# Bezugsbedingungen:

Preis des Heftes 1 bis 112 je 1 Mk, zu beziehen durch Julius Springer, Berlin W. 9, Linkstr. 23/24; für Lehrer und Schüler technischer Schulen 50 Pfg,

zu beziehen gegen Voreinsendung des Betrages vom Verein deutscher Ingenieure, Berlin N.W. 7 Charlottenstraße 43.

Von Heft 113 an sind die Preise entsprechend auf 2  $\mathcal M$  und 1  $\mathcal M$  erhöht.

Eine Zusammenstellung des Inhaltes der Hefte 1 bis 124 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten zugleich mit einem Namen- und Sachverzeichnis wird auf Wunsch kostenfrei von der Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin N.W., Charlottenstr. 43, abgegeben. Heft 125: Wild, Die Ursache der zusätzlichen Eisenverluste in umlaufenden glatten

Ringankern. Beitrag zur Frage der drehenden Hystorese. Heft 126: Preuß, Versuche über die Spannungsverminderung durch die Ausrundung

scharfer Ecken.

Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in Kranhaken. Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben. Heft 127 und 128: Schöttler, Biegungsversuche mit gußeisernen Stäben.

- Heft 129: Gramberg, Wirkungsweise u. Berechnung der Windkessel von Kolbenpumpen. Heft 130: Gröber, Der Wärmeübergang von strömender Luft an Rohrwandungen. Poensgen, Ein technisches Verfahren zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit
- plattenförmiger Stoffe. Heft 131: Blasius, Das Aehnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. Baumann, Versuche über die Elastizität und Festigkeit von Bambus, Akazien-,

Eschen- und Hikoryholz.

Heft 132: Kammerer, Versuche mit Riemen besonderer Art.

Heft 133: Häußer, Neue Versuche über die Stickstoffverbrennung in explodierenden Gasgemischen.

Plank, Betrachtungen über dynamische Zugbeanspruchung.

Plank, Das Verhalten des Querkontraktionskoeffizienten des Eisens bis zu sehr großen Dehnungen.

Literarische Unternehmungen d. Vereines deutscher Ingenieure:

# ZEITSCHRIFT

# VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

Redakteur: D. Meyer.

Berlin N.W., Charlottenstraße 43 Geschäftstunden 9 bis 4 Uhr.

Expedition und Kommissionsverlag: Julius Springer, Berlin W., Linkstr. 23/24.

Die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erscheint wöchentlich Sonnabends. Je einmal im Monat liegt ihr die Zeitschrift **"Technik und Wirtschaft"** bei. Preis bei Bezug durch Buchhandei und Post 40 *M* jährlich; einzelne Nummern werden gegen Einsendung von je 1.30 *M* – nach dem Ausland von je 1.60 *M* – portofrei geliefert.

Den Einsendern von Ziffer-Anzeigen wird für Annahme und freie Zusendung einlaufender Angebote mindestens 1 *H* berechnet. Schluß der Anzeigen-Annahme: Montag Vorm.; für Stellengesuche: Montag Abend 7 Uhr.

#### UNU IIK MONATSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE

**REDAKTEUR D. MEYER.** 

IN KOMMISSION BEI JULIUS SPRINGER BERLIN.

Die »Technik und Wirtschaft« liegt der ganzen Auflage der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Preis des Jahrgangs 40 *M*) allmonatlich bei. Sie ist außerdem für 8 *M* für den Jahrgang durch alle Buchhandlungen und Postanstalten sowie durch die Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu beziehen.

Anzeigen: Die ganze Seite 100  $\mathcal{M}$ ,  $\frac{1}{2}$  Seite 50  $\mathcal{M}$ ,  $\frac{1}{4}$  Seite 25  $\mathcal{M}$ ,  $\frac{1}{6}$  Seite Bei <u>3 6 12 maliger Wiederholung im Jahre</u>. Bei <u>3 6 12 maliger Wiederholung im Jahre</u>. Beilagen: Preis und erforderliche Anzahl sind 5 10 20 vH Nachlaß. unter Einsendung eines Musters bei der Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu erfragen. Auflage des Blattes 27000.

# Mitteilungen

über

# Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 134.

+1+

Berlin 1913 Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-01698-5 DOI 10.1007/978-3-662-01993-1 ISBN 978-3-662-01993-1 (eBook)

# Inhalt.

Seite

Untersuchungen über magnetische Hysteresis. Von DrIng. Fritz Holm	1
Versuche über die Druckänderungen in der Rohrleitung einer Francis-Turbinen-	
anlage bei Belastungsänderungen. Von Dr. A. Watzinger und Oscar	
Nissen	27
Versuche über die Spannungsverteilung in gekerbten Zugstäben. Von Dr.: Ing.	
E. Preuß	47

# Untersuchungen über magnetische Hysteresis.

Von Dr.=Ing. Fritz Holm.

Die vorliegende Arbeit schloß sich an Versuche an, die ich auf Anregung des Hrn. Privatdozenten Dr. Breslauer über die Verzerrung der Wechselstromkurve bei magnetischer Verkettung mit Gleichstrom anstellte. Indem ich die hierbei gefundenen Ergebnisse mit den bisher allgemein anerkannten Anschauungen über magnetische Vorgänge verglich, sie insbesondere durch die von Steinmetz aufgestellten Gesetze nachzuprüfen versuchte, stieß ich zum Teil auf Widersprüche zwischen diesen Gesetzen und meinen Ergebnissen. Während sich nämlich stets in befriedigender Uebereinstimmung mit dem schon oft nachgeprüften und zumeist bestätigten ersten Steinmetzschen Gesetz<sup>1</sup>) ergab, daß der Arbeitsverlust durch Hysteresis bei einem vollen magnetischen Kreisprozeß zwischen 2 Sättigungsgrenzen +  $B_{max}$  und  $-B_{max}$  fast genau der 1,6. Potenz der größten Induktion proportional war:

$$rac{A_h \mathrm{Erg}}{V^{\mathrm{cem}}} = \eta \; B_{\mathrm{max}}{}^{1,6},$$

standen andere Ergebnisse nicht im Einklang mit dem von Steinmetz auf Grund einer großen Zahl von Messungen erweiterten (zweiten) Satz<sup>2</sup>), »daß der Energieverlust durch magnetische Hysteresis nur von dem Unterschied der Grenzwerte der magnetischen Induktion abhängt, nicht aber von deren absoluten Werten, so daß der Energieverlust durch Hysteresis derselbe ist, so lange die Amplitude des magnetischen Kreisprozesses dieselbe ist:

$$rac{A_h \mathrm{Erg}}{V^{\mathrm{cem}}} = \eta \left( rac{B_1 - B_2}{2} 
ight)^{1,6}. <$$

So war es gerechtfertigt, in dieser Richtung systematische Untersuchungen anzustellen, die vielleicht nicht nur zur Klärung der besonderen Frage beitragen, sondern auch unsere Erkenntnis der magnetischen Erscheinungen im allgemeinen fördern könnten.

Als Versuchstoff wählte ich gewöhnliches weiches Eisen, wie auch Steinmetz bei seinen Untersuchungen stets von diesem Stoff ausgegangen ist. Dagegen erschien mir das von Steinmetz angewandte Meßverfahren mittels Wechselstromes für meine Zwecke zu ungenau. Ich beschränkte mich deshalb auf einige Versuche mit Wechselstrom, die gegen Schluß dieser Arbeit beschrieben sind, und legte allen anderen Messungen das ballistische Verfahren unter Verwendung ringförmigen Eisens zu Grunde, da es einmal alle Nebeneinflüsse wie die Wirkung von Stabenden ausschließt und auch in weitestgehendem Maße gestattet, die Empfindlichkeit des Meßgerätes durch Veränderung des Vorschaltwiderstandes je nach Bedarf zu ändern.

<sup>1</sup>) ETZ 1892 S. 136. <sup>2</sup>) ETZ 1892 S. 519.

Mitteilungen. Heft 134.

Bei sämtlichen Versuchen wurde ein Paket von 99 gestanzten, einseitig mit Papier beklebten Blechringen benutzt, die im Mittel 0,5 mm stark waren und einen äußeren Durchmesser von 420 mm, einen Innendurchmesser von 399,8 mm hatten. Der reine Eisenquerschnitt betrug also 5 qcm. Bei der im Verhältnis zu Durchmesser und Höhe geringen Breite des Ringes konnte in größter Annäherung mit einer dem mittleren Kraftlinienweg  $=\frac{420 + 399,8}{2}\pi = 1287$  mm entsprechenden, über den ganzen Querschnitt gleichmäßigen Induktion gerechnet werden. Die nach Bedarf über den Ring gelegten Wicklungen wurden immer gleichmäßig über den ganzen Umfang verteilt und bestanden aus doppelt besponnenen Kupferdrähten von 1 mm Dmr, die gegen den Eisenkörper noch besonders sorgfältig isoliert waren.

#### Die Eichung des Galvanometers.

Es wurde ein Spiegelgalvanometer von Edelmanns neuerer Bauart mit einem inneren Widerstand  $w_g = 300 \ \Omega$  benutzt. Die verhältnismäßig kleine Schwingungsdauer  $\tau = 4,025$  sk war bei den Versuchen sehr vorteilhaft, da diese aus später ersichtlichen Gründen ein möglichst schnelles Arbeiten erforderten. Zu den Strom- und Spannungsmessungen wurden Präzisionsinstrumente von Siemens & Halske verwandt. Zur Bestimmung der Galvanometerkonstanten cwurden dem Instrument bei einer Klemmenspannung  $E_p = 38,9$  Millivolt und bei 5 verschiedenen Vorschaltwiderständen w verschiedene Ströme  $J = \frac{E_p}{w + w_g}$  zugeführt und die zugehörigen Einstellungen nach links und rechts (nach Kommutierung) abgelesen. Unter der Annahme, daß bei einer Entfernung von 2 m zwischen Skala und Spiegel und bei den geringen Ausschlägen Proportionalität zwischen der Stromstärke und der Ablenkung in Skalenteilen n besteht, ergibt sich die Galvanometerkonstante

$$c = \frac{E_p}{(w + w_g) n} \,.$$

Die Mittelwerte aus mehrfachen Wiederholungen dieser Versuche sind in der Zahlentafel I zusammengestellt und ergeben  $c = 1,732 \cdot 10^{-9}$ .

			links		rechts
E <sub>p</sub> Millivolt	w	n	c	n	c
38,9	300 000 250 000 200 000 150 000 100 000	74,7 89,5 111,7 149,0 223,0	1,73 · 10-9 1,736 1,737 1,737 1,737 1,739	75,0 90,1 112,0 149,0 227,0	1,727 · 10 <sup>-9</sup> 1,726 1,732 1,737 1,716

Zahlentafel I.

Die Dämpfung k des Galvanometers wurde für 9 verschiedene Vorschaltwiderstände w bestimmt, die bei den späteren Messungen vornehmlich verwandt werden sollten. Außer diesen Widerständen war in den Kreis, über den das Galvanometer während des Ausschwingens geschlossen wurde, bereits eine Spule eingeschaltet, die in 50 Windungen um den Ring gelegt und zum Anschluß des Galvanometers bei den späteren Messungen bestimmt war. Die Verhältniswerte von je zwei aufeinander folgenden Ausschlägen während des Ausschwingens sind für die einzelnen Vorschaltwiderstände in Zahlentafel II zusammengestellt.

War die Zahl der Werte beim einmaligen Ausschwingen zu klein, um aus ihnen mit der gewünschten Genauigkeit den Dämpfungsfaktor k zu ermitteln, so wurde der Versuch wiederholt.

- 3 -



Zahlentafel II.

Unter Berücksichtigung der Dämpfung durch den Faktor  $(1 + 1, 16 \lg k)$ , der für jeden Vorschaltwiderstand w aus der Abb. 1 entnommen werden kann, ist der durch den Galvanometerausschlag n angezeigte Sättigungswechsel

$$\Delta B = \frac{w_2 \, c \, \tau \, n \, (\mathbf{I} + \mathbf{I}, \mathbf{I6} \, \lg \, k)}{q \, z_2 \, \pi} \, \mathbf{IO}^8 \, [c \, g \, s];$$

es bedeutet

 $w_2$  den Widerstand des Galvanometerkreises,

c die Galvanometerkonstante,

- τ die Galvanometerschwingungsdauer,
- k den Dämpfungsfaktor für den betreffenden Vorschaltwiderstand w,
- $z_2$  die Zahl der an das Galvanometer angeschlossenen Windungen (= 50),
- q den Eisenquerschnitt (= 5 qcm).

Durch Einsetzen ergibt sich

$$\varDelta B = \frac{1,732 \cdot 10^{-9} \cdot 4,025}{5 \cdot 5^{\circ} \pi} w_2 (1 + 1,16 \lg k) \ n \ 10^8 = 0,888 \cdot 10^{-3} w_2 (1 + 1,16 \lg k) \ n$$

Der Faktor  $0.888 \cdot 10^{-3} w_2 (1 + 1.16 \lg k)$  ist in Zahlentafel III für sämtliche später verwandten Vorschaltwiderstände w berechnet.

Zahlentafel III.								
wΩ	$0,888 \cdot 10^{-3} w_2 (1 + 1,16 \log k)$							
175 000	161,4							
150 000	138,5							
125 000	115,5							
100 000	92,7							
75 000	69,9							
50 000	47,°							
<b>40</b> 000	37,9							
30 000	28,7							
25 000	24,2							
20 000	19,65							
15 000	15,10							
10 000	10,50							
5 000	5,90							

Mit dem so geeichten Galvanometer wurde in einer ersten Versuchsreihe eine Anzahl

#### symmetrischer Magnetisierungszyklen

aufgenommen, die naturgemäß die Grundlage jeder magnetischen Messung bilden müssen. Unter Benutzung der von Evershed und Vignoles vorgeschlagenen und von Heinke im »Handbuch der Elektrotechnik, Band II« empfohlenen Anordnung gestaltete sich das Schaltungsschema nach der Abb. 2.



Der Versuchsring trug 3 Wicklungen, die — jede für sich — gleichmäßig über den ganzen Umfang verteilt waren und zu drei verschiedenen Stromkreisen I, II und III gehörten. Eine dieser Wicklungen (mit  $z_3 = 50$  Windungen) war über einen veränderlichen Vorschaltwiderstand w an das Galvanometer angeschlossen. Die beiden anderen Wicklungen mit  $z_1 = 500$  und  $z_2 = 2 z_1$  = 1000 Windungen wurden getrennt über kontinuierlich regelbare Vorschaltwiderstände  $r_1$  und  $r_2$  von Akkumulatoren aus durch Ströme  $i_1$  und  $i_2$  erregt, und zwar waren Stromkreis I und II so geschaltet, daß sie sich bei der Induktion des Eisens entgegenwirkten, d. h. daß jeweilig der Unterschied beider Einflüsse zur Geltung kam. Es war also stets mit den resultierenden Amperewindungen  $(i_1 z_1 - i_2 z_2) = (i_1 z_1 - i_2 2 z_1)$  und einer Feldstärke  $H_{\rm res} = \frac{0.4 \pi z_1 (i_1 - 2 i_2)}{l} = 4.885 (i_1 - 2 i_2)$ zu rechnen.

Zur Aufnahme einer Hysteresisschleife zwischen zwei Grenzwerten  $+ B_{\max}$ und  $- B_{\max}$ , Abb. 3, wurde zunächst durch einen Strom  $J_1$  die gewünschte Induktion  $+ B_{\max}$  hergestellt und mehrmals durch Kommutation des Stromes nach dem einfachen ballistischen Verfahren bestimmt. Wurde sodann durch Schließen des Schalters s im Stromkreise II ein zunächst kleiner Strom  $i_2$  eingeschaltet, so fiel die Feldstärke augenblicklich von  $\frac{\circ, 4 \pi z_1 J_1}{l}$  auf  $\frac{\circ, 4 \pi z_1}{l} (J_1 - 2i_2)$ und die Induktion von  $+ B_{\max}$  um  $\varDelta B_1$  auf einen Wert  $B_1$ . Beim Oeffnen des Stromkreises II wurde der Kreisprozeß  $P - P_1$  rückwärts geschlossen, und es stellte sich wieder der erste Zustand ein. Das Galvanometer zeigte beim Schließen und Oeffnen des Stromes die Induktionsänderung  $-\varDelta B_1$  und  $+ \varDelta B_1$  an.

Auf diese Weise wurden unter jedesmaliger Verkleinerung des Widerstandes  $r_2$  durch Schließen und Oeffnen des Stromkreises II weitere Punkte der gewünschten Hysteresisschleife aufgenommen, bis der Punkt P' erreicht war, wo  $i_2 = J_1$  wurde und das Galvanometer wieder den gleichen Ausschlag anzeigte wie zu Beginn der Versuchsreihe bei einfacher Kommutation des Stromes  $J_1$ . Durch Uebertragen des aufgenommenen Kurvenzuges nach der anderen Seite wurde schließlich die Schleife vervollständigt. Im ganzen wurden für 8 Induktionsstufen die Magnetisierungskurven ermittelt. Es wurde im Stromkreise I sorgfältig auf stets gleichen Strom gehalten, auch durch häufiges Nachprüfen festgestellt, daß das Eisen nach Unterbrechung des Stromkreises II immer wieder in den durch Punkt P gekennzeichneten Anfangzustand zurückkehrte. Die Vorteile des Evershed-Vignolesschen vor dem einfachen ballistischen Verfahren wurden im weitesten Umfang ausgenutzt, indem durch wiederholtes Schalten vor der eigentlichen Messung eine vollkommene molekulare Akkomodation des Eisens erreicht, jede Einzelmessung mehrfach nachgeprüft und durch zweckmäßige Regelung des Galvanometervorschaltwiderstandes während des ganzen Verlaufs der Versuchsreihe auf möglichst große Ausschläge des Galvanometers gehalten wurde.

In der Zahlentafel IV sind die Grundlage für Abb. 4 bildenden Versuchsreihen zusammengestellt. Es bedeuten:

 $J_1$  den Strom im Stromkreise I ( $z_1 = 500$  Windungen),

 $H_1$  die den  $J_1z_1$  Amperewindungen entsprechende Feldstärke,

- +  $B_{\max}$  die bei der Feldstärke  $H_1$  erzielte und durch Kommutation von  $J_1$  gemessene Induktion entsprechend einem Galvanometerausschlag von  $n_1$  Skalenteilen bei  $w_1 \Omega$  Vorschaltwiderstand,
- $i_2$  den beim Schließen des Stromkreises II ( $z_2 = 1000$  Windungen) sich einstellenden Strom,

 $H_{\text{res}}$  die gemeinsam von  $J_1$  und  $i_2$  erzeugte Feldstärke = 4,885  $(J_1 - 2i_2)$ ,

nden Galvanometerausschlag bei Schließen und Oeffnen des Stromkreises II,

w den hierbei verwandten Galvanometer-Vorschaltwiderstand,

 $\Delta B$  die durch das Galvanometer angezeigte Induktionsänderung.

Zahlentafel IV.

a)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ + $B_{\max}$	$J_1 = 6,00 \text{ Amp} H_1 = + 29,31 [cgs] n_1 = 190,5 w_1 = 175,000 \Omega + B_{max} = + 15380 [cgs] $				b) $J_1 = 4,00 \text{ Amp}$ $H_1 = + 19,54 \ [cgs]$ $n_1 = 182,0$ $w_1 = 175\ 000\ \Omega$ $+ B_{\text{max}} = + 14700 \ [cgs]$			
$i_2$	Hres	n	w	∆ B	<i>i</i> 2	Hres	n	w	⊿ B
1,52 2,535 3,015 3,135 3,16 3,24 3,63 4,52 6,00	$ \begin{array}{r} +14,46 \\ +4,54 \\ -0,147 \\ -1,319 \\ -1,563 \\ -2,393 \\ -6,16 \\ -14,80 \\ -29,31 \end{array} $	121,5 163,5 177,5 153,5 181,5 177,5 190,5 182,0 190,5	5 000 15 000 40 000 100 000 125 000 150 000 175 000 175 000	717 2 470 6 730 14 220 16 820 20 500 26 400 29 400 30 760	1,005 2,05 2,165 2,21 2,33 2,70 4,00	+ 9,72 0,489 1,612 2,05 3,223 6,84 19,54	116,0 188,5 185,5 168,0 194,5 191,0 183,5	5 000 40 000 100 000 125 000 125 000 150 000 175 000	684 7 150 17 200 19 400 22 450 26 450 29 650
c)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	= 2,50 I = + 12,3 = 195,0 = 150 00 = + 135	Amp 22 [cgs] 20 Ω 00 [cgs]		d)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	= 1,50 P = + 7,32 = 205,5 = 125 00 = + 118	Amp 28 [cgs] 00 Ω 75 [cgs]	
0,76 1,26 1,35 1,40 1,47 1,56 1,768 2,50	$\begin{vmatrix} + & 4,79 \\ - & 0,098 \\ - & 0,978 \\ - & 1,466 \\ - & 2,15 \\ - & 3,03 \\ - & 5,08 \\ - & 12,22 \end{vmatrix}$	158 197 193 200 198 182 173,5 197	5 000 25 000 75 000 100 000 125 000 150 000 150 000	932 4 770 9 075 14 000 18 350 21 020 24 000 27 300	0,607 0,75 0,85 0,90 0,95 1,15 1,50	+1,397 $\pm0,00$ -0,977 -1,465 -1,954 -3,91 -7,328	157,0 168 175,5 172,5 170 183,5 205,5	IO 000 20 000 40 000 75 000 IO0 000 I25 000 I25 000	1 650 3 300 6 650 12 050 15 760 21 200 23 750
e)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	$= 0,75 \ \text{A} \\ = + 3,66 \\ = 192 \\ = 100 \ 00 \\ = + 890 $	(mp 55 [cgs] 50 Ω 50 [cgs]		f)	$J^1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	$= 0.5 \text{ Ar} \\ = + 2.44 \\ = 192 \\ = 75 000 \\ = + 670 \\ = -400 \\ = -5000 \\ $	np  3 [cgs] > <u>\$</u> 0 [cgs]	
0,30 0,40 0,451 0,50 0,557 0,75	+0,733 -0,244 -0,733 -1,221 -1,778 -3,665	158,5 136,5 175,0 200,0 176,5 191,0	5 000 15 000 20 000 40 000 75 000 100 000	935 2 060 3 440 7 580 12 330 17 700	0,2 0,3 0,353 0,375 0,426 0,50	+0,489 -0,489 -1,007 -1,221 -1,71 -2,443	107,5 177 193 200 153 191,5	5 000 10 000 25 000 40 000 75 000 75 000	634 1 860 4 670 7 580 10 700 13 380
g)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	$= 0,3 \text{ Ar} \\ = + 1,46 \\ = 149 \\ = 50 000 \\ = + 350 \\ = - 350 \\$	np 55 [cgs] ο Ω ο [cgs]		h)	$J_1$ $H_1$ $n_1$ $w_1$ $+ B_{\max}$	= 0,206 = + 1,00 = 185 = 15 000 = + 139	Amp 97 [cgs] 9 Ω 5 [cgs]	
0,15 0,23 0,24 0,251 0,27 0,3	$ \begin{array}{c} \pm 0,00 \\ -0,782 \\ -0,879 \\ -0,977 \\ -1,172 \\ -1,465 \\ \end{array} $	106,5 168 211,5 154 183,5 142	5 000 15 000 15 000 25 000 30 000 50 000	629 2540 3190 3730 5260 6670	0,065 0,090 0,103 0,181 0,206	+0,371 +0,127 ±0,00 -0,752 -1,007	30,5 54,5 74,5 185,0 183,5	5 000 5 000 5 000 10 000 15 000	180 322 440 1940 2770

