

Wir hätten uns also in normalen (feuchten) Gasen bei Atmosphärendruck die Elektrizitätsträger bei geringen Feldstärken groß und schwer beweglich vorzustellen. Bei gewissen Feldstärken, die ziemlich hoch liegen müssen und vielleicht schon bis in das Gebiet fallen, wo bei trockenen Gasen schon Stoßionisierung eintritt, zerfallen diese Komplexe und die neu erzeugten Elektronen lagern sich auch nicht mehr oder nur zu einem geringen Teil an Moleküle des Gases oder des Wasserdampfes an. In diesem Gebiet haben wir dann wohl auch bei elektronegativen und feuchten Gasen mit elastischen und halbelastischen Stößen mit den Molekülen zu rechnen<sup>2)</sup>. Es tritt dann eine rasche Steigerung der molekularen Energie ein, wie sie Townsend auf S. 130 schildert. Nur müßte dieses Ansteigen der Geschwindigkeit und damit der ionisierenden Fähigkeiten in dem erwähnten Gebiet viel rascher vor sich gehen, als wenn schon bei geringeren Feldern der Elektronenzustand vorherrschend wäre, d. h.  $\alpha$  müßte bis zu verhältnismäßig hohen Feldstärken äußerst gering bleiben, dann aber um so rascher wachsen.

Mißt man die Beweglichkeiten negativer Träger in unmittelbarer Nähe von Entladungen (z. B. glimmender Spitzen<sup>3)</sup>), so erhält man mehrmals größere Werte, als bei geringen Feldstärken, aber keineswegs so große, daß auf den Elektronenzustand der Träger geschlossen werden könnte. Die Messung erfolgt dann eben bei geringeren Feldern, als sie im Entladungsgebiet herrschen, die Trägerbildung ist bereits zum Teil erfolgt, und wird durch die chemischen Produkte der Entladung wahrscheinlich noch begünstigt.

1) Rays of Positive Electricity. London 1913.

2) Z. B. hat N. Åkesson bei langsamen Elektronen von einigen Volt in H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> und Luft entweder gar keine Geschwindigkeitsverluste oder solche von 7 bis 8 Volt beobachtet (siehe Lenard, P.: Heid. Ber. 1914, 17. Abh. S. 60). Diese Mindestgeschwindigkeit des Verlustes tritt bei streifendem Vorbeigang des Elektrons am Molekül auf. Echte oder nahezu echte Reflexion von Elektronen an Molekülen ist nach P. Lenard nur bei geringen Geschwindigkeiten (gering gegen die des Lichtes) häufiger zu erwarten. Bei hohen Geschwindigkeiten tritt Reflexion nur selten und mit großem Geschwindigkeitsverlust auf. Bis zu den erwähnten Geschwindigkeiten muß die Energieansammlung des bewegten Elektrons steigen können. Über verlustlose Reflexionen in Hg-Dampf s. Franck, J., und Hertz, G.: Verh. Dt. Phys. Ges. 16, S. 457. 1914.

3) Franck, J.: Ann. d. Phys. 21, S. 972. 1906. — Chattock und Tyndall: Phil. Mag. (6) 12, S. 449. 1910; (6) 20, S. 277. 1910. — Heß, V. F.: Arch. Sc. phys. et nat. (5) 1, S. 547. 1919. — Dempster, A. J.: Phys. Rev. 34. 1912. — Tyndall, A. M.: Phil. Mag. (6) 21, S. 585. 1911. — Townsend, J. S.: Phil. Mag. (6) 28, S. 83. 1914. — Ratner, S.: Phil. Mag. (6) 32, S. 441. 1916.

Bei normalen Drucken hängt die Anfangsspannung in Luft bei den normalen Feuchtigkeiten nicht vom Feuchtigkeitsgehalt ab. In größeren Mengen könnte danach ein Mehr oder Weniger an Dampf den Vorgang nicht beeinflussen. Bei gut getrockneten Gasen und geringen Feuchtigkeiten liegt bei normalem Druck nur die Arbeit von H. Saegusa vor. Bei geringen Drucken hat E. Meyer für Luft einen Feuchtigkeitseinfluß im Gebiet geringster Feuchtigkeitsmengen nachgewiesen (s. Abschn. 9).

Die Verschiedenheit der positiven und negativen Elektrizitätsträger, auch bei normalem Druck, bei der Entladung beweist auch die Verschiedenheit der positiven und negativen Gleitfiguren<sup>1)</sup>, bei der gleitenden Entladung von Spitzen auf Glasflächen. Diese Figuren erweisen sich für positive und negative Entladung in Edelgasen, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> und Luft sehr verschieden. Mit wachsender Elektronenaffinität des Gases werden die Unterschiede immer geringer (CO<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>). In Cl<sub>2</sub> z. B. sind positive und negative Büschel fast gleich, ähnlich dem positiven in Luft.

Die Entdeckung der verlustlosen Reflexion langsamer Elektronen in Edelgasen durch J. Franck und G. Hertz erklärte eine Reihe eigentümlicher Eigenschaften der Anfangsspannung bei den Edelgasen. Da die Ionisierungsenergie sich über eine beliebig große Zahl von freien Wegen ansammeln kann, sind hier die Vorgänge nur sehr wenig

von  $\frac{E}{p}$ , den Vorgängen je mittlere freie Weglänge abhängig. Damit tritt der Einfluß des Druckes auf die Entladungsvorgänge ganz zurück, entsprechend den Beobachtungen von Ramsey und Colley<sup>2)</sup>, wonach bei Neon bei 5 at die Entladung fast bei der gleichen Spannung eintrat, wie bei einem Druck von 1 cm. Auch die auffallende Tatsache war erklärt, daß z. B. Helium mit der größten Ionisierungsspannung weitaus die kleinste Anfangsspannung hat.

Das Elektron kann seine Energie über beliebig viele Wege hinweg ansammeln, und wenn das gleiche auch für das positive Teilchen gilt, könnte im Grenzfall die Anfangsspannung gleich der Ionisierungsspannung des positiven Teilchens sein. Für unselbständige Entladungen von Glühdrähten haben Franck und Hertz gezeigt, wie die Abstände der Entladungsschichten, in Volt gemessen, gleich den Ionisierungsspannungen der Elektronen waren. Auch der enorme Einfluß geringer Mengen von Verunreinigungen (z. B. 1% O<sub>2</sub>) auf die Entladespannung, die, an und für sich sehr niedrig, so stark heraufgesetzt wird, daß sie von jener der Luft kaum zu unterscheiden und nun auch stark druckabhängig ist, ist dadurch zu verstehen. Denn die Energieansammlung auf vielen Wegen wird durch Einschaltung energieverzehrender Stöße mit den Molekülen der Fremdstanz natürlich wesentlich erschwert, zumal, wenn die hereingebrachte Substanz noch eine kleinere Ionisierungsspannung als das Edelgas hat. Auch

1) Z. B. Prizbram, K.: Phys. Z. XX, S. 299. 1919; XXI, S. 480. 1920.

2) Proc. Roy. Soc. 59, S. 259. 1896.

die Abweichungen von der Mischungsregel (s. Abschnitt 19) werden dadurch verständlich. Die Gl. (21) wird also für Edelgase und reinen  $N_2$  bei geringen Drucken nicht mehr anwendbar sein, was sich auch darin zeigt, daß Townsend für He die kleinste Ionisierungsspannung findet, während sie in Wahrheit die größte aller Gase ist.

Die Grundlinien einer Theorie der Entladung, aufgebaut auf der Hypothese des elastischen Stoßes, also für Edelgase und Metalldämpfe, haben Franck und Hertz 1914<sup>1)</sup>, G. Holst und E. Oosterhuis 1922<sup>2)</sup> entwickelt.

### 55. Der positive Elektrizitätsträger.

In stark verdünnten Gasen ist der positive Elektrizitätsträger (als Kanalstrahl) von Molekül- bzw. Atomgröße. Bei normalem Druck und geringen Feldstärken sammelt er ebenfalls Molekülkomplexe um sich, die noch etwas größer sind als die des negativen Trägers. Bei größeren Feldstärken und bei geringen Drucken nimmt seine Beweglichkeit zu, so daß er im Gebiet der Stoßionisierung wahrscheinlich in Molekülgröße auftritt. Verglichen mit den Änderungen des negativen Teilchens sind seine Änderungen nur gering.

Sobald die positiven Teilchen Geschwindigkeiten erlangen, die sie zur Stoßionisierung befähigen, treten Umladungserscheinungen ein<sup>3)</sup>. Diese Umladungen kommen bei den Stößen der Teilchen mit den Molekülen des Gases zustande. Genauer erforscht sind die Umladungen in Kanalstrahlen (Strahlen positiv geladener Moleküle) bei sehr geringen Drucken und in Flammen. Sobald durch den Stoß eines positiven Teilchens aus einem neutralen Molekül ein Elektron befreit wird, kann dieses von dem positiven Träger in dessen Verband aufgenommen werden, wodurch die Rekombination eines neutralen Moleküls entsteht, das bei einem der folgenden Zusammenstöße mit einem neutralen Molekül sein Elektron wieder abgeben kann. Die Rekombinationsmöglichkeit ist um so größer, je geringer die Geschwindigkeiten des bewegten positiven Teilchens und des ausgelösten Elektrons sind. So wäre die sehr geringe ionisierende Wirkung, die Townsend für das positive Teilchen beobachtet, wohl z. T. darauf zurückzuführen, daß in den meisten Fällen das

1) Verh. Dt. Phys. Ges. 16, S. 12. 1914.

2) C. R. 175, S. 577, 1922. Es müssen durch neg. Ionisierung im Gase von einem Elektron so viele positive Teilchen erzeugt werden, daß diese bei Aufprall auf das Kathodenmetall mindestens wieder ein Elektron befreien (s. a. Abschn. 10 und S. 159, Anm. 2). Für kleine  $p\delta$  ergeben sich große Unterschiede der Entladespannung abhängig vom Kathodenmetall, die mit wachsendem  $p\delta$  immer geringer werden. Es gilt das Paschensche Gesetz. Sind die Energieverluste beim Stoß nicht äußerst gering, so verschwindet der Einfluß des Kathodenmetalls.

3) Siehe Königsberger, J., und Kutschewsky, J.: Ann. d. Physik 37, S. 161. 1912. — Wien, W.: Bayer. Ak. 38, S. 55. 1908; Ann. d. Physik 27. 1908. — Lenard, P.: Heid. Ak. 4. Abh. 1913; s. a. Heid. Ak. 17. Abh. 1914. — Baerwald, H.: Ann. d. Physik (4) 65, S. 167. 1921.

befreite Elektron sich mit dem befreienden positiven Träger sofort wieder vereinigt, wodurch der größte Teil aller ionisierenden Stöße wirkungslos gemacht wird.

### 56. Ionisierungsspannung.

Die Ionisierungsspannung kann direkt gemessen werden, indem man in sehr verdünnten Gasen Elektronen bekannter Geschwindigkeit mit den Molekülen zusammenstoßen läßt und die Mindestgeschwindigkeit mißt, bei der sich ein Anzeichen von Ionisierung (z. B. durch Auftreten positiver Elektrizitätsträger) zeigt. Diese Messung wurde mit Kathodenstrahlen zuerst von P. Lenard<sup>1)</sup> ausgeführt und ergab als Resultat eine Elektronengeschwindigkeit von 11 Volt (später bei genauerer Messung 9,5 Volt), die mindestens nötig ist, um in Luft zu ionisieren<sup>2)</sup>. Neuere Messungen mit Glühelktronen haben ergeben:

N <sub>2</sub>	17,05 Volt	He	24,6 Volt
O <sub>2</sub>	15,5 "	Ne	22,2 "
H <sub>2</sub>	16,4 "	Ar	16,0 "
CO	14,3 "	Hg-Dampf	10,4 "

Schon bei geringeren Geschwindigkeiten werden die Atome durch Elektronenstöße zur Lichtemission (Resonanzspannung) und zu inneren Umlagerungen (metastabile Zustände) angeregt. Infolge der Energieabgabe treten auch schon bei diesen geringeren Geschwindigkeiten teilweise oder ganz unelastische Stöße auf.

Bei den obigen Geschwindigkeiten beginnt die ionisierende Wirkung durch Stoß, aber es ist nur ein ganz geringer Prozentsatz von Stößen dieser Geschwindigkeit, der wirklich zur Ionisierung führt. Mit steigender Geschwindigkeit erhöht sich der Prozentsatz dieser Stöße<sup>3)</sup>. Bei Geschwindigkeiten von ca. 130 Volt erreicht die Sekundärstrahlung (gemessen durch die Zahl neu erzeugter Träger bei 1 cm Weg) ein Maximum und nimmt dann mit steigender Geschwindigkeit dauernd ab.

Im Bereich dieser Geschwindigkeiten ist die Anfangsgeschwindigkeit der ausgelösten Sekundärelektronen sehr gering.

Bei etwa 100 Volt Geschwindigkeit beginnen die Elektronen das Molekül zu durchqueren (s. a. S. 110). Bei  $\approx 200$  Volt ist der undurchdringliche Querschnitt nur noch ca.  $\frac{15,7}{24} \approx 66\%$  des gaski-

1) Ann. d. Physik (4) 8, S. 188. 1902; (4) 8, S. 149. 1903; (4) 12, S. 476. 1903; 15, S. 485. 1904. Von Lenard als „Trägerbildungsspannung“ bezeichnet, um den Unterschied in der Ionisierung durch freie Elektronen und durch Elektrizitätsträger (z. B. negativ geladene Moleküle) zu kennzeichnen.

2) Über die Beziehungen zwischen Atombau und Ionisierungsspannung, welche die Quantentheorie und das Rutherford-Bohrsche Atommodell geliefert haben, s. Sommerfeld, A.: Atombau und Spektrallinien. Braunschweig 1922. — Gerlach, W.: Die experimentellen Grundlagen der Quantentheorie. Sammlung Vieweg Heft 58. 1921. — Franck, J., u. Hertz, G.: Phys. Z. XVII, S. 409. 1916; Phys. Z. XX, S. 132. 1919.

3) Siehe Lenard, P.: Quantitatives . . . Heid. Ak. 5. 1918.

netischen, bei 1 cm Strahlweg werden bei 1 mm Hg Druck zehn sekundäre Elektronen befreit, so daß je gaskinetische Begegnung  $\frac{10}{24} \approx 0,4$  Elektronen befreit werden, je „absorbierende“ Begegnung (s. S. 109)  $\frac{10}{15,7} = 0,64^1$ ) und je Moleküldurchquerung  $\frac{10}{24 - 15,7} = 1,2$ . Über diese Werte geht die Ausbeute an ausgelösten Elektronen auch bei der günstigsten Geschwindigkeit von  $\approx 130$  Volt nicht hinaus. Die ionisierende Wirkung ist nach P. Lenard allgemein als Folge von Atombeschleunigungen aufzufassen, bei geringer Geschwindigkeit als Folge streifender Vorbeigänge. Die erzeugte Sekundärmenge an Elektronen je gaskinetische Begegnung beim Maximum erwies sich für verschiedene Gase als massenproportional (nur bei  $H_2$  ca. das 12fache beim Optimum der Geschwindigkeit und darunter).

Für die verhältnismäßig geringen Geschwindigkeiten, die für die Stoßionisierung in Frage kommen, ist das ganze Gasmolekül undurchdringlich. Das stoßende ionisierende Elektron verliert seine kinetische Energie beim Stoß fast vollkommen (was bei großen primären Geschwindigkeiten nicht mehr zutrifft).

Erst bei sehr hohen Werten der Primärgeschwindigkeit treten auch bei der Sekundärstrahlung große Geschwindigkeiten auf.

Es tritt demnach nicht bei jedem Stoß mit Ionisierungsgeschwindigkeit auch wirklich Ionisierung ein, sondern es ist eine bestimmte Konfiguration des Moleküls und des Elektrons dazu erforderlich. J. Franck und G. Hertz<sup>2)</sup> untersuchten den Fall, daß bei Erreichen der Ionisierungsspannung nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit  $\kappa$  für tatsächliche Ionisierung vorhanden ist und finden, daß sich diese in der resultierenden Ionisierungszahl wie eine Vergrößerung der mittleren freien Weglänge  $\lambda_m$  im Verhältnis  $\frac{1}{\kappa}$  bemerkbar macht.

Die höheren Werte der Ionisierungsspannung und die geringeren der Stoßzahl, die Townsend findet, dürften wohl wesentlich auf diese Erscheinungen zurückzuführen sein (möglicherweise auch durch die Mitwirkung negativ geladener Moleküle, Lenard, P., Mayer, F.: Ann. d. Physik 45, 1914; Kossel, W.: Ann. d. Physik 37, 1912).

Über die Ionisierungsspannung des positiven Teilchens wissen wir weit weniger.

Bei hohen Geschwindigkeiten ( $\alpha$ -Strahlen des Radiums, Kanalstrahlen) sind die positiven Teilchen sehr gute Ionisatoren und wirken viel stärker wie gleich schnelle Elektronen.

Dagegen ist ihre Wirksamkeit bei kleinen Geschwindigkeiten viel geringer als die der Elektronen.

<sup>1)</sup> Mayer, F.: Ann. d. Physik (4) 45, S. 1. 1914. — Lenard, P.: Quantitatives ... S. 181 ff.

<sup>2)</sup> Verh. D. Phys. Ges. 16, S. 12. 1914.

J. Stark<sup>1)</sup> setzt die Ionisierungsspannung der positiven Teilchen zur Abtrennung der Elektronen von Metallen gleich dem normalen Kathodenfall in Gasentladungen (60 bis 400 Volt). Die Befreiung der Elektronen in Edelgasen findet direkt am Kathodenmetall (Einfluß des Elektrodenmetalls auf die Anfangsspannung in Edelgasen s. S. 20), in chemisch aktiven Gasen an einer Gashaut an der Kathode statt. Die Abtrennung erfolgt am leichtesten in Edelgasen. Für die Ionisierungsspannung gegenüber Gasteilchen schließt er aus dem positiven Spitzenstrom in Luft auf 440 Volt.

Rutherford („Die Radioaktivität“) folgert aus dem Geschwindigkeitsverlust der  $\alpha$ -Strahlen bei jeder Ionisierung auf etwa 20 Volt.

J. Franck und E. v. Bahr<sup>2)</sup> haben die Ionisierungsspannung positiver Teilchen in Gasen bei geringen Geschwindigkeiten studiert. Die positiven Elektrizitätsträger wurden durch einen Glühdraht erzeugt und waren in der Hauptsache einfach positiv geladene Wasserstoffatome und Moleküle. Auch sie finden die ionisierende Wirkung der positiven Teilchen bedeutend geringer als die der negativen. Ein scharf bestimmter Wert der Ionisierungsspannung läßt sich nicht angeben, vielmehr ist diese von der Dichte der Teilchen abhängig. Der kleinste Wert, bei dem Ionisierung nachweisbar war, ist 6 Volt, also noch unterhalb der Ionisierungsspannung und der Resonanzspannung der Elektronen.

J. Franck macht darauf aufmerksam, daß das positive Teilchen durch die Entfernung des Elektrons aus dem neutralen Molekül eine gewisse potentielle Energie besitzt, die beim Stoß mit verwertet werden kann, also die zum ionisierenden Stoß nötigen Geschwindigkeiten verringern kann. Wirksam wird diese Tatsache, wenn ein Gas hoher Ionisierungsspannung z. B. He mit 24,6 Volt mit einem zweiten geringer Ionisierungsspannung, z. B. einem Metaldampf etwa Cs mit 3,5 Volt, gemischt ist. Ein stoßendes  $\text{He}^+$ -Atom gibt, wenn es dem Metallatom sein Elektron entreißt, noch eine Menge Energie (Wärmetönung  $24,6 - 3,5 = 11,1$  Volt) ab, die evtl. zur Ionisierung weiterer Metallatome dienen kann. Aus diesem Grunde ist zur Einleitung einer selbständigen Entladung in He eine ganz geringe Menge von Verunreinigungen geringerer Ionisierungsspannung günstig. Eine andere Möglichkeit der Erklärung des Auftretens von sehr geringen Entladungsspannungen, die geringer sind, als die direkt gemessenen Ionisierungsspannungen, z. B. bei Lichtbögen, ist die Annahme, daß dem neutralen Molekül die Ionisierungsenergie auch mit mehreren Stößen mitgeteilt werden kann. Schon bei geringeren Stoßgeschwindigkeiten als

---

1) Ann. d. Physik 7. 1902; Phys. Z. 5. 1903; Winkelmanns Handbuch d. Phys. IV, 1, S. 501; Jahrb. d. Rad. u. Elektronik 15, S. 329. 1919.

2) Verh. D. Phys. Ges. 16, S. 57. 1914. — Franck, J.: Verh. D. Phys. Ges. 3, S. 29. 1922; s. a. Pawlow: Proc. Roy. Soc. A. 90, S. 398. 1914. — F. Horton und A. Davis, Proc. Roy. Soc. A. 95, S. 333. 1919, finden bei 200 Volt noch keine Ionisierung in He durch positive Teilchen von einem Tantalglühdraht. Bei der selbständigen Entladung in Edelgasen scheint die positive Ionisierung wesentlich am Kathodenmetall stattzufinden (s. G. Holst u. E. Oosterhuis, Abschn. 10 und S. 156; Anm. 2).

der Ionisierungsspannung (mindestens der sog. Resonanzspannung) wird das den Atomkern umkreisende Elektron von seiner Bahn auf eine weiter außenliegende befördert, von der es im allgemeinen unter Emission von kurzwelligem Licht in seine Grundbahn zurückspringt. Die Dauer des angeregten Zustandes beträgt etwa  $10^{-8}$  sek. Wird das Molekül innerhalb dieser Zeit nochmals getroffen, so kann das Elektron mit erheblich geringerer Energiezufuhr entfernt werden. Wegen der großen Kürze der Zeit sind so rasch aufeinanderfolgende Stöße sehr unwahrscheinlich. Dagegen kann das Elektron durch einen Stoß auf eine Bahn befördert werden, von der es nicht mehr ohne weiteres zurückspringen kann, sondern erst mit Hilfe z. B. einer Art chemischen Prozesses mit einem Nachbarmolekül oder durch weitere Stöße. Dieser sog. metastabile Zustand kann relativ lange andauern<sup>1)</sup> (z. B. entsteht metastabiles He bei Stößen mit 20,3 Volt nach J. Franck und P. Knipping, Phys. Z. 20, S. 481. 1919, bei Hg, bei  $N_2$ , Nachleuchten des Stickstoffes nach durchgegangenen Entladungen. S. a. W. Gerlach, S. 157). Durch weitere Stöße bei genügenden Teilchendichten ist Ionisierung mit geringer Stoßgeschwindigkeit möglich (z. B. Hg-Lichtbogen bei sehr geringen Spannungen, s. Hebb: Phys. Rev. 1918).

Auch H. Baerwald<sup>2)</sup> findet bei langsamen positiven Strahlen, die im höchsten Vakuum auf Messing fallen, keine scharfe untere Grenze für den Beginn der Sekundärstrahlung, die sich etwa bei Geschwindigkeiten von 10 bis 20 Volt anfängt bemerkbar zu machen.

Bevor wir auf die Anwendung der Townsendschen Theorie eingehen, werfen wir noch einen Blick auf die geschichtliche Entwicklung und betrachten kurz die bisherigen Ansätze zur Berechnung von Funkenspannungen.

## 57. Geschichtliches zur Theorie der Stoßionisation.

Die erste Erwähnung der Möglichkeit durch Stoß zu ionisieren, stammt aus dem Jahre 1884 von Schuster<sup>3)</sup>. Im Jahre 1900 hat dann J. J. Thomson<sup>4)</sup> die Vorstellungen präzisiert und versucht, die Eigenschaften der Funkenentladung (vor allem die Erscheinung der Minimumspannung) daraus abzuleiten. J. J. Thomson geht von den Bedingungen der bestehenden Vakuumentladung aus, bei der sich dicht an der Kathode ein dunkler Raum zeigt, der Crookesche Dunkelraum, in dem die elektrische Feldstärke äußerst hoch ist. Auf diesen Dunkelraum folgt eine dünne glimmende Schicht, das

1) Nach Messungen von F. H. Kannenstine (Astrophys. Journ. 55, S. 345. 1922) bei He etwa  $1/400$  sek, so daß z. B. He-Lichtbogen mit Glühkathode kurz nach dem Erlöschen schon wieder mit 5 Volt gezündet werden können (z. B. bei Wechselstrom).

2) Ann. d. Physik (4) 41, S. 643. 1913; (4) 60, S. 1. 1919; (4) 65, S. 167. 1921.

3) Proc. Roy. Soc. 37, S. 317. 1884 (nach Seeliger, R.: Jahrb. Rad. u. El. 10, S. 431. 1913).

4) Phil. Mag. (5), 50, S. 278. 1900, s. a. Elektrizitätsdurchgang durch Gase. Leipzig 1906, S. 399.

negative Glimmlicht, in der die Feldstärke sehr gering ist, darauf wieder ein dunkler Raum, der Faradaysche Dunkelraum und dann ein leuchtendes Stück, das bis zur Anode reicht, die positive Säule. Die Feldstärke in der positiven Säule ist gleichmäßig und bedeutend geringer als im Crookesschen Dunkelraum. Thomson nimmt an, daß im Crookesschen Dunkelraum jeder Zusammenstoß ionisierend wirkt, während im übrigen Teil der Röhre der Prozentsatz der ionisierenden Stöße eine lineare Funktion der elektrischen Feldstärke ist, die bei einem bestimmten unteren Grenzwert zu Null wird. Die Zahl der von der Kathode ausgehenden negativen Teilchen setzt er proportional der Energie der diese bombardierenden positiven Teilchen. Je nachdem, ob die Länge der Funkenstrecke größer oder kleiner ist als die des Crookesschen Dunkelraumes, dessen Spannung (Kathodenfall) in weiten Grenzen vom Druck und von der Elektrodenentfernung unabhängig ist, erhält er zwei Beziehungen zwischen der Entladespannung und dem Produkt aus Funkenlänge und Elektrodenabstand, die der von dem Paschenschen Gesetz verlangten Form genügen und insbesondere das Minimum der Funkenspannung bei einem endlichen kleinen Wert dieses Produktes zeigen, unterhalb dessen die Funkenspannung in der bekannten Weise sehr stark ansteigt. Diese Theorie beansprucht nur qualitativ die Erscheinungen zu beschreiben.

Im Jahre 1901<sup>1)</sup> hat J. J. Thomson den Begriff der Ionisierungsspannung geprägt und theoretisch die Anzahl der entstehenden neuen Träger als Funktion der Geschwindigkeit formuliert. Im gleichen Jahre veröffentlicht Townsend<sup>2)</sup> seine erste Arbeit. Dann hat im Jahre 1902 P. Lenard<sup>3)</sup> auf Grund seiner Arbeiten über die Absorption der Kathodenstrahlen nachgewiesen, daß die Stoßionisation ein von der Trägerbildung durch Absorption eines Elektrons verschiedener Vorgang ist und hat in einer Reihe von Gasen direkt experimentell die Ionisierungsspannung gemessen, die sich für alle zu etwa 11 Volt ergab. In einer folgenden Arbeit<sup>4)</sup> zeigte er dann, daß die Stoßionisation in der Entziehung eines Elektrons aus dem Molekül bestehe, so daß die frühere Ansicht, die eine Art Dissoziation, wie bei den flüssigen Leitern annahm, nicht haltbar sei. Er bestimmte experimentell die Zahl der pro cm Strahlweg ausgelösten Elektronen, zeigte, daß diese eine Funktion der Geschwindigkeit des stoßenden Elektrons ist, bei etwa 11 Volt beginnt und rasch ein Maximum (bei etwa 130 Volt) erreicht, hinter dem sie zuerst rasch, dann immer langsamer abfällt.

Schließlich hat J. Stark<sup>5)</sup> im Jahre 1902 die Vorstellungen des Ionenstoßes auf die Theorie der selbständigen und unselbständigen Strömung in einem Gase angewendet, hat versucht, sie energetisch zu deuten und hat auch eine Reihe von Beziehungen für

1) Phil. Mag. (6), 1, S. 361. 1901. — 2) Phil. Mag. (6), 1, S. 198. 1901.

3) Ann. d. Physik 8, S. 149. 1902. — 4) Ann. d. Physik 12, S. 449. 1903.

5) Ann. d. Physik (4), 7, S. 417, 919. 1902, s. a. Elektr. in Gasen 1902, S. 55 ff.

die Anfangsspannung aufgestellt, die qualitativ die bekannten Versuchsergebnisse befriedigten.

Die Entladungstheorien von J. J. Thomson und J. Stark könnte man richtiger als Theorien der Spannung bezeichnen, die nötig ist, um einen bestimmten Strom aufrechtzuerhalten. Denn sie gehen von der Existenz des Kathodenfalls und der Annahme einer bestimmten Stromstärke aus, während beim Eintreten der eigentlichen Entladungs- (Funken-) spannung dieser Kathodenfall noch nicht da ist und die Stromstärke noch äußerst gering ist. Experimentell hat Townsend<sup>1)</sup> nachgewiesen, wie mit wachsendem Strom sich nach und nach der Kathodenfall herausbildet und wie sich zugleich damit die Spannung an den Enden der Strecke verringert. Bei geringsten Strömen, kurz nach Eintritt der selbständigen Entladung, fand er (soweit die Genauigkeit von Sondenmessungen reicht) ein nahezu ungestörtes elektrostatisches Feld. Durch Erzeugung künstlicher Kathodenfälle (mit Hilfselektrode) konnte er die Entladungsspannung nach Belieben variieren.

Damit ist das eigentliche Geschichtliche erledigt, und es ist noch eine Spezialisierung der Townsendschen Theorie, die von B. Davis herrührt, zu betrachten.

### 58. Theorie der ionisierenden Stöße von B. Davis.

B. Davis<sup>2)</sup> spezialisiert die Theorie Townsends in mechanistischem Sinne, indem er annimmt, daß bei nicht zentralen (streifenden) Stößen nur dann Ionisierung eintritt, wenn die kinetische Energie der Normalkomponente der Geschwindigkeit zur Berührungsebene die zur Ionisation erforderliche Größe überschreitet.

Davis versucht die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $w$  (S. 113) direkt zu ermitteln. Wenn auch die einfachen Annahmen Davis in Wirklichkeit wohl nicht zutreffen, so zeigt sich doch, daß mit Berücksichtigung dieser Wahrscheinlichkeit ein engerer Anschluß an die unmittelbare Erfahrung zu gewinnen ist, als mit den ursprünglichen einfachen Annahmen Townsends.

Denkt man sich das Molekül als Kugel vom Radius  $a$ , so wird das unter dem Winkel  $\theta$  (Abb. 55) auftreffende Elektron dann ionisieren, wenn der Teil seiner Energie, der der Normalkomponente der Geschwindigkeit entspricht, größer ist als  $\mathcal{E}e\Delta$ .

Hat es tatsächlich den Weg  $(\Delta + x) = y$ , wo  $\Delta$  die Weglänge ist, die bei zentralem Stoß zur Ionisierung führt, zurückgelegt, so beträgt seine ganze Energie  $\mathcal{E}e(\Delta + x)$ . Die Normalkomponente der

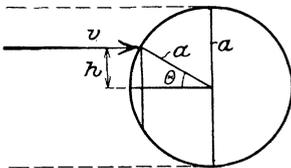


Abb. 55.

1) Phil. Mag. (6), 8, S. 738. 1904; (6), 9, S. 289. 1905; (6), 11, S. 6. 1906.

2) Phys. d. Rev. 24, S. 93. 1907, s. a. Ann. d. Physik (4), 42, S. 807.

Geschwindigkeit  $v$  ist  $v \cos \Theta$ , und die entsprechende kinetische Energie muß mindestens gleich  $\mathfrak{E} e \Delta$  sein.

$$\frac{1}{2} m v^2 \cos^2 \Theta = \mathfrak{E} e \Delta$$

ergibt also den größten Winkel  $\Theta$ , bei dem mit der Geschwindigkeit  $v$  noch Ionisierung stattfindet. Die ganze Energie ist

$$\frac{1}{2} m v^2 = \mathfrak{E} e (x + \Delta),$$

also

$$\mathfrak{E} e \Delta = \mathfrak{E} e (x + \Delta) \cos^2 \Theta,$$

woraus

$$\sin^2 \Theta = \frac{x}{\Delta + x}.$$

Innerhalb dieses Winkels  $\Theta$  muß also das Elektron auftreffen, wenn es ionisieren soll. Um den Prozentsatz der Stöße zu berechnen, die dies tun, ist das Verhältnis der Kreisflächen mit den Radien  $a \sin \Theta = h$  und  $a$  zu bilden, denn die Wahrscheinlichkeit für ein Elektron, an irgendeinem Punkte dieser Flächen einzutreffen, ist überall gleich groß.

Das Verhältnis dieser Flächen ist  $\sin^2 \Theta$ . Bei einer gesamten Stoßzahl von  $\frac{1}{\lambda}$  je cm ist also die gesamte Zahl der Stöße mit den Weglängen  $y$  bis  $y + dy$  je cm gleich (s. S. 109).