Der Flächeninhalt f der Hysteresisschleifen (s. Zahlentafel V) wurde mit dem Coradischen Präzisions-Scheibenplanimeter gemessen. Teilung des Flächeninhalts durch  $4\pi$  unter Berücksichtigung der Maßstäbe für B und H ergab die Hysteresisarbeit a in Erg für 1 ccm Eisen.  $\eta$  stellt den Steinmetzschen Koeffizienten



$B_{\max}$	f qem	aErg	η
15 380 14 700 13 575 11 875 8 875 6 700 3 418 1 390	23,62 21,04 18,48 14,62 9,35 5,80 2,15 0,515	9400 8375 7355 5820 3720 2309 856 205	0,00188 179 180 176 179 175 190 192

 $=\frac{a^{\mathrm{Erg}}}{B_{\mathrm{max}}^{1,6}}$  dar. Der erste und die beiden letzten Werte unterscheiden sich nicht unwesentlich von den Werten 2 bis 6, welche in befriedigender Uebereinstimmung mit dem ersten Steinmetzschen Gesetz  $\left(\eta = \frac{a}{B_{\mathrm{max}}^{1,6}}\right)$  keine erhebliche Abweichung von ihrem Mittelwert  $\eta_m = 0,00178$  aufweisen<sup>1</sup>). Die Uebereinstimmung ist sogar überraschend gut in Anbetracht der mannigfachen Fehlerquellen, namentlich der Unvollkommenheit unserer zeichnerischen Darstellung. Es ist ein Beweis für die Zuverlässigkeit der Evershed-Vignolesschen Anordnung, daß — wie die Abb. 4 zeigt — fast keine einzige Messung auch nur um ein Geringes aus ihrer Versuchsreihe herausfällt. Eine derartige Genauigkeit ist mit keinem anderen magnetischen Meßverfahren erreichbar, auch nicht mit dem einfachen ballistischen Verfahren, bei dem magnetische Nachwirkungen zwischen den einzelnen Beobachtungen unvermeidlich sind und durch die Summierung aller Fehler selten ein Schließen der Kreisprozesse erreicht wird. Es darf aber nicht verschwiegen werden, daß

<sup>1</sup>) Gumlich und Rose (ETZ 1905 S. 503 ff) haben bei ihren Versuchen für die größten und kleinsten Induktionen dieselbe Zunahme des Steinmetzschen Koeffizienten beobachtet.

diese Genauigkeit von Evershed und Vignoles doch mit einer nicht unwesentlichen Verwicklung der Versuchsanordnung namentlich durch Hinzufügung eines neuen Stromkreises mit eigenem Regulier- und Meßgerät erkauft wird. Der Verfasser bedurfte bei den Messungen dauernd der Unterstützung eines gewandten Hülfsarbeiters zur Beobachtung und Regelung der Ströme sowie zur Bedienung der Schalter. Namentlich bereitete zuerst die Erscheinung Schwierigkeiten, daß nämlich nach Einschalten eines Stromes und nach der Messung infolge der durch die Stromwärme bedingten Erhöhung des Ohmschen Widerstandes die Stromstärke zurückging und dadurch auch der magnetische Zustand nachträglich geändert wurde. Besonders störend war dieser Vorgang an den Stellen der Hysteresisschleifen, wo die Kurve fast senkrecht ansteigt und schon die geringste – selbst mit den feinen Präzisionsgeräten kaum meßbare – Aenderung des Stromes erhebliche Aenderungen der Induktion zur Folge hat. Nach langwierigen Vorversuchen erwies sich schließlich das folgende Meßverfahren als vorteilhaft. Strom  $J_1$  und  $i_2$  wurden eingestellt und so lange in ihrer vollen Stärke belassen, bis unter dem Einfluß der Stromwärme ein Dauerzustand sicher erreicht war. Sodann erst wurde in möglichst kurzer Zeit nach mehrmaligem Kommutieren und Schalten die eigentliche Messung vorgenommen. Mit einiger Uebung des Hülfsarbeiters ließ es sich erreichen, daß tatsächlich die anfangs sehr störende Erscheinung fast vollkommen ausgeschaltet wurde, nicht zum wenigsten — wie schon früher angedeutet — infolge der kurzen Schwingungsdauer des Galvanometers. Der Einfluß einer großen Schwingungsdauer machte sich sehr unangenehm bemerkbar, als die soeben beschriebenen und auch die späteren Versuche mit einem anderen - im Elektrotechnischen Laboratorium der hiesigen Hochschule selbst gesertigten - Galvanometer nachgeprüft wurden. Dieses Galvanometer enthielt 2 schwere astatische Stabmagnete und besaß im Gegensatz zum ersten die außerordentlich große Schwingungsdauer  $\tau = 10,47$  sk bei einer Dämpfung k = 1,287 bis 1,365 (Vor-



schaltwiderstand w = 10000 bis 50  $\Omega$ ). Die viel geringere Empfindlichkeit  $c = 4,475 \cdot 10^{-8}$  erforderte 250 statt der bisherigen 50 Windungen für den Galvanometerkreis. Das genaue Arbeiten mit diesem zweiten Galvanometer stellte noch größere Anforderungen, da es noch schwieriger war, während der langen Schwingungszeit einen vollkommenen Dauerzustand aufrecht zu erhalten. Durch einige Kunstgriffe z. B. schnelles Bremsen mittels eines Gegenstromes gelang es aber doch schließlich, einwandfreie Messungen zu erreichen, die dann auch mit den früher unter wesentlich anderen Meßbedingungen erhaltenen Werten genü-

gend übereinstimmten. Als Beispiel seien von den vielen Kontrollmessungen nur die mit beiden Galvanometern aufgenommenen Werte für die Magnetisierungskurven und die aus den Schleifen ermittelten Hysteresiskoeffizienten in Zahlentafel VI und Abb. 5 einander gegenübergestellt.

	Galvanomete	er I		alvanomete	er II
В	Н	η	В	H	η
15 380 14 760 13 575 11 875 8 875 6 700 3 418 1 390	29,31 19,54 12,22 7,328 3,665 2,443 1,465 1,007	0,00188 179 180 176 179 175 190 192	15 500 14 790 12 870 10 300 6 650	29,31 19,54 9,77 4,885 2,443	0,0019 <b>8</b> 194 184 178 176

Zahlentafel VI.

Die zweite Versuchsreihe, die Aufnahme

#### unsymmetrischer Magnetisierungszyklen,

schloß sich zunächst dem Steinmetzschen Vorbild an, indem bei den sämtlichen magnetischen Zyklen stets von demselben magnetischen Zustand des Eisens ausgegangen und nur das Magnetisierungsintervall verändert wurde. Steinmetz hat diese Kurven für Gußeisen, Gußstahl usw. magnetometrisch aufgenommen. Sollte demgegenüber auch bei diesen Versuchen das Evershed-Vignolessche Verfahren zur Anwendung kommen, so galt es zunächst, es so zu erweitern, daß es die punktweise Ermittelung auch des rückläufigen Kurvenzuges ermöglichte. Abb. 6 zeigt eine solche Kurve mit der Amplitude B-B'. Punkt Pbezeichnet den gemeinsamen magnetischen Anfangszustand für die ganze Versuchs-



Abb. 6.

reihe und kann durch Kommutation des zugehörigen Stromes  $J_1$  jederzeit leicht geprüft werden. Angenommen, der hinlaufende Kurvenzug sei in der bekannten Weise bis zum Punkt P' mit Hülfe des unveränderlichen Stromes  $J_1$  und eines zweiten stufenweise bis zur Größe  $J_2$  erhöhten Stromes unter Oeffnen und Schließen des Kreises II aufgenommen worden. Man gelangt dann offenbar auf dem rückläufigen Kurvenzug nach P zurück durch Verkleinerung des Stromes  $J_2$ .

Zur praktischen Ausführung dieses Gedankens wurde die Evershed-Vignolessche Schaltung gemäß Abb. 7 durch einen Widerstand  $r_2$ ' mit einem Kurzschluß s' erweitert, der zu Beginn der Meßreihe geschlossen blieb, bis durch einen





Strom  $J_2$  der Punkt P' erreicht war. Wurde dann s' geöffnet, so wurde augenblicklich der Gesamtwiderstand des Kreises II durch den Widerstand  $r_2'$  vergrößert, d. h.  $J_2$  sank auf irgend einen kleineren Wert  $i_2$ . Es wurde also ein Punkt des rückläufigen Kurvenzuges z. B.  $P_1'$  erreicht entsprechend einem Induktionsstoß  $\varDelta B_1 = (B' - B_1')$ , der vom Galvanometer durch einen Ausschlag von n Teilstrichen angezeigt wurde. Beim Schließen von s' stellte sich auf dem in Abb. 6 angedeuteten Wege der frühere magnetische Zustand (Punkt P') wieder her. Jedesmal, wenn nach Vergrößerung des Widerstandes  $r_2'$  der Schalter s' von neuem geöffnet wurde, ergab sich ein weiterer Punkt, beispiels-weise  $P_2'$  usw., bis schließlich beim Oeffnen des Schalters s der Widerstand des Kreises II  $= \infty$  wurde und der Punkt P wieder erreicht war.

Nach diesem Verfahren wurden 9 Magnetisierungsschleifen (Abb. 8) aufgenommen. Da die größte Schleife in dieser Reihe mit der symmetrischen



- 11 -	
Zahlentafel VII.	
• •	-

a) 	J H n w B - B	$f_2 = 4,0 \ R$ $f_2 = -19$ $f_2 = 181,9$ $f_2 = 175 \ C$ $f' = 29 \ 30$	(mp 54 [cgs] 5000 Ω 500 [cgs]		b) $J_2 = 3,0 \text{ Amp}$ $H_2 = -9,77 [cgs]$ $n_2 = 170$ $w_2 = 175 \circ 00 \Omega$ B - B' = 27 450 [cgs]				
$i_2$	<i>H</i> r <sup>e</sup> s	n	w	⊿в	$i_2$	Hres	n	w	⊿в
3,005 2,275 1,96 1,855 1,675 0,90	$\begin{array}{r} - 9,82 \\ - 2,687 \\ + 0,391 \\ + 1,416 \\ + 3,175 \\ + 10,75 \end{array}$	64 134,3 165,5 150,5 165,0 171,5	10 000 20 000 40 000 100 000 150 000 175 000	672 2 640 6 270 13 960 22 850 27 700	2,40 2,00 1,90 1,75 1,46	$ \begin{array}{c} -3,91 \\ \pm 0,00 \\ + 0,977 \\ + 2,442 \\ + 5,28 \end{array} $	80,5 201 212,5 198,3 166,5	10 000 20 000 40 000 100 000 150 000	845 3 950 8 050 18 400 23 070
c)	c) $J_2 = 2,5 \text{ Amp}$ $H_2 = -4,885 \ [cgs]$ $n_2 = 177$ $w_2 = 150 \mod \Omega$ $B - B' = 24520 \ [cgs]$					J H n w B — B	$f_2 = 2,26$ $f_2 = -2,5$ $f_2 = 176$ $f_3 = 125 \text{ cm}^2$ $f_2 = 20 32$	Amp 54 [cgs] 500 Ω 50 [cgs]	
2,156 1,90 1,852 1,702 1,00	1,515 +0,977 +1,466 +2,932 +9,77	75 211 161 151,3 164,5	10 000 30 000 75 000 125 000 150 000	78 <b>8</b> 6 050 11 250 17 480 22 800	2,00 1,904 1,872 1,75 1,502 0,73	$\pm$ 0,00 + 0,977 + 1,27 + 2,442 + 4,885 +12,41	109,5 214 167,5 187,5 172,5 164,5	10 000 20 000 50 000 75 000 100 000 125 000	1 150 4 200 7 870 13 100 16 000 19 000
e)	$ \begin{array}{c} J_{2}\\ H_{2}\\ n_{2}\\ w_{2}\\ w_{2}\\ B-B' \end{array} $	p = 2, 18 = -1,7 = 181 = 1000 = 1678	Amp 58 [cgs] 00 Ω 0 [cgs]		f)	B - B'	2 = 2,125 2 = -1,25 3 = 171 3 = 7500 = 1195	5 Amp 22 [cgs] οΩ ο [cgs]	
2,002 1,92 1,846 1,54 1,00	±0,00 +0,782 +1,515 +4,50 +9,77	74 1 <b>42,5</b> 197,5 171,5 161,0	10 000 20 000 40 000 75 000 100 000	777 2 800 7 480 12 000 14 950	2,004 1,900 1,750 1,500 0,748	$\pm$ 0,00 + 0,977 + 2,442 + 4,885 +12,21	42,5 148,5 140 159 156,5	10 000 20 000 40 000 <b>50</b> 000 75 000	446 2 920 5 300 7 480 10 920
g) $J_2 = 2, 10 \text{ Amp}$ $H_2 = -0.977 [c g s]$ $n_2 = 193.5$ $w_2 = 50 000 \Omega$ B - B' = 9100 [c g s]					h)	$egin{array}{c} J_2 \ H_2 \ n_2 \ w_2 \ B-B' \end{array}$	g = 2,00 $g = \pm 0,00$ g = 147 g = 40.000 g = 5565	Amp ∞ [cgs] ⊙ Ω [cgs]	
1,840 1,660 1,240 0,740	+ 1,563 + 3,32 + 7,42 +12,30	179,5 185 166,5 166	10 000 20 000 40 000 50 000	1885 3635 6310 7800	1,750 1,500 1,250 0,750	+ 2,443 + 4,885 + 7,328 + 12,20	112 187,3 127 116,5	5 000 10 000 25 000 40 0 <b>0</b> 0	661 1967 3070 4415

•/	$egin{array}{c} & & & & & & & & & & & & & & & & & & &$	2 = -2,70 2 = +2,3 2 = 187 3 = 1500 1 = 2820	47 [cgs] 0 Ω [cgs]		
1,498 1,100	+ 4,885	<b>5</b> 3,5 205	5 000 5 000	316 1210	
0,600	+13,67	142	15 000	2143	

Kurve *b* aus Abb. 4 identisch ist, gestattet sie einen guten Vergleich der beiden Anordnungen. Die Versuchswerte nach Zahlentafel IV sind, durch einen vollen Punkt kenntlich gemacht, auch hier wieder eingetragen, Die Spitze dieser Schleife ist der durch Kommutierung des Stromes  $J_1 = 4$  Amp stets wiedergewonnene Ausgangspunkt auch aller anderen Magnetisierungsprozesse, so daß diese sich sämtlich für den Hinlauf decken. Die Versuchswerte für die rücklaufenden Kurvenzüge sind unter Verwendung der oben gebrauchten Bezeichnungen in Zahlentafel VII zusammengestellt.  $J_1$ , der Strom im Kreise I, war während aller Versuche unveränderlich = 4 Amp, die ihm entsprechende Feldstärke  $H_1 = 19,54$ , die mit ihm erzielte Induktion *B* also für alle Schleifen = 14700.

- $J_2$  bedeutet für den Stromkreis II den Höchststrom, der zu Beginn und am Schluß jeder Versuchsreihe durch den Schalter s ein- und ausgeschaltet wird,
- $n_2$  den dabei stattfindenden Galvanometerausschlag (Vorschaltwiderstand  $= w_2$ ), entsprechend der Amplitude (B-B') der betreffenden Schleife,
- $H_2$  die von  $J_1$  und  $J_2$  gemeinsam erzeugte Feldstärke,
- $i_2$  den Stromwert, auf den der Strom im Kreise II beim Oeffnen des Schalters s' zurückgeht,

 $H_{\rm res}$  die dann von  $J_1$  und  $i_2$  gemeinsam erzeugte Feldstärke,

n den Galvanometerausschlag beim Oeffnen und Schließen des Schalters s', w den zugehörigen Galvanometer-Vorschaltwiderstand,

 $\varDelta B$  die durch den Galvanometerausschlag angezeigte Induktionsänderung.

Wenn bei diesen letzten Versuchen nicht die gleiche Genauigkeit erreicht wurde wie früher und einzelne Punkte aus ihren Kurvenzügen herausfallen, so ist der Grund wohl darin zu sehen, daß die Umkehrpunkte (P') fast aller dieser Kurven auf dem steilen Ast der Magnetisierungskurve liegen, wo die unscheinbarste Stromänderung bereits eine große Induktionsänderung zur Folge hat. Trotzdem geben die Kurven ein anschauliches Bild von den magnetischen Vorgängen und unterstützen den - zuerst wohl von Madelung<sup>1</sup>) scharf formulierten - Satz, daß jeder Kurvenzug für einen magnetischen Kreisprozeß durch den Umkehrpunkt, von dem er ausgeht, eindeutig bestimmt ist. Alle Kurven folgen, von dem gleichen Umkehrpunkt P ausgehend, zunächst dem gleichen Kurvenzuge und laufen rückwärts sämtlich wieder tangential im gleichen Punkte zusammen. Es wird auch die Theorie bestätigt, daß in einer solchen Kurvenschar jede kleinere Schleife vollständig innerhalb der größeren liegen muß. Daraus folgt, daß Kurvenzüge nach Abb. 9, die Steinmetz als Beispiel für seine Messungen wiedergibt, einen nur geringen Genauigkeitsgrad für diese Messungen und wohl für die magnetometrischen Verfahren im allgemeinen erweisen.

$\mathbf{Z}$	ahl	en	taf	el	V	III

	В	В'	<b>B</b> – B'	<b>f</b> qem	a Erg	$\eta = \frac{a}{\left(\frac{\varDelta B}{2}\right)^{1,6}}$
a b c d e f g h i	+ 14 650 = konst	-14 650  -12 800  -9 870  -5 670  -2 130  +2 700  +5 550  +9 085  +11 830	29 300 27 450 24 520 20 320 16 780 11 950 9 100 5 565 2 820	21,45 18,81 15,86 12,20 9,84 7,24 6,02 3,58 1.80	8530 7480 6310 4855 3910 2880 2390 1424 716	0,00184 180 181 189 206 261 335 439 656

<sup>1</sup>) Göttinger Dissertation.

Die in Zahlentafel VIII zusammengestellten Arbeitswerte für die letzten magnetischen Kreisprozesse zeigen im Gegensatz zu den früheren Ergebnissen bereits erhebliche Abweichungen gegenüber den von Steinmetz aufgestellten Gesetzen. Der Quotient  $\eta = \frac{\alpha}{\left(\frac{B-B'}{2}\right)^{1,6}}$  hat anfangs zwar einen ziemlich gleich-

bleibenden, dem früher ermittelten ähnlichen Wert, doch vom Versuche f ab wächst die Ummagnetisierungsarbeit weit schneller, als nach dem allgemeinen Steinmetzschen Gesetz zu erwarten ist, bis schließlich der Quotient  $\eta$  den 3,5fachen Betrag erreicht. Bei dem Versuch, dieses Ergebnis durch eine zeich-



nerische Darstellung zu veranschaulichen, um aus dem Bilde etwa eine Gesetzmäßigkeit abzuleiten, sieht man sich vor die Frage gestellt, zu welcher Größe man den Arbeitsverbrauch ins Verhältnis setzen soll. Eine Darstellung von  $\eta$ wäre ja verfehlt gewesen, nachdem dieser von Steinmetz rein empirisch gefundene Faktor gerade durch die letzten Ergebnisse jegliche Bedeutung — wenigstens für den vorliegenden Fall — offenkundig verloren hatte. Aber auch eine Beziehung des Arbeitsverlustes zu den Magnetisierungsendwerten oder zu dem Unterschied der Sättigungsgrenzen erschien nicht angängig, da hierbei offenbar der ganz willkürlich gewählte und allen Magnetisierungsprozessen gemeinsame Anfangswert einen nicht prüfbaren Einfluß ausübte.

Es war daher zweckmäßig, zunächst überhaupt auf die weitere Behandlung der letzten Ergebnisse zu verzichten und

#### eine dritte Versuchsreihe

aufzunehmen, die ein klareres Bild zu geben versprach (Zahlentafel IX). Der wesentliche Unterschied zwischen diesen neuen in Abb. 10 dargestellten Versuchen und den vorhergehenden an Steinmetz angeschlossenen besteht darin, daß nicht mehr die Magnetisierungsprozesse sämtlich von einem gemeinsamen Anfangszu-

a) . 1 	$J_1 = 6,0$ $H_1 = + 29,33$ $n_1 = 191$ $v_1 = 175 000$ B = 15 410	$ \begin{array}{ccc}  & J_{2} \\  & H_{2} \\  & n_{3} \\  & n_{5} \\  & m_{5} \\  $	a = 2,62  Am $a = + 3,71$ $a = 187,5$ $a = 15000$ $a = 2830  [c$	np [cgs] Ω [gs]	b) J H n w	$f_1 = 4,0$ $f_1 = +19,52$ $f_1 = 182$ $f_1 = 175000$ $g_1 = 14700$	$ \begin{array}{c}     J_2 \\     H_2 \\     n_2 \\     n_2 \\     b \\     B - B' \end{array} $	= 1,76  An  = + 2,347  = 187  = 15000  = 2820 [c]	np [cgs] Ω gs]
$i_2$	Hres	n	w	∆в	$i_2$	$H_{\mathrm{res}}$	n	w	⊿в
2,00 1,418 0,700	+ 9,77 + 15,43 + 22,45	144 111 154	5 000 15 000 15 000	850 1676 2327	<b>1,498</b> 1,100 0,60 <b>0</b>	+ <b>4,88</b> 5 + 8,79 +1 <b>3</b> ,67	53,5 205 142	5 000 5 000 15 000	316 1210 2143
c) c E 1 u	$J_1 = 2,5$ $J_1 = + 12,22$ $n_1 = 195$ $n_1 = 150 000$ B = 13 500	$\begin{array}{c} J_2\\ H_2\\ n_2\\ m_2\\ m_2\\ m_2\\ m_2\\ m_2\\ m_2\\ m_2\\ m$	= 1,12  Am $ = + 1,27 $ $ = 186 $ $ = 15 000 $ $ = 2810 [c]$	np [cgsJ Ω gs]	d) J H n w	$a_1 = 2,0$ $a_1 = +9,77$ $a_1 = 185$ $a_1 = 150 000$ $a_2 = 12 800$	$\begin{array}{c} J_2\\ H_2\\ n_2\\ w_2\\ B-B' \end{array}$	$= 0,913 \text{ A} \\ = + 0,83 \\ = 184 \\ = 15 000 \text{ A} \\ = 2780 \text{ [c]}$	mp [cgs] Ω gs]
0,85 0,65 0,45 0 <b>,25</b>	+3,91 +5,86 +7,82 +9,77	76,5 183,5 170 150	5 000 5 000 10 000 15 000	451 1083 1785 2265	0,699 0,500 0,252	+2,93 +4,885 +7,33	64 178 196,5	5 000 5 000 10 000	378 1050 2063
e) 5 H u	e) $J_1 = 1,5$ $J_2 = 0,722$ Amp $H_1 = +7,328$ $H_2 = +0,293$ $[cgs]$ $n_1 = 204,3$ $n_2 = 185$ $w_1 = 125000$ $w_2 = 15000 \Omega$ B = 125000 $R = 22500$ $[acgs]$			mp [cgs] Ω gs]	f) J H n w 1	$i_1 = 1, I$ $i_1 = +5,37$ $i_1 = 184$ $i_1 = 125 000$ $i_2 = 10630$	$egin{array}{c} J_2\ H_2\ n_2\ w_2\ B-B' \end{array}$	= 0,569  A = - 0,196 = 185,5 = 15 000 A = 2800 [c	mp [cgs] Q gs]
0,595 0,407 0 <b>,25</b> 0	+ <b>1</b> ,515 +3,37 +4,885	37,5 159 111,5	5 000 5 000 15 000	221 938 1684	0,431 0,300 0,151	+1,172 + <b>2,445</b> +3,910	48,5 152,5 182,0	5 000 5 000 10 000	286 900 1910
g) j H m u j		$egin{array}{c} & J_2 \ H_2 \ n_2 \ n_2 \ m_2 \ B - B' \end{array}$	$= 0,432 \text{ A} \\ = -0,537 \\ = 184,5 \\ = 15000 \text{ A} \\ = 2790 \text{ [c]}$	mp [cgs] Ω gs]	$\begin{array}{c} \mathbf{h} ) \qquad J_1 \\ H_1 \\ n_1 \\ w_1 \\ W_2 \\ B \end{array}$	u = 0,206 $u = + 1,007$ $u = 185$ $u = 150000$ $v = 1395$	$egin{array}{c} J_2 \ H_2 \ n_2 \ w_2 \ B-B' \end{array}$	$= 0,206 \text{ Ar} \\ = -1,007 \\ = 183,5 \\ = 15 000 \text{ Ar} \\ = 2770 \text{ [c]}$	mp [cgs] Ω gg]
0,300 0,198 0,10 <b>1</b>	+0,733 +1,73 +2,68	64,5 177 182	5 000 5 000 10 000	381 1044 1910	0,065 0,09 0,103 0,181	+0,371 +0,127 ±0,00 -0,752	30,5 54,5 74,5 185,0	5 000 5 000 5 000 10 000	180 322 440 1940

Zahlentafel IX.

stand ausgehen und ein verschiedenes Induktionsintervall umfassen; vielmehr beginnt jede Magnetisierungsschleife mit einer anderen Induktion B, die jedesmal durch Kommutation des zugehörigen Stromes  $J_1$  gesichert wurde. Dafür wurde aber der Unterschied der Sättigungsgrenzen (B-B') für sämtliche Magnetisierungsprozesse möglichst gleich (= 2800) gewählt. Die größten Abweichungen von diesem Wert sind nur =  $\pm 3$  vH und können das Gesamtbild nicht wesentlich beeinträchtigen. Der erste Teil der Magnetisierungsprozesse, der Hinweg, wurde entsprechend der ersten Versuchsreihe (vgl. Abb. 4) bestimm. Für den zweiten Teil, den Rückweg, wurde das bei der zweiten Versuchsreihe beschriebene Versuchsverfahren angewandt (vgl. Abb. 6). Die letzte Kurve hist mit der Kurve h der ersten Versuchsreihe (vgl. Abb. 4) identisch, die Kurve bmit Kurve i der zweiten Versuchsreihe (vgl. Abb. 8).

Bei der Auswertung der Hysteresisflächen (Zahlentafel X) zeigt sich nun — wie schon der Augenschein der Abb. 10 lehrt — daß für die 8 Magnetisierungszyklen mit gleicher Amplitude durchaus nicht die Ummagnetisierungsarbeiten gleich sind. Diese nehmen vielmehr mit der absoluten Höhe der Induktion beträchtlich — bis zu einem mehr als vierfachen Werte — zu. In Abb. 10 sind die Ummagnetisierungsarbeiten für die Amplitude  $(B - B') = \infty$  2800 über den zugehörigen Ausgangsinduktionen *B* aufgetragen. Die Kurve zeigt einen stetigen Verlauf.

	В	<b>B</b> '	⊿в	<b>f</b> qcm	a Erg
a	+15 410	+12 580	2830	4,47	8 <b>9</b> 0
b c	+14 700 +13 500	+11 880 +10 690	2820 2810	3,52 3,01	700 598
d e	+12 800 +11 800	+10020 + 9000	2780 2800	2,49 2,10	495 417
f g	+10630 + 8830	+ 7 830 + 6 040	2800 2790	2,01	399 314
g	+ 8 830	+ 6 040	2790	1,58	314

Zahlentafel X.

Zum Beweise dafür, daß diese den Steinmetzschen Versuchen widersprechenden Ergebnisse nicht etwa eine Folge des abweichenden Verfahrens seien, war es notwendig, die mit Gleichstrom durchgeführten Magnetisierungsversuche durch dynamische Versuche mittels Wechselstromes nachzuprüfen, wie sie von Steinmetz bei der Magnetisierung von weichem Eisen ausschließlich verwandt wurden. Gleichzeitig war zu hoffen, daß diese vergleichenden Messungen einen Beitrag zur Lösung der noch immer umstrittenen Frage lieferten, ob und wie weit die magnetischen Prozesse — insbesondere die mit ihnen verknüpften Verluste — von der Magnetisierungsgeschwindigkeit abhängig sind.

Wiederum bildeten den Ausgangspunkt

#### symmetrische Magnetisierungsprozesse

unter Verwendung reinen Wechselstromes. Der Strom wurde für sämtliche Wechselstrommessungen einer älteren Maschine von Schuckert & Co. entnommen, die bei einer über die Oberfläche des Ringankers fein verteilten Wicklung eine vorzüglich glatte Spannungskurve bei fast genau sinusförmigem Charakter liefert. Im übrigen gelangten bei den vorliegenden Messungen die beiden Schaltungen nach Abb. 11 und 13 zur Verwendung, die erstere zur Aufnahme der Magnetisierungskurve, die letztere zur Bestimmung der Eisenverluste.

Bei der Schaltung nach Abb. 11 wurde von der Dynamo D, deren Umlaufzahl sich mit Hülfe des Framschen Frequenzmessers F genau auf 1500 — entsprechend v = 50 Perioden — einstellen ließ, die bekannte Wicklung  $z_1$  mit 500 Windungen erregt. Es wurden der magnetisierende Strom J und die Maschinenspannung  $E_p$  mittels dynamometrischer Präzisionsinstrumente von Hartmann & Braun gemessen und der Verlauf der *EMK*- und der Stromkurve mit einem modernen Oszillographen der Siemens-Schuckert Werke durch photographische Momentaufnahmen, Abb. 12, festgelegt. Zu diesem Zwecke wurde die eine Meßschleife des Oszillographen über einen Widerstand  $r_{\rm I}$  an die früher für den Galvanometeranschluß benutzten 50 Windungen gelegt, die andere Meßschleife mit einem Vorschaltwiderstand  $r_{\rm II}$  an einen in den Hauptstromkreis eingeschalteten Widerstand w = 0,212  $\Omega$ . Die infolge der Aufnahme der *EMK*-Kurve vorhandenen sekundären Amperewindungen sind von so geringer Größe, daß sie den Primärstrom J und sein Bild praktisch nicht beeinflussen. Die Primärspannung wurde unter Vermeidung eines Vorschaltwiderstandes im Hauptkreis lediglich durch Regelung der Maschinenerregung verändert, so daß die Spannungskurve fast genau ihren Sinuscharakter bewahrte.

Aus der Klemmenspannung  $E_p$  ergibt sich unter Berücksichtigung des Ohmschen Widerstandes im Primärkreis die elektromotorische Kraft E in genügender Annäherung zu  $V\overline{E_p^2 - J^2 W^2}$ . Die Werte E und J sind zusammen mit den bei Auswertung der Oszillogramme gewonnenen Ergebnissen in Zahlentafel XI zusammengestellt.

		Scheitelfaktor	Formfaktor				
	$E_1$			$B_{\max}$	J	Scheitelfaktor	$J_{\max}$
	Volt	der EMK	-Kurve		Amp		Amp
a	25,0	I,42	1,11	4 480	0,26	1,334	0,347
b	55,0	1,42	1,12	9 780	0,556	<b>1</b> ,664	0,925
е	74,7	1,42	1,12	<b>13</b> 340	1,086	2,08	2,255
d	87,8	1,45	1,11	15 800	2,47	2,36	5,86
е	95,1	1,46	1,12	16 500	4,66	<b>2</b> ,34	10,89

Zahlentafel XI.

In den Oszillogrammen entspricht eine halbe Periode  $\frac{1}{100}$  sk. Zur Bestimmung des Ordinatenmaßstabes wurden die  $\overline{EMK^2}$ - und  $J^2$ -Kurven bestimmt und die Wurzeln der durch Planimetrierung gefundenen mittleren Höhen zu den abgelesenen Effektivwerten in Vergleich gesetzt. Sodann wurde aus dem von der EMK-Kurve eingeschlossenen Flächeninhalt  $(\int e dt)$  unter Berücksichtigung des Maßstabes die höchste Sättigung:

$$B_{\max} = \frac{1}{2} \frac{10^8}{z_1 q^{\text{qem}}_0} \int_{0}^{\frac{1}{2}} e^{\text{Volt}} dt [cgs],$$

für die Stromkurven der Scheitelfaktor berechnet. Bei einiger Sorgfalt erhält man auf diese Weise genauere Werte als durch jedesmalige Eichung des Oszillographen mittels Gleichstromes. Auch erschien der beschriebene Weg zur Berechnung der Induktion genauer als die übliche Berechnung nach der Induktionsformel, obwohl für den vorliegenden Fall Form- und Scheitelfaktor aller *EMK*-Kurven einen annähernd sinusförmigen Verlauf beweisen.

Die Bestimmung der Eisenverluste erfolgte - wie schon erwähnt - in einer besonderen Versuchsreihe (Zahlentafel XII) unter Benutzung einer Anordnung nach Abb. 13. Primär wurde wieder die Wicklung z1 gespeist, auf der Sekundärseite aber diesmal der größeren Uebersetzung wegen die Wicklung 22 mit 1000 Windungen benutzt. Der sekundär angeschlossene Spannungsmesser erlaubte, unmittelbar die elektromotorische Kraft  $E_2$  zu messen. Zur Berechnung der Sättigungen  $B_{\max}$  wurden die früher aus den Oszillogrammen gewonnenen Umrechnungsfaktoren verwandt. Der mit der Spannungsspule ebenfalls auf der Sekundärseite liegende Leistungsmesser maß außer der Eisenleistung  $(A = A_h + A_w)$  nur noch die in den beiden Spannungskreisen verzehrte Energie, die – an sich gering – aufs genaueste in Rechnung gesetzt werden konnte. Selbstverständlich mußten die Angaben nach dem Uebersetzungsverhältnis 2:1 reduziert werden. Durch die Trennung in 2 Versuchsreihen gelang es also, sowohl die Eisenverluste bei den verschiedenen Induktionen genau zu messen ohne die Ungenauigkeit, die bei der Messung auf der Primärseite infolge der schwer kontrollierbaren Wärmeverluste unvermeidlich ist - wie auch die zur Magnetisierung erforderlichen Ströme ohne Einfluß sekundärer Lasten genau zu bestimmen und oszillographisch aufzunehmen.

Zahlentafel XII.

	$egin{array}{c} m{E}_1 \ { m Volt} \end{array}$	B <sub>max</sub>	<b>A</b> Watt	A <sub>h</sub> Watt	Aw Watt
I	7,9	I 410	0,78	0,67	0.1
2	18,0	3 2 2 5	3,13	2,47	0,52
3	25,0	4 480	4,95	4,08	1,0
4	39,9	7 1 50	10,59	8,43	2,57
5	55,4	9 9 1 5	18,83	14,15	4,94
6	65, I	11675	24,86	18,6	6,83
7	75,0	13 450	33,25	23,9	9, <b>1</b>
8	82,0	14 675	39,69	28,2	10,8
9	87,8	15 800	46,30	34,0	12,4
10	93,0	16350	51,82	36,5	13,3



a















Mitteilungen. Heft 134.

Die Schwierigkeit eines Vergleichs der mit Wechselstrom und der ballistisch gewonnenen Ergebnisse wird erschwert durch die bei Verwendung von Wechselstrom trotz der Unterteilung des Eisens nicht unerheblichen Wirbelströme. Diese werden heute wohl allgemein als eine sekundäre Last des untersuchten Transformators betrachtet, die eine Vergrößerung des Primärstromes zur Folge haben muß. Es addiert sich zu dem eigentlichen »Magnetisierungsstrom« die sogenannte »Wirbelstromkomponente«, die, da die Bahnen der Wirbelströme mit großer Annäherung als Leiter von reinem Ohmschem Widerstand anzusehen sind, mit der Sekundär- und Primär-EMK in Phase sind und auch ihrer Kurven-Hieraus ergibt sich aber, daß der Einfluß der Wirbelströme im form folgen. Augenblick der höchsten Induktion, wo die EMK = 0 wird, zu vernachlässigen ist. Es muß also die aus den oben gewonnenen Werten für  $B_{\max}$  und  $J_{\max}$ (Zahlentafel XI) konstruierte Magnetisierungskurve mit den ballistisch gefundenen Ergebnissen übereinstimmen, wenn überhaupt die magnetischen Verhältnisse des Eisens an sich bei Gleich- und Wechselstrom dieselben, d. h. von der Frequenz der Magnetisierung unabhängig sind. Abb. 14 scheint diese letztere in der Literatur noch nicht überall anerkannte Ansicht zu bestätigen. Die kleinen Ab-



weichungen — im Höchstfall etwa 2 vH — lassen sich zwanglos aus Zeichenund Meßfehlern beim Auswerten der Oszillogramme erklären. Es geht auch aus diesen Messungen hervor, daß die dynamische Aufnahme von Magnetisierungskurven ohne Oszillogramme unmöglich ist, daß aber anderseits die neueren Oszillographen tatsächlich nicht nur für qualitative, sondern auch für quantitative technische Messungen geeignet sind.

In Abb. 15 sind durch die Kurve I die mit dem Leistungsmesser bestimmten gesamten Eisenverluste A in Abhängigkeit der höchsten Induktionen (Zahlentafel XII) dargestellt; außerdem wurden zu den gleichen Induktionen unter Be-



nutzung der ballistisch gefundenen Koeffizienten (vgl. Abb. 5) die Hysteresisarbeiten  $A_h = V \operatorname{ccm} \eta \ v \ B_{\max}$ <sup>1,6</sup> 10<sup>-7</sup> Watt gesondert berechnet und durch ein Kreuz bezeichnet. Die Unterschiede  $(A - A_h)$  mußten also, wenn die Hysteresis bei Gleich- und Wechselstrommagnetisierung gleichmäßig auftritt, als Wirbel-

stromverluste  $A_w$  zu erklären sein. Daß dies tatsächlich möglich ist, beweist Kurve II in Abb. 15, welche von den Gesamteisenverlusten A die nach der Formel

# $A_w = V \operatorname{cem} \xi \, \imath^2 B^2_{\max} \, \mathrm{Io}^{-7} \operatorname{Watt}$

mit einem mittleren Wert<sup>1</sup>)  $\xi = 3.1 \cdot 10^{-7}$  berechneten Wirbelstromverluste abtrennt. Die vorliegenden, vergleichenden Messungen bestätigen also die Ansicht, daß sowohl die Magnetisierung selbst wie die Größe des Ummagnetisierungsverlustes für einen Zyklus bei Gleich- und Wechselstrommagnetisierung völlig dieselbe, d. h. von der Frequenz unabhängig ist. Voraussetzung bei Aufstellung und Anerkennung dieses Satzes ist allerdings, wie schon obige Rechnungen zeigen, die Berücksichtigung der Wirbelströme als einer sekundären Erscheinung, die, von äußeren Faktoren z. B. der Blechdicke abhängig, bei der Beurteilung der eigentlichen magnetischen Verhältnisse wenigstens rechnerisch ausgeschaltet werden muß, so lange dies beim Versuch selbst durch Anwendung unendlich dünner Blechstärken nicht möglich ist. Dies ist von vielen Forschern wohl nicht genügend erkannt worden, z. B. von all denen, die aus den bei dynamischen Magnetisierungsversuchen mit dem Oszillographen, der Braunschen Röhre oder dergl. aufgenommenen Strom- und Spannungskurven Hysteresisschleifen konstruiert und aus ihrem Verlauf und Flächeninhalt ohne genügende Beachtung der mit dem Quadrat der Frequenz steigenden Wirbelstromverluste Rückschlüsse auf die Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften ihres Versuchsmateriales von der Magnetisierungsfrequenz gezogen haben.

In Abb. 16 ist aus einem Oszillogramm (Abb. 12c) der Verlauf des Magnetisierungsprozesses konstruiert worden. Wie man sieht, ist der Flächeninhalt der dabei entstehenden Schleife wesentlich größer als der Inhalt der im Anschluß an die ballistischen Versuche zum Vergleich eingezeichneten Hysteresisschleife. Es stellt zwar auch die mit Wechselstrom gewonnene Kurve eine »Hysteresisschleife« in dem Sinne dar, daß sie das Nachhinken des magnetischen Prozesses hinter dem magnetisierenden Strom bei Hin- und Rückgang veranschaulicht, aber ihr Flächeninhalt stellt nicht allein die bei einem Zyklus verlorene Ummagnetisierungsarbeit, d. h. die bei der Umlagerung der Moleküle verbrauchte Energie, sondern die gesamte dem Eisen des Transformators zugeführte Energie dar unter Einschluß des sekundär als Nutzleistung oder als Wirbelstromverlust erscheinenden Betrages. Der von Ewing für die reine Ummagnetisierungsarbeit gegebene Beweis läßt sich ohne weiteres in diesem Sinne verallgemeinern. Mit zunehmender sekundärer Belastung des Transformators müßte sich die aus dem Strom und der Primär-EMK konstruierte Schleife entsprechend mehr und mehr verbreitern und ihr Flächeninhalt zunehmen. Die Gesamtfläche gäbe immer die gesamte primär dem Eisen zugeführte Energie; die bei der Umwandlung der elektrischen Energie in magnetische infolge Hysteresis verlorene Arbeit würde durch die innerste von der Belastung unabhängige Schleife dargestellt; die Differenzfläche endlich enthielte die sekundär wiedererscheinende (elektrische) Energie, die Wirbelstrom- und die Nutzleistung. Es ist dies, wie schon von Steinmetz an einer Stelle angedeutet, die Kehrseite zu der Erscheinung, daß man durch Erschütterung des Eisens während der Magnetisierung einen Teil der Molekulararbeit durch äußere mechanische Arbeit decken und so die »Hysteresisschleife« auch beliebig verkleinern kann.

Es dürfte wohl wenig Fragen in der technischen Wissenschaft geben, die so heiß umstritten worden sind, wie die Frage nach dem Verhältnis zwischen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Die Veränderlichkeit von  $\xi$  infolge Erwärmung des Eisens blieb unberücksichtigt.

Gleich- und Wechselstrommagnetisierung. Bedeutende Forscher haben ausgedehnte Versuche gerade in dieser Richtung angestellt, und fast jeder - möchte man sagen — ist zu anderen Ergebnissen gekommen. Die einen haben starke Steigerungen der Ummagnetisierungsarbeit bei zunehmender Frequenz festgestellt, andere wieder eine starke Abnahme, wenige eine angenüherte Uebereinstimmung bei Gleich- und Wechselstrommagnetisierung. Eine eingehende Kritik der verschiedenen Versuche wird dadurch sehr erschwert, daß die einzelnen Forscher die verschiedensten Verfahren mit den ihnen anhaftenden Mängeln angewandt und nicht einmal die grundlegenden Begriffe gleichmäßig aufgestellt haben. Der Hauptfehler der meisten scheint aber in einer nicht ganz klaren Erkenntnis und ungenügenden Berücksichtigung der Wirbelströme zu suchen Nachdem die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit durch gute Ueberzu sein. einstimmung zwischen den ballistischen und den Wechselstromversuchen erwiesen haben, daß bei voller Würdigung der Wirbelströme wenigstens bis zu 50 Perioden die reine Ummagnetisierungsarbeit für den Zyklus von der Frequenz unabhängig ist, liegt die Vermutung sehr nahe, daß auch bis zu Hochfrequenz



trotz entgegenstehender älterer Versuche keine Aenderung in der reinen Ummagnetisierungsarbeit eintritt. Jedenfalls scheint dieser Schluß so viel Berechtigung zu haben, daß er durch die bisher vorliegenden — offensichtlich nicht einwandfreien und sich widersprechenden — Arbeiten nicht entkräftet wird. Auch eine von mehreren Forschern beobachtete Erscheinung, die sich darin zeigen soll, daß der Höchstwert des magnetisierenden Wechselstromes zeitlich nicht mit dem der magnetischen Sättigung zusammenfällt, läßt sich zwanglos als eine Folge der Wirbelströme erklären, ohne daß es nötig wäre, dafür den neuen Begriff der Viskosität einzuführen.

Hiernach war vorauszusehen, daß auch die im Folgenden mitgeteilten

#### dynamischen Untersuchungen von unsymmetrischen Magnetisierungsprozessen

die gleichen Ergebnisse liefern mußten, wie die entsprechenden früheren ballistischen Messungen (Abb. 8 und 10). Es wurde die in Abb. 17 dargestellte Anordnung benutzt, die zu der Anordnung nach Abb. 13 nur noch eine Akkumulatorenbatterie B hinzufügt. Diese letztere diente dazu, die Spule durch Gleichstrom  $J_{\mathcal{G}}$  zu erregen und dem Eisen eine entsprechende Sättigung  $B_0$  zu erteilen. Wurde sodann von der mit der Batterie in Reihe geschalteten Dynamo eine Wechselspannung hinzugegeben, so wurde das Eisen magnetischen Prozessen, ähnlich denen in Fig. 8 und 10, unterworfen, indem sich über den Gleichstrom ein Wechselstrom lagerte. Die Wechselstromspannung wurde wieder allein durch die Erregung der Dynamo geregelt, die Gleichstromspannung durch Zu- und Abschalten einzelner Akkumulatorenzellen. Bei Vermeidung jeglichen Vorschaltwiderstandes war also stets in guter Annäherung eine sinusförmige Wechsel-EMK zu erwarten. Die 5 Versuchsreihen I bis V (vergl. in Zahlentafel XIII die wagerechten Reihen) unterscheiden sich lediglich durch die Zahl der eingeschalteten Akkumulatorenzellen (o bis 4), d. h. durch die Größe der Gleichstromkomponente  $J_G$  und die Höhe der Grundsättigung  $B_0$ . Innerhalb dieser 5 Reihen wurde – soweit die Versuchseinrichtungen es gestatteten – auf 10 bestimmte Werte der EMK (zwischen 7,9 und 93 V) eingeregelt, so daß immer die untereinander stehenden Versuche Magnetisierungsprozesse von gleicher EMK und gleicher Kraftlinienamplitude sind. Stellte man also die sämtlichen Vorgänge bildlich zusammen, so würde jede der 10 senkrechten Reihen eine der Abb. 10 ähnliche Tafel ergeben und magnetische Kreisprozesse von gleicher Amplitude mit den verschiedensten absoluten Sättigungswerten enthalten.