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{y}{\lambda}} dy$$

und die Zahl der ionisierenden

$$d\alpha = \frac{1}{\lambda^2} e^{-\frac{\Delta+x}{\lambda}} \sin^2 \Theta dx = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\Delta+x}{\lambda}} \frac{x}{\Delta+x} d\left(\frac{x}{\lambda}\right).$$

Über alle Weglängen integriert, entsteht

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\Delta+x}{\lambda}} \frac{x}{\Delta+x} \frac{dx}{\lambda}$$

$$\alpha \lambda = e^{-\frac{\Delta}{\lambda}} + \frac{\Delta}{\lambda} Ei\left(-\frac{\Delta}{\lambda}\right), \dots \dots \dots (53)$$

wo  $Ei$  das Exponentialintegral bedeutet<sup>1)</sup>.  $\Delta$  ist wieder gleich  $\frac{V}{\mathfrak{E}}$ . In der gleichen Schreibweise würde der Townsendsche Ausdruck S. 113 lauten:

1) Emden-Jahnke: Funktionentafeln S. 19.

$$\alpha \lambda = e^{-\frac{1}{\lambda} \frac{V}{\mathcal{E}}} = e^{-\frac{d}{\lambda}}.$$

In Abb. 56 sind beide Ausdrücke als Funktion von  $\frac{\lambda}{d} = \frac{\mathcal{E}}{NV}$  dargestellt. Davis erhält viel kleinere Werte, besonders für kleine Feldstärken, da bei diesen die Wahrscheinlichkeit zu ionisieren bei ihm bedeutend geringer ist wie bei Townsend. Nach Townsends Versuchen

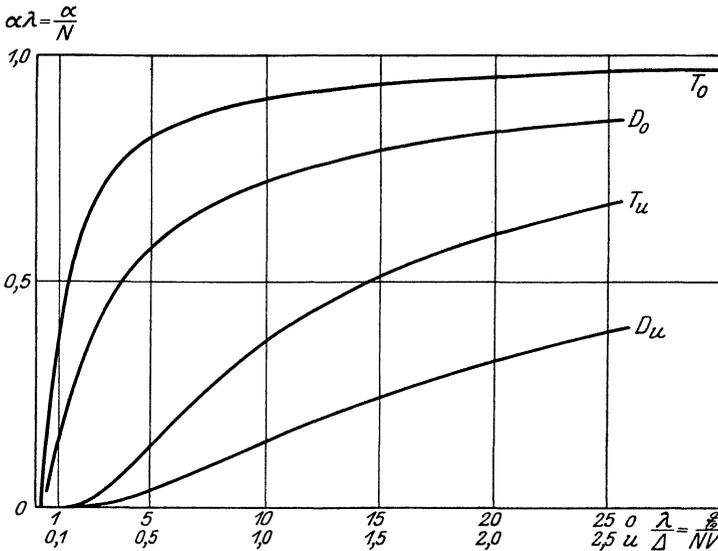


Abb. 56. Ionisierungszahlen negativer Teilchen nach J. S. Townsend und E. Davis.

o obere Skala,  
u untere Skala.

findet er bei Luft die Ionisierungsspannung von 8,5 bis 13,6, im Mittel 11,8 Volt, die mittlere freie Weglänge ca.

$$4,25 \sqrt{2} = \text{ca. } 6 \text{ mal}$$

so groß, wie die mittlere freie Weglänge eines normalen Luftmoleküls, also Werte, die mehr mit den direkt gemessenen übereinstimmen als die Townsendschen.

E. G. Bishop<sup>1)</sup> hat im Jahre 1911 die Townsendschen Versuche auf ein größeres Druckbereich (bis zu 10,0 cm Hg) ausgedehnt und die Resultate nach der Davisschen Formel ausgewertet für Werte von  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  (in  $\frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{mm Hg}}$ ) von 73,3 bis 44,8. Die mittlere freie

1) Phys. Z. XII, S. 1148. 1911.

Weglänge des Luftmoleküls bei 760 mm und 23° C nimmt er zu  $0,983 \cdot 10^{-5}$  cm und umgekehrt proportional dem Druck an und die freie Weglänge des als Elektron angesehenen Trägers als das  $4\sqrt{2}$  fache davon. Als Resultat erhält er im Mittel  $V=10,21$  Volt mit verhältnismäßig sehr geringen Abweichungen. Als kleinsten Wert der Feldstärke, bei dem Ionisierung merkbar wird, findet er für Luft  $400 \frac{\text{Volt/cm}}{\text{cm Hg}}$ , d. h. für 76 cm Druck etwa 30,4 kV/cm, gemessen an dem Punkt der Stromkurve, bei dem ein stärkeres Ansteigen beginnt. (Übereinstimmend mit dem Wert  $\frac{\mathfrak{E}}{p} = 40 \frac{\text{Volt/cm}}{\text{mm Hg}}$  bei dem Kirkby gerade noch meßbare  $\alpha$  feststellte.) Die Townsendsche Forderung  $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$  findet er bestätigt und leitet dafür empirisch die Gleichung

$$\frac{\alpha}{p} = a \left( \frac{\mathfrak{E}}{p} - \frac{\mathfrak{E}_m}{p} \right)^b$$

ab, in der für Luft

$$a = 0,0001594$$

$$b = 1,615$$

$$\frac{\mathfrak{E}_m}{p} = 400,$$

ist, und die recht gut mit den Beobachtungen übereinstimmt. Positive Ionisierung fand bei seinen Versuchen nicht statt.

Es bleibt nun noch übrig, zwei Ansätze zu beschreiben, die zur Erklärung der bei zylindrischen Leitern beobachteten Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke vom Drahtradius gemacht worden sind. Sie rühren von Townsend und Davis her.

### 59. Theorie von Townsend über die Durchbruchfeldstärke von Drähten.

Townsend<sup>1)</sup> geht von der Annahme aus, daß positive Ionen bei normalem Druck bei einer Feldstärke von 30 kV/cm anfangen zu ionisieren. Bei einem positiv geladenen Draht findet demnach Stoßionisation nur bis zu einem Radius  $c$  statt, wo  $\frac{a}{c} \mathfrak{E}_0 = 30$  ist, wenn  $a$  der Drahtradius und  $\mathfrak{E}_0$  die Feldstärke an der Oberfläche des Drahtes bedeuten. Die Weglänge, auf der die Ionisation stattfindet, ist  $c - a = a \left( \frac{\mathfrak{E}_0}{30} - 1 \right)$ .

1) Electrician, Juni 1913, S. 348, s. a. Hb. S. 324.

Nach den Versuchen von Watson ergibt sich:

$a$	cm	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,01
$c - a$	cm	0,18	0,166	0,153	0,140	0,133	0,103	0,075
$\mathfrak{E}_0$	kV/cm	39	40	41,5	44	50	61	75
$\mathfrak{E}_{0b}$	kV/cm	42	43	44	46	50	58,5	71

Je größer  $\mathfrak{E}_0$  ist, desto kleiner ist  $c - a$ , wie bei ebenen Elektroden.

Der Mittelwert der Feldstärke auf dem Wege  $c - a$  ist  $\frac{\mathfrak{E}_0 + 30}{2}$ , und es muß angenommen werden, daß auf diesem Wege genügend Ionen erzeugt werden, um die Entladung zu unterhalten. Es wird danach  $\frac{\mathfrak{E}_0 + 30}{2}$  angenähert der Feldstärke  $\frac{U}{\delta}$  bei zwei ebenen Elektroden gleichgesetzt, die eine Entladung über die Strecke  $\delta = c - a$  erzeugt. Die Spannung  $U$  für ebene Elektroden in kleinem Abstand setzt Townsend nach den Messungen von Baille (s. S. 24) zu  $30\delta + 1,35$  an (für  $\delta$  ca. 0,1 cm). Danach wird

$$\frac{\mathfrak{E}_0 + 30}{2} = 30 + \frac{1,35}{\delta} = 30 + \frac{1,35}{a \left( \frac{\mathfrak{E}_0}{30} - 1 \right)}.$$

Damit ergibt sich

$$\mathfrak{E}_0 = 30 + \frac{9}{\sqrt{a}},$$

und da  $\mathfrak{E}_0 a = f(pa)$  ist (s. S. 148), gilt beim Drucke  $p$

$$\mathfrak{E}_0 = p \left( 30 + \frac{9}{\sqrt{pa}} \right),$$

für  $ap$  von 0,6 bis 0,075.

Die nach der Formel gerechneten Werte von  $\mathfrak{E}_0$  sind unter  $\mathfrak{E}_{0b}$  in der untersten Reihe der Tabelle eingetragen.

Diese Theorie von Townsend hat mit der Vorstellung der Stoßionisierung nichts zu tun. Sie ist lediglich die Übertragung der Gesetze der Entladung in dünnen, ebenen Schichten auf die zylindrische Entladung und zeigt, daß die Peek'sche Formel mit der Vorstellung sehr dünner Entladungsschichten um den Draht im Einklang steht. Nur die Einführung der Druckabhängigkeit, die sich mit der Erfahrung im Einklang befindet, beruht auf den Annahmen der Stoßionisierung.

Da der Gültigkeitsbereich der Formel nur im Gebiet kleiner Radien liegt, ist bei größeren Radien eine dickere Schicht zu berücksichtigen, wo die Rechnung mit Mittelwerten nicht mehr möglich ist.

In gleicher Weise hat P. J. Edmunds<sup>1)</sup>, der mit einer Influenzmaschine dünne Drähte von dem Durchmesser 0,5 bis 1,5 mm mit halbkugeligen Enden (abgerundete Spitzen) bis zu Abständen von 2,25 cm von einer Ebene untersuchte, für deren Durchbruchfeldstärke

$$\mathcal{E} = 30 + \frac{18}{\sqrt{a}} \text{ kV/cm}$$

bei Atmosphärendruck abgeleitet (s. a. S. 71) und deren Anfangsspannung zu

$$U = \frac{ap \ln \frac{8d}{a}}{4} \left( 30 + \frac{18}{\sqrt{ap}} \right) \text{ kV}$$

berechnet ( $a$  Drahtradius,  $d$  Abstand von der Ebene,  $p$  Druck in Atm.).

Die berechneten Werte liegen für die dünneren Drähte zwischen den Werten für die positive und negative Entladung. Die positive Entladespannung war stets die höhere. Bei den dickeren Drähten ist die Übereinstimmung wesentlich schlechter. Für sehr dünne Drähte wird  $\mathcal{E}\sqrt{a} = 18$ , was angenähert mit dem von J. Zeleny<sup>2)</sup> für flüssige Spitzen empirisch gefundenen Gesetz  $\mathcal{E}\sqrt{a} = 17,07$  übereinstimmt. Das Townsendsche Gesetz, wonach die Funkenspannung eine Funktion von  $(ap)$  sei, wird gut bestätigt.

Interessant sind die sehr starken Verzögerungseffekte, die er bei sehr dünnen Spitzen beobachtete; bei dem dünnsten Draht von 0,5 mm  $\phi$  konnte die Spannung einige Minuten ohne Entladung 50% höher als die eigentliche Entladungsspannung gehalten werden, verzögernde Wirkungen konnten bis zu 5 Minuten Dauer beobachtet werden<sup>3)</sup>. Durch Bestrahlung mit Radiumbromid wurde die Verzögerung beseitigt, und es konnten regelmäßige Entladungswerte erreicht werden.

## 60. Theorie von Davis über die Durchbruchfeldstärke von Drähten.

Von einem ganz andern Standpunkt sieht Davis das Problem an. Er nimmt nur eine Ionisierung durch negative Ionen an und läßt die Entladung (bei Wechselspannung) dann eintreten, wenn die in der positiven Phase des Drahtes ankommende negative Ionenzahl einen bestimmten konstanten Wert erreicht.

Die Ionisierung beginnt nach ihm an der Stelle, wo die Feldstärke 26,6 kV/cm  $\left( \frac{\mathcal{E}}{p} = 350 \frac{\text{Volt}}{\text{cm} \cdot \text{cm Hg}} \right)$  beträgt. Die Corona soll sich allmählich aufbauen, indem bei jeder Phase neue Ionen erzeugt werden, aber auch einige verloren gehen, teils durch Abgabe an den Draht,

1) Phil. Mag. (6) 28, S. 234. 1914. — 2) Phys. Rev. 3, S. 88. 1914.

3) Derartig starke Verzögerungen an Spitzen hat auch F. W. Peek bei Stoßspannungen beobachtet. Bei Entladungen an Drähten hingegen waren keinerlei Verzögerungserscheinungen zu beobachten. Proc. A. I. E. E. 34, S. 1695.

teils durch Rekombination, bis die anfängliche Ionenzahl  $n_0$  am Rande der Ionisierungszone sich zu dem erforderlichen Werte  $n$  am Drahte gesteigert hat.

Das Verhältnis dieser beiden Zahlen ist nach S. 143, Gl. 39, wenn

$\beta = 0$  gesetzt wird, durch  $e^{\int_a^b \alpha dx}$  gegeben, wo  $a$  den Drahradius,  $b$  den Radius der Grenze der Ionisierungszone bedeutet. Für  $\frac{\alpha}{p}$  führt er den auf S. 163 abgeleiteten Wert ein; für die Feldstärken gilt im zylindrischen Feld

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \frac{b}{x}, \quad \mathfrak{E}_s = \mathfrak{E}_0 \frac{b}{a},$$

wenn  $\mathfrak{E}$  die Feldstärke für den Radius  $x$ ,  $\mathfrak{E}_s$  und  $\mathfrak{E}_0$  die Feldstärken an der Drahtoberfläche und an der Grenze der Ionisierungszone bedeuten.

Den Ausdruck für  $\frac{\alpha}{p}$ , nachdem  $\mathfrak{E}$  darin eingeführt ist, ersetzt er durch eine Näherung von der Form

$$\frac{\alpha}{p} \approx A + B \left( \frac{\mathfrak{E}}{p} - 350 \right)^2,$$

in der  $A = 0,05$  und  $B = 0,0000115$  ist, die bis  $\frac{\mathfrak{E}}{p} = 800$  gut mit der exakten Formel übereinstimmt.

Indem er nun  $\mathfrak{E}$  gemäß der oberen Gleichung substituiert, erhält er

$$\int_a^b \alpha dx = A p a \left( \frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_0} - 1 \right) + B C p a \left( \frac{\mathfrak{E}_s^2}{\mathfrak{E}_0^2} - 1 - 2 \frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_0} \ln \frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_0} \right),$$

wo

$$C = \left( \frac{\mathfrak{E}_0}{p} \right)^2 = 350^2.$$

Wenn nun das Druckverhältnis  $\delta$  ( $= 1$  für  $p = 76$  cm) eingeführt wird und  $\int_a^b \alpha dx = K$  gesetzt wird, ergibt sich

$$\frac{K}{a} = 3,8 \delta \left( \frac{\mathfrak{E}_s}{\delta \mathfrak{E}_0} - 1 \right) + 107 \delta \left( \frac{\mathfrak{E}_s^2}{\delta^2 \mathfrak{E}_0^2} - 1 - 2 \frac{\mathfrak{E}_s}{\delta \mathfrak{E}_0} \ln \frac{\mathfrak{E}_s}{\delta \mathfrak{E}_0} \right). \quad (54)$$

Wird in dieser Gleichung  $K = 6$  gesetzt, so genügt sie der Whiteheadschen<sup>1)</sup> Formel

$$\mathfrak{E}_s = 32000 \left( 1 + \frac{0,297}{\sqrt{a}} \right)$$

für einen Draht in einem Zylinder im Bereich  $a = 0,02$  bis  $a = 0,5$ .

1) Whitehead: Trans. A. J. E. E. 30. Juni 1911.

Um die Peek'sche Formel für zwei parallele Drähte zu befriedigen, muß er  $K = 4,3$  setzen. Sie stimmt dann mit

$$\mathfrak{E}_s = 29800 \left( 1 + \frac{0,301}{\sqrt{a}} \right)$$

im Bereich  $a = 0,06$  bis  $0,6$  überein. Er leitet diese Formeln auch direkt aus der Gl. (54) ab, indem er

$$\ln \frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_0} = C_1 \frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_0} + C_2 \frac{\mathfrak{E}_0}{\mathfrak{E}_s} + C_3,$$

$$C_1 = 0,28, \quad C_2 = -0,28, \quad C_3 = 0,53$$

setzt. Auch den Einfluß der Luftdichte gibt seine Gleichung übereinstimmend mit den empirischen Formeln für  $\delta = 0,05$  bis  $1,2$  und  $a = 0,103$  bis  $0,953$  wieder. Der Unterschied der Whiteheadschen und der Peek'schen Resultate rührt nach ihm davon her, daß beim konzentrischen Zylinder in der negativen Phase des Drahtes ein Teil der Ionen vom Außenzylinder abgefangen wird und die Ionenzahl daher langsamer wächst. Derselbe Grund wird auch dafür angenommen, daß bei zwei parallelen Drähten die Durchbruchfeldstärke von einem gewissen Abstände an mit abnehmender Entfernung wächst.

Die Whiteheadschen Beobachtungen, daß 1. die Coronaspaltung unabhängig von Röntgenionisation ist und daß 2. ein den Draht umgebender isolierter Papierzylinder (Draht  $\phi$  0,157 cm, Papierzylinder  $\phi$  2,54, 1,27 und 0,95 cm  $\phi$ ) die Coronaspaltung nicht ändert, widerspricht seiner Ansicht nach der Theorie nicht, da Davis einen Aufbau der Corona im Verlauf von mehreren Perioden annimmt. Er bestätigt seine Ansicht durch einen Versuch, indem bei passend gewählten Bedingungen die Corona erst nach 3 Minuten erscheint. Auch innerhalb der Papierrohre geht der Aufbau prozeß vor sich, indem sich vor Eintreten der Corona in der negativen Phase des Drahtes die entsprechende Ionenzahl an die Innenwand des Zylinders legt und in der positiven Phase des Drahtes zurückwandert.

Davis berücksichtigt also überhaupt nicht die Wirkung der positiven Ionen. Aber wie auf S. 147 gezeigt, steckt in seinem Ansatz implizite die Annahme, daß  $\alpha$  proportional  $\beta$  ( $\alpha = k\beta$ ) ist, denn dann entsteht tatsächlich die Entladungsbedingung Gl. (52)

$$\int_0^\delta \alpha dx = \frac{\ln k}{1 - \frac{1}{k}} = K.$$

Aus dem Werte  $K = 6$  würde  $k \approx 400$  folgen, aus  $K = 4,3$   $k \approx 74^1$ ). Ihrer Entstehung nach kann die Formel nur für solche Gebiete stimmen, wo keine oder sehr geringe Polaritätseffekte auftreten, also

1) Allerdings würde der Ansatz auch für die Annahme gelten, daß die positive Ionisierung am Kathodenmetall mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit für ein auftreffendes positives Teilchen stattfindet (s. a. S. 156, Anm. 2). Für Luft trifft dies jedoch nicht zu.

für kleinere  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ . Der untere Grenzwert  $\mathfrak{E}_0 = 26,6 \text{ kV/cm}$  ist willkürlich gewählt, und es wird sich zeigen, daß Ionisierung noch bis zu kleineren Feldstärken auftritt, was sich namentlich bei dicken Zylindern und großen Schlagweiten bemerkbar macht. Gerade aus diesem Grunde folgt, daß die Resultate für dünne Drähte, wo schon relativ große  $\mathfrak{E}_0$  vorhanden sind, aber noch keine zu starken Polaritätseffekte, mit den Beobachtungen gut stimmen. Für dicke Zylinder z. B. können sie nicht mehr stimmen. Daß Davis für parallele Drähte ein anderes  $K$  einführen muß, ist von unserem Standpunkt ein Widerspruch, der darin beruht, wie in Abschnitt 68 gezeigt ist, daß einerseits das Feld zwischen zwei parallelen Zylindern anders beschaffen ist als wie zwischen konzentrischen und daß die ionisierende Schicht um die Drähte doch so dick ist, daß dieser Unterschied noch merkbar wird und daß zweitens die beiden Drähte sich gegenseitig mit aktionsfähigen Trägern versorgen.

Die Theorie von Davis ist der erste Versuch, die Durchbruchfeldstärke zylindrischer Leiter unmittelbar auf Grund der Anschauungen der Stoßionisierung abzuleiten<sup>1)</sup>.

### III. Stoßionisierung und Durchbruchfeldstärke in Luft bei Normaldruck.

#### 61. Ebene Elektroden. Bestimmung der Ionisierungszahlen $\alpha$ und $\beta$ für kleine $\frac{\mathfrak{E}}{p}$ .

Wenn wir versuchen wollen, die Eigenschaften der Durchbruchfeldstärke bei normalen Drucken zu verfolgen, so müssen zunächst die Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  abhängig von der Feldstärke bestimmt werden, denn wir können nicht von vornherein erwarten, daß hier auch die von Townsend bestimmten Werte gelten, da wir es einesteils mit viel geringeren Werten von  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  zu tun haben als bei geringen Drucken, und da zweitens die Beziehung

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{\mathfrak{E}}{p}\right)$$

nicht in derselben Form auch für die hohen Drucke zu gelten braucht, wenn wir noch explizite Druckabhängigkeiten (z. B. An-

<sup>1)</sup> 1906 hat Schwedoff, Th.: Ann. d. Physik (4), 19, 908, 1914 eine Theorie der Entladung aufgestellt, die nicht berücksichtigt ist, da sie mit ihren Anschauungen von den hier behandelten fern liegt. Schwedoff behandelt das Ion als fallende beschleunigte Kugel im widerstehenden Mittel und nimmt an, daß die Entladung eintritt, wenn das Ion eine bestimmte kritische Geschwindigkeit erreicht. Ionisierung erfolgt nur unmittelbar an den Elektroden. Außerdem wird dem Feld eine zerreiße Wirkung auf die Moleküle zugeschrieben.

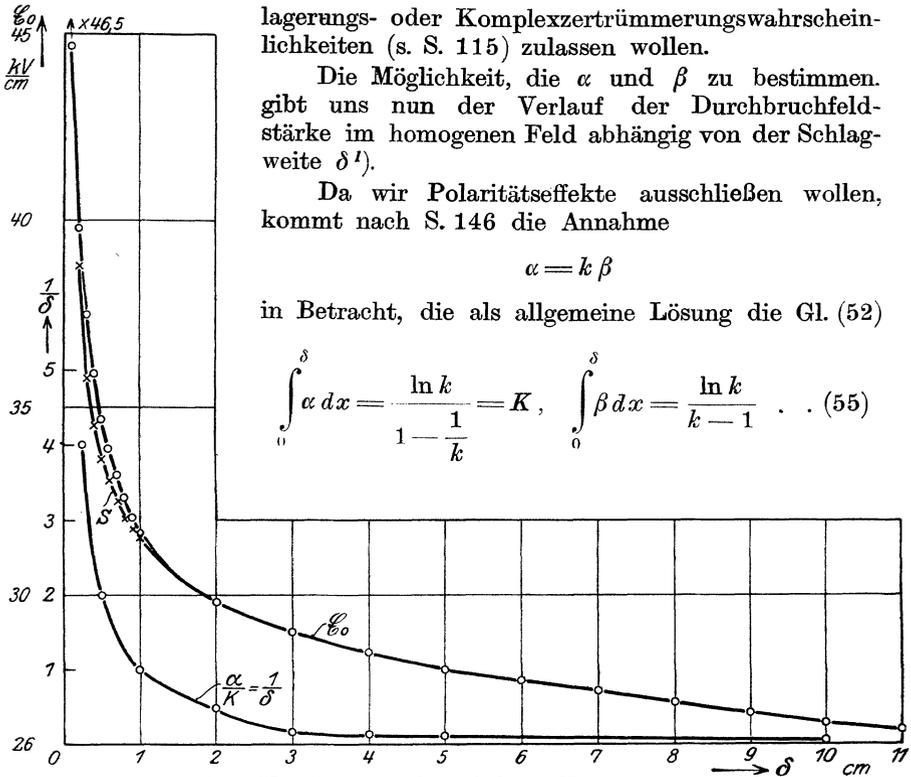


Abb. 57. O Werte der mittleren Kurve, Abb. 9.  
X Werte der Messungen von W. Spath, S. 173.

lagerungs- oder Komplexzertrümmerungswahrscheinlichkeiten (s. S. 115) zulassen wollen.

Die Möglichkeit, die  $\alpha$  und  $\beta$  zu bestimmen, gibt uns nun der Verlauf der Durchbruchfeldstärke im homogenen Feld abhängig von der Schlagweite  $\delta$ !).

Da wir Polaritätseffekte ausschließen wollen, kommt nach S. 146 die Annahme

$$\alpha = k \beta$$

in Betracht, die als allgemeine Lösung die Gl. (52)

$$\int_0^\delta \alpha dx = \frac{\ln k}{1 - \frac{1}{k}} = K, \quad \int_0^\delta \beta dx = \frac{\ln k}{k - 1} \quad (55)$$

ergibt, wobei die Integration längs der Kraftlinie auszuführen ist, an der die größten Feldstärken herrschen.

1) Den ersten Versuch, die Townsendsche Theorie auf die ebene Funkenstrecke bei normalen Drucken anzuwenden, macht Roop, W. R.: Phys. Rev. (6)

6, S. 509, 1915. Er setzt in der Formel  $\delta = \frac{\ln \frac{\alpha}{\beta}}{\alpha - \beta}$  (Gl. 7, S. 103)  $\beta$  als sehr klein gegen  $\alpha$  voraus, und indem er die Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  nach Gl. (19) und (20) einsetzt, erhält er

$$\delta = \frac{NV}{e^{\frac{E}{\mathfrak{E}}}} \left( \frac{MU - NV}{\mathfrak{E}} - \ln \frac{M}{N} \right)$$

und da er auch noch  $\ln \frac{M}{N}$  als klein gegen das erste Glied in der Klammer voraussetzt

$$\delta = \frac{1}{\mathfrak{E}} e^{\frac{NV}{\mathfrak{E}}} \left( \frac{M}{N} U - V \right).$$

Für das homogene Feld entsteht also

$$\alpha \delta = K, \quad \beta \delta = \frac{K}{k} \dots \dots \dots (56)$$

oder

$$\frac{\alpha}{K} = \frac{1}{\delta} \dots \dots \dots (57)$$

Ist nun die Schlagweite  $\delta$  abhängig von der Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  bekannt, so sind es auch  $\alpha$  und  $\beta$  bis auf die Konstanten  $K$

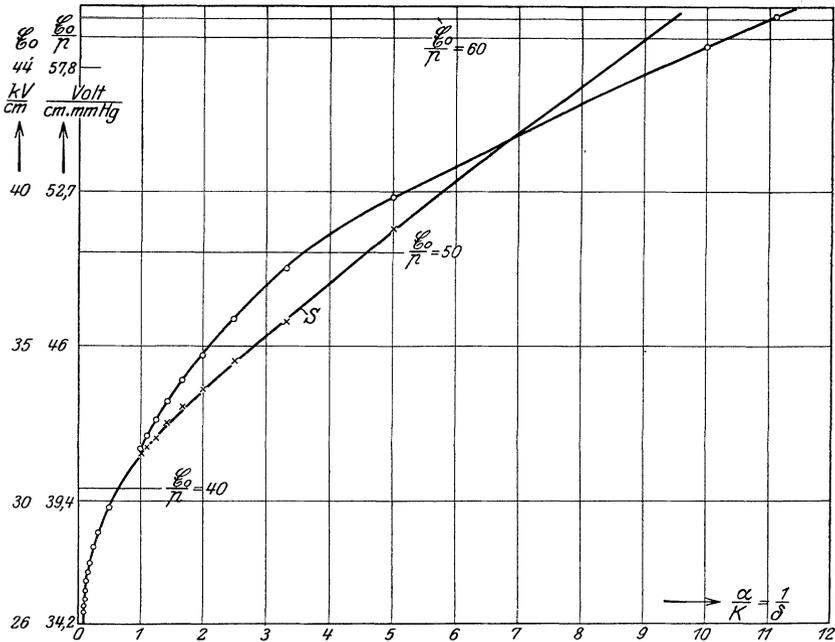


Abb. 58. ○ Werte nach Abb. 9.  
 × Werte von Spath.

und  $k$ . In Abb. 57 ist nach den Messungen von S. 24 bis 26 die Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  abhängig von der Schlagweite  $\delta$  dargestellt und zugleich

Diese Formel wendet er auf Liebig's Messungen (s. S. 24) von 0,04 bis 1,1 cm Schlagweite an und findet im allgemeinen eine gute Übereinstimmung, die nur für die kleinsten Abstände verschwindet. Die Stoßzahl für das negative Teilchen setzt er gleich der des Elektrons und findet die Ionisierungsspannung zu 7,8 Volt.

Wie auf S. 125 gezeigt ist, ist für die kleinen  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  bei normalem Druck der Ansatz Gl. (19) und (20) für  $\alpha$  und  $\beta$  nicht zulässig und ferner ist gerade die entgegengesetzte Annahme,  $MU \approx NV, \frac{M}{N} \neq 1$ , wegen der fehlenden Polaritätseffekte bei normalen Drucken nötig.

auch die Kurve  $\frac{1}{\delta} = \frac{\alpha}{K}$ . Aus beiden Kurven ergibt sich der Zusammenhang von  $\mathfrak{E}_0$  und  $\frac{1}{\delta}$  bzw.  $\frac{\alpha}{K}$ , wie er in Abb. 58 gezeichnet ist<sup>1)</sup>, wo auch die entsprechenden Werte von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  eingetragen sind. Vergleichen wir die so gewonnenen Werte mit denen von Townsend (S. 123), so ergibt sich

$\frac{\mathfrak{E}}{p}$	Volt cm · mm Hg	$\mathfrak{E}$ kV/cm bei 760 mm Hg	$\frac{\alpha}{K} = \frac{1}{\delta}$	$\frac{\alpha}{p}$ (Townsend)	$\alpha$ bei 760 mm Hg
40		30,4	0,63	0,019	14,4
50		38,0	3,6   4,55 (S)	0,055	41,8
60		45,6	10,9   9,4 (S)	0,114	86,7

Verglichen mit den Townsendschen Werten steigt  $\alpha$  zwischen  $\frac{\mathfrak{E}}{p} = 40$  bis 50 viel rascher an wie bei Townsend, zwischen 50 und 60 steigen die Werte nach der mittleren Kurve, Abb. 9, immer noch rascher wie die von Townsend, während die Spathschen ungefähr im gleichen Verhältnis steigen. Setzt man die Townsendschen  $\alpha$  auch für hohen Druck als gültig voraus, so ergibt sich aus  $K = \frac{\alpha}{\left(\frac{\alpha}{K}\right)}$

<sup>1)</sup> Inzwischen hat noch Herr W. Spath im Techn.-Phys. Institut der Universität Jena Messungen zwischen ebenen Elektroden bei Wechselspannungen mit möglichster Beobachtung aller Vorsichtsmaßregeln ausgeführt. Seine Resultate sind, bezogen auf 760 mm Hg und 20° C,

Schlagweite $\delta$ in cm	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Durchbruchfeld- stärke $\mathfrak{E}_0$ in kV/cm	46,5	38,8	35,8	34,5	33,6	33,05	32,5	32,05	31,75	31,55
Durchbruchspan- nung $U = \delta \mathfrak{E}_0$ , bei Wechselspannung Maximalwert in kV	4,65	7,76	10,74	13,8	16,8	19,8	22,75	25,6	28,6	31,55

Die Messungen stimmen bei 1,0 cm und etwa 0,1 cm mit den älteren Messungen überein. Dazwischen liegen sie, wie Abb. 57 zeigt, darunter. Der Unterschied liegt möglicherweise in dem Einfluß der Ionisierung mit ultraviolett Licht begründet, die von den früheren Beobachtern nicht angewendet wurde. Zeichnet man die Werte in Abb. 9 ein, so scheinen sie eine bessere und natürlichere Verbindung der Meßpunkte bei großen  $\delta$  ( $\delta > 1,0$  cm) und kleinen  $\delta$  ( $\delta < 0,1$  cm) zu geben. Die Messungen von Herrn Spath sind in den Abb. 57 u. f. mit dem Index S bezeichnet.

$\frac{\mathcal{E}}{p}$	Volt cm·mm Hg	$\mathcal{E}$ kV/cm bei 760 mm Hg	$K$		$k = \frac{\alpha}{\beta}$	
40		30,4	22,9		$8,92 \cdot 10^9$	
50		38,0	11,6	9,2 (S)	$1,07 \cdot 10^8$	$9,55 \cdot 10^8$ (S)
60		45,6	8,0	8,75 (S)	$2,95 \cdot 10^8$	$6,3 \cdot 10^8$ (S)

Es ergibt sich ein sehr großer Unterschied in der ionisierenden Wirksamkeit der positiven und negativen Träger, der mit abnehmendem  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  immer mehr zunimmt. Der sehr hohe Wert  $8,9 \cdot 10^9$  für  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  gleich 40 ist vielleicht durch eine Meßungenauigkeit Townsends zu erklären, da dieser schon an der Grenze seiner Beobachtungsmöglichkeit lag. Die großen Unterschiede lassen vermuten, daß der negative Träger auch hier vorwiegend Elektronencharakter hat, oder man müßte auch dem negativ geladenen Molekül eine vielmal größere ionisierende Wirksamkeit zuerkennen als dem positiv geladenen. Eine andere Möglichkeit wäre die, daß  $\alpha$  bei den gleichen  $\frac{\mathcal{E}}{p}$  bei höheren Drucken viel kleiner ist als bei geringen. Dann würde auch  $K$  und  $k$  kleiner werden.

Um nun zu einem Ansatz für  $\alpha$  zu kommen, ist das Nächstliegende, zunächst Ausdrücke zu wählen, die sich an die Ableitungen von  $\alpha$  auf S. 113 und S. 141 anschließen.

Der einfachste Ansatz

$$\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0}}$$

genügt den Versuchen nicht. Aus ihm folgt

$$\log \alpha = \log \frac{K}{\delta} = \log A - 0,434 \frac{B}{\mathcal{E}_0}$$

oder

$$\log \delta = 0,434 \frac{B}{\mathcal{E}_0} - \log \frac{A}{K},$$

d. h. zwischen  $\log \delta$  und  $\frac{1}{\mathcal{E}_0}$  müßte eine lineare Beziehung bestehen.

Wie Abb. 59 zeigt (rechter Kurvenzug), ist dies nicht der Fall. Man erhält mit den Mittelwertmessungen etwa eine dreifach gebrochene gerade Linie, während die Werte  $S$  eine Kurve ergeben.

Wählt man für den Ausdruck

$$\alpha = \frac{c_{\text{eff}}}{U} \frac{1}{\lambda_m} \frac{41 V}{l} e^{-\frac{41 V}{l}}$$

Gl. (38), nach Abb. 53 etwa

$$\frac{c_{\text{eff}}}{U} = \text{konst.}; \quad l \sim \sqrt{\mathcal{E}_0},$$

so ergibt sich die Form

$$\alpha = \frac{A}{\sqrt{\mathfrak{E}_0}} e^{-\frac{B}{\sqrt{\mathfrak{E}_0}}},$$

die aber den Versuchen auch nicht genügt. Wird die Wahrscheinlichkeit zu ionisieren proportional  $V^2$  gesetzt, so entsteht

$$\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B}{\sqrt{\mathfrak{E}_0}}},$$

was auch nicht genügt. Auch die Annahme einer linearen Beziehung zwischen  $l$  und  $\mathfrak{E}_0$  führt nicht zum Ziel.

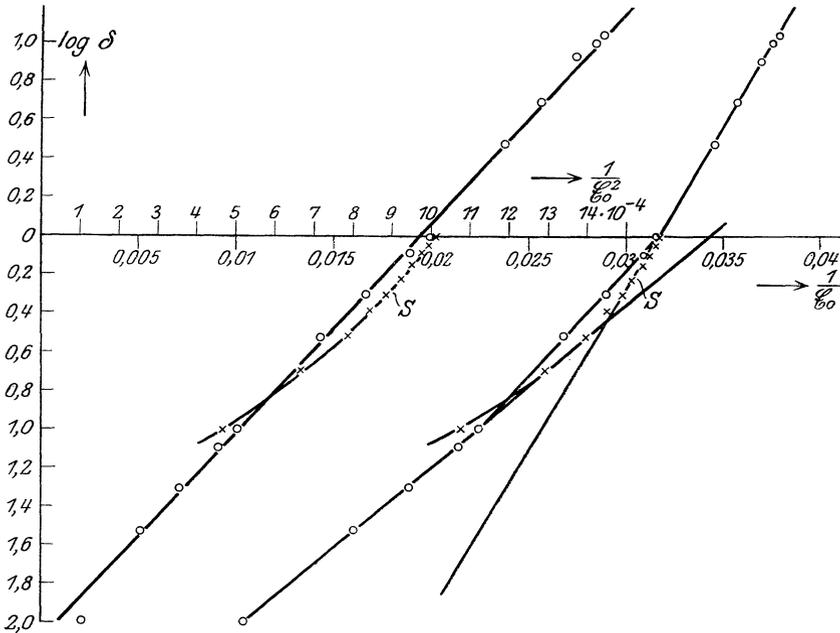


Abb. 59. Prüfung der Ansätze  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}}$  (rechte Kurve) und  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0^2}}$  (linke Kurve) auf die Übereinstimmung mit dem Experiment.  $S$  Werte der Spathschen Messungen.

Zu einer brauchbaren Darstellung kommt man durch folgende Überlegung (s. a. S. 150 u. 154). Bei hohen Drucken in normalen (feuchten) Gasen bleiben die komplexen Träger bis zu relativ hohen Werten von  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  erhalten, der vorwiegende Elektronenzustand tritt erst bei großen  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  auf, d. h. die Kurve für  $l$  (Abb. 53) bleibt für kleinere  $\frac{\mathfrak{E}_0}{p}$  sehr nahe der Abszissenachse und steigt dann bei höheren Werten von

$\frac{\mathcal{E}}{p}$ , wo plötzlich die Zertrümmerung der komplexen Träger erfolgt, rasch auf den für Elektronen gültigen Wert. Auf die einfachste

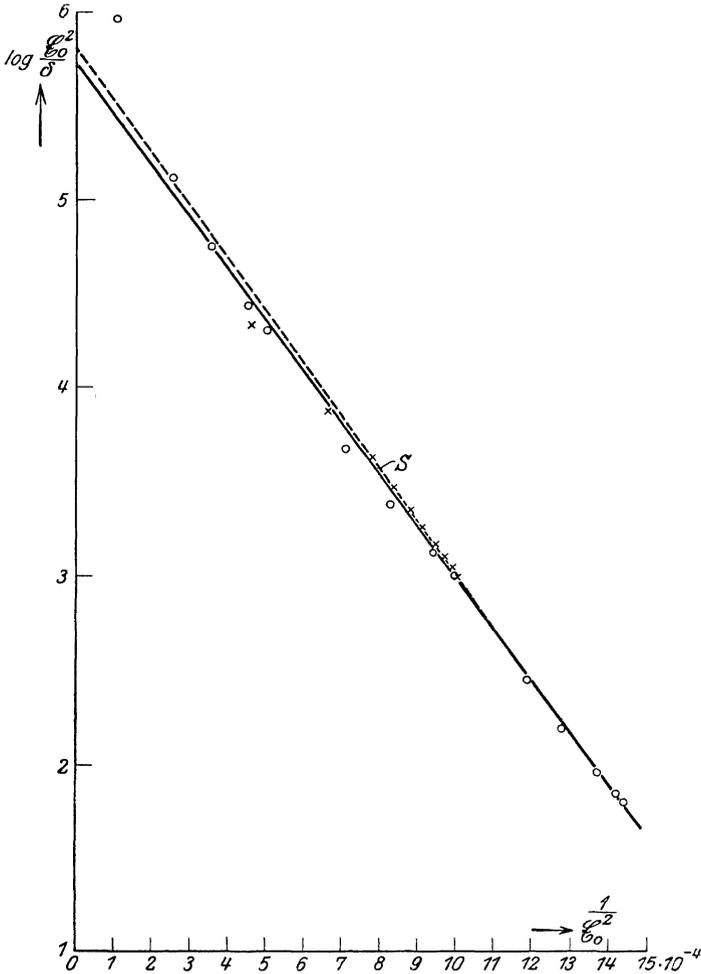


Abb. 60. O Mittlere Kurve, Abb. 9.  
X Messungen von Spath.

Weise kann man dieses steigende Anwachsen von  $l$  durch den Ansatz

$$l \sim \mathcal{E}_0^2$$

zu berücksichtigen suchen. Wird  $\frac{c_{\text{eff}}}{U}$  wieder als wenig veränderlich vorausgesetzt, so entsteht

$$\alpha = \frac{A_1}{\mathfrak{E}_0^2} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots \dots (58)$$

und dieser Ausdruck genügt den Messungen recht gut. Aus ihm folgt

$$\log \frac{\mathfrak{E}_0^2}{\delta} = \log \frac{A_1}{K} - 0,434 \frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}$$

und, wie Abb. 60 zeigt, befolgen  $\log \frac{\mathfrak{E}_0^2}{\delta}$  und  $\frac{1}{\mathfrak{E}_0^2}$  ziemlich genau ein lineares Gesetz. Nur der letzte Punkt höchster Feldstärke

$$(\mathfrak{E}_0 = 95,6 \text{ kV/cm}, \delta = 0,01 \text{ cm})$$

weicht stark ab. Die beiden Geraden, die sich etwa gleich gut den Messungen anpassen (die gestrichelte paßt sich besonders den Messungen *S* an), ergeben als Konstanten

$$\begin{aligned} \frac{A_1}{K} &= 5,37 \cdot 10^5 \quad \text{bzw.} \quad 6,6 \cdot 10^5 (S), \\ B_1 &= 6300 \quad \text{bzw.} \quad 6430 (S). \end{aligned}$$

Aber auch der einfachste Ansatz

$$\alpha = A_3 e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2}} \dots \dots \dots (59)$$

mit der Gleichung

$$\log \delta = 0,434 \frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2} - \log \frac{A_3}{K}$$

paßt sich der Kurve der Mittelwerte bis zu den höchsten Feldstärken sehr gut an und weicht nur in der Nähe von  $\delta = 1 \text{ cm}$  ab, wie Abb. 59 zeigt. Als Konstanten ergeben sich

$$\frac{A_3}{K} = 125,8, \quad B_3 = 5000.$$

Auch der Ansatz

$$\alpha = \frac{A_2}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}} \dots \dots \dots (60)$$

gibt mit der Mittelwertskurve gute Übereinstimmung und liefert die Konstanten

$$\frac{A_2}{K} = 7750, \quad B_2 = 5650.1)$$

1) Der Ansatz  $\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}^2}}$  würde bedeuten, daß  $\alpha$  ein Maximum für  $\mathfrak{E} = \sqrt{B} \approx 79,5 \text{ kV/cm}$  hätte, der Ansatz  $\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}^2}}$ , daß dieses Maximum

bei  $\mathfrak{E} = \sqrt{2B} \approx 106 \text{ kV/cm}$  läge. Der Ansatz  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}^2}}$  ergibt dauerndes Wachsen von  $\alpha$  mit  $\mathfrak{E}$ . Die Existenz dieses Maximums ist sehr unwahrscheinlich.  
Schumann. Elektrische Anfangsspannung. 12

Mit den Spathschen Messungen ist allerdings nur der Ansatz Gl. (58) im Einklang, der für kleine Schlagweiten ein außerordentlich rasches Anwachsen der Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  bedingt.

Um den Grad der Annäherung zu zeigen, diene folgende Tabelle, in der aus der Gleichung

$$\delta = \frac{K}{\alpha}$$

für die verschiedenen Ansätze zu bestimmten Werten  $\mathfrak{E}_0$  der Mittelwertkurve die zugehörigen  $\delta$  berechnet sind:

$$\delta_1 = \frac{1}{125,8} e^{\frac{5000}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots (61)$$

$$\delta_2 = \frac{\mathfrak{E}_0^2}{5,37 \cdot 10^5} e^{\frac{6300}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots (62)$$

$$\delta_3 = \frac{\mathfrak{E}_0^2}{6,6 \cdot 10^5} e^{\frac{6430}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots (63)$$

$$\delta_4 = \frac{\mathfrak{E}_0}{7750} e^{\frac{5650}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots (64)$$

$\mathfrak{E}_0$ kV/cm	$\delta$ gemessen cm	$\delta_1$ cm	$\delta_2$ cm	$\delta_3$ cm	$\delta_4$ cm
26,4	11	10,5	11,3	11,0	11,4
26,6	10	9,57	9,96	9,73	10,4
27,1	8	7,43	7,68	7,31	7,88
28,0	5	4,78	4,60	4,40	4,93
29,0	3	3,03	2,84	2,66	3,08
31,7	1	1,18	1,02	0,935	1,15
32,6	0,8	0,888	0,752	0,685	0,865
34,7	0,5	0,503	0,418	0,373	0,480
37,5	0,3	0,277	0,231	0,203	0,266
44,7	0,1	0,098	0,088	0,0755	0,092
46,8	0,08	0,078	0,072	0,0620	0,079
52,9	0,05	0,047	0,050	0,0416	0,051
62,6	0,03	0,029	0,036	0,0306	0,033
95,6	0,01	0,014	0,034	0,028	0,023

Kurve  $\delta_3$ , die von der Mittelwertkurve besonders stark abweicht, paßt sich besonders gut den nicht eingetragenen Messungen

scheinlich und würde bedeuten, daß unser Ansatz bei diesen Feldstärken seine Geltung verliert. In Abb. 59 und 60 fällt der Punkt höchster Feldstärke ( $\mathfrak{E}_0 = 95,6$  kV/cm) erheblich aus der Geraden heraus, in Abb. 60 viel mehr als in Abb. 59. Leider fehlen zuverlässige Messungen bei hohen Feldstärken und hohen Drucken (sehr kleinen Schlagweiten), um die Gültigkeit der Ansätze in diesem Gebiet prüfen zu können. Vergleicht man die Konstanten des Ansatzes mit der Gl. (38), so ergibt sich mit  $B_1 \approx 6400$ ,  $l = \frac{41 V}{6400} \mathfrak{E}^2$ . Wird  $V \approx 20$  Volt gesetzt, so ist  $l \approx 0,13 \mathfrak{E}^2$ , was bis  $\mathfrak{E} = 25$  kV/cm unter den Werten der Abb. 53 liegen würde, bei größeren Feldstärken erheblich darüber. Für negative Molekülonen mit größerem  $V$  würden sich auch größere  $l$  ergeben. Die Konstante  $K$  ergibt sich aus  $\frac{A_1}{K} = 6 \cdot 10^5$  zu  $\approx 0,01 \frac{c_{eff}}{U \lambda_m}$  etwa in der Größenordnung 1000. Die ionisierende Wirkung der positiven Teilchen ist danach außerordentlich viel kleiner als die der negativen.

von Spath an. In Abb. 61a und b sind die gemessenen Kurven und ein Teil der berechneten Punkte eingetragen<sup>1)</sup>.

Aus dem Ansatz

$$\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \dots \dots \dots (65)$$

fließen alle Näherungsformeln, die für den Verlauf von  $\mathcal{E}_0$  und  $U$  abhängig von der Schlagweite  $\delta$  aufgestellt wurden. Es folgt daraus

$$\frac{B}{\mathcal{E}^2} = \ln \frac{A \delta}{K} = \ln \frac{A}{K a} + \ln a \delta, \dots \dots (66)$$

wenn  $a$  einen beliebigen Parameter bedeutet, den wir so wählen, daß  $a \delta$  immer nahe der Einheit bleibt. Wird

$$a \delta = 1 + \varepsilon$$

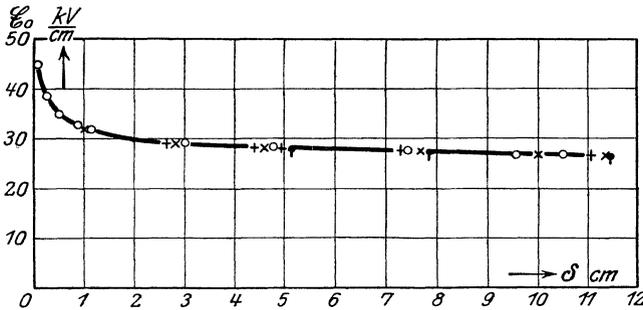


Abb. 61 a. Durchbruchfeldstärke ebener Elektroden nach den Ansätzen Gl. (58), (59), (60). Beobachtete Kurve ausgezogen.

$$\circ \quad \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \quad \times \quad \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \quad \times \quad \begin{matrix} B_1 = 6300 \\ + B_1 = 6430 \end{matrix} \quad \bullet \quad \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}}$$

gesetzt und  $\ln a \delta$  nach  $\varepsilon$  entwickelt, so entsteht in erster Annäherung

$$\ln a \delta = \varepsilon = a \delta - 1,$$

wenn  $a \delta$  im Maximum etwa um  $\pm 0,1$  von 1 abweicht,  $\delta$  also um  $\pm \frac{0,1}{a}$  von  $\frac{1}{a}$ .

1) Auch der Ausdruck von B. Davis (S. 163) für  $\alpha$

$$\alpha = N e^{-\frac{NV}{\mathcal{E}}} \left\{ 1 + \frac{NV}{\mathcal{E}} e^{\frac{NV}{\mathcal{E}}} E i \left( -\frac{NV}{\mathcal{E}} \right) \right\} = N y = \frac{K}{\delta}$$

genügt den Beobachtungen nicht.

Wählt man noch so verschiedene  $NV$  (100 bis 10000), so gelingt es nicht, mit der Gleichung

$$\log \left( \frac{1}{\delta} \right) = \log y + \log \frac{N}{K} \quad \text{bzw.} \quad x = z + \log \frac{N}{K}$$

aus den gemessenen Werten eine lineare Beziehung herzustellen.

Wird  $a$  als klein vorausgesetzt,  $\delta$  also als groß, so wird

$$\frac{B}{\mathcal{E}^2} = \ln \frac{A}{K a e} + a \delta = y + a \delta,$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{B} = \frac{1}{y + a \delta} = \frac{1}{y} \frac{1}{1 + \frac{a}{y} \delta} = \frac{1}{y} \left( 1 - \frac{a}{y} \delta \right),$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{B}{y}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{a}{y} \delta \right),$$

d. h. bei größeren Schlagweiten (groß relativ gegen die Maßstab-

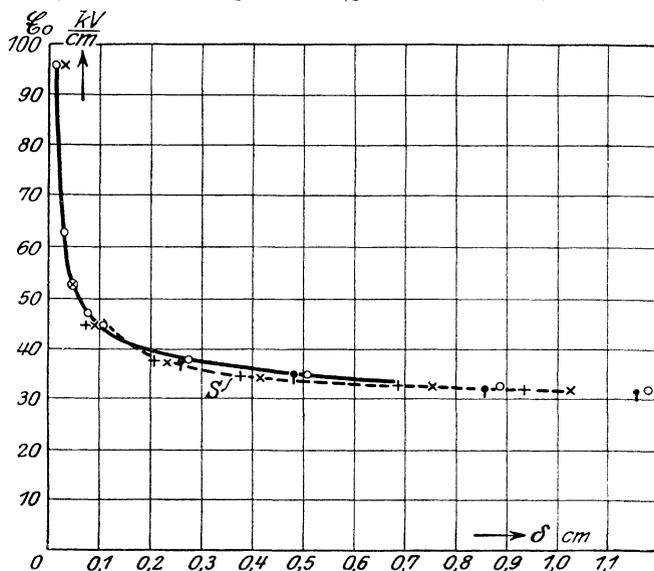


Abb. 61 b. Durchbruchfeldstärke ebener Elektroden nach den Ansätzen Gl. (58), (59), 60). Beobachtete Kurven ausgezogen bzw. gestrichelt.

$$\begin{aligned} \circ & \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\ \times \} & \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \quad \times B_1 = 6300 \\ + \} & \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \quad + B_1 = 6430 \\ \dagger & \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \end{aligned}$$

einheit  $a$ ) nähert sich  $\mathcal{E}_0$  einer flach geneigten schrägliegenden Geraden (s. Abb. 61 a und b).

Die Anfangsspannung in dem Gebiet ist

$$U = \mathcal{E} \delta = \sqrt{\frac{B}{y}} \delta \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{a}{y} \delta \right),$$

sie wächst langsamer als proportional mit der Schlagweite.

Für kleine Schlagweiten  $\delta$  wird  $a$  als groß vorausgesetzt, und es wird

$$\frac{B}{\mathfrak{E}^2} = a\delta \left(1 + \frac{y}{a\delta}\right),$$

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{\sqrt{\delta}} \sqrt{\frac{B}{a}} \left(1 - \frac{y}{2a\delta}\right) \approx \frac{\text{Const}}{\sqrt{\delta}},$$

und die Spannung wird

$$U = \mathfrak{E}\delta = \sqrt{\delta} \sqrt{\frac{B}{a}} \left(1 - \frac{y}{2a\delta}\right).$$

Für kleine Schlagweiten wächst  $\delta$  quadratisch mit der Spannung (z. B. J. B. Baille, S. 24)<sup>1)</sup>. Analoge Abhängigkeiten ergeben sich nach dem Paschenschen Gesetz auch vom Druck. Man braucht statt  $\delta$  in den Gleichungen für  $U$  nur  $p\delta$  zu setzen.

Für sehr kleine Abstände und Drucke (also auch im Gebiet der Minimumspannung) ist der Ausdruck nicht brauchbar, da er schon für

$$\delta = \frac{1}{\frac{A}{K}} \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

den Wert  $\mathfrak{E} = \infty$  ergäbe.

## 62. Konaxiale Zylinderelektroden.

Um die Durchbruchfeldstärke bei konaxialen Zylindern zu berechnen, haben wir die Gl. (55) auf das zylindrische Feld anzuwenden. Für dieses gilt

$$\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}_0} = \frac{r}{x},$$

wo  $\mathfrak{E}$  die Feldstärke im Abstände  $x$  von der Achse und  $\mathfrak{E}_0$  die Feldstärke an der Oberfläche des Innenzylinders bedeutet. Legen wir die Gl. (58) für  $\alpha$

$$\alpha = \frac{A_1}{\mathfrak{E}^2} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}^2}}$$

zugrunde, so lautet die Entladungsbedingung

$$\int_r^R \alpha dx = K = \int_r^R \frac{A_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^2 e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^2} dx \dots (67)$$

1) Andere Näherungen lassen sich durch die Substitution

$$\ln a\delta = c_1 a\delta - \frac{c_2}{a\delta} + c_3$$

finden.

Wird  $\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^2 = y^2$  gesetzt, so entsteht

$$\frac{A_1}{B_1} \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{B_1}} r \int_{\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}}^{\frac{\sqrt{B_1} R}{\mathfrak{E}_0}} y^2 e^{-y^2} dy = K \dots \dots \dots (68)$$

Das Integral läßt sich durch partielle Integration vereinfachen:

$$\int y^2 e^{-y^2} dy = \frac{1}{2} (-y e^{-y^2} + \int e^{-y^2} dy).$$

$\int e^{-y^2} dy$  ist das Fehlerintegral (s. z. B. Jahnke-Emde: Funktionen tafeln. Leipzig 1909, S. 31), das durch

$$\int_0^x e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi(x) \dots \dots \dots (69)$$

definiert ist. Für  $x = 0$  ist  $\Phi(x)$  gleich Null und nähert sich mit wachsendem  $x$  sehr rasch dem Werte 1.

Damit wird die Lösung von Gl. (67)

$$K = \frac{A_1}{B_1} \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{B_1}} r \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} - \frac{\sqrt{B_1} R}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{R}{r}\right)^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1} R}{\mathfrak{E}_0}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right] \right\} \dots \dots \dots (70)$$

Setzen wir dagegen für  $\alpha$

$$\alpha = \frac{A_2}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}}$$

an, so ergibt sich einfach

$$\frac{1}{2} \frac{A_2}{B_2} r \mathfrak{E}_0 e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}} \left\{ 1 - e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2} \left[\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 1\right]} \right\} = K \dots \dots \dots (71)$$

Setzt man schließlich

$$\alpha = A_3 e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2}}, \dots \dots \dots (72)$$

so findet sich

$$A_3 \frac{\mathfrak{E}_0 r}{\sqrt{B_3}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left\{ \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3} R}{\mathfrak{E}_0}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right\} = K \dots \dots (73)$$

Alle drei Gleichungen gehen, wie es sein muß, für sehr geringe Radienunterschiede ( $R = r + \delta$ ) in die Gleichung  $\alpha \delta = K$  für das homogene Feld über.

Zunächst sei vorausgesetzt, daß der äußere Zylinder einen sehr großen Radius habe (z. B. für einen Draht, der innerhalb eines

weiten Zylinders gespannt ist). Dann ist

$$\Phi\left(\frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0} \frac{R}{r}\right) = 1, \quad \frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0} \frac{R}{r} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{R}{r}\right)^2} = 0 \dots \dots \dots (74)$$

zu setzen, und die drei Entladungsgleichungen (70, 71 und 73) werden

$$\frac{A_1}{B_1} \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{B_1}} r \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right] \right\} = K \dots (75)$$

$$\frac{1}{2} \frac{A_2}{B_2} r \mathfrak{E}_0 e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}} = K \dots \dots \dots (76)$$

$$A_3 \frac{\mathfrak{E}_0 r}{\sqrt{B_3}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right] = K \dots \dots \dots (77)$$

Aus jeder dieser drei Gleichungen kann  $r$  abhängig von  $\mathfrak{E}_0$  bestimmt werden. In Abb. 62a und b sind zu der dünn ausgezogenen gemessenen Kurve eine Reihe von Werten aus den Gl. (75) bis (77) berechnet eingetragen. Die maximale Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Werten beträgt etwa bis  $4^0/0$ . Im Gebiet großer Radien liegen die berechneten Punkte durchwegs höher als die gemessenen. Der Ansatz

$\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}_0^2} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0^2}}$  mit den Konstanten  $\frac{A_1}{K} = 5,37 \cdot 10^5$  und  $B_1 = 6300$  scheint sich den gemessenen Werten am besten anzuschmiegen.

Begnügt man sich mit einer angenäherten Darstellung für großes Argument  $\frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0}$ , so kann für  $\Phi\left(\frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0}\right)$  die Näherung

$$1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0}\right) = \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{B\pi}} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0^2}}$$

(s. Jahnke-Emde S. 31) gesetzt werden.

Damit wird aus Gl. (75), die sich einfacher

$$\frac{A_1}{2 B_1} r e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} \left\{ 1 + \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{B_1}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right] \right\} = K \dots (75a)$$

schreibt,

$$\frac{A_1}{2 B_1} r e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1} \right\} = K,$$

$$r = 2 B_1 \frac{K}{A_1} \frac{e^{\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1}}, \dots \dots \dots (78)$$

wo das zweite Glied im Nenner für größere Radien meist klein gegen das erste ist.  $r$  ist der Drahradius, der zur Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  gehört. Bei Anwendung auf Gl. (77) müssen wir die

Näherung weiter treiben und setzen

$$1 - \Phi(x) = \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi} x} \left( 1 - \frac{1}{2x^2} \right), \dots \dots \dots (79)$$

womit sich

$$r = 2 B_3 \frac{K}{A_3} \frac{1}{\mathcal{E}_0^2} e^{\frac{B_3}{\mathcal{E}_0^2}} \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{E}_0^2}{2 B_3}} \dots \dots \dots (80)$$

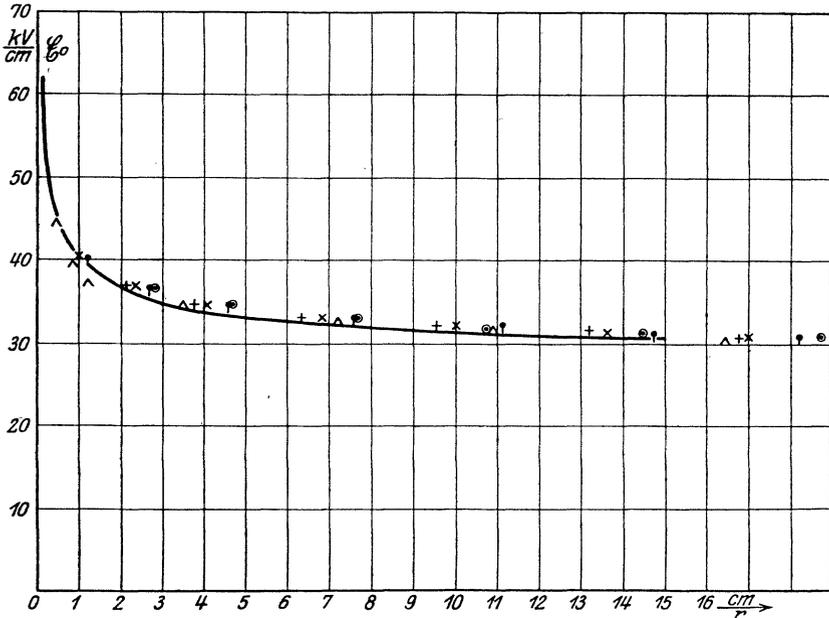


Abb. 62 a. Durchbruchfeldstärke zylindrischer Leiter nach Gl. (75), (76), (77). Dünn ausgezogene gemessene Werte.

$$\begin{aligned} \circ & \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\ \times \} & \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} & \times B_1 = 6300 \\ + \} & & + B_1 = 6430 \\ \dagger & \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} & \wedge \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}}} \quad (\text{Gl. 126}) \end{aligned}$$

ergibt. Diese Formel gilt mit größerer Genauigkeit nur für  $\frac{\sqrt{B}}{\mathcal{E}_0} > 2$ ,  $r > 3$  cm, sonst ist die exakte Formel (77) nötig.

Aus Gl. (76) folgt

$$r = 2 B_2 \frac{K}{A_2} \frac{1}{\mathcal{E}_0} e^{\frac{B_2}{\mathcal{E}_0^2}} \dots \dots \dots (81)$$

Vergleicht man diese Formeln mit den entsprechenden für homogenes Feld

$$\delta = \frac{K}{A_3} e^{\frac{B_3}{\mathcal{E}_0^2}}, \dots \dots \dots (82)$$

$$\delta = \frac{K}{A_1} \mathcal{E}_0^2 e^{\frac{B_1}{\mathcal{E}_0^2}} \dots \dots \dots (83)$$

und

$$\delta = \frac{K}{A_2} \mathcal{E}_0 e^{\frac{B_2}{\mathcal{E}_0^2}}, \dots \dots \dots (84)$$

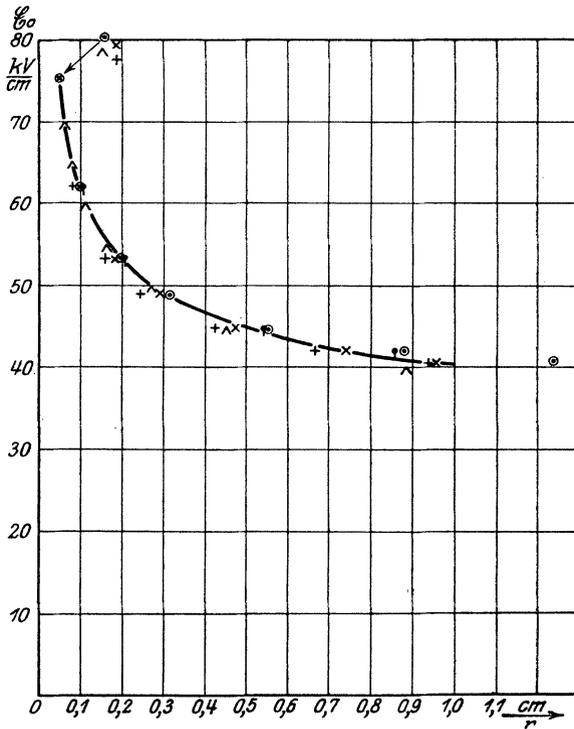


Abb. 62 b. Durchbruchfeldstärke zylindrischer Leiter nach Gl. (75), (76), (77). Dünn ausgezogen gemessene Werte.

$$\begin{array}{l}
 \odot \quad \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\
 \times \quad \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\
 + \quad \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\
 \text{!} \quad \alpha = \frac{A}{\mathcal{E}} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}^2}} \\
 \wedge \quad \alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}}} \quad (\text{Gl. 126})
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \times \quad B_1 = 6300 \\
 + \quad B_1 = 6430
 \end{array}$$

so ergibt sich durch Division das Verhältnis

$$\frac{r}{\delta} = \frac{2B_3}{\mathfrak{E}_0^2}, \quad = \frac{2B_2}{\mathfrak{E}_0^2} \quad \text{bzw.} \quad = \frac{2B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1}\right)}$$

Es müssen also die Größen

$$\frac{r \mathfrak{E}_0^2}{\delta} = 2B_3, \quad = 2B_2 \quad \text{bzw.} \quad = \frac{2B_1}{1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1}}$$

sein, eine Beziehung, die sich unmittelbar aus den gemessenen Kurven prüfen läßt, indem man die zu derselben Anfangsfeldstärke gehörigen  $r$  und  $\delta$  zusammenstellt. In der folgenden Tabelle sind eine Reihe zusammengehöriger Meßwerte wiedergegeben und daraus  $\frac{r \mathfrak{E}_0^2}{\delta}$  bzw.  $\frac{r \mathfrak{E}_0^2}{\delta} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1}\right)$  berechnet. Die Größenordnung von  $2B$  ( $\approx 10\,000$ ) wird erreicht, aber es tritt zunächst ein leichtes Ab-

$\mathfrak{E}_0$	$r$	$\delta$	$\frac{r \mathfrak{E}_0^2}{\delta}$	$\frac{r \mathfrak{E}_0^2}{\delta} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1}\right)$
30,5	15	1,44	9 700	10 420
30,9	12	1,30	8 800	9 480
31,3	10	1,12	8 750	9 440
32,2	7	0,87	8 360	9 050
33,1	5	0,72	7 600	8 270
36,6	2	0,345	7 770	8 600
40,2	1	0,195	8 300	9 310
42,4	0,7	0,136	9 260	10 340
44,8	0,5	0,097	10 400	12 050
53,3	0,2	0,049	11 600	14 200
62,0	0,1	0,028	13 700	18 200
75,1	0,05	0,0195	19 500	21 000

nehmen, dann bei großen  $\mathfrak{E}_0$  ein starkes Zunehmen auf. Am besten

ist die Konstanz bei dem Ansatz  $\alpha = \frac{A_1}{\mathfrak{E}^2} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}^2}}$  erfüllt, besonders

wenn man die Spathschen ( $S$ ) Werte zugrunde legt. Das Anwachsen bei großen  $\mathfrak{E}_0$  ist einerseits darauf zurückzuführen, daß hier die Näherung für  $\Phi$  nicht mehr genau genug ist und zweitens wahrscheinlich auf die nur ungenau bekannten Werte  $\delta$  für große  $\mathfrak{E}_0$  (kleine Schlagweiten), die demnach wohl größer anzunehmen wären, als die Mittelwertskurve Abb. 9, S. 25 sie angibt (wie es die Kurve der Spathschen Werte anzudeuten scheint).

Die üblichen Näherungsformeln folgen aus den allgemeinen Ausdrücken. Legen wir etwa die Gl. (78)

$$r = \frac{1}{42,6} \frac{e^{\frac{6300}{\mathfrak{E}^2}}}{1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{12\,600}} \dots \dots \dots (85)$$

zugrunde, so läßt sich der Bruch angenähert durch die Form  $\frac{1}{(\alpha + \beta x)^2}$  ersetzen. Substituiert man

$\frac{6300}{\mathcal{E}^2} = \frac{1}{x^2}$ , so entsteht die Form  $\frac{1}{1 + \frac{x^2}{2}} e^{\frac{1}{x^2}}$ . Die Wurzel aus dem rezi-

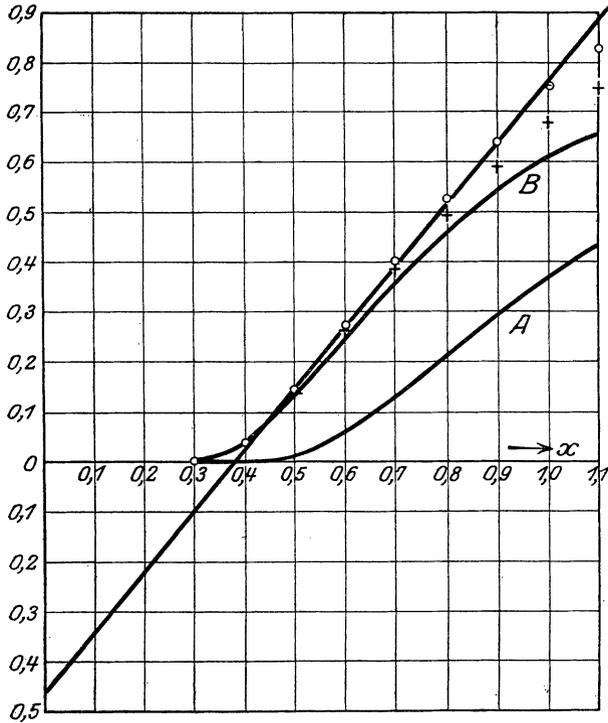


Abb. 63.