Ich verzichtete darauf, aus den zu Versuchsreihe 1, 5 und 9 aufgenommenen Oszillogrammen, Abb. 18a bis 18l, die magnetischen Prozesse zeichnerisch darzustellen, da die Schleifen wegen der Wirbelströme doch kein reines Bild der Hysteresis gegeben hätten und auch die richtige Lage der einzelnen Schleifen

		Jani	Unita	101 2	7111.					
	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$\mathbf{E} = 7,9$ $\varDelta B = 2820$	18,0 6450	<b>2</b> 5,0 8960	39,9 14300	55,4 19830	65,1 23350	75 <b>,0</b> 26900	81,9 29350	87,8 31603	93 Volt <b>32</b> 700
I $\circ$ Zellen $J_G = \circ$ Amp	A' = 1,20 $A_h = 0,68$ a	5, <b>2</b> 8 <b>2,61</b>	7,20 <b>3,95</b>	<sup>1</sup> 5,25 8, <b>02</b>	26,80 <b>13,89</b> f	35,00 <b>18</b> , <b>03</b>	46,75 <b>24</b> , <b>15</b>	49,50 <b>28,89</b>	57,60 <b>33,9</b> i	64,50 <b>38,52</b>
I Zelle $J_G = \infty \circ,75$ Amp	$egin{array}{c} A'={f 1,85}\ A_h={f 1,33}\ b \end{array}$	7,00 <b>4,33</b>	9,20 5,95	17,40 <b>10</b> , <b>17</b>	28,00 15,09 g	35,50 <b>18,53</b>	46,75 <b>24,15</b>	48,60 <b>27,99</b>	57,00 <b>33,3</b> k	63,90 <b>37</b> , <b>92</b>
III	$ \begin{array}{c c}     A' = 2,30 \\     A_h = 1,78 \\     c \end{array} $	8,00 5,33	10,20 6,95	18,75 11,52	28,60 15,69 h	36,75 <b>19</b> ,78	46,75 <b>24</b> , <b>15</b>	48,00 <b>27,39</b>	56.4 <b>32,7</b> 1	
IV $3$ Zellen $J_G = \infty 2,25$ Amp	$ \begin{array}{c}     A' = 2,50 \\     A_h = 1,98 \\     d \end{array} $	8,50 5,83	11,3 <b>8,05</b>		_		_			
V 4 Zellen $J_G = \infty$ 3,0 Amp	$\begin{array}{c} A' = 2,60\\ A_h = 2,08\\ e \end{array}$	<sup>8,75</sup> <b>6,08</b>			· -		-	; <del></del>		
Wirbelstromverlust .	$A_w = 0, \mathbf{I}$	0,52	1,0	2,57	4,94	6,83	9,1	10,8	12,4	13,3Watt
Wattmeterverlust	$=\frac{\overline{E_{p2}}^2}{w_1}=0,25$	1,29	1,25	2,12	3,07	3,38	4,5	4,46	5,13	5,77 »
Voltmeterverlust	$=\frac{E_{p2}^2}{w_2}=0,17$	0,86	1,0	2,54	4,90	6,76	9,0	5,35	6,17	6,91 »

Zahlentafel XIII.

Den Versuchen der 1., 5. und 9. Reihe sind zur Orientierung die Bezeichnungen (a bis 1) der ihnen angenähert entsprechenden Oszillogramme beigefügt. Die Abweichungen erklären sich daraus, daß die oszillographischen Aufnahmen den Einbau eines Shuntes erforderten und während der Aufnahmen auch nicht die EMK, sondern die primäre Klemmenspannung mit dem Voltmeter gemessen wurde.



22 —

Abb. 18 a bis 1.

im Gesamtbild äußerst schwer — wenn nicht gar unmöglich — genau festzustellen ist. Die Oszillogramme wurden lediglich aufgenommen, weil die einfache Ueberlegung kaum das Bild der zu erwartenden Kurvenzüge vermitteln kann. Die Aufnahmen zeigen, daß die Stromkurve unter dem Einfluß der Gleichstromkomponente — namentlich in der Gegend des Knies der Magnetisierungskurve — ihren Charakter vollständig ändert. Die unsymmetrische Gestalt ist bedingt durch den Verlauf der Magnetisierungskurve, die mit zunehmender Sättigung für gleiche Kraftlinienamplituden stark wachsende Stromamplituden verlangt.

Zahlentafel XIII gibt die zahlenmäßigen Werte der Versuche: die auf die Primärseite reduzierte elektromotorische Kraft E und die gesamte — im Eisen und auf der Sekundärseite — verzehrte Energie A'. Durch Abzug der für jede Spalte gleichen übrigen Verluste: der mit  $\xi = 3, 1.10^{-7}$  Watt berechneten Wirbelstromverluste  $A_w$  und der im Spannungs- und Leistungsmesser verlorenen Energie, ergab sich der Hysteresisverlust  $A_h$ . Diese Messungen können sich nicht an Anschaulichkeit und Genauigkeit mit den ballistischen Versuchen messen. Aber sie bieten doch wertvolle Dienste, indem sie eine Nachprüfung der früheren Messungen bilden und sogar die aus diesen gewonnenen Anschauungen erweitern. Die Spalte 1, welche die Magnetisierungsprozesse mit kleinster Kraftlinienamplitude enthält und den ballistischen Versuchen nach Abb. 10 am nächsten kommt, zeigt genau die gleiche Tendenz hinsichtlich der Abhängigkeit des Hysteres:sverlustes von dem absoluten Sättigungswert. Für die 5 Magnetisierungsprozesse kann man gleiche Kraftlinienamplitude  $\mathcal{I}B$  voraussetzen, da die EMK bei fast unveränderlicher sinusförmiger Kurvenform in genau gleicher Größe gemessen wurde; die 5 Kreisprozesse unterscheiden sich lediglich durch den Absolutwert der Sättigungsbereiche, in denen sie sich abspielen. Während der erste Versuch ohne jede Gleichstromkomponente noch die völlig symmetrische Hysteresisschleife der reinen Wechselstrommagnetisierung ergibt, liegt der 5. Versuch bereits zum großen Teil oberhalb des Knies der Magnetisierungskurve. Bei sämtlichen 5 Prozessen müßte nach dem Steirmetzschen Satz

$$\boldsymbol{A}_{h}^{\mathrm{Erg}} = V^{\mathrm{cem}} \eta \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{1,6}$$

die Hysteresisarbeit, den gleichen Wert ergeben. Wir sehen aber wieder, daß ganz im Gegenteil die Arbeitsbeträge außerordentlich — bis zum dreifachen Betrage — zunehmen.

Gleichzeitig ist aber deutlich zu erkennen, daß die Unterschiede mehr und mehr verschwinden und die Hysteresisarbeitswerte der unsymmetrischen Kreisprozesse sich gemäß Steinmetz denen der symmetrischen nähern, je größer die Amplituden der Magnetisierungsprozesse werden. In Versuchsreihe 7 ( $\varDelta B =$ rd. 27000) erscheint das Steinmetzsche Gesetz bereits haarscharf erfüllt, bei größeren Amplituden scheint sogar mit zunehmender absoluter Sättigung eine Abnahme der Hysteresisarbeit verbunden zu sein. Auch bei der zweiten ballistischen Versuchsreihe (vergl. Abb. 8 und Zahlentafel VIII) hatte sich gezeigt, daß die bei unsymmetrischen Kreisprozessen festgestellte Abweichung von dem Steinmetzschen Gesetz mit zunehmender Amplitude geringer wurde und schließlich ganz verschwand. Wieder besteht also volle Uebereinstimmung zwischen den Ergebnissen der ganz verschiedenartigen Versuche mit Gleichund Wechselstrom.

Wenn man es unternimmt,

#### die Schlußfolgerungen

aus der vorliegenden Arbeit zu ziehen, so erscheint es notwendig, auf die sehr nahe liegende Frage einzugehen, wie die Abweichungen der Steinmetzschen von den oben mitgeteilten Versuchen zu erklären sind. Selbstverständlich ist es bei fremden Arbeiten kaum möglich, einen Umstand mit Bestimmtheit als Quelle für irgend welche Erscheinungen zu bezeichnen. Doch ist es möglich, einige Punkte zu kennzeichnen, die bei einer Kritik der Steinmetzschen Versuche wohl nicht übersehen werden dürfen. Zunächst scheint Steinmetz den Einfluß der Wirbelströme unterschätzt und sie zum Teil ganz vernachlässigt zu haben. Mögen die Wirbelstromverluste vielleicht auch bei den 0,42 mm starken Blechen nicht allzugroß gewesen sein; jedenfalls können sie schon genügen, um beim Vergleich von Prozessen verschieden großen Kraftlinienintervalls Abweichungen von dem Gesetz  $\frac{A_h}{V} = \eta \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{1,6}$  zu verdecken, indem die Hysteresisverluste bei den Prozessen größerer Kraftlinienamplitude relativ zu groß erscheinen. Fraglich erscheint es auch, ob Steinmetz immer mit genügender Genauigkeit sinusförmigen Verlauf für die EMK voraussetzen und die maximale Sättigung einfach aus dem Effektivwert der EMK berechnen durfte. Selbst unter der Annahme, daß die von ihm benutzte Maschine eine sinusförmige Klemmenspannung lieferte, wird doch die EMK-Kurve durch den Vorschaltwiderstand verzerrt worden sein, mit dem Steinmetz die Gleichstromkomponente reguliert hat. Dies kann zu nicht unbeträchtlichen Fehlern geführt haben, zumal auch die Ströme ebenfalls gegen Steinmetz' Erwartung - nicht im geringsten dem Sinusgesetz folgen und außerordentlich hohe Scheitelwerte aufweisen (vergl. z. B. Abb. 18g, h, i, k). Bezüglich der mit dem Differential-Magnetometer von Eickemeyer durchgeführten Versuche muß man nach den von Steinmetz im Bilde mitgeteilten Proben zunächst vermuten, daß er hierbei kaum üher das Knie der Magnetisierungskurve hinausgekommen sein dürfte, wo die oben mitgeteilten Erscheinungen besonders deutlich werden. Auch dürften die Magnetisierungsprozesse mit kleiner Amplitude, auf die augenscheinlich besonders großer Wert zu legen ist, von der bereits auf Seite 13 gekennzeichneten Ungenauigkeit des magnetometrischen Verfahrens vornehmlich beeinflußt worden sein.

Die in der vorliegenden Arbeit mitgeteilten Messungen beweisen also zunächst die Ungültigkeit des erweiterten Steinmetzschen Gesetzes:  $a^{\text{Erg}} = \eta \left(\frac{B_1 - B_2}{2}\right)^{1,6}$ . Aus den in Abb. 10 dargestellten Versuchen geht hervor, daß magnetische Kreisprozesse gleicher Amplitude und verschiedener absoluter Induktion außerordentlich verschiedene Energiemengen verbrauchen. Dieses Ergebnis hat eine praktische Bedeutung für die Berechnung der Eisenverluste in allen Fällen, wo das Eisen nicht von reinen Gleich- oder Wechselströmen magnetisiert, sondern gleichzeitig mehreren induzierenden Einflüssen unterworfen wird. Hierher gehört z. B. die gleichzeitige Induktion durch Gleich- und Wechselström oder überhaupt durch Ströme verschiedener Frequenz; ferner die Induktion des im Wechselfeld rotierenden Ankers eines Wechselstrommotors, die Induktion durch Ströme, deren Pulsationen aus Grund- und Oberschwingungen zusammengesetzt sind, usw.

Die magnetischen Vorgänge im Rotor eines Wechselstrom-Reihenmotors sollen als praktisches Beispiel näher betrachtet werden. Das von der Statorwicklung erzeugte feststehende Wechselfeld kann man — wie es Ferraris für die Theorie des Einphasen-Induktionsmotors vorgeschlagen hat — in zwei unveränderliche Drehfelder zerlegen, deren jedes einzeln halb so stark ist wie das Wechselfeld im Augenblick seines Höchstwertes, und die beide — einander entgegen — synchron mit dem erregenden Wechselstrom umlaufen. Da nun wenn vielleicht auch nicht mit absoluter Genauigkeit, so doch sicher in größter Annäherung — die Verhältnisse für »drehende« und für Wechselstrommagnetisierung gleich sind, so ergeben beide Drehfelder zusammen die Wirkung des Wechselfeldes.

Bei völlig synchronem Lauf des Motors bewegt sich der Rotor synchron mit dem einen Felde, das im gleichen Sinn umläuft. Eine Ummagnetisierung findet hierbei also nicht statt. Gegenüber dem andern Drehfeld hat jedoch der Rotor eine Schlüpfung von 200 vH. Daraus folgt »drehende Magnetisierung« des Rotoreisens mit der doppelten Frequenz des primären Wechselstromes. Es müssen sich also ganz ähnliche magnetische Vorgänge abspielen wie bei den in Zahlentafel XIII wiedergegebenen Versuchen mit kombinierter Gleichund Wechselstrommagnetisierung. Das erstere (synchrone) Drehfeld entspricht der früher durch Gleichstrom erzeugten »Grundsättigung«, über die sich unter dem Einflusse des entgegengesetzt umlaufenden zweiten Feldes Pulsationen wie bei Wechselstrommagnetisierung lagern.

Sobald der Motor nicht synchron läuft, besitzt die »Grundsättigung« keinen festen Wert mehr, vielmehr wird der Rotor dann auch durch das erste Drehfeld zyklischen Magnetisierungsprozessen — und zwar mit der Frequenz der Schlüpfung — unterworfen. Abb. 19 zeigt für einen solchen Fall schematisch die



Uebereinanderlagerung der beiden Felder. Die Pulsationen ergeben zyklische Prozesse, wie sie oben mit besonderer Rücksicht auf die Ummagnetisierungsverluste näher untersucht worden sind.

Darüber hinaus gewinnen die Ergebnisse aber theoretische Bedeutung, wenn wir sie vom Standpunkt der Molekular-Theorie betrachten. Im Gegensatz zu Magnetisierungsprozessen unterhalb des ersten Knies der Magnetisierungskurve, die fast ohne Energieverluste umkehrbar sind, müssen magnetische Prozesse bei höheren Induktionen nach Ewing erhebliche Energiebeträge erfordern, und zwar scheinen diese Beträge für Zyklen gleicher Amplitude (vgl. Abb. 10) zunächst langsam zuzunehmen in dem Maße, wie die Molekülketten bei absolut höheren Induktionen mehr und mehr gesprengt werden; in dem Sättigungsgebiet aber, wo schon der scharfe Bogen in der Magnetisierungskurve bedeutsame Veränderungen im Gefüge des Materials erkennen läßt, steigen die Ummagnetisierungsverluste in starker Progression. Es ist vielleicht zweckmäßig, von einer »spezifischen Ummagnetisierungsarbeit« für jeden magnetischen Sättigungsgrad in dem Sinne zu sprechen, daß diese Arbeit die Energievergeudung bei einem Kreisprozesse mit einer Einheitsamplitude darstellt und ein Charakteristikum für das molekulare Gefüge des Materials in der betreffenden Zone bedeutet. Ueber das Verhalten des Materials in noch höheren Sättigungsgebieten jenseits des zweiten magnetischen Knies gibt diese Versuchsreihe keinen Aufschluß, vielleicht aber die Versuchsreihen in Zahlentafel XIII. Auch hier sehen wir innerhalb der ersten Reihen (1 bis 6), daß die bei der Ummagnetisierung vergeudete Energie für Kreisprozesse gleicher Amplitude mit der absoluten Größe der Induktion zunimmt. Es ist aber auch deutlich erkennbar, daß diese Unterschiede mit der Vergrößerung der Magnetisierungsamplitude mehr und mehr verschwinden. Je mehr sich die Flächen der einzelnen Kreisprozesse überdecken, um so weniger tritt das in den verschiedenen Induktionszonen beobachtete spezifische Verhalten des Materials hervor. Es können also z. B. die Schleifen (aus einer der Reihen 3 bis 6), die sich zwar in den absoluten Sättigungswerten noch von einander unterscheiden, aber so große Amplituden besitzen, daß sie doch sämtlich das obere Knie der Magnetisierungskurve mit der an dieser Stelle beobachteten großen Energievergeudung umfassen, schließlich keine großen Unterschiede in der Hysteresisarbeit aufweisen. Auffallend ist aber die Erscheinung, daß in den 3 letzten Reihen (8 bis 10), wo die Schleifen einen Sättigungsbereich von ungefähr 30000 Kraftlinien/gem umfassen und sich in ihrem größten Teil decken, die Kreisprozesse mit absolut höheren Induktionswerten eine Abnahme der Hysteresisarbeit aufweisen. Dies läßt mit Sicherheit darauf schließen, daß bei sehr hohen Induktionen die »spezifische Ummagnetisierungsarbeit« (in dem oben definierten Sinne) wieder abnimmt, auch im Einklang mit der Molekulartheorie. Erinnert man sich ferner der von mehreren Forschern (z. B. von Rayleight und Roeßler) einwandfrei nachgewiesenen Tatsache, daß unterhalb des ersten magnetischen Knies bei schwachen Induktionen die Hysteresisarbeiten sehr klein werden, so erkennt man, daß die von Ewing aus der Molekulartheorie abgeleiteten Gesetze für den Hysteresisverlust in den einzelnen Sättigungsgebieten durch die Versuche nunmehr voll bestätigt sind.

Nachdem so ein mathematisch vorläufig nicht festzulegender Zusammenhang zwischen Hysteresisverlust und Induktion festgestellt ist, kann man sich der Ueberzeugung nicht verschließen, daß eine so einfache Beziehung wie das von Steinmetz für symmetrische Kreisprozesse aufgestellte Gesetz

# $a^{\mathrm{Erg}} = \eta B_{\mathrm{max}}^{1,6}$

nur in beschränktem Umfang und nur für einen Sättigungsbereich gelten kann, wo sich die »spezifische Ummagnetisierungsarbeit« nicht wesentlich oder doch wenigstens stetig mit der Induktion ändert, d. h. in dem für die Praxis wichtigen Teil der Magnetisierungskurve zwischen dem ersten und zweiten Knie. Immerhin stimmt bei symmetrischen Magnetisierungsprozessen, wie ja auch die oben mitgeteilten Versuche (Zahlentafel V) zeigen, die Steinmetzsche Beziehung auch noch in weiteren Grenzen mit praktisch meist genügender Annäherung, weil der Energiezuwachs in den höheren Sättigungsgebieten im Verhältnis zu dem allen Prozessen gemeinsamen großen Energiebetrag bei mittlerer Induktion nicht sehr groß ist.

Der Umstand aber, daß überhaupt die verschiedensten Stoffe für einen großen Bereich mit großer Annäherung einem Gesetz wie dem Steinmetzschen folgen, läßt doch schließen, daß die Magnetisierungsvorgänge bestimmten mathematischen Gesetzen folgen müssen. Da die obigen Versuche gezeigt haben, daß der Hysteresisverlust nicht nur von der Induktionsamplitude, sondern wesentlich auch von der absoluten Größe der Induktion abhängt, in deren Bereich der magnetische Prozeß sich vollzieht, so ist zu erwarten, daß man den allgemeinen Gesetzen für die Magnetisierung und Hysteresis näher kommt, wenn man statt der bisher fast ausschließlich beobachteten symmetrischen die unsymmetrischen Kreisprozesse zum Gegenstand eingehender Untersuchung macht. (Forschungsarbeiten Heft 134)







# Watzinger und Nissen: Versuche über die Druckänderung in der Rohrleitung einer Francis-Turbinenanlage bei Belastungsänderungen.

#### auf Leerlauf.

_	_	-	-	-	-	-	-	 -	-	-	-	 _	_	_	L	_	_	_	P	-	-	-
																						Γ



Ergebnisse der Regelversuche.

Zu nachstehender Zusammenstellung sind Zahlentafel 2 S. 35 und der Text S. 37 bis 44 heranzuziehen.

Uebereinstimmend mit den Figuren 18 bis 29 und 32 bis 34 stellen dar die obere Kurve: die Schwankungen der Umlaufzahl der Turbine; die mittlere Kurve: die Bewegung des Servomotorkolbens; die untere Kurve: die Druckänderungen in der Rohrleitung vor der Turbine (-----) und auf der Zwischenstelle (------).

Die Darstellung ist bezogen auf die Zeit. Der eigentliche Regelvorgang umfaßt nur den ersten Teil der Kurve vom Augenblicke e der Eröffnung bis zur Wiedereröffnung a der Turbinenschaufeln.

I. Regelversuche mit normaler Anordnung der Regelung mit Druckregler. Versuch 1 bis 7.

II. Regelversuche nach Ausschaltung des Druckreglers. Versuch 8 bis 10.



# Versuche über die Druckänderungen in der Rohrleitung einer Francis-Turbinenanlage bei Belastungsänderungen.

Von Prof. Dr. A. Watzinger, Drontheim, und Ingenieur Oscar Nissen, Kristiania.

Bei Wasserkraftanlagen ruft das strömende Wasser in längeren Rohrleitungen gefährliche Stöße hervor, wenn die Leistung des Kraftwerkes plötzliche Veränderungen erfährt. Ohne genaue Kenntnis der Art und Erscheinungsform dieser Stöße hat man bereits seit längerer Zeit versucht, ihre Wucht durch Steigrohre, Schwingdüsen, Druckregler, Sicherheitsventile und dergl. zu dämpfen. Aber erst der in den letzten Jahren in Angriff genommene Ausbau von Kraftanlagen mit großen Fallhöhen, langen Rohrleitungen und größeren Wassergeschwindigkeiten hat diesen Erscheinungen eine mehr allgemeine Bedeutung gegeben. So entstanden mehrere Theorien über die Druckänderungen in Turbinenrohren, unter denen die Abhandlung von L. Alliévi: »Teoria generale del moto perturbato dell' acqua nei tubi in pressione« eine erschöpfende Darstellung der Vorgänge bietet<sup>1</sup>). Eingehendere auf Versuchen



<sup>1</sup>) Die im Jahre 1903 in den »Annali della Società degli Ingeneri ed Architetti erschienene Abhandlung ist durch eine erweiterte Uebersetzung von R. Dubs in deutscher Sprache allgemein zugänglich gemacht. (Ueber die veränderliche Bewegung des Wassers in Rohrleitungen Berlin 1910, Julius Springer.)

beruhende Untersuchungen über die Regelungsvorgänge und Druckänderungen in Rohrleitungen sind dagegen nicht veröffentlicht. Es mögen daher im folgenden einige Versuche mitgeteilt werden, die im Dezember 1910 in dem Städtischen Elektrizitätswerk in Haugesund (West-Norwegen) ausgeführt worden sind.