Kurve A	$e^{-\frac{1}{x^2}}$	Kurve $\odot$	$\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{2}\right)}$
Kurve B	$\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}}}$	Kurve $+$	$\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{4}\right)}$

proken Wert, also  $\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{2}\right)}$  muß danach durch  $\alpha + \beta x$  darstellbar sein.

In Betracht kommen Werte von etwa  $x = 1$  ( $\mathcal{E}_0 = 79,4$  kV/cm) an abwärts.

$x$	$e^{-\frac{1}{x^2}}$	$\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}}}$	$\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{2}\right)}$
1,1	0,438	0,652	0,827
1,0	0,368	0,607	0,750
0,9	0,290	0,538	0,638
0,8	0,210	0,458	0,527
0,7	0,130	0,361	0,402
0,6	0,062	0,249	0,271
0,5	0,0183	0,136	0,144
0,4	0,00164	0,0404	0,042
0,3	0,0000154	0,00392	0,0040

In Abb. 63 sind diese Werte aufgezeichnet und die sich am besten anschmiegende Gerade von der Gleichung

$$-0,46 + 1,22x$$

gezogen. Damit wird ( $6300 = a$  gesetzt)

$$\frac{\frac{a}{e^{\mathfrak{E}_0^2}}}{1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{2a}} = \frac{1}{\left(-0,46 + \frac{1,22}{\sqrt{a}}x\right)^2}$$

und mit Gl. (85)

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{\sqrt{a}}{7,97 \sqrt{r}} + 0,377 \sqrt{a}$$

oder, da  $\sqrt{a} = 79,4$

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{9,95}{\sqrt{r}} + 29,93 \dots \dots \dots (86)$$

die übliche Form, in der die Kurve für kleinere Radien meist dargestellt wird (s. S. 81 u. f.). Wir sehen, daß diese Form nur eine Näherung für ein beschränktes Gebiet ist und daß sie von den Meßwerten abweichen muß für  $x > 1$  ( $\mathfrak{E}_0 \gg 79,4$  kV/cm) und  $x < 0,5$  ( $\mathfrak{E}_0 < 40$  kV/cm).

### 63. Der Einfluß des Außenzylinders. Schichtdicke der Entladung.

Bisher wurde der Radius des Außenzylinders als unendlich groß vorausgesetzt. Ist dies nicht der Fall, so tritt prinzipiell eine Erhöhung der Durchbruchfeldstärke nach den Gl. (70), (71) und (73) auf. Der physikalische Grund liegt darin, daß der Außenzylinder einen Teil des Gasraumes abschneidet, der sonst zur Ionenerzeugung beitragen würde. Die gesamte Stoßzahl zwischen den Elektroden wird vermindert und die Durchbruchfeldstärke muß steigen, wie wir es schon im Falle der ebenen Elektroden sahen. Da aber die Feldstärke, vom Innenzylinder ab gerechnet, nach außen abnimmt, wird

eine solche Wirkung erst dann eintreten, wenn der Außenzylinder dem Innenzylinder im Radius so nahe kommt, daß der Wert von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  am Außenradius den zur Ionisierung nötigen Wert erreicht.

Experimentell haben de la Rue und Müller, Baille und Townsend (S. 75, 76), solche Einflüsse bei Zylindern, deren Radien sehr nahe beieinander lagen, nachgewiesen. Während Gaugain, dessen Außenzylinder sehr weit gegen den Innenzylinder war, nichts von einem solchen Einfluß fand. Auch die Versuche der Starkstromtechnik (Peek, Whitehead bei Coronaerscheinungen, Petersen bei der Zylinderfunkenstrecke) konnten aus diesen Gründen keinen Einfluß des Außenzylinders zeigen.

Werden die Radien der Zylinder sehr nahe gleich, so geht der Charakter der Entladung in den der ebenen über, die Gl. (70), (71) und (73) werden zu den Gl. (82), (83) und (84). In diesem Gebiet nimmt dann die Durchbruchfeldstärke sehr rasch mit abnehmendem Außenradius zu.

Wenn wir von einer Schichtdicke der Entladung oder des ionisierten Gasvolumens sprechen wollen, so können wir diese durch die größte Radiendifferenz definieren, bei der bei abnehmender Größe des Außenzylinders zuerst eine merkbare Erhöhung der Durchbruchfeldstärke, z. B. um 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> gegen den Wert bei unendlich großen Außenradius eintritt. Wenden wir diesen Gedanken auf Gl. 73 an, so ist dieser Mindestradius  $R$  dadurch bestimmt, daß

$$\Phi\left(\frac{\sqrt{B_3} R}{\mathfrak{E}_0 r}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}\right) = 0,99 \left(1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}\right)\right)$$

ist oder

$$\Phi\left(\frac{\sqrt{B_3} R}{\mathfrak{E}_0 r}\right) = 0,99 + 0,01 \Phi\left(\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}\right) \dots \dots \dots (87)$$

Für jede Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  bei  $R = \infty$  ist damit das Verhältnis  $\frac{R}{r}$  gegeben, bei dem diese Feldstärke um 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> gegen den Wert für  $R = \infty$  erhöht wird.

Für die kleineren Werte von  $\mathfrak{E}_0$ , wo  $\frac{\sqrt{B_3}}{\mathfrak{E}_0}$  genügend groß wird, kann die Näherung

$$\Phi(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-x^2}}{x} \dots \dots \dots (88)$$

benützt werden, mit der sich dann die Gleichung

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_3} \left(4,606 - \ln \frac{R}{r}\right) \dots \dots \dots (89)$$

ergibt.

Dieser Gedanke, auf Gl. (70) angewendet, ergibt als Ansatz

$$\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} - \frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} \frac{R}{r} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{R}{r}\right)^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} \frac{R}{r}\right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}\right) =$$

$$= 0,99 \left\{ \frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0} e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi\left(\frac{\sqrt{B_1}}{\mathfrak{E}_0}\right) \right\} \dots \dots \dots (90)$$

Mit der Näherung Gl. (88) entsteht jetzt

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1} \left( 4,606 + \ln \frac{\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2}}{\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} + \frac{1}{2}} \right) \dots \dots (91)$$

Schließlich folgt aus Gl. (71)

$$e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}} - e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{R}{r}\right)^2} = 0,99 e^{-\frac{B_2}{\mathfrak{E}_0^2}} \dots \dots \dots (92)$$

und

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 1 + 4,606 \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_2} \dots \dots \dots (93)$$

Alle drei Gl. (89), (91) und (93) geben bis auf wenige Procente die gleichen Werte von  $\frac{R}{r}$ .

Folgende Tabelle gibt für eine Reihe von Durchbruchfeldstärken  $\mathfrak{E}_0$  die zugehörigen Werte  $\frac{R}{r}$  nach Gl. (93) gerechnet, mit den Schichtdicken  $\delta = R - r$  und den Feldstärken  $\mathfrak{E}_a$  am Außenrand der Schichtdicke:

$\mathfrak{E}_0$	$\frac{R}{r}$	$\mathfrak{E}_a$	$r$ gemessen	$\delta$ (aus $r$ berechnet) cm
30,5	1,32	23,1	15	4,80
30,8	1,33	23,1	12,5	4,22
31,3	1,34	23,4	10	3,40
32,05	1,36	23,7	7,5	2,66
33,1	1,38	24,05	5	1,89
34,7	1,41	24,7	3	1,23
36,6	1,44	25,4	2	0,89
40,2	1,52	26,4	1	0,52
42,0	1,56	26,9	0,75	0,42
44,8	1,62	27,7	0,5	0,31
49,0	1,72	28,5	0,3	0,22
53,3	1,82	29,3	0,2	0,16
62,0	2,04	30,4	0,1	0,10
75,1	2,37	31,7	0,05	0,069

Mit abnehmendem Radius  $r$  nimmt das Verhältnis  $\frac{R}{r}$  zu, die Entladung wird relativ ausgedehnter, während die absolute Schichtdicke  $\delta$

mit abnehmendem Radius abnimmt. Bei Radien von 15 cm haben wir mit Schichtdicken von 5 cm zu rechnen, bei 1 mm Radius beträgt sie auch 1 mm. Mit weiter wachsendem Radius muß die Schichtdicke langsam weiter wachsen, denn für  $r = \infty$  (ebene Elektroden) haben wir nach den Versuchen S. 26 mit Schichtdicken von mindestens 11 cm zu rechnen.

Die Feldstärke am Außenrande der Schicht  $\mathcal{E}_a$  ist bei größeren Radien erheblich kleiner als die im allgemeinen bisher angenommene untere Grenze für die ionisierende Feldstärke (30 kV/cm). Sie fällt bei 15 cm Radius bis auf 23,1 kV/cm. Auch die geringe ionisierende Wirkung dieser Feldstärken kommt bei der geringen Anfangsfeldstärke von 30,5 kV/cm bei diesem Radius noch zur Geltung. Bei kleinerem Radius nähert sich  $\mathcal{E}_a$  dem Wert 30 kV/cm.

Die Werte der Tabelle für kleine  $r$  stimmen in der Größenordnung mit denen überein, die Peek aus seiner Näherungsformel

$$\mathcal{E}_0 = 31,6 \left( 1 + \frac{0,306}{\sqrt{r}} \right) \text{ ableitet.}$$

Setzt man nämlich

$$\mathcal{E}_0 = \frac{P}{r \ln \frac{R}{r}},$$

so folgt aus beiden

$$31,6 = \frac{P}{(r + 0,306 \sqrt{r}) \ln \frac{R}{r}}.$$

Peek deutet dieses Resultat durch die Annahme, daß die Entladung jedesmal dann eintrete, wenn im Abstand  $0,306 \sqrt{r}$  von der Drahtoberfläche die Feldstärke 31,6 kV/cm herrsche. Er nimmt danach 31,6 kV/cm als „Grenzfeldstärke der Ionisierung“ und  $0,306 \sqrt{r}$  als Dicke der ionisierenden Schicht an.

Nun folgt für

$r = 0,1$	0,5	1 cm
$\sqrt{r} = 0,32$	0,71	1
$\delta = 0,306 \sqrt{r} = 0,095$	0,22	0,31

Durch Vergleich mit der Tabelle erkennt man die gleiche Größenordnung der Dimensionen. Mit wachsendem  $r$  nimmt die Schichtdicke rascher als nach Peek zu und dementsprechend die Feldstärke am Rande der Schicht ab. Die Form  $A + \frac{B}{\sqrt{r}}$  gilt aus diesem Grunde nur für kleine Radien als Näherung.

Aus der Tabelle ersehen wir auch das Zunehmen der Schichtdicke mit abnehmendem Druck. Denn nach dem von Townsend verallgemeinerten Paschenschen Gesetz ist ein Durchlaufen verschiedener Radien  $r$  (bei genügend großem Außenradius) bei kon-

stantem Druck ganz identisch mit dem Durchlaufen verschiedener Drucke bei dem gleichen Innenradius. Wenn also einer Radienänderung von etwa 0,1 auf 10 cm ein Abnehmen von  $\frac{R}{r}$  von 2,04 auf 1,34 entspricht, so entspricht genau dieselbe Abnahme von  $\frac{R}{r}$  einer Druckzunahme um das 100fache. Wir haben also z. B. bei Drucken von etwa 2,5 mm Hg und einem Radius von 15 cm mit einem Verhältnis  $\frac{R}{r}$  zu rechnen, das bei normalen Druck einem Radius von  $15 \cdot \frac{2,5}{760} = 0,05$  entspricht, d. i. 2,4 nach der Tabelle von S. 190, also einer Schichtdicke von 21 cm (statt 4,8 cm bei Normaldruck).

### 64. Konzentrische Kugeln.

Bei konzentrischen Kugeln von den Radien  $r$  und  $R$  verhalten sich die Feldstärken wie

$$\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}_0} = \frac{r^2}{x^2} \dots \dots \dots (94)$$

und es wird nach den Gl. (59) und (58), indem dort wieder sinngemäß für  $\mathfrak{E}_0$  das  $\mathfrak{E}$  der Gl. 94 substituiert wird,

$$\alpha = A_3 e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^4} = A_3 e^{-\mu_3^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4} \dots \dots \dots (95)$$

bzw.

$$\alpha = \frac{A_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^4 e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left(\frac{x}{r}\right)^4} = \frac{A_1}{B_1} \mu_1^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4 e^{-\mu_1^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4}, \dots \dots (96)$$

wenn wir

$$\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2} = \mu_3^2 \quad \text{und} \quad \frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} = \mu_1^2 \dots \dots \dots (97)$$

nennen. Damit ergibt sich die Entladungsbedingung

$$\int_r^R \alpha dx = K$$

aus Gl. 95 zu

$$\begin{aligned} \frac{A_3}{K} \int_r^R e^{-\mu_3^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4} dx &= \frac{A_3 r}{K \sqrt{\mu_3}} \int_{\sqrt{\mu_3}}^{\sqrt{\mu_3} \frac{R}{r}} e^{-y^4} dy \\ &= \frac{A_3}{K} \frac{r}{\sqrt{\mu_3}} M \left\{ S \left( \sqrt{\mu_3} \frac{R}{r} \right) - S \left( \sqrt{\mu_3} \right) \right\} = 1, \dots (98) \end{aligned}$$

wo  $\mu_3^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4 = y^4$  substituiert ist.

Die Lösung des Integrals  $\int_a^b e^{-y^4} dy$  ist als  $M[S(b) - S(a)]$  in Abschnitt 79 dargestellt.

Mit dem andern Ansatz für  $\alpha$ , Gl. (58), folgt nach Gl. 96:

$$\frac{A_1}{K B_1} \int_r^R \mu_1^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4 e^{-\mu_1^2 \left(\frac{x}{r}\right)^4} dx = \frac{A_1}{K B_1} r \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \int_{\sqrt{\mu_1}}^{\frac{\sqrt{R}}{r}} y^4 e^{-y^4} dy \dots (99)$$

Das Integral läßt sich durch partielle Integration umformen:

$$\int y^4 e^{-y^4} dy = \frac{1}{4} \int y e^{-y^4} d(y^4) = \frac{1}{4} \left\{ -y e^{-y^4} + \int e^{-y^4} dy \right\}.$$

Also wird aus Gl. (99)

$$\frac{1}{4} \frac{A_1}{K B_1} r \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \left\{ \sqrt{\mu_1} e^{-\mu_1^2} - \sqrt{\mu_1} \frac{R}{r} e^{-\mu_1^2 \left(\frac{R}{r}\right)^4} + M S \left( \sqrt{\mu_1} \frac{R}{r} \right) - M S \left( \sqrt{\mu_1} \right) \right\} = 1 \dots (100)$$

Nehmen wir zunächst wieder an, daß der Radius der äußeren Kugel sehr groß sei ( $R = \infty$ ), so wird aus Gl. (98)

$$\frac{A_3}{K} \frac{r}{\sqrt{\mu_3}} M \{ 1 - S(\sqrt{\mu_3}) \} = 1 \dots (101)$$

und aus Gl. (100)

$$\frac{1}{4} \frac{A_1}{K B_1} r \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \{ \sqrt{\mu_1} e^{-\mu_1^2} + M [ 1 - S(\sqrt{\mu_1}) ] \} = 1 \dots (102)$$

Wenn wir für kleinere  $\mathfrak{G}_0$  ( $\mu_1 > 1$ ) noch die Annäherung [Abschnitt 79, Gl. (187)]

$$M S(x) = M - \frac{e^{-x^4}}{4 x^3} \left( 1 - \frac{3}{4 x^4} \right) \dots (103)$$

in Gl. 101 einführen, ergibt sich

$$\frac{A_3}{K} \frac{r}{\sqrt{\mu_3}} \frac{e^{-\mu_3^2}}{4 \sqrt{\mu_3}^3} \left( 1 - \frac{3}{4 \mu_3^2} \right) = \frac{1}{4} \frac{A_3}{K} r \frac{\mathfrak{G}_0^2}{B_3} e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{G}_0^2}} \left( 1 - \frac{3}{4 \mu_3^2} \right) = 1 \dots (104)$$

D. h.

$$r = 4 \frac{K}{A_3} \frac{B_3}{\mathfrak{G}_0^2} e^{\frac{B_3}{\mathfrak{G}_0^2}} \frac{1}{1 - \frac{3}{4} \frac{\mathfrak{G}_0^2}{B_3}}, \dots (105)$$

für  $\frac{B_3}{\sqrt{\mathfrak{G}_0}} \approx > 2$  gültig, ist die Beziehung zwischen den Kugelradien  $r, R$  und der Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{G}_0$ .

Verglichen mit Gl. (80) S. 184 für konaxiale Zylinder würde das bedeuten, daß in dem Gebiet geringerer Feldstärken bei gleicher Durchbruchfeldstärke der Kugelradius doppelt so groß ist als der entsprechende Zylinderradius (entsprechend der mittleren Krümmung, die beim Zylinder  $\frac{1}{r}$ , aber bei der Kugel  $\frac{2}{r}$  ist).

Wenden wir dieselbe Näherung [Gl.(103)] auf die Gl.(102) an, so entsteht

$$\frac{1}{4} \frac{A_1}{K B_1} r \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \left\{ \sqrt{\mu_1} e^{-\mu_1^2} + \frac{e^{-\mu_1^2}}{4 \sqrt{\mu_1^3}} \left( 1 - \frac{3}{4 \mu_1^2} \right) \right\} = 1$$

oder

$$r = 4 B_1 \frac{K}{A_1} \frac{e^{\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2}}}{1 + \frac{1}{4} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1} \left( 1 - \frac{3}{4} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1} \right)} \dots \dots \dots (106)$$

für  $\frac{B_1}{\sqrt{\mathfrak{E}_0}} > 1$  gültig.

Auch hiernach würde sich, verglichen mit Gl. (78), für kleinere  $\mathfrak{E}_0$  etwas mehr als der doppelte Radius bei der Kugel wie beim Zylinder, bezogen auf gleiche Durchbruchfeldstärke, ergeben.

Versucht man auch hier wieder, wie im vorigen Abschnitt, die Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$  durch die Form  $A + \frac{B}{\sqrt{r}}$  darzustellen und be-

rechnet man dementsprechend die Werte  $\sqrt{e^{-\frac{1}{x^2}} \left( 1 + \frac{x^2}{4} \right)}$ , die in Abb. 63 mit + markiert eingetragen sind, so sieht man, daß sie in einem größeren Bereich keine Gerade mehr bilden und, wie schon Peek empirisch festgestellt hat, eine solche Annäherung hier überhaupt nicht mehr gilt.

Rechnet man nun für angenommene Durchbruchfeldstärken  $\mathfrak{E}_0$  nach Gl. (102) und für kleine  $\mathfrak{E}_0$  nach Gl. (106) den zugehörigen Kugelradius aus, so ergeben sich die Kurven I der Abb. 64 a und b. Zum Vergleich sind auch die nach Gl. (75) S. 183 berechneten Zylinderradien als Kurven II eingetragen. Auf gleichen Radius bezogen ist die Durchbruchfeldstärke für die Kugel größer. Wegen ihrer größeren Krümmung nimmt die Feldstärke rascher nach außen ab, womit die ionisierende Schichtdicke an sich kleiner, die wirksame Stoßzahl verringert wird, wodurch der Wert von  $\frac{\mathfrak{E}}{p}$  steigen muß. Im allgemeinen ist der zu einem bestimmten  $\mathfrak{E}_0$  gehörige Kugelradius etwas mehr wie doppelt so groß wie der entsprechende Zylinderradius.

Meßwerte an konzentrischen Kugeln liegen nicht vor. Zum Vergleich können nur die Messungen benützt werden, die an zwei gleichen sich nicht umhüllenden Kugeln bei größeren Abständen ausgeführt wurden.

Vergleicht man nun die Werte für die Minimalwerte der Durchbruchfeldstärke zweier Kugeln (S. 33 und S. 38) mit den berechneten Kurven, so findet man, daß sie durchweg darunter liegen. Es ist das auch nicht verwunderlich, denn bei den kleinen Werten von  $\frac{\delta}{r}$ , bei denen diese Minima auftreten, ist das Feld noch sehr weit vom Charakter des rein kugeligen entfernt.

Vergleicht man andererseits die Werte, die z. B. Weicker (S. 34 und Abb. 15) und Heydweiller (S. 40) bei sehr großen Schlagweiten gemessen haben, so zeigt sich, daß sie ganz außerordentlich über den berechneten liegen. Die Werte nach der Formel von Toepler-Heydweiller (S. 40) sind in Abb. 64b mit eingezeichnet, um

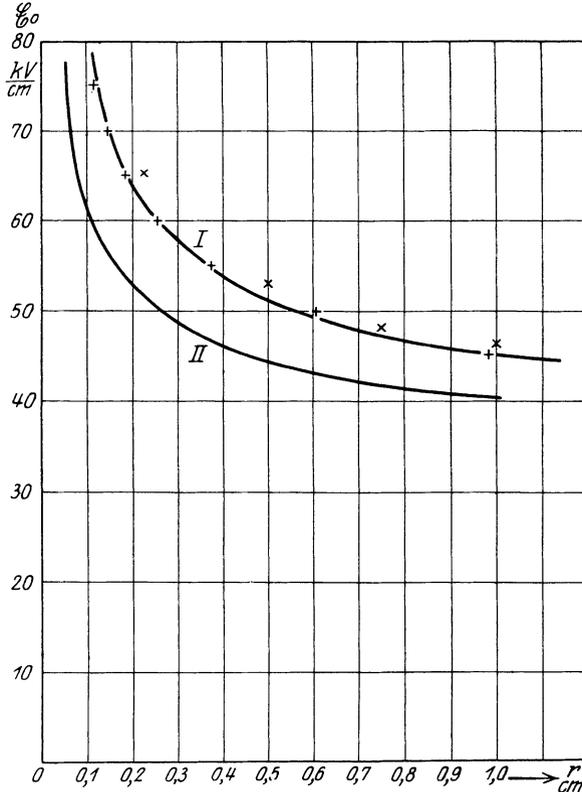


Abb. 64a. Kurve I Durchbruchfeldstärke konzentrischer Kugeln nach Gl. (102) und (106), Kurve II für konzentrische Zylinder nach Gl. (75).

× Werte nach Estorff, Abb. 16, Linie  $\alpha - \beta$ .

+  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\epsilon_0}}$ , Gl. (173), (174).

das zu zeigen. Nehmen wir dagegen die Werte von Estorff (Abb. 16) an der Stelle, wo das rasche Ansteigen nach dem Durchlaufen des Minimums anfängt in ein langsames stetiges überzugehen, etwa der Linie  $\alpha - \beta$  entsprechend, so passen sich diese im allgemeinen gut der Kurve an. Bei kleinen Radien liegen sie höher, bei großen Radien tiefer als die berechneten Werte. Es ergeben sich damit folgende Werte:

$r$ in cm	0,225	0,5	0,75	1,075	1,75	2,5	3,75	5	7,5
$\frac{\delta}{r}$	5,45	3,83	3,25	2,9	2,4	2,25	1,8	1,6	1,4
$\mathcal{E}_0$ in kV/cm	65,2	52,8	48,0	45,4	41,4	39,2	36,4	35,2	33,7

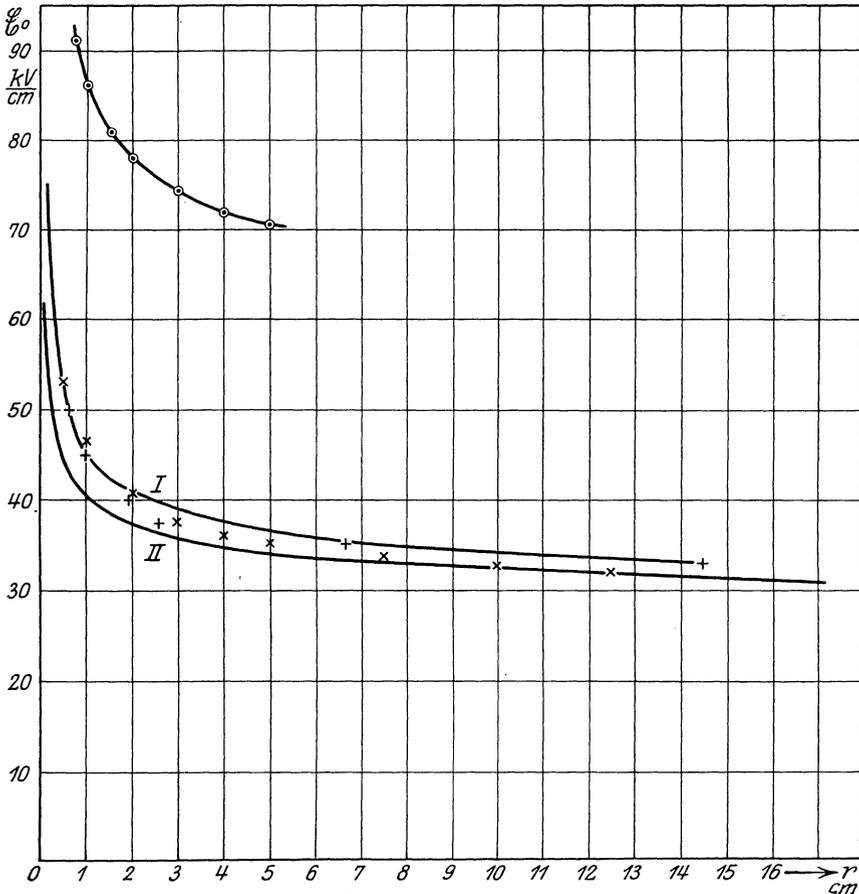


Abb. 64 b. Kurve I Durchbruchfeldstärke konzentrischer Kugeln nach Gl. (102) und (106), Kurve II für konzentrische Zylinder nach Gl. (75).

× Werte nach Estorff, Abb. 16, Linie  $\alpha-\beta$ .

+  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0}}$ , Gl. (173), (174).

○ Werte von Heydweiller-Töpler, Abb. 18, Kurve CC.

Die Feldstärke in der Mitte zwischen den Kugeln ist für die größte ( $r = 7,5$  cm,  $\frac{\delta}{r} = 1,4$ )  $\approx 17$  kV/cm und liegt bei den kleineren weit darunter.

Das mehr oder weniger ausgeprägte Umknicken der  $\mathcal{E}_0, \delta$ -Kurven in dieser Gegend (Abb. 16) könnte also so gedeutet werden, daß der Entladungsvorgang sich hier prinzipiell änderte, etwa so, daß die Kugeln beginnen, elektrische Sonderexistenzen zu führen, wie man sie am ausgeprägtesten an den verschiedenen Entladungsformen am positiven und negativen Pol zweier kleiner Kugeln bei sehr großen Schlagweiten beobachten kann<sup>1)</sup>. Die Elektronenschicht um die Kugeln wäre sozusagen fertiggebildet, bei weiterem Auseinanderücken der Kugeln, also weiterer Feldschwächung in der Mitte, würde hier ziemlich plötzlich (wie wir es schon auf S. 150 und 175 annahmen) der beschwerte komplexe Träger auftreten. Die Schichten könnten sich wohl noch beeinflussen, d. h. sich gegenseitig ihre Träger in mehr oder weniger ionisierungsfähigem Zustande liefern, aber diese gegenseitige Unterstützung würde mit steigender Schlagweite immer geringer werden. Aber schließlich müßte dann doch einmal die gegenseitige Beeinflussung beider Kugeln aufhören, jede Kugel sich so verhalten, als ob sie allein da sei, während sämtliche Versuchsreihen ein dauerndes langsames Wachsen von  $\mathcal{E}_0$  mit steigender Schlagweite ergeben. Diese Tatsache führt zu der Auffassung, daß dieses Anwachsen durch Umstände bedingt ist, die nicht unmittelbar mit der Natur des Entladungsvorganges zusammenhängen, besonders wenn man sich vergegenwärtigt, daß bei parallelen Zylindern ein solches dauerndes Anwachsen von  $\mathcal{E}_0$  mit dem Abstände nicht stattfindet (s. S. 79 und 81). Es könnte bei größeren Schlagweiten zunächst die beobachtete Anfangsspannung höher liegen als die wirkliche, da das Glimmen sehr lichtschwach und allmählich einsetzt. Einen besonders großen Einfluß wird man aber den Kugelzuleitungen zuschreiben müssen. Bei kleinen Schlagweiten spielt die Dicke der Zuleitung nur eine geringe Rolle, während bei größeren Schlagweiten dieser Einfluß wächst, wie z. B. F. Paschen gezeigt hat. Besonders groß scheint dieser Einfluß zu sein, wenn, wie bei den Versuchen von Paschen, eine Elektrode geerdet ist, die andere sich also schon bei kleinen Schlagweiten theoretisch wie eine isolierte Kugel verhalten sollte (s. S. 41). Nämlich W. Estorff findet bei Versuchen mit symmetrischer Spannungsverteilung bei sehr kleinen Kugeln nur einen geringen Einfluß der Dicke der Zuleitungen<sup>2)</sup>. Bei der Einzelkugel muß dieser Einfluß sehr groß sein, denn ohne Zuleitung ist an allen Punkten der Oberfläche dasselbe radiale Feld, während es durch die Zuleitung an deren Anschlußpunkten zu Null gemacht wird. Entsprechend dem seitlichen Druck der Kraftlinien müssen die zusammengedrückten Induktionsröhren bei der Einzelkugel sich bei Anlegung einer Zuleitung seitlich an dieser gleitend ausdehnen, wodurch bei gleicher Spannung die größte Feldstärke stark vermindert wird. Dadurch werden bei Messungen

1) S. dazu auch Abschn. 1, S. 3 und Abschn. 4, S. 13.

2) Aber es ist auch wohl möglich, daß bei diesen sehr kleinen Kugeln die dünnste Zuleitung schon so viel ausmacht, daß eine weitere Verdickung nur noch sehr geringen Einfluß hat.

mit großen Schlagweiten, wenn man die Zuleitungen in der Feldberechnung nicht berücksichtigt, viel zu große Felder vorge-täuscht. Und durch diese Erscheinung sind wahrscheinlich die äußerst hohen Werte verursacht, die z. B. die Formel von Heydweiller-Toepler ergibt. Es wäre also zum großen Teil, wenn nicht ganz, das Anwachsen von  $\mathcal{E}_0$  bei größeren Schlagweiten auf solche Wirkungen zurückzuführen. Auch der sehr störende und kaum zu vermeidende Einfluß fremder Influenz bei großer Schlagweite kommt noch hinzu.

Es wäre natürlich auch denkbar, daß unsere Gleichungen die Erscheinungen bei großen Schlagweiten, wo zwischen den Kugeln auch sehr kleine Feldstärken auftreten, nicht beherrschen, weil die Ableitung der Beziehung für  $\alpha$  nach Abb. 59 und 60 nur bis zu Feldstärken von etwa 26 kV/cm und nicht bis zu geringeren gemessenen Werten geht. Nach der guten Übereinstimmung für den Fall der zylindrischen Leiter ist dies aber wohl unwahrscheinlich. Schließlich wäre auch noch an die Möglichkeit zu denken, daß bei großen Schlagweiten durch den dunklen Vorstrom Feldverzerrungen auftreten, so daß die Annahme des ladungslosen elektrostatischen Feldes fehlerhaft ist. Aber nach den Erfahrungen an zylindrischen Leitern ist auch das (wenn man sehr kleine Kugeln ausschließt) ziemlich unwahrscheinlich.

Ob nun die Werte von Estorff wirklich die Durchbruchfeldstärke der Einzelkugel darstellen, oder ob die Übereinstimmung nur zufällig ist, können wir erst nach der genaueren Untersuchung des Falles zweier exzentrischer Kugeln feststellen.

### 65. Entladungsschichtdicke bei Kugeln.

Stellen wir auch hier wieder die Frage nach der Entladungsschichtdicke einer Kugel, wie wir es S. 188 für konaxiale Zylinder taten. Aus der Gl. (98) folgt dann wieder der Radius der Außenkugel, bei der die Entladungsfeldstärke um 1% gegenüber einer unendlich großen Außenkugel heraufgesetzt wird:

$$S\left(\sqrt{\mu_3} \frac{R}{r}\right) - S(\sqrt{\mu_3}) = 0,99 \{1 - S(\sqrt{\mu_3})\} \quad \dots \quad (107)$$

oder

$$S\left(\sqrt{\mu_3} \frac{R}{r}\right) = 0,99 + 0,01 S(\sqrt{\mu_3}), \quad \dots \quad (108)$$

woraus nach Einsetzen der Näherung, Gl. (186) S. 236,

$$S(x) = 1 - \frac{1}{M} \frac{e^{-x^4}}{4x^3} \left(1 - \frac{3}{4x^4}\right),$$

folgt

$$e^{\mu_3^2 \left(\frac{R}{r}\right)^4} = 100 e^{\mu_3^2} \frac{1}{\left(\frac{R}{r}\right)^3} \frac{1 - \frac{3}{4\mu_3^2 \left(\frac{R}{r}\right)^4}}{1 - \frac{3}{4\mu_3^2}}$$

oder

$$\left(\frac{R}{r}\right)^4 = 1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_3} \left\{ 4,606 - \ln \left[ \frac{\left(\frac{R}{r}\right)^3 \frac{1 - \frac{3}{4} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_3}}{1 - \frac{3}{4} \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_3} \frac{1}{\left(\frac{R}{r}\right)^4}} \right] \right\} \quad (109)$$

Aus der Gl.(100) folgt analog

$$e^{\mu_1^2 \left(\frac{R}{r}\right)^4} = 100 e^{\mu_1^2 \frac{R}{r} \frac{1 + \frac{1}{4 \mu_1^2} \left(1 - \frac{3}{4 \mu_1^2} \left(\frac{R}{r}\right)^4\right) \frac{1}{\left(\frac{R}{r}\right)^4}}}{1 + \frac{1}{4 \mu_1^2} \left(1 - \frac{3}{4 \mu_1^2}\right)}$$

$$\left(\frac{R}{r}\right)^4 = 1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{B_1} \left\{ 4,606 + \ln \frac{R}{r} \frac{1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{4 B_1} \left(1 - \frac{3}{4 B_1} \left(\frac{R}{r}\right)^4\right) \frac{1}{\left(\frac{R}{r}\right)^4}}{1 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{4 B_1} \left(1 - \frac{3}{4 B_1}\right)} \right\} \quad (110)$$

Gl. (109) und (110) ergeben also den Wert  $\frac{R}{r}$ , bei dem die Durchbruchfeldstärke um 1% größer ist als der Wert  $\mathfrak{E}_0$  bei unendlich großem  $R$ .

Verglichen mit den analogen Beziehungen für zylindrische Leiter Gl. (89) und (91) S. 189 u. 190 sind die relativen Schichtdicken bei gleichem  $\mathfrak{E}_0$  geringer als bei Zylindern. Nach den Gl. (108) und (109) ergeben sich für dieselben Feldstärken, wie wir sie auch im Zylinderfall annahmen, die Werte folgender Tabelle:

Kugeln						Zylinder	
$\mathfrak{E}_0$	$\frac{R}{r}$	$\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_0 \left(\frac{r}{R}\right)^2$	$\frac{\delta}{r}$	$r$ gerechnet	$\delta$	$r$ gerechnet	$\delta$
30,5	1,17	22,2	0,17	39,5	6,71	19,3	6,18
30,8	1,17	22,6	0,17	34,1	5,80	17,1	5,65
31,3	1,17	22,9	0,17	28,0	4,77	13,7	4,65
32,05	1,18	23,1	0,18	20,6	3,70	10,0	3,60
33,1	1,19	23,5	0,19	14,2	2,70	6,85	2,60
34,7	1,20	24,1	0,20	8,45	1,69	4,06	1,67
36,6	1,22	24,7	0,22	4,89	1,076	2,35	1,03
40,2	1,25	25,7	0,25	2,18	0,545	0,957	0,497
42,0	1,27	26,1	0,27	1,58	0,426	0,740	0,414
44,8	1,29	26,9	0,29	1,02	0,296	0,473	0,294
49,0	1,31	28,6	0,31	0,644	0,199	0,292	0,211
53,3	1,35	29,3	0,35	0,415	0,145	0,1875	0,154
62,0	1,44	29,9	0,44	0,224	0,0985	0,0974	0,101
75,1	1,58	30,2	0,58	0,122	0,0708	0,0528	0,0724

Die relative Schichtdicke  $\frac{\delta}{r}$  ist für eine Kugel etwa halb so groß wie bei einem Zylinder, bezogen auf gleiche Entladefeldstärke. Da andererseits die zur gleichen Entladefeldstärke gehörigen Radien sich etwa umgekehrt verhalten, sind die absoluten Schichtdicken  $\delta$  ungefähr gleich groß. In der Tabelle sind auch die nach den entsprechenden Formeln für den Zylinder berechneten Werte eingetragen, um den Vergleich zu erleichtern. Bezogen auf gleiche Radien hat die Kugel eine geringere (etwas mehr wie die halbe) Schichtdicke wie der Zylinder. Mit abnehmendem Radius nimmt der Unterschied ab. Die Feldstärken am Außenrande der Schicht sind um ein Geringes kleiner als bei Zylindern, es treten wirksame Feldstärken bis zu 22,2 kV/cm auf. Die relative Schichtdicke  $\frac{\delta}{r}$  wächst von dem Werte 0,17 (17<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) für große Kugeln (60 cm Durchmesser) bis auf 58<sup>0</sup>/<sub>0</sub> bei kleinen Kugeln (2,4 mm Durchmesser).

Vergleichen wir schließlich noch die Werte von  $\frac{\delta}{r}$  mit dem Verhältnis Schlagweite zu Durchmesser der Estorffschen Werte für zwei gleiche Kugeln, die wir auf S. 196 zum Vergleich mit der Durchbruchfeldstärke in unserem Falle heranzogen (dort mit  $\frac{\delta}{r}$  bezeichnet), so zeigt sich, daß die Schlagweite dort einem Vielfachen der hier berechneten Schichtdicke entspricht (also weit größer ist wie  $2\frac{\delta}{r}$  unserer jetzigen Bezeichnung). Aus dem Wert der Feldstärke in der Mitte zwischen den Kugeln verglichen mit dem Wert für die Einzelkugel in gleichem Abstände zeigt sich, daß dort keineswegs das Feld der kugeligen Verteilung herrscht, sondern die Feldstärke infolge der Anwesenheit der andern Kugel viel stärker ist. Wir können also diese Werte dem kugeligen Felde nicht ohne weiteres zuordnen und können sie nicht zur Kontrolle unserer Formeln benutzen<sup>1)</sup>.

Direkte Messungen an konzentrischen Kugelelektroden oder Teilen von solchen liegen leider nicht vor.

Auf Grund der Formel  $A + \frac{B}{\sqrt{r}}$  für die geringste Durchbruchfeldstärke, die bei wachsender Schlagweite zwischen zwei gleichen Kugeln auftritt, kommt F. W. Peek<sup>2)</sup> zu dem Resultat, daß die Schichtdicke bei Kugeln größer sei als bei Zylindern. Da diese Durchbruchfeldstärke (s. z. B. S. 33 und 38) bei noch wesentlich kleineren Schlagweiten auftritt als den Werten der Estorffschen Messungen, die wir oben zum Vergleich heranzogen, handelt es sich hier auch um kein rein kugeliges Feld, sondern um ein stark verzerrtes.

1) Siehe dazu die Bemerkung S. 226. 2) Proc. A. J. E. E. 32, S. 1337. 1913.



Außerdem ist in der Symmetrieachse  $r_1 + r_2 = 2a$ . Damit wird

$$\mathcal{E} = \frac{U}{\varrho_1 - \varrho_2} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Als Koordinatenursprung wählen wir den Punkt  $O$ , gemäß Abb. 67, als laufende Koordinate den Abstand  $y$  von der Mitte  $O$  zwischen den Bildpunkten  $A$  und  $B$ .

Danach wird

$$\begin{aligned} r_1 &= y + a; & r_2 &= a - y; \\ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} &= \frac{2a}{a^2 - y^2}. \\ \mathcal{E} &= \frac{U}{\varrho_1 - \varrho_2} \frac{2a}{a^2 - y^2}. \dots \dots \dots (112) \end{aligned}$$

$y$  variiert im Absolutwert von  $f_1 - R_1$  bis  $f_2 - R_2$ . Für den kleineren Zylinder  $R_1$  sei, entspr. Abb. 67, das entsprechende  $y$  immer negativ.

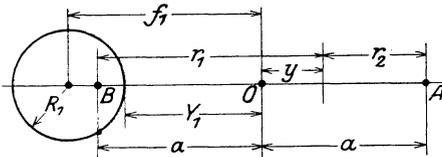


Abb. 67.1)

Sein Absolutwert sei mit  $Y_1$  bezeichnet ( $Y_1 = f_1 - R_1$ ). Für den andern Zylinder ( $R_2$ ) ist das entsprechende  $y \leq 0$ , je nachdem, ob dieser den ersten umhüllt oder nicht, d. h. ob die Schnittpunkte seiner Kontur mit der Abszissenachse links oder rechts von  $O$  liegen.

Auch hier bedeute  $Y_2$  den Absolutwert, ( $f_2 - R_2$ ). Da  $R_1$  als der Zylinder mit dem kleineren Radius vorausgesetzt ist, gilt immer  $Y_2 \leq Y_1$ , wie sich direkt geometrisch ersehen läßt.

Die Feldstärke an der Oberfläche des kleineren Zylinders wird nun

$$\mathcal{E}_0 = \frac{U}{\varrho_1 - \varrho_2} \frac{2a}{a^2 - Y_1^2}$$

und

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = \frac{a^2 - Y_1^2}{a^2 - y^2} \dots \dots \dots (113)$$

Da zwischen  $a, f_1, R_1$  die Beziehung gilt

$$a^2 = f_1^2 - R_1^2, \dots \dots \dots (114)$$

folgt daraus

$$a^2 - Y_1^2 = 2 R_1 Y_1 \dots \dots \dots (115)$$

und dies in Gl. (113) eingesetzt, gibt

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = \frac{2 R_1 Y_2}{a^2 - y^2} = \frac{2 R_1 Y_1}{Y_1^2 + 2 R_1 Y_1 - y^2} \dots \dots \dots (116)$$

oder

$$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}} = 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \dots \dots \dots (117)$$

1) Gegenüber Abb. 65 und 66 ist in Abb. 67  $A$  mit  $B$  vertauscht.

Damit werden nach den Gl. (58) und (59) die Ionisierungszahlen, indem dort wieder sinngemäß  $\mathfrak{E}_0$  durch  $\mathfrak{E}$  der Gl. (117) ersetzt wird,

$$\alpha = \frac{A_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2 e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2} \dots \quad (118)$$

bzw.

$$\alpha = A_3 e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2} \dots \dots \dots (118a)$$

und die Entladungsbedingung

$$\int_{-Y_1}^{+Y_2} \alpha dy = K$$

ergibt nach Gl. (118)

$$\int_{-Y_1}^{+Y_2} \frac{A_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2 e^{-\frac{B_1}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2} dy = K \dots \quad (119)$$

bzw. nach Gl. (118 a)

$$\int_{-Y_1}^{+Y_2} A_3 e^{-\frac{B_3}{\mathfrak{E}_0^2} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} - \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} \right)^2} dy = K, \dots \dots \dots (120)$$

worin  $\mathfrak{E}_0$  jetzt speziell die Durchbruchfeldstärke bedeutet. Zur Vereinfachung der Integrale substituiert man

$$\frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0} \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} = x^2 \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{B}}{\mathfrak{E}_0} \left( 1 + \frac{Y_1}{2 R_1} \right) = a^2 \dots \dots (121)$$

und wie früher

$$\frac{B}{\mathfrak{E}_0^2} = \mu^2.$$

Dann wird Gl. (119)

$$\frac{A_1}{K} \frac{1}{B_1} \sqrt{2 R_1 Y_1} \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \int_{-\sqrt{\mu_1} \sqrt{\frac{Y_1}{2 R_1}}}^{+\sqrt{\mu_1} \sqrt{\frac{Y_2}{2 R_1 Y_1}}} (a^2 - x^2)^2 e^{-(a^2 - x^2)^2} dx = 1 \dots \quad (122)$$

und Gl. (120)

$$\frac{A_3}{K} \sqrt{2 R_1 Y_1} \frac{1}{\sqrt{\mu_3}} \int_{-\sqrt{\mu_3} \sqrt{\frac{Y_1}{2 R_1}}}^{+\sqrt{\mu_3} \sqrt{\frac{Y_2}{2 R_1 Y_1}}} e^{-(a^2 - x^2)^2} dx = 1 \dots \quad (123)$$

Durch die beiden Integrale Gl. (122) und (123) ist das Problem prinzipiell gelöst und der Zusammenhang zwischen Durchbruchfeldstärke  $\mathfrak{E}_0$ , Schlagweite  $Y_1 \pm Y_2$  und den Radien  $R_1$  und  $R_2$  bestimmt. Es ist mir nicht gelungen, diese Integrale in einfacher geschlossener Form zu lösen. Auch Näherungslösungen, die etwa von dem Gedanken ausgehen, daß das Feld unmittelbar an der Ober-

fläche der Zylinder für die Durchbruchfeldstärke besonders maßgebend ist, die also dazu führen, z. B. für  $x$

$$y = \sqrt{\mu} \sqrt{\frac{Y_1}{2R_1}} - x = \kappa - x$$

zu substituieren, womit das Integral die Form

$$\int_0^{\sqrt{\mu} \sqrt{\frac{Y_1}{2R_1}}} e^{-(a^2-x^2)^2} dx = \int_0^{\kappa} (\mu + 2\kappa y - y^2)^2 e^{-(\mu+2\kappa y-y^2)^2} dy \quad (124)$$

annimmt, und nun für kleinere  $y$  zu entwickeln und dann zu integrieren, konvergieren sehr schlecht für die in Frage kommenden Werte von  $\kappa$  und  $\mu$ , weil eben das wirksame Feld in diesem Falle ziemlich weit in den Raum herausreicht.

Wir verzichten deshalb in diesem Falle auf die strenge Lösung und begnügen uns für einen Überblick mit einer angenäherten. Eine solche ist leicht zu gewinnen aus dem Ansatz

$$\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0}, 1) \quad (125)$$

der, wie wir auf S. 174 sahen, zwar keineswegs das ganze Gebiet beherrscht, aber doch für gewisse Abschnitte den Versuchen genügt. Nach Abb. 59 genügt er im Gebiet kleiner Feldstärken bis zu Feldern von etwa 35 kV/cm. Von da bis zu Feldern von etwa 100 kV/cm gilt angenähert wieder der gleiche Ansatz mit anderen Konstanten, wenn wir die Spathschen Werte im Zwischengebiet zugrunde legen. Die Werte von  $\frac{A}{K}$  und  $B$ , die man bekommt, sind etwa

für kleinere Felder bis 35 kV/cm

$$\frac{A}{K} = 2,37 \cdot 10^5; \quad B = 392;$$

für größere Felder 36 bis 100 kV/cm

$$\frac{A}{K} = 727; \quad B = 195.$$

In der Abb. 62 sind die mit diesen Werten berechneten Zylinderadien mit  $\wedge$  markiert eingetragen, um zu zeigen, daß auch diese Approximation ganz gute Übereinstimmung mit der Erfahrung ergibt, außer in unmittelbarer Nähe der Übergangsstelle ( $\mathcal{E}_0 \approx 34$  bis 37 kV/cm). Die Entladungsgleichung für die rein zylindrische Entladung (zwei konzentrische Zylinder) lautet mit diesem Ansatz

$$\frac{A}{K} \frac{1}{B} \mathcal{E}_0 r \left( e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0}} - e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0} \frac{R}{r}} \right) = 1 \quad (126)$$

1) Dieser Näherungsansatz hat natürlich mit den Überlegungen von S. 175 nichts zu tun.

bzw. für unendlich großes  $R$

$$r = B \frac{K}{A} \frac{1}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \dots \dots \dots (126a)$$

Wenden wir nun die Gl. (116) auch auf den Ansatz 125 an, so ergibt sich

$$\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2 - y^2}{2 R_1 Y_1}}, \dots \dots \dots (127)$$

und die Entladungsbedingung lautet

$$\int_{-Y_1}^{+Y_2} \alpha dy = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1}} \int_{-Y_1}^{+Y_2} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{y^2}{2 R_1 Y_1}} dy = K. \dots (128)$$

Wird hier

$$\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{y^2}{2 R_1 Y_1} = z^2$$

substituiert, so entsteht

$$\int_{-Y_1}^{+Y_2} \alpha dy = A \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B} \frac{1}{2 R_1 Y_1}} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1}} \int_{-Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{1}{2 R_1 Y_1}}}^{+Y_2 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{1}{2 R_1 Y_1}}} e^{z^2} dz. \dots (129)$$

Das hier auftretende

$$\int_a^b e^{z^2} dz$$

ist im Anhang, Abschn. 80, besonders behandelt und gelöst

$$\int_a^b e^{z^2} dz = \psi(b) - \psi(a) \dots \dots \dots (130)$$

Die Entladungsbedingung lautet also

$$\frac{A}{K} \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B} \frac{1}{2 R_1 Y_1}} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1}} \left[ \psi \left( \pm Y_2 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{1}{2 R_1 Y_1}} \right) + \right. \\ \left. + \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{1}{2 R_1 Y_1}} \right) \right] = 1, \dots \dots \dots (131)$$

wobei  $Y_2 < Y_1$ .

### 67. Disaxiale Zylinder. Kleinere Schlagweiten.

Für sehr kleine Schlagweiten,  $Y_1$  und  $Y_2 \ll R_1$ , wird nach Gl. (115)

$$a^2 = 2 R_1 Y_1 + Y_1^2 \approx 2 R_1 Y_1,$$

und da dann außerdem [Gl. (198) S. 242]

$$\psi(x) = x$$

gesetzt werden kann, entsteht

$$1 = \frac{A}{K} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} (\pm Y_2 + Y_1).$$

Da nun  $Y_1 \pm Y_2 = \delta$  die Schlagweite ist, entspricht dies der Bedingung für homogenes Feld

$$\frac{A}{K} \delta e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} = \frac{\alpha \delta}{K} = 1.$$

### 68. Disaxiale Zylinder bei beliebigen Abständen.

Für beliebige Abstände beschränken wir uns auf die bisher experimentell untersuchten Fälle zweier gleicher Zylinder und eines Zylinders gegenüber einer Ebene.

a) Zylinder-Ebene.

Es ist  $Y_2 = 0$  zu setzen, und es folgt aus Gl. (131)

$$1 = \frac{A}{K} \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B} 2 R_1 Y_1} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1}} \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0 2 R_1 Y_1}} \right), \quad (132)$$

woraus folgt

$$a^2 = \frac{\mathfrak{E}_0}{B} 2 R_1 Y_1 \left\{ \ln \frac{A}{K \sqrt{B}} + \frac{1}{2} \ln (\mathfrak{E}_0 2 R_1 Y_1) + \ln \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0 2 R_1 Y_1}} \right) \right\} \quad (133)$$

Da nach Gl. (115)

$$a^2 = 2 R_1 Y_1 + Y_1^2,$$

ergibt sich

$$2 R_1 Y_1 + Y_1^2 =$$

$$= \frac{2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0}{B} \left\{ \ln \frac{A}{K \sqrt{B}} + \frac{1}{2} \ln (2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0) + \ln \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0}} \right) \right\} \quad (134)$$

oder

$$1 + \frac{Y_1}{2 R_1} = \frac{\mathfrak{E}_0}{B} \left\{ \ln \frac{A}{K \sqrt{B}} + \frac{1}{2} \ln (2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0) + \ln \psi \left( \sqrt{\frac{1}{\mathfrak{E}_0} \frac{Y_1}{2 R_1}} \right) \right\} \quad (135)$$

Aus dieser transzendenten Gleichung ist der Zusammenhang von  $R_1$ ,  $Y_1$  und  $\mathfrak{E}_0$  zu berechnen.

Für den Fall großer Abstände  $\left( \sqrt{\frac{1}{\mathfrak{E}_0} \frac{Y_1}{2 R_1}} \geq 7, Y_1 \gg R_1, \text{ S. 241} \right)$  tritt für  $\psi$  die Näherungsformel Gl. (197) S. 240 auf, womit nach Gl. (132) folgt

$$1 = \frac{A}{K} \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B} 2 R_1 Y_1} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1} + Y_1^2 \frac{B}{2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0}} \frac{1}{2 Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0 2 R_1 Y_1}}}.$$

Da nach Gl. (115)

$$Y_1^2 - a^2 = -2 R_1 Y_1,$$

wird aus dieser Gleichung

$$1 = \frac{A}{KB} R_1 \mathfrak{E}_0 e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}}$$

oder

$$R_1 = B \frac{K}{A} \frac{1}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}}, \dots \dots \dots (136)$$

also dieselbe Gleichung, wie sie für den Fall konzentrischer Zylinder mit großem Außenradius nach Gl. (126 a) S. 205 gilt.

b) Zwei gleiche sich nicht umhüllende Zylinder.

Es ist hier  $Y_1 = Y_2$  zu setzen, und es entsteht aus Gl. (131)

$$1 = \frac{A}{K} \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B} 2 R_1 Y_1} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{a^2}{2 R_1 Y_1}} 2 \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0 2 R_1 Y_1}} \right) \dots (137)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von Gl. (132) nur durch den Faktor 2, der aber eine andere Radienabhängigkeit für  $\mathfrak{E}_0$  bedingt als im Falle a. Der Gl. (134) entspricht bei dieser Anordnung

$$\begin{aligned} & 2 R_1 Y_1 + Y_1^2 = \\ = & \frac{2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0}{B} \left\{ \ln \frac{A}{K \sqrt{B}} + \ln 2 + \frac{1}{2} \ln (2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0) + \ln \psi \left( Y_1 \sqrt{\frac{B}{2 R_1 Y_1 \mathfrak{E}_0}} \right) \right\} \end{aligned} (138)$$

Für große Abstände entsteht hier

$$R_1 = \frac{1}{2} B \frac{K}{A} \frac{1}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}}, \dots \dots \dots (139)$$

d. h. auf gleiche Feldstärke bezogen ist hier der Drahradius halb so groß wie im Falle konzentrischer Zylinder. Das bedingt bei gleichen Radien für große  $R_1$  nur geringe Unterschiede von  $\mathfrak{E}_0$  wegen des flachen Verlaufs der  $(\mathfrak{E}_0, R_1)$ -Kurve in diesem Gebiet, für kleine Radien hingegen können daraus bedeutende Unterschiede der Entladungsfeldstärke resultieren. In Abb. 68 a und b ist aus der experimentellen Kurve I für konzentrische Zylinder die Kurve III abgeleitet, die nach Gl. (139) für zwei parallele Zylinder bei großem Abstand zu erwarten wäre.

Die größere Durchbruchfeldstärke der Anordnung Zylinder—Ebene gegenüber zwei gleichen Zylindern doppelter Schlagweite erklärt sich physikalisch dadurch, daß wir durch die Ebene die Hälfte der Ionenströmung abschneiden. Die nötige Trägerzahl muß in einem kleineren Volumen, dem übrigbleibenden Halbraum, erzeugt werden, sie wird in diesem Halbraum gerade verdoppelt gegenüber

der symmetrischen Anordnung, wozu eine Erhöhung der Feldstärke nötig ist, allerdings nur eine geringe, da die Trägererzeugung ja nach einem Exponentialgesetz mit der Feldstärke geht.

Verglichen mit den Peek'schen Werten der Abb. 42 zeigt sich, daß die Forderung quantitativ durch das Experiment nicht erfüllt ist.

Peek mißt wohl Unterschiede in den Radien, die zu gleichen Durchbruchfeldstärken gehören, aber wesentlich geringere Unterschiede, als sie die Gl. (136) und (139) verlangen. An und für sich ist das ja auch nicht anders zu erwarten, denn wenn die Zylinder so weit aus-

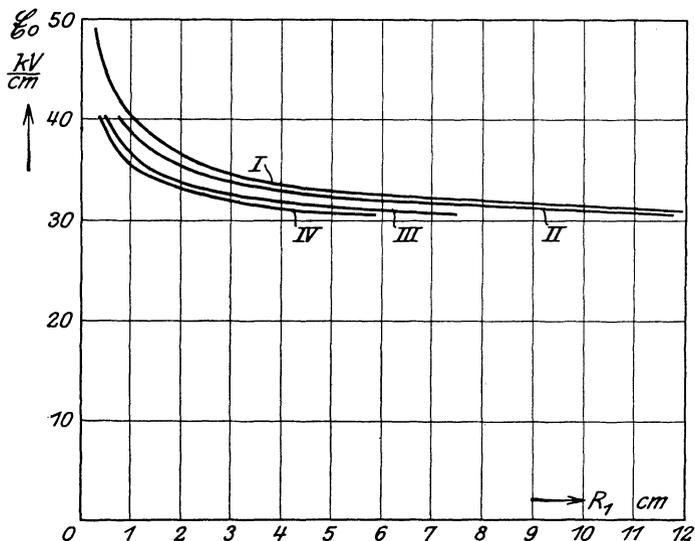


Abb. 68 a. Durchbruchfeldstärke von Zylindern abhängig vom Radius.

- I* Konzentrische Zylinder, experimentelle Werte.
- II* Minimumfeldstärke Zylinder-Ebene, Abschn. 70.
- III* Zwei parallele Zylinder, theor. Endwert, Gl. (139).
- IV* Minimumfeldstärke zweier paralleler Zylinder, Abschn. 70.

einanderliegen, daß im Zwischengebiet die Feldstärke sehr gering wird, so müssen die in den Gleichungen ganz vernachlässigten Diffusions- und Wiedervereinigungswirkungen einsetzen, die bewirken, daß bei zwei sehr weit voneinander entfernten Zylindern die Durchbruchfeldstärke schließlich doch die des einzelnen Zylinders wird. Es ist sehr interessant zu sehen, daß selbst bei den großen Entfernungen, mit denen Peek maß, bis über 1 m, der Einfluß von Diffusion und Rekombination noch nicht so groß war, um alle in den Mittelraum gelangenden Träger zu vernichten, trotzdem das Feld in der Mitte zwischen den Leitern recht schwach war. Bei 1 m Abstand,  $Y_1 = 50$  cm z. B. und einem Drahtradius  $R_1 = 0,06$  cm, wo noch ein

bedeutender Einfluß festzustellen war, ist für das Feld in der Mitte nach Gl. (117)

$$\frac{\mathfrak{E}_m}{\mathfrak{E}_0} = \frac{1}{1 + \frac{Y_1}{2R_1}} = \frac{1}{418} = 0,0024$$

und für  $\mathfrak{E}_0 = 71 \text{ kV/cm}$  ergibt sich  $\mathfrak{E}_m = 170 \text{ Volt/cm}$ . Bei  $R_1 = 0,5 \text{ cm}$ ,  $\mathfrak{E}_0 = 45 \text{ kV/cm}$  wird analog  $\mathfrak{E}_m = 900 \text{ Volt/cm}$ .

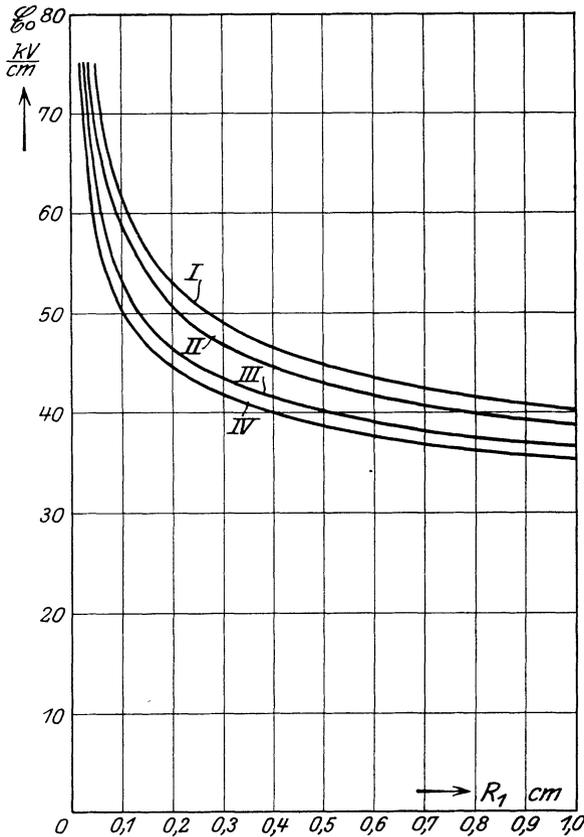


Abb. 68 b. Durchbruchfeldstärke von Zylindern abhängig vom Radius.

- I Konzentrische Zylinder, experimentelle Werte.
- II Minimumfeldstärke Zylinder-Ebene, Abschn. 70.
- III Zwei parallele Zylinder, theor. Endwert, Gl. (139).
- IV Minimumfeldstärke zweier paralleler Zylinder, Abschn. 70.

Selbst bei diesen schwachen Feldstärken in der Mitte sind die Entladungszonen um beide Drähte noch nicht völlig unabhängig voneinander, sondern versorgen sich noch gegenseitig mit Trägern.

### 69. Grenzs Schlagweite bei Zylindern.

Bei mittleren Werten von  $Y_1$  muß sich auch ein Einfluß des Abstandes beider Zylinder auf die Größe von  $\mathfrak{E}_0$  bemerkbar machen.

Prinzipiell läßt sich dieser Einfluß am einfachsten feststellen, indem für  $\psi$  die Formel Gl. (197) Abschn. 80

$$\psi(x) = \frac{e^{x^2}}{2x} \left( 1 - \frac{d\kappa}{dx} \right) \quad \left( x = \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{Y_1}{2R_1}} \right)$$

eingeführt wird, wo  $\kappa$  die durch Gl. (192) S. 239 definierte Funktion von  $x$  ist.

Damit wird aus Gl. (132)

$$1 = \frac{A}{KB} \mathfrak{E}_0 R_1 e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \left( 1 - \frac{d\kappa}{dx} \right) \dots \dots \dots (140)$$

und aus Gl. (137)

$$1 = 2 \frac{A}{KB} \mathfrak{E}_0 R_1 e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \left( 1 - \frac{d\kappa}{dx} \right) \dots \dots \dots (141)$$

Aus dem Verlauf der Funktion  $\kappa$ , s. Abb. 77, und Tabelle S. 241 ist zu schließen, daß bei größeren Abständen  $\mathfrak{E}_0$  mit abnehmendem  $Y_1$  nicht zunehmen kann.  $\frac{d\kappa}{dx}$  bedeutet die Ableitung nach dem Argument

$x = \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0} \frac{Y_1}{2R_1}}$ , und die Teile der Gl. (140) und (141) ohne die Klammerglieder bedingen die Werte von  $\mathfrak{E}_0$  für sehr große Abstände. Würde  $\mathfrak{E}_0$  mit abnehmendem  $Y_1$  zunehmen, so nähme das Argument  $x$  ab, und damit würde  $\frac{d\kappa}{dx}$ , das für größere Abstände negativ ist, absolut größer. Der Klammerausdruck wüchse, der links davon stehende Teil müßte kleiner werden, was eine Abnahme von  $\mathfrak{E}_0$  verlangte, die der Voraussetzung widerspricht. Es kommt also bei großen Abständen nur eine Abnahme von  $\mathfrak{E}_0$  mit abnehmendem  $Y_1$  in Frage, die jenseits des Wendepunktes der  $\kappa$ -Kurve (für  $x = 1,5$ ) in ein dauerndes Zunehmen von  $\mathfrak{E}_0$  mit weiter abnehmendem  $Y_1$  übergeht.

Das in Abb. 40 S. 80 von Peek beobachtete Zunehmen von  $\mathfrak{E}_0$  mit abnehmendem Abstand vermag die Gleichung nicht wiederzugeben. Dagegen ergibt sie die Abnahme von  $\mathfrak{E}_0$  und die Existenz des Minimums.

Wenn wir nach dem Abstand fragen, bei dem die Durchbruchfeldstärke um 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> gegen ihren Wert für unendlich großen Abstand gefallen ist, so ist zunächst der entsprechende Wert von  $\frac{d\kappa}{dx}$  zu be-

stimmen. Die Gl. (140) hat die Form

$$1 = m \mathfrak{E}_0 e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0} C} = F, \quad C = 1 - \frac{d\kappa}{dx},$$

wo  $m = \frac{A R_1}{B K}$  bei einer Veränderung der Schlagweite konstant ist.

Also ist

$$dF = 0 = \frac{\partial F}{\partial \mathfrak{E}_0} d\mathfrak{E}_0 + \frac{\partial F}{\partial C} dC$$

oder

$$Cd\mathfrak{E}_0 \left(1 + \frac{B}{\mathfrak{E}_0}\right) + \mathfrak{E}_0 dC = 0$$

$$\frac{dC}{C} = -\frac{d\mathfrak{E}_0}{\mathfrak{E}_0} \left(\frac{B}{\mathfrak{E}_0} + 1\right).$$

Wir setzen  $\frac{\Delta \mathfrak{E}_0}{\mathfrak{E}_0} = -0,01$ , und es ist  $\Delta C = -\frac{d\kappa}{dx}$ , wenn wir von dem Endwert für unendlich großen Abstand ( $Y_1 = \infty, \kappa = \infty$ )  $\frac{d\kappa}{dx} = 0$  ausgehen, bei dem

$$1 - \frac{d\kappa}{dx} = C = 1$$

ist. Also ist

$$\frac{d\kappa}{dx} = -0,01 \left(\frac{B}{\mathfrak{E}_0} + 1\right).$$

Für verschiedene  $\mathfrak{E}_0$  ergibt sich damit der Wert von  $\frac{d\kappa}{dx}$  und daraus der von  $x$ . Aus diesem folgt dann

$$\frac{Y_{1g}}{R_1} = 2 \frac{\mathfrak{E}_0}{B} x^2 \dots \dots \dots (142)$$

Mit den Werten von  $B$  von S. 204 ergibt sich folgende Tabelle für die Anordnung Zylinder—Ebene, wo der Wert von  $R_1$  zu jedem  $\mathfrak{E}_0$  bei sehr großem Abstand dem bei der konzentrischen Zylinderanordnung entspricht.  $Y_{1g}$  bedeutet dann die Schlagweite Zylinder—Ebene.

$\mathfrak{E}_0$ kV/cm	$-\frac{d\kappa}{dx}$	$x$	$\frac{Y_{1g}}{R_1}$	$R_1$ gerechnet für konz. Zylinder cm	$Y_{1g}$ cm	$\mathfrak{E}$ für $y = 0$ kV/cm
31	0,14	2,33	0,86	16,4	14	21,7
32	0,13	2,38	0,93	10,9	10	21,9
33	0,13	2,38	0,96	7,25	6,9	22,3
35	0,12	2,45	1,06	3,34	3,6	22,8
40	0,059	3,30	4,67	0,873	4,07	12,0
50	0,049	3,52	6,37	0,274	1,74	12,0
60	0,042	3,70	8,45	0,115	0,97	11,5
70	0,038	3,80	10,4	0,062	0,62	11,5

$\mathfrak{E}$  für  $y = 0$  ist hier der Wert der Feldstärke an der Oberfläche der Ebene. Für zwei gleiche parallele Zylinder gehört zu den gleichen theoretischen Endwerten  $\mathfrak{E}_0$  der halbe Radius wie bei der Anordnung Zylinder—Ebene.  $Y_{1g}$  wird also halb so groß wie in der Tabelle, aber die Schlagweite  $2Y_{1g} = \delta_g$ , bei der der Wert  $\mathfrak{E}_0$  bis auf  $1\%$  erreicht wird, ist wieder dieselbe wie die Schlagweite im Falle Zylinder—Ebene  $Y_{1g}$ . In beiden Fällen würden also, bezogen auf dasselbe  $\mathfrak{E}_0$ , angenähert bei gleichen Schlagweiten der Endwert bis auf  $1\%$  erreicht werden. Auf gleiche Radien bezogen, entspricht der Anordnung zweier paralleler Zylinder ein kleineres  $\mathfrak{E}_0$ , also auch ein kleineres  $\frac{Y_{1g}}{R_1}$ . Es wird also bei dieser Anordnung bei gleichen Radien der

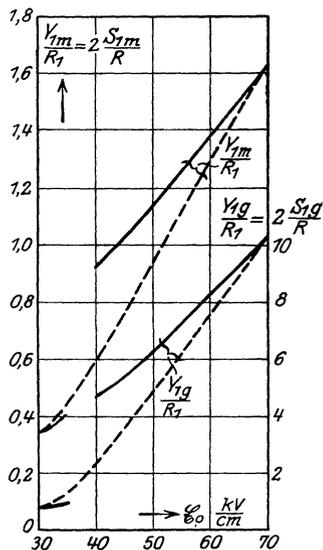
Endwert nicht bei doppelter Schlagweite wie bei der Anordnung Zylinder—Ebene erreicht werden, sondern bei einer kleineren. Bei großen Radien wird der Unterschied nur sehr gering sein, bei kleinen wächst er an.