#### Beschreibung der Anlage.

Die Länge der Rohrleitung, 2400 m, in Verbindung mit dem geringen Gefälle, 57 m, machte die Anlage in Haugesund für eine solche Untersuchung besonders geeignet, da bei Belastungsänderungen in der Rohrleitung im Verhältnis zum hydrostatischen Druck große Druckänderungen auftreten und gleichzeitig die Druckwellen eine verhältnismäßig große Amplitude haben.

Abb. 1 und 2 geben einen Lageplan der untersuchten Rohrleitungsanlage. Das Oberwasser bildet ein vom Elektrizitätswerk etwa  $2^{1}/_{2}$  km entfernter See,



Abb. 3 und 4. Damm- und Verteilanlage bei Eivindsvand. Maßstab 1:150.

Eivindsvand. Eine ältere Leitung von 300 mm Dmr. dient ausschließlich zur Wasserversorgung der Stadt, während die Versuchsleitung an eine im Elektrizitätswerk aufgestellte Francis-Turbine angeschlossen werden kann, die den für die Wasserversorgung der Stadt nicht erforderlichen Ueberschuß an Wasser nutzbar macht. Abb. 3 und 4 zeigen Damm- und Verteilanlage bei Eivindsvand. Während der Versuche war Ventil a offen, b und c geschlossen.





Abb. 8 und 9. Turbinenregelung mit Druck-

Die Versuchsleitung ist auf die ganze Länge in der Erde verlegt und besteht aus 3,56 m langen gußeisernen Rohren von 600 mm innerem Durchmesser und 24 mm Wandstärke. Die Rohre sind durch Verstärkungsringe, Bleipackung und Muffen von 800 mm Außendurchmesser verbunden. An den drei höchsten Punkten der gußeisernen Leitung in 360, 1420 und 1970 m Entfernung vom Damm sind Luftventile — normale Brand-Ventile — eingebaut. Der unterste Teil der Leitung dicht vor dem Kraftwerk (rd. 37 m) besteht aus genieteten Stahlplatten von 6 mm Blechstärke.

Abb. 5 bis 7 zeigen die Einmündung der Rohrleitung in das Kraftwerk und die Gesamtanordnung der Turbinenanlage mit Generator. Der aus dem Felsen ge-

regler und Sicherheitsgetriebe. Maßstab 1:25.



sprengte Unterkanal mündet einige Meter unterhalb des Kraftwerkes in den Karmsund (Smedesund).

Die von der A.-G. Thunes Mekaniske Verksted in Kristiania gebaute Spiralturbine dient zum Antrieb eines Verbund-Gleichstromgenerators mit Hülfspolen der Siemens-Schuckert Werke von 500 V und 330 Amp bei 750 Uml./min. Die Turbine, Abb. 8 und 9, hat 520 mm Laufraddurchmesser und zwölf 60 mm hohe Leitschaufeln mit einer größten Eröffnung von 58 mm. Die Drehschaufeln werden in üblicher Weise durch einen Hartung-Regler und einen Servomotor mit Druckwasser aus der Hauptleitung geregelt. Die Umlaufzahl kann durch Verlegen des Drehpunktes d des Regler-Stellhebels mittels Handrades für jede Belastung in gleicher Höhe eingestellt werden. Mit dem Regelgetriebe in mittelbarer Verbindung steht der Druckregler, der bei größeren und raschen Geschwindigkeitsänderungen das Ventil a anhebt und hierdurch, wenn die Turbine rasch schließt, die zusammengepreßten Wassermassen der Druckleitung an der Turbine vorüber in die Saugleitung führt.

Zur weiteren Erhöhung der Betriebsicherheit dient das symmetrisch zum Druckregler eingebaute Sicherheitsventil, dessen Hubkolben in Wirksamkeit tritt, wenn der Druck in der Rohrleitung trotz Eingreifens des Druckreglers zu hoch ansteigt.

Das Schwungmoment der Turbine mit Schwungrad und Generator beträgt rd.  $GD^2 = 4050 \text{ kgm}^2$  und verteilt sich auf die bewegten Massen mit 3800 kgm<sup>2</sup> für das Schwungrad, je 20 kgm<sup>2</sup> für Laufrad und Bandkupplung und rd. 210 kgm<sup>2</sup> für den Generatoranker.

#### Die Versuchseinrichtungen.

Durch selbstaufschreibende Vorrichtungen mit elektromagnetischen Zeitkontakten wurden folgende Größen bei den Entlastungsversuchen aufgezeichnet:

- 1) die elektrische Belastung,
- 2) die Schwankungen der Umlaufzahl der Turbine,

3) die Bewegung der Regelgestänge, aus der sich die Aenderung der Leitschaufelquerschnitte berechnet,

4) die Druckänderungen des Wassers in der Rohrleitung,

5) die Veränderung der Wassermenge und der Geschwindigkeit in der Rohrleitung.

Hierzu dienten folgende Einrichtungen:

1) Die Ermittlung der elektrischen Belastung erfolgte durch Messung von Spannung und Stromstärke vermittels aufzeichnender Geräte von Dr. Th. Horn in Leipzig-Großzschocher. Die Strom- und Spannungsmesser, Abb. 10 und 11, sind nach dem Drehspulenprinzip Deprez-d'Arsonval für ein Meßbereich von 300 bis



Abb. 10 und 11. Selbstaufzeichnender Strom- und Spannungsmesser. Maßstab 1:6.

600 V und von 0 bis 350 Amp gebaut. Um bei der hohen Papiergeschwindigkeit von 2 bis 12 mm/sk eine rasche Einstellung der Zeiger zu ermöglichen, wurde das Magnetsystem mit dem 16 fachen Zeigerdrehmoment normaler Schreiber ausgeführt. Mit Wirbelstromdämpfung in der Spule und Luftdämpfung wird eine scharfe und aperiodische Zeigereinstellung erzielt. Das 115 mm breite Papierband wird durch eine an der Auflaufrolle angeordnete Feder (Zugwerk) gespannt. Reibrollen im Uhrwerkantrieb ermöglichen 12 verschiedene Papiergeschwindigkeiten. Die kleinen Elekromagnete e zeichnen die Zeitkontakte auf. Sämtliche Schreiber sind geschlossene Flüssigkeitsschreiber.

2) Die Schwankungen der Umlaufzahl der Turbine wurden mittels des Hornschen Tachographen, Abb. 12, aufgenommen. Das Papierband wird durch ein von der Tachographenwelle ungleich angetriebenes, aber mit gleichförmiger Geschwindigkeit ablaufendes Regelwerk abgezogen, mit dem das Werk für die Papierbewegung durch Rollscheiben in Verbindung steht, deren Verstellung für Vorund Rückwärtslauf Papiergeschwindigkeiten zwischen 1 und 20 mm/sk in 6 Abstufungen ermöglicht. In die Vorrichtung ist außer dem Elektromagneten e zur Aufnahme der Zeitkontakte noch ein zweiter Schreiber mit Zugfeder eingebaut, der die Bewegung der Reglermuffe auf das Papierband des Tachographen aufzeichnen soll.

3) Die Bewegung des Regelgestänges der Turbine. Zur Ermittlung der Leitschaufelöffnung wurde die Bewegung des Steuerkolbens durch einen an der Kolbenstange befestigten Flüssigkeitsschreiber auf das Papierband einer Holztrom-

mel von 24 cm Dmr. und 29 cm Höhe aufgeschrieben. Die Trommel wurde durch ein Grammophonwerk und eine Schnur mit rd. 18 mm/sk Papiergeschwindigkeit angetrieben.

4) Zur Aufnahme der Druckschwankungen in der Rohrleitung dienten aufzeichnende Manometer von Schäffer & Budenberg in Magdeburg-Buckau, Abb. 13, mit offenen Flüssigkeitsschreibern an dem 26 cm langen Zeigerarme. Die Auflaufrolle *a* des Papierbandes wird mittels Schnecken- und Zahnradgetriebes durch Gleichstrommotor angetrieben. Die Papiergeschwindigkeit betrug



Abb. 12. Hornscher Tachograph. Maßstab 1:7,5.

ursprünglich, je nach Einstellung des Uebersetzungsverhältnisses, 0,5 und 1 mm/sk und wurde durch Umbau des Rädergetriebes (in Haugesund) auf 2 bis 2,5 mm/sk erhöht.



Abb. 13. Aufzeichnendes Manometer mit Elektromotor und Kontaktuhr. Maßstab 1:5. Mitteilungen. Heft 134.

Da die Druckschwankungen sich mit abnehmender Stärke von der. Turbine aus längs der ganzen Rohrleitung fortpflanzen, war es erwünscht, die Druckmessungen an mehreren Stellen der Rohrleitung auszuführen. Als Meßstellen wurden gewählt: eine Anbohrung im Turbinendruckrohr unmittelbar vor Eintritt in das Spiralgehäuse und das ungefähr in der Mitte der Leitung angeschlossene Luftventil (bei 1470 m, in Abb. 1 und 2, »Zwischenstelle«).

Das Manometer vor der Turbine wurde mit einem Kupferrohr angeschlossen und so aufgestellt, daß der Wassereintritt in das Manometer mit Turbinenmitte zusammenfiel. Das Manometer hatte einen hydrostatischen Druck von 52,9 m und war für 8 at gebaut.

Das Manometer in der Zwischenstelle wurde durch ein Kupferrohr an das dortige Brandventil angeschlossen. Zur Speisung des Motors für den Antrieb der unteren Papierrolle wurde eine besondere Kraftleitung verlegt. Der hydrostatische Druck für Manometereintritt betrug 25,8 m. Das Manometer hat ein Meßbereich von 0 bis 6 at.

5) Für die Wassermessung in der Rohrleitung war ursprünglich geplant, hinter der Ventilkammer in Eivindsvand einen Venturi-Messer mit Druckaufzeichnung einzubauen, um während der Versuche die Veränderung der Wassermengen aufnehmen zu können. Da jedoch die Lieferzeit des Venturi-Messers den Versuchsbeginn zu lange verzögert hätte und der Einbau örtlichen Schwierigkeiten begegnete, wurde auf die Aufzeichnung der Wassermengen verzichtet und die Messung mit Woltmann-Flügel vorgenommen. Der von A. Ott in Kempten im Allgäu gelieferte Flügel, Bauart Escher, wurde bei d, Abb. 3, in die äußere Einlaufkammer eingebaut und konnte auf einer Stange in fünf verschiedenen Lagen, s. Abb. 14, eingestellt werden. Die mittlere Wassergeschwindigkeit wurde aus den Beobachtungswerten unter Einführung der zugehörigen halbringförmigen Querschnitte berechnet.



#### Abb. 14. Verteilung der Wassergeschwindigkeit über den Rohrquerschnitt bei Versuch II bis XI.

Die elektrischen Meßgeräte wurden während der Versuche durch Präzisionsinstrumente nachgeprüft. Die beiden Manometer wurden eine Woche später an einem Manometerprüfapparat mit Quecksilbersäule im Maschinenlaboratorium der technischen Hochschule in Trondhjem geeicht. Die Eichung des Woltmann-Flügels hatte die liefernde Firma übernommen.

Die Zeitkontakte wurden durch eine Sekundenkontaktuhr gegeben, welche in dem im Kraftwerk aufgestellten aufzeichnenden Manometer seitlich eingebaut war. Die Zeitschreiber sämtlicher aufzeichnender Geräte wurden mit der Kontaktuhr durch eine Leitung vom Kraftwerk zur Zwischenstelle in Reihe geschaltet. Die im Boden liegende Rohrleitung diente als Rückleitung. Die Kontaktleitung konnte durch Herausnehmen eines Stöpsels b an der Seitenwand des Manometers, Abb. 13, unterbrochen werden. Es waren 21 Trockenelemente erforderlich, um alle Schreiber zur Wirkung zu bringen. Eivindsvand, Werk und Zwischenstelle wurden durch Telephon verbunden.

#### Versuchsausführung und Ergebnisse.

Die Versuche wurden in der Zeit vom 25. November bis 1. Dezember 1910 vorbereitet und am 2. und 3. Dezember ausgeführt. Sie zerfallen in zwei Gruppen:

1) Wassermeßversuche bei gleichbleibender Belastung mit Aufnahme der elektrischen Leistung, der Wasserführung in der Rohrleitung und der Stellung des Regelgestänges. Diese Messungen wurden für 11 verschiedene Belastungen vom Leerlauf bis zur größten Leistung durchgeführt (Zahlentafel 1).

2) Regelversuche für verschiedene Belastungen der Turbine bei Entlastung auf Leerlauf (Zahlentafel 2). Bei den Regelversuchen (1 bis 7) für Belastungen von 9,7 bis 146 KW arbeitete die Regelung in der normalen Anordnung des Be-

#### Zahlentafel 1 und 2.

Versuche an der Francis-Turbinenanlage in Haugesund am 2. und 3. Dezember 1910.

Vei	suchs-	Zeit	Wasser- menge	Dmr. des Servo- motor- kolbens	elektrische Leistung	Schaufe	löffnung
Nr.	Tag		cbm/sk	$\mathbf{m}\mathbf{m}$	KW	$\mathbf{m}\mathbf{m}$	q <b>c</b> m

#### Wassermessungen.

I	2.	Dez.	3 30	0,128	-	Leerlauf	_	-
п	3.	»	$12^{00}$	0,131	rd. 6,0	Leerlauf mit	1,6	0,96
III	3.	»	$11^{00}$	0,133	rd. 6,0	<sup>3</sup> Erregung	1, 6	0,96
IV	3.	»	100	0,151	11,5	9,7	$^{3,2}$	1,92
v	3.	»	$2^{30}$	0,167	16,0*	17,2	4, 4	2,64
VI	3.	»	4 <sup>15</sup>	0,184	20,6*	26,1	-	
VII	2.	»	11 <sup>10</sup>	0,239	33,0	49,0	10,1	6,0
VIII	2.	»	1 <sup>30</sup>	0,298	53,0	81,7	16,6	10,0
IX	2.	»	$2^{00}$	0,409	82,8	129,9	27,2	16,3
х	2.	»	4 <sup>30</sup>	0,410	84,5*	131,0	27,6	17,1
XI	2.	»	$2^{30}$	0,463	95, 5	146,0	32,0	19,2

#### Regelversuche. Belastungen vor dem Abschlag.

mit Druckregle
----------------

			mit	t Druckre	gler		
1	3. Dez.	1 <sup>15</sup>	0,151	11,5	9,7	3,2	
2	3. »	$2^{45}$	0,161*	14,4	15,5	4,0	
3	3. »	$3^{25}$	0,177*	17,9	23,9	5,1	
4	2. »	$12^{15}$	0,227*	$^{32,3}$	48,3	9,9	
5	2. »	11 <sup>15</sup>	0,230*	33,0	48,7	10,1	
6	2. »	$4^{45}$	0,386*	78,3	121,5*	25,8	
7	2. »	$2^{30}$	0,463	95,5	146,0	32,0	
			<b>o</b> hn	e Druckre	egler		
8	3. »	$5^{05}$	0,150*	11,0	9,6*	3,1	
9	3. »	$5^{35}$	0,185*	21,5	28,2	6,2	-
10	3. »	$5^{50}$	0,267*	32,3	48,3	9,9	

Die mit \* bezeichneten Werte sind den aus den Beobachtungswerten aufgezeichneten Kurven entnommen.

triebes mit eingeschaltetem Druckregler und Sicherheitsventil. In drei weiteren Versuchen (8 bis 10) für Belastungen von 9,6 bis 48,3 KW war der Druckregler ausgeschaltet. Die größeren Belastungen wurden durch wassergekühlten Drahtwiderstand, die kleineren durch Wasserwiderstand erzeugt.

Die Verteilung der Wassergeschwindigkeit im Meßquerschnitt d der Dammanlage, s. Abb. 3, zeigt Abb. 14 für die Versuche II bis XI. Die Wasserströmung ist infolge der Strömungsverhältnisse in der oberen Querschnitthälfte größer als in der unteren. Die Verschiebung nimmt mit der Wassermenge zu.

Der Druck des Wassers vor der Turbine und an der Zwischenstelle (Zahlentafel 3) nimmt gegenüber dem hydrostatischen Drucke des Ruhezustandes von 52,9 und 25,8 m mit zunehmender Wasserführung ab, infolge der Zunahme der Rei-

Versuch Nr.	Wassermenge	Druck vor der Turbine	Druck an der Zwischenstelle
	cbm/sk	at	at
II/III	0,132	5,26	2,57
1	0,151	5,21	2,56
<b>2</b>	0,161	5,20	2,56
3	0,177	5,20	2,56
4	0,227	5,11	2,50
6	0,386	4,70	2,24
7	0,463	4,50	2.11
8	0,150	5,26	2.56
9	0,185	5,19	2.56
10	0,227	5,14	2,55
_	0.0	rd. 5.29	rd. 2.58

Zahlentafel 3. Wasserdrücke in der Rohrleitung.

bungsverluste mit wachsender Geschwindigkeit. Die beobachteten Druckverluste sind der Leitungslänge genau, dem Quadrate der Geschwindigkeit annähernd proportional, Abb. 15. Wird der Leitungswiderstand w in m Wassersäule diesen Größen proportional und dem Durchmesser umgekehrt proportional gesetzt:

$$w = \lambda \frac{l^m}{\partial^m} \left( \frac{v^2}{2g} \right),$$

so ist für die untersuchte Leitung der Widerstandskoeffizient  $\lambda$  im Mittel 0,025. Diese Zahl stimmt gut mit dem nach Lang zu erwartenden Werte überein (vergl. »Hütte« [20. Auflage] Bd. 1 S. 271 bis 273), während sich aus den älteren Formeln von Weisbach und Darcy etwas geringere Druckhöhenverluste berechnen ( $\lambda = 0,023$  und 0,021).



Abb. 15. Wasserdrücke in der Rohrleitung und Druckverluste, bezogen auf das Quadrat der Wassergeschwindigkeit.

Den Zusammenhang zwischen Wasserführung, elektrischer Belastung und Bewegung des Regelgestänges kennzeichnen die Abb. 16 und 17. Abb. 16 gibt die Stellung des Servomotorkolbens für verschiedene Belastungen sowie den konstruktiven Zusammenhang zwischen Schaufeleröffnung und Kolbenstellung. Abb. 17 zeigt



Abb. 17. Elektrische Leistung. Stellung des Servomotorkolbens und Schaufeleröffnung, bezogen auf die Wasserführung.

die Veränderung der elektrischen Leistung mit zunehmender Wassermenge sowie die Stellung des Servomotorkolbens und die Eröffnungsquerschnitte der Leitschaufeln. Die Schaufeleröffnung ist der Wasserführung proportional.

#### Die Ergebnisse der Regelversuche.

Die elektrische Belastung wurde direkt auf leerlaufenden Generator ohne magnetisierte Pole abgeschaltet. Die Umlaufzahl wurde vor jeder Entlastung auf 750 eingeregelt.

Die genaue Wiedergabe des gesamten Versuchsmaterials bleibt der späteren Veröffentlichung vorbehalten. In den Abb. 18 bis 29 sind für einige Versuche (1, 4, 7 und 9) die für den ersten Teil des Regelvorganges wichtigsten Kurven zusammengestellt. Für jede Versuchsreihe wurden die Schwankungen der Umlaufzahl, die Bewegungen des Servomotorkolbens und die Druckschwankungen in der Rohrleitung vor der Turbine (I) und auf der Zwischenstelle (II) eingezeichnet. Aus den Bewegungen des Servomotorkolbens können die Eröffnungsquerschnitte der Leitschaufeln mittels Abb. 16 abgeleitet werden. Da beide Kurven nahezu proportional verlaufen, wurden die Eröffnungsquerschnitte nur in der Versuchsreihe für größte Belastung, Abb. 25, eingezeichnet. Die Druckschwankungen in der Rohrleitung wurden auf die Höhenlage von Eivindsvand bezogen. Sie sind daher gegenüber der Nullordinate um den Betrag der Reibungsverluste verschoben.



In sämtlichen Versuchen kommt deutlich die zeitliche Aufeinanderfolge der dargestellten Vorgänge zum Ausdruck. Durch die Ausschaltung der Belastung wird die Maschine beschleunigt. Die Umlaufzahl wächst, und die Reglermuffe wird dadurch angehoben, wie Abb. 24 zeigt. Unmittelbar nach dem Anhub des Reglers setzt sich der Servomotorkolben in Bewegung und schließt die Leitschaufeln mit nahezu gleichförmiger Bewegung. Infolge der Verkleinerung der Leitschaufelquerschnitte wird die in der Rohrleitung befindliche Wassermasse angehalten und zusammengepreßt, indem die Wassergeschwindigkeit zuerst in dem untersten Teil des Rohres abnimmt, so daß dieser sich etwas erweitert, während das Wasser zusammengepreßt wird. Der Druck steigt an, und die Drucksteigerung pflanzt sich rasch längs der Rohrleitung nach oben fort, entsprechend der Pressung, welche das in Bewegung befindliche Wasser in dem darüber liegenden Teile der Leitung ausübt. Hat die Druckwelle den Oberwasserspiegel erreicht, so sind über dieser Stelle keine Wassermassen mehr in Bewegung, hier bleibt der Druck demzufolge unverändert.

Bei dem weiteren Schließen der Schaufeln muß sich die Wassergeschwindigkeit derart einstellen, daß sie über die ganze Leitungslänge proportional mit der Absperrgeschwindigkeit abnimmt. Für den unteren Teil der Rohrleitung nimmt die Geschwindigkeit noch nicht entsprechend dieser Proportionalität ab, indem das



Wasser schneller zuströmte, als es den Teil der Rohrleitung verließ, der sich auf Grund der Drucksteigerung ständig erweiterte.

Nachdem die Druckwelle den Oberwasserspiegel erreicht hat, nimmt somit der Druck immer noch in der Rohrleitung nach abwärts zu, und der Druckfall, welcher dem stationären Zustand entspricht (daß die Verminderung der Wassergeschwindigkeit mit der Absperrgeschwindigkeit übereinstimmt), stellt sich erst im oberen Teile der Rohrleitung ein und pflanzt sich rasch nach unten bis zur Turbine fort.

In dieser »ersten Phase« der Druckänderung, dem sogen. direkten Stoß, (s. z. B. Abb. 20 und 29) begrenzt zuerst eine nach oben und dann eine nach unten gehende Welle den Teil der Rohrleitung, in welchem der Druck stetig zunimmt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a der Druckwelle hängt von der Elastizität des Rohres und des Wassers ab und ermittelt sich aus den vorliegenden Versuchen zu a = 1000 m/sk.



Versuch 7. Entlastung von 146,0 KW auf Leerlauf (mit Druckregler).

Die erste Phase dauert daher  $\frac{2L}{a} = \frac{2 \cdot 2400}{1000} = 4,8$  sk für das Manometer vor der Turbine und  $\frac{2 \cdot 1470}{1000} = 2,9$  sk für das Manometer an der Zwischenstelle. Der Druckanstieg beginnt auf der Zwischenstelle  $\frac{2400-1470}{1000} = \frac{930}{1000} = 0,93$  sk nach Beginn des Druckanstieges vor der Turbine. (Vergl. Abb. 20, 23, 26, 29.)