Der Wert  $\frac{Y_{1g}}{R_1}$  nimmt mit steigendem Radius stark ab. Große Zylinder erreichen schon bei relativ kleinen Schlagweiten den theoretischen Endwert von  $\mathfrak{E}_0$ , während bei kleineren auf einer zu ihrer Größe langen Strecke hindurch noch ein Wachsen auftritt.  $Y_{1g}$  bedeutet ja im Falle zweier gleicher Zylinder die halbe Schlagweite, im Falle Zylinder—Ebene die ganze Schlagweite. Die absolute Entfernung  $Y_{1g}$  nimmt mit abnehmendem Radius ab, dabei ergibt sich die Feldstärke in der Mitte zwischen den Zylindern (oder unmittelbar an der Ebene im Falle Zylinder—Ebene) ziemlich konstant, ca. 22 kV/cm, und nimmt bei abnehmendem Radius langsam zu. Die zweite Hälfte der Tabelle ist unsicher, da die Näherung für  $\alpha$  nicht bis zu den berechneten geringen Feldstärken von ca. 11 kV/cm herab gilt

Abb. 69. Grenzschlagweite  $Y_{1g}$  und Schlagweite der kleinsten Durchbruchfeldstärke  $Y_{1m}$  für einen Zylinder gegen eine Ebene.

(s. S. 175, Abb. 59). Würde man für die dünnen Zylinder auch etwa den Wert  $\mathfrak{E}_{\text{Mitte}} = 22$  kV/cm zugrunde legen, so würden sich geringere Werte von  $Y_{1g}$  ergeben. Dieses Ansteigen der Feldstärke mit der Schlagweite ist in den Kurven von F. W. Peek, Abb. 40 S. 80, zu ersehen, auch aus Versuchen des Verfassers, Abb. 41, wo das verhältnismäßig langsame Ansteigen auf den Wert  $Y_{1g}$  bei großem  $R_1$  und das rasche bei kleinem  $R_1$  sich deutlich zeigt<sup>1)</sup>. Zum Vergleich der Rechnung mit

1) Wobei alle Werte absolut zu hoch sind, da als „Ebene“ eine Schale von ca. 60 cm Durchmesser benutzt wurde.



der Messung haben wir nur die Versuche von Steinmetz, Abb. 39 S. 78, die insofern ungünstig liegen, als die Werte  $\mathfrak{E}_0$  gerade an den Grenzen der Näherungen für  $\alpha$  liegen, und wo die obere und untere Hälfte der Tabelle unstetig aneinanderstoßen. Um wenigstens eine Vorstellung zu bekommen, verbinden wir die Werte von  $\frac{Y_{1g}}{R_1}$  für große und kleine  $R_1$  durch eine vermittelnde Kurve, wie es in Abb. 69 geschehen ist. Für die kleineren Zylinder,  $r = 0,4$  cm, ergibt sich der Grenzwert  $\mathfrak{E}_{0p}$  für zwei parallele Zylinder nach Abb. 68 zu 41,5 kV/cm, für Zylinder—Ebene (für die konzentrische Anordnung) zu  $\mathfrak{E}_{0k} = 46,5$  kV/cm. Für  $\mathfrak{E}_{0p}$  ergibt sich aus der Abb. 69  $\frac{Y_{1g}}{R_1} \approx 2,8$ ,  $Y_{1g} \approx 1,1$  cm,  $\delta_g = 2Y_{1g} \approx 2,2$  cm. Der Punkt fällt in das Gebiet der Meßpunkte. Die Kurve durchschreitet den Wert 41,5 kV/cm und strebt dem Wert 46,5 kV/cm oder einem nahe gelegenen zu, weil jenseits von  $Y_{1g}$  die Felder in der Mitte schon so schwach werden, daß sich die beiden Ionisierungsgebiete nicht mehr vollkommen unterstützen. Der Punkt  $\delta_g = 2,2$  cm stellt eine Art Unstetigkeitspunkt dar, eigentlich müßte die Kurve hier den Charakter ihres Anstiegs ändern. Für den größeren Radius  $r = 1,41$  cm ist  $\mathfrak{E}_{0p} = 35$  kV/cm,  $\mathfrak{E}_{0k} = 38,5$  kV/cm. Aus Abb. 69 ergibt sich aus  $\mathfrak{E}_{0p}$   $\frac{Y_{1g}}{R_1} \approx 1,4$ ,  $Y_{1g} \approx 1,97$  cm,  $\delta_{1g} = 2Y_{1g} \approx 4$  cm, was erheblich kleiner ist als gemessen (mit dem oberen Ast der Kurve Abb. 69 ergäbe sich  $\frac{Y_{1g}}{R_1} \approx 4$ ,  $Y_{1g} \approx 5,6$ ,  $\delta_{1g} = 11,3$  cm, was wieder erheblich zu groß ist). Auch hier strebt die Kurve dem Werte  $\mathfrak{E}_{0k}$  zu, und der Wert  $\mathfrak{E}_{0p}$  wird etwa bei  $\delta = 8$  cm durchschritten, was zwischen den berechneten Werten liegt.

**70. Das Minimum der Durchbruchfeldstärke bei Zylindern.**

Die absolut größten Werte von  $\frac{d\alpha}{dx}$  treten im Wendepunkt der  $\alpha$ -Kurve, bei  $x = 1,5$  auf, wo  $\frac{d\alpha}{dx} = -0,28$  ist (s. S. 241). Für diesen Punkt, in dem  $\mathfrak{E}_0$  sein Minimum durchläuft, wird aus Gl. (140)

$$R_1 = 0,782 B \frac{K}{A} \frac{1}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \dots \dots \dots (143)$$

bzw. aus Gl. (141)

$$R_1 = 0,391 B \frac{K}{A} \frac{1}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \dots \dots \dots (144)$$

Man gewinnt den Wert der Minimumfeldstärke einfach dadurch daß man die  $\mathfrak{E}_0$ -R-Kurve für große Schlagweiten  $\delta$ , Gl. 136 bzw. 139.

S. 207, nimmt und ihre Abszissen im Verhältnis 0,782 bzw. 0,391 verkleinert. Der zugehörige Wert von  $Y_1$  ergibt sich aus  $x = 1,5$  zu

$$Y_{1m} = 4,5 \frac{\mathfrak{E}_0 R_1}{B} \dots \dots \dots (145)$$

Zu den Werten der Tabelle S. 211 ergibt sich damit

$\mathfrak{E}_0$	$\frac{Y_{1m}}{R_1}$	$Y_{1m}^1)$	$\mathfrak{E}_{y=0}$	$\frac{Y_{1m}}{Y_{1g}}$
31	0,356	5,84	26,4	0,414
32	0,367	4,00	27,0	0,397
33	0,379	2,75	27,8	0,397
35	0,402	1,34	29,2	0,378
40	0,925	0,807	27,4	0,198
50	1,155	0,316	31,5	0,181
60	1,386	0,159	35,4	0,164
70	1,62	0,100	38,7	0,156 <sup>2)</sup>

$Y_{1m}$  ist bedeutend kleiner als  $Y_{1g}$ . Bei großen Zylindern etwa die Hälfte und nimmt mit abnehmendem Radius relativ zu  $Y_{1g}$  stark ab (s.  $\frac{Y_{1m}}{Y_{1g}}$  in der Tabelle),  $\frac{Y_{1m}}{R}$  dagegen nimmt mit abnehmendem Radius zu. Bei kleinen Radien tritt ein größeres scharfer ausgebildetes Minimum auf und dann ein relativ längerer langsamer Anstieg, s.  $\left(\frac{Y_{1m}}{Y_{1g}}\right)$ , bei großen Zylindern nur ein flaches schwach ausgebildetes, nach dem relativ bald der Grenzwert von  $\mathfrak{E}_0$  erreicht wird, wie es die Abb. 39 und 41 zeigen.

Die Werte der Minimalfeldstärken selbst sind nach den Gl. (140) und (141) aus der experimentellen Kurve für konzentrische Zylinder in Abb. 68, S. 208, 209, abgeleitet. Es bedeutet Kurve III den theoretischen Grenzwert der Durchbruchfeldstärke für zwei parallele gleiche Zylinder, wie er nach den Überlegungen von S. 207 für nicht allzu große Schlagweiten auftreten muß, um schließlich auf den Wert der Kurve I überzugehen. Kurve II bedeutet den Minimalwert für den Fall Zylinder—Ebene und Kurve IV den Minimalwert für zwei gleiche parallele Zylinder. Die Unterschiede sind bei kleinen Feldstärken, großen Radien, sehr gering, können aber bei hohen Feldstärken, kleinen Radien, bedeutende Werte erreichen. Bei  $r = 0,1$  cm z. B. ist der Unterschied von Kurve I und IV  $\approx 24\%$ , bei  $r = 1$  cm  $\approx 13\%$ , und bleibt dann etwa auf dieser Höhe. Der Unterschied zwischen Grenzwert und Minimalwert, d. h. zwischen den Kurven I und II und den Kurven III und IV ist nur gering.

1) Für die Anordnung Zylinder—Ebene. Für zwei parallele Zylinder ist  $Y_{1m}$  halb so groß.

2) In diesem Fall schließt die zweite Hälfte der Tabelle besser an die erste an als auf S. 211, da die Werte von  $\mathfrak{E}_{\text{Mitte}}$  hier viel größer sind als dort.

Bei großen Radien ist der Unterschied etwa 0,8 kV/cm (ca.  $2,4^{0/0}$ ), bei kleinen steigt er ( $r = 0,5$  cm, ca. 2 kV/cm,  $r = 0,1$ , ca. 3 kV/cm). Bei parallelen Drähten durchschreiten die  $\mathfrak{E}_0$ -Kurven die Werte der Kurve III und streben bei größeren Abständen der Kurve I zu. Man findet hier deshalb größere Unterschiede in der Feldstärke (s. F. W. Peek, Abb. 40) als für die Anordnung Zylinder—Ebene, wo sich ein höherer Wert der Minimalfeldstärke ergeben muß. Gerade der Unterschied der Kurven I und III ist theoretisch von großem Interesse, weil der Abstand, bei dem dieser Unterschied zu verschwinden beginnt, und wo er vollkommen verschwindet, über die absolute Ausdehnung der Entladungsschicht und den Einfluß von Rekombination und Anlagerung zu urteilen erlaubt und über die Entfernung, bei der die Vorgänge an der positiven und der negativen Elektrode für sich unabhängig werden. Bisher liegen keine solchen vergleichenden Messungen vor.

Angewendet auf die Abb. 39, S. 78 ergeben sich nach Abb. 68 für die Radien 0,4 und 1,41 cm die theoretischen Durchbruchfeldstärken für großen Abstand  $\mathfrak{E}_{0p} = 41,5$  und 35,0 kV/cm, die mit den Messungen verträglich sind. Die Minimalfeldstärken  $\mathfrak{E}_{0min}$  ergeben sich zu 40 und 34,2 kV/cm, die bei dem geringeren Radius sehr gut stimmen, bei dem größeren Radius höher liegen als die gemessenen Werte. Auch die Lage des Minimums für den kleinen Zylinder nach Abb. 69 zu  $\frac{Y_{1m}}{R_{1m}} \approx 0,65$ ,  $Y_1 \approx 0,26$  cm,  $\delta_m = 2Y_m \approx 0,52$  cm stimmt gut, während für den großen Zylinder nach der mittleren Kurve sich ergibt  $\frac{Y_{1m}}{R_{1m}} \approx 0,44$ ,  $Y_{1m} \approx 0,62$  cm und  $\delta_m = 2Y_{1m} \approx 1,2$  cm, was wohl auf der Kurve liegt, aber nicht mit dem Minimum zusammenfällt. Der obere Ast der Abb. 69 würde  $\delta_m \approx 2,3$  cm ergeben. Auch hier ist eine weitere Kontrolle der Rechnung erst durch genaue Messungen möglich, die bisher noch nicht existieren.

Physikalisch ist das Abnehmen von  $\mathfrak{E}_0$  mit dem Abstand auf die allmähliche Umbildung der Feldform zurückzuführen. Das Feld nähert sich mit abnehmender Entfernung im Charakter dem des homogenen, womit seine Festigkeit abnimmt. Bei Erreichen des Minimums ist die Umbildung im wesentlichen beendet, und nun macht sich weiterhin die Verkürzung der Strecke in dem Abnehmen der Stoßzahl zwischen den Elektroden bemerkbar, und es tritt, wie bei ebenen Elektroden, ein rasches Anwachsen von  $\mathfrak{E}_0$  mit weiter abnehmendem Abstand ein. Daß dieses Anwachsen viel rascher vor sich geht als das Abnehmen, zeigt sich darin, daß für  $x = 0,925$ ,  $\frac{d\kappa}{dx} = 0$  ist, womit  $\mathfrak{E}_0$  wieder den Wert für sehr große Abstände erreicht. Ihm entspricht ein Wert  $Y_{1w}$

$$Y_{1w} = \frac{1,72}{B} R_1 \mathfrak{E}_0, \dots \dots \dots (146)$$

der 0,38 des Wertes  $Y_{1m}$  beträgt, also im Verhältnis zur Geschwindigkeit der Abnahme, besonders bei großen Zylindern, weniger bei kleinen, ein sehr rasches Ansteigen bedeutet.

### 71. Zwei sich umhüllende exzentrische Zylinder.

Hat man es schließlich mit zwei sich umhüllenden Zylindern zu tun, so ist in Gl. (131)  $Y_2$  negativ einzuführen. Die beiden Funktionen  $\psi$  wirken dann einander entgegen, die zu erwartende Abnahme von  $\mathfrak{E}_0$  mit abnehmendem Abstände wird sehr gering, entsprechend den Beobachtungen Petersens und des Verfassers, S. 76, 77. Physikalisch gesprochen erfährt das Feld, wenn  $R$  nicht sehr groß gegen  $r$  ist, keine so starke Umbildung, es bleibt divergenter und bei kleinen Abständen, wo sich dieser Einfluß bemerkbar machen könnte, tritt die Abnahme der Stoßzahl bereits so stark in Wirkung, daß im wesentlichen nur ein Ansteigen von  $\mathfrak{E}_0$  bei kleinen Abständen erfolgt, wie es streng im Fall der konzentrischen Zylinder stattfindet<sup>1)</sup>.

Wir können also mit dem Näherungsansatz für  $\alpha$  alle an Zylindern beobachteten Erscheinungen qualitativ und zum Teil auch quantitativ verfolgen. Nur die von Davis zitierte Peek'sche Beobachtung, daß bei parallelen Drähten die Durchbruchfeldstärke in einem gewissen Abstandsgebiet mit abnehmendem Abstand zunimmt, liegt nicht im Charakter unserer Beschreibung. Wenn sich diese Beobachtung bestätigen sollte, wäre sie ein Zeichen, daß noch weitere, bisher nicht berücksichtigte Faktoren mitwirken.

### 72. Exzentrische sich nicht umhüllende Kugeln.

#### Das elektrische Feld zweier Kugeln.

Um den Fall zweier exzentrischer, sich nicht umhüllender Kugeln behandeln zu können, brauchen wir zunächst eine einfache und genügend genaue Darstellung des elektrostatischen ladungslosen Feldes.

Die strenge Lösung des Kugelproblems wurde von G. Kirchhoff angegeben, und von A. Schuster, A. Heydweiller, A. Russell wurden danach entsprechende Formeln für die numerische Berechnung aufgestellt (s. S. 28).

Um zu einem einfachen Ausdruck zu gelangen, ersetzen wir die Ladungen der beiden Kugeln durch zwei Bildladungen. Die Größe und den Abstand dieser Bildladungen wählen wir so, daß die Kugel-

1) Die Unabhängigkeit der Durchbruchfeldstärke von der Schlagweite bei sich umhüllenden Zylindern gilt natürlich nur solange, als diese nicht kleiner wird als die Schichtdicke. Denkt man sich bei gegebener Schlagweite die Radien beider Zylinder wachsen bis zum Grenzfall zweier Ebenen, so wird zunächst  $\mathfrak{E}_0$  nur vom Radius des Innenzylinders abhängig sein. Mit wachsendem Radius wird schließlich die Schichtdicke vergleichbar der Schlagweite, und dann wird  $\mathfrak{E}_0$  abhängig von beiden Radien und der Schlagweite, bis es schließlich in den Wert für ebene Elektroden der betreffenden Schlagweite übergeht.

oberflächen in der Nähe der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen mit Äquipotentialflächen zusammenfallen, die dort die gleiche mittlere Krümmung wie die Kugel haben. Die mittlere Krümmung einer Äquipotentialfläche ist durch die logarithmische Ableitung der Feldstärke dort in Richtung der Kraftlinien bestimmt<sup>1)</sup>. Durch die gegebene Kugelanordnung und die obige Bedingung sind Ort und Größe der

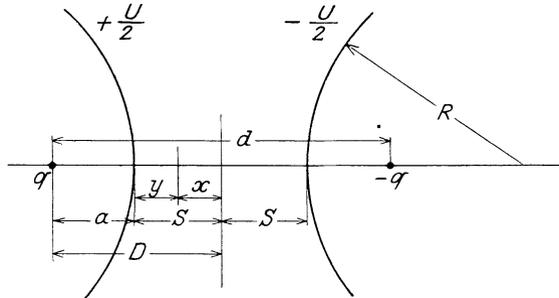


Abb. 70.

Bildladungen bestimmt. Wir betrachten zunächst zwei gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde. Mit den Bezeichnungen der Abb. 70 folgt

$$a = D - S, \quad d = 2D, \quad d - a = D + S, \quad d - 2a = 2S \quad (147)$$

Hat die Kugeloberfläche die Spannung  $\frac{U}{2}$  bzw.  $-\frac{U}{2}$  gegen Erde, so ist

$$4\pi\epsilon\frac{U}{2} = \frac{q}{a} - \frac{q}{d-a} = q\frac{d-2a}{a(d-a)} \quad \dots \quad (148)$$

oder

$$\frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q}{U} = \frac{a(d-a)}{2(d-2a)} = \frac{(D-S)(D+S)}{4S} = \frac{D^2-S^2}{4S} \quad (149)$$

Die Feldstärke im Punkte  $x$  ist

$$4\pi\epsilon\mathfrak{E}_x = \frac{q}{(D-x)^2} + \frac{q}{(D+x)^2} = 2q\frac{D^2+x^2}{(D^2-x^2)^2} \quad \dots \quad (150)$$

$$\mathfrak{E}_x = U\frac{D^2-S^2}{2S}\frac{D^2+x^2}{(D^2-x^2)^2} \quad \dots \quad (151)$$

Die Bedingung des Übereinstimmens der mittleren Krümmung verlangt<sup>1)</sup>

$$\frac{d \ln \mathfrak{E}_x}{dx} = \frac{1}{\mathfrak{E}_x} \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} = \frac{2}{R} \quad \dots \quad (152)$$

<sup>1)</sup> Siehe Spielrein, J.: Vektoranalysis, S. 160; s. a. Russell, A.: Phil. Mag. (6) 6, S. 237. 1906.

$R$  ist der Kugelradius,  $\frac{2}{R}$  die mittlere Krümmung der Kugel.

Physikalisch verlangt diese Bedingung an der Kugeloberfläche denselben Abfall der Feldstärke nach außen, herrührend von den Bildladungen, wie er bei den wirklichen Kugeln vorhanden ist. Nun ist

$$\ln \mathfrak{E}_x = \ln \frac{2q}{4\pi\epsilon} + \ln(D^2 + x^2) - 2 \ln(D^2 - x^2)$$

und

$$\frac{d \ln \mathfrak{E}_x}{dx} = \frac{2x}{D^2 + x^2} + \frac{4x}{D^2 - x^2} = 2x \left( \frac{1}{D^2 + x^2} + \frac{2}{D^2 - x^2} \right),$$

und für  $x = S$

$$\left( \frac{d \ln \mathfrak{E}_x}{dx} \right)_{x=S} = 2S \left\{ \frac{1}{D^2 + S^2} + \frac{2}{D^2 - S^2} \right\} = \frac{2}{R}.$$

Damit ist  $D$  abhängig von  $S$  und  $R$  bestimmt und es folgt

$$3D^2 + S^2 = \frac{1}{RS}(D^4 - S^4)$$

oder

$$D^2 = \frac{3}{2}RS + \sqrt{\frac{9}{4}R^2S^2 + S^3(R+S)} \quad \dots \quad (153)$$

oder

$$D^2 = \frac{3}{2}RS \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4S}{9R} \left( 1 + \frac{S}{R} \right)} \right] \quad \dots \quad (154)$$

oder

$$\frac{D^2}{S^2} = \frac{3}{2}R \left[ \frac{1}{S} + \sqrt{\frac{1}{S^2} + \frac{4}{9} \frac{1}{R} \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{R} \right)} \right] \quad \dots \quad (155)$$

Für kleine Schlagweiten,  $\frac{S}{R} \ll 1$ , wird

$$D^2 = 3RS \left[ 1 - \frac{1}{9} \frac{S}{R} + \frac{8}{81} \left( \frac{S}{R} \right)^2 \dots \right] \quad \dots \quad (156)$$

und

$$\left( \frac{S}{D} \right)^2 = \frac{S}{3R} \left[ 1 - \frac{1}{9} \frac{S}{R} - \frac{7}{81} \left( \frac{S}{R} \right)^2 \dots \right] \quad \dots \quad (157)$$

Für große Schlagweiten,  $\left( \frac{R}{S} < 1 \right)$ , wird

$$\frac{D^2}{S^2} = 1 + 2 \frac{R}{S} + \left( \frac{R}{S} \right)^2 + \dots,$$

$$\frac{D}{S} = 1 + \frac{R}{S} + \text{Glieder 3. Ordnung usw.} \quad \dots \quad (158)$$

Die Bildladung fällt dann nahezu mit dem Mittelpunkt der Kugel zusammen. Für die Ladung  $q$  wird in diesem Fall

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{U} = \frac{S}{4} \left( \frac{D^2}{S^2} - 1 \right) = \frac{R}{2} \left( 1 + \frac{R}{2S} \right).$$

Sie nähert sich also dem Wert für eine einzelne Kugel von der Spannung  $\frac{U}{2}$  gegen Erde.

Die Feldstärke an der Oberfläche der Kugel wird nach Gl. (151)

$$\mathfrak{E}_{x=x=S} = \frac{U}{2S} \frac{D^2 + S^2}{D^2 - S^2} = \frac{U}{\delta} \frac{D^2 + S^2}{D^2 - S^2} = \frac{U}{\delta} \frac{1 + \frac{S^2}{D^2}}{1 - \frac{S^2}{D^2}} \quad (159)$$

und in der Mitte zwischen den Kugeln ist sie

$$\mathfrak{E}_{x=x=0} = \frac{U}{2S} \frac{D^2 - S^2}{D^2} = \frac{U}{\delta} \left( 1 - \frac{S^2}{D^2} \right) \quad \dots \quad (160)$$

und das Verhältnis beider

$$\frac{\mathfrak{E}_{x=S}}{\mathfrak{E}_{x=0}} = \frac{1 + \frac{S^2}{D^2}}{\left( 1 - \frac{S^2}{D^2} \right)^2} \quad \dots \quad (161)$$

Für kleine Schlagweiten wird

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_{x=x=S} &= \frac{U}{2S} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \frac{S}{R} + \frac{4}{27} \left( \frac{S}{R} \right)^2 + \dots \right\}, \\ &= \frac{U}{\delta} \left\{ 1 + \frac{\delta}{3R} + \frac{\delta^2}{27R^2} + \dots \right\}, \end{aligned}$$

wo  $\delta$  die Schlagweite bei zwei gleichen Kugeln bedeutet, was in der zweiten Ordnung von der strengen Formel abweicht ( $\frac{1}{45}$  statt  $\frac{1}{27}$ , S. 30). Für große Schlagweiten wird nach Gl. (159) bis zu Gliedern erster Ordnung

$$\mathfrak{E}_{x=x=S} = \frac{U}{2S} \frac{\frac{D^2}{S^2} + 1}{\frac{D^2}{S^2} - 1} = \frac{U}{2R} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{R}{S} + \dots \right) \quad \dots \quad (162)$$

$\mathfrak{E}_{x=x=S}$  nähert sich dem Wert für eine einzelne Kugel von der Spannung  $\frac{U}{2}$ .

Bezeichnet man den Faktor der Gl. (159)

$$\frac{1 + \frac{S^2}{D^2}}{1 - \frac{S^2}{D^2}} = f \quad \dots \quad (163)$$

so kann man ihn für verschiedene  $\frac{R}{S}$  mit dem entsprechenden Faktor der strengen Formel (S. 31) vergleichen. Die Nachrechnung ergibt, daß  $f$  in der vereinfachten Form für kleine  $\frac{S}{R}$ :

$$f = 1 + \frac{2}{3} \frac{S}{R} = 1 + \frac{\delta}{3}$$

bis zu Werten von  $\frac{\delta}{r} = 1$  mit einem Fehler von ca. 2% gilt. Dann steigt der Fehler rasch an. Mit dem genaueren Wert der Gl. (163) gerechnet, stimmt  $\mathcal{E}$  mit dem strengen Wert bis zu Werten von  $\frac{\delta}{R} = 10$  noch außerordentlich gut überein. In der Abb. 71 sind die Werte von  $\frac{S}{D}$ ,  $\frac{S^2}{D^2}$  und von  $\frac{\mathcal{E}_{x=S}}{\mathcal{E}_{x=0}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_m}$  abhängig von  $\frac{2S}{R}$  dargestellt.

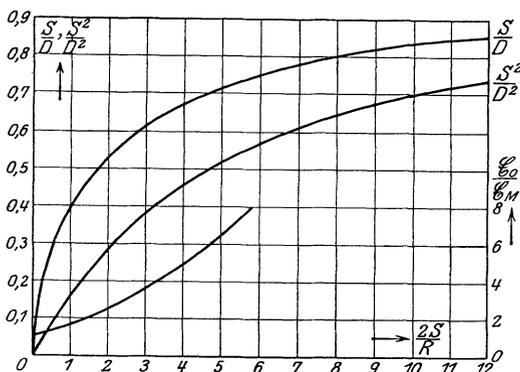


Abb. 71.

weiten die isolierte Kugel dieser Anordnung erheblich stärker beansprucht ist als die Kugeln der symmetrischen, und daß schon bei

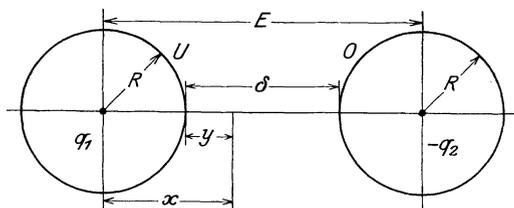


Abb. 72.

kugel gleicher Spannung, während für die symmetrische Anordnung nach Gl. (162) dazu für gleiche Annäherung mindestens eine Schlagweite von 25 fachem Durchmesser nötig ist.

Für den Fall, daß eine der Kugeln gerendet ist, gibt das beschriebene Verfahren sehr komplizierte Resultate, und wir verzichten auf deren Darstellung. Allgemein läßt sich für diesen Fall sagen, daß für kleine Abstände ( $\frac{\delta}{R} < 1$ ) diese

Anordnung sich wie die oben beschriebene symmetrische verhält, daß aber bei größeren Schlagweiten (in der Gegend von etwa Schlagweite gleich dreifachem Kugeldurchmesser) die Feldstärke und ihr Verlauf nach außen an der Oberfläche der isolierten Kugel nahe gleich wird jener der Einzel-

Um das direkt einzusehen, leiten wir eine einfache Näherungsformel ab, indem wir die Bildladungen in die Mittelpunkte der Kugeln verlegen. Mit den Bezeichnungen der Abb. 72 wird das Potential im Punkte  $x$

$$\varphi_x = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left( \frac{q_1}{x} - \frac{q_2}{E-x} \right).$$

Da die rechte Kugel geerdet sein soll, also für  $x = \delta + R$ ,  $\varphi = 0$  sein muß, folgt

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\delta + R}{R},$$

und da die linke Kugel die Spannung  $U$  gegen Erde haben soll,  $x = R$ ,  $\varphi = U$ , ergibt sich

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon} = U \frac{R(\delta + R)^2}{\delta(\delta + 2R)}.$$

Die Feldstärke im Punkte  $x$  ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(E-x)^2} \right] \\ \mathfrak{E} &= U \frac{R(\delta + R)}{\delta(\delta + 2R)} \frac{(\delta + R)(\delta + 2R - x)^2 + Rx^2}{x^2(\delta + 2R - x)^2}. \end{aligned}$$

An der Oberfläche der isolierten Kugel,  $x = R$ , wird

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= U \frac{(\delta + R)^3 + R^3}{\delta R(\delta + R)(\delta + 2R)} = \frac{U}{R} \frac{1 + \frac{R}{\delta} \left( 1 + \frac{R}{\delta} \right)}{1 + \frac{R}{\delta}} \\ &= \frac{U}{R} \left[ 1 + \left( \frac{R}{\delta} \right)^2 + \dots \right] \dots \dots \dots (164) \end{aligned}$$

Um dem Werte  $\frac{U}{R}$  für die Einzelkugel bis auf 1% nahe zu kommen, muß  $\delta$  mindestens  $\approx 10R$  sein. Begnügt man sich mit 2%, so genügt schon  $\delta \approx 7R$ . Für die symmetrische Anordnung ist nach Gl. (162)  $\delta = 100R$  bzw.  $50R$  nötig.

Bezeichnet man den Faktor von  $\frac{U}{\delta}$  in Gl. (164) mit  $f_1$

$$f_1 = \frac{1 + \frac{R}{\delta} \left( 1 + \frac{R}{\delta} \right)}{\left( 1 + \frac{R}{\delta} \right)}, \dots \dots \dots (165)$$

so ergibt der Vergleich mit den strengen Werten S. 31, daß für  $\frac{R}{\delta} = 2$  der Fehler ca. 2,5% beträgt, bei  $\frac{R}{\delta} = 1$  ca. 1%. Wir

können die Näherungsformel also von  $\delta = \frac{R}{2}$ , einer Schlagweite gleich dem halben Radius an, für die Berechnung der Feldstärke als gültig ansehen.

Der Verlauf der Feldstärke ins Feld hinein wird allerdings erst von  $\delta = 2R$  an auch richtig angegeben.

Wegen des Charakters unserer Ansätze für  $\alpha$  ist es nötig, den Ausdruck  $\frac{1}{\mathfrak{E}}$  in eine handliche Form zu bringen, und das kann ge-

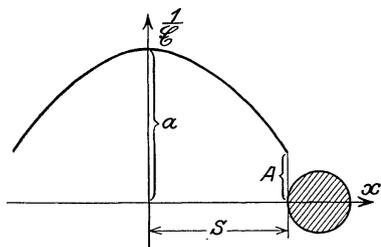


Abb. 73.

schehen, indem wir  $\frac{1}{\mathfrak{E}}$  durch eine Parabel approximieren, die wir so legen, daß der Wert von  $\mathfrak{E}$  und sein Gefälle ins Feld an den Elektroden die vorgeschriebenen Werte annehmen. Wir erhalten dann in der Nähe der Elektroden, d. h. da, wo es darauf ankommt, die richtigen Werte, und Abweichungen in der Mitte zwischen den Elektroden

werden wenig Einfluß haben wegen des schwachen Feldes und der geringen Ionisierung dort.

Wir setzen also entsprechend der Abb. 73

$$y = \frac{1}{\mathfrak{E}} = a - bx^2 \dots \dots \dots (166)$$

Dann ist gegeben für  $x = S$ , nach Gl. (159)

$$\frac{1}{\mathfrak{E}} = \lambda = \frac{2S}{U} \frac{1 - \frac{S^2}{D^2}}{1 + \frac{S^2}{D^2}} \dots \dots \dots (167)$$

und nach Gl. (152)

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mathfrak{E}} = - \frac{1}{\mathfrak{E}^2} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} = - \frac{2}{\mathfrak{E}R} = - \mu, \dots \dots \dots (168)$$

also

$$\mu = \lambda \frac{2}{R}.$$

Nun ist für  $x = S$ :

$$\frac{dy}{dx} = - 2bS = - \mu,$$

also

$$b = \frac{\mu}{2S} = \frac{\lambda}{SR} \dots \dots \dots (169)$$

und

$$y = \frac{1}{\mathfrak{E}} = a - \frac{\mu}{2S} S^2 = a - \frac{\mu S}{2} = \lambda,$$

also

$$a = \lambda + \frac{\mu S}{2} = \lambda \left(1 + \frac{S}{R}\right) \dots \dots \dots (170)$$

Damit wird

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{\mathfrak{E}} &= \lambda \left(1 + \frac{S}{R}\right) - \frac{\lambda}{SR} x^2, \\ &= \lambda \left(1 + \frac{S}{R} - \frac{x^2}{SR}\right) \end{aligned}$$

und für  $x = S$

$$\left(\frac{1}{\mathfrak{E}}\right)_{x=S} = \frac{1}{\mathfrak{E}_0} = \lambda.$$

Damit wird schließlich das Verhältnis

$$\frac{\mathfrak{E}_0}{\mathfrak{E}} = 1 + \frac{S}{R} - \frac{x^2}{SR}, \dots \dots \dots (171)$$

das wir in die Gleichungen für  $\alpha$  einführen. In der Mitte,  $x = 0$ , wo der Fehler unserer Näherung am größten ist, gilt

$$\frac{1}{\mathfrak{E}_m} = \lambda \left(1 + \frac{S}{R}\right),$$

oder

$$\mathfrak{E}_m = \frac{1}{\lambda \left(1 + \frac{S}{R}\right)} = \frac{U}{2S} \frac{1 + \frac{S^2}{D^2}}{1 - \frac{S^2}{D^2}} \frac{1}{1 + \frac{S}{R}},$$

statt nach der genaueren Gleichung

$$\mathfrak{E}_{m_g} = \frac{U}{2S} \left(1 - \frac{S^2}{D^2}\right).$$

Das Verhältnis beider ist

$$\frac{\mathfrak{E}_{m_g}}{\mathfrak{E}_m} = \frac{\left(1 - \frac{S^2}{D^2}\right)^2}{1 + \frac{S^2}{D^2}} \left(1 + \frac{S}{R}\right).$$

Für kleinere Schlagweiten, wo es auch auf das Feld in der Mitte wesentlich ankommt, wird es

$$\frac{\mathfrak{E}_{m_g}}{\mathfrak{E}_m} = 1 - \frac{4}{9} \frac{S^2}{R^2} + \dots,$$

weicht also erst in zweiter Ordnung von der Einheit ab, so daß der Fehler in diesem Gebiet relativ klein bleibt.

### 73. Entladungsbedingungen für zwei gleiche Kugeln.

Wenn wir den Ansatz der Gl. (171) mit der Gl. (117) des Abschnittes 66 über disaxiale Zylinder vergleichen, so sehen wir, daß beide in der Form genau dieselben sind. Wir haben durch unseren Ansatz das Problem der Kugeln auf das der Zylinder zurückgeführt, und zwar würde einem Zylinder eine Kugel von doppeltem Radius entsprechen, entsprechend der doppelten mittleren Krümmung der Kugel gegenüber dem Zylinder.

Wir können also alle in jenem Abschnitt aufgestellten Betrachtungen auch in diesen Abschnitt mit übernehmen und brauchen in den Formeln dort lediglich statt  $Y_1$   $S$  und statt  $2 R_1$   $R$  zu setzen.

Von dem Ansatz  $\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}^2}}$  sehen wir auch hier wegen der Gründe im Abschnitt 66 ab und beschränken uns auf die Darstellung durch den Ansatz  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}}}$ . Daß dieser auch im Gebiet der konzentrischen Kugeln brauchbare Resultate gibt, zeigt Abb. 64 des Abschnittes 64, wo mit + die mit diesem Ansatz berechneten Werte eingetragen sind, die sich im allgemeinen gut mit der Kurve decken, die mit der Annahme  $\alpha = \frac{A}{\mathfrak{E}^2} e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}^2}}$  berechnet ist. Nur an den Grenzen der Näherungsgebiete, bei  $\mathfrak{E} = 35$  bis  $40$  kV/cm, treten Abweichungen ein. Für konzentrische Kugeln ergibt sich mit der Annahme  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}}}$

$$\frac{A}{K} \sqrt{\frac{\mathfrak{E}_0}{B}} r \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \Phi \left( \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \frac{R}{r} \right) - \Phi \left( \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \right) \right] = 1, \dots (172)$$

wo  $\Phi$  wieder die Fehlerfunktion bedeutet (s. S. 182), oder für große Außenradien

$$r = \frac{K}{A} \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \right)} \dots (173)$$

oder für kleine  $\mathfrak{E}_0$  (bis ca. 35 kV/cm), also große Radien mit der Annäherung für  $\Phi \left( \sqrt{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \right)$  bei großem Argumentwert (s. S. 183)

$$r = 2 \frac{K}{A} \frac{B}{\mathfrak{E}_0} e^{\frac{B}{\mathfrak{E}_0}} \dots (174)$$

d. h. bei gleicher Feldstärke wieder der doppelte Radius wie für konzentrische Zylinder.

Auch hier ergibt sich wieder entsprechend dem Abschnitt 68 im Grenzfall Kugel—Ebene bei sehr großen Schlagweiten die Durchbruchfeldstärke der Einzelkugel, während bei zwei gleichen Kugeln in großem Abstand theoretisch eine kleinere Durchbruchfeldstärke entsteht.

Diese kann aus der Kurve der Durchbruchfeldstärke für die Einzelkugel durch Halbierung der Abszissenwerte genommen werden. Da gleiche  $\mathcal{E}_0$  Werte auf der Kurve für konzentrische Kugeln etwa dem doppelten Radius wie auf der Kurve für konzentrische Zylinder entsprechen, würde demnach der theoretische Grenzwert für zwei sich nicht umhüllende gleiche Kugeln etwa dem Wert für einen Zylinder mit gleichem Radius in einem weiteren entsprechen. In Wirklichkeit wird dieser Wert überschritten, s. S. 15, 16 u. 62. Vergleichsmessungen an zwei gleichen Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung und an der Anordnung Kugel—Ebene sind von W. Weicker durchgeführt und ihre Resultate in Abb. 15 dargestellt. Leider beziehen sich die Messungen fast nur auf verhältnismäßig große  $\frac{\delta}{r}$ , wo manche störenden Nebenerscheinungen (s. S. 36) auftreten. Aber man sieht, daß die Werte der Anordnung Kugel—Ebene fast durchwegs höher liegen als bei der symmetrischen Anordnung und daß der Unterschied mit abnehmender Kugelgröße zuzunehmen scheint, wie es die Theorie verlangt. Der Unterschied bleibt nach den Weickerschen Messungen bis zu recht großen Werten von  $\frac{\delta}{R}$  bestehen, ähnlich den großen Abständen bei parallelen Drähten, bei denen Peek noch Unterschiede gegen den konzentrischen Draht fand. Nur ist der Unterschied der, daß bei den Kugeln beide  $\mathcal{E}_0$ -Kurven mit wachsender Schlagweite dauernd weitersteigen, was, wie schon auf S. 197 erörtert, wohl in erster Linie auf den entlastenden Einfluß der Zuführungen bei großen Schlagweiten zurückzuführen ist. Genaue Messungen bei kleinen  $\frac{\delta}{R}$  fehlen noch.

#### 74. Die Grenzschlagweite bei Kugeln.

Der Grenzabstand  $S_{1g}$ , bei dem die Durchbruchfeldstärke  $\mathcal{E}_0$  bis auf 1% an ihren theoretischen Grenzwert herangekommen ist, und der Wert  $S_{1m}$ , bei dem das Minimum der Feldstärke durchlaufen wird, ergeben sich gerade halb so groß wie bei den parallelen Zylindern. Für  $S_{1g}$  ergibt sich dementsprechend folgende Tabelle für die Anordnung Kugel—Ebene:

$\mathcal{E}_0$ kV/cm	$\frac{S_{1g}}{R_1}$	$R_1$ gerechnet für konz. Kugeln	$S_{1g} = \delta_g$	$\mathcal{E}_{z=0}$ kV/cm
31	0,43	32,9	14,1	20,8
32	0,46	21,8	10,0	20,9
33	0,48	14,5	6,95	21,2
35	0,53	6,7	3,55	21,4
40	2,33	1,9	4,43	
50	3,18	0,60	1,91	
60	4,22	0,26	1,10	
70	5,2	0,14	0,073	

$\mathfrak{E}_{x=0}$  bedeutet die Feldstärke an der Ebene, im Fall zweier gleicher Kugeln in der Mitte zwischen den Kugeln. Für den Fall zweier gleicher Kugeln ist  $R_1$  bei gleichem  $\mathfrak{E}_0$  halb so groß, also auch  $S_{1g}$ , aber die Schlagweite  $\delta_{1g} = 2 S_{1g}$  wieder gleich der entsprechenden Schlagweite  $S_{1g}$  im Falle Kugel—Ebene. Bezogen auf gleiche Radien ist  $\mathfrak{E}_0$  für die Anordnung Kugel—Platte größer als für zwei Kugeln, also auch  $\frac{S_{1g}}{R_1}$ . Zwei gleiche Kugeln werden daher bei weniger als dem Doppelten der Schlagweite ihren Endwert von  $\mathfrak{E}_0$  erreichen als eine solche Kugel gegen eine Ebene. Bei großen Radien wird der Unterschied gering sein, aber mit abnehmender Kugelgröße wachsen<sup>1)</sup>.

Für den Wert der Feldstärke an der Ebene bzw. in der Mitte zwischen den Kugeln gibt die obere Hälfte der Tabelle langsam ansteigende Werte in der Größenordnung von etwa 20 kV/cm. Die Werte der unteren Hälfte der Tabelle wird man nur für die größten Feldstärken als zuverlässig ansehen dürfen, weil sich nur hier der ganze Entladungsvorgang wesentlich im Gebiet höherer Feldstärken abspielt.

Vergleichen wir noch zwei Kugeln und zwei Zylinder vom gleichen Radius, so ist  $\mathfrak{E}_0$  für die Zylinder kleiner. Auf gleiches  $\mathfrak{E}_0$  bezogen ist  $\frac{S_{1g}}{R_1}$  halb so groß wie  $\frac{Y_{1g}}{R_1}$ ; die Kugeln würden in diesem Fall bei der halben Schlagweite den Endwert von  $\mathfrak{E}_0$  erreichen als die Zylinder. Da nun  $\frac{Y_{1g}}{R_1}$  und  $\frac{S_{1g}}{R_1}$  mit abnehmender Feldstärke abnehmen, würden auf gleichen Radius bezogen die Kugeln bei etwas mehr als der halben Schlagweite ihren Endwert erreichen als die Zylinder. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß das Kugelfeld infolge seines

---

1) Den Abstand  $\frac{S_{1g}}{R_1}$  können wir im Fall Kugel—Ebene als den deuten, bei dem das Feld in dem für die Ionisierung in Frage kommenden Gebiet den Charakter der Einzelkugel angenommen hat ( $\mathfrak{E}_{0k}$ ). Nach der Tabelle der Feldstärken für die konzentrische Kugel am Schichtrande, S. 199, ragt die Ionisierungsschicht in diesem Falle nicht mehr bis zur Ebene, sondern hört schon erheblich früher auf. Wenn nun zwei Kugeln mit wachsendem Abstand der kleineren Feldstärke  $\mathfrak{E}_{0p}$  zustreben, so können wir diesen Unterschied bei größeren Schlagweiten nicht mehr auf eine Feldverzerrung in der Ionisierungszone zurückführen, sondern nur darauf, daß die einzelnen, für sich rein kugeligen Ionisierungsgebiete sich noch so wirksam gegenseitig mit Trägern versorgen, daß die zur Entladung nötige Zahl bei einer geringeren Feldstärke erzeugt wird. Bei größeren Schlagweiten nimmt diese gegenseitige Versorgung mehr und mehr ab, wegen der Umwandlung und Vernichtung der Träger in der feldschwachen Mittelzone, so daß auch die Zweikugelanordnung dem Wert  $\mathfrak{E}_{0k}$  für die Einzelkugel zustrebt. Also nur bei Schlagweiten kleiner als  $\frac{2S_{1g}}{R_1}$  können wir von einer Änderung des Entladungsmechanismus durch Änderung der Feldform sprechen, darüber hinaus nur von einer durch Änderung der gegenseitigen Zuströmung von Ionen.

rascheren Abfalles nach außen konzentrierter ist und die Kugeln deshalb früher aufhören, sich mit ihren Feldern wirkungsvoll zu durchdringen.

### 75. Das Minimum der Durchbruchfeldstärke bei Kugeln.

Für den Abstand, bei dem das Minimum der Feldstärke durchlaufen wird, gilt nach Gl. (145)

$$\frac{S_{1m}}{R} = 2,25 \frac{\mathcal{E}_0}{B} \dots \dots \dots (175)$$

Er ist also auf gleiches  $\mathcal{E}_0$  bezogen auch halb so groß wie bei Zylindern. Für die Anordnung Kugel—Ebene würde sich entsprechend die Tabelle S. 228 ergeben.

$S_{1m}$  bedeutet hier die Schlagweite Kugel—Ebene. Für zwei gleiche Kugeln ist bei gleicher Feldstärke  $R$  und auch  $S_{1m}$  halb so

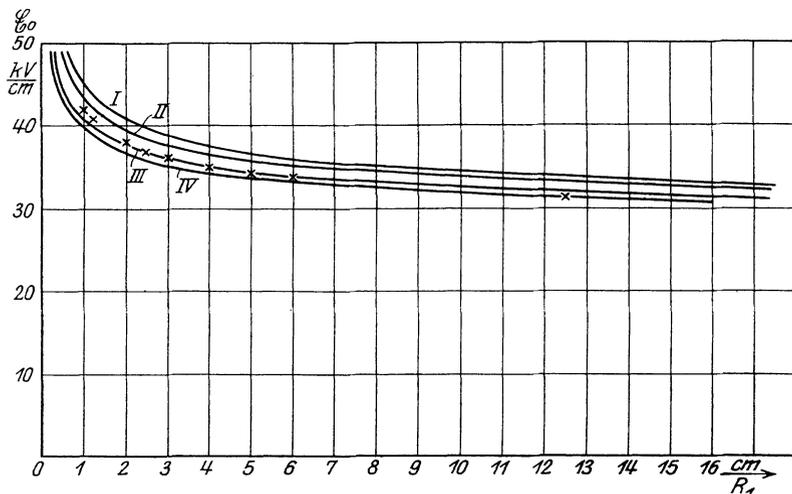


Abb. 74 a. Durchbruchfeldstärken abhängig vom Radius:

- I Konzentrische Kugeln (berechnet mit  $\alpha = \frac{A}{\mathcal{E}_0^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0^2}}$ ) bzw. theoretischer Grenzwert Kugel—Ebene, Gl. (102) und (106).
- II Minimalwert im Fall Kugel—Ebene.
- III Theoretischer Grenzwert zweier gleicher Kugeln.
- IV Minimalwert im Fall zweier gleicher Kugeln.
- X Experimentelle Werte der minimalen Durchbruchfeldstärke, Abb. 18.

groß, da aber hier  $\delta_m = 2 S_{1m}$  ist, ergibt sich wieder dieselbe Schlagweite  $\delta_m$ .

Die Feldstärken in der Mitte bzw. an der Ebene ergeben sich in der gleichen Größenordnung wie für Zylinder (s. S. 214). Die beiden Hälften der Tabelle stimmen hier wieder besser überein als für  $S_{1g}$ .

$\mathcal{E}_0$ kV/cm	$\frac{S_{1m}}{R}$	$S_{1m} = \delta_m$ cm	$\mathcal{E}_{x=0}$ kV/cm	$\frac{S_{1m}}{S_{1g}}$
31	0,178	5,85	26,2	0,414
32	0,183	4,00	26,4	0,397
33	0,189	2,74	27,5	0,397
35	0,201	1,345	28,9	0,378
40	0,462	0,878	26,2	0,198
50	0,577	0,346	29,2	0,181
60	0,693	0,180	31,4	0,164
70	0,810	0,113	33,4	0,156

Auch hier gilt wieder, daß das Minimum bei großen Radien bei relativ kleineren,  $(\frac{S_{1m}}{R_1})$ , und absolut größeren,  $(S_{1m})$ , Werten des Abstandes auftritt, als bei kleineren Radien und hohen Feldstärken. Der Anstieg zum Endwert nach dem Maximum erfolgt relativ rascher bei großen Radien als bei kleinen, s.  $(\frac{S_{1m}}{S_{1g}})$ , absolut erfolgt er natürlich bei kleinen Radien viel rascher.

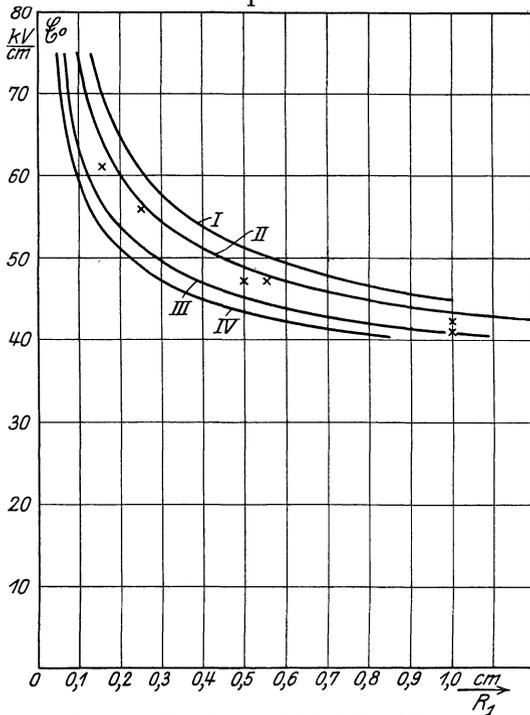


Abb. 74 b. Durchbruchfeldstärke abhängig vom Radius:

- I Konzentrische Kugeln (ber. mit  $\alpha = \frac{A}{\mathcal{E}_0^2} e^{-\frac{B}{\mathcal{E}_0^2}}$  bzw. theoret. Grenzwert Kugel—Ebene, Gl. (102) und (106).
- II Minimalwert im Fall Kugel—Ebene.
- III Theoret. Grenzwert zweier gleicher Kugeln.
- IV Minimalwert im Fall zweier gleicher Kugeln.
- x Experimentelle Werte der minimalen Durchbruchfeldstärke, Abb. 18.

Die Werte der Feldstärken für die vier verschiedenen Fälle (Kugel—Platte und zwei Kugeln, Endwert und Minimalwert) sind in Abb. 74 a und b dargestellt. Ausgegangen wurde von den für konzentrische Kugeln nach Gl. (102) und (106) berechneten Radien und dann entsprechend den Gl. (143) und (144) die andern Werte ermittelt. Es sind etwa die gleichen Unterschiede wie bei Zylindern in den Feldstärken zu erwarten, die zwischen den Kurven I und IV bei kleinen Radien bis auf

Die Werte der Feldstärken für die vier verschiedenen Fälle (Kugel—Platte und zwei Kugeln, Endwert und Minimalwert) sind in Abb. 74 a und b dargestellt. Ausgegangen wurde von den für konzentrische Kugeln nach Gl. (102) und (106) berechneten Radien und dann entsprechend den Gl. (143) und (144) die andern Werte ermittelt. Es sind etwa die gleichen Unterschiede wie bei Zylindern in den Feldstärken zu erwarten, die zwischen den Kurven I und IV bei kleinen Radien bis auf

13 kV/cm steigen können und im Gebiet der großen Radien bis ca. 2,5 kV/cm betragen. Der Unterschied zwischen I—II und III—IV ist wesentlich geringer und beträgt bei größeren Radien ca.  $\frac{1}{2}$  kV/cm, bei kleinen bis zu 5 kV/cm. Speziell bei kleinen Radien werden die Unterschiede besser zu beobachten sein. Der Unterschied I—IV kann nur bei zwei gleichen Kugeln zu beobachten sein, bei der Anordnung Kugel—Ebene kann nur I—II auftreten.

Die Existenz des Minimums hängt wieder mit der Umbildung des Feldes bei abnehmendem Abstand zusammen, wie bei den Zylindern erörtert. Da das Feld hier konzentrierter um die Elektroden ist, als bei Zylindern, tritt die Umbildung bei abnehmender Schlagweite später und plötzlicher auf. Jenseits des Minimums tritt ein sehr rasches Anwachsen der Feldstärke ein.

Der Grenzwert der Feldstärke wird nach dem Minimum wieder bei dem Abstand

$$\frac{S_{1w}}{R} = 0,86 \frac{\mathcal{E}_0}{B}$$

(s. S. 215), d. i. bei 38% des Wertes  $S_{1m}$  erreicht, und dann steigt die Feldstärke äußerst rasch, indem sie sich immer mehr dem Wert für ebene Elektroden nähert.

## 76. Vergleich mit dem Experiment.

Um die Theorie mit dem Experiment zu vergleichen, sind in Abb. 74 die Werte der Minimumfeldstärken eingetragen, wie sie aus Abb. 18 und den Tabellen der S. 33 und S. 38 entnommen werden können. Die Punkte liegen im allgemeinen höher als die Kurve IV, mit der sie zusammenfallen sollten. Nur bei großen Radien fallen sie mit ihr zusammen, bei mittleren fallen sie mit der Kurve III zusammen und bei kleinen Radien fast mit Kurve II. Im Gebiet der mittleren Radien ist der Unterschied ca. 1 kV/cm, d. i. 3% und ist wohl durch die Vernachlässigungen in der Theorie begründet. Bei kleinen Radien ist es vermutlich der Einfluß der Zuleitungen, der sich in einer Entlastung des Feldes geltend macht.

Der Wert  $\frac{\delta}{R}$ , bei dem dieses Minimum auftritt, ist nach der Abb. 18

bei kleinen Feldstärken 0,27 bis 0,3, während die Tabelle der vorigen Seite 0,36 bis 0,40 angibt. Bei den größeren Feldstärken ergeben sich Werte von 0,4 bis 0,7, die gegen die Werte 0,9 bis 1,2 der unteren Hälfte der Tabelle zurückbleiben, was sich wohl dadurch erklärt, daß die Annäherung für  $\alpha$  gerade in diesem Gebiet am unvollkommensten ist. Bei größeren Feldstärken, d. i. kleineren Radien, wäre wohl wieder bessere Annäherung zu erwarten. Bei den größeren Radien ist außerdem zu beachten, daß es schwierig ist, aus den flachen Kurven die Lage des Minimums einigermaßen genau zu bestimmen. Bezüglich der Größe der Maxima ist zu bemerken, daß der größte Teil der Versuche ohne Bestrahlung durchgeführt ist und daß die Versuche

mit Bestrahlung (z. B. Rappel und Kowalski, Villard und Abraham, s. S. 36) z. T. geringere Werte der Feldstärken ergeben. Auch bezüglich der Lage des Minimums weichen die einzelnen Meßergebnisse erheblich voneinander ab (s. Abb. 18).

Bei größeren Schlagweiten sind die umfangreichsten Messungen die von W. Weicker und W. Estorff, Abb. 15 und 16.

Für die von Estorff benutzten Radien ergibt sich nach Abb. 74 und Abb. 69.

$R$ cm	$\mathfrak{E}_{0k}$	$\mathfrak{E}_{0p}$	$\mathfrak{E}_{\min}$	$\frac{\delta_g}{R}$	$\frac{\delta_{\min}}{R}$
0,225	62,0	52,5	50,0	4,8	0,96
0,5	51,5	45,0	43,2	3,6	0,77
0,75	47,1	42,3	40,7	2,8	0,66
1,075	44,5	40,4	39,4	2,4	0,60
1,75	41,4	38,2	37,2	1,9	0,53
2,5	39,7	36,5	35,5	1,5	0,48
3,75	37,8	35,2	34,2	1,0	0,44
5,0	36,5	34,3	33,3	1,0	0,39
7,5	35,0	33,2	32,5	0,9	0,37

Für die größeren Radien 7,5 cm, 5 cm und 3,75 cm liegen die Werte von  $\mathfrak{E}_{\min}$ ,  $\frac{\delta_{\min}}{R}$ ,  $\mathfrak{E}_{0p}$  und  $\frac{\delta_g}{R}$  im Bereich der beobachteten Werte. Diese Kurven erreichen den Wert  $\mathfrak{E}_{0p}$ , durchschreiten ihn zum Teil, bleiben aber innerhalb des Meßbereichs unter den Werten von  $\mathfrak{E}_{0k}$  für die Einzelkugel.

Im Gebiet kleinerer Radien jedoch wird der Wert  $\mathfrak{E}_{\min}$ , soweit aus den Punkten zu ersehen ist, nicht mehr erreicht, bei kleineren Radien auch scheinbar nicht mehr der Wert  $\mathfrak{E}_{0p}$ . Die Kurven erreichen den Wert  $\mathfrak{E}_{0k}$ , durchschreiten ihn etwa bei  $\frac{\delta}{R} \approx 2$  bis 3 und

wachsen dann weiter an. Dieses weitere Anwachsen bei großen  $\frac{\delta}{R}$  zeigen auch die Weickerschen Kurven Abb. 15. Wir müssen dieses weitere Anwachsen über  $\mathfrak{E}_{0k}$  hinaus als durch einen neuen fremden Vorgang begründet ansehen, entweder indem durch starke Vorströme vor der merkbaren Entladung schon Feldverzerrungen auftreten, oder, was wahrscheinlicher ist, durch den Einfluß der Zuleitungen, der bei kleineren Radien und großen Schlagweiten immer einflußreicher werden muß. Wir nähern uns dadurch der Ansicht F. W. Peeks, indem wir zwar nicht die Kurven nur bis zum Minimum der Feldstärke als charakteristisch für die eigentliche Kugelentladung ansehen und jedes Ansteigen nachher als durch fremde störende Einflüsse verursacht denken, sondern wir halten das Ansteigen bis zum Werte  $\mathfrak{E}_{0p}$  und auch weiterhin bis  $\mathfrak{E}_{0k}$ , das freilich relativ gering ist, als durch die Natur der eigentlichen Kugelentladung bedingt, müssen aber das

weitere Ansteigen auch auf fremde Einflüsse der erwähnten Art, zu denen noch die Influenzmöglichkeit von außen, die schwierige Beobachtung der Anfangsspannung hinzukommt, zurückführen. Interessant ist die Tatsache, daß die Kurven von W. Estorff, Abb. 16, scheinbar alle in der Nähe von  $\frac{\delta_g}{R}$  (etwas links der Linie  $\alpha-\beta$ ) eine Änderung ihrer Steigerung erleiden, indem der steilere Anstieg nach dem Minimum hier mehr oder weniger plötzlich in die schwache Neigung des allmählichen weiteren Anstiegs übergeht, bei Feldstärken, die etwa  $\mathfrak{E}_{0k}$  entsprechen, wohl ein Anzeichen dafür, daß hier gewisse Veränderungen in der Natur des Entladungsvorgangs vor sich gehen. Auch bei den Weickerschen Kurven für  $r = 7,5, 5$  und  $2,5$  cm Radius beginnt bei  $\frac{\delta_g}{R}$  nach dem Anstieg ein mehr oder weniger langes horizontales Stück, ehe der weitere Anstieg erfolgt.

Die Feldstärken dieses horizontalen Stückes liegen bei 32,8 bis 35 und 39 kV/cm zwischen  $\mathfrak{E}_{0p}$  und  $\mathfrak{E}_{0k}$ .

Wenn also auch in manchen Punkten noch Differenzen übrigbleiben, so dürfen wir doch sagen, daß die Theorie die Grundzüge der Erscheinungen richtig beschreibt und dürfen annehmen, daß bei feinerer Ausgestaltung der mathematischen Entwicklung, namentlich im Gebiet größerer Feldstärken, wo unser Näherungsansatz für  $\alpha$  (S. 204) noch verbesserungsbedürftig erscheint und bei Durchführung sorgfältiger Versuche, insbesondere über den Vergleich Kugel—Kugel mit Kugel—Ebene bzw. Zylinder—Zylinder und Zylinder—Ebene, unsere Einsicht in die Natur dieser Erscheinungen gefördert wird.

Insbesondere dürfen wir wohl die Ansicht als begründet ansehen, daß es lediglich durch sorgfältige Messungen im homogenen Feld zwischen ebenen Elektroden möglich ist, die Eigenschaften eines gasförmigen Isoliermittels für die verschiedensten Elektrodenformen und Abstände und auch für die verschiedensten Drucke zu berechnen.

## 77. Eine Kugel geerdet.

Wenn wir schließlich noch den Fall zweier Kugeln, von denen eine geerdet ist, betrachten, so werden wir bei kleinen Schlagweiten bis zu  $\mathfrak{E}_{\min}$ , wo das Feld wesentlich homogen ist, keine Unterschiede gegen die symmetrische Spannungsverteilung erwarten. Das Experiment bestätigt dies auch,  $\mathfrak{E}_{\min}$  und  $\frac{\delta_{\min}}{R}$  ergeben sich in beiden Fällen gleich, s. S. 33. Dann aber strebt die isolierte Kugel rasch dem Felde der Einzelkugel zu, s. S. 221, und daher wird ihre Durchbruchfeldstärke rascher wachsen als bei der symmetrischen Spannungsverteilung, wie auch das Experiment bestätigt. Theoretisch kann sie dann nur bis zum Wert  $\mathfrak{E}_{0k}$  wachsen, und die außerordentlich viel höheren Werte, die beobachtet worden sind, s. z. B. Abb. 15, Abb. 18 usw. werden wir auf Einflüsse der schon erwähnten Art

zurückzuführen haben. Trotz der höheren Durchbruchfeldstärken sind die Anfangsspannungen geringer als bei der symmetrischen Strecke, wegen der sehr ungleichmäßigen Verteilung des Feldes. Durch die Erdung eines Poles einer geometrisch symmetrischen Strecke wird ihre Anfangsspannung vermindert. Bei geometrisch unsymmetrischen Strecken kann sowohl Erhöhung als auch Erniedrigung der Spannung gegenüber der symmetrischen Spannungsverteilung entstehen, je nachdem ob die kleinere oder die größere Kugel geerdet wird<sup>1)</sup>.

### 78. Das Maximum der Anfangsspannung bei zwei Kugeln bei gegebener Schlagweite.

Auf Grund unserer Vorstellungen können wir uns auch die Tatsache erklären, daß bei gegebener Schlagweite die Anfangsspannung nicht etwa für zwei Ebenen am größten ist, sondern mit abnehmendem Krümmungsradius ein Maximum durchläuft. Dieses Maximum tritt bei ziemlich kleinen relativen Schlagweiten ( $\frac{S}{R}$ ) auf und verschiebt sich mit wachsender Schlagweite nach größeren Radien. Nach den Messungen von Baille<sup>6)</sup>, S. 94, mit einer geerdeten Kugel z. B. ergibt sich:

Schlagweite $\delta$ cm	Kugeldurchmesser $\Phi$ cm	$\frac{\delta}{\Phi} = \frac{S}{R}$
0,05	0,1	0,5
0,10	0,1	1,0
0,15	0,35	0,43
0,20	0,35	0,57
0,25	0,6	0,42
0,30	0,6	0,5
0,35	1	0,35
0,40—0,45	1	0,40—0,45
0,50	1—3	0,50—0,17
0,60	1—6	0,1—0,6
0,70	6	0,1

Nach den Messungen von W. Weicker mit symmetrischer Spannungsverteilung

$\delta$	$\Phi$	$\frac{\delta}{\Phi} = \frac{S}{R}$
1	5	0,2
2	10	0,2 <sup>2)</sup>
3	10	0,3

Der Grund dieses Maximums liegt in zwei sich widerstrebenden Einflüssen. Mit zunehmender Krümmung wird das Feld ungleich-

1) s. a. Schumann, W. O.: Arch. f. Elektrot. XI, S. 1. 1922.

2) Wenn eine Kugel geerdet 0,133.

mäßiger. Dadurch wird das Verhältnis von  $\frac{U}{\mathfrak{E}_0}$  kleiner, bei gleichbleibendem  $\mathfrak{E}_0$  müßte  $U$  abnehmen. Andererseits wächst die Durchbruchfeldstärke mit zunehmender Krümmung, was eine Erhöhung der Anfangsspannung verursacht. Bei großen Radien überwiegt zunächst der zweite Einfluß, die Anfangsspannung nimmt mit zunehmender Krümmung zu, bis schließlich das Feld so ungleichförmig wird, daß trotz des Wachsens von  $\mathfrak{E}_0$  die Anfangsspannung abnimmt. Da die Beziehung zwischen  $U$  und  $\mathfrak{E}_0$  eine Funktion von  $S$  und  $S/R$  ist und  $\mathfrak{E}_0$  außer von den Ionisierungskonstanten ebenfalls von der Schlagweite und dem Verhältnis  $\frac{S}{R}$  abhängt (s. z. B. Gl. 137, S. 207), muß sich mit wachsender Schlagweite der optimale Wert  $\left(\frac{S}{R}\right)$  ändern. Er nimmt mit wachsender Schlagweite ab. Bei kleinen Schlagweiten ist nur bei relativ kleinen Radien ein Einfluß auf die Feldform vorhanden, es wird sich hier die Variation der Spannung mit wachsendem Radius nur im Gebiet kleiner Radien abspielen, das Maximum der Spannung liegt im Gebiet kleiner Kugeldurchmesser. Bei großen Schlagweiten ist es umgekehrt.

Mit unserem Näherungsansatz  $\alpha = A e^{-\frac{B}{\mathfrak{E}_0}}$  kann diese Erscheinung nicht nachgewiesen werden, da die Abhängigkeit des  $\alpha$  von  $\mathfrak{E}_0$ , d. h. von  $\frac{S}{R}$  eine zu geringe ist. Man kann aber mit anderen Näherungsansätzen z. B.  $\alpha = A + B(\mathfrak{E}_0 - c)^2$  zeigen, daß tatsächlich für  $\lim_{\frac{S}{R} \rightarrow 0} \frac{\partial U}{\partial R} > 0$  ist, also die Spannung mit der Krümmung wächst. Auf die etwas umfangreiche Rechnung sei hier verzichtet.

---

### IV. Anhang.

#### 79. Das Integral $\int_0^x e^{-x^4} dx = MS(x)$ .

Dieses Integral verläuft ganz analog der Fehlerfunktion  $\int_0^x e^{-x^2} dx$ ,<sup>1)</sup> d. h. es ist für  $x=0$  gleich Null, steigt dann an und erreicht sehr bald einen bestimmten Endwert, der sich kaum noch ändert, nur daß es mit wachsendem  $x$  von Null an länger ziemlich nahe proportional  $x$  bleibt als die Fehlerfunktion und rascher seinem Endwert zustrebt, da sich  $e^{-x^4}$  für kleine  $x$  sehr langsam von der 1 entfernt, dann

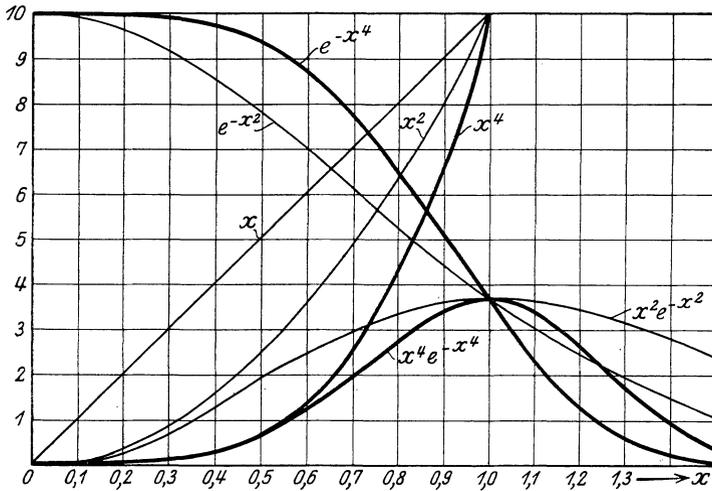


Abb. 75.

aber für  $x > 1$  rasch sehr klein wird, wie Abb. 75 zeigt. Seinen Grenzwert berechnen wir durch Rückführung auf die Gammafunktion  $\Gamma(x)$  (s. Jahnke-Emde, Funktionentafeln S. 26) mit der Substitution  $x^4 = y$ . Damit wird

$$\int_0^\infty e^{-x^4} dx = \frac{1}{4} \int_0^\infty y^{-\frac{3}{4}} e^{-y} dy = \frac{1}{4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) = \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) = 0,9064 = M, \quad (176)$$

da allgemein

$$\Gamma(x) = x \Gamma(x - 1).$$

Wir setzen nun

$$\int_0^x e^{-x^4} dx = MS(x), \quad \dots \dots \dots (177)$$

<sup>1)</sup> s. Jahnke-Emde: Funktionentafeln S. 31.

wo  $S(x)$  für  $x=0$  gleich Null ist und mit wachsendem  $x$  sich der Einheit nähert.