Sind die Leitschaufeln am Ende des direkten Stoßes noch nicht vollständig geschlossen, so stellt sich nach Alliévis Theorie für die ganze Leitung ein stationärer Druckzustand ein. Wenn nämlich der Abschluß der Schaufeln proportional der Zeit erfolgt, entspricht der Druckfall längs der Rohrleitung einer gleichmäßigen Abnahme der Wassergeschwindigkeit auf null. Diese Zwischenphase dauert so



lange an, bis die Schaufeln völlig abgeschlossen haben. Die Bedingung für ihr Auftreten ist die, daß die Schließzeit T (s. Abb. 19, 22, 25, 28) größer ist als die Zeitdauer der ersten Phase des direkten Stoßes, also  $T > \frac{2L}{a}$  (4,8 sk). Da dies bei allen Versuchen der Fall ist, war zu erwarten, daß sich nach dem ersten Druckanstieg für kurze Zeit ein gleichbleibender Druck einstellen würde. Dies ist nun, wie die Druckkurven erkennen lassen, nicht eingetreten. Der Druck fällt nach der ersten Phase mehr oder minder stark ab. Nur bei Versuch 1, Abb. 19 und 20, der eine verhältnismäßig große Schließzeit aufweist, kommt die Zwischen-

phase deutlicher zur Ausbildung, während in den Versuchen, in denen sich die Schließzeit 4,8 sk nähert (Versuch 4, Abb. 22 und 23), der Uebergang zur letzten Phase sehr scharf ansetzt, die Zwischenphase also nahezu verschwindet. Die undeutliche Ausprägung der Zwischenphase ist darauf zurückzuführen, daß die Schaufeln vor dem Abschluß schleppender schließen und daß der Druckzustand zwischen Leitschaufeln und Laufrad der Francis-Turbine den Vorgang beeinflußt. Dieser dämpft den Druckanstieg vor der Turbine, indem beim Schließen der Leitschaufeln der Druck hinter den Leitschaufeln sinkt. Infolge dieser Erscheinung sind auch die



und größter Druckanstieg vor der Turbine und an der Zwischenstelle, bezogen auf die Wassermenge.



Abb. 31. Prozentuale Zunahme der Umlaufzahl bei der Entlastung, bezogen auf das Produkt aus Schaufeleröffnung und Schließzeit.



Abb. 32

beobachteten Höchstdrücke am Ende der ersten Phase wesentlich geringer (etwa  $^{1}/_{2}$  bis  $^{1}/_{3}$ ) als die sich aus den Alliévischen Formeln unter Voraussetzung gleichbleibenden äußeren Druckes ergebenden Werte.

Nach dem völligen Abschluß der Schaufeln setzt die letzte Phase ein, indem die Zusammenpressung des Wassers und die beim Abschluß vorhandenen Ueberdrücke Schwingungen längs der Rohrleitung hervorrufen.

Im Augenblicke des Abschlusses herrscht ein Ueberdruck im untersten Teile der Rohrleitung. Indem nun das Wasser abgesperrt wird, ziehen sich die Rohre unten zusammen und pressen das Wasser aufwärts, solange bis die Rohre eine Spannung angenommen haben, welche dem hydrostatischen Wasserdruck entspricht. Hierbei haben aber die Wassermassen eine gewisse Geschwindigkeit nach oben angenommen und rufen hierdurch einen entsprechenden Unterdruck im unteren Teile der Leitung hervor. So pendelt der beobachtete Druck um den hydrostatischen in Schwingungen, die allmählich durch die Reibungswiderstände des Rohres gedämpft werden. Die Dämpfung ist in den vorliegenden Versuchen sehr bedeutend, s. Abb. 23 und 26, da wahrscheinlich die Leitschaufeln auch in der obersten Stellung des Servomotorkolbens nicht vollkommen dicht abgeschlossen haben.

Die Schwingungszeit beträgt  $\frac{4L}{a} = 9,6$  sk (s. Abb. 26). (Aus ihr berechnet sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *a* der Druckwelle zu dem oben angegebenen Werte von 1000 m/sk.)

Eigentümlicherweise pendeln die Druckschwingungen nicht um den hydrostatischen Druck, wie für eine geschlossene Rohrleitung erwartet werden sollte, sondern um einen gleichmäßig sinkenden Gegendruck, der im unteren Teile der Rohrleitung am größten ist. Auf der 930 m von der Turbine entfernten Zwischenstelle sollten jeweils der höchste und der niedrigste Druck der Schwingungen in der Zeit  $\frac{2 \cdot 930}{1000} = 1,86$  sk unverändert bleiben. Dies kommt jedoch in den aufgenommenen

Kurven nicht deutlich zum Ausdruck.

Während der Druckverlauf in der letzten Phase mehr nur theoretisches Interesse besitzt, sind die beiden ersten Phasen von Bedeutung für die Beurteilung des Druckanstieges vor der Turbine bei plötzlicher Entlastung. Der höchste Druck



auf Leerlauf (mit Druckregler).

bis 34.

tritt, übereinstimmend mit der Berechnung, bei allen Versuchen am Schlusse der ersten Phase, also nach 4,s sk auf. Wird die wirkliche Abschlußkurve durch eine gerade Linie ersetzt gedacht, so ergeben sich, bezogen auf die Wasserführung, die in Abb. 30 eingetragenen Werte für Abschlußzeit und Geschwindigkeit. Die beobachteten Größtdrücke nehmen mit steigender Wassermenge und Schließgeschwindigkeit rasch zu. Sie wurden nur für die Versuche mit kleinerer Belastung eingetragen, da in den Versuchen 6 und 7 mit größter Belastung durch Eingreifen des Druckreglers die Höchstdrücke nicht zur Ausbildung kamen (vergl. Abb. 26). Der Vergleich der Höchstdrücke vor der Turbine mit denen an der Zwischenstelle läßt die auch theoretisch zu erwartende gleichmäßige Abnahme des Druckstoßes von der Turbine aus längs der Rohrleitung erkennen. Der Druckanstieg an der Zwischenstelle beträgt rd. 0,6s des Druckanstieges vor der Turbine.

Schließlich sei noch auf einige Erscheinungen hingewiesen, die nach der Entlastung bei der Einregelung auf Leerlauf eintraten.

Nach der Ausschaltung der Belastung steigt die Umlaufzahl so lange, bis die Schaufeln beinahe vollständig geschlossen haben. Die Zunahme der Umlaufzahl wächst mit der Größe N der ausgeschalteten Belastung und der Zeitdauer T des Schließens und verläuft ungefähr proportional dem Produkte dieser Größen (vergl. Abb. 31, prozentuale Zunahme der Umlaufzahl, bezogen auf das Produkt aus Schaufeleröffnung und Schließzeit). Die Steigerung  $\delta$  der Umlaufzahl ist infolge der Zunahme des Wasserdruckes in der Rohrleitung bedeutend größer, als sich aus der für konstanten Druck ermittelten Gleichung<sup>1</sup>)

$$N\frac{T}{2} = GD^2\frac{\pi^2 n^2}{3600}\delta$$

berechnet.

Da bei geschlossenen Schaufeln die Wasserführung nicht zur Deckung der Leerlaufarbeit ausreicht, sinkt die Umlaufzahl so lange, bis die Schaufeln wieder öffnen. Die Eröffnung erfolgt um so rascher, je länger und vollständiger die Schaufeln geschlossen waren, und dies wiederum hängt von der Zunahme der Umlaufzahl nach der Entlastung ab.

Infolge der Wiedereröffnung der Leitschaufeln strömt eine größere Wassermenge zu und ruft einen Druckabfall vor der Turbine hervor, der sich nach oben durch die Rohrleitung fortpflanzt, in gleicher Weise, wie wenn eine plötzliche Belastungssteigerung vorgenommen worden wäre. Die Umlaufzahl der Turbine wächst, und der Regler stellt nach einigen Pendelungen die richtige Leerlauferöffnung der Leitschaufeln ein (s. Versuch 9 ohne Druckregler, Abb. 27 bis 29).

In den mit Druckregler ausgeführten Versuchen 1 bis 7, Abb. 18 bis 26, ist der Hartung-Regler so belastet, daß das ganze Reglersystem überhaupt nicht zur Ruhe kommt, sondern regelmäßig wiederkehrende Oeffnungs- und Schließperioden aufweist, die für Versuch 2, Abb. 32 bis 34, für einen längeren Zeitraum (etwa 3 Minuten) aufgezeichnet wurden. Die gegenseitige Abhängigkeit von Umlaufzahl, Schaufeleröffnung und Druck in der Rohrleitung ist leicht zu verfolgen.

Die Schaufeleröffnungen erfolgen um so rascher, je größer die ausgeschaltete Belastung war, da der Regler dann im Leerlauf mit höherer Umlaufzahl arbeitet. Die Schwingungsperiode fällt von 30 auf 20 sk entsprechend der Zunahme der Leerlauf-Umlaufzahl von 0,9 auf 6,3 vH der vor der Entlastung vorhandenen Umlaufzahl n = 750.

Die kleinen eigentümlichen Druckvibrationen, welche jeweils den Druckabfall bei Wiedereröffnung der Turbine begleiten (s. Abb. 29 und 34), haben ihre Ursache

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) R. Dubs und A. Utard, Die Beeinflussung des Reguliervorganges, Dinglers Polyt. Journal 1911 S. 136.

darin, daß der Servomotor stoßweise eröffnet. Die Eigenschwingung des Hartung-Reglers fällt nämlich mit der Zeitdauer dieser Druckvibrationen (etwa 0,4 sk) zusammen. Die Vibrationen sind nicht auf Materialschwingungen der Rohrwand oder Pendelungen der Manometerzeiger zurückzuführen.

Zum Schluß noch einige Bemerkungen hinsichtlich der Benutzung der aufzeichnenden Meßgeräte. Die Elektromagnete der Sekundenschreiber, die miteinander in Reihe geschaltet werden, sollen möglichst übereinstimmend gebaut sein, so daß alle mit gleicher Zuverlässigkeit arbeiten. Die Schreiber sollen die Sekunden in zickzackförmigen Kurven aufschreiben. Ein Sekundenpendel ist einem Uhrwerk mit festen Kontakten vorzuziehen. Die Papierbänder werden zweckmäßig durch Uhrwerk und Zugfeder, nicht durch Elektromotoren angetrieben, da diese die Verwendung der Geräte einschränken und oft lange Kraftleitungen erfordern. Die Geschwindigkeit der Papierbänder ist möglichst verstellbar anzuordnen und je nach dem Zweck der Regelversuche zu 5 bis 10 mm/sk zu wählen.

# Versuche über die Spannungsverteilung in gekerbten Zugstäben<sup>1</sup>).

Von Privatdozent Dr.-Ing. E. Preuß.

(Mitteilung aus der Materialprüfungsanstalt Darmstadt.)

Ein Flachstab mit rechteckigem Querschnitt und zwei auf entgegengesetzten Seiten einander gegenüber liegenden Kerben bei A und C, Abb. 1, werde durch die Kraft P auf Zug beansprucht. Der Angriffspunkt der Kraft P sei so gewählt, daß in größerer Entfernung von dem durch die Kerben geschwächten Querschnitt A-C, z. B. in dem Querschnitt A'-C', die durch die Kraft P erzeugte Zugspannung gleichmäßig über den ganzen Stabquerschnitt verteilt ist. In dem durch die Kerben geschwächten Querschnitt A-C ist dann jedoch, sofern die Streckgrenze des Stoffes noch nicht erreicht oder überschritten ist, die durch die Wirkung von P bedingte Zugspannung nicht gleichmäßig verteilt; es tritt vielmehr in der Nähe der Kerben eine nicht unerhebliche Spannungserhöhung ein, die naturgemäß mit einer entsprechenden Spannungsverminderung an den in der Nähe der Mittelachse des Stabes bei J liegenden Stellen verbunden sein



Abb. 2 und 3. Form der Probestäbe.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Dieser Bericht über Versuche an gekerbten Zugstäben schließt an den früheren Versuchsbericht des Verfassers über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben an, vergl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft Nr. 126 und Z. d. V. d. I. 1912 S. 1780.

muß. Die nachstehenden Versuche<sup>1</sup>) sollen zeigen, in welcher Weise die Spannungsverteilung im Querschnitt A-C und insbesondere die auftretende Höchstspannung  $\sigma_{\max}$  in den Punkten A und C innerhalb des Gebietes der elastischen Formänderungen, also innerhalb des Gebietes der Nutzspannungen unserer Bauteile, von der Form und Größe der Kerben abhängig ist.

Als Probestäbe dienten Flacheisen nach Abb. 2 und 3 von 630mm Länge, 75mm Breite und 16mm Dicke. Das Eisen hatte eine Proportionalitätsgrenze von 2320 kg/qcm, eine Streckgrenze von 2600 kg/qcm und eine Zerreißfestigkeit von 3975 kg/qcm. Die Bruchdehnung betrug 31,6 vH und der Elastizitätsmodul 2090000 kg/qcm. Die Probestäbe besaßen in der Nähe ihrer Enden je ein Loch



Abb. 4 bis 11. Form der Kerben und Lage der Meßpunkte.

von 25 mm Durchmesser. Diese Löcher dienten zur Aufnahme von Bolzen, an denen die Zugkraft P angriff. Beide Löcher hatten voneinander den möglichst groß gewählten Abstand von 480 mm, damit im mittleren Stabteile die durch die Wirkung der Kraft P erzeugte Zugspannung möglichst gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilt war, soweit diese Spannungsverteilung nicht durch die Kerben gestört wurde.

Die Kerben befanden sich einander gegenüber in der Stabmitte auf den beiden Schmalseiten der Stäbe. In der Nähe der Kerben waren die Stäbe auf den beiden Breitseiten durch Abdrehen bis auf die Stabdicke *d* von etwa 14,5 mm von der Walzhaut befreit. Diese Bearbeitung war für einen guten Sitz des Spannungsfeinmeßgerätes auf der Oberfläche der Stäbe erforderlich.

Untersucht wurden 8 Probestäbe Nr. 1 bis 8 mit 8 verschiedenen Kerbformen. Die Form der Kerben lassen die Abb. 4 bis 11 erkennen. Stab Nr. 1

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Frühere theoretische und in anderer Weise experimentell ausgeführte Untersuchungen liegen von Leon vor, vergl. »Oesterr. Zeitschrift für den öffentlichen Baudienst« 1908 Nr. 9, 29, 43, 44; »Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der Technischen Hochschule in Wien« 1908 Nr. 1, 3; und »Armierter Beton« 1909 Nr. 9, 10.

hatte eine scharfe rechtwinklige Kerbe von 5 mm Tiefe. Stab Nr. 2 hatte ebenfalls eine scharfe rechtwinklige Kerbe, jedoch von 15 mm Tiefe. Diese Stäbe Nr. 1 und 2 gestatteten also, bei gleicher Kerbform den Einfluß der Kerbtiefe festzustellen.

Stab Nr. 3 hatte eine halbrunde Kerbe mit dem Halbmesser r = 5 mm und Stab Nr. 4 eine gegenüber Stab Nr. 3 vertiefte Kerbe, deren Grund jedoch ebenfalls nach dem Halbmesser r = 5 mm ausgebildet war. Ein Vergleich der Spannungsverteilung in den Stäben Nr. 3 und 4 gibt also bei gleicher Ausrundung des Kerbgrundes Aufschluß über den Einfluß der Kerbtiefe. Stab Nr. 5 hatte gleichfalls eine halbrunde Kerbe, jedoch mit dem Halbmesser r = 15 mm. Der Kreismittelpunkt dieser Kerbe lag in gleicher Weise wie bei Stab Nr. 3 auf der Stabkante. Ein Vergleich der Stäbe Nr. 3 und 5 zeigt daher für Kerben, die durch einen Halbkreis gebildet werden, den Einfluß des Halbmessers auf die Spannungsverteilung.

Die Kerben Nr. 6 bis 8 hatten eine zur Längsachse der Stäbe und zur Richtung der Zugkraft parallele geradlinige Kerbe. Bei Stab Nr. 6 war die Kerbe ein Quadrat, bei Stab Nr. 7 ein senkrecht zur Längsachse gestrecktes Rechteck, dessen Höhe gleich der Seite des Quadrates der Kerbe bei Stab Nr. 6 war. Ein Vergleich der Stäbe Nr. 6 und 7 zeigt daher bei der gleichen geradlinigen Ausbildung des Kerbgrundes den Einfluß der Kerbtiefe. Stab Nr. 8 hatte eine Kerbe in Form eines in der Richtung der Stablängsachse gestreckten Rechteckes. Die Tiefe dieser Kerbe war gleich der Tiefe der Kerbe bei Stab Nr. 6. Die Stäbe Nr. 6 und 8 zeigen also bei gleicher Ausbildung des Kerbgrundes und gleicher Kerbtiefe den Einfluß der Kerblänge.

Die Spannungen wurden durch Messung der Formänderung bestimmt. Hierfür dienten die in Z. d. V. d. I. 1912 S. 1349 beschriebenen Feinmeßgeräte des Verfassers mit 0,7 und 3,3 mm Meßlänge. Das Feinmeßgerät mit 0,7 mm Meßlänge wurde nur zur Feststellung der Formänderungen im Grunde der scharfeckigen Stäbe Nr. 1 und 2 benutzt, sonst wurde stets das Gerät mit 3,3 mm Meßlänge verwendet.

Die Lage der Meßpunkte a, b, c und m ist aus den Abb. 4 bis 11 ersichtlich. Alle Meßpunkte lagen in der durch die Mitte der Kerben senkrecht zur Stablängsachse gehenden Ebene. Die in den späteren Zahlentafeln 2 bis 9 mit »Stabseite I links« (d. h. links von der Stabmittelachse) bezeichneten Meßpunkte lagen den mit »Stabseite II rechts« (d. h. rechts von der Stabmittelachse) bezeichneten Meßpunkten unmittelbar gegenüber, desgleichen die mit »Stabseite I rechts« den mit »Stabseite II links« bezeichneten Meßpunkten.

Ferner wurden auch bei allen Stäben die Formänderungen und Spannungen unmittelbar am Kerbrande gemessen, und zwar ebenfalls in der durch die Mitte der Kerben senkrecht zur Längsachse gehenden Ebene. Diese Meßpunkte am Kerbrande sind in den späteren Zahlentafeln mit » $R^{\alpha}$  (Rand) und die dort gefundenen Spannungen mit » $\sigma_{max}$ « bezeichnet. Hierbei ist für die Stäbe Nr. 6 bis 8 mit geradlinigem, zur Stabachse parallelem Kerbgrunde zu beachten,

daß nach dem eben Gesagten die Messung der Höchstspannungen  $\sigma_{\max}$  an den Meßpunkten R auf der symmetrisch zur Quermittelachse A C liegenden Meßstrecke l, Abb. 12, erfolgte. Auf der Meßstrecke l tritt jedoch nicht die höchste überhaupt im Stabe herrschende Spannung auf. Die größte Spannung dürfte vielmehr an den scharfen Ecken bei x in Abb. 12 herrschen.

Abb. 12. Lage der Meßstrecke R bei den Stäben 6 bis 8. 4

Mitteilungen. Heft 134.

Hinsichtlich des Ansetzens des Meßgerätes an den am Kerbrande liegenden Meßpunkten R sei auf die Ausführungen in Z. d. V. d. I. 1912 S. 1351 und die dortigen zugehörigen Abb. 14 und 15 verwiesen. Im Anschluß an jene Ausführungen sei hiernochmals besonders betont, daß die späteren Angaben für die im Kerbgrunde (Meßpunkte R) der Stäbe Nr. 1 und 2 mit scharfeckigen rechtwinkligen Kerben herrschenden Spannungen nicht als wirliche Spannungs werte aufzufassen sind. Jene Werte haben vielmehr nur als Formänderungs werte zu gelten, die unter den in Z. d. V. d. I. 1912 S. 1351 angegebenen Voraussetzungen berechnet sind und lediglich zum bequemen Vergleich mit den an den übrigen Meßpunkten gefundenen Werten, welche wirkliche Spannungswerte sind, dienen sollen. Aus diesem Grunde sind jene Werte an den Meßpunkten R der Stäbe Nr. 1 und 2 in den Zahlentafeln und Schaubildern auch durch Einklammerung besonders kenntlich gemacht

An allen Meßpunkten *a* bis *c* wurde das Feinmeßgerät je einmal und an allen Meßpunkten *R* mit Rücksicht auf die Wichtigkeit jener Punkte zweimal angesetzt. In jeder Stellung des Feinmeßgerätes wurden die Stäbe je dreimal bis auf die später angegebene Höchstlast  $P_{\max}$  belastet und dann in allen Fällen bis auf die Nullast  $P_0 = 1000$  kg entlastet. Dabei wurden die Formänderungen gemessen. Die bei den jeweils dreimaligen Be- und Entlastungen beobachteten Formänderungen sind in den späteren Zahlentafeln 2 bis 9 unter Versuch 1 bis 3 angegeben.

Die Höchstlast  $P_{\text{max}}$  wurde bei allen 8 Stäben so gewählt, daß bei Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung über den durch die Kerben am meisten geschwächten Querschnitt f (Querschnitt A-C in Abb. 1) die mittlere Spannung  $\sigma_{\rm m} = 750$  kg/qcm betrug. Mit Rücksicht auf die in Zahlentafel 1 angegebenen Abmessungen des Querschnittes f ergaben sich hiernach für  $P_{\rm max}$  folgende Werte:

	des klei	nsten Quer	schnittes	
Stab Nr.	Breite b	Dicke d	Fläche <i>f</i>	Höchstlast P <sub>max</sub>
	mm	mm	qmm	kg
I	65,5	14,48	947	7100
2	45,0	14,54	654	4900
3	65,7	14,43	948	7110
4	44,9	14,42	647	4850
5	44,7	14,48	647	4850
6	65,3	14,40	940	7050
7	45,3	14,51	657	4930
8	65,6	14,43	947	7100

Zahlentafel 1.