Für kleine  $x$  läßt sich das Integral durch Reihenentwicklung der Exponentialfunktion berechnen. Da

$$e^{-x^4} = 1 - x^4 + \frac{x^8}{2} - \frac{x^{12}}{6} + \frac{x^{16}}{24} - \dots$$

ergibt sich durch unmittelbare Integration

$$MS(x) = x \left( 1 - \frac{x^4}{5} + \frac{x^8}{18} - \frac{x^{12}}{78} + \frac{x^{16}}{408} - \frac{x^{20}}{2520} + \dots \right) \quad (178)$$

Aus dieser Reihe ergibt sich folgende Tabelle:

$x$	$MS(x)$	$x$	$MS(x)$
0	0	0,6	0,5850
0,1	0,1000	0,7	0,6685
0,2	0,1999	0,8	0,7413
0,3	0,2995	0,9	0,8006
0,4	0,3980	1,0	0,8449
0,5	0,4939		

Um zu einer Näherung für große  $x$  zu kommen, führen wir<sup>1)</sup> eine Funktion

$$F(n) = e^{x^4} \int_x^\infty e^{-x^4} x^{-2n} dx \quad \dots \quad (179)$$

ein, die für  $n=0$  in

$$F(0) = e^{x^4} \int_x^\infty e^{-x^4} dx = e^{x^4} \left\{ M - \int_0^x e^{-x^4} dx \right\} = e^{x^4} \{ M - MS(x) \} \quad (180)$$

übergeht. Da nun

$$\frac{d}{dx} (e^{-x^4} x^{-2n-1}) = -4 e^{-x^4} x^{-2(n-1)} - (2n+1) e^{-x^4} x^{-2(n+1)},$$

ergibt die Integration dieses Ausdruckes von  $x$  bis  $\infty$  nach Gl. (179):

$$-e^{-x^4} x^{-2n-1} = -4 e^{-x^4} F(n-1) - (2n+1) e^{-x^4} F(n+1)$$

oder

$$4 F(n-1) = x^{-2n-1} - (2n+1) F(n+1) \quad \dots \quad (181)$$

Indem wir nun  $n$  die Werte 1, 3, 5 usf. durchlaufen lassen, ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} 4 F(0) &= x^{-3} - 3 F(2), & n=1 \\ 4 F(2) &= x^{-7} - 7 F(4), & n=3 \\ 4 F(4) &= x^{-11} - 11 F(6), & n=5 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (182)$$

<sup>1)</sup> S. a. Bruns, H.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmaßlehre S. 40.

woraus

$$4 F_0 = x^{-3} - \frac{3}{4} \{x^{-7} - \frac{7}{4} [x^{-11} - \frac{11}{4} (x^{-15} - \dots)]\}$$

oder

$$F_0 = \frac{1}{4 x^3} \left\{ 1 - \frac{3}{(2 x^2)^2} + \frac{3 \cdot 7}{(2 x^2)^4} - \frac{3 \cdot 7 \cdot 11}{(2 x^2)^6} + \dots \right\} \dots (183)$$

Da nach Gl. (179)

$$F(2n) = e^{x^4} \int_x^\infty e^{-x^4} x^{-4n} dx,$$

also

$$\begin{aligned} &< \int_x^\infty x^{-4n} dx \\ &< \frac{-1}{-4n+1} x^{-4n+1} \end{aligned}$$

ist, wird

$$F(2n) = \theta \frac{1}{4n-1} x^{-4n+1},$$

wo der Absolutbetrag von  $\theta$  kleiner wie 1 ist. Es ist also

$$(4n-1) F(2n) = \theta x^{-4n+1},$$

z. B. für  $n=3$

$$11 F(6) = \theta x^{-11} < x^{-11}.$$

Die zweiten Glieder der rechten Seiten der Gl. (182) sind immer kleiner als die ersten, nämlich  $\theta$  mal so groß. Damit schreibt sich die vollständige Reihe Gl. (183)

$$\begin{aligned} F_0 = \frac{1}{4 x^3} \left\{ 1 - \frac{3}{(2 x^2)^2} + \frac{3 \cdot 7}{(2 x^2)^4} - \frac{3 \cdot 7 \cdot 11}{(2 x^2)^6} + \dots \right. \\ \left. \pm \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \dots (4n-1)}{(2 x^2)^{2n}} (1 - \theta) \right\} \dots (184) \end{aligned}$$

Die Reihe ist semikonvergent, das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Glieder

$$\frac{4n-1}{(2x^2)^2}$$

wird für genügend großes  $n$  größer als 1 und wächst dann immer mehr. Wird aber bei genügend großem  $x$  rechtzeitig (für  $n < x^4$ ) abgebrochen, so ist der begangene Fehler kleiner als das letzte benützte Glied.

Da nun nach Gl. (177) und (179)

$$M[1 - S(x)] = e^{-x^4} F(0) = \frac{e^{-x^4}}{4 x^3} \left\{ 1 - \frac{3}{(2 x^2)^2} + \frac{3 \cdot 7}{(2 x^2)^4} \dots \right\} \dots (185)$$

ist, ergibt sich in erster Annäherung

$$M[1 - S(x)] = \frac{e^{-x^4}}{4 x^3} \left( 1 - \frac{3}{4 x^4} \right) \dots \dots (186)$$

für  $x=1$ , zu  $\frac{1}{4e} = 0,092$ , für  $x=2$  schon zu  $3,6 \cdot 10^{-9}$ . Es gilt also für größere  $x$  ( $x > 1$ )

$$S(x) = 1 - \frac{1}{M} \frac{e^{-x^4}}{4x^3} \left(1 - \frac{3}{4x^4}\right) \dots \dots \dots (187)$$

Mit Bezug auf die Fehlerfunktion gibt das  $\int_0^y e^{-x^4} dx$ , nach der Substitution  $x^2 = z$ , die Lösung des Integrals  $\frac{1}{2} \int_0^{y^2} \frac{1}{\sqrt{z}} e^{-z^2} dz$ .

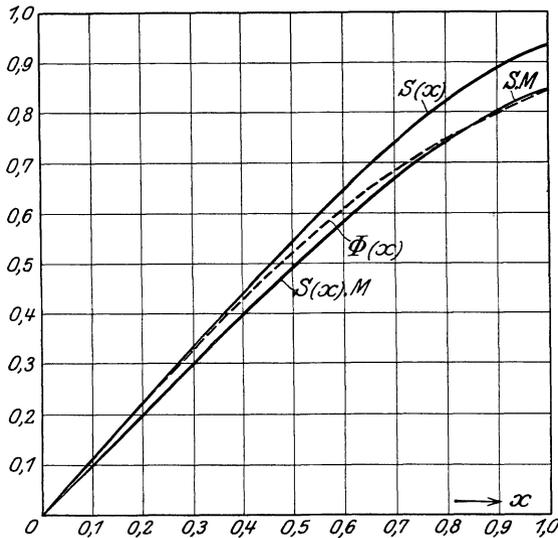


Abb. 76.  $MS(x) = \int_0^x e^{-x^4} dx$ .  $M = 0,906$ .

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi(x) = \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

Endwert von  $S(x)$  und  $\Phi(x)$  gleich eins.

In Abb. 76 ist der Verlauf von  $S(x)$  und  $MS(x)$  für kleine  $x$  dargestellt. Zum Vergleich ist auch die Fehlerfunktion

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$$

eingezeichnet, die dem Werte 1 zustrebt.

Das  $\int_a^b e^{-x^2} dx$  ist dann durch

$$\int_a^b e^{-x^2} dx = \int_0^b e^{-x^2} dx - \int_0^a e^{-x^2} dx = MS(b) - MS(a) \quad . (188)$$

gegeben.

### 80. Das Integral $\int_a^b e^{z^2} dz = \psi(b) - \psi(a)$ .<sup>1)</sup>

Auch dieses Integral führen wir, wie bei dem Fehlerintegral auf die Funktion

$$\int_0^x e^{z^2} dz = \psi(x) \quad . . . . . (189)$$

zurück, so daß

$$\int_a^b e^{z^2} dz = \psi(b) - \psi(a) \quad . . . . . (190)$$

$e^{z^2}$  ist eine in bezug auf  $z$  symmetrische Funktion, dagegen ist  $\psi(z)$  dies nicht mehr. Da nämlich

$$\int_{-a}^{+a} e^{x^2} dx = 2 \int_0^a e^{x^2} dx = \int_{-a}^0 e^{x^2} dx + \int_0^a e^{x^2} dx,$$

folgt

$$\int_{-a}^0 e^{x^2} dx = \int_0^a e^{x^2} dx,$$

$$\int_0^{-a} e^{x^2} dx = - \int_0^a e^{x^2} dx,$$

d. h.

$$\psi(-a) = - \psi(+a) \quad . . . . . (191)$$

Um zu numerischen Näherungswerten dieses Integrals zu gelangen, betrachten wir den Ausdruck

<sup>1)</sup> Dieses Integral ist auch die Lösung der Fehlerfunktion für rein imaginäres Argument. Setzen wir

$$\varphi(x) = \int_0^x e^{-z^2} dz,$$

so ist

$$\varphi(ix) = \int_0^{ix} e^{-z^2} dz,$$

das mit der Substitution  $iz = y$  in

$$-i \int_0^{-ix} e^{y^2} dy = i \int_0^x e^{y^2} dy = i \varphi(x)$$

übergeht.

$$\varkappa = e^{-x^2} \int_0^x e^{z^2} dz = \frac{\psi(x)}{e^{x^2}} \dots \dots \dots (192)$$

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{e^{x^2}}{\psi(x)} = \frac{1}{\psi(x)} \frac{d\psi(x)}{dx} \dots \dots \dots (193)$$

ist die logarithmische Ableitung der Funktion  $\psi(x)$ .

Durch Differentiation nach  $x$  folgt

$$\frac{d\varkappa}{dx} = -2x\varkappa + 1$$

und

$$\frac{d\varkappa}{dx} + 2x\varkappa - 1 = 0 \dots \dots \dots (194)$$

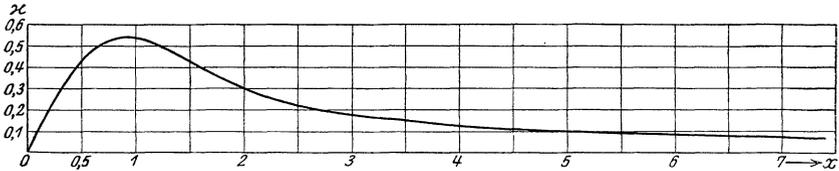


Abb. 77.

Aus dieser linearen Differentialgleichung ist  $\varkappa$  zu bestimmen. Für  $x=0$  ist nach Gl. (192), da  $\psi(0)=0$ , auch  $\varkappa=0$  zu setzen. Aus Gl. (194) folgt

$$\frac{d^2\varkappa}{dx^2} = -2\varkappa - 2x \frac{d\varkappa}{dx}, \dots \dots \dots (195)$$

d. h. so oft  $\frac{d\varkappa}{dx} = 0$  ist, ist  $\frac{d^2\varkappa}{dx^2} = -2\varkappa$ . Da nun  $\varkappa$  selbst nach Gl. (192) immer größer als Null sein muß, folgt für  $\frac{dk}{dx} = 0$  der

Wert  $\frac{d^2\varkappa}{dx^2} < 0$ , d. h. die Kurve hat nur Maxima.

Da für  $x=0$

$$\frac{d\varkappa}{dx} = 1$$

ist, wird die Kurve für  $\varkappa$  bis zu einem Maximum ansteigen und muß dann asymptotisch auf Null herabfallen, wobei für das Maximum die Bedingung

$$\varkappa = \frac{1}{2x}$$

und für den darauf folgenden Wendepunkt die Bedingungen

$$\frac{d\kappa}{dx} = -\frac{\kappa}{x}, \quad 2\kappa = \frac{2x}{2x^2 - 1}$$

gelten. Die Existenz des Maximums folgt aus Gl. (194), nach der  $\frac{d\kappa}{dx} < 0$  wird, sobald  $2\kappa x > 1$ , was ein unbegrenztes Wachsen verbietet.

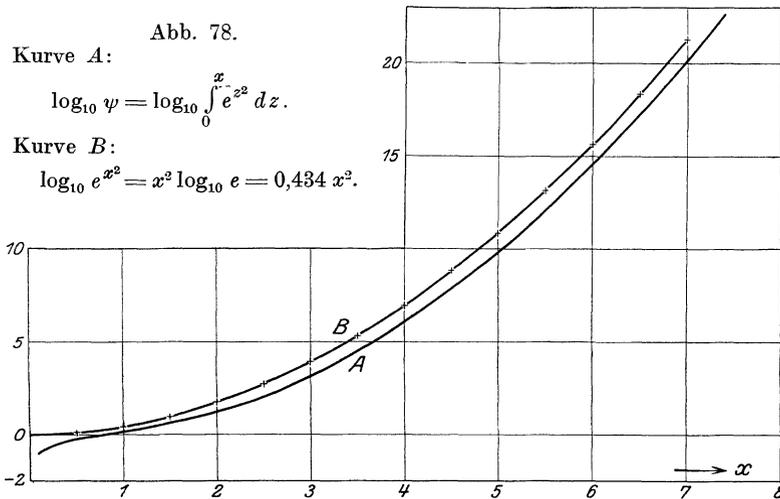
Aus der asymptotischen Annäherung an die Abszissenachse für große  $x$  folgt, daß daselbst  $\frac{d\kappa}{dx}$  für große  $x$  sehr klein werden muß,

Abb. 78.  
Kurve A:

$$\log_{10} \psi = \log_{10} \int_0^x e^{-z^2} dz.$$

Kurve B:

$$\log_{10} e^{x^2} = x^2 \log_{10} e = 0,434 x^2.$$



kleiner als z. B. eine kleine Zahl  $\epsilon$ . Daraus folgt für große  $x$  die Näherung

$$\kappa = \frac{1 - \epsilon}{2x} \dots \dots \dots (196)$$

oder

$$\psi(x) = \frac{e^{x^2}}{2x} (1 - \epsilon), \dots \dots \dots (197)$$

wo  $|\epsilon|$  klein gegen 1 und  $\epsilon$  für Argumente größer als 0,925 kleiner als Null ist.

Die Differentialgleichung (194) kann nach der Methode von Kutta<sup>1)</sup> integriert werden. Das Resultat ist in folgender Tabelle dargestellt.

1) Siehe Kutta, W.: Diss. München 1901. Z. Math. u. Ph. 46, S. 435; Koch, H.: Diss. Göttingen 1909. Siehe auch Sanden, H. v.: Praktische Analysis S. 167.

$x$	$z$		$x$	$z$
0	0		2,6	0,21217
0,1	0,099336	Fehler ca. $4 \cdot 10^{-7}$	2,8	0,194
0,2	0,194751		3,0	0,178
0,3	0,282631		3,2	0,166
0,4	0,359943		3,4	0,155
0,5	0,424435		3,6	0,145
			3,8	0,137
0,6	0,47476		4,0	0,129
0,7	0,51050			
0,8	0,53210		4,2	0,123
0,9	0,54072		4,4	0,117
1,0	0,53808		4,6	0,112
			4,8	0,107
1,1	0,52620		5,0	0,102
1,2	0,50727			
1,3	0,48339	Fehler im ungünstigsten Fall eine Einheit der letzten Stelle	5,2	0,098
1,4	0,45650		5,4	0,094
1,5	0,42825		5,6	0,091
			5,8	0,088
			6,0	0,085
1,6	0,39994		6,2	0,082
1,7	0,37255		6,4	0,079
1,8	0,34677		6,6	0,076
1,9	0,32297			
2,0	0,30134		6,8	0,074
			7,0	0,072
2,1	0,28189			
2,2	0,26463		7,2	0,070
2,3	0,24913		7,4	0,068
2,4	0,23536			
2,5	0,22310	Fehler im ungünst. Fall 3 Einheiten der letzten Stelle		
				Fehler im ungünst. Fall ca. 1,5 Einheiten der letzten Stelle

In Abb. 77, S. 239, ist der Verlauf von  $z$  dargestellt. Der Maximalwert von der Größe 0,541 tritt für  $x = 0,925$  ein. Der Wendepunkt liegt bei  $x \approx 1,5$  und  $\left(\frac{dz}{dx}\right)_{\max} = -0,28$ . In der Nähe von  $x = 7$  wird der Differentialquotient  $\left(\frac{dz}{dx}\right) \cong -0,01$ , so daß von hier ab Näherungsformel (197) ( $\epsilon = 0$ ) mit einer Genauigkeit von 1% verwendbar ist.

Aus  $z$  läßt sich  $\log \psi$  und  $\psi$ , s. folgende Tabelle, S. 243, berechnen.

In Abb. 78 ist Briggslog  $\psi$ , Kurve A, und zugleich als Kurve B

$$\text{Briggslog}[e^{x^2}] = x^2 \log e$$

dargestellt. Beide Kurven unterscheiden sich für größere Argumente nach Gl. (197) um  $B \cdot \log 2x$ . In Abb. 79 ist  $\psi$  selbst für Argumente bis 2 und in Abb. 80 in sehr verkleinertem Maßstab bis

zu Argumenten von der Größe 3 dargestellt, um das äußerst rasche und plötzliche Anwachsen der Kurve zu zeigen. In beiden Abbildungen ist zum Vergleich noch die Kurve  $e^{x^2}$  eingetragen.

Für kleine Argumente erhalten wir die Darstellung durch unmittelbare Integration der Exponentialreihe.

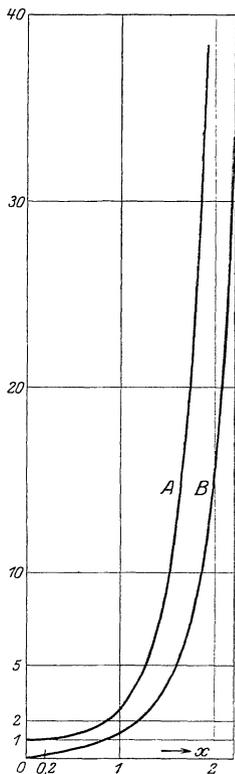


Abb. 79.

Kurve A:  $e^{x^2}$ .

Kurve B:  $\psi(x) = \int_0^x e^{z^2} dz$ .

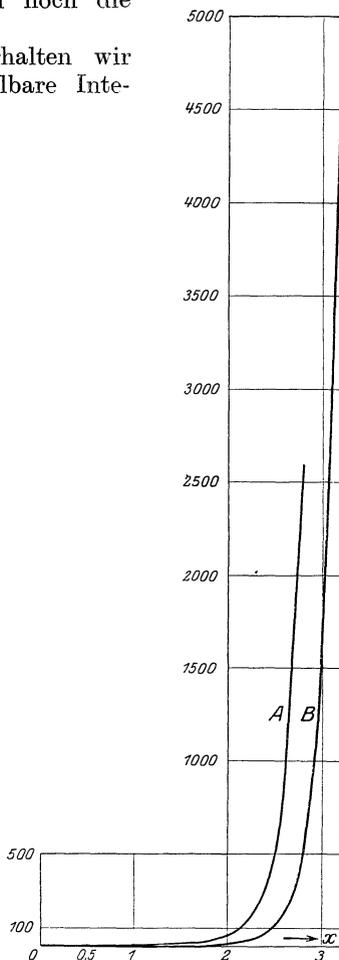


Abb. 80.

Kurve A:  $e^{x^2}$ .

Kurve B:  $\psi(x) = \int_0^x e^{z^2} dz$ .

Da

$$e^{z^2} = 1 + z^2 + \frac{z^4}{2} + \frac{z^6}{6} + \dots,$$

ist

$$\psi(x) = \int_0^x e^{z^2} dz = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} + \frac{x^7}{42} + \dots \dots \dots (198)$$

$x$	Briggs log $\psi$	$\psi$	$x$	Briggs log $\psi$	$\psi$
0,1	9,00144	0,10033	2,6	2,2625	183,02
0,2	9,30685	0,20270	2,8	2,701	503
0,3	9,49031	0,30925	3,0	3,159	$1,44 \cdot 10^3$
0,4	9,62572	0,42240	3,2	3,667	$4,65 \cdot 10^3$
0,5	9,73641	0,54501	3,4	4,211	$1,62 \cdot 10^4$
0,6	9,83282	0,68049	3,6	4,790	$6,16 \cdot 10^4$
0,7	9,92081	0,83332	3,8	5,408	$2,56 \cdot 10^5$
0,8	0,00393	1,0091	4,0	6,059	$1,15 \cdot 10^6$
0,9	0,08475	1,2155	4,2	6,751	$5,63 \cdot 10^6$
1,0	0,16513	1,4626	4,4	7,476	$2,99 \cdot 10^7$
1,1	0,24664	1,7646	4,6	8,239	$1,73 \cdot 10^8$
1,2	0,33062	2,1410	4,8	9,036	$1,09 \cdot 10^9$
1,3	0,41825	2,6197	5,0	9,866	$7,35 \cdot 10^9$
1,4	0,51065	3,2408	5,2	10,735	$5,43 \cdot 10^{10}$
1,5	0,60886	4,0631	5,4	11,639	$4,35 \cdot 10^{11}$
1,6	0,7138	5,1736	5,6	12,58	$3,8 \cdot 10^{12}$
1,7	0,8263	6,7035	5,8	13,55	$3,6 \cdot 10^{13}$
1,8	0,9472	8,8542	6,0	14,56	$3,6 \cdot 10^{14}$
1,9	1,0770	11,939	6,2	15,61	$4,0 \cdot 10^{15}$
2,0	1,2162	16,453	6,4	16,68	$4,8 \cdot 10^{16}$
2,1	1,3653	23,191	6,6	17,80	$6,3 \cdot 10^{17}$
2,2	1,5246	33,467	6,8	18,95	$9,0 \cdot 10^{18}$
2,3	1,6939	49,413	7,0	20,14	$1,4 \cdot 10^{20}$
2,4	1,8733	74,690	7,2	21,36	$2,3 \cdot 10^{21}$
2,5	2,0628	115,57	7,4	22,62	$4,1 \cdot 10^{22}$

## Sachverzeichnis.

- Absorbierender Querschnitt 108, 111, 157.  
Absorption der Elektronen 109, 153.  
Abweichung der Elektronen vom thermischen Gleichgewicht 135.  
Ähnlichkeitsgesetz der Entladung 93, 148.  
Anfangsfeldstärke 1.  
Anfangsspannung 1, 7.  
— ebener Elektroden 9, 173, 180, 181.  
— gleicher Kugeln, Tabelle der 8.  
— gleicher Kugeln, bei großen Schlagweiten 12.  
— halbkugeliger Spitzen 67.  
— feiner Spitzen 68.  
— Maximum der, bei zwei Kugeln 232.  
Anlagerung der Elektronen 126, 137, 140, 152.  
Ausbeute an ionisierenden Stößen 140, 150, 157.  
Außenzylinder, Einfluß auf die zylindrische Entladung 188.  
  
Bestrahlung, Einfluß der 8.  
Beweglichkeit 135, 136, 151.  
— bei hohen Feldstärken 154.  
— bei geringen Drucken 152.  
Büschelgrenzspannung 1, 16.  
  
Charakteristik einer Funkenstrecke 5.  
Coronafeldstärke [Gleichspannung] 85.  
— [Wechselspannung] 81.  
Clausiussehe Weglängenverteilung 107.  
  
Diffusionskoeffizient 136.  
Dielektrika im Feld, Einfluß der 14, 28.  
Disaxiale Zylinder 201.  
Drähte, Durchbruchfeldstärke 81, 85, 165, 167.  
Druck, Einfluß auf die Anfangsspannung 8, 15, 44 ff., 51, 58, 60.  
— Einfluß auf die Coronafeldstärke 81 ff.  
Druckeinfluß bei Spitzen 69.  
— bei der Spitzenfunkenstrecke 16.  
Drucke, hohe 60.  
— geringe 51, 58.  
  
Dunkler Vorstrom 100, 118.  
Durchbruchfeldstärke 1.  
— bei ebenen Elektroden 24, 170.  
— bei Kugelelektroden 31, 33, 40, 192, 224 ff.  
— bei zylindrischen Elektroden 75, 165, 165, 167, 181, 201, 206.  
— bei halbkugeligen Spitzen 42, 71.  
— bei flüssigen Spitzen 69.  
— verschiedener Gase 43.  
— Minimum der, bei Zylindern 213.  
— — — bei Kugeln 227.  
Durchquerung von Molekülen 110, 157.  
Dynamiden 110.  
  
Ebene Elektroden 24, 170.  
Elastischer bzw. halbelastischer Stoß 129, 139, 149, 151, 153, 156.  
Elastische Reflexion der Elektronen 130, 139, 155.  
Elektrizitätsträger, positiver 150, 156.  
— negativer 126, 137, 149, 151.  
Elektrodenform, Einfluß der 7.  
Elektrodenlose Entladung 63.  
Elektrodenmaterial, Einfluß des 17, 20, 156, 159, 161.  
Elektron, Ladung und Masse 109.  
Elektronen, Anlagerung der 126.  
— freie in Gasen 137 ff., 149.  
— Ionisierungsspannung 124 ff., 157.  
Energie, molekulare der Elektronen 130, 135.  
Energieverluste beim Stoß 139.  
Entladungsgleichung für homogenes Feld 101.  
— für beliebiges Feld 142.  
Entladungsspannung 2.  
Entstehung des Kathodenfalles 145, 162.  
  
Feldberechnung bei Kugelelektroden 25.  
— bei zylindrischen Elektroden 73, 201.  
Feldverzerrung durch freie Ladungen 5, 145.  
— Einfluß auf die Anfangsspannung 7, 18.  
Feuchtigkeit, Einfluß auf die Anfangsspannung 7, 19.

- Feuchtigkeit, Einfluß auf die Anlage-  
 rung von Elektronen 138, 150, 153,  
 155.  
 Flüssigkeitsspitzen 69.  
 Freie Elektronen in Gasen 137 ff., 149.  
 Frequenz, Einfluß der 21.  
 Funkenspannung 1.  
  
 Gase, verschiedene 43, 45 ff.  
 Gasgemische 50.  
 Gaskinetisches Gleichgewicht 107.  
 Gaskinetischer Querschnitt 108, 110,  
 158.  
 Geordnete Geschwindigkeit 112, 130 ff.,  
 151, 152.  
 Geringer Druck, Anfangsspannung 51.  
 Gleichspannungscorona 85.  
 Glimmgrenzspannung 1, 3, 15.  
 Grenzs Schlagweite bei Kugeln 225.  
 — bei Zylindern 210.  
 Große Schlagweiten (Anfangsspannung)  
 12.  
  
 Halbelastischer Stoß 129, 139.  
 Hohe Drucke 60.  
 Hohes Vakuum 58.  
 Homogenes Feld, Entladungsgleichung  
 101.  
  
 Influenzstörungen bei Kugelfunken-  
 strecken 14.  
 Ionisierungsspannung negativer Teil-  
 chen 113, 124, 149, 157.  
 — positiver Teilchen 158, 159.  
 Ionisierungszahlen 101, 111, 113, 162.  
 — bei elastischen und halbelastischen  
 Stößen 133.  
 — bei unelastischen Stößen 112.  
 — Messung der 116.  
 — Werte der 122, 173.  
  
 Kathodenfall, Entstehung des 145, 162.  
 Kathodenmetall, Einfluß des 17, 21,  
 156, 159, 169.  
 Kleine Schlagweiten 44.  
 Kleinste Schlagweiten 58.  
 Konaxiale Zylinder 81, 85, 181.  
 Konzentrische Kugeln 40, 192.  
 Kritische Schlagweite 52  
 Kugeln, Schichtdicke der Entladung  
 198, 199.  
 — sich nicht umhüllende 216.  
 Kugelfunkenstrecke 8, 14.  
  
 Ladung des Elektrons 109.  
 Luftdruck, Einfluß des 8.  
 Luftfeuchtigkeit, Einfluß der 7, 19.  
  
 Magnetfeld, Einfluß des 65  
 Masse des Elektrons 109.  
  
 Maximum der Anfangsspannung bei  
 zwei Kugeln 232.  
 Maxwellsche Geschwindigkeit, Einfluß  
 auf die Ionisierungszahlen 129.  
 — Geschwindigkeitsverteilung 105.  
 Metastabile Zustände 157.  
 Minimum der Durchbruchfeldstärke bei  
 Kugelelektroden 33, 227.  
 — bei Zylinderelektroden 78, 213.  
 Minimumspannung bei ebenen Elek-  
 troden 51.  
 Minimumspannung von Spitzen 66.  
 — zylindrischer Elektroden 91.  
 Mittlere freie Weglänge 108, 150.  
 — — — Einfluß auf die Ionisierungs-  
 zahlen 112.  
 Molekulare Energie der Elektronen  
 130, 135.  
 Molekulargeschwindigkeit 106, 111, 149.  
 — größer als im thermischen Gleich-  
 gewicht 130.  
 Moleküldurchquerungen 110, 157.  
  
 Negative Streifenentladung 3.  
 Negativer Elektrizitätsträger 126, 137,  
 149, 151.  
  
 Ohmsches Gesetz 151.  
  
 Paschens Gesetz 51, 114.  
 Periodenzahl, Einfluß der 8.  
 Polarität, Einfluß der 21, 23, 139,  
 146.  
 Positive Büschelentladung 3.  
 — Glimmentladung 3.  
 Positiver Elektrizitätsträger 150, 156.  
 Positive Teilchen, Ionisierungsspan-  
 nungen 158, 159.  
  
 Querschnitt, gaskinetischer 108, 110,  
 158.  
 — absorbierender 108, 111, 157.  
  
 Radian der Gasmoleküle 108.  
 Resonanzspannung 160.  
 Reflexion, verlustlose 130, 139.  
  
 Schichtdicke der Entladung bei Kugeln  
 199.  
 — — — bei Zylindern 188.  
 Schlagweiten, Anfangsspannung bei  
 großen 12.  
 — kleine 44.  
 — kleinste 58.  
 — kritische 52.  
 Selbständige Strömung 99.  
 Spannung je mittlere freie Weglänge  
 114, 150.  
 Spannungsmessung mit Kugelelektro-  
 den 14.

- Spannungsverteilung, Einfluß der — auf die Durchbruchfeldstärke 29 ff., 231.
- Spitzen, feine 67.
- flüssige 69.
- halbkugelige 68, 71.
- Spitzenentladung 66.
- Spitzenfunkenstrecke 15.
- Statistisches Gleichgewicht 107.
- Stoß, elastischer 129, 139, 149, 151, 153.
- Entladungsbedingung bei elastischem 156.
- halbelastischer 129, 139.
- Stoß, unelastischer 112, 126, 150.
- Stoßionisierung 97.
- Stoßzahl je cm Verschiebung 113, 124.
- Streifenentladung 3.
- Streifengrenzspannung 3.
- Tabelle der Anfangsspannung 8.
- Temperatur, Einfluß der 7, 15, 21.
- — bei der Spitzenfunkenstrecke 16.
- — bei Spitzen 69.
- Thermisches Gleichgewicht 107, 149.
- — Abweichung davon 135.
- Trägerbildungsspannung 157.
- Tropfenelektroden 69.
- Umladungen 156.
- Umfangfaktor 131.
- Unelastischer Stoß 112, 126.
- Ungeordnete Geschwindigkeit 105, 111, 129, 130, 135, 151 ff.
- Unselbständige Strömung 99.
- Vakuum, hohes 58.
- Verzerrung der Feldes durch freie Ladungen 5, 7, 18, 145.
- Verzögerung 16, 99.
- Voltgeschwindigkeit 110.
- Vorstrom, dunkler 100, 118.
- Wahrscheinlichkeit zu ionisieren 113 157, 158.
- Wanderungsgeschwindigkeit 132, 151.
- Wechselspannungscorona 81.
- Weglängenverteilung 107.
- Weglänge, mittlere freie 108, 150.
- — — Einfluß auf die Ionisierungszahlen 112.
- Zuleitungen, Einfluß der 41, 197.
- Zylinder, Durchbruchfeldstärke disaxialer 76, 81, 208.
- — bei dicken 84.
- — bei konaxialen 75, 81, 85, 181.
- Einfluß des Außenzylinders 188.
- Grenzschlagweite 210.
- zwei gleiche 78, 81, 207.
- -Ebene, Durchbruchfeldstärke 206.
- Zylinderelektroden, Coronafeldstärke bei 81, 188.
- Feldberechnung bei 73, 201.
- Minimumspannung bei 91.

### Druckfehler-Berichtigung.

Seite 29, Zeile 6 v. o. lies  $\mathfrak{G}_0 = \frac{U_1}{\delta} f_1 - \dots$  statt  $\frac{U_1}{\delta} f - \dots$

Seite 202, Gleichung 116 lies  $Y_1$  statt  $Y_2$ .

Seite 217, Gleichung 152 lies  $\frac{d\mathfrak{G}_x}{dx}$  statt  $\frac{\partial \mathfrak{G}_x}{dx}$ .