An allen Meßpunkten, mit Ausnahme der Punkte R, wurden die Formänderungen sowohl in der Richtung der wirkenden Kraft P (Längsrichtung) als auch senkrecht dazu in der Richtung A-C in Abb. I (Querrichtung) gemessen. Bezeichnet  $\alpha$  die Dehnungszahl,  $\varepsilon$  die spezifische Dehnung und m das Verhältnis der Längs- zur Querdehnung, so gilt für die Spannungen  $\sigma_1$  in der Längsrichtung und die Spannungen  $\sigma_2$  in der Querrichtung:

$$\sigma_1 = \frac{m (m \epsilon_1 + \epsilon_2)}{\alpha (m^2 - 1)}$$
$$\sigma_2 = \frac{m (\epsilon_1 + m \epsilon_2)}{\alpha (m^2 - 1)}.$$

In den Zahlentafeln 2 bis 9 sind die Beobachtungswerte in Einheiten von  $o_{,1}$  mm Zeigerausschlag des Feinmeßgerätes angegeben und mit  $a_1$  und  $a_2$ 

Lage	der Meßpunkte z mittelachse	ur Stab-		1i	n <b>k</b> s					•	rech	its	
Meßpun	kt	• • •	1	R	с	ь	a	m	a	ь	с	j	R
			Reihe I	Reihe 2								Reihe I	Reihe 2
in Ein- 0,1 mm chlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen α <sub>1</sub> )	Versuch I » 2 » 3	123 123 130	130 126 128	56 57 57	54 54 54	55 56 56	55 55 55	53 54 54	54 54 54	58 58 5 <b>8</b>	140 142 139	128 131 131
n C		Mittel	127		57	54	56	55	54	54	58	I	35
Ablesunger heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen α <sub>2</sub> )	Versuch I	-		6 6 7	3 <sup>1</sup> ) 3 <sup>1</sup> ) 2 <sup>1</sup> )	9 <sup>1</sup> ) 9 <sup>1</sup> ) 9 <sup>1</sup> )	7 <sup>1</sup> ) 7 <sup>1</sup> ) 7 <sup>1</sup> )	4 <sup>1</sup> ) 4 <sup>1</sup> ) 3 <sup>1</sup> )	3 <sup>1</sup> ) 2 <sup>1</sup> ) 3 <sup>1</sup> )	12 11 11		
₹Ă		Mittel	-	-	6	3 <sup>1</sup> )	9 <sup>1</sup> )	(7 <sup>1</sup> )	4 <sup>1</sup> )	2 <sup>1</sup> )	II	-	-
Längssp Querspa	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	kg/qcm »	(37	780) 	701 276	633 158	637 93	633 115	6 <b>2</b> 9 14 <b>6</b>	637 168	730 <b>3</b> 40	(40	20)
			$\mathbf{S}$	tabse	ite I	I.							
n Ein- ,1 mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen α <sub>1</sub> )	Versuch I » 2 » 3	170 163 166	181 175 178	64 64 64	64 64 64	64 63 64	65 65 65	64 64 64	66 66 66	69 69 69	202 193 193	188 182 175
n i o		Mittel	I	73	64	64	64	65	64	66	69	I	89
Ablesunger heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen $\alpha_2$ )	Versuch I > 2 > 3 Mittel		-	2 2 2 2	2 <sup>1</sup> ) 2 <sup>1</sup> ) 3 <sup>1</sup> ) 2 <sup>1</sup> )	II <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> )	II <sup>1</sup> ) II <sup>1</sup> ) II <sup>1</sup> ) II <sup>1</sup> )	$5^{1})$ 7 <sup>1</sup> ) 6 <sup>1</sup> ) 6 <sup>1</sup> )	2 <sup>1</sup> ) 1 <sup>1</sup> ) 1 <sup>1</sup> )	7 9 8 8	-	-
Längsspannung $\sigma_1$ k Querspannung $\sigma_2$		. kg/qem . »	(51	55)	769 254	755 204	726 111	737 100	740 158	783 226	851 344	(5630)	

Zahlentafel 2. Stab Nr. 1. Kerbform Abb. 4. Stabseite I.

<sup>1</sup>) S. die diesbezügliche Bemerkung auf S. 55.

# Zahlentafel 3. Stab Nr. 2. Kerbform Abb. 5. Stabseite I.

Lage	e der Meßpunkte z mittelachse	ur Stab-		lin	ks				re	chts	
Meßpun	kt	• • •		R	ь	a	<i>m</i> .	a	ь		2
			Reihe I	Reihe 2						Reihe I	Reihe 2
in Ein- 0,1 mm schlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen $\alpha_1$ )	Versuch I > 2 > 3	99 98 97	89 95 92	50 51 51	43 44 44	42 41 41	40 41 40	51 52 52	119 117 116	90 9 <b>2</b> 89
Ablesungen heiten von Zeigeraus	in der Querrich- tung (Ablesun- gen α <sub>2</sub> )	Versuch I * 2 * 3 Mittel	  	4 — — —	19 20 20 20	44 12 11 12 12	41 11 10 10	40 11 11 11 11	52 16 14 15 15		-
Längssp Querspa	pannung $\sigma_1$ nnung $\sigma_2$	kg/qem »	(30 - S	20) - tabsei	733 456 te II.	610 3 <b>2</b> 4	567 286	560 297	725 394	(33	40) -
in Ein- ),1 mm chlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen $\alpha_1$ )	Versuch I » 2 » 3	160 165 162	170 172 170	52 52 52	41 41 41	37 37 37	39 38 39	46 47 47	130 127 128	110 106 108
blesungen i eiten von C Zeigerausse	in der Querrich- tung (Ablesun- gen α <sub>2</sub> )	Mittel Versuch I » 2 » 3	I — — —	7 I — — —	52 25 25 25	41 13 13 13	37 7 6 7	39 9 10 10	47 19 17 18	I - -	18 
◀ ,ă Längssp Querspa	pannung $\sigma_1$	Mittel kg/qcm »	(53	- (80) -	25 763 521	<b>1</b> 3 579 324	7 505 232	10 540 <b>2</b> 77	18 675 413 4*	(38 -	

Lage	der Meßpunkte z mittelachse	ur Stab-		]	links						rech	its	
Meßpun	kt			R	c	ь	a	m	a	ь	c	1	2
			Reihe I	Reihe 2								Reihe I	Reihe 2
n Ein- 1 mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I	116 116 116	117 115 116	53 53 53	52 54 53	53 52 53	51 52 52	49 50 50	46 46 <b>46</b>	53 52 52	135 134 134	123 123 123
n i o, o, ssel		Mittel	11	16	53	53	53	52	50	46	52	I	29
Ablesunger heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I * 2 * 3 Mittel			$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$6^{1})$ $5^{1})$ $5^{1})$ $5^{1})$	$\begin{vmatrix} 9^{1} \\ 8^{1} \\ 8^{1} \\ 8^{1} \end{vmatrix}$	$10^{1}$ 9 <sup>1</sup> ) $10^{1}$	$10^{1}$ $10^{1}$ $10^{1}$ $10^{1}$	$3^{1})$ $2^{1})$ $2^{1})$ $2^{1})$	6 6 6		
Längssp Querspa	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	kg/qcm *	12	62 	623   164   eite	613 129	602 93	588 68	563 61	242 140	646 258	14	.03 -
n in Ein- 1 o,1 mm sschlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen α <sub>1</sub> )	Versuch I	157 159 159 16	171 170 170	85 85 85 85	72 73 73 73	72 73 73 73	74 73 73 73	74 73 73 74	72 73 74 73	<b>96</b> 97 97 97	178 179 178	182 182 183 80
Ablesungei heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I * 2 * 3 Mittel	- - -	-	$\begin{vmatrix} 3^{1} \\ 3^{1} \\ 3^{1} \\ 3^{1} \\ 3^{1} \end{vmatrix}$	$     \begin{array}{c}       7^{1} \\       8^{1} \\       8^{1} \\       8^{1}     \end{array} $	II <sup>1</sup> ) I3 <sup>1</sup> ) I0 <sup>1</sup> ) III <sup>1</sup> )	17 <sup>1</sup> ) 15 <sup>1</sup> ) 16 <sup>1</sup> )	$17^{1}$ $17^{1}$ $17^{1}$ $17^{1}$ $17^{1}$	I2 <sup>1</sup> ) II <sup>1</sup> ) I2 <sup>1</sup> ) I2 <sup>1</sup> )	81) 81) 81) 81)	-	
Längssp Querspa	pannung $\sigma_1$	kg/qcm »		784	1020 268	840 164	830 129	814 75	8 <b>23</b> 61	826 118	1128 251	19	-

# Zahlentafel 4. Stab Nr. 3. Kerbform Abb. 6. Stabseite I.

<sup>1</sup>) S. die diesbezügliche Bemerkung auf S. 55.

# Zahlentafel 5. Stab Nr. 4. Kerbform Abb. 7. Stabseite I.

Lage	der Meßpunkte zw mittelachse	ur Stab-		lin	ks				re	chts	
Meßpun				R	ь	a	m	a	ь	1	2
			Reihe I	Reihe 2						Reihe I	Reihe 2
n Ein- ,1 mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I * 2 * 3	141 141 140	134 134 134	50 51 50	35 35 35	35 35 35	36 36 36	55 55 55	123 121 122	132 134 133
n fi ssc.		Mittel	I	38	50	35	35	36	55	I	2.8
Ablesungel heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I	  		II I2 II II	14 15 13	13 14 14 14	14 15 15 15	16 15 16 16		-
Längssp Querspa	$\sigma_1 \dots \sigma_1 \dots \sigma_1$	kg/qcm »		522 	684 336 e II.	<b>502</b> 316	502 316	521 332	770 417	- 15	0 <b>4</b>
ı in Ein- 0,1 mm sschlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I > 2 > 3 Mittel	183 183 182	174 177 176 80	79 79 78 79	59 58 58 58	55 56 5 <b>5</b> 55	58 57 58 58	76 76 76 76	193 191 193	182 183 182 87
Ablesunger neiten von Zeigeraus	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I * 2 * 3 Mittal			8 9 8	4 5 5	8 8 8	8 9 9	16 15 15		- - -
Längssp Querspa	pannung $\sigma_1$ annung $\sigma_2$	kg/qcm »	21	- 15 -	1048 410	766 289	739 316	9 782 340	1035 487	21	 95 -

Lage	der Meßpunkte z mittelachse	ur Stab-		lin	ks				re	ehts	
Meßpun	kt	· • ·		R	b	a	m	a	ь	1	R
			Reihe I	Reihe 2						Reihe I	Reihe 2
n Ein- 0,1 mm thlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I * 2 * 3	133 132 132	133 133 133	81 82 82	60 60 60	55 54 54	56 55 56	78 78 78	117 110 118	118 118 118
n i 1 C ISSC		Mittel	I	3 <b>3</b>	82	60	54	56	78	I	18
Ablesunge neiten vor Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I * 2 * 3			2 2 3	11 13 13	12 14 13	12 13 12	6 5 5		
Längssp Querspa	pannung $\sigma_1$ nnung $\sigma_2$	kg/qcm »		63 -	1068 355	820 387	743 375	766 372	1025 368	13	87
		1	<u>.</u>	tabsen	је <u>п</u> .						1
n Ein- ), I mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I » 2 » 3	100 101 100	100 100 100	61 62 62	47 45 46	41 40 40	44 44 44	<b>6</b> 9 70 69	103 105 104	102 103 102
n i n C Isse		Mittel	1 1	<b>o</b> o	6 <b>2</b>	46	40	44	69	I	03
Ablesunge heiten vo Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I > 2 > 3 Mittel			$5^{1})$ $5^{1})$ $6^{1})$	4 5 5	4 5 5	5 5 5			-
Längsen	annung d	kg/aem	ן ן די	75	782	610	527	588	862	т 7	
Querspa	nnung $\sigma_2$	жы/цош »	_	-	174	243	220	227	178	-	_

## Zahlentafel 6. Stab Nr. 5. Kerbform Abb. 8. Stabseite I.

<sup>1</sup>) S. die diesbezügliche Bemerkung auf S. 55.

## Zahlentafel 7. Stab Nr. 6. Kerbform Abb. 9. Stabseitte I.

Lage	e d <b>er Meßpunkte z</b> mittelachse	ur Stab-			links						rech	ts	
Meßpun	kt		H	2	c	ь	a	m	a	ь	c	1	R
			Reihe I	Reihe 2								Reihe I	Reihe 2
n Ein- ,1 mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I » 2 » 3	117 117 117	115 115 115	62 63 63	51 51 51	51 51 51	52 53 52	52 54 53	55 55 55	65 65 65	113 114 113	115 115 115
n î 1 O ISSC		Mittel	1 11	۲ <b>6</b>	63	51	51	52	53	55	65	I	14
Ablesungel heiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versuch I » 2 <u>» 3</u> Mittel			7777	I I I I	$   \begin{array}{c c}     10^{1} \\     9^{1} \\     9^{1} \\     9^{1} \\     9^{1} \\   \end{array} $		$ \begin{array}{c c} 6^{1} \\ 6^{1} \\ 6^{1} \\ 6^{1} \\ 6^{1} \\ \end{array} $	I O I	III	-	
Längssp Querspa	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	kg/qcm ×		61 - Stabse	766 305 eite ]	613 194 I.	578 75	595 90	610 118	660 208	782 244	-	-
in Ein- 0,1 mm schlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I * 2 * 3 Mittel	165 164 164	161 162 162	9 <b>8</b> 99 98	78 80 79	78 78 78 78 78	76 77 77 77	77 76 77	76 76 76	84 83 84	153 153 152	144 145 145
Ablesungen heiten von Zeigeraus	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a2)	Versuch I		, — — —		II <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> )	$15^{1}$ $14^{1}$ $14^{1}$ $14^{1}$ $14^{1}$	$[13^1)$ $[12^1)$ $[13^1)$ $[13^1)$	II <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> )	8 <sup>1</sup> ) 8 <sup>1</sup> ) 8 <sup>1</sup> ) 8 <sup>1</sup> )	0 0 0		-
Längssp Querspa	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	kg/qcm »	17	73	1145 268	908 165	880 111	872	885 158	878 176	1003 300	16	21

<sup>1</sup>) S. die diesbezügliche Bemerkung auf S. 55.

Lage	e der Meßpunkte zu mittelachse	ur Stab			linl	κs				re	chts	
Meßpun	kt	• •	•		R	ь	a	m	a	ь	1	R
				Reihe I	Reihe 2						Reihe I	Reihe 2
ġĘ.	in der Längsrich-	Versuc	hΙ	134	138	62	46	47	47	68	134	132
L E lag	$gen a_1$	<i>"</i>	3	133	139	62	40 46	40 46	40	69	133	133
n in , o, ssch	8	Mitte	1	J	36	62	46	46	47	69	I	33
ungei 1 von gerau	in der Querrich- tung (Ablesun-	Versuc »	n I 2	=		7 8	10 10	10 9	13 11	12 13	_	
bles eiter Zei	gen $a_2$ )	»	3			7	IO	9	12	I 2,		-
₹Ă		Mitte	91			7	IO	9	12	12		-
längssj Juerspa	pannung $\sigma_1$	kg/qo »	em	-	593 	823 327	629 304	624 292	648 335	894 420	15	558
				S	tabseit	e II.						
cin- e e	in der Längsrich- tung (Ablesun-	Versue	h I 2	154	151 152	77 76	52 52	48 49	55 53	67	135 136	144 144
I I I	gen $a_1$ )	»	3	153	151	77	52	48	54	68	136	144
H - H		Mitte	1	I	52	77	52	48	54	68	I	40
n u ssel	1	1	hΙ	1 -		10	13	II	13	14	_	-
ngen 11 von 0, raussel	in der Querrich-	Versue				TO	1 12	II	13	14	l	
lesungen 11 iten von 0, Zeigeraussch	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versue » »	2 3	-		10	13	II	13	14	_	_
Ablesungen ir heiten von O, Zeigeraussch	in der Querrich- tung (Ablesun- gen a <sub>2</sub> )	Versue » Mitte	2 3	   		10 10	13 13	II II	13 13	14 14	 	_

## Zahlentafel 8. Stab Nr. 7. Kerbform Abb. 10. Stabseite I.

Zahlentafel 9. Stab Nr. 8. Kerbform Abb. 11. Stabseite I.

Lage	der Meßpunkte z mittelachse	ur Stab-		]	links						rech	ts	
Meßpun	kt	• • •	L 1	R	c	b	a	m	a	ь	c	L	2
			Reihe I	Reihe 2								Reihe I	Reihe 2
in Ein- .1 mm hlag	in der Längsrich- tung (Ablesun- gen a <sub>1</sub> )	Versuch I » 2 » 3	106 104 104	102 102 102	91 90 90	7 <b>4</b> 73 73	65 65 65	63 62 62	63 61 62	63 62 62	87 86 86	97 97 96	<b>92</b> 94 93
n C use		Mittel	IC	4	90	73	65	62	62	62	87	9	5
olesunge iten vo Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- gen $a_2$ )	Versuch I > 2 > 3	  		2 t <sup>1</sup> ) 2 t <sup>1</sup> ) 2 0 <sup>1</sup> )	9 <sup>1</sup> ) 9') 9 <sup>1</sup> )	10 <sup>1</sup> ) 11 <sup>1</sup> ) 10 <sup>1</sup> )	IO') II') II')	II <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> ) IO <sup>1</sup> )	3 <sup>1</sup> ) 4 <sup>1</sup> ) 4 <sup>1</sup> )	20 <sup>1</sup> ) 21 <sup>1</sup> ) 21 <sup>1</sup> )		
Al he		Mittel	-		21 <sup>1</sup> )	9 <sup>1</sup> )	IO <sup>1</sup> )	<b>I</b> I ')	10 <sup>1</sup> )	4')	21 <sup>1</sup> )	-	_
Längssp Querspa	$\sigma_1 \dots \sigma_1 \dots \dots \dots$	kg/qcm »	11	30	1000 72	840 154	742 114	703 90	708 104	729 176	961 61	-	-
	$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $												
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $													
n i 1 0, ssc]		Mittel	1 10	DI I	91	71	66	66	65	68	88	9	95
blesunger eiten von Zeigerau	in der Querrich- tung (Ablesun- tung a <sub>2</sub> )	Versuch I > 2 > 3	_ _		15 <sup>1</sup> ) 16 <sup>1</sup> ) 15 <sup>1</sup> )			7 <sup>1</sup> ) 8 <sup>1</sup> ) 8 <sup>1</sup> )	$7^{1})$ $6^{1})$ $6^{1})$	$7^{1})$ $5^{1})$ $6^{1})$	<b>I</b> 3 <sup>1</sup> ) I3 <sup>1</sup> ) <b>I</b> 3 <sup>1</sup> )	_	
Ч		Mittel		_	<b>15</b> <sup>1</sup> )	<u>7')</u>	6 <sup>1</sup> )	<b>8</b> <sup>1</sup> )	61)	6 <sup>1</sup> )	<b>I</b> 3 <sup>1</sup> )	-	_
Längssp Querspa	$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $												

<sup>1</sup>) S. die diesbezügliche Bemerkung auf S. 55.

in der Längs- und Querrichtung bezeichnet. Alle Angaben  $a_1$  und  $a_2$  in der Längsrichtung und Querrichtung bedeuten Dehnungen. Hiervon sind nur diejenigen Beobachtungswerte  $a_2$  in der Querrichtung ausgenommen, die in den Zahlentafeln 2 bis 9 durch »<sup>1</sup>)« kenntlich gemacht sind und nicht Dehnungen, sondern Zusammenziehungen bedeuten.

Für das Feinmeßgerät mit 3,3 mm Meßlänge bedeutete bei dem Elastizitätsmodul der Probestäbe von 2090000 kg/qcm ein Zeigerausschlag von 0,1 mm eine Spannungsänderung des Probestabes von 9,33 kg/qcm; ein Zeigerausschlag von 0,1 mm entsprach also einer spezifischen Dehnung von

 $\frac{9.33}{2090000} = 0,00004463.$ 

Hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung der in einem früheren Bericht des Verfassers  $^{1}$ ) gemachten Ausführungen und unter der Annahme von 3,33 für m Folgendes für die Längs- und Querspannungen:

$$\sigma_1 = 3,076 (3,33 a_1 + a_2)$$
  
$$\sigma_2 = 3,076 (a_1 + 3,33 a_2).$$

Die in dieser Weise berechneten Längs- und Querspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ sind in den Zahlentafeln 2 bis 9 und 11 bis 18 enthalten. DieLängsspannungen  $\sigma_1$  sind außerdem in den Schaubildern Abb. 13 bis 20 als Ordinaten von der durch die Kerbmitte senkrecht zur Stabachse gelegten Querlinie aus eingetragen, und zwar sind für jeden Stab die Mittelwerte benutzt, die aus den Beobachtungen auf den Stabseiten I und II und den Meßpunkten links und rechts von der Stabmittelachse berechnet wurden. Man erhält auf diese Weise die in den Abb. 13 bis 20 dargestellten Spannungsschaulinien.

Hinsichtlich der Bewertung der Höchstspannungen  $\sigma_{\text{max}}$  am Kerbrande sei daran erinnert, daß die größte Belastung  $P_{\text{max}}$  so gewählt wurde, daß bei de<sup>r</sup> Annahme gleichmäßiger Verteilung über den durch die Kerben am meisten geschwächten Querschnitt (Querschnitt A-C in Abb. 1) die mittlere Spannung  $\sigma_{\text{m}} = 750 \text{ kg/qcm}$  betragen würde. Diese mittlere Spannung  $\sigma_{\text{m}}$  von 750 kg/qcmist in den Schaubildern Abb. 13 bis 20 als gestrichelte Linie eingetragen.

Für den Querschnitt A-C in Abb. 1 muß naturgemäß der Wert der mittleren Spannung, multipliziert mit der Querschnittfläche, gleich der Summe der Produkte aus den durch die Spannungsschaulinie angegebenen Spannungen und ihren zugehörigen Flächenelementen sein. Es muß daher in Abb. 1 das Rechteck ACGF inhaltlich gleich der auf der oberen Seite durch die Spannungsschaulinie begrenzten Fläche ACED sein. Diese Bedingung wird in Wirklichkeit aus den verschiedenartigsten Gründen im allgemeinen stets nur angenähert erfüllt sein. Ein Vergleich der beiden Flächen gestattet jedoch ein angenähertes Urteil über den erzielten Genauigkeitsgrad der Messung und der Meßvorrichtung.

Die Ausmessung und der Vergleich der eben genannten Flächen ergeben die in Zahlentafel 10 wiedergegebenen Werte:

Zahlentafel 10.

Stab Nr	I	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\text{Fläche } A C E D - \text{Rechteck } A C G F}{\text{Rechteck } A C G F} \cdot 100,$ d. h. Unterschied der beiden Flächen in vH	+9,4	+ <b>4</b> ,9	+4,7	+7,1	+7,9	+10,6	+9,7	+9,9

<sup>1</sup>) Vergl. Fußnote auf S. 47.



Abb. 13 bis 20. Schaulinien für die Längsspannungen.

Zahlentafel 11 bis 18. Mittelwerte der Längs- und Querspannungen. Zahlentafel 11. Stab Nr. 1.

									Längssr in	annung kg/qen	gen σ <sub>1</sub> n		Qu	erspan in ka	nungen g/qcm	σ2
Meßpunkt	•	•	•	•	•		•	R	с	Ъ	a	m	c	ь	a	m
Seite I links.	•							(3780)	70 <b>I</b>	633	637	633	276	158	93	115
Seite I rechts	٠	•	•	•	•		•	(4020)	730	637	629	-	340	168	140	-
Seite II links	•	•	•	•	•		•	(5155)	769	755	726	737	254	204	III	ICO
Seite II rechts	•	•	•	•	•			(5630)	851	783	740	-	344	<b>2</b> 26	158	
					N	litt	el	(4646)	763	702	683	685	304	189	126	108

Zahlentafel 12. Stab Nr. 2.

								L	ängsspa in kg	nnung $\sigma_1$ g/qcm		Que	erspannun in kg/qer	g ơ <sub>2</sub> n
Meßpunkt	•	•	•	•	•		•	R	ь	a	m	ь	a	m
Seite I links .								(3020)	733	610	567	456	324	286
Seite I rechts								(3340)	725	560	_	394	297	-
Seite II links								(5380)	763	579	505	521	324	232
Seite II rechts								(3900)	675	540	—	413	277	-
					Ŋ	Aitt	el	(3885)	724	572	536	446	306	259

Zahlentafel 13. Stab Nr. 3.

									Längssp in	annung kg/qcr	gen σ <sub>1</sub> n		Qu	erspan in ka	nungen g/qcm	$\sigma_2$
Meßpunkt	•	•	•	•	•	•	•	R	c	Ъ	a	m	c	Ъ	a	m
Seite I links								1262	623	613	602	588	164	129	93	68
Seite I rechts								1403	646	542	563	-	258	140	61	-
Seite II links	•						•	1784	1020	840	830	814	2.68	164	129	75
Seite II rechts		•		•	•		•	1958	1128	826	823	-	251	118	61	_
					1	Mit	tel	1602	854	705	705	701	235	138	86	72

Zahlentafel 14. Stab Nr. 4.

								1	Längsspar in kg	nung σ <sub>1</sub> /qem		Que	rspannun in k <b>g</b> /qer	<b>g σ<sub>2</sub></b> n
Meßpunkt	•	•	•	•	•	•	•	R	Ъ	a		ь	a	m
Seite I links .								1622	684	502	502	336	316	316
Seite I rechts							•	1504	770	521		417	332	
Seite II links							•	2115	1048	76 <b>6</b>	739	410	289	316
Seite II rechts						•	•	2195	1035	782	-	487	340	
					N	litt	el	1859	884	643	621	413	319	316

									Längsspan in kg	nn <b>ung ø</b> 1 /qem	Querspannung $\sigma_2$ in kg/qcm			
Meßpunkt	•	•	•	•	•	•	•	R	ь	a	m	ь	a	m
Seite I links .	•		•	•		•	•	1563	1068	820	743	355	387	375
Seite I rechts Seite II links Seite II rechts	• •	• • •	•				•	1387 1175 1210	782 862	610 588	537	308 174 178	372 243 227	220
					N	litt	el	1334	934	696	640	269	307	297

Zahlentafel 15. Stab Nr. 5.

								Längsspannungen $\sigma_1$ in kg/qcm					Querspannungen og in kg/qcm				
Meßpunkt	•	•	•	•	•	. •	•	R	c	ь	a	m	c	ь	a	m	
Seite I links						•		1261	766	613	578	59 <b>5</b>	305	194	75	90	
Seite I rechts Seite II links	:	•	•	•	•	•	•	1240	782	660 908	610 <b>8</b> 80	872	<b>244</b> 268	208 165	118 111	II2	
Seite II rechts	•	•	•	·	· 	Mit	tel	1621	1003 9 <b>24</b>	878	885 738	734	300	176	158 116	 106	

Zahlentafel 16. Stab Nr. 6.

Zahlentafel	17.	Stab	Nr.	7.
-------------	-----	------	-----	----

						1	längsspar in kg	n <b>ung σ</b> 1 /qcm	Querspannung $\sigma_2$ in kg/qcm					
Meßpunkt	•	•	•	•	·	·		R	ь	a	m	ь	a	m
Seite I links .		,						1593	823	6 <b>2</b> 9	624	327	304	292
Seite I rechts						•		1558	894	648		420	335	
Seite II links							•	1780	1030	718	660	424	367	327
Seite II rechts				•		•	•	1640	931	744	-	442	374	
					I	litt	el	1643	920	685	642	404	345	311

Zahlentafel 18. Stab Nr. 8.

								Längsspannungen σ <sub>1</sub> Querspann in kg/qcm in kg							nungen σ₂ g/qcm		
Meßpunkt	•	•	•	•	•	•	•	R	c	ь	a	m	c	ь	a	m	
Seite I links								1130	1000	840	742	703	72	154	114	90	
Seite I rechts	•	•		•	•		•	1030	961	729	708	-	61	176	104	-	
Seite II links	•	•	•	•	•	•	•	1097	1030	824	767	761	147	172	165	140	
Seite II rechts	•	•	•	•	•	•	•	1030	100 <b>2</b>	793	753	-	161	172	150	-	
					I	Aitt	el	1072	998	797	743	732	110	169	<b>13</b> 3	115	

Danach ist also die Spannungsschaufläche ACGF stets etwas größer gefunden worden als die Rechteckfläche ACED, und zwar innerhalb der Grenzen von 4,7 bis 10,6 vH, Werte, die in Anbetracht der sonst herrschenden Unklarheiten über die Spannungserhöhung durch Einkerbungen sehr gering sein dürften. Zu beachten ist hierbei noch, daß für die Stäbe Nr. 1 und 2, Abb. 13 und 10, die in Abb. 1 mit D und E bezeichneten Punkte der Spannungsschaulinie bei der Ausmessung der Fläche ACED nicht bei 4646 bezw. 3885 kg/qcm, sondern bei den Werten der Streckgrenze von 2600 kg/qcm liegend anzunehmen sind. Die Werte 4646 und 3885 kg/qcm sind nämlich nach dem früher Gesagten nur symbolische Vergleichswerte, und die Spannung kann an jenen Punkten die Streckgrenze nicht überschreiten, weil die unmittelbar dahinter liegenden und noch nicht bis an die Streckgrenze beanspruchten Fasern ein erhebliches Strecken der an den scharfen Kerbecken liegenden Fasern nicht gestatten.

Eine vergleichende Betrachtung der Spannungsschaubilder Abb. 13 bis 20 läßt Folgendes erkennen:

Die Spannung am Kerbrande ist umso größer, je kleiner der Halbmesser des Kerbgrundes ist. Dies zeigt für die 5 mm tiefen <sup>1</sup>) Kerben ein Vergleich

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Unter »Kerbtiefe« ist die Abmessung der Kerbe senkrecht zur Längsachse der Stäbe und unter »Kerbbreite« die Abmessung der Kerbe in der Längsachse der Stäbe verstanden.

der Stäbe Nr. 1, 3, 6<sup>1</sup>) und 8<sup>1</sup>) und für die 15 mm tiefen Kerben ein Vergleich der Stäbe Nr. 2, 4, 5 und 7<sup>1</sup>). Für beide Stabgruppen ist bei den rechtwinkligen, scharfeckigen Kerben der Stäbe Nr. 1 und 2 (Halbmesser des Kerbgrundes = 0) die größte Spannung ganz erheblich größer, als bei allen übrigen Kerbformen. Ferner läßt ein Vergleich der Stäbe Nr. 3 und 4 einerseits und der Stäbe Nr. 6 und 7 anderseits erkennen, daß bei den Kerben der Stäbe 6 und 7, deren Grund eine gerade Linie ist (Halbmesser des Kerbgrundes =  $\infty$ ), die größte Spannung am Kerbrande geringer ist, als bei den Kerben der Stäbe Nr. 3 und 4, deren Grund nach dem Halbmesser von 5 mm ausgerundet ist. Bei gleichem Halbmesser des Kerbgrundes und gleicher Breite der Kerbe ist die Höchstspannung am Kerbrande umso größer, je tiefer die Kerbe ist, wie ein Vergleich der Stäbe Nr. 3 und 4 einerseits und Nr. 6 und 7 anderseits beweist.

Bei Kerben, die durch einen Halbkreis gebildet werden, ist die Randspannung umso größer, je kleiner der Halbmesser der Kerben ist, wie dies die Stäbe Nr. 3 und 5 zeigen. Bei Kerben mit geradlinigem, zur Stablängsachse parallelem Grunde ist die Höchstspannung am Kerbrande umso kleiner, je größer die Kerbbreite ist. Dies läßt ein Vergleich der Stäbe Nr. 6 und 8 erkennen.

Sieht man von den Stäben Nr. 1 und 2 mit scharfeckigen Kerben ab, so ist, wie die Zahlentafel 19 zeigt, die größte Spannung  $\sigma_{max}$  am Kerbrande bei den untersuchten Kerbformen 1,43 bis 2,48 mal größer, als die mittlere Spannung  $\sigma_m$ , und zwar gelten die größeren dieser Werte für die Stäbe mit tieferen Kerben sowie für diejenigen Stäbe, deren Kerbgrund nach einem kleineren Krümmungshalbmesser ausgerundet ist.

#### Zahlentafel 19.

Gegenüberstellung der Mittelwerte der Kerbrandspannungen  $\sigma_{max}$ und der mittleren Spannungen  $\sigma_m$ .

Stab Nr	.   I	2	3	4	5	6	7	8
Kerbrandspannung $\sigma_{max}$ kg/qcn	n (4646)	(3885)	1602	1859	1334	1474	1643	107 <b>2</b>
mittlere Spannung $\sigma_m$ . »	75°	750	750	750	750	750	750	750
$\sigma_{max}: \sigma_m$	(5,95)	(5,18)	2,14	2,48	1,78	1,97	2,20	1,43

Hinsichtlich ihrer Form unterscheiden sich die Spannungsschaulinien dadurch voneinander, daß bei den Stäben Nr. 1, 3, 6 und 8 mit weniger tiefen Kerben (Kerbtiefe = 5 mm) die Spannung bereits in geringer Entfernung vom Kerbrande den Wert der mittleren Spannung  $\sigma_m$  erreicht und dann nach dem Unterschreiten von  $\sigma_m$  nur noch wenig weiter abnimmt, sodaß die Spannungsschaulinie nach dem Unterschreiten von  $\sigma_m$  angenähert etwa parallel zur Schaulinie der mittleren Spannung  $\sigma_m$  verläuft. Bei den Stäben Nr. 2, 4, 5 und 7 mit größerer Kerbtiefe (Kerbtiefe = 15 mm) nimmt dagegen die Spannung auch noch nach dem Unterschreiten der mittleren Spannung  $\sigma_m$  nicht unerheblich weiter ab, sodaß der mittlere Teil der Spannung  $\sigma_m$  nicht unerheblich weiter ab, sodaß der mittleren Teil der Spannungsschaulinie dieser Stäbe gegenüber dem nahezu geradlinigen mittleren Teil der Spannungsschaulinie der vorgenannten Stabgruppe mehr ausgerundet erscheint. Aus diesem Grunde ist auch bei den Stäben mit größerer Kerbtiefe die Mindestspannung  $\sigma_{min}$  in der Stabmitte nicht unwesentlich geringer, als bei den Stäben mit kleinerer Kerbtiefe. Die Werte der Mindestspannung  $\sigma_{min}$  betragen bei den verschiedenen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Für die Beurteilung der größten Spannung  $\sigma_{max}$  am Kerbrande der Stäbe Nr. 6, 7 und 8 sei hier nochmals auf das zu Abb. 12 Gesagte hingewiesen.

Stäben 0,71 bis 0,98 v<br/>H des Wertes der mittleren Spannung  $\sigma_m$  (vergl. Zahlentafel 20).

Zahlentafel 20.Gegenüberstellung der Mittelwerte der Mindestspannungen  $\sigma_{min}$ in der Stabmitte und der mittleren Spannungen  $\sigma_m$ .

Stab Nr	.   т	2	3	4	5	6	7	8
Mindestspannung $\sigma_{\min}$ . kg/qcn	n 685	536	701	621	640	734	642	732
mittlere Spannung $\sigma_{m}$ . »	750	750	750	750	750	750	750	750
$\sigma_{\min}$ : $\sigma_{m}$	0,92	0,71	0,93	0,83	0,85	0,98	0,86	1,98

In weiterer Entfernung von den Kerben verläuft die Richtung der durch die Wirkung der Kraft P in Abb. 1 erzeugten Zugspannungen vollkommen parallel zur Längsachse der Stäbe. In der Nähe der Kerben dagegen tritt eine Ablenkung der Spannungslinien etwa in der auf der rechten Seite von Abb. 21 eingezeichneten Weise auf. Infolgedessen treten senkrecht zur Längsachse der Stäbe Querkräfte<sup>1</sup>) in der Richtung von AC auf, wie es die linke Seite der



Abb. 21. Spannungsverlauf in der Nähe der Kerben. Abb. 21 zeigt. Diese an den einzelnen Punkten herrschenden Querkräfte addieren sich und bedingen in den vorliegenden Fällen Zugspannungen in der Richtung von AC, die in diesem Bericht als Querspannungen  $\sigma_2$  bezeichnet sind. Die beobachtete Größe der Querspannungen  $\sigma_2$ ist neben den Längsspannungen  $\sigma_1$  ebenfalls in den Zahlentafeln 2 bis 9 und 11 bis 18 angegeben. Ferner sind die Querspannungen in den Schaubildern Abb. 22 bis 29 eingetragen, und zwar in der Weise, daß die an den einzelnen Punkten des Querschnittes A-C, Abb. 21, herrschenden Spannungen als Ordinaten von der Linie A-C aus eingezeichnet sind. Die so erhaltenen Schaubilder lassen Folgendes erkennen:

Bei den gewählten Abmessungen der Kerben weisen die Querspannungsschaulinien aller Stäbe in der Stabmittelachse einen Mindestwert auf. Die Höchstwerte der Querspannungen liegen bei den Stäben Nr. 5 und 8 näher an der Stabmitte, als bei den übrigen Stäben. Hierzu ist jedoch zu beachten, daß für die zuverlässige Beurteilung des Ortes des Höchstwertes der Querspannungen die benutzte Anzahl der Meßpunkte nicht genügt. Die örtliche Lage der Höchstwerte der Querspannungen würde daher bei einer großen Anzahl von Meßpunkten im allgemeinen etwas anders ausfallen, als die Abb. 22 bis 29 angeben. Bei allen Stäben mit 15 mm tiefen Kerben (Stäbe Nr. 2, 4, 5 und 7) sind die Querspannungen nicht unerheblich größer, als bei den Stäben mit nur 5 mm tiefen Kerben (Stäbe Nr. 1, 3, 6 und 8). Dies erklärt sich daraus, daß bei den nur 5 mm tiefen Kerben die Spannungsschaulinie in der Nähe der Kerbe nicht so unvermittelt, sondern mehr allmählich als bei den 15 mm tiefen Kerben aus ihrer in weiterer Entfernung von den Kerben zur Längsachse parallelen Richtung abgelenkt wird. Infolgedessen ist der Winkel  $\alpha$  in Abb. 21 bei den Stäben mit geringerer Kerbtiefe größer und daher die resultierenden Querkräfte bei diesen Stäben kleiner.

Die in dem vorstehenden Bericht mitgeteilten Spannungserhöhungen an eingekerbten Zugstäben treten in ähnlicher Weise an den verschiedenartigsten

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Z. d. V. d. I. 1907 S. 209.





Abb. 22 bis 29. Schaulinien für die Querspannung.

Bauteilen auf. Es lassen sich daher die an den untersuchten Stäben gewonnenen Erfahrungen unter entsprechender Berücksichtigung der jeweils in Betracht kommenden Verhältnisse angenähert auf ähnlich liegende Fälle übertragen. Als Beispiel dafür sei hier nur der in Abb. 30 dargestellte Fall herausgegriffen.

Es handle sich um einen abgesetzten Rundstab, der auf der linken Seite gelagert ist und auf der rechten Seite durch die Kraft P auf Biegung beansprucht werde (Wellenzapfen). Die Uebergangstelle von dem stärkeren zu dem schwächeren Teil sei gut ausgerundet. Man pflegt dann allgemein einen derartigen Stab auf genügende Festigkeit in der Weise zu berechnen, daß man setzt

$$M_b = W k_l$$

worin  $M_b$  das durch P erzeugte Biegungsmoment, W das Widerstandsmoment und  $k_b$  die Biegungsfestigkeit ist. Diese Art der Berechnung ist nach Vorstehendem nicht zutreffend. Es tritt nämlich in dem am meisten gefährdeten Querschnitt ab eine wesentliche Spannungserhöhung ein, welche die üblichen Formeln der Biegungslehre nicht berücksichtigt. Diese Formeln nehmen vielmehr nur eine geradlinige, von der Mittelachse des Stabes bis zum Außenrande gleichmäßig anwachsende Spannung an. Diese Annahme trifft jedoch nicht zu.

Um dies zu erkennen, stelle man sich den Durchmesser des soeben betrachteten abgesetzten Stabes um die Ebene *ab* symmetrisch in der punktiert eingezeichneten Weise verdoppelt vor. Man hat dann grundsätzlich die gleiche Stabform wie bei den untersuchten gekerbten Zugstäben. Es wird also auch bei dem eingangs betrachteten abgesetzten Rundstabe in der Ebene ab eine wesentliche Spannungserhöhung eintreten, die durch die Verdichtung der Spannungslinien



Abb. 30. Spannungserhöhung bei einem auf Biegung beanspruchten abgesetzten Rundstab.

an der Staboberfläche infolge der Querschnittsverminderung verursacht ist. Man wird daher bei richtiger Würdigung der vorliegenden Verhältnisse bei abgesetzten Stäben nicht die gleiche rechnungsmäßige Biegungsbeanspruchung wie bei nicht abgesetzten Stäben zulassen und daher die Gleichung

abändern in

 $M_b = W k_b$  $M_b = c W k_b,$ 

worin c ein Beiwert ist, über dessen Größe die vorstehenden Untersuchungen einen angenäherten Anhalt zu geben vermögen.

Beachtenswert erscheint auch noch der Umstand, daß an Querschnittsübergängen angeordnete Hohlkehlen mit dem gleichen Krümmungshalbmesser von ganz verschiedener Wirkung hinsichtlich der Spannungsverminderung sein können. Läßt man z. B. in Abb. 30 die Größe von D und die Größe des Krümmungshalbmessers an der Uebergangstelle von D zu d unverändert, während die Größe von von d verändert wird, 'so erkennt man mit Rücksicht auf die Spannungsverteilung in den Stäben Nr. 3 und 4, Abb. 15 und 16, daß unter den ebengenannten Umständen die Spannungsverminderung durch eine gleichgroße Hohlkehle umso geringer ist, je kleiner der Wert von d ist. Man ersieht daraus, daß man zur Erzielung einer gleichgrößen Spannungsverminderung den Hohlkehlen an Querschnittsübergängen einen umso größeren Krümmungshalbmesser geben muß, je größer der Unterschied der beiden Querschnitte zu beiden Seiten der durch die Hohlkehle auszurundenden Uebergangstelle ist.

#### Zusammenfassung.

Soweit das Gebiet durch die vorstehenden Versuche gedeckt ist, ergibt sich für auf Zug beanspruchte, seitlich gekerbte Flachstäbe von gleicher Breite für den am meisten durch die Kerben geschwächten Querschnitt innerhalb des Gebietes der elastischen Formänderungen Folgendes:

1) Bei gleicher Kerbtiefe ist die Spannung am Kerbrande umso größer, je kleiner der Halbmesser des Kerbgrundes ist.

2) Bei gleichem Halbmesser des Kerbgrundes und gleicher Kerbbreite ist die Spannung am Kerbrande umso größer, je tiefer die Kerbe ist.

3) Bei Kerben, die durch einen Halbkreis gebildet werden, ist die Spannung am Kerbrande umso größer, je kleiner der Halbmesser ist.

4) Sieht man von den Stäben mit scharfeckigen Kerben ab, so ist für die untersuchten Stäbe die Spannung am Kerbrande 1,43 bis 2,48 mal größer, als die mittlere Spannung  $\sigma_m$ , mit der man zu rechnen pflegt.

5) Die Mindestspannung in der Stabmittelachse beträgt bei den untersuchten Stäben 0,71 bis 0,98 der mittleren Spannung  $\sigma_m$ .

#### Sonderabdrücke aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. die in folgende Fachgebiete eingeordnet sind: 15. Gesundheitsingenieurwesen 1. Bagger. (Hei-Bergbau (einschl. Förderung und zung, Lüftung, Beleuchtung, Wasser-2. Wasserhaltung). versorgung und Abwässerung). 8. Brücken- und Eisenbau (einschl. 16. Hebezeuge (einschl. Aufzüge). Behälter) 17. Kondensations- und Kühlanlagen. 4. Dampfkessel (einschl. Feuerungen, 18. Kraftwagen und Kraftboote. Schornsteine, Vorwärmer, Über-19. Lager- und Ladevorrichtungen hitzer). (einschl. Bagger). Dampfmaschinen (einschl. Abwärme-5. 20. Luftschiffahrt. kraftmaschinen, Lokomobilen). 21. Maschinenteile. 6. Dampfturbinen. Eisenbahnbetriebsmittel. 22. Materialkunde. Eisenbahnen (einschl. Elektrische 8. 23. Mechanik. Bahnen). 24. Metall- und Holzbearbeitung (Werk-9. Eisenhüttenwesen (einschl.Gießerei). zeugmaschinen). Elektrische Krafterzeugung und 10. 25. Pumpen (einschl. Feuerspritzen und -verteilung. Strahlapparate). Elektrotechnik (Theorie, Motoren 26. Schiffs- und Seewesen. usw.). Verbrennungskraftmaschinen 27. Fabrikanlagen und Werkstattein-12. (einschl. Generatoren). richtungen. 28. Wasserkraftmaschinen. Faserstoffindustrie. 13. 29. Wasserbau (einschl. Eisbrecher). Gebläse (einschl. Kompressoren, 14. Ventilatoren). 30. Meßgeräte. Einzelbestellungen auf diese Sonderabdrücke werden gegen Vorein-sendung des in der Zeitschrift als Fußnote zur Überschrift des betr. Aufsatzes bekannt gegebenen Betrages ausgeführt. Vorausbestellungen auf sämtliche Sonderabdrücke der vom Besteller ausgewählten Fachgebiete können in der Weise geschehen, daß ein Betrag von etwa 5 bis 10 M eingesandt wird, bis zu dessen Erschöpfung die in Frage kommenden Aufsätze regelmäßig geliefert werden.

# Zeitschriftenschau.

Vierteljahrsausgabe der in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erschienenen Veröffentlichungen 1898 bis 1910.

Preis bei portofreier Lieferung für den Jahrgang für Mitglieder. 10,- *M* für Nichtmitglieder. 3,- M für Mitglieder.

Seit Anfang 1911 werden von der Zeitschriftenschau der einzelnen Hefte einseitig bedruckte gummierte Abzüge angefertigt.

Der Jahrgang kostet  $2, -\mathcal{M}$  für Mitglieder.

4,—  $\mathcal{M}$  für Nichtmitglieder.

Portozuschlag für Lieferung nach dem Ausland 50 Pfg für den Jahrgang. Bestellungen, die nur gegen vorherige Einsendung des Betrages ausgeführt werden, sind an die Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin NW., Charlottenstraße 43 zu richten.

# Mitgliederverzeichnis d. Vereines deutscher Ingenieure.

Preis 3,50 M. Das Verzeichnis enthält die Adressen sämtlicher Mitglieder sowie ausführliche Angaben über die Arbeiten des Vereines.

# Bezugsquellen.

Zusammengestellt aus dem Anzeigenteil der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Das Verzeichnis erscheint zweimal jährlich in einer Auflage von 35 bis 40000 Stück. Es enthält in deutsch, englisch, französisch, italienisch, spanisch und russisch ein alphabetisches und ein nach Fachgruppen geordnetes Adressenverzeichnis. Das Bezugsquellenverzeichnis wird auf Wunsch kostenlos abgegeben